

**Máster Universitario en Investigación e Innovación Educativa en las
Áreas del Currículo**



**Un análisis de las definiciones de cuerpos geométricos propuestas por
maestros de Educación Primaria en formación**

*An analysis of the definitions of 3D solids proposed by pre-service
primary teachers*

Trabajo Fin de Máster de investigación

Curso: 2022/ 2023, 1ª Convocatoria

Autor: Juan José Baraja Reyes

Tutora: Verónica Martín Molina

Departamento de Didáctica de las Matemáticas

Facultad de Ciencias de la Educación

Índice

Resumen.....	1
Abstract	1
Introducción y justificación	1
Fundamentos teóricos	2
Niveles de van Hiele	2
La importancia de las definiciones.....	3
Definiciones de cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide	4
Pregunta de investigación	5
Diseño y metodología	5
Participantes	5
Instrumento de recogida de datos.....	5
Recogida de datos	6
Análisis de datos	6
Resultados	7
Número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas	7
Número y porcentaje de participantes según el número de definiciones correctas	9
Número y porcentaje de causas de una definición incorrecta.....	10
Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de “cuerpos geométricos”	11
Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en la definición de “poliedro” ..	11
Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria de la definición de “prisma”	12
Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en la definición de “pirámide” ..	12
Tipos de definiciones presentes en los libros de texto	13
Discusión, conclusiones, limitaciones e implicaciones	15
Referencias bibliográficas.....	16
Anexos	18
Anexo 1. Definiciones de distintas editoriales de cuatro conceptos geométricos: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide	18
Anexo 2. Instrumento de recogida de datos	20
Anexo 3. Tablas de resultados obtenidos tras el análisis de los datos.....	21

Un análisis de las definiciones de cuerpos geométricos propuestas por maestros de Educación Primaria en formación

An analysis of the definitions of 3D solids proposed by pre-service primary teachers

Autor: Juan José Baraja Reyes

Tutora: Verónica Martín Molina

Resumen

Esta investigación es fruto de la relevancia que tiene el conocimiento de definiciones matemáticas, y concretamente de definiciones geométricas, dentro de la formación de los maestros de Educación Primaria. Un gran número de investigaciones previas tratan las definiciones de conceptos propios de la geometría plana, mientras que pocas están enfocadas a la geometría espacial. Por ello, se han recogido y analizado las definiciones que 32 maestros de Educación Primaria en formación han formulado de cuatro conceptos geométricos muy presentes en el currículo de Educación Primaria: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide. Se ha analizado si las condiciones de las definiciones eran necesarias y suficientes. Tras ello, se ha determinado si las definiciones eran correctas o no y, en el caso de que lo fueran, si eran mínimas o redundantes. Tras el análisis, se han comparado los resultados con investigaciones previas que trata definiciones de conceptos geométricos formuladas por maestros en formación y también con definiciones presentes en libros de texto. Se puede ver cómo son las definiciones formuladas por estos 32 maestros de Educación Primaria en formación y cómo puede haber influido la redacción de las definiciones de los libros de texto en la formación de los futuros maestros.

Abstract

This research is the result of the relevance of knowing mathematical definitions, and specifically geometric definitions, in the training of Primary Education teachers. Many previous investigations deal with the definitions of concepts of plane geometry, while few are focused on spatial geometry. For this reason, we collected and analyzed the definitions that 32 pre-service Primary Education teachers have formulated of four geometric concepts that are present in Primary Education curriculum: geometric body, polyhedron, prism and pyramid. We analyzed if the conditions of the definitions were necessary and sufficient. After that, we determined if the definitions were correct or incorrect and, if they were, if they were minimal or redundant. After the analysis, the results have been compared with previous investigations that deal with definitions of geometric concepts formulated by pre-service teachers and with definitions that are present in textbooks. It can be seen how the definitions formulated by these 32 Primary Education teachers in training are and how the writing of definitions by textbook publishers can influence the training of future teachers.

Palabras clave: educación, formación de docentes de primaria, maestro, matemáticas.

Key words: education, primary teacher training, mathematics, teacher.

Introducción y justificación

Hoy en día nos encontramos en plena reforma del sistema educativo, la cual conlleva cambios curriculares y una nueva visión del papel del docente. Por ello, tal y como indica Barrantes López (1998), “la consideración de la geometría como materia básica en todos los nuevos programas de la enseñanza y las recientes investigaciones sobre los conocimientos profesionales de los maestros reclaman la necesidad de una reforma en la formación docente” (p. 6). Definir, junto a otros procesos de construcción de conocimiento matemáticos, son clave a la hora de hacer matemáticas. En el campo de investigación de educación matemática, la caracterización de su aprendizaje es un tema relevante (Gavilán Izquierdo et al., 2014). Un análisis de la forma y el contenido de definiciones de varios conceptos geométricos proporciona información sobre las concepciones de los maestros en formación sobre dichos conceptos y las definiciones matemáticas en general. Los estudiantes, matemáticos y

profesores de matemáticas valoran muchos aspectos diversos y, a veces, conflictivos de las definiciones, tales como: precisión, elegancia matemática, condiciones mínimas, utilidad, claridad y práctica didáctica (Winicki-Landman y Leikin, 2000). Esta investigación se centra en la geometría espacial debido al menor número de investigaciones publicadas en comparación con la geometría plana. En concreto, se centra en definiciones de cuatro conceptos básicos de la geometría espacial que empiezan a trabajarse en 3º de Educación Primaria: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide. Se pretende conocer cómo son las definiciones que proponen los maestros en formación y, además, analizar las definiciones que aparecen en libros de texto de distintas editoriales para ver estudiar cómo pueden haber influido en la formación de los maestros en formación.

Fundamentos teóricos

Esta sección se estructura en tres partes, que constituirán los tres pilares en los que se apoyará la investigación. En primer lugar, se presenta el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele, que le otorga una gran importancia al uso y formulación de definiciones a la hora de caracterizar el nivel de razonamiento geométrico de un estudiante. A continuación, se explica la importancia de las definiciones en matemáticas y en la formación de los maestros y se caracterizan distintos tipos de definiciones. Por último, se muestran las definiciones de los conceptos geométricos de cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide que hacen Gordillo Rojas (2017) y cuatro editoriales de libros de texto de Educación Primaria, así como las condiciones que se considerarán necesarias y suficientes en las definiciones de dichos conceptos.

Niveles de van Hiele

El modelo de van Hiele ayuda a caracterizar cómo el razonamiento geométrico de los alumnos avanza por una serie de niveles (Falconí-Procel, 2021). Los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele están ordenados de la siguiente manera (Vargas Vargas y Gamboa Araya, 2013):

- Nivel 1: Reconocimiento o visualización.
- Nivel 2: Análisis.
- Nivel 3: Deducción informal u orden.
- Nivel 4: Deducción.
- Nivel 5: Rigor.

Según Gutiérrez Rodríguez y Jaime Pastor (1998), podemos decir que un alumno está en un determinado nivel cuando es capaz de desenvolverse en los distintos procesos que lo componen:

- Reconocimiento de tipos de figuras; identificación de sus partes y propiedades.
- Uso de definiciones de conceptos geométricos.
- Formulación de definiciones de conceptos geométricos.
- Clasificación de conceptos y figuras geométricas.
- Demostración de propiedades o enunciados.

El proceso de formulación de definiciones de conceptos geométricos es el foco principal de esta investigación porque es el proceso matemático mediante el cual se producen definiciones. Por tanto, se presenta a continuación cómo se desenvuelve en este proceso el alumnado de cada nivel de van Hiele. Según Gutiérrez Rodríguez y Jaime Pastor (1998), el alumnado perteneciente al nivel 1 solo puede formular definiciones compuestas por descripciones de atributos físicos de la figura observada, como “redonda” o “más larga que ancha” y quizá alguna propiedad matemática básica. Los alumnos que se encuentran en el nivel 2 no comprenden la estructura lógica de las definiciones, es decir, no entienden que las definiciones son conjuntos de propiedades necesarias y suficientes del concepto definido. Por tanto, cuando se pide que definan un concepto cuya definición no han aprendido de memoria, suelen proporcionar una larga lista de propiedades de dicho concepto, sin ser conscientes

de que existen redundancias y algunas propiedades se pueden omitir. O puede que las definiciones no incluyan alguna propiedad necesaria que los alumnos utilizan implícitamente. Los alumnos del nivel 3 pueden establecer relaciones lógicas entre propiedades matemáticas, son capaces de formular definiciones matemáticas. Por lo tanto, al formular una definición, los alumnos intentan no incluir propiedades redundantes, aunque pueden aparecer algunas cuando las relaciones entre las propiedades no consisten en implicaciones de un solo paso. El progreso de los alumnos del nivel 4 con respecto a los del nivel 3 consiste en una mejor comprensión de la estructura lógica de las matemáticas, de modo que los primeros admiten la existencia de varias definiciones de un mismo concepto y pueden demostrar su equivalencia.

