Capítulo 15

Justificaciones de la regla de Borda: Una revisión crítica

MIGUEL MARTÍNEZ PANERO
Universidad de Valladolid

Introducción

En 1770 el *chevalier* Jean-Charles de Borda, un reputado ingeniero militar y oficial de marina con aportaciones a la dinámica de fluidos y al perfeccionamiento de instrumentos náuticos y cartográficos[1], expuso ante la Academia de Ciencias de París una memoria ajena a sus intereses científicos primordiales, pero que, en buena medida, le ha reportado su fama póstuma. En calidad de miembro de la citada institución, Borda había constatado que el método de pluralidad empleado para elegir a los nuevos miembros entre los aspirantes a las distintas secciones (Mecánica, Astronomía, etc.) podía tener efectos perversos[2]. Por ello, redactó una propuesta justificada de enmienda de tal procedimiento de selección, propugnando en su lugar el que hoy lleva su nombre, que sería implantado en la Academia[3] desde 1796 hasta 1804, fecha en que dejó de ser utilizado por indicación expresa de Napoleón[4].

[1] Especial atención merece su círculo repetidor, que tuvo un papel primordial en la implantación del sistema métrico decimal.
[2] Sobre los defectos en que incurre la regla de pluralidad, véanse la propia memoria de Borda [1770](1784) o Morales (1797). Un análisis crítico más reciente (pues es aún usada hoy en día en numerosos contextos decisionales) aparece en García Lapresta – Martínez Panero (2000).
[3] Denominada "Instituto Nacional de Francia" tras el periodo revolucionario.
[4] Curiosamente, en 1997 Napoleón había sido elegido miembro de la sección de Ciencias Físicas y Matemáticas, subsección de Artes Mecánicas, mediante el método de Borda.

Condorcet parafraseó como sigue el método de Borda, para criticarlo a su vez (citamos por la traducción[5] de López de Peñalver [1799] (1992, p. 57)):

Lo prolijo de la cita (muy en el estilo de la época) queda compensado por su innegable interés histórico y científico. Efectivamente, en la citada exposición se consideran distintos juegos de ponderaciones o pesos para implementar la regla de Borda (si bien equivalentes, en el sentido de que todos determinan la misma decisión colectiva), cuyo espectro, desde su misma propuesta hasta nuestros días, ha sido cuestionado por su presunta arbitrariedad[6].

En el presente trabajo se hace un repaso crítico de las justificaciones de tal rango de puntuaciones empleadas en la regla de Borda. Así, en la Sección 2, se enuncian los razonamientos del propio Borda o de Laplace, quienes preestablecen equidistribuciones de valores a asignar con criterios probabilísticos o estadísticos. Así mismo, se expone un argumento alternativo de Borda (secundado independientemente por Morales) que basa las puntuaciones otorgadas en una forma compacta de tener en cuenta simultáneamente todas las victorias por mayoría simple en las comparaciones por parejas de las alternativas. A continuación, en la Sección 3, se exponen distintas justificaciones axiomáticas del método, en las que diversas combinaciones de propiedades deseables desde supuestos ético-democráticos determinan que la única regla de votación[7] que las satisface es justamente la de Borda. En la Sección 4 se trata su redescubrimiento por Kendall y desarrollos ulteriores basados en tratamientos métricos y de cercanía al consenso, así como con metodología DEA. La panorámica presentada culmina en la Sección 5, donde se esboza el razonamiento de tipo geométrico con el que Saari se ha manifestado recurrente e incontrovertiblemente a favor de dicha regla. Por fin, se concluye el trabajo con algunas consideraciones y posibles extensiones del marco de preferencias utilizado.

Borda, Laplace, Morales: apologías[8] del método

Aunque se suelen datar los orígenes de la regla de Borda a finales del siglo XVIII, estos deberían retrotraerse varios siglos más si tenemos en cuenta que Nicolás de Cusa, en el libro III de su obra *De Concordantia Catolica*, publicada en 1434, ya discute en un contexto electoral un método que es justamente el de Borda, con puntuaciones individuales escalonadas, desde la unidad hasta el número total de candidatos, asignadas a los mismos de

[5] Entre 1798 y 1799, se editaron en castellano las *Cartas a una Princesa de Alemania sobre diversos Temas de Física y Filosofía*, obra de divulgación de Leonhard Euler, en traducción de López de Peñalver. Esta versión incorpora la apostilla, que Condorcet incluyó en su edición de la obra de Euler, en la que el autor francés reseña la Memoria que Borda presentó ante la Real Academia de Ciencias de París, donde éste defendía su método de votación con puntuaciones.

[6] Es inmediato verificar que, para una misma situación preferencial, el ganador puede depender del juego de ponderaciones utilizado. En Stein – Mizzi – Pfaffenberger (1994) se analiza mediante una condición de dominancia la posibilidad de que una alternativa sea ganadora cualquiera que sea el sistema de puntuaciones utilizado.

[7] A lo largo del texto se emplearán recurrentemente los conceptos de *regla de votación*, *función de bienestar social* y *función de elección social*, para cuyo significado y diferencias según autores remitimos a Taylor (2005, pp. 7–8).

[8] Empleamos esta palabra en su significado de defensa o (auto)justificación, que procede de su etimología griega y se ha conservado más en el ámbito anglosajón que en el castellano (así, por ejemplo, en la célebre *Apología de Sócrates* de Platón o en *A Mathematician's Apology* de Hardy).

forma secreta[9]. Ésta es la razón por la que McLean – Urken (1995, pp. 24) han reivindicado su prioridad y sugerido que debería hablarse de "regla de Cusa", en vez de "regla de Borda".

Sin embargo Cusa se preocupó más de aspectos meramente procedimentales que del trasfondo del método, al contrario que Borda. Y es que, si bien la memoria de este último, un texto breve y programático, tiene fines eminentemente pragmáticos (implementar un método idóneo para ser usado en el seno de la Academia de Ciencias de París), su incisión y aguda visión del problema electoral le ha hecho merecer un destacado puesto en la historia de la Teoría de la Elección Social.

