



TRABAJO FIN DE GRADO

**ANÁLISIS DE LOS NIVELES DE VAN HIELE SOBRE
CUADRILÁTEROS Y TRIÁNGULOS EN ALUMNOS DE
SEXTO DE PRIMARIA**

Facultad Ciencias de la Educación

Grado en Educación Primaria

Mención: Educación Especial

Autora: María Roldán Ibáñez

Tutor: José María Gavilán Izquierdo

Departamento: Didáctica de las Matemáticas

Curso: 2018/2019

ÍNDICE

RESUMEN	3
1. INTRODUCCIÓN	4
2. MARCO TEÓRICO	6
2.1 El Modelo de van Hiele	6
2.2 Descripción del modelo de van Hiele.....	7
a) Procesos de razonamiento	7
b) Niveles de razonamiento	8
c) Características de los niveles.....	13
d) Las fases de aprendizaje.....	15
3. METODOLOGÍA.....	18
3.1 Participantes	18
3.2 Cuestionario.....	19
4. ANÁLISIS	23
4.1 Procedimiento de análisis	23
4.2 Ejemplo de análisis sobre un cuestionario.....	23
5. RESULTADOS	27
6. CONCLUSIONES.....	59

RESUMEN

El modelo de van Hiele explica cómo evoluciona el razonamiento geométrico en el alumnado (niveles de razonamiento) y el procedimiento que los profesores pueden aplicar para que se produzca una mejora en la calidad del razonamiento (fases del aprendizaje). Este estudio se realiza con el objetivo de investigar en qué niveles de van Hiele, con respecto a cuadriláteros y triángulos, se sitúan estudiantes del sexto curso de Educación Primaria. El instrumento utilizado ha sido un cuestionario formado por once preguntas en las cuales han identificado, clasificado y relacionado distintas figuras geométricas en función a sus propiedades. Tras el análisis, se ha obtenido como resultado que la mayoría de los participantes se encuentran mayoritariamente en el nivel inferior (nivel 1).

Palabras clave: niveles de van Hiele, figuras geométricas, clasificación exclusiva, clasificación inclusiva, léxico matemático.

1. INTRODUCCIÓN

Según el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria, las matemáticas son una ciencia con gran importancia y utilidad, no solo en el ámbito académico, sino para la vida cotidiana ya que mejora las capacidades cognitivas de los estudiantes. Esta área está dividida en cinco bloques; sin embargo, nos centramos en aquel que hace referencia a la enseñanza de la geometría. En su proceso de enseñanza-aprendizaje, el alumnado tendrá que clasificar, analizar las propiedades, describir, construir y establecer relaciones entre las figuras geométricas planteadas. Para conseguirlo, es necesario que los estudiantes manipulen materiales, como geoplanos o tramas de puntos y realicen construcciones o plegados para que interioricen correctamente el concepto y suponga un aprendizaje significativo (Real Decreto 1513/2006, 2006).

El objetivo que el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria plantea, se centra en “identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción” (Real Decreto 1513/2006, 2006, p. 43097).

El Real Decreto redacta una serie de contenidos sobre geometría para la etapa de Educación primaria, a través de los cuales aprenderán los elementos, relaciones y clasificación de las figuras planas; concretamente de los triángulos, según sus lados y ángulos; de cuadriláteros, atendiendo al paralelismo de sus lados y de los paralelepípedos; además de la concavidad y convexidad de figuras planas; la identificación de polígonos según el número de lados; el perímetro y área; los elementos básicos de la circunferencia y círculo (centro, radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y sector circular); los elementos de los poliedros (vértices, caras, aristas) y su tipología; y los cuerpos redondos (cono, cilindro y esfera) (Real Decreto 126/2014, 2014).

Además, realiza una concreción de dichos contenidos por ciclos. Concretamente, en el primero, los alumnos aprenderán a identificar las figuras planas y sus elementos; describir la forma de los cuerpos geométricos usando un léxico básico; comparar y clasificar las figuras en base a distintos criterios; formar figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras, usando la composición y descomposición. En el segundo ciclo, los estudiantes tienen que identificar las figuras planas y espaciales que aparecen en la vida cotidiana;

clasificar los polígonos según sus lados y vértices; conocer la circunferencia y el círculo, y los cuerpos geométricos (cubos, esferas, prismas, pirámides y cilindros), en función a sus aristas y caras; describir los objetos con un léxico básico; construir figuras geométricas planas a partir de datos y el desarrollo de cuerpos geométricos; comparar y clasificar figuras a partir de criterios dados y ángulos. En el tercer ciclo, los alumnos ya son capaces de establecer relaciones entre los lados y ángulos de los triángulos; componen figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras, a través de composición y descomposición y, poseen mayor interés por la exactitud en la descripción de las formas geométricas (Real Decreto 1513/2006, 2006).

La Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía, establece que “la finalidad del área en la Educación Primaria es el desarrollo de la Competencia matemática focalizando el interés sobre las capacidades de los sujetos para analizar y comprender las situaciones, identificar conceptos y procedimientos matemáticos aplicables, razonar sobre las mismas, generar soluciones y expresar los resultados de manera adecuada” (2015, p. 219). Concretamente, en el bloque de geometría, se trabajará la clasificación, descripción y análisis entre las propiedades de las figuras planas y del espacio. Mirar a nuestro alrededor facilitará la adquisición de estos contenidos abstractos, debido a que en nuestro entorno se encuentran inmersas muchas figuras geométricas que nos proporcionarán una mejora en la percepción de los estudiantes (Orden de 17 de marzo de 2015). En definitiva, “educar a través del entorno facilitará la observación y búsqueda de elementos susceptibles de estudio geométrico, de los que se establecerán clasificaciones, determinarán características, deducirán analogías y diferencias con otros objetos y figuras” (Orden de 17 de marzo de 2015, p. 227).

Los contenidos, al igual que datan en el Boletín Oficial del Estado (BOE), están distribuidos por ciclos. Generalmente se asemejan bastante, aunque en el Boletín Oficial de la Junta de Andalucía (BOJA) aparecen más detallados. Como la investigación se va a centrar en estudiantes entre 11-12 años (tercer ciclo), a continuación, se detallan los contenidos de dicha etapa. En este periodo aprenderán los elementos, relaciones y la clasificación de las figuras planas, la concavidad y convexidad de estas; la identificación de los polígonos según el número de lados; el cálculo de perímetros y áreas; la circunferencia, el círculo y sus elementos (centro, radio, diámetro, cuerda, arco tangente y sector circular); la formación de figuras planas y cuerpos geométricos mediante otras,

a través de composición y descomposición; los elementos, relaciones y clasificación de los cuerpos geométricos, como los poliedros y sus tipos; los cuerpos redondos como el cono, cilindro y esfera; el uso de programas informáticos y herramientas de dibujo para construir formas geométricas. El alumnado del tercer ciclo posee un mayor interés en la descripción de las figuras; por lo que utilizan sus propias capacidades para usar las construcciones geométricas y relaciones espaciales con el objetivo de resolver problemas reales (Orden de 17 de marzo de 2015).

2. MARCO TEÓRICO

2.1 El Modelo de van Hiele

El modelo de van Hiele fue creado por los profesores de matemáticas de la Enseñanza Media: Pierre Marie van Hiele y Dina van Hiele-Geldof, debido al descontento con la enseñanza de dicha asignatura. Pierre Marie van Hiele, en los inicios de su profesión, se dio cuenta de que, por más que explicaba un contenido, los alumnos no comprendían completamente el sentido de este. Debido a su inexperiencia, pensó que podía deberse a las carencias en sus explicaciones. Aunque fue cambiando su forma de desarrollar las clases, los alumnos seguían presentando las mismas dificultades, lo que le llevó a crear dicho modelo. Llegó a la conclusión de que algunos alumnos no entendían ciertos conceptos matemáticos porque poseían niveles de pensamiento diferentes al resto de sus compañeros (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Según Gutiérrez y Jaime (1991), este modelo “explica, por una parte, como se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y, por otra, cómo puede un profesor ayudar a sus alumnos para que mejoren la calidad de su razonamiento” (pp. 49-50). Esto implica que, ellos solo podrán entender los conceptos y procedimientos adecuados al nivel de razonamiento en el que se encuentren (Gutiérrez y Jaime, 1990).

El modelo está formado por dos partes, la primera de ellas corresponde con los *niveles de razonamiento*, los cuales nos indican cómo va evolucionando el razonamiento geométrico de los individuos desde su inicio en el aprendizaje matemático hasta que alcanzan el máximo nivel. La segunda hace referencia a las *fases del aprendizaje*, instrucciones y guías dadas a los profesores para que sus alumnos puedan trabajar en cada uno de los niveles y superar el nivel de razonamiento en el que se encuentren (Gutiérrez y Jaime, 1990; Gutiérrez y Jaime, 1991).

El primer Modelo de van Hiele que se creó solo estaba formado por tres niveles, que corresponden con los niveles 2, 3, 4. Sin embargo, este fue evolucionando hasta conseguir el modelo que se va a describir. Debido a las aportaciones y críticas, los van Hiele añadieron el primer nivel, ya que ellos no habían tenido en cuenta que, los alumnos requieren primero un proceso visual cuando se enfrentan a nuevos conceptos matemáticos (Corberán, et al., 1994).

En el desarrollo de este trabajo nos centraremos principalmente en describir los niveles de razonamiento y sus características, aunque se ofrecerá también una pequeña síntesis de las fases de aprendizaje.

2.2 Descripción del modelo de van Hiele

a) Procesos de razonamiento

Las habilidades que poseen los alumnos en cada uno de los niveles que se describirán posteriormente, se pueden integrar en componentes más generales, es decir, aquellos procesos de razonamiento que son estudiados para conocer en qué nivel se sitúan (Gutiérrez y Jaime, 1998):

- Reconocimiento. Categorizar las familias de las figuras geométricas dadas, establecer cada uno de sus componentes y propiedades.
- Definición proporcionada por los estudiantes o uso que hacen del concepto geométrico.
- Clasificación. Ordenar aquellas figuras o conceptos geométricos según a la familia o clase que pertenezcan.
- Demostración de que dicha propiedad o declaración es cierta

(Gutiérrez y Jaime, 1998).

En la tabla I se muestra una relación entre dichos procesos de razonamiento y los niveles de van Hiele. A través de ella podemos averiguar en qué nivel se sitúan los alumnos (Gutiérrez y Jaime, 1998).

Tabla I: Atributos distintivos en los procesos de razonamiento en cada uno de los niveles de Van Hiele.

Niveles → Procesos ↓	Nivel 1: Visualización	Nivel 2: Análisis	Nivel 3: Clasificación	Nivel 4: Deducción formal
Reconocimiento y descripción	Atributos físicos (posición, forma, tamaño)	Propiedades matemáticas	---	---
Uso de definiciones	---	Definiciones con estructura simple	Definiciones con estructura matemática compleja	Aceptar definiciones equivalentes
Formulación de definiciones	Listado de propiedades físicas	Listado de propiedades matemáticas	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes	Prueba la equivalencia de definiciones
Clasificación	Exclusiva basado en atributos físicos	Exclusiva basado en atributos matemáticos	Clasificar con diferentes definiciones, tanto exclusivas como inclusivas	---
Demostración	---	Verificación con ejemplos. Demostraciones empíricas	Demostracion-es lógicas informales	Demostracion-es matemáticas formales

Fuente: Gutiérrez y Jaime (1998, p. 32).



b) Niveles de razonamiento

Es fácil diferenciar el razonamiento lógico que puede aportar un niño en los primeros cursos de primaria, de otro que se encuentre a finales de esta, ya que el primero se basará en una reflexión puramente visual, pudiendo conseguir una mejora en su capacidad de expresión cuando se encuentre al final de la etapa (Gutiérrez y Jaime, 1990).

En función de las diferentes formas de aprender, trabajar y expresarse en geometría, se pueden establecer cuatro niveles (Gutiérrez y Jaime, 1990), los cuales se describen a continuación:

Nivel 1: Reconocimiento

Los alumnos que se sitúan en este nivel observan las figuras geométricas de forma global, realizando descripciones en las que añaden características irrelevantes, como el color, la orientación del papel, el tamaño... (Gutiérrez y Jaime, 1990; Corberán, et al., 1994). Es decir, se centran solo en el aspecto físico y se basan en la semejanza con otros objetos que, no siempre son geométricos, por ejemplo: "...se parece a...", "...tiene forma de..." (Gutiérrez y Jaime, 1990). Además, los estudiantes usan un lenguaje cotidiano y un vocabulario poco preciso (Jaime, 1993). Por ejemplo, reconocen los rectángulos porque tienen la misma forma que una puerta o un libro (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Según Gutiérrez y Jaime (1990) "perciben las figuras como objetos individuales, es decir, no son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase" (p. 306). Debido a ello, realizarán clasificaciones exclusivas. Por ejemplo, si le mostramos la siguiente figura:  determinarán que es un cuadrado, sin embargo, si le aplicamos un giro:  dirán que es un rombo (Gutiérrez y Jaime, 1991).

Gutiérrez y Jaime (1990) afirman que "no suelen reconocer explícitamente las partes de que se componen las figuras ni sus propiedades matemáticas" (p. 307). Es decir, pueden reconocer algunos elementos o propiedades de algunas; sin embargo, no la utilizan para examinarla y diferenciarlas de otras (Gutiérrez y Jaime, 1991). Además, son capaces de reproducir algunas figuras básicas si le proporcionamos una hoja de papel o geoplano (Corberán, et al., 1994). En definitiva, si pedimos a los alumnos que comparen un círculo, un triángulo y un cuadrado, el resultado que obtendremos será una relación de características en función al color, forma, tamaño... No se centrarían en el número de vértices, amplitud de ángulos... El niño puede reconocerlos, pero al no ser consciente de dicha característica, no la usa para establecer las diferencias entre las figuras (Gutiérrez y Jaime, 1990).

El alumnado que se sitúa en este nivel, suele pertenecer a preescolar o primeros cursos de Educación Primaria, aunque no estrictamente se limita a ello. Cualquier estudiante que se enfrente a algún concepto geométrico nuevo, pertenecerá en primer lugar, al nivel 1 (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Nivel 2: Análisis

Aquellos alumnos que pertenezcan al nivel 2, según Gutiérrez y Jaime, (1990) "se dan cuenta de que las figuras geométricas están formadas por partes o elementos y de que

están dotadas de propiedades matemáticas; pueden describir las partes que integran una figura y enunciar sus propiedades, siempre de manera informal” (p. 308). El vocabulario usado es apropiado, dejando atrás aquel cotidiano (Corberán, et al., 1994). Por ejemplo, un rectángulo, para un estudiante que se encuentre en este nivel, es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos, los ángulos rectos, los lados opuestos iguales... es decir, argumentará su respuesta basándose en una lista de propiedades que conoce, en lugar de proporcionar solo aquellas que son imprescindibles (Gutiérrez y Jaime, 1990). Sin embargo, usan estas propiedades como si fueran independientes entre sí, ya que no son capaces de establecer una relación entre ellas. Por este motivo, el razonamiento matemático que poseen es limitado. Por ejemplo, detallan que una figura posee ángulos de 90° , que estos son perpendiculares; pero, no la relación entre dicha perpendicularidad y sus ángulos. Este hecho provoca que los alumnos sigan sin poder clasificar adecuadamente las familias de polígonos. Incluso, seguirán pensando que rectángulo y cuadrado pertenecen a diferentes familias (Gutiérrez y Jaime, 1990) porque, según establece Gutiérrez y Jaime (1991) un alumno argumentaría que “los cuadrados tienen todos los lados iguales y en los rectángulos dos lados miden más que los otros dos” (p. 52). Debido a ello, no pueden aún realizar clasificaciones inclusivas.