La importancia de las definiciones

Molitoris Miller (2018) apunta que “las definiciones matemáticas son una construcción matemática importante que se ha señalado como un tema desafiante tanto para profesores como para estudiantes” (p. 142). Según las propiedades (necesarias, suficientes o mínimas) que una persona utilice a la hora de definir figuras geométricas y la frecuencia con la que aparecen dichas propiedades, podemos saber los tipos de “forma de definición” con los que está más y menos familiarizada. Es aconsejable que una definición matemática presente un conjunto de condiciones necesarias, suficientes y mínimas (Levenson, 2012; Usiskin y Griffin, 2008, entre otros). Sin embargo, no todos los profesores o estudiantes construyen definiciones de esa forma.

Condiciones necesarias

Una definición que contiene condiciones necesarias describe “las propiedades del concepto” (Winicki-Landman y Leikin, 2000, p. 17). Cualquier condición contenida en una definición con condiciones necesarias es una condición que deben cumplir todas las figuras del conjunto (de Villiers et al., 2009).

Condiciones suficientes

Una definición que contiene condiciones suficientes describe “indicaciones del concepto” (Winicki-Landman y Leikin, 2000, p. 17). Si un conjunto de condiciones es suficiente, entonces obtenemos todos los elementos del conjunto siempre que se cumplan dichas condiciones (de Villiers et al., 2009).

Una definición mínima

Una definición que contiene condiciones mínimas no incluye ninguna “propiedad redundante” (de Villiers et al., 2009, p. 196) o “condiciones superfluas” (Usiskin y Griffin, 2008, p. 3).

Una definición correcta

Algunos autores afirman que una definición puede considerarse “correcta” si contiene un conjunto de propiedades necesario y suficiente (de Villiers et al., 2009), mientras que otros autores (por ejemplo, Usiskin y Griffin, 2008) aconsejan que una definición matemática contenga un conjunto de condiciones necesarias, suficientes y mínimas. Además, algunos educadores matemáticos consideran la minimalidad como un aspecto importante de las definiciones matemáticas en un sistema deductivo (de Villiers et al., 2009; Leikin y Winicki-Landman, 2001), mientras que otros cuestionan el valor de una definición elegante con condiciones mínimas en comparación con una más extensa y detallada (Leikin y Winicki-Landman, 2000; Zazkis y Leikin, 2008).

Para aclarar estos conceptos, presentamos tres ejemplos de definición de cuadrado:

- Definición con condiciones necesarias pero insuficientes: paralelogramo de cuatro lados iguales. Esta definición tiene condiciones necesarias porque todos los cuadrados cumplen esas propiedades, pero son insuficientes porque faltan propiedades necesarias que hagan que los rombos no cumplan también la definición.
- Definición mínima con condiciones necesarias, suficientes: paralelogramo cuyos lados son iguales y forman cuatro ángulos rectos. Esta definición tiene condiciones necesarias porque todos los cuadrados cumplen esas propiedades, son suficientes porque no faltan propiedades necesarias y la definición es mínima porque no hay condiciones redundantes.

- Definición con condiciones necesarias y suficientes, pero redundantes (es decir, la definición no es mínima): paralelogramo con cuatro lados iguales y cuatro ángulos iguales que son rectos. Esta definición tiene condiciones necesarias y suficientes porque todos los cuadrados cumplen esas propiedades y no falta ninguna, pero es redundante porque hay una reiteración de la idea de que el cuadrado tiene cuatro lados: “paralelogramo”, “cuatro lados”, “cuatro ángulos”. Además, las condiciones “ángulos iguales” y “ángulos rectos” son equivalentes en este caso, así que se podría omitir una de ellas.

Definiciones de cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide

Esta investigación se va a centrar en la definición de cuatro conceptos: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide. Todos son conceptos que aparecen en el currículo de Educación Primaria, tanto en el segundo ciclo como en el tercero. Tras una búsqueda de dichas definiciones en la literatura y en libros de texto, se presentan definiciones de cada uno de ellos dadas por Gordillo Rojas (2017) y por cuatro editoriales muy populares en España (Anaya, Santillana, SM y Vicens Vives). En primer lugar, se exponen las de Gordillo Rojas (2017):

- Cuerpo geométrico: elemento que ocupa un volumen en el espacio y está compuesto por figuras geométricas (p. 26).
- Poliedros: región encerrada o limitada por polígonos (p. 26).
- Prisma: poliedro que posee dos caras como polígonos iguales y paralelos entre sí, mientras que las demás caras son paralelogramos (p. 27).
- Pirámide: poliedro en el cual una de sus caras es un polígono cualquiera mientras que las demás son triángulos que tienen un vértice común (p. 27).

En el Anexo 1 se recogen las definiciones que hacen algunas editoriales de estos conceptos, que nos interesan porque en un futuro próximo los maestros en formación pueden estar trabajando con sus libros de texto como herramienta en el aula y los maestros deberían ser capaces de analizar las definiciones que allí aparecen. Algunos libros incluyen condiciones superfluas en sus definiciones para ayudar a los estudiantes a deducir otras propiedades de manera más sencilla, como recomiendan Usiskin y Griffin (2008). Sin embargo, las definiciones con conjuntos mínimos de condiciones brindan más oportunidades para un pensamiento matemático superior, particularmente en el contexto de la geometría (Linchevsky et al., 1992). Se van a observar qué definiciones aparecen en los libros de segundo ciclo de Educación Primaria de las editoriales Anaya, Santillana, SM y Vicens Vives, con el objetivo de comparar las definiciones de los maestros en formación con las definiciones de dichas editoriales. La elección de observar solo los libros de texto de segundo ciclo se basa en que es en este ciclo en el que se introducen los términos

Tras una revisión de las definiciones propuestas por los libros de texto mencionados anteriormente y por Gordillo Rojas (2017), se han concretado las condiciones necesarias y suficientes que deben presentar las definiciones de los cuatro conceptos para poder llevar a cabo el análisis de los participantes de esta investigación:

- **Cuerpos geométricos:**
 - Región espacial.
 - Región cerrada.
- **Poliedro:**
 - Cuerpo geométrico (alternativamente, región espacial y región cerrada).
 - Caras poligonales.
- **Prisma:**

Poliedro. Alternativamente, cuerpo geométrico (o región espacial y región cerrada) con caras poligonales.

Dos bases paralelas e iguales.

Todas las caras laterales son paralelogramos.

○ **Pirámide:**

Poliedro. Alternativamente, cuerpo geométrico (o región espacial y región cerrada) con caras poligonales.

Una base.

Caras laterales con forma de triángulo unidos en un vértice común.

Pregunta de investigación

Una vez presentados los fundamentos teóricos de esta investigación, se puede presentar la primera pregunta de investigación: ¿Cómo son las definiciones formuladas por los maestros de Educación Primaria en formación? Para dar respuesta a esta pregunta, se analizaron las definiciones que hacen dichos maestros en formación de cuatro conceptos matemáticos (cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide) en función del tipo de condiciones que incluyen en ellas (necesarias y suficientes). Además, se determinaron si las definiciones son o no correctas. En caso de ser correcta, se especificaron si son mínimas o redundantes.

Tras ello, para dar respuesta a la segunda pregunta de investigación “¿cómo se relacionan las definiciones formuladas por los maestros en formación y las definiciones que aparecen en los libros de texto?”, se analizaron las definiciones presentes en los libros de texto. Se realizó el mismo análisis de dichas definiciones tratando las editoriales como participantes y se comparó los resultados de ambos análisis.

Diseño y metodología

Esta investigación es analítica de carácter cualitativo. A continuación, se presentan los participantes, el instrumento de recogida de datos usado, la recogida de datos y cómo se analizaron dichos datos.

Participantes

Los participantes de esta investigación fueron 32 estudiantes de primer curso del Grado en Educación Primaria de una universidad pública de España. La mayoría tenían entre 18 y 19 años y cursaban una asignatura de matemáticas anual que tiene dos clases a la semana, una teórica de dos horas y otra práctica de una hora. Para la selección de los participantes se utilizó un muestreo no probabilístico, en concreto, se escogió a un grupo de estudiantes de dicha asignatura por conveniencia y se pidieron voluntarios a participar en la investigación. En el momento de la realización de la tarea, este grupo aún no había recibido ninguna formación acerca de geometría espacial en la universidad. Concretamente, habían acabado la parte de la asignatura que trata sobre la geometría plana ese día, justo antes de realizar la tarea.

Instrumento de recogida de datos

El instrumento de recogida de datos consistió en una tarea en la que se pedía a los participantes dar definiciones de cuatro conceptos matemáticos que pueden encontrar con frecuencia en los libros de Educación Primaria: cuerpos geométricos, poliedro, prisma y pirámide. A cada uno de los participantes se le repartió una copia del instrumento en papel y se le pidió que contestase a la pregunta que allí aparecía: “Escribe una definición matemática (que consideres correcta) para cada uno de los siguientes términos: cuerpos geométricos, poliedro, prisma y pirámide”. Se presentó la información de esta forma, sin un espacio concreto para cada una de las definiciones, para que el alumnado tuviera libertad a la hora de formular sus definiciones, sin condicionarles su extensión.