Borda [1770] (1784, p. 659), como ya se ha indicado, postula una cardinalización equidistante del ordenamiento de alternativas utilizando lo que Black (1958, p. 182) ha denominado "teoría de probabilidad a nivel de sentido común":

"Digo que el grado de superioridad que este elector concede a A sobre B debe considerarse el mismo que el que otorga a B sobre C. En verdad, ya que el segundo candidato B es igualmente susceptible de todos los grados de mérito entre los de los otros candidatos A y C, no hay razón para sostener que el elector que ha decidido este orden de los 3 candidatos haya deseado colocarle más cerca de A que de C."

Las cursivas son nuestras, e indican una de las críticas de Condorcet al método de Borda (véase López de Peñalver [1799] (1992), p. 59):

"[Borda] supone que los grados de mérito o de preferencia entre los candidatos son iguales y reputados por iguales en la opinión de los censores. Esto admitiría bastante contradicción, y las más de las veces no puede suponerse esta igualdad, a lo menos en la opinión de los electores".

También Grazia (1953) hace recaer una de las debilidades del razonamiento de Borda en la cita anterior, toda vez que el argumento negativo de ausencia de información, aunque puede tener sentido en el marco de la memoria,

"[...] no le faculta para justificar lo contrario [esto es, que los pesos asignados deben ser exactamente proporcionales a las posiciones]. Y esto es exactamente lo que Borda supone hasta el punto de distorsionar la escala electoral."

Laplace dió una justificación estadística más sofisticada (aunque también controvertida, como veremos) al requerimiento de Borda[10]. Es bien conocido el carácter elíptico de los razonamientos de Laplace. Tanto es así que, en ocasiones, sus palabras: "Es fácil comprobar..." (o similares) requieren arduos cálculos por parte del lector para corroborar la veracidad de lo afirmado. Esto es exactamente lo que ocurre en este caso, en el que Laplace [1814] (1987, pp. 114–115) sostiene:

"Supongamos que a cada elector se le da una urna conteniendo una infinidad de bolas, por medio de las cuales poder matizar todos los grados de mérito de los candidatos;

[9] El capítulo en el que Cusa expone su propuesta de la regla de Borda aparece traducido al inglés en McLean – Urken (1995, pp. 77–78).

[10] Aunque la cita de Laplace que sigue está tomada de su *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*, publicado en 1814, según Black (1958, pp. 181–182) los argumentos expuestos ya aparecían en 1795 en las lecciones impartidas por el autor francés en la Escuela Normal, tal como indica el propio Laplace en el prólogo de dicha obra. Por otra parte, Besio y Banfi indican en las notas a su edición del *Ensayo Filosófico* que éste se publicó simultáneamente como introducción de la segunda edición de la *Teoría Analítica de las Probabilidades*, si bien su redacción definitiva corresponde a la quinta edición de 1825, que ha sido la referencia utilizada para realizar su traducción.

supongamos además que saca de la urna un número proporcional a los méritos de cada candidato [...]. Pero las papeletas [en las que sólo se ordenan a los aspirantes] lo único que indican es que el primero tiene más [bolas] que el segundo, el segundo que el tercero, y así sucesivamente. Suponiendo que [...] todas las combinaciones [...] son igualmente admisibles, [...] si estos números son muy elevados, como es de suponer que ocurra para que puedan expresar toda la gama de méritos, el análisis más elemental permite ver que los números que han de ser escritos en cada papeleta al lado del último nombre, del penúltimo, etc., pueden ser representados por la progresión aritmética 0, 1, 2, etc[11]*."*

Todhunter (1865, pp. 546–548) reconstruyó el "elemental" razonamiento sugerido por Laplace para obtener la discretización indicada como sigue:

"Sean $t_1, t_2, \ldots, t_n$ los méritos de los candidatos, empezando por el más meritorio [...]; el elector puede adscribir cualesquiera méritos a los aspirantes, ordenados de tal forma que ninguno sea mayor que el inmediatamente precedente, y a lo sumo con un valor a.

El valor medio del mérito del r-ésimo candidato será:

$$\frac{\iiint \cdots t_r dt_1 dt_2 \ldots dt_n}{\iiint \cdots dt_1 dt_2 \ldots dt_n}.$$

El registro de condiciones de integración efectuado por Laplace no es inteligible, y establece el resultado de integración sin explicación."

Hasta aquí, todo está esencialmente en Laplace, quien en el Libro 2, pp. 277–278, de su *Teoría Analítica de las Probabilidades*[12], llega sin justificación al valor $\frac{(n-r+1)a}{n+1}$,

el mismo que obtiene Todhunter apoyándose en los teoremas de cambio de variable y de Lejeune-Dirichlet. De aquí se sigue que cada elector debería asignar el número n al candidato considerado el mejor, el número n-1 al siguiente, y así sucesivamente, resultando ganador el aspirante que obtenga mayor suma de puntuaciones. Es decir, se reproduce exactamente el método propugnado por Borda.

Cabe señalar que Laplace es consciente del sesgo que tomaría la elección idónea cuando los agentes rebajasen estratégicamente el mérito de unos candidatos en favor de otros[13].

Y también señala otra crítica recurrente en la literatura que le ha sido hecha al método de Borda: su susceptibilidad de seleccionar candidatos mediocres[14].

---

[11] En realidad Laplace escribe "1, 2, 3, etc." (y así lo recogen Besio y Banfi en su edición). Sin embargo el matiz de traducción no incurre en error, pues ambas graduaciones, al diferir en una constante, proporcionan esencialmente el mismo método. De hecho, algo parecido ocurrió con Morales (1797), quien empleó la escala 1,2,3,... para cambiarla en Morales (1805) por la secuencia 0,1,2,... por las razones que se concretarán más adelante.

[12] Tomo VII de la edición de las Obras Completas publicado en 1886. Puede consultarse online en edición facsímil en http://math-doc.ujf-grenoble.fr/cgi-bin/oeitem?id=OE_LAPLACE__7_R2_0.

[13] También Condorcet (1785), en su *Discours Peliminaire,* sin citar a Borda (hace alusión veladamente a un "geómetra célebre") pero refiriéndose sin género de duda a su método, reputa a éste de cabalístico. Tal vez se entienda mejor este comentario si se tiene en cuenta que en francés *cabale* tiene una acepción de "intriga o maniobra oculta", de la que carece el término "cábala" en castellano. Cuando este punto débil le fue señalado a Borda, éste contestó lacónicamente que su procedimiento sólo era válido para ser utilizado por hombres honorables (Black (1958, p.182).