Los estudiantes apartan las definiciones que aparecen en los libros o aquellas que proporciona el profesor porque no entienden la funcionalidad que poseen, defendiendo las suyas propias (Corberán, et al., 1994). Además, deducen propiedades a partir de la experimentación, por lo que pueden generalizarlas a todas las figuras de una misma familia (Gutiérrez y Jaime, 1990). Por ejemplo, según Gutiérrez y Jaime (1990), “si a partir de la manipulación de unos cuantos rombos, descubre que las diagonales son perpendiculares sabrá, sin necesidad de comprobarlo, que las diagonales de cualquier otro rombo que se le presenten serán también perpendiculares” (p. 309). Debido a ello, podemos establecer que este nivel ofrece un razonamiento matemático, aunque no completamente desarrollado porque aún no son capaces de comprender qué es una demostración matemática (Gutiérrez y Jaime 1990; Corberán, et al., 1994).

Nivel 3: Clasificación

Las descripciones de las figuras geométricas que realizan los alumnos en este nivel son elaboradas de manera formal, aportando definiciones matemáticamente correctas. Esto se debe a la comprensión de su funcionalidad; pudiendo modificar ellos mismos algunas proporcionadas por otras personas. Es decir, ya no definen las figuras geométricas

aportando listas de propiedades y el razonamiento comienza a ser más formal. Son capaces de reconocer que unas propiedades se deducen de otras, pudiendo clasificar las figuras geométricas en familias (Gutiérrez y Jaime, 1990). Por ejemplo, según Gutiérrez y Jaime (1990) pueden “entender que la igualdad de los ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados, que la igualdad de lados implica la perpendicularidad de diagonales” (p.310), entre otras. Sin embargo, la manipulación sigue siendo el gran apoyo para el razonamiento lógico (Gutiérrez y Jaime, 1990). Gutiérrez y Jaime (1991) establece que un niño “clasifica los cuadriláteros a partir de sus propiedades. Ya reconoce que cualquier cuadrado es un rectángulo pero que no todos los rectángulos son cuadrados, etc” (p.52). Esto implica la realización de clasificaciones inclusivas (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Los estudiantes solo entienden aquellas demostraciones que hayan sido explicadas por el profesor o que aparezcan desarrolladas en el libro de texto. Es decir, comprenden los pasos, pero no son capaces de construirlas por ellos mismos porque no les encuentran sentido (Gutiérrez y Jaime, 1990; Corberán, et al., 1994). Gutiérrez y Jaime (1990) asegura: “¿Por qué tenemos que demostrarla, si ya sabemos que es verdad?” (p.310).

Estos alumnos no entienden la estructura axiomática de las matemáticas ya que no realizan razonamientos lógicos totalmente formales, ni sienten la necesidad de hacerlos, como se ha detallado anteriormente (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Nivel 4: Deducción formal

En este nivel, los estudiantes ya son capaces de realizar razonamientos lógicos formales; encuentran sentido a las demostraciones y sienten la necesidad de llevarlas a cabo para verificar su verdad. Además, comprenden la estructura axiomática de las matemáticas (sentido y utilidad de teoremas, axiomas...); pero, no realizan investigaciones ni establecen comparaciones entre varios sistemas axiomáticos diferentes (Corberán, Huerta, Margarit, Peñas y Ruiz, 1989; Gutiérrez y Jaime, 1990; Corberán, et al., 1994).

Son capaces de entender que pueden obtener el mismo resultado con demostraciones alternativas del mismo teorema y que puede existir, para el mismo concepto, varias definiciones equivalentes (Corberán, et al., 1989; Gutiérrez y Jaime, 1990). Por ejemplo, según Gutiérrez y Jaime (1991):

Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene los ángulos rectos. Un rectángulo es un cuadrilátero cuyas diagonales son iguales y se cortan en sus puntos medios. Un rectángulo es un cuadrilátero que tiene los lados paralelos dos a dos y un ángulo recto (p. 52).

Los estudiantes que alcancen este nivel tendrán una visión globalizadora del área estudiada y un pleno razonamiento lógico matemático. Ellos pueden hacer demostraciones formales de las propiedades que, con anterioridad, se habían hecho de manera informal; descubren propiedades más complejas y condiciones para relacionar los cuadriláteros con otras partes de la geometría (Gutiérrez y Jaime, 1990). Además, Gutiérrez y Jaime (1990) afirma que:

Los alumnos pueden darse cuenta de que hay algunos elementos comunes a todas ellas (puntos, rectas, paralelismo...) y llegarán a reconocer que las diferentes partes de la geometría que conocen, tanto plana como espacial, son partes de un único sistema formal basado en los Postulados de Euclides (p. 311). Por ejemplo, si se encuentra en este nivel, según Gutiérrez y Jaime (1991) “puede demostrar formalmente cualquiera de los teoremas que ya ha utilizado en el nivel 3, o propiedades nuevas como que la suma de los ángulos de un cuadrilátero es 360° ” (p.52).

Se puede destacar la existencia de un **quinto nivel (Rigor)**. Según Gutiérrez y Jaime (1991): “cuya característica básica es la capacidad para manejar, analizar y comparar diferentes Geometrías” (p. 51). Los alumnos poseerán el rigor matemático más elevado de todos los niveles, por lo que son capaces de comprender, analizar y comparar sistemas axiomáticos; además de realizar deducciones abstractas. En este nivel se sitúan los matemáticos profesionales, sin olvidar aquellos estudiantes avanzados de las facultades de matemáticas. El nivel 5 no es relevante para nuestro estudio, ya que no va a estar presente en nuestros alumnos (Gutiérrez y Jaime, 1991; Jaime, 1993; Corberán, et al., 1994).

Tras el recorrido por cada uno de los niveles, se puede concluir que, la capacidad de razonamiento matemático va evolucionando con el tiempo, avanzando cada vez más en el alumnado (Corberán, et al., 1994).

c) Características de los niveles

A continuación, se detallarán las características generales sobre las que se han descrito los niveles de razonamiento, necesarias para la comprensión y aplicación del Modelo de van Hiele (Jaime, 1993).

- La jerarquización y secuencialidad de los niveles

Según Gutiérrez y Jaime (1990): “cada nivel de razonamiento se apoya en el anterior” (p.311), es decir, un alumno no podrá resolver actividades correspondientes al nivel 3 si no tiene superada la capacidad de razonamiento del nivel 2 (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Haciendo referencia a los niveles 1, 2, 3; se puede concluir que, todos señalan en su descripción habilidades que aún no han superado y no son capaces de resolver. Por ejemplo, aquellos estudiantes que se encuentran en el nivel 1 no son conscientes de la importancia de las partes de las figuras; o, los del nivel 3 no relacionan las conexiones que existen para elaborar demostraciones formales (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Además, dichos niveles tienen una estructura recursiva, es decir, aquel conocimiento que se ha alcanzado en un nivel es el punto de partida del superior al que se enfrenta a continuación (Gutiérrez y Jaime, 1990). Veamos un ejemplo:

Tabla II: La estructura recursiva de los niveles de van Hiele.

	Elementos explícitos	Elementos implícitos
Nivel 1	Objetos geométricos	Propiedades matemáticas de los objetos
Nivel 2	Propiedades matemáticas de los objetos	Relaciones entre propiedades y/o elementos de los objetos
Nivel 3	Relaciones entre propiedades y/o elementos de los objetos	Deducción formal de relaciones
Nivel 4	Deducción formal de relaciones	

Fuente: Gutiérrez y Jaime (1991, p. 53).

Puede ocurrir que un alumno aparente encontrarse en un nivel superior al que realmente le pertenezca. Esto se debe a las deducciones que ha realizado el profesor en clase en varias ocasiones, las cuales han sido memorizadas y reproducidas por los alumnos, sin embargo; no las comprenden. Este hecho se podría comprobar planteando una actividad con pequeñas modificaciones de la que han memorizado (Gutiérrez y Jaime, 1990;

Gutiérrez y Jaime, 1991). En definitiva, según Jaime y Gutiérrez (1990), “no es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado el nivel inferior” (p.312).

-Hay una estrecha relación entre lenguaje y niveles

La determinación de un nivel u otro no solo se realiza a través de la forma en la que los estudiantes resuelven los problemas dados, sino en el vocabulario que emplean (Gutiérrez y Jaime, 1990). A causa de esto, según Gutiérrez y Jaime (1991): “dos personas que utilicen lenguajes de diferentes niveles no podrán entenderse” (p. 53).

Un ejemplo claro se puede observar en los diversos significados que puede adoptar la palabra “demostrar” en personas que se encuentren en niveles de razonamiento diferentes (Gutiérrez y Jaime, 1990; Gutiérrez y Jaime, 1991). Por ejemplo, para un alumno del nivel 1, según Gutiérrez y Jaime (1990):

Carece por completo de sentido matemático; para un estudiante del nivel 2 consiste en comprobar que la afirmación es cierta en unos pocos casos, incluso en uno solo. En el nivel 3, las demostraciones están formadas por razonamientos lógicos, si bien sus argumentos son de tipo informal, basados en la observación de ejemplos concretos. En el nivel 4, la palabra “demostración” ya tiene el significado usual entre los matemáticos: los estudiantes ya construyen demostraciones que cumplen con los requisitos usuales de rigor (p.313).

En resumen, según Gutiérrez y Jaime (1990) “a cada nivel de razonamiento le corresponde un tipo de lenguaje específico” (p.315). Para que profesor y alumno se sientan comprendidos, tienen que situar el lenguaje según el nivel de razonamiento al que pertenezcan; por lo contrario, no habrá comprensión entre ambos (Gutiérrez y Jaime, 1990).

-El paso de un nivel al siguiente se produce de forma continua

Hay presentes dos teorías acerca de dicha característica; por un lado, se encuentran aquellos que opinan que el paso de un nivel a otro se realiza bruscamente, como Pierre Marie van Hiele; sin embargo, otros confirman que se produce de forma continua (Gutiérrez y Jaime, 1990).

P.M. van Hiele argumenta su pensamiento a través de las experiencias que ha vivido durante su periodo como profesor de matemáticas. Cuando él exponía cualquier concepto, por más que realizaba explicaciones, los alumnos no lo entendían, pero de repente, parecía

que llegaban a comprenderlo. Aun así, hay teorías que desmienten que este hecho cause la superación a un nuevo nivel de razonamiento (Gutiérrez y Jaime, 1990) ya que, según Gutiérrez y Jaime (1990) “solo se puede considerar adquirido un nivel de razonamiento cuando se tenga un dominio adecuado de todas esas destrezas” (p.316).

Un alumno, en un momento determinado, puede situarse en dos niveles a la vez. Esto significa que está accediendo al nivel superior, pero hasta que no tenga suficientemente destreza estará combinando características de ambos (Gutiérrez y Jaime, 1990). Según Gutiérrez y Jaime (1990) “el paso de un nivel de razonamiento al siguiente se produce de manera gradual” (p.319).

d) Las fases de aprendizaje

Las fases de aprendizaje se corresponden con una secuencia de actividades propuestas por el profesor que ayuda a los estudiantes a superar el nivel de aprendizaje en el que se encuentran y alcanzar uno superior. Una vez que el alumno haya superado las cinco fases que la componen, debería haber alcanzado un nivel superior de razonamiento; y podría volver a comenzar por la primera para acceder al siguiente nivel. Es decir, posee una estructura cíclica (Gutiérrez y Jaime 1990; Gutiérrez y Jaime 1991).

Fase 1: Información

Consiste, por un lado, en que el profesor conozca los conocimientos previos que poseen sus alumnos sobre el tema a tratar y, en segundo lugar, en ofrecer información sobre los aspectos a trabajar, el material a usar, los problemas que van a plantearse, ... A través de esta fase, los estudiantes serán conscientes de los contenidos que van a abordar y cómo se van a llevar a cabo (Gutiérrez y Jaime, 1990; Corberán, et al., 1994).

Se presenta un ejemplo de actividad con la que el maestro puede conocer los conocimientos previos.

“Observa detenidamente cada una de las siguientes figuras. Indica aquellas que no son polígonos. Justifícalo en cada caso” (Corberán, et al., 1994, p.39) (Ver ilustración 1).

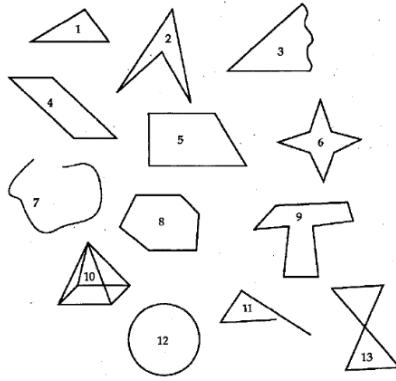


Ilustración 1: Ejemplos de polígonos y no polígonos.
Fuente: Corberán et. al., (1994, p.39).

Fase 2: Orientación dirigida

El profesor proporciona actividades y problemas a sus alumnos para que aprendan, entiendan y descubran los conceptos que se están trabajando, es decir, que adquieran las estructuras básicas de una manera progresiva. A través de ello, toman contacto con el nivel superior al que se quiere acceder. El profesor debe proporcionarles ayuda siempre que la requieran, evitando aportar la solución de forma directa (Gutiérrez y Jaime, 1990; Jaime, 1993; Corberán, et al., 1994).

Un ejemplo de actividad para dicha fase sería la siguiente:

“Analiza los siguientes polígonos y confecciona un listado con sus propiedades”
(Corberán, et al., 1994, p.41) (Ver ilustración 2).

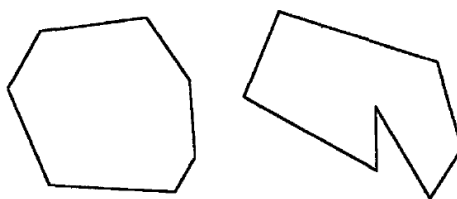


Ilustración 2: Polígono cóncavo y convexo.
Fuente: Corberán, et al., (1994, p.41).

Fase 3: Explicitación

Los alumnos comparten las experiencias a las que se han enfrentado realizando las actividades: cómo las han resuelto, dificultades que se han encontrado; es decir, crean un contexto de diálogo. En consecuencia, se va construyendo la nueva red de relaciones entre los conceptos. Además, el profesor debe intervenir lo menos posible, solo debe atender al

vocabulario empleado por los discentes, el cual debe estar en consonancia con el nivel de aprendizaje que se pretende alcanzar (Corberán, et al., 1989; Gutiérrez y Jaime, 1990).

Fase 4: Orientación libre

El profesor proporciona a sus alumnos actividades abiertas, con diferentes procedimientos con los que llegar a la solución; para que ellos apliquen los conocimientos y el lenguaje ya adquirido en fases previas. A través de ellas, el alumnado completará la red de relaciones que han estado constituyendo y consolidará el aprendizaje (Gutiérrez y Jaime, 1990). La participación del profesor debe ser mínima porque, en esta fase, los alumnos deben tener ya asimilados los conocimientos (Jaime, 1993).

A continuación, se detalla una tarea que se podría realizar en esta fase:

“Agrupar los siguientes polígonos, de diferentes formas, indicando la propiedad o propiedades que hayas considerado en cada caso” (Corberán, et al., 1994, p.49) (Ver ilustración 3).