Recogida de datos

En una clase teórica de la asignatura de matemáticas, se informó a los estudiantes de la investigación y se le entregó a cada uno de ellos una hoja de información que incluía en qué consistía la investigación, quiénes eran los investigadores y para qué se usarían los datos si aceptaban participar en la investigación. Tras ello, se repartió el instrumento de recogida de datos junto con copias del consentimiento informado. Antes de comenzar, se dejó claro que todos iban a entregar la tarea realizada, pero que solo se usarían para esta investigación los datos de aquellas personas que firmasen el consentimiento informado. Al recoger las tareas, se separaron en dos grupos dependiendo de si los estudiantes habían accedido voluntariamente a participar en el estudio (y por tanto habían firmado el consentimiento informado) o no. Las tareas y los consentimientos informados de los estudiantes participantes en el estudio se numeraron, de tal manera que a cada par de documentos entregados por un estudiante se les asignó el mismo número, mientras que los documentos que no se usaron en esta investigación se dejaron sin enumerar. Los consentimientos, único sitio donde aparecía el nombre de los estudiantes, permanecieron en poder de la profesora del grupo, que solo entregó a los investigadores una copia de las tareas de aquellos estudiantes que participaron en la investigación.

Análisis de datos

Se clasificaron todas las definiciones dadas por los participantes. Para ello, en primer lugar, se observó si todas las condiciones que aparecían en cada definición eran necesarias. A continuación, se observó si las condiciones de cada definición eran suficientes. Las definiciones que contenían condiciones necesarias y suficientes se clasificaron como correctas y aquellas definiciones en las que aparecía alguna condición que no fuera necesaria o en la que faltara una condición se clasificó como incorrecta. Por último, se estudió si las definiciones correctas eran mínimas o redundantes dependiendo de si había alguna condición que pudiera eliminarse y la definición siguiese siendo correcta.

Tras el análisis de todas las definiciones, se organizaron los resultados obtenidos en cuatro tablas de doble entrada, una para cada concepto. Cada una de las tablas presentaba 6 columnas y 34 filas:

- En la primera columna aparecen los números de los participantes.
- En la segunda columna aparecen las definiciones dadas por los participantes.
- En la tercera columna se recoge si todas las condiciones dadas son necesarias. Si alguna no lo es, se detalla cuál.
- En la cuarta columna aparecen las condiciones que faltan para completar las condiciones suficientes que debe presentar la definición de cada concepto.
- En la quinta columna aparece si la definición dada por dicho participante es correcta o incorrecta. Será correcta si en las dos columnas anteriores se especifica que todas sus condiciones son necesarias y que no falta ninguna condición suficiente. Si alguno de los dos casos no se cumple, la definición será incorrecta. Además, si un participante no ha dado una definición para dicho concepto, aparecerá “-” en esta celda.
- En la sexta columna aparece un “-” si la definición es incorrecta o el participante no ha dado la definición de ese concepto. Si la definición es correcta, en esta columna se clasifica en definición mínima o definición redundante.
- En la primera fila aparece el nombre del concepto definido.
- En la segunda fila aparece la categoría de cada columna: “número de participante”, “definición”, “condiciones necesarias”, “condiciones suficientes”, “definición correcta o incorrecta” y “definición redundante o mínima”.
- Las otras 32 filas presentan los datos aportados por cada participante y el análisis de estos.

Las cuatro tablas creadas, una por cada concepto geométrico definido por los participantes, se encuentran en el Anexo 3. En la Tabla 1 se presenta una fila completa en la que se analiza la definición de “prisma” formulada por el participante número 30.

Tabla 1

Análisis de la descripción de “prisma” formulada por el participante número 30

Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
30	Cuerpo geométrico con 2 caras iguales.	Todas sus condiciones son necesarias	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengas la base”.	Incorrecta	-

Tras la confección de las cuatro tablas, se calcularon los porcentajes de participantes con definiciones correctas, de las causas de una definición incorrecta, de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de “cuerpos geométricos”, “poliedro”, “prisma” y “pirámide” y de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas.

Por último, también se han analizado las definiciones dadas por los libros de texto para dar respuesta a la segunda pregunta de investigación. Las definiciones de los libros de texto se han clasificado en correcta y mínima, correcta y redundante, incorrecta y ausencia de definición. Además, se ha cuantificado el tipo de definición y se han añadido los porcentajes totales y por cada concepto definido. Posteriormente, estos resultados se compararon con los de los participantes.

Resultados

En este apartado se muestran los resultados de esta investigación en la que se abordan las definiciones de cuatro conceptos geométricos: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide.

En primer lugar, presentamos el tipo de definición formulada por cada participante (correcta y mínima, correcta y redundante, o incorrecta). En segundo lugar, se muestran el número y porcentaje de participantes según el número de definiciones correctas y según las causas por las que una definición es incorrecta. En tercer lugar, se muestran el número y porcentaje de ausencias de cada condición suficiente en cada una de las definiciones. Estos resultados sirven para responder a la primera pregunta de investigación.

Tras ello, se incluyen los tipos de definiciones presentes en los libros de texto de los cuatro conceptos definidos junto con el porcentaje de cada tipo de definición calculado sobre el total de las 32 definiciones. Por último, se comparan las definiciones formuladas por los participantes y por los libros de texto para responder a la segunda pregunta de investigación.

Número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas

A continuación, en la Tabla 2 y en la Tabla 3, se exponen los resultados referentes al número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas. La Tabla 2 recoge el tipo de definición formulada por cada participante acerca de cada concepto. La Tabla 3 muestra el número de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas de cada concepto y el porcentaje de cada tipo calculado sobre el total de los 32 participantes.

De esas dos tablas se deduce que el 100% de los participantes han definido de forma incorrecta los conceptos “cuerpos geométricos” y “prisma”. Por otro lado, centrándonos en el concepto de “poliedro”, solo dos de los 32 participantes (un 6,25% del total) han dado una definición correcta y

mínima, un participante (3,12%) ha dado una definición correcta y redundante y 22 participantes (un 68,75%) ha dado una definición incorrecta. Es de destacar que este concepto no ha sido definido por 7 participantes (el 21,88%). Por último, el concepto “prisma” ha sido definido incorrectamente por el 97,87%, mientras que el 3,12% (1 participante) ha dado una definición correcta y redundante.

Otro aspecto que podemos señalar es que las únicas dos definiciones correctas y mínimas, 1 de las 2 definiciones correctas y redundantes y las 7 ausencias de definición pertenecen al concepto “poliedro”. La otra definición correcta y redundante ha sido del concepto “pirámide”. De las definiciones incorrectas, 32 (27,35%) han sido del concepto “cuerpos geométricos”, 22 (18,80%) del concepto “poliedro”, 32 827,35% del concepto “prisma” y 31 (26,50%) del concepto “pirámide”.

Un aspecto para resaltar es que las siete definiciones sin formular han sido del concepto “poliedro”, al mismo tiempo que 3 (75%) de las 4 respuestas correctas ha sido del mismo concepto.

Otro aspecto para resaltar es que ningún participante ha definido correctamente “cuerpos geométricos” o “prisma”.

Por último, destaca el participante (el 3,12%) que ha definido correctamente “pirámide”, que es un tipo de poliedro y de cuerpo geométrico, y ha definido incorrectamente “poliedro”. Al igual que los 3 participantes (9,37%) que han definido de forma correcta el concepto “poliedro”, un tipo de cuerpo geométrico, y han definido mal el propio concepto de “cuerpos geométricos”.

Tabla 2

Tipos de definición dada por cada participante

Nº Participante	Cuerpos Geométricos	Poliedro	Prisma	Pirámide
1	Incorrecta	Mínima	Incorrecta	Incorrecta
2	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
3	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
4	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
5	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
6	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
7	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
8	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
9	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
10	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
11	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Redundante
12	Incorrecta	Mínima	Incorrecta	Incorrecta
13	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
14	Incorrecta	Redundante	Incorrecta	Incorrecta
15	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
16	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
17	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
18	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
19	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
20	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta

Nº Participante	Cuerpos Geométricos	Poliedro	Prisma	Pirámide
21	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
22	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
23	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
24	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
25	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
26	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
27	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
28	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
29	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
30	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta	Incorrecta
31	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta
32	Incorrecta	-	Incorrecta	Incorrecta

Tabla 3

Número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas

	Correcta y mínima	Correcta y redundante	Incorrecta	Ausencia de definición	Total
Cuerpos geométricos	0 (0%)	0 (0%)	32 (100%)	0 (0%)	32 (100%)
Poliedro	2 (6,25%)	1 (3,12%)	22 (68,75%)	7 (21,88%)	32 (100%)
Prisma	0 (0%)	0 (0%)	32 (100%)	0 (0%)	32 (100%)
Pirámide	0 (0%)	1 (3,12%)	31 (96,88%)	0 (0%)	32 (100%)
Total	2	2	117	7	128

Número y porcentaje de participantes según el número de definiciones correctas

En la Tabla 4, se exponen los resultados referentes al número de definiciones correctas que ha dado cada participante, donde podemos observar que el 87,50% de los participantes no han definido correctamente ningún concepto, mientras que el 12,50% definieron bien un solo concepto. Además, se puede comprobar que ningún participante ha definido correctamente dos o más conceptos teniendo en cuenta los criterios seguidos para calificar una definición como correcta.

