

## UNA PROPUESTA COLABORATIVA PARA ENRIQUECER LA FORMACIÓN MATEMÁTICA INICIAL Y CONTINUA DE MAESTROS DE INFANTIL

Mónica Ramírez García<sup>(1)</sup> – Nuria Joglar Prieto<sup>(1)</sup> – M<sup>a</sup> Cinta Muñoz-Catalán<sup>(2)</sup>  
[monica.ramirez@edu.ucm.es](mailto:monica.ramirez@edu.ucm.es) – [njoglar@ucm.es](mailto:njoglar@ucm.es) – [mcmunozcatalan@us.es](mailto:mcmunozcatalan@us.es)

<sup>(1)</sup> Universidad Complutense de Madrid y <sup>(2)</sup> Universidad de Sevilla, España

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente

Palabras clave: Formación inicial, formación continua, conocimiento especializado del profesor de matemáticas, conocimiento didáctico del contenido

### Resumen

*En este trabajo presentamos los resultados de una experiencia realizada conjuntamente por maestros en activo, estudiantes para maestro y formadores-investigadores en el área de didáctica de las matemáticas en Educación Infantil. El primer objetivo de esta experiencia es enriquecer la formación de los maestros implicados, conectando la formación con la práctica profesional. Impulsados por el interés compartido de promover la flexibilidad matemática de los alumnos a través del uso y conversiones entre distintos modos de representación, el trabajo se desarrolla sobre una actividad en la que se tratan aspectos del número y de la geometría en tres momentos: diseño de la tarea, puesta en práctica en el aula por maestras en ejercicio, reflexión conjunta sobre la puesta en práctica del diseño, mediante el visionado de los vídeos obtenidos. El interés de los formadores-investigadores es identificar los conocimientos matemáticos movilizados por las maestras en formación en el diseño de una tarea y por las maestras en ejercicio al analizar y llevar al aula esa tarea. Se seguirá para tal fin el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) sobre las transcripciones de las sesiones de trabajo conjunto audiograbadas. Esta experiencia permitirá elaborar materiales para mejorar la formación.*

### Introducción

Desde nuestra perspectiva como formadoras-investigadoras en el área de la educación matemática, resulta difícil pensar en una formación adecuada de nuevos profesores de matemáticas que no esté conectada con la práctica real del aula del nivel educativo correspondiente. Esta conexión ha vuelto a llamar la atención de formadores e investigadores en los últimos años, y puede establecerse de diversas formas. Es claro que durante los momentos de prácticas profesionales de los estudiantes para profesor en centros educativos,

se produce una vinculación directa entre la formación inicial y la práctica profesional en la cual, además del profesor del aula y el futuro profesor, participan los formadores-investigadores que tutorizan dichas prácticas desde la universidad. Por otra parte, los estudiantes para profesor podrían reflexionar sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a partir de los análisis de episodios de clase en formato audiovisual, permitiendo incluso analizar la propia práctica y así favorecer el desarrollo de la competencia docente “mirada profesional” (Sherin, Jacobs y Phillipp, 2011; Llinares, 2013; Carrillo et al., 2016). Esta metodología también se aplica en la actualidad en el contexto de la formación permanente. Para el adecuado desarrollo de las competencias docentes de los profesores de matemáticas, las investigaciones de los últimos años han mostrado la importancia de la caracterización del conocimiento matemático específico para enseñar matemáticas desde los análisis de las actuaciones de profesores expertos en aulas reales complementados en muchas ocasiones con entrevistas a los profesores implicados (Hill, Ball y Schilling, 2008; Carrillo et al., 2013).

En esta comunicación nos centraremos en la formación de profesores de matemáticas en Educación Infantil abordando la enseñanza de la comparación, descomposición y representación de cantidades, y presentaremos los resultados preliminares de una intervención que se está desarrollando desde febrero de 2017. Los objetivos del trabajo aquí presentado son dos. En primer lugar se trata de diseñar experiencias que permitan enriquecer la formación de los profesores de matemáticas de forma realista conectando investigación y práctica. El segundo objetivo de este trabajo implica directamente a los formadores-investigadores y consiste en identificar y caracterizar los conocimientos matemáticos especializados movilizados por los maestros al diseñar y llevar al aula tareas matemáticas, y también al reflexionar sobre cómo ha ido ese proceso de planificación e instrucción (“mirada profesional”), con la intención final de enriquecer la formación de los futuros maestros. Los dos objetivos se abordarán de forma conjunta y cíclica: en las experiencias diseñadas se incluyen grabaciones en vídeos de sesiones de planificación de tareas por parte de maestras noveles o expertas, lecciones de clase impartidas por estudiantes para maestro o por maestras expertas, y sesiones de reflexión sobre la planificación y el desarrollo de la lección. En las sesiones reflexión conjunta sobre el visionado de esos vídeos participarán todos los implicados, tanto los estudiantes para maestro, como los maestros en activo y los formadores-

