

Proyecto Fin de Grado

Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Software Excel: tensiones y deformaciones en fatiga por fretting con contacto cilíndrico

Autor: Carlos Hernández Castelao

Tutor: Jesús Vázquez Valeo

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Proyecto Fin de Grado
Ingeniería de las Tecnologías Industriales

Software Excel: tensiones y deformaciones en fatiga por fretting con contacto cilíndrico

Autor:

Carlos Hernández Castela

Tutor:

Jesús Vázquez Valeo

Profesor titular

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Proyecto Fin de Grado: Software Excel: tensiones y deformaciones en fatiga por fretting con contacto cilíndrico

Autor: Carlos Hernández Castelao

Tutor: Jesús Vázquez Valeo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Resumen

La *fatiga por fretting* es un tipo de fatiga que puede provocar el fallo en multitud de componentes industriales. Este fenómeno de fallo se produce en partes de estos componentes en las que existe una unión mecánica, unión en la que se encuentran en contacto dos o más piezas. Estos contactos poseen una amplia variedad de formas geométricas, sin embargo, en muchas situaciones, por su similitud geométrica y de acción de cargas externas, estos pares de contacto se pueden simplificar a un contacto cilíndrico, es decir, por el contacto entre un cilindro y un plano.

El objetivo de este proyecto ha sido la creación de un software para calcular las tensiones y deformaciones y la representación gráfica de las mismas producidas en un contacto cilíndrico. A parte de estos objetivos, este software se ha realizado de forma que sea lo más sencillo posible para que, una vez finalizado, este se pueda usar fácil e intuitivamente por cualquier persona. Para conseguirlo, se ha usado el software Excel por las características que este posee, especialmente por el lenguaje de programación que tiene integrado: VBA. Este lenguaje se ha utilizado para crear dos macros que calculan las tensiones y deformaciones producidas en un contacto cilíndrico. La diferencia entre ambas es que una realiza el cálculo tensiones y deformaciones a lo largo de un segmento y otra muestra los resultados de una matriz de puntos. Los resultados numéricos obtenidos ejecutando cada una de ellas se muestran en hojas de Excel diferentes.

En este documento se realiza una introducción a los contactos mecánicos y sus posibles mecanismos de fallos. Posteriormente, se explican las principales características de la *fatiga por fretting* y las particularidades del contacto cilíndrico, centrándose en las expresiones analíticas que gobiernan este problema y que se usan para calcular tanto las tensiones como deformaciones en el software desarrollado. El siguiente apartado describe las dos hojas del archivo Excel construido, así como los pasos que hay que seguir para conseguir obtener los resultados numéricos. Por último, se muestran las conclusiones de la realización de este trabajo y se anexan los códigos de Visual Basic desarrollados para la creación de las macros.

Abstract

Fretting fatigue is a type of fatigue that can provoke failures in multiple industrial components. This failure phenomenon takes place in parts of those components that have a mechanic union, in which two or more pieces come in contact. This contacts possess a large variety of geometrical shapes, however in several situations, due to their geometrical resemblance and the action of external forces these contacts can be simplified to a cylindrical contact, meaning the contact between a cylinder and a plane.

The objective of this project has been the creation of a software to calculate tensions and deformations and the graphical representation of them produced in a cylindrical contact. Leaving these objectives behind, this software has been made as simple as possible so that, once completed, it can be used easily and intuitively by anyone. Excel Software has been used to accomplish this, for the characteristics that it has, and specially for the programing language integrated: VBA. This language has been used to create two macros that calculate the stresses and strains produced in cylindrical contacts. The difference between both is that one calculates the stresses and strains along a segment and the other shows the results of a dot matrix. The results obtained executing each are shown in different excel pages.

This document will make an introduction to mechanical contacts and the possible failure mechanism. Afterwards the main characteristics of fretting fatigue and the particularities of cylindrical contact will be explained, focusing in analytic expressions that rule this problem and are used to calculate stresses as well as strains in the developed software. The next section describes the two sheets of the Excel generated, as well as the steps that are needed follow to obtain the numerical results. Finally, the conclusions obtained during the fulfillment of this project are explained and the codes of Visual Basic developed for the macro's creation annexed.

Resumen	ix
Abstract	xi
Índice	xiii
Índice de Figuras	xv
1 Introducción a Contactos Mecánicos	1
1.1 <i>Introducción al Contacto Mecánico</i>	1
1.2 <i>Clasificación Contactos Mecánicos</i>	1
1.2.1 Contacto sin fricción	1
1.2.2 Contacto con fricción	1
1.2.3 Contacto conforme	1
1.2.4 Contacto no conforme	2
1.2.5 Contacto no hertziano	2
1.2.6 Otros contactos	2
1.3 <i>Mecanismos de fallo asociados al contacto mecánico</i>	2
1.3.1 Desgaste Adhesivo	2
1.3.2 Desgaste Abrasivo	3
1.3.3 Corrosión	3
1.3.4 Fatiga superficial	3
2 Fatiga por Fretting	5
2.1 <i>Descripción fatiga por fretting</i>	5
2.2 <i>Reseña histórica</i>	7
2.3 <i>Ensayos de fretting</i>	8
2.3.1 Geometrías reales	8
2.3.2 Geometrías sencillas	8
3 Contacto Cílico	11
3.1 <i>Descripción contacto cilindro-plano</i>	11
3.2 <i>Expresiones analíticas del contacto</i>	15
3.2.1 Tensiones	15
3.2.2 Deformaciones	19
4 Descripción del Software	21
4.1 <i>Hoja Principal</i>	21
4.1.1 Tabla de variables	21
4.1.2 Botón Cilindro_Plano	23
4.1.3 Columnas de resultados	25
4.1.4 Lista de nombres	28
4.1.5 Construcción de una gráfica	29
4.1.6 Ejemplos	31
4.2 <i>Hoja Contour</i>	42
4.2.1 Plantilla	42
4.2.2 Tabla de variables	42

4.2.3	Botón ContourPlot	44
4.2.4	Matriz de datos	46
4.2.5	Ejemplo	47
5	Conclusiones	53
6	Anexos: Macros de Visual Basic	55
6.1	<i>Macro Cilindro_Plano</i>	55
6.2	<i>Macro ContourPlot</i>	63
7	Bibliografía	75

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Deslizamiento global y deslizamiento parcial	5
Figura 2-2. Diferencia entre fatiga por fretting y fretting	6
Figura 2-3. Excentricidad	6
Figura 2-4. Unión eje-cubo, álabe-rotor, roblonada	7
Figura 2-5. Simplificación unión álabe-rotor	8
Figura 3-1. Contacto cilindro-plano	11
Figura 3-2. Distribución de tensiones normales producidas por la acción de la carga N en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de compresión	13
Figura 3-3. Distribución de tensiones normales producidas por la acción de la carga N en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de tracción	13
Figura 3-4. Distribución de tensiones tangenciales producidas por la acción de la carga Q en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de compresión	14
Figura 3-5. Distribución de tensiones tangenciales producidas por la acción de la carga Q y tensión σ adimensionalizadas por p_0 en estado de tracción	15
Figura 4-1. Tabla de variables entrada y salida de la hoja Principal	22
Figura 4-2. Botón Cilindro_Plano	23
Figura 4-3. Ventana emergente para introducir el tipo de esfuerzo	23
Figura 4-4. Especificación hoja Principal	24
Figura 4-5. Ventana emergente de error en la elección a la especificación correspondiente	24
Figura 4-6. Ventana emergente de error si se introduce un valor de coordenada y_i o y_f mayor que cero	24
Figura 4-7. Ventana emergente de error si se introduce un valor de $Q > \mu P$	25
Figura 4-8. Ventana emergente de error de deslizamiento reverso	25
Figura 4-9. Columna de Puntos	26
Figura 4-10. Columnas de coordenadas	26
Figura 4-11. Columnas de tensiones provocadas por la fuerza P y Q deslizamiento total	27
Figura 4-12. Columnas de tensiones provocadas por Q correctiva y por la suma de todas las acciones	27
Figura 4-13. Columnas de deformaciones	28
Figura 4-14. Listado de nombres	29
Figura 4-15. Selección gráfico Línea 2D	29
Figura 4-16. Seleccionar datos	29
Figura 4-17. Agregar	30
Figura 4-18. Valores del eje Y	30
Figura 4-19. Valores del eje X	30
Figura 4-20. Tensión σ_{xx} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	32

Figura 4-21. Tensión σ_{yy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	32
Figura 4-22. Tensión σ_{xy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	32
Figura 4-23. Tensión σ_{zz} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	33
Figura 4-24. Deformación ϵ_{xx} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	33
Figura 4-25. Deformación ϵ_{yy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	33
Figura 4-26. Deformación ϵ_{xy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	34
Figura 4-27. Tensión σ_{xx} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	34
Figura 4-28. Tensión σ_{yy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	34
Figura 4-29. Tensión σ_{xy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	35
Figura 4-30. Tensión σ_{zz} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	35
Figura 4-31. Deformación ϵ_{xx} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	35
Figura 4-32. Deformación ϵ_{yy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	36
Figura 4-33. Deformación ϵ_{xy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	36
Figura 4-34. Tensión σ_{xx} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	37
Figura 4-35. Tensión σ_{yy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	37
Figura 4-36. Tensión σ_{xy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	38
Figura 4-37. Tensión σ_{zz} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	38
Figura 4-38. Deformación ϵ_{xx} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	38
Figura 4-39. Deformación ϵ_{yy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	39
Figura 4-40. Deformación ϵ_{xy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	39
Figura 4-41. Tensión σ_{xx} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	39
Figura 4-42. Tensión σ_{yy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	40
Figura 4-43. Tensión σ_{xy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	40
Figura 4-44. Tensión σ_{zz} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	40
Figura 4-45. Deformación ϵ_{xx} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	41
Figura 4-46. Deformación ϵ_{yy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	41
Figura 4-47. Deformación ϵ_{xy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	41
Figura 4-48. Tabla de variables entrada y salida de la hoja Contour	43
Figura 4-49. Botón ContourPlot	44
Figura 4-50. Ventana emergente para introducir el tipo de esfuerzo	45
Figura 4-51. Ventana emergente para introducir la variable	45
Figura 4-52. Ventana emergente para introducir la fuerza externa	45
Figura 4-53. Ventana emergente para introducir el tipo de fuerza tangencial	45
Figura 4-54. Ventana emergente para introducir la componente	46
Figura 4-55. Matriz de datos	46
Figura 4-56. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xx} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	47
Figura 4-57. Gráfico de superficie de la tensión σ_{yy} para el estado de compresión adimensionalizada	

por p_0	48
Figura 4-58. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	48
Figura 4-59. Gráfico de superficie de la tensión σ_{zz} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	48
Figura 4-60. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xx} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	49
Figura 4-61. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{yy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	49
Figura 4-62. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0	49
Figura 4-63. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xx} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	50
Figura 4-64. Gráfico de superficie de la tensión σ_{yy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	50
Figura 4-65. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	50
Figura 4-66. Gráfico de superficie de la tensión σ_{zz} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	51
Figura 4-67. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xx} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	51
Figura 4-68. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{yy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	51
Figura 4-69. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0	52

1 INTRODUCCIÓN AL CONTACTO MECÁNICO

1.1 Introducción al Contacto Mecánico

La Mecánica del Contacto es el área que estudia y analiza las tensiones y deformaciones que ocurren entre cuerpos que tienen uno o más puntos en contacto a causa de la acción de fuerzas externas. Esta definición engloba a sólidos elásticos, viscoelásticos, hiperelásticos o rígidos que estén en contacto estático o dinámico.

Uno de los primeros en esta área se debe a Hertz, que en 1882 resolvió el problema de contacto entre dos cuerpos elásticos y curvos. Sus experimentos se basaron en sólidos con superficie lisa sometidos a una carga de compresión. Dicha carga debía ser tal que provocase que la zona de contacto en comparación con el radio de curvatura fuera muy pequeña. De esta manera se podía considerar cada sólido como un espacio semi-infinito. Otra de las consideraciones que realizó fue que las deformaciones elásticas debían ser muy pequeñas en comparación con el radio de curvatura. Por último, los cuerpos en contactos tenían que tener las mismas características elásticas. El hecho de que considerara una superficie lisa y con las mismas características elásticas provocaba que el contacto se produjera en ausencia de fricción.

La teoría del contacto estudia la forma del área de contacto además de la influencia de las cargas externas sobre esta. Para determinar esta influencia se estudia la manera en que se aplican, su magnitud y la distribución de presiones, tanto normal como tangencial, que se crean en la zona de contacto. Todo esto permite realizar el estudio para predecir las tensiones y deformaciones que tendrán lugar tanto en la región de contacto como en sus alrededores.

1.2 Clasificación Contactos Mecánicos

1.2.1 Contacto sin fricción

El contacto sin fricción es un modelo de contacto idealizado, ya que no existe este contacto en la práctica real, aunque se puede utilizar en casos donde haya una muy buena lubricación y la rugosidad sea relativamente nula. En este tipo de contactos, al no existir fricción, solo aparecen tensiones normales.

1.2.2 Contacto con fricción

La fricción es un fenómeno que aparece de forma natural en los contactos reales y tenerla en consideración a la hora de realizar modelos de contactos dificulta el estudio de los mismos. La existencia de fricción de un contacto relaciona la fuerza normal y la tangencial, limitando esta última en función del valor del coeficiente de fricción entre los cuerpos. En el supuesto caso de que exista fricción pueden darse dos situaciones entre los cuerpos en contacto. La primera es la adhesión entre sólidos, es decir, las superficies permanecen en contacto sin sufrir desplazamiento relativo entre ellas. La otra situación posible es, al contrario que la anterior, si las superficies en contacto de cada sólido tienden a deslizarse entre sí.

1.2.3 Contacto conforme

El contacto conforme hace referencia a contactos donde la superficie de contacto entre sólidos es independiente de la carga aplicada, ya que el área de este tendrá siempre un valor fijo.

1.2.4 Contacto no conforme

Contrariamente al contacto conforme, este tipo de contacto posee una relación directa con las cargas externas aplicadas. Para estos problemas de contacto, en ausencia de carga, el tamaño de la superficie de contacto entre sólidos será puntual, mientras que, si se aplica una carga, el área de contacto modificará su tamaño.

1.2.5 Contacto no hertziano

La teoría de Hertz para contactos mecánicos es un modelo idealizado que se cumple en un número muy pequeño de contactos, por lo que en la vida real es muy difícil encontrarlos y es inevitable violar alguna o todas las hipótesis realizadas en su estudio. Aunque en algunos casos se puedan realizar consideraciones para tratarlos como hertzianos, la mayoría de este tipo de contactos carece de una solución analítica, incrementando la dificultad de su estudio.

1.2.6 Otros contactos

En la práctica existen distintos tipos de contactos a los mencionados en esta sección como pueden ser aquellos que tengan asociados un movimiento de rotación, como por ejemplo una rueda y un raíl, un sistema de engranajes o levas, rodamientos, etc.

1.3 Mecanismos de fallo asociados al contacto mecánico

El desgaste es el término general asociado a los fallos por movimiento entre dos o más superficies en contacto, cual produce una pérdida de material de ambos o uno de los componentes. Este tipo de fallo se puede producir de diversas maneras como puede ser por vibraciones, por excesiva fricción durante el funcionamiento del componente o llegar a ser un factor desencadenante de otro tipo de fallos.

El efecto principal por el que se produce el desgaste es por la presencia de la fricción. Esta se genera debido a las imperfecciones entre las superficies de contacto, las cuales generalmente son de carácter microscópico. Estas imperfecciones pueden ser la rugosidad o las propias propiedades del material, principalmente la dureza relativa entre los materiales en contacto.

La rugosidad superficial hace que el área de contacto real sea considerablemente más pequeña que el área de contacto nominal. En realidad, el contacto se produce en los picos de la superficie rugosa, por lo que los valles no contribuyen a la fricción. Esta diferencia entre el área real y nominal tiene una serie de consecuencias importantes. La primera de ellas es que la fuerza normal aplicada es solamente soportada por una fracción del área de contacto, lo que significa que las tensiones serán mayores que las esperadas teóricamente y los picos se deformarán plásticamente, aumentando así la superficie de contacto. Otra de las consecuencias a considerar es el calor producido por la fricción que, según el nivel que se alcance, puede provocar problemas en el lubricante o llegar a un derretimiento de los picos. Por último, el desgaste del material puede hacer que el espesor de los sólidos de contacto se minimice mucho antes de lo esperado.

Respecto a la dureza relativa, si entre los dos cuerpos en contacto difiere considerablemente, los picos de la rugosidad del material con mayor dureza penetran en el material con menor dureza causando una deformación en él. Este hecho depende tanto de la fuerza de compresión aplicada como de las características elásticas del material penetrado. Si, por el contrario, la dureza de ambos cuerpos es similar o las superficies tienen un acabado liso, las fuerzas atómicas o intermoleculares crean una atracción entre ambas superficies, aumentando así la fricción entre ambas.

1.3.1 Desgaste Adhesivo

El desgaste adhesivo ocurre en los casos de que las superficies de contacto son relativamente lisa o si ambos cuerpos tienen una dureza similar. Este tipo de desgaste se caracteriza por el traspaso de material de una superficie a otra. Este tipo de desgaste se asocia a niveles altos de fricción y normalmente requieren la parada del componente o sistema. Además, la alta fricción provoca el calentamiento interno de los componentes, el cual puede hacer que se tenga que parar la máquina. Este tipo de desgaste se puede prevenir haciendo que los materiales no sean del mismo material o con lubricación.

1.3.2 Desgaste Abrasivo

El desgaste abrasivo aparece en los contactos cuyos materiales tienen una diferencia apreciable de dureza y el material más duro posee una superficie rugosa elevada. La superficie dura penetra en el interior de la blanda haciendo que se elimine material de esta. Este tipo de desgaste puede aparecer también si el contacto ocurre entre dos superficies y entre ambas se introducen partículas de mayor dureza, como arena o algún polvo procedente del exterior, o incluso partículas oxidadas de la misma abrasión.

La intensidad de la abrasión depende de varios factores como la mencionada en el párrafo anterior, o la fuerza aplicada, ya que determina el grado de penetración. Para bajos niveles de este se origina una deformación elástica o plástica en la superficie, pero no se elimina una gran cantidad material. Para el caso opuesto, si la penetración es elevada, no hay posibilidad de deformación y el material es eliminado directamente.

La manera más efectiva de reducir la abrasión de tres cuerpos es un sellado o filtrado apropiado para evitar que entren partículas abrasivas en el contacto. Para abrasión dos cuerpos, se puede reducir la diferencia de dureza entre los cuerpos y la rugosidad en la superficie del material más duro. Para ambos tipos, el incremento de la dureza del material que se desgasta reduce también la cantidad de desgaste.

1.3.3 Corrosión

El desgaste corrosivo se produce como resultado de la interacción mecánica de las superficies en contacto por la influencia de las condiciones del medio en que se produce. Este ambiente corrosivo provoca unas reacciones químicas o electroquímicas cuyos productos se quedan en una o ambas de las superficies. Estos productos quedan generalmente poco adheridos a la superficie, por lo que se eliminan fácilmente de esta con el simple movimiento entre sólidos. Sin embargo, la eliminación de las partículas dejan a la superficie sin protección y el efecto corrosivo se repite de nuevo. De esta manera, la interacción repetitiva entre la corrosión y un movimiento de deslizamiento puede dar como resultado altas tasas de desgaste.

Este tipo de desgaste se puede prevenir reduciendo el efecto del ambiente corrosivo o minimizando el movimiento relativo entre ambos cuerpos. También se puede hacer uso de algún lubricante que sea conveniente para las condiciones del medio en el que se aplica el contacto.

1.3.4 Fatiga superficial

El deterioro de la superficie debido a la fatiga es común en contactos sometidos a ciclos de carga, como por ejemplo, un contacto rotatorio. El movimiento de rotación origina en los diferentes puntos del contacto una tensión que varía con el tiempo, produciéndose un ciclo de carga por cada vuelta. Un repetido número de ciclos de carga puede llegar a provocar la iniciación de grietas en una de las superficies y, una vez iniciada, su posterior propagación hacia el interior del sólido. La propagación de la grieta puede recorrer el sólido hasta llegar a la superficie de la pieza por otro punto y producir una fractura total o parcial de ella, lo que causa el desgaste del material.

A diferencia de los otros mecanismos de desgaste, para la fatiga superficial no es necesario el contacto directo entre las dos superficies, sino que solo hace falta la transmisión del ciclo de fuerzas. Mientras que en los desgaste abrasivos y adhesivos se produce un daño en las superficies de contacto desde el inicio del deslizamiento, en este tipo de desgaste el daño suele aparecer a partir de un número de ciclos elevado.

2 FATIGA POR FRETTING

2.1 Descripción fatiga por fretting

El fenómeno conocido como *fretting* ocurre cuando dos cuerpos están en contacto por la acción de una carga externa y existen unos desplazamientos relativos oscilatorios de pequeña amplitud entre ambas superficies de contacto. Este desplazamiento relativo produce un desgaste de las superficies en contacto. Cuando uno de los cuerpos está excitado por una tensión vibratoria u oscilatoria el fenómeno se conoce como *fretting fatigue* o *fatiga por fretting*.

El *fretting* aparece cuando existe una fuerza normal N que comprime un sólido contra otro y una fuerza tangencial Q que provoca un deslizamiento relativo entre las superficies de contacto. La relación que exista entre estas dos fuerzas y el coeficiente de rozamiento μ del contacto determina que el deslizamiento sea parcial o total. Si la relación es $Q/N = \mu$ el deslizamiento será total, por lo que toda la zona de contacto se encontrará deslizando. Si se cumple $Q/N < \mu$ será parcial y en la zona de contacto se distinguirán dos zonas, una parte de la superficie de contacto estará deslizando y otra adherida. Estas dos situaciones pueden apreciarse en la Figura 2-1.

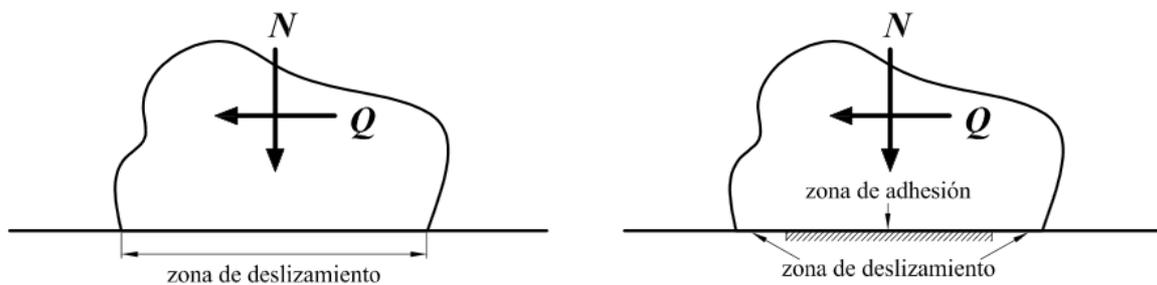


Figura 2-1. Deslizamiento global y deslizamiento parcial

Las condiciones para que aparezca el fenómeno *fatiga por fretting* es necesario que actúe, además de la fuerza normal N y la fuerza tangencial Q , una tensión externa σ en uno de los cuerpos en contacto. Por el efecto de las fuerzas normal y tangencial en la zona de contacto, aparecen en el interior de los sólidos una distribución de tensiones σ_{local} , mientras que la tensión externa σ crea una distribución de tensiones σ_{global} tanto en la zona cercana al contacto como en la zona alejada de él. La diferencia entre *fatiga por fretting* y *fretting* se muestra en la Figura 2-2. Tanto la fuerza Q como la tensión σ pueden variar con el tiempo, ya sea por vibraciones o porque están sometidos a esfuerzos alternos. Este hecho hace que, tras la iniciación de grietas en la superficie por la acción de las fuerzas de contacto, dichas grietas tengan la posibilidad de propagarse hacia el interior del sólido llegando a producir la fractura del componente. Dependiendo del estado de las cargas, el *fretting* puede llegar a tener influencia en la iniciación, propagación, o incluso en ambas fases.

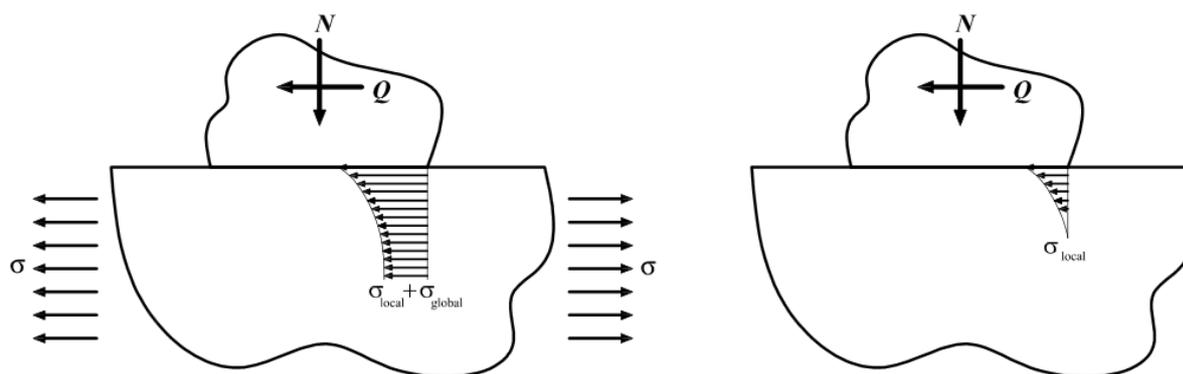


Figura 2-2. Diferencia entre fatiga por fretting y fretting

Bajo la condición de deslizamiento parcial, al existir una tensión externa, la zona de adhesión se desplaza una distancia e , tal y como se aprecia en la Figura 2-3. Esto ocurre porque la acción de la tensión externa σ provoca una diferencia entre las deformaciones de cada cuerpo en la superficie de contacto.

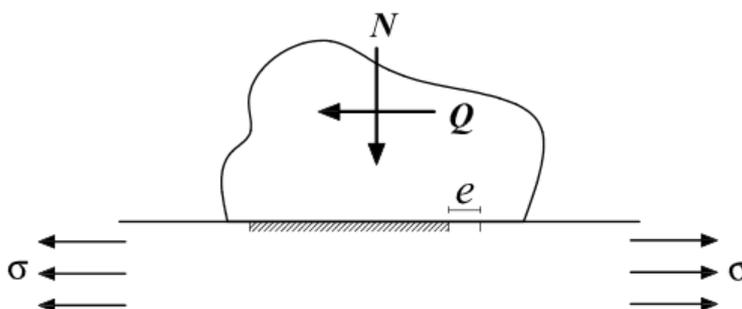


Figura 2-3. Excentricidad

La *fatiga por fretting* puede aparecer, a priori, en cualquier componente donde haya un contacto mecánico, siendo fácilmente identificable debido a que tiene características apreciables. Una de estas características es la formación de partículas de óxido que surgen del desgaste de la superficie y que son de diferentes colores dependiendo del materiales de los sólidos en contacto, como por ejemplo negro en los aluminios o rojo en los aceros. Otra característica apreciable es la formación de huellas en las superficies en contacto.

Este fenómeno es muy importante en la ingeniería industrial puesto que existen numerosos componentes expuestos a él. Algunos ejemplos de componentes industriales en los que puede aparecer el *fretting* o *fatiga por fretting* son uniones atornilladas, roblonadas o remachadas, álabes de turbinas, rodamientos, contactos por chavetas, uniones eje cubo de una transmisión, diferentes engranajes, cables metálicos trenzados, rotores generadores o incluso implantes artificiales. En la Figura 2-4 se muestran algunos ejemplos anteriores, señalándose aquellas zonas propensas a sufrir este tipo de fatiga.