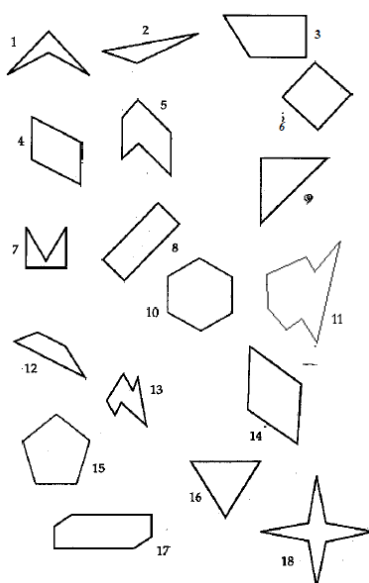


Ilustración 3: Los polígonos.

Fuente: Corberán, et al., (1994, p. 49).

Fase 5: Integración

Según Jaime (1993): “se trata de adquirir una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente” (p.12). Es decir, esta fase consiste en la

acumulación, comparación y combinación de aquello que ya saben, sin introducir nuevos elementos (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Se resalta la siguiente tarea como ejemplo, extraída de Corberán, et al., (1994):

“Las características o propiedades que a continuación se relacionan pertenecen a los polígonos. Asocia a cada propiedad la clase de polígono a la que pertenece” (p. 55) (Ver ilustración 4):

Propiedad o característica	Clases de polígonos
Tiene diagonales exteriores	Polígono cóncavo
Tiene solo diagonales interiores	Polígono convexo
Tienen todos los lados de igual longitud	Polígono regular
Tienen todos los ángulos interiores de igual medida	Polígono irregular
Tienen todos los lados de igual longitud y todos los ángulos de igual medida	Polígono equilátero
Tienen por lo menos un ángulo que mide más de 180°	No existen polígonos con esa propiedad
Todos sus ángulos interiores miden menos de 180°	Todos tienen esa propiedad

Ilustración 4: Propiedades de los polígonos.
Fuente: Corberán, et al., (1994, p. 55).

3. METODOLOGÍA

3.1 Participantes

El cuestionario diseñado para la investigación de los niveles de van Hiele fue aplicado en un colegio público de Educación Infantil y Primaria situado en una zona urbana con un nivel socio-económico medio-alto, por lo que no cuenta con numerosos casos de absentismo escolar ni falta significativa de recursos. Dicho centro posee dos líneas en cada uno de los niveles, agrupando a 450 estudiantes. Concretamente, el cuestionario se aplicó en sexto A y B, a un total de 42 alumnos.

Sexto A cuenta con 21 estudiantes, de los cuales solo 20 han respondido al cuestionario propuesto, ya que uno de ellos se encontraba con la profesora de pedagogía terapéutica

en un espacio diferente al que se realizó el test. En sexto B lo realizaron 22 debido a la ausencia de tres alumnos dicho día.

En el aula de sexto B, antes de pasar a repartir el test, se proyectó en la pantalla digital, sobre la cual expliqué con detalle cada una de las actividades y resolví las dudas previas que se plantearon. Se dejó claro que era una actividad anónima y que los alumnos debían responder individualmente con los contenidos que previamente habían estudiado. El tiempo estimado para la realización fue de 45 minutos, aunque se prolongó en diez más aproximadamente ya que un par de alumnos no habían finalizado.

Posteriormente acudí a sexto A; pero, debido a la no disponibilidad de pantalla digital, primero se repartió el cuestionario a cada uno de los estudiantes y se desarrolló la explicación, aclarando también las dudas.

Mediante la realización de dicha actividad, ambos tutores me informaron sobre la existencia de un elevado número de alumnos con trastorno por déficit de atención e hiperactividad, retraso madurativo, dificultad para la comprensión y repetidores que incapacitan diariamente el ritmo de la clase y no les permite avanzar en materia. No obstante, son conscientes del bajo nivel que poseen sus estudiantes sobre este contenido, ya que trabajan coordinadamente y, bajo su punto de vista, la geometría no posee la suficiente importancia como para dedicarle gran tiempo en la programación. Cada año destinan un par de semanas a final de curso para realizar un repaso de las figuras básicas, aunque para este tienen planificado algunas sesiones más con el objetivo de incrementar sus conocimientos y hacer frente a sus comienzos en la etapa de secundaria.

3.2 Cuestionario

Fíjate en la ilustración y:

- Pon una C en cada cuadrado, una R en cada rectángulo, una P en cada paralelogramo, una B en cada rombo, una E en cada triángulo equilátero, una I en cada triángulo isósceles y una S en cada triángulo escaleno.
- Justifica por qué has colocado cada letra en las figuras y, si es necesario, por qué has colocado dos letras en alguna de las figuras o no has colocado ninguna.

Además, responde a las siguientes cuestiones:

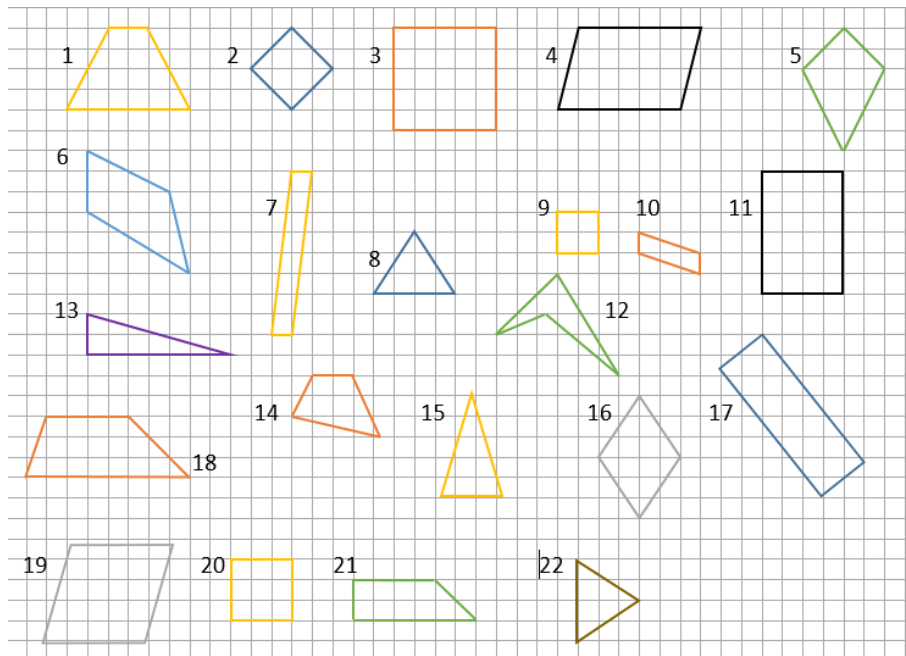
- ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

- ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los trapecios en una lámina de figuras?
- ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?
- ¿Podrías hacer una lista más corta, en cuanto a rectángulos, trapecios y rombos, omitiendo alguna propiedad?
- ¿Es un rectángulo el número 2?
- ¿Es un paralelogramo el número 11?

Completa la frase con siempre, nunca, a veces y explícalo (utiliza un dibujo si es necesario).

- Un cuadrado es _____ un rectángulo
- Un rectángulo es _____ un cuadrado
- Un cuadrado es _____ un paralelogramo

Ilustración:



El cuestionario consta de once preguntas y una lámina cuadriculada de figuras geométricas al final de este, que incluyen: cuadriláteros (cuadrados, rectángulos, rombos, trapecios, trapezoides, romboides) y triángulos (equilátero, isósceles y escaleno) en diferentes posiciones y tamaños. Sobre esta se apoyan las preguntas que aparecen a continuación.

A través de la primera cuestión: “A partir de la lámina dada, pon una C en cada cuadrado, una R en cada rectángulo, una P en cada paralelogramo, una B en cada rombo, una E en cada triángulo equilátero, una I en cada triángulo isósceles y una S en cada triángulo escaleno”; se pretende saber si los alumnos identifican las figuras geométricas en la ilustración, teniendo en cuenta que no todas aparecen en su forma prototípica, por ejemplo el número 2, se presenta como un cuadrado girado o, la figura 22 como un triángulo equilátero apoyado en uno de sus vértices. Si dicho estudiante realiza el reconocimiento de cada figura de forma correcta podemos conocer que se sitúa, como mínimo en el nivel 1. Además, se puede ver si son capaces de generalizar las características que reconocen en una figura a otras de su misma clase, es decir, realizar clasificaciones inclusivas; por ejemplo, si identifican que un rombo es un paralelogramo o que un cuadrado es un caso particular del rectángulo. Estas relaciones nos llevarán a diferenciar si ha adquirido el nivel 3 en base a clasificaciones. De lo contrario, estaría clasificando de forma exclusiva, por ejemplo, si solo coloca en el cuadrado (número 3) una C.

En la segunda pregunta, el alumno tiene que justificar por qué ha puesto dicha letra a las figuras de la cuestión anterior. Debe tener en cuenta que hay algunas a las que le corresponden dos letras debido a la relación inclusiva, argumentando también dicha decisión. Además, para ocasionar error, se han incluido varios cuadriláteros en forma de cometas, teniendo el alumno que dar su propia razón por la cual no ha colocado ninguna en ese caso. Dependiendo de la calidad en la respuesta, es decir, si realiza correctamente la justificación, y el lenguaje que utiliza, se determina si se sitúa en el nivel 1 o superior. Es decir, si añade características irrelevantes, como el tamaño, y utiliza un lenguaje cotidiano y poco preciso, por ejemplo, “el cuadrado tiene cuatro picos” se encontraría en el nivel 1; por el contrario, si enuncian las propiedades matemáticas con un lenguaje más preciso, es decir, “un cuadrilátero tiene los ángulos rectos, los lados paralelos”, ...; estaría en el nivel 2 como mínimo. Los estudiantes que sean capaces de justificar por qué han colocado dos letras en una misma figura, por ejemplo, “el número tres lleva C y R porque los cuadrados son siempre rectángulos”; se sitúan en el nivel 3.

A través de la tercera pregunta se pretende comprobar si el alumnado es capaz de enunciar las propiedades del rectángulo, atendiendo al lenguaje que emplean para su narración. Es de vital importancia indagar este último rasgo porque un nivel de van Hiele se diferencia de otro por el vocabulario que utilizan. Es decir, si se centran solo en el aspecto físico (color, tamaño), comparan dicha figura con objetos no geométricos, como “el rombo tiene forma de un diamante” y utilizan un lenguaje cotidiano y poco preciso, por ejemplo “picos”, se situaría en el nivel 1. En cambio, si proporciona una relación de propiedades usando vocabulario apropiado, como es el caso de “un rectángulo tiene cuatro lados paralelos dos a dos y ángulos rectos” excluyendo además al cuadrado; se encontraría en el nivel 2. El estudiante que escriba que un rectángulo posee ángulos opuestos iguales dos a dos se encontraría en el 3 ya que estaría realizando una definición inclusiva con el cuadrado. Este aspecto es necesario y suficiente para considerar que está en dicho nivel.

Sucede lo mismo con las cuestiones cuatro y cinco, solo que estas atienden a las características de trapezios y rombos. En función al tipo de clasificaciones (inclusivas o exclusivas) que realicen y al vocabulario empleado, el estudiante podría situarse en el nivel uno, dos o tres; al igual que en la pregunta anterior.

El aportar una gran lista de propiedades sin establecer una relación entre ellas, ni seleccionar aquellas imprescindibles, es característico de un alumno que se sitúa en el nivel 2. En la actividad seis se pide que elaboren una lista más corta (de aquella realizada en los apartados anteriores con respecto a rectángulo, trapecio y rombo) omitiendo alguna propiedad. Si el estudiante consigue superar el objetivo de la cuestión, estaría situado en el nivel 3 ya que es capaz de seleccionar las más distintivas de cada figura geométrica.

A través de las cuestiones siete y ocho: ¿Es un rectángulo el número 2? Justifícalo; ¿Es un paralelogramo el número 11? Justifícalo; se quiere conocer si los alumnos son capaces de realizar clasificaciones inclusivas. En este caso, si identifican la figura número dos como un rectángulo y la número 11 como un paralelogramo nos encontraríamos ante un estudiante que se sitúa en el nivel 3. En este caso, tendrían asimilado que un cuadrado es siempre un rectángulo y que, los paralelogramos son aquellos cuadriláteros cuyos lados son paralelos dos a dos. Sin embargo, en niveles inferiores determinarán que el número dos no es un rectángulo, sino un rombo o; el número 11 como un rectángulo, sin asimilar que este es además un paralelogramo. También hay que tener en cuenta el léxico que emplean para realizar dicha justificación ya que, si se corresponde con términos

matemáticos, se situaría en el nivel 2; por el contrario, si responde adecuadamente con vocabulario cotidiano, estaría localizado en el nivel 1.

Finalmente, en las cuestiones nueve, diez y once; el alumnado tiene que completar las afirmaciones que se presentan con “siempre”, “nunca” y, “a veces”; en cuanto a la relación entre cuadrado y rectángulo, y viceversa, y cuadrado y paralelogramo. Con esta actividad comprobaremos en qué grado son capaces de establecer clasificaciones inclusivas, para concluir que, el cuadrado es siempre un rectángulo, sin embargo, un rectángulo solo a veces es un cuadrado; además de que este último es siempre un paralelogramo. Si cada una de las preguntas son resueltas satisfactoriamente, dicho alumno estaría situado en el nivel 3; de lo contrario pertenecería al 1.

4. ANÁLISIS

4.1 Procedimiento de análisis

Para llevar a cabo el análisis de los cuestionarios, atenderemos específicamente cada pregunta, analizando qué datos nos ofrece el estudiante para conocer el nivel que le corresponde a cada cuestión. Como el test presenta once preguntas, construimos un vector formado por once denominaciones, es decir, se coloca N, que hace referencia al nivel, seguido del número en el que se encuentre, por ejemplo, (N1, N3, N1, N2, N2, N2, N1, N2, N1, N3, N1). Se le otorga al total del cuestionario el porcentaje 100%, y se calcula aquel que corresponde a cada pregunta dividiendo la totalidad entre once: $100\% : 11 = 9,09\%$.

Posteriormente se suman los porcentajes que pertenecen a cada nivel por separado, obteniendo una cantidad diferenciada por niveles. Este se corresponderá con el grado de adquisición que posea el estudiante. Por ejemplo, 45,45% en el nivel 1, 36,36% en el nivel 2 y 18,19% en el nivel 3.

4.2 Ejemplo de análisis sobre un cuestionario

A continuación, se realiza el análisis detallado sobre un cuestionario completo, adjuntando la información proporcionada por el alumno para justificar cada decisión.

En primer lugar, atendiendo a las letras situadas en la cuadrícula de la **primera pregunta**, el alumno 1 solo identifica el cuadrado prototípico, ya que ha colocado la letra C en las figuras 3 y 20 pero no en la 2, cuyo cuadrado se encuentra girado. Además, no considera que estos son siempre rectángulos. Debido a la clasificación exclusiva realizada, en cuadrados se sitúa en el nivel 1.