investigadores, y serán de nuevo grabadas con el objetivo de caracterizar los conocimientos matemáticos específicos puestos en juego en cada momento docente (planificación, instrucción y reflexión). Será especialmente interesante comparar los conocimientos evidenciados en la actuación de los maestros grabados por los maestros en formación y por los maestros en activo durante las sesiones de reflexión al observar detenidamente vídeos de maestros planificando o llevando al aula una actividad. En el Anexo I se incluye una posible organización de una propuesta concreta en esta línea que está siendo implementada en la actualidad desde la Universidad Complutense en colaboración con maestros expertos de dos colegios públicos de la Comunidad de Madrid. Aunque en esta primera propuesta por cada fase solamente pasan o estudiantes para maestro o maestros expertos, la idea es volver cíclicamente sobre el modelo al menos una vez con cada colectivo para poder establecer comparaciones más completas que las presentadas en esta primera aproximación.

El resto de la comunicación se organiza de la siguiente manera. En primer lugar, se incluye una breve descripción del marco teórico desde el que se enmarca nuestro trabajo. En segundo lugar, se describirán cuidadosamente la metodología empleada en el diseño de las fases y tareas de la intervención completa, para finalizar con la sección de discusión de resultados en la que se incluirán también las primeras conclusiones de este trabajo.

### **Marco teórico**

El marco teórico de la investigación aquí descrita se sitúa en la intersección de dos dominios. Por un lado se han considerado investigaciones sobre el tratamiento de la comparación, descomposición y la representación de cantidades en educación infantil (Alsina y Llach, 2012), especialmente aquellas que enfatizan el uso de diferentes modos de representación en la línea descrita por Lesh (1997). Las trayectorias de enseñanza-aprendizaje sobre el aprendizaje del número y la descomposición numérica descritas por Clements y Sarama (2009) proponen distintas representaciones para pasar de unos niveles de pensamiento a otro en el desarrollo de estos conocimientos, como las configuraciones puntuales, que permiten el uso de la subitización como complemento del conteo en la resolución de tareas numéricas. Dado que estamos dirigiendo las actividades a alumnos de educación infantil, los modos de representación que tendrán más peso en nuestro diseño serán el manipulativo, el verbal y el gráfico-icónico, utilizado por ejemplo en las configuraciones puntuales. Dentro del sistema de representación gráfico-icónico, se tratará de favorecer el desarrollo de la “flexibilidad

matemática” en los alumnos (seguiremos la definición de flexibilidad matemática dada por Star & Rittle-Johnson, 2009). En segundo lugar, se ha elegido el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas MTSK (*Mathematics Teacher Specialized Knowledge*), para articular los análisis de las actuaciones de los profesores, noveles y expertos, en las diferentes fases del proceso (planificación, acción y reflexión). Este modelo es un refinamiento del modelo propuesto por Ball et al. (2008). Este modelo de conocimiento profesional (Carrillo et al., 2013) pretende avanzar en el análisis y la conceptualización del conocimiento específico que el profesor posee o podría poseer para la enseñanza de las matemáticas. Tiene como punto de partida los dominios de conocimiento de la materia y conocimiento didáctico del contenido de Shulman (1986) y subdivide estos dominios en tres subdominios cada uno. En lo relativo al conocimiento matemático, se consideran los subdominios del conocimiento de los temas matemáticos, de la estructura matemática que permite contextualizar un tópico en un constructo más amplio, y de la práctica matemática, que concierne a saber cómo se trabaja en matemáticas. En lo relativo al conocimiento didáctico del contenido, se aborda el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, de las características del aprendizaje matemático, y de los estándares de aprendizaje en matemática.

