

Proyecto Fin de Grado

Ingeniería Aeroespacial

Determinación de la permeabilidad de distintos medios porosos

Autor: Marta Rallo Ayerbe

Tutor: Guillaume Riboux

Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



Proyecto Fin de Grado
Ingeniería Aeroespacial

Determinación de la permeabilidad de distintos medios porosos

Autor:

Marta Rallo Ayerbe

Tutor:

Guillaume Riboux

Profesor Contratado Doctor

Dep. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Proyecto Fin de Grado: Determinación de la permeabilidad de distintos medios porosos

Autor: Marta Rallo Ayerbe

Tutor: Guillaume Riboux

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

A mi familia

A mis maestros

Agradecimientos

Gracias a todas las personas que de una u otra manera han hecho posible el desarrollo de este trabajo. En especial al personal del laboratorio y a mi tutor, que ha sabido guiarme y corregirme en todo momento y me ha prestado su ayuda cada vez que la he necesitado. Por otro lado, me gustaría agradecer a mi familia y a todos mis compañeros el apoyo que me han brindado a lo largo de todo el grado y, por supuesto, a lo largo de estos últimos meses.

Resumen

Los análisis de permeabilidad y porosidad que pueden encontrarse en la literatura con facilidad se centran en estudios de suelos y minerales al ser este campo ampliamente explotado por la ingeniería civil. Sin embargo, estas dos propiedades son de gran importancia tanto hoy en día como lo serán en el futuro, donde cada vez más se están utilizando materiales compuestos. El estudio que aquí se plantea tratará de evaluar estos dos parámetros en materiales compuestos de vidrio, empleando una metodología ya existente como lo son el permeámetro de Darcy, del siglo XIX, y la teoría de capilaridad de Washburn, de principios del siglo XX.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen.....	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas.....	xv
Índice de Figuras.....	xvii
1 Introducción	1
2 Fundamentos teóricos	3
2.1 Conceptos básicos	3
2.1.1 Porosidad	3
2.1.2 Permeabilidad.....	3
2.1.3 Factores que afectan a la porosidad	4
2.1.4 Factores que afectan a la permeabilidad	6
2.2 Ley de Darcy	8
2.2.1 Análisis dimensional.....	10
2.2.2 Limitaciones de la ley de Darcy.....	11
2.3 Teoría de Washburn	12
2.3.1 Estimación de p_s mediante el modelo capilar sin gravedad	16
2.4 Relación entre porosidad y permeabilidad	16
3 Método de resolución	21
3.1 Instrumentación y descripción del montaje del equipo	21
3.1.1 Probetas	21
3.1.2 Experimento asociado a la Ley de Darcy	22
3.1.3 Experimento asociado a la teoría de Washburn.....	24
3.2 Procedimiento de medición de la permeabilidad	27
3.2.1 Procesamiento de datos.....	27
3.3 Proceso de medición de la porosidad.....	28
4 Análisis de resultados.....	33
4.1 Permeabilidad	33
4.2 Porosidad	36
4.2.1 Resultado de la porosidad en función de las masas.....	36
4.2.2 Aplicación del experimento de Washburn	39

5	Conclusiones.....	49
6	Anexos.....	55
6.1	Anexo I. Tabla de datos experimentales del experimento de Darcy.....	55
6.2	Anexo II. ΔM para cada probeta.....	57
6.3	Anexo III. Errores relativos en la porosidad obtenida en el experimento asociado a las diferencias de peso.....	58
6.4	Anexo IV: Tortuosidades estimadas en función de R_p , ϵ y K	58
	Referencias.....	59

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Diámetros de poro de cada probeta.	22
Tabla 2. Resultados de permeabilidad.	35
Tabla 3. Porosidad estimada a través de los incrementos de masa ΔM	39
Tabla 4. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 4.	41
Tabla 5. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 3.	44
Tabla 6. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 2.	47
Tabla 7. Resultados finales obtenidos mediante los experimentos de Darcy y Washburn.	53
Tabla 8. Medidas experimentales para cada probeta.	56
Tabla 9. ΔM para cada probeta.	57
Tabla 10. Errores obtenidos en la porosidad.	58
Tabla 11. Tortuosidades estimadas para el estudio de la dependencia con el ángulo de contacto.	58

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Diversidad de formas de grano. Ref (Silva, 2011)	5
Figura 2. Diversidad de tamaños de grano. Ref (Silva, 2011)	6
Figura 3. Definición de tortuosidad. Ref. (Streamlines, s.f.)	8
Figura 4. Experimento diseñado por Henry Darcy. Ref (Darcy, 1856)	9
Figura 5. Esquema del ángulo de contacto. Ref (Brite Guard, s.f.)	13
Figura 6. Tendencia de la ley de Washburn para un caso ideal. Tiempo de medición :60 s.	14
Figura 7. Ejemplo de las muestras.	21
Figura 8. Esquema del experimento de Darcy. Ref (González, 2011)	22
Figura 9. Instrumentación del experimento de Darcy.	23
Figura 10. Instrumentación del experimento de Washburn.	26
Figura 11. Procedimiento de calibración.	26
Figura 12. Frente de líquido.	29
Figura 13. Evolución del frente en distintos instantes de t.	30
Figura 14. Tendencia experimental de $h(t)$.	30
Figura 15. Regresiones para la determinación de la permeabilidad.	34
Figura 16. Permeabilidades en función de los radios medios de poro.	35
Figura 17. Porosidad estimada a través de los incrementos de masa Δm .	37
Figura 18. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 4 seca y húmeda.	40
Figura 19. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.	41
Figura 20. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 3 seca y húmeda.	43
Figura 21. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.	45
Figura 22. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 2 húmeda.	46
Figura 23. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.	47
Figura 24. Permeabilidad frente a radio medio de poro. Escala logarítmica.	50
Figura 25. Comparación de los resultados de Washburn y del experimento ΔM .	50
Figura 26. Dependencia de θ con τ en función de R_p .	52

1 INTRODUCCIÓN

El estudio de materiales compuestos va ganando terreno cada vez más rápidamente hoy en día. Una característica importante a tener en cuenta en un material que vaya a enfrentarse a distintos fluidos es la permeabilidad. Es decir, la capacidad del material de permitirle a un flujo que lo atraviese sin alterar su estructura interna. A día de hoy, los estudios existentes de permeabilidad y/o porosidad están enfocados a la caracterización de suelos y terrenos. Es por esto, que en el documento que aquí se presenta se va a tratar de determinar la permeabilidad y la porosidad de diferentes materiales compuestos cuyo material es el vidrio.

Una vez fijado el objetivo principal, será necesario plantear un procedimiento de cálculo teniendo en cuenta el punto de partida. En este caso concreto, se tienen siete muestras de distintas porosidades, que serán expuestas más adelante. De cada una de ellas se conocen únicamente tres parámetros: el diámetro, el espesor y el diámetro medio de los poros.

A pesar de que tan solo se presentan dos incógnitas (la permeabilidad y la porosidad), se llevarán a cabo dos experimentos, los cuales se basan en la ley de Darcy y la ecuación de Washburn. Ambas teorías permiten el hallazgo de los parámetros en cuestión aplicando conceptos sencillos de la mecánica de fluidos.

En un primer lugar, gracias a la teoría desarrollada por Henry Darcy, es posible caracterizar el movimiento de un fluido a través de un medio poroso. En otras palabras, será posible determinar cómo de poroso es un material empleándolo como si fuera un filtro. En función de la diferencia de presiones que se genere en el flujo al pasar por la muestra, se podrá determinar la impedancia que dicho material ofrece al paso del fluido y, por tanto, se podrá obtener la permeabilidad del mismo.

Por otro lado, la teoría expuesta por Edward Wight Washburn se basa en el empleo del concepto de capilaridad. Así, es posible describir el movimiento del fluido en ascenso tomando los capilares como tubos cilíndricos paralelos. Aplicando la ley de Poiseuille y mediante observación de la velocidad de subida, o, en su defecto, el tiempo que tarda el fluido en emparar la muestra, será posible determinar la porosidad, y a su vez, la permeabilidad del material.

Ambos experimentos se detallarán a lo largo del proyecto, así como la construcción de los mismos.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Una vez introducidos los objetivos y los procesos que se emplearán para alcanzarlos, será de interés dejar claras las bases científicas de ambos experimentos. De esta manera, serán justificables los montajes de los equipos y los análisis que se realizarán de las muestras tomadas.

2.1 Conceptos básicos

Antes de entrar en materia técnica, será necesario definir en profundidad algunos conceptos.

2.1.1 Porosidad

La porosidad es una propiedad intrínseca en cada material y hace referencia a la cantidad de espacio vacío que contiene dicho material [Ref(Herod, 2011)]. Estos espacios se generan entre los granos que componen la estructura de la pieza que se trata. Concretamente, la porosidad es el porcentaje de espacio vacío que existe en un medio poroso y se calcula como sigue.

Dado que el volumen total de la muestra en cuestión se compone de granos sólidos y de los intersticios que surgen del empaquetamiento, se tiene:

$$V_{total} = V_{matriz} + V_{poros}$$

Y dado que la porosidad del material se ha definido como la relación entre el volumen total ocupado por los poros y el volumen total de la muestra, resulta que:

$$\epsilon = \frac{V_{poros}}{V_{total}} < 1$$

Esta fracción siempre será menor que uno, es decir, el porcentaje de poros siempre será menor del 100% de la muestra. Aunque por definición la porosidad sea una fracción y se exprese en tanto por uno, es conveniente ilustrarla como un porcentaje de modo que facilite la comprensión.

Por otro lado, este parámetro no ofrece información sobre la colocación de dichos poros, tamaño o forma de dichos poros. Por tanto, será necesario hacer referencia a la permeabilidad con objeto de obtener toda la información necesaria para poder caracterizar los materiales.

2.1.2 Permeabilidad

La permeabilidad se define como la propiedad de un material poroso que determina la facilidad con la que éste puede ser atravesado por un fluido [Ref(Herod, 2011)]. De esta forma, la permeabilidad es una característica intrínseca del material, y cuanto mayor sea este parámetro, más fácilmente podrá

ser atravesado por dicho fluido. Más gráficamente, la permeabilidad puede ser definida en base a cómo están los poros de dicho material conectados entre sí. A una mayor conexión entre los mismos se referirá una mayor permeabilidad al facilitarse la filtración del fluido.

Como cabe esperar, la permeabilidad está estrechamente ligada con la porosidad del medio, dependiendo altamente del número, geometría y tamaño de los poros y grietas presentes en el material. Esta dependencia hace que, la permeabilidad, tal y como está definida, tenga unidades de área. Esto se debe a la relación existente entre las áreas de material y de poro en la sección perpendicular al paso del fluido. De hecho, en el Sistema Internacional (SI), la unidad de la permeabilidad es el m^2 . Sin embargo, la unidad más empleada es el Darcy, donde:

$$1 D \approx 10^{-12} m^2$$

Esta unidad toma el nombre del ingeniero francés Henry Darcy, quien elaboró una de las teorías que serán empleadas posteriormente y que permitió describir el paso de un fluido a través de un medio poroso. De esta manera, un Darcy se corresponde con la permeabilidad de un cuerpo asimilable a un medio continuo e isótropo, a través del cual, un fluido homogéneo con viscosidad igual a la del agua a 20°C se desplaza a la velocidad de 1 cm/s bajo un gradiente de presión de 1 atm/cm.

Cabe destacar que, en la industria petrolera, la unidad más empleada es el milidarcy [mD]. Sin embargo, dado que en este proyecto se tratan materiales compuestos, se tratarán todas las variables en sistema internacional para realizar los análisis.

2.1.3 Factores que afectan a la porosidad

La porosidad se ve afectada por varios parámetros, siendo los que se exponen a continuación los más relevantes:

- Tipo de microestructura del material

La densidad de empaquetamiento se define como $\rho = 1 - \Phi$ y constituye el primer indicador del estado del medio poroso. Así, y partiendo de la definición de la porosidad, se tiene que la densidad de empaquetamiento refleja el volumen total ocupado por los granos que componen el material frente al volumen total del sólido.

De este modo el tipo de empaquetamiento mediante el cual se distribuyan las esferas que forman las muestras, se tendrá más o menos porosidad. Esto afectará de forma directa al objetivo del proyecto.

Por otro lado, para medios porosos compuestos por esferas de igual tamaño se tendrán porosidades muy cambiantes en función del tipo de empaquetamiento. Para un arreglo cúbico, se registra en la literatura un valor de porosidad en torno al 47%. Tal y como se presenta el problema y dado que los únicos datos conocidos son el radio de la muestra y el diámetro medio de los poros, se supondrá desconocido el tipo de configuración. De esta manera, se registrarán porosidades diferentes y en la mayoría de los casos inferiores a las del arreglo cúbico.

- Tamaño

Los materiales están formados por granos sólidos que se ordenan formando la estructura del material. Como es de esperar, la porosidad de un determinado material depende directamente del tamaño de grano. Aunque granos de mayor tamaño producen intersticios más grandes, se tiene que, en términos de porosidad, es más beneficioso disponer de granos pequeños. Esto se debe a que cuanto menores sean los granos, mayor número de huecos dejarán y mayor será la porosidad de la muestra. De hecho, diversos estudios han demostrado que:

$$\epsilon \propto \frac{1}{R_g}$$

Donde R_g representa el radio medio de grano.

Por ende, la porosidad de un material formado por granos esféricos del mismo tamaño tenderá a ser mayor a medida que los granos sean más finos.

- Forma y distribución de los granos

La morfología de los granos también afecta la porosidad de la roca. Los parámetros más utilizados para definirla son la esfericidad, la redondez y la rugosidad. [Ref (Wisconsin University, 2013)].

- La esfericidad se refiere al grado en el que un grano se aproxima en forma a una esfera.
- La redondez caracteriza la regularidad de la superficie del grano, pudiendo ser ésta más angular o más lisa. Para definir este parámetro se utilizan términos cualitativos como “angularo” que indica la presencia de aristas y caras rectas en los granos; “sub angularo”, que indica poco desgaste en las aristas; “sub redondeado”, que presenta caras poco desarrolladas y aristas redondeadas; y “redondeado”, que presenta aristas redondeadas y carece de caras planas.
- Por último, la rugosidad mide y cuantifica la textura del grano y con ello la fricción que se produce con el paso del fluido, factor que será muy relevante para la permeabilidad.

En este sentido, un sistema compuesto por granos perfectamente esféricos y redondeados presentará una porosidad mayor que un sistema formado por granos alargados y angulares.

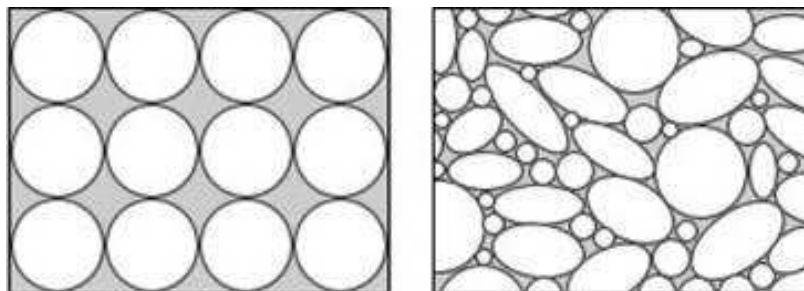


Figura 1. Diversidad de formas de grano. Ref (Silva, 2011)

2.1.4 Factores que afectan a la permeabilidad

En muchos materiales, la permeabilidad es directamente proporcional a la porosidad, que, tal y como se ha definido anteriormente, es la fracción del volumen de material ocupado por los poros frente al volumen total de la muestra [Ref (Herod, 2011)]. Sin embargo, la permeabilidad se define como la capacidad que tiene un material de permitir el flujo de fluidos a través de sus poros interconectados. Por tanto, si los poros de la roca no se encuentran interconectados no hay permeabilidad. De aquí se puede deducir que la permeabilidad se ve afectada por diferentes factores externos a la porosidad.

Algunos de estos factores, si se considera una porosidad constante, son:

- Tamaño de grano.

Al igual que la porosidad, la permeabilidad también se verá afectada ante el tamaño medio de grano de un material. En efecto, la permeabilidad puede variar drásticamente entre dos muestras con una misma porosidad en función de si dichos materiales están formados por granos grandes o pequeños. Sin embargo, a diferencia de la porosidad, si se consideran granos grandes, se tendrá una mayor permeabilidad al ser los huecos que resultan del empaquetamiento mayores, permitiendo de este modo que una mayor cantidad de fluido se filtre. En el caso de un material formado por granos muy finos, será más complicado que el fluido lo atraviese fácilmente.

De esta manera, se puede deducir que, ante un aumento del tamaño de grano en una muestra dada, se tendrá una disminución en la porosidad y un aumento en la permeabilidad. Esto será de vital importancia cuando se expongan los resultados obtenidos de los experimentos aquí considerados.

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que pueden tenerse materiales formados por granos de gran diversidad de tamaños. Esto no es lo más común, pero puede ocurrir. Así, la permeabilidad se verá afectada, disminuyendo cuanto más amplia sea la variedad de tamaños. Esto se debe a que los granos más pequeños pueden rellenar los espacios o poros existentes entre los granos grandes, haciendo al material menos homogéneo.

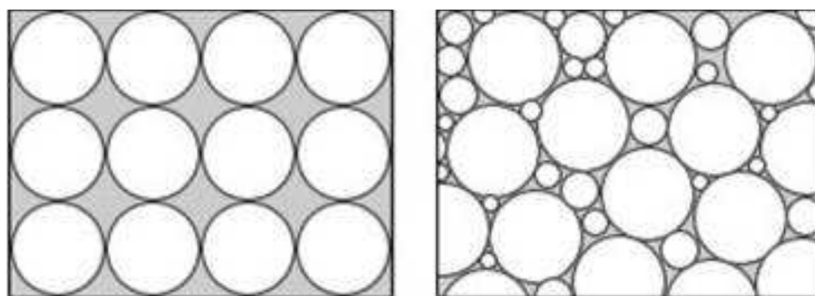


Figura 2. Diversidad de tamaños de grano. Ref (Silva, 2011)

A pesar de mantener la porosidad constante, el paso del fluido a través de un medio poroso con alta variedad de tamaños de grano se verá afectado.

- Forma de grano.

Tal y como se vió en el subapartado anterior, hay tres propiedades clave para caracterizar la forma de grano: la esfericidad, la redondez y la rugosidad.

La forma de grano afecta a la permeabilidad ya que es un factor importante en el empaquetamiento de los granos que forman la estructura del material. Una gran variabilidad en la forma de los mismos impide que la estructura alcance el empaquetamiento óptimo. Es decir, genera una estructura menos homogénea, lo cual tiene repercusión sobre la permeabilidad.

Conviene recordar que se está suponiendo una porosidad constante. De esta manera, para dos muestras de un mismo material con la misma porosidad, si uno de ellos posee una mayor diversidad en la forma de sus granos que el otro y, por tanto, es menos homogéneo, tendrá menor permeabilidad al reducirse la conexión entre poros comentada anteriormente. Al disminuir la homogeneidad, aumenta la dificultad de filtración del fluido a través de dicha muestra.

- Distribución de grano.

Dado que la permeabilidad está referida al modo en el que los poros están conectados entre sí, para dos materiales con una misma porosidad es posible encontrar que dichos poros no están igual distribuidos y, por tanto, puede variar la permeabilidad de uno a otro. Por ejemplo, si un material tiene una alta permeabilidad implica que sus poros están bien conectados unos con otros, permitiendo que el fluido pase de uno a otro sin problemas (Nolen-Hoeksem, 2014). Por el contrario, si el material posee una baja permeabilidad, sus poros están aislados y el fluido queda atrapado.