En cambio, sí identifica todos los rectángulos que aparecen (números 7, 10, 11, 17), incluso aquellos que están girados. También reconoce de forma adecuada todos los rombos (figuras 2 y 16); sin embargo, solo reconoce como paralelogramos a cuadrados y rectángulos (números 3, 7, 10,

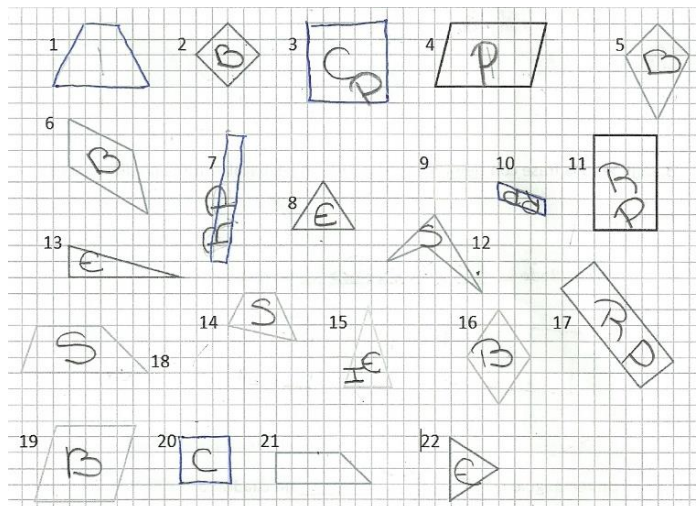


Ilustración 4

11, 17). Dicho estudiante solo realiza clasificaciones inclusivas en cuanto a dichas figuras (rectángulo y cuadrado); situándose solo en ese caso en el nivel 3.

Atendiendo a los triángulos, se puede ver que solo reconoce los equiláteros (8, 22), ya que coloca en el isósceles (número 15) las letras E/I, siendo estas incompatibles porque un triángulo no puede ser a la vez escaleno e isósceles. Además, posee una idea totalmente errónea sobre triángulos escalenos porque sitúa, en las figuras 18, 14 y 12, la letra S (triángulo escaleno) a cuadriláteros. En ese caso, no ha sido capaz de reconocer que los números 2 y 5 no deberían tener asociada ninguna letra. Generalmente, se encuentra en el nivel 1 en cuanto a identificación de figuras geométricas de la ilustración.

El alumno no ha respondido de manera correcta a lo que se pide en el enunciado de la **pregunta número dos**, ya que no justifica por qué ha colocado las letras en las figuras ni aporta una razón correcta sobre aquellas que no tienen ninguna. Consecuentemente se sitúa en el nivel más bajo (nivel 1).

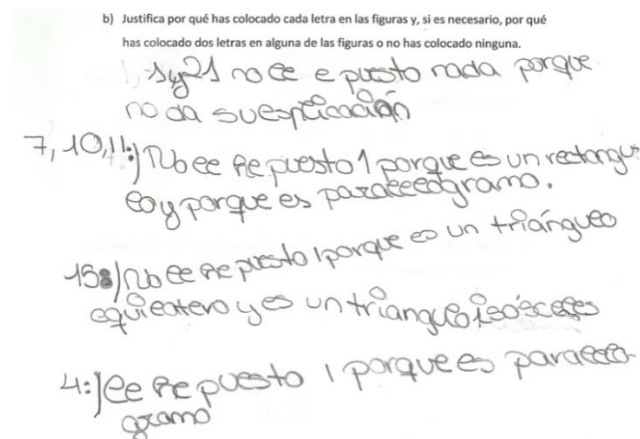


Ilustración 5

En la **tercera pregunta**, dado que el estudiante no reconoce los componentes de la figura, en este caso del rectángulo, y emplea un vocabulario coloquial y poco preciso para enumerar las propiedades: “partes”, “más chica”; se sitúa en el nivel 1.



Ilustración 6

Sin embargo, en las **cuestiones cuatro y cinco**, que hacen referencia al rectángulo y rombo, el alumno sí es capaz de reconocer las partes que componen ambas figuras geométricas y enunciar sus propiedades, además utiliza un lenguaje matemático: “lados”, “iguales”. Debido a ello, se encuentra en el nivel 2; aunque las propiedades que ha enumerado están incompletas.

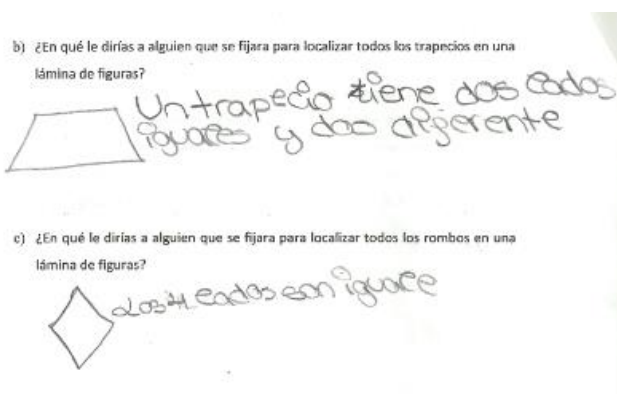


Ilustración 7

La **pregunta número seis** se encuentra sin respuesta porque no la ha entendido. Le corresponde el nivel inferior (nivel 1).

En relación a la **cuestión siete**, dicho estudiante se sitúa en el nivel 2 porque realiza una clasificación exclusiva en relación a rectángulo y cuadrado, es decir, no considera que un cuadrado es siempre un rectángulo. Además, utiliza un lenguaje matemático correcto (“lados”) para argumentar su respuesta.

e) ¿Es un rectángulo el número 2? Justificalo

No porque tiene dos lados iguales y los otros 2 son más chicos y este no lo tiene

2

Ilustración 8

La **pregunta ocho**, de igual forma el alumno debe justificar si la figura geométrica que posee el número 11 de la lámina es un paralelogramo. En este caso, aunque responde de forma correcta, realizando una clasificación inclusiva, su justificación está basada en un vocabulario coloquial “chocan”, “líneas”, correspondiéndole el nivel 1. A través de esta respuesta, se justifica con certeza que el alumno conoce qué es un paralelogramo y no situó las letras en la ilustración de manera aleatoria.

f) ¿Es un paralelogramo el número 11? Justificalo

Si porque no se chocan las líneas

Ilustración 9

En la **cuestión nueve y diez**, el alumno se sitúa en el nivel 1 dado que realiza clasificaciones exclusivas en cuanto a rectángulo y cuadrado; es decir, no reconoce que el cuadrado es siempre un rectángulo, pero este es solo a veces un cuadrado. Sin embargo, como reflejó en la cuestión número uno, en la **pregunta once** sí considera que un cuadrado es un paralelogramo, completando con la palabra “siempre”. Este estudiante solo relaciona la inclusividad entre cuadrado y paralelogramo, situándose en el nivel 3 en esta última cuestión.

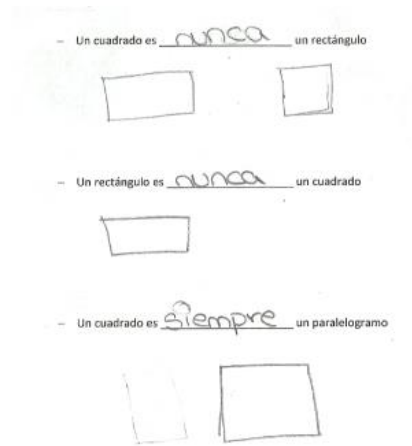


Ilustración 10

El vector resultante que recoge el nivel de van Hiel que le corresponde a cada cuestión es el siguiente: (N1, N1, N1, N2, N2, N2, N2, N1, N1, N1, N3) y el grado de adquisición del alumno (55% N1, 36% N2, 9% N3).

5. RESULTADOS

A continuación, se detallan los resultados obtenidos en los cuestionarios, resaltando aquellos aspectos relevantes de cada uno y su grado de adquisición según los niveles de van Hiele.

Alumno 2: (N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Hay que señalar que, en la actividad uno el alumno considera que los cuadrados, rectángulos y rombos son paralelogramos; es decir, realizan clasificaciones inclusivas (ver ilustración 11). Solo en dicho aspecto le corresponde el nivel tres, aunque esa cuestión aparece como nivel uno por ser el que más predomina. Encontramos una discrepancia en la actividad once porque considera que un cuadrado es a veces un paralelogramo; no quedando reflejada la relación inclusiva hecha anteriormente (ver ilustración 12).

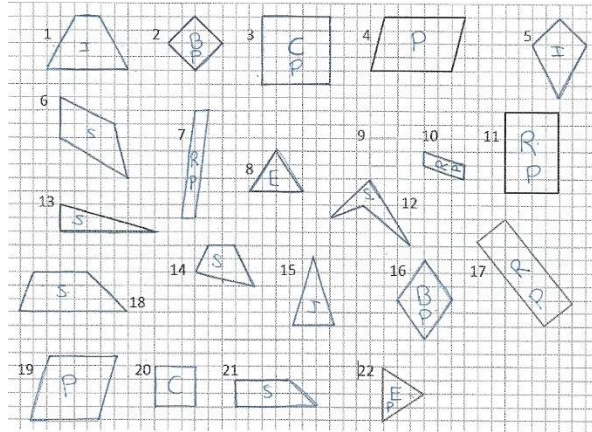


Ilustración 11

- Un cuadrado es A VECES un paralelogramo

Ilustración 12

El grado de adquisición corresponde con un 90,91% en el nivel 1 y un 9,09% en el 2.

Alumno 3: (N1, N2, N2, N2, N2, N2, N1, N1, N1, N3)

En la cuestión 11 establece que un cuadrado es siempre un paralelogramo, realizando así una clasificación inclusiva; sin embargo, se estima que haya colocado dicho concepto de forma aleatoria porque en la lámina de figuras, a los cuadrados solo les ha colocado su respectiva C, sin incluir al paralelogramo (P) (Ver ilustraciones 13 y 14). Generalmente, este alumno emplea vocabulario matemático, como “lados”, “paralelos”, “rectas”, por lo que se encuentra mayoritariamente en el nivel 2 (Ver ilustración 15).

- Un cuadrado es siempre un paralelogramo

Ilustración 13

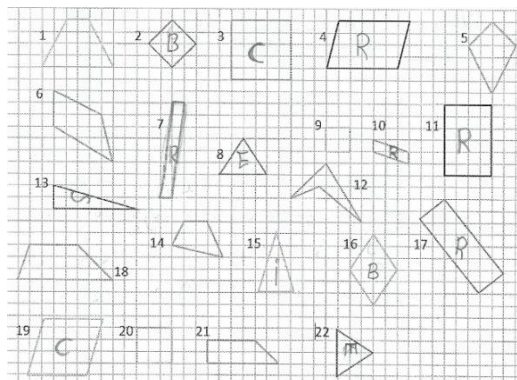


Ilustración 14

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Que te fijas que fijar en que las dos partes paralelas son iguales

Ilustración 15

Su grado de adquisición coincide con un 36,37% en el nivel 1, un 54,54% en el nivel 2 y tan solo un 9,90 en el nivel 3.

Alumno 4: (N1, N2, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

La gran mayoría del cuestionario se encuentra en blanco, correspondiéndose con el nivel más bajo (nivel uno). Es curioso destacar que, si el alumno desconocía totalmente dichos contenidos, haya podido responder dos cuestiones correctamente empleando un léxico matemático como “lados” o “paralelas” (Ver ilustración 16).

- b) Justifica por qué has colocado cada letra en las figuras y, si es necesario, por qué has colocado dos letras en alguna de las figuras o no has colocado ninguna.

Es puesto la E en la figura que era de 4 lados de igual longitud.

Ilustración 16

El grado de adquisición será el siguiente: 81,82% en el nivel 1 y tan solo un 18,18% en el nivel 2.

Alumno 5: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N1)

Dicho estudiante realiza clasificaciones inclusivas, estableciendo que el cuadrado, rombo y rectángulo son a la vez paralelogramos. Sin embargo, solo reconoce los cuadrados prototípicos, y no establece que la figura 2 es un cuadrado, aunque esté girado (ver ilustración 17).

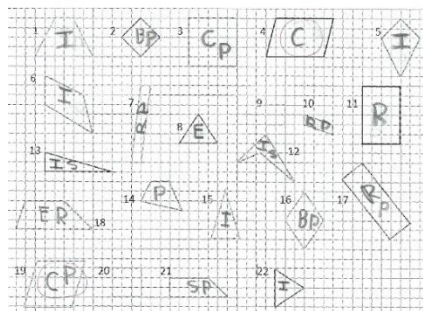


Ilustración 17

En la pregunta once hay una incongruencia ya que, ahora no considera que un cuadrado sea un paralelogramo, como ha señalado en la lámina (ver ilustración 19). Además, dice que un rectángulo es a veces un cuadrado, no quedando reflejado en la actividad uno (ver ilustración 18).

- Un rectángulo es a veces un cuadrado

Ilustración 18

- Un cuadrado es a veces un paralelogramo

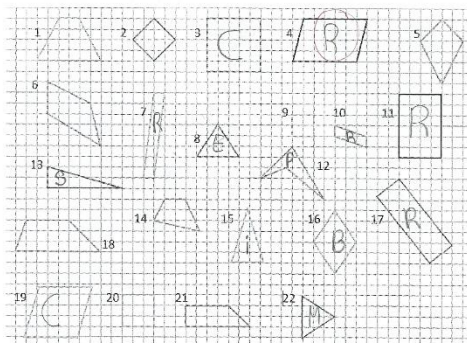
Ilustración 19

Cabe destacar que esa relación de inclusividad no concuerda con el resto de preguntas ya que, en la mayoría se encuentra en el nivel uno por la carencia de léxico.

El grado de adquisición corresponde con un 90,91% en el nivel 1 y 9,09% en el nivel 3.

Alumno 6: (N1, N2, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N3, N1, N1)

El alumno identifica que un cuadrado es siempre un rectángulo, es decir, realiza una clasificación inclusiva con respecto a estas dos figuras geométricas (ver ilustración 21); sin embargo, este aspecto no se ve señalado en la lámina de figuras, ya que, en el número 3 solo le ha colocado la letra C, correspondiéndole también la R (rectángulo) (ver ilustración 20).



- Un cuadrado es siempre un rectángulo

Ilustración 20

Ilustración 21

Dicho estudiante posee el siguiente grado de adquisición: 72,73% en el nivel 1, un 18,18% en el nivel 2 y un 9,09 en el nivel 3.

Alumno 7: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N3)

Se destaca la comparación que realiza entre el rombo y las figuras no geométricas para describir su aspecto. Es típico que lo relacionen con los diamantes debido a su forma (ver ilustración 22).

c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que es como un triangulo o diamante.

Ilustración 22

De la misma manera que el alumno anterior, este incluye los cuadrados como paralelogramos (ver ilustración 23), sin ser identificados en la lámina de figuras (ver ilustración 24).

— Un cuadrado es siempre un paralelogramo

Ilustración 23

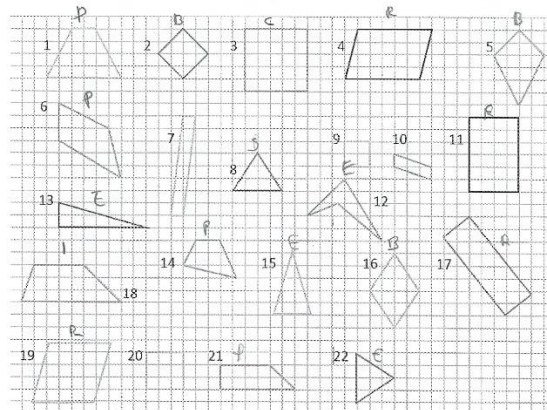


Ilustración 24

El grado de adquisición se sitúa en un 81,82 % sobre el nivel 1 y tan solo un 18,18% en el nivel 2.

Alumno 8: (N1, N2, N1, N2, N1, N2, N1, N1, N3, N1, N1)

El estudiante refleja en la pregunta nueve la inclusividad entre cuadrado y rectángulo (ver ilustración 25); no concordando con las letras situadas en la lámina, ya que en la figura 3 por ejemplo, solo aparece una C (ver ilustración 26).