### **Desarrollo de la experiencia y metodología**

La experiencia realizada consiste en una secuencia de fases de planificación, instrucción y reflexión, que puede ser cíclica para mejorar una secuencia de enseñanza sobre un contenido concreto (véase Anexo I). En el desarrollo de las fases de planificación y reflexión, las formadoras-investigadoras plantean una serie de preguntas a los perfiles involucrados, ya sean estudiantes para maestros y/o las maestras expertas, para que manifiesten sus conocimientos especializados sobre las matemáticas y su didáctica. Estas sesiones son grabadas en video, al igual que la sesión de instrucción, para su posterior visionado con dos objetivos: por un lado, enriquecer la formación de los maestros, ya sean estudiantes para maestro o maestras expertas, y por otro lado, permitir a las formadoras-investigadoras categorizar según el modelo MTSK el conocimiento especializado de los maestros. En el Anexo II se puede consultar las distintas preguntas que se plantean en las distintas fases (planificación, instrucción y reflexión), indicando si es en el desarrollo de las sesiones o en los visionados de dichas sesiones.

La primera fase en el caso concreto de la intervención en curso, se inicia con la realización de una actividad en la asignatura “Desarrollo de Pensamiento Matemático y su Didáctica I” en segundo curso del Grado de Maestro de Educación Infantil en la UCM. Los estudiantes para maestro deben adaptar un juego con contenido numérico y geométrico, en este caso el Tetris, para el aula de 3, 4 y 5 años. Se parte de la versión propuesta por De Castro y Hernández (2015), en la que los niños deben pavimentar figuras cuadriculadas con poliminós que pueden estar formados por desde un solo cuadrado hasta seis. Para ello, los niños juegan en pequeños grupos, lanzando un dado por turnos y cubriendo en el tablero tantos cuadrados como cantidad sale en el dado con las fichas disponibles. En la Tabla 1 del Anexo II aparecen las indicaciones que las formadoras-investigadoras dieron a los estudiantes para realizar el trabajo. Durante el curso, los estudiantes para maestro han trabajado las variables didácticas (aspectos modificables en una tarea que provocan cambios de estrategia en los alumnos) de distintas tareas con contenido matemático para adaptarlas y desarrollar el conocimiento matemático de los niños de Educación Infantil y han estudiado las trayectorias de enseñanza-aprendizaje del número y la aritmética (Aguilar, Ciudad y otros, 2010; Chamorro, 2005; Clements y Sarama, 2009).

Para finalizar la primera fase, las formadoras-investigadoras revisan las propuestas de los estudiantes de Grado, valorando la adecuación a la edad de los alumnos de infantil, las variables didácticas consideradas (como las formas y tamaños de las plantillas y las fichas, tamaños y representaciones numéricas de los dados), la flexibilidad matemática y el lenguaje movilizado, para elegir tres para la siguiente fase.

La segunda fase consiste en la evaluación y refinamiento de esas tres propuestas para llevar al aula, por parte de los maestros en ejercicio de dos centros diferentes, a los que se plantean las preguntas que aparecen en la Tabla 2 del Anexo II, en el desarrollo de la fase de planificación. Estas sesiones se graban en vídeo [1] para su posterior visionado en primer lugar por formadoras-investigadoras, para tratar de detectar conocimientos especializados de los maestros en ejercicio según el modelo MTSK a la hora de planificar una actividad, y en segundo lugar, por los estudiantes para maestro, planteando las preguntas para su reflexión que aparecen en la Tabla 2 del mismo Anexo, grabándose esta sesión en vídeo [2], para ser analizado por las formadoras-investigadoras. En el Anexo I pueden encontrarse los detalles de la segunda fase y los momentos de grabación y visionado de vídeos.

En la tercera fase, los estudiantes para maestro en prácticas llevan al aula la actividad en los dos centros (instrucción), con las modificaciones propuestas por los maestros expertos sobre la propuesta inicial de los estudiantes en la sesión de planificación. Estas sesiones en el aula se graban en vídeo [3] y su visionado permite, por una lado, a las formadoras-investigadoras hacer unos análisis previos de los conocimientos movilizados por las futuras maestras en el aula revisando los vídeos (ver Tabla 3 del Anexo II, cuarta columna), y por otro lado, trabajar con maestros en formación para enriquecer sus conocimientos sobre la práctica en el aula, especialmente fomentando el desarrollo de la competencia “mirada profesional” (ver Tabla 3 del Anexo, tercera columna). Esta última sesión se puede grabar el video [4] para analizar los conocimientos de estos maestros según el modelo MTSK.