- Tortuosidad.

La tortuosidad de un material es una propiedad comúnmente utilizada para describir el movimiento de un fluido a través de un medio poroso. [Ref (Streamlines, s.f.)] Este parámetro mide la complejidad geométrica dentro del medio poroso y está estrechamente relacionado con la distribución, forma y tamaño de los granos. En mecánica de fluidos, la tortuosidad de un medio poroso se entiende como el cociente entre la distancia que recorre el fluido a su paso desde un punto a otro, y la línea recta equivalente entre esos dos puntos.

La expresión matemática que define este parámetro es la que sigue:

$$\tau = \left(\frac{L_e}{L}\right)^2 \geq 1$$

Es importante tener en cuenta que la tortuosidad se mide en un plano perpendicular al movimiento de avance del fluido. De esta manera, la hipótesis que se realizará en todo momento sobre los capilares como conductos paralelos y verticales no determinará el valor de la tortuosidad. En otras palabras, la posición de los capilares sobre el plano, tal y como se muestra en la Figura 4, puede ser más o menos ordenada, generando distintos valores de tortuosidad.

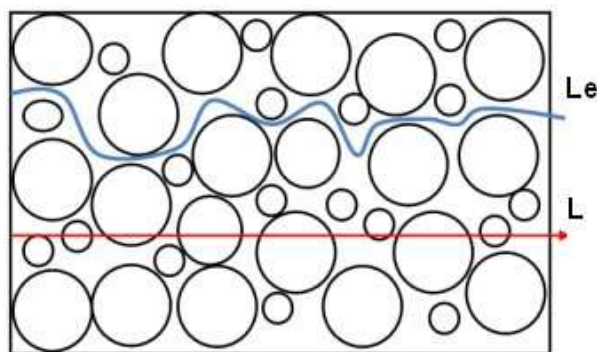


Figura 3. Definición de tortuosidad. Ref. (Streamlines, s.f.)

2.2 Ley de Darcy

La primera de las dos teorías que serán de aplicación en este estudio es la Ley de Darcy. [Ref (Soulaine, 2015)]. Tal y como su nombre indica, fue formulada por Henry Philibert Gaspard Darcy (1803-1858), quien es conocido por haber sido un importante ingeniero de puentes y caminos que trabajó en la ciudad francesa de Dijon, su ciudad natal. Su fama se debe principalmente a su contribución a la ciencia en cuestiones de hidráulica y por haber sido uno de los pioneros en el abastecimiento de agua potable en las ciudades.

En 1856 publicó un tratado sobre las fuentes públicas de Dijon. En este libro aparece la fórmula que desde entonces lleva su nombre y que toma un papel protagonista en el estudio que aquí se va a realizar. De esta fórmula se deduce la unidad de medida descrita anteriormente: el Darcy. Como ya es sabido, Henry Darcy se interesó en el estudio de los flujos de agua a través de medios porosos porque en la época se utilizaban filtros de arena para depurar el agua, por lo tanto, realizó una serie de experimentos siguiendo la línea del mostrado en la Figura 4 con objeto de caracterizar el movimiento. Concretamente, el mostrado en la Figura 4 es el que él mismo diseñó. En esta imagen puede apreciarse que el sistema empleaba como fluido el propio agua, pero, sin embargo, los manómetros eran de mercurio.

Debido a los problemas existentes hoy en día para conseguir y trabajar con mercurio debido a su alta toxicidad, en este experimento se tomarán como manómetros dos conductos de diámetro pequeño que se llenarán del mismo agua que circule por la tubería principal del permeámetro. La versión simplificada se mostrará más adelante, en el apartado que sigue.

Así, y en base este experimento utilizado por Darcy, para poder demostrar esta misma ley, será necesario disponer de un depósito con un filtro homogéneo en su interior de una altura determinada, que se denominará L . Este depósito, a su vez, debe poseer dos orificios a los cuales se conectarán dos manómetros, que como bien se ha mencionado previamente, en el caso mostrado en la figura 4 son de mercurio. Sin embargo, este análisis se realizará con conductos abiertos al ambiente con objetivo de medir la presión en los puntos superior e inferior del filtro utilizando el propio fluido que circula. De esta manera, se obtendrán dos alturas h_1 y h_2 en cada manómetro respectivamente, que variarán en función de distintos parámetros involucrados. No obstante, esta metodología será propiamente detallada posteriormente.

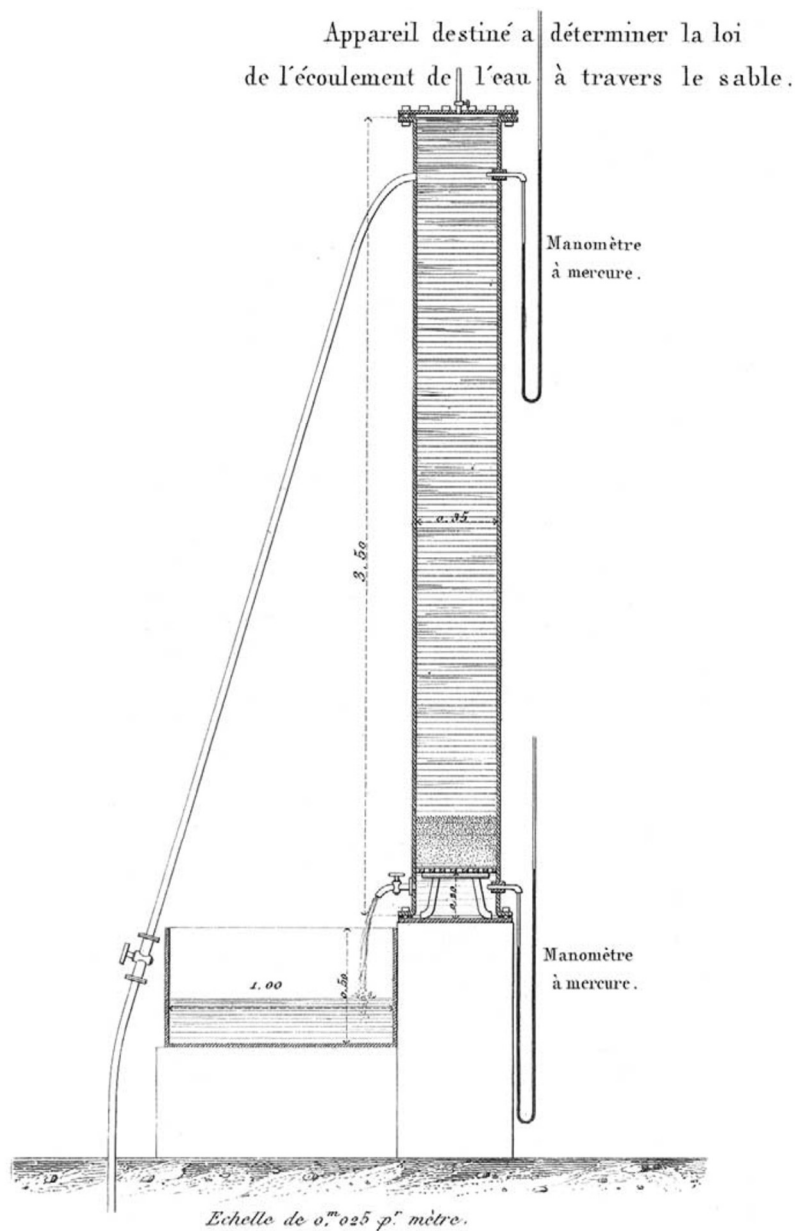


Figura 4. Experimento diseñado por Henry Darcy. Ref (Darcy, 1856)

Puede concluirse que, a grandes rasgos, la realización del experimento se basa en llenar el depósito con un líquido incomprensible a un caudal constante. Gracias a la variación de las alturas h_1 y h_2 , se puede describir el paso del flujo de líquido a través del filtro, que hace de medio poroso. Darcy logró deducir la siguiente relación:

$$Q = \frac{KA \Delta P}{\mu L}$$

Donde $\Delta P = \rho g(h_2 - h_1)$, L es la longitud del filtro, K se corresponde con la permeabilidad del material, μ es la viscosidad dinámica del fluido y A es la sección del depósito. A su vez se tiene que

ρ se corresponde con la densidad del fluido y g con la gravedad, luego $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$.

Por lo tanto, y tras probar con distintos materiales porosos, Darcy pudo deducir que el caudal que atraviesa el permeámetro es linealmente proporcional a la sección A y al gradiente hidráulico $(\Delta h/L)$. [Ref. (Román)]. La constante de proporcionalidad, además, sería característica de cada material y la denominó permeabilidad (K).

Como primera conclusión se tendría que, cambiando todas las variables y repitiendo el experimento tantas veces como sea necesario – siempre que se utilice el mismo medio poroso – se cumple que:

$$Q = K_h \cdot \text{Sección} \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

Siendo K_h la conductividad hidráulica, que se define como:

$$K_h = K \frac{\rho g}{\mu}$$

Donde ρ es la densidad del fluido, μ la viscosidad dinámica, g la gravedad y K , la permeabilidad.

En el caso de utilizar otro material poroso, la ecuación también se verifica, sin embargo, la constante de proporcionalidad K es otra distinta. Así, puede deducirse, de la misma forma que lo hizo Darcy, que esa constante de proporcionalidad, la permeabilidad, es propia de cada material.

2.2.1 Análisis dimensional

A pesar de haber introducido en conceptos básicos el concepto de permeabilidad, conviene demostrar qué unidades tiene esta constante. De la propia ley de Darcy se tiene que, dadas las unidades de cada variable que toma lugar en la ecuación, que son:

- El caudal Q , que tiene unidades de L^3/t
- La sección A , que tiene unidades de L^2
- $\Delta h/L$ es adimensional ya que $L/L = 1$

Teniendo en cuenta la ecuación demostrada por Darcy, expuesta previamente como:

$$Q = K_h \cdot \text{Sección} \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

Resulta que K_h tiene unidades de velocidad, L/t .

De esta manera, y teniendo que a su vez se verifica:

$$K_h = K \frac{\rho g}{\mu}$$

Donde:

- La densidad ρ tiene unidades de M/L^3
- La gravedad g es una aceleración, luego tiene unidades de L/t^2

- Y, por último, sabiendo que la viscosidad dinámica del fluido $[\mu = \nu\rho]$ tiene unidades de $M/(L \cdot t)$

Se obtiene como resultado del análisis dimensional lo ya esperado:

$$[K] = L^2$$

Este resultado se corresponde con la teoría expuesta en los conceptos fundamentales. A lo largo de este documento se trabajará en sistema internacional, por lo que la unidad de la permeabilidad que se expondrá en todo momento será el m^2 .

2.2.2 Limitaciones de la ley de Darcy

En lo que a este estudio se refiere, solo existirá una limitación a tener en cuenta (Román). Esta afirmación toma sus fundamentos en las siguientes hipótesis que se realizan:

- Medio poroso isótropo. Dado que no se dispone de un conocimiento suficiente del medio poroso que se está tratando, no es posible determinar la permeabilidad en cada dirección del espacio. De esta manera, se asignará una permeabilidad K que se supondrá válida para cualquier dirección.
- Todas las pruebas se realizarán a una misma temperatura y con un mismo fluido, luego K_h será proporcional a K ya que ρ , g y μ se mantendrán constantes.
- Siempre se tratarán caudales posibles de medir, luego no será necesario imponer gradientes de presión externos.

De esta manera, la única comprobación necesaria a la hora de determinar si una muestra es admisible o no será en función del número de Reynolds. Este coeficiente se creó para determinar la existencia de régimen laminar o turbulento en tuberías o canales abiertos. Dado que un medio poroso se toma como un material compuesto por n tuberías paralelas entre sí y situadas en la dirección de movimiento del fluido, se aplicará la fórmula de Reynolds para tuberías con objeto de determinar el tipo de flujo. Esta expresión se escribe como:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

Donde:

- ρ es la densidad del fluido [kg/m^3]
- V es la velocidad de Darcy [m/s]

Esta velocidad se define como

$$V = \frac{\text{Caudal}}{\text{Sección Total}} = \frac{Q}{A}$$

Cabe destacar que la velocidad real a la que se mueve el fluido no corresponde con ésta debido a que el fluido se mueve únicamente a través de los poros. En otras palabras, la velocidad real del fluido vendrá dada por una media de las velocidades en cada capilar, que se definirán a su vez en función de cada caudal y cada sección de cada capilar.

- D es el diámetro medio de los poros [m]
- μ es la viscosidad dinámica, ya definida previamente, por lo que [$kg/(ms)$]

A pesar de la simplicidad de las ecuaciones definidas, se da la situación en la que llegar a conocer el grado de turbulencia del flujo a través de un medio poroso con suficiente exactitud y de forma experimental, es una tarea que se escapa de los límites de este análisis. Por esta razón se tomará como referencia un resultado experimental ya existente. Diversas observaciones han concluido que la ley de Darcy se cumple (el caudal es linealmente proporcional al gradiente) siempre y cuando $Re < 1$; Si $Re > 10$ la ley no se cumple; y si Re está en un valor intermedio puede cumplirse o no. Esta falta de precisión se debe a distintos factores como la forma de los granos, su tamaño, la distribución de los mismos...

Esta limitación no presentará ningún inconveniente en este estudio ya que se trabajará con unos diámetros de poro del orden de micras y velocidades de Darcy pequeñas. De todos modos, se realizará la comprobación para verificar que todos los datos tomados son admisibles.

2.3 Teoría de Washburn

La otra de las teorías a emplear fue la desarrollada por Edward Wight Washburn (1881-1934), un conocido químico estadounidense. Esta teoría se basa en el paso de un fluido a través de un medio poroso mediante un fenómeno conocido como capilaridad (Pillai, 2007). De todos los campos que estudian la capilaridad, entre los que se encuentran: el estudio de la relación entre el frente de líquido y el tiempo, el estudio de la relación entre el frente de líquido y las características del medio poroso o el estudio de la relación entre el frente de líquido y el ángulo de contacto con el medio poroso; Washburn – y Poiseuille – se centró en la relación existente entre la subida del frente de líquido y el tiempo.

Partiendo de la base de que la absorción es un fenómeno de transporte de líquido dentro de un medio poroso, puede definirse el concepto de capilaridad como un proceso de absorción que se produce gracias a la presencia de un medio poroso y un líquido con unas propiedades que lo permitan. Entre estas propiedades se encuentran la tensión superficial γ o el ángulo de contacto entre fluido y material. Este ángulo de contacto mide la mojabilidad del líquido y es función de las fuerzas de tensión superficial. A pesar de que numerosos científicos hayan intentado encontrar una ecuación teórica que prediga la magnitud del ángulo de contacto entre un fluido y un material, esta relación sigue siendo un problema aun por resolver. Así, los ángulos de contacto que se utilizarán en este análisis serán resultado de estudios experimentales realizados en el pasado para el fluido que aquí se empleará: el agua.

Volviendo a la permeabilidad de un medio poroso, tanto Washburn como Poiseuille como tantos otros científicos que estudiaron el fenómeno, comenzaron suponiendo que los capilares serían conductos paralelos, tal y como hizo Darcy. Sin embargo, en la ecuación de Washburn se acaba considerando la tortuosidad del material, parámetro que jugará un importante papel a lo largo de este documento. Por otro lado, a lo largo de la historia del estudio de la absorción y capilaridad se han despreciado, en la mayoría de los casos, las fuerzas inerciales como la gravedad. Una excepción conocida a esta regla general fue Szekely [Ref (Szekely)], quien consideró en su estudio estas fuerzas inerciales. Como

resultado de su análisis se obtuvo una ecuación diferencial no lineal e imposible de resolver analíticamente. Por esta razón, la ecuación de Washburn, que se caracteriza por su simplicidad y su buena aproximación a la realidad, se emplea cuando es posible despreciar dichas fuerzas. Esta hipótesis es aquí admisible al estar tratando con muestras de diámetros pequeños (del orden de pocos centímetros).

Una vez introducida la utilidad de la ecuación de Washburn y las hipótesis en las que ésta se basa, es posible trabajar con ella hasta dar con una expresión que contenga las variables que aquí son conocidas y, así, conseguir resolver el problema planteado en este estudio. Partiendo de la propia ecuación de Washburn:

$$h_f = \left(\frac{R_h \gamma \cos(\theta)}{\tau \mu} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{t}$$

Donde γ , ya definida antes, es la tensión superficial del fluido; θ interviene como el ángulo de contacto, el cual se define y se detalla en la Figura 5; μ interviene como la viscosidad; y por último τ , como la tortuosidad.

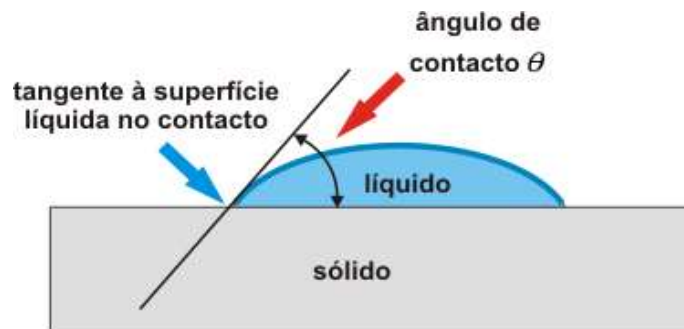


Figura 5. Esquema del ángulo de contacto. Ref (Brite Guard, s.f.)

Por otro lado, será necesario definir R_h , que corresponde con el radio hidráulico. Éste representa la relación entre el volumen de poros ocupado por el fluido y el área mojada de los poros, supuestos como conductos. Se tiene entonces que:

$$R_h = \frac{\text{Volumen}}{\text{Área}} = \frac{\epsilon \pi R_w^2 h}{N \pi d_p h}$$

Nótese como en esta ecuación también intervienen, aparte de la porosidad ϵ y el diámetro medio de poro d_p , otras variables que hasta ahora no han sido mencionadas. Aquí aparece el radio efectivo del poro R_w , es decir, el volumen de poro que realmente absorbe, y el número total de poros N . Este último radio, R_w , guarda la siguiente relación con el diámetro medio de poro:

$$\epsilon \pi R_w^2 h = \frac{N \pi d_p^2 h}{4}$$

Que iguale el volumen absorbido con el volumen total de conductos cilíndricos que se espera. De esta manera, se tiene que:

$$R_h = \frac{R_p}{2}$$

Si se incluyen todas estas relaciones en la ecuación de Washburn, se tendrá una expresión que permite relacionar la altura de subida del frente de líquido con el tiempo, en función de los parámetros que en este estudio son conocidos. En otras palabras:

$$h_f = \left(\frac{R_p \gamma \cos(\theta)}{2\tau\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{t}$$

En la Figura 6 se muestra un ejemplo de la tendencia de h_f a lo largo del tiempo.

