Capítulo 13

Lo que la astronomía regaló a la estadística

GABRIEL RUIZ GARZÓN
Universidad de Cádiz

Antecedentes

En la Historia de la Estadística y la Probabilidad son varios los científicos famosos que aportaron su saber tanto a la Astronomía como a la Estadística.

Así por ejemplo, el sabio holandés Christiaan Huygens (1629-1695), que entre los estadísticos es famoso por su monografía de veinte páginas en latín titulada *"De ratiociniis in ludo alae"*, donde aparece el concepto de *"expectatio"*, o valor esperado de un juego, que después se tradujo por el de esperanza matemática como una generalización del concepto de media aritmética, sin lugar a dudas, el concepto más importante de la Estadística.

Como astrónomo, Huygens descubrió en 1655 el primer satélite de Saturno y estableció la verdadera forma de sus anillos. También descubrió la nebulosa Orión, siendo el primero en indicar que las estrellas son otros soles.

Quizás Edmund Halley (1656-1742), nombrado Astrónomo Real en 1721 y Director del Observatorio de Greenwich, es más conocido por el público en general por descubrir el cometa que lleva su nombre que por sus aportaciones a al Estadística. En 1682 se dio cuenta que el cometa de ese año era el mismo que el de 1607 y predijo que aparecería 76 años después, como así fue. La última vez que ha aparecido hasta la fecha fue en 1986 y la próxima vez que nos visite será en el año 2061.

También propuso la utilización de tablas de la órbita de la Luna para determinar el cálculo de la longitud en el mar o el uso del tránsito de Venus por el Sol para determinar la distancia del Sol a la Tierra, mediante cálculos trigonométricos. El tránsito de Venus es el paso de Venus por delante del Sol, visto desde la Tierra

Como estadístico, Edmund Halley, ayudado por Leibniz, obtuvo los datos de mortalidad de la ciudad alemana de Breslau, a fin de calcular el *valor de las pensiones* individuales y mancomunadas en función de la edad de los adquirientes. Su labor le llevó a calcular la primera tabla de mortalidad en un artículo titulado *"An estimate of the degrees of mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslau"*, publicado en la *Philosophical Transactions* del año 1693 y que se haya depositado en la Biblioteca del Real Observatorio de S. Fernando.

Gauss, Legendre, el método de mínimos cuadrados, los cometas y los asteroides

Carl Friedrich Gauss (1777-1855), es llamado el *"Príncipe de las Matemáticas"*. Gauss muere en Göttinguen en 1855 ciudad de la que fue director de su Observatorio Astronómico.

Otro matemático Adrien-Marie Legendre (1752-1833), mantuvo con Gauss una agria disputa sobre la prioridad en el descubrimiento del método de mínimos cuadrados, ver (García, 2002). Legendre fue el primero en publicar el método de mínimos cuadrados en 1805, en un apéndice del libro sobre la órbita de los cometas: *"Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des cométes"*.

El método de mínimos cuadrados era en sus comienzos una técnica geodésica. Era una técnica para resolver sistemas de ecuaciones donde el número de ecuaciones superaba al de incógnitas, algo que ocurría con bastante asiduidad en Astronomía. Varios eran los problemas que desembocan en dichos sistemas de ecuaciones indeterminados.

Uno de ellos es el problema de la figura de la Tierra, y ligado a él la medición del arco del meridiano terrestre, y a su vez relacionado con éste último, el problema de la introducción del Sistema Métrico Decimal. La cuestión era si la forma del planeta era achatada en los polos o en el ecuador.

Para solucionar este problema Laplace en 1780 y Legendre en 1805, utilizaron la siguiente ecuación:

$$a = x + y\,\mathrm{sen}^2 L \qquad [1]$$

donde $a = S/d$ es la longitud del arco en módulos por grado de latitud, x= la longitud de un grado en el ecuador e y= el exceso de un grado en el polo sobre uno del ecuador. Se trataría de encontrar las constantes x e y.