Tabla 4

Número y porcentaje de participantes con definiciones correctas

	0 correctas	1 correcta	2 correctas	3 correctas	4 correctas
Nº de participantes	28	4	0	0	0
Porcentaje de los 32 participantes	87,50%	12,50%	0%	0%	0%

Número y porcentaje de causas de una definición incorrecta

Una definición es considerada incorrecta cuando presenta al menos una condición no necesaria, es decir, una condición que no cumplen todas las figuras del conjunto y/o no presenta, al menos, una condición suficiente, es decir, una condición que presentan todos los elementos del conjunto. En la Tabla 5 se resume el número de definiciones incorrectas de cada concepto y su porcentaje calculado sobre el total de las 117 definiciones incorrectas construidas por los participantes.

A continuación, en la Tabla 6, se exponen los resultados referentes a las causas por las que una definición es incorrecta. Se observa que las 117 definiciones incorrectas de los cuatro conceptos construidas por los participantes son todas incorrectas porque les falta, al menos, una condición suficiente. Además, algunas de estas definiciones han presentado, al menos, una condición no necesaria. Es el caso del 59,38% de las definiciones incorrectas de “cuerpos geométricos”, del 40,90% de las definiciones incorrectas de “poliedro”, del 59,38% de las definiciones incorrectas de “prisma” y del 77,42% de las definiciones incorrectas de “pirámide”.

Un aspecto para resaltar es que en las 117 definiciones incorrectas falta al menos una condición suficiente, pero solo en 71 (61%) de dichas definiciones tiene, al menos, una condición no necesaria.

Por otro lado, podemos estudiar, dentro de las definiciones incorrectas por cada causa, si es más probable que sean de algún concepto. De la Tabla 7 podemos deducir que, de las definiciones incorrectas por tener, al menos, una condición no necesaria, el 26,76% son del concepto “cuerpos geométricos”, el 26,76% son del concepto “prisma”, el 12,68% son del concepto “poliedro” y el 33,80% son del concepto “pirámide”.

De las definiciones incorrectas por faltar, al menos, una condición suficiente, el 27,35% de ellas son del concepto “cuerpos geométricos”, el 27,35% son del concepto “prisma”, el 18,80% son del concepto “poliedro” y el 26,50% son del concepto “pirámide”.

Tabla 5

Número y porcentaje de definiciones incorrectas de cada concepto

Cuerpos geométricos	Poliedro	Prisma	Pirámide	Total
32 (27,35%)	22 (18,80%)	32 (27,35%)	31 (26,50%)	117 (100%)

Tabla 6

Causas de una definición incorrecta y su porcentaje de definiciones sobre el total de definiciones de cada concepto

	Tiene al menos una condición no necesaria	Falta al menos una condición suficiente	Ambos casos se cumplen	Total
Cuerpos geométricos	19 (59,38%)	32 (100%)	19 (26,76%)	32 (100%)
Poliedro	9 (40,90%)	22 (100%)	9 (12,68%)	22 (100%)
Prisma	19 (59,38%)	32 (100%)	19 (26,76%)	32 (100%)
Pirámide	24 (77,42%)	31 (100%)	24 (33,80%)	31 (100%)

Tabla 7

Causas de una definición incorrecta según su causa y su porcentaje de definiciones sobre el total de definiciones incorrectas por cada causa

	Tiene al menos una condición no necesaria	Falta al menos una condición suficiente	Ambos casos se cumplen
Cuerpos geométricos	19 (26,76%)	32 (27,35%)	19 (26,76%)
Poliedro	9 (12,68%)	22 (18,80%)	9 (12,68%)
Prisma	19 (26,76%)	32 (27,35%)	19 (26,76%)
Pirámide	24 (33,80%)	31 (26,50%)	24 (33,80%)
Total	71 (100%)	117 (100%)	71 (100%)

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de “cuerpos geométricos”

En la Tabla 8, se muestra cuántas veces faltó cada una de las condiciones necesarias en las 32 definiciones de “cuerpos geométricos”. Podemos observar que el 90,63% de las 32 definiciones de “cuerpos geométricos” dadas por los participantes ha sido incorrecta por la falta de la condición “región cerrada” y el 43,75% por la ausencia de la condición “región espacial”.

Tabla 8

Número de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de cuerpos geométricos y su porcentaje calculado sobre el total de 32 definiciones dadas

Región espacial	14 (43,75%)
Región cerrada	29 (90,63%)

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en la definición de “poliedro”

En la Tabla 9, se exponen los resultados referentes al número y porcentaje de ausencias de cada condición en las definiciones de “poliedro”. Podemos observar que el 4,55% de las 32 definiciones de “poliedro” dadas por los participantes ha sido incorrecta por la falta de la condición “región cerrada”, el 4,55% por la ausencia de “región espacial”, el 36,36% por la ausencia de “cuerpo geométrico” y el 95,45% por la ausencia de “caras poligonales”.

Un aspecto para resaltar es que el 60% de los participantes considera que el poliedro es una estructura espacial y cerrada, es decir, un cuerpo geométrico, pero ninguno de ellos considera los cuerpos geométricos como una estructura espacial y cerrada.

Además, el participante n° 28 definió el concepto de poliedro como “es una figura geométrica como en 3D” después de haber definido el concepto de “cuerpos geométricos” como “figuras colocadas en el plano que ocupan un espacio y lugar en este”, es decir, considera que los cuerpos geométricos tienen solo dos dimensiones, mientras que el poliedro, que es un tipo de cuerpo geométrico, sí tiene tres.

Tabla 9

Número de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de poliedro y su porcentaje calculado sobre el total de 32 definiciones

Región espacial	1 (4,55%)
Región cerrada	1 (4,55%)
Cuerpo geométrico	8 (36,36%)
Caras poligonales	21 (95,45%)

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria de la definición de “prisma”

Como se muestra en la Tabla 10, en la que se recogen los resultados relativos al número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria de las 32 definiciones de “prisma” formuladas por los participantes. El 9,38% de las definiciones son incorrectas debido a la ausencia de la condición “región cerrada”, el 50% por la ausencia de caras poligonales, el 34,38% por la ausencia de “poliedro”, el 93,75% por la ausencia de “dos bases paralelas e iguales” y el 96,88% por la ausencia de “todas las caras laterales son paralelogramos”. Las condiciones “región espacial y “cuerpo geométrico” aparecen en todas las definiciones de “prisma”.

Tabla 10

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en las definiciones de prisma

Región espacial	0 (0%)
Región cerrada	3 (9,38%)
Cuerpo geométrico	0 (0%)
Caras poligonales	16 (50%)
Poliedro	11 (34,38%)
Dos bases paralelas e iguales	30 (93,75%)
Todas las caras laterales son paralelogramos	31 (96,88%)

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en la definición de “pirámide”

Observando la Tabla 11, en la que se presentan los resultados obtenidos en relación con el número y porcentaje de ausencias de cada condición en la definición de “pirámide”, obtenemos que el 25,81% de las 32 definiciones de “pirámide” dadas por los participantes ha sido incorrecta por la falta de la condición “región cerrada”, el 58,06% por la ausencia de “caras poligonales”, en el 19,35% por la ausencia de “poliedro”, en el 38,71% por la ausencia de “una base” y en el 96,77% por la ausencia de “caras laterales con forma de triángulo unidas en un vértice común”. Las condiciones “región espacial” y “cuerpo geométrico” han estado presentes en las 32 definiciones.

Un aspecto destacable es que en todas las definiciones de “prisma” y “pirámide” aparecen las condiciones “región espacial” y “cuerpo geométrico”.

En la definición de “cuerpos geométricos”, la condición necesaria que los participantes omitieron con mayor frecuencia fue “región cerrada” (90,63% frente al 43,75% de “región espacial), lo cual tuvo un impacto en las definiciones “prisma y pirámide”, que son dos tipos de cuerpos geométricos. Sin

embargo, no ocurrió lo mismo en la definición de “poliedro”, que también es un tipo de “cuerpo geométrico”, en la que solo 1 participante olvidó dicha condición.

Tabla 11

Número y porcentaje de ausencias de cada condición necesaria en la definición de pirámide

Región espacial	0 (0%)
Región cerrada	8 (25,81%)
Cuerpo geométrico	0 (0%)
Caras poligonales	18 (58,06%)
Poliedro	6 (19,35%)
Una base	12 (38,71%)
Caras laterales con forma de triángulo unidas en un vértice común.	30 (96,77%)

Tipos de definiciones presentes en los libros de texto

Tras analizar las definiciones de los cuatro conceptos que aparecen en los libros de texto (ver Anexo 1), se recogió en la Tabla 12 de qué tipo era cada una de esas definiciones (correcta y mínima, correcta y redundante, incorrecta o sin definición). Tras ello, se contaron cuántas definiciones de cada concepto había de cada tipo y se calcularon los respectivos porcentajes sobre el total de los 8 libros de texto consultados (Tabla 13). Por último, como se ve en la Tabla 14, del total de las definiciones de cada tipo, se contaron cuántas correspondían a cada concepto y se calcularon los respectivos porcentajes.

