

IMPEDANCIAS DINÁMICAS EN ZAPATAS RIGIDAS Y FLEXIBLES SOBRE MEDIOS VISCOELÁSTICOS

J.J. Benito*, Ma S. Gómez-Lera**, E. Alarcón** y J. Domínguez***

* INITEC, Madrid

** Universidad Politécnica de Madrid

*** Universidad de Sevilla

RESUMEN

Se presentan aplicaciones recientes del Método de los Elementos de Contorno al cálculo de impedancias de cimentaciones en terrenos viscoelásticos, haciendo especial hincapié en el tratamiento de medios estratificados para problemas con simetría de revolución y en la forma de tratar zapatas flexibles.

INTRODUCCION

La determinación de la respuesta de cimentaciones sometidas a cargas dinámicas constituye un problema de interés en sí mismo para el cálculo de cimientos de máquinas y es además una parte importante dentro de un campo más general que se conoce como interacción dinámica suelo-estructura.

La interacción dinámica suelo-estructura se ocupa de la consideración del sistema suelo-estructura como un todo cuya respuesta dinámica debe ser determinada. No puede suponerse que estructuras de gran responsabilidad que se apoyan o entierran en el suelo se encuentran unidas a un medio indeformable ya que la deformabilidad del suelo, no sólo es evidente, sino que además de ella depende la respuesta del conjunto y por tanto de la estructura sobre él cimentada. El primer problema que se trató dentro de lo que llamamos interacción dinámica suelo-estructura es el de los cimientos de máquinas sometidas a sollicitaciones dinámicas. Es evidente aquí la importancia de la deformabilidad del suelo. Los edificios altos sujetos a sollicitaciones de viento son otro ejemplo de problemas donde la deformabilidad del suelo es importante y donde la excitación es externa. En los últimos veinte años han adquirido gran importancia los problemas en los que la excitación dinámica proviene del propio suelo, normalmente un movimiento sísmico.

En todos los casos antes citados es de gran importancia la determinación de la impedancia del cimiento; es decir, la matriz que relaciona el vector de fuerzas y momentos aplicados al cimiento, y los desplazamientos y giros que en él se producen. Tan

to las fuerzas como los desplazamientos se suponen armónicos en el tiempo siendo la matriz de impedancias una función de la frecuencia. Para el cálculo de impedancias, se supone con frecuencia que el cimiento es un sólido rígido y sin masa. Una vez obtenida la matriz de impedancias se determina la respuesta de la estructura y la masa del cimiento colocadas sobre unos "resortes y amortiguadores" cuya impedancia es la calculada. La respuesta a excitaciones no armónicas puede obtenerse mediante la transformada de Fourier.

En los casos en que la rigidez del cimiento no es grande, debe suponerse este como un sólido deformable, aumentando el número de grados de libertad de la matriz de impedancias.

METODO DE LOS ELEMENTOS DE CONTORNO PARA EL CALCULO DE IMPEDANCIAS DE CIMENTACIONES

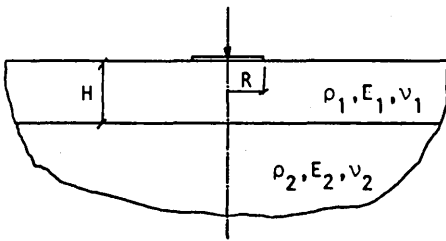
El Método de los Elementos de Contorno (MEC) es muy adecuado para la resolución de problemas que implican medios infinitos o semi-infinitos como es el caso de suelos. La formulación del método en elastodinámica fue desarrollada en 1968 [1] y desde entonces se han estudiado numerosas aplicaciones empleando, la transformada de Laplace [1,2], transformada de Fourier [3] o trabajando en el dominio del tiempo [4,5]. El MEC ha sido empleado también para el cálculo de impedancias de cimentaciones rígidas en casos de dos y tres dimensiones [6,7].

En este trabajo se presentan algunas aplicaciones que recientemente han sido estudiadas por los autores dentro del cálculo de impedancias de cimentaciones.

CIMENTACIONES CIRCULARES

Los problemas que presentan simetría de revolución pueden ser modelados utilizando únicamente elementos monodimensionales. En el caso estático, esto puede realizarse empleando una solución fundamental de tipo carga anular [8] o integrando la solución de la carga puntual en tres dimensiones no sólo sobre la línea del elemento sino también a lo largo de la circunferencia. En el caso dinámico es la segunda de las opciones la única que resulta realizable sin excesivo coste numérico ya que no existe expresión explícita para la carga anular armónica.