Daunou (1803) fue quizá el primero en cuestionar el razonamiento de Laplace, basado en intensidades de preferencia, sobre método de Borda, pues además de los aspectos estratégicos señalados, según su lectura se obtendría una escala de puntuaciones en progresión geométrica y no aritmética. Esta es interpretación la de Daunou[15]:

> *"¿Qué representan los números de Borda? Simplemente, según el ciudadano Laplace, que el primer candidato obtiene más bolas que el segundo, el segundo que el tercero, y así sucesivamente. [...] Laplace señala que cualquiera que sea el número de bolas que obtenga el primer candidato en una papeleta dada, todas las combinaciones de números menores que satisfagan las condiciones precedentes [i.e., los votantes actúan de buena fe y asignan las bolas de forma precisa] son igualmente admisibles. Y él añade que 'el número de bolas obtenido por cada candidato se puede encontrar realizando el total de todos los números asignados a él y dividiendo ese total por el número total de combinaciones'. O sea, que a cada candidato se le asignará el término medio de los valores asignados respecto del candidato inmediatamente superior. De manera que si el primer candidato obtiene [n=] 20, el segundo tendrá 10. En verdad, ya que a este segundo candidato se le asignaría alguno de los términos de la serie del 1 al 19, que suman 190, y al dividirse este valor por el número de combinaciones, que son 19, obtenemos 10 como cociente. [...] De manera similar serían n/4 para el tercer candidato, n/8 para el cuarto, y así sucesivamente".*

Para Black (1958, pp. 182–183) la justificación estadística de Borda – Laplace es "insostenible" porque, al interpretar las puntuaciones otorgadas con un sentido utilitarista, se llega a que "un votante considere los méritos relativos de dos candidatos relacionados en alguna razón de tipo 5:4 ó 6:1, o alguna otra. Pero podemos sentirnos bastante seguros de que la mente humana no opera de esta forma". Además, señala Black, se incurre en el problema de la "comparación interpersonal de utilidades[16]". Por su parte, Saari (1995, p. 20) tacha tal explicación de "filosófica" e "insatisfactoria". De hecho, son varios los autores que coinciden en que el enfoque probabilístico dado a la Teoría de la Elección Social por Condorcet y Laplace en buena parte ha lastrado el desarrollo de la disciplina en Francia hasta su renacimiento, ya avanzado el siglo XIX, en el ámbito anglosajón.

No obstante, un tratamiento estadístico *a la Laplace*, que llena las lagunas explicativas de éste con herramientas formales modernas, ha sido retomado en Tanguiane (1991, pp. 80 y ss.) y Tangian (2000), quien obtiene las puntuaciones Borda normalizadas como los valores medios esperados (o esperanza matemática) de un vector n-dimensional aleatorio equidistribuido en el intervalo unidad[17]. Así mismo, Tangian (2000) sostiene que las puntuaciones enteras del método de Borda representan las utilidades cardinales de los agentes (sus "estimaciones latentes") de manera suficientemente adecuada, de modo que para electorados grandes el modelo de Laplace (preciso, pero inmanejable) se aproxima al de

---

[14] Aunque el defecto puede devenir virtud, denominada en este caso "respeto por la media". Véase a este respecto Black (1958, p. 56), quien afirma que "el candidato que debe ser elegido es el mejor situado, por término medio, en las relaciones de preferencias de los votantes".

[15] Véase McLean – Urken (1993, pp. 262 y ss), de donde traducimos.

[16] Sobre este controvertido problema, que cuestiona la validez misma de la Teoría de la Elección Social, véase Martínez Panero (2004, pp. 142–150) y las referencias allí indicadas.

[17] Tangian (1991) se basa en el análisis orden-estadístico de Kendall – Stuart (1969, pp. 268 y ss.) y observa, muy atinadamente, que las puntuaciones Borda normalizadas obtenidas son justamente las coordenadas del vector de centros de gravedad de las utilidades cardinales de los agentes, algo que está implícito en los argumentos de Laplace.

Borda (grosero, pero manejable)[18]. Por otro lado, la regla de Borda fue "redescubierta" en un contexto estadístico por Kendall (1962), quien trató la agregación de rankings como un problema de estimación y propuso una solución de consenso que maximizaba el acuerdo entre los votantes[19]. Además, una conexión entre la regla de Borda y una "regla de la media" obtenida desde supuestos probabilísticos puede encontrarse en Intriligator (1973). Y recientemente Heckelman (2003) ha diseñado una "regla de Borda probabilística" que asigna los pesos mediante un mecanismo de lotería.

Cabe indicar que tal vez Borda [1770] (1784) previese críticas ulteriores a la forma de equidistanciar las puntuaciones de su método debido a lo poco concluyente de su razonamiento anterior, pues ya en su misma memoria proporcionaba una segunda vía justificativa para introducir los pesos utilizados. A continuación exponemos los argumentos con los que Borda defendió esta segunda forma de entender su regla siguiendo la exposición del matemático ilustrado José Isidoro Morales, quien, al parecer, los redescubrió independientemente.

Es interesante la forma en que Morales tuvo conocimiento del método de Borda, que suscitó por parte del autor español una memoria (Morales (1797)) en la que también éste defendía el nuevo procedimiento frente a otros más al uso como, por ejemplo, el de pluralidad (véase Martínez Panero – García Lapresta (2003)). A través del periódico francés *La Décade Philosophique* Morales había sabido por una breve reseña que los miembros del Instituto Nacional de Francia habían escogido cinco plazas vacantes utilizando un método de elección que él llama "de compensación y suma" (no menciona, por no conocerlo entonces, el nombre de Borda). Tal procedimiento le parece idóneo, justo y exacto para reflejar la opinión que los votantes, y en su memoria, también con fines prácticos de implementación efectiva, Morales lo describe así: cada elector ordena de mejor a peor los c candidatos. De cada ordenación se asignan c puntos al primer candidato, c-1 puntos al segundo candidato,..., 2 puntos al penúltimo, y 1 punto al último candidato. Se suman los puntos recibidos por cada candidato y se escoge al que ha recibido más puntos.

