

Trabajo fin de máster

Máster universitario en ingeniería aeronáutica

Diseño e implementación de algoritmos de control y guiado en vuelo para un Cessna-172.

Autor: Antonio Mendoza Vázquez

Tutor: Eduardo Fernández Camacho

Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018





Trabajo fin de máster  
Máster en ingeniería aeronáutica

# **Diseño e implementación de algoritmos de control y guiado en vuelo para un Cessna-172.**

Autor:

Antonio Mendoza Vázquez

Tutor:

Eduardo Fernández Camacho

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018



*A mi familia*

*A mis profesores*



# Agradecimientos

---

A la gente que me ha apoyado, familia, amigos, y a Eduardo por haberme dado la oportunidad de hacer este interesante proyecto.

*Antonio Mendoza Vázquez*

*Sevilla, 2018*





# Resumen

---

La eficiencia estructural de las aeronaves sufrió un desarrollo exponencial durante los primeros años del siglo XX. Sin embargo, a partir de la segunda guerra mundial y, sobre todo, con el desarrollo del Spitfire, el diseño estructural de los vehículos aéreos no ha sufrido grandes cambios, manteniéndose las estructuras semimonocasco, la configuración monoplano y hasta el mismo espaciado entre costillas y cuadernas.

De esta forma, el estancamiento en el diseño de la configuración estructural de las aeronaves ha dado paso a un crecimiento exponencial de la tecnología electrónica y de la aviónica y sistemas de control de vuelo. Sin ir mar lejos, el C-295, que es un avión militar bastante antiguo que se ensambla en la FAL de AIRBUS en Sevilla, ha mantenido básicamente la misma estructura desde su diseño inicial. Sin embargo, actualmente se está ensamblando con una aviónica y sistemas de control muy modernos que le permite realizar actuaciones muy versátiles.

Este proyecto, se basa en el enorme crecimiento de los sistemas de mandos de vuelo que se está produciendo en los últimos años, y en el auge de proyectos de RPAS como el Céfitro o el MQ9-Reaper con el objetivo de desarrollar diferentes algoritmos de control de vuelo y guiado, que permita realizar de forma autónoma una exploración eficiente del terreno o un plan de vuelo determinado. Para ello, se va a desarrollar un modelo aerodinámico de una aeronave ligera CESSNA-172 por su versatilidad y fiabilidad, para finalmente simular la dinámica de vuelo del avión, diferentes algoritmos de guiado y control combinándolos con algoritmos de exploración eficiente del terreno.



# Abstract

---

The Aircraft structural efficiency suffered an exponential development during the early years of twentieth century. However, as of the second world war, and above all, with the Spitfire development, the aerial vehicles structural design has not suffered major changes, maintaining semimonocoque structures, monoplane configuration and the equal distance between ribs.

In this way, this stagnation in aircraft structural design has given way to an exponential growth of electronic technology and avionics. In fact, C-295, which is an old military aircraft assembled in AIRBUS FAL in Seville, has basically maintained the same structure since its preliminary design. However, it is currently being assembled with very modern avionics and flight control systems that allows it the development of versatile performances.

This thesis is based on the huge growth of flight management systems that have been produced in the last few years, and the boom of RPAS projects like Zephyr or MQ9-Reaper in order to develop an automatic flight control system and a stability augmented system that allows efficient terrain coverage and the development of a certain flight plan. It is going to be used an aerodynamic model of a CESSNA-172 due to its reliability and versatility, that is going to be obtained from DATCOM using the aircraft geometry. Finally, it is going to be simulated the flight dynamics of that aircraft and the different flight control and coverage algorithm implemented comparing different methods in terms of efficiency and effectiveness.



<b>Agradecimientos</b>	<b>i</b>
<b>Resumen</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Índice</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>x</b>
<b>1 Introducción y alcance del proyecto</b>	<b>1</b>
<b>2 Modelo aerodinámico de un CESSNA-172 Skyhawk con la herramienta DATCOM</b>	<b>5</b>
2.1 DATCOM	5
2.2 Geometría aproximada	6
2.3 Derivadas de estabilidad y modelo de fuerzas y momentos	8
<b>3 Modelado de la mecánica no lineal de la aeronave</b>	<b>19</b>
3.1 Sistema de referencia	19
3.2 Ecuaciones cinemáticas	21
3.3 Ecuaciones dinámicas	23
3.4 Resumen de ecuaciones del modelo 6DOF de un CESSNA-172	24
3.5 Modelado en SIMULINK de la mecánica del vehículo	25
<b>4 Técnicas de control</b>	<b>31</b>
4.1 Control PID	31
4.2 Control predictivo	32
<b>5 Diseño de un <i>Trimming</i> y un sistema de control de actitud</b>	<b>35</b>
5.1 Modelado de un " <i>Trimming</i> "	35
5.2 Diseño de un sistema de control de actitud	38
<b>6 Diseño de un Piloto automático</b>	<b>45</b>
5.1 Método de apuntamiento del vector velocidad	45
5.2 Diseño del modelo de guiado	47
<b>7 Introducción de sensores en el modelo e implementación de un EKF (Extended Kalman Filter)</b>	<b>51</b>
7.1 Sensores a bordo	51
7.1.1. Giróscopo	51
7.1.2. Acelerómetro	52
7.1.3. Barómetro	52
7.1.4. Magnetómetro	52
7.2 EKF (Extended Kalman Filter)	53
7.3 Diseño de un observador basado en el EKF	54
<b>8 Diseño de un sistema planificador de vuelo basado en el TSP</b>	<b>59</b>

<b>9</b>	<b>Implementación de un algoritmo de guiado basado en técnicas de control predictivo no lineal</b>	<b>65</b>
<b>10</b>	<b>Conclusiones y desarrollo futuro</b>	<b>71</b>
	<b>Referencias</b>	<b>73</b>

# Índice de figuras

---

**Figura 1.** CESSNA-172 en vuelo

**Figura 2.** Representación del método de apuntamiento del vector velocidad de guiado de una aeronave.

**Figura 3.** A la izquierda una Cessna 172 real en vuelo, a la derecha el modelo creado por la herramienta DATCOM

**Figura 4.** Representación del sistema de ejes cuerpo.

**Figura 5.** Esquema de fuerzas y parámetros generales

**Figura 6.** Representación  $CL_q$  frente al Mach de vuelo.

**Figura 7.** Representación  $Cm_q$  frente al Mach de vuelo.

**Figura 8.** Representación  $Cn_\beta$  frente al Mach de vuelo.

**Figura 9.** Representación  $CY_\beta$  frente al Mach de vuelo.

**Figura 10.** Representación  $Cm_\alpha$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 11.** Representación  $Cl_\beta$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 12.** Representación  $Cl_p$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 13.** Representación  $Cl_r$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 14.** Representación  $Cn_p$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 15.** Representación  $Cn_r$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 16.** Representación  $Cy_p$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

**Figura 17.** Sistema de ejes tierra.

**Figura 18.** Sistema de ejes cuerpo.

**Figura 19.** Variables de estado de la aeronave.

**Figura 20.** Modelo SIMULINK de la dinámica de una CESSNA-172.

**Figura 21.** Representación de la altitud frente al tiempo modelo 1

**Figura 22.** Representación de la velocidad frente al tiempo modelo 1

**Figura 23.** Estructura de un controlador PID.

**Figura 24.** Esquema de un algoritmo NMPC.

**Figura 25.** Altitud y altitud de referencia frente al tiempo modelo 2

**Figura 26.** Velocidad y velocidad de referencia frente al tiempo modelo 2

**Figura 27.** Modelo SIMULINK del “trimming”.

**Figura 28.** Ángulo de cabeceo (azul) y cabeceo de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3.

**Figura 29.** Ángulo de guiñada (azul) y guiñada de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3

**Figura 30.** Ángulo de alabeo (azul) y alabeo de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3

**Figura 31.** Deflexión de elevadores (rad) frente al tiempo modelo 3

**Figura 32.** Deflexión de alerones (rad) frente al tiempo modelo 3

**Figura 33.** Deflexión de rudder (rad) frente al tiempo modelo 3

**Figura 34.** Velocidad frente al tiempo modelo 3

**Figura 35.** Modelo SIMULINK del sistema de control de actitud

**Figura 36.** Esquema del modelo de guiado.

**Figura 37.** Trayectoria seguida por el piloto automático en el escenario 1.

**Figura 38.** Trayectoria seguida por el piloto automático en el escenario 2.

**Figura 39.** Modelo SIMULINK de AUTOPILOTO.

**Figura 40.** Trayectoria seguida por el autopiloto tras pasar por el EKF.

**Figura 41.** Ángulo de cabeceo del avión durante la maniobra.

**Figura 42.** Ángulo de guiñada del avión durante la maniobra.

**Figura 43.** Ángulo de alabeo durante la maniobra.

**Figura 44.** Altura de vuelo durante la maniobra.

**Figura 45.** Waypoints fijados para aplicar el algoritmo que resuelve el TSP.

**Figura 46.** Recorrido óptimo resultado de resolver el TSP.

**Figura 47.** Plan de vuelo realizado por el piloto automático de la aeronave.

**Figura 48.** Detalle de giro realizado por el piloto automático de la aeronave.

**Figura 49.** Trayectoria realizada por la aeronave usando la técnica de NLMPC.

**Figura 50.** Detalle de giro realizado por el piloto automático de la aeronave usando la técnica de NLMPC.

**Figura 51.** Comparaciones técnicas NLMPC y PID

**Figura 52.** Comparaciones técnicