

Fragmentación de corrientes gaseosas y de masas líquidas en flujos naturales y de interés tecnológico



Enrique Jesús Sánchez Quintero

Directores: José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
Guillaume Riboux

Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Universidad de Sevilla

Tesis Doctoral

Universidad de Sevilla

1 de febrero de 2019

A mi familia y mi pareja

Agradecimientos

Las primeras personas a las que debo agradecer que el desarrollo de esta tesis doctoral haya sido posible es a mis dos directores. A José Manuel Gordillo, no sólo por concederme la oportunidad de comenzar en este proyecto sino por su posterior atención e implicación a lo largo de todo el transcurso de la tesis. De él he aprendido la importancia de pensar de forma crítica y rigurosa, la necesidad de profundizar en cada cuestión y, como no, que *lo que uno escribe queda ahí para siempre*. Por otro lado, a Guillaume Riboux tengo que agradecerle todas las horas invertidas conmigo, tanto realizando experimentos en el laboratorio como enseñándome a analizar los resultados como pocos podrían hacerlo. Gracias a él, he aprendido a ser (un poco) más ordenado y meticuloso.

Sin embargo, también tengo que estar muy agradecido con otras personas que han tenido especial trascendencia a lo largo de esta etapa. En primer lugar, a mi compañero Álvaro Evangelio, por toda su ayuda en los primeros meses de la tesis, iniciándome en el trabajo experimental y colaborando conmigo en el día a día. Así mismo, doy las gracias a Manuel González por su maestría en el taller, sin la cual el desarrollo de los experimentos no hubiera sido posible, y a Francisco del Campo, de quien he aprendido mucho del trabajo en el laboratorio. Del mismo modo, doy las gracias por su apoyo y consejo a otros muchos profesores y compañeros, tanto de departamento como Juan Fernández, como de los maravillosos grupos de investigación de mecánica de fluidos de Twente, Madrid, Málaga, Tarragona, Cádiz y, muy especialmente, Jaén.

Finalmente, aunque no por ello menos importante, doy las gracias a mi familia y mi pareja, por sus valiosos consejos en cuestiones que, si bien no

especialmente técnicas, igualmente importantes a lo largo de estos años; bueno, y por qué no decirlo, por saber *aguantarme* en muchas ocasiones. Y, como no, doy también las gracias a mis buenos amigos de *MdS*.

Muchas gracias a todos.

Enrique.

Resumen

En esta tesis doctoral se estudia la fragmentación de corrientes gaseosas y de masas líquidas a través de dos proyectos de carácter fundamental y tecnológico. Como el lector podrá comprobar, se trata de un documento breve en su extensión, en el que se ha realizado un esfuerzo por sintetizar las ideas esenciales que permiten dar solución a estos dos problemas. Por un lado, se proporciona una explicación completa de por qué la desintegración de una gota de agua cuando impacta en una superficie superhidrofóbica se produce a velocidades de impacto mucho menores que las correspondientes a una superficie lisa; y por el otro, se presenta un novedoso dispositivo que permite la generación masiva y controlada de microburbujas sin recurrir al uso de las pequeñas geometrías características de los dispositivos microfluídicos.

En el Capítulo 1 se estudian los fenómenos físicos posteriores al impacto de una gota de agua contra una superficie superhidrofóbica. La comprensión de este fenómeno no sólo es necesaria en el entorno de aplicaciones industriales como la impresión por inyección de tinta, los procesos de combustión o la formación de revestimientos mediante deposición de spray o gotas (Bergeron et al., 2000; Xu et al., 2005; Bouwhuis et al., 2012), sino que también es necesaria para el control de procesos naturales como el regadío en agricultura, la dispersión de herbicidas o la transmisión de patógenos (Walklate et al., 1989; Paul et al., 2004; Weisensee et al., 2016; Lejeune et al., 2018). Esta ingente variedad de posibles escenarios da lugar a un buen número de parámetros que determinan si cuando una gota impacta contra una superficie, esta se expande tangencialmente al sustrato sólido, o por el contrario, se desintegra en pequeñas gotas que se eyectan violentamente hacia afuera, es decir, salpica; este último fenómeno se conoce en la literatura como *splash*. Así, por ejemplo,

un incremento en la viscosidad del líquido retrasa el instante en el que se eyectan las pequeñas gotas (Riboux and Gordillo, 2015) y una reducción en la presión atmosférica incrementa la velocidad crítica, V_c , para que se produzca el *splash*, pudiendo incluso llegar a inhibirlo (Xu et al., 2005). El *splash* de gotas depende, además, de ciertas propiedades del sustrato en el que se produce el impacto, tales como temperatura, rugosidad y mojado (Gipperich et al., 2010; Shirota et al., 2016; Hao, 2017). Este es el caso de las superficies superhidrofóbicas, que surgen cuando en una superficie hidrofóbica existe una distribución (ordenada o aleatoria) de rugosidades. Los experimentos realizados revelan que la condición crítica para que se produzca el *splash* de una gota de agua que impacta en una superficie superhidrofóbica, en condiciones de presión atmosférica normales, está caracterizada por un número de Weber $We_c = \rho V_c^2 R / \sigma \sim \mathcal{O}(100)$, mucho menor que el que caracteriza el impacto de gotas en una superficie donde exista mojado parcial del líquido. Es por ello que en este capítulo se presenta un modelo auto consistente, en muy buen acuerdo con los experimentos y capaz de predecir tanto We_c como la dinámica completa de la expansión y desintegración de la gota para $We > We_c$. En particular, el modelo aquí presentado permite obtener la evolución temporal de la posición del borde que rodea la lamela que se expande tras el impacto, así como los diámetros y velocidades de las gotas eyectadas cuando $We > We_c$.

Por otro lado, en el Capítulo 2 se aborda el problema de la generación masiva y controlada de microburbujas monodispersas. Pese a los numerosos avances alcanzados en los últimos años en lo que a la generación de microburbujas se refiere (Rodríguez-Rodríguez et al., 2015), su producción de forma masiva aún constituye un reto tecnológico. Esto es debido a que existen dos inconvenientes fundamentales en el empleo de la microfluídica para la formación de microburbujas: por un lado, el pequeño tamaño de los dispositivos limita las frecuencias de producción (aunque esta limitación podría ser parcialmente resuelta multiplexando la unidad de producción); y por el otro, los canales y capilares micrométricos presentes en este tipo de dispositivos tienden a obturarse por partículas de polvo e impurezas presentes en los fluidos empleados. Sin embargo, existen numerosas aplicaciones reales, tanto médicas como industriales, que precisan de una elevada producción de

burbujas con diámetros submilimétricos y que además sean monodispersas, es decir, que su índice de polidispersión no exceda el 5% (Rodríguez-Rodríguez et al., 2015). Un ejemplo cotidiano de este tipo de aplicaciones se encuentra en el tratamiento y depuración de aguas residuales. En efecto, para que los microorganismos encargados de eliminar del agua las sustancias no aptas para el consumo humano o ganadero puedan hacer su trabajo, es necesario el aporte de oxígeno al líquido, lo que se consigue introduciendo aire en el reactor. En la actualidad, el aire se introduce en forma de burbujas a través de unos difusores de membrana semipermeables que permiten obtener, en el mejor de los casos, burbujas polidispersas con tamaños comprendidos entre 1-3 mm (Temmerman et al., 2015). Dado que la transferencia de oxígeno depende fundamentalmente de la superficie por unidad de volumen disponible para el intercambio de masa (García-Ochoa and Gomez, 2009a), la reducción en el tamaño de las burbujas hasta diámetros del orden de las 100 micras traería consigo un gran aumento en el rendimiento, así como el consiguiente ahorro en las necesidades de aireación. En este capítulo se muestra un dispositivo que, aprovechando los fuertes gradientes favorables de presión y las altas velocidades locales en el entorno del borde de ataque de los perfiles aerodinámicos, permite la generación controlada de microburbujas siguiendo los mismos principios físicos de la microfluídica, pero eludiendo los problemas inherentes al uso de esta.

Los resultados que se muestran en el Capítulo 2 han dado lugar a la apertura de una nueva línea de investigación basada en el diseño y empleo de dispositivos capaces de producir masivamente microburbujas monodispersas, y enfocados en la resolución de problemas tecnológicos reales. Así pues, en el Capítulo 3 se muestra el diseño y los resultados experimentales de un prototipo desarrollado en base a los conceptos y resultados ilustrados en el Capítulo 2 y que persigue aumentar considerablemente la eficiencia en los procesos de transferencia de oxígeno en los reactores de tratamiento de aguas residuales.

Estos tres capítulos constituyen el contenido fundamental de esta tesis doctoral. De forma adicional y en relación con los Capítulos 2 y 3, se incluyen en el documento dos apéndices que pueden resultar de interés para el lector. En el Apéndice A, se describe detalladamente el método numérico empleado en las simulaciones de los Capítulos 2 y 3, mientras que en el Apéndice B

puede consultarse el resumen y las reivindicaciones de una patente de un sistema agitador y difusor de gas en líquidos, concedida por el procedimiento de examen previo. Finalmente, el documento se completa con un anexo en el que se enumeran los artículos, patentes y ponencias en congresos realizados durante el desarrollo de la tesis.

Para concluir, conviene indicar que los Capítulos 1 y 2 están basados en los artículos científicos Quintero et al. (2019, 2018), el primero de ellos en revisión y el segundo publicado, por lo que se han escrito en inglés. Sin embargo, los resultados del Capítulo 3 son recientes y tienen aún cierto carácter preliminar, por lo que este capítulo, junto con los apéndices, han sido escritos en español.

Índice general

1. Splashing of droplets impacting superhydrophobic substrates	1
1.1. Introduction	1
1.2. Experiments	3
1.3. Equations governing the flow and comparison with experiments	6
1.4. Conclusions	18
2. Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics	19
2.1. Introduction	19
2.2. Bubbling at the leading edge of an airfoil	23
2.3. Conclusions	31
3. Dispositivo de generación masiva de microburbujas monodispersas	33
3.1. Introducción	33
3.2. Diseño de dispositivo agitador y difusor de gas en líquidos . .	34
3.3. Estudio experimental	41
3.4. Resultados experimentales	43
3.5. Conclusiones	46
Conclusiones	49

A. Método de paneles con efecto suelo	53
A.1. Perfil aislado	53
A.2. Efecto suelo	62
B. Documento de Patente ES-2662693 B2	67
B.1. Resumen	67
B.2. Reivindicaciones	68
Referencias	71
Anexo: artículos, patentes y conferencias	79

Chapter 1

Splashing of droplets impacting superhydrophobic substrates

1.1. Introduction

Superhydrophobic coatings prevent the sticking of drops on surfaces, a property used in the design of self-cleaning materials (Blossey, 2003) or of anti-icing aircraft lifting surfaces (Mishchenko et al., 2010). Different types of leaves (lotus, eucaliptus, tulipa, etc) are covered by a non wetting material with a hierarchical microstructure that repels water (Quéré, 2005), influencing the pathogen dispersal in agriculture by rain drops (Gilet and Bourouiba, 2015; Gart et al., 2015) and the delivery of sprayed pesticides (Bergeron et al., 2000). Indeed, when the velocities of rain drops falling on infected plant leaves exceed the threshold value for splashing, tiny droplets, which could act as carriers of pathogens, are ejected at a velocity much larger than that of impact. The disease propagates when the emitted micron-sized droplets, which can be transported far away from the impact point thanks to their high speed, are deposited onto non contaminated leaves (Lejeune et al., 2018).

It is known that the splash threshold velocity for millimetric water droplets impacting a smooth dry substrate under normal atmospheric conditions is $\sim 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Riboux and Gordillo, 2014, 2017; de Goede et al., 2018). However, when the solid substrate is covered with a superhydrophobic material, the transition to splashing takes place at far smaller values of the impact velocity, $\sim 1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (Kim et al., 2012; Lv et al., 2016). The reasons for the differences observed in the splashing threshold velocity are still not well understood and the purpose of this chapter is to provide a self-consistent physical model aimed at predicting the critical velocity for splashing when the drop falls onto a superhydrophobic substrate.

The splash criterion in Riboux and Gordillo (2014, 2017), which was deduced for the case of hydrophilic or hydrophobic smooth solid surfaces, expresses that a necessary condition for splashing is that the edge of the expanding liquid sheet needs to be separated from the wall first. Indeed, the edge of the lamella is displaced vertically because it experiences a vertical lift force per unit length which results from the gas lubrication overpressure in the wedge region located between the advancing lamella and the substrate, and the Bernoulli suction at the top part of the rim. Hence, a necessary condition for the drop to disintegrate into smaller parts under the circumstances studied in Riboux and Gordillo (2014, 2017) is that the edge of the advancing lamella must dewet the substrate first. This condition, however, is not sufficient for splashing because it might happen that the edge separates vertically from the wall a distance smaller than the radial growth of the rim caused by capillary retraction; if that was the case, the edge would rewet the solid and splashing would be inhibited. The main difference between the physical situation studied in Riboux and Gordillo (2014, 2017) and the one at hand is that, for the case of superhydrophobic coatings, the edge of the lamella is always separated from the substrate, as figure 1.1(a) shows. Hence, the criterion for splashing on superhydrophobic surfaces will notably differ from the cases considered in Riboux and Gordillo (2014, 2017). Here, we will limit ourselves to consider the most usual case of water droplets impacting a superhydrophobic solid under normal atmospheric conditions.

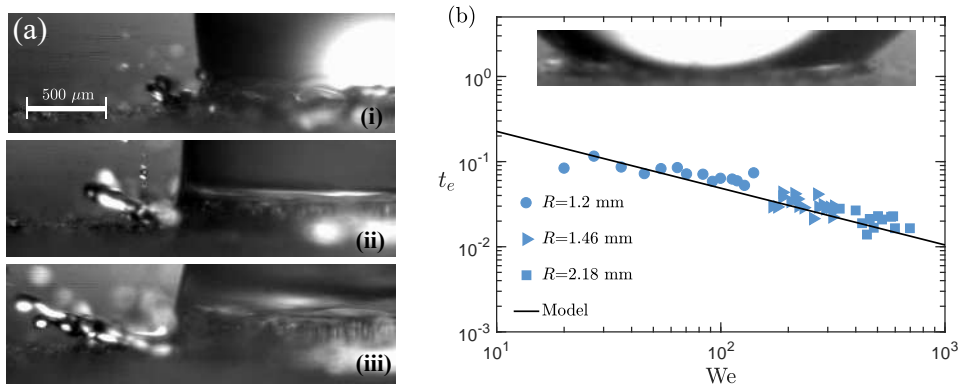


FIGURE 1.1 (a) High speed visualization of the spatial region connecting the lamella with the rim for several values of the Weber number (i) $We = 60$, (ii) $We = 91$, (iii) $We = 140$. These images show that, while the rim is never in contact with the substrate, the bottom part of the drop does touch the solid. (b) The measured ejection times corresponding to water droplets of different radii R impacting a superhydrophobic surface closely follow the prediction in Riboux and Gordillo (2017), $t_e = 1.05 We^{-2/3}$, since for all experimental conditions investigated here, $Re^{1/6} Oh^{2/3} < 0.25$. The inset shows an instant close to that for which the lamella is ejected for the case of a droplet of radius $R = 1.46$ mm and $We = 317$.

As it will be shown below, our model can also be used to predict the diameters and velocities of the droplets ejected when the impact velocity exceeds the critical velocity for splashing. The analysis is limited to the study of the cases in which the drop disintegrates while it is expanding radially outwards because it is only under these conditions that the small droplets ejected are fast enough to travel large distances from the impact point.

The chapter is structured as follows: experiments are described and analyzed in section 1.2, section 1.3 is dedicated to present the equations governing the flow and to compare the model predictions with experimental measurements while the main findings are summarized in 1.4.

1.2. Experiments

Drops of different radii R are generated quasi-statically at normal atmospheric conditions using hypodermic needles of different diameters placed

at controllable height from the substrate; in this way, the droplets fall at different velocities V onto a dry glass slide previously covered by Never Wet, a commercial superhydrophobic coating. The deposition of this type of superhydrophobic material over the glass slide forms a substrate with a hierarchical texture and random roughness which entraps air pockets (Lv et al., 2016; Weisensee et al., 2016). Notice that the type of superhydrophobic coating used here differs from the one used in similar contributions, where micro or nanostructured materials were used (Tsai et al., 2011). Both the chemical composition of the superhydrophobic material and the topology of the roughness favor the edge of the expanding lamella not to be in contact with the substrate, as it is visualized in figure 1.1(a), being this the reason behind the relatively small values of the critical Weber number for splashing with respect to the case of hydrophilic substrates (Riboux and Gordillo, 2014, 2017), as it will be shown below. However, it is also depicted in figure 1.1(a) that the bottom part of the droplet touches the substrate and, therefore, the liquid feeding the rim bordering the expanding liquid sheet is decelerated by the viscous shear stresses exerted at the wall. The experimental observation to be shown below that viscous shear contributes to decelerate the liquid flowing into the rim, even in the case of superhydrophobic substrates, contrasts with the ideas behind the model presented in Clanet et al. (2004).

Two high speed cameras with two different optical magnifications and acquisition rates have been used in our experimental study. The analysis of the videos recorded from the side at 340 000 frames per second (f.p.s.) with a spatial resolution of $10.5 \mu\text{m}/\text{pixel}$ have allowed to determine the instant at which the lamella is first ejected, see figure 1.1(b), whereas the experimental information needed to determine the radial position of the edge of the expanding liquid sheet -the rim- as well as the diameters and the velocities of the droplets ejected, are extracted from the videos recorded at 54 000 f.p.s. from the top (see figure 1.2), being the spatial resolution in this case of $16 \mu\text{m}/\text{pixel}$. As it was anticipated above, figure 1.2 shows that tiny droplets are emitted radially outwards for impact velocities above a threshold value which is below the one found for the case of partially wetting substrates (Riboux and Gordillo, 2014, 2017). From now on, both the experimental

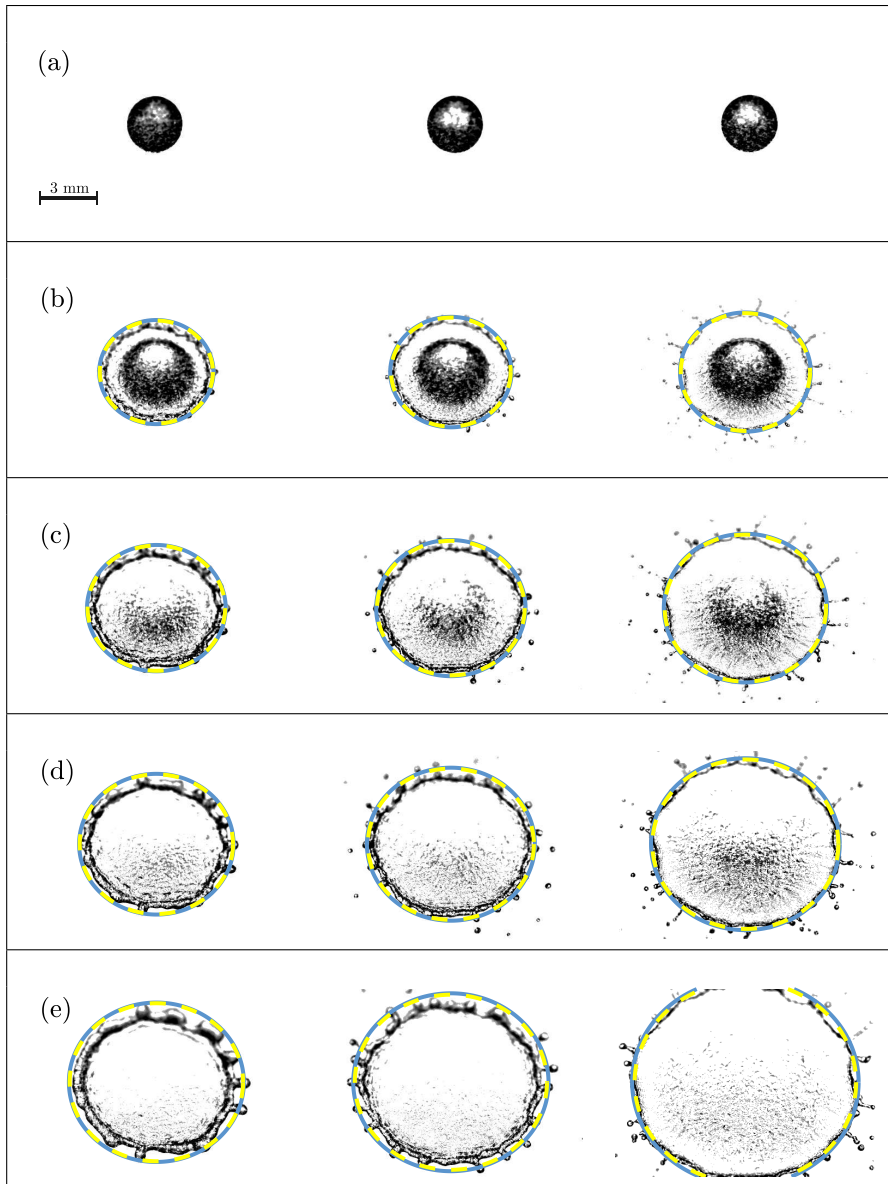


FIGURE 1.2 Comparison between the predicted and the observed position of the rim bordering the expanding lamella for the case of a water droplet of radius $R = 1.53$ mm impacting a superhydrophobic substrate. From left to right, $V = 1.67$ m/s ($We = 60$), $V = 2.10$ m/s ($We = 94$) and $V = 3.16$ m/s ($We = 214$). The values of the dimensionless times corresponding to each line are: (a) $t = T(V/R) \approx 0$, (b) $t \approx 1.0$, (c) 1.5, (d) 2.0 and (e) 3.0. Dashed yellow lines represent the numerical solution of the system (1.1), (1.3)–(1.5) while the continuous blue ones correspond to the solution of (1.1) using the analytical expressions of u and h in equation (1.7). In both cases, $\lambda = 1$.

results and the equations describing the flow will be presented making use of the following dimensionless parameters: $\text{Re} = \rho V R / \mu$, $\text{Oh} = \mu / \sqrt{\rho R \sigma}$ and $\text{We} = \text{Oh}^2 \text{Re}^2$ namely, the Reynolds, Ohnesorge, and Weber numbers, with $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ and $\sigma = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ denoting the water density, viscosity and interfacial tension coefficient respectively. Dimensionless variables will be written using lower case letters to differentiate them from their dimensional counterparts (in capital letters) and distances, times and pressures will be made non-dimensional using, as characteristic values, R , R/V and ρV^2 .