El autor español divulgó su obra en distintos ámbitos nacionales y extranjeros, de manera que llegó a ser conocida y valorada por el mismo Borda. No obstante, ocho años después, nuestro autor escribe un apéndice (Morales (1805)) a la obra anterior con el fin de contestar a reparos y objeciones recibidas. Morales detalla que se ha criticado su método de compensación y suma por la rigidez en la asignación de c, c-1,...,2, 1 puntos, ya que ésta no permite reflejar con exactitud la intensidad en la opinión, es decir, constriñe la libertad del votante y no refleja el mérito del votado. Argumenta entonces, para fundamentar estas puntuaciones, que en las elecciones binarias (con sólo dos candidatos) la mayoría simple es el método adecuado para elegir y en el hecho de que, cuando hay más de dos candidatos, se podrían hacer elecciones binarias entre cada uno de los posibles pares (en total, $c(c-1)/2$ elecciones binarias) y luego sumar los votos que cada candidato obtuvo. Ahora bien, tal información numérica queda de hecho capturada en las puntuaciones obtenidas por el método de Borda: basta con que se emplee una escala c-1, c-2,...,2, 1, 0, equivalente a la utilizada en Morales (1797). En resumen, Morales (1805, p. 23) deja así el estado de la cuestión:

[18] Para Tangian (2000) "la anterior suposición [i.e., la presunción de Laplace de que las estimaciones de utilidad ordenadas de los agentes están equidistribuidas, una hipótesis tradicional en probabilidad y estadística en ausencia de información] implica en particular que la distribución de utilidades cardinales es independiente de las preferencias ordinales".

[19] Como veremos, el enfoque de Kendall está en la base de algunos de los tratamientos métricos de la regla de Borda que se expondrán en la siguiente sección.

"[...] Si se hace una elección por el orden de mérito, con la progresión de los números naturales, empezada desde cero, y de tantos términos cuantos sean los candidatos, hay una absoluta identidad entre este método de votar ó de elegir [la regla de Borda] y el de la elección binaria repetida tantas veces como combinaciones admite el número de candidatos [...] También será cierto que este método gozará de la misma exactitud y rigor que la elección binaria, que se toma por norma de toda de toda elección justa. Porque el tal método no es otra cosa que una elección binaria repetida, y el mérito de su invención es haber ahorrado esa repetición".

Massó (2003) estima que ésta es

"una maravillosa justificación (ordinal) de su método basado en las puntuaciones [...]. La argumentación de Morales parece un antecedente a la justificación del axioma moderno de consistencia usado en las caracterizaciones axiomáticas de la mayoría de los conceptos de solución propuestos por la teoría de los juegos cooperativos (núcleo, valor de Shapley, nucleolo, etc.)".

Y como también veremos, una noción de consistencia, si bien en el contexto de la Teoría de la Elección Social, ha resultado ser crucial en la más conocida de las caracterizaciones del método de Borda que se detallan a continuación.

Goodman – Markowitz, Gärdenfors, Young, Black: jusificaciones axiomáticas

Arrow [1963] (1974, pp. 202–203), en un apartado histórico a modo de apéndice, se refiere de esta forma a los problemas que plantea la regla de Borda, ya señalados por Black (1958):

"[...] este método confiere ponderaciones iguales a las diferencias de rango de los candidatos y, así mismo, da la misma ponderación a los distintos votantes. Lo primero plantea el problema de la mensurabilidad de la utilidad; lo segundo, el problema de las comparaciones interpersonales. Borda justifica el primer paso con un argumento esencialmente basado en la ignorancia, [y el segundo] sobre la base de la igualdad de los votantes. Estos temas han continuado repitiéndose. El razonamiento de Goodman – Markowitz (1952) puede considerarse, en efecto, como la [primera] justificación axiomática de la posición de Borda".

El objetivo de Goodman – Markowitz (1952) fue modificar las condiciones del célebre teorema de imposibilidad de Arrow para enunciar resultados positivos. Así, demuestran que la regla de Borda es la única función de bienestar social que, además de los usuales y comúnmente admitidos principios de optimalidad fuerte de Pareto y simetría (anonimato), cumple una tercera condición que requiere que "la implicación [en el agregado] que supone el cambio de un nivel [en la consideración de un candidato] al siguiente sea la misma cualquiera que sea el nivel de partida".

El carácter *ad hoc* de esta última condición (que de hecho se puede entender como una relectura del requerimiento de equidistancia de Borda) en cierta forma ha relegado este resultado frente a otras axiomatizaciones del método recurrentemente citadas en la literatura. Por ejemplo, la proporcionada por Gärdenfors (1973), quien establece que la regla de Borda es la única función de votación representable[20] que satisface neutralidad (tratamiento

[20] Una función de votación representable es básicamente una regla de puntuación (*scoring rule*), que se define mediante un vector de pesos con tantas componentes como alternativas de manera que cada agente asigna la puntuación s_1 a la alternativa que ocupe el primer puesto, s_2 a la segunda, y así sucesivamente

simétrico de las alternativas), optimalidad débil de Pareto y una tercera condición denominada independencia posicional fuerte. Esta última propiedad se puede enunciar así: siempre que una alternativa no ocupe alguno de los niveles intermedios entre dos alternativas x e y dadas, y tampoco empate con ellas, la relación social entre x e y no se verá afectada por ella.

El trabajo de Gärdenfors citado entiende la regla de Borda como un procedimiento esencialmente ordinal[21], y la defiende de la "acusación injusta de ser un método (estúpido) de amalgamar intensidades de preferencias [de los agentes mediante números impuestos]". Su importancia principal está en delimitar dos visiones irreconciliables del voto[22]: la de Borda (posicionalista) y la de Condorcet (no posicionalista). Sin embargo, tampoco su caracterización de la regla de Borda es la más reconocida. Tal mérito le corresponde a Young (1974), quien probó que el método citado corresponde a la única función de elección social que satisface neutralidad, fidelidad, cancelación y consistencia. Young define la propiedad de fidelidad como el hecho de que "socialmente más preferido" e "individualmente más preferido" signifiquen lo mismo cuando la sociedad es unipersonal. Así mismo, la propiedad de cancelación establece que, si para cualquier par de alternativas, la preferencia de una frente a la otra por parte de un agente se puede compensar con la preferencia inversa por parte de otro agente, entonces todas las alternativas son ganadoras. Por fin, el principio de consistencia o refuerzo (*reinforcement*) se puede describir como el requerimiento de que si dos coaliciones por separado dan lugar a la misma decisión social, entonces cuando se unen en un solo bloque tal decisión se preserve.