Como se puede apreciar en la Tabla 13, solo un libro de texto (el 12,50%) ha definido de forma incorrecta el concepto “cuerpos geométricos”, mientras que el resto, 7 (87,50%), no lo han definido. Además, 3 (37,50%) libros de texto han definido de forma correcta y mínima de “poliedro”, mientras que 5 (62,50%) no lo han definido. La mitad de los libros de texto, es decir, 4 de ellos (50%) han dado una definición correcta y mínima de “prisma”, mientras que 1 libro (12,50%) ha dado una correcta y redundante, la única de todas las definiciones, y 3 libros (37,50%) una incorrecta. A pesar del gran porcentaje de definiciones correctas del concepto “prisma”, tan solo 2 (25%) de los libros de texto han dado una definición correcta y mínima de “pirámide”, mientras que 6 (75%) han dado una incorrecta.

En la Tabla 14 se muestra que, de las 9 definiciones correctas y mínimas, 3 (33,33%) han sido de “poliedro”, 4 (44,44%) han sido de “prisma” y 2 (22,22%) han sido de “pirámide”. La única definición correcta y redundante ha sido de “prisma”. Del total de respuestas incorrectas, 1 (9,10%) ha sido de “cuerpos geométricos”, 3 (36,36%) han sido de “prisma” y 6 (54,54%) han sido de “pirámide”. De las 12 definiciones sin formular, 7 (58,30%) han sido de “cuerpos geométricos” y 5 (41,70%) han sido de “poliedro”.

Si comparamos los resultados obtenidos tras el análisis de las definiciones formuladas por los maestros en formación y las formuladas por las distintas editoriales, podemos sacar varias conclusiones. Por un lado, todas las definiciones de “poliedro” dadas por los libros de texto son correctas y dicho concepto ha sido el mejor definido por los participantes. Al igual que los participantes, los libros de texto no han dado una sola definición correcta de “cuerpos geométricos”, siendo de gran relevancia este concepto ya que los otros tres son también “cuerpos geométricos”. Una de las diferencias que destaca sobre el resto es la diferencia de porcentaje de definiciones correctas del concepto “prisma” entre participantes (0%) y libros de texto (62,5%). Estos datos responden a la segunda pregunta de investigación de cómo se relacionan las definiciones formuladas por los maestros en formación y las definiciones que aparecen en los libros de texto.

Tabla 12*Tipo de definición dada por cada libro de texto*

	Cuerpos geométricos	Poliedro	Prisma	Pirámide
Anaya 3°	Incorrecta	Mínima	Mínima	Incorrecta
Anaya 4°	-	Mínima	Redundante	Incorrecta
Santillana 3°	-	-	Incorrecta	Mínima
Santillana 4°	-	-	Mínima	Incorrecta
SM 3°	-	-	Incorrecta	Incorrecta
SM 4°	-	Mínima	Mínima	Mínima
Vicens Vives 3°	-	-	Incorrecta	Incorrecta
Vicens Vives 4°	-	-	Mínima	Incorrecta

Tabla 13*Número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas de cada concepto dadas por los libros de texto*

	Correcta mínima	Correcta redundante	Incorrecta	Ausencia de definición	Total
Cuerpos geométricos	0 (0%)	0 (0%)	1 (12,50%)	7 (87,50%)	8 (100%)
Poliedro	3 (37,50%)	0 (0%)	0 (0%)	5 (62,50%)	8 (100%)
Prisma	4 (50%)	1 (12,50%)	3 (37,50%)	0 (0%)	8 (100%)
Pirámide	2 (25%)	0 (0%)	6 (75%)	0 (0%)	8 (100%)

Tabla 14*Número y porcentaje de definiciones mínimas, redundantes e incorrectas dadas por los libros de texto*

	Correcta mínima	Correcta redundante	Incorrecta	Ausencia de definición
Cuerpos geométricos	0 (0%)	0 (0%)	1 (10%)	7 (58,30%)
Poliedro	3 (33,33%)	0 (0%)	0 (0%)	5 (41,70%)
Prisma	4 (44,44%)	1 (100%)	3 (30%)	0 (0%)
Pirámide	2 (22,22%)	0 (0%)	6 (60%)	0 (0%)
Total	9 (100%)	1 (100%)	10 (100%)	12 (100%)

Discusión, conclusiones, limitaciones e implicaciones

Los resultados de esta investigación muestran cómo los maestros en formación desconocen en general una definición correcta de cuatro conceptos geométricos que se trabajan en Educación Primaria. El hecho de que solo haya 4 definiciones correctas entre las formuladas por los 32 maestros en formación refleja el nivel actual de una generación que ha recibido su formación básica apoyándose principalmente en el libro de texto.

Los libros de texto analizados para extraer las definiciones de los cuatro conceptos pueden ser una de las causas de los resultados de esta investigación. En todos ellos, hay un tema llamado “cuerpos geométricos”, pero solo uno de los ocho libros da una definición de dicho concepto. En ese único libro, aparece la definición “figuras que tienen largo, ancho y alto; es decir, ocupan un lugar en el espacio” (Martínez Montero et al., 2019, p. 71), que es incorrecta porque no menciona la condición “región cerrada”, al igual que hacen el 90,63% de los participantes de esta investigación.

Otro error que aparece en los libros es definir “poliedro” como “cuerpo geométrico...” sin haber definido antes “cuerpo geométrico” o haberlo hecho de forma incorrecta. Este problema está presente en Martín Martín et al. (2019), Martínez Montero et al. (2019) y Peña Romero et al. (2010b). Además, hay que resaltar que los otros cinco libros de texto incluyen los conceptos de “prisma” y “pirámide” sin haber definido antes “poliedro” y “cuerpos geométricos”, incluyendo uno de estos dos últimos conceptos en su definición en muchos casos.

Como podemos observar en la Tabla 14, solo 10 de las 32 definiciones formuladas por los libros de texto son correctas. Si los actuales maestros en formación han cursado una Educación Primaria en base a estos libros u otros similares, es posible que hayan recibido una mala formación que transferirán en un futuro a nuevas generaciones de estudiantes. Este dato refleja lo importante que es formular bien una definición matemática durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues aprender conceptos mal definidos puede derivar en una generación de nuevos docentes con una formación errónea en una o más áreas.

En resumen, los resultados de esta investigación responden a la pregunta de cómo son las definiciones que maestros en formación formulan de distintos conceptos de geometría espacial que se trabajan en Educación Primaria desde 3º curso. Dichas definiciones son incorrectas en su gran mayoría y una comparación con las definiciones que aparecen en los libros de texto muestran muchas similitudes entre ellas. Esta comparación responde a la pregunta de cómo se relacionan las definiciones formuladas por los maestros en formación y las definiciones que aparecen en los libros de texto, pues hace pensar que parte del problema esté causado por la mala redacción de los libros de texto.

Si comparamos los resultados de esta investigación con los de Molitoris Miller (2018), quien analizó las definiciones de cuadriláteros formuladas por maestros en formación, observamos que son muy diferentes. Esa investigación acerca de conceptos de la geometría plana tiene un 34% de definiciones correctas, mientras que la investigación sobre geometría espacial presenta tan solo un 3,12%. Este dato puede ser consecuencia directa del tiempo dedicado en las aulas a cada área de la geometría, a la familiaridad de los conceptos y a la presencia de definiciones incorrectas en los libros de texto. Podemos comprobar cómo, en la geometría plana, empezar explicando el término polígono ayuda en un futuro a entender mejor sus distintos tipos. Sin embargo, en geometría espacial, se suele empezar, como evidencian los libros de texto anteriormente citados, por conceptos de una jerarquía menor sin explicar realmente lo que son. Mencionamos aquí un ejemplo muy claro en geometría plana. Para explicar cuadrado, los libros de texto explican primero lo que es un polígono, después lo que es un cuadrilátero, después lo que es un paralelogramo y por último lo que es un cuadrado. Sin embargo, en geometría espacial, explican primero qué es un prisma y qué es una pirámide, sin haber explicado anteriormente en la mayoría de las ocasiones qué es un poliedro y qué es un cuerpo geométrico. Al comparar los resultados con los obtenidos por Avcu (2022), también observamos diferencias, pues como él indica, la mitad de todas las definiciones construidas por sus participantes eran correctas.

Los resultados de esta investigación tienen en común con los de Avcu (2022) y Molitoris Miller (2018) que las definiciones formuladas correctamente están repartidas desproporcionalmente entre los conceptos, obteniendo como resultado que los participantes definen mejor unos conceptos que otros. En Molitoris Miller (2018), los conceptos mejor definidos fueron los de mayor relevancia desde Educación Primaria, como “paralelogramo” y “rombo”. Los peores definidos fueron aquellos conceptos como “cometa” (o deltoide), que se trabajan en Educación Primaria, pero durante menos tiempo porque tienen una menor presencia en el currículo y en los libros de texto. Algo similar ocurre en esta investigación. Mientras que los conceptos de “prisma” y “pirámide” fueron definidos correctamente por al menos un participante, los conceptos de “poliedro” y “cuerpos geométricos” no fueron definidos correctamente ninguna vez. Por tanto, se hace necesario mejorar la enseñanza de la geometría espacial antes de la universidad porque, aunque en muchas ocasiones sea el último tema de los libros de texto, es igual de importante que el resto de las áreas de las matemáticas. Hasta que eso ocurra, es necesario que haya enseñanza de la geometría espacial, y de contenidos matemáticos en general, en el Grado de Educación Primaria.