Cuando las condiciones de contorno no presentan simetría de revolución, el problema puede aún tratarse como bidimensional desarrollando desplazamientos y tracciones en serie de Fourier a lo largo de la dirección circunferencial [9]. Por ejemplo, en el caso de cimentaciones circulares a las que se prescribe un desplazamiento horizontal o de cabeceo en torno a un eje horizontal, para el cálculo de los correspondientes términos de la matriz de impedancias, los desplazamientos en dirección radial y vertical varían como $\cos \theta$ y los desplazamientos en dirección circunferencial varían como $\sin \theta$.



$$\rho_1 = 1.7 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

$$E_1 = 1.768 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$\nu_1 = 0.3$$

$$\rho_2 = 2 \cdot 10^3 \text{ Kg/m}^3$$

$$E_2 = 1.25 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\nu_2 = 0.25$$

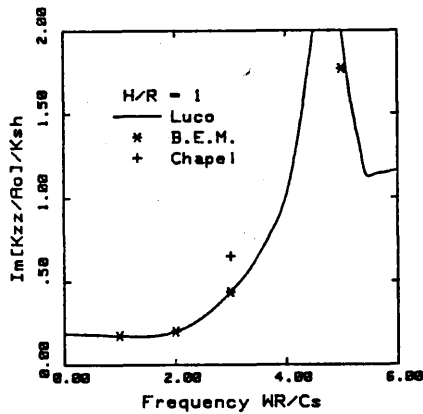
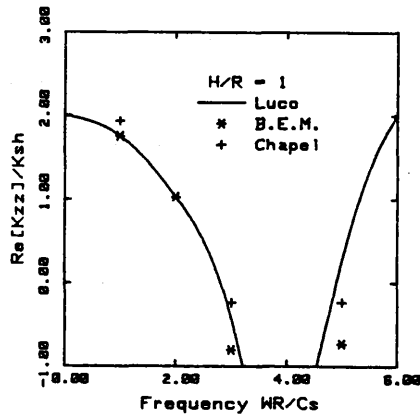


Figura 1. Zapata circular sobre suelo compuesto de dos materiales.

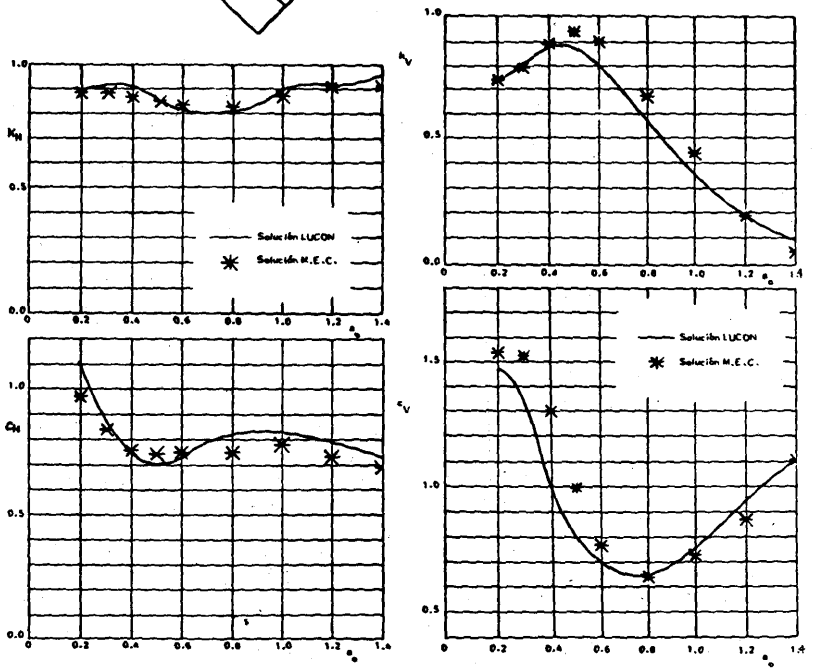
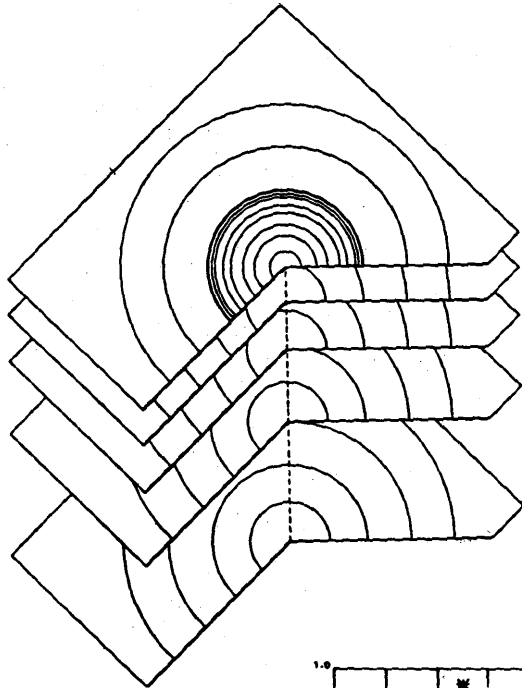