En un trabajo posterior, Young (1975) caracterizó de nuevo la regla de Borda como la única de las reglas de puntuación (que, a su vez, vienen dadas por funciones de elección social que cumplen anonimato, neutralidad, consistencia y continuidad[23]) que además cumple la mencionada propiedad de cancelación. Desde entonces se han proporcionado numerosas axiomatizaciones (en ocasiones más accesibles): Fine – Fine (1974), Hansson – Sahlquist (1976), Fishburn – Geherlein (1976), Nitzan – Rubinstein (1981), Saari (1990), Debord (1992) y Van Newenhizen (1992), entre otros (véase Chebotarev – Shamis (1998)).

Aunque no se trata de una caracterización, queremos incorporar también en esta sección la "justificación parcial" de la regla de Borda proporcionada por Black (1976). Entendemos este calificativo en el sentido de que Black, al coincidir con las posiciones electorales de Condorcet y ser estas divergentes de las de Borda, nunca podría justificar totalmente la regla de propuesta por éste último, que puede proporcionar un ganador distinto del de Condorcet[24] (aquel que vence una a una a todas las demás alternativas por mayoría simple).

El razonamiento de Black (1976) retoma un enfoque utilitarista ya apuntado en Black (1958) y se basa, además de en la definición clásica de la cuenta de Borda, en un segundo

---

$(s_1 \geq s_2 \geq \cdots \geq s_n \geq 0,\ s_1 > s_n)$. De este modo, la regla de Borda no es sino un caso particular de regla de puntuación con pesos $s_i = n - i$. A su vez, la regla de Borda así definida es equivalente a cualquier regla de puntuación con pesos en progresión aritmética de diferencia común positiva, esto es, tales que $s_i - s_{i+1} = d > 0$, $i = 1, \ldots, n-1$. Nótese, así mismo, que la regla de pluralidad corresponde en este contexto a una regla con puntuaciones $s_1 = 1$, $s_2 = \cdots = s_n = 0$.

21 Ahora bien, un enfoque utilitarista-cardinal de las puntuaciones, que ya aparecía tácitamente en Borda [1770](1784), ha sido retomado por Black (1958 y 1976), Sugden (1981, pp. 140–145) y Marchant (2000), en este último caso con un tratamiento difuso (*fuzzy*) de las preferencias de los agentes.

22 Sobre la polémica Borda – Condorcet y una vía de aproximación mediante sistemas de votación híbridos, véase Martínez Panero (en prensa).

23 Esta es una propiedad de tipo arquimediano que indica que si se replican las preferencias de una coalición de votantes un número suficiente de veces, entonces esta coalición (junto con sus clones) deviene ganadora.

24 Por tal razón se dice que la regla de Borda no es *Condorcet consistente*.

conteo individual que asigna a cada alternativa el número de alternativas a las que derrota menos el número de aquellas por las que es derrotada. Black (1976) demuestra entonces que existe una transformación afín entre ambos contadores (por lo que son equivalentes en el sentido de que ambos proporcionan la misma ordenación social) y que la suma de las puntuaciones emitidas por cada agente mediante el segundo contador es nula[25]. Con tales prerrequisitos, Black se decanta por el uso del segundo contador (por motivos más bien estéticos, de elegancia en las demostraciones aportadas, si se tiene en cuenta a Coughlin (1980)) y justifica entonces el uso de este segundo contador interpretándolo en términos mayoritarios. Además, argumenta que permite compensación[26], tiene en cuenta toda la información contenida en las preferencias mostradas por los agentes, proporciona un orden social transitivo[27], y selecciona como ganadora la alternativa que, en media[28], ocupa mejores posiciones en las preferencias de los agentes (algo que, como ya hemos comentado, ya aparecía explícitamente en Black (1958)).

Señala también Black, como ya habían hecho en el pasado Condorcet, Laplace y Daunou, que el voto estratégico puede arruinar la implementación efectiva y utilidad de la regla de Borda. Ahora bien, a partir del teorema de Gibbard – Sattterhwaite, se puede afirmar que tal susceptibilidad de manipulación no es exclusiva suya, sino común a todos los procedimientos de votación (véase Taylor (2005, pp. 60–69). Por este motivo, aunque la manipulabilidad, como también la inconsistencia de Condorcet del método de Borda (las dos principales críticas de Black) son incuestionables, éstas se deben analizar comparativamente con otros procedimientos, para lo que nos remitimos al análisis de Saari (Sección 5) que, como veremos, coloca a la regla de Borda en una posición de privilegio.

Cook *et al.*, Farkas – Nitzan: métricas sobre preferencias y metodología DEA

Cook – Seiford (1982) probaron, a partir de Kendall (1962), que la regla de Borda minimiza para la métrica 2 el desacuerdo total agregado (sobre las métricas p, $1 \leq p \leq \infty$, véanse, Cook – Kress – Seiford (1996) y González Pachón – Romero (1999)). En la misma línea, en la que late la idea de consenso (*distance-consensus approach*), Farkas – Nitzan (1979) también demostraron, a su vez, que el método de Borda coincide con la regla de cercanía a la unanimidad (*closeness to unanimity*) introducida por los citados autores en términos paretianos sugeridos por Sen (1977). Ulteriores desarrollos de esta línea de investigación deben recoger las aportaciones de González Pachón – Romero (1999) utilizando programación por metas, y de Marchant (2001) siguiendo los pasos de Farkas – Nitzan (1979) en un contexto que incluye torneos, órdenes débiles, semiórdenes, relaciones de preferencia difusa, etc.

Cabe así mismo señalar que la metodología DEA (Análisis Envolvente de Datos) ha proporcionado una atractiva manera de afrontar el problema de la asignación de pesos. A este respecto Cook – Kress (1990) han probado que un caso particular de lo que denominan

---

[25] Véase también Coughlin (1980). En Martínez Panero (2003) se demuestran ambas propiedades de forma inmediata (utilizando el axioma de reciprocidad) para reglas de Borda difusas que extienden los casos clásicos formulados en Black (1976).

[26] Como ya señalamos, método "de compensación y suma" fue el nombre dado por Morales (1797) a la regla de Borda.