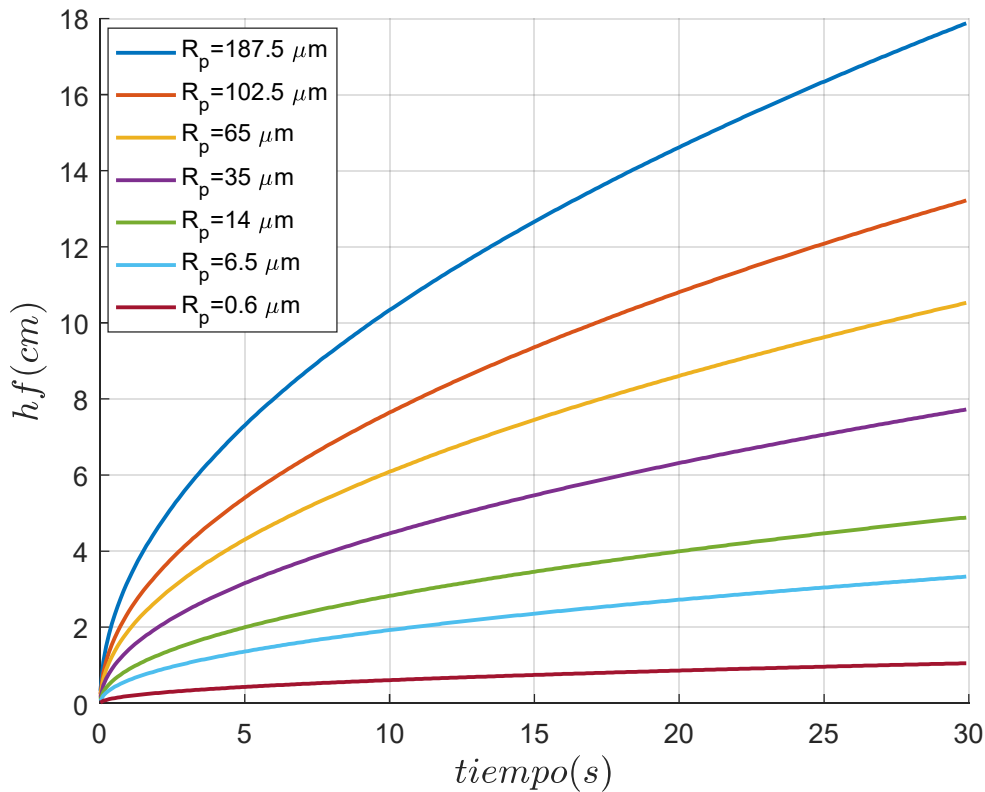


Figura 6. Tendencia de la ley de Washburn para un caso ideal. Tiempo de medición :60 s.

En esta figura se han considerado los siguientes valores:

- $\tau = 6$. Podría haberse tomado $\tau = 1$, sin embargo, esta hipótesis habría supuesto un material en el cual el fluido atraviesa de forma directa. Esto es una clara idealización de la probeta y, dado que no tendrá lugar en este experimento, se tomará $\tau = 6$. Además, de esta manera, se tendrá que la probeta de radio $6.5 \mu\text{m}$ podrá tomarse como referencia debido a que, tal y como se mostrará posteriormente, posee una tortuosidad del mismo orden. Para el resto de las probetas,

la tendencia que se observa en la figura será representativa únicamente de forma cualitativa.

- $\theta = 20^\circ$.
- $\mu = 10^{-3} \text{ kg/(ms)}$
- $\gamma = 72.75 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$

Continuando con el análisis, se tiene que la relación necesaria entre la ecuación de Washburn y la Ley de Darcy nace de la aplicación de la hipótesis de movimiento unidireccional a la Ley de Darcy en forma diferencial y a la ecuación de continuidad. Así, se tiene que en cada capilar se cumple:

$$V = -\frac{K dP}{\mu dh}$$

$$\frac{dV}{dh} = 0$$

Si se combinan ambas ecuaciones, resulta que la distribución de presiones a lo largo del capilar en el que se produce la absorción verifica:

$$\frac{d^2 P}{dh^2} = 0$$

Esta ecuación es fácilmente resoluble aplicando las condiciones de contorno, las cuales son, en primera aproximación:

$$P = p_{atm} \quad \text{en} \quad h = 0$$

$$P = p_{atm} - p_s \quad \text{en} \quad h = h_f$$

Donde p_s es la presión de succión que se crea en el frente de fluido debida al fenómeno de capilaridad. De esta manera, se obtiene una distribución de presiones que será válida en el intervalo $0 \leq h \leq h_f(t)$. Nótese que h_f es función del tiempo.

$$P(h) = p_{atm} + \rho gh - \frac{p_s h}{h_f}$$

Por otro lado, es posible derivar una expresión de h_f de la ecuación de Darcy en forma diferencial vista al principio de este apartado. De esta forma se tiene:

$$\frac{dh_f}{dt} = \frac{V(h = h_f)}{\epsilon} = \frac{K dP}{\epsilon \mu dh}$$

Ahora bien, si se relacionan estas dos últimas expresiones:

$$\frac{dh_f}{dt} = \frac{K}{\epsilon \mu} \left(\frac{p_s}{h_f} - \rho g \right)$$

Además, si se desprecian los efectos de la gravedad, hipótesis empleada por Washburn y Darcy y previamente expuesta, se tiene que, tras la integración por separación de variables:

$$h_f = \sqrt{\frac{2Kp_s}{\epsilon\mu} t}$$

Cabe destacar que la condición inicial empleada es $h_f(t = 0) = 0$.

Esta expresión ya es muy similar a la ecuación de Washburn. La principal diferencia es que aquí la permeabilidad y la porosidad ya juegan un papel protagonista. Sin embargo, la variable p_s no es conocida y, por ello, será necesario estimarla. Hay varios métodos por los cuales se puede estimar esta presión. Entre ellos se encuentran: el modelo capilar y el modelo mediante balance de energía. Es posible incluso considerar la gravedad en ambos modelos. Para el problema que aquí se considera, será suficiente con el modelo capilar, que se expondrá a continuación.

2.3.1 Estimación de p_s mediante el modelo capilar sin gravedad

En este modelo se supondrá que la absorción se realiza mediante un conjunto de capilares verticales supuestos como conductos verticales y paralelos. De esta forma, la presión capilar p_c es conocida y dada por:

$$p_c = \frac{2\gamma \cos(\theta)}{R_p}$$

De esta manera, al haber despreciado los efectos de gravedad y asumiendo las hipótesis realizadas, puede considerarse que $p_s = p_c$. Luego:

$$h_f = \sqrt{\frac{4K\gamma \cos(\theta)}{\epsilon\mu R_p} t}$$

2.4 Relación entre porosidad y permeabilidad

Partiendo de la ley de Darcy ideal escrita como:

$$Q = \frac{KA}{\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

Y aplicando la ley de Poiseuille suponiendo un único poro, tenemos que la relación entre el caudal y la diferencia de presiones es como sigue:

$$\delta Q = \frac{\pi}{128\mu} \frac{\Delta P}{L} (2R_p)^4$$

Siendo R_p el radio del poro individual. De esta manera, si se tienen n capilares paralelos entre sí, todos de radio R_p , puede escribirse:

$$Q = nA \frac{\pi}{128\mu} \frac{\Delta P}{L} (2R_p)^4$$

Trabajando esta ecuación, se concluye en la ley de Darcy. En efecto, agrupando la Ley de Poiseuille previamente expuesta en constantes, se tiene la Ley de Darcy, donde se debe verificar que:

$$\frac{Q}{A} = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta P}{L}$$

Siempre y cuando,

$$K = n \frac{\pi (2R_p)^4}{128}$$

Por otro lado, dado que la porosidad se define como la ratio del volumen de poros en el total del volumen del material, si se mantiene la hipótesis de material homogéneo e isótropo y se siguen tomando los poros como conductos paralelos, puede decirse que la porosidad será la fracción de superficie ocupada por los poros sobre una sección plana de material. De esta manera:

$$\epsilon = n \frac{\pi (2R_p)^2}{4}$$

Esta cadena de hipótesis permitiría concluir en una relación entre porosidad y permeabilidad tal que:

$$K = \epsilon \frac{(2R_p)^2}{32} = \frac{\epsilon R_p^2}{8}$$

Sin embargo, tal y como se ha visto en los conceptos previos, existe un parámetro denominado tortuosidad. La tortuosidad, por su parte, es una característica del material que otorga información sobre la distribución de los granos. Las hipótesis realizadas en la Ley de Darcy derivan en una suposición que considera la tortuosidad de valor constante y próximo a la unidad. Esta conclusión es poco realista para el caso que aquí se presenta, por lo que la relación entre permeabilidad y porosidad que se utilizará a lo largo de todo este análisis tomará su base en la teoría de Washburn.

Como ya se ha mencionado anteriormente, la ecuación de Washburn puede escribirse de dos formas: relacionando altura y tiempo mediante el radio de poro, la tortuosidad y las variables propias del fluido;

$$h_f = \sqrt{\frac{R_p \gamma \cos(\theta)}{2\tau\mu}} \sqrt{t}$$

O bien relacionando altura y tiempo a través de la porosidad y permeabilidad.

$$h_f = \sqrt{\frac{4K\gamma \cos(\theta)}{\epsilon\mu R_p}} \sqrt{t}$$

De esta manera, se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{4K\gamma \cos(\theta)}{\epsilon\mu R_p} = \frac{R_p\gamma \cos(\theta)}{4\tau\mu}$$

Luego,

$$\frac{4K}{\epsilon R_p} = \frac{R_p}{2\tau} \rightarrow \epsilon = \frac{8K\tau}{R_p^2}$$

A pesar de que esta relación considere la tortuosidad, será necesario realizar una aclaración. A lo largo de todo el análisis se ha realizado una hipótesis que necesitará de un factor de corrección para poder tenerse en cuenta a la hora de analizar los resultados. Dicha hipótesis es la que supone los capilares verticales, de mismo diámetro y paralelos entre sí. Al no darse esta situación en la realidad, será necesario tomar un coeficiente geométrico, al que se le denominará C . Este parámetro es totalmente empírico y relaciona las diferencias existentes entre la teoría ideal y la realidad. Concretamente, considera la existencia de la tortuosidad efectiva, el volumen efectivo y el radio de poro efectivo. Ref [(Costa, 2006)] De esta manera, será posible cuantificar la diferencia entre las áreas y caudales efectivos frente a los teóricos. Se tiene, entonces, que la ley de Darcy no ideal viene dada por:

$$Q = C \frac{KA \Delta P}{\mu L}$$

De donde puede deducirse que la ecuación de Washburn podría escribirse tal y como sigue:

$$h_f = \sqrt{\frac{4CK\gamma \cos(\theta)}{\epsilon\mu R_p}} t$$

La inclusión del parámetro geométrico C es clave para relacionar la porosidad y la permeabilidad, teniendo que la relación, deducida del mismo modo que previamente, resulta:

$$\epsilon = C \frac{8K\tau}{R_p^2}$$

Esta expresión sí se adecuará más al experimento que se trata ya que tiene en cuenta que la tortuosidad no será de valor constante y que la geometría efectiva no coincide con la real. A modo de primera aproximación, resulta claro que la porosidad dependerá fuertemente de la tortuosidad, por lo que será necesario una buena estimación de la misma para obtener resultados de porosidad adecuados. Se tiene una dependencia tal que:

$$Si \tau \uparrow \rightarrow \epsilon \uparrow\uparrow$$

Por otro lado, y simplemente como aclaración, si se relacionan las ecuaciones que determinan la porosidad obtenidas de la ley de Darcy ideal y de la teoría de Washburn ya modificada, se obtiene que las hipótesis aplicadas en Darcy derivan en unos resultados que suponen una tortuosidad constante de valor:

$$\tau = 1$$

Y una relación tal que:

$$C = 1$$

Como bien se ha mencionado, esto no corresponde con las probetas que aquí se emplearán, tal y como se comprobará a continuación.

$$\epsilon = \frac{8\tau K}{R_p^2} = \frac{32K}{4R_p^2} \rightarrow \tau = 1$$

Cabe destacar, por otro lado, que el parámetro C tomará valores comprendidos en el intervalo $C \in (0,1)$, siendo $C = 1$, como ya se ha comentado, el caso ideal. Como ya se mostrará en capítulos posteriores, para este caso se considerará $C \sim 0.25$.

3 MÉTODO DE RESOLUCIÓN

El objetivo principal será determinar tanto la permeabilidad como la porosidad de los materiales de los que se disponen. Así, se confirmará que la metodología empleada no solo es aplicable a suelos y arcillas, sino que también lo es a distintos materiales compuestos. Empleando las dos teorías ya presentadas será posible resolver las incógnitas de este problema: Permeabilidad, por un lado, y porosidad, por el otro; siendo cada una de estas propiedades una característica intrínseca del material. Ambas teorías serán resueltas mediante las metodologías que corresponden a cada una.

3.1 Instrumentación y descripción del montaje del equipo

3.1.1 Probetas

Los elementos principales de este experimento serán las probetas en sí mismas, de las cuales habrá que obtener los parámetros ya introducidos. Tal y como se comentó en la introducción, los tres únicos parámetros conocidos son el diámetro de las probetas, su espesor y el diámetro medio de poro de cada una de ellas. En la Figura 7 se presenta una de las muestras a modo de ejemplo.



Figura 7. Ejemplo de las muestras.

Es importante conocer que todas las muestras están compuestas del mismo material: vidrio. Sin embargo, cada una de ellas presenta una estructura interna diferente, dando como resultado unas porosidades distintas de unas a otras. Además, éstas se presentan ordenadas en función del tamaño de sus poros, siendo la probeta 00 la que posee los poros más grandes y la probeta 5 la que posee los poros más pequeños. De hecho, los poros de la probeta 00 pueden apreciarse a simple vista, siendo ésta de un color blanco traslúcido, mientras que la probeta 5 es perfectamente opaca y suave: sus poros son prácticamente imperceptibles. En la siguiente tabla se presentan los rangos de diámetros para cada una de las probetas.

Probeta	00	0	1	2	3	4	5
Rango de Diámetros [μm]	250-500	160-250	100-160	40-100	16-40	10-16	1-1.6

Tabla 1. Diámetros de poro de cada probeta.

Estos intervalos han sido proporcionados por el fabricante.

3.1.2 Experimento asociado a la Ley de Darcy

En primer lugar, debe tenerse en cuenta que fue necesario realizar una hipótesis de partida: las muestras de vidrio sin estrenar o sin usar durante un largo tiempo presentan polvo en el interior de los poros, no permitiendo que el agua se filtre por capilaridad. Por esta razón, se decidió que primero se saturarían con objeto de así limpiar los poros, empezando el análisis de la permeabilidad por la ley de Darcy. De este modo, se construyó primero el experimento asociado a esta teoría.

Como ya es sabido, para llevar a cabo este experimento, es necesario someter la muestra a un caudal constante. Este caudal deberá ser medido experimentalmente. Además, deberá ser posible calcular la diferencia de presión que se genera en el flujo al pasar éste a través de la muestra. Se construirán para ello dos manómetros que medirán dicho gradiente de presiones haciendo uso de la teoría de la fluidoestática situándose uno de ellos justo antes de la muestra y el otro justo después de la misma.

En la Figura 8 puede observarse la simplificación realizada al permeámetro empleado por Darcy, el cual utilizaba mercurio.

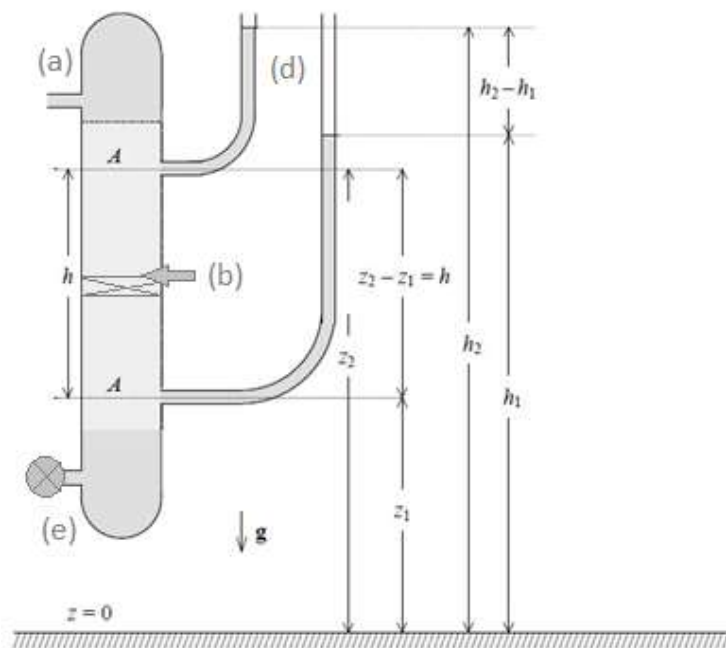


Figura 8. Esquema del experimento de Darcy. Ref (González, 2011)



Figura 9. Instrumentación del experimento de Darcy.

Por otro lado, en la Figura 9 que se adjunta, se presenta el instrumento que aquí se utilizará ya montado al completo. A partir de aquí se va a detallar cómo se ha llevado a cabo la construcción del mismo y qué materiales se han empleado para ello. Tal y como se observa en la imagen del instrumento construido, son necesarios los siguientes componentes:

- a) Una tubería, que será el elemento principal ya que formará el cuerpo del permeámetro. Dentro de ella se introducirán las muestras y se hará pasar el caudal Q . En este caso, al ser las muestras de espesor muy pequeño, se emplearán dos tuberías unidas a través de un conector donde poder apoyar las muestras.
- b) Un conector que una ambos segmentos de tuberías. Además, en este caso, el conector se ha elegido con un mecanismo de rosca. Gracias a éste se podrá introducir la muestra dentro de las dos mitades del conector, manteniéndose así fija dentro de la tubería y permitiendo cambiar las muestras de un modo fácil y rápido.
- c) Sellante. Para evitar o disminuir fugas en el mecanismo de rosca de las tuberías, será necesario emplear un sellante. En este caso se ha empleado una junta de estanqueidad de goma.
- d) Dos conductos verticales flexibles, que estarán conectados a la tubería principal. Tal y como se ha explicado, uno de ellos se colocará justo antes de la muestra y el otro justo después. Sobre estos conductos se realizarán las mediciones de alturas y así se obtendrá el gradiente de presiones ΔP . Cuanta menos permeabilidad posea la muestra, mayor será esta diferencia de alturas y, por

lo tanto, mayor será la diferencia de presiones asociada.

- e) Una válvula. Ésta irá situada a la salida de la tubería principal. Gracias a ella será posible regular el caudal de salida del sistema, permitiendo así la repetición del experimento numerosas veces con distintos caudales. De esta manera será posible obtener una gran cantidad de datos que permitirán una buena aproximación de la permeabilidad del material a tratar.
- f) Una probeta de cristal de 500 ml.
- g) Un cronómetro. Gracias a éste y a la probeta de cristal será posible medir el caudal.
- h) Una regla con la cual se podrá medir la diferencia de alturas entre los manómetros.

Una vez descritos los elementos que serán necesarios en la construcción del permeámetro, es importante mencionar algunas cuestiones de interés.

En primer lugar, debe tenerse en cuenta que lo óptimo sería que el equipo fuese transparente a modo de poder visualizar si restan burbujas de aire que dificulten el experimento. En este caso, y por imposibilidades físicas, se ha optado por realizar el mismo en una tubería de PVC. Para evitar la formación de burbujas, la muestra se ha introducido con la mitad inferior de la tubería totalmente llena, de modo que una vez cerrado el conector, se ha rellenado la parte superior del conducto no produciéndose ninguna de las burbujas mencionadas.

Por otro lado, será necesario que el permeámetro esté inmóvil y completamente vertical para obtener unos resultados con cierta precisión. Para ello, se empleará un soporte como el que se muestra en la Figura 9. De esta manera, y tal y como puede observarse, introduciremos el caudal por la apertura superior del conducto para realizar las medidas.

Como último detalle, cabe mencionar que los conductos que harán de manómetros deben estar sujetos a la tubería para evitar modificaciones de una prueba a otra. En este caso, se han empleado bridas de plástico ya que, dado el diámetro de los conductos, es suficiente para mantenerlos inmóviles.