Antes de terminar, nos gustaría señalar que una de las limitaciones que se han encontrado es la dificultad para encontrar participantes. Un mayor número, y más heterogéneo, hubiera aportado más fiabilidad a los resultados obtenidos. En cualquier caso, este es un estudio exploratorio que puede completarse con adicionales tomas de datos y análisis. Otra posible investigación figura sería analizar más en profundidad si la redacción de los libros de texto es realmente la gran culpable de la gran cantidad de definiciones incorrectas o si estas pueden deberse a otras causas.

Referencias bibliográficas

- Almodóvar Herráiz, J. A., García Atance, P., y Hervás Alonso, I. (2015). *Matemáticas. 4 Primaria. Andalucía*. Santillana.
- Avcu, R. (2022). *Pre-service middle school mathematics teachers' personal concept definitions of special quadrilaterals*. *Mathematics Education Research Journal*. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00412-2>
- Barrantes López, M. (1998). *La Geometría y la formación del profesorado en primaria y secundaria*. Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones.
- De Villiers, M., Govender, R., y Patterson, N. (2009). Defining in geometry. En T. V. Craine, y R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world* (pp. 189–203). National Council of Teachers of Mathematics.
- García Atance, P. Almodóvar Herráiz, J. A., Valera Estévez, J. M., Rodríguez Pecharromán, M., Pérez Saavedra, C., y Agreda Yecora, J. L. (2015). *Matemáticas. 3 Primaria. Andalucía*. Santillana.
- Gavilán Izquierdo, J. M., Sánchez-Matamoros, G., y Escudero, I. (2014). Aprender a definir en matemáticas: Estudio desde una perspectiva sociocultural. *Enseñanza de las ciencias*, 32(3), 529-550.
- Gordillo Rojas, J. A. (2017). Uso de las TIC y su incidencia en el aprendizaje de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos en los estudiantes del décimo año de educación general básica de la unidad educativa Fiscomisional San Francisco de la ciudad de Ibarra, periodo 2015-2016. Propuesta alternativa [Tesis de pregrado, Universidad Técnica del Norte]. Recuperado de <http://repositorio.utn.edu.ec/handle/123456789/6710>
- Gutiérrez Rodríguez, Á., y Jaime Pastor, A. (1998). Sobre la evaluación de los niveles de razonamiento de van Hiele. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20, 27-46.
- Falconí-Procel, X. (2021). *Modelo de Van Hiele y su utilización para la enseñanza de la geometría*. Universidad Católica de Cuenca.
- Fraile Martín, J. (2008). *Matemáticas. 3º curso Educación Primaria, Segundo Ciclo*. Vicens Vives.

- Fraile Martín, J. (2009). *Matemáticas. 4º curso, Segundo Ciclo*. Vicens Vives.
- Levenson, E. (2012). Teachers' knowledge of the nature of definitions: The case of the zero exponent. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 209-219.
- Leikin, R., y Winicki-Landman, G. (2001). Defining as a vehicle for professional development of secondary school mathematics teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 3, 62-73.
- Linchevsky, L., Vinner, S., y Karsenty, R. (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry. En W. Geeslin, y K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 48-55).
- Martín Martín, P., y Gómez Quesada, J. M. (2019). *Matemáticas. 4 Primaria*. Anaya.
- Martínez Montero, J., de la Rosa Sánchez, J. M., y Sánchez Cortés, C. (2019). *Matemáticas. 3 Primaria*. Anaya.
- Molitoris Miller, S. (2018). An analysis of the form and content of quadrilateral definitions composed by novice pre-service teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 50, 142-154.
- Peña Romero, M., Aranzubía Ruiz, V., y Santaolalla Pascual, E. (2010a). *Matemáticas 3: Primaria*. SM.
- Peña Romero, M., Aranzubía Ruiz, V., y Santaolalla Pascual, E. (2010b). *Matemáticas 4: Primaria*. SM.
- Usiskin, Z., y Griffin, J. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study of definition*. Information Age Publishing.
- Vargas Vargas, G., y Gamboa Araya, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 27(1), 74-94.
- Winicki-Landman, G., y Leikin, R. (2000). On equivalent and non-equivalent definitions: Part 1. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 17-21.
- Zazkis, R., y Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 131-148.

Anexos

Anexo 1. Definiciones de distintas editoriales de cuatro conceptos geométricos: cuerpo geométrico, poliedro, prisma y pirámide

Anaya 3º Primaria

- Cuerpo geométrico: figuras que tienen largo, ancho y alto; es decir, ocupan un lugar en el espacio.
- Poliedro: cuerpo geométrico limitado por superficies planas.
- Prisma: poliedro con dos bases iguales cuyas caras laterales son paralelogramos.
- Pirámide: poliedro con una base cuyas caras laterales son triángulos.

Anaya 4º Primaria

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: cuerpos geométricos que tienen todas sus caras planas.
- Prisma: poliedro que tiene dos bases paralelas iguales y varias caras laterales que son paralelogramos.
- Pirámide: poliedro que tiene una base y varias caras laterales que son triángulos.

Santillana 3º Primaria

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Prisma: cuerpo geométrico que tiene todas sus superficies planas. Tienen dos bases que son polígonos iguales, y varias caras laterales, que son cuadriláteros.
- Pirámide: cuerpo geométrico que tiene todas sus superficies planas. Tiene una base que es un polígono, y varias caras laterales, que son triángulos unidos por un vértice en común.

Santillana 4º Primaria:

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Prisma: cuerpo geométrico cuyas caras son todas polígonos. Tienen dos bases iguales. Las caras laterales son paralelogramos.
- Pirámide: cuerpo geométrico cuyas caras son todas polígonos. Tiene una sola base. Las caras laterales son triángulos.

SM 3º Primaria

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Prisma: cuerpo geométrico con dos bases iguales y varias caras laterales que son polígonos.
- Pirámide: tienen una sola base y sus caras laterales son triángulos que se unen en un vértice.

SM 4º Primaria

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: cuerpos geométricos cuyas caras son polígonos.
- Prisma: poliedro formado por dos polígonos iguales que son las bases, y varias caras laterales que son paralelogramos.

- Pirámide: poliedro formado por una sola base que es un polígono, y varias caras laterales que son triángulos. Estas caras se juntan en un vértice llamado cúspide.

Vicens Vives 3º Primaria

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Prisma: tienen todas sus caras planas. Tienen dos bases que son polígonos iguales. Las otras son cuadriláteros y se llaman caras laterales.
- Pirámide: sus elementos son los vértices, las aristas, las caras laterales y la base. Las caras laterales siempre son triángulos.

Vicens Vives 4º Primaria:

- Cuerpo geométrico: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Poliedro: el libro no incluye una definición de este concepto.
- Prisma: cuerpos geométricos limitados por superficies planas. Las dos bases son iguales y todas las caras laterales son paralelogramos.
- Pirámide: limitada por superficies planas, sus caras laterales son triángulos y tiene una sola base que es un polígono.

Anexo 2. Instrumento de recogida de datos

Escribe una correcta definición matemática para cada uno de los siguientes términos:

Cuerpos geométricos.

Poliedro.

Prisma.

Pirámide.

Anexo 3. Tablas de resultados obtenidos tras el análisis de los datos

Cuerpos geométricos					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
1	Es todo objeto que tiene tres dimensiones.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
2	Conjunto de figuras que tienen 3 dimensiones, ocupando espacio y volumen.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
3	Objetos cerrados de distintas formas geométricas con distinta angulación.	Incluye la condición necesaria de “cerrado”, pero “con distinta angulación” es innecesarias.	Una condición que falta es: “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
4	Figura plana que tiene área y perímetro.	No es una condición necesaria: “figura plana” o “tiene perímetro”.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
5	Figura con dimensión espacial.	Todas sus condiciones son necesarias si aceptamos que “con dimensión espacial” se refiere a que es tridimensional/tiene volumen.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
6	Figuras que sirven para representar algo.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
7	Figura que se encuentra en un plano y cuenta con vértices, aristas y dimensiones.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
8	Figura cerrada que contiene lados y ángulos.	No es una condición necesaria: “contiene lados y ángulos”.	Una condición que falta es: “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
9	Figuras que contienen forma, volumen, consta de varias caras, y está en tres dimensiones.	No es una condición necesaria: “consta de varias caras”.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-

Cuerpos geométricos					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
10	Multitud de diferentes figuras y en un área cerrada, como, por ejemplo: un cuadrado o un triángulo.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
11	Cuerpos con forma geométricas que ocupan un lugar en el espacio.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
12	Conjunto de figuras que tienen tres dimensiones.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
13	Figuras que tiene caras y poseen tres dimensiones: altura, anchura y longitud.	No es una condición necesaria: “tiene caras”.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
14	Son un conjunto de figuras que tienen anchura, longitud y altura, es decir, tienen tres dimensiones.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
15	Cualquier figura que contenga 3 dimensiones, base, altura y profundidad.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
16	Figuras con tres dimensiones, donde se puede calcular el perímetro, el área y el volumen.	No es una condición necesaria: “donde se puede calcular el perímetro”.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
17	Estructuras cerradas con diferentes tipos de ángulos.	No es una condición necesaria: “con diferentes tipos de ángulos”.	Una condición que falta es: “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
18	Figura tridimensional en la que se puede apreciar el largo, alto y ancho.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
19	Figura con lados, vértices y ángulos.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
20	Figuras con caras, aristas y vértices, de diferentes formas.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
21	Figuras que representan distintas formas geométricas.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-

Cuerpos geométricos					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
22	Figura con volumen.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
23	Polígono que posee volumen.	No es una condición necesaria: “Polígono”.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “es una región del espacio o figura”.	Incorrecta.	-
24	Figura con volumen.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
25	Figura con volumen, lados, ángulos, caras.	No es una condición necesaria: “con lados, ángulos, caras”.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
26	Figuras tridimensionales en las cuáles de pueden medir su volumen, área y perímetro.	No es una condición necesaria: “pueden medir su perímetro”.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
27	Figura con una serie de dimensiones.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen” ya que al decir “una serie de dimensiones” pueden ser 2 y estaríamos hablando de figura plana.	Incorrecta.	-
28	Figuras colocadas en el plano que ocupan un espacio y lugar en este.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
29	Cuerpos que tienen volumen.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
30	Figuras geométricas con gran variedad de formas.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados” y otra es “tienen volumen”.	Incorrecta.	-
31	Cuerpo que tiene volumen, tres dimensiones.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-
32	Objetos que podemos observar en 3D.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “son cerrados”.	Incorrecta.	-

Poliedro					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
1	Es un cuerpo geométrico que tiene todas sus caras planas.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “sus caras son poligonales”, pero se puede deducir del hecho de que “todas sus caras son planas”. En efecto, si una cara no tuviera forma de polígono, pero fuera plana, alguna de las otras caras sería curva.	Correcta.	Mínima.
2	Cuerpos geométricos planos.	No es una condición necesaria: “planos”.	Una condición que falta es: “sus caras son poligonales”.	Incorrecta.	-
3	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-
5	Figura geométrica de 4 caras o más.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” u otra condición equivalente a esa. Otra condición que falta es “cuyas caras son polígonos” o “limitado por superficies planas”	Incorrecta.	-
6	Es un tipo de figura geométrica.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” (o equivalente) y otra es “cuyas caras son polígonos” (o equivalente).	Incorrecta.	-
7	Cuerpo geométrico.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos” (o equivalente).	Incorrecta.	-
8	-	-	-	-	-
9	Cuerpo geométrico de determinadas caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
10	-	-	-	-	-
11	Cuerpo geométrico con caras planas.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “todas sus caras”. Esta definición incluye al cilindro.	Incorrecta.	-

Poliedro					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
12	Cuerpo geométrico que tiene planas sus caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “sus caras son poligonales”, pero se puede deducir del hecho de que “todas sus caras son planas”. En efecto, si una cara no tuviera forma de polígono, pero fuera plana, alguna de las otras caras sería curva.	Correcta	Mínima.
13	Figuras con caras planas.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico”.	Incorrecta.	-
14	Es un cuerpo geométrico que tiene planas sus caras y su volumen es finito.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “sus caras son poligonales”, pero se puede deducir del hecho de que “todas sus caras son planas”. En efecto, si una cara no tuviera forma de polígono, pero fuera plana, alguna de las otras caras sería curva.	Correcta	Redundante porque todo cuerpo geométrico tiene volumen finito.
15	Figura con muchas caras.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” y otra es “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
16	Es como se clasifica las diferentes figuras geométricas. Estas figuras tienen que estar cerradas por todas partes.	No es una condición necesaria: “Es como se clasifica las diferentes figuras geométricas”.	Una condición que falta es “tienen volumen” y otra es “sus caras son poligonales”.	Incorrecta.	-
17	-	-	-	-	-
18	Cuerpo geométrico que posee múltiples caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “caras poligonales/planas”	Incorrecta.	-
19	Cuerpo geométrico que consta de varios lados.	No es una condición necesaria: “que consta de varios lados”.	Una condición que falta es: “cuyas caras son poligonales”.	Incorrecta.	-

Poliedro					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
20	Figura geométrica de varias caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuerpo geométrico” y otra es “cuyas caras son poligonales”.	Incorrecta.	-
21	Una figura geométrica de muchos lados.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” y otra es “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
22	Es un cuerpo geométrico que tiene caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
23	Cuerpo geométrico que posee varias caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
24	Figura cuadrangular o rectangular sin volumen.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” y otra es “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
25	Es un cuerpo geométrico con muchas caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
26	Es un cuerpo geométrico en forma de polígono con muchas caras.	No es una condición necesaria: “en forma de polígono”.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
27	Cuerpo geométrico cuyos lados cierran un volumen determinado	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
28	Es una figura geométrica como en 3D	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cerrada” y otra es “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
29	Tiene dos caras	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un cuerpo geométrico” y otra es “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-
30	Cuerpo geométrico con dos o más caras.	No es una condición necesaria: “con dos o más caras”.	Una condición que falta es: “cuyas caras son polígonos”.	Incorrecta.	-

Poliedro					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
31	-	-	-	-	-
32	-	-	-	-	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
1	Es un cuerpo geométrico formado por dos caras planas, paralelas e iguales y tantas caras rectangulares como lados tengan.	No es una condición necesaria: “caras rectangulares”, está definiendo solo los prismas rectos.	Donde aparece “rectangulares”, debería decir “con forma de paralelogramo”	Incorrecta.	-
2	Figuras formadas por varias caras, lados paralelos.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
3	Objeto o figura geométrica con dos bases y una figura de altura redonda que complete los 360°.	No es una condición necesaria: “con una figura de altura redonda que complete los 360°”.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “las dos bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
4	Cuerpo geométrico que varía su forma según su base.	Todas son necesarias.	Una condición que falta es “con todas sus caras poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
5	Figura geométrica de 4 lados/ caras o más regular.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
6	Es un tipo de poliedro que tiene 6 caras.	No es una condición necesaria: “que tiene 6 caras”.	Una condición que falta es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma	Incorrecta.	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
			de paralelogramo como lados tengan las bases”.		
7	Es un cuerpo geométrico que puede tener diferentes bases y cuenta con un vértice. Puede tener 1 o 2 bases.	No es una condición necesaria “cuenta con un vértice” ni “puede tener 1 o 2 bases”.	Una condición que falta es “con todas sus caras poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
8	Figura geométrica con volumen y de base un cuerpo geométrico.	No es una condición necesaria: “y de base un cuerpo geométrico”.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
9	Figura de determinadas formas y, por tanto, distintas caras y vértices.	No tiene condiciones necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
10	Es una figura geométrica con volumen y puede tener diferentes lados.	No es una condición necesaria: “puede tener diferentes lados”.	Una condición que falta es “es cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
11	Poliedro con caras iguales y planas, que además son paralelas. Las caras laterales son paralelogramos.	Todas sus condiciones son necesarias.	Le faltaría especificar que hay SOLO DOS caras iguales y planas.	Incorrecta	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
12	Cuerpo geométrico que tiene dos bases iguales y tantas caras según la base.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
13	Cuerpo geométrico que tiene dos bases iguales y tantas caras según la base. Tiene aristas que unen a estas entre sí.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
14	Es un cuerpo geométrico que tiene dos bases y tantas caras como lados tiene la base.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son polígonos”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “sus caras laterales tienen forma de paralelogramo”.	Incorrecta.	-
15	Figura geométrica compuesta por dos bases que pueden ser pentágonos, hexágonos, ... unidos por un punto.	No es una condición necesaria: “unidos por un punto”.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
16	Es un cuerpo geométrico que tiene 2 bases de la misma figura geométrica o plana y tiene una altura.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son polígonos”, otra es “tiene dos bases paralelas” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
17	Cuerpo geométrico con varios ángulos agudos.	No es una condición necesaria: “con varios ángulos agudos”.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con	Incorrecta.	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
18	Cuerpo geométrico que posee dos bases y cinco caras mínimo.	Todas sus condiciones son necesarias.	forma de paralelogramo como lados tengan las bases”. Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
19	Cuerpo geométrico.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
20	Figura geométrica con caras y aristas y base y altura.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
21	Una figura geométrica representada en 3D.	No es una condición necesaria: “representada en”.	Una condición que falta es “es cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
22	Es un poliedro con 6 caras rectangulares.	No es una condición necesaria: “con 6 caras rectangulares”.	Una condición que falta es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
23	Poliedro con 6 caras rectangulares.	No es una condición necesaria: “con 6 caras rectangulares”.	Una condición que falta es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
24	Figura con volumen con dos bases de cualquier forma.	No es una condición necesaria: “de cualquier forma”.	Una condición que falta es “está cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
25	Cuerpo geométrico con 2 bases (que pueden ser pentágonos, hexágonos...), lados, caras.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
26	Cuerpo geométrico que tiene dos caras o bases en forma de polígono.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
27	Cuerpo que tiene dos bases.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
28	Se compone con dos caras iguales y paralelas.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “es un poliedro” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de	Incorrecta.	-