El visionado del video [3] puede utilizarse para realizar una reflexión sobre la mejora de la instrucción planteando preguntas a maestros expertos como las que aparecen en la Tabla 4 del Anexo II. Al igual que las dos fases anteriores, esta sesión de reflexión se graba en vídeo [5], con el objetivo de permitir a las formadoras-investigadoras ver despacio la sesión para seguir describiendo el conocimiento matemático y didáctico del maestro. En el momento de la redacción de esta comunicación, se está valorando realizar el visionado con maestros en formación para enriquecer su mirada profesional (Anexo I).

### **Discusión de primeros resultados y trabajo futuro**

A pesar de que el trabajo aquí descrito todavía se encuentra en progreso, adelantamos unos primeros resultados de la intervención para cerrar esta comunicación.

Algunas evidencias que hemos identificado sobre conocimientos movilizados por las maestras en los distintos momentos son las siguientes. Respecto conocimientos relacionados con el contenido matemático, a pesar de que el juego planteado tiene muchas soluciones dependiendo de la cantidad que salga en el dado y de las distintas descomposiciones que se pueden hacer de esa cantidad, y también de la forma y tamaño de las fichas y del tablero, muchos estudiantes para maestros entregaban los trabajos planteando una solución única para panelar el tablero. En la práctica matemática existen problemas abiertos que tienen varias soluciones, sin embargo, las respuestas de estos alumnos son indicios de creencias erróneas sobre dicha práctica. Los grupos de maestras en ejercicio detectaron rápidamente el “poco movimiento” que permitía el juego con una sola solución, en el sentido que los niños no tenían suficientes “oportunidades para colocar fichas”, pero no supieron expresar con

lenguaje matemático esta situación y cómo resolverla (conocimiento del tema matemático). En general, los maestros mostraron conocimientos del tema al plantear descomposiciones geométricas de los polígonos, pero no identificaron todas las posibles.

Respecto a los conocimientos didácticos del contenido, en concreto sobre los estándares de aprendizaje, los contenidos matemáticos que aparecen en la experiencia, son la identificación, comparación y descomposición de cantidades discretas, así como el pavimentado de superficies cuadrículas con fichas de distintas formas. En la fase de diseño, los estudiantes para maestro identificaron como contenidos a trabajar en el aula la identificación y comparación de cantidades, pero no todos se fijaron en las descomposiciones numéricas, ni en el pavimentado de superficies y en la geometría de las fichas y las plantillas. Sin embargo, las maestras en ejercicio identificaron todos los contenidos relacionados. Respecto a las características del aprendizaje de los niños y la enseñanza de las matemáticas, tanto maestros expertos como noveles identificaron el tamaño de las cantidades como variable didáctica. Respecto a la enseñanza de las matemáticas, todas las maestras en ejercicio manifestaron la necesidad de hacer un trabajo previo para trabajar las distintas configuraciones de las fichas del Tetris.

El diseño cíclico de la intervención en el que se involucra a todos los participantes en todos los momentos, ha permitido a los futuros maestros enriquecer su formación pues se va desarrollando su “mirada profesional”.

### **Referencias bibliográficas**

Aguilar, B., Ciudad, A., Láinez, M.C. y Tobaruela, A. (2010). *Construir, jugar y compartir: Un enfoque constructivista de las matemáticas en Educación Infantil*. Jaén: Enfoques Educativos.

Alsina, A. y Llach, S. (2012). La enseñanza de los sistemas externos de representación matemáticos y lingüísticos en la educación infantil. *Revista de investigación educativa, RIE*, 30(1), 131-144.

Ball, D.L., Thames, M. H. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 399-406.

Carrillo, J, Climent, N, Contreras, L. C., & Muñoz-catalán, M. C. (2013). Mathematics

Teacher Specialized Knowledge. Proceedings of the CERME 8, Febrero, 2013, Antalya, Turquía.

Carrillo, J, Contreras, L. C., Climent, N, Montes, M. A., Escudero D. I. y Flores, E. (Eds.). (2016). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros de Educación Primaria*. España. Ediciones Paraninfo S. A.

Chamorro, M.C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson Educación.

Clements, D.H. y Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Nueva York: Routledge.