Setting the origin of times at the instant when the drop first touches the rough indentations located closer to the glass slide, the analysis of the experimental data shows that a thin lamella is first ejected from a radial position $r = \sqrt{3} t_e$ at a measured instant t_e which closely follows the theoretical predictions for the low Ohnesorge limit given in Riboux and Gordillo (2014, 2017), namely, $t_e = 1.05 \text{ We}^{-2/3}$, see figure 1.1(b). The analysis of the images recorded from the top view, see figure 1.2, reveals that tiny droplets are expelled from the rim while it is expanding radially outwards only when the impact velocity exceeds a threshold value $V_c \simeq 1.8 \text{ ms}^{-1}$ for water droplets of radii $R \simeq 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$. Figure 1.2 also shows that the speed of the droplets increase and their diameters decrease for increasing values of the impact velocity, V . Our purpose next will be to determine the dependence of V_c with the control parameters and also to present a model which predicts the velocities and the diameters of the droplets issued from the rim as a function of We , Oh and the dimensionless time after impact, t , for impact velocities above the splashing threshold.

1.3. Equations governing the flow and comparison with experiments

With the purpose of describing the dynamics of the rim limiting the expanding thin liquid sheet for times $t \geq t_e$, it proves convenient to divide the flow into the three spatio-temporal regions illustrated in figure 1.3: i) the drop

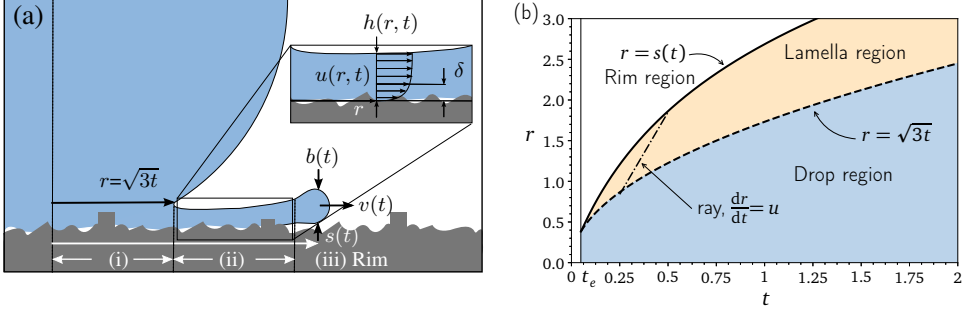


FIGURE 1.3 (a) Sketch showing the different variables used along the text. Here, (i) Indicates the drop region, $0 \leq r \leq \sqrt{3t}$, (ii) indicates the lamella region, $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$ and (iii) the rim region; (b) Representation using a spatio-temporal diagram of the different regions (i), (ii) and (iii) defined to analyze the flow.

region, which extends along the interval $0 \leq r \leq \sqrt{3t}$, where pressure gradients cannot be neglected, ii) the lamella, defined in the spatio-temporal region $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$ and where pressure gradients can be safely neglected because the geometry of the thin liquid film is slender and iii) a rim of thickness $b(t)$ located at $r = s(t)$ (see figure 1.3). The lamella is thus a slender flow region extending from the end of the drop region, $r = \sqrt{3t}$, to the rim, located at $r = s(t)$.

Both $s(t)$ and $b(t)$ (see figure 1.3), can be calculated using the following mass and momentum balances (Taylor, 1959; Culick, 1960),

$$\left. \begin{aligned} \frac{\pi}{4} \frac{db^2}{dt} &= [u(s, t) - v] h(s, t), & \frac{ds}{dt} &= v, \\ \frac{\pi b^2}{4} \frac{dv}{dt} &= [u(s, t) - v]^2 h(s, t) - 2 We^{-1}, \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

with $u(r, t)$ and $h(r, t)$ in equations (1.1) the averaged velocity and the height of the liquid film in the region occupied by the lamella ($\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$) (see figure 1.3a). The equations for both $u(r, t)$ and $h(r, t)$ are deduced in Gordillo et al. (2019) once the effect of the shear stress at the wall is added to the momentum equation using the results in Roisman (2009); Eggers et al. (2010), where it is found that the dimensionless boundary layer thickness only depends on time, but not on the distance to the axis of symmetry: $\delta(t) = \sqrt{t/Re}$.

Therefore, the mass and momentum integral balances applied to a portion of the lamella of height h , width dr and angular extension $d\phi$ yield, respectively (Gordillo et al., 2019)

$$\frac{\partial(rh)}{\partial t} + \frac{\partial(ruh)}{\partial r} = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial(ruh)}{\partial t} + \frac{\partial(ru^2h)}{\partial r} = -\lambda \frac{ur}{\sqrt{\text{Re}t}}, \quad (1.2)$$

with λ the friction factor which is adjusted experimentally because it absorbs the effects of the following assumptions in the model: i) the velocity varies linearly within the boundary layer and ii) the prefactor in the definition of the boundary layer thickness, $\delta(t)$, is fixed here to one i.e., $\delta(t) = \sqrt{t/\text{Re}}$. Moreover, value of the friction factor λ will also take into account the deviations from the no-slip boundary condition at the wall, which is altered in the case of superhydrophobic substrates as a consequence of the entrapment of gas pockets in the corrugations of the solid.

Notice that both the momentum and continuity equations (1.2) can be written in a form appropriate to apply the method of characteristics along rays $dr/dt = u$, see figure 1.3(b). Indeed, equations (1.2) can be alternatively written as

$$\frac{\partial(rh)}{\partial t} + u \frac{\partial(rh)}{\partial r} = -rh \frac{\partial u}{\partial r} \implies \frac{D(rh)}{Dt} = -rh \frac{\partial u}{\partial r} \implies \frac{D \ln(rh)}{Dt} = -\frac{\partial u}{\partial r}, \quad (1.3)$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\partial(ruh)}{\partial t} + \frac{\partial(ru^2h)}{\partial r} &= u \left(\frac{\partial(rh)}{\partial t} + \frac{\partial(ruh)}{\partial r} \right) + rh \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\lambda \frac{ur}{\sqrt{\text{Re}t}} \\ &\implies \frac{Du}{Dt} = -\lambda \frac{u}{h \sqrt{\text{Re}t}}, \end{aligned} \quad (1.4)$$

with $D/Dt \equiv \partial/\partial t + u \partial/\partial r$ indicating the material derivative and where use of the continuity equation in (1.2) has been made.

The fields $u(r, t)$ and $h(r, t)$ are calculated in the spatio-temporal region $t \geq t_e$, $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$ using the method of characteristics once $u_0(t) =$

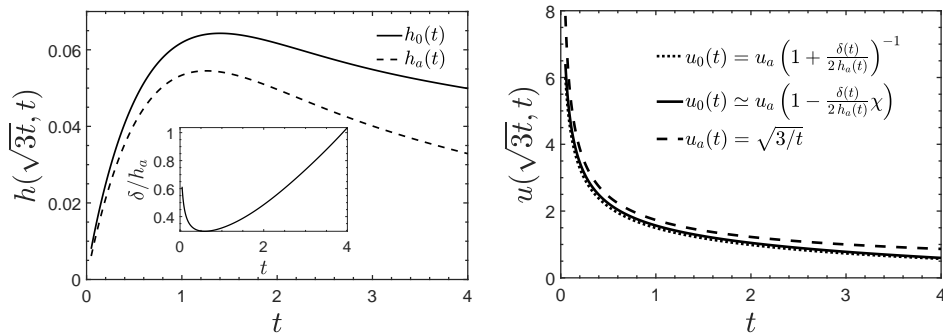


FIGURE 1.4 (a) Time evolutions of the function $h_a(t)$ given in Riboux and Gordillo (2016); Gordillo et al. (2019) and $h_0(r = \sqrt{3t}, t)$ defined in equation (1.5). The inset shows that the ratio $\delta(t)/h_a(t)$ is of order unity. (b) Time evolutions of $u_a(t) = \sqrt{3/t}$, $u_0(t)$ defined in equation (1.5) and the approximation $u_0(t) \simeq u_a(t) (1 - \delta(t)\chi/(2h_a(t)))$ with $\chi = 0.6$. Here, $We = 100$ and $Oh = 2.9 \cdot 10^{-3}$.

$u(\sqrt{3t}, t)$ and $h_0(t) = h(\sqrt{3t}, t)$ are known at $r = \sqrt{3t}$ from the solution of the flow in the drop region, $0 \leq r \leq \sqrt{3t}$. In the free slip limit, $\lambda = 0$, $u_0(t)$ and $h_0(t)$ can be found numerically using a boundary element code since, in this case, the velocity field can be expressed as a function of a velocity potential, yielding $u_0(t) = u_a(t)$ and $h_0(t) = h_a(t)$, with $u_a(t) = \sqrt{3/t}$ and $h_a(t)$ the functions given in Riboux and Gordillo (2016); Gordillo et al. (2019) *which are valid for all values of t* .

For $\lambda \neq 0$, a boundary layer of uniform dimensionless thickness $\delta(t) = \sqrt{t/Re}$ develops in the region occupied by the lamella $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$ (Roisman, 2009; Eggers et al., 2010). In this case, using a boundary layer description of the flow, $u_0(t)$ and $h_0(t)$ can be expressed as a function of their free slip counterparts, $u_a(t)$ and $h_a(t)$. Indeed, the velocity field at the drop interface in the region $0 \leq r \leq \sqrt{3t}$ is not modified, in a first approximation, by the presence of the boundary layer. Therefore, for $\lambda \neq 0$, the integral mass balance at the drop region indicates that flow rate entering into the lamella is the same as in the potential flow case, $\lambda = 0$, a fact implying that, at $r = \sqrt{3t}$, $u_a(t) h_a(t) = u_a(t)(h_0(t) - \delta(t)) + u_a(t) \delta(t)/2$. Here, we have used the approach in Gordillo et al. (2019) that the liquid velocity profile in the boundary layer varies linearly from zero at the wall to $u_a(t)$ at a distance

$\delta = \sqrt{t/\text{Re}}$ from the wall. Indeed, notice that the equations governing the time evolution of the rim thickness and velocity, given in (1.1), are not very sensitive to the specific velocity profile chosen to represent the boundary layer (see pages 319–320 in Batchelor (1967), where the integral method to analyze boundary layers firstly introduced by von Kármán is applied) because $b(t)$ and $s(t)$ depend on integral quantities i.e., the fluxes of mass and momentum. Hence, the partial differential equations (1.2) are deduced from local balances of mass and momentum, with u representing the averaged value of the velocity in the direction perpendicular to the wall and then, from the definition of u , $u_0(t) h_0(t) = h_a(t) u_a(t)$, which together with the mass balance above involving $\delta(t)$ yields (see Gordillo et al. (2019) for further details),

$$h_0(t) = h_a(t) \left(1 + \frac{\delta(t)}{2h_a(t)} \right), \quad u_0(t) = u_a(t) \left(1 + \frac{\delta(t)}{2h_a(t)} \right)^{-1} \quad (1.5)$$

with $\delta(t) = \sqrt{t/\text{Re}}$.

The functions $u(r, t)$ and $h(r, t)$ in equations (1.2), subjected to the boundary conditions (1.5), are calculated integrating in time equations (1.3)–(1.4) along rays $dr/dt = u(r, t)$ departing from the spatio-temporal boundary $r = \sqrt{3x}$, with $x \geq t_e$ a parameter denoting time because $u_0(r = \sqrt{3x}, x)$ and $h_0(\sqrt{3x}, x)$, are now known at the boundary separating the drop and lamella regions through equations (1.5). The integration in time is carried out using the characteristic form of the continuity and momentum equations given in (1.3)–(1.4) by means of a first order Euler method. Indeed, given the values of $u(r, t)$ and $h(r, t)$ at a fixed instant of time $t > t_e$, with r included in the spatio-temporal region $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$, the values of u and h at $t + dt$ are calculated at the new radial position $r + dr$, with $dr = u(r, t)dt$, once $-\partial u/\partial r$ is determined at the instant t , using a first order backward finite difference scheme in space. Next, the value of the velocity is updated as $u(r + dr, t + dt) = u(r, t) + du$, with $du = -\lambda u(r, t)/(h(r, t)\sqrt{\text{Re}t}) dt$ and $h(r + dr, t + dt) = h(r, t) + dh$, with dh calculated from $d[\ln(rh)] = -\partial u/\partial r dt$, see equations (1.3)–(1.4). Once $u(r, h)$ and $h(r, t)$ are known within the spatio-temporal region $\sqrt{3t} \leq r \leq s(t)$, the rim radial position and rim thickness,

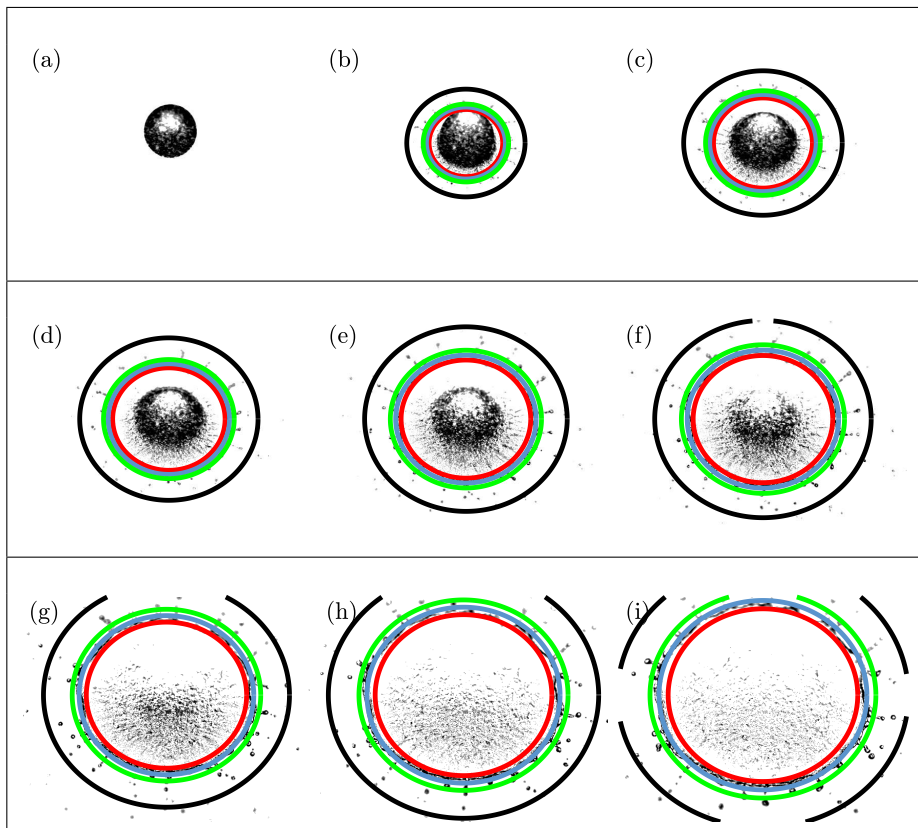


FIGURE 1.5 Effect of varying the value of the friction factor λ in equation (1.7). (a) $t = T(R/V) \simeq 0$, (b) 0.4, (c) 0.7, (d) 0.9, (e) 1.2, (f) 1.4, (g) 1.9, (h) 2.4, (i) 2.9. The continuous lines represent the solution of the ordinary differential equations in (1.1) using the analytical expressions of u and h in equation (1.7) for: $\text{Re} \rightarrow \infty$, namely, free slip case (black), $\lambda = 0.5$ (green), $\lambda = 1$ (blue), $\lambda = 2$ (red).

$s(t)$ and $b(t)$, are calculated integrating the ordinary differential equations in (1.1) once the functions $u(r, t)$ and $h(r, t)$ are particularized at $r = s(t)$ and the following initial conditions are imposed at $t = t_e = 1.05 \text{We}^{-2/3}$ (see Riboux and Gordillo (2015) for details):

$$s(t_e) = \sqrt{3t_e}, \quad v(t_e) = (1/2)\sqrt{3/t_e} \quad \text{and} \quad b(t_e) = \sqrt{12}t_e^{3/2}/\pi. \quad (1.6)$$

The good agreement depicted in figure 1.2 between experimental measurements and the time evolution of $s(t)$ predicted from equations (1.1) once the system (1.3)–(1.4) and (1.5) is solved using the numerical method described above, reveal that the model developed here correctly captures the effect of the viscous boundary layer on the drop spreading dynamics. But the time evolution of the spreading radius can be predicted in a much simpler way, avoiding the numerical integration of the system (1.3)–(1.4) and (1.5). Indeed, it was demonstrated in Gordillo et al. (2019) that the averaged velocity field and the height of the lamella, $u(r, t)$ and $h(r, t)$, can be expressed, with errors $\sim O(\text{Re}^{-1})$, as

$$\begin{cases} u(r, t) = \frac{r}{t} - \frac{\text{Re}^{-1/2}}{t} \left[\frac{\sqrt{3}\chi x}{2h_a(x)} + \frac{2\sqrt{3}\lambda}{7h_a(x)x^{5/2}} (t^{7/2} - x^{7/2}) \right] + O(\text{Re}^{-1}) \\ h(r, t) = 9\frac{t^2}{r^4}h_a[3(t/r)^2] + \frac{\text{Re}^{-1/2}}{rt} \left[\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{\sqrt{3}(105\chi - 60\lambda)}{42}x^3 (t^{-1} - x^{-1}) \right. \\ \left. + \frac{24\sqrt{3}\lambda}{105}x^{-1/2} (t^{5/2} - x^{5/2}) \right] + O(\text{Re}^{-1}), \end{cases} \quad (1.7)$$

with $x = 3(t/r)^2$ and χ a constant such that $u_0(t) \simeq u_a(t) (1 - \delta(t)\chi/(2h_a(t)))$ is a good approximation to the exact value in (1.5) for all values of t . Indeed, for $\delta/h_a \ll 1$, the Taylor expansion of the equation for u_0 in (1.5) indicates that $\chi = 1$ but, for instance, consider that $\delta/h \simeq 1$: in that case, $u_0(t) \simeq u_a(t) (1 - \delta(t)\chi/(2h_a(t)))$ would be, for $\chi = 2/3$, an excellent approximation to the initial condition in (1.5). For the range of Ohnesorge numbers considered here, $10^{-3} \lesssim \text{Oh} \lesssim 10^{-2}$, the ratio $\delta(t)/h_a(t) \sim 1$ and then, the linearized expression $u_0(t) \simeq u_a(t) (1 - \delta(t)\chi/(2h_a(t)))$ is a very good approximation to the exact value of u_0 given in equation (1.5) for $\chi = 0.6$, see figure 1.4. Based on this fact, all the results presented here have been calculated for $\chi = 0.6$. Notice, however, that for values of the Ohnesorge number larger than those considered in this study, the ratio $\delta(t)/h_a(t)$ could be $\delta(t)/h_a(t) > 1$ and then, the value of χ in equation (1.7) would then be even smaller i.e., $\chi < 0.6$.

The integration of the ordinary differential equations in (1.1) using the analytical expressions for u and h in (1.7) particularized at $r = s(t)$, also represented in figure 1.2, reveal that the results obtained in this way are indistinguishable from those calculated solving the system (1.3)–(1.4) and (1.5) numerically. Therefore, from now on, the results presented will be calculated using the analytical expressions for u and h given in equation (1.7).

The sensitivity analysis to variations of λ is analyzed in figure 1.5, where the spreading radius predicted solving the system of equations (1.1) using the analytical values of u and h given in equation (1.7), is shown for different cases and different instants of time. For instance, the predicted spreading radius $s(t)$ in the limit $Re \rightarrow \infty$, which corresponds to droplets in the Leidenfrost regime i.e., to the purely free slip case, is much larger than the one observed experimentally, a fact revealing that viscous friction plays a major role in the spreading of droplets impacting a superhydrophobic substrate. Figure 1.5 also shows that, as expected, the calculated radii increase for decreasing values of λ i.e., for decreasing values of the shear stress at the wall. Notice that one of the effects of increasing the proportion of gas pockets beneath the drop would be to decrease the value of the friction factor λ . Although the differences observed in figure 1.5 for different values of λ are not large, the best agreement between predictions and the experiments carried out here using superhydrophobic substrates with a hierarchical texture and random roughness is achieved for $\lambda = 1$, a value which coincides with that found in Gordillo et al. (2019). The results presented from now on will correspond to $\lambda = 1$, but this choice made here does not imply that exactly the same value of λ should be used to describe the spreading and splashing of droplets impacting other types of superhydrophobic substrates. Indeed, λ is the friction factor and hence, its value is influenced by the amount of gas entrapped beneath the drop, which depends on how the solid substrate is micro or nanostructured.