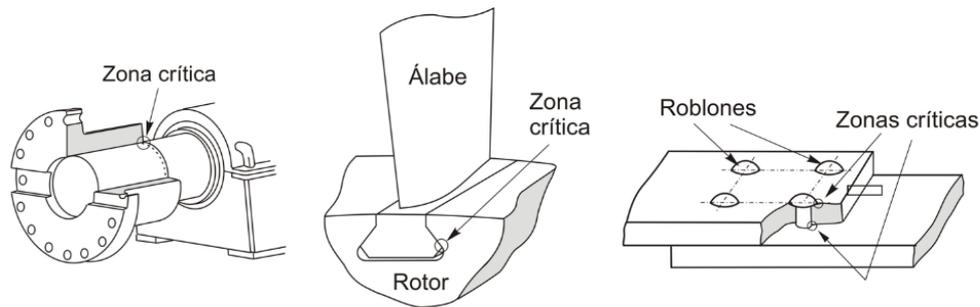


Figura 2-4. Unión eje-cubo, álabe-rotor, roblonada

2.2 Reseña histórica

El primer estudio relacionado con la *fatiga por fretting* fue realizado por Warlow-Davies en 1941. Este consistía en ensayar probetas de acero mediante *fretting* hasta la iniciación de grietas y, posteriormente, aplicarle solo cargas globales para estudiar su vida a fatiga. Este autor concluyó que se reducía la vida a fatiga de las probetas en torno a un 15%. Las observaciones de Warlow-Davies fueron reafirmadas por McDowell en 1953, quién determinó que la acción conjunta del *fretting* y la fatiga provocaba un daño mayor que por separado, produciendo disminuciones en el límite a fatiga de entre 2 a 5 veces e incluso mayores. Años más tarde, Fenner y Fields demostraron como la iniciación de grietas se acelera enormemente por la presencia del *fretting*.

Durante los años 1968-1972, Nishioka y Hirakawa estudiaron el fenómeno del *fretting* basándose en los problemas encontrados en las ruedas de la red ferroviaria. Llegaron a la conclusión de que la *fatiga por fretting* se daba en condiciones de deslizamiento parcial, observando que en la zona de contacto había una zona adherida y otras de deslizamiento, cuyo tamaño dependía directamente de la relación que había entre la fuerza normal y tangencial. También apreciaron que la iniciación de las grietas, que se iniciaban inclinadas respecto a la superficie, aparecía en la zona de deslizamiento y como las fuerzas normal y tangencial no influían en la propagación de las mismas. Endo y Goto continuaron el estudio de la *fatiga por fretting* aplicando la teoría de la mecánica de la fractura y estudiando el camino que seguía la grieta hacia el interior. Determinaron que, en las proximidades de la superficie (fase I), estas crecen con un ángulo pequeño y cuando llegan al punto donde las fuerzas tangenciales dejan de tener efecto, crecen perpendiculares a la superficie bajo la acción de la tensión global únicamente (fase II).

Posteriormente, Waterhouse, en 1979 estudió como el *shot peening*, que es un proceso que consiste en introducir tensiones residuales de compresión en el material, mejora la vida a fatiga *por fretting*. Durante los años 80 se comenzó a estudiar este tipo de fatiga en implantes ortopédicos, ya que estos tenían uniones mecánicas cuyo desprendimiento de material podía causar infecciones a los pacientes. En la década de los 90 se realizaron las primeras congregaciones internacionales de las que resultaron varias publicaciones con diferentes artículos relacionados con la *fatiga por fretting*.

Actualmente el estudio de este fenómeno se centra en los diferentes paliativos para mejorar la vida a fatiga, especialmente en los tratamientos superficiales. Estos tratamientos se basan en la introducción de tensiones residuales como son el *shot peening* o *laser peening* o en mejorar las condiciones tribológicas de las superficies en contacto con recubrimientos. Hay que destacar que la mayoría de estos estudios han sido realizados sobre aleaciones de titanio y de aluminio. Otras líneas de investigación importantes son los estudios de la iniciación de grietas y la vida a fatiga. Para la primera de ellas se emplean criterios de fatiga multiaxial, pero adaptados al *fretting*. Con ellos se determina el lugar de iniciación de grieta, ángulo de crecimiento y número de ciclos necesarios para su nucleación. Para el estudio de predicción de vida a fatiga existe una gran cantidad de formas de abordar el problema distinguiéndose en mecanismos que se basan en la iniciación, en la propagación y las que combinan ambos.

2.3 Ensayos de fretting

El estudio del *fretting* se desarrolla tanto de forma experimental como teórica. Estos estudios engloban aspectos como la vida del componente, la forma y evolución de las grietas que aparecen, la zona en la que se inician, etc. El método experimental consiste en estudiar tanto los ensayos realizados en laboratorios como fallos ocurridos en la vida real. Mediante la realización de ensayos se pretende obtener una respuesta similar a la que se tiene en la práctica de los componentes, ya sea usando probetas de geometría sencilla o partes de una estructura real. Por otra parte, el estudio teórico tiene como objetivo explicar lo que ocurre en los ensayos. Si en los ensayos se usa geometrías sencillas, como pueden ser un contacto entre una esfera y un plano o un cilindro y un plano, el estudio será analítico, ya que se conocen las ecuaciones que gobiernan las tensiones tanto en la superficie como en el interior del plano. En cambio, si los ensayos constan de geometrías más complejas, las tensiones se calculan por métodos numéricos, como por ejemplo, mediante el Método de los Elementos Finitos. Es muy importante tener en cuenta ambas formas de estudio para poder modelar lo que sucede en los ensayos sin tener que realizar ensayos repetitivos.

2.3.1 Geometrías reales

Este tipo de ensayos permite aportar información del componente ante diferentes sollicitaciones. Con ellos se pretende completar la información del componente en la etapa de diseño o intentar dar una explicación a la causa de fallo o mal funcionamiento del componente durante el servicio del mismo.

Alguno de los componentes típicos donde se realizan estos ensayos son los álabes de turbinas, transmisiones de ejes o amortiguadores de automóviles. La geometría de estas piezas hace que estos ensayos tengan un coste elevado y en su mayoría no se pueden extrapolar los resultados obtenidos a otras condiciones. A pesar de la complejidad, ciertos contactos pueden simplificarse por las similitudes que comparten con contactos sencillos de los que se conoce su solución analítica. Un ejemplo de estas simplificaciones es el caso del álabe de una turbina. Este se puede modelar como el contacto entre un punzón con las esquinas redondeadas y un plano, tal y como se observa en la Figura 2-5.

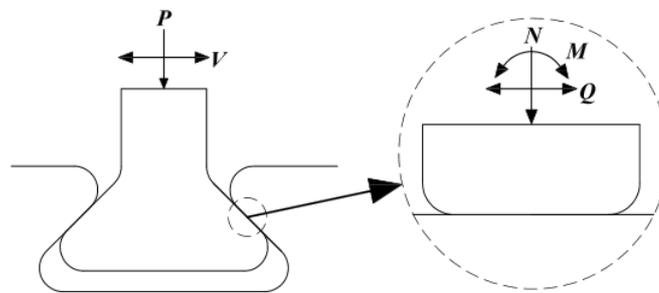


Figura 2-5. Simplificación unión álabe-rotor

2.3.2 Geometrías sencillas

Por lo general, estas geometrías poseen unos campos de tensiones analíticos conocidos, lo que simplifica la comparación con los resultados obtenidos en los ensayos experimentales. Las geometrías que engloban este tipo de ensayos son aquellas en las que se modela el contacto entre un plano y otra figura geométrica como puede ser una esfera, un cilindro, un punzón recto o un punzón con las esquinas redondeadas. Cada una de estas geometrías presenta unas ventajas y unos inconvenientes diferentes en el ensayo de *fretting*.

La principal ventaja del contacto esférico es que se conocen las expresiones analíticas del campo de tensiones. Respecto a la realización del experimento, este contacto posee la ventaja de que no hace falta alinear el eje del indentador y la dirección de aplicación de carga, ya que la superficie de contacto es circular. Otra de sus ventajas es que se conoce la zona en la que aparecerán las primeras grietas. El principal inconveniente es que esta clase de contacto no se encuentra con facilidad en la realidad.

Respecto al contacto cilíndrico cabe destacar que, al igual que el esférico, la distribución de tensiones es

conocida y puede ser tratado como un problema de dos dimensiones. Una de las principales dificultades que presenta este contacto es que, a diferencia del contacto esférico, es necesario alinear el eje del indentador y la dirección de la carga tangencial, siendo necesario que se mantengan perpendiculares entre sí. Otro inconveniente que tiene es que no se conoce donde se iniciará la grieta, por lo que es necesario realizar un análisis microscópico de toda la zona de contacto.

En lo que se refiere al contacto con punzón plano, es un contacto con varias dificultades. Entre ellas destaca que se conoce la distribución de tensiones únicamente en la superficie de contacto. Para evaluar los resultados habría que hacer uso algún método numérico. Otra desventaja es que este contacto necesita un alineamiento respecto a la carga de los dos ejes. Otra consecuencia del uso de este contacto a nivel experimental es que, por consecuencia de la fricción, se crea un par de giro en el punzón. Este tipo de contactos es útil cuando se realiza el ensayo mediante puentes de *fretting fatiga*.

El contacto de un punzón recto con las esquinas redondeadas tiene inconvenientes similares al contacto con un punzón plano, pero posee una geometría más próxima a la realidad, puesto que no existen aristas vivas en la práctica, sino que los sólidos presentan aristas redondeadas.

3 CONTACTO CÍLINDRICO

3.1 Descripción contacto cilindro-plano

El contacto cilíndrico se produce cuando un cilindro, con radio de curvatura R , se comprime por la acción de compresión de una fuerza externa normal N contra un plano. En este también se aplican una fuerza tangencial Q al cilindro y una tensión externa σ al plano, las cuales pueden ser variables o no. Este contacto y la aplicación de estas acciones se muestran en la Figura 3-1.

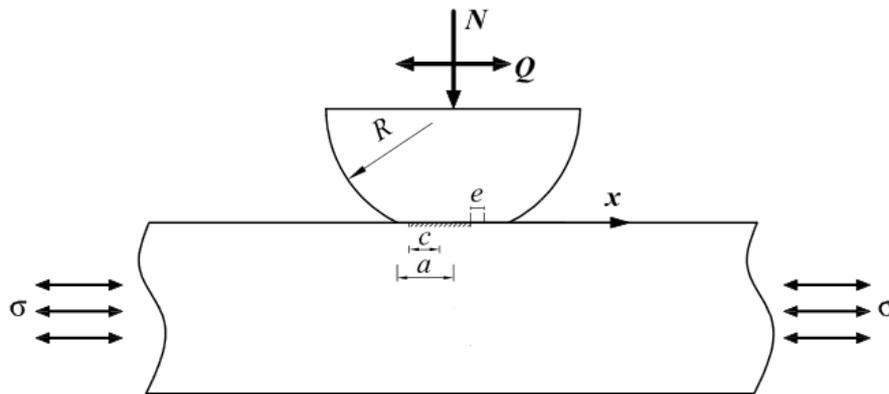


Figura 3-1. Contacto cilindro-plano

Esta clase de contacto está caracterizado por tener un ancho de superficie de contacto $2a$, que es mucho menor que el radio de curvatura del cilindro R . El semiancho a se determina con la siguiente expresión.

$$a = \sqrt{\frac{8NR(1 - \nu^2)}{\pi E}}$$

Como se ha mencionado en el segundo apartado de este documento, al actuar una fuerza tangencial Q se crea una zona adherida en el centro de la superficie de contacto y otras dos de deslizamiento en los extremos de la misma. A partir de esta fuerza y su relación con la fuerza normal N mediante el coeficiente de rozamiento μ se obtiene el valor de c que nos proporciona la información del semiancho de la zona adherida.

$$c = a \sqrt{1 - \frac{|Q|}{\mu N}}$$

El desplazamiento de la zona adherida e , que aparece por la presencia de una tensión externa σ , depende del radio de curvatura, de la fricción existente entre el cilindro y el plano y de las características elásticas de los cuerpos.

$$e = \frac{R\sigma(1 - \nu^2)}{\mu E}$$

En este contacto y bajo condiciones de cargas que provocan un deslizamiento parcial, el deslizamiento relativo de ambas zonas puede producirse en el mismo sentido o con ambas zonas deslizando en sentidos opuestos. El segundo de estos se denomina deslizamiento reverso. Este hecho depende directamente de la relación existente entre las cargas normal N , tangencial Q y tensión σ aplicadas. La condición necesaria para que no ocurra el deslizamiento reverso es que se cumpla la relación $e + c \leq a$, es decir:

$$\frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right)$$

Si esta condición es cierta, la solución del contacto cilíndrico es analítica y conocida. Si no fuera así, el problema no tendría solución analítica y habría que resolver el problema mediante ecuaciones integrales que relacionan las deformaciones en la superficie con la distribución de tensiones tangenciales.

Una vez descritas las expresiones que determinan las longitudes características de la zona de contacto, se van a exponer las referentes a las presiones que provocan tanto la fuerza normal N como la fuerza tangencial Q en las direcciones en las que se aplican.

La distribución de tensiones que se produce por la acción de la fuerza normal N en dirección perpendicular a la superficie de contacto hacia el interior del plano es:

$$\sigma_{yy}^N(x, 0) = \begin{cases} -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

Donde p_0 es la máxima presión normal producida en este contacto y depende tanto de N como de la longitud de la zona de contacto a . Esta presión máxima ocurre en el centro de la zona de contacto tal y como se observa en la Figura 3-2 y Figura 3-3. Se determina mediante la siguiente expresión.

$$p_0 = \frac{2N}{\pi a}$$

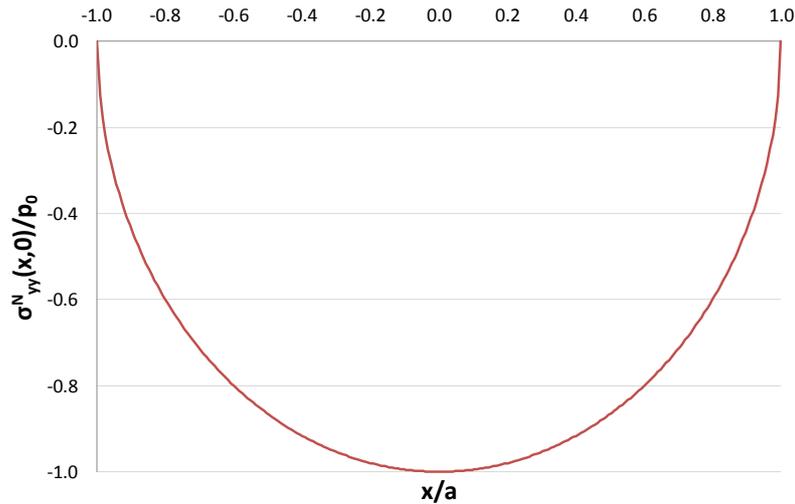


Figura 3-2. Distribución de tensiones normales producidas por la acción de la carga N en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de compresión

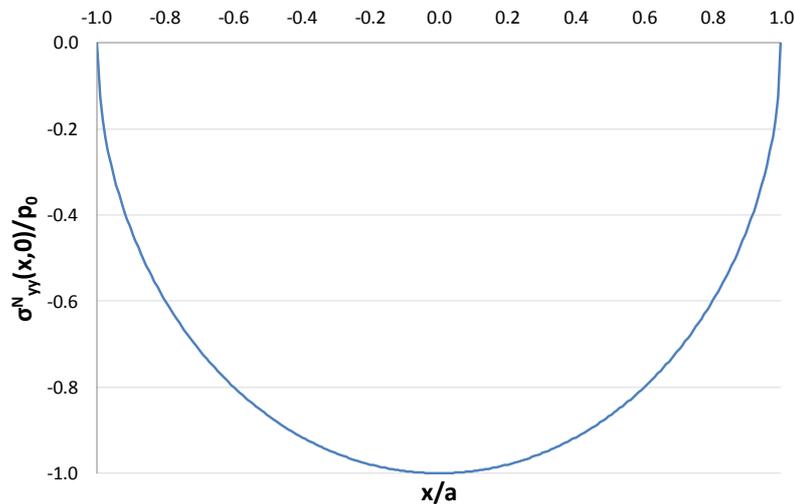


Figura 3-3. Distribución de tensiones normales producidas por la acción de la carga N en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de tracción

La distribución de tensiones tangenciales es una superposición de distribuciones. La expresión de esta distribución será diferente en la zona adherida y en las zonas de deslizamiento.

$$\sigma_{xy}^Q(x, 0) = \sigma_{xy}(x, 0) + \sigma_{xy}^*(x, 0)$$

La distribución $\sigma_{xy}(x, 0)$ hace referencia a un estado de deslizamiento global, es decir, si $Q = \mu N$. Esta tiene influencia en toda la zona de contacto de nuestro problema. Por su parte la distribución correctiva $\sigma_{xy}^*(x, 0)$ afecta solo a la zona adherida, donde se tiene que cumplir la condición $Q < \mu N$. Las expresiones de estas tensiones son las que se muestran a continuación.

$$\sigma_{xy}(x, 0) = \begin{cases} \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

$$\sigma_{xy}^*(x, 0) = \begin{cases} -\mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x+e}{c}\right)^2} & |x+e| \leq c \\ 0 & |x| > c \end{cases}$$

La suma de estas dos distribuciones da lugar a la distribución de tensión tangencial total.

$$\sigma_{xy}^Q(x, 0) = \sigma_{xy}(x, 0) + \sigma_{xy}^*(x, 0) = \begin{cases} \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x+e| > c, |x| \leq a \\ \mu p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \mu p_0 \frac{c}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x+e}{c}\right)^2} & |x+e| \leq c \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

Se han añadido las Figuras 3-4 y 3-5 para representar esta distribución de tensión tangencial.

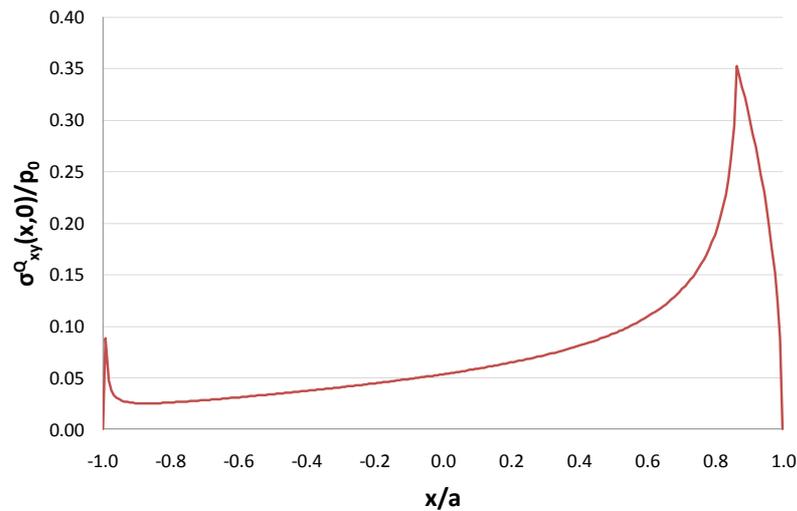


Figura 3-4. Distribución de tensiones tangenciales producidas por la acción de la carga Q en la dirección de esta adimensionalizadas por p_0 en estado de compresión

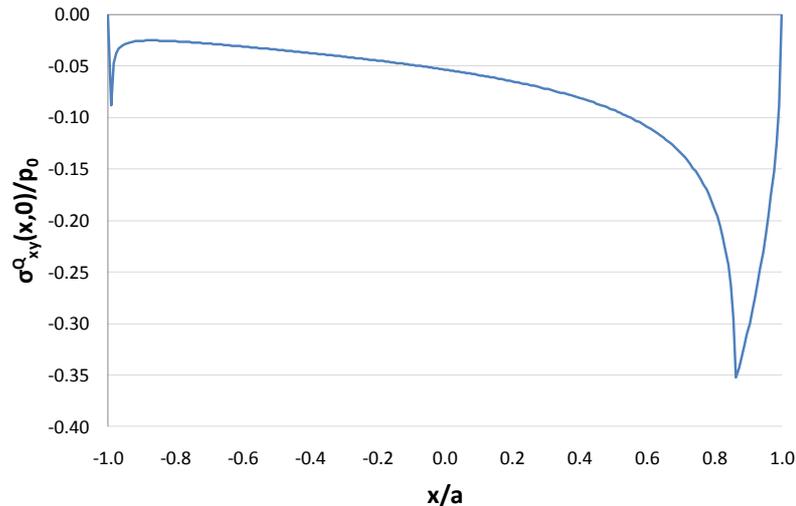


Figura 3-5. Distribución de tensiones tangenciales producidas por la acción de la carga Q y tensión σ adimensionalizadas por p_0 en estado de tracción

3.2 Expresiones analíticas del contacto

En este apartado se van a describir todas las ecuaciones que se han necesitado para el cálculo de las tensiones y deformaciones en el software realizado. Las ecuaciones referidas a las tensiones se han obtenido del libro *Mechanics of elastic contacts* desarrollado por Hills, Nowell y Sackfield. Para obtener las deformaciones se ha empleado la ley de comportamiento en forma de ley de Hooke. Hay que señalar que se ha resuelto el problema bajo condiciones de deformación plana, por lo que ciertas componentes del tensor de tensiones y deformaciones se ven afectadas por esta hipótesis.

3.2.1 Tensiones

En este subapartado se van a exponer todas las expresiones de los campos de tensiones del contacto. La tensión total será la suma de las tensiones provocadas por cada una de las acciones.

$$\sigma_{xx}^{total} = \sigma_{xx}^N + \sigma_{xx}^Q + \sigma_{xx}^{Q*} + \sigma_{xx}^{axial}$$

$$\sigma_{yy}^{total} = \sigma_{yy}^N + \sigma_{yy}^Q + \sigma_{yy}^{Q*}$$

$$\sigma_{zz}^{total} = \nu(\sigma_{xx}^{total} + \sigma_{yy}^{total})$$

$$\sigma_{xy}^{total} = \sigma_{xy}^N + \sigma_{xy}^Q + \sigma_{xy}^{Q*}$$

$$\sigma_{xz}^{total} = \sigma_{yz}^{total} = 0$$

Las tensiones provocadas por la fuerza normal N y la fuerza tangencial Q tienen expresiones analíticas diferentes en la superficie y en el interior del plano, por lo que se van a describir por separado.

3.2.1.1 Superficie

La acción de la fuerza normal N da lugar a las siguientes distribuciones de tensiones.

$$\sigma_{xx}^N/p_0 = \begin{cases} -\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

$$\sigma_{yy}^N/p_0 = \begin{cases} -\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

$$\sigma_{zz}^N/p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^N/p_0 + \sigma_{yy}^N/p_0 \right)$$

$$\sigma_{xy}^N/p_0 = 0$$

En cuanto a las tensiones ejercidas por la acción de la fuerza tangencial Q hay que recordar que es una superposición de distribuciones, por lo que la tensión tangencial total será la suma de la tensión en estado de deslizamiento global y la tensión correctiva. Las expresiones de ambas son las que se muestran a continuación.

$$\sigma_{xx}^Q/\mu p_0 = \begin{cases} \text{signo}(Q)(-2) \left(\frac{x}{a} + \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1} \right) & x < -a \\ \text{signo}(Q)(-2) \frac{x}{a} & |x| \leq a \\ \text{signo}(Q)(-2) \left(\frac{x}{a} - \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 - 1} \right) & x > a \end{cases}$$

$$\sigma_{yy}^Q/\mu p_0 = 0$$

$$\sigma_{xy}^Q/\mu p_0 = \begin{cases} \text{signo}(Q) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

$$\sigma_{zz}^Q/\mu p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^Q/\mu p_0 + \sigma_{yy}^Q/\mu p_0 \right)$$

$$\sigma_{xx}^Q / \mu p_0 = \begin{cases} \text{signo}(Q)(-2) \left(\frac{x+e}{c} + \sqrt{\left(\frac{x+e}{c}\right)^2 - 1} \right) & x+e < -c \\ \text{signo}(Q)(-2) \frac{x+e}{c} & |x+e| \leq c \\ \text{signo}(Q)(-2) \left(\frac{x+e}{c} - \sqrt{\left(\frac{x+e}{c}\right)^2 - 1} \right) & x+e > c \end{cases}$$

$$\sigma_{yy}^Q / \mu p_0 = 0$$

$$\sigma_{zz}^Q / \mu p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^Q / \mu p_0 + \sigma_{yy}^Q / \mu p_0 \right)$$

$$\sigma_{xy}^Q / \mu p_0 = \begin{cases} -\text{signo}(Q) \left(\frac{c}{a} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{x+e}{c}\right)^2} & |x+e| \leq c \\ 0 & |x+e| > c \end{cases}$$

3.2.1.2 Interior

Antes de describir las expresiones de las tensiones en el interior es necesario definir los parámetros s_1 y s_2 , que son las raíces positivas de la siguiente ecuación cuadrática.

$$\frac{x^2}{\text{Amplitud} + s^2} + \frac{y^2}{s^2} = \text{Amplitud}$$

Para obtener el parámetro s_1 , el valor de la amplitud es equivalente al semiancho de la zona de contacto a mientras que para s_2 , la amplitud es igual al límite de la zona de adhesión c . En el cálculo de s_2 también hay que tener en cuenta que el valor de x estará desplazado por la excentricidad e .

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -(a^2 - x^2 - y^2) + \sqrt{[(a^2 - x^2 - y^2) + 4a^2 y^2]} \right\}}$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -(c^2 - (x+e)^2 - y^2) + \sqrt{[(c^2 - (x+e)^2 - y^2) + 4c^2 y^2]} \right\}}$$

Las distribuciones de tensiones en el interior del plano provocadas por la fuerza normal N son las siguientes.

$$\sigma_{xx}^N/p_0 = -\left(\frac{y}{a}\right) \left[2 - \frac{\left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{s_1}{a}\right)} - \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2 \left(\frac{s_1}{a}\right)^3}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)} \right]$$

$$\sigma_{yy}^N/p_0 = \frac{\left(\frac{y}{a}\right)^3 \left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{s_1}{a}\right) \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)}$$

$$\sigma_{zz}^N/p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^N/p_0 + \sigma_{yy}^N/p_0 \right)$$

$$\sigma_{xy}^N/p_0 = \frac{\left(\frac{x}{a}\right) \left(\frac{y}{a}\right)^2 \left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)}$$

Las expresiones referidas a las distribuciones de tensiones producidas tangencial Q se muestran a continuación.

$$\sigma_{xx}^Q/\mu p_0 = \text{signo}(Q) \left\{ (-2) \left(\frac{x}{a}\right) \left[1 - \frac{\left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{\left(\frac{x}{a}\right) \left(\frac{y}{a}\right)^2 \left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)} \right\}$$

$$\sigma_{yy}^Q/\mu p_0 = \text{signo}(Q) \frac{\left(\frac{x}{a}\right) \left(\frac{y}{a}\right)^2 \left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)}$$

$$\sigma_{zz}^Q/\mu p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^Q/\mu p_0 + \sigma_{yy}^Q/\mu p_0 \right)$$

$$\sigma_{xy}^Q/\mu p_0 = \text{signo}(Q) \left(\frac{y}{a}\right) \left\{ 2 - \frac{\left(\frac{s_1}{a}\right)}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{s_1}{a}\right)} - \frac{\left(\frac{x}{a}\right)^2 \left(\frac{s_1}{a}\right)^3}{\left(1 + \left(\frac{s_1}{a}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} \left(\left(\frac{s_1}{a}\right)^4 + \left(\frac{y}{a}\right)^2\right)} \right\}$$

$$\sigma_{xx}^Q / \mu p_0 = -\text{signo}(Q) \left(\frac{c}{a} \right) \left\{ (-2) \left(\frac{x+e}{c} \right) \left[1 - \frac{\left(\frac{s_2}{c} \right)}{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{\left(\frac{x+e}{c} \right) \left(\frac{y}{c} \right)^2 \left(\frac{s_2}{c} \right)}{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{s_2}{c} \right)^4 + \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right)} \right\}$$

$$\sigma_{yy}^Q / \mu p_0 = -\text{signo}(Q) \left(\frac{c}{a} \right) \frac{\left(\frac{x+e}{c} \right) \left(\frac{y}{c} \right)^2 \left(\frac{s_2}{c} \right)}{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{s_2}{c} \right)^4 + \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right)}$$

$$\sigma_{zz}^Q / \mu p_0 = \nu \left(\sigma_{xx}^Q / \mu p_0 + \sigma_{yy}^Q / \mu p_0 \right)$$

$$\sigma_{xy}^Q / \mu p_0 = -\text{signo}(Q) \left(\frac{y}{c} \right) \left\{ 2 - \frac{\left(\frac{s_2}{c} \right)}{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{s_2}{c} \right)} - \frac{\left(\frac{x+e}{c} \right)^2 \left(\frac{s_2}{c} \right)^3}{\left(1 + \left(\frac{s_2}{c} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \left(\left(\frac{s_2}{c} \right)^4 + \left(\frac{y}{c} \right)^2 \right)} \right\}$$

3.2.2 Deformaciones

Al igual que las tensiones, las distribuciones de deformaciones totales serán la suma de todas las deformaciones provocadas por cada acción externa. Las componentes del tensor de deformaciones totales se calculan a partir de las siguientes expresiones.

$$\varepsilon_{xx}^{total} = \varepsilon_{xx}^N + \varepsilon_{xx}^Q + \varepsilon_{xx}^{Q*} + \varepsilon_{xx}^{axial}$$

$$\varepsilon_{yy}^{total} = \varepsilon_{yy}^N + \varepsilon_{yy}^Q + \varepsilon_{yy}^{Q*} + \varepsilon_{yy}^{axial}$$

$$\varepsilon_{xy}^{total} = \varepsilon_{xy}^N + \varepsilon_{xy}^Q + \varepsilon_{xy}^{Q*}$$

$$\varepsilon_{zz}^{total} = \varepsilon_{xz}^{total} = \varepsilon_{yz}^{total} = 0$$

Al tratarse del caso de deformación plana sólo tendrán un valor distinto de cero las componentes contenidas en el plano XY. La deformación que causa cada una de las fuerzas en cada una de las componentes del tensor de deformaciones se determina de la siguiente manera.

$$\varepsilon_{xx}^k = \frac{1}{E} (\sigma_{xx}^k - \nu (\sigma_{yy}^k + \sigma_{zz}^k))$$

$$\varepsilon_{yy}^k = \frac{1}{E} (\sigma_{yy}^k - \nu (\sigma_{xx}^k + \sigma_{zz}^k))$$

$$\varepsilon_{xy}^k = \frac{1 + \nu}{E} \sigma_{xy}^k$$

Donde el superíndice k se sustituirá por cada una de las fuerzas para así obtener las distribuciones de

deformaciones.

$$k = N, Q, Q^* \text{ o axial}$$

4 DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE

4.1 Hoja Principal

El objetivo de esta hoja de Excel es el cálculo y la representación gráfica de los valores de tensiones y deformaciones tanto en la superficie de contacto entre el cilindro y el plano como en el interior del plano. Para ello se considera un segmento con unas coordenadas inicial y final dentro del sistema cartesiano elegido. Este segmento se discretiza en un número de puntos a elegir por el usuario y se obtienen las tensiones y deformaciones en cada división. El punto inicial y final de este segmento pueden situarse tanto en la superficie de contacto como en el interior del plano, formando un segmento horizontal, vertical o diagonal.