De Castro, C. y Hernández, E. (2015). *¡A contar! Matemáticas para pensar*. Madrid: Santillana.

Hill, H.C., Ball, D.L., & Schilling, S.G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

Lesh, R. (1997). Matematización: la necesidad "real" de la fluidez en las representaciones. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(3), 377-391.

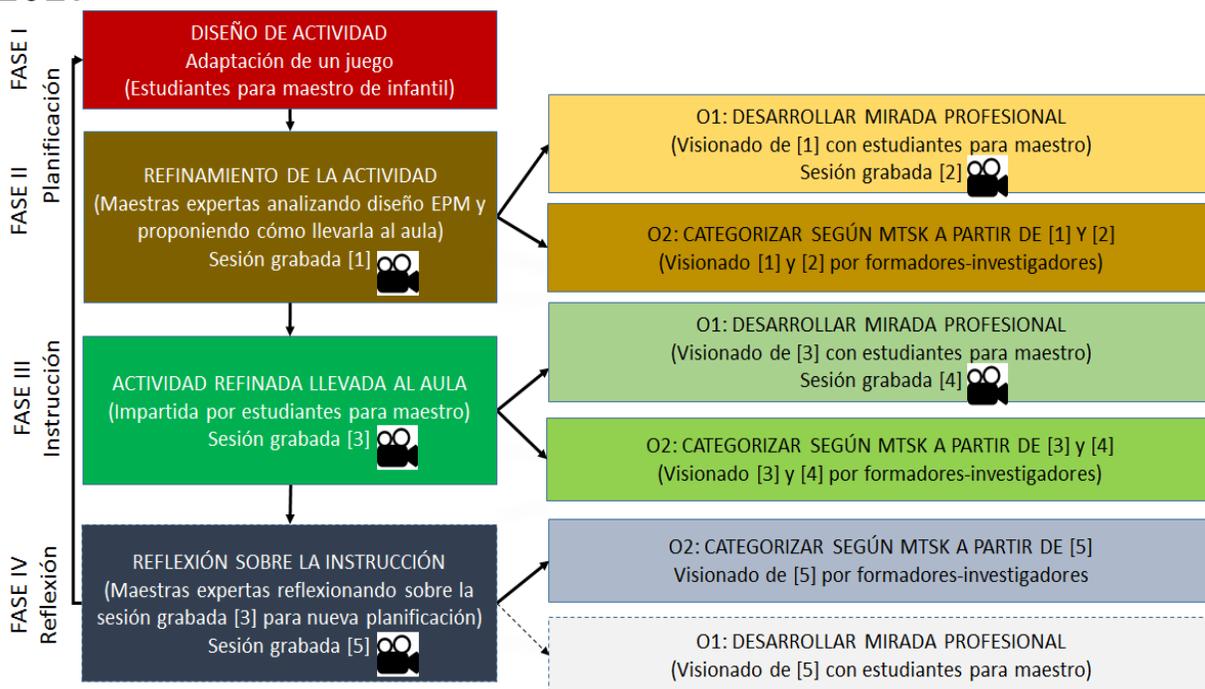
Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente "mirar profesionalmente" la enseñanza -aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. 50, 117-133.

Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. New York, EE.UU. Routledge, Taylor & Francis.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14.

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2009). Making algebra work: Instructional strategies that deepen student understanding, within and between algebraic representations. *ERS Spectrum*, 27 (2), 11-18.

## Anexo I. Primera propuesta cíclica: Febrero 2017 - Julio 2017



## Anexo II. Descripción de cada fase y lista de cuestiones abiertas para fomentar la discusión

Todas las sesiones descritas en las tablas a continuación están coordinadas por las formadoras-investigadoras.

Tabla 1. Descripción de la planificación: Fase de Diseño de actividad

Fase	Perfil involucrado	Preguntas planteadas a los estudiantes para maestro	Preguntas que se plantean las formadoras-investigadoras
<b>Planificación</b>	Estudiantes para maestro	<p>Diseñar y construir tres adaptaciones para 3, 4 y 5 años del Tetris.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar los contenidos matemáticos trabajados.</li> <li>Identificar los aspectos para adecuar a cada edad.</li> <li>Describir cómo llevar la actividad a cada aula.</li> </ul>	<p>¿Qué conocimientos matemáticos especializados ponen en juego los EPM al hacer esos diseños? [Evidencias solo a partir de sus respuestas, no entrevistas en ese momento.]</p>
<b>DISEÑO DE ACTIVIDAD</b>			<b>EN LA EVALUACIÓN DE LOS TRABAJOS</b>