Figura 2. Zapata circular sobre suelo estratificado con cinco materiales.

En problemas axisimétricos la precisión de la integración numérica puede ser incrementada concentrando puntos de integración en las proximidades del punto de colocación, lo cual puede realizarse con una transformación parabólica de la coordenada circunferencial [10]

$$\theta = \frac{\pi}{4} (\eta + 1)^2 ; \quad -1 \leq \eta \leq 1 \quad (1)$$

Se ha estudiado una zapata rígida circular sobre un semiespacio elástico con un estrato de suelo en la parte superior. Las propiedades del suelo son las mismas empleadas por Chapel [11] con objeto de comparar con resultados también obtenidos mediante el MEC. En la figura 1 se indican las propiedades de los materiales y se representan, en función de la frecuencia adimensional, los valores de las partes real e imaginaria de la impedancia vertical normalizada respecto al valor estático de la impedancia horizontal. El modelo de elementos de contorno empleado consta de 8 elementos constantes (tensión y desplazamientos constantes) bajo la zapata, 7 en la superficie libre del suelo y 8 en el contorno interno entre el estrato de suelo y la base rocosa. Los resultados son comparados con los de Chapel [11] y Luco [12], y como puede verse existe buen acuerdo con ellos, en particular con los de Luco.

En la figura 2 se muestra la discretización empleada para el cálculo de las impedancias de una zapata circular en la superficie de un suelo estratificado con cinco materiales viscoelásticos diferentes. Las propiedades de los materiales y otros detalles geométricos pueden verse en [13]. Tanto la discretización como los resultados mostrados en la figura corresponden a una frecuencia adimensional $\omega_0 = 1.4$. Los valores de las partes real e imaginaria de las impedancias horizontal y vertical son comparados con otros presentados por Luco [12] para este mismo problema.

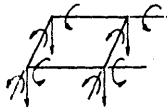
CIMENTACIONES FLEXIBLES

Se realiza a continuación un análisis de la respuesta dinámica de una losa flexible situada sobre el semiespacio elástico homogéneo tridimensional. En el proceso de cálculo, se forma la matriz de rigidez dinámica del sistema suelo-cimentación, a partir de la de la losa obtenida por aplicación del Método de los Elementos Finitos, y la de impedancias del terreno calculada mediante el Método de los Elementos de Contorno en el dominio de la frecuencia.

El proceso seguido en la formación de la matriz de rigidez del sistema ($Z_{SIST}(\omega)$) puede verse esquemáticamente representado en la figura 3.

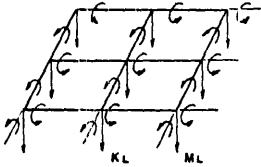
Como se explicará más adelante, la matriz de impedancias

MATRICES DE RIGIDEZ Y MASA DE LA LOSA

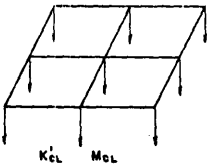


OBTENCION DE LAS MATRICES DE RIGIDEZ ELEMENTALES. K_e M_e

MONTAJE DE LOS TERMINOS DE LA MATRIZ GLOBAL DE LA LOSA

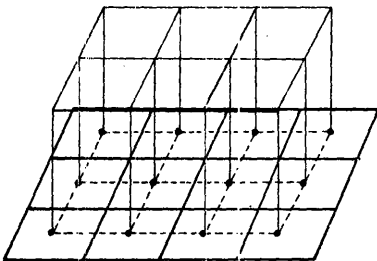


CONDENSACION DE LAS MATRICES DE RIGIDEZ DE LA LOSA PARA ELIMINAR LOS GIROS.