Figure 1.6(a) shows that the solution of (1.1) subjected to the initial conditions in (1.6) with $t = t_e = 1.05 We^{-2/3}$ and u and h given in (1.7), reproduces the time evolution of the drop spreading radius determined experimentally. Notice that the experimental measurements shown in this figure (with errors on the order of the image resolution, $16 \mu\text{m}/\text{pixel}$, which cannot

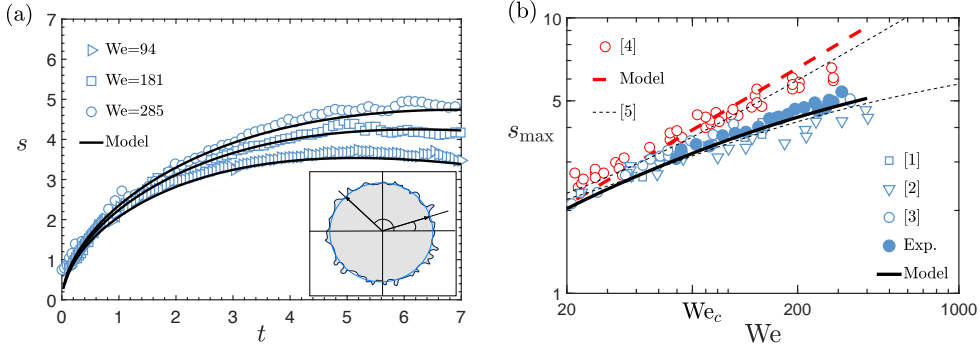


FIGURE 1.6 (a) Comparison between the predicted and the measured position of the rim bordering the expanding lamella for several values of We . The inset sketches that the experimental value of $s(t)$ correspond to the averaged measurement of the radial position of the outer edge of the rim at two different angles for which no corrugations are developed. In (b), the values of the maximum spreading radius measured here (blue circles) together with the data in [1] Clanet et al. (2004), [2] Tsai et al. (2011), [3] Antonini et al. (2012) are compared with the values predicted by the model (black continuous line, $\lambda = 1$); the Weber number defined here is based on the drop radius, whereas in Clanet et al. (2004); Antonini et al. (2012) the Weber number is defined using the diameter; also in (b), the experimental values in [4] Tran et al. (2012) are compared with those predicted for the case $\lambda = 0$ (dashed red dline). The dashed thin black line represents the maximum spreading radius predicted by the theory in [5] Wildeman et al. (2016), based on energetic arguments.

be appreciated in this plot) represent the radial position of the edge of the rim i.e., of the outer contour of the rim, measured at two different angular directions at which it was checked that no capillary corrugations are observed for all values of t , see the sketch in the inset of the figure 1.6(a). Moreover, figure 1.6(b), shows that our model is also able to predict the measured maximum spreading radius s_{\max} in the free slip limit, $Re \rightarrow \infty$ (Tran et al., 2012; Wildeman et al., 2016). The predicted values of s_{\max} for the case of superhydrophobic substrates, $\lambda = 1$, are also in good agreement with our own experimental data and with the experiments available in the literature (Clanet et al., 2004; Tsai et al., 2011; Antonini et al., 2012; Wildeman et al., 2016).

Our theory can also be used to compute both the critical conditions for splashing as well as the instant of time t_b at which the rim starts to be disintegrated. Indeed, t_b is calculated using the criterion developed in

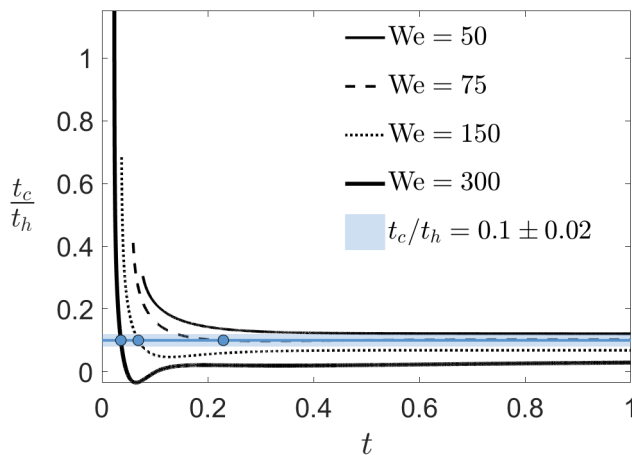


FIGURE 1.7 Time evolution of the ratio t_c/t_h for different values of the Weber number and $Oh = 2.9 \cdot 10^{-3}$. The horizontal blue band indicates the critical value 0.1 ± 0.02 , below which the capillary time t_c is sufficiently small when compared with the hydrodynamic time t_h to produce the capillary breakup of the toroidal rim. The curve corresponding to $We = 50$ never crosses the horizontal blue band, a fact indicating that the rim is stable to capillary perturbations. However, the curves corresponding to values of the Weber number $We \gtrsim 70$, cross the horizontal band at the breakup time t_b , which decreases for increasing values of We . The critical Weber number is calculated as the smaller value of We for which $t_c/t_h(t) \lesssim 0.1 \pm 0.02$ for at least one value of t .

Riboux and Gordillo (2015), which expresses that drops will only be ejected when the time characterizing the radial growth of the rim, $T_h = (R/V)t_h = (R/V)(1/b db/dt)^{-1}$, is substantially larger than the capillary time $T_c = (R/V)t_c = (\rho R^3 b^3/8\sigma)^{1/2}$. In Riboux and Gordillo (2015), the instant at which droplets are ejected from the rim was determined based on the following facts: (i) the time characterizing the radial growth of a capillary instability is $\sim 3T_c$ (Eggers and Villermaux, 2008), (ii) the classical Rayleigh's stability analysis reveals that the wavenumber corresponding to the fastest capillary instability growing in a cylindrical jet is $k = \pi Rb/\ell \simeq 0.7$, with ℓ the wavelength of the perturbation which is assumed to be constant in time, and (iii) for $k \geq 1$, the growth of capillary instabilities is inhibited (Eggers and Villermaux, 2008). Thus, for capillary corrugations with initial wavenumber

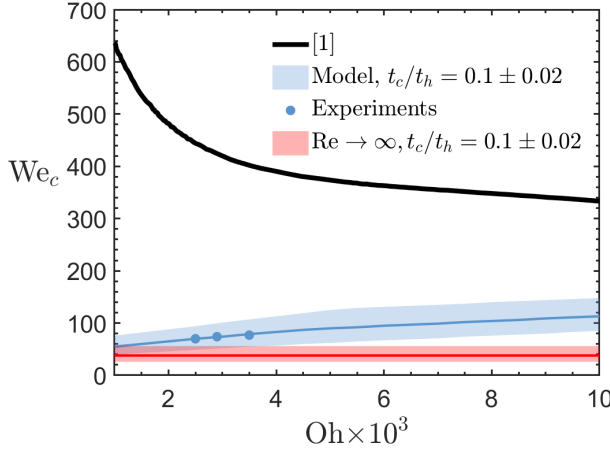


FIGURE 1.8 This figure shows the calculated values of the critical Weber number for normal atmospheric conditions and different values of the Ohnesorge number. The black continuous line correspond to the values of We_c calculated using the theory in Riboux and Gordillo (2014, 2017), which is applicable to the cases of hydrophilic or hydrophobic smooth solid substrates and is in very good agreement with experiments. The red band represent the range of values of the critical Weber number calculated using the criterion $t_c/t_h \leq 0.1 \pm 0.02$ with the values of u and h given by equation (1.7) in the limit $Re \rightarrow \infty$, corresponding to the impact of droplets in the Leidenfrost regime. The values obtained are in very good agreement with the results in Staat et al. (2015); Riboux and Gordillo (2016). The blue band represent the values of the critical Weber number calculated using the criterion $t_c/t_h \leq 0.1 \pm 0.02$ with the values of u and h given by equation (1.7) for the case of a superhydrophobic substrate, $\lambda = 1$. The values obtained are in very good agreement with the experimental measurements (dots) for different values of Oh .

$k = 0.7$ to be amplified up to the point where the drops are ejected from the rim, it is necessary that in a time $3T_c$, $\Delta k < 0.3$, namely, $(db/dt) \times 3t_c \lesssim 0.3b \Rightarrow t_c/t_h \lesssim 0.1$. Figure 1.7, which shows the time evolution of the ratio t_c/t_h as a function of time, reveals that capillary instabilities will only break the rim for values of the Weber number above a certain threshold, We_c and also that the breakup time, t_b , decreases for increasing values of $We > We_c$. Figure 1.8 shows a sensitivity analysis of We_c to variations in the value $K = 0.1 \pm 0.02$ at which we fix the breakup condition i.e., $t_c/t_h < K$, for a range of values of Oh of interest in applications. Figure 1.8 shows that We_c is not strongly dependent

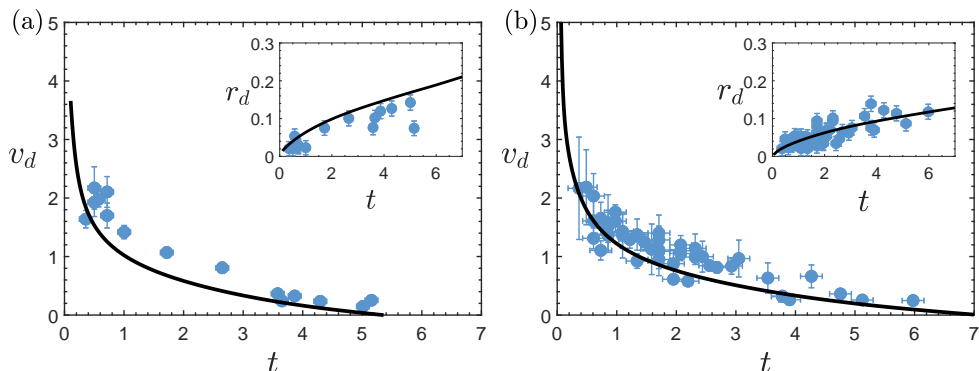


FIGURE 1.9 Comparison between the predicted and the experimentally measured diameters and velocities of the droplets ejected for (a) $We = 107$, $Oh = 2.9 \times 10^{-3}$ and (b) $We = 310$, $Oh = 2.9 \times 10^{-3}$.

either on K or on Oh and also that the values of the critical Weber number are slightly larger than the ones corresponding to droplets impacting in the dynamic Leidenfrost regime (Staat et al., 2015; Riboux and Gordillo, 2016) and noticeably smaller than the value of We_c for droplets impacting smooth non-superhydrophobic solids at normal atmospheric conditions. Figure 1.8 also shows that the values of We_c predicted by the model are in fair agreement with experimental measurements.

The radii $r_d(t)$ and velocities $v_d(t)$ of the droplets ejected for $We > We_c$ can also be predicted by our model. Indeed, neglecting the small time delay between the instant at which the protuberance at the rim appears and the moment at which the drop is emitted from the rim (Wang and Bourouiba, 2018), $v_d(t)$ and $r_d(t)$ can be calculated equating $v_d(t) = v(t)$, $r_d(t) = b(t)$ (see Riboux and Gordillo (2015)) and using the values of $v(t)$ and of $b(t)$ obtained solving the system of equations (1.1) subjected to the initial conditions in (1.6), with $t = t_e = 1.05 We^{-2/3}$ and with u and h given in equation (1.7). The agreement between the predicted values and the experimental measurements is fairly good, as it is shown in figure 1.9 for two different values of the Weber number. Finally, notice that the results shown in figure 1.9 also validate our approximation of neglecting the mass loss at the rim caused by the ejection

of droplets. Indeed, we neglected this effect in equations (1.1) based on the fact that the volume of the droplets of diameter $b(t)$ ejected from the rim, $\pi b^3(t)/6$, is much smaller than the volume $\pi^2 b^3(t)/2.8$ of the cylinder of length $\pi b(t)/0.7$ from which the drop is issued, a fact indicating that the relative errors in the calculation of $b(t)$ are even smaller since they are one-third of the error in the calculation of the volume. Then, although the modification of the mass balance in (1.1) including the mass loss caused by the ejection of droplets is straightforward and makes sense from a physical point of view, the much simpler approach considered here introduces small relative errors in the calculation of $b(t)$ and $s(t)$ and, most importantly, avoids introducing constants in equations (1.1) .

1.4. Conclusions

The physical model presented here retains the essential ingredients needed to describe in full detail the spreading and splashing of water droplets impacting a superhydrophobic substrate at normal atmospheric conditions. Our model accurately predicts the diameters and the velocities of the droplets ejected from the rim bordering the lamella as well as the critical Weber number below which the droplet does not disintegrate into smaller parts while it is expanding radially outwards. As a final remark, it is of most importance to notice that the splash criterion deduced here differs from that in Riboux and Gordillo (2014) because, in contrast with the case of partially wetting substrates, the rim limiting the expanding liquid sheet is never in contact with the solid for the case of surfaces covered with a superhydrophobic material.

Chapter 2

Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics

2.1. Introduction

Producing monodisperse micron-sized bubbles possess countless applications in a number of industrial processes, such as water purification, water aeration, biomass processing, separation (Rosso et al., 2008; Garcia-Ochoa and Gomez, 2009b; Zimmerman et al., 2011), and also in medicine, where they are currently used in lithotripsy (Yoshizawa et al., 2009), as ultrasound contrast agents (UCAS) or for drug delivery purposes (Ferrara et al., 2007).

Many different processes in industry and medicine, like the ones enumerated above, demand a precise control over the diameters, d_b , over the production frequencies, f_b , and over the polydispersity index (PDI) of the bubbles produced. But the controlled mass production of monodisperse micron-sized bubbles, namely, those for which $\text{PDI} < 0.05$ and $d_b < 10^{-3}$ m, for real industrial and medical applications, still constitutes a technological challenge (Rodríguez-Rodríguez et al., 2015). This is partly due to the fact that producing microbubbles is a process that very much differs from the analogous

case of drop generation in air: while a continuous liquid stream fragments into drops because of the growth of capillary instabilities (Villermaux, 2007; Eggers and Villermaux, 2008), bubbles form as a consequence of the differences in pressure at the liquid side of the interface. Indeed, following the seminal contribution by Oguz and Prosperetti (1993), Rodríguez-Rodríguez et al. (2015) used a very simple model, based on the Rayleigh-Plesset equation for the time-varying bubble radius $R_b(t)$ and on the continuity equation, namely,

$$\rho \left(R_b \ddot{R}_b + \frac{3}{2} \dot{R}_b^2 \right) = \Delta p_{exit} - \frac{2\sigma}{R_b} - 4\mu \frac{\dot{R}_b}{R_b} \quad (2.1)$$

$$Q_g = \frac{\pi}{6} d_b^3 f_b, \quad (2.2)$$

to scale both d_b and f_b for several of the vast number of existing technologies aimed at producing bubbles in a controlled manner. In equation (2.1), Δp_{exit} refers to the time-varying gas pressure at the nozzle exit relative to that in the liquid far away from the bubble, Q_g is the gas flow rate and ρ , μ and σ indicate, respectively, the liquid density, the liquid viscosity and the interfacial tension coefficient.

The reason why a number of technological alternatives have appeared in the literature to generate bubbles is that their production from the direct injection of a gas inside a stagnant liquid pool possesses two clear shortcomings, namely, the coalescence between neighbors and the fact that the diameters of the bubbles produced are much larger than the diameter of the injector. To overcome these disadvantages, the novel bubble generation techniques reported in the recent literature can be classified depending on the way Δp_{exit} in equation (2.1), is controlled. For instance, Shirota et al. (2008) report a method in which Δp_{exit} is forced to vary in time by exciting the gas stream acoustically, a fact that favors the rapid collapse of the neck of the growing bubble and, an analogous effect is achieved using the approach described in Zimmerman et al. (2011), where the gas flow rate and, consequently, the gas pressure at the exit orifice, oscillates in time. But, Δp_{exit} in equation (2.1) can also be controlled by changing the liquid pressure around the bubble using either a co-flow or a crossflow. This production method has become very

popular since the advent of microfluidics, thanks to the ease of manufacturing narrow channels in polydimethylsiloxane (PDMS) (Garstecki et al., 2004; Hettiarachchi et al., 2007; Fu and Youguang, 2015; Campo-Cortés et al., 2016).

In the technological approaches that resort on using a liquid flow to promote the formation of bubbles, Δp_{exit} in equation (2.1) represents the pressure difference in a distance of the order of the length of the bubble namely, $\Delta p_{exit} = \nabla p d_b$, with ∇p the value of the local pressure gradient. Therefore, in the high Reynolds number limit and in the case of capillary stresses can be neglected, the inertial terms in equation (2.1) are balanced with the pressure difference Δp_{exit} ,

$$\rho R_b \ddot{R}_b \sim \rho d_b^2 f_b^2 \sim \Delta p \sim \nabla p d_b \Rightarrow f_b \propto \sqrt{\frac{|\nabla p|}{\rho d_b}}. \quad (2.3)$$

Substituting f_b in (2.3) into equation (2.2) yields the following expression for d_b :

$$d_b^3 \sqrt{\frac{|\nabla p|}{\rho d_b}} \propto Q_g \Rightarrow d_b \propto \left(\frac{Q_g}{\sqrt{|\nabla p|/\rho}} \right)^{2/5}. \quad (2.4)$$

Notice that the couple of equations (2.3)-(2.4) have been deduced assuming that Δp_{exit} in (2.1) dominates over capillarity, namely, if the local Bond number based on the pressure gradient ∇p is such that

$$\nabla p d_b \gtrsim \frac{\sigma}{d_b} \Rightarrow \frac{\nabla p d_b^2}{\sigma} \gtrsim 1 \Rightarrow d_b \gtrsim \left(\frac{\sigma}{\nabla p} \right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

If condition (2.5) is not fulfilled, the role played by the pressure gradient in the bubble generation process is negligible. Under these circumstances, if the outer flow is able to overcome the interfacial tension confinement forces, namely if $We = \rho U^2 d_g / \sigma \gtrsim 1$, with d_g the diameter of the gas ligament from which bubbles are produced and U the local liquid velocity where the gas is injected, a bubble is formed once its tip is convected downstream a distance proportional to d_g , so that capillarity can force the pinch-off of the gas thread

(Gordillo et al., 2007; Campo-Cortés et al., 2016); therefore,

$$f_b \propto \frac{U}{d_g}, \quad d_b \propto \left(\frac{Q_g d_g}{U} \right)^{1/3}, \quad (2.6)$$

where use of equation (2.2) has been made.

In summary, provided that viscous effects are negligible and that the gas flow rate Q_g is constant during the bubble formation process (Oguz and Prosperetti, 1993), the frequency f_b and the diameters d_b of the bubbles produced can be predicted using either the couple of equations (2.3) and (2.4) or equations (2.6), depending on whether the condition in equation (2.5) is satisfied or not, *irrespective of the way the local pressure gradient ∇p and the local velocity U are generated.*

The reason for which microfluidic geometries are used to produce microbubbles relies on the fact that the characteristic length scale of the channels and orifices, L , is of the order of tens of microns (Ganan-Calvo and Gordillo, 2001). Indeed, under these circumstances, the diameter of the gas ligament, d_g , is very small and the associated pressure gradients, $|\nabla p| \sim \mathcal{O}(\rho U^2/L)$, are much larger than those produced in a stagnant liquid pool, namely $|\nabla p| \gg \rho g$. Therefore, by virtue of equation (2.4), the diameters of the bubbles is reduced because the *equivalent gravity produced by the flow field*, $|\nabla p|/\rho \sim \mathcal{O}(U^2/L)$, is orders of magnitude larger than g - see equations (2.3) and (2.4).

However, the use of microfluidic geometries possess two clear drawbacks for real applications: (i) the production rates are very low, a limitation which could be partially solved by multiplexing the geometry of the unit production cell and (ii) the narrow channels are prone to clogging by solid particles or other impurities.

To circumvent the operating problems associated with the use of microchannels, here we present a method to massively produce monodisperse micron-sized bubbles avoiding the use of microfluidic geometries by injecting the gas at the leading edge of an airfoil of characteristic chord c moving with a relative speed U_∞ inside a liquid of density ρ . The reason behind this design is motivated by the fact that, in this region of an airfoil, the local liquid

velocities are of the order of meters per second and much larger than U_∞ and, in addition, the associated favorable pressure gradients are orders of magnitude larger than $\sim \mathcal{O}(\rho U_\infty^2/c)$ and comparable to those in microfluidic devices for sufficiently large values of the angle of attack, α , formed between the chord of the airfoil and the incident stream.

2.2. Bubbling at the leading edge of an airfoil

Figure 2.1 shows a rectangular wing of span $b = 0.27$ m and chord $c = 0.3$ m composed by NACA 0012 airfoils; see e.g. Abbot and Von Doenhoff (1959) for details about the definition of the geometry of this common type of standardized lifting surface. The wing is immersed inside a square-section water tunnel of width $w = 0.3$ m $\simeq b$ (see figure 2.1a); therefore, no wing tip vortices are created and the flow field is two dimensional, i.e., the velocity vectors are contained in planes perpendicular to the span direction. The flow rate is controlled by varying the angular velocity of the impeller of a centrifugal pump and it is measured using a particle tracking method. The gas is injected into the liquid from a pressurized reservoir located inside the airfoil to the different orifices placed at the leading edge region through injection tubes of length $l_t = 6 \times 10^{-2}$ m and inner diameter $d_t = 1.6 \times 10^{-4}$ m, see figure 2.1(b). Since the ratio $l_t/d_t \gg 1$, the flow resistance is large enough to keep the gas flow rate constant during the bubble formation process (Oguz and Prosperetti, 1993). The gas flow rate, Q_g , is controlled using high precision pressure regulators to fix the value of the gas pressure p_g in figure 2.1b. Experiments are visualized using a high speed camera Phantom v710 operated at 10 000 fps. The focal distance is $\simeq 0.11$ m and the final spatial resolution of the images captured is $20 \mu\text{m}/\text{pixel}$.

Since bubbles are formed periodically, bubbling frequencies are determined from the analysis of the videos recorded. This is done measuring the time required for 20 bubbles to cross an imaginary line located downstream the gas injection orifice. The gas flow rate could have been determined as a function of the pressure difference $p_g - p_a$ but, since the Reynolds number characterizing the flow inside the injection tubes is such that $\text{Re}_t d_t/l_t = Q_g/(\nu_g l_t) \sim \mathcal{O}(1)$,

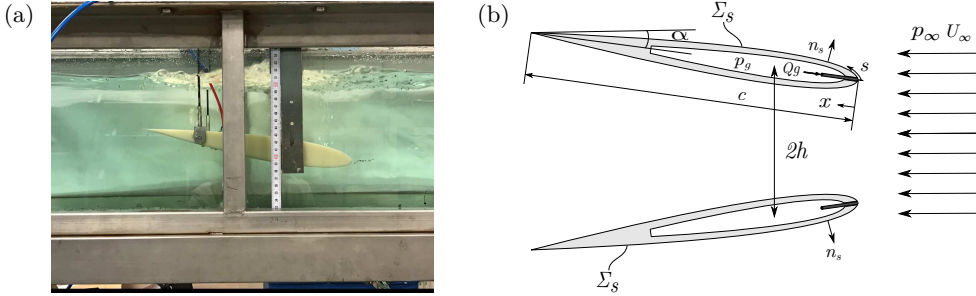


FIGURE 2.1 (a) Rectangular wing composed by NACA 0012 airfoils located inside the water tunnel at an angle of attack of $\alpha = 10^\circ$. (b) Sketch of the hollow airfoil where the pressurized chamber, the gas injection tube and the boundaries of the system (2.8), are shown. Here, h indicates the airfoil distance to the wall.

with $\nu_g = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ the kinematic viscosity of the gas, the gas velocity profile inside the injection tubes is not Poiseuille-like and we found that the most precise way to calculate Q_g is to make use of equation (2.2) with d_b also measured from the experimental images. The local liquid velocity and the local pressure gradient at the gas injection orifices, where bubbles are generated, are calculated numerically, using potential flow theory.