En lo que respecta al sistema cartesiano elegido, se ha tomado como origen el punto medio de la superficie de contacto entre el plano y el cilindro. El eje horizontal X se corresponde con la superficie del plano y es positivo hacia la derecha. El eje vertical Y es positivo desde el origen el centro de curvatura del cilindro, por lo que todo el interior del plano tiene coordenadas menores que cero.

Cabe destacar que el signo de la fuerza normal P se considera negativo tanto en los cálculos de las longitudes características como en el programa diseñado mediante Visual Basic, por lo que sólo es necesario introducir el valor absoluto. Lo mismo ocurre con los signos de la fuerza tangencial Q y la tensión global σ , es decir, durante la ejecución del programa se tiene en cuenta si se aplica compresión o tracción, por lo que simplemente se ha de introducir el valor absoluto en la tabla de entrada de variables. También se ha de puntualizar que, al igual que la fuerza P , para el cálculo de longitudes características se usa el valor absoluto de Q y σ .

4.1.1 Tabla de variables

El primer paso a realizar es rellenar la tabla que se encuentra en las columnas B y C. La columna B muestra los nombres de las distintas variables de entrada y salida del problema. La columna C es la que muestra los datos numéricos de las variables. Para distinguir las variables de entrada y salida se ha asignado un color de fondo de celda azul para las de entrada y rojo para las de salida. En la parte inferior de la tabla aparece el subapartado Especificación en color amarillo cuya casilla no es necesario rellenar por el usuario. La función de esta casilla se explica más adelante.

Para comenzar con el cálculo de las tensiones y deformaciones es necesario escribir los valores deseados de las variables de entrada. Por tanto, para cada variable de entrada que aparece en la columna B, hay que introducir un valor numérico en la columna C. Tras esto, las variables de salida se rellenarán de automáticamente. Para ejemplificar este primer paso se ha añadido al documento la Figura 4-1.

	A	B	C
2		Características elásticas	
3		Módulo de elasticidad: E (Pa)	2.10E+11
4		Coefficiente de Poisson: ν	0.3
5		Radio de curvatura	
6		R (m)	0.1
7		Cargas externas	
8		Fuerza normal: P (N)	1.00E+06
9		Fuerza tangencial: Q (N)	1.00E+05
10		Tensión: σ (Pa)	1.10E+08
11		Coefficiente de rozamiento	
12		μ	0.7
13		Coordenadas	
14		Coordenada inicial eje X: x_i (m)	-1.0505E-03
15		Coordenada inicial eje Y: y_i (m)	0.0000E+00
16		Coordenada final eje X: x_f (m)	1.0505E-03
17		Coordenada final eje Y: y_f (m)	0.0000E+00
18		Número de puntos	
19		Divisiones segmento	10
20		Longitudes características	
21		Semiancho de contacto: a (m)	1.0505E-03
22		Semiancho zona adherida: c (m)	9.7254E-04
23		Excentricidad zona adherida: e (m)	6.8095E-05
24		Presión normal máxima	
25		p_0 (Pa)	6.0604E+08
26		Especificación	
27		Esfuerzo	Compresión
28			

Figura 4-1. Tabla de variables entrada y salida de la hoja Principal

Las variables a introducir por el usuario son, de superior a inferior posición en la tabla, las siguientes:

- E : módulo de elasticidad longitudinal o de Young (Pa)
- ν : coeficiente de Poisson
- R : radio de curvatura del cilindro (m)
- P : fuerza normal aplicada al cilindro (N)
- Q : fuerza tangencial aplicada al cilindro (N)
- σ : tensión externa aplicada al plano (Pa)
- μ : coeficiente de fricción
- x_i : coordenada inicial respecto al eje X (m)
- y_i : coordenada inicial respecto al eje Y (m)
- x_f : coordenada final respecto al eje X (m)
- y_f : coordenada final respecto al eje Y (m)
- *Divisiones segmento*: número de divisiones a analizar en la recta formada por la unión de los puntos inicial y final

Por otro lado, las variables de salida que se van a generar tras rellenar las celdas correspondientes a las variables de entrada son:

- a : longitud característica del semiancho de contacto (m)

- c : longitud característica del semiancho de la zona adherida (m)
- e : longitud característica del desplazamiento del centro de la zona adherida (m)
- p_0 : valor máximo de la presión normal (Pa)

Especificación:

- *Esfuerzo*: se refiere al esfuerzo axial al que se someterá al plano, es decir, tracción o compresión.

4.1.2 Botón Cilindro_Plano

Tras rellenar la tabla correctamente, el siguiente paso para la obtención de resultados es ejecutar la macro diseñada mediante Visual Basic. Para ello se ha asociado un botón de formulario con la macro *Cilindro_Plano*, cuyo nombre es exactamente igual al de su macro asignada. Para ejecutar el programa simplemente se tendrá que pinchar sobre el botón *Cilindro_Plano*. Este botón está situado justo de la tabla de variables, como se observa en la Figura 4-2.

24	Presión normal máxima	
25	p_0 (Pa)	6.0604E+08
26	Especificación	
27	Esfuerzo	Tracción
28		
29		
30	Cilindro_Plano	
31		
32		
33		
34		
35		

Figura 4-2. Botón *Cilindro_Plano*

Tras presionar sobre el botón, Excel mostrará una pantalla emergente en la cual nos pedirá que se introduzca el esfuerzo al que se quiere someter al plano que está en contacto con el cilindro. El valor uno corresponde con un esfuerzo de compresión y dos con un esfuerzo de tracción, tal y como se aprecia en la Figura 4-3.

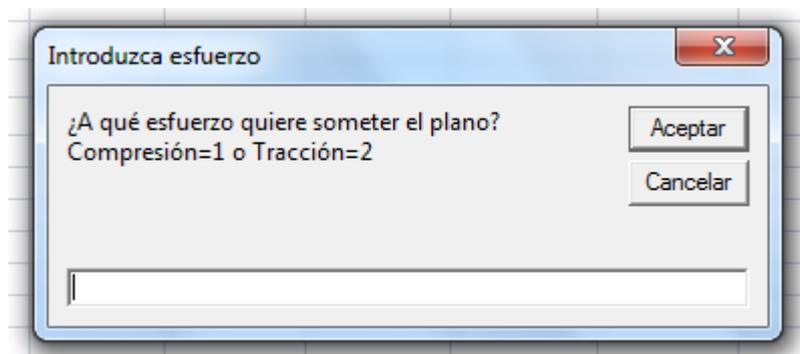


Figura 4-3. Ventana emergente para introducir el tipo de esfuerzo

Si se introduce uno de esos valores la macro programada se ejecutará correctamente y los resultados se mostrarán en sus respectivas columnas de la hoja *Principal*, rellenándose además la celda correspondiente a la especificación *Esfuerzo* de la tabla de variables, como se muestra en la Figura 4-4. Se ha querido añadir esta información a la tabla para que el usuario sea siempre consciente de las condiciones del problema que se está resolviendo.

Especificación		Especificación	
Esfuerzo	Compresión	Esfuerzo	Tracción

Figura 4-4. Especificación hoja Principal

Si, por el contrario, se presiona el botón de cancelar, se cierra la pantalla *Introduzca esfuerzo*, no se introduce ningún valor y se pulsa aceptar, o se introduce un valor distinto de uno o dos, Excel mostrará un mensaje de error pidiendo que elija una de las opciones, tal como se muestra en la Figura 4-5.

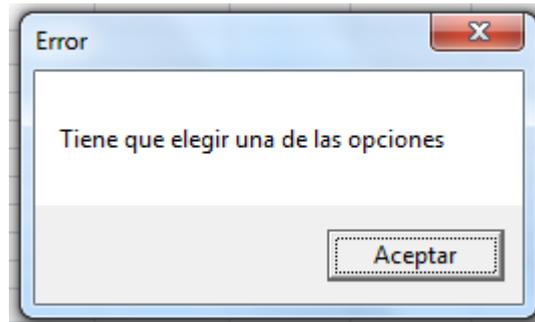


Figura 4-5. Ventana emergente de error en la elección a la especificación correspondiente

También puede haber otros errores que impidan que se ejecute la macro. Estos se deben a una introducción errónea de valores en las variables de entrada de la tabla. Si se introduce un valor mayor que cero en la coordenada inicial o final del eje Y se mostrará el mensaje de la Figura 4-6. En cambio, si el fallo ha sido en que el valor de la fuerza tangencial excede el límite marcado por el coeficiente de rozamiento y la fuerza normal se apreciará un mensaje como el de la Figura 4-7. Por último, si se introducen unos valores en las acciones externas que impliquen unas condiciones de deslizamiento reverso se observará el mensaje de la Figura 4-8.

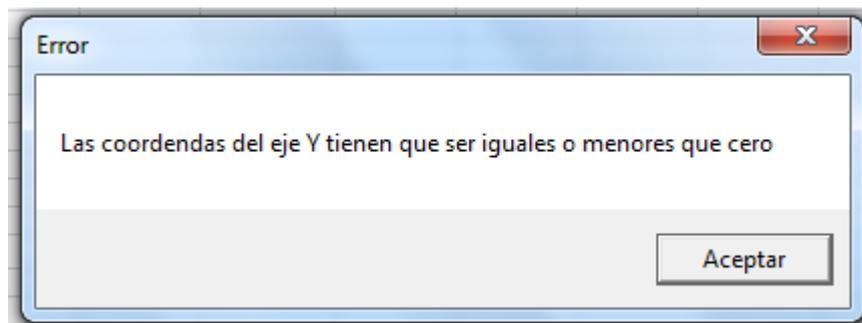


Figura 4-6. Ventana emergente de error si se introduce un valor de coordenada y_i o y_f mayor que cero

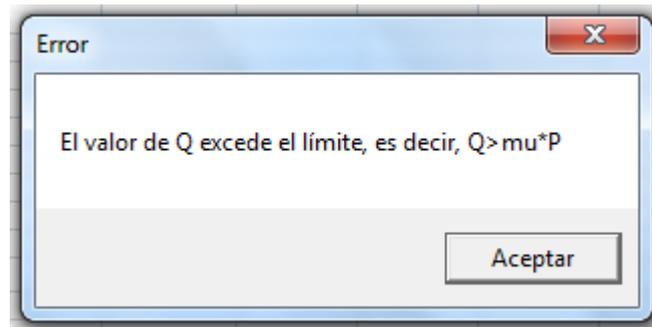


Figura 4-7. Ventana emergente de error si se introduce un valor de $Q > \mu P$

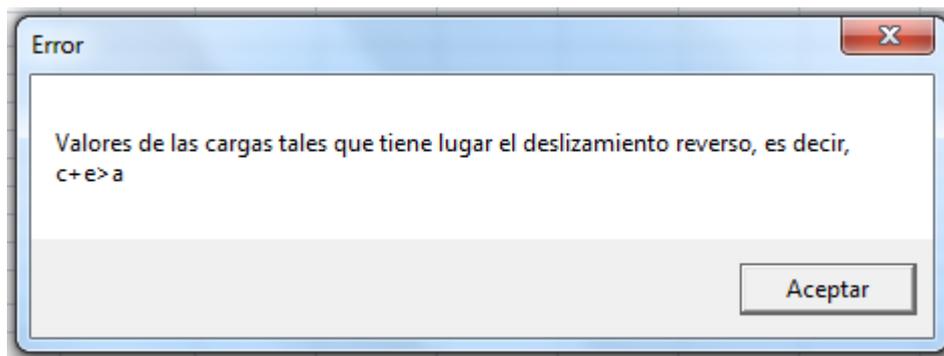


Figura 4-8. Ventana emergente de error de deslizamiento reverso

4.1.3 Columnas de resultados

Tras haber seleccionado correctamente el esfuerzo al que se quiere someter al plano, se ejecuta la macro y se genera, en las diferentes columnas de la hoja *Principal*, los resultados numéricos de las tensiones y deformaciones. Para una mejor visión de los resultados obtenidos se agruparon las columnas en cuatro grupos dependiendo del tipo de información que muestren.

4.1.3.1 Número de puntos

El grupo *Número de puntos* consta de una sola columna, la cual se encuentra en la columna E de la hoja. Esta columna depende directamente de la variable de entrada *Divisiones segmento* y determina el número de filas de datos que se obtendrán en la hoja. Esta columna tiene un color de fondo de celda amarillo tal y como se aprecia en la Figura 4-9.

E
Puntos
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

Figura 4-9. Columna de Puntos

4.1.3.2 Coordenadas

Este grupo proporciona información acerca de las coordenadas de cada división a analizar. Este abarca desde la columna F hasta la columna I y para diferenciarlas del resto se les ha asignado un color de fondo naranja como se puede observar en la Figura 4-10.

Todos los valores que muestran las celdas de este grupo están adimensionalizados por la longitud de semiancho de contacto a para una mejor visión de los datos obtenidos. La primera columna de este grupo se llama x/a y depende de las variables de entradas x_i y x_f . Esta columna muestra los valores de la coordenada X de cada punto discretizado.

La siguiente columna, denominada y/a , desempeña la misma función que la columna x/a pero proporcionando la información de las coordenadas respecto al eje Y, por lo que depende de las variables y_i e y_f .

El título de la tercera columna es s_1/a y es necesaria para los cálculos de las tensiones. Esta depende tanto de los valores de las coordenadas X e Y de cada división del segmento como de la longitud del semiancho de contacto a .

La última columna de este grupo es s_2/a y, al igual que s_1/a depende de las coordenadas X e Y de cada punto intermedio y de la longitud de semiancho de la zona adherida c y de la excentricidad de esta e .

F	G	H	I
x/a	y/a	s_1/a	s_2/a
-1.5000	0.0000	1.1180	1.0966
-1.2000	0.0000	0.6633	0.6569
-0.9000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.6000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.3000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.3000	0.0000	0.0000	0.0000
0.6000	0.0000	0.0000	0.0000
0.9000	0.0000	0.0000	0.2716
1.2000	0.0000	0.6633	0.8618
1.5000	0.0000	1.1180	1.2616

Figura 4-10. Columnas de coordenadas

4.1.3.3 Tensiones

El grupo *Tensiones* se reconocen por el color de fondo verde que posee en la hoja Excel, tal y como se aprecia en las Figura 4-11 y Figura 4-12. Los valores de estas columnas están adimensionalizados respecto a la presión nominal p_0 o por μp_0 en función de la fuerza que provoque las tensiones. Por orden de izquierda a derecha, se muestran las distribuciones referidas a la fuerza normal P , a la fuerza tangencial Q , tanto deslizamiento global como correctiva, y las tensiones suma de todas las acciones externas incluyendo, a parte de las tres distribuciones mencionadas, la tensión externa σ . Por último, cada grupo de distribución de tensiones posee cuatro columnas que representan las componentes del tensor de tensiones σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{yx} , σ_{zz} .

J	K	L	M	N	O	P	Q
$\sigma P_{xx}/p_0$	$\sigma P_{yy}/p_0$	$\sigma P_{xy}/p_0$	$\sigma P_{zz}/p_0$	$\sigma Q_{xx}/\mu p_0$	$\sigma Q_{yy}/\mu p_0$	$\sigma Q_{xy}/\mu p_0$	$\sigma Q_{zz}/\mu p_0$
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.76393	0.00000	0.00000	0.22918
-0.01616	-0.00001	-0.00034	-0.00485	1.07267	-0.00034	0.01616	0.32170
-0.40300	-0.43356	-0.04063	-0.25097	1.67723	-0.04063	0.40300	0.49098
-0.74263	-0.79912	-0.02243	-0.46253	1.13262	-0.02243	0.74263	0.33306
-0.87670	-0.95302	-0.01254	-0.54892	0.56232	-0.01254	0.87670	0.16493
-0.90375	-0.99875	0.00000	-0.57075	0.00000	0.00000	0.90375	0.00000
-0.84014	-0.95187	0.01875	-0.53761	-0.54360	0.01875	0.84014	-0.15745
-0.67418	-0.79532	0.05158	-0.44085	-1.04404	0.05158	0.67418	-0.29774
-0.36672	-0.41129	0.13463	-0.23340	-1.35834	0.13463	0.36672	-0.36712
-0.13362	-0.00575	0.02437	-0.04181	-1.02300	0.02437	0.13362	-0.29959
-0.06666	-0.00083	0.00693	-0.02025	-0.74995	0.00693	0.06666	-0.22291

Figura 4-11. Columnas de tensiones provocadas por la fuerza P y Q deslizamiento total

R	S	T	U	V	W	X	Y
$\sigma Q_{xx}^*/\mu p_0$	$\sigma Q_{yy}^*/\mu p_0$	$\sigma Q_{xy}^*/\mu p_0$	$\sigma Q_{zz}^*/\mu p_0$	σ_{xx_total}/p_0	σ_{yy_total}/p_0	σ_{xy_total}/p_0	σ_{zz_total}/p_0
-0.67710	0.00000	0.00000	0.00000	-0.12073	0.00000	0.00000	-0.03622
-0.95600	0.00030	-0.01455	-0.01455	-0.11601	-0.00004	0.00079	-0.03481
-1.54629	0.04099	-0.36741	-0.36741	-0.49285	-0.43330	-0.01572	-0.27784
-1.00672	0.02118	-0.69814	-0.69814	-0.83601	-0.80000	0.00871	-0.49080
-0.43889	0.01047	-0.81831	-0.81831	-0.97181	-0.95447	0.02833	-0.57788
0.11915	-0.00349	-0.82762	-0.82762	-1.00185	-1.00120	0.05329	-0.60091
0.65285	-0.02550	-0.73839	-0.73839	-0.94517	-0.95660	0.08997	-0.57053
1.11719	-0.06972	-0.52718	-0.52718	-0.80449	-0.80801	0.15448	-0.48375
1.15299	-0.08998	-0.23070	-0.23070	-0.69197	-0.38004	0.22984	-0.32161
0.78525	-0.01030	-0.08102	-0.08102	-0.48156	0.00409	0.06119	-0.14324
0.59812	-0.00418	-0.04725	-0.04725	-0.35445	0.00110	0.02052	-0.10600

Figura 4-12. Columnas de tensiones provocadas por Q correctiva y por la suma de todas las acciones

4.1.3.4 Deformaciones

El grupo de los valores de las deformaciones se identifica por el color azul de fondo de celda que poseen, tal y como se aprecia en la Figura 4-13. Al igual que las tensiones, los valores que aparecen en la hoja están adimensionalizados por la presión nominal p_0 o por μp_0 dependiendo de la fuerza que provoque la distribución. Este grupo se subdivide de la misma manera que el anterior en lo que a fuerzas externas se refiere pero se diferencia en que cada una de las acciones solo tiene componentes ϵ_{xx} , ϵ_{yy} y ϵ_{xy} al tratarse el problema en estudio con hipótesis de deformación plana.

Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK
$\epsilon P_{xx}/\rho_0$	$\epsilon P_{yy}/\rho_0$	$\epsilon P_{xy}/\rho_0$	$\epsilon Q_{xx}/\mu\rho_0$	$\epsilon Q_{yy}/\mu\rho_0$	$\epsilon Q_{xy}/\mu\rho_0$	$\epsilon Q_{xx}^*/\mu\rho_0$	$\epsilon Q_{yy}^*/\mu\rho_0$	$\epsilon Q_{xy}^*/\mu\rho_0$	$\epsilon_{xx_total}/\rho_0$	$\epsilon_{yy_total}/\rho_0$	$\epsilon_{xy_total}/\rho_0$
0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	8.667E-12	-3.714E-12	0.000E+00	-6.961E-12	2.983E-12	0.000E+00	3.295E-13	-2.523E-13	0.000E+00
-1.486E-12	-1.486E-12	0.000E+00	6.933E-12	-2.971E-12	3.714E-12	-6.372E-12	2.731E-12	-3.484E-12	-1.957E-12	-1.395E-12	1.615E-13
-1.981E-12	-1.981E-12	0.000E+00	5.200E-12	-2.229E-12	4.952E-12	-4.638E-12	1.988E-12	-4.677E-12	-2.452E-12	-1.890E-12	1.930E-13
-2.269E-12	-2.269E-12	0.000E+00	3.467E-12	-1.486E-12	5.674E-12	-2.905E-12	1.245E-12	-5.342E-12	-2.741E-12	-2.179E-12	2.318E-13
-2.426E-12	-2.426E-12	0.000E+00	1.733E-12	-7.429E-13	6.065E-12	-1.172E-12	5.021E-13	-5.670E-12	-2.897E-12	-2.335E-12	2.769E-13
-2.476E-12	-2.476E-12	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	6.190E-12	5.618E-13	-2.408E-13	-5.717E-12	-2.947E-12	-2.385E-12	3.313E-13
-2.426E-12	-2.426E-12	0.000E+00	-1.733E-12	7.429E-13	6.065E-12	2.295E-12	-9.836E-13	-5.492E-12	-2.897E-12	-2.335E-12	4.015E-13
-2.269E-12	-2.269E-12	0.000E+00	-3.467E-12	1.486E-12	5.674E-12	4.028E-12	-1.726E-12	-4.957E-12	-2.741E-12	-2.179E-12	5.020E-13
-1.981E-12	-1.981E-12	0.000E+00	-5.200E-12	2.229E-12	4.952E-12	5.762E-12	-2.469E-12	-3.989E-12	-2.452E-12	-1.890E-12	6.746E-13
-1.486E-12	-1.486E-12	0.000E+00	-6.933E-12	2.971E-12	3.714E-12	7.495E-12	-3.212E-12	-2.046E-12	-1.957E-12	-1.395E-12	1.168E-12
0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-8.667E-12	3.714E-12	0.000E+00	4.670E-12	-2.001E-12	0.000E+00	-3.662E-12	1.458E-12	0.000E+00

Figura 4-13. Columnas de deformaciones

4.1.4 Lista de nombres

El siguiente paso después de obtener los valores de tensiones y deformaciones de cada una de las divisiones del segmento es construir las distintas gráficas de los resultados obtenidos. Para ello se ha usado un listado de nombres que se corresponden con los nombres asignados en la primera fila a cada columna en la hoja *Principal*, tal y como se observa en la Figura 4-14. También se aprecia que se ha utilizado la función *DESREF* para referenciar cada una de las columnas. Se ha usado esta función para poder almacenar todos los valores de cada columna en un nombre, independientemente del número de puntos que se introduzca en la tabla de variables. Esto facilita que, si se ha creado cualquier gráfica y el usuario decide cambiar el número de puntos a analizar, esto no sea un problema y los datos de la gráfica se actualicen automáticamente. Este listado puede visualizarse pinchando en la pestaña *Fórmulas* y, en el cuadro de *Nombres definidos*, pulsar la opción *Administar nombres*.

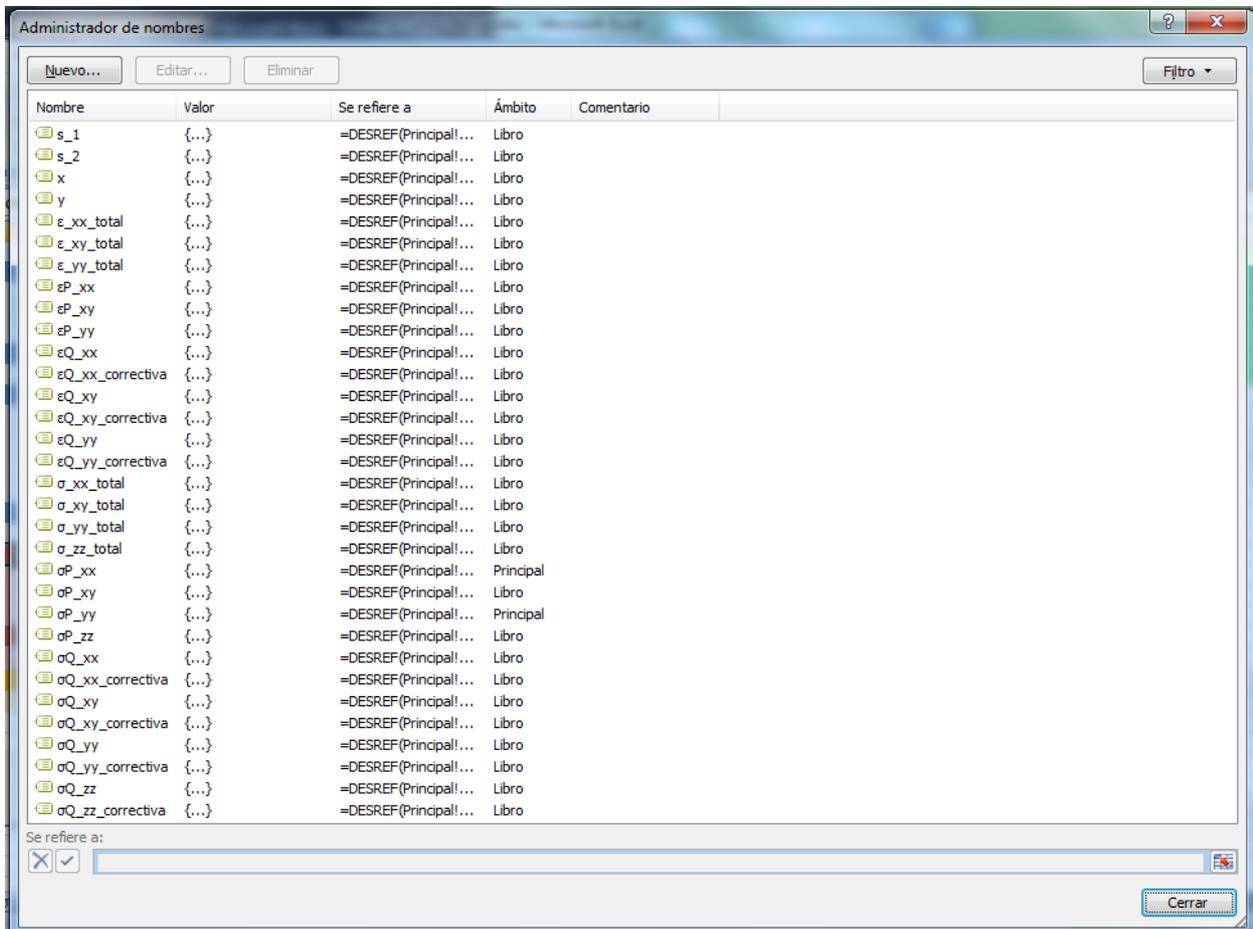


Figura 4-14. Listado de nombres

4.1.5 Construcción de una gráfica

Para la construcción de una gráfica de una de las tensiones o deformaciones hay que seleccionar la pestaña *Insertar*, elegir el tipo de gráfica *Línea 2D* y elegir la opción *Líneas*, como se observa en la Figura 4-15.