Con los cálculos de dos científicos franceses, Delambre y Méchain, hemos elaborado la siguiente tabla que nos da la longitud S de los cuatro segmentos consecutivos del arco de meridiano que atraviesa París, medidos en módulos (1 módulo $\cong$ 12'78 pies), los grados de latitud d y la latitud del punto medio L de cada segmento de arco:

	MÓDULOS S	***GRADOS* d**	PUNTO MEDIO L
De Dunquerque a Panteón	62472'59	2'18910	49° 56' 30"
De Pantheon(París) a Evaux	76145'74	2'66868	47° 30' 46"
De Evaux a Carcassone	84424'55	2'96336	44° 41' 48"
De Carcassone a Barcelona	52749'48	1'85266	42° 17' 20"

Con los resultados de las observaciones de Delambre y Méchain que figuran en la tabla anterior, substituidas en la ecuación anterior [1], dan las llamadas cuatro *ecuaciones de condición*:

$$
\begin{aligned}
x + y(0'585821) - 28538'02476 &= 0\\
x + y(0'543800) - 28533'11000 &= 0\\
x + y(0'494705) - 28489'46804 &= 0,\\
x + y(0'452752) - 28472'29389 &= 0
\end{aligned}
$$

Si aplicamos el método de mínimo cuadrados, esas 4 ecuaciones se pueden substituir por las siguientes dos ecuaciones del *sistema de ecuaciones normales*:

$$
\begin{aligned}
4x + y(2'077078) - 114032'8967 &= 0\\
2'077078x + y(1'088621) - 59219'24971 &= 0
\end{aligned}
$$

cuyas soluciones son

$$x = 28227'13109, \quad y = 541'3241$$

y así

$$a = 28227'13109 + 541'3241 \operatorname{sen}^2 L .$$

Por tanto, gracias al método de mínimos cuadrados, un sistema formado por cuatro ecuaciones con dos incógnitas las hemos transformado en un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas de fácil solución.

Otro problema que conlleva la resolución de un sistema de ecuaciones como el anterior consiste en determinar matemáticamente y con mucha exactitud los movimientos de la luna. Esto es debido a que la luna se ve afectada de un pequeño balanceo en torno a su eje, llamado *libración*, que se percibe desde la Tierra. Esto hace que la luna no presente exactamente el mismo hemisferio hacia la Tierra.

El objetivo de conocer exactamente el movimiento de la Luna era poder describir posiciones futuras de la luna y poder utilizar dichas tablas o almanaques para poder determinar la longitud en la navegación marítima.

Esto le suponía resolver al astrónomo Johann Tobias Mayer (1723-1762), veintisiete ecuaciones con sólo 3 incógnitas, ecuaciones resultantes del mismo número de observaciones del cráter Manilius efectuadas desde el 11 de Abril de 1748 hasta el 4 de Marzo de 1749. El método de resolución consistía en agruparlas en 3 grupos de 9 ecuaciones cada uno, sumar las ecuaciones de cada uno de los tres grupos y resolver las 3 ecuaciones resultantes. Con el método de mínimos cuadrados el procedimiento se simplificaba y no se dejaba a la buena o mala mano que tuviera el matemático de turno en la combinación de ecuaciones hasta llegar a un sistema compatible determinado.

En 1749, el matemático Leonard Euler ganó un premio de la Academia de París en que intentaba dar explicación a movimientos de aceleración y retardo de los planetas Júpiter y Saturno en el transcurso del tiempo. Cada año había que recalcular nuevas tablas porque los planetas se desviaban de las órbitas elípticas marcadas. Dicho retraso o adelanto es debido a la interacción de las fuerzas gravitatorias de ambos planetas y del Sol. El problema de describir las órbitas de estos planetas es conocido como el *Problema de los Tres Cuerpos* (Júpiter, Saturno y el Sol). La posible inestabilidad de las órbitas de estos cuerpos podría provocar el choque entre ellos.

Esto suponía a Euler resolver un sistema formado por 75 ecuaciones con 8 incógnitas mediante un sistema parecido al utilizado por Mayer de combinación de ecuaciones. Esto sólo estaba al alcance de un genio como Euler. El método de mínimos cuadrados reducía el ingente trabajo operatorio que de otra manera convertía al problema en casi irresoluble.

Otro problema relacionado con la aparición del método de mínimos cuadrados fue el de las órbitas descritas por los asteroides.

En 1801, el astrónomo italiano Joseph Piazzi (1746-1826), descubrió el asteroide al que le pusieron el nombre de Ceres. El 28 de Marzo de 1802, el médico alemán W.H. Olbers (1758-1840) descubrió el siguiente asteroide, al que le pusieron por nombre Pallas. La mayoría de los asteroides orbita entre Marte y Júpiter. Son objetos rocosos y metálicos que se forman desde los inicios del Sistema Solar.