– Un cuadrado es Siempre un rectángulo

Ilustración 25

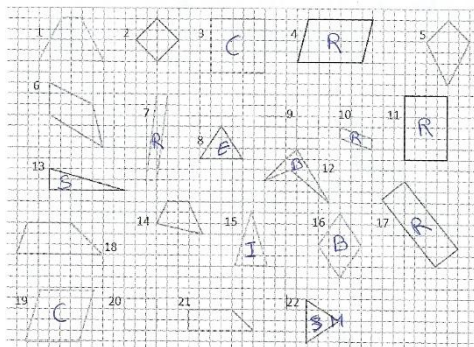


Ilustración 26

Además, he de resaltar que dicho alumno solo reconoce los triángulos equiláteros prototípicos, ya que en la figura número 22 le ha colocado una letra inventada, siendo este también un triángulo equilátero (ver ilustración 26).

Su grado de adquisición se sitúa en un 63,64% con respecto al nivel 1, un 27,27% en el nivel 2 y 9,09% en el nivel 3.

Alumno 9: (N1, N2, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N3, N1, N1)

Destacar que, como el alumno 8, este realiza clasificaciones inclusivas entre cuadrado y rectángulo (ver ilustración 27), no viéndose reflejado en la lámina (ver ilustración 28).

– Un cuadrado es Siempre un rectángulo

Ilustración 27

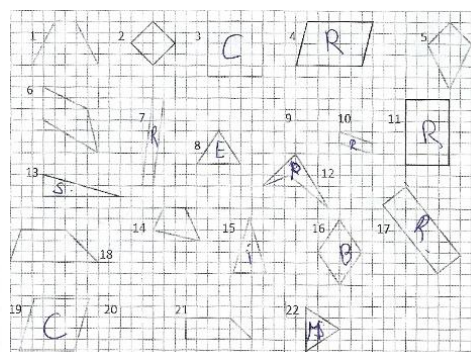


Ilustración 28

Además, aparecen errores con respecto al número de lados en los cuadriláteros, porque afirma que los rombos tienen cinco lados (ver ilustración 29).

c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

tienen 5 lados 4 recta cortadas

Ilustración 29

Su grado de adquisición corresponde con un 72,73% sobre el nivel 1, 18,18% en el nivel 2 y tan solo un 9,09 en el nivel 3.

Alumno 10: (N1, N2, N2, N2, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1)

Este estudiante no realiza, en ningún caso, clasificaciones inclusivas, aunque en varias cuestiones sí utiliza un lenguaje propiamente matemático para enumerar propiedades de las figuras, situándose así en el nivel 2 (ver ilustración 30).

a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Primero los rectangulos tienen 4 lados, 2 rectos paralelos y 2 cortadas

Ilustración 30

Acentuar, que solo es capaz de reconocer los triángulos equiláteros prototípicos (número 8), además de confundir un triángulo escaleno con cuadriláteros (números 12, 14, 18) (ver ilustración 31).

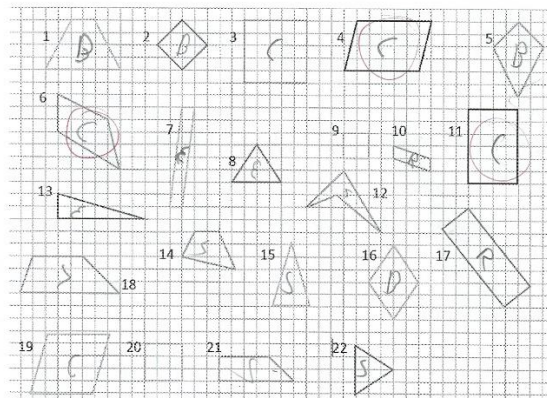


Ilustración 31

Se encuentra, según el grado de adquisición, en un 63,64% sobre el nivel 1 y 36,36% en el nivel 2.

Alumno 11: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Las respuestas a todas las cuestiones se corresponden con el nivel uno, ya que no justifica realmente aportando propiedades y utiliza un lenguaje no matemático. Se encuentran en blanco las preguntas seis, nueve, diez y once, por lo que se les ha asignado el nivel más bajo (nivel 1). También destacar que solo reconoce los cuadrados prototípicos y los triángulos equiláteros, cometiendo errores como el de asignar a un cuadrilátero la letra S que pertenece a triángulo escaleno (ver ilustración 32).

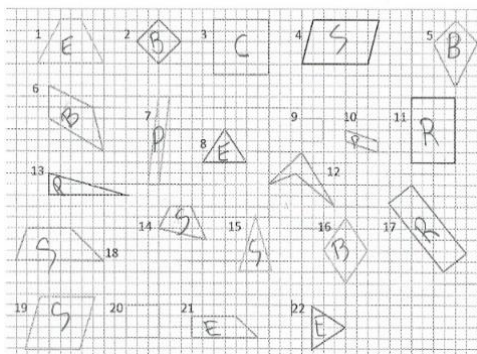


Ilustración 32

El grado de adquisición es 100% el nivel 1.

Alumno 12: (N1, N1, N2, N2, N2, N2, N1, N1, N1, N1, N1)

Identifica que las figuras geométricas están formadas por elementos, aunque enuncia sus propiedades de forma incompleta, como es el caso del rectángulo que solo aporta el número de lados (ver ilustración 33).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

que tiene 4 lados

Ilustración 33

Dicho estudiante no es capaz de reconocer los cuadrados ni los triángulos. Las figuras tres, nueve y veinte (cuadrados) se encuentran sin ninguna letra y, tan solo pone correctamente una E (triángulo equilátero) en el número 22, ya que en el resto ha colocado las letras aleatoriamente, no coincidiendo con la respuesta correcta. Por ejemplo, la figura 15 es un triángulo isósceles y aparece en ella una E (triángulo equilátero) (ver ilustración 34).

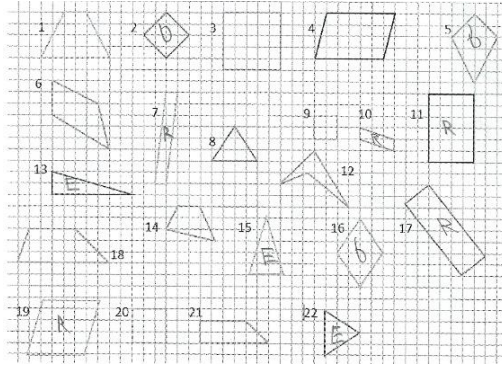


Ilustración 34

Su grado de adquisición se relaciona con un 63,64% sobre el nivel 1 y un 36,36% sobre el 2.

Alumno 13: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3)

Generalmente aporta razonamientos escasos con vocabulario poco preciso para justificar cada una de las cuestiones, por ejemplo, “un rectángulo es como un cuadrado, pero más largo” (ver ilustración 35).

a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Que se fije en un cuadrado pero que sea más largo.

Ej: 

Ilustración 35

Además, se muestra una incoherencia entre la pregunta una y once ya que, en esta última asegura que los cuadrados son paralelogramos, realizando clasificaciones inclusivas (ver ilustración 37); sin embargo, en la lámina no se refleja este hecho (ver ilustración 36). En la figura 3 solo aparece la C de cuadrado, faltando la P de paralelogramo para estar acorde con la última cuestión (ver ilustración 36).

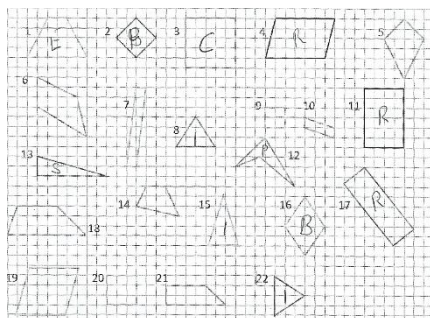


Ilustración 36

Un cuadrado es Aunq ~~un~~ un paralelogramo siempre.

Ilustración 37

Debido a ello, su grado de adquisición corresponde con un 90,90% sobre el nivel 1 y 9.09% sobre el 3.

Alumno 14: (N1, N2, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N3)

El alumno establece una comparación para justificar las propiedades del rombo, en este caso asegura que es como un cuadrado pero girado. Generalmente, el vocabulario es cotidiano y poco preciso, aunque en la pregunta número uno argumenta la elección de las letras de forma adecuada, aunque incompleta (ver ilustración 38).

b) Justifica por qué has colocado cada letra en las figuras y, si es necesario, por qué has colocado dos letras en alguna de las figuras o no has colocado ninguna.

-En el 3 y el 20 he puesto C porque tienen los 4 lados iguales
 -En el 11 y el 17 he puesto R porque 2 de sus lados son más grandes que otros.

Ilustración 38

Además, se vuelve a mostrar la inclusividad en las dos últimas preguntas (ver ilustraciones 39 y 40), sin verse reflejadas en la lámina de figuras, es decir, no aparece en la figura tres, por ejemplo, la doble denominación de cuadrado y rectángulo (ver ilustración 41).

- Un rectángulo es 2 veces un cuadrado



- Un cuadrado es siempre un paralelogramo

Ilustración 39

Ilustración 40

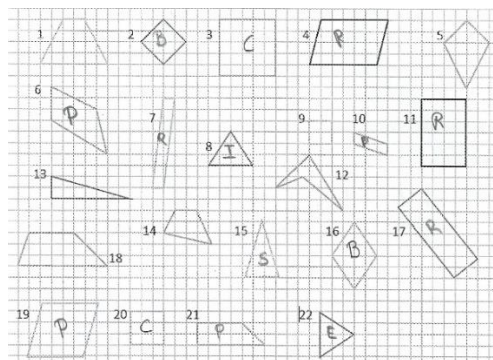


Ilustración 41

Su grado de adquisición se corresponde con un 63,63% en el nivel 1, 18,18% en el nivel 2 y, finalmente un 18,18% en el 3.

Alumno 15: (N1, N1, N2, N2, N2, N2, N1, N1, N1, N1, N1)

Resaltar que solo reconoce en la lámina de figuras geométricas aquellos cuadrados y triángulos equiláteros prototípicos (números 3 y 8); sin realizar ninguna clasificación inclusiva en ella ni en las cuestiones que se presentan (ver ilustración 42).

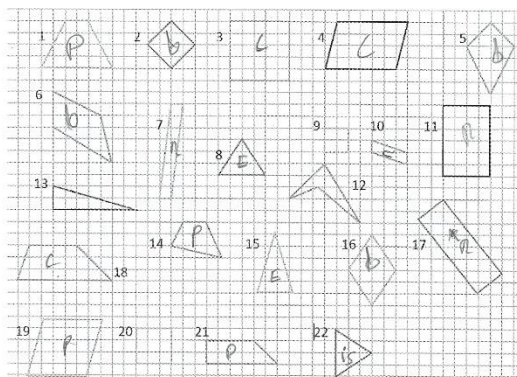


Ilustración 42

Utiliza, en varias ocasiones, vocabulario matemático para enumerar propiedades, aunque es muy escaso porque se limita solo a indicar el número de lados para justificar sus elecciones (ver ilustración 43).

- b) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los trapecios en una lámina de figuras?

tiene cuatro lados

Ilustración 43

Con respecto al grado de adquisición, se encuentra un 63,63% en el nivel 1 y un 36,36% en el nivel 2.

Alumno 16: (N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

No realiza en ningún momento clasificaciones inclusivas, de ahí que no se encuentre en el nivel tres en ninguna de las cuestiones. Cabe destacar que el estudiante no identifica los triángulos isósceles, ya que los confunde con los equiláteros, por ejemplo, en la figura 15 (triángulo isósceles) pone una E (triángulo equilátero) (ver ilustración 44).

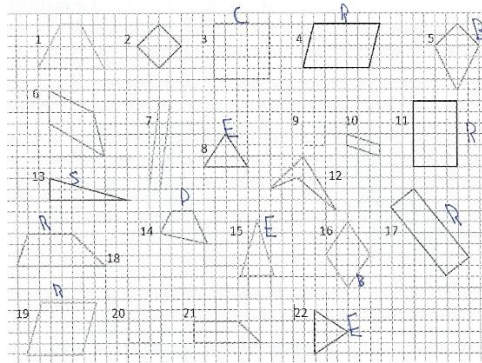


Ilustración 44

Las preguntas dos, cuatro y seis aparecen en blanco, por lo que se les ha asignado el nivel 1; sin embargo, en la tres, sí enuncia propiedades utilizando vocabulario matemático (ver ilustración 45).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

En dos lados iguales y otros dos diferentes

Ilustración 45

Excepto dicha pregunta, a todas les han sido asignadas el nivel 1, lo que le corresponde 90,90% en su nivel de adquisición y un 9,09% en el nivel 2.

Alumno 17: (N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El vocabulario que el estudiante utiliza, corresponde con un nivel uno, ya que aparece, por ejemplo, “esquinas” en vez de vértices (ver ilustración 46).

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

que se fijara en sus cuatro esquinas y en su forma girada

Ilustración 46

Sin embargo, en la cuestión número tres sí aparece la palabra “ángulos”, pudiéndose considerar un léxico propio del nivel 2, aunque en la misma pregunta aparezca de nuevo “esquinas” (ver ilustración 47).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Que se fijara en los ángulos y en las esquinas que tengan 4

Ilustración 47

Exceptuando dicha cuestión, el resto del cuestionario está calificado con un nivel 1, es decir, un 90,90% de este pertenece al nivel 1 y 9,09% al 2.

Alumno 18: (N1 N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

En la cuestión dos, el estudiante realiza una combinación de vocabulario cotidiano y matemático, aunque he considerado que prima más este último y por dicha razón le corresponde el nivel dos. Generalmente, el resto de cuestionario ha sido respondido de forma aleatoria, sin aportar justificaciones adecuadas, como es el caso de la cuestión cinco, donde el alumno anota que el rombo es una mezcla de triángulo y cuadrado (ver ilustración 48). Además, la lámina se encuentra prácticamente vacía sin letras asignadas, reconociendo solo los rombos, cuadrados y rectángulos (ver ilustración 49).

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que es una mezcla de triángulo y cuadrado

Ilustración 48

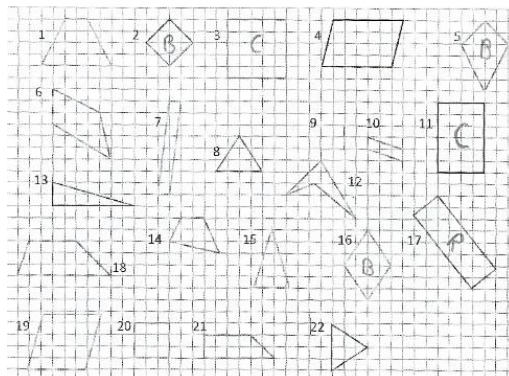


Ilustración 49

Al igual que en el alumno anterior, a dicho cuestionario le corresponde un nivel de adquisición de un 90,90% sobre el nivel 1 y solo un 9,09% en el 2.

Alumno 19: (N1, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Las preguntas dos, seis y siete aparecen en blanco, debido a la no comprensión del contenido; correspondiéndole el nivel más bajo (nivel uno). El resto son contestadas con terminología básica y cotidiana, utilizando los vocablos “alargado” y “gema” (ver ilustración 50).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Que se fijara que fuera un cuadrado alargado

Ilustración 50

Tan solo en la cuestión cinco aparece el término “lados” para enumerar las propiedades de los rombos; asignándole el nivel dos. A través de las preguntas nueve, diez, once y la lámina de figuras, se puede concluir que clasifica de forma exclusiva, no relacionando, por ejemplo, paralelogramos con rombos, cuadrados y rectángulos. De nuevo, un alumno no reconoce los triángulos isósceles ni escalenos, poniendo las letras que les corresponde a distintos cuadriláteros (ver ilustración 51).