[27] Estas dos últimas características diferencian radicalmente la bondad del método de Borda con las "patologías" que pueden presentar los métodos de pluralidad, que sólo toma en cuenta las mejores alternativas, y de mayoría simple, que puede producir ciclos en el agregado (paradoja de Condorcet).

[28] Sobre los argumentos de tipo media en conexión con la regla de Borda, véanse también Straffin Jr (1980) y Mueller (1979).

función de discriminación de intensidad reproduce exactamente el modelos de Borda y Kendall. Por otro lado, también basándose en la metodología citada, Contreras – Hinojosa – Mármol (2005) han propuesto un método alternativo a las técnicas de consenso apuntadas anteriormente, evaluando las alternativas mediante pesos flexibles de manera que se obtenga una ponderación óptima para cada una de ellas. Y de nuevo, en su análisis, la regla de Borda aparece involucrada en la solución que se obtiene al resolver el problema de programación lineal que supone tal optimización.

Saari: geometría del voto y "optimalidad" de la regla de Borda

Saari (1995, p.20) se arroga el mérito de haber dicho la última palabra sobre el tema que nos ocupa al afirmar rotundamente que la cuestión de la particular elección de pesos de la regla de Borda, que había permanecido abierta durante los dos últimos siglos, ha sido por fin contestada por él mediante su "geometría del voto".

Desde tiempos de Borda [1770](1784) es bien conocido el hecho de que toda la problemática electoral surge cuando concurren 3 o más alternativas[29]. Por esta razón. de modo paradigmático (para mantener el aparato matemático a un nivel razonable), Saari (1994, 1995) ha estudiado exhaustivamente el voto ponderado en el caso de 3 alternativas[30], situándolas como vértices de un triángulo de manera que las 6 zonas en las que éste queda descompuesto después de trazar sus medianas corresponden a una de las 6 posibles ordenaciones de preferencias según la lejanía de un punto interior genérico de las mismas a los vértices. (Véase también Nurmi (1999)).

Mediante un análisis en el que se incide en la simetría intrínseca de la regla de Borda, Saari (1994, p.14) demuestra que tal método es el que minimiza la manipulabilidad de entre todos los sistemas de voto posicional, así como las posibles paradojas en las que pudieran incurrir tales procedimientos[31]. Por otro lado, Van Newenhizen (1992) y Saari (2000) han probado que este método es la regla de puntuación menos susceptible de vulnerar el criterio de Condorcet, o lo que es lo mismo, con mayor *eficiencia de Condorcet*[32]. Además, Saari – Barney (2003), incidiendo en un tema introducido en Saari (1995, p.153), también han probado que la simetría de la regla de Borda hace a este método él único entre los posicionales inmune a la paradoja de la reversión (*reversal bias*): para cualquier otra regla de puntuación existen situaciones no triviales[33] en las que, a pesar de invertirse las preferencias

[29] De hecho, problemas de agenda (orden de presentación de alternativas para su voto por parejas) con más de dos opciones ya fueron tenidos en cuenta estratégicamente por Plinio el Joven en el contexto del senado romano (véanse Farquharson (1969), Riker (1986, pp. 78–88) y McLean – Urken (1995, pp. 14–16 y 67–70)).

[30] En el caso de 3 alternativas y una vez realizado un proceso de normalización, un procedimiento de voto ponderado (o si se quiere, una regla de puntuación) viene dado por un vector $w_s = (1, s, 0)$ donde 1 es el peso asignado a la mejor alternativa, $s \in [0,1]$ es el que obtiene la segunda alternativa y 0 la tercera. Los valores extremos alcanzables por s, 0 y 1, corresponden a los procedimientos de pluralidad (cada agente selecciona la mejor alternativa) y antipluralidad (cada agente indica su peor alternativa). El caso intermedio $s = 1/2$ corresponde justamente a la regla de Borda.

[31] "[The Borda count] is the unique method to minimize the number and kind of [voting] paradoxes, to minimize the likelihood of a paradox, [and] to minimize the likelihood that a small group can succesfully manipulate the outcome".

[32] La eficiencia de Condorcet se define como la probabilidad condicionada de que un procedimiento seleccione el ganador de Condorcet, supuesto que tal ganador exista.

[33] Una situación trivial sería, por ejemplo, aquella en la que los órdenes lineales individuales fuesen todas las permutaciones circulares de uno dado, lo que provocaría un empate colectivo (o, desde un punto de vista no posicional, la aparición de un ciclo.

individuales, no hay cambio en la elección social resultante respecto de las situaciones originales (sobre la excepcionalidad de la regla de Borda entre los métodos posicionales, véase también Nurmi (2004 y 2005)).

Ahora bien, la militancia de Saari en pro de la regla de Borda, que considera óptima (Saari (1995, p. 19), no se restringe únicamente a su *status* entre los sistemas de voto posicional. Saari ha sostenido (y sostiene) polémicas intelectuales (que nos hacen recordar el enfrentamiento Borda *versus* Codorcet) con Brams y Fishburn (introductores y defensores del método de voto aprobatorio) y últimamente con Risse (que propugna métodos Condorcet consistentes, tales como la regla de Kemeny, en perjuicio de la regla de Borda). Sin embargo, a pesar de la profusión de trabajos en distintos frentes que avalan la implementabilidad de la regla de Borda por parte de Saari, está aún lejos de verificarse el desideratum de Young (1997) sobre su puesta en práctica[34].

Conclusiones

En el presente trabajo se ha presentado una panorámica de las distintas justificaciones a la presunta arbitrariedad o imposición de las ponderaciones que aparecen en la regla de Borda. Como hemos comentado, ya Arrow señaló que éste es un tema que viene repitiéndose de tiempo en tiempo y, efectivamente, las distintas argumentaciones probabilístico-estadísticas, axiomáticas, métricas y basadas en la metodología DEA, así como las geométricas que hemos expuesto parecen avalar tal aserto. Ahora bien, a partir de la variada gama de técnicas y métodos empleados que hemos reseñado podemos hacer la siguiente valoración: si la importancia de un problema científico depende en buena medida de las disciplinas que se generan o desarrollan para resolverlo y que son, a su vez, susceptibles de ser empleadas en otros contextos, el problema tratado en el presente trabajo, lejos de ser una cuestión aislada, ha resultado sumamente fértil, ya que, si bien su tratamiento no ha generado *per se* las técnicas citadas, el análisis implicado en su resolución ha coadyuvado incuestionablemente en el desarrollo de las mismas.