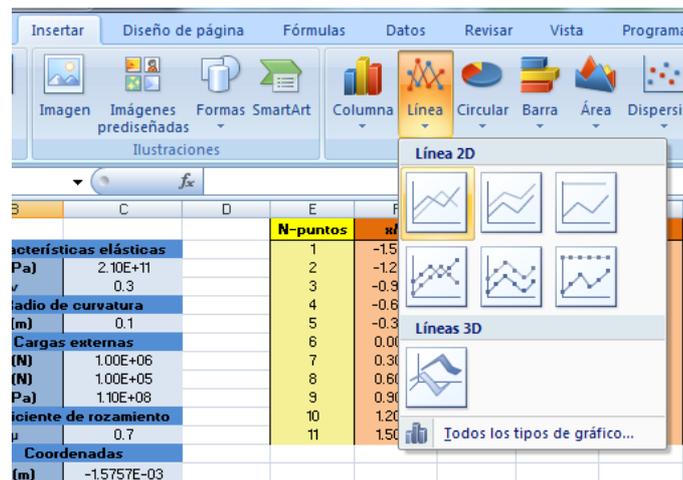


Figura 4-15. Selección gráfico Línea 2D

Tras esto, hay que pulsar el botón derecho del ratón sobre el cuadro blanco donde se va a representar la gráfica y pinchar en la opción *Seleccionar datos*, como se muestra en la Figura 4-16.

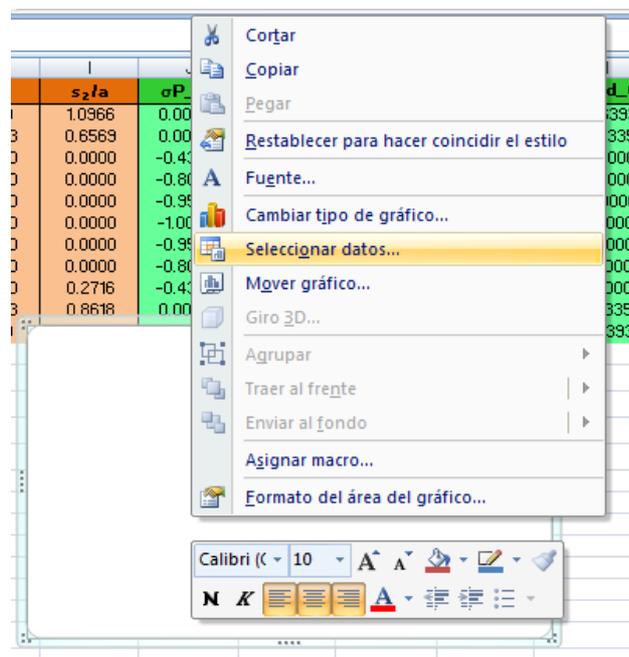


Figura 4-16. Seleccionar datos

Llegados a este punto, interesa tener los datos de las tensiones o deformaciones en el eje Y de la gráfica, mientras que en el eje X los valores de la columna s_j . Para conseguir esto e introducir los valores deseados en

el eje Y hay que pinchar en el botón *Agregar* que aparece en la pantalla *Seleccionar origen de datos*, tal y como se aprecia en la Figura 4-17.

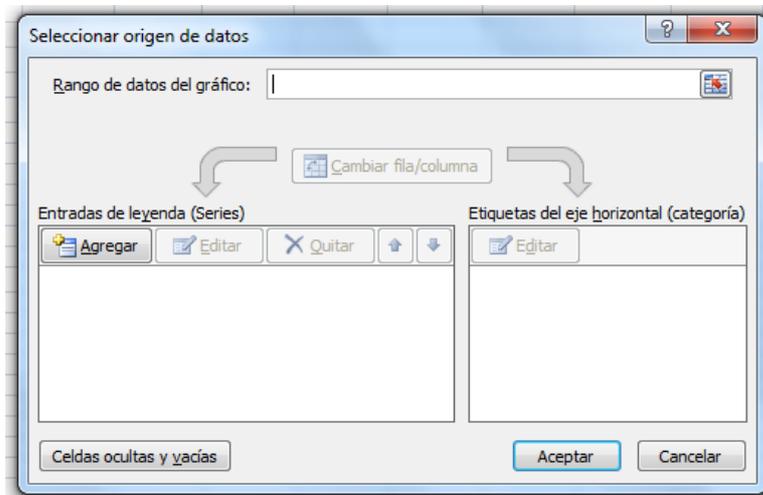


Figura 4-17. Agregar

Después, en la pantalla *Modificar serie* hay que escribir `=Principal!Nombre_de_la_columna` en el apartado *Valores de la serie*. Como ejemplo en la imagen se ha seleccionado el valor de σ_{xx} provocado por la fuerza normal P , como puede observarse en la Figura 4-18.

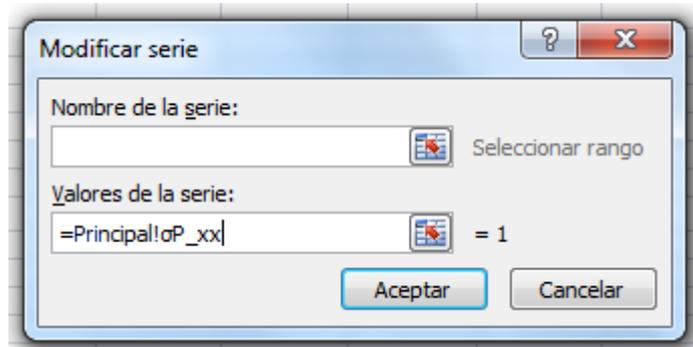


Figura 4-18. Valores del eje Y

Posteriormente a la selección de tensión o deformación a representar en el eje Y de la gráfica, para establecer los valores de la variable s_1 en el eje horizontal, en la pantalla de *Selección de origen de datos* hay que pulsar el botón *Editar del cuadro de Etiquetas del eje horizontal* y escribir `=Principal!s_1` en *Rango de rótulos del eje*, como se muestra en la Figura 4-19.

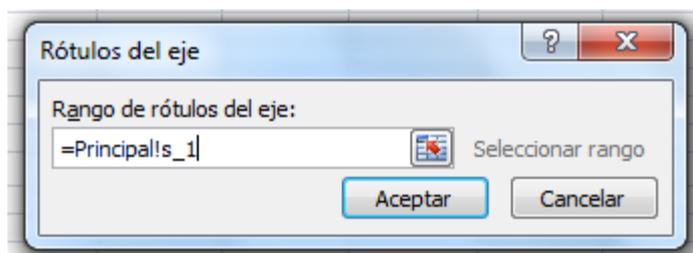


Figura 4-19. Valores del eje X

4.1.6 Ejemplos

Mediante la programación de las distintas ecuaciones descritas anteriormente de las tensiones y deformaciones en Visual Basic se consiguen desarrollar las diferentes gráficas buscadas con el desarrollo del software Excel construido. A continuación se van a mostrar una serie de gráficas que caracterizan el problema de *fatiga por fretting* en el contacto entre un cilindro y un plano. Para diferenciar el caso de compresión del caso de tracción con mayor facilidad, las gráficas que se muestran a continuación se han representado en color rojo si se trata de compresión y en color azul si se trata de tracción.

4.1.6.1 Superficie

En primer lugar, se van a representar las tensiones y deformaciones sobre la superficie del plano, es decir, se van a elegir solamente puntos con coordenada y igual a cero. Para esta ejemplificación se van a considerar los siguientes datos de entrada:

- $E = 2.10E11$ Pa
- $\nu = 0.3$
- $R = 0.1$ m
- $P = 1.00E6$ N
- $Q = 1.00E5$ N
- $\sigma = 1.10E8$ Pa
- $\mu = 0.7$
- $x_i = -1.5757E-3$ m
- $y_i = 0$ m
- $x_f = 1.5757E-3$ m
- $y_f = 0$ m
- *Divisiones segmento* = 250

El resultado de las variables de salida para las anteriores variables de entrada es:

- $a = 1.0505E-3$ m
- $c = 9.7254E-4$ m
- $e = 6.8095E-5$ m
- $p_0 = 6.0604E8$ Pa

Se han elegido unos valores de fuerzas que no dieran lugar al caso de deslizamiento inverso, es decir, que la longitud a sea mayor que las longitudes c y e sumadas. También se ha seleccionado un rango en el eje X que abarcara desde $-1.5a$ hasta $1.5a$ para conocer que ocurre en ciertas tensiones y deformaciones fuera de la zona de contacto. Las gráficas de tensiones y deformaciones para el estado de compresión abarcan desde la Figura 4-20 hasta la Figura 4-26 mientras que las gráficas referentes al estado de tracción de la Figura 4-27 hasta la Figura 4-33.

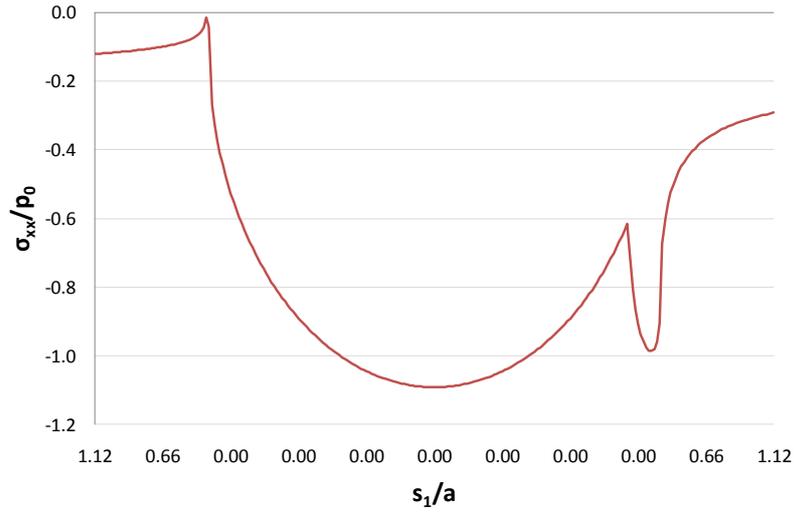


Figura 4-20. Tensión σ_{xx} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

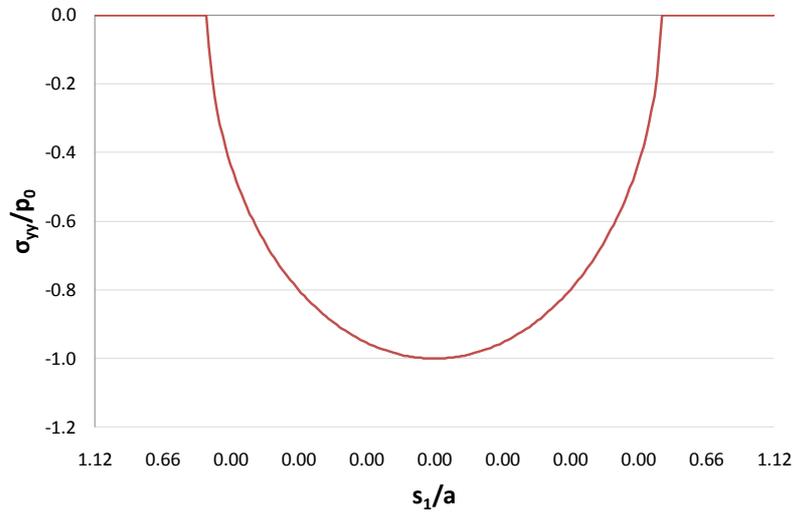


Figura 4-21. Tensión σ_{yy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

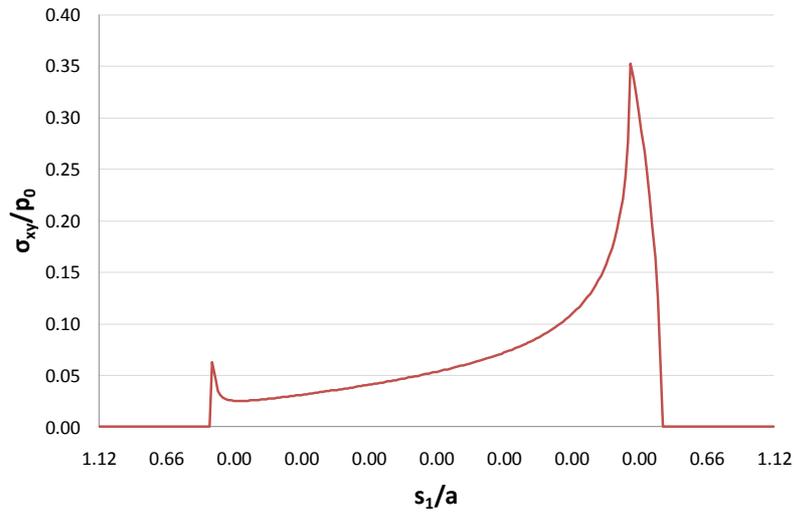


Figura 4-22. Tensión σ_{xy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

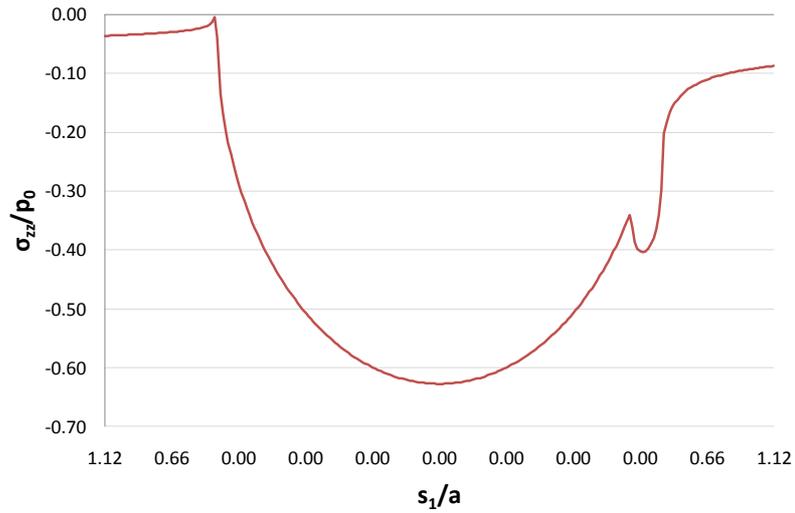


Figura 4-23. Tensión σ_{zz} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

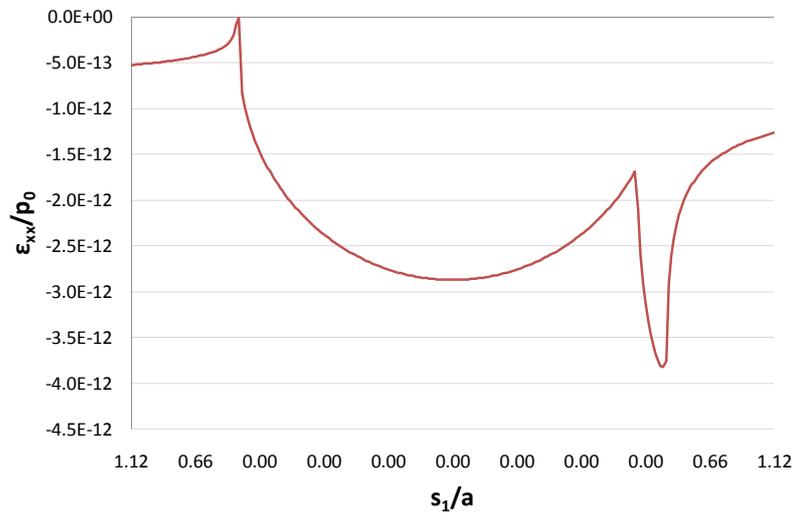


Figura 4-24. Deformación ϵ_{xx} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

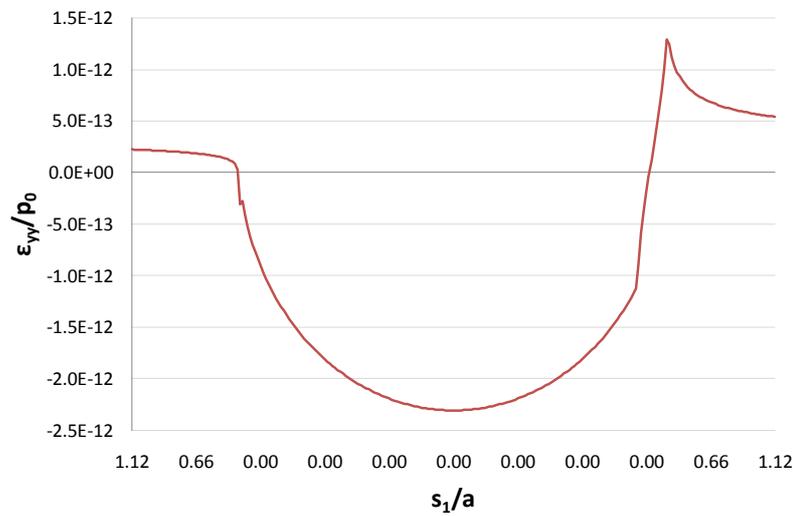


Figura 4-25. Deformación ϵ_{yy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

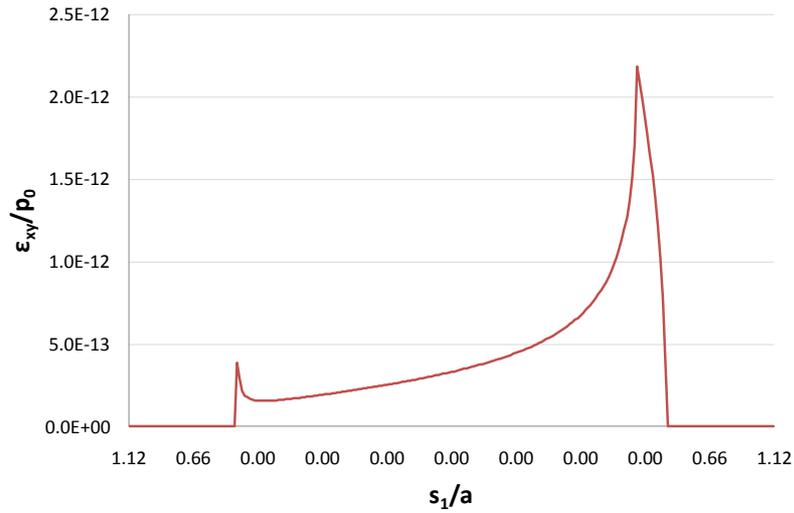


Figura 4-26. Deformación ϵ_{xy} en la superficie para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

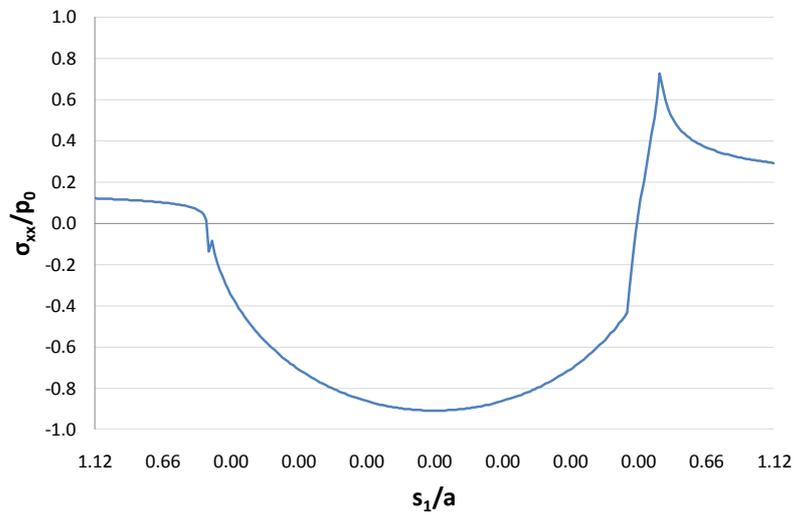


Figura 4-27. Tensión σ_{xx} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

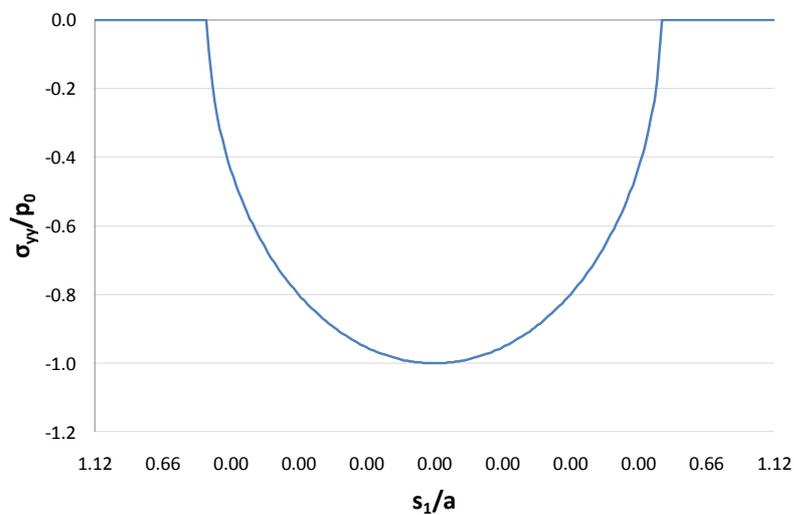


Figura 4-28. Tensión σ_{yy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

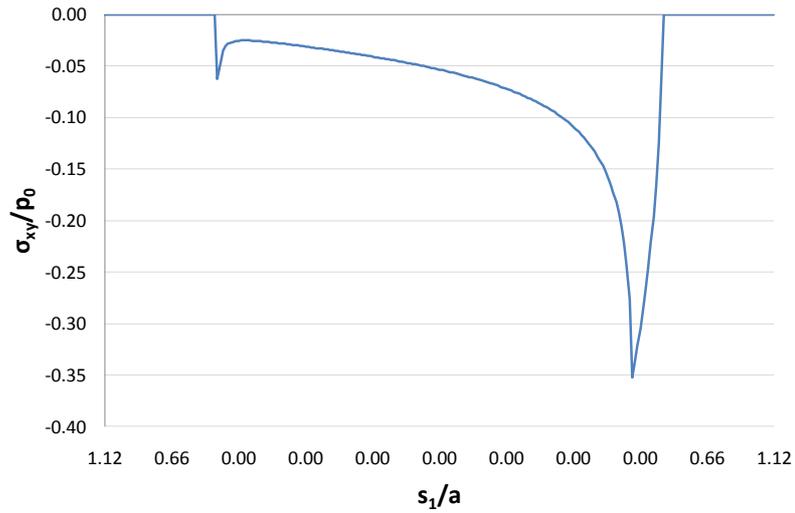


Figura 4-29. Tensión σ_{xy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

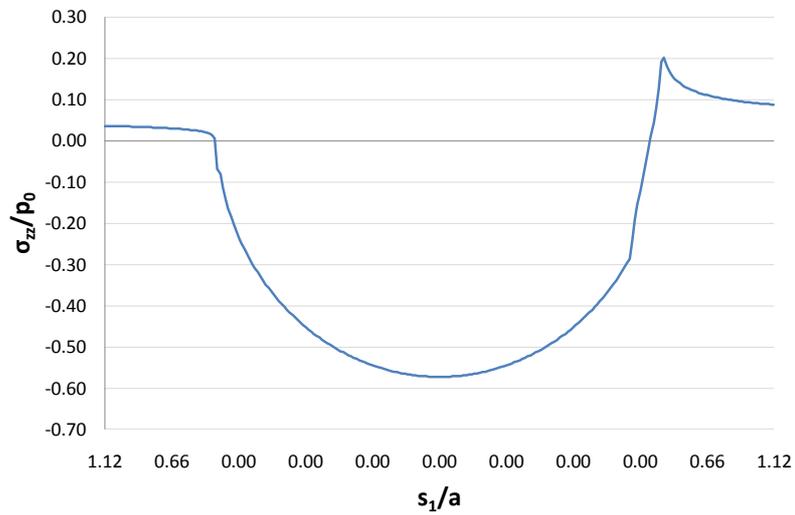


Figura 4-30. Tensión σ_{zz} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

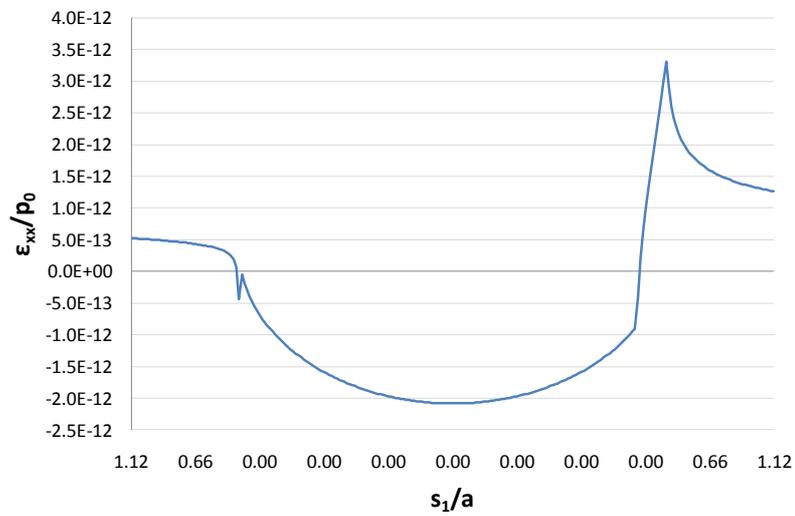


Figura 4-31. Deformación ϵ_{xx} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

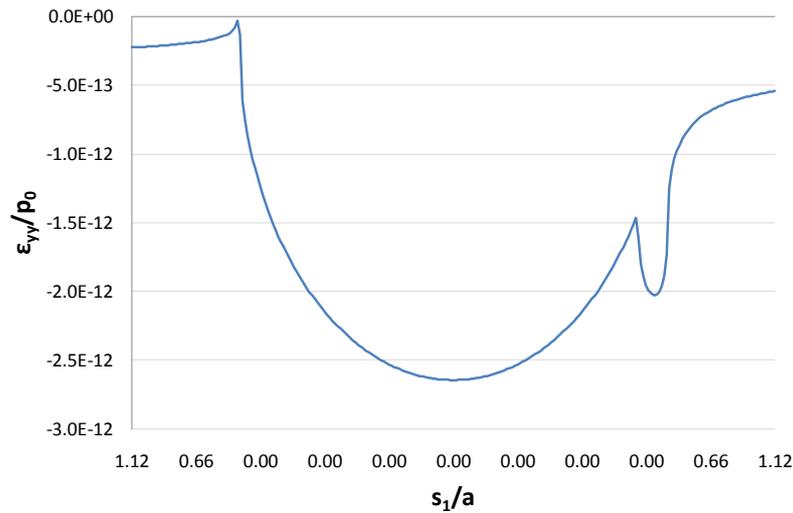


Figura 4-32. Deformación ϵ_{yy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