Prisma					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición redundante o mínima
29	Su nombre está relacionado con las caras que tenga la base, y sus lados son paralelos.	No tiene condiciones necesarias porque no es cierto que todos los lados sean paralelos.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
30	Cuerpo geométrico con 2 caras iguales.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
31	Su nombre depende de las caras de la base. Tiene 2 bases. Y los lados son 4 y son paralelogramos.	No es una condición necesaria “su nombre depende de las caras de la base” ni “y los lados son 4 y son paralelogramos”.	Una condición que falta es “es un poliedro”, otra es “sus bases son paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-
32	Es un cuerpo geométrico formado por polígonos regulares.	No es una condición necesaria que los polígonos sean regulares.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene dos bases paralelas e iguales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de paralelogramo como lados tengan las bases”.	Incorrecta.	-

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
1	Es un cuerpo geométrico con una base formada por cualquier figura y caras según los lados que tenga esa figura.	No es una condición necesaria: “base formada por cualquier figura”.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
2	Tiene una sola base que puede ser una figura geométrica cualquiera excepto un círculo y caras según los lados que tenga esa figura.	No es una condición necesaria: “puede ser una figura geométrica cualquiera excepto un círculo”.	Una condición que falta es “es un poliedro” y otra es “sus caras laterales tienen forma de triángulo y están unidas en un vértice común”.	Incorrecta.	-
3	Objeto o figura geométrica de 5 lados. El lado que se encuentra abajo es la base y es un cuadrado. Los 4 lados restantes son 4 triángulos. Posee forma y es tridimensional.	No es una condición necesaria “de 5 lados”, ni “El lado que se encuentra abajo es la base y es un cuadrado” ni “Los 4 lados restantes”.	Una condición que falta es “está cerrada”, otra es “sus caras con poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
4	Es un cuerpo geométrico y tiene todas sus caras iguales.	No es una condición necesaria: “tiene todas sus caras iguales”.	Una condición que falta es “sus caras son poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
5	Figura geométrica cuya base sostiene caras triangulares y terminan en un vértice común.	No es una condición necesaria: “cuya base sostiene caras”.	Una condición que falta es “está cerrada”.	Incorrecta.	-
6	Es un tipo de poliedro que tiene 5 caras.	No es una condición necesaria: “que tiene 5 caras”	Una condición que falta es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de	Incorrecta.	-

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
7	Cuerpo geométrico con una base y un vértice.	No es una condición necesaria: “con un vértice”.	Una condición que falta es “sus caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
8	Figura geométrica con un vértice superior y una base poligonal.	No es una condición necesaria: “vértice superior”.	Una condición que falta es “cerrada” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
9	Triángulos que se unen en un solo vértice formando una figura.	Todas sus condiciones son necesarias, pero están mal expresadas.	Una condición que falta es “poliedro”, otra es “con una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales como lados tenga la base”.	Incorrecta.	-
10	Está formada por 2 triángulos unidos, de manera que le den un volumen tridimensional. Es como un cono, pero con los lados de 90°.	No es una condición necesaria “Está formada por 2 triángulos unidos” ni “Es como un cono, pero con los lados de 90°”.	Una condición que falta es “está cerrada”, otra es “sus caras son poligonales”, otra es “con una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales como lados tenga la base”.	Incorrecta.	-
11	Poliedro con caras laterales con forma de triángulo que se juntan en un vértice común, y tiene una base plana.	Todas sus condiciones son necesarias.		Correcta.	Redundante porque un poliedro tiene sus caras planas, incluida la base.

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
12	Cuerpo geométrico que tiene un vértice y tantas caras según su base.	No es una condición necesaria “tiene un vértice” ni “tantas caras según su base”.	Una condición que falta es “sus caras son poligonales”, otra es “con una sola base” y otra es “sus caras laterales tienen forma de triángulo”.	Incorrecta.	-
13	Cuerpo geométrico que tiene una única base y acaba en vértice, teniendo tantas caras como lados tiene la base. Tiene aristas que unen estas entre sí.	No es una condición necesaria “acaba en vértice”, “teniendo tantas caras como lados tiene la base” ni “tiene aristas que unen estas entre sí”.	Una condición que falta es “sus caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales en forma de triángulo como lados tenga la base unidas en un vértice común”.	Incorrecta.	-
14	Cuerpo geométrico que tiene una base, acaba en vértice y tiene tantas caras como lados tiene su base.	No es una condición necesaria “acaba en vértice” ni “teniendo tantas caras como lados tiene la base”.	Una condición que falta es “sus caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales en forma de triángulo como lados tenga la base unidas en un vértice común”.	Incorrecta.	-
15	Figura compuesta por una base geométrica y triángulos unidos en un punto.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “poliedro” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
16	Es un cuerpo geométrico que tiene una base y acaba en punta.	Todas sus condiciones son necesarias, pero la condición “acaba en punta” no usa lenguaje matemático, sino coloquial.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
17	Figura geométrica de ángulos agudos que forman 4 triángulos conectados,	No es una condición necesaria: “de ángulos agudos que forman 4 triángulos conectados”.	Una condición que falta es “cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de	Incorrecta.	-

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
	formando una estructura tridimensional.		triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.		
18	Cuerpo geométrico que posee una base y tres caras.	No es una condición necesaria: “que posee tres caras”, debería decir “al menos tres caras laterales”.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
19	Cuerpo geométrico con 3 dimensiones.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
20	Figura geométrica con caras, base y altura.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es “cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
21	La unión de 2 triángulos formando una figura 3D.	No es una condición necesaria: “La unión de 2 triángulos”.	Una condición que falta es “cerrada”, otra es “cuyas caras son poligonales”, otra es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta	-

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
22	Es un poliedro con 3 o más caras triangulares y una base.	Todas sus condiciones son necesarias.	Realmente habría que añadir que todas las caras laterales se unen en un punto porque, con esta definición, un octaedro o un icosaedro podría ser una pirámide, simplemente tendría que elegir una cara a la que llamar "base"	Incorrecta.	-
23	Poliedro con 3 caras triangulares y una base.	No es una condición necesaria: "con 3 caras".	Una condición que falta es: "tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común".	Incorrecta.	-
24	Figura con volumen de una sola base que puede ser cuadrada, redonda o triangular	No es una condición necesaria "base que puede ser cuadrada, redonda o triangular"	Una condición que falta es "cerrada", otra es "cuyas caras son poligonales" y otra es "tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común".	Incorrecta.	-
25	Cuerpo geométrico con una base (pentágono, hexágono, ...) y una cara.	No es una condición necesaria: "con una cara".	Una condición que falta es "cuyas caras son poligonales" y otra es "tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común".	Incorrecta.	-
26	Cuerpo geométrico que tiene una sola base y todas sus caras en forma de triángulo.	No es una condición necesaria: "todas sus caras en forma de triángulo".	Una condición que falta es: "tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común".	Incorrecta.	-
27	Cuerpo con una base y cuyos lados se unen en un punto arriba de la figura.	Todas sus condiciones son necesarias.	Una condición que falta es "poliedro" y otra es "tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la	Incorrecta.	-

Pirámide					
Nº de participante	Definición	Condiciones necesarias	Condiciones suficientes	Definición correcta o incorrecta	Definición mínima o redundante
28	Es un poliedro en forma de triángulo, con 3 caras.	No es una condición necesaria “en forma de triángulo” ni “con 3 caras”.	base, unidos en un vértice común”. Una condición que falta es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
29	Tiene una única base que puede ser cualquier figura geométrica cuyos lados se unen en un único punto.	No es una condición necesaria: “cuyos lados se unen en un único punto”. Ni “puede ser cualquier figura geométrica”.	Una condición que falta es “poliedro” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
30	Cuerpo geométrico con una base y tres caras triangulares iguales.	No es una condición necesaria: “con tres caras triangulares iguales”.	Una condición que falta es “cuyas caras son poligonales” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
31	Tiene una base, es un triángulo con volumen. La base suele ser cuadrada.	No es una condición necesaria “es un triángulo con volumen” ni “la base suele ser cuadrada”.	Una condición que falta es “es un poliedro”, y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-
32	Es un cuerpo geométrico formado por triángulos en sus caras y una base cuadrada.	No es una condición necesaria: “y una base cuadrada”. Y está mal expresada la condición “triángulos en sus caras”	Una condición que falta es “tiene una sola base” y otra es “tiene tantas caras laterales con forma de triángulo, como lados tenga la base, unidos en un vértice común”.	Incorrecta.	-