Tabla 2. Descripción de la Fase de planificación: refinamiento de la actividad

Fase	Perfil involucrado	Preguntas planteadas a los maestros sobre las actividades presentadas	Preguntas planteadas a otros maestros en formación (inicial o continua)	Preguntas que se plantean las formadoras-investigadoras
<b>Planificación</b>	Maestras expertas	¿Qué os parece el juego? ¿En qué consiste? ¿Qué contenidos matemáticos trabajan? ¿Creéis que se puede adaptar a 3, 4, y 5 años? ¿Qué os parecen estas tres adaptaciones de los estudiantes para maestro?	¿Qué contenidos matemáticos se trabajan en la tarea del video? ¿Cómo pretenden conseguir el aprendizaje de esos contenidos en los niños? ¿Qué similitudes y qué diferencias observáis en los comentarios de los distintos maestros que participan en la discusión?	¿Qué conocimientos ponen en juego para hacer esos comentarios los maestros que participan? ¿Qué similitudes y diferencias existen entre los conocimientos de las maestras expertas, los estudiantes y las formadoras-investigadoras?
<b>REFINAMIENTO DE LA ACTIVIDAD (GRABACIÓN EN VIDEO [1])</b>			<b>VISIONADO DEL VIDEO [1] POR ESTUDIANTES (GRABACIÓN EN VIDEO [2])</b>	<b>VISIONADO DE LOS VIDEOS [1] y [2] POR LAS FORMADORAS INVESTIGADORAS</b>

Tabla 3. Descripción de la Fase de Instrucción

Fase	Perfil involucrado	Preguntas planteadas a otros maestros en formación	Preguntas que se plantean las formadoras-investigadoras
<b>Instrucción</b>	Maestras y/o estudiantes	<u>Respecto a las respuestas de los niños:</u> ¿Qué estrategia ha utilizado para responder? ¿Qué puedes decir de su aprendizaje/de su comprensión a partir de su respuesta? ¿Cómo ha podido afectar la consigna del profesor en la respuesta del alumno? <u>Respecto al papel del profesor:</u> ¿Cómo ha planteado el profesor la	¿Qué conocimientos muestra el profesor en las consignas y explicaciones a los alumnos? ¿Qué conocimientos ponen en juego para hacer esos comentarios los maestros que participan? ¿Qué similitudes y diferencias existen entre los conocimientos de las maestras expertas, los estudiantes y las formadoras-investigadoras?

		tarea? ¿En qué momentos el profesor escucha, reflexiona rápidamente y responde a la respuesta del alumno? ¿Cómo responde el profesor? ¿Por qué piensas que ha dado esa respuesta al alumno?	
<b>ACTIVIDAD REFINADA LLEVADA AL AULA (Sesión grabada [3])</b>	<b>VISIONADO DEL VÍDEO [3] POR ESTUDIANTES (Sesión grabada [4])</b>	<b>VISIONADO DE LOS VÍDEOS [3] y[4] POR LAS FORMADORAS INVESTIGADORAS</b>	

Tabla 4. Descripción de la Fase de Reflexión.

<b>Fase</b>	<b>Perfil involucrado</b>	<b>Preguntas planteadas a otros maestros en formación (inicial o continua), o incluso con el maestro protagonista</b>	<b>Preguntas que se plantean las formadoras-investigadoras</b>
<b>Reflexión</b>	Maestra expertas	<u>Respecto a la reflexión sobre la mejora de la instrucción</u> ¿Qué aspectos positivos se deben conservar para el rediseño de la lección? ¿Qué dificultades se han producido y cómo evitarlas para la próxima puesta en práctica?	¿Qué conocimientos modifica el profesor tras reflexionar sobre el visionado del video de la lección? ¿Qué evidencias han provocado esos cambios en sus conocimientos?
<b>REFLEXIÓN SOBRE LA INSTRUCCIÓN PARA NUEVA PLANIFICACIÓN</b>		<b>VISIONADO DEL VÍDEO [3] POR MAESTROS EXPERTOS (Sesión grabada [5])</b>	<b>VISIONADO DE LOS VÍDEOS [5] POR LAS FORMADORAS INVESTIGADORAS</b>