3.1.3 Experimento asociado a la teoría de Washburn

Una vez saturadas las muestras por primera vez en el experimento de Darcy, es posible poner en marcha el segundo de los experimentos. Tal y como la teoría de Washburn desarrolla, el objetivo ahora será realizar una medición de la evolución del frente de fluido a lo largo del tiempo. Con esto y las ecuaciones expuestas anteriormente, será posible determinar la porosidad de la muestra.

Para poder llevar a cabo este proceso, será necesario disponer de una cámara de alta velocidad, gracias a la cual se grabará la subida del frente de agua en una sección de la muestra. A continuación, se detallará la construcción de la plataforma sobre la que se realizarán los ensayos y la ejecución de los mismos. Estos dispositivos se encuentran en la Figura 10 ya formando el equipo al completo.

En primer lugar, los materiales necesarios son pocos:

- a) Mesa de trabajo: En ella se atornillarán los soportes sobre los cuales se colocarán las muestras y el soporte sobre el que se coloca la cámara. De este modo, es seguro que nada varía su posición,

pudiendo de esta manera mantener las relaciones de escala que se explicarán más adelante.

- b) Cámara de alta velocidad: Esta cámara permitirá obtener un vídeo a 30 fps. Así, podrá evaluarse la evolución de subida del frente en función del tiempo.
- c) Conducto de diámetro conocido: Del video será posible obtener una velocidad de subida en unidades de pixel/captura. Sin embargo, la relación de Washburn aquí se tratará en sistema internacional. De esta manera, será necesario obtener la escala que permita relacionar píxeles con metros. En otras palabras:

$$h [m] = h_p [\text{píxeles}] \cdot \text{escala} \left[\frac{\text{metro}}{\text{píxel}} \right]$$

A este proceso de obtención de la escala se le denomina calibración de la imagen. Esta calibración es fácil de llevar a cabo si se dispone de algún material de medidas conocidas. En este caso se ha seleccionado un conducto de plástico de diámetro 2 mm. De esta manera, colocando el conducto a la altura de la muestra, será posible determinar a cuántos mm corresponde cada pixel. Cabe destacar que el procesamiento posterior de la imagen permitirá realizar medidas de distancias en píxeles. La calibración solo será necesaria una vez al principio de la recogida de muestras ya que, al disponer de una mesa de trabajo donde es posible atornillar los soportes, tanto la posición relativa como la absoluta entre cámara y muestras será fija. En la Figura 11 se observa el proceso de calibración

- d) Depósito de agua: Este depósito se sitúa justo debajo de la muestra a una altura tal que cuando la muestra comience a mojarse, la cámara pueda grabar el momento inicial. Es decir, tanto el depósito como la cámara deben estar en una posición fija para que sea posible capturar el momento en el que comience a mojarse la probeta. Esto es de vital importancia ya que será necesario conocer tanto el momento inicial, como la altura inicial del frente. Como cabe esperar, ambas variables deben ser nulas: $h_0 = 0$ en $t_0 = 0$
- e) Grúa: Tal y como se muestra en la Figura 10, la muestra va sujeta a un soporte con movilidad en la dirección vertical. De esta manera será posible ir cambiando las muestras sin que haya un cambio de distancia respecto a la cámara.
- f) Luz de alta intensidad: Las muestras de las que se disponen, mostradas en la Figura 7, son opacas y de color blanco. Para poder grabar con nitidez el frente será necesario hacer uso del fenómeno de la refracción de la luz. Si la grabación se realiza de forma estándar, es decir, viéndose la luz blanca y la oscuridad negra, el frente de líquido no se distinguirá con exactitud. De esta manera, se configurará la cámara para que la luz sea negra y la oscuridad sea blanco, permitiendo de este modo visualizar la galleta como blanca y el frente de líquido como negro. En la Figura 11 es posible observar como el conducto empleado para calibrar se ve completamente blanco al ser opaco. Es fácilmente deducible que la luz será necesaria para poder grabar con suficiente calidad. Es necesario destacar que será necesario poder variar la intensidad de la misma, ya que al variar las muestras su porosidad, la luz puede atravesarlas más o menos, siendo necesaria menos luz para las galletas más porosas y más luz para las más tupidas.

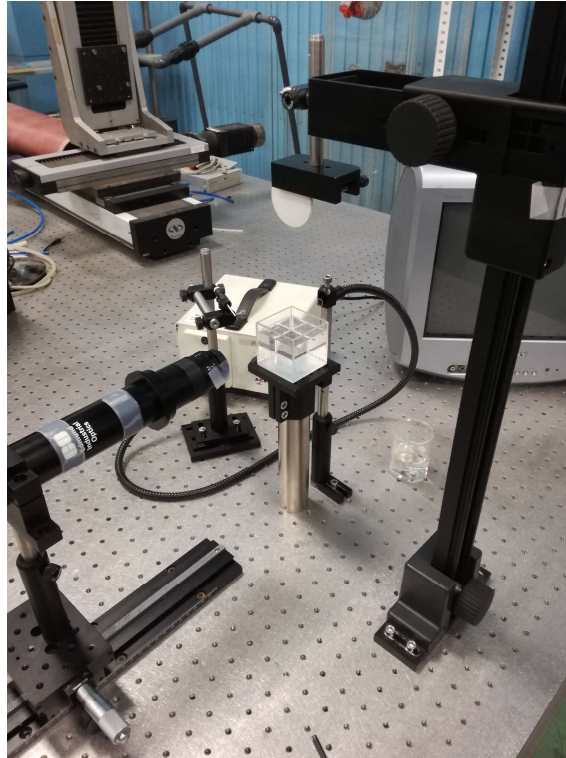


Figura 10. Instrumentación del experimento de Washburn.

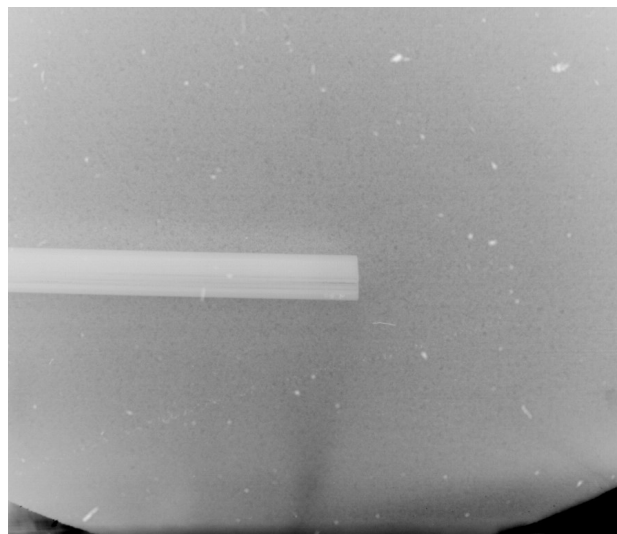


Figura 11. Procedimiento de calibración.

3.2 Procedimiento de medición de la permeabilidad

Una vez descritos los dos experimentos que van a realizarse, el procedimiento a seguir para calcular tanto la permeabilidad como la porosidad, las dos incógnitas del problema que se presenta, está basado en las hipótesis que se han considerado válidas y las que no. De esta manera, y dado que las hipótesis de la Ley de Darcy han sido aceptadas para el cálculo de la permeabilidad, pero no para la porosidad, se tendrá que la permeabilidad se obtendrá del experimento de Darcy y la porosidad del experimento asociado a la teoría de Washburn, donde las suposiciones tomadas sí se adecuan a esta situación.

3.2.1 Procesamiento de datos

Una vez tomados los datos experimentales gracias al permeámetro construido, se han procesado en Matlab mediante una serie de funciones.

En primer lugar, se introducen los datos recogidos, que corresponden con los valores de las diferencias de alturas resultado de la medición de los manómetros y el volumen llenado por el fluido en un tiempo concreto para la obtención del caudal. Estos valores se expondrán en el apartado que sigue, correspondiente a los análisis numéricos de resultados.

El procesamiento de datos es sencillo ya que el cálculo del caudal viene dado por:

$$Q = \frac{V}{t}$$

Es importante destacar que se empleará en todo momento el sistema internacional de unidades, por lo que las alturas se introducirán en $[m]$, los volúmenes en $[m^3]$ y los tiempos en $[s]$.

Disponiendo de los caudales y las diferencias de presiones, obtener la permeabilidad es tan sencillo como despejar la ley de Darcy, resultando:

$$K = Q \frac{\mu L}{A \Delta P}$$

Siendo $\Delta P = \rho g \Delta H$, donde $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ y $g = 9.81 \text{ m}/\text{s}^2$, tal y como se había definido con anterioridad. Además, dado que el fluido empleado es agua no pura, se tiene que

$$\mu = 10^{-3} \text{ kg}/(\text{ms})$$

Los datos geométricos que intervienen en la ecuación son ambos conocidos. Se tiene que

$$L = 4.2 \text{ mm}$$

Que corresponde con el espesor de cada probeta y, por otro lado,

$$A = \pi R^2$$

Donde $R = 1.75 \text{ cm}$. Esto se debe a que, al estar la probeta introducida dentro del conector de rosca, el perímetro en contacto con el fluido no alcanza a ser el diámetro completo de la probeta, de 5 cm , sino que se reduce al diámetro interior de la tubería, de $3,5 \text{ cm}$ aproximadamente.

A pesar de que ésta pueda parecer la metodología más acertada, no será la que se llevará a cabo. Dado que se dispone de una nube de puntos con alta dispersión, será más preciso realizar una recta de regresión que permita un cálculo por mínimos cuadrados de la permeabilidad experimental de cada muestra en cuestión. De esta manera, se tendrá que, para cada muestra, dados el caudal y las diferencias de altura recogidos, la recta de regresión asociada será de la forma:

$$Q = m \cdot \Delta H + b$$

Donde $b \approx 0$. De esta manera, se pueden relacionar la pendiente de la recta de mínimos cuadrados con la permeabilidad que se desea calcular, obteniendo:

$$K_{regresión} = m \frac{\mu}{A} \frac{L}{\rho g}$$

Para cada probeta se calculará este valor y se representará para su estudio tanto cualitativo como cuantitativo. Además, se relacionarán los resultados obtenidos con algunos de la literatura para verificar su validez o su adecuación a la realidad.

3.3 Proceso de medición de la porosidad

Como ya se ha comentado anteriormente, la relación principal que se empleará será la obtenida del experimento de Washburn. A modo de recordatorio:

$$\epsilon = C \frac{8K\tau}{R_p^2}$$

Nótese que hasta ahora no ha sido necesario tener en cuenta el diámetro medio de los poros (o su radio, en su defecto). Sin embargo, en esta relación sí interviene este parámetro. Además, como ya es sabido, cada muestra tiene un rango de diámetros de poro, los cuales han sido expuestos previamente en la Tabla 1.

Teniendo entonces que para cada probeta hay una permeabilidad obtenida y que cada una de ellas tiene un radio medio distinto, se puede concluir en que las porosidades serán distintas en cada material. Para poder realizar el estudio basado en capilaridad y aplicar la teoría previamente expuesta de Washburn, será necesario un procesamiento de los videos tomados del experimento.

En primer lugar, es importante conocer que el punto de partida son los vídeos obtenidos de la cámara de alta velocidad. En la configuración de la misma, se han programado algunas condiciones que serán clave para el procesamiento, como son la velocidad de captura (a 30 fps) o que todos los vídeos se guardan en blanco y negro, tal y como previamente se ha explicado.

Mediante Matlab es posible binarizar la imagen y captar los límites del objeto que se desea. En este caso, y tal y como se muestra en la Figura 12, es posible obtener la línea que marca el frente de fluido. En la parte izquierda de la imagen se muestra la imagen tal cual ha sido grabada por la cámara, y a la derecha, la imagen una vez binarizada.

Cabe destacar que al binarizar lo que a efectos prácticos se produce es una transformación de la

misma en una matriz compuesta por 0 y 1. De esta manera, el 0 corresponde con el negro y el 1 con el blanco. El valor umbral dentro de la escala de grises que determina lo que se toma como negro y lo que se toma como blanco se obtiene de una función ya determinada en Matlab que mide la varianza existente entre los tonos del vídeo. El objetivo de esta función es determinar dicho tono de gris que minimiza el índice de correlación de intraclase (ICC). Una vez obtenido este valor umbral, se tendrá que todos los tonos más oscuros a éste serán tomados como negro y los más claros como blanco.

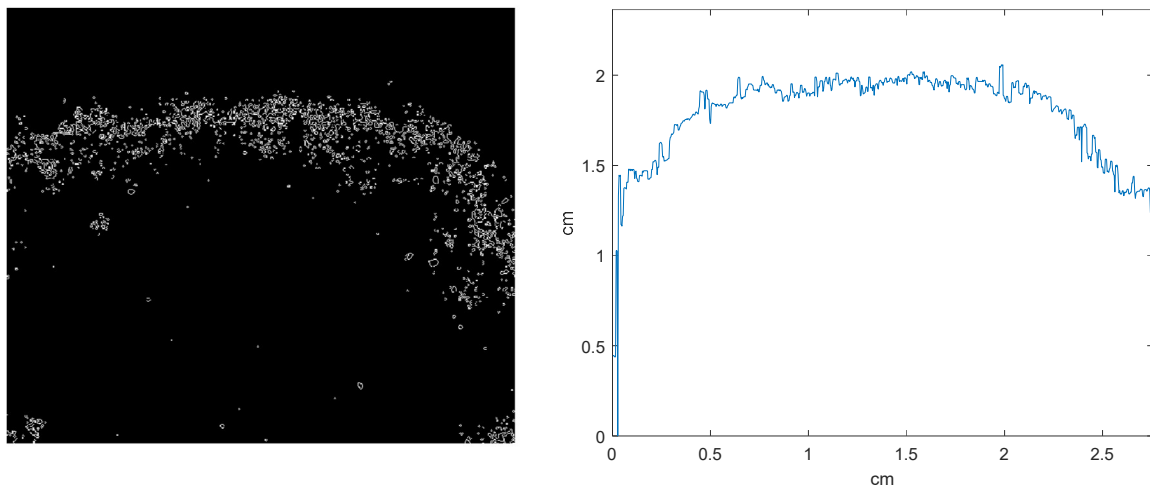


Figura 12. Frente de líquido.

Es sencillo concluir que la matriz binaria resultante de esta desfragmentación de la imagen tendrá dimensiones iguales a la resolución de la imagen, siendo cada posición (i,j) un píxel. Obtener entonces la subida del frente será tan simple como determinar el primer píxel blanco en cada columna, resultando un vector por cada imagen que representa el frente. En la Figura 13, se muestra la sucesión de este frente en distintos instantes del tiempo.

Nótese como además de la evolución del frente irregular, que viene dado por la sucesión de los primeros píxeles binarizados en blanco, se representa una media de los mismos en línea discontinua. Este valor medio será el que se tomará como la altura en cada instante en cuestión. De esta manera, será posible, para cada instante de tiempo tener una altura y representar la evolución de la misma en función del tiempo. Éste será el objetivo principal de este análisis y se realizará gracias a la ecuación de Washburn. En la Figura 14 se muestra dicha evolución.

Por otro lado, es claramente observable cómo el frente avanza más rápido al principio. A modo de aclaración, esta diferencia en el comportamiento del avance se representa como la distancia entre las líneas, siendo esta distancia en los momentos finales considerablemente menor que en los momentos iniciales. Esto implica que, dado que las capturas están tomadas cada un número constante de fps, si las líneas se encuentran más próximas se tendrá que la variación ha sido menor, por lo que el frente avanza más despacio. En la Figura 14, tal y como acaba de mencionarse, a parte de la evolución del frente, es posible verificar que éste avanza más rápido al principio. Esto es lógico ya que, dada la ecuación de Washburn, la altura varía con la raíz cuadrada del tiempo.

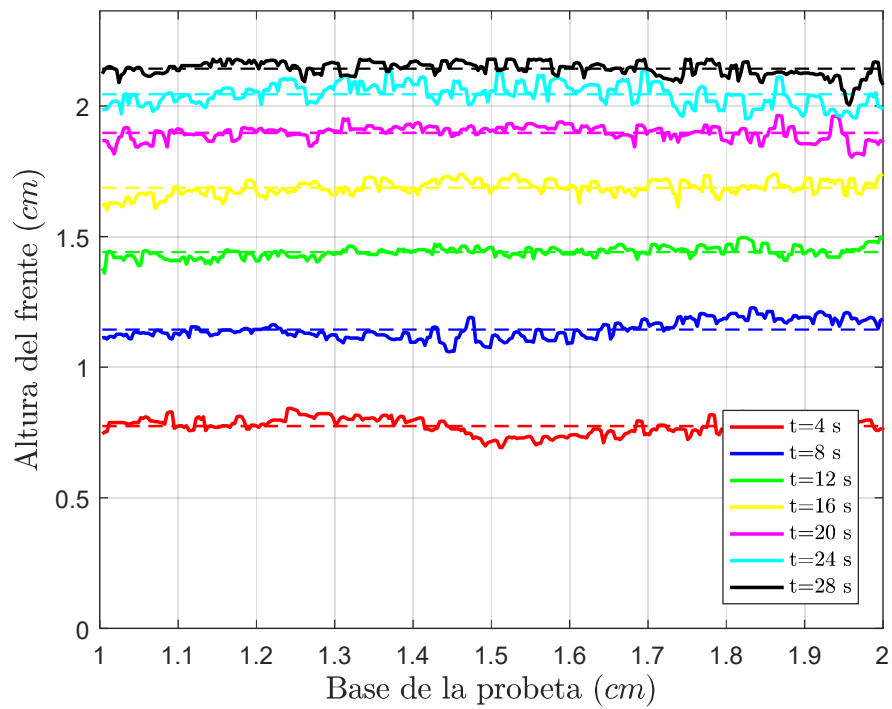


Figura 13. Evolución del frente en distintos instantes de t .

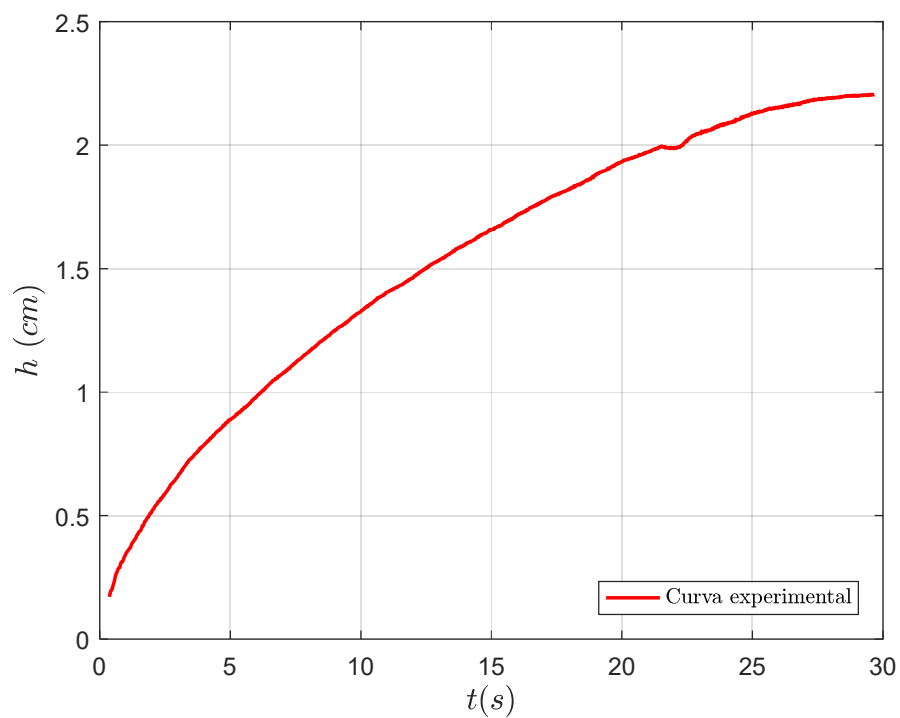


Figura 14. Tendencia experimental de $h(t)$.