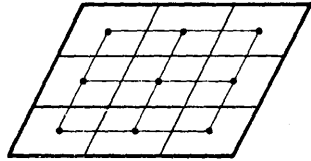
$$K_{eL}(\omega) = K'_{eL} - M_{eL}(\omega)^2$$

MONTAJE DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS DEL SISTEMA SUELO - CIMENTACION.

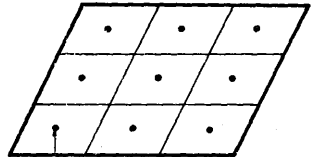


$$Z_{eTL}(\omega) = K_{eL}(\omega) + Z_{eS}(\omega)$$

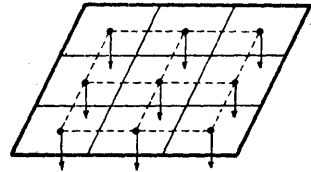
MATRIZ DE IMPEDANCIAS DEL TERRENO



DISCRETIZACION DEL SUELO PARA LA OBTENCION DE SU MATRIZ DE IMPEDANCIAS.



CALCULO DE LAS TENSIONES SOBRE CADA ELEMENTO AL DAR MOVIMIENTO UNIDAD A CADA UNO DE ELLOS MANTENIENDO NULOS TODOS LOS DEMAS.



OBTENCION DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS POR INTEGRACION DEL VALOR DE LA TENSION SOBRE EL AREA DE CADA ELEMENTO.

$$Z_{eS}(\omega)$$

Figura 3. Formación de la matriz de rigidez del sistema suelo-cimiento.

del terreno ($Z_{SU}(\omega)$), se obtiene para los grados de libertad verticales; por otra parte, en la matriz de rigidez de la losa se han considerado tres grados de libertad por nodo, por lo que se ha realizado una condensación mediante un proceso estandar de Gauss, obteniéndose:

$$K_{CL}(\omega) = K'_{CL} - M_{CL} \omega^2 \quad (2)$$

Siendo: $K_{CL}(\omega)$ la matriz de rigidez condensada de la losa en función de la frecuencia

K'_{CL} la matriz de rigidez condensada de la losa

M_{CL} la matriz de masa de la losa

ω la frecuencia.

Siempre que se utilice la misma numeración para los modos de la cimentación y los elementos de la superficie del terreno, la matriz de rigidez del sistema, será:

$$Z_{SIST}(\omega) = K_{CL}(\omega) + Z_{SU}(\omega) \quad (3)$$

Si se considera una excitación en el dominio de la frecuencia ($F_{SIST}(\omega)$), podremos obtener los desplazamientos, sin mas que:

$$F_{SIST}(\omega) = Z_{SIST}(\omega) \delta_{SIST}(\omega) \quad (4)$$

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el caso de una losa cuadrada situada sobre el semiespacio elástico homogéneo tridimensional, considerando un módulo de Poisson del suelo de $\nu_s = 0.3$, una discretización de la losa con 36 elementos (6x6), lo cual supone 49 elementos para la interfase suelo-cimentación (figura 4), y para el caso de carga puntual en su centro.

En la figura 5, se ha representado la amplitud de los desplazamientos verticales en tres puntos de una losa sin masa, para el caso de una carga de tipo senoidal y una relación de rigideces de $K = 0.004$. En la misma figura, se recogen los resultados obtenidos por Whittaker y Christiano [14] (64 elementos) y Beskos y Karabalis [15] (36 elementos).

En la figura 6, se presentan los resultados correspondientes al caso anterior, pero cuando la relación es $M = 0.5$, pudiéndose apreciar como aumenta la amplitud de la respuesta para fre-

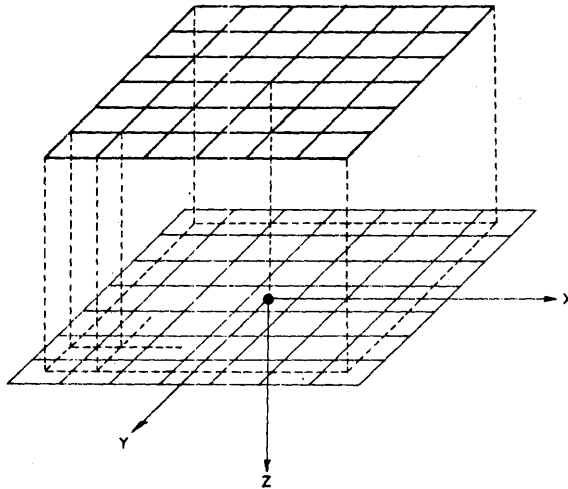


Figura 4. Discretización de losa mediante elementos finitos y suelo mediante elementos de contorno.

cuencias próximas a $\alpha_0 = 2$, lo que pone de manifiesto un fenómeno de resonancia a esas frecuencias.