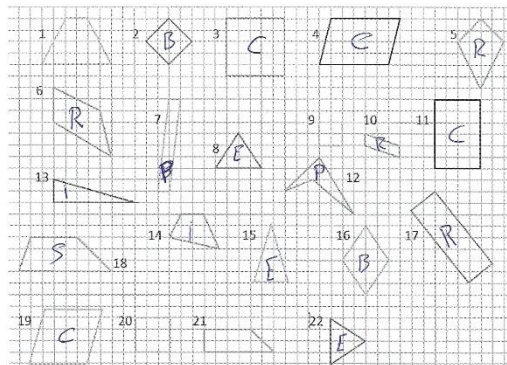


Ilustración 51

Posee un 90,90% de cuestiones en el nivel 1 y un 9,09% en el nivel 2.

Alumno 20: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El vocabulario que utiliza es completamente cotidiano (“palos”) (ver ilustración 52), estableciendo comparaciones con objetos no geométricos, como es el caso de la cuestión cinco en relación al rombo: “que se pareciera a un diamante” (ver ilustración 53).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

Que se fije si tiene tres palos

Ilustración 52

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que se pareciera a un diamante

Ilustración 53

Se les ha asignado el nivel 1 a aquellas preguntas que se encuentran sin respuesta (2, 4, 6, 11). Es curioso comentar que no es capaz de identificar los tipos de triángulos, por ejemplo, la figura 8 se corresponde con un triángulo equilátero y ha asignado la letra I de isósceles o, el número 15 posee la letra E (equilátero) y es isósceles (ver ilustración 54).

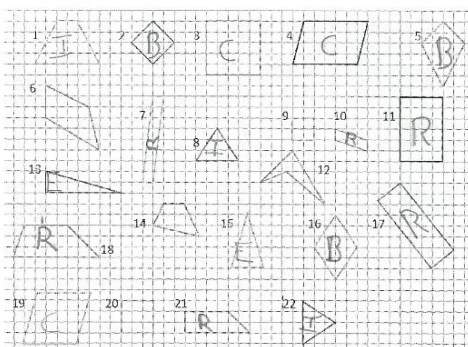


Ilustración 54

Su grado de adquisición corresponde en un 100% con el nivel 1.

Alumno 21: (N1, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

En la primera cuestión prevalece el nivel uno; sin embargo, realiza clasificaciones inclusivas con respecto a cuadrado y rombo. Al colocar en la figura número 2 las letras B y C, está considerando que el cuadrado es un caso particular del rombo; situándose solo en este caso en el nivel tres. Sin embargo, no es capaz de reconocer la tipología de triángulos, por ejemplo, asigna la letra I (isósceles) a aquellos que son equiláteros (ver ilustración 55).

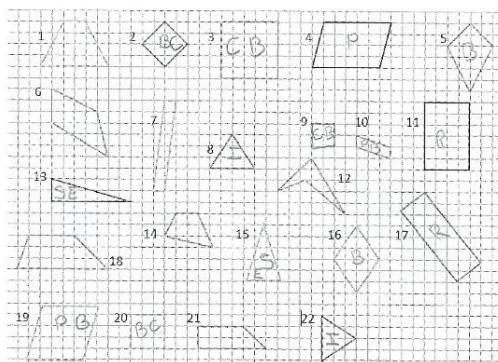


Ilustración 55

Tan solo en la cuestión 5 se considera que se encuentra en el nivel 2 al haber utilizado el término “vértices” para aportar propiedades de los rombos (ver ilustración 56).

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que un rombo tiene cuatro vértices y si le das la vuelta es un cuadrado.

Ilustración 56

De esta manera, su grado de adquisición corresponde con un 90,90% en el nivel 1 y un 9,09% en el 2.

Alumno 22: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N1)

En la primera cuestión, realiza una relación de inclusividad entre el cuadrado y el rombo, al poner en las figuras 2, 3, 9 y 20 las letras B (rombo) y C (cuadrado). Además, identifica todos los cuadrados de la ilustración, no solo aquellos prototípicos, situándose en el nivel 3. Es curioso resaltar que el estudiante no es capaz de identificar los triángulos, ya que no ha colocado ninguna letra en la ilustración (números 8, 13, 15, 22) (ver ilustración 57).

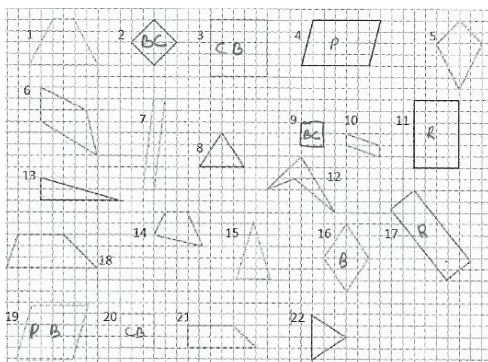


Ilustración 57

En la pregunta diez, el alumno considera que un rectángulo es a veces un cuadrado, estableciendo así una clasificación inclusiva correspondiente al nivel tres (ver ilustración 58).

– Un rectángulo es a veces un cuadrado

Ilustración 58

Exceptuando estas dos anotaciones realizadas, el resto del cuestionario presenta vocabulario poco preciso, además de varias preguntas en blanco debido a su incomprensión.

El grado de adquisición data de un 90,90% en el nivel 1 y un 9,09% en el 3.

Alumno 23: (N1, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

De la misma forma que el alumno anterior, este también realiza clasificaciones inclusivas solo entre cuadrado y rombo, colocando ambas letras en los números 2, 3, 9 y 20 que aparecen en la ilustración (ver ilustración 59).

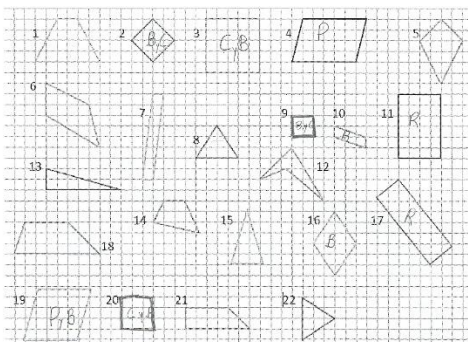


Ilustración 59

El vocabulario que emplea para la redacción del cuestionario es cotidiano y pobre; aunque se destaca la actividad cinco, que utiliza el término “lados” para enumerar las propiedades de los rombos (ver ilustración 60).

e) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que un rombo tiene 4 lados y si le das la vuelta es un cuadrado

Ilustración 60

El grado de adquisición corresponde con un 90,91% en el nivel 1 y un 9,09% en el 2.

Alumno 24: (N1, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Este alumno también realiza una clasificación inclusiva entre rombo y cuadrado, situando ambas letras en la ilustración. Sin embargo, no identifica correctamente los triángulos ya que sitúa la I (isósceles) sobre los equiláteros (números 8 y 22) y, sobre el isósceles (número 15) las letras E (equilátero) y S (escaleno) (ver ilustración 61).

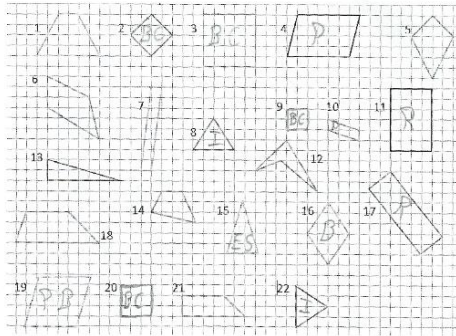


Ilustración 61

Exclusivamente en la cuestión cinco, se sitúa en el nivel 2 debido al vocabulario que emplea, justificando que un rombo tiene cuatro vértices (ver ilustración 62).

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que un rombo tiene cuatro vértices y si lo miras de otro lado es un cuadrado

Ilustración 62

El grado de adquisición corresponde con un 90,9% en el nivel 1 y 9,09% en el 2.

Alumno 25: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N1, N1)

Establece en la cuestión nueve la inclusividad entre cuadrado y rectángulo correspondiente al nivel 3 (ver ilustración 63); sin embargo, este aspecto no se ve reflejado en la ilustración, es decir, si un cuadrado es siempre un rectángulo, los cuadrados que aparecen en la lámina (números 3, 9 y 20) deberían de llevar, además de la C una R (ver ilustración 64).

– Un cuadrado es siempre un rectángulo

Ilustración 63

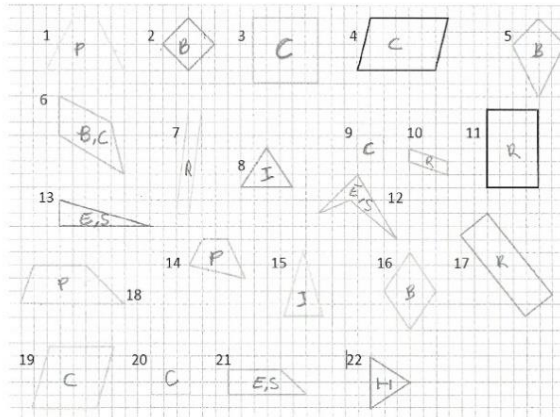


Ilustración 64

Generalmente, la terminología empleada en el cuestionario es propia del nivel 1, ya que aparecen palabras como “alargado”, “estrecho” y realiza comparaciones con objetos no geométricos: “cometa” (ver ilustración 65).

e) ¿Es un rectángulo el número 2? Justifícalo

No, porque es un rombo. porque tiene forma de cometa

Ilustración 65

El grado de adquisición se corresponde con un 90,90% en el nivel 1 y 9,09% en el nivel 2.

Alumno 26: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Dicho alumno realiza clasificaciones exclusivas, por ejemplo, al no considerar que el cuadrado, rombo y rectángulo son paralelogramos. Además, no es capaz de identificar la tipología de triángulos ya que atribuye una I (isósceles) a los equiláteros (números 8 y 22), sitúa una E (equilátero) y S (escaleno) a la cometa, siendo esta un cuadrilátero, entre otras (ver ilustración 66).

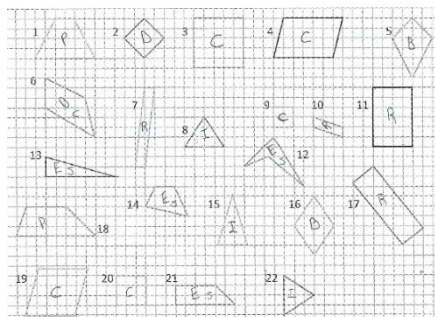


Ilustración 66

Presenta las cuestiones dos y seis sin respuesta, correspondiéndoles el nivel uno a ambas. El vocabulario es pobre, utiliza “alargado”, “estrecho” y, establece una comparación entre el rombo y la cometa (ver ilustración 67).

e) ¿Es un rectángulo el número 2? Justificalo

No, porque es un rombo ya que como te dicho antes tiene forma de cometa

Ilustración 67

Consecuentemente, el grado de adquisición se sitúa en un 100% con respecto al nivel 1.

Alumno 27: (N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Generalmente, dicho cuestionario se encuentra en el nivel uno porque realiza clasificaciones exclusivas, como es el caso de la primera cuestión. En ella, sitúa una R en la figura 11, por ejemplo, sin considerar que es además un paralelogramo (ver ilustración 68).

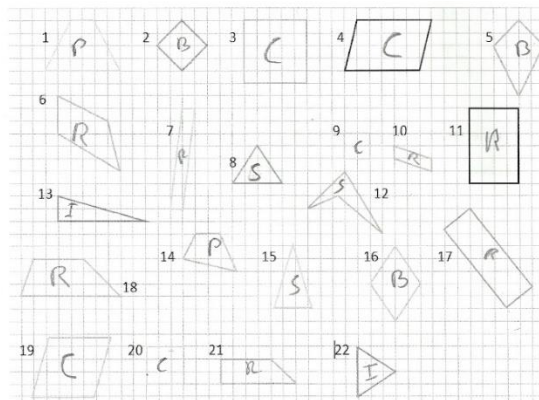


Ilustración 68

Además, justifica las respuestas usando un vocabulario cotidiano, como es el caso de la pregunta 5, en la que usa la terminología “picos” en vez de vértices (ver ilustración 69).

c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Están en forma de pico

Ilustración 69

Cabe destacar que, sin embargo, en la cuestión tres sí emplea “lados” al señalar una propiedad para poder localizar los rectángulos de la lámina, situándose así en el nivel 2 (ver ilustración 70).

a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

que tiene cuatro lados y es más largo que un cuadrado

Ilustración 70

El grado de adquisición que posee dicho alumno se centra en un 90,91% en el nivel 1 y 9,09% en el nivel 2.

Alumno 28: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N3, N1)

En la cuestión nueve y diez, el alumno considera la inclusión entre rectángulo y cuadrado y, viceversa (ver ilustración 71); sin embargo, no se ve reflejado en la ilustración ya que, en las figuras 3, 9 y 20 debería colocar además la letra R. Exceptuando dichas preguntas, al resto del cuestionario le pertenece un nivel 1 debido a las clasificaciones exclusivas que realiza, por ejemplo, no reconoce que los rombos, cuadrados y rectángulos son además paralelogramos (números 2, 3, 7, 9, 10, 11, 16, 17, 20) (ver ilustración 72).

- Un cuadrado es siempre un rectángulo



- Un rectángulo es a veces un cuadrado



Ilustración 71

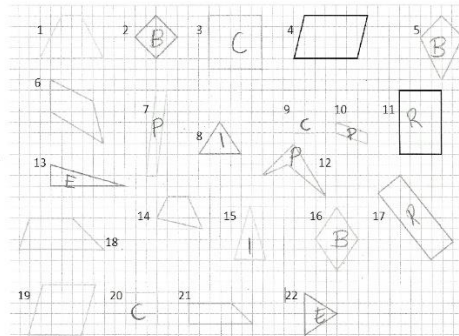


Ilustración 72

Además, el léxico empleado es pobre, estableciendo comparaciones con otras figuras, como en las cuestiones dos y tres, donde se refleja que el rombo tiene forma de cometa o que el cuadrado tiene cuatro puntos (ver ilustración 73).

b) Justifica por qué has colocado cada letra en las figuras y, si es necesario, por qué has colocado dos letras en alguna de las figuras o no has colocado ninguna.

- C -> Cuatro puntas del mismo tamaño
- R -> Cuadrado alargado
- B -> Forma de cometa
- E -> Triángulo inclinado
- I -> Triángulo alargado

Ilustración 73

El grado de adquisición corresponde con 81,81% en el nivel 1 y 18,18% en el 3.

Alumno 29: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Mediante la ilustración conocemos que el estudiante no identifica los paralelogramos, ni los triángulos isósceles y escalenos; además, confunde la cometa (número 5) con un rombo.

Al no identificar que la figura número 11 sea un paralelogramo o, al afirmar que un cuadrado nunca es un rectángulo se puede concluir que, este alumno realiza clasificaciones exclusivas. Además, el vocabulario utilizado es cotidiano, por ejemplo “puntos”, “largo” (ver ilustración 74).

- a) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rectángulos en una lámina de figuras?

la forma el tamaño y los puntos

Ilustración 74

Debido a ello, el grado de adquisición es un 100% sobre el nivel 1.

Alumno 30: (N1, N2, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

En la cuestión número 1 se conoce que el estudiante no reconoce los triángulos ni los paralelogramos, dado que no hay situada ninguna letra en ellos (ver ilustración 75).