Indeed, since vorticity is confined to thin boundary layers if the flow around the airfoil is not separated, i.e., for angles of attack verifying the condition $\alpha < \alpha^*$, with $\alpha^* \approx 15^\circ$ the angle above which the boundary layer is no longer attached, the velocity field can be expressed as

$$\mathbf{v} = \nabla \phi, \quad (2.7)$$

with ϕ the velocity potential satisfying the Laplace equation, subjected to the zero normal velocity condition at the airfoil surface Σ_s and at the wall, this latter boundary condition being satisfied using the method of images as sketched in figure 2.1(b), and to the boundary condition at infinity, namely,

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad \nabla \phi \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \mathbf{x} \in \Sigma_s, \quad \nabla \phi \rightarrow \mathbf{U}_\infty \quad |\mathbf{x}| \rightarrow \infty. \quad (2.8)$$

The numerical solution to the system (2.8), which also needs to satisfy the so-called Kutta condition i.e., that the flow cannot turn around the airfoil

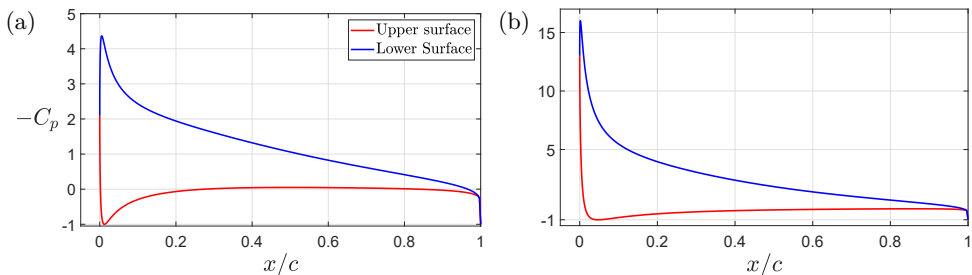


FIGURE 2.2 Variation of the pressure coefficient with the dimensionless distance to the leading edge, $-C_p(x/c)$, at both sides of the NACA 0012 airfoil sketched in the top part of figure 2.1(b) for two different values of the angle of attack: (a) $\alpha = 6^\circ$ (deg) and (b) $\alpha = 12^\circ$ (deg). Notice that the maximum values of $-C_p$ exhibited by the curves in (a) and (b) are larger than the ones corresponding to the case of isolated airfoils: indeed, for isolated airfoils, the maximum values of $-C_p$ for $\alpha = 6^\circ$ (deg) and $\alpha = 12^\circ$ (deg) are, respectively, 2.7 and 8.6. Our design takes advantage of the geometrical arrangement in figure 2.1 to increase the values of both the suction peak and of the pressure gradient at the leading edge of the airfoil.

trailing edge, is found using a standard two-dimensional boundary integral method whose details can be found in e.g., Pozrikidis (2002); the specific numerical method used is described in Appendix A.

Figures 2.2 and 2.3 show, for exactly the same geometry as that used in experiments (see figure 2.1), the calculated values of the pressure coefficient

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{1/2\rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \bar{s}} \right)^2, \quad (2.9)$$

and of the dimensionless pressure gradient $-dC_p/d\bar{s}$, with $\bar{s} = s/c$ and $\bar{\phi} = \phi/(U_\infty c)$ indicating, respectively, the dimensionless arclength along the airfoil surface and the dimensionless velocity potential, see figure 2.1(b). The results in figure 2.3 reveal that the sign and the magnitude of the pressure gradient do strongly depend on the position of the injection orifice: for instance, while the pressure gradient is favorable and increases monotonically with the angle of attack for $\bar{x} = x/c = 0$, the pressure gradient changes sign with α for $\bar{x} \ll 1$. The numerical results in figure 2.3 are confirmed by the experimental evidence in figure 2.4: here, the process of bubble formation for $\alpha \simeq 12^\circ$ at two neighboring orifices, is illustrated. While bubbles are

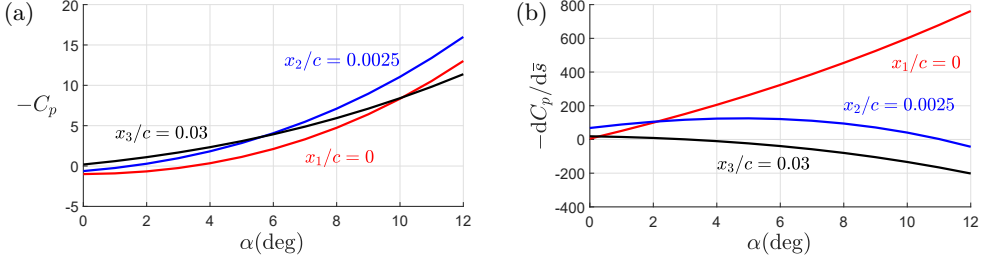


FIGURE 2.3 (a) C_p vs α at the three different locations nearby the leading edge of the airfoil illustrated in figure 2.4b. (b) $dC_p/d\bar{s}$ vs α at the same spatial locations as in (a).

formed periodically at the injection orifice where the pressure gradient is strongly favorable, $-dC_p/d\bar{s}(\bar{x} = 0) \simeq 800$, no bubbles but a long gas jet is formed at the orifice where the value of the pressure gradient is adverse, $-dC_p/d\bar{s}(\bar{x} = 0.0025) \simeq -15$ (see figure 2.3b). Indeed, even in the case individual bubbles were formed at the injection orifice at which the pressure gradient is adverse, these bubbles would coalesce because they would be strongly decelerated in the downstream direction as a consequence of the smallness of the gas to liquid density ratio.

Therefore, the strategy followed here to produce monodisperse microbubbles is to inject the gas in a region of the flow where $-C_p$ is as large as possible, so that the local pressure $p = p_\infty + (\rho U_\infty^2 C_p(\alpha)) / 2$ is as small as possible and hence the overpressures needed to make the gas flow through the pipes are as low as possible. In this way, the energy consumption associated with the injection of the gas, is clearly reduced with respect to the case in which the local liquid pressure is $\simeq p_\infty$. In addition, in order to minimize the diameters of the bubbles formed, the gas needs to be injected in a region of the flow where the modulus of the favorable pressure gradient is as large as possible, see equation (2.4). These restrictions, together with the evidences depicted in figures 2.3-2.4, suggest that the appropriate location to produce the bubbles is the leading edge of the airfoil. Consequently, from now on, we will limit ourselves to analyze the production of bubbles from orifices located at $\bar{x} = 0$ for the range of experimental parameters shown in table 2.1.

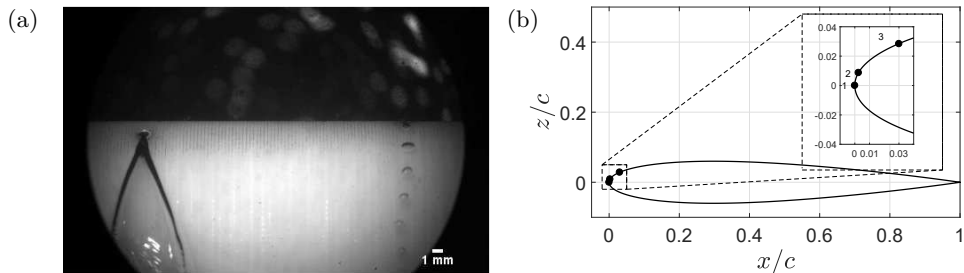


FIGURE 2.4 (a) Production of bubbles at two orifices, located respectively at $\bar{x}_1 = x_1/c = 0$ (right) and at $\bar{x}_2 = x_2/c = 0.0025$ (left) for $\alpha = 11.41^\circ$ (deg), $U_\infty = 0.72$ m/s. The production of bubbles is periodic at the orifice located at $\bar{x}_1 = 0$, where the pressure gradient is favourable but, in contrast, no bubbles are formed at $\bar{x}_2 = 0.0025$, where the pressure gradient is adverse (see figure 2.3b). The scale bar indicates 1 mm. (b) This figure illustrates the spatial locations where the different values of the curves in figure 2.3 are calculated. This figure shows how close the orifice at the left in figure (a) is located from the leading edge of the airfoil; therefore, the sign and the modulus of the pressure gradient is highly dependent on the location of the gas injection orifice.

Parameters	Values
U_∞ [m/s]	[0.36, 0.5, 0.58, 0.72]
α (deg)	[4.66, 6.23, 8, 9.61, 11.41]
P_g [mbar]	[120, 207, 289, 400, 565, 713, 890]

TABLE 2.1 Values of the different parameters explored in the present experimental study.

Figure 2.5 shows the influence of α , Q_g and U_∞ on the bubble generation process. As it is expected from equation (2.4) and from the results shown in figure 2.3, figure 2.5 reveals that the diameters of the bubbles formed decrease for increasing values of α and U_∞ and decreasing values of Q_g -or, equivalently, of the gas pressure in the reservoir, p_g . The qualitative observations depicted in figure 2.5 are quantified in figure 2.6, where both f_b and d_b are shown for the values of the parameters in table 2.1. The exhaustive analysis of the experimental data yields values of the PDI below 0.05; therefore, the bubbles produced using our method are monodisperse (Rodríguez-Rodríguez et al., 2015).

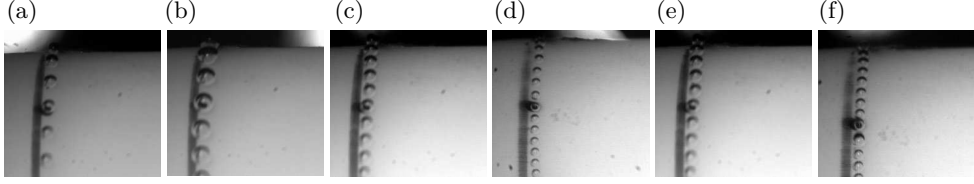


FIGURE 2.5 (a)-(b): Effect of p_g on the diameters of the bubbles generated for $\alpha = 8^\circ$, $U_\infty = 0.58$ m/s. In (a), $p_g = 2.07 \times 10^4$ Pa, and in (b), $p_g = 7.13 \times 10^4$ Pa. (c)-(d): Effect of U_∞ on the diameters of the bubbles generated for $\alpha = 9.61^\circ$, $p_g = 2.07 \times 10^4$ Pa. In (c) $U_\infty = 0.36$ m/s and in (d) $U_\infty = 0.58$ m/s. (e)-(f): Effect of α on the diameters of the bubbles generated for $U_\infty = 0.5$ m/s, $p_g = 2.89 \times 10^4$ Pa. In (e), $\alpha = 4.66^\circ$ and in (f), $\alpha = 11.41^\circ$.

In order to rationalize the experimental observations in figure 2.6, where the bubbling frequencies seem to be randomly distributed, notice first that, for the case of the flow around the airfoil, the local pressure gradient is

$$|\nabla p| = \beta(\alpha) \frac{\rho U_\infty^2}{c} \gg \frac{\rho U_\infty^2}{c} \quad (2.10)$$

with

$$\beta(\alpha) = -\frac{1}{2} \frac{dC_p}{d\bar{s}}(\alpha, x/c = 0), \quad (2.11)$$

and $-dC_p/d\bar{s}$ given by the red curve in figure 2.3(b). Therefore, making use of equations (2.3) and (2.4) we expect that, if condition (2.5) is satisfied, the bubbling frequencies and the bubble diameters can be expressed as a function of the control parameters as

$$f_b = K_{f1} \left(\frac{U_\infty}{\sqrt{c d_b / \beta(\alpha)}} \right) \quad \text{and} \quad \frac{d_b}{L} = K_{b1} \left(\frac{Q_g}{U_\infty L^2 \sqrt{L \beta(\alpha) / c}} \right)^{2/5}, \quad (2.12)$$

with $L = 10^{-3}$ m the same length scale as in Evangelio et al. (2015) and K_{f1} and K_{b1} constants. However, if condition (2.5) is not satisfied, namely, if

$$K_{b1} \left(\frac{Q_g}{U_\infty L^2 \sqrt{L \beta(\alpha) / c}} \right)^{2/5} \lesssim K \left(\frac{\sigma}{\nabla p L^2} \right)^{1/2} \quad (2.13)$$

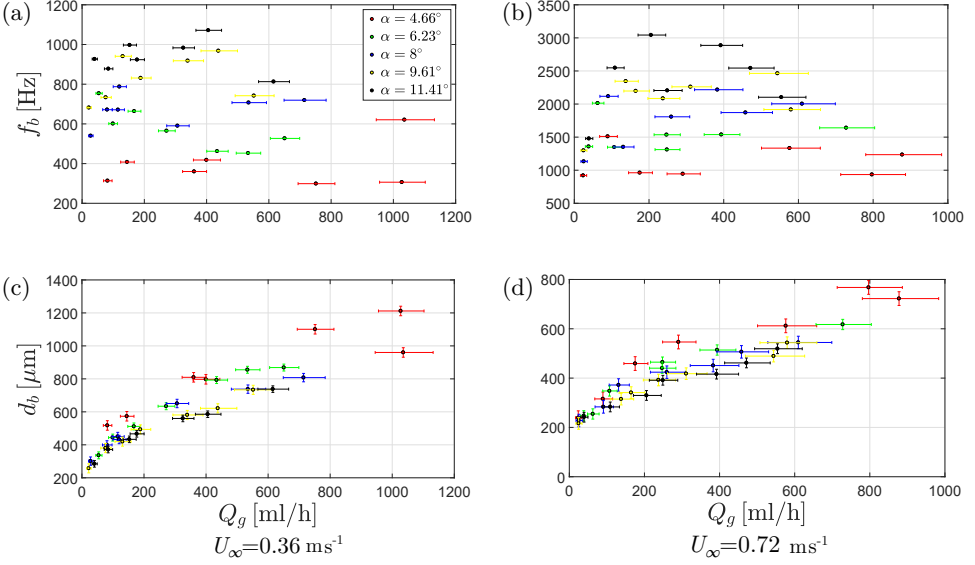


FIGURE 2.6 (a)-(b) Bubbling frequencies for two different values of the incident velocity. (c)-(d) Diameters of the bubbles generated corresponding to the bubbling frequencies depicted in figures (a) and (b).

with $K = 0.6$ an experimentally determined constant, f_b and d_b are expected to be given by (see equations 2.6),

$$f_b = K_{f2} \frac{U_\infty (1 - C_p)^{1/2}}{d_t} \quad \text{and} \quad \frac{d_b}{L} = \left(\frac{6 d_t}{K_{f2} \pi L} \right)^{1/3} \left(\frac{Q_g}{U_\infty L^2 (1 - C_p)^{1/2}} \right)^{1/3} \quad (2.14)$$

where the local velocity at the spatial location where the gas is injected, U , has been calculated using the definition of the pressure coefficient in equation (2.9),

$$U = U_\infty (1 - C_p)^{1/2} . \quad (2.15)$$

The value $K = 0.6$ in equation (2.13) is the one minimizing the dispersion of the experimental data with respect to the values predicted in equations (2.12) and (2.14). Indeed, the results obtained for $K = 0.6$, depicted in figure 2.7, show that the predictions for f_b and d_b/L in equation (2.12), are in fair agreement with the experimental measurements when the values $K_{f1} = 1.8$

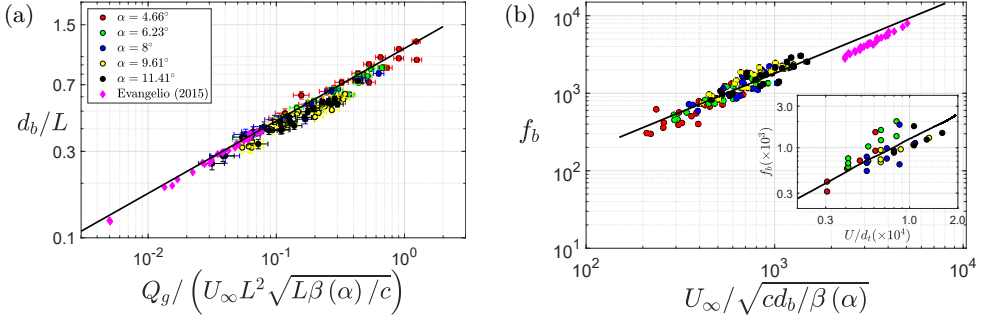


FIGURE 2.7 (a) The experimental values of the bubble diameters *not* verifying equation (2.13), are in fair agreement with the scaling for d_b/L given in equation (2.12). The diameters of the bubbles corresponding to those experimental conditions for which equation (2.13) is verified, namely, those experiments for which the role played by interfacial tension stresses in the bubble formation process can no longer be neglected, are not included here. (b) Comparison between the bubbling frequency predicted in equation (2.12) and experiments. The inset represents the comparison between the bubbling frequency predicted in equation (2.14) and the few experimental data verifying the condition (2.13).

and $K_{b1} = 1.11$, given in Evangelio et al. (2015), are used. For those cases in which the condition (2.13) is verified, i.e., when the value of the local Bond number defined in equation (2.5) is low enough and, therefore, the role played by capillary stresses in the bubble formation process can no longer be neglected, the inset in figure 2.7(b) also reveals a fair agreement between the predicted frequency in equation (2.14) and the experimental data for $K_{f2} = 0.13$, a value which is very close to that reported in Campo-Cortés et al. (2016). Let us emphasize that the agreement between measurements and the predictions in equations (2.12)-(2.14) depicted in figure 2.7 has been obtained using already reported values for the constant in microfluidic geometries and using the values of the pressure gradients and local velocities calculated numerically. These facts indicate that the bubble generator presented here is, in essence, the same as those reported using microfluidics, in spite of the evident geometrical differences.

Equations (2.12) and (2.14) predict the precise way the bubble diameter d_b decreases when Q_g is decreased or the values of both U_∞ and α are increased. In particular, equations (2.12) and (2.14) indicate that, for fixed values of α

and Q_g , d_b could have been decreased below the minimum bubble diameter reported in this study $\simeq 200 \mu\text{m}$, if the maximum liquid velocity in the water tunnel could have been increased above $\simeq 0.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

However, the validity of the strategy described above to decrease the diameters of bubbles generated using the procedure presented here, possesses one clear limitation that prevents increasing U_∞ without bound: liquid cavitation. Indeed, the gas is injected in a region of the flow where the pressure is $p \simeq p_a + 1/2\rho U_\infty^2 C_p(\alpha)$, with $C_p(\alpha) < 0$ and $p_a \simeq 10^5$ Pascals the atmospheric pressure. Therefore, p could be so low for sufficiently large values of U_∞ , that vapor bubbles could be nucleated. The description of the interaction of the gas bubbles produced with the vapor bubbles that would be nucleated at the leading edge region of the airfoil for sufficiently large values of the incident velocity U_∞ , is left for a future study.

2.3. Conclusions

In this chapter we have presented a method for producing monodisperse microbubbles avoiding the use of microchannels. This method consists in injecting a given gas flow rate at the leading edge of an airfoil placed at an angle of attack α inside a liquid stream. In this region of the airfoil, the liquid velocities and the pressure gradients are much higher than U_∞ and $\rho U_\infty^2/c$ respectively, a fact favoring the generation of monodisperse microbubbles with diameters and frequencies identical to those found in microfluidic geometries. The advantage of the present method with respect to the ones reported in the literature is that the flow through microchannels, prone to clogging, not straightforwardly scalable for mass production in real applications and involving large pressure losses, is avoided. One of the possible ways to upscale the production of monodisperse microbubbles from a single orifice would be to inject the gas at the leading edge of blades rotating at an angular frequency below the one at which liquid cavitation occurs. This is precisely what has been done in Chapter 3.

In summary, this chapter presents a feasible method that could help change the paradigmatic idea that microfluidics is the only way of producing uniformly-sized micron-sized bubbles or drops in a controllable way.

Capítulo 3

Dispositivo de generación masiva de microburbujas monodispersas para aplicaciones tecnológicas

3.1. Introducción

Los resultados mostrados en el Capítulo 2 sugieren profundizar aún más en los posibles desarrollos enfocados a las numerosas aplicaciones médicas e industriales que posee la generación controlada de microburbujas. Si bien el dispositivo estudiado en el capítulo anterior muestra que es posible producir burbujas micrométricas monodispersas eludiendo los problemas inherentes al uso de dispositivos microfluídicos convencionales, el diseño empleado con anterioridad no deja de ser un prototipo de índole más bien académica. El reto abordado en este tercer capítulo consiste en emplear el mismo concepto para desarrollar un dispositivo con aplicaciones de carácter ingenieril en condiciones reales. Una de las industrias donde los potenciales beneficios de disponer de burbujas de tamaños submilimétricos resulta de especial interés es la de tratamiento y depuración de aguas residuales. Por ello, se va a describir y a

estudiar en este capítulo un dispositivo enfocado a la agitación y difusión de gas en líquidos que pudiera emplearse en un reactor biológico o de depuración.

Por otro lado, la variedad de posibles desarrollos a los que pueden dar lugar los conceptos plasmados tanto en el Capítulo 2 como en este capítulo hizo necesaria la reivindicación de estas ideas a través de la patente **P201600854**, concedida por el procedimiento examen previo e incluida en el Apéndice B. En esta patente se reivindican las ideas y conceptos esenciales para el diseño de dispositivos agitadores y difusores de gas en líquidos, capaces de controlar mejor el diámetro, la frecuencia de producción y el *índice de polidispersión* de las burbujas.

La estructura de este capítulo es la siguiente:

- En primer lugar, en 3.2 se describe el dispositivo desarrollado, justificando los aspectos más importantes de su diseño.
- La Sección 3.3 está dedicada a describir el montaje experimental para la caracterización de las frecuencias y los diámetros de las burbujas generadas.
- En la Sección 3.4, se muestran algunos resultados preliminares obtenidos durante el desarrollo de la campaña experimental.
- Finalmente, se expondrán las principales conclusiones en 3.5.