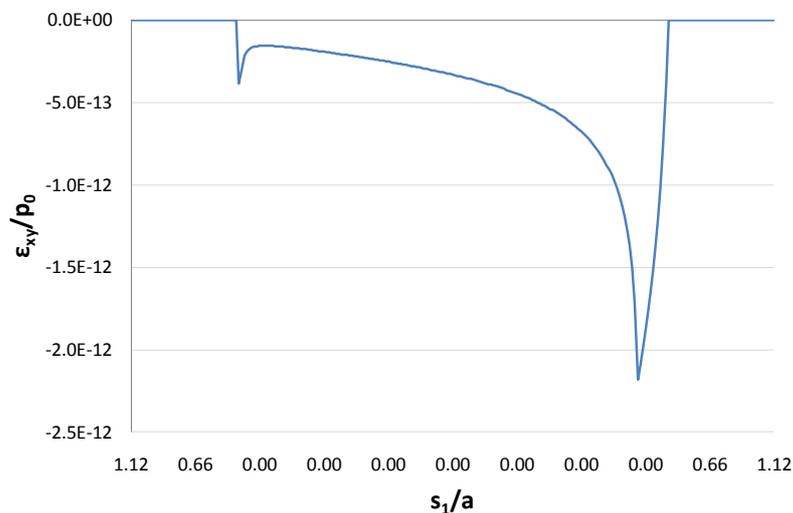


Figura 4-33. Deformación ϵ_{xy} en la superficie para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

4.1.6.2 Opción genérica

Ahora va a desarrollarse la opción genérica que se puede conseguir con el programa diseñado. Para ello se va a seleccionar un segmento diagonal que vaya desde un punto de la superficie hasta un punto que se encuentre en el interior con coordenada y menor que cero. Primero se muestran todas las tensiones y deformaciones para el estado de compresión del plano, desde la Figura 4-34 a la Figura 4-40, y siguiendo a estas, se muestran las mismas gráficas pero para el estado de tracción, abarcando desde la Figura 4-41 hasta la Figura 4-47. Los valores de entrada seleccionados para este caso son los siguientes:

- $E = 2.10E11$ Pa
- $\nu = 0.3$
- $R = 0.1$ m
- $P = 1.00E6$ N
- $Q = 1.00E5$ N
- $\sigma = 1.10E8$ Pa
- $\mu = 0.7$

- $x_i = -1.5757\text{E-}3$ m
- $y_i = 0$ m
- $x_f = 1.5757\text{E-}3$ m
- $y_f = -5.2523\text{E-}4$ m
- $\text{Divisiones segmento} = 250$

El resultado de las variables de salida para las anteriores variables de entrada es:

- $a = 1.0505\text{E-}3$ m
- $c = 9.7254\text{E-}4$ m
- $e = 6.8095\text{E-}5$ m
- $p_0 = 6.0604\text{E}8$ Pa

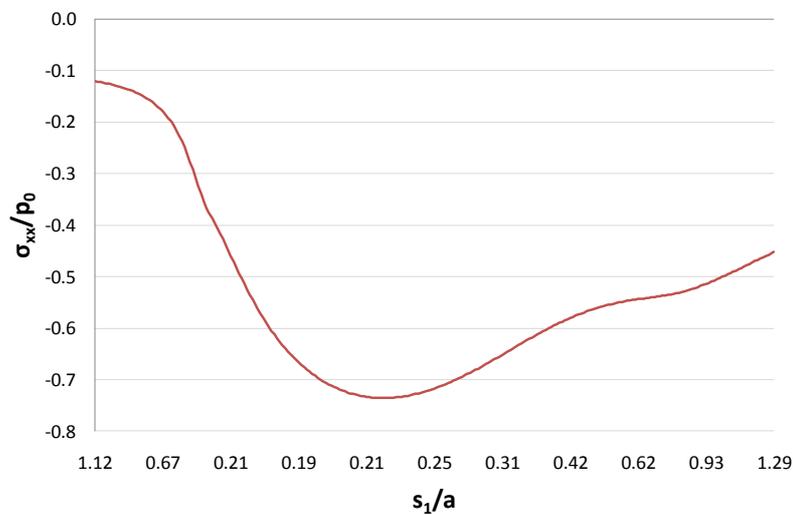


Figura 4-34. Tensión σ_{xx} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

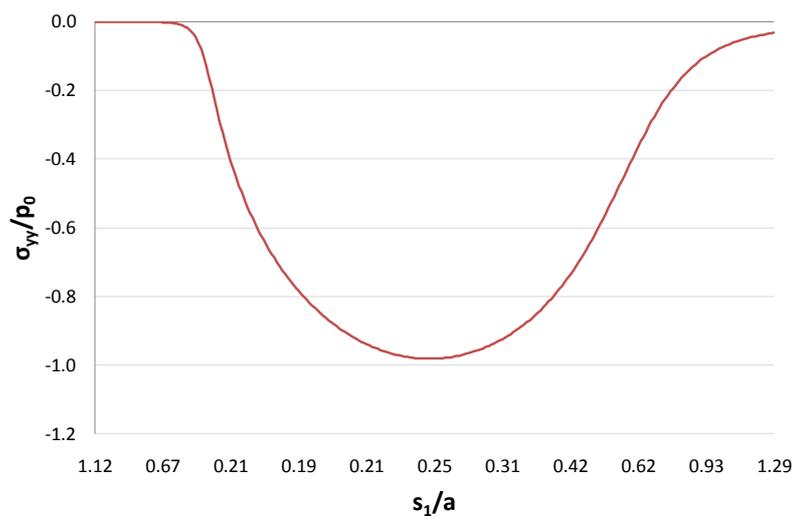


Figura 4-35. Tensión σ_{yy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

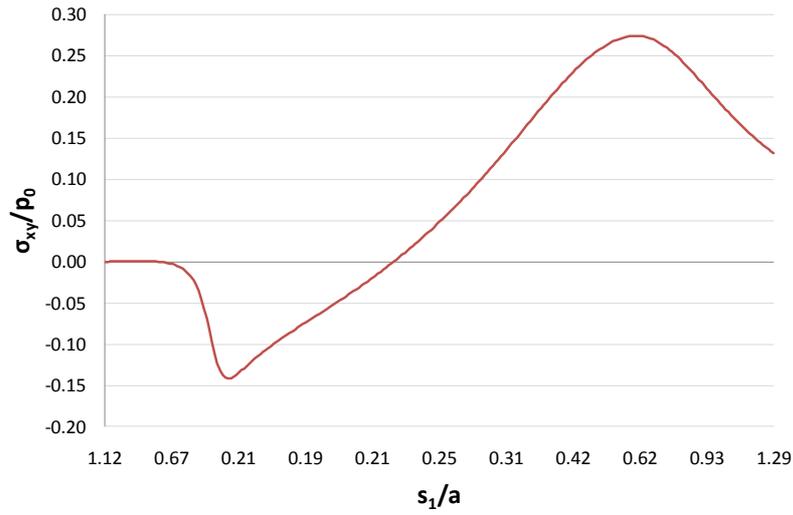


Figura 4-36. Tensión σ_{xy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

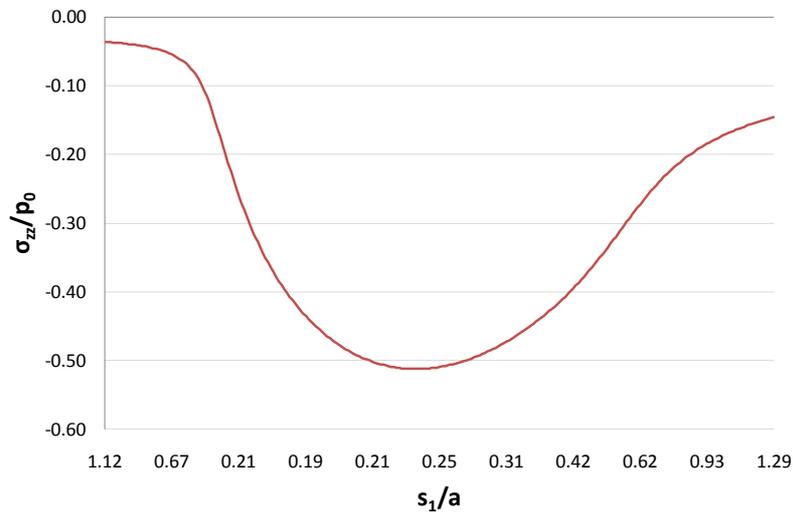


Figura 4-37. Tensión σ_{zz} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

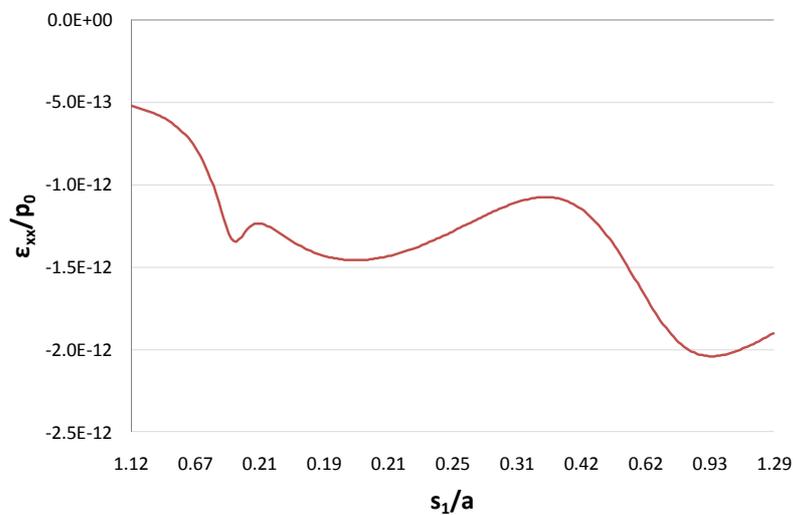


Figura 4-38. Deformación ϵ_{xx} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

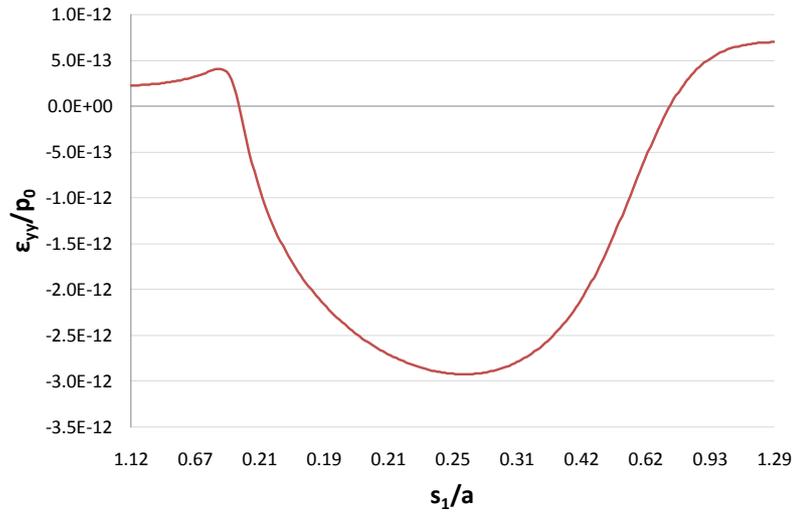


Figura 4-39. Deformación ϵ_{yy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

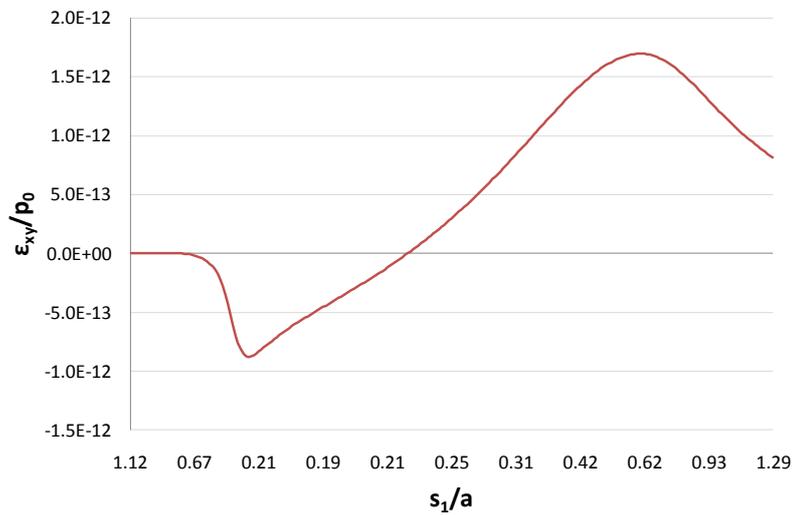


Figura 4-40. Deformación ϵ_{xy} en el interior para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

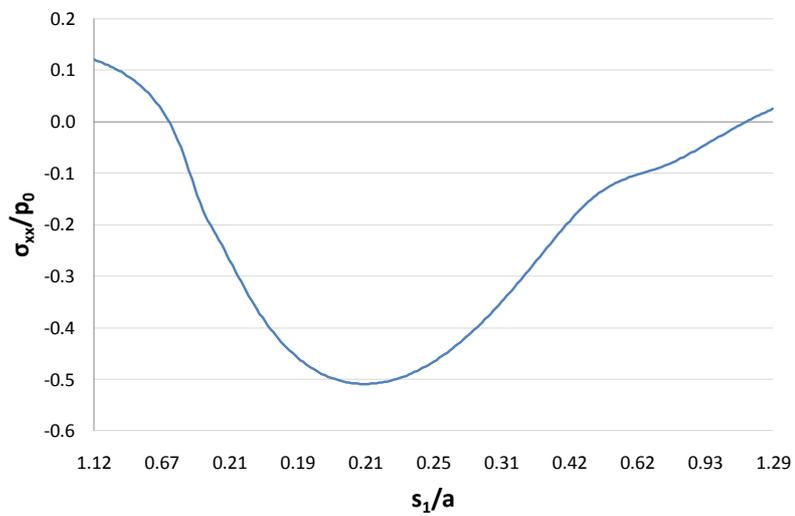


Figura 4-41. Tensión σ_{xx} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

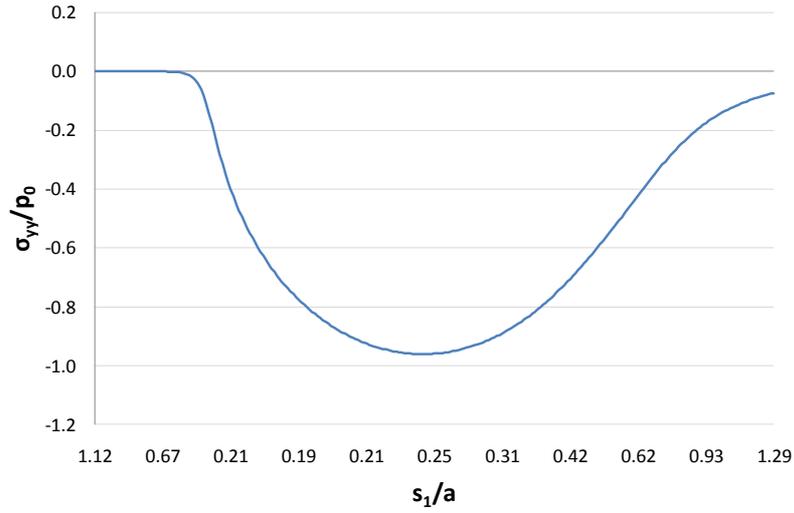


Figura 4-42. Tensión σ_{yy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

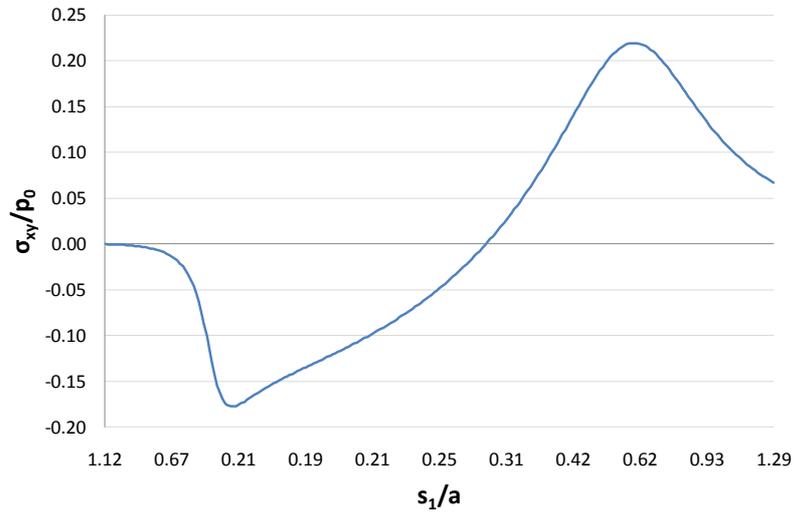


Figura 4-43. Tensión σ_{xy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

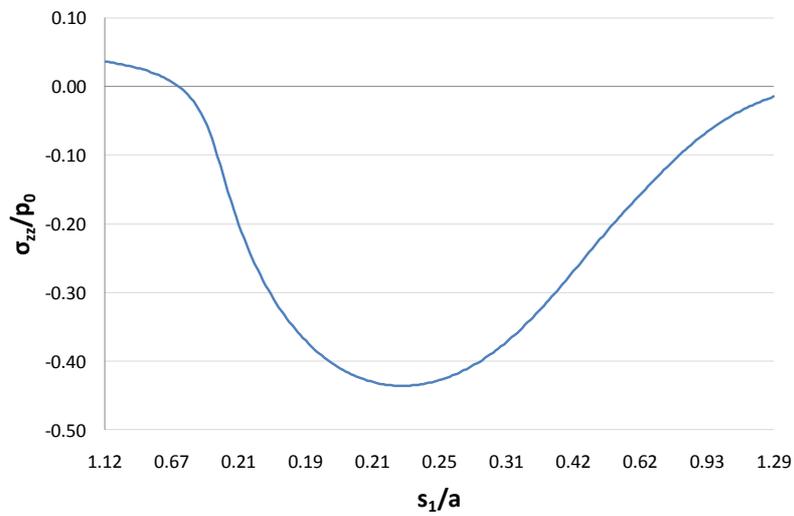


Figura 4-44. Tensión σ_{zz} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

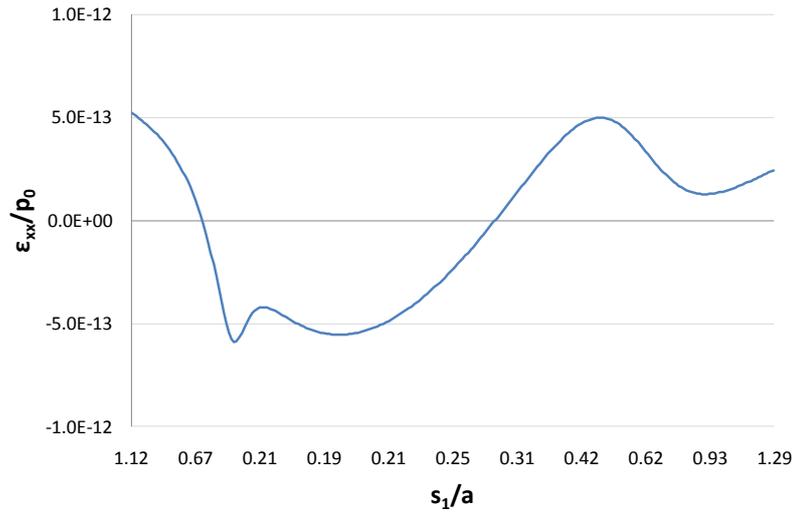


Figura 4-45. Deformación ϵ_{xx} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

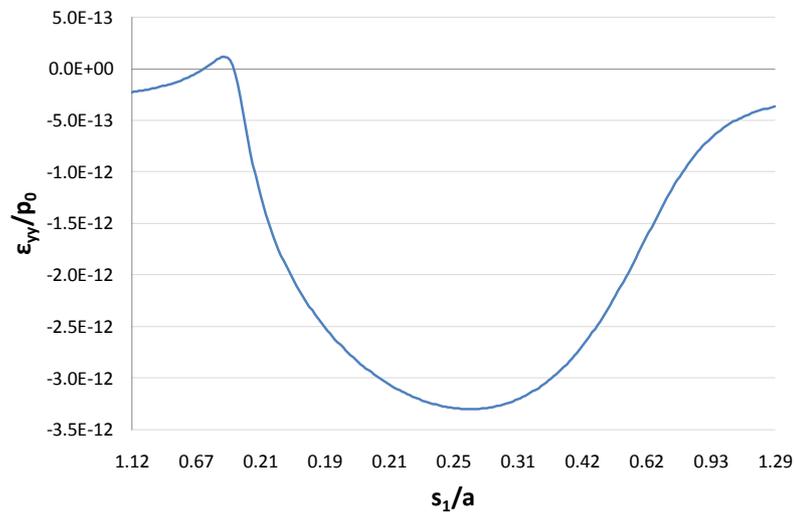


Figura 4-46. Deformación ϵ_{yy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

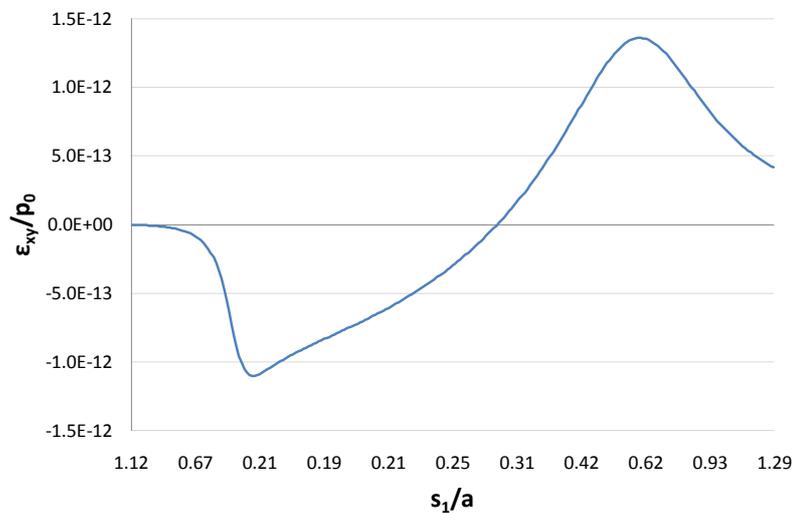


Figura 4-47. Deformación ϵ_{xy} en el interior para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

4.2 Hoja Contour

El objetivo de esta hoja de Excel es obtener un gráfico de superficie en el cual se representen las tensiones o deformaciones diferenciando los niveles de tensiones o deformaciones mediante áreas de contorno. Para conseguirlo, en la hoja *Contour* se desarrolla una matriz de datos con los valores a representar. El usuario debe elegir las coordenadas inicial y final dentro del sistema cartesiano, que serán las coordenadas del primer y último elemento de la matriz de datos. Luego se introduce el número de divisiones en los que se quiera discretizar tanto el rango de coordenadas en el eje X como en el eje Y. De esta forma se usa la matriz de coordenadas resultante para mostrar en la hoja de Excel el valor de la tensión o deformación en cada punto de la matriz. El problema resuelto con esta hoja es idéntico al anterior por lo que posee el mismo sistema cartesiano y las mismas consideraciones sobre las acciones externas que se han explicado en dicha hoja.

4.2.1 Plantilla

Antes de la descripción del proceso que hay que realizar dentro de la hoja *Contour* para obtener el gráfico de superficie hay que ubicar el archivo *Plantilla.crtx*. Este debe ubicarse en la carpeta de plantillas de Excel en el equipo donde se desarrolle el trabajo. Esta plantilla gráfica de Excel es un gráfico de superficie que consta de 13 bandas que representan las distintas áreas de contorno. Estas bandas poseen una gama de colores idéntica a la que se usa en el Método de los Elementos Finitos, correspondiéndose el valor mínimo con el azul más oscuro y el valor máximo con el rojo más oscuro.

4.2.2 Tabla de variables

El primer paso, como en la hoja explicada anteriormente, es introducir las variables de entrada en la tabla de variables entrada, salida y especificaciones, cual se aprecia en la Figura 4-48. Esta tabla es muy similar a la de la hoja *Principal* pero añadiéndose algunas variables.

	A	B	C
2		Características elásticas	
3		Módulo de Young: E (Pa)	2.10E+11
4		Coefficiente de Poisson: ν	0.3
5		Radio de curvatura	
6		R (m)	0.1
7		Cargas externas	
8		Fuerza normal: P (N)	1.00E+06
9		Fuerza tangencial: Q (N)	1.00E+05
10		Tensión: σ (Pa)	1.10E+08
11		Coefficiente de rozamiento	
12		μ	0.7
13		Coordenadas	
14		Coordenada inicial eje X: x_i (m)	-2.1009E-03
15		Coordenada inicial eje Y: y_i (m)	0.0000E+00
16		Coordenada final eje X: x_f (m)	2.1009E-03
17		Coordenada final eje Y: y_f (m)	-1.0505E-03
18		Matriz de puntos	
19		Divisiones eje X	10
20		Divisiones eje Y	10
21		Longitudes características	
22		Semiancho de contacto: a (m)	1.0505E-03
23		Semiancho zona adherida: c (m)	9.7254E-04
24		Excentricidad zona adherida: e (m)	6.8095E-05
25		Presión normal máxima	
26		p_0 (Pa)	6.0604E+08
27		Especificaciones	
28		Esfuerzo	Compresión
29		Variable	Tension
30		Fuerza	Ambas
31		Componente	YY

Figura 4-48. Tabla de variables entrada y salida de la hoja *Contour*

En esta hoja las variables de entrada son, de superior a inferior posición en la tabla, las siguientes:

- E : módulo de elasticidad longitudinal o de Young (Pa)
- ν : coeficiente de Poisson
- R : radio de curvatura del cilindro (m)
- P : fuerza normal aplicada al cilindro (N)
- Q : fuerza tangencial aplicada al cilindro (N)
- σ : tensión externa aplicada al plano (Pa)
- μ : coeficiente de fricción
- x_i : coordenada inicial respecto al eje X (m)
- y_i : coordenada inicial respecto al eje Y (m)
- x_f : coordenada final respecto al eje X (m)
- y_f : coordenada inicial respecto al eje Y (m)
- *Divisiones eje X*: número de divisiones entre las coordenadas inicial y final en el eje X
- *Divisiones eje Y*: número de divisiones entre las coordenadas inicial y final en el eje Y

En este caso las variables de salida son las mismas que en la hoja *Principal*.

- a : longitud característica del semiancho de contacto (m)
- c : longitud característica del semiancho de la zona adherida (m)

- e : longitud característica del desplazamiento del centro de la zona adherida (m)
- p_0 : valor máximo de la presión normal (Pa)

El grupo de especificaciones está formado por:

- *Esfuerzo*: se refiere al esfuerzo axial al que se someterá al plano, es decir, tracción o compresión.
- *Variable*: se muestra si se quiere representar una distribución de tensiones o de deformaciones.
- *Fuerza*: hace referencia a la fuerza externa que provoca la distribución de tensiones o deformaciones que se quiere representar en el gráfico. Se elegirá entre normal, tangencial bajo estado de deslizamiento global, tangencial distribución correctiva, tangencial total o la suma de todas las acciones externas, incluyendo la tensión externa.
- *Componente*: muestra que componente del tensor de tensiones o deformaciones se representa. Si se grafica una tensión habrá que elegir entre las componentes xx , yy , xy o zz . En el caso de que se represente una deformación se elegirá entre las componentes xx , yy o xy

De la descripción de esta tabla se observa cómo posee las mismas variables de entrada y salida pero se ha eliminado la variable *Divisiones segmento* y se ha sustituido por las dos variables, *Divisiones eje X* y *Divisiones eje Y*, para la determinación de los distintos puntos a analizar. Respecto a las especificaciones, conserva la especificación *Esfuerzo* y se añaden tres más, *Variable*, *Fuerza* y *Componente*.