Puede apreciarse claramente como la tendencia es similar a la teórica, mostrada en la Figura 6 de la sección anterior. Debe tenerse en cuenta que cada punto de esta curva representa la media de un vector que recoge las alturas que conforman el frente en un instante de tiempo concreto. En otras palabras, se tiene un vector para cada instante de tiempo. La media de este vector proporcionará la altura que se representa en la imagen para el instante en cuestión. Todos estos vectores, que resultan de cada vídeo, serán almacenados en un archivo .mat, de modo que será posible trabajar con ellos sin necesidad de procesar el vídeo original en cada ocasión.

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que lo que se pretende es comparar la evolución experimental con su correspondiente curva teórica. Aquí entra en juego el primer inconveniente presente en este experimento: hay que percatarse de que no se dispone de la tortuosidad del material así que habrá que estimarla de forma gráfica. Teniendo la evolución experimental y conociendo el resto de los parámetros de la curva teórica, será posible ajustar la curva teórica variando únicamente τ hasta obtener el valor real que posea cada muestra.

El hecho de realizar una estimación gráfica implica que cualquier error producido al grabar el experimento producirá errores en los resultados. Por ello, ha sido necesario un alto grado de cuidado a la hora de obtener los vídeos de las muestras ya que es muy importante disponer de la altura inicial del fluido y del tiempo inicial. Sin estas variables sería imposible ajustar las curvas de forma precisa. Tal y como ya se ha comentado en el proceso de montaje, la cámara se ha situado de modo que la altura inicial sea prácticamente cero. Aun así, esto no es 100% real debido a errores propios del mojado de la muestra, que necesita estar al menos 0.2 mm sumergida para que el fluido pueda comenzar a ascender. Asimismo, es importante considerar la no uniformidad del fluido justo al iniciar la subida por la probeta o el error humano existente en el proceso de introducir la muestra en el fluido. Así, en la mayoría de los casos se tiene que:

$$h_0 = 0.2 - 0.5 \text{ mm}$$

Posteriormente se evaluará esta altura inicial para cada una de las probetas de una forma más particular. El proceso de medición de esta variable inicial se ha realizado mediante el propio procesado de la imagen en Matlab. Una vez se tiene un fotograma en el cual el frente de líquido es visible y más o menos uniforme, se determina a qué altura corresponde, teniendo en cuenta que la base de las imágenes mostradas en el vídeo coincide con $h = 0$. Este mismo fotograma revelará el tiempo inicial t_0 al tener como dato la velocidad de captura del objetivo ($fps = 30$).

Con objeto de disminuir posibles errores que puedan aparecer y, además, poder comparar resultados para determinar si son aceptables, se realizarán una serie de gráficas que muestren las dependencias existentes entre los distintos parámetros que intervienen. Entre las gráficas a representar se encuentra una relación entre la porosidad y el radio medio de poro, el cual se seleccionó como el punto medio dentro del rango dado por la fábrica, $[\epsilon - R_p]$. Además, a esta misma gráfica se añadirán curvas para distintos valores de la permeabilidad que, al ser un resultado procedente del otro experimento, está sujeto a posibles errores. Esta representación permitirá determinar si existe algún error y dónde se encuentra o, por el contrario, si los resultados se adaptan entre sí.

Hay que tener presente que al modificar el radio de poro R_p , la tortuosidad se verá afectada. Por tanto, se seleccionarán 7 radios distintos, para los cuales se ajustará la tortuosidad y se calcularán las porosidades que correspondan. Mediante este proceso iterativo será posible determinar qué parámetros dan problemas y cómo obtener valores aceptables para la porosidad.

Estas representaciones no serán suficiente para seleccionar un valor concreto de la porosidad. Para ello, se realizará otra prueba extra basada en el propio concepto de porosidad: Se pesarán las muestras secas y saturadas, obteniendo así el volumen de poros tal y como sigue:

$$V_{poro} = \frac{M_{húmedo} - M_{seco}}{\rho_{agua}}$$

Por tanto,

$$\epsilon = \frac{V_{poro}}{V_{total}}$$

Siendo el V_{total} conocido ya que se dispone de las medidas de las muestras.

Todos estos procedimientos permitirán obtener unos valores de porosidad que serán comentados en el apartado siguiente.

4 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Una vez dispuestos todos los datos y todas las herramientas necesarias para su procesamiento, es posible iniciar el análisis de los resultados. De esta manera será posible determinar los valores de los parámetros estudiados en este documento. Además, aunque ya hayan sido comentados los procedimientos de medición, ser hará incapié en cómo se han obtenido los datos y cómo se han comparado los mismos con la literatura que corresponda.

Por otra parte, como ya se ha mencionado en el apartado anterior, la permeabilidad será necesaria para poder calcular la porosidad. De esta manera, se ha decidido comenzar con los resultados del experimento asociado a la Ley de Darcy.

4.1 Permeabilidad

Para el cálculo de la permeabilidad, las variables a medir de cada probeta han sido la diferencia de alturas entre los manómetros y el caudal introducido. El caudal se calculará como:

$$Q = \frac{\text{Volumen}}{t}$$

Por otro lado, ha sido necesario obtener muchas muestras de cada una de las probetas para alcanzar una recta de regresión que se corresponda con la realidad. Todos las pruebas realizadas se recogen en la Tabla 8, que se encuentra en el anexo I. Si a todos estos datos se les aplica la metodología explicada en el apartado anterior, resultará una recta de regresión para cada probeta. La pendiente de la misma dará lugar a la permeabilidad siguiendo la ecuación:

$$K_{\text{regresión}} = m \frac{\mu}{A} \frac{L}{\rho g}$$

Siendo m la pendiente de la curva obtenida por la regresión.

Sin embargo, antes de todo, conviene mencionar que el número de Reynolds cumple en todos y cada uno de los casos siendo $Re < 1$. En efecto, conociendo las variables que intervienen:

- $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
- $V = Q/A$. Dado que los caudales son del orden de $10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ y el área es tal que $A \approx 10^{-3} \text{ m}^2$, se tendrá que la velocidad: $V \approx 10^{-2} \text{ m/s}$.
- D_p es conocido para cada probeta y del orden de micras. Para el caso más desfavorable $D_p = 375 \mu\text{m} \approx 10^{-4}$

- $\mu = 10^{-3} \text{ kg/(ms)}$

De esta manera, se tiene para el caso más desfavorable:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = 1$$

Por tanto, para el resto de los casos $Re < 1$. Una vez aclarado esto, pueden exponerse los resultados del experimento. En el siguiente gráfico se presentan las rectas para todas las probetas.

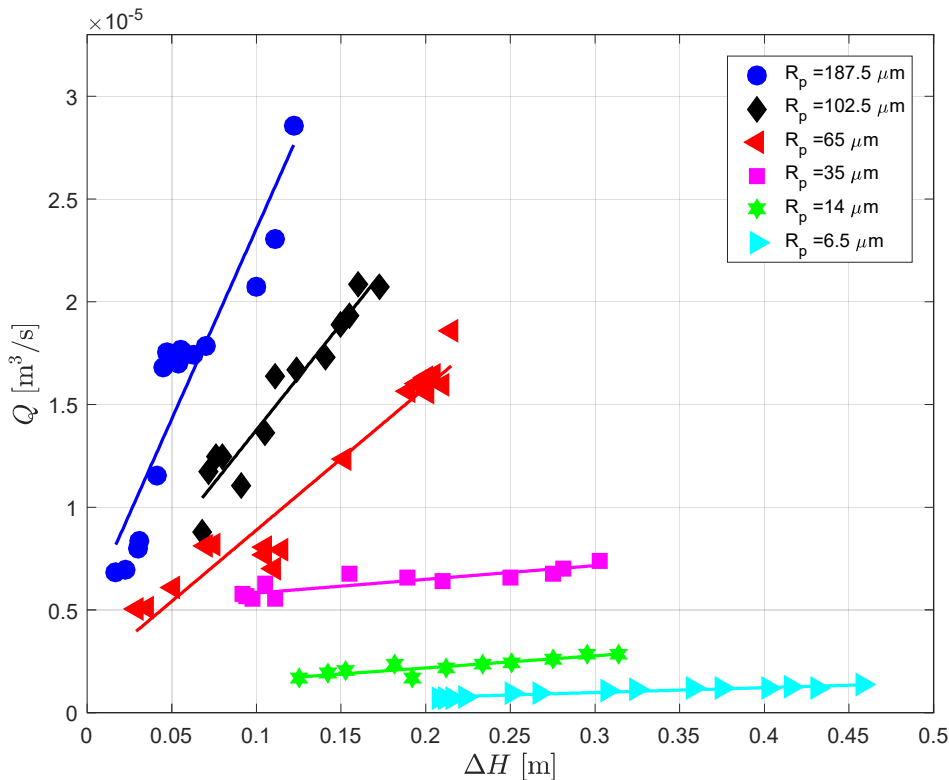


Figura 15. Regresiones para la determinación de la permeabilidad.

Es claramente observable que la tendencia se adapta adecuadamente a lo esperado. Para la probeta 00, cuyos poros son observables a simple vista, se obtiene una pendiente mayor que para la probeta 4, mucho más tupida. Esto implica que la permeabilidad, directamente proporcional a la pendiente, será mucho mayor para la muestra 00 que para la muestra 4.

Por otro lado, dado que la permeabilidad se define como la facilidad del fluido de atravesar el material, se puede observar que, efectivamente, la diferencia de alturas en los manómetros es mayor para la probeta 4 que para la 00. Téngase en cuenta que esta diferencia de alturas refleja el incremento de presiones en el conducto debida a la presencia de la probeta. Esto implica que la probeta 4, que genera una diferencia de presiones mayor que las demás, es la que más dificulta el paso del fluido, es decir, que posee una menor permeabilidad.

Los valores numéricos que se obtienen tras los cálculos previamente explicados se han incluido en la Tabla 2, que se presenta a continuación. Estos valores, como cabe esperar, verifican las conclusiones previamente mencionadas.

	<i>Probeta 00</i>	<i>Probeta 0</i>	<i>Probeta 1</i>	<i>Probeta 2</i>	<i>Probeta 3</i>	<i>Probeta 4</i>
$K[m^2]$	$8.24 \cdot 10^{-11}$	$4.60 \cdot 10^{-11}$	$3.09 \cdot 10^{-11}$	$3.97 \cdot 10^{-12}$	$2.56 \cdot 10^{-12}$	$1.26 \cdot 10^{-12}$

Tabla 2. Resultados de permeabilidad.

Para obtener una visión más clara de la evolución de las permeabilidades de dichas probetas, se han representado los valores obtenidos en función del radio de poro de cada una de las muestras. Se tiene, por tanto, que las permeabilidades siguen la tendencia mostrada en la Figura 16.

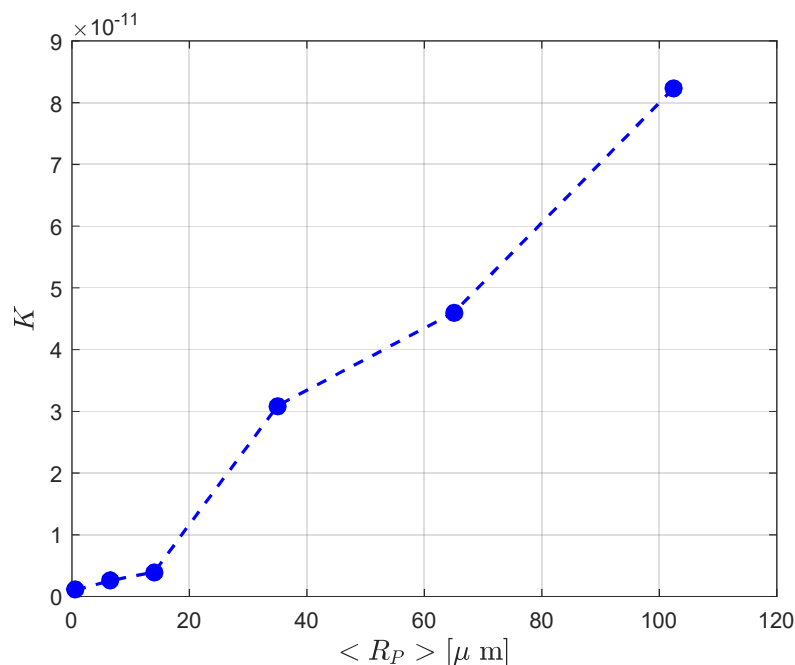


Figura 16. Permeabilidades en función de los radios medios de poro.

Efectivamente, y tal y como se ha intentado explicar anteriormente, el comportamiento es el esperado, siendo la probeta 00, cuyos poros son los más grandes, la que presenta una mayor permeabilidad. Igualmente sucede con la probeta 4, que posee los poros más pequeños y, consecuentemente, la menor permeabilidad de entre todas las muestras. Se puede concluir en que la permeabilidad de las probetas es directamente proporcional al radio medio de poro de las mismas.

A partir de estas permeabilidades, se procederá a calcular la porosidad de las muestras, las cuales a su vez se compararán con el experimento asociado a las masas de las mismas.

Es destacable que para la probeta 5 no ha sido posible obtener datos debido a que al ser tan tupida no permite pasar apenas nada de fluido. Al estar tratando en este experimento únicamente con la

gravedad la probeta no actúa como un filtro que permite pasar cierta cantidad de fluido, sino que actúa como un tapón. Es decir, sería posible realizar mediciones de su permeabilidad si se impusiese una diferencia de presiones que forzase al fluido a atravesar el filtro (la probeta). Dado que no se ha dispuesto del material necesario para poder imponer dicha fuerza externa, no se han recogido datos de esta probeta, reduciendo el experimento a las 6 probetas restantes.

A continuación, se presentarán los resultados obtenidos de las distintas pruebas realizadas para determinar la porosidad de las probetas.

4.2 Porosidad

La porosidad es, tal y como ha podido intuirse a lo largo de la introducción teórica, un parámetro que generará más de un problema para ser obtenido. Esto se debe a la complejidad asociada a la realización del experimento de Washburn.

De la manera en la que ha sido explicado el proceso de grabación y de procesamiento de los datos, ha sido posible obtener, para cada muestra, un estudio de la evolución del frente respecto al tiempo, su tortuosidad y, finalmente, su porosidad. Para ello ha sido necesario realizar una serie de hipótesis. Entre ellas se encuentra la asociada al ángulo de contacto entre la probeta y el fluido, cambiando el mismo en función de si la probeta se encuentra inicialmente seca o húmeda. De hecho, en algunas de las probetas, como la 00, 0, 1 y 2, el ángulo de contacto si la probeta está inicialmente seca es tan grande que no se produce el fenómeno de capilaridad. De esta manera, se especificará en todo momento si el estudio se realiza para la probeta húmeda o seca. Numericamente, se han tomado los ángulos de contacto dentro del intervalo ($20^\circ - 60^\circ$), siendo menor si la muestra está húmeda y mayor si está seca. La selección del ángulo se ha realizado con objeto de mantener la tortuosidad constante ya que ésta es una propiedad intrínseca del material. De esta manera, para una misma probeta, la tortuosidad debe ser la misma tanto si está húmeda como si está seca.

Antes de exponer los resultados obtenidos del experimento de Washburn, van a exponerse a modo de referencia los resultados de la porosidad resultante tras haber pesado las probetas completamente secas y saturadas.

4.2.1 Resultado de la porosidad en función de las masas

La tendencia de las porosidades expuestas en la Figura 17 es tal y como se esperaba. Aquí se ha representado una media de los resultados obtenidos tras recoger en tres ocasiones distintas los pesos de cada una de las probetas. En la Tabla 9, que se adjunta en el anexo II, pueden encontrarse los datos para los cuales se obtienen los resultados mostrados.

Puede deducirse, en vista a esta gráfica, que la tendencia que se observa es bastante contradictoria. En primera instancia, se esperaría que la probeta 00 fuera la más porosa, por ser la más traslúcida, y la probeta 5 la menos porosa, por ser ésta la más tupida. Sin embargo, esta distribución muestra claramente como es la probeta 3, de radio medio $14 \mu m$, la más porosa. Tal y como se mencionó en los conceptos teóricos, esto se debe a que el tamaño de los poros no tiene porqué implicar una mayor

porosidad. En efecto, resulta que la probeta 3, con poros de diámetro más pequeño que sus precedentes, posee más poros en cómputo global. En otras palabras, es capaz de almacenar más volumen de agua en su interior. Por otro lado, y sin que sirva como regla general, se verifica que la probeta 00 es la menos porosa.

Cabe destacar que el dato más importante que ofrece esta representación es el orden de magnitud de la porosidad de cada muestra. Así, del experimento de Washburn debe esperarse un resultado de porosidad que se acerque a los aquí mostrados.

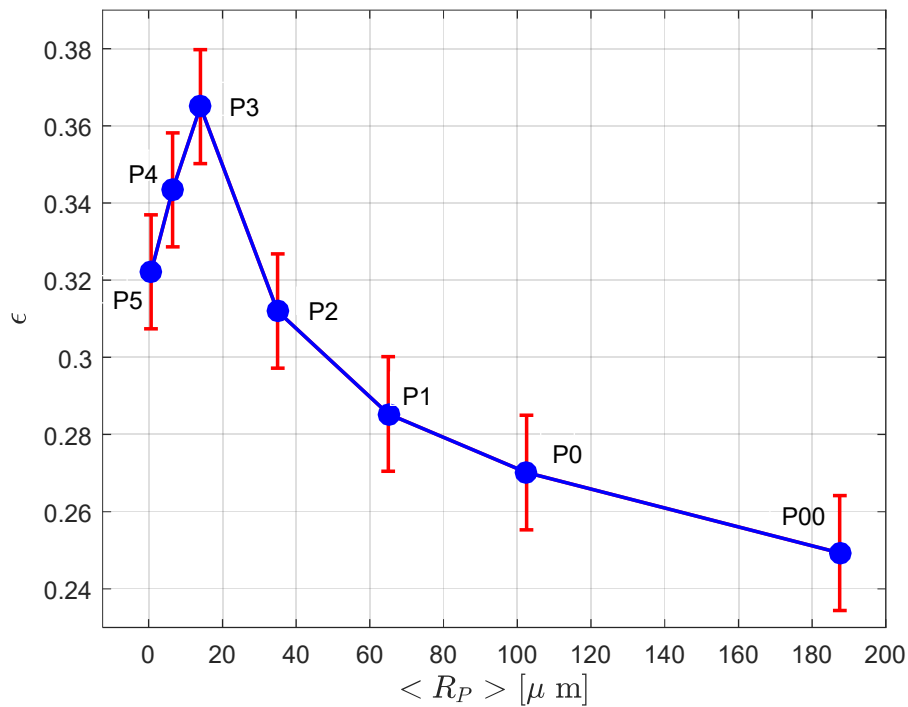


Figura 17. Porosidad estimada a través de los incrementos de masa Δm .

En la imagen también se ha representado el rango de errores que se ha estimado en este experimento. La estimación de estos errores ha sido necesaria debido a que estos resultados se tomarán como referencia. Por tanto, conocer una posible variación de éstos permitirá conocer el margen del que se dispone para evaluar los resultados que se obtengan del experimento de Washburn. Estos errores se han calculado de la siguiente forma.