REFERENCIAS

1. T.A. Cruse y F.J. Rizzo, "A direct formulation of the general transient elastodynamic problem". Int. Journ. Math. Anal. Appl., Vol. 22, 244-259, (1968).
2. G.D. Manolis y D.E. Beskos, "Dynamic stress concentration studies by boundary integrals and Laplace transform". Int. Journ. Meth. Eng., Vol. 17, 573-599, (1981).
3. S. Kobayashi y N. Nishimura, "Transient stress analysis of tunnels and caverns of arbitrary shape due to travelling waves". Developments in BEM-2, Edit: Banerjee y Shaw, Appl. Sciences, Londres, (1982).
4. D.M. Cole, D.D. Kosloff and J.B. Minster, "A numerical boundary integral equation method for elastodynamics I". Bull. Seism. Soc. Ame, 68, 1331-1357, (1978).
5. G.D. Manolis, "A Comparative Study of three Boundary Element Method Approaches to Problems in Elastodynamics". Int. Jour. Num. Meth. Eng., Vol. 19, 73-91, (1983).

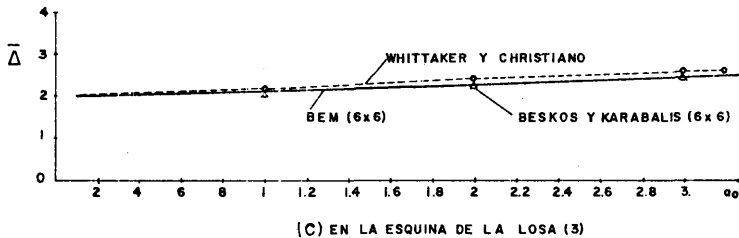
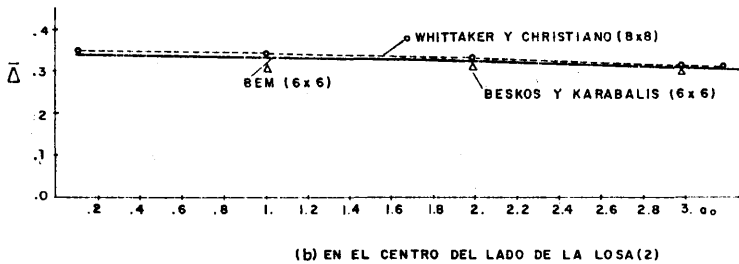
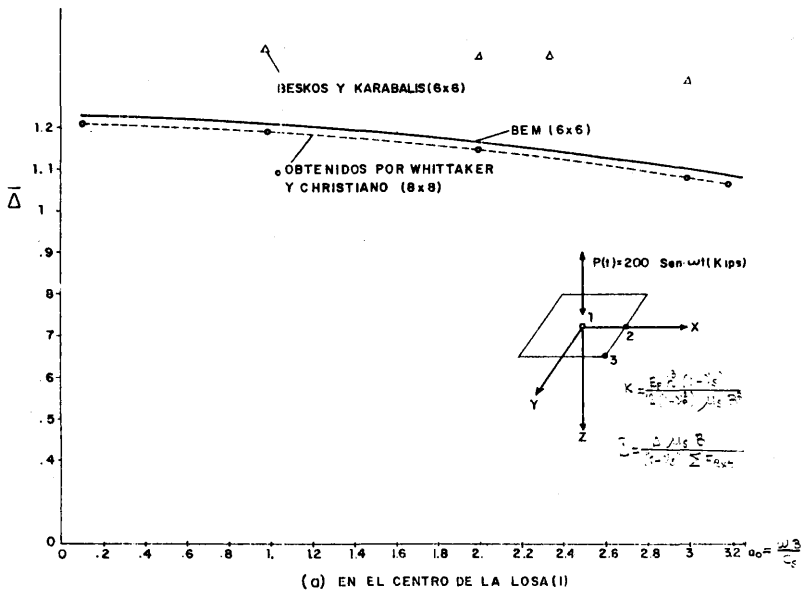


Figura 5. Amplitud del desplazamiento vertical en una losa cuadrada sin masa para $K = 0.004$ con un carga puntual armónica en su entorno.