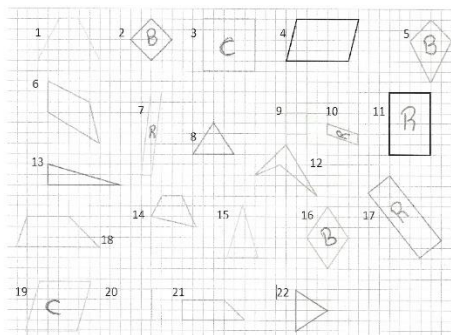


Ilustración 75

En las preguntas dos y tres, emplea vocabulario matemático para justificar por qué ha colocado cada letra en las figuras, por ejemplo “lados”, “vértices”, situándose así en el nivel dos (ver ilustración 76).

- b) Justifica por qué has colocado cada letra en las figuras y, si es necesario, por qué has colocado dos letras en alguna de las figuras o no has colocado ninguna.

C = porque tiene 4 lados
 R = porque tiene 4 lados largos
 B = porque tiene 4 lados y por los vértices

Ilustración 76

Dado que las cuestiones cuatro, cinco, seis y ocho se encuentran en blanco se les ha asignado el nivel inferior (nivel 1). Además, no realiza clasificaciones inclusivas porque, por ejemplo, no reconoce que un cuadrado es siempre un rectángulo y un paralelogramo (ver ilustraciones 77 y 78).

Un cuadrado es a veces un rectángulo



Ilustración 77

– Un cuadrado es nunca un paralelogramo

Ilustración 78

Consecuentemente, el grado de adquisición recae un 81,81% en el nivel 1 y 18,18% en el nivel 2.

Alumno 31: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El alumno no reconoce los rombos ni los triángulos equiláteros y escalenos de la lámina de figuras. Sin embargo, establece una clasificación inclusiva entre rombos y paralelogramos (números 2 y 6), situándose en el nivel 3 (ver ilustración 79). Aunque a la primera cuestión le corresponda el nivel 1 por ser el que más predomina, es importante destacar la relación de inclusividad que se ha señalado. Las respuestas a las cuestiones planteadas no se realizan de forma adecuada, ya que aparece en numerosas ocasiones que se busque en el móvil; correspondiéndole el nivel 1.

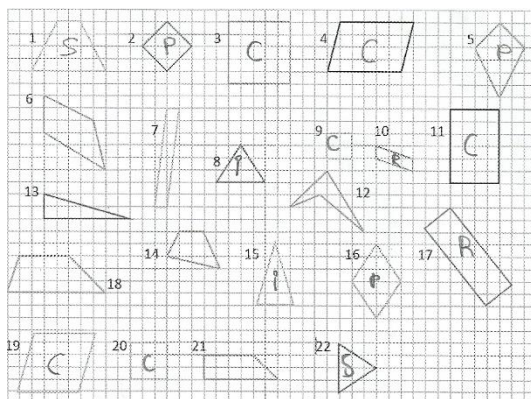


Ilustración 79

El grado de adquisición se corresponde en un 100% sobre el nivel 1.

Alumno 32: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Al cuestionario completo le corresponde el nivel 1 debido al poco ajuste en las respuestas y al vocabulario empleado. Por ejemplo, en la cuestión tres emplea la palabra “picos”, en vez de “vértices” (ver ilustración 80).

- c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras? *en sus picos*

Ilustración 80

Además, no establece la inclusión entre las figuras, ya que, por ejemplo, asegura que el número 11 no es un paralelogramo porque un lado es más largo o, que un cuadrado nunca es un paralelogramo (ver ilustración 81).

- f) ¿Es un paralelogramo el número 11? Justificalo

No porque un lado es más largo

Ilustración 81

El grado de adquisición se corresponde en un 100% sobre el nivel 1.

Alumno 33: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Al igual que el alumno anterior, el léxico que emplea en la justificación de las cuestiones es cotidiano, por ejemplo, en la pregunta cuatro asegura que para localizar los trapecios hay que fijarse en las 4 paredes y las diferentes anchuras o, en la cinco que los rombos no son rectangulares y tienen paredes a los lados.

Además, no realiza clasificaciones inclusivas ya que en la ilustración no ha identificado los paralelogramos ni que el cuadrado es un rectángulo (ver ilustración 82).

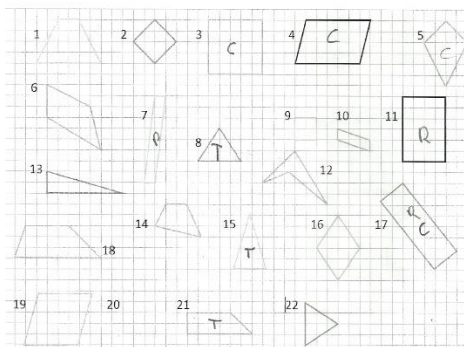


Ilustración 82

Consecuentemente, el grado de adquisición se corresponde con un 100% sobre el nivel 1.

Alumno 34: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3)

La última cuestión refleja la clasificación inclusiva que el alumno establece entre cuadrado y paralelogramo; sin embargo, no se ve reflejado en la lámina de figuras, puesto que debería haber situado en las figuras 3, 9 y 20 la letra P (paralelogramo). En ella, se averigua que el alumno confunde los triángulos isósceles y escalenos, ya que sitúa una E (equilátero) en el triángulo isósceles (número 15) o una I (isósceles) en la cometa (número 12) (ver ilustración 83).

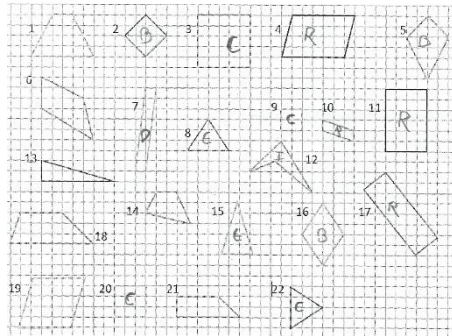


Ilustración 83

Las cuestiones tres cuatro, cinco, seis, siete y ocho se encuentran en blanco, por lo que se les ha asignado el nivel inferior (nivel 1).

El grado de adquisición data de un 90,90% en el nivel 1 y 9,09% en el nivel 3.

Alumno 35: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El grado de adquisición corresponde en un 100% sobre el nivel uno porque el alumno posee un vocabulario poco apropiado, por ejemplo, describe al rectángulo como una figura ancha, larga, con cuatro esquinas. Además, a través de la lámina y las cuestiones nueve, diez y once, podemos percibir que clasifica las figuras geométricas de forma exclusiva, ya que asegura que un cuadrado nunca es un rectángulo o, no identifica que rombos, cuadrados y rectángulos son paralelogramos (ver ilustraciones 84 y 85).

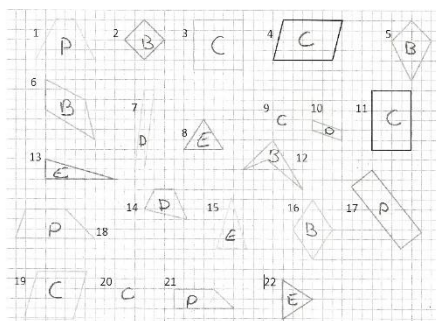


Ilustración 84

— Un cuadrado es nunca un rectángulo

Ilustración 85

Alumno 36: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Al igual que el alumno anterior, redacta las respuestas con léxico no matemático, utilizando “picos” en vez de “vértices” (ver ilustración 86).

b) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los trapecios en una lámina de figuras?

En los picos y los lados

Ilustración 86

Asimismo, en la ilustración se muestra la confusión entre triángulos, por ejemplo, coloca una E (equilátero) a varios cuadriláteros (números 14 y 18). Solo reconoce correctamente el triángulo escaleno (número 13). Tampoco identifica los paralelogramos ni rombos, por ejemplo, en el número 2 aparece una E (triángulo equilátero) siendo un rombo (ver ilustración 87).

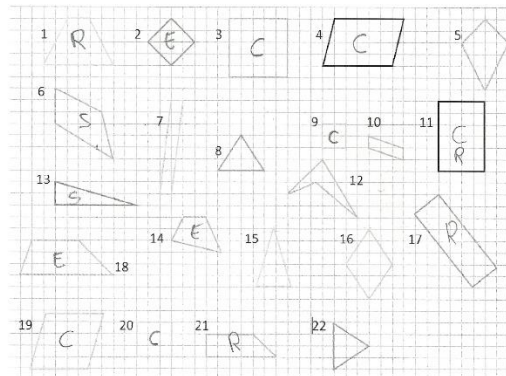


Ilustración 87

El grado de adquisición corresponde con un 100% en el nivel 1.

Alumno 37: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

A excepción de las tres últimas cuestiones en las que realiza una clasificación exclusiva, el resto del cuestionario se encuentra en blanco, por lo que se la ha asignado el nivel inferior (nivel 1). Sin embargo, en la lámina se puede comprobar que realiza clasificaciones inclusivas entre paralelogramo y rombo y rectángulo; ya que en las figuras 2, 7, 10, 16 y 17 aparecen B P (rombo y paralelogramo) o R P (rectángulo y paralelogramo) (ver ilustración 88).

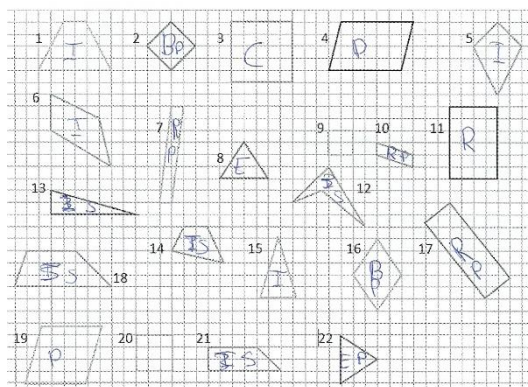


Ilustración 88

El grado de adquisición data de un 100% en el nivel 1.

Alumno 38: (N1, N1, N1, N1, N2, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El vocabulario empleado es cotidiano, por ejemplo, en la cuestión tres emplea “puntas” y “largo” al exponer las propiedades del rectángulo; sin embargo, en la cinco utiliza “vértices” para describir al rombo, léxico apropiado del nivel 2 (ver ilustración 89).

c) ¿En qué le dirías a alguien que se fijara para localizar todos los rombos en una lámina de figuras?

Que buscara cuatro vértices.

Ilustración 89

A través de la lámina, vemos que se encuentra en el nivel 3 solo en la clasificación inclusiva entre rombo y cuadrado, situando ambas letras en las figuras 2, 3, 9, 20. Sin embargo, no es capaz de identificar la tipología de triángulos, ya que sitúa una I (isósceles) en aquellos que son equiláteros (números 8 y 22) o, en el número 15: E S (equilátero y escaleno), siendo isósceles (ver ilustración 90).

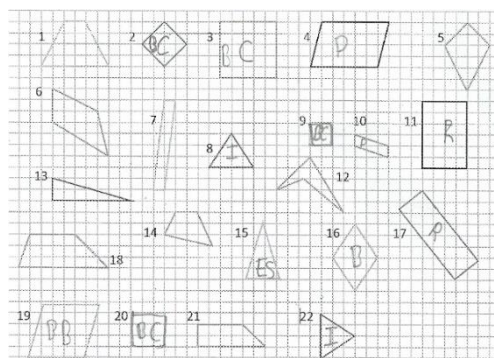


Ilustración 90

El grado de adquisición corresponde con un 90,90% en el nivel 1 y 9,09% en el 2.

Alumno 39: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

El cuestionario, a excepción de la primera cuestión, se encuentra en blanco; asignándose el nivel inferior (nivel uno). Reconoce los rombos (números 2 y 16), rectángulos (números 7, 10, 11, 17) y cuadrado prototípico (números 3 y 20); sin embargo, no es capaz de identificar los paralelogramos ni diferenciar la tipología de triángulos. Por ejemplo, en las figuras 8 y 22 aparecen la letra I (isósceles); correspondiéndole una E a los triángulos equiláteros; en la 15 se refleja una S (escaleno), siendo isósceles y, en la 13 una E (equilátero), siendo escaleno (ver ilustración 91).

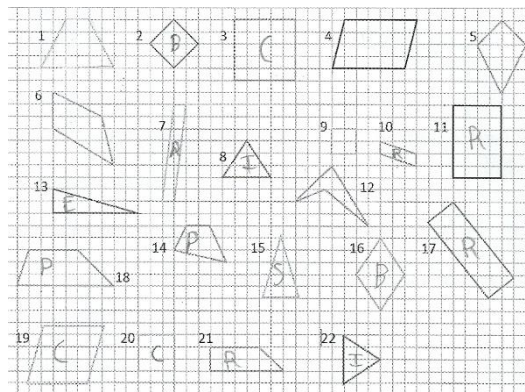


Ilustración 91

El grado de adquisición es 100% del nivel 1.

Alumno 40: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N3, N3)

El alumno no ha resuelto las cuestiones dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete y ocho, correspondiéndoles el nivel más bajo (nivel uno). Sin embargo, en las dos últimas preguntas realiza una clasificación inclusiva entre rectángulo y cuadrado y; este último con paralelogramo (ver ilustraciones 92 y 93). Establece que los cuadrados son siempre paralelogramos y, que un rectángulo es a veces un cuadrado, aunque no se ve reflejado en la lámina de figuras (ver ilustración 94).

Un rectángulo es veces un cuadrado

Ilustración 92

Un cuadrado es siempre un paralelogramo

Ilustración 93

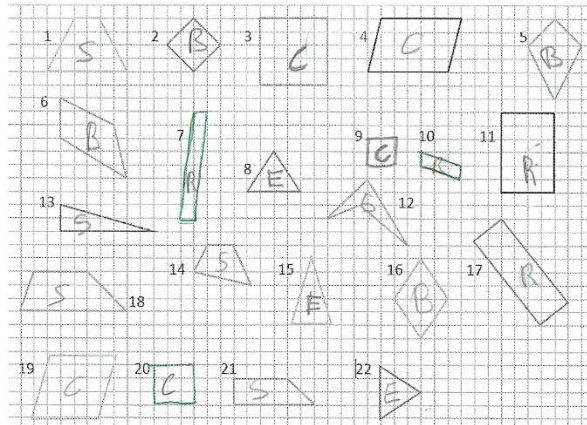


Ilustración 94

El grado de adquisición corresponde con un 81,82% en el nivel 1 y 18,18% en el 3.

Alumno 41: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

Observando la ilustración, se conoce que el alumno no identifica los triángulos de forma correcta, por ejemplo, en la figura 15 aparece una letra inventada F, siendo un triángulo isósceles; o en la figura 22 una I (isósceles), correspondiendo con un equilátero. Además, no reconoce los paralelogramos, ya que no sitúa ninguna P en la lámina (ver ilustración 95).

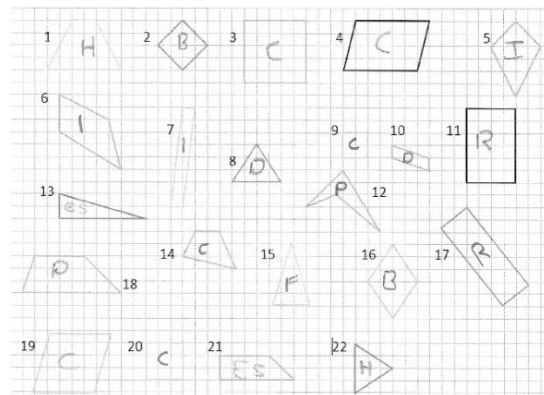


Ilustración 95

Al igual que el anterior, hay cuestiones en blanco. En este caso corresponden con la segunda, tercera, cuarta, quinta y sexta; asignadas también el nivel 1.