Para concluir, queremos indicar una posible vía que, en cierta forma, elude el problema planteado, ya que no lo encara como tal, sino en un contexto más amplio. Tal posibilidad consiste en diseñar reglas de Borda más generales, en las que las que, aún manteniéndose su filosofía de agregación, se permita a los agentes manifestar sus preferencias de forma matizada (gradual o lingüística), y no meramente mediante las preferencias taxativas que son la base informacional de la regla de Borda "clásica". De esta manera se generarían puntuaciones Borda que serían, según la forma de capturar lo más fielmente posible tales matices de información, números reales, intervalos, números difusos trapeciales o triangulares, dependiendo de la representación utilizada. Este es el tratamiento seguido en Marchant (1996a,1996b) García Lapresta – Martínez Panero (2000, 2002), García Lapresta – Llamazares – Martínez Panero (2005 y 2006) y García Lapresta – Martínez Panero – Meneses (en prensa).

[34] Young (1997, p. 200): "I predict that the time will come when [...] Borda's rule will be considered a standard tool for legislative and committee decision making".

Agradecimientos

El autor agradece a Jesús Basulto, de la Universidad de Sevilla, que le facilitara facsímiles de las obras de Condorcet, Laplace y Todhunter utilizadas en la primera y segunda secciones del trabajo. Así mismo, reconoce el apoyo financiero proporcionado por la Junta de Castilla y León (Consejería de Educación y Cultura, Proyecto VA040A05), el Ministerio de Educación y Ciencia (Plan Nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación Tecnológica, Proyecto SEJ2006-024267/ECON) y FEDER.

Bibliografía

ARROW, K.J. (1974): *Elección Social y Valores Individuales*. Instituto de Estudios Fiscales, Madrid. [Traducción de Eusebio Aparicio Auñón de la segunda edición, corregida, en inglés, 1963: *Social Choice and Individual Values*. Introducción de Andreu Mas Colell. Primera edición, 1951].

BLACK, D. (1958): THE THEORY OF COMMITTEES AND ELECTIONS. KLUWER ACADEMIC Publishers, Boston.

BLACK, D. (1976): "Partial justification of the Borda count". *Public Choice* 28, pp. 1–16.

BORDA, J.C. de (1784): *Mémoire sur les élections au scrutin*. Historie de l'Academie Royale des Sciences, París. [Se reproduce, en inglés, en Grazia (1953) y en McLean – Urken (1995, pp. 81–89)].

CONDORCET, J.A.M.N.C., marqués de (1785): *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix*. L'Imprimierie Royale, París. [Se reproducen fragmentos escogidos, en inglés, en McLean – Urken (1995, pp. 91–112)].

CONTRERAS, I. – HINOJOSA, M.A. – MÁRMOL, A.M. (2005): "A class of flexible weight indices for ranking alternatives". *IMA Journal of Management Mathematics* 16, pp. 71–85.

COOK, W.D. – Kress, M. (1990): "A data envelopment model for aggregating preference rankings". *Management Science* 36 (11), pp. 1302–1310.

COOK, W.D.. – Kress, M. – Seiford, L.M. (1996): "A general framework for distanced-based consensus in ordinal ranking models". *European Journal of Operational Research* 96, pp. 392–397.

COOK, W.D.. – Seiford, L.M. (1982): "On the Borda – Kendall consensus method for priority ranking problems". *Management Science* 28, pp. 621–637.

COUGHLIN (1979): "A direct characterization of Black's first Borda count". *Economics Letters* 4, pp. 131–133.

CHEBOTAREV, P.Y. – Shamis, E. (1998): "Characterizations of scoring methods for preference aggregation". *Annals of Operatons Research* 80, pp. 299–332.

DAUNOU, P.C.F. (1803): *Mémoire sur les Élections au Scrutin*. Baudouin, imprimeur de l'Institut National. París. [Se reproduce, en inglés, en McLean – Urken (1995, pp. 237–276)].

DEBORD, B. (1992): "An axiomatic characterization of Borda's *k*-choice function". *Social Choice and Welfare* 9, pp. 337–343.

FARKAS, D. – Nitzan, S. (1979): "The Borda rule and Pareto stability: a comment". *Econometrica* 49, pp. 1305–1306.

Farquharson, R. (1969): *Theory of Voting*. Blackwell, Oxford.

FINE, B. – FINE, K. (1974): "Social choice and individual ranking I". *Review of Economic Studies* 41, pp. 459–475.

FISHBURN, P.C. – Gehrlein, W.V. (1976): "Borda's rule, positional voting and Condorcet's simple majority principle". *Public Choice* 28, pp. 79–88.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – LLAMAZARES, B. – MARTÍNEZ PANERO, M. (2005): "Reglas de Borda lingüísticas: análisis de sus propiedades". En E. Herrera Viedma (ed.): *Procesos de Toma de Decisiones. Modelado y Agregación de Preferencias*. Universidad de Granada, Granada, pp. 69–78.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – LLAMAZARES, B. – MARTÍNEZ PANERO, M. (2006): "Linguistic matrix aggregator operators: Extensions of the Borda rule". En B. Reusch (ed.): *Computacional Intelligence, Theory and Applications*. Springer Verlag, Berlín, pp. 561–576.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – MARTÍNEZ PANERO, M. (2000): "Análisis de algunos sistemas de votación a partir de la obra del ilustrado José Isidoro Morales". *Hacienda Pública Española* 154, pp. 93–103.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – MARTÍNEZ PANERO, M.. (2002): "Borda count versus approval voting: A fuzzy approach". *Public Choice* 112, pp. 167–184.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – MARTÍNEZ PANERO, M. – MENESES, L.C. (en prensa): "Defining the Borda count in a linguistic decisión making context. *Information Sciences*.

GÄRDENFORS, P. (1973): "Positionalist voting functions". *Theory and Decision* 4, pp. 1–24.

GOODMAN, L.A. – Markowitz, H. (1952): "Social welfare functions based on individual rankings". *American Journal of Sociology* 58(3), pp. 257–262.

GONZÁLEZ PACHÓN, J. – ROMERO, C. (1999): "Distance-based consensus methods: A goal programming approach". *Omega* 27, pp. 341–347.

GRAZIA, A. DE (1953): "Mathematical derivation of an election system". *Isis* 44, pp. 42–51.