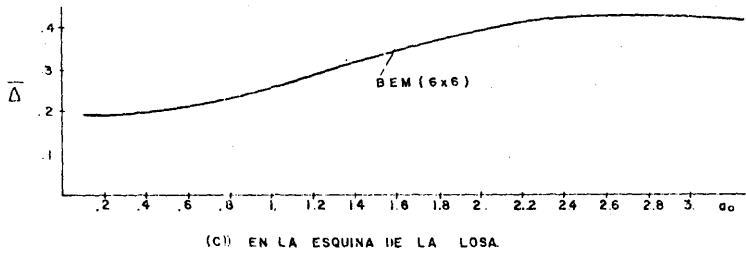
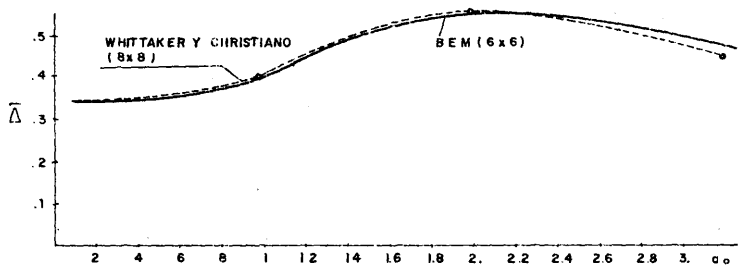
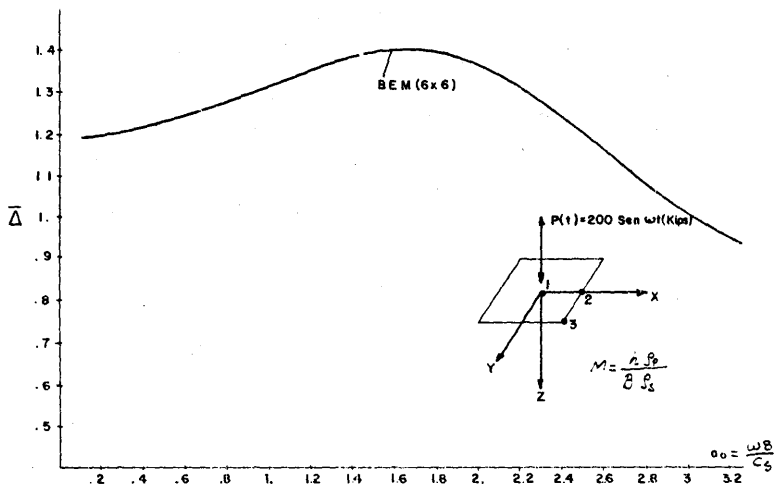


Figura 6. Amplitud del desplazamiento vertical en una cimentación cuadrada con masa ($M = 0.5$) para ($K = 0.004$) y carga puntual armónica en el centro.

6. J. Domínguez, "Dynamic Stiffness of Rectangular Foundations". Research Report R78-20, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass., Aug., (1978).
7. R. Abascal and J. Domínguez, "Dynamic Behavior of Strip Footings on Non-Homogeneous Viscoelastic Soils". Int. Symposium on Dynamic Soil. Struct. Int., Minneapolis. Balkema. Rotterdam, (1984).
8. T.A. Kermanidis, "Numerical Solution for Axially Symmetrical Elasticity Problems", Journal of Solids and Structures, 11, 493, (1975).
9. E. Wilson, "Structural analysis of axisymmetric solids", AIAA Journ., 3, 12, p. 2269, (1965).
10. S. Gómez Lera, E. Alarcón y J. Domínguez, "On the use of 3-D fundamental solution for axisymmetric steady-state dynamic problems". Boundary Elements VII, Edit: C.A. Brebbia, Springer-Verlag, Berlin, (1985).
11. F. Chapel, "Application de la methode des equations integrales a la dynamique des sols. Structures sur pieux". These presentee a l'ecole Central des Arts et Manufactures, (1981).
12. J.E. Luco, "LUCON: Theoretical and verification manual". Bechtel Power Corp., (1974).
13. J.J. Cano Hurtado, "Cálculo de impedancias dinámicas de zapatas circulares rígidas en terrenos estratificados con amortiguamiento histerético". Tesis Doctoral, Univers. de Valencia, (1985).
14. W.L. Whittaker and P. Chistiano, "Dynamic response of flexible plates bearing on an elastic half-space". Proc. of ASCE, Jour. of Eng. Mech., 1, pp. 133-154, (1982).
15. D.E. Beskos y D.L. Karabalis, "Dynamic response of three dimensional foundations". Final Report part A, National Science Foundation Earthquake Mazards Mitigation Program. UN. of Minnesota, (1984).