3.2. Diseño de dispositivo agitador y difusor de gas en líquidos

El caso más común en la industria de tratamiento de aguas residuales consiste en un tanque (reactor), de base típicamente cilíndrica o rectangular, que contiene una masa de agua (conocida en estos estadios como fango o lodo), que se pretende tratar o depurar. Para poder llevar a cabo los diferentes procesos químicos enfocados a eliminar las sustancias que imposibilitan el uso del fango con fines de consumo humano o ganadero, se introducen diversas bacterias y organismos en el reactor. Tal es el caso, por ejemplo, de los procesos

de nitrificación y desnitrificación, utilizados para eliminar el amonio de las aguas residuales. La nitrificación es la reacción de oxidación biológica del amonio (véase Cáceres et al. (2018), por ejemplo), por lo que precisa del aporte de oxígeno¹. Para que la transferencia de masa entre el fango y las bacterias pueda realizarse de forma eficiente (esto es, no solo de forma difusiva sino también convectiva), debe existir una velocidad relativa entre los organismos y el fluido, o lo que es lo mismo, se requiere una buena agitación del líquido. Actualmente, para la introducción de oxígeno en el reactor se suelen emplear difusores de burbuja basados en una membrana semipermeable que permite la salida del gas en forma de burbujas con un diámetro medio comprendido en el rango de 1 y 3 mm (Temmerman et al., 2015); este método de generación de burbujas, como se discutió en el Capítulo 2, resulta poco eficaz cuando se trata de reducir el diámetro de las burbujas y aumentar las frecuencias de producción. Por otro lado, en lo que a la agitación se refiere y dependiendo del tamaño medio de las burbujas, será necesaria o no una aportación adicional de energía. Así, pese a no ofrecer la mayor relación superficie/volumen y por lo tanto presentar una menor eficiencia el proceso de difusión másica de oxígeno, las burbujas más grandes permiten arrastrar una mayor cantidad de líquido en su ascenso. Sucede, sin embargo, que la aportación de oxígeno constituye el mayor de los costes asociados al tratamiento de aguas (Cumby, 1987; Garcia-Ochoa and Gomez, 2009a), por lo que la práctica habitual consiste en disminuir el diámetro de las burbujas tanto como sea posible, complementando el proceso de agitación (si fuera necesario) con un sistema motriz compuesto de palas.

Teniendo en cuenta tanto lo expuesto en el párrafo anterior como las conclusiones extraídas del Capítulo 2, en este capítulo se propone un sistema de aireación rotatorio compuesto por un eje y una o varias palas conformadas por una sucesión continua de perfiles aerodinámicos dispuestos en la dirección de la envergadura. No obstante, la extrapolación de los resultados obtenidos con el montaje experimental descrito en la sección 2.2 al caso tridimensional de una pala en rotación, no es una tarea trivial. En efecto, es bien conocido en

¹Este proceso suele ir seguido de una desnitrificación (proceso anaerobio), necesaria para eliminar el nitrato generado como producto de la nitrificación previa.

Aerodinámica (Anderson, 2001) que en un ala de envergadura finita, la igualdad de presiones en los bordes marginales provoca el rebordeo de la corriente desde el intradós hacia el extradós, generando torbellinos en las puntas del ala. Estos torbellinos inducen un campo de velocidades perpendiculares a la incidente, que es deflectada hacia el intradós un cierto ángulo (el denominado ángulo de ataque inducido), disminuyendo así el ángulo de ataque efectivo en cada sección transversal del ala. Un menor ángulo de ataque efectivo implica un menor gradiente de presión local en el punto de generación de las burbujas (véase la figura 3.1), lo que disminuye la capacidad de reducir los diámetros y de aumentar la frecuencia de producción de las burbujas (ecuaciones 2.12). Aunque en las alas de los aviones comerciales actuales este efecto (que también reduce la sustentación respecto al caso bidimensional) es paliado colocando en los bordes marginales un tipo de superficies conocidas como *winglets*, una solución más eficaz para el caso que nos ocupa consiste en hacer que la línea media que une cada uno de los perfiles aerodinámicos que constituyen la sección transversal de la pala rotatoria sea una línea cerrada; un ejemplo clásico de este tipo de geometrías son las góndolas de los motores de los propios aviones. Por otro lado, se mostró también en el Capítulo 2 que la proximidad del perfil con la pared es beneficiosa para que el valor del gradiente favorable de presión en el punto de generación de las burbujas sea lo más elevado posible. Esta condición, junto con el hecho de que la línea media que une los perfiles debe ser cerrada, sugiere un diseño como el mostrado en la figura 3.2.

Conviene detenerse en este punto a reflexionar si los perfiles deben formar ángulos de ataque, α , positivos o negativos según los sentidos indicados en los esquemas de la figuras 3.1(a)-(b). La decisión no es baladí, ya que los casos no son simétricos como muestra esta figura, donde se representa el gradiente adimensional de presión en ambas configuraciones calculado empleando el método numérico descrito en el Apéndice A y para dos posibles puntos de inyección de gas. Como puede apreciarse en esta figura, la configuración $\alpha > 0$ ofrece mayores gradientes favorables de presión para ángulos de ataque elevados, sin que ello implique gradientes más desfavorables aguas abajo del pico de succión, respecto del caso $\alpha < 0$. Por lo tanto, la configuración

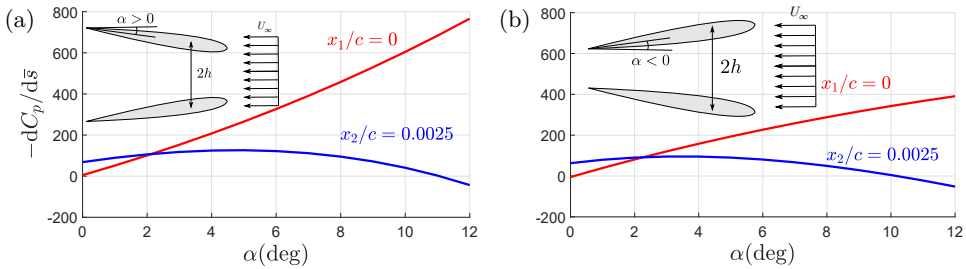


FIGURA 3.1 Gradiente adimensional de presión en dos puntos sobre el extradós (lado de succión) del perfil mostrado en la figura 3.2, siendo $2h/c \sim 0.8$ (medido desde $x/c = 0.25$) y para distintos valores del ángulo de ataque, α , en dos configuraciones distintas: (a) $\alpha > 0$ y (b) $\alpha < 0$; el signo de α se indica en el esquema de cada figura.

adecuada para los dispositivos debe ser aquella con $\alpha > 0$, esto es, la ilustrada la figura 3.1(a).

La figura 3.2, muestra de forma cualitativa un esquema del sistema agitador y difusor de gas en líquidos que se pretende desarrollar. En este caso, y por simplicidad, el sistema sólo dispone de dos dispositivos generadores de microburbujas; no obstante la incorporación de dispositivos adicionales es inmediata. Los aspectos más relevantes a destacar del sistema, como se observa en la figura, son:

- Cada dispositivo se compone de dos alas rectas cuya sección transversal es un perfil aerodinámico (NACA 0012, al igual que el dispositivo del Capítulo 2), dispuestas de forma simétrica respecto del plano medio que las separa.
- Ambas alas se unen en su borde marginal a través de una superficie cuya sección transversal se compone del mismo perfil aerodinámico que las propias alas. De este modo, se consigue que la línea media que une cada una de las secciones transversales sea cerrada y la transición geométrica entre ambas alas suave.
- El ángulo de ataque que forma cada perfil con la corriente incidente, si bien puede elegirse libremente, es fijado en la fase de diseño del dispositivo.

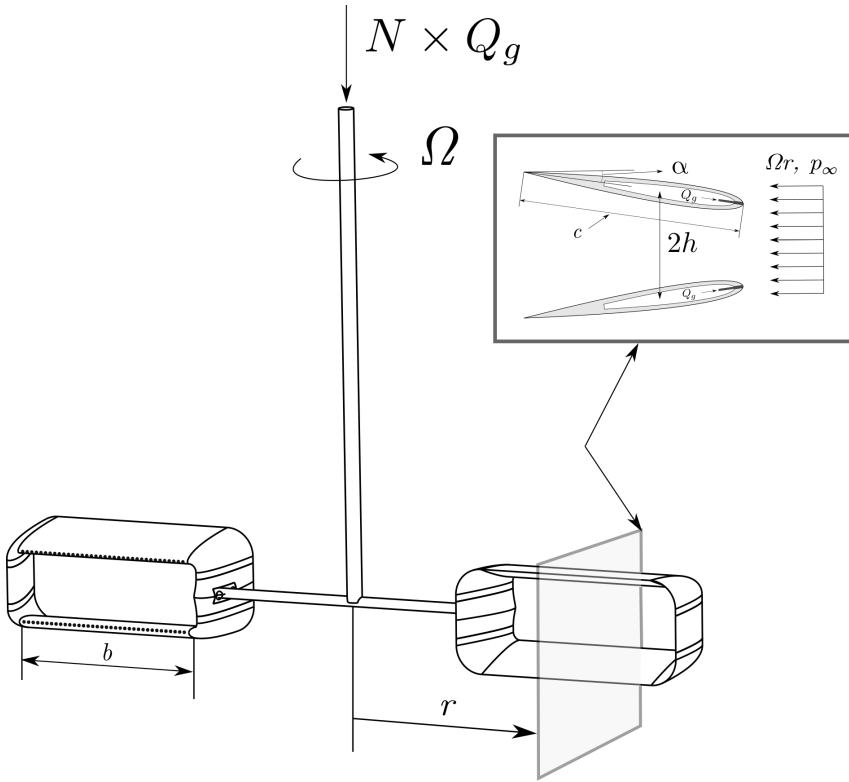


FIGURA 3.2 Esquema del sistema agitador y difusor de gas en líquidos. Se definen en la figura las dimensiones mostradas en la tabla 3.1 y las principales variables de interés en el problema.

- La distancia de separación entre ambas alas, $2h$, también se fija durante el diseño y debe elegirse conjuntamente con el ángulo de ataque con el objetivo de maximizar los gradientes favorables de presión en el punto de inyección de aire; se deben evitar, además, gradientes *demasiado* adversos aguas abajo del pico de succión, ya que ello podría hacer coalescer las burbujas generadas.
- Una pluralidad de orificios distribuidos a lo largo de la envergadura y situados en el borde de ataque de cada una de las dos alas que componen los dispositivos (por las razones expuestas en la sección 2.2), permiten la salida de gas desde el interior hacia el líquido. En cada orificio se

Dimensiones	Valores
Cuerda c [m]	0.1
Envergadura b [m]	0.2
Altura $2h$ [m]	0.08
Ángulo de ataque α [deg]	7
Longitud tubos l_t [m]	0.03
Diametro tubos d_t [$\times 10^{-6}$ m]	50
Número de tubos N	144

TABLA 3.1 Valores de las dimensiones características de los dispositivos mostrados en la figura 3.2.

inserta un tubo capilar de longitud l_t y diámetro d_t que introduce una pérdida de carga lo suficientemente grande como para que el caudal que circula a través de él sea prácticamente constante.

- Los perfiles aerodinámicos que componen la sección transversal son huecos, permitiendo el paso del aire desde el interior.
- Los dispositivos se conectan a través de sendos brazos a un eje rotatorio accionado por un motor. Tanto el eje como los brazos de unión deben ser también huecos para permitir la entrada de aire a los dispositivos.

Los puntos anteriores definen las líneas generales del diseño del dispositivo. En la tabla 3.1 se muestran las dimensiones físicas más relevantes en el diseño, cuya principal justificación se basa en la adecuación a las dimensiones del tanque de metacrilato del que se dispone en el Laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla; este tanque posee una capacidad de 600 litros y una sección cuadrada de lado 1 m. En cuanto al ángulo de ataque y a la separación entre los perfiles de cada sección transversal, $2h$, se ha escogido para este primer prototipo y tras

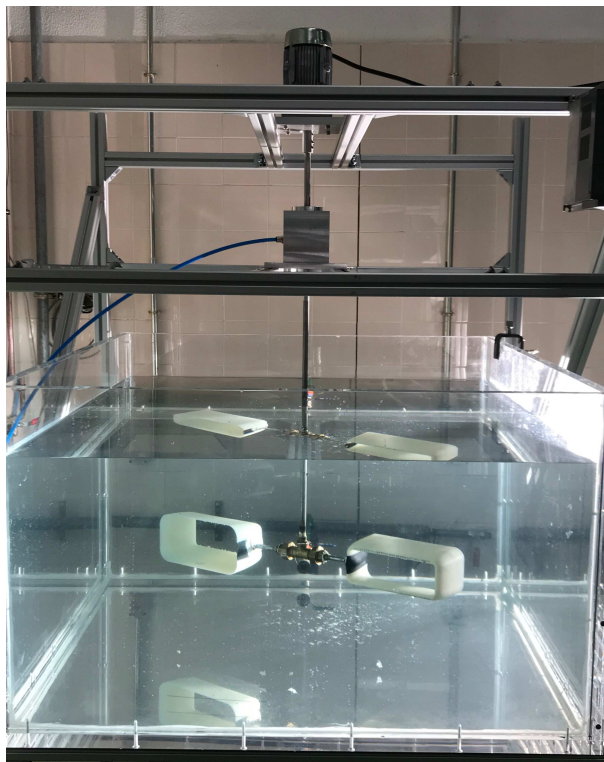


FIGURA 3.3 Fotografía del prototipo de sistema agitador y difusor de gas en líquidos. En la figura pueden apreciarse los dos dispositivos generadores de burbujas fabricados en Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS) por control numérico, conectados a través del eje al depósito de aire a presión y accionados por un motor trifásico, situado en la zona superior de la imagen.

iterar con varias configuraciones², $\alpha = 7^\circ$ y $2h = 0.08$ m. El sistema real, al completo, se ilustra en la figura 3.3.

Finalmente, resulta particularmente interesante resaltar algunas de las características del sistema de inyección de aire, diseñado específicamente para este prototipo. Para llevar el aire desde el sistema de suministro (en este caso,

²El criterio de diseño, como se comentó en la descripción general del sistema, ha sido maximizar los gradientes favorables de presión en el punto de generación de la burbuja sin que existan gradientes *demasiado* adversos aguas abajo del pico de succión, evitando así la posible coalescencia de las burbujas generadas. Como límite para el valor de los gradientes adversos de presión permitidos, se han tomado los correspondientes a un NACA 0012 aislado a ángulos de ataque $\alpha \lesssim \alpha^*$, con α^* el ángulo de desprendimiento de la capa límite.

la red de presión del laboratorio) hasta los dispositivos en continua rotación, se hace pasar al eje hueco a través de un depósito a presión. El eje, ranurado en la zona que se encuentra en el interior del depósito, puede rotar de forma estanca gracias a unos rodamientos situados en las tapas superior e inferior del recipiente.

3.3. Estudio experimental

En esta sección se describe el montaje experimental que posibilita la medida de los diámetros y frecuencias de producción (figura 3.4).

La visualización del experimento es un problema muy complejo. La configuración elegida para la sección transversal del dispositivo, esto es, con $\alpha > 0$ (véase la figura 3.2), implica que las burbujas producidas en cada uno de los orificios serán convectadas a través de su zona interior en lugar de la exterior, por lo que la grabación debe realizarse desde una de las paredes laterales del tanque en lugar de poder hacerlo desde la pared inferior; este hecho implica que la distancia de trabajo de la lente será de 50 cm, aproximadamente. Por otro lado, la inspección de la ecuación (2.13), junto con la hipótesis de que el valor de $\beta(\alpha)$ (véase la ecuación 2.11) sea el mismo que en el caso bidimensional, proporciona una estimación del tamaño de las burbujas más pequeñas que se esperan generar

$$|\nabla p| = \frac{\rho(\Omega r)^2}{c} \beta(\alpha) \Rightarrow d_{b,\min} \simeq \mathcal{O} \left(\frac{\sigma}{\nabla p} \right)^{1/2} \sim \mathcal{O}(60 \mu\text{m}) \quad (3.1)$$

donde se ha utilizado el código descrito en el Apéndice A para calcular $\beta(7^\circ) \simeq 200$ y se ha considerado $U_\infty = \Omega r \simeq 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, siendo Ω la velocidad angular de rotación y $c = 0.1 \text{ m}$, el valor de la cuerda, extraído de la tabla 3.1. Ahora bien, el tamaño de cada pixel en la cámara de alta velocidad de la que se dispone (Phantom v710) es de $20 \mu\text{m}$, por lo que si se quiere tener una resolución de, al menos, 6-8 píxeles por burbuja, se requiere una magnificación de la imagen del orden de 2-3. La experiencia nos demuestra, sin embargo, que las lentes con grandes magnificaciones (microscopios) requieren que la

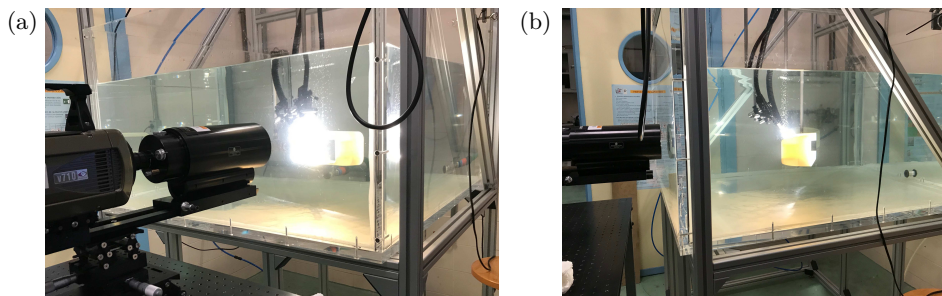


FIGURA 3.4 Dos perspectivas muestran el montaje experimental para la medida de frecuencias y diámetros de las burbujas generadas por los dispositivos. En (a) se muestra la cámara de alta velocidad equipada con la lente microscópica de larga distancia, ambas situadas sobre posicionadores micrométricos. La figura (b), por su parte, muestra lo próximos que deben estar los focos de luz fría del orificio que se pretende analizar para una adecuada visualización; en esta figura, además, puede apreciarse la elevada distancia de trabajo entre el dispositivo y la lente.

distancia de trabajo al objeto sea del orden del milímetro, lo que resulta incompatible con las restricciones del montaje experimental. Por ello, se debe emplear lo que se conoce como una lente microscópica de larga distancia, que es la que se muestra en la figura 3.4; el modelo utilizado es Questar QM 100. Este tipo de lentes, si bien permiten ampliar la imagen de un objeto en el sensor sin recurrir a la reducción en la distancia de trabajo, presentan dos importantes inconvenientes:

- La profundidad de campo es microscópica, en concreto, para una distancia de trabajo de unos 35 cm (la máxima según especificaciones), esta profundidad de campo es de tan sólo $77 \mu\text{m}$, lo que resulta particularmente problemático teniendo cuenta el movimiento del dispositivo relativo a la cámara. Se ha comprobado experimentalmente, no obstante, que tanto la distancia de trabajo como la profundidad de campo son mayores ($\sim 50 \text{ cm}$ y $200 \mu\text{m}$, respectivamente) cuando el medio en el que se graba es agua.
- El otro problema es la iluminación, tanto la requerida por la lente como por el fenómeno físico en sí mismo. Si bien para la medida precisa de las frecuencias de burbujeo no es absolutamente necesario que las

imágenes estén perfectamente enfocadas, al menos se deberían disponer de unos 5 fotogramas enfocados para que la medida del diámetro sea adecuada. Teniendo en cuenta las limitaciones descritas en el punto anterior, se necesitará grabar a una velocidad de adquisición de, al menos, $\Omega r / (\Delta x / 5) \sim 50.000 - 75.000$ imágenes por segundo (f.p.s., *frames per second*), con $\Omega r \sim 2 - 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ y $\Delta x \sim 200 \mu\text{m}$ la profundidad de campo. No es trivial, por lo tanto, conseguir una buena iluminación con tan bajos tiempos de exposición.

Estos son los motivos por los que, actualmente y con los sistemas de iluminación disponibles en el laboratorio (dos lámparas KLC2500 de Schoot con 1300 lumen equipadas con fibra óptica de diámetro de 15 mm), la única forma de iluminar adecuadamente el experimento es colocando la fibra óptica de ambas lámparas en el interior del tanque, lo más cercano posible a los dispositivos, tal y como se muestra en la figura 3.4.

La campaña experimental se desarrolla de forma muy similar a la descrita en el Capítulo 2, es decir, variando la presión en interior de los dispositivos (entre 80 y 250 mbar) y la velocidad de rotación (entre 45-80 revoluciones por minuto, rpm). Tanto el diámetro de las burbujas como la frecuencia de producción son medidas directamente de las imágenes obtenidas: para la frecuencia, y dado que la generación es periódica, se cuenta el número de burbujas que cruzan en un determinado tiempo una línea dibujada en el dispositivo; para la medida del diámetro, se requiere escoger sólo aquellos frames correctamente enfocados y posteriormente realizar un laborioso ajuste del contraste.

3.4. Resultados experimentales

La figura 3.5 muestra de manera cualitativa el resultado obtenido tras la operación del dispositivo de generación de microburbujas. El cambio en el brillo del agua que se aprecia entre los instantes inicial (figura superior) y final (figura inferior) se debe a la dispersión de la luz causada por la presencia de las burbujas en el tanque de agua. De hecho, el proceso de burbujeo con el

dispositivo estático que se ilustra en la figura 3.5(a) es análogo a lo que ocurre en un reactor de depuración común: debido a su elevado tamaño (entre 1 y 3 mm), las burbujas generadas ascienden rápidamente hacia la superficie sin permanecer mucho tiempo en el reactor a consecuencia de su elevada velocidad terminal, que aumenta con el diámetro. Sin embargo, cuando el sistema se encuentra rotando, los fuertes gradientes favorables de presión en el punto de inyección de aire permiten reducir el tamaño de las burbujas por debajo de $200 \mu\text{m}$, con lo que aumenta el tiempo de residencia en el interior del tanque. Gracias, además, a la agitación del líquido inducida por el dispositivo, se logra una dispersión homogénea de las burbujas generadas, como se infiere del resultado mostrado en la figura 3.5(b), donde resulta imposible apreciar la presencia de las burbujas por su pequeño tamaño.