HANSSON, B. – SAHLQUIST, H. (1976): "A proof technique for social choice with variable electorate". *Journal of Economic Theory* 13, pp. 193–300.

HECKELMAN, J.C. (2003): "Probabilistic Borda rule voting". *Social Choice and Welfare* 21, pp. 455–468.

INTRILIGATOR, M. (1979): "A probabilistic model of Social Choice". *Review of Economic Studies* 40, pp. 553–560.

Kendall, M. (1962): *Rank Correlation Methods*. Hafner, Nueva York.

KENDALL, M. – STUART, A. (1977): *The Advanced Theory of Statistics. 1, Distribution Theory.* Charles Griffin, Londres.

LAPLACE, P.S. DE [1814] (1987): *Ensayo Filosófico sobre las Probabilidades*. Alianza Editorial, Madrid. Traducción del francés de Pilar Castrillo. [Hemos manejado también la edición de Alfredo B. Besio y José Banfi, Espasa Calpe, Buenos Aires, 1947].

LÓPEZ DE PEÑALVER, J. (1992): *Escritos*. Instituto de Cooperación Iberoamericana – Quinto Centenario – Antoni Bosch, editor – Instituto de Estudios Fiscales, Madrid. [Edición de Ernest Lluch de la obra original, 1799].

MARCHANT, T (1996a): *Agrégation de relations valuées par la méthode de Borda en vue d'un rangement. Considérations axiomatiques*. Ph. D. Thesis, Université Libre de Bruxelles, Bruselas.

MARCHANT, T (1996b): "Valued relations aggregation with the Borda method". *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 5, pp. 127–132.

MARCHANT, T. (2000): "Does the Borda rule provide more than a ranking?" *Social Choice and Welfare* 17, pp. 381–391.

MARCHANT, T. (2001): "The Borda rule and Pareto stability: A further comment". *Fuzzy Sets and Systems* 120, pp. 423–428.

Martínez Panero, M. (2004): *Generalizaciones y Extensiones de la Regla de Votación de Borda.* Tesis doctoral, Universidad de Valladolid, Valladolid.

MARTÍNEZ PANERO, M. (en prensa): "Métodos híbridos de votación bajo preferencias usuales y difusas". *Anales de Estudios Económicos y Empresariales,* XVII.

MARTÍNEZ PANERO, M. – GARCÍA LAPRESTA, J.L. (2003): *José Isidoro Morales, Precursor Ilustrado de la Teoría de la Elección Social: Edición Facsímil de la Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinion en las Elecciones (1797) y Apéndice (1805).* Secretariado de Publicaciones e Intercambio Editorial. Universidad de Valladolid, Valladolid. Prólogo de Salvador Barberà.

MASSÓ, J. (2003): Reseña de Martínez Panero – García Lapresta (2003). *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española* 8, pp. 633–636.

MCLEAN, I. – Urken, A.B. (eds.) (1995): *Classics of Social Choice*. The University of Michigan Press, Ann Arbor.

MORALES, J.I. (1797): *Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinion en las Elecciones*. Imprenta Real, Madrid.

MORALES, J.I. (1805): *Apéndice á la Memoria Matemática sobre el Cálculo de la Opinion en las Elecciones*. Imprenta de Sancha, Madrid.

MUELLER, D.C. (1979): *Public Choice.* Cambridge University Press, Londres. [Existe traducción al castellano de Juan Carlos Zapatero en Alianza Editorial, Madrid, 1984].

NITZAN, S. – RUBINSTEIN, A. (1981): "A further characterization of Borda ranking method". *Public Choice* 36, pp. 153–158.

NURMI, H. (1999): *Voting Paradoxes and How to Deal with Them.* Springer-Verlag, Berlín-Heidelberg.

NURMI, H. (2004): "A comparison of some distance-based choice rules in ranking environments". *Theory and Decision* 57, pp. 5–24.

NURMI, H. (2005): "A responsive system". *Economics of Governance* 6, pp. 63–74.

RIKER, W.H. (1986): *The Art of Political Manipulation.* Yale University Press, New Haven.

SAARI, D.G. (1990): "The Borda dictionary". *Social Choice and Welfare* 7, pp. 279–317.

SAARI, D.G.. (1994): *Geometry of Voting.* Springer–Verlag, Berlín.

SAARI, D.G. (1995): *Basic Geometry of Voting.* Springer–Verlag, Berlín.

SAARI, D.G. (2000): "Mathematical structure of voting paradoxes. II. Positional voting". Economic Theory 15, pp. 55–102.

Saari, D.G. – Barney, S. (2003): "Consequences of reversing preferences". *Mathematical Intelligencer* 25(4), pp. 17–31.

Sen, A.K. (1977): "Social Choice Theory: A re-examination". *Econometrica* 45, pp. 53–89.

Stein, W.E. – Mizzi, P.J. – Pfaffenberger, R.C. (1994): "A stochastic dominance analysis of ranked voting systems with scoring". *European Journal of Operational Research* 74, pp. 78–85.

Straffin Jr., P.D. (1980): *Topics in the Theory of Voting*. Birkhäuser, Boston.

Sugden, R. (1981): *The Political Economy of Public Choice: An Introduction to Welfare Economics*. Martin Robertson, Oxford.

Tangian, A.S. (2000): "Unlikelihood of Condorcet's paradox in a large society". *Social Choice and Welfare* 17, pp. 337–365.

Tanguiane, A.S. (1991): *Aggregation and Representation of Preferences. Introduction to Mathematical Theory of Democracy*. Springer-Verlag, Berlín.

Taylor, A.D. (2005): *Social Choice and the Mathematics of Manipulation.* Cambridge University Press, Nueva York.

Todhunter, I. (1865): *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace.* Macmillan, Cambridge.

Van Newenhizen, J. (1992): "The Borda method is most likely to respect the Condorcet principle". *Economic Theory* 2, pp. 69–83.

Young, H.P. (1974): "An axiomatization of Borda's rule". *Journal of Economic Theory* 9, pp. 43–52.

Young, H.P. (1975): "Social Choice scoring functions". *SIAM Journal on Applied Mathematics* 28, pp. 824–838.

Young, H.P. (1997): "Group choice and individual judgements", en Mueller, D. (ed.): *Perspectives on Public Choice: A Handbook*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 181–200.