A causa de la situación desfavorable del asteroide Ceres respecto del Sol, sólo pudieron practicarse las observaciones durante 40 días.

Al haberlo perdido tan pronto, los astrónomos se enfrentaron al problema de calcular sus posiciones a partir de pocas observaciones. Gauss calculó por mínimos cuadrados la trayectoria de Ceres de tal manera que cuando el asteroide apareció por el otro lado del Sol, los astrónomos lo encontraron cuándo y dónde Gauss les había dicho. Para el cálculo de la órbita de Pallas, Gauss también planteó un sistema inicial de 12 ecuaciones con 6 incógnitas. Pero utilizando el método de mínimos cuadrados, se resolvía este problema donde el número de ecuaciones era mayor que el de incógnitas. La Estadística venía a resolver problemas de Astronomía.

Daniel Bernoulli, Laplace, los contrastes de significación y la inclinación de la órbita de los planetas

La Tierra, al desplazarse en torno al Sol, se mantiene dentro de un plano, llamado *eclíptica*. La razón de ese nombre es que los eclipses de Sol o de Luna sólo se producen cuando ésta atraviesa, en su órbita, la eclíptica, pues sólo entonces puede pasar entre la Tierra y el Sol y eclipsar éste último, o directamente por detrás de la Tierra de forma que quede dentro de la sombra de ésta y siendo por tanto eclipsada.

¿Estarían en la eclíptica las órbitas de los demás planetas? La respuesta es: no. La órbita de cada planeta tiene su propio plano independiente, que no se parece al de la órbita de ningún otro. El plano de cada planeta corta la eclíptica según un cierto ángulo, como vemos en la siguiente tabla con los planetas conocidos en tiempos de Daniel Bernoulli (1700-1782):

Planeta	*Inclinación respecto a la eclíptica (grados)*
Mercurio	6° 54'
Venus	3° 22'
Tierra	-
Marte	1° 50'
Júpiter	1° 20'
Saturno	2° 32'

Esto demuestra que aunque el sistema solar no sea un objeto perfectamente plano, está muy cerca de ello.

Imaginemos un planeta que sigue una órbita cuya inclinación con respecto a la eclíptica es un ángulo pequeño. Durante la mitad de su órbita se está moviendo por encima de la eclíptica. Luego, en un punto de la órbita, atraviesa la eclíptica para situarse por debajo de ella durante otra mitad de la órbita, volviendo luego a situarse por encima, y así sucesivamente. Los dos lugares donde la órbita del planeta atraviesa a la eclíptica se llaman *nodos*, y están situados en puntos opuestos de la órbita. Pero, a qué causa es debida tal inclinación de las órbitas.

Daniel Bernoulli miembro de la excelsa familia matemática de los Bernoulli, ganó diversos premios de la Academia de París sobre temas tan diversos como: la forma de los barcos, ensayos sobre el magnetismo, sobre las mareas, etc.

Concretamente en 1734, Daniel Bernoulli gana junto con su padre, el premio establecido por la Academia de Ciencias de París para responder a la pregunta de cuál es la causa física de la inclinación de los planos de las órbitas de los planetas.

La solución de Daniel queda explicada en un artículo primero escrito en latín y después traducido al francés. Los razonamientos de Daniel están ligados a los inicios de los contrastes de significación, como ahora pasamos a ver.

Su objetivo se centra en contrastar la siguiente hipótesis estadística:

- H_0 : La inclinación de las órbitas de los planetas respecto de la eclíptica es debida al azar, es decir, existe igual facilidad de las inclinaciones de las órbitas.
- H_1 : Tal inclinación es debida a una ley física, existe una causa primitiva que influye en las observaciones.

Para tratar este problema, Daniel Bernoulli, de entre todas las órbitas planetarias, busca las dos que se cortan bajo un ángulo más grande y después calcula la probabilidad de que las otras órbitas estén contenidas al azar entre estos dos límites.