Las figuras 3.6(a)-(d) muestran el proceso de generación de las burbujas justo a la salida del orificio central de uno de los dispositivos. A pesar de no tener una resolución adecuada, en estas imágenes puede observarse de forma cualitativa el efecto de variar la presión del gas en el interior de los dispositivos, p_g , y la velocidad en el punto de inyección de aire, $U_\infty = \Omega r_0$, con $r_0 = 0.23 \text{ m}$ la distancia del orificio al eje de rotación. Como cabría esperar de los resultados del Capítulo 2, aumentar la presión de gas (o lo que es equivalente, aumentar el caudal de gas) para una velocidad constante se traduce en un aumento de los diámetros de las burbujas; por otro lado, un incremento de la velocidad de rotación aumenta la frecuencia de producción y disminuye el diámetro de las burbujas si el caudal de gas se mantiene constante; véase la ecuación (2.2).

Finalmente, con el objeto de verificar si la formación de burbujas en el dispositivo aquí presentado tiene lugar en las mismas condiciones que en el perfil del Capítulo 2, se representan en la figura 3.7 las frecuencias y diámetros determinados experimentalmente sobre la misma gráfica de la figura 2.7. A pesar de los errores cometidos en la medida del diámetro (4 píxeles $\sim 30 \mu\text{m}$), los resultados obtenidos (que verifican la condición (2.5), esto es, que las burbujas se generan bajo la acción del gradiente local de presión) muestran un buen acuerdo con las leyes de escala (2.12). En esta figura sólo se han incluido aquellos datos en los cuales la diferencia de presión entre el interior del dispositivo y el punto de generación de las burbujas permite que las

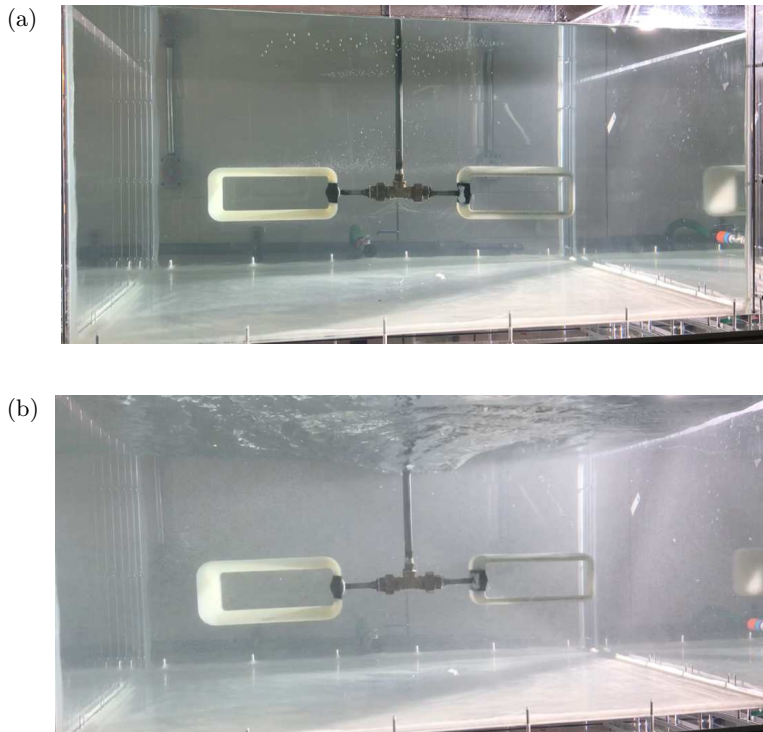


FIGURA 3.5 Resultados cualitativos obtenidos tras 2 minutos de operación del dispositivo cuando este rota a una velocidad angular $\Omega = 2\pi \text{ rad/s}$. La figura (a) muestra el instante inicial en el que se generan burbujas milimétricas cuando el agua está en reposo, mientras que en (b) se muestra el estado final, donde puede apreciarse el cambio cualitativo en el brillo del agua como consecuencia de la dispersión de la luz provocada por la presencia de burbujas micrométricas en el seno del líquido.

fluctuaciones de caudal de gas sean pequeñas frente a las fluctuaciones de presión capilar $\sim \mathcal{O}(4\sigma/d_t)$, es decir,

$$\frac{\Delta p_g - \rho g H + \rho U_\infty^2 C_p(x/c = 0)/2}{4\sigma/d_t} \gtrsim C_1 \quad (3.2)$$

con $C_1 \sim 2.5$, siendo $\rho = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ y $\sigma = 7.2 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ la densidad y tensión superficial del agua, respectivamente, con $H \sim 0.4 \text{ m}$ la profundidad a la que opera el dispositivo y g la aceleración gravitatoria. Si bien se ha observado experimentalmente que existe formación de burbujas cuando la sobrepresión en la línea de gas es menor que la expresada por la condición

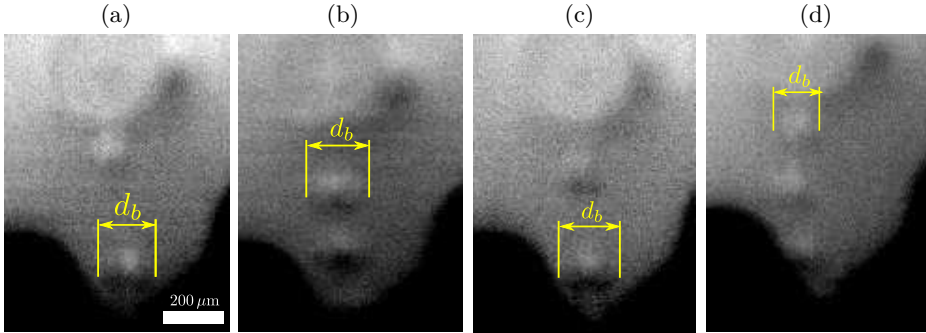


FIGURA 3.6 (a)-(b): Efecto de la variación de p_g sobre los diámetros de las burbujas generadas, para $U_\infty = \Omega r = 1.87 \text{ m/s}$. En (a), $p_g = 1.25 \times 10^4 \text{ Pa}$, y en (b), $p_g = 2.5 \times 10^4 \text{ Pa}$. (c)-(d): Efecto de variar U_∞ en los diámetros de las burbujas generadas para $p_g = 1.6 \times 10^4 \text{ Pa}$. En (c) $U_\infty = 1.03 \text{ m/s}$ y en (d) $U_\infty = 1.87 \text{ m/s}$. En cada figura se indica, en amarillo, cómo se ha realizado la medida del diámetro de las burbujas.

(3.2), el proceso de generación de burbujas no tiene lugar en condiciones de caudal constante y la frecuencia de formación no viene determinada por la ecuación (2.12), sino por otra mucho menor: el inverso del tiempo requerido para inflar una burbuja, $T_g = \pi d_b^3 / (6 Q_g)$.

3.5. Conclusiones

En este capítulo se ha introducido una de las posibles aplicaciones tecnológicas derivadas de los resultados del Capítulo 2, donde se ilustró que la generación controlada de microburbujas monodispersas no tiene necesariamente por qué ir ligada al empleo de dispositivos microfluídicos. Se ha diseñado un dispositivo que persigue aumentar considerablemente el rendimiento en los procesos de oxigenación en reactores biológicos y depuradoras. A pesar de las dificultades encontradas en el montaje experimental, se ha realizado una primera campaña de experimentos y se han mostrado algunos resultados preliminares. Si bien se ha comprobado que el dispositivo aquí presentado permite la generación de burbujas a elevadas frecuencias de producción y con tamaños comprendidos entre $130 - 200 \mu\text{m}$, no se han podido analizar velocidades incidentes al perfil superiores a $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, debido a los problemas hallados en

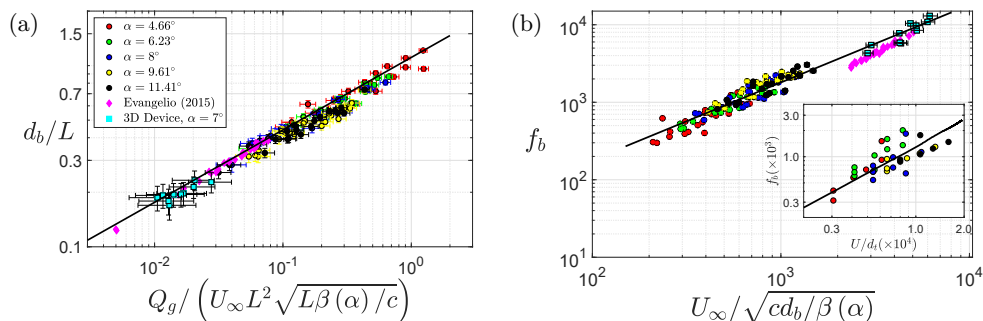


FIGURA 3.7 Comparación entre las medidas experimentales de los diámetros y las frecuencias de las burbujas generadas en el orificio central del dispositivo presentado y los valores predichos por las ecuaciones (2.12). Las barras de error corresponden a errores en la medida del diámetro, que son elevados debido a la baja resolución espacial de las imágenes (véase la figura 3.6).

la visualización. Pero esto es únicamente una limitación experimental: el buen acuerdo encontrado entre las medidas y las predicciones realizadas en base a los resultados del capítulo 2, indican que podemos emplear las leyes de escala obtenidas para la frecuencia de formación y los diámetros de las burbujas generadas para cualquier velocidad angular de rotación (inferior a aquella que produjera cavitación en el líquido), lo que nos permite concluir que el dispositivo presentado, que contiene 144 orificios, puede generar 3.5×10^6 burbujas por segundo con diámetros de 50 micras cuando el caudal de gas de inyección es $1.5 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}$ y la velocidad angular de rotación $\Omega = 170 \text{ rpm}$, lo que constituye un resultado lo suficientemente prometedor como para que este prototipo pueda ser escalado y empleado en aplicaciones reales.

Conclusiones

En los tres capítulos que componen esta tesis se han mostrado de forma sintetizada y directa las soluciones a dos problemas relacionados con la fragmentación de corrientes gaseosas y de masas líquidas. Se ha podido comprobar que ambos fenómenos físicos, aunque *a priori* muy diferentes, están dominados por gradientes de presión y tensión superficial.

En el Capítulo 1, se ha proporcionado una explicación completa al fenómeno de impacto y posterior desintegración de gotas de agua en superficies superhidrofóbicas. La grabación de imágenes a alta velocidad de gotas esféricas impactando contra una placa cubierta con un revestimiento superhidrofóbico, ha permitido comprobar que la lámina de líquido que se eyecta tras el impacto puede dividirse en dos regiones: la lamela, que es una región esbelta en la que los gradientes de presión pueden despreciarse y donde existe contacto y fricción con el sustrato rugoso; y la punta de la lamela, que se encuentra siempre levantada y que por lo tanto no toca al sólido. Este es el principal motivo por el cual el número de Weber crítico (por encima del cual la gota se desintegra tras su impacto) es mucho menor que el correspondiente a una superficie lisa. Por otro lado, la integración numérica de las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento en ambas regiones, posibilita el cálculo tanto de la evolución temporal de la posición y espesor de la punta de la lamela como de su radio de expansión máximo, obteniéndose un buen acuerdo con los experimentos y con la literatura, incluso en el límite en el que la lamela levita sobre el sustrato sin fricción. El modelo aquí presentado permite, asimismo, el cálculo de los diámetros y las velocidades de las pequeñas gotas eyectadas

en aquellos casos en los que $We > We_c$, así como el propio valor del número de Weber crítico, We_c , que varía débilmente con el número de Ohnesorge, Oh

Cabe destacar que los resultados del Capítulo 1 sugieren indagar en algunas de las numerosas aplicaciones en las que el conocimiento de la dinámica del impacto de gotas en superficies superhidrofóbicas resulta de interés. De este modo, el modelo aquí presentado puede ser extendido para incorporar fenómenos de transferencia de calor y/o de masa, lo que es relevante en aplicaciones como los sistemas antihielo en superficies aerodinámicas o en el estudio de la dispersión de herbicidas y patógenos en agricultura. Además, este modelo puede servir como punto de partida para el estudio del impacto de gotas en superficies de rugosidad variable, cuya morfología es muy similar a la de las superficies superhidrofóbicas.

En el Capítulo 2 se ha presentado un novedoso dispositivo que persigue la producción masiva y controlada de microburbujas, evitando los problemas intrínsecos al uso de los dispositivos microfluídicos actuales: bajos caudales de gas y la inherente tendencia de los microcanales a obturarse. El funcionamiento de este dispositivo, que consiste en un ala recta en cuya superficie se inyecta aire a través de conductos capilares, se basa en que los gradientes favorables de presión en el entorno del borde de ataque de perfiles aerodinámicos son comparables a aquellos que se generan en los canales microfluídicos. Los experimentos realizados, junto con los resultados de las simulaciones numéricas, han permitido dilucidar que la posición adecuada para que la inyección de gas de lugar a la formación de burbujas monodispersas es la región del borde de ataque comprendida entre el punto de remanso y el pico de succión; la extensión y localización de esta región varía con el ángulo de ataque, α , con el que la corriente incide sobre el ala. Se ha comprobado que el diámetro de las burbujas y su frecuencia de producción dependen, para una geometría y orificio fijados, del caudal de gas inyectado, de la velocidad del líquido y del ángulo de ataque del perfil. Ambos, diámetros y frecuencias, pueden ser predichos mediante las leyes de escala características de los dispositivos microfluídicos, tanto en los casos en los que el número de Bond local es tal que $\nabla p d_b^2 / \sigma \gg 1$ como en los que el papel de los efectos capilares no puede despreciarse. De este modo, puede concluirse que la generación de microburbujas en el dispositivo

aquí presentado es, en esencia, el mismo fenómeno físico que tiene lugar en los dispositivos microfluídicos, a pesar de las notables diferencias en lo que a su geometría se refiere.

Tras a los buenos resultados obtenidos con el dispositivo del Capítulo 2 y teniendo presentes las múltiples aplicaciones que posee la generación controlada de microburbujas, en el Capítulo 3 se ha descrito un novedoso sistema agitador y difusor de gas en líquidos, concebido para la industria de tratamiento de aguas residuales. Este sistema consiste básicamente en un eje que acciona dos dispositivos generadores de microburbujas, cuyo diseño se fundamenta en los conceptos desarrollados en el Capítulo 2. A pesar de las dificultades halladas en la realización de los experimentos, se ha podido verificar que tanto las frecuencias como los diámetros de las burbujas generadas pueden predecirse mediante las mismas leyes de escala del dispositivo del Capítulo 2, por lo que el escalado de aquel prototipo bidimensional hacia uno tridimensional, apto para aplicaciones reales, se ha realizado con éxito.

Finalmente, conviene indicar que la estrategia seguida para reducir los diámetros de las burbujas y aumentar las frecuencias de producción, empleada en los dispositivos de los Capítulos 2 y 3 posee una limitación: la cavitación del líquido. En efecto, al aumentar la velocidad relativa entre el perfil aerodinámico y el líquido, la presión en el punto de inyección, $p = p_{\infty} + 1/2\rho U_{\infty}^2 C_p(\alpha)$, puede descender hasta alcanzar la presión de vapor del líquido. El estudio de la interacción de las burbujas de cavitación con las generadas por el dispositivo constituye una de las posibles líneas de trabajo futuro.

Apéndice A

Método de paneles con efecto suelo

En este apéndice se describe el método de elementos de contorno (también conocido como *método de paneles*) empleado para resolver el sistema de ecuaciones (2.8). El método aquí detallado es, en esencia, el mismo que se describe en Gordillo (2012), pero incluyendo la condición de impenetrabilidad sobre el suelo cercano al perfil, lo que se realiza utilizando el *método de las imágenes*. Con el fin de ilustrar el proceso de resolución de forma pedagógica, se muestra en primer lugar la aplicación del método de paneles al caso de un perfil aerodinámico aislado, extendiéndolo después para incluir el efecto de la pared cercana al perfil.

A.1. Resolución del flujo potencial alrededor de un perfil aerodinámico aislado

El método de paneles permite la resolución del siguiente problema de contorno, que es el que se ilustra en la figura A.1,

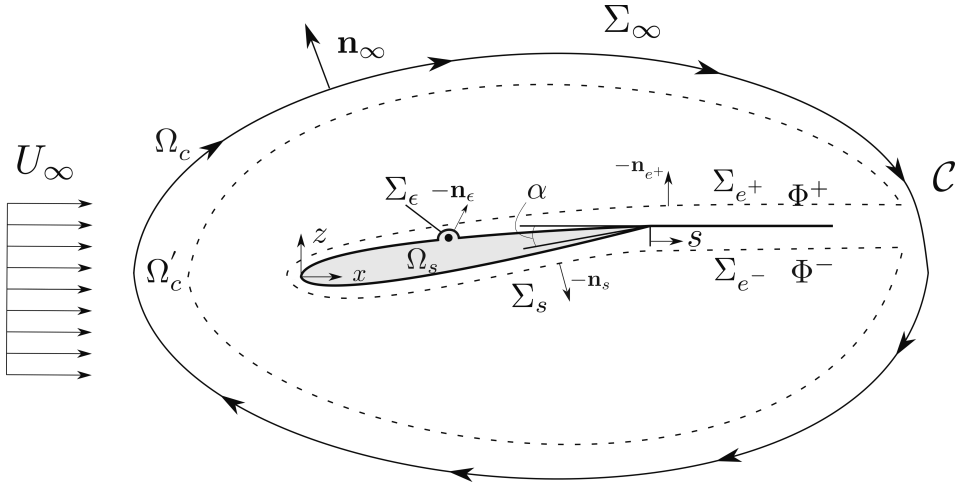


FIGURA A.1 Esquema del problema de flujo potencial alrededor de un perfil aerodinámico (A.1). En la figura se representa un perfil aerodinámico sobre el que incide una corriente con velocidad U_∞ y que forma un ángulo de ataque α con la cuerda del perfil; se indican, además, otras variables de interés para el problema.

$$\left\{ \begin{array}{ll} (\nabla^*)^2 \phi^* = 0 & \text{para } \mathbf{x}^* \in \Omega_c \\ \nabla^* \phi^* \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{para } \mathbf{x}^* \in \Sigma_s \\ \nabla^* \phi^* \rightarrow U_\infty \mathbf{e}_x & \text{para } |\mathbf{x}^*| \rightarrow \infty \\ +\text{Condición de Kutta - Joukowski} & \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

donde el superíndice [*] indica variables y operadores dimensionales. Para facilitar la notación, se tomará $x_1 \equiv x$, $x_2 \equiv z$, $\mathbf{e}_x = \mathbf{i}$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{k}$ de aquí en adelante.

La condición de Kutta-Joukowski fija el valor de la circulación, Γ^* , y por lo tanto el de la sustentación, $l^* = \rho U_\infty \Gamma^*$. Considerando la definición de la circulación como la integral de línea del vector velocidad a lo largo de una curva cerrada, se tiene que

$$\Gamma^* = \oint_C \mathbf{v}^* \cdot d\boldsymbol{\ell}^* = \oint_C (\nabla^*) \phi^* \cdot d\boldsymbol{\ell}^* = \oint_C d\phi^* = \Phi^{*+} - \Phi^{*-} \quad (\text{A.2})$$

siendo Γ^* positiva cuando la curva se recorre en sentido horario, y denotando Φ^{*+} y Φ^{*-} , respectivamente, los valores del potencial en la parte superior e inferior de la estela (véase la figura A.1); asimismo, conviene indicar que la diferencia $\Phi^{*+} - \Phi^{*-}$ se mantiene constante en el problema estacionario a resolver y que la ecuación de Laplace se cumple en todo el dominio Ω_c encerrado entre Σ_∞ y Σ_s , excepto en la estela, donde los efectos de viscosidad no son despreciables y la vorticidad es distinta de cero.

Con el objeto de simplificar las ecuaciones, se adimensionalizan las distintas variables utilizando como escala de longitud y velocidad, respectivamente, la cuerda, c , y el módulo de la velocidad incidente, U_∞ . De este modo, se tiene que $\nabla^* = 1/c\nabla$, $(\nabla^*)^2 = 1/c^2\nabla^2$, $\phi^* = (U_\infty c)\phi$, $\mathbf{x}^* = c\mathbf{x}$, y $\Gamma^* = (U_\infty c)\Gamma$, con lo que el sistema (A.1) puede reescribirse

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla^2\phi = 0 & \text{para } \mathbf{x} \in \Omega_c \\ \nabla\phi \cdot \mathbf{n} = 0 & \text{para } \mathbf{x} \in \Sigma_s \\ \nabla\phi \rightarrow \mathbf{i} & \text{para } |\mathbf{x}| \rightarrow \infty \\ +\text{Condición de Kutta - Joukowski} \end{array} \right. \quad (\text{A.3})$$

siendo pues $\Gamma = \Phi^+ - \Phi^-$.