4.2.3 Botón ContourPlot

Tras la explicación de cada apartado de la tabla, se va a explicar la funcionalidad del botón *ContourPlot*, el cual se encuentra justo debajo de la tabla, como se aprecia en la Figura 4-49. Este botón está asociado a la macro *ContourPlot*, que es la encargada de generar la matriz de datos que posteriormente se van a representar en la gráfica de superficie.



Figura 4-49. Botón ContourPlot

Después de pulsar este botón, para obtener la matriz de resultados, se tiene que responder una serie de preguntas que aparecerán de forma consecutiva en varias pantallas emergentes, las cuales se pueden observar en las figuras que abarcan desde la Figura 4-50 a la Figura 4-54. Estas preguntas corresponden a las especificaciones descritas en el apartado de la explicación de la tabla de variables. Para la consecución de los resultados hay que elegir, en cada una de las preguntas planteadas, una de las opciones expuestas en cada pantalla emergente. Cada vez que se elija una de las opciones, la celda correspondiente a la especificación se rellena de forma automática.

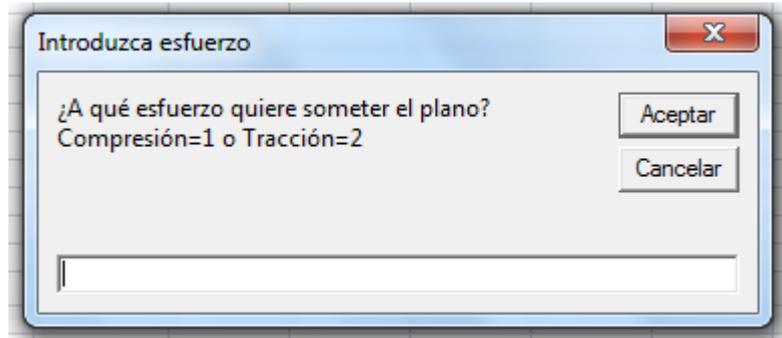


Figura 4-50. Ventana emergente para introducir el tipo de esfuerzo

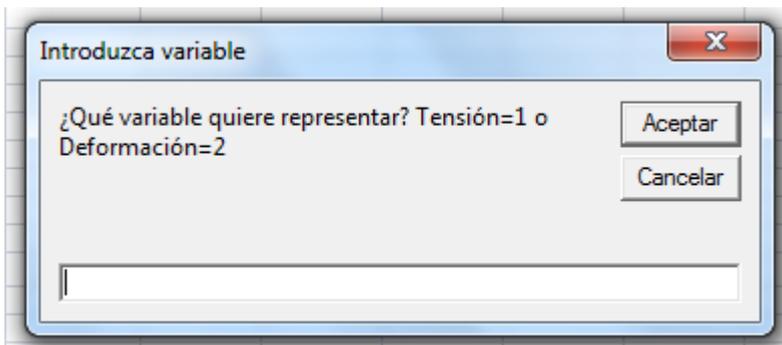


Figura 4-51. Ventana emergente para introducir la variable

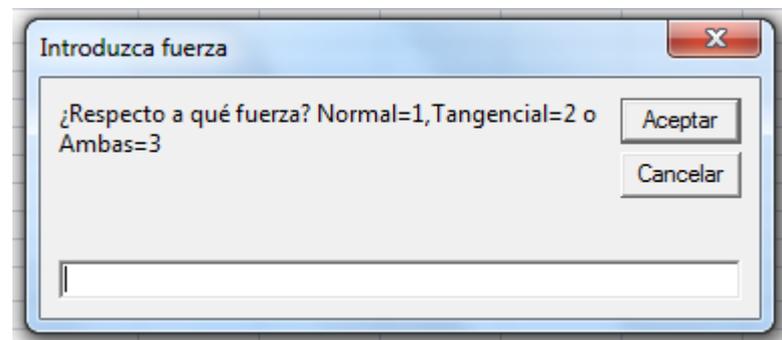


Figura 4-52. Ventana emergente para introducir la fuerza externa

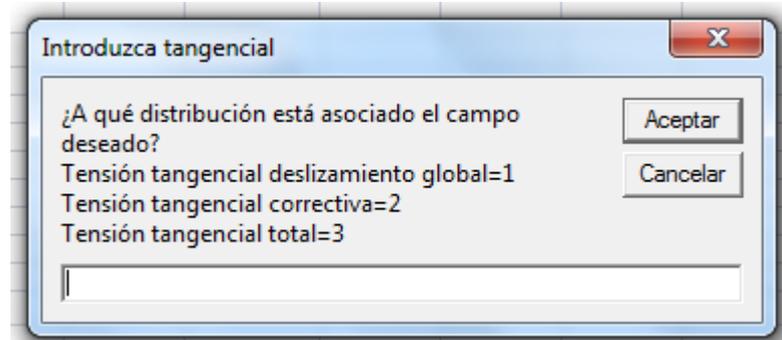


Figura 4-53. Ventana emergente para introducir el tipo de fuerza tangencial

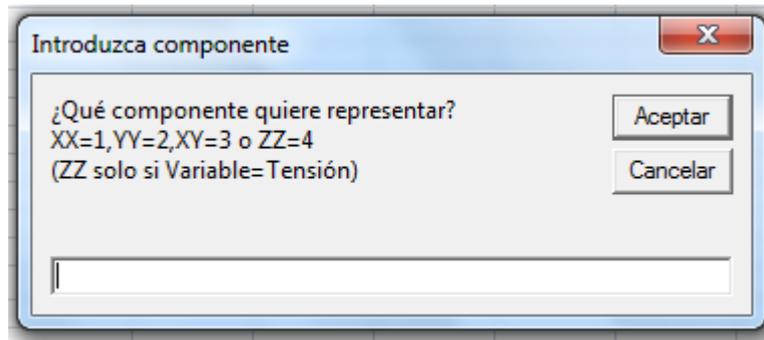


Figura 4-54. Ventana emergente para introducir la componente

En esta hoja se mostrarán los mismos mensajes de error que en la hoja *Principal* si no se elige una de las opciones requeridas en cada una de las especificaciones o se introduce un valor inadmisibles en las variables de entrada.

4.2.4 Matriz de datos

Una vez elegido las especificaciones de los datos que se desea obtener, se generará la matriz de los mismos en nuestra hoja de Excel. En la hoja *Contour* se pueden apreciar tres secciones, tal y como se muestra en la Figura 4-55.

- *Coordenadas eje X*: se compone de todas las coordenadas en el eje X de los puntos a analizar. Estas se encuentran dispuestas horizontalmente en una única fila en la parte superior de la matriz, distinguiéndose del resto de filas por tener un color verde más oscuro en el fondo de la celda. La obtención de estas coordenadas depende de las variables de entrada x_i , x_f y *Divisiones eje X*.
- *Coordenadas eje Y*: se compone de todas las coordenadas en el eje Y de los puntos a analizar. Estas se encuentran dispuestas verticalmente en una única columna en la parte más a la izquierda de la matriz, del resto de columnas por tener un color verde más oscuro en el fondo de la celda. La obtención de estas coordenadas depende de las variables de entrada y_i , y_f y *Divisiones eje Y*.
- *Resultados numéricos*: muestra los datos obtenidos en función de las especificaciones que haya elegido el usuario. Estos datos se encuentran en forma de matriz en la hoja *Contour* y cada uno de ellos depende de la coordenada X e Y en función de la fila y columna en las que se encuentren cada celda. Esta sección se caracteriza por tener un color de fondo verde claro. La matriz tendrá tantos datos como indiquen las variables *Divisiones eje X* y *Divisiones eje Y*.

F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
	-2.000	-1.600	-1.200	-0.800	-0.400	0.000	0.400	0.800	1.200	1.600	2.000
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.600	-0.917	-1.000	-0.917	-0.600	0.000	0.000	0.000
-0.100	-0.031	-0.055	-0.146	-0.463	-0.736	-0.815	-0.736	-0.463	-0.146	-0.055	-0.031
-0.200	-0.060	-0.105	-0.232	-0.402	-0.592	-0.659	-0.592	-0.402	-0.232	-0.105	-0.060
-0.300	-0.086	-0.145	-0.269	-0.364	-0.479	-0.530	-0.479	-0.364	-0.269	-0.145	-0.086
-0.400	-0.109	-0.174	-0.280	-0.330	-0.391	-0.426	-0.391	-0.330	-0.280	-0.174	-0.109
-0.500	-0.128	-0.193	-0.277	-0.299	-0.322	-0.342	-0.322	-0.299	-0.277	-0.193	-0.128
-0.600	-0.142	-0.203	-0.267	-0.270	-0.267	-0.275	-0.267	-0.270	-0.267	-0.203	-0.142
-0.700	-0.153	-0.208	-0.253	-0.242	-0.223	-0.222	-0.223	-0.242	-0.253	-0.208	-0.153
-0.800	-0.160	-0.207	-0.237	-0.217	-0.188	-0.180	-0.188	-0.217	-0.237	-0.207	-0.160
-0.900	-0.164	-0.203	-0.220	-0.194	-0.159	-0.147	-0.159	-0.194	-0.220	-0.203	-0.164
-1.000	-0.165	-0.196	-0.204	-0.173	-0.135	-0.121	-0.135	-0.173	-0.204	-0.196	-0.165

Figura 4-55. Matriz de datos

A diferencia de la hoja *Principal*, la creación del gráfico de superficie está programado en la macro ejecutada, por lo que una vez aparezcan los valores en la hoja *Contour*, la gráfica deseada se generará automáticamente.

en una hoja nueva a la izquierda de la hoja *Contour*.

4.2.5 Ejemplo

Al igual que en el apartado anterior, se van a añadir al documento una serie de gráficas que muestran los resultados numéricos obtenidos a partir de las ecuaciones analíticas del problema de *fretting* para el caso de un contacto entre un cilindro y un plano. Para ello se han elegido los datos de entrada que aparecen a continuación:

- $E = 2.10E11$ Pa
- $\nu = 0.3$
- $R = 0.1$ m
- $P = 1.00E6$ N
- $Q = 1.00E5$ N
- $\sigma = 1.10E8$ Pa
- $\mu = 0.7$
- $x_i = -2.1009E-3$ m
- $y_i = 0$ m
- $x_f = 2.1009E-3$ m
- $y_f = -1.0505E-3$ m
- Divisiones eje X = 30
- Divisiones eje Y = 30

El resultado de las variables de salida para las anteriores variables de entrada es:

- $a = 1.0505E-3$ m
- $c = 9.7254E-4$ m
- $e = 6.8095E-5$ m
- $p_0 = 6.0604E8$ Pa

Las gráficas de tensiones y deformaciones para el estado de compresión abarcan desde la Figura 4-56 hasta la Figura 4-62, mientras que las gráficas referentes al estado de tracción se muestran de la Figura 4-63 hasta la Figura 4-69.

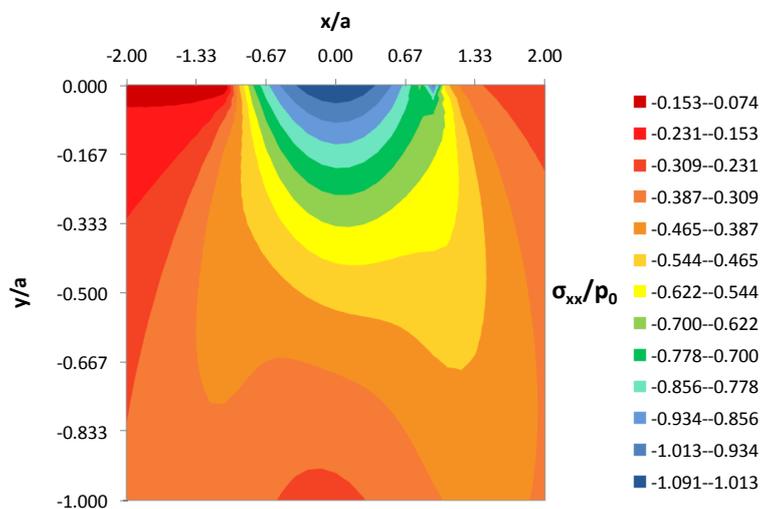


Figura 4-56. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xx} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

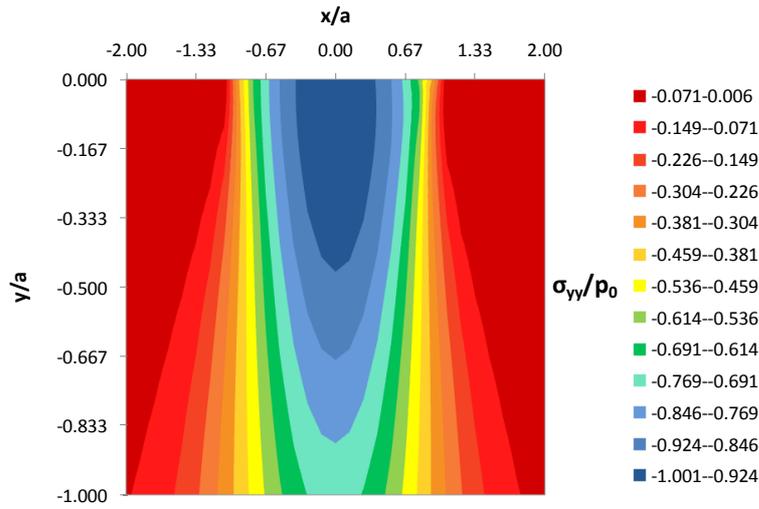


Figura 4-57. Gráfico de superficie de la tensión σ_{yy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

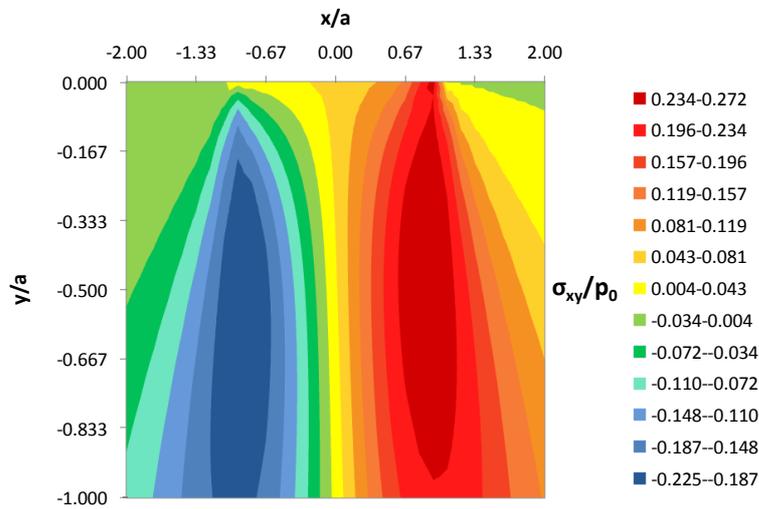


Figura 4-58. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

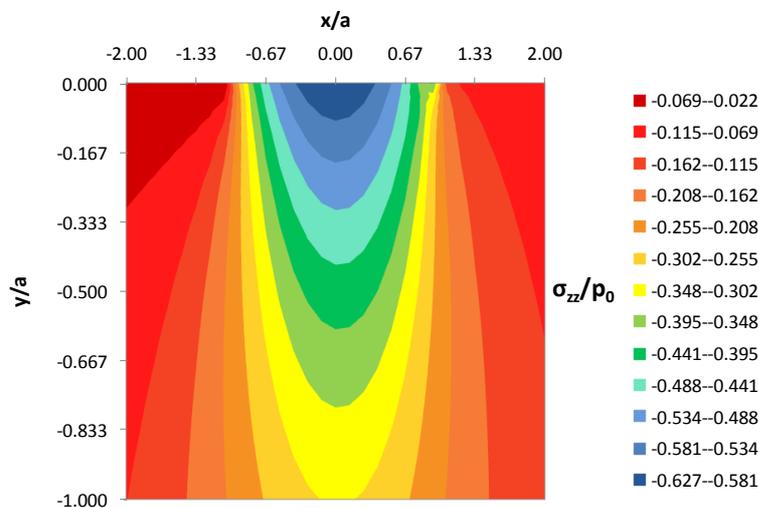


Figura 4-59. Gráfico de superficie de la tensión σ_{zz} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

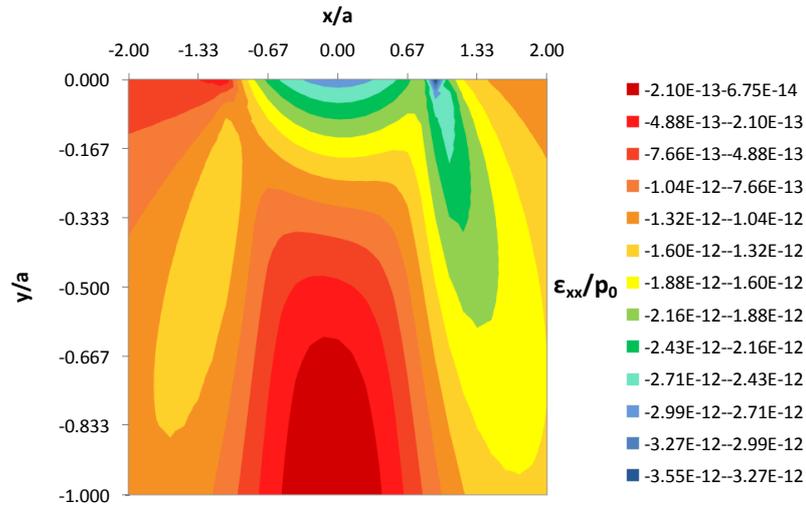


Figura 4-60. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xx} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

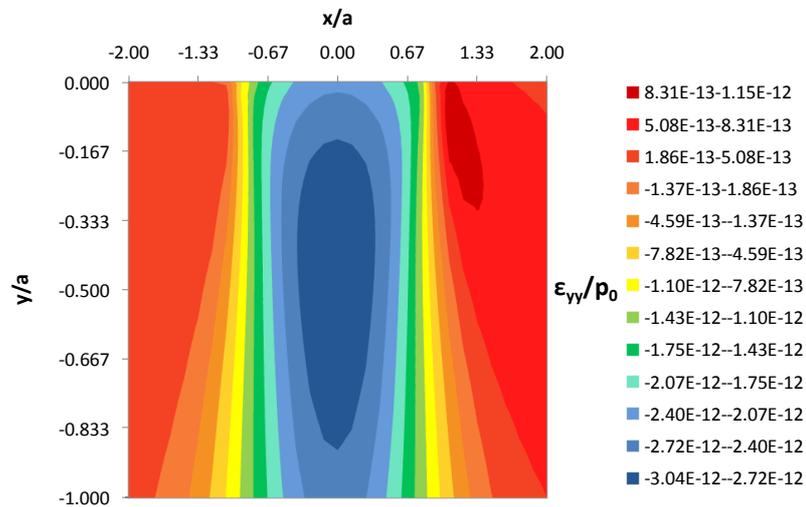


Figura 4-61. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{yy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

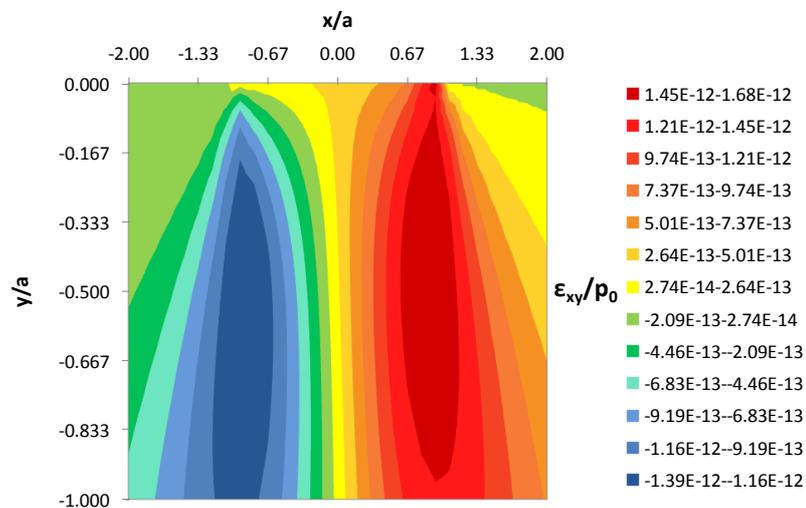


Figura 4-62. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xy} para el estado de compresión adimensionalizada por p_0

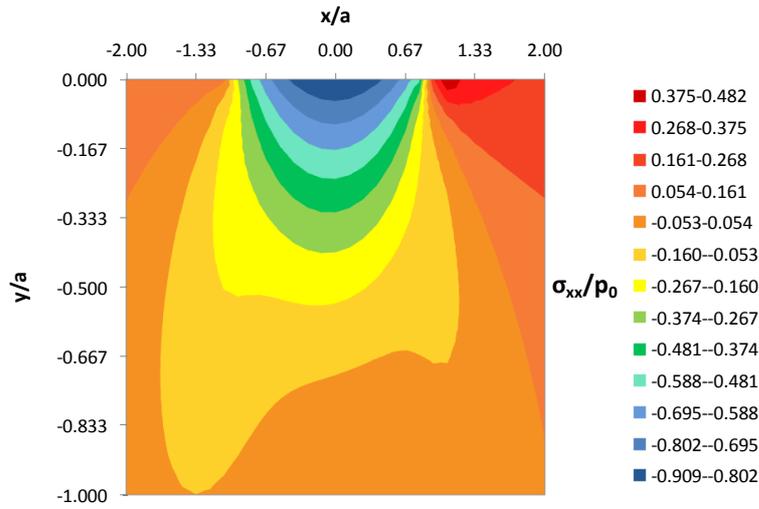


Figura 4-63. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xx} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

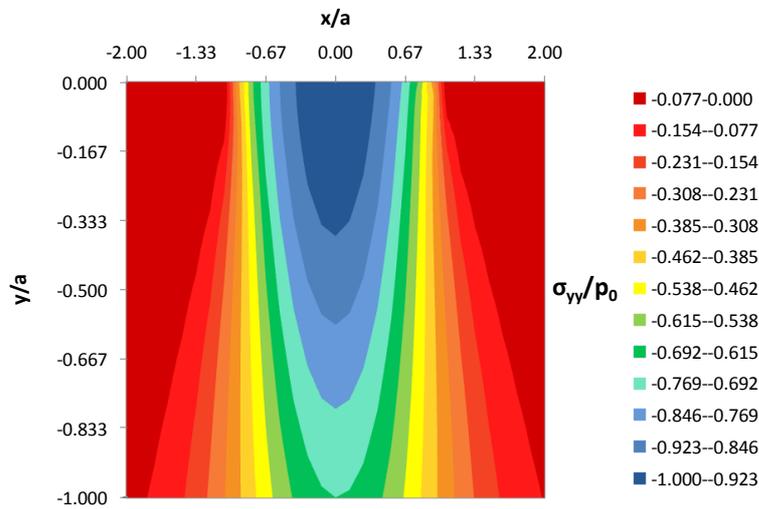


Figura 4-64. Gráfico de superficie de la tensión σ_{yy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

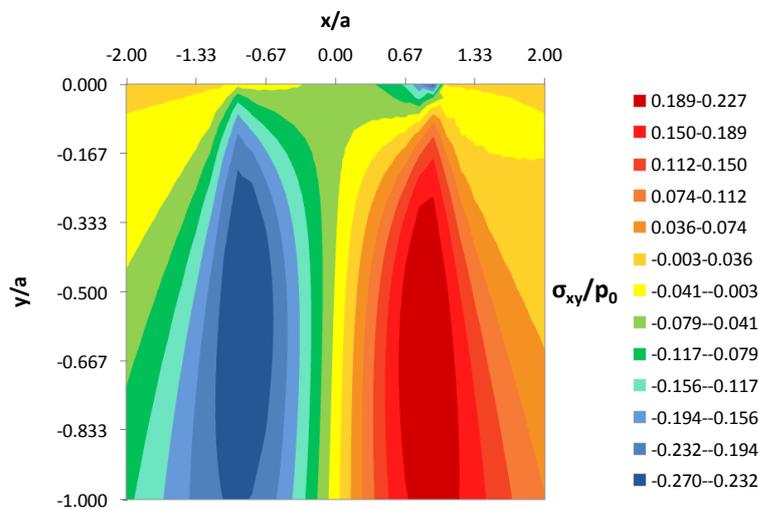


Figura 4-65. Gráfico de superficie de la tensión σ_{xy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

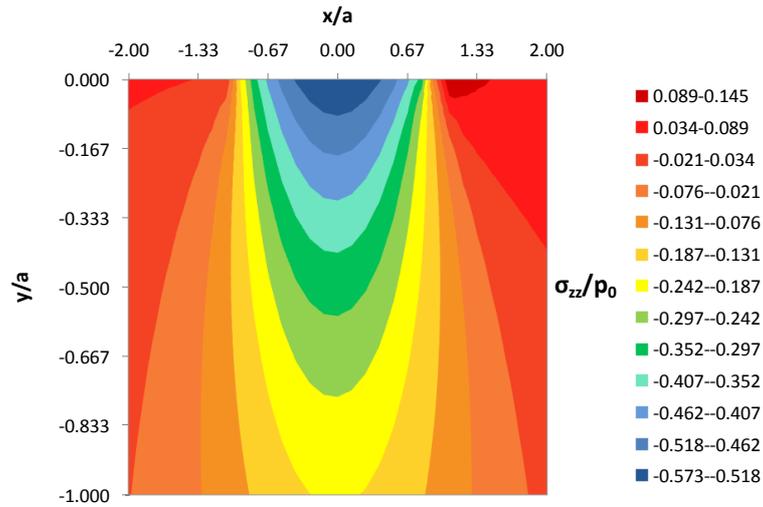


Figura 4-66. Gráfico de superficie de la tensión σ_{zz} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

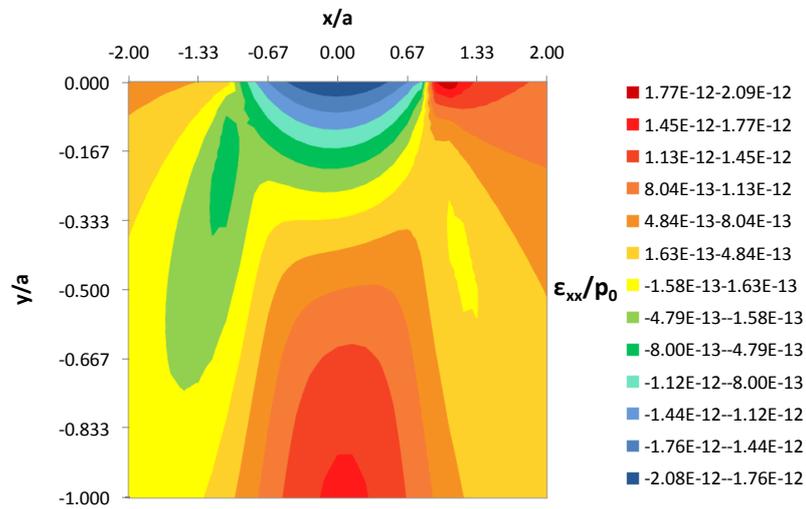


Figura 4-67. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xx} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

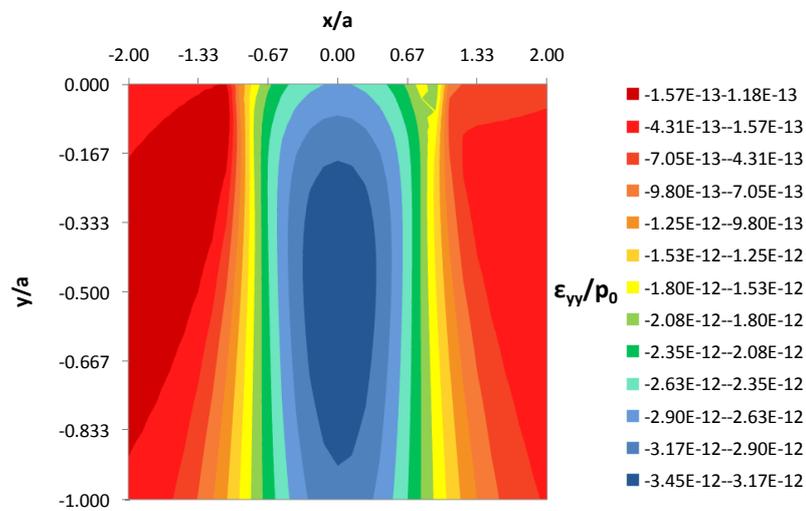


Figura 4-68. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{yy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

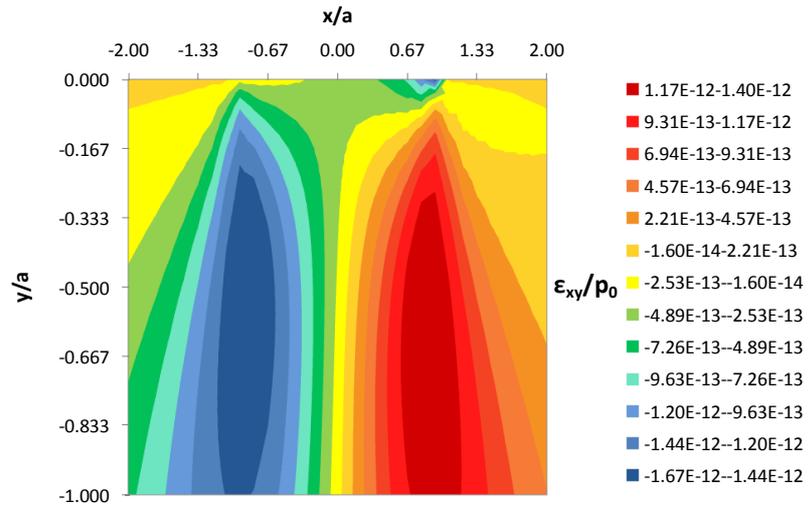


Figura 4-69. Gráfico de superficie de la deformación ϵ_{xy} para el estado de tracción adimensionalizada por p_0

5 CONCLUSIONES

El objetivo principal de este trabajo ha sido crear y diseñar una herramienta sencilla para la obtención de las tensiones y deformaciones del contacto entre un cilindro y un plano bajo las condiciones de carga que provocan la *fatiga por fretting*. Para ello se ha elegido el software Excel por poseer unas características que hacen que sea fácil de utilizar y tener una interfaz intuitiva. El software diseñado se ha creado combinando el manejo de hojas de Excel y programación de macros usando el lenguaje Visual Basic. Aunque se haya utilizado este lenguaje para el desarrollo del trabajo, el usuario que vaya a utilizar el programa no necesita tener ningún conocimiento acerca de programación en Visual Basic. Esto ocurre gracias a la posibilidad de ejecutar las macros programadas en cada hoja pulsando un botón de control de formulario.