El grado de adquisición corresponde con un 100% en el nivel 1.

Alumno 42: (N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1, N1)

En la lámina podemos observar que el estudiante hace una clasificación inclusiva entre rombos (números 2 y 16), rectángulos (números 7, 10, 11, 17), cuadrados (número 3) con paralelogramos (ver ilustración 96).

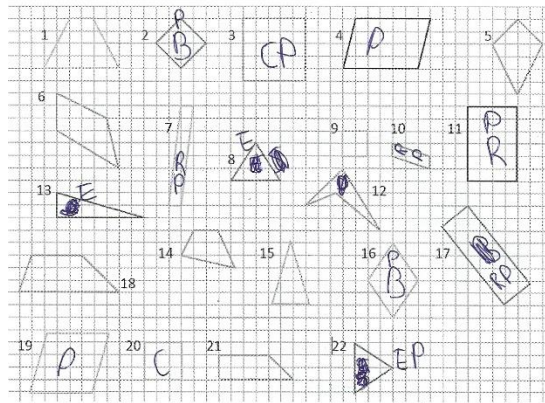


Ilustración 96

Sin embargo, en las tres últimas preguntas se demuestra que realiza clasificaciones exclusivas, concretamente en la última asegura que un cuadrado es a veces un paralelogramo; contradiciendo a lo reflejado en la lámina (ver ilustraciones 97, 98, 99).

Un cuadrado es nunca un rectángulo

Ilustración 97

Un rectángulo es siempre ~~a veces~~ un cuadrado

Ilustración 98

Un cuadrado es a veces un paralelogramo

Ilustración 99

Además, de las cuestiones dos a la ocho están en blanco, por lo que se encuentran en el nivel inferior (nivel 1).

El grado de adquisición corresponde con un 100% sobre el nivel 1.

En la siguiente tabla se recogen los porcentajes que pertenecen al nivel de adquisición de cada estudiante.

	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Alumno 1	54,55%	36,36%	9,09%
Alumno 2	90,91%	9,09%	-
Alumno 3	36,37%	54,54%	9,09%

Alumno 4	81,82%	18,18%	-
Alumno 5	90,91%	9,09%	-
Alumno 6	72,73%	18,18%	9,09%
Alumno 7	81,82%	18,18%	-
Alumno 8	63,64%	27,27%	9,09%
Alumno 9	72,73%	18,18%	9,09%
Alumno 10	63,64%	36,36%	-
Alumno 11	100%	-	-
Alumno 12	63,64%	36,36%	-
Alumno 13	90,91%	9,09%	
Alumno 14	63,64%	18,18%	18,18%
Alumno 15	63,64%	36,36%	-
Alumno 16	90,91%	9,09%	-
Alumno 17	90,91%	9,09%	-
Alumno 18	90,91%	9,09%	-
Alumno 19	90,91%	9,09%	-
Alumno 20	100%	-	-
Alumno 21	90,91%	9,09%	-
Alumno 22	90,91%	9,09%	-
Alumno 23	90,91%	9,09%	-
Alumno 24	90,91%	9,09%	-
Alumno 25	90,91%	9,09%	-
Alumno 26	100%	-	-
Alumno 27	90,91%	9,09%	-
Alumno 28	81,82%	18,18%	-
Alumno 29	100%	-	-
Alumno 30	81,82%	18,18%	-
Alumno 31	100%	-	-
Alumno 32	100%	-	-
Alumno 33	100%	-	-
Alumno 34	90,91%	9,09%	-
Alumno 35	100%	-	-
Alumno 36	100%	-	-

Alumno 37	100%	-	-
Alumno 38	90,91%	9,09%	-
Alumno 39	100%	-	-
Alumno 40	81,82%	18,18%	-
Alumno 41	100%	-	-
Alumno 42	100%	-	-

La tabla de resultados refleja el porcentaje sobre los niveles de van Hiele que poseen los estudiantes con respecto a cuadriláteros y triángulos. Se considera que, si un alumno tiene más del 75% en un nivel, ese será el que predomine en él. Concretamente, un 78,57% de los alumnos se encuentran en dicha situación; lo que corresponde aproximadamente a tres cuartos de la muestra. Sin embargo, hay estudiantes que no alcanzan dicha cifra en ninguno de los niveles, por ejemplo, el nivel de adquisición del alumno tres corresponde con un 36,37% en el nivel uno, un 54,54% en el nivel dos y 9,09% en el tres. En este caso, se situaría en el nivel dos por ser el que más predomina. Este alumno es el único que su porcentaje en el nivel dos supera al resto de niveles ya que, en el resto predomina el nivel inferior (nivel 1).

La realización de clasificaciones inclusivas es propia del nivel tres, por lo que, según la tabla de resultados, solo 6 alumnos son capaces de realizarlas, lo que supone un 14,28% del total. Sin embargo, en la cuestión uno, algunos han realizado ciertas relaciones inclusivas, no apareciendo reflejadas en la tabla porque predominaba otro nivel en ella. Cabe destacar que, 13 alumnos, lo que corresponde un 30,95% de la muestra, se sitúan en un 100% en el nivel 1; una cifra bastante elevada para el curso académico en el que se encuentran. Estos han utilizado un léxico bastante cotidiano y comparaciones con objetos no geométricos para describir y enumerar las propiedades de las figuras. Este hecho sería más propio del primer ciclo (primer y segundo curso), en el que todavía no han adquirido los términos matemáticos. Como se ha explicado con anterioridad, los profesores de cada clase me comentaron que ellos no le otorgaban suficiente importancia al contenido de geometría, sino que trabajaban más la resolución de problemas, el cálculo y la numeración. Este hecho podría explicar el conocimiento tan escaso que dichos estudiantes poseen.

6. CONCLUSIONES

El proyecto de investigación comenzó con una recopilación de información sobre los aspectos más relevantes del modelo de van Hiele, descubriendo cuál fue su origen, los niveles de aprendizaje, los procesos y niveles de razonamientos por los que estaban compuestos y las características de estos. El objetivo propuesto fue descubrir en qué niveles de van Hiele, con respecto a cuadriláteros y triángulos, se situaban alumnos del sexto curso de Educación Primaria. Para llevarlo a cabo, se aplicó un cuestionario a cuarenta y dos estudiantes, compuesto por once preguntas en las cuales, ellos debían de identificar, a partir de una ilustración formada por veintidós figuras geométricas, los cuadrados, rectángulos, paralelogramos, rombos, triángulos equiláteros, isósceles y escalenos. Además de, justificar por qué habían colocado cada letra, enumerar propiedades y establecer relaciones entre varias figuras. Mediante su realización, como ya comenté anteriormente, los profesores de matemáticas de dichas clases me comunicaron que no trabajan lo suficiente en sus aulas la geometría. Ellos dedican varias sesiones al final del curso académico para hacer un pequeño repaso de las figuras geométricas, ya que piensan que no es un contenido relevante. En su lugar, destinan la mayor parte del tiempo al cálculo, numeración y resolución de problemas. Bajo mi punto de vista, los aspectos que ellos trabajan son importantes, pero la geometría debería de estar incluida porque considero relevante que estudiantes con once o doce años sepan, al menos, distinguir entre los distintos tipos de triángulos o conocer que los cuadrados, rombos y rectángulos son paralelogramos. La programación anual de esta asignatura debería ser integral, es decir, incluir todos aquellos contenidos que resulten significativos y útiles para el alumnado, ya que, al llegar septiembre, ellos se tendrán que enfrentar a la etapa secundaria obligatoria y, según los resultados obtenidos tras el análisis de los cuestionarios, pienso que deberán trabajar bastante para conseguir los objetivos propuestos en el área de matemáticas sobre la geometría.

El procedimiento de recogida de información fue satisfactorio, todos los estudiantes presentes en el aula completaron el cuestionario, aunque algunos dejaron varias preguntas en blanco porque desconocían el contenido. Mediante el tiempo empleado, muchos alumnos me pedían que les explicara las tres últimas cuestiones, coincidiendo estas con relaciones inclusivas entre cuadrado y paralelogramo, cuadrado y rectángulo, y viceversa. Dichas dudas, bajo mi punto de vista, pueden coincidir con que los alumnos no son conscientes de que podemos clasificar las figuras geométricas de forma inclusiva.

Tras su análisis, se realizó una tabla de resultados que recoge en qué porcentaje se sitúa cada alumno según los distintos niveles de van Hiele. Haciendo un balance general, concluyo que, casi la totalidad de los alumnos hacen clasificaciones exclusivas entre las distintas figuras; sin embargo, escasos son los estudiantes que mantienen relaciones inclusivas conscientemente, es decir, aquellos que en la actividad uno consideran que los cuadrados, rombos y rectángulos son paralelogramos y, además en la ocho y once responden coherentemente. Destaco este hecho porque son muchos los cuestionarios en los que se hace una clasificación inclusiva en una actividad, considerando que un cuadrado es siempre un rectángulo, pero, en otra que mantiene relación se responde totalmente lo contrario, señalando en la figura número tres de la ilustración solo una C (cuadrado). Es decir, hay que tener en cuenta que cuando los alumnos no conocen el contenido, responden de forma aleatoria.

Asimismo, debido a la agrupación por parejas en la que estaban dispuestos, he sido consciente de que varios han copiado las respuestas del compañero que estaba situado a su lado, ya que aparecen las mismas soluciones varias veces en diferentes alumnos.

Como se ha comentado, debido a la insignificancia otorgada por los profesores a dicho contenido, los alumnos poseen un nivel bastante bajo en geometría. Es inverosímil creer que 13, de los 42 alumnos que conforman la muestra, se sitúen en un 100% en el nivel uno. Todos ellos emplean un vocabulario poco preciso, con términos como “picos”, “tiene forma de ...”. Además, perciben las figuras como objetos individuales, es decir, no generalizan las características de una, a otras del mismo tipo. En dicho curso, este tipo de alumnos deberían reflejar una pequeña excepción; sin embargo, hay una gran cantidad.

La mayoría del alumnado se encuentra en transición entre el nivel uno y dos, concretamente 36 estudiantes argumentan respuestas usando una mezcla entre vocabulario cotidiano y propiamente matemático. Por ejemplo, en una misma solución aparece la palabra “lados” y “picos”. Estos aún no realizan clasificaciones inclusivas, aunque varios, en la cuestión uno sí relacionan que un cuadrado, rombo o rectángulo es a la vez un paralelogramo; identifican todos los cuadrados, no solo aquellos en forma prototípica; o establecen que un cuadrado es un rectángulo, colocando ambas letras en las figuras correspondientes. Aún así, la pregunta una no se sitúa en el nivel tres porque predomina el resto de clasificaciones realizadas, coincidiendo estas con el nivel uno. Generalmente, se piensa que el estudiante no ha realizado dichas relaciones inclusivas con coherencia, debido a que, el resto de preguntas que están relacionadas con la inclusividad son respondidas de forma errónea.

Es pequeño el porcentaje de alumnos que se encuentran iniciando el nivel tres, concretamente un 14,28% redactan algunas cuestiones propias de este. Por ejemplo, suelen completar adecuadamente que un cuadrado es siempre un rectángulo o, que un cuadrado es siempre un paralelogramo. Aun así, en la mayoría de los casos se presenta el problema anterior: estas respuestas no suelen coincidir con la identificación de las figuras geométricas en la lámina, ya que, aseguran que un cuadrado es siempre un paralelogramo, pero en la ilustración solo aparece una C en el cuadrado. Este hecho me lleva a concluir que, muchos de los estudiantes han completado este cuestionario al azar, sin pararse a pensar realmente en las respuestas que estaban escribiendo; aunque pienso que eso se debe al poco conocimiento que poseen sobre dicho contenido y a la persistencia que realicé en que debían realizarlo sin dejarse ninguna pregunta en blanco, ya que era un trabajo muy importante el que yo tenía que realizar con sus respuestas.

Para la realización de conclusiones, he considerado que, si un alumno supera el 75% en dicho nivel, este es el que más le caracteriza. Debido a ello, 33 estudiantes poseen más del 75% en el nivel 1, lo que supone un 75,57% de la muestra, superando más de la mitad. Sin embargo, en el resto, el porcentaje en el nivel uno supera al resto. Es decir, en todos los estudiantes, el porcentaje en el nivel uno sobrepasa a los demás niveles. Como he resaltado anteriormente, este es un dato alentador para todos, ya que en sexto curso debería prevalecer el nivel tres. Teniendo en cuenta de que en un aula siempre hay diversidad de niveles, deberían de aparecer estudiantes en cada uno de los niveles, y no un número tan elevado de aquellos que están en el nivel uno.

Realizada la investigación, puedo concluir que he conseguido el objetivo propuesto y mi meta personal de profundizar en el modelo de van Hiele, aprender cómo se realiza una investigación, el procedimiento de análisis de cuestionarios y, su posterior extracción de conclusiones. A través de la búsqueda de información para elaborar el marco teórico he podido descubrir cuál fue su origen y conocer con más detalle cuáles son las características propias de cada nivel. Posteriormente, tuve que enfrentarme al análisis de los cuestionarios previamente pasados en el colegio. Fue una tarea compleja ya que, en ninguna ocasión anteriormente había analizado un cuestionario con respuestas de alumnos; sin embargo, el aprendizaje fue pleno y satisfactorio. A través de ello, me di cuenta de que una persona no se encuentra totalmente en un nivel o, que esta no tiene por qué reunir todas las características de uno en concreto. Es decir, los estudiantes se encuentran en transición entre un nivel y otro, y pueden tener características propias de

varios a la vez. Ya que, como se indicó en las características, un alumno se sitúa completamente en un nivel cuando adquiera las destrezas necesarias; sin embargo, antes estará combinando características de ambos niveles (Gutiérrez y Jaime, 1990). Además, he sido tolerante con mis propios errores, aprendiendo de cada uno de ellos y rectificando lo máximo posible.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Corberán, R., Gutiérrez Rodríguez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J.B., Peñas, A. y Ruiz Pérez, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: CIDE.
- Corberán, R.M., Huerta, P., Margarit, J., Peñas, A. y Ruiz Pérez, E. (1989). El modelo de enseñanza y aprendizaje de Van Hiele. En Castellana Servei de Publicacions (Ed.), *Didáctica de la geometría: modelo de Van Hiele*, (pp.9-18). España: Universidad de Valencia.
- Gutiérrez, A y Jaime, A. (1991). El modelo de Razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la Geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación matemática*, 3 (2), 49-65.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1998). On the Assessment of the Van Hiele Levels os Reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20 (2-3), 27-46.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías en el plano. La evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis doctoral). Recuperado de <https://www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M.V. Sánchez (eds.), *Teoría y práctica en educación matemática*, (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.
- Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, de 27 de marzo de 2015, núm.60 pp.9-696. Recuperada de <https://www.adideandalucia.es/normas/ordenes/Orden17marzo2015CurriculoPrimaria.pdf>

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Boletín Oficial del Estado, de 1 de marzo de 2014, núm. 52, pp. 19349-19420. Recuperada de http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros-tic/04006151/helvia/aula/archivos/repositorio/250/389/Real_Decreto_126-2014_de_28_de_febrero.pdf

Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. Boletín Oficial del Estado, de 8 de diciembre de 2006, núm. 293, pp. 43053-43102. Recuperada de <https://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>