Para resolver este problema se hará uso del teorema de Green, que permite expresar el valor del potencial en cualquier punto como superposición de soluciones básicas a la laplaciana distribuidas a lo largo de la superficie del perfil, Σ_s . En concreto, las soluciones que se utilizan son fuentes de intensidad $\psi_j = \ln \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|$, con $\mathbf{x}_j \in \Sigma_s$ y dobletes orientados según la normal exterior a Σ_s , $-\mathbf{n}_s \cdot \nabla\psi_j$ (véase la figura A.1). En efecto, dado que tanto ϕ como ψ_j son soluciones a la ecuación de Laplace,

$$\nabla^2\phi = 0 \quad \text{y} \quad \nabla^2\psi_j = 0, \quad (\text{A.4})$$

se cumple también que

$$\psi_j \nabla^2\phi - \phi \nabla^2\psi_j = 0 \quad (\text{A.5})$$

La ecuación de Green surge de tomar la integral de volumen de la ecuación anterior extendida al dominio Ω'_c , que es el dominio que surge de excluir de Ω_c la región que rodea a la singularidad con un semicírculo de radio $\epsilon \ll 1$ centrado en el punto \mathbf{x}_j , donde se sitúa la solución básica a la ecuación de Laplace, ψ_j . Aplicando además el teorema de Gauss a esta integral se obtiene

$$\begin{aligned} \int_{\Omega'_c} (\psi_j \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi_j) d\omega &= \int_{\Omega'_c} \nabla \cdot (\psi_j \nabla \phi - \phi \nabla \psi_j) d\omega = \\ &= \int_{\Sigma'_c} (\psi_j \nabla \phi - \phi \nabla \psi_j) \cdot \mathbf{n} d\sigma = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

siendo \mathbf{n} el vector normal exterior al dominio fluido y denotando $j \in [1, N]$ cada una de las N fuentes localizadas en $\mathbf{x}_j \in \Sigma_s$. El cálculo de la integral de superficie anterior extendida a $\Sigma'_c = \Sigma_\infty \cup \Sigma_\epsilon \cup \Sigma_s \cup \Sigma_{e+} \cup \Sigma_{e-}$ se simplifica al aplicar la ecuación de Green al potencial perturbado, $\phi' = \phi - \phi_\infty$, ya que la integral de este extendida sobre Σ_∞ se hace entonces idénticamente nula. Nótese que tanto ϕ' como $\phi_\infty = \phi_\infty^* / (U_\infty c) = x$ satisfacen la ecuación de Laplace. Se tiene pues

$$\int_{\Sigma_s \cup \Sigma_\epsilon \cup \Sigma_{e+} \cup \Sigma_{e-}} (\psi_j \nabla \phi' - \phi' \nabla \psi_j) \cdot \mathbf{n} d\sigma = 0 \quad (\text{A.7})$$

Comencemos el cálculo de las integrales de la ecuación anterior por la superficie que rodea a la estela, esto es, $\Sigma_{e+} \cup \Sigma_{e-}$. La integral extendida a estas superficies puede escribirse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma_{e+} \cup \Sigma_{e-}} (\psi_j \nabla \phi' - \phi' \nabla \psi_j) \cdot \mathbf{n} d\sigma &= - \int_{\Sigma_{e+} \cup \Sigma_{e-}} \phi' \nabla \psi_j \cdot \mathbf{n} d\sigma = \\ &= - \left[\int_{\Sigma_{e+}} \Phi^+ \nabla \psi_j \cdot \mathbf{n}_{e+} d\sigma + \int_{\Sigma_{e-}} \Phi^- \nabla \psi_j \cdot \mathbf{n}_{e-} d\sigma \right] = \\ &= - \int_0^\infty (\Phi^+ - \Phi^-) \nabla \psi_j \cdot \mathbf{n}_{e+} ds = \Gamma \int_0^\infty \nabla \psi_j \cdot (-\mathbf{n}_{e+}) ds \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

donde se ha supuesto que la estela es recta y sigue la dirección de la corriente incidente. Para la deducción de la expresión anterior se ha tenido en cuenta

que el espesor de la estela es tan pequeño que puede ser despreciado, por lo que $\mathbf{n}_{e^+} = -\mathbf{n}_{e^-}$ y que la velocidad asociada al potencial perturbado es continua a través de la propia estela, $\nabla\phi'(\Sigma_{e^+}) = \mathbf{v} - \mathbf{U}_\infty/U_\infty = \nabla\phi'(\Sigma_{e^-})$, por lo que $\psi_j \nabla\phi' \cdot \mathbf{n}_{e^+} + \psi_j \nabla\phi' \cdot \mathbf{n}_{e^-} = 0$.

Para el cálculo de la integral de superficie del potencial perturbado sobre Σ_s y Σ_ϵ es conveniente deshacer el cambio $\phi' = \phi - \phi_\infty$, quedando

$$\int_{\Sigma_s \cup \Sigma_\epsilon} (\psi_j \nabla\phi' - \phi' \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = \int_{\Sigma_s \cup \Sigma_\epsilon} (\psi_j \nabla\phi - \phi \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma - I_\infty \quad (\text{A.9})$$

Dado que ϕ_∞ es conocido, I_∞ puede ser calculado directamente. Para ello, escribimos I_∞ del siguiente modo

$$\begin{aligned} I_\infty &= \int_{\Sigma_s \cup \Sigma_\epsilon} (\psi_j \nabla\phi_\infty - \phi_\infty \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma = \\ &= \int_{\Sigma_s} (\psi_j \nabla\phi_\infty - \phi_\infty \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma + \int_{\Sigma_{\epsilon^-}} (\psi_j \nabla\phi_\infty - \phi_\infty \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n}_{\epsilon^-} \, d\sigma + \\ &+ \int_{\Sigma_\epsilon} (\psi_j \nabla\phi_\infty - \phi_\infty \nabla\psi_j) \cdot \mathbf{n}_\epsilon \, d\sigma + \int_{\Sigma_{\epsilon^-}} (\psi_j \nabla\phi_\infty - \phi_\infty \nabla\psi_j) \cdot (-\mathbf{n}_{\epsilon^-}) \, d\sigma = \\ &= I_{\infty,s} + I_{\infty,\epsilon} + I_{\infty,\epsilon^-} - I_{\infty,\epsilon^-} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

donde la superficie Σ_{ϵ^-} y la normal asociada, \mathbf{n}_{ϵ^-} están esquematizadas en la figura A.2. Con la descomposición efectuada, $I_{\infty,\epsilon} - I_{\infty,\epsilon^-}$ se reduce a calcular una integral sobre una superficie circular de radio $\epsilon \rightarrow 0$ en la que $\psi_j = \ln \epsilon$ y $\mathbf{n} \cdot \nabla\psi_j = -\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_r (1/\epsilon) = -1/\epsilon$,

$$I_{\infty,\epsilon} - I_{\infty,\epsilon^-} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} [(\ln \epsilon) \nabla\phi_\infty \cdot \mathbf{n}_\epsilon + (1/\epsilon)\phi_\infty] \epsilon \, d\theta = 2\pi\phi_\infty(\mathbf{x}_j), \quad (\text{A.11})$$

habiéndose hecho uso del resultado $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (\epsilon \ln \epsilon) \rightarrow 0$. Por otra parte, de la aplicación del teorema de Gauss a la superficie $\Sigma_s \cup \Sigma_{\epsilon^-}$, se obtiene

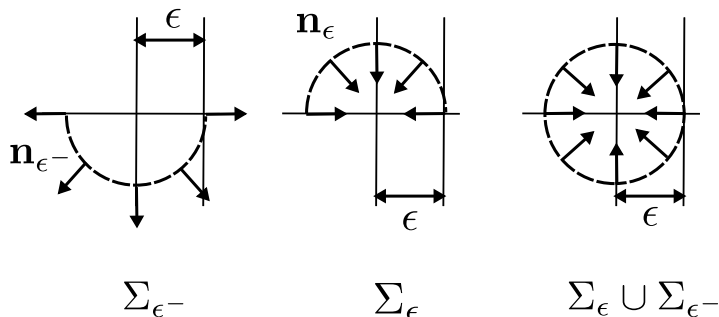


FIGURA A.2 Esquema de las distintas superficies utilizadas para calcular las integrales que involucran a la singularidad.

$$I_{\infty,s} + I_{\infty,\epsilon^-} = - \int_{\Omega_s} (\psi_j \nabla^2 \phi_\infty - \phi_\infty \nabla^2 \psi_j) d\omega = 0 \quad (\text{A.12})$$

ya que en el volumen Ω_s delimitado por las superficies Σ_s y Σ_{ϵ^-} , se cumple que tanto $\nabla^2 \phi_\infty = 0$ como $\nabla^2 \psi_j = 0$, al no existir singularidades en su interior. Por otro lado, el cálculo de la integral para el potencial ϕ en la ecuación (A.9) sobre la superficie Σ_ϵ proporciona el siguiente resultado

$$\int_{\Sigma_\epsilon} (\psi_j \nabla \phi - \phi \nabla \psi_j) \cdot \mathbf{n} d\sigma = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\pi [(\ln \epsilon) \nabla \phi \cdot \mathbf{n}_\epsilon - (\phi/\epsilon) (\mathbf{e}_r) \cdot (-\mathbf{e}_r)] \epsilon d\theta = \pi \phi(\mathbf{x}_j), \quad (\text{A.13})$$

pudiendo entonces expresar la ecuación original (A.7) como

$$\phi(x_j, z_j) = 2x_j + \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma_s} (-\psi_j \nabla \phi + \phi \nabla \psi_j) \cdot \mathbf{n}_s d\sigma + \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^\infty \nabla \psi_j \cdot \mathbf{n}_{e^+} ds \quad (\text{A.14})$$

donde $\mathbf{x}_j = x_j \mathbf{i} + z_j \mathbf{k}$. Recordando, finalmente, la condición de impenetrabilidad sobre la superficie del objeto, $\mathbf{n}_s \cdot \nabla \phi = 0$, y dado que

$$\nabla \psi_j = \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)}{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_j)} \quad (\text{A.15})$$

la ecuación de Green se puede escribir finalmente

$$\phi(x_j, z_j) = 2x_j + \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma_s} \phi(x, z) \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{n}_s}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|^2} d\sigma + \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^\infty \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j) \cdot \mathbf{n}_{e+}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|^2} ds \quad (\text{A.16})$$

donde $j \in [1, N]$. La ecuación (A.16) define por tanto un sistema de N ecuaciones (una para cada posición \mathbf{x}_j de los N dobletes que se colocan sobre la superficie del perfil) con $N + 1$ incógnitas (los valores del potencial y el valor de la circulación Γ), por lo que deben ser completadas con una ecuación adicional, en concreto, con la condición de Kutta-Joukowski, que fija el valor de la circulación, como se comentó al inicio de esta sección. Esta condición se implementa imponiendo que la velocidad en el borde de salida debe ser la misma tanto en el intradós como en el extradós, es decir, que el flujo no puede rebordear el borde de salida.

Para la resolución numérica del sistema se discretiza el perfil dividiéndolo en N segmentos denominados en adelante *paneles* y se *coloca* cada doblete en el punto medio de cada panel, de forma que el potencial se considera constante a lo largo de este. Cada panel k está definido entre su nodo inicial k y final $k + 1$. Llamando ahora \mathbf{r}_k al vector de posición del nodo k , el punto medio de cada panel (donde se coloca el origen singular de los dobletes) y la longitud del mismo vienen dados por

$$\mathbf{m}_k = \frac{(\mathbf{r}_k + \mathbf{r}_{k+1})}{2} = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} \mathbf{i} + \frac{z_k + z_{k+1}}{2} \mathbf{k} = m_{kx} \mathbf{i} + m_{kz} \mathbf{k} \quad (\text{A.17})$$

$$\Delta_k = \sqrt{(\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k) \cdot (\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k)} = \sqrt{(x_{k+1} - x_k)^2 + (z_{k+1} - z_k)^2} \quad (\text{A.18})$$

Del mismo modo, conocidos los vectores de posición de cada nodo y la longitud de cada panel, pueden encontrarse los vectores tangente y normal al panel k como

$$\begin{aligned}\mathbf{t}_k &= \frac{(\mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k)}{\Delta_k} = \frac{(x_{k+1} - x_k)}{\Delta_k} \mathbf{i} + \frac{(z_{k+1} - z_k)}{\Delta_k} \mathbf{k}, \\ \mathbf{n}_k &= \frac{(z_{k+1} - z_k)}{\Delta_k} \mathbf{i} - \frac{(x_{k+1} - x_k)}{\Delta_k} \mathbf{k}\end{aligned}\tag{A.19}$$

Conviene, además, definir la distancia entre dos puntos medios consecutivos, necesaria para la implementación de la condición de Kutta y dada por

$$\Delta'_k = \sqrt{\left(m_{(k+1)x} - m_{kx}\right)^2 + \left(m_{(k+1)z} - m_{kz}\right)^2}\tag{A.20}$$

Una vez se ha discretizado y definido la geometría, el siguiente paso consiste en *colocar* el origen singular del doblete j en el punto medio medio del panel j , esto es $\mathbf{x}_j = \mathbf{m}_j$ en (A.16); el potencial en cada panel se considera pues constante e igual a su valor en el punto medio del panel. Teniendo en cuenta todo lo anterior, la ecuación integral de contorno (A.16) puede escribirse en su forma discreta como

$$\phi_j = 2m_{jx} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N \phi_k \int_0^{\Delta_k} \frac{(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k}{|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_j|^2} ds + \frac{\Gamma}{\pi} \int_0^\infty \frac{(\mathbf{x}_e - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_{e^+}}{|\mathbf{x}_e - \mathbf{m}_j|^2} ds\tag{A.21}$$

En la ecuación anterior, s es la coordenada longitudinal que recorre cada panel¹, $\phi_j = \phi(\mathbf{m}_j)$, $\phi_k = \phi(\mathbf{m}_k)$ y $j \in [1, N]$. Las integrales en la ecuación (A.21) son todas muy similares entre sí y pueden resolverse analíticamente. En el caso $k = j$, la primera de las integrales de (A.21) se anula debido a que los vectores $(\mathbf{x}_k - \mathbf{m}_j)$ y \mathbf{n}_k son perpendiculares. Tomando ahora el caso general en el que $k \neq j$, y expresando el vector de posición genérico sobre el panel k como $\mathbf{x}_k = \mathbf{r}_k + s \mathbf{t}_k$, con $s \in [0, \Delta_k]$, podemos escribir

$$\int_0^{\Delta_k} \frac{(\mathbf{r}_k + s \mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k}{(\mathbf{r}_k + s \mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j) \cdot (\mathbf{r}_k + s \mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j)} ds\tag{A.22}$$

¹Nótese que la estela no es más que otro panel con inicio en el borde de salida y longitud infinita en el que la incógnita es $\Gamma = \Phi^+ - \Phi^-$.

teniendo ahora en cuenta que

$$\mathbf{r}_k + s\mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j = [(\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k] \mathbf{t}_k + [(\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k] \mathbf{n}_k + s\mathbf{t}_k \quad (\text{A.23})$$

y desarrollando el denominador, puede abordarse el cálculo de la integral,

$$\begin{aligned} \int_0^{\Delta_k} \frac{(\mathbf{r}_k + s\mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k}{(\mathbf{r}_k + s\mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j) \cdot (\mathbf{r}_k + s\mathbf{t}_k - \mathbf{m}_j)} ds = \\ = \arctan \left[\frac{\Delta_k + (\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k}{(\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k} \right] - \arctan \left[\frac{(\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k}{(\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

resultado que puede ser utilizado también para calcular la integral sobre la estela en la ecuación (A.21) sin más que tener en cuenta que la estela es un panel de longitud infinita en el que $\mathbf{n}_{e^+} = -\mathbf{k}$ y $\mathbf{x}_e = (x_{bs} + s)\mathbf{i} + z_{bs}\mathbf{k}$ (con x_{bs} y z_{bs} las coordenadas del borde de salida), dando como resultado

$$\int_0^{\infty} \frac{(\mathbf{x}_e - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_{e^+}}{|\mathbf{x}_e - \mathbf{m}_j|^2} ds = - \left\{ \frac{\pi}{2} \text{sign}(z_{bs} - m_{jz}) - \arctan \left[\frac{x_{bs} - m_{jx}}{z_{bs} - m_{jz}} \right] \right\} \quad (\text{A.25})$$

con $\text{sign}(\bullet)$ la función signo.

Finalmente, la implementación de la condición de Kutta que completa el sistema de ecuaciones se realiza imponiendo que la velocidad en el borde de salida por la parte de extradós ha de coincidir con la del intradós. Así, llamando M al nodo situado en el borde de salida, se tiene

$$\frac{\phi_{M-1} - \phi_{M-2}}{\Delta'_{M-2}} = \frac{\phi_M - \phi_{M+1}}{\Delta'_M} \quad (\text{A.26})$$

En resumen, la solución numérica al problema potencial (A.3) puede obtenerse mediante la resolución del siguiente sistema de ecuaciones lineal

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^N (\delta_{jk} - R_{jk}) \phi_k + \Gamma f_j = 2m_{jx} \\ \frac{\phi_{M-1} - \phi_{M-2}}{\Delta'_{M-2}} - \frac{\phi_M - \phi_{M+1}}{\Delta'_M} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

denotando δ_{jk} la matriz identidad y $[\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N, \Gamma]$ las $N+1$ incógnitas: los valores del potencial en los puntos medios de los N paneles y Γ la circulación. Los coeficientes R_{jk} y f_j en el sistema anterior vienen dados por

$$R_{jk} = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{array}{ll} \arctan \left[\frac{b_{jk}^t + \Delta_k}{b_{jk}^n} \right] - \arctan \left[\frac{b_{jk}^t}{b_{jk}^n} \right] & k \neq j \\ 0 & k = j \end{array} \right\}, \quad (\text{A.28})$$

con

$$b_{jk}^t = (\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k, \quad b_{jk}^n = (\mathbf{r}_k - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k \quad (\text{A.29})$$

y

$$f_j = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} \text{sign}(z_{bs} - m_{jz}) - \arctan \left[\frac{x_{bs} - m_{jx}}{z_{bs} - m_{jz}} \right] \right\} \quad (\text{A.30})$$

A.2. Efecto suelo

La inclusión de una pared cercana al perfil (*efecto suelo*) a partir de las ecuaciones descritas en la sección anterior se realiza fácilmente mediante el uso del *método de las imágenes*. Este método consiste en sustituir el suelo (situado a una distancia h del perfil) por otro perfil idéntico al original pero dispuesto de forma simétrica respecto de la línea de la pared, es decir, a una distancia $2h$ del perfil principal; la figura A.3 ilustra este proceso.

Las ecuaciones de este problema son pues las mismas que para el caso del perfil aislado (sistema A.3) pero extendiendo la superficie Σ_s a ambos perfiles (principal e imagen) y teniendo en cuenta las dos estelas (superior e inferior). Debido a la simetría del problema, los valores del potencial en el perfil y estela imagen son idénticos a los del perfil y estela principal, teniéndose además que la circulación del vector velocidad es tal que

$$\oint_C \mathbf{v} \cdot d\boldsymbol{\ell} = \oint_{C_1 \cup C_2} \nabla \phi \cdot d\boldsymbol{\ell} = \oint_{C_1} d\phi + \oint_{C_2} d\phi = \Gamma - \Gamma = 0 \quad (\text{A.31})$$

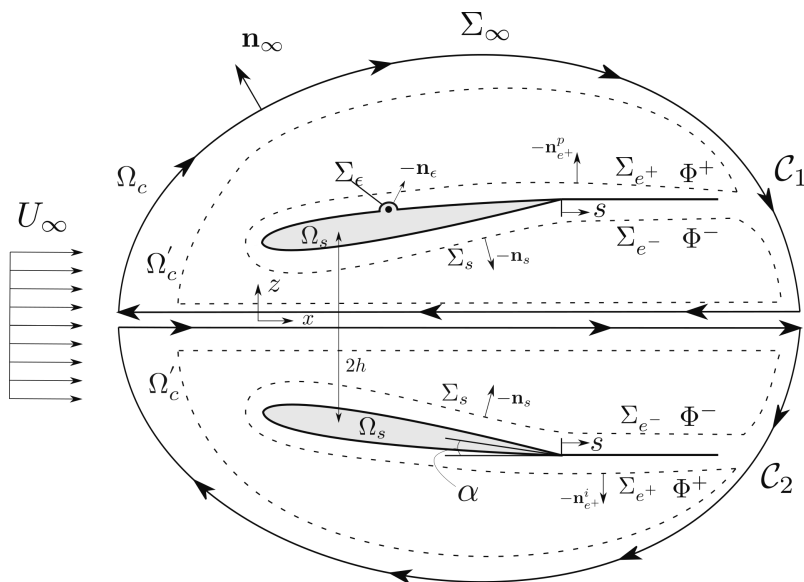


FIGURA A.3 Esquema del problema potencial formulado en el sistema (A.3) tras la aplicación del método de las imágenes. En la figura se representa el perfil original (en la parte superior) y el perfil imagen (perfil inferior) que permite modelar el efecto del suelo, así como los distintos tipos de superficies utilizadas en el cálculo de las integrales del método.

donde se ha tenido en cuenta que las curvas \mathcal{C}_1 y \mathcal{C}_2 se unen a través de segmentos infinitamente próximos y que ambas se recorren en sentido horario.

Considerando todo lo anterior, y al igual que se hizo en la sección anterior, se divide cada perfil en N paneles y se coloca un doblete en el punto medio de cada panel, de forma que el valor del potencial (simétrico en ambos perfiles y estelas) se considera constante a lo largo del panel. De este modo, la extensión de la ecuación (A.21) al problema de la figura A.3 es inmediata

$$\begin{aligned} \phi_j = 2m_{jx} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N \phi_k \left[\int_0^{\Delta_k} \frac{(\mathbf{x}_k^p - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k^p}{|\mathbf{x}_k^p - \mathbf{m}_j|^2} ds + \int_0^{\Delta_k} \frac{(\mathbf{x}_k^i - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k^i}{|\mathbf{x}_k^i - \mathbf{m}_j|^2} ds \right] \\ + \frac{\Gamma}{\pi} \left[\int_0^\infty \frac{(\mathbf{x}_e^p - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_{e+}^p}{|\mathbf{x}_e^p - \mathbf{m}_j|^2} ds + \int_0^\infty \frac{(\mathbf{x}_e^i - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_{e+}^i}{|\mathbf{x}_e^i - \mathbf{m}_j|^2} ds \right] \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

siendo $j \in [1, N]$ y habiendo utilizado los superíndices $[p]$ e $[i]$ para referirnos al perfil y estela principal y a su imagen, respectivamente. Las 4 integrales de la ecuación anterior se resuelven tal y como se indicó en (A.24) pero teniendo presente las siguientes consideraciones:

- Para la primera integral del sumatorio, $\mathbf{x}_k^p = \mathbf{r}_k^p + s \mathbf{t}_k^p$, siendo $\mathbf{r}_k^p = x_k \mathbf{i} + z_k \mathbf{k}$ y estando \mathbf{t}_k y \mathbf{n}_k definidos en (A.19). Nótese que en el caso $k = j$, esta integral es nula al igual que en el caso del perfil aislado.
- Para la segunda integral del sumatorio, con $\mathbf{x}_k^i = \mathbf{r}_k^i + s \mathbf{t}_k^i$, se debe tener en cuenta que $x_k^i = x_k$, $z_k^i = -z_k$ y que la proyección sobre \mathbf{k} de los vectores \mathbf{t}_k^i y \mathbf{n}_k^i es opuesta a la de los vectores \mathbf{t}_k^p y \mathbf{n}_k^p .
- La primera de las integrales sobre la estela es igual a la del caso del perfil aislado, siendo pues $\mathbf{x}_{e+}^p = (x_{bs} + s) \mathbf{i} + z_{bs} \mathbf{k}$ y $\mathbf{n}_{e+}^p = -\mathbf{k}$.
- Finalmente, la resolución de la integral sobre la estela imagen se hace igual que en la principal pero teniendo en cuenta que $\mathbf{x}_{e+}^i = (x_{bs} + s) \mathbf{i} - z_{bs} \mathbf{k}$ y que $\mathbf{n}_{e+}^i = \mathbf{k}$

A las N ecuaciones definidas por (A.32) hay que añadir una vez más la condición de Kutta-Joukowski, que se implementa igual que para el caso del perfil aislado (véase la ecuación A.26). Se obtiene nuevamente el sistema de ecuaciones lineal (A.27), con los coeficientes R_{jk} y f_j dados ahora por

$$R_{jk} = \frac{1}{\pi} \left\{ \begin{array}{l} \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,p} + \Delta_k}{b_{jk}^{n,p}} \right] - \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,p}}{b_{jk}^{n,p}} \right] + \\ + \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,i} + \Delta_k}{b_{jk}^{n,i}} \right] - \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,i}}{b_{jk}^{n,i}} \right] \quad k \neq j \\ \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,i} + \Delta_k}{b_{jk}^{n,i}} \right] - \arctan \left[\frac{b_{jk}^{t,i}}{b_{jk}^{n,i}} \right] \quad k = j \end{array} \right\}, \quad (\text{A.33})$$

con

$$\begin{aligned} b_{jk}^{t,p} &= (\mathbf{r}_k^p - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k^p, & b_{jk}^{n,p} &= (\mathbf{r}_k^p - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k^p, \\ b_{jk}^{t,i} &= (\mathbf{r}_k^i - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{t}_k^i, & b_{jk}^{n,i} &= (\mathbf{r}_k^i - \mathbf{m}_j) \cdot \mathbf{n}_k^i \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

y

$$\begin{aligned} f_j &= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{2} \text{sign}(z_{bs} - m_{jz}) - \arctan \left[\frac{x_{bs} - m_{jx}}{z_{bs} - m_{jz}} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\pi}{2} \text{sign}(z_{bs} + m_{jz}) - \arctan \left[\frac{x_{bs} - m_{jx}}{z_{bs} + m_{jz}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Una vez resuelto el sistema (A.27), pueden utilizarse los valores del potencial y de la circulación para obtener las distintas variables de interés del problema (coeficiente de sustentación, C_L , distribución de presiones, campo de velocidades sobre el perfil, etc.). En concreto, para la obtención de las leyes de escala (2.12) y (2.14) y otros resultados del Capítulo 2, se requiere el cálculo del gradiente de presión adimensional, dC_p/ds , en el punto de inyección de gas, para lo cual primero se ha disponer del coeficiente de presión sobre los puntos del perfil. Esto puede realizarse calculando el coeficiente de presión según su definición (2.9)

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{1/2\rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{\partial\phi}{\partial s} \right)^2 \Rightarrow C_p(\mathbf{r}_k) = 1 - \left(\frac{\phi_k - \phi_{k-1}}{\Delta'_k} \right)^2 \quad (\text{A.36})$$

y derivando el resultado con respecto a la coordenada longitudinal que recorre el perfil, s .