El problema de cálculo de tensiones y deformaciones se podría haber resuelto usando softwares como Matlab o Maple. Estos poseen una potencia de cálculo numérico mucho mayor que Excel. Se ha comprobado que, para realizar el mismo cálculo de tensiones para la hoja *Principal*, utilizando el programa Mapple se obtenía un tiempo de ejecución de resultados ocho veces menor que el necesitado por Excel. Este hecho se ha estimado insuficiente en la valoración de usar un software distinto de Excel, puesto que, con ningún otro se habría podido conseguir una herramienta tan fácil de usar como la construida en este trabajo. A parte de realizar un cálculo numérico, también se han diseñado una serie de gráficas en las que representar dichos cálculos. En este ámbito, Excel también se presenta como una mejor opción frente a otros programas al poseer un amplio abanico gráficos a los que se puede acceder de manera intuitiva. En cambio, en los programas anteriormente mencionados, para poder representar los valores de las tensiones y deformaciones, es necesario conocer los comandos necesarios para la realización de gráficas. Por esto, si el usuario desconoce el lenguaje de programación de Maple o Matlab, le será imposible construir las gráficas.

Otra de las características que hacen que el software desarrollado sea sencillo es la actualización automática de los valores que se representan en las gráficas de la hoja *Principal*. Esto permite cambiar cualquier dato de las variables de entrada y solamente tener que volver a pulsar el botón *Cilindro_Plano* para observar el efecto que este cambio tiene en las gráficas. Hay que señalar que se puede tener graficadas todas las columnas de tensiones y deformaciones de esta hoja de forma simultánea. Para visualizar una gráfica nueva hay que seguir una serie de pasos muy sencillos descritos en el apartado 4.1.5. Respecto a la hoja *Contour*, hay que decir que solo se pueden obtener los valores para representar una sola gráfica. Esto es así porque se ha programado para que en la hoja aparezca solamente una matriz de datos. Se ha tomado esta decisión ya que, si se quisiera tener las gráficas de todas las tensiones y deformaciones de forma simultánea, el tiempo de ejecución de la macro sería extremadamente elevado.

A parte de las anteriores, una de las claves para obtener un software fácilmente manejable, ha sido la forma de determinar el estado de aplicación de cargas que se desea resolver en cada una de las hojas. Esto se refiere al estado de tracción o compresión y a lo que implica esta elección en los sentidos de la fuerza tangencial aplicada al cilindro y tensión aplicada al plano. Este método de introducción de requisitos se ha seguido también en la hoja *Contour* para seleccionar la tensión o deformación que se quiere representar en el gráfico de superficie. Para ello el usuario tiene que responder a una serie de preguntas que le aparecen de forma automática. Sus respuestas dictaminan qué componente del tensor de tensiones o deformaciones se muestra en el gráfico, eligiendo también si dicha componente es provocada por la fuerza normal, tangencial o por la suma de todas las acciones externas. Hay que destacar que las opciones para responder cada una de las preguntas aparecen en la misma pantalla emergente, por lo que simplemente hay que apreciar cual de ellas se desea e introducir el valor correspondiente.

El apartado cuarto ha sido redactado como una guía para aprender a usar el software construido. Con esto se

pretende conseguir que, aquel que lo utilice, obtenga los resultados numéricos de las tensiones y deformaciones del contacto propuesto, independientemente de que se conozca o no la teoría relacionada con el problema del *fretting* para interpretar los resultados. Aunque se desconozca dicha teoría, algo que si es realmente importante para poder obtener resultados es el significado de cada una de las variables de entrada. Es necesario introducir valores adecuados en función de la variable que se trate, por lo que hay que tener un conocimiento básico de ellas para saber el rango de valores posible de cada una de ellas.

Uno de los objetivos por los que se ha construido este software ha sido para poseer una herramienta que realice el cálculo numérico de las expresiones analíticas y poder comparar los resultados obtenidos teóricamente con los resultados obtenidos en experimentos con contactos cilíndricos. Los conocimientos que se han averiguado sobre la *fatiga por fretting* desde los comienzos de su estudio, han sido gracias a la realización de estudios teóricos y experimentales paralelamente. La comparación de ambos proporciona un mejor entendimiento de este tipo de fatiga.

Otro de los posibles usos que se puede conseguir del desarrollo de este software, es que, al haber otros tipos de contactos de los que se conocen las expresiones analíticas de las distribuciones de tensiones, sustituyendo las ecuaciones que gobiernan las distribuciones del contacto cilíndrico por aquellas que determinan las distribuciones en otro tipo de contacto, se puede conseguir la obtención de otro software para otra clase de contacto. Las ecuaciones de las mismas para el contacto entre una esfera y un plano se pueden encontrar en los trabajos realizados por Hamilton y Sackfield. Por tanto, partiendo del software diseñado en este trabajo, se podría modificar el código de Visual Basic para obtener los resultados de las tensiones y deformaciones para el caso esférico. Sería necesario estudiar este nuevo tipo de contacto a fondo para tener en cuenta todas las particularidades que este presente y difieran del contacto cilíndrico.

Por último, la creación de este archivo Excel se considera el primer paso del desarrollo de un software mucho más complejo. El fin último que se pretende conseguir es obtener un software que permita realizar un conjunto de cálculos relacionados con la fatiga, como son el cálculo de la vida del componente a fatiga o las tensiones que se crean en el borde de la grieta. En definitiva, realizar un estudio en profundidad de la iniciación y propagación de la grieta para determinar cuándo, cómo y dónde falla el componente en estudio, pero en un software sencillo.

6 ANEXOS: MACROS DE VISUAL BASIC

6.1 Macro Cilindro_Plano

```
Sub Cilindro_Plano()
```

```
"VARIABLES DE LA TABLA"
```

```
E = Cells(3, 3).Value ' Módulo de Young
poi = Cells(4, 3).Value ' Coeficiente de Poisson
R = Cells(6, 3).Value ' Radio de curvatura del cilindro
P = Math.Abs(Cells(8, 3).Value) ' Fuerza normal de compresión
Q = Math.Abs(Cells(9, 3).Value) ' Fuerza tangencial
sigma = Math.Abs(Cells(10, 3).Value) ' Tensión global
mu = Cells(12, 3).Value ' Coeficiente de rozamiento
xi = Cells(14, 3).Value ' Coordenada inicial eje X
yi = Cells(15, 3).Value ' Coordenada inicial eje Y
xf = Cells(16, 3).Value ' Coordenada final eje X
yf = Cells(17, 3).Value ' Coordenada final eje Y
n = Cells(19, 3).Value ' Número de puntos
A = Cells(21, 3).Value ' Semiancho de contacto
c = Cells(22, 3).Value ' Semiancho zona adherida
exc = Cells(23, 3).Value ' Excentricidad zona adherida
p0 = Cells(25, 3).Value ' Tensión máxima
```

```
'Coordenada inicial o final en el eje Y mayor que 0
```

```
If yi > 0 Or yf > 0 Then
```

```
    MsgBox "Las coordendas del eje Y tienen que ser iguales o menores que cero" , , "Error"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
'Límite fuerza tangencial
```

```
If Q > mu * P Then
```

```
    MsgBox "El valor de Q excede el límite, es decir, Q>mu*P" , , "Error"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
'Condición deslizamiento reverso
```

```
If c + exc > A Then
```

```
    MsgBox "Valores de las cargas tales que tiene lugar el deslizamiento reverso, es decir, c+e>a" , , "Error"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
'Especificación
```

```
esfuerzo = InputBox("¿A qué esfuerzo quiere someter el plano? Compresión=1 o Tracción=2", "Introduzca esfuerzo")
```

```
If esfuerzo = 1 Or esfuerzo = 2 Then
```

```
    If esfuerzo = 1 Then
        sigma = -sigma
        Cells(27, 3).Value = "Compresión" ' Q>0, sigma<0
```

```
    End If
```

```
    If esfuerzo = 2 Then
```

```
        Q = -Q
        Cells(27, 3) = "Tracción" ' Q<0, sigma>0
```

```
    End If
```

```
Else
```

```
    MsgBox "Tiene que elegir una de las opciones" , , "Error"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
"COLUMNA NÚMERO DE PUNTOS"
```

```
j = 2
```

```
Do Until j = n + 3
```

```
    Cells(j, 5).Value = j - 1
```

```
'Formato de las celdas
```

```
With Cells(j, 5).Interior
```

```
    .Pattern = xlSolid
    .PatternColorIndex = xlAutomatic
    .Color = 9826549
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
```

```
End With
```

```
Cells(j, 5).NumberFormat = "0"
```

```
With Cells(j, 5).Borders(xlEdgeLeft)
```

```
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
```

```
End With
```

```
With Cells(j, 5).Borders(xlEdgeRight)
```

```
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
```

```
End With
```

```
With Cells(j, 5)
```

```
    .HorizontalAlignment = xlCenter
    .VerticalAlignment = xlBottom
    .WrapText = False
    .Orientation = 0
    .AddIndent = False
    .IndentLevel = 0
    .ShrinkToFit = False
    .ReadingOrder = xlContext
    .MergeCells = False
```

```
End With
```

```
j = j + 1
```

```
Loop
```

```
'Borrado de datos si el número de puntos es menor que el anterior uso de la macro
```

```
Do Until IsEmpty(Cells(j, 5))
```

```
    Cells(j, 5).Clear
```

```
    j = j + 1
```

Loop

"COLUMNAS DE COORDENADAS"

Length = n + 2

ReDim x(Length)

ReDim y(Length)

ReDim s1(Length)

ReDim s2(Length)

For j = 2 To Length

$x(j) = (x_i + (j - 2) * (x_f - x_i) / n)$

$y(j) = (y_i + (j - 2) * (y_f - y_i) / n)$

$s1(j) = \text{Sqr}(0.5 * (-A^2 - x(j)^2 - y(j)^2) + \text{Sqr}((A^2 - x(j)^2 - y(j)^2)^2 + 4 * A^2 * y(j)^2))$

$s2(j) = \text{Sqr}(0.5 * (-c^2 - (x(j) + exc)^2 - y(j)^2) + \text{Sqr}((c^2 - (x(j) + exc)^2 - y(j)^2)^2 + 4 * c^2 * y(j)^2))$

Cells(j, 6).Value = x(j) / A

Cells(j, 7).Value = y(j) / A

Cells(j, 8).Value = s1(j) / A

Cells(j, 9).Value = s2(j) / A

'Formato de las celdas

i = 6

Do Until i = 10

With Cells(j, i).Interior

.Pattern = xlSolid

.PatternColorIndex = xlAutomatic

.ThemeColor = xlThemeColorAccent6

.TintAndShade = 0.399975585192419

.PatternTintAndShade = 0

End With

Cells(j, i).NumberFormat = "0.0000"

With Cells(j, i).Borders(xlEdgeLeft)

.LineStyle = xlContinuous

.ColorIndex = xlAutomatic

.TintAndShade = 0

.Weight = xlThin

End With

With Cells(j, i).Borders(xlEdgeRight)

.LineStyle = xlContinuous

.ColorIndex = xlAutomatic

.TintAndShade = 0

.Weight = xlThin

End With

With Cells(j, i)

.HorizontalAlignment = xlCenter

.VerticalAlignment = xlBottom

.WrapText = False

.Orientation = 0

.AddIndent = False

.IndentLevel = 0

.ShrinkToFit = False

.ReadingOrder = xlContext

.MergeCells = False

End With

i = i + 1

Loop

Next j

'Borrado de datos si el número de puntos es menor que el anterior uso de la macro

```

i = 6
Do Until i = 10
  j = Length + 1
  Do Until IsEmpty(Cells(j, i))
    Cells(j, i).Clear
    j = j + 1
  Loop
  i = i + 1
Loop

```

"COLUMNAS DE TENSIONES"

```

ReDim sigmaP_xx(Length)
ReDim sigmaP_yy(Length)
ReDim sigmaP_xy(Length)
ReDim sigmaP_zz(Length)

```

```

ReDim sigmaQ_xx_d_total(Length)
ReDim sigmaQ_yy_d_total(Length)
ReDim sigmaQ_xy_d_total(Length)
ReDim sigmaQ_zz_d_total(Length)

```

```

ReDim sigmaQ_xx_d_parcial(Length)
ReDim sigmaQ_yy_d_parcial(Length)
ReDim sigmaQ_xy_d_parcial(Length)
ReDim sigmaQ_zz_d_parcial(Length)

```

```

ReDim sigmaQ_xx(Length)
ReDim sigmaQ_yy(Length)
ReDim sigmaQ_xy(Length)
ReDim sigmaQ_zz(Length)

```

```

ReDim sigma_total_xx(Length)
ReDim sigma_total_yy(Length)
ReDim sigma_total_xy(Length)
ReDim sigma_total_zz(Length)

```

For j = 2 To Length

'Tensiones debidas a la fuerza normal'

If y(j) = 0 Then

If Math.Abs(x(j)) > A Then

sigmaP_xx(j) = 0

sigmaP_yy(j) = 0

sigmaP_xy(j) = 0

Else

sigmaP_xx(j) = -Sqr(1 - (x(j) / A) ^ 2)

sigmaP_yy(j) = -Sqr(1 - (x(j) / A) ^ 2)

sigmaP_xy(j) = 0

End If

Else

sigmaP_xx(j) = -y(j) / A * (2 - (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) - Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / (s1(j) / A) - (x(j) / A) ^ 2 * (s1(j) / A) ^ 3 / (1 + (s1(j) / A) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))

sigmaP_yy(j) = (y(j) / A) ^ 3 * Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / (s1(j) / A) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)

sigmaP_xy(j) = (x(j) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)

End If

sigmaP_zz(j) = poi * (sigmaP_xx(j) + sigmaP_yy(j))

Cells(j, 10).Value = sigmaP_xx(j)

Cells(j, 11).Value = sigmaP_yy(j)
 Cells(j, 12).Value = sigmaP_xy(j)
 Cells(j, 13).Value = sigmaP_zz(j)

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial DESLIZAMIENTO TOTAL'

If y(j) = 0 Then

If x(j) < -A Then

sigmaQ_xx_d_total(j) = Sgn(Q) * -2 * (x(j) / A + Sqr((x(j) / A) ^ 2 - 1))

sigmaQ_yy_d_total(j) = 0

sigmaQ_xy_d_total(j) = 0

End If

If Math.Abs(x(j)) <= A Then

sigmaQ_xx_d_total(j) = Sgn(Q) * -2 * x(j) / A

sigmaQ_yy_d_total(j) = 0

sigmaQ_xy_d_total(j) = Sgn(Q) * Sqr(1 - (x(j) / A) ^ 2)

End If

If x(j) > A Then

sigmaQ_xx_d_total(j) = Sgn(Q) * -2 * (x(j) / A - Sqr((x(j) / A) ^ 2 - 1))

sigmaQ_yy_d_total(j) = 0

sigmaQ_xy_d_total(j) = 0

End If

Else

sigmaQ_xx_d_total(j) = Sgn(Q) * (-2 * (x(j) / A) * (1 - (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2)) + (x(j) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))

sigmaQ_yy_d_total(j) = Sgn(Q) * (x(j) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)

sigmaQ_xy_d_total(j) = Sgn(Q) * (y(j) / A) * (2 - (s1(j) / A) / Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) - Sqr(1 + (s1(j) / A) ^ 2) / (s1(j) / A) - (x(j) / A) ^ 2 * (s1(j) / A) ^ 3 / (1 + (s1(j) / A) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s1(j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))

End If

sigmaQ_zz_d_total(j) = poi * (sigmaQ_xx_d_total(j) + sigmaQ_yy_d_total(j))

Cells(j, 14).Value = sigmaQ_xx_d_total(j)

Cells(j, 15).Value = sigmaQ_yy_d_total(j)

Cells(j, 16).Value = sigmaQ_xy_d_total(j)

Cells(j, 17).Value = sigmaQ_zz_d_total(j)

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial (Zona adherida) DESLIZAMIENTO PARCIAL'

If y(j) = 0 Then

If x(j) + exc < -c Then

sigmaQ_xx_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * ((x(j) + exc) / c + Sqr(((x(j) + exc) / c) ^ 2 - 1)))

sigmaQ_yy_d_parcial(j) = 0

sigmaQ_xy_d_parcial(j) = 0

End If

If Math.Abs(x(j) + exc) <= c Then

sigmaQ_xx_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * (x(j) + exc) / c)

sigmaQ_yy_d_parcial(j) = 0

sigmaQ_xy_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (Sqr(1 - ((x(j) + exc) / c) ^ 2))

End If

If x(j) + exc > c Then

sigmaQ_xx_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * ((x(j) + exc) / c - Sqr(((x(j) + exc) / c) ^ 2 - 1)))

sigmaQ_yy_d_parcial(j) = 0

sigmaQ_xy_d_parcial(j) = 0

End If

Else

sigmaQ_xx_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * (x(j) + exc) / c * (1 - (s2(j) / c) / Sqr(1 + (s2(j) / c) ^ 2)) + ((x(j) + exc) / c) * (y(j) / c) ^ 2 * (s2(j) / c) / Sqr(1 + (s2(j) / c) ^ 2) / ((s2(j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2))

sigmaQ_yy_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * ((x(j) + exc) / c) * (y(j) / c) ^ 2 * (s2(j) / c) / Sqr(1 + (s2(j) / c) ^ 2) / ((s2(j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2)

```

sigmaQ_xy_d_parcial(j) = -Sgn(Q) * c / A * (y(j) / c * (2 - (s2(j) / c) / Sqr(1 + (s2(j) / c) ^ 2) - Sqr(1 + (s2(j) / c) ^ 2) / (s2(j) / c) - ((x(j) +
exc) / c) ^ 2 * (s2(j) / c) ^ 3 / (1 + (s2(j) / c) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s2(j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2)))
End If

```

```

sigmaQ_zz_d_parcial(j) = poi * (sigmaQ_xx_d_parcial(j) + sigmaQ_yy_d_parcial(j))

```

```

Cells(j, 18).Value = sigmaQ_xx_d_parcial(j)
Cells(j, 19).Value = sigmaQ_yy_d_parcial(j)
Cells(j, 20).Value = sigmaQ_xy_d_parcial(j)
Cells(j, 21).Value = sigmaQ_xy_d_parcial(j)

```

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial total'

```

sigmaQ_xx(j) = sigmaQ_xx_d_total(j) + sigmaQ_xx_d_parcial(j)
sigmaQ_yy(j) = sigmaQ_yy_d_total(j) + sigmaQ_yy_d_parcial(j)
sigmaQ_xy(j) = sigmaQ_xy_d_total(j) + sigmaQ_xy_d_parcial(j)
sigmaQ_zz(j) = poi * (sigmaQ_xx(j) + sigmaQ_yy(j))

```

'Tensiones debidas a la suma de todas las acciones externas'

```

sigma_total_xx(j) = sigmaP_xx(j) + sigmaQ_xx_d_total(j) * mu + sigmaQ_xx_d_parcial(j) * mu + sigma / p0
sigma_total_yy(j) = sigmaP_yy(j) + sigmaQ_yy_d_total(j) * mu + sigmaQ_yy_d_parcial(j) * mu
sigma_total_xy(j) = sigmaP_xy(j) + sigmaQ_xy_d_total(j) * mu + sigmaQ_xy_d_parcial(j) * mu
sigma_total_zz(j) = poi * (sigma_total_xx(j) + sigma_total_yy(j))

```

```

Cells(j, 22).Value = sigma_total_xx(j)
Cells(j, 23).Value = sigma_total_yy(j)
Cells(j, 24).Value = sigma_total_xy(j)
Cells(j, 25).Value = sigma_total_zz(j)

```

'Formato de las celdas'

```

i = 10

```

```

Do Until i = 26

```

```

    With Cells(j, i).Interior
        .Pattern = xlSolid
        .PatternColorIndex = xlAutomatic
        .Color = 10092390
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With

```

```

End With

```

```

Cells(j, i).NumberFormat = "0.00000"

```

```

With Cells(j, i).Borders(xlEdgeLeft)

```

```

    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin

```

```

End With

```

```

With Cells(j, i).Borders(xlEdgeRight)

```

```

    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin

```

```

End With

```

```

With Cells(j, i)

```

```

    .HorizontalAlignment = xlCenter
    .VerticalAlignment = xlBottom
    .WrapText = False
    .Orientation = 0
    .AddIndent = False
    .IndentLevel = 0
    .ShrinkToFit = False
    .ReadingOrder = xlContext
    .MergeCells = False

```

```

End With
i = i + 1
Loop
Next j

```

'Borrado de datos si el número de puntos es menor que el anterior uso de la macro

```

i = 10
Do Until i = 26
j = n + 3
Do Until IsEmpty(Cells(j, i))
Cells(j, i).Clear
j = j + 1
Loop
i = i + 1
Loop

```

"COLUMNAS DE DEFORMACIONES"

```

ReDim defP_xx(Length)
ReDim defP_yy(Length)
ReDim defP_xy(Length)

```

```

ReDim defQ_xx_d_total(Length)
ReDim defQ_yy_d_total(Length)
ReDim defQ_xy_d_total(Length)

```

```

ReDim defQ_xx_d_parcial(Length)
ReDim defQ_yy_d_parcial(Length)
ReDim defQ_xy_d_parcial(Length)

```

```

ReDim defQ_xx(Length)
ReDim defQ_yy(Length)
ReDim defQ_xy(Length)

```

```

ReDim def_total_xx(Length)
ReDim def_total_yy(Length)
ReDim def_total_xy(Length)

```

For j = 2 To Length

'Deformaciones debidas a la fuerza normal'

```

defP_xx(j) = 1 / E * (sigmaP_xx(j) - poi * (sigmaP_yy(j) + sigmaP_zz(j)))
defP_yy(j) = 1 / E * (sigmaP_yy(j) - poi * (sigmaP_xx(j) + sigmaP_zz(j)))
defP_xy(j) = (1 + poi) / E * sigmaP_xy(j)

```

```

Cells(j, 26).Value = defP_xx(j)
Cells(j, 27).Value = defP_yy(j)
Cells(j, 28).Value = defP_xy(j)

```

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial DESLIZAMIENTO TOTAL'

```

defQ_xx_d_total(j) = 1 / E * (sigmaQ_xx_d_total(j) - poi * (sigmaQ_yy_d_total(j) + sigmaQ_zz_d_total(j)))
defQ_yy_d_total(j) = 1 / E * (sigmaQ_yy_d_total(j) - poi * (sigmaQ_xx_d_total(j) + sigmaQ_zz_d_total(j)))
defQ_xy_d_total(j) = (1 + poi) / E * sigmaQ_xy_d_total(j)

```

```

Cells(j, 29).Value = defQ_xx_d_total(j)
Cells(j, 30).Value = defQ_yy_d_total(j)
Cells(j, 31).Value = defQ_xy_d_total(j)

```

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial (zona adherida) DESLIZAMIENTO PARCIAL'

```

defQ_xx_d_parcial(j) = 1 / E * (sigmaQ_xx_d_parcial(j) - poi * (sigmaQ_yy_d_parcial(j) + sigmaQ_zz_d_parcial(j)))

```

```
defQ_yy_d_parcial(j) = 1 / E * (sigmaQ_yy_d_parcial(j) - poi * (sigmaQ_xx_d_parcial(j) + sigmaQ_zz_d_parcial(j)))
defQ_xy_d_parcial(j) = (1 + poi) / E * sigmaQ_xy_d_parcial(j)
```

```
Cells(j, 32).Value = defQ_xx_d_parcial(j)
Cells(j, 33).Value = defQ_yy_d_parcial(j)
Cells(j, 34).Value = defQ_xy_d_parcial(j)
```

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial total'

```
defQ_xx(j) = defQ_xx_d_total(j) + defQ_xx_d_parcial(j)
defQ_yy(j) = defQ_yy_d_total(j) + defQ_yy_d_parcial(j)
defQ_xy(j) = defQ_xy_d_total(j) + defQ_xy_d_parcial(j)
```

'Deformaciones debidas a la suma de todas las acciones exteriores'

```
def_total_xx(j) = defP_xx(j) + defQ_xx_d_total(j) * mu + defQ_xx_d_parcial(j) * mu + 1 / e * ((sigma / p0) - poi ^ 2 * (sigma / p0))
def_total_yy(j) = defP_yy(j) + defQ_yy_d_total(j) * mu + defQ_yy_d_parcial(j) * mu - poi / e * ((sigma / p0) + poi * (sigma / p0))
def_total_xy(i, j) = defP_xy(i, j) + defQ_xy_d_total(i, j) * mu + defQ_xy_d_parcial(i, j) * mu
```

```
Cells(j, 35) = def_total_xx(j)
Cells(j, 36) = def_total_yy(j)
Cells(j, 37) = def_total_xy(j)
```

'Formato de las celdas'

```
i = 26
```

```
Do Until i = 38
```

```
With Cells(j, i).Interior
    .Pattern = xlSolid
    .PatternColorIndex = xlAutomatic
    .Color = 16756655
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
```

```
End With
```

```
Cells(j, i).NumberFormat = "0.000E+00"
```

```
With Cells(j, i).Borders(xlEdgeLeft)
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
```

```
End With
```

```
With Cells(j, i).Borders(xlEdgeRight)
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
```

```
End With
```

```
With Cells(j, i)
    .HorizontalAlignment = xlCenter
    .VerticalAlignment = xlBottom
    .WrapText = False
    .Orientation = 0
    .AddIndent = False
    .IndentLevel = 0
    .ShrinkToFit = False
    .ReadingOrder = xlContext
    .MergeCells = False
```

```
End With
```

```
i = i + 1
```

```
Loop
```

```
Next j
```