De este modo, encuentra que el ángulo más grande entre los planos orbitales se da entre Mercurio y la Tierra con 6º 54'. Consideradas las órbitas planetarias colocadas en la esfera celestial al azar, la probabilidad de que una órbita planetaria caiga dentro de una zona de anchura 6º 54' es:

$$p = \frac{\textit{área del segmento esférico}}{\textit{área de la esfera}} = \frac{2\pi r h}{4\pi r^2} = \frac{h}{2r} = \frac{1}{2} sen\, 6^{o}\, 54' \cong \frac{1}{17}.$$

Por lo tanto, la probabilidad de que las órbitas de esos cinco planetas se desvíen como mucho 6º 54' de la eclíptica es

$$p(\textit{órbitas 5 planetas} \leq 6^{0}54' | H_0) = \frac{1}{17^5}.$$

Daniel, en la traducción al francés del artículo añade que es imposible determinar con tal exactitud tal probabilidad porque los movimientos de los nodos cambian los límites de las órbitas. No obstante, si todos los nodos se mantuvieran estacionarios en un punto, todos los planos se intersecarían en una línea común, entonces el problema se podría simplificar, ya que se podrían considerar los ángulos distribuidos al azar entre 0º y 90º, y por tanto, la probabilidad de que una órbita planetaria caiga dentro de una zona de anchura 6º 54' es:

$$p = \frac{6^{\circ}\,54'}{90^{\circ}} \cong \frac{1}{13}.$$

Luego, la probabilidad de que las órbitas de esos cinco planetas se desvíen como mucho 6° 54' de la eclíptica es

$$p(\acute{o}rbitas\ 5\ planetas \leq 6^{0}54' | H_0) = \frac{1}{13^5}.$$

Daniel Bernoulli piensa que quizás la probabilidad real se encuentre entre $1/17^5$ y $1/13^5$. De cualquier modo se debe rechazar la hipótesis nula de que el fenómeno es debido al azar y busca la causa física de las inclinaciones de las órbitas de los planetas en los efectos de la gravitación y de la atmósfera solar, que provocarán que a la larga todas las órbitas planetarias coincidan con el plano solar.

Pierre Simón Laplace (1749-1827), fue maestro y ministro de Napoleón. En su *"Mecánique Celéste"* aplica las herramientas matemáticas a la Física del sistema solar. Sobre esta obra, el General Bonaparte escribía a Laplace: *"Los primeros seis meses libres que pueda disponer, serán empleados en leer vuestra bella obra"*. Al acabar su lectura, Napoleón le preguntó a Laplace por qué Dios no aparecía en dicho trabajo de Astronomía, a lo que el sabio le respondió: *"No he tenido necesidad de dicha hipótesis"*.

Laplace en un artículo publicado en 1776 *"Mémoire sur l'inclinaison moyenne des orbites des comètes"*, también se ocupa de dar una explicación a los diferentes grados de inclinación de los planos de las órbitas de los planetas respecto de la eclíptica.

Los argumentos de Laplace también se hallan en los orígenes de los contrastes de significación. Concretamente, utilizará un contraste de significación pero para la media. Supuesto que la media observada es más pequeña que el valor esperado x bajo la hipótesis nula, el test de Laplace consiste en calcular la probabilidad de que se dé una desviación del valor esperado tan grande como el observado. Si esta probabilidad es pequeña se rechaza la hipótesis nula basándonos en que lo observado resulta improbable bajo esa hipótesis.

De los datos de la tabla que D. Bernoulli utilizó, obtenemos una inclinación media de 3°.192 y Laplace calcula por tanto

$$p\left(\bar{x} \leq 3^{\circ}.192 | H_0\right) = \frac{1}{684500},$$

que es más pequeña que $1/13^5$, dato éste último aportado por Daniel Bernoulli, pero que también nos llevaría a rechazar la hipótesis nula. Luego la inclinación de las órbitas de los planetas no es debida al azar, existiendo una causa que la origina. Una vez más un problema astronómico está en el inicio de los contrastes de significación.

Michell y la probabilidad asociada a la aparición de estrellas dobles

John Michell (1724-1793) fue clérigo de Thornhill, villa inglesa en las cercanías de Leeds. Fue el primer hombre que predijo la existencia de *agujeros negros*. Planteó la idea de una estrella invisible en un artículo publicado en 1784 en la *Philosophical Transactions* titulado *"On the means of discovering the distances..."*.