Se tiene que, tal y como ya se ha mostrado anteriormente:

$$\epsilon = \frac{M_{húmeda} - M_{seca}}{\rho V_{total}}$$

Luego, el error se puede calcular aplicando las propiedades de los logaritmos. De esta manera:

$$\ln(\epsilon) = \ln(M_{húmeda} - M_{seca}) - \ln(\rho V_{total})$$

Y, mediante cocientes incrementales:

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{\Delta(M_{húmeda} - M_{seca})}{M_{húmeda} - M_{seca}} + \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta V_{total}}{V_{total}}$$

Dado que $\Delta\rho \approx 0$, y que $\Delta(M_{húmeda} - M_{seca}) = \Delta M_{húmeda} + \Delta M_{seca}$. Se tiene que, conocida la precisión del peso empleado, que resulta ser tal que $\Delta M \approx 10^{-6} \text{ kg}$, la única variable no conocida es la variación del volumen total, que se ha calculado mediante la fórmula analítica:

$$V_{total} = \pi R^2 H$$

De esta manera, y aplicando de nuevo logaritmos:

$$\ln(V_{total}) = \ln(\pi R^2 H) = \ln(\pi) + \ln(R^2) + \ln(H) = 2 \ln(R) + \ln(H)$$

Que, en cocientes incrementales se traduce como:

$$\frac{\Delta V_{total}}{V_{total}} = 2 \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta H}{H}$$

Dado que la precisión empleada para la medición tanto del radio R , como del espesor de las probetas H es de 0.1 mm , se tendrá que:

$$\Delta R \sim \Delta H \sim 0.1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$$

Y, a su vez:

$$R = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$H = L = 4.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Se tendrá, por tanto, que:

$$\frac{\Delta V_{total}}{V_{total}} = 2 \frac{10^{-4}}{4 \cdot 10^{-2}} + \frac{10^{-4}}{4.2 \cdot 10^{-3}}$$

Finalmente, resulta:

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{M_{húmeda} - M_{seca}} + 2.88 \cdot 10^{-2}$$

Teniendo que $M_{húmeda} - M_{seca}$ varía para cada probeta, el error relativo variará en cada caso. Sin embargo, será posible estimar el orden de magnitud del error ya que ambas masas serán en sí mismas del orden de 10^{-3} kg . De esta manera, puede decirse que el error relativo será del orden de la centésima.

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} \sim 3.08 \cdot 10^{-2}$$

A la hora de realizar la representación de la Figura 17, se han calculado los errores relativos para cada probeta. Estos datos numéricos pueden encontrarse en la Tabla 10, situada en el anexo III.

Teniendo ya las porosidades estimadas, que se presentan en la Tabla 3, puede comenzarse a analizar los resultados del experimento de Washburn.

Nótese que al no contar con la permeabilidad para la muestra 5, no será posible obtener su porosidad a través del experimento de Washburn. Sin embargo, podrá deducirse a partir del resto de probetas si la porosidad resultante de este primer experimento asociado a la diferencia de pesos se acerca o no a la realidad. En caso de ser así, se esperaría para la probeta 5 una porosidad aproximada de entre el 31-34%.

	ϵ		ϵ
<i>Probeta 4</i>	0.33 – 0.36	<i>Probeta 1</i>	0.27 – 0.30
<i>Probeta 3</i>	0.35 – 0.38	<i>Probeta 0</i>	0.25 – 0.29
<i>Probeta 2</i>	0.30 – 0.33	<i>Probeta 00</i>	0.23 – 0.26

Tabla 3. Porosidad estimada a través de los incrementos de masa ΔM

Posteriormente, cuando se hayan obtenido los resultados para todas las probetas, se realizará una comparación entre las porosidades resultantes de ambos métodos. De esta manera, será posible determinar si el procedimiento seguido devuelve resultados admisibles.

4.2.2 Aplicación del experimento de Washburn

El proceso explicado previamente implica un procesamiento minucioso para cada una de las probetas de las cuales esperamos obtener una porosidad. Por esta razón, el procedimiento que se llevará a cabo en esta sección será ir probeta a probeta, explicando qué problemas se han encontrado en cada una de ellas y cómo se han solucionado por separado. En primer lugar, se analizará la probeta 4, que es la correspondiente al menor diámetro medio de poro. De esta manera, se irá avanzando aumentando el diámetro medio de poro hasta llegar a la última probeta, que será la 00.

4.2.2.1 Probeta 4

Como ya se ha comentado, el ángulo de contacto del fluido con la probeta varía en función del estado de la misma. Estando ésta húmeda el ángulo de contacto será menor que estando seca. De esta manera, para esta probeta en concreto se han realizado dos análisis diferentes, siendo el primero el correspondiente a la probeta completamente seca y el segundo correspondiente a la probeta húmeda.

Si se considera la probeta seca, con un ángulo de contacto de 60° , se obtiene una curva experimental tal y como la que se muestra en la Figura 18 en color rojo. Esta curva representa el avance de subida del frente. Por otro lado, en esta misma figura, en negro, se muestra la curva teórica dada por la ecuación ya introducida en los fundamentos teóricos que, para recordar, sigue la siguiente tendencia:

$$h_f = \left(\frac{R_p \gamma \cos(\theta)}{4\tau^2 \mu} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{t}$$

Ajustando la tortuosidad para que ambas gráficas coincidan, se tiene que la tortuosidad, definida como:

$$\tau = \left(\frac{L_e}{L}\right)^2$$

Resulta: $\tau = 5.8$. Además, téngase en cuenta que $t_0 = 0$ s y $h_0 = 0$ mm.

Aplicando entonces la otra relación previamente deducida, que depende de la permeabilidad obtenida del experimento de Darcy, se tiene:

$$\epsilon = C \frac{8K\tau}{R_p^2} \rightarrow \epsilon = 34.68\%$$

Siempre que la permeabilidad corresponda con:

$$K = 1.26 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

Y el parámetro $C \approx 0.25$. Este valor es, como su propio nombre indica, un factor geométrico obtenido de forma empírica.

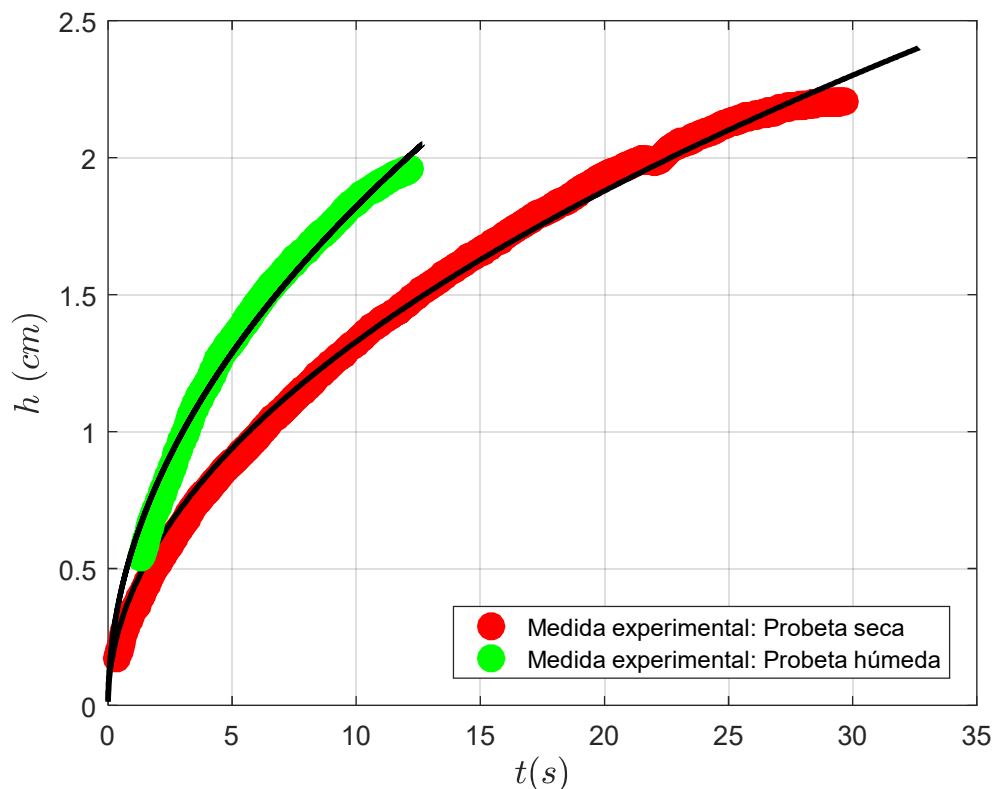


Figura 18. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 4 seca y húmeda.

Teniendo presente que del experimento asociado a la diferencia de peso se esperaba una porosidad en torno al 33-36%, el error relativo cometido sería, como máximo del 5.4%. Este error puede deberse tanto al experimento de Washburn como a un error en la medida de la permeabilidad precedente

del experimento de Darcy. De esta manera, se realizará una representación de la porosidad en función del radio medio de los poros para diferentes valores de permeabilidad, todos próximos al valor calculado mediante la Ley de Darcy.

En la Figura 19 se observa dicha representación. Nótese que se tiene en líneas discontinuas las referencias para $R_p = 6,5 \mu m$, valor del radio medio de poro ofrecido por el fabricante, así como el rango de porosidades esperadas tras haber analizado el experimento previo asociado a los incrementos de masa. Además, debe tenerse en cuenta que la tortuosidad varía con el radio de los poros. Por esta razón, se han seleccionado 7 radios diferentes, marcados con un círculo, y se ha analizado la tortuosidad en función de dichos radios. En otras palabras, se ha ajustado el valor de la tortuosidad en cada punto seleccionado y, con ello, el valor de la porosidad, que como bien se ha visto depende fuertemente de τ .

Los 7 puntos seleccionados y su su tortuosidad correspondiente se adjuntan en la Tabla 4, expuesta a continuación.

$R_p [\mu m]$	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8
τ	4.4	4.9	5.3	5.8	6.3	6.7	7

Tabla 4. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 4.

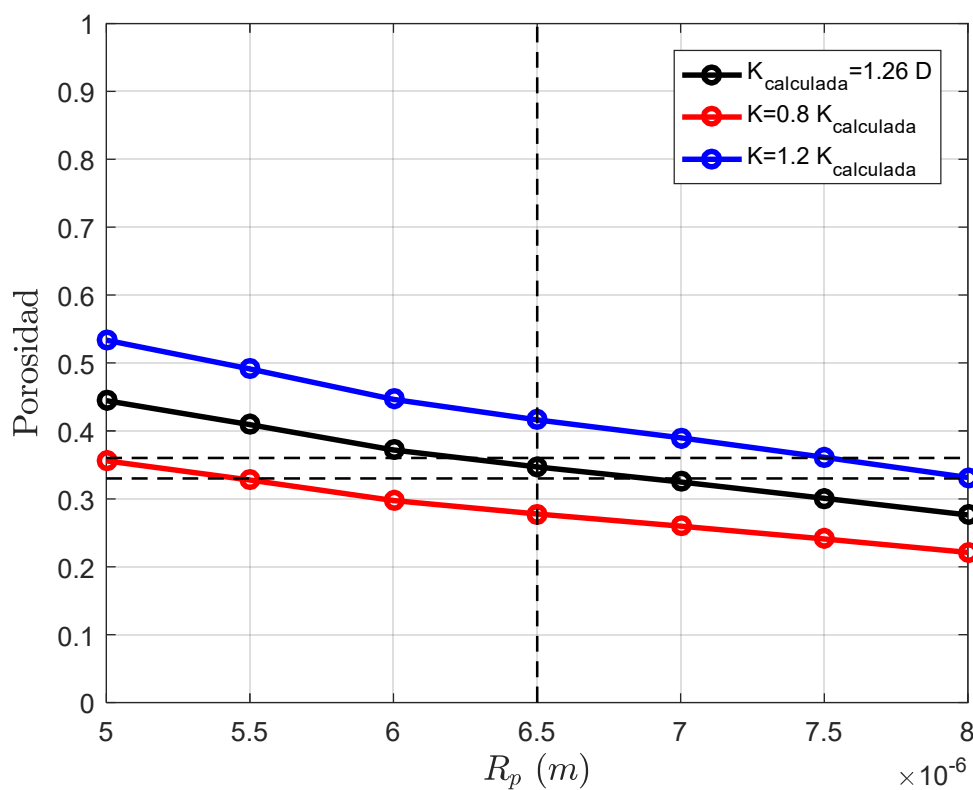


Figura 19. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.

Una vez explicados todos los parámetros presentes en la gráfica, puede deducirse que el hecho de tomar el radio de los poros como el valor medio del rango dado por el fabricante ofrece una buena aproximación de la porosidad de la probeta siempre y cuando se considere la permeabilidad obtenida en el experimento de Darcy. Sin embargo, también se ha tenido en cuenta que en el cálculo de la permeabilidad pueden existir ciertos errores, por lo que en esta figura también se han representado distintas permeabilidades.

Finalmente, y tal y como se presenta, para la permeabilidad resultado del experimento de Darcy se obtiene que los radios de poro que ofrecen porosidades dentro del rango estimado por el experimento anterior incluyen al radio medio de poro dado por el fabricante. En efecto, $R_p \approx (6.3; 6.7) \mu m$, siendo $R_p = 6.5 \mu m$ el radio medio dado.

Por otro lado, debe tenerse en cuenta que existen posibles fluctuaciones en el valor de la permeabilidad al ser ésta una medida experimental. Deben considerarse entonces dos situaciones:

- Los poros pueden variar en tamaño, estando recogidos en el intervalo previamente expuesto, $R_p \approx (6.3; 6.7) \mu m$, siempre y cuando se considere la permeabilidad obtenida en el experimento de Darcy. Para este caso, se tiene que el punto óptimo para obtener una porosidad en el intervalo estimado sería $R_p \approx 6.5 \mu m$, el cual coincide con el radio medio ofrecido por el fabricante.
- La permeabilidad puede fluctuar en un rango del 20% o incluso menos. Esto daría lugar a variaciones en el radio medio de poro óptimo dentro del intervalo seleccionado.

No obstante, al disponer para esta probeta de otra muestra en la que la misma se encuentra húmeda en lugar de seca, será posible verificar si las medidas que se han tomado como aceptables lo son realmente.

Tras analizar esta otra muestra, en la que se ha tomado como ángulo de contacto $\theta = 20^\circ$, también se tiene que $\tau = 5.8$. Este ajuste también se ha presentado en la Figura 18, en tono verde. De esta manera se tiene que las tortuosidades coinciden ya esté la probeta seca o húmeda, lo cual implica que los resultados no son solo admisibles, sino que permiten asumir que las estimaciones realizadas anteriormente se ajustan a la realidad. Esto se debe a que la tortuosidad es una propiedad del material, con lo que, para una misma probeta, su valor debe ser fijo.

En la Figura 18 puede observarse, por consiguiente, que ambas curvas siguen una misma tendencia. La principal diferencia entre éstas se encuentra en el eje x, resultando que para la probeta húmeda el frente avanza a una mayor velocidad. En otras palabras, si la probeta se encuentra seca inicialmente requerirá más tiempo para alcanzar una misma altura. Efectivamente, se tiene que para la probeta húmeda se alcanzan los 2 cm de altura en 12 segundos mientras que en el caso de la probeta seca son necesarios aproximadamente 20 segundos.

Es importante tener en cuenta que el hecho de que para la probeta húmeda el proceso de absorción se acelere se debe a la variación del ángulo de contacto. En efecto, tal y como se ha podido observar, a menor ángulo de contacto, mayor será la capacidad del fluido de expandirse y moverse por la superficie

a la cual toca. Al ser esta superficie la pared de cada capilar, el proceso de absorción de líquido gracias a este fenómeno será más rápido.

Por otro lado, también es destacable que, para la probeta húmeda, aunque el instante inicial sea $t_0 = 0$, se ha empezado a representar el experimento a partir del primer segundo. Esto se debe a que justo en el instante inicial la probeta no estaba en reposo, por lo que los datos obtenidos no son válidos.

Puede deducirse, en consecuencia, que la porosidad obtenida si la probeta está húmeda coincide exactamente con el valor obtenido para la probeta seca. Esto es claro ya que la porosidad solo depende de la permeabilidad, de τ y del radio medio de los poros. Las conclusiones son, por tanto, las obtenidas anteriormente: la porosidad de la probeta 4 es de un 34.68% con un error relativo máximo de 5.4%

4.2.2.2 Probeta 3

Se tienen en este caso otras dos muestras, una para la probeta completamente seca y otra para la probeta una vez humedecida. Se considerarán así los mismos ángulos de contacto que para el caso anterior: $\theta \in (20^\circ - 60^\circ)$.

En primer lugar, se analizará la probeta seca. De esta manera, se obtiene una curva de evolución del frente respecto al tiempo como la mostrada en la Figura 20 en color rojo. La tendencia es exactamente la misma que para la probeta anterior, ajustándose perfectamente a lo predicho por la teoría de Washburn: La altura variará según la raíz cuadrada del tiempo.

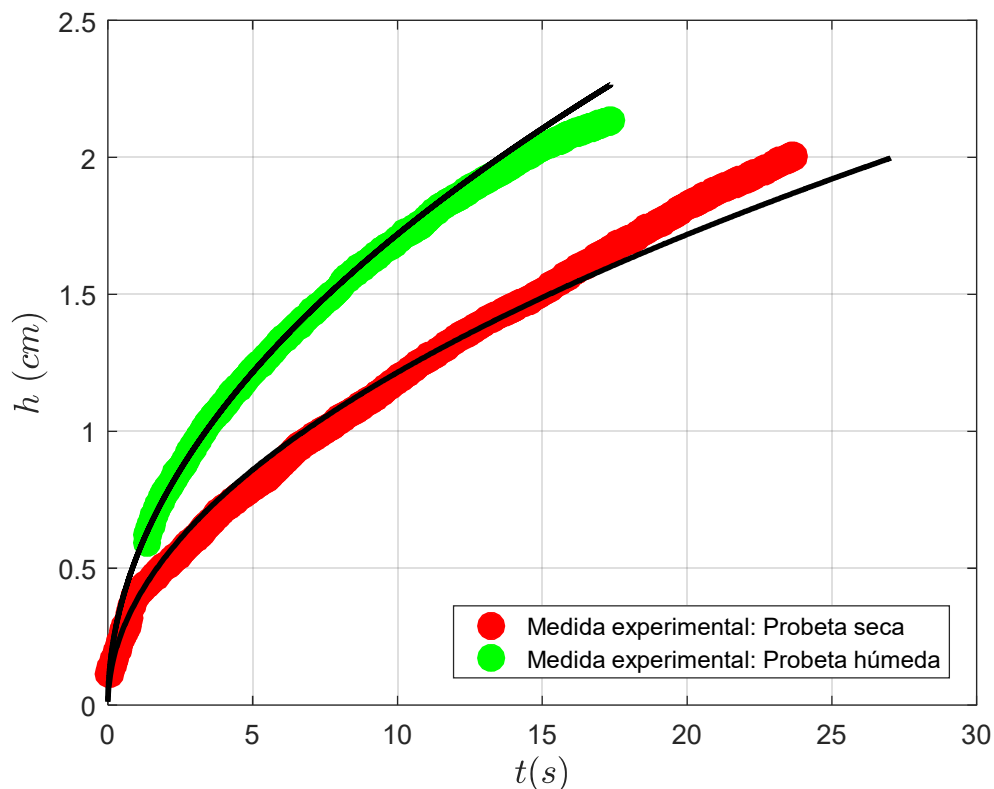


Figura 20. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 3 seca y húmeda.