Apéndice B

Documento de Patente ES-2662693 B2

B.1. Resumen

Sistema agitador y difusor de un gas en líquidos que comprende un eje rotatorio, accionado por un sistema motriz de velocidad variable a voluntad y una o más palas unidas al eje rotatorio. La sección transversal de las palas es un perfil aerodinámico y su ángulo de ataque es variable. Una pluralidad de orificios circulares y diámetro predeterminado están repartidos a lo largo de la envergadura de las palas y conectados neumáticamente con un equipo suministrador de gas a presión. En cada sección, la ubicación de los orificios es aquella que presenta los mayores gradientes favorables de presión. La variación del ángulo de ataque, caudal de gas y velocidad de rotación de las palas permite controlar la frecuencia de generación y el diámetro de las burbujas. De esta forma se puede controlar el ratio superficie/volumen de las microburbujas aumentando la eficiencia en la transferencia de masa de gas a líquido.

B.2. Reivindicaciones

1. Sistema agitador y difusor de un gas en líquidos, de aquellos que comprenden una o más palas inmersas en un líquido y en los que dicho líquido tiene una velocidad relativa respecto a las palas, donde:
 - la sección transversal de cada una de las palas es un perfil aerodinámico;
 - el ángulo de ataque de cada una de las palas es regulable a voluntad mediante un mecanismo de giro acoplado a una o más palas;
 - una pluralidad de orificios de forma aproximadamente circular y diámetro comprendido entre 1 micra y los 10 milímetros están distribuidos a lo largo de la envergadura de cada una de las palas. Dichos orificios están destinados a introducir un predeterminado caudal de gas en un líquido;
 - los orificios están conectados neumáticamente con un equipo suministrador de gas a presión, cuyo caudal es variable a voluntad.

caracterizado por

- que la velocidad relativa del líquido respecto a cada una de las palas es variable a voluntad; y
 - que cada orificio está situado en la región que, conteniendo al borde de ataque, se encuentra comprendida ente el punto de remanso y el pico de succión del perfil aerodinámico que constituye la sección transversal de la pala a la que pertenece dicho orificio.
2. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según reivindicación 1, donde cada una de las palas está fijada a una estructura y la velocidad relativa del líquido con respecto a dichas palas fijas es generada por un Sistema que mueve el mencionado líquido con una velocidad regulable a voluntad.
 3. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según reivindicación 1, donde la velocidad relativa del líquido con respecto a las palas es

- generada por el movimiento de las palas mediante un Sistema motriz de velocidad regulable a voluntad acoplado mecánicamente a las mismas.
4. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según reivindicación 3, donde las referidas palas están conectadas mediante sus correspondientes ejes de sujeción a un eje rotatorio accionado por un Sistema motriz de velocidad regulable a voluntad.
 5. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según reivindicación 4, donde la longitud de los ejes de sujeción es regulable a voluntad.
 6. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según reivindicación 4 ó 5, donde cada uno de los ejes de sujeción de las palas tiene un movimiento alternativo de traslación a lo largo del eje rotatorio mediante un segundo Sistema motriz de velocidad regulable a voluntad.
 7. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según cualquiera de las reivindicaciones 4 – 6, donde el eje rotatorio tiene un movimiento de traslación mediante un tercer Sistema motriz de velocidad regulable a voluntad.
 8. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según cualquiera de las reivindicaciones 3 – 7, donde la velocidad relativa del líquido respecto a la estructura a la que están unidas las palas, es regulable a voluntad.
 9. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según cualquiera de las reivindicaciones 2 - 8, donde la conexión de los orificios de cada una de las palas con el equipo suministrador de gas a presión se realiza mediante conductos impermeables dispuestos en el interior de cada una de las palas, los ejes de sujeción y el eje rotatorio.
 10. Sistema agitador y difusor de un gas en un líquido, según cualquiera de las reivindicaciones 2 - 8, donde la conexión de los orificios de cada una de las palas con el equipo suministrador de gas a presión se realiza

mediante canales dispuestos en el interior de las palas, los ejes de sujeción y el eje rotatorio y conectados de manera hermética entre sí.

Referencias

- Abbot, I. H. and Von Doenhoff, A. E. (1959). *Theory of wing sections. Including a summary of airfoil data.* Dover Publications, Inc.
- Anderson, J. (2001). *Fundamentals of Aerodynamics.* Aeronautical and Aerospace Engineering Series. McGraw-Hill.
- Antonini, C., Amirfazli, A., and Marengo, M. (2012). Drop impact and wettability: From hydrophilic to superhydrophobic surfaces. *Physics of Fluids*, 24:102104.
- Batchelor, G. K. (1967). *An introduction to fluid dynamics.* Cambridge University Press.
- Bergeron, V., Bonn, D., Martin, J. Y., and Vovelle, L. (2000). Controlling droplet deposition with polymer additives. *Nature*, 405:772–775.
- Blossey, R. (2003). Self-cleaning surfaces – virtual realities. *Nature Materials*, 2:301–306.
- Bouwhuis, W., Van Der Veen, R. C. A., Tran, T., Keij, D. L., Winkels, K. G., Peters, I. R., Van Der Meer, D., Sun, C., Snoeijer, J. H., and Lohse, D. (2012). Maximal air bubble entrainment at liquid-drop impact. *Physical Review Letters*, 109(26):2–5.
- Campo-Cortés, F., Riboux, G., and Gordillo, J. M. (2016). The effect of contact line pinning favors the mass production of monodisperse microbubbles. *Microfluidics and Nanofluidics*, 20:21:405–429.

- Cáceres, R., Malińska, K., and Marfà, O. (2018). Nitrification within composting: A review. *Waste Management*, 72:119 – 137.
- Clanet, C., Béguin, C., Richard, D., and Quéré, D. (2004). Maximal deformation of an impacting drop. *Journal of Fluid Mechanics*, 517:199–208.
- Culick, F. E. C. (1960). Comments on a ruptured soap film. *Journal of Applied Physics*, 31:1128.
- Cumby, T. (1987). A review of slurry aeration 1. factors affecting oxygen transfer. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 36(3):141 – 156.
- de Goede, T. C., Laan, N., de Bruin, K. G., and Bonn, D. (2018). Effect of wetting on drop splashing of newtonian fluids and blood. *Langmuir*, 34(18):5163–5168.
- Eggers, J., Fontelos, M. A., Josserand, C., and Zaleski, S. (2010). Drop dynamics after impact on a solid wall: Theory and simulations. *Physics of Fluids*, 22:062101.
- Eggers, J. and Villermaux, E. (2008). Physics of liquid jets. *Reports on Progress in Physics*, 71(3):036601.
- Evangelio, a., Campo-Cortés, F., and Gordillo, J. M. (2015). Pressure gradient induced generation of microbubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 778:653–668.
- Ferrara, K., Pollard, R., and Borden, M. (2007). Ultrasound microbubble contrast agents: Fundamentals and application to gene and drug delivery. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 9:415–447.
- Fu, T. and Youguang, M. (2015). Bubble formation and breakup dynamics in microfluidic devices: A review. *Chemical Engineering Science*, 135:343–372.
- Ganan-Calvo, A. and Gordillo, J. (2001). Perfectly monodisperse microbubbling by capillary flow focusing. *Physical Review Letters*, 87:274501.

- Garcia-Ochoa, F. and Gomez, E. (2009a). Bioreactor scale-up and oxygen transfer rate in microbial processes: An overview. *Biotechnology Advances*, 27(2):153 – 176.
- Garcia-Ochoa, F. and Gomez, E. (2009b). Bioreactor scale-up and oxygen transfer rate in microbial processes: an overview. *Biotechnology advances*, 27(2):153–76.
- Garstecki, P., Gitlin, I., DiLuzio, W., Whitesides, G. M., Kumacheva, E., and Stone, H. A. (2004). Formation of monodisperse bubbles in a microfluidic flow-focusing device. *Applied Physics Letters*, 85:2649–2651.
- Gart, S., Mates, J. E., Megaridis, C. M., and Jung, S. (2015). Droplet impacting a cantilever: A leaf-raindrop system. *Physics Review Applied*, 3:044019.
- Gilet, T. and Bourouiba, L. (2015). Fluid fragmentation shapes rain-induced foliar disease transmission. *J. R. Soc. Interface*, 12:20141092.
- Gipperich, a., an Lembach, Roisman, I., and Tropea, C. (2010). On the splashing threshold of a single droplet impacting onto rough and porous surfaces. *Proceedings of 23rd ILASS-2010*, pages 2–7.
- Gordillo, J. M. y Riboux, G. (2012). *Introducción a la Aerodinámica Potencial*. Paraninfo.
- Gordillo, J. M., Riboux, G., and Quintero, E. S. (2019). A theory on the spreading of impacting droplets. *Journal of Fluid Mechanic*, Accepted.
- Gordillo, J. M., Sevilla, A., and Martínez-Bazán, C. (2007). Bubbling in a co-flow at high Reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 19(7):1–18.
- Hao, J. (2017). Effect of surface roughness on droplet splashing. *Physics of Fluids*, 29(12):122105.
- Hettiarachchi, K., Talu, E., Longo, M., Dayton, P., and Lee, A. (2007). On-chip generation of microbubbles as a practical technology for manufacturing contrast agents for ultrasonic imaging. *Lab Chip*, 7:463–468.

- Kim, H., Lee, C., Kim, M. H., and Kim, J. (2012). Drop impact characteristics and structure effects of hydrophobic surfaces with micro- and/or nanoscaled structures. *Langmuir*, 28(30):11250–11257. PMID: 22746551.
- Lejeune, S., Gilet, T., and Bourouiba, L. (2018). Edge effect: Liquid sheet and droplets formed by drop impact close to an edge. *Physics Review Fluids*, 3:083601.
- Lv, C., Hao, P., Zhang, X., and He, F. (2016). Drop impact upon superhydrophobic surfaces with regular and hierarchical roughness. *Applied Physics Letters*, 108:141602.
- Mishchenko, L., Hatton, B., Bahadur, V., Taylor, J. A., Krupenkin, T., and Aizenberg, J. (2010). Design of ice-free nanostructured surfaces based on repulsion of impacting water droplets. *ACS Nano*, 4(12):7699–7707.
- Oguz, H. N. and Prosperetti, A. (1993). Dynamics of Bubble-Growth and Detachment from a Needle. *Journal of Fluid Mechanics*, 257:111–145.
- Paul, P. A., El-Allaf, S. M., Lipps, P. E., and Madden, L. V. (2004). Rain splash dispersal of *Gibberella zeae* within wheat canopies in Ohio. *Phytopathology*, 94(12):1342–9.
- Pozrikidis, C. (2002). *A practical guide to boundary element methods with the software library BEMLIB*. CRC Press.
- Quééré, D. (2005). Non-sticking drops. *Report on Progress in Physics*, 68:2495–2532.
- Quintero, E., Riboux, G., and Gordillo, J. M. (2019). Splashing of droplets impacting superhydrophobic substrates. *Journal of Fluid Mechanics*, Submitted.
- Quintero, E. S., Evangelio, A., and Gordillo, J. M. (2018). Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics. *Journal of Fluid Mechanics*, 846:R3.

- Riboux, G. and Gordillo, J. M. (2014). Experiments of drops impacting a smooth solid surface: A model of the critical impact speed for drop splashing. *Physical Review Letters*, 113:024507.
- Riboux, G. and Gordillo, J. M. (2015). The diameters and velocities of the droplets ejected after splashing. *Journal of Fluid Mechanics*, 772:630–648.
- Riboux, G. and Gordillo, J. M. (2016). Maximum drop radius and critical Weber number for splashing in the dynamical Leidenfrost regime. *Journal of Fluid Mechanics*, 803:516–527.
- Riboux, G. and Gordillo, J. M. (2017). Boundary-layer effects in droplet splashing. *Physical Review E*, 96:013105.
- Rodríguez-Rodríguez, J., Sevilla, A., Martínez-Bazán, C., and Gordillo, J. M. (2015). Generation of microbubbles with applications to industry and medicine. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 47:405–429.
- Roisman, I. V. (2009). Inertia dominated drop collisions. II. An analytical solution of the Navier–Stokes equations for a spreading viscous film. *Physics of Fluids*, 21:052104.
- Rosso, D., Larson, L. E., and Stenstrom, M. K. (2008). Aeration of large-scale municipal wastewater treatment plants: State of the art. *Water Science and Technology*, 57(7):973–978.
- Shirota, M., Sanada, T., Sato, A., and Watanabe, M. (2008). Formation of a submillimeter bubble from an orifice using pulsed acoustic pressure waves in gas phase. *Physics of Fluids*, 20(4).
- Shirota, M., van Limbeek, M. A. J., Sun, C., Prosperetti, A., and Lohse, D. (2016). Dynamic leidenfrost effect: Relevant time and length scales. *Physical Review Letters*, 116:064501.
- Staat, H. J. J., Tran, T., Geerdink, B., Riboux, G., Sun, C., Gordillo, J. M., and Lohse, D. (2015). Phase diagram for droplet impact on superheated surfaces. *Journal of Fluid Mechanics*, 779:R3.

- Taylor, G. I. (1959). The dynamics of thin sheets of fluid. iii. desintegration of fluid sheets. *Proceedings of the Royal Society A*, 253:1274.
- Temmerman, L. D., Maere, T., Temmink, H., Zwijnenburg, A., and Nopens, I. (2015). The effect of fine bubble aeration intensity on membrane bioreactor sludge characteristics and fouling. *Water Research*, 76:99 – 109.
- Tran, T., Staat, H. J. J., Prosperetti, A., Sun, C., and Lohse, D. (2012). Drop impact on superheated surfaces. *Physical Review Letters*, 108:036101.
- Tsai, P., Hendrix, M. H. W., Dijkstra, R. R. M., Shui, L., and Lohse, D. (2011). Microscopic structure influencing macroscopic splash at high Weber number. *Soft Matter*, 7:11325–11333.
- Villermaux, E. (2007). Fragmentation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 39(1):419–446.
- Walklate, P. J., McCartney, H. A., and Fitt, B. D. L. (1989). Vertical dispersal of plant pathogens by splashing. part ii: experimental study of the relationship between raindrop size and the maximum splash height. *Plant Pathology*, 38(1):64–70.
- Wang, Y. and Bourouiba, L. (2018). Unsteady sheet fragmentation: droplet sizes and speeds. *Journal of Fluid Mechanics*, 848:946–967.
- Weisensee, P. B., Tian, J., Miljkovic, N., and King, W. P. (2016). Water droplet impact on elastic superhydrophobic surfaces. *Scientific Reports*, 6:30328.
- Wildeman, S., Visser, C. W., Sun, C., and Lohse, D. (2016). On the spreading of impacting drops. *Journal of Fluid Mechannics*, 805:636–655.
- Xu, L., Zhang, W. W., and Nagel, S. R. (2005). Drop splashing on a dry smooth surface. *Physical Review Letters*, 94(18):1–4.
- Yoshizawa, S., Ikeda, T., Ito, A., Ota, R., Takagi, S., and Matsumoto, Y. (2009). High intensity focused ultrasound lithotripsy with cavitating microbubbles. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 47(8):851–860.

Zimmerman, W. B., Zandi, M., Hemaka Bandulasena, H. C., TesaÅ, V., James Gilmour, D., and Ying, K. (2011). Design of an airlift loop bioreactor and pilot scales studies with fluidic oscillator induced microbubbles for growth of a microalgae *Dunaliella salina*. *Applied Energy*, 88(10):3357–3369.

Anexo: artículos, patentes y conferencias

Artículos

1. **Título:** Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics

Autores: Enrique Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez; José Manuel Gordillo Arias de Saavedra

Año: 2018

Revista: Journal of Fluid Mechanics

Volumen: 843:R3

Fecha: 10/07/2018

DOI: 10.1017/jfm.2018.312
2. **Título:** Splashing of droplets impacting superhydrophobic substrates.

Autores: Enrique Sánchez Quintero; Guillaume Riboux; José Manuel Gordillo Arias de Saavedra

Año: 2019

Revista: Journal of Fluid Mechanics

Volumen: En revision
3. **Título:** A theory on the spreading of impacting droplets

Autores: José Manuel Gordillo Arias de Saavedra; Guillaume Riboux;
Enrique Sánchez Quintero

Año: 2019

Revista: Journal of Fluid Mechanics

Volumen: Aceptado

Patentes

- Denominación:** Sistema agitador y difusor de un gas en líquidos

Tipo de propiedad industrial: Patente de invención con examen previo

Inventores/autores/obtenedores: José Manuel Gordillo Arias de Saavedra; Álvaro Evangelio Sánchez; Enrique Jesús Sánchez Quintero

Entidad titular: Universidad de Sevilla.

Código de referencia/registro: ES 2662 693 B2

Número de solicitud: P201600854

Fecha: 16/10/2018
- Denominación:** Sistema agitador y difusor de gas en líquidos y de líquidos en otros líquidos inmiscibles.

Tipo de propiedad industrial: Patente de invención con examen previo

Inventores/autores/obtenedores: José Manuel Gordillo Arias de Saavedra; Enrique Jesús Sánchez Quintero

Entidad titular: Universidad de Sevilla.

Código de referencia/registro: Enviada.

Número de solicitud: P201830739

Fecha de solicitud: 20/07/2018

Aportaciones a congresos

- **Título:** Spreading and splashing of droplets impacting superhydrophobic substrates.
Nombre del congreso: 71st Annual DFD Meeting (APS)
Ciudad de realización: Atlanta, Georgia, EEUU
Fecha de realización: 18/11/2018
Autores: Gillaume Riboux Acher; Enrique Jesús Sánchez Quintero; José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
- **Título:** Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics
Nombre del congreso: 71st Annual DFD Meeting (APS)
Ciudad de realización: Atlanta, Georgia, EEUU
Fecha de realización: 19/11/2018
Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez; José Manuel Gordillo Arias de Saavedra.
- **Título:** Drop impact onto a superhydrophobic substrate
Nombre del congreso: 12th European Fluid Mechanics Conference
Ciudad de realización: Viena, Austria
Fecha de realización: 11/09/2018
Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Gillaume Riboux Acher; José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
- **Título:** Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics.
Nombre del congreso: 12th European Fluid Mechanics Conference
Ciudad de realización: Viena, Austria
Fecha de realización: 12/09/2018

Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra

- **Título:** Dynamic of drop impact onto a superhydrophobic substrate
Nombre del congreso: Workshop on Fluid Mechanics
Ciudad de realización: Málaga, España
Fecha de realización: 23/07/2018
Autores: Gillaume Riboux Acher; Enrique Jesús Sánchez Quintero;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
- **Título:** Production of monodisperse microbubbles avoiding microfluidics
Nombre del congreso: Workshop on Fluid Mechanics
Ciudad de realización: Málaga, España
Fecha de realización: 23/07/2018
Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
- **Título:** Mass production of monodisperse microbubbles for real applications avoiding microfluidics
Nombre del congreso: 70th Annual DFD Meeting (APS)
Ciudad de realización: Denver, Colorado, EEUU
Fecha de realización: 20/11/2017
Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra
- **Título:** Mass production of monodisperse microbubbles for real applications avoiding microfluidics
Nombre del congreso: Workshop on Fluid Mechanics
Ciudad de realización: Tarragona, España
Fecha de realización: 20/07/2017

Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra

- **Título:** Aquatic wing for the generation of microbubbles

Nombre del congreso: Workshop on Fluid Mechanics

Ciudad de realización: Cádiz, España

Fecha de realización: 22/07/2016

Autores: Enrique Jesús Sánchez Quintero; Álvaro Evangelio Sánchez;
José Manuel Gordillo Arias de Saavedra