Otro tema de estudio de Michell fueron las *estrellas dobles*. En 1767 publicó un artículo en la *Philosophical Transactions* titulado *"An Inquiry into the probable parallax..."* donde trataba temas relacionados con las estrellas dobles.

Éstas habían sido vistas antes por otros astrónomos, cuando al enfocar sus anteojos a ciertas estrellas, habían percibido dos imágenes donde se creía que debía existir una sola. Se trataba de pares de estrellas.

La opinión de la época postulaba que se trataba de dos estrellas muy alejadas en el espacio una de la otra, pero que un efecto de perspectiva de nuestra vista las hacía aparecer próximas. Otros, en cambio, opinaban que ambas estrellas eran, en realidad, un sistema formado por dos cuerpos que giraban uno en torno del otro ligados por una misma atracción.

Se trataría, por tanto, según Michell, de contrastar la siguiente hipótesis estadística:

H_0 : Las estrellas se encuentran dispersas al "azar" (es decir, de manera uniforme en el cielo), esto se manifestaría en que cualquier estrella tendría la misma probabilidad de estar en un sitio como en otro del cielo. Las estrellas dobles serían debidas a gran variedad de leyes estelares o de posición. Las estrellas dobles sólo serían dobles ópticamente, es decir, parecerían dobles aquellas que aparecen juntas cuando son observadas desde la Tierra pero no serían dobles físicamente, sólo se encontrarían en la misma dirección.

H_1 : La distribución de las estrellas es debida a una ley física, existe una causa primitiva que influye en las observaciones y que hace que las estrellas se agrupen en algunas zonas formando grupos, las estrellas que son dobles ópticamente lo son dobles realmente.

Para ello, John Michell calculará cómo de probable es descubrir dos estrellas a tan corta distancia aparente como parece que sucede.

Asume que la probabilidad de que cualquier estrella se halle situada dentro de un área de la esfera celeste es proporcional a esta área.

Sea r el radio de una pequeña área circular sobre la superficie de una esfera de radio unidad. Ignorando la curvatura de una pequeña área, la probabilidad, bajo la hipótesis nula, de que una estrella esté situada dentro de una pequeña área circular de radio r radianes es

$$p_r = \frac{\text{área circular}}{\text{área de la esfera}} = \frac{\pi r^2}{4\pi 1^2} = \left(\frac{r}{2}\right)^2.$$

Si expresamos r en vez de en radianes en minutos, la probabilidad de que una estrella esté situada dentro de una pequeña área circular de radio x minutos bajo la hipótesis nula es

$$p_x = \frac{\pi r^2}{4\pi 1^2} = \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \left(\frac{x\pi}{2\times 60\times 180}\right)^2 = \left(\frac{x}{6875.5}\right)^2.$$

Por tanto, la probabilidad de que cualquier estrella A diste de cualquier otra estrella B menos de un grado se consigue sustituyendo en la fórmula anterior $x=60'=1^o$ y es igual a

$$p_x = p\left(d(A,B)\le 1^0 \middle| H_0\right) = \frac{\pi r^2}{4\pi 1^2} = \left(\frac{x\pi}{2\times 60\times 180}\right)^2 = \frac{1}{13131}.$$

Así pues, la probabilidad de que de entre n estrellas no haya ninguna que diste menos de un grado de otra dada es $(1-p_x)^n$. Dado que cualquiera de esas n estrellas puede ser tomada como referencia de las demás, Michell concluye que la probabilidad en cuestión es $(1-p_x)^{n\times n} = q_x^{n\times n}$.

Aplica la citada fórmula a β Capricorni, una doble estrella dentro de una clase de 230 estrellas del mismo brillo y que en la actualidad puede verse separada con binoculares. Ya que la distancia entre las dos estrellas es como mucho de $x = 3.\widehat{3}'$, entonces $p_x = 1/4254525$, y por tanto, $q_x^{230\times 230} = 80/81$ es la probabilidad de que ninguna de las dos estrellas se encuentre dentro de esa pequeña distancia de cualquier otra. Así pues, la probabilidad bajo la hipótesis nula, de observar un grupo como β Capricorni es de sólo 1/81.

$$p\left(d(A,B) \leq 3.\widehat{3}' \middle| H_0\right) = \frac{1}{81}.$$

John Michell escribe que no es posible mediante una observación directa decidir si dos estrellas observadas se encuentran tan juntas para ser sólo una doble estrella óptica o una doble estrella real, esto es, si un par de estrellas están lo suficientemente cercanas para que el movimiento de una influya en la otra. Pero es altamente probable que alguna doble o múltiple estrella sí lo sea físicamente.

La conclusión era que las estrellas no estaban distribuidas al azar. Existe alguna ley que tiende a producir las proximidades observadas, y que las proximidades actuales no son meramente ópticas y aparentes. Las estrellas que parecían muy cercanas una de la otra debían estarlo en realidad en casi todos los casos. Sólo en unos pocos casos excepcionales podía darse el accidente de que sólo estuviesen en la misma dirección.

Esas estrellas que están realmente muy cerca una de la otra son llamadas *estrellas binarias*.

El interés por las estrellas dobles tiene mucho que ver con la medición de la paralaje estelar. La *paralaje* es el cambio aparente de la posición de un objeto próximo en comparación con un objeto más distante, cuando el observador cambia la posición desde la que observa el objeto. Se puede optar por observar dos estrellas que estuvieran muy juntas. Era lógico suponer que no estaban muy cerca una de la otra, sino que sencillamente se encontraban en la misma dirección con respecto a la Tierra. Una de las dos, la más oscura, estaría tan lejos que no mostraría prácticamente ninguna paralaje. Por tanto, se la podría considerar estacionaria. La más brillante del par, en cambio, estaría bastante cerca para mostrar una paralaje detectable. Así, presentaría un pequeño desplazamiento anual con referencia a la estrella oscura estacionaria cercana a ella. Por el tamaño de la paralaje es posible determinar, mediante cálculos trigonométricos, la distancia entre nuestro planeta y una estrella, por ejemplo.

Luego la probabilidad también se aplicó a la aparición de las estrellas dobles.

Otros protagonistas

Otro protagonista de la estrecha relación entre Astronomía y Estadística fue el astrónomo William Herschel (1738-1822). Nacido en Hannover, una región alemana que estaba bajo el domino del Rey Jorge II de Gran Bretaña. Estudió música y en 1757 huyó a Inglaterra a fin de no ser reclutado en el ejército para combatir a los franceses. William Herschel se hizo sus propios telescopios porque no tenía dinero para comprarse uno bueno y acabó construyendo el mejor de su tiempo. Por cierto, que William Herschel construyó el primer telescopio para el Observatorio Astronómico de Madrid.

También, William Herschel descubrió un nuevo planeta, al que quiso poner el nombre del monarca inglés *"Estrella de Jorge"*, pero al que se acabó llamando *Urano* a propuesta del astrónomo Johann Elert Bode (1747-1826), ya que según la mitología griega, Urano era el padre de Crono (Saturno). Al igual que Saturno era el padre de Zeus (Júpiter) y éste a su vez era el padre de Ares (Marte), Afrodita (Venus) y Hermes (Mercurio), dioses que daban nombre a los planetas interiores.

Un motivo de estudio de William Herschel fue la forma de la nuestra galaxia. A primera vista, parecería que las estrellas se esparcían al azar por el espacio infinito en todas las direcciones. Podemos ver estrellas en todas las direcciones, y con el telescopio se pueden ver más estrellas en todas las direcciones. Sin embargo, Herschel presuponía que la forma global de nuestro sistema sería la de una piedra de afilar o una lente. Si desde la Tierra miramos a lo largo del eje corto de la lente, veríamos relativamente pocas estrellas. Si miramos en la dirección del eje largo, veríamos un enorme número de estrellas.

Para verificar dicha hipótesis, tratar de contar todas las estrellas en todas las direcciones era imposible. De modo que en 1784 efectúo un *muestreo* del cielo. Eligió 683 regiones, dispersas por todo el cielo, y contó las estrellas visibles con su telescopio en cada región. Halló un número de estrellas por unidad de superficie mayor en el plano de la Vía Láctea y un menor número de estrellas en ángulos rectos a este plano. Es decir, gracias a razonamientos inferenciales, William Herschel dio forma a nuestra galaxia.

También es reseñable la labor de Christian Kramp (1760-1826). En 1809 fue nombrado profesor de Matemáticas en Estrasburgo, ciudad en la que nació y murió. Sus trabajos en Matemáticas se centraron en estudiar la función factorial generalizada. Fue uno de los primeros en utilizar la notación *n!* para el factorial de un número.

Para la Estadística tiene importancia su manual para el cálculo de refracciones astronómicas donde aparecen tabulados los valores de la integral $\int_t^{\infty} e^{-t^2}\,dt$. Esta tabla será utilizada por otros estadísticos como Cournot para poder tabular la distribución normal.

En las tablas de refracciones astronómicas aparecen las correcciones que deben efectuarse a los desplazamientos aparentes llevados a cabo por causa de la refracción, en todas las altitudes o en cada situación en que esté situado el cuerpo solar observado en cuestión.

La refracción astronómica es la modificación de la dirección de una estrella ocasionada por la desviación del rayo luminoso que va de la estrella a la Tierra al atravesar la atmósfera terrestre. Este fenómeno hace que el Sol y las estrellas se vean siempre por encima de su posición real. Luego los astrónomos ayudaron a tabular la Normal.

Bibliografía

BERNOULLI, D. (1735): "Recherches physiques et astronomiques sur le problem propose pour la seconde fois par l'Académie Royale des Sciences de Paris: Quelle est la cause physique de l'inclinaison des plans des orbites des planetes par rapport au plan de l'equateur de la révolution du soleil autour de son axe; Et d'où vient que les inclinaisons de ces orbites sont diferentes entre elles", *Recuel des pièces qui ont remporté les prix de l'Acadèmie Royale des Sciences,* 3, 303-326.

EULER, L. (1749): "Recherches sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et Júpiter, sujet propose pour le prix de l'anné 1748, par l'Acadèmie Royale de Paris", Paris.

GARCÍA, A. (2002): "Legendre: La honestidad de un científico", Colección *"La Matemática en sus personajes"*, número 11, Nívola libros y ediciones, S.L., Madrid.

GAUSS, C.F. (1855): *Méthode des moindres carrés. Mémoires sur la combinaison des observations,* Traduits en Français et publiés avec l'autorisations de l'auteur, par J. Bertrand, Mallet-Bachelier, Paris.

HALD, A. (1990): *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750,* Wiley, Nueva York.

HALLEY, E. (1693): "An estimate of the degrees of mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslau; with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives", *Philosophical Transactions*, número 17, 596-610.

HALLEY, E. (1716): "Methodus singulares qua Solis parallaxis sive distantia a Terra, ope Veneris intra Solem conspiciendae tuto determinari poterit", *Philosophical Transactions*, número 348, 454-610.

HUYGENS, C. (1742): *De Ratiociniis in Ludo Alae*, Opera Varia, Lugduni Batavorum.

KRAMP, C. (1799): *Analyse des Réfractions astronomiques et terrestres,* Dannbach, Strasbourg and Schwikkeert, Leipzig.

LAPLACE, P.S. (1781): "Mémoire sur les l'inclinaison moyenne des orbites des cometes, sur la figure de la terre, et sur les functions", *Mém. Acad. R. Sci. Paris, (Savants Étrangers),* 7, 503-540.

LAPLACE, P.S. (1788): "Théorie de Júpiter et de Saturno", *Mém. Acad. R. Sci. Paris, 1785,* 33-160.

LEGENDRE, A.M. (1806): *Nouvelles Méthodes pour la Détermination des Orbites des Comètes*, Chez Courcier, París.

MICHELL, J. (1767): "An inquiry into the probable paralax, and magnitude of the fixed stars, from the quantity of light which they afford us, and the particular circumstances of their situation", *Philos. Trans. R. Soc. London*, 57, 233-264.

MICHELL, J. (1784): "On the means of discovering the distance, magnitude, & c., of the fixed stars", *Philos. Trans. R. Soc. London*, 35-57.

RUIZ, G. (1990): "De cuando los matemáticos construían el universo", *Epsilon,* 16, 45-56.

RUIZ, G. (2003): "Los orígenes del método de mínimos cuadrados", Revista *SUMA*, número 43, 31-37.

SÁNCHEZ, C. Y VALDÉS, C. (2001): "Los Bernoulli: Geómetras y Viajeros", Colección *La Matemática en sus personajes*, número 10, Nívola libros y ediciones, S.L., Madrid.