'Borrado de datos si el número de puntos es menor que el anterior uso de la macro

```

i = 26
Do Until i = 38
  j = n + 3
  Do Until IsEmpty(Cells(j, i))
    Cells(j, i).Clear
    j = j + 1
  Loop
  i = i + 1
Loop

End Sub

```

6.2 Macro ContourPlot

```
Sub ContourPlot()
```

```
"VARIABLES DE LA TABLA"
```

```

E = Cells(3, 3).Value ' Módulo de Young
poi = Cells(4, 3).Value ' Coeficiente de Poisson
R = Cells(6, 3).Value ' Radio de curvatura del cilindro
P = Math.Abs(Cells(8, 3).Value) ' Fuerza normal de compresión
Q = Math.Abs(Cells(9, 3).Value) ' Fuerza tangencial
sigma = Math.Abs(Cells(10, 3).Value) ' Tensión global
mu = Cells(12, 3).Value ' Coeficiente de rozamiento
xi = Cells(14, 3).Value ' Coordenada inicial eje X
yi = Cells(15, 3).Value ' Coordenada inicial eje Y
xf = Cells(16, 3).Value ' Coordenada final eje X
yf = Cells(17, 3).Value ' Coordenada final eje Y
nx = Cells(19, 3).Value ' Número de puntos en el eje X
ny = Cells(20, 3).Value ' Número de puntos en el eje Y
A = Cells(22, 3).Value ' Semiancho de contacto
c = Cells(23, 3).Value ' Semiancho zona adherida
exc = Cells(24, 3).Value ' Excentricidad zona adherida
p0 = Cells(26, 3).Value ' Tensión máxima

```

```
'Coordenada inicial o final en el eje Y mayor que 0
```

```

If yi > 0 Or yf > 0 Then
  MsgBox "Las coordenadas del eje Y tienen que ser iguales o menores que cero" , , "Error"
  Exit Sub
End If

```

```
'Límite fuerza tangencial
```

```

If Q > mu * P Then
  MsgBox "El valor de Q excede el límite, es decir, Q>mu*P" , , "Error"
  Exit Sub
End If

```

```
'Condición deslizamiento reverso
```

```

If c + exc > A Then
  MsgBox "Valores de las cargas tales que tiene lugar el deslizamiento reverso, es decir, c+e>a" , , "Error"
  Exit Sub
End If

```

```
'Coordenadas en el eje Y de menor a mayor profundidad
```

```
If yi < yf Then
```

```
    yi = Cells(17, 3).Value
```

```
    yf = Cells(15, 3).Value
```

```
End If
```

```
'Especificación
```

```
esfuerzo = InputBox("¿A qué esfuerzo quiere someter el plano? Compresión=1 o Tracción=2 ", "Introduzca esfuerzo")
```

```
If esfuerzo = 1 Or esfuerzo = 2 Then
```

```
    If esfuerzo = 1 Then
```

```
        sigma = -sigma
```

```
        Cells(28, 3).Value = "Compresión" ' Q>0, sigma<0
```

```
    End If
```

```
    If esfuerzo = 2 Then
```

```
        Q = -Q
```

```
        Cells(28, 3) = "Tracción" ' Q<0, sigma>0
```

```
    End If
```

```
Else
```

```
    MsgBox "Tiene que elegir una de las opciones" , , "Error"
```

```
    Exit Sub
```

```
End If
```

```
"MATRIZ"
```

```
' Posición de la matriz de puntos en la hoja Contour
```

```
fila_x = 1
```

```
col_x = 7
```

```
fila_y = fila_x + 1
```

```
col_y = col_x - 1
```

```
length_x = nx + col_x
```

```
length_y = ny + fila_y
```

```
ReDim x(length_x)
```

```
ReDim y(length_y)
```

```
'Fila de coordenadas del eje X
```

```
i = col_x
```

```
Do Until i = nx + col_x + 1
```

```
    x(i) = (xi + (i - col_x) * (xf - xi) / nx)
```

```
    Cells(fila_x, i).Value = x(i) / A
```

```
'Formato de las celdas
```

```
With Cells(fila_x, i).Interior
```

```
    .Pattern = xlSolid
```

```
    .PatternColorIndex = xlAutomatic
```

```
    .Color = 5756247
```

```
    .TintAndShade = 0
```

```
    .PatternTintAndShade = 0
```

```
End With
```

```
Cells(fila_x, i).NumberFormat = "0.000"
```

```
With Cells(fila_x, i).Borders(xlEdgeLeft)
```

```
    .LineStyle = xlContinuous
```

```
    .ColorIndex = xlAutomatic
```

```
    .TintAndShade = 0
```

```
    .Weight = xlThin
```

```
End With
```

```
With Cells(fila_x, i).Borders(xlEdgeRight)
```

```

.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = xlAutomatic
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Cells(fila_x, i).Borders(xlBottom)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = xlAutomatic
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Cells(fila_x, i)
.HorizontalAlignment = xlCenter
.VerticalAlignment = xlBottom
.WrapText = False
.Orientation = 0
.AddIndent = False
.IndentLevel = 0
.ShrinkToFit = False
.ReadingOrder = xlContext
.MergeCells = False
End With
i = i + 1
Loop

```

'Borrado de datos si el número de puntos en el eje X es menor que el anterior uso de la macro

```

Do Until IsEmpty(Cells(fila_x, i))
Cells(fila_x, i).Clear
i = i + 1
Loop

```

'Columna de coordenadas del eje Y

```

j = fila_y
Do Until j = ny + fila_y + 1

y(j) = (yi + (j - fila_y) * (yf - yi) / ny)
Cells(j, col_y).Value = y(j) / A

```

'Formato de las celdas

```

With Cells(j, col_y).Interior
.Pattern = xlSolid
.PatternColorIndex = xlAutomatic
.Color = 5756247
.TintAndShade = 0
.PatternTintAndShade = 0
End With
Cells(j, col_y).NumberFormat = "0.000"
With Cells(j, col_y).Borders(xlEdgeLeft)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = xlAutomatic
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With
With Cells(j, col_y).Borders(xlEdgeRight)
.LineStyle = xlContinuous
.ColorIndex = xlAutomatic
.TintAndShade = 0
.Weight = xlThin
End With

With Cells(j, col_y)

```

```

.HorizontalAlignment = xlCenter
.VerticalAlignment = xlBottom
.WrapText = False
.Orientation = 0
.AddIndent = False
.IndentLevel = 0
.ShrinkToFit = False
.ReadingOrder = xlContext
.MergeCells = False
End With
j = j + 1
Loop

```

'Borrado de datos si el número de puntos en el eje Y es menor que el anterior uso de la macro

```

Do Until IsEmpty(Cells(j, col_y))
Cells(j, col_y).Clear
j = j + 1
Loop

```

"CÁLCULO DE TENSIONES"

```

ReDim s1(length_x, length_y)
ReDim s2(length_x, length_y)

```

```

ReDim sigmaP_xx(length_x, length_y)
ReDim sigmaP_yy(length_x, length_y)
ReDim sigmaP_xy(length_x, length_y)
ReDim sigmaP_zz(length_x, length_y)

```

```

ReDim sigmaQ_xx_d_total(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_yy_d_total(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_xy_d_total(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_zz_d_total(length_x, length_y)

```

```

ReDim sigmaQ_xx_d_parcial(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_yy_d_parcial(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_xy_d_parcial(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_zz_d_parcial(length_x, length_y)

```

```

ReDim sigmaQ_xx(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_yy(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_xy(length_x, length_y)
ReDim sigmaQ_zz(length_x, length_y)

```

```

ReDim sigma_total_xx(length_x, length_y)
ReDim sigma_total_yy(length_x, length_y)
ReDim sigma_total_xy(length_x, length_y)
ReDim sigma_total_zz(length_x, length_y)

```

```

For j = fila_y To length_y
For i = col_x To length_x

```

```

s1(i, j) = Sqr(0.5 * (-(A ^ 2 - x(i) ^ 2 - y(j) ^ 2) + Sqr((A ^ 2 - x(i) ^ 2 - y(j) ^ 2) ^ 2 + 4 * A ^ 2 * y(j) ^ 2)))
s2(i, j) = Sqr(0.5 * (-(c ^ 2 - (x(i) + exc) ^ 2 - y(j) ^ 2) + Sqr((c ^ 2 - (x(i) + exc) ^ 2 - y(j) ^ 2) ^ 2 + 4 * c ^ 2 * y(j) ^ 2)))

```

'Tensiones debidas a la fuerza normal'

```

If y(j) = 0 Then

If Math.Abs(x(i)) > A Then
sigmaP_xx(i, j) = 0
sigmaP_yy(i, j) = 0

```

```

sigmaP_xy(i, j) = 0
Else
sigmaP_xx(i, j) = -Sqr(1 - (x(i) / A) ^ 2)
sigmaP_yy(i, j) = -Sqr(1 - (x(i) / A) ^ 2)
sigmaP_xy(i, j) = 0
End If

Else
sigmaP_xx(i, j) = -y(j) / A * (2 - (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) - Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / (s1(i, j) / A) - (x(i) / A) ^ 2 * (s1(i, j) / A) ^ 3 / (1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))
sigmaP_yy(i, j) = (y(j) / A) ^ 3 * Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / (s1(i, j) / A) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)
sigmaP_xy(i, j) = (x(i) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)
End If

sigmaP_zz(i, j) = poi * (sigmaP_xx(i, j) + sigmaP_yy(i, j))

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial DESLIZAMIENTO TOTAL'

If y(j) = 0 Then

If x(i) < -A Then
sigmaQ_xx_d_total(i, j) = Sgn(Q) * -2 * (x(i) / A + Sqr((x(i) / A) ^ 2 - 1))
sigmaQ_yy_d_total(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_total(i, j) = 0
End If
If Math.Abs(x(i)) <= A Then
sigmaQ_xx_d_total(i, j) = Sgn(Q) * -2 * x(i) / A
sigmaQ_yy_d_total(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_total(i, j) = Sgn(Q) * Sqr(1 - (x(i) / A) ^ 2)
End If
If x(i) > A Then
sigmaQ_xx_d_total(i, j) = Sgn(Q) * -2 * (x(i) / A - Sqr((x(i) / A) ^ 2 - 1))
sigmaQ_yy_d_total(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_total(i, j) = 0
End If

Else
sigmaQ_xx_d_total(i, j) = Sgn(Q) * (-2 * (x(i) / A) * (1 - (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2)) + (x(i) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))
sigmaQ_yy_d_total(i, j) = Sgn(Q) * (x(i) / A) * (y(j) / A) ^ 2 * (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2)
sigmaQ_xy_d_total(i, j) = Sgn(Q) * (y(j) / A) * (2 - (s1(i, j) / A) / Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) - Sqr(1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) / (s1(i, j) / A) - (x(i) / A) ^ 2 * (s1(i, j) / A) ^ 3 / (1 + (s1(i, j) / A) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s1(i, j) / A) ^ 4 + (y(j) / A) ^ 2))
End If

sigmaQ_zz_d_total(i, j) = poi * (sigmaQ_xx_d_total(i, j) + sigmaQ_yy_d_total(i, j))

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial (Zona adherida) DESLIZAMIENTO PARCIAL'

If y(j) = 0 Then

If x(i) + exc < -c Then
sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * ((x(i) + exc) / c + Sqr(((x(i) + exc) / c) ^ 2 - 1)))
sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_parcial(i, j) = 0
End If
If Math.Abs(x(i) + exc) <= c Then
sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * (x(i) + exc) / c)
sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (Sqr(1 - ((x(i) + exc) / c) ^ 2))
End If
If x(i) + exc > c Then
sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * ((x(i) + exc) / c - Sqr(((x(i) + exc) / c) ^ 2 - 1)))
sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) = 0
sigmaQ_xy_d_parcial(i, j) = 0

```

End If

Else

sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (-2 * (x(i) + exc) / c * (1 - (s2(i, j) / c) / Sqr(1 + (s2(i, j) / c) ^ 2)) + ((x(i) + exc) / c) * (y(j) / c) ^ 2 * (s2(i, j) / c) / Sqr(1 + (s2(i, j) / c) ^ 2) / ((s2(i, j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2))

sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * ((x(i) + exc) / c) * (y(j) / c) ^ 2 * (s2(i, j) / c) / Sqr(1 + (s2(i, j) / c) ^ 2) / ((s2(i, j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2)

sigmaQ_xy_d_parcial(i, j) = -Sgn(Q) * c / A * (y(j) / c) * (2 - (s2(i, j) / c) / Sqr(1 + (s2(i, j) / c) ^ 2) - Sqr(1 + (s2(i, j) / c) ^ 2) / (s2(i, j) / c) - ((x(i) + exc) / c) ^ 2 * (s2(i, j) / c) ^ 3 / (1 + (s2(i, j) / c) ^ 2) ^ (3 / 2) / ((s2(i, j) / c) ^ 4 + (y(j) / c) ^ 2)))

End If

sigmaQ_zz_d_parcial(i, j) = poi * (sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) + sigmaQ_yy_d_parcial(i, j))

'Tensiones debidas a la fuerza tangencial total'

sigmaQ_xx(i, j) = sigmaQ_xx_d_total(i, j) + sigmaQ_xx_d_parcial(i, j)

sigmaQ_yy(i, j) = sigmaQ_yy_d_total(i, j) + sigmaQ_yy_d_parcial(i, j)

sigmaQ_xy(i, j) = sigmaQ_xy_d_total(i, j) + sigmaQ_xy_d_parcial(i, j)

sigmaQ_zz(i, j) = sigmaQ_zz_d_total(i, j) + sigmaQ_zz_d_parcial(i, j)

'Tensiones debidas a la suma de todas las acciones externas'

sigma_total_xx(i, j) = sigmaP_xx(i, j) + sigmaQ_xx_d_total(i, j) * mu + sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) * mu + sigma / p0

sigma_total_yy(i, j) = sigmaP_yy(i, j) + sigmaQ_yy_d_total(i, j) * mu + sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) * mu

sigma_total_xy(i, j) = sigmaP_xy(i, j) + sigmaQ_xy_d_total(i, j) * mu + sigmaQ_xy_d_parcial(i, j) * mu

sigma_total_zz(i, j) = poi * (sigma_total_xx(i, j) + sigma_total_yy(i, j))

Next i

Next j

"CÁLCULO DE DEFORMACIONES"

ReDim defP_xx(length_x, length_y)

ReDim defP_yy(length_x, length_y)

ReDim defP_xy(length_x, length_y)

ReDim defQ_xx_d_total(length_x, length_y)

ReDim defQ_yy_d_total(length_x, length_y)

ReDim defQ_xy_d_total(length_x, length_y)

ReDim defQ_xx_d_parcial(length_x, length_y)

ReDim defQ_yy_d_parcial(length_x, length_y)

ReDim defQ_xy_d_parcial(length_x, length_y)

ReDim defQ_xx(length_x, length_y)

ReDim defQ_yy(length_x, length_y)

ReDim defQ_xy(length_x, length_y)

ReDim def_total_xx(length_x, length_y)

ReDim def_total_yy(length_x, length_y)

ReDim def_total_xy(length_x, length_y)

For j = fila_y To length_y

For i = col_x To length_x

'Deformaciones debidas a la fuerza normal'

defP_xx(i, j) = 1 / E * (sigmaP_xx(i, j) - poi * (sigmaP_yy(i, j) + sigmaP_zz(i, j)))

defP_yy(i, j) = 1 / E * (sigmaP_yy(i, j) - poi * (sigmaP_xx(i, j) + sigmaP_zz(i, j)))

defP_xy(i, j) = (1 + poi) / E * sigmaP_xy(i, j)

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial DESLIZAMIENTO TOTAL'

defQ_xx_d_total(i, j) = 1 / E * (sigmaQ_xx_d_total(i, j) - poi * (sigmaQ_yy_d_total(i, j) + sigmaQ_zz_d_total(i, j)))

defQ_yy_d_total(i, j) = 1 / E * (sigmaQ_yy_d_total(i, j) - poi * (sigmaQ_xx_d_total(i, j) + sigmaQ_zz_d_total(i, j)))

```
defQ_xy_d_total(i, j) = (1 + poi) / E * sigmaQ_xy_d_total(i, j)
```

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial (zona adherida) DESLIZAMIENTO PARCIAL'

```
defQ_xx_d_parcial(i, j) = 1 / E * (sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) - poi * (sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) + sigmaQ_zz_d_parcial(i, j)))
defQ_yy_d_parcial(i, j) = 1 / E * (sigmaQ_yy_d_parcial(i, j) - poi * (sigmaQ_xx_d_parcial(i, j) + sigmaQ_zz_d_parcial(i, j)))
defQ_xy_d_parcial(i, j) = (1 + poi) / E * sigmaQ_xy_d_parcial(i, j)
```

'Deformaciones debidas a la fuerza tangencial total'

```
defQ_xx(i, j) = defQ_xx_d_total(i, j) + defQ_xx_d_parcial(i, j)
defQ_yy(i, j) = defQ_yy_d_total(i, j) + defQ_yy_d_parcial(i, j)
defQ_xy(i, j) = defQ_xy_d_total(i, j) + defQ_xy_d_parcial(i, j)
```

'Deformaciones debidas a la suma de todas las acciones exteriores'

```
def_total_xx(i, j) = defP_xx(i, j) + defQ_xx_d_total(i, j) * mu + defQ_xx_d_parcial(i, j) * mu + 1 / e * ((sigma / p0) - poi ^ 2 * (sigma / p0))
def_total_yy(i, j) = defP_yy(i, j) + defQ_yy_d_total(i, j) * mu + defQ_yy_d_parcial(i, j) * mu - poi / e * ((sigma / p0) + poi * (sigma / p0))
def_total_xy(i, j) = defP_xy(i, j) + defQ_xy_d_total(i, j) * mu + defQ_xy_d_parcial(i, j) * mu
```

Next i

Next j

'Borrado de datos si el número de puntos en el eje X o eje Y es menor que el anterior uso de la macro

```
j = fila_y
i = col_x
Do Until IsEmpty(Cells(j, col_x))
  i = col_x
  Do Until IsEmpty(Cells(j, i))
    If j > length_y Or i > length_x Then
      Cells(j, i).Clear
      i = i + 1
    Else
      i = i + 1
    End If
  Loop
  j = j + 1
Loop
```

"ELECCIÓN MATRIZ DE DATOS"

'Especificaciones

```
variable = InputBox("¿Qué variable quiere representar? Tensión=1 o Deformación=2", "Introduzca variable")
```

```
If variable = 1 Or variable = 2 Then
  If variable = 1 Then
    Cells(29, 3).Value = "Tension"
  End If
  If variable = 2 Then
    Cells(29, 3) = "Deformación"
  End If
Else
  MsgBox "Tiene que elegir una opción" , , "Error"
Exit Sub
End If
```

```
fuerza = InputBox("¿Respecto a qué fuerza? Normal=1,Tangencial=2 o Ambas=3", "Introduzca fuerza")
```

```
If fuerza = 1 Or fuerza = 2 Or fuerza = 3 Then
```

```

If fuerza = 1 Then
    Cells(30, 3).Value = "Normal"
End If
If fuerza = 2 Then
    tangencial = InputBox("¿A qué distribución está asociado el campo deseado?           Tensión
tangencial deslizamiento global=1 Tensión tangencial correctiva=2           Tensión tangencial total=3", "Introduzca
tangencial")
    If tangencial = 1 Or tangencial = 2 Or tangencial = 3 Then
        If tangencial = 1 Then
            Cells(30, 3).Value = "Tangencial deslizamiento global"
        End If
        If tangencial = 2 Then
            Cells(30, 3).Value = "Tangencial correctiva"
        End If
        If tangencial = 3 Then
            Cells(30, 3).Value = "Tangencial deslizamiento parcial"
        End If
    Else
        MsgBox "Tiene que elegir una opción" , , "Error"
    End If
End Sub
End If
If fuerza = 3 Then
    Cells(30, 3).Value = "Ambas"
End If
Else
    MsgBox "Tiene que elegir una opción" , , "Error"
Exit Sub
End If

componente = InputBox("¿Qué componente quiere representar? XX=1,YY=2,XY=3 o ZZ=4           (ZZ solo si
Variable=Tensión)", "Introduzca componente")

If componente = 1 Or componente = 2 Or componente = 3 Or componente = 4 Then
    If componente = 1 Then
        Cells(31, 3).Value = "XX"
    End If
    If componente = 2 Then
        Cells(31, 3).Value = "YY"
    End If
    If componente = 3 Then
        Cells(31, 3).Value = "XY"
    End If
    If componente = 4 Then
        Cells(31, 3).Value = "ZZ"
    End If
Else
    MsgBox "Tiene que elegir una opción" , , "Error"
Exit Sub
End If

For j = fila_y To length_y
    For i = col_x To length_x

        If variable = 1 Then
            If fuerza = 1 Then
                If componente = 1 Then
                    Cells(j, i).Value = sigmaP_xx(i, j)
                End If
                If componente = 2 Then
                    Cells(j, i).Value = sigmaP_yy(i, j)
                End If
                If componente = 3 Then
                    Cells(j, i).Value = sigmaP_xy(i, j)
                End If
            End If
        End If
    End For
End For

```

```
End If
If componente = 4 Then
    Cells(j, i).Value = sigmaP_zz(i, j)
End If
End If
If fuerza = 2 Then
    If tangencial = 1 Then
        If componente = 1 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xx_d_total(i, j)
        End If
        If componente = 2 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_yy_d_total(i, j)
        End If
        If componente = 3 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xy_d_total(i, j)
        End If
        If componente = 4 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_zz_d_total(i, j)
        End If
    End If
    If tangencial = 2 Then
        If componente = 1 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xx_d_parcial(i, j)
        End If
        If componente = 2 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_yy_d_parcial(i, j)
        End If
        If componente = 3 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xy_d_parcial(i, j)
        End If
        If componente = 4 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_zz_d_parcial(i, j)
        End If
    End If
    If tangencial = 3 Then
        If componente = 1 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xx(i, j)
        End If
        If componente = 2 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_yy(i, j)
        End If
        If componente = 3 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_xy(i, j)
        End If
        If componente = 4 Then
            Cells(j, i).Value = sigmaQ_zz(i, j)
        End If
    End If
End If
If fuerza = 3 Then
    If componente = 1 Then
        Cells(j, i).Value = sigma_total_xx(i, j)
    End If
    If componente = 2 Then
        Cells(j, i).Value = sigma_total_yy(i, j)
    End If
    If componente = 3 Then
        Cells(j, i).Value = sigma_total_xy(i, j)
    End If
    If componente = 4 Then
        Cells(j, i).Value = sigma_total_zz(i, j)
    End If
End If
End If
```

```

If variable = 2 Then
  If fuerza = 1 Then
    If componente = 1 Then
      Cells(j, i).Value = defP_xx(i, j)
    End If
    If componente = 2 Then
      Cells(j, i).Value = defP_yy(i, j)
    End If
    If componente = 3 Then
      Cells(j, i).Value = defP_xy(i, j)
    End If
  End If
  If fuerza = 2 Then
    If tangencial = 1 Then
      If componente = 1 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xx_d_total(i, j)
      End If
      If componente = 2 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_yy_d_total(i, j)
      End If
      If componente = 3 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xy_d_total(i, j)
      End If
    End If
    If tangencial = 2 Then
      If componente = 1 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xx_d_parcial(i, j)
      End If
      If componente = 2 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_yy_d_parcial(i, j)
      End If
      If componente = 3 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xy_d_parcial(i, j)
      End If
    End If
    If tangencial = 3 Then
      If componente = 1 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xx(i, j)
      End If
      If componente = 2 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_yy(i, j)
      End If
      If componente = 3 Then
        Cells(j, i).Value = defQ_xy(i, j)
      End If
    End If
  End If
  If fuerza = 3 Then
    If componente = 1 Then
      Cells(j, i).Value = def_total_xx(i, j)
    End If
    If componente = 2 Then
      Cells(j, i).Value = def_total_yy(i, j)
    End If
    If componente = 3 Then
      Cells(j, i).Value = def_total_xy(i, j)
    End If
  End If
End If

```

'Formato de las celdas

```

If variable = 1 Then

```

```

    Cells(j, i).NumberFormat = "0.000"
End If
If variable = 2 Then
    Cells(j, i).NumberFormat = "0.000E+00"
End If
With Cells(j, i).Interior
    .Pattern = xlSolid
    .PatternColorIndex = xlAutomatic
    .Color = 10092390
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
With Cells(j, i).Borders(xlEdgeLeft)
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
End With
With Cells(j, i).Borders(xlEdgeRight)
    .LineStyle = xlContinuous
    .ColorIndex = xlAutomatic
    .TintAndShade = 0
    .Weight = xlThin
End With
With Cells(j, i)
    .HorizontalAlignment = xlCenter
    .VerticalAlignment = xlBottom
    .WrapText = False
    .Orientation = 0
    .AddIndent = False
    .IndentLevel = 0
    .ShrinkToFit = False
    .ReadingOrder = xlContext
    .MergeCells = False
End With
Next i
Next j

"GRÁFICA DE CURVAS DE NIVEL"

If variable = 1 Or variable = 2 Then
    Cells(34, 2).Value = WorksheetFunction.Max(Range(Cells(fila_y, col_x), Cells(length_y, length_x)))
    Cells(34, 3).Value = WorksheetFunction.Min(Range(Cells(fila_y, col_x), Cells(length_y, length_x)))
    Cells(fila_y, col_x).Select
    Sheets("Contour").Shapes.AddChart.Select
    ActiveChart.SetSourceData Source:=Range(Cells(length_y, col_y), Cells(fila_x, length_x))
    ActiveChart.ChartType = xlSurfaceTopView
    ActiveChart.PlotBy = xlRows
    ActiveChart.ApplyChartTemplate ("ejes2")
    ActiveChart.Axes(xlCategory, xlPrimary).AxisTitle.Text = "x/a"
    ActiveChart.Axes(xlSeries, xlPrimary).AxisTitle.Text = "y/a"
    ActiveChart.Axes(xlValue).MaximumScale = Cells(34, 2).Value
    ActiveChart.Axes(xlValue).MinimumScale = Cells(34, 3).Value
    ActiveChart.Axes(xlValue).MajorUnit = (Cells(34, 2).Value - Cells(34, 3).Value) / 13
    ActiveChart.Axes(xlValue).MinorUnit = (Cells(34, 2).Value - Cells(34, 3).Value) / 13
    Cells(34, 2).Clear
    Cells(34, 3).Clear
    ActiveChart.Axes(xlValue).Crosses = xlMaximum
    ActiveChart.Axes(xlCategory).TickLabelPosition = xlTickLabelPositionHigh
    ActiveChart.Axes(xlSeries).ReversePlotOrder = True
    ActiveChart.ChartArea.Width = 750
    ActiveChart.ChartArea.Height = 420
    ActiveChart.Location Where:=xlLocationAsNewSheet

```

End If

End Sub

7 BIBLIOGRAFÍA

1. **Vázquez, J.** *Efecto de las Tensiones Residuales en la Fatiga por Fretting*. 2009.
2. **Navarro, C.** *Iniciación y Crecimiento de Grietas en Fatiga por Fretting*. 2005.
3. **Muñoz, S.** *Estimación de vida a fatiga por fretting. Aplicación a componentes recubiertos*. 2007.
4. **J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez.** *A new method for obtaining the stress field in plane contacts*. s.l. : International Journal of Solids and Structures, 2012.
5. **D. Nowell, D.A. Hills.** *Mechanics of fretting fatigue tests*. s.l. : Ins. J. Mech. Sci., 1987. págs. 355-365. Vol. 29.
6. **Armas, J.** *Análisis de la fractura por contacto mecánico y su solución por análisis numérico*. 2015.
7. **Tinga, T.** *Principles of Loads and Failure Mechanisms*. s.l. : Springer Series in Reliability Engineering, 2013.
8. **D.A. Hills, D. Nowell and A. Sackfield.** *Mechanics of Elastic Contacts*. s.l. : Butterworth-Heinemann Ltd, 1993.