Se tiene, además, que la tortuosidad que corresponde con esta probeta es $\tau = 16$ siempre y cuando se considere el radio medio de poro como el valor medio del rango ofrecido por el fabricante, la permeabilidad obtenida en el experimento de Darcy:

$$K = 2.56 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

Y un valor del parámetro geométrico: $C \approx 0.25$. Es notable que este valor, obtenido gracias a comparaciones con la literatura Ref [(Costa, 2006)], se mantendrá constante para todas las probetas aquí analizadas. Posteriormente se realizará un análisis que permita valorar la validez del mismo.

La porosidad correspondiente a este valor de la tortuosidad viene dada por la ecuación ya expuesta:

$$\epsilon = C \frac{8K\tau}{R_p^2} \rightarrow \epsilon = 36.78\%$$

La porosidad se encuentra dentro del rango obtenido anteriormente, que contemplaba porosidades para esta probeta entre el 35% – 38%. Por tanto, el error relativo obtenido será, como máximo del 5%.

El procedimiento a seguir será análogo al ya realizado con objeto de comprobar que lo deducido previamente se corresponde con todas las probetas. De esta manera, se reflejará en la Figura 21 la variación de la porosidad frente al radio medio de poro. De nuevo, se considerará una variación en la permeabilidad del 20% para poder ajustar los valores de radio medio de poro permitidos.

Además, y del mismo modo que se realizó anteriormente, será necesario ajustar la tortuosidad para algunos radios seleccionados con objeto de conseguir una mayor precisión en las estimaciones. Se tendrán los siguientes valores:

$R_p[\mu\text{m}]$	8	9.5	11	12.5	14	15.5	17	18.5	20
τ	9	10.8	12.5	14.5	16	17.5	19	21	22.5

Tabla 5. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 3.

A simple vista, se tiene que en este caso el radio medio de poro ofrecido por el fabricante, de $14 \mu\text{m}$, también se ajusta bastante bien, tal y como se esperaba. En efecto, el hecho de haber obtenido una porosidad incluida en el intervalo estimado en el experimento asociado a los incrementos de masa, y, por consiguiente, un error relativo de como mucho un 5%, implica que es posible afirmar que la porosidad de la muestra es del 36.78% sin alejarse demasiado de la realidad.

De todos modos, deben considerarse las mismas dos situaciones que en el caso anterior:

- El tamaño de los poros puede variar ligeramente, encontrándose en el rango ($13 \mu\text{m}$; $15 \mu\text{m}$) para la permeabilidad obtenida por el experimento de Darcy. En este caso se tiene la misma tendencia que en el caso anterior, incluyéndose en este intervalo el valor medio del rango ofrecido

por el fabricante $R_p = 14\mu m$. Por tanto, se tiene que el punto óptimo para obtener una porosidad del 36.5% sería $R_p = 14\mu m$, siempre y cuando se considere la permeabilidad obtenida en el experimento de Darcy.

- La permeabilidad puede fluctuar en un rango del 20% o incluso menos. Esto daría lugar a pequeñas variaciones en el radio medio de poro óptimo.

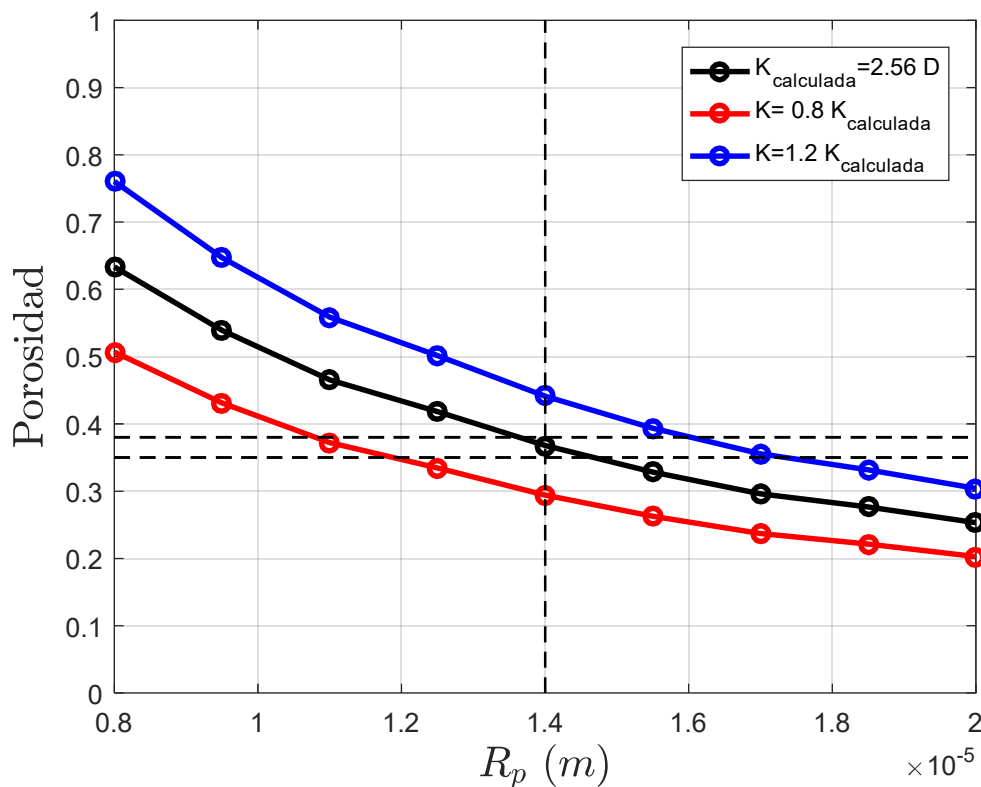


Figura 21. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.

Ahora bien, al igual que se realizó con la probeta 4, se procederá al análisis de la misma probeta, pero esta vez estando húmeda. Cabría esperar que para una misma tortuosidad y un ángulo de contacto de 20° , el comportamiento sea análogo. De hecho, y tal y como se ha mostrado en la Figura 20 en color verde, se tiene que, para este otro caso, la tortuosidad también se ajusta a 16, el valor estimado previamente.

De nuevo, para esta probeta se tiene que la principal diferencia se encuentra en la velocidad de subida del frente, siendo mayor cuando la probeta se encuentra húmeda. Así, para las mismas condiciones iniciales, que se han forzado a ser $t_0 = 0$ y $h_0 = 0$, se tiene que, para la probeta seca, son necesarios 15 segundos para alcanzar 1.5 cm de altura mientras que para la probeta húmeda solo son necesarios 8 segundos aproximadamente. El fenómeno es similar al caso anterior y es debido al ángulo de contacto.

Tras este análisis, y de nuevo, puede alcanzarse la misma conclusión. La porosidad obtenida es exactamente la misma que para la muestra seca. Por lo tanto, puede afirmarse que la porosidad para esta probeta es de un 36.78% con un error relativo del 5% como máximo.

4.2.2.3 Probeta 2

A partir de esta probeta se produce un cambio fundamental. Al aumentar tanto el diámetro de poro en comparación con las probetas estudiadas previamente, se tiene que en estado húmedo el proceso de absorción sí se realiza fácilmente, pero en estado seco no se produce este fenómeno. La razón de que no se produzca la capilaridad se debe a la tensión superficial, a la tortuosidad y al ángulo de contacto. La variación de estos cocientes provoca que el fluido no se extienda por la superficie con la que se encuentra en contacto. En el próximo capítulo se realizará un análisis que verifique lo aquí expuesto.

De ahora en adelante, se estudiarán las muestras estando las probetas previamente humedecidas. No será posible realizar las comprobaciones entre datos tal y como se ha hecho para las probetas 3 y 4, pero dado que se ha corroborado con las dos anteriores que los resultados se corresponden entre sí, podrá suponerse que se verifican las mismas hipótesis y condiciones.

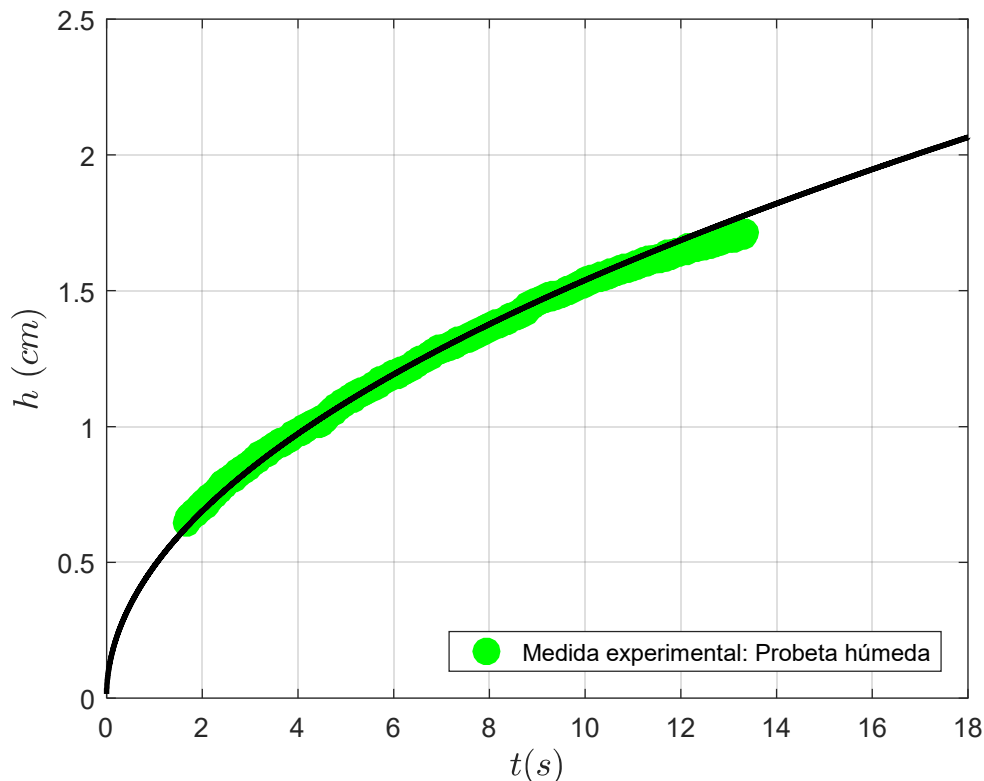


Figura 22. Evolución del frente respecto al tiempo de la probeta 2 húmeda.

Tomando un ángulo de contacto para la probeta húmeda similar a los anteriores, $\theta = 20^\circ$, se tiene la gráfica expuesta en la Figura 22. Resulta significativo para este caso que el valor de τ aumenta considerablemente respecto a los casos anteriores. Tras realizar el ajuste resulta necesaria una tortuosidad

tal que:

$$\tau = 46$$

De esta manera, y con la tortuosidad obtenida:

$$\epsilon = 29.82\%$$

Debe aclararse, que al igual que para los casos anteriores, se ha empleado la permeabilidad proporcionada por el experimento de Darcy

$$K = 3.97 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

Y se ha tenido en cuenta que $C \approx 0.25$

Dado que se esperaba una porosidad en el intervalo comprendido entre 30% – 33%, el error relativo resultante se encuentra entre un 2% – 11%.

$R_p [\mu\text{m}]$	40	46	52	58	64	70	76	82	88	94	100
τ	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66

Tabla 6. Tortuosidad en función de los radios medios de poro para la probeta 2.

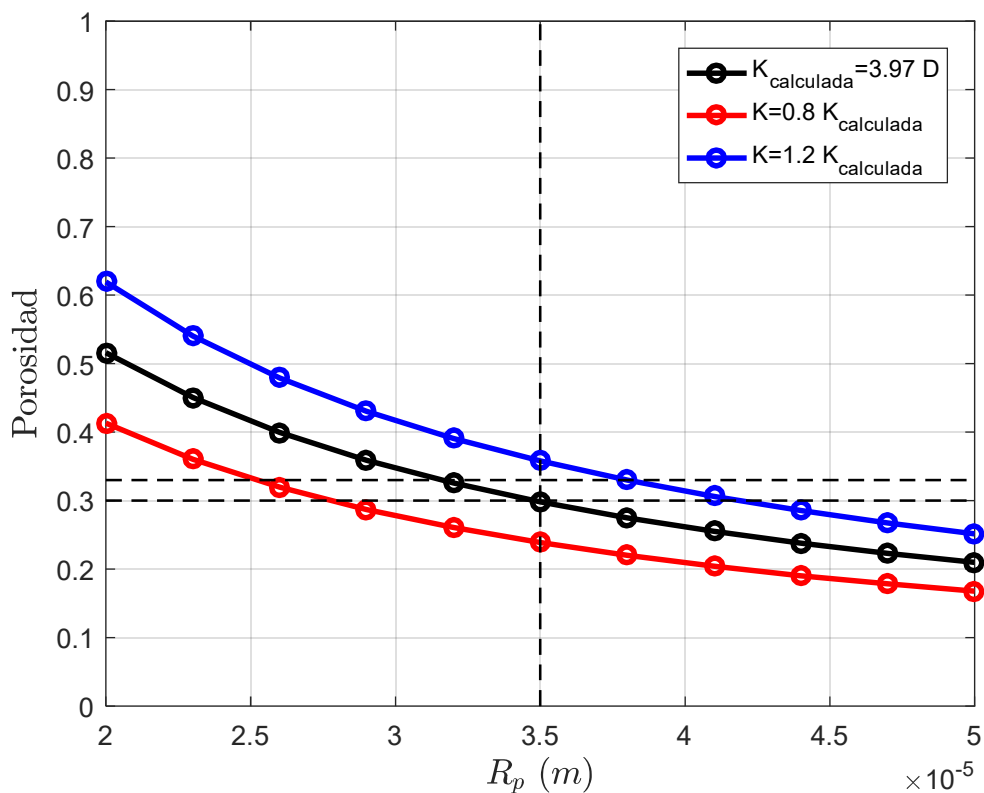


Figura 23. Porosidad en función del radio de los poros para cada τ correspondiente.

Estos resultados obtenidos se parecen bastante a los obtenidos para la probeta 3, donde el error relativo obtenido también era menor del 10%. Esto hace que aquí se espere que el radio medio de poro dado por el fabricante se corresponda con valores aceptables de la porosidad. Al igual que se ha realizado en los otros casos, se comprobará gracias al gráfico que enfrenta la porosidad con el radio medio de poro. En efecto, tal y como se observa en la Figura 23, si se considera el radio medio de poro como $35 \mu m$, se tienen porosidades próximas a la esperada. No es necesario mencionar que las tortuosidades han sido ajustadas en los puntos seleccionados en función del radio de poro correspondiente a cada uno. Estas tortuosidades se muestran en la Tabla 6, expuesta a continuación.

Se tiene que, efectivamente, el radio medio de poro dado por el fabricante se ajusta bastante bien si se considera la permeabilidad obtenida por Darcy. Por lo tanto, si, al igual que en los casos anteriores, se considera la existencia de posibles fluctuaciones en los valores de la permeabilidad, que afectan al radio medio de poro seleccionable, se tendría de nuevo que los resultados aquí obtenidos son admisibles. De esta manera, puede considerarse que la probeta 2 posee una porosidad del 29.82% siendo su error relativo de entre el 2% y el 11%.

5 CONCLUSIONES

El estudio de la permeabilidad y la porosidad es un campo de la ciencia que lleva años activo. Recientemente, y con la inclusión cada vez más acentuada de materiales compuestos en el campo de la ingeniería, ha sido necesario realizar más análisis como éste para determinar el comportamiento de los distintos materiales frente a diferentes fluidos.

Aquí se ha podido comprobar que el vidrio, en función de como se estructure internamente, tendrá unas propiedades u otras, aumentando o disminuyendo su permeabilidad de forma más o menos directa con la variación de su porosidad. Así, la primera conclusión clara es que la permeabilidad y la porosidad de un material están directamente relacionadas. Sin embargo, y justo al contrario de como se habría esperado, la relación entre la porosidad y la permeabilidad no viene dada mediante un factor proporcional, sino que hay otros parámetros como el radio medio de poro o la tortuosidad, que intervienen en el problema. De esta manera, dos probetas con la misma permeabilidad pueden no tener la misma porosidad por dos razones:

- Si la tortuosidad varía entre ellas: A más tortuosidad, mayor porosidad debido a que existirá un mayor desorden en la estructura interna del material.
- Si varía el radio medio de poro. De hecho, tal y como ha podido comprobarse, la probeta 4, con menor permeabilidad que la probeta 00 y menor radio medio de poro, resulta ser más porosa. Esto se debe a que, aunque los poros sean más pequeños, existe mayor proporción de los mismos que en la muestra 00.

Concretamente para estos experimentos y con las probetas dadas, se tendrá una distribución de permeabilidades tal y como la que se muestra en la Figura 24. Los datos aquí representados son los expuestos en la Tabla 3. Nótese, además, que esta gráfica es análoga a la Figura 16, a diferencia de que en ésta la tendencia se ha presentado en escala logarítmica.

Ahora bien, en una primera aproximación, cabría esperar que las porosidades tuviesen la misma tendencia creciente. Sin embargo, esto no es así. En efecto, en la Figura 25 se ha representado el comportamiento que sigue la porosidad en función del radio medio de poro. Éste no corresponde con lo esperado ya que, como bien se ha explicado, influyen otros factores en la porosidad aparte de la permeabilidad. Por consiguiente, en lugar de una tendencia creciente con el radio de poro, se tiene que la porosidad cae, para el caso de estas probetas, cuanto mayores en tamaño son dichos poros.

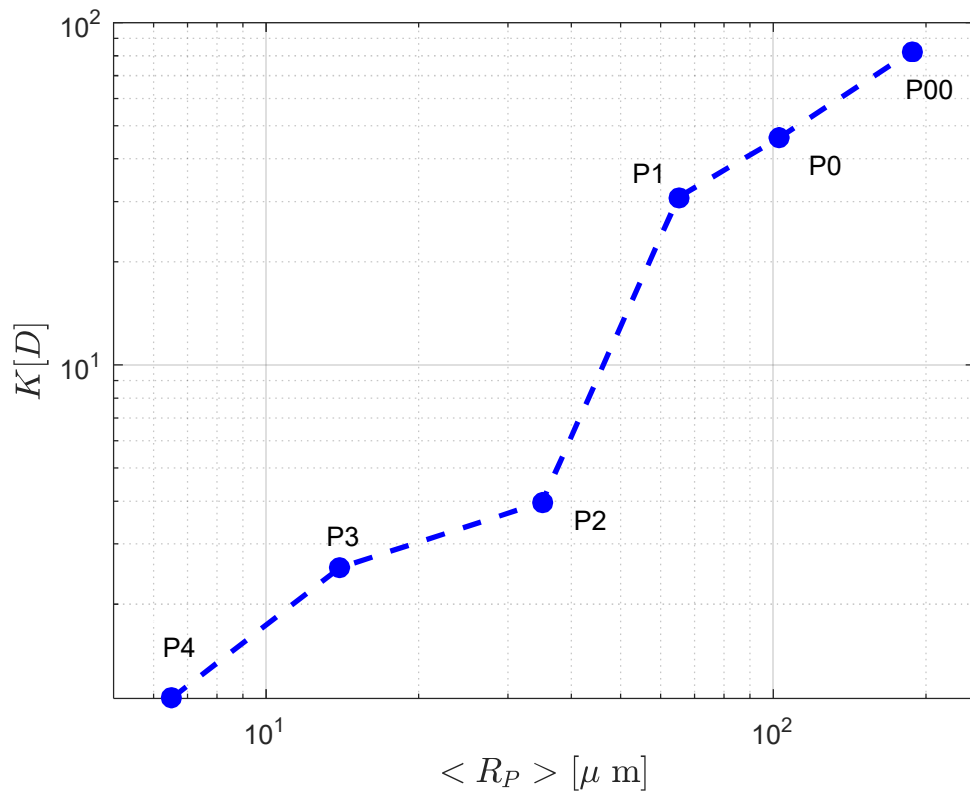


Figura 24. Permeabilidad frente a radio medio de poro. Escala logarítmica.

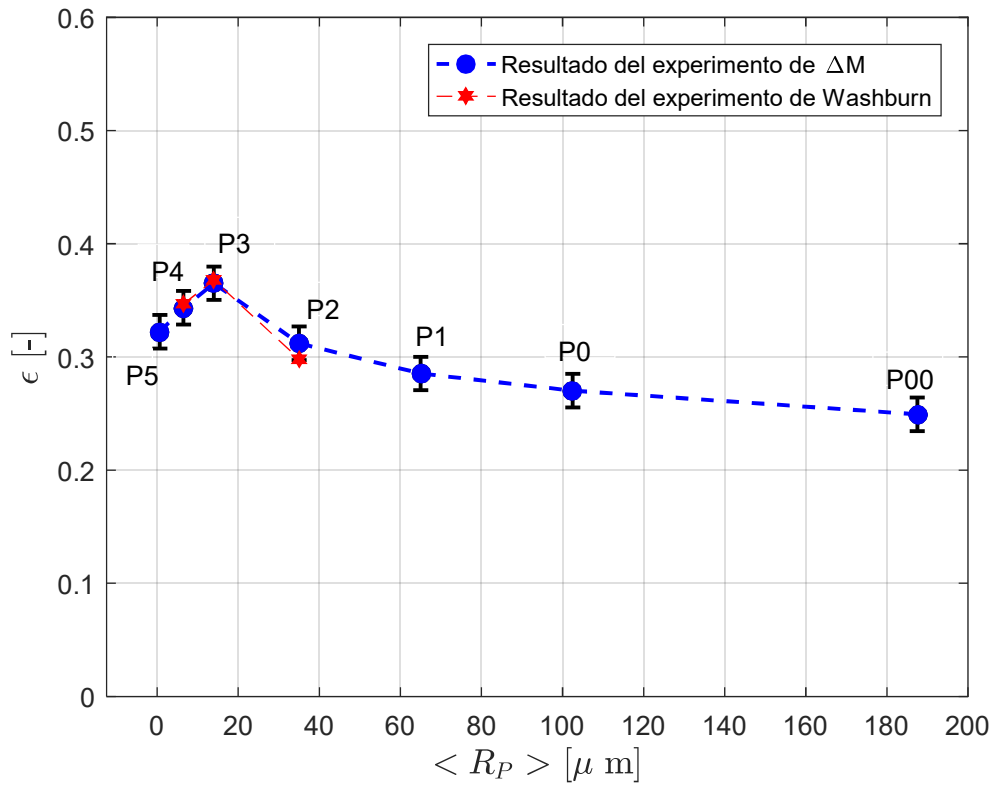


Figura 25. Comparación de los resultados de Washburn y del experimento ΔM .

En esta gráfica se puede observar como la tendencia es prácticamente contraria a la de la permeabilidad, siendo la probeta 00 la menos porosa. Además, se han representado los resultados obtenidos del experimento de Washburn. Así, es posible verificar como los resultados del experimento de Washburn para todas las probetas se encuentran dentro del intervalo de errores estimados en el experimento asociado al incremento de masas. Por otro lado, para las probetas 00, 0, 1 y 5 no se han representado los resultados al no haber sido éstos obtenidos mediante este método. Esto se debe a que los ángulos de contacto aumentan tanto que no se produce el fenómeno de succión.

Se representará a continuación, en la Figura 26, una gráfica en la que se mostrará el radio medio de poro frente al factor:

$$\frac{\cos(\theta)}{\tau}$$

Este factor es muy relevante y explicará la razón por la cual el frente de agua no asciende para las muestras con poros más grandes. Como ya se ha visto, la ecuación de Washburn que se ha empleado viene dada por:

$$h_f = \sqrt{\frac{R_p \gamma \cos(\theta)}{2\tau\mu}} \sqrt{t}$$

En esta ecuación aparece dicho factor de modo que, si éste se hace cada vez más pequeño, el ascenso de agua será cada vez menor.

En la propia Figura 26 se puede determinar la influencia del ángulo de contacto frente a la tortuosidad. Aquí se tiene que, para las probetas secas, con $\theta = 60^\circ$, la tendencia es similar a la de las probetas húmedas, con $\theta = 20^\circ$, y ésta cae con el radio medio de poro. Sin embargo, para las probetas seca, el valor de este factor es menor que si están húmeda. Este resultado justifica el por qué de que para la probeta 2 no haya sido posible obtener muestras estando el material seco. Al ser el valor:

$$\frac{\cos(60^\circ)}{46} \approx 0.011$$

Se tiene que la subida del frente es inapreciable. De esta manera, para las probetas con poros más grandes, como la 00, 0 y 1 este factor será cada vez más próximo a cero, estando la muestra tanto húmeda como seca. Esto provocará que el frente de agua sea incapaz de subir y, por lo tanto, para algunas probetas será imposible realizar mediciones por capilaridad.

Por otro lado, en la Figura 26 también se ha representado la tendencia que genera esta variable para las tortuosidades estimadas a partir de las porosidades obtenidas con el experimento de la diferencia de masas. Así, tal y como se muestra en la Tabla 7, se tienen las porosidades y las permeabilidades para cada una de las probetas, por lo que puede estimarse la tortuosidad como:

$$\epsilon = C \frac{8K\tau}{R_p^2} \rightarrow \tau_{estimada} = \frac{\epsilon R_p^2}{8K} \frac{1}{C}$$

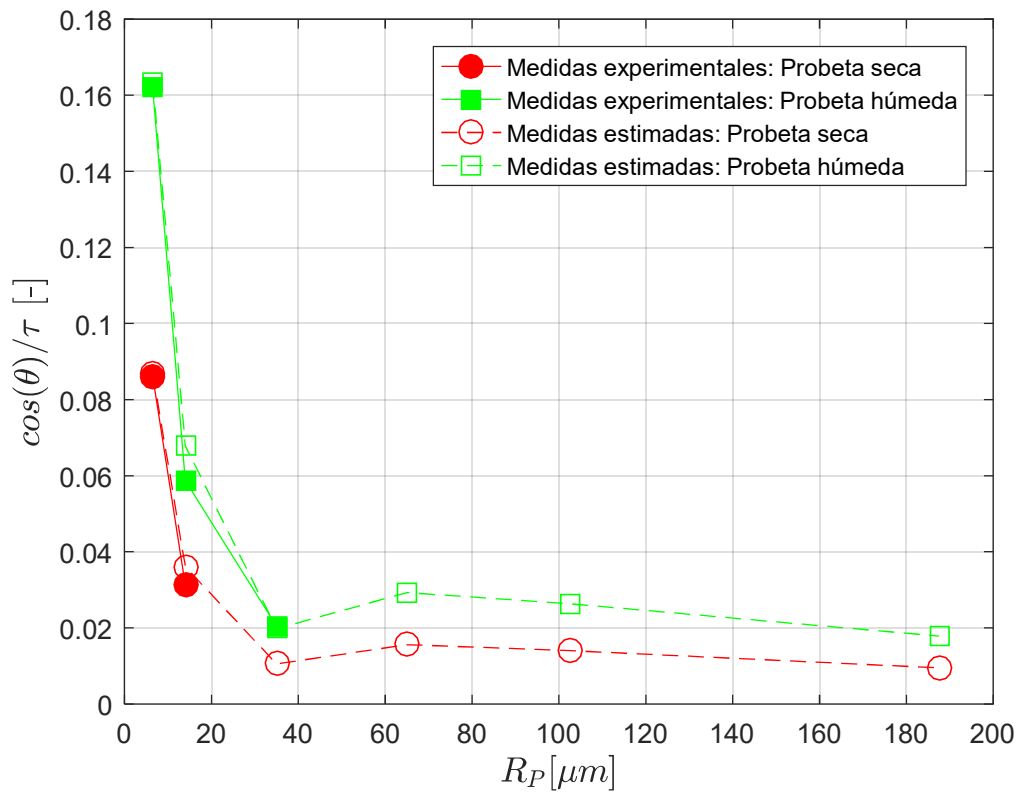


Figura 26. Dependencia de θ con τ en función de R_p .

La tendencia es decreciente tal y como se esperaba. Así, puede concluirse que, a partir de cierto valor del cociente $\cos(\theta)/\tau$, así como para radios grandes, el fenómeno de succión no tiene lugar. Es necesario aclarar que, aunque el cociente aumente ligeramente para las probetas de radios medios mayores a $65 \mu m$, las fuerzas que provocan la succión no son lo suficientemente grandes y, por consiguiente, no será posible obtener valores de la porosidad para estas probetas. Esto se debe a que no solo existe dependencia con el cociente $\cos(\theta)/\tau$, sino que el radio de poro también influye.

En otras palabras, podrá decirse que, para probetas con radios medios de poro pequeños, menores a las $50 \mu m$, la tendencia de la tortuosidad será puramente creciente con el radio de poro y su dependencia con el ángulo de contacto será, al ser éste constante, decreciente. Sin embargo, para radios de poro más grandes la dependencia varía. La tortuosidad, al depender del cuadrado del radio de los poros, no aumentará tan notablemente, manteniéndose así el cociente $\cos(\theta)/\tau$ prácticamente constante. En el anexo IV se presenta la tabla con los valores de tortuosidad estimados que se han empleado para la obtención de la gráfica de la Figura 26.

<i>Probeta</i>	<i>Permeabilidad [m²]</i>	<i>Porosidad por Washburn [-]</i>	<i>Porosidad por ΔM</i>	<i>Error relativo</i>
<i>Probeta 00</i>	$8.24 \cdot 10^{-11}$	—	24.70%	—
<i>Probeta 0</i>	$4.60 \cdot 10^{-11}$	—	27.15%	—
<i>Probeta 1</i>	$3.09 \cdot 10^{-11}$	—	28.53%	—
<i>Probeta 2</i>	$3.97 \cdot 10^{-12}$	29.82%	30.80%	3.18%
<i>Probeta 3</i>	$2.56 \cdot 10^{-12}$	36.78%	36.22%	1.55%
<i>Probeta 4</i>	$1.26 \cdot 10^{-12}$	34.68%	34.26%	1.23%
<i>Probeta 5</i>	—	—	32.11%	—

Tabla 7. Resultados finales obtenidos mediante los experimentos de Darcy y Washburn.

En conclusión, se tiene que el análisis de todos los parámetros que subyacen en las ecuaciones y que provocan variaciones en la permeabilidad y la porosidad, debe ser suficientemente riguroso con objeto de alcanzar valores admisibles. Teniendo que, en este caso concreto, algunas de las probetas no han podido ser estudiadas por los dos métodos propuestos ya que sería necesario hacer uso de instrumentaciones más complejas, se han expuesto en la Tabla 7 los resultados que sí han sido calculados de forma exitosa.

Como aclaración final, se tiene que el objetivo de este análisis se ha completado con éxito. No solo se han determinado las porosidades y las permeabilidades de las probetas tomando como apoyo las ecuaciones de Darcy y de Washburn, sino que además se ha estudiado la influencia de la tortuosidad, del radio medio de poro y del ángulo de contacto. De esta manera, y a modo de resumen, se tiene que, una vez calculadas las permeabilidades mediante la Ley de Darcy, ha sido necesario calcular el ángulo de contacto y la tortuosidad de cada una de las probetas. Además, empleando la ecuación de Washburn, ha sido posible obtener la porosidad. Sin embargo, tal y como se ha visto, no siempre es posible emplear esta ecuación debido al gran aumento del ángulo de contacto. Es por esto, que se ha incluido un tercer experimento mediante el cual se han podido realizar comparaciones y verificaciones, así como se han calculado las porosidades que faltaban. Dado que en los casos comparados los resultados han sido admisibles, puede considerarse que el resto de los resultados también lo serán.

6 ANEXOS

6.1 Anexo I. Tabla de datos experimentales del experimento de Darcy.

	ΔH [cm]	V [ml]	t [s]		ΔH [cm]	V [ml]	t [s]	
<i>Probeta 00</i>	1.7	500	72.93	<i>Probeta 2</i>	9.2	200	34.62	
	2.3	500	71.98		9.4	200	35.49	
	3	500	62.78		9.8	200	35.98	
	3.1	500	60.00		10.5	200	32.00	
	4.1	500	43.33		11.1	200	36.05	
	4.5	500	29.75		15.5	200	29.61	
	4.7	500	28.48		18.9	200	30.51	
	5.4	500	29.43		21	200	31.12	
	5.5	500	28.30		25	200	30.45	
	5.7	500	28.55		27.5	200	29.50	
	6.3	500	28.7		28.1	200	28.47	
	7	500	27.97		30.3	200	27.00	
	10	500	24.1					
	11.1	500	21.67					
12.2	500	17.51						
<i>Probeta 0</i>	6.8	300	34.19	<i>Probeta 3</i>	12.5	100	59.44	
	7.2	500	42.68		14.2	100	52.40	
	7.6	500	40.22		15.3	100	49.28	
	8	500	40.20		18.2	100	42.24	
	9.1	300	27.10		19.2	100	60.04	
	10.5	300	22.05		21.2	200	91.07	

	11.1	500	30.56		23.4	200	85.24
	12.4	500	29.98		25.1	200	82.00
	14.1	500	28.90		27.5	200	76.44
	15	500	2650		29.5	200	70.11
	15.5	500	25.87		31.4	200	70.00
	16	500	24.00				
	17.3	500	24.10				
<i>Probeta 1</i>	2.9	500	99.55	<i>Probeta 4</i>	20.8	50	72.03
	3.5	500	98.24		21.1	50	71.21
	5.1	500	82.34		21.6	50	68.25
	7	500	61.47		22.3	50	63.01
	7.5	500	61.22		25.1	50	54.11
	10.5	500	65.26		26.7	50	53.8
	10.6	500	62.32		30.7	100	93.32
	11	300	42.89		32.4	100	88.47
	11.5	500	63.09		35.8	100	85.63
	15.2	500	40.50		37.5	100	84.32
	19	500	31.95		40.2	100	85.04
	19.5	300	18.74		41.6	100	80.32
	19.8	500	31.47		43.1	100	85.21
	20	500	30.67		45.8	100	74.06
	20.1	300	19.23				
	20.5	500	30.40				
	21	500	31.38				
	21.5	300	16.15				

Tabla 8. Medidas experimentales para cada probeta.

6.2 Anexo II. ΔM para cada probeta.

		$M_{húmeda}$ (g)	M_{seca} (g)	ΔM (g)	$\overline{\Delta M}$ (g)
<i>Probeta 00</i>	<i>Muestra 1</i>	12.822	10.785	2.037	
	<i>Muestra 2</i>	12.875	10.782	2.093	2.056
	<i>Muestra 3</i>	12.822	10.785	2.037	
<i>Probeta 0</i>	<i>Muestra 1</i>	12.652	10.436	2.216	
	<i>Muestra 2</i>	12.662	10.433	2.229	2.228
	<i>Muestra 3</i>	12.675	10.436	2.239	
<i>Probeta 1</i>	<i>Muestra 1</i>	12.611	10.282	2.329	
	<i>Muestra 2</i>	12.657	10.280	2.377	2.353
	<i>Muestra 3</i>	12.635	10.282	2.353	
<i>Probeta 2</i>	<i>Muestra 1</i>	12.490	9.950	2.54	
	<i>Muestra 2</i>	12.596	9.956	2.64	2.573
	<i>Muestra 3</i>	12.490	9.950	2.54	
<i>Probeta 3</i>	<i>Muestra 1</i>	12.224	9.175	3.049	
	<i>Muestra 2</i>	12.170	9.175	2.995	3.01
	<i>Muestra 3</i>	12.162	9.175	2.987	
<i>Probeta 4</i>	<i>Muestra 1</i>	12.591	9.766	2.825	
	<i>Muestra 2</i>	12.597	9.752	2.845	2.832
	<i>Muestra 3</i>	12.591	9.766	2.825	
<i>Probeta 5</i>	<i>Muestra 1</i>	13.284	10.636	2.648	
	<i>Muestra 2</i>	13.310	10.633	2.677	2.657
	<i>Muestra 3</i>	13.284	10.634	2.646	

Tabla 9. ΔM para cada probeta.

6.3 Anexo III. Errores relativos en la porosidad obtenida en el experimento asociado a las diferencias de peso.

	<i>Error en ϵ [$\Delta\epsilon/\epsilon$]</i>
<i>Probeta 00</i>	2.976%
<i>Probeta 0</i>	2.970%
<i>Probeta 1</i>	2.965%
<i>Probeta 2</i>	2.959%
<i>Probeta 3</i>	2.947%
<i>Probeta 4</i>	2.950%
<i>Probeta 5</i>	2.956%

Tabla 10. Errores obtenidos en la porosidad.

6.4 Anexo IV: Tortuosidades estimadas en función de R_p , ϵ y K .

R_p [μm]	187.5	102.5	65	35	14	6.5
τ [—]	52.69	35.68	32.1	47.52	13.86	5.75

Tabla 11. Tortuosidades estimadas para el estudio de la dependencia con el ángulo de contacto.

REFERENCIAS

1. Brite Guard. (s.d.). Récupéré sur <http://www.briteguard.com/109.html?L=9>
2. Costa, A. (2006). *Permeability-porosity relationship: A reexamination of the Kozeny-Carman equation based on a fractal pore-space geometry assumption*. Naples, Italy.
3. Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Paris: Dalmont.
4. González, M. (2011, Agosto 27). *La guía de física*. Récupéré sur <https://fisica.laguia2000.com/complementos-matematicos/ley-de-darcy>
5. Herod, M. (2011, June 13). *Blogs of the European Geosciences Union*. Récupéré sur <https://blogs.egu.eu/network/geosphere/2013/09/17/back-to-basics-on-groundwater/>
6. Nolen-Hoeksem, R. (2014, Otoño). *Schlumberger*. Récupéré sur https://www.slb.com/-/media/Files/resources/oilfield_review/ors14/aut14/define_perm.pdf?la=en&hash=E6E27C2A079A615DE5E2CE24503E0AB03C88480B
7. Pillai, R. M. (2007, Septiembre 25). *Darcy's Law-Based Models for Liquid Absorption in Polymer Wicks*. Récupéré sur Wiley InterScience: www.interscience.wiley.com
8. Román, F. S. (s.d.). *Ley de Darcy. Conductividad hidráulica*. Universidad de Salamanca: Departamento de hidrología.
9. Silva, P. Á. (2011). *Curso de Propiedades de la Roca Yacimiento*. Venezuela.
10. Soullaine, C. (2015, Marzo 06). *On the origin of Darcy's law*. Récupéré sur Stanford university.
11. Streamlines. (s.d.). *GroundwaterSoftware.com*. Récupéré sur http://www.groundwatersoftware.com/v9_n10_tortuosity.htm
12. Szekely. (s.d.). *The rate of capillary penetration and the applicability of the Washburn equation*. J Colloid Interface.
13. Wisconsin University. (2013). *Wisconsin geological and natural history survey*. Récupéré sur <https://wgnhs.uwex.edu/maps-data/data/rock-properties/understanding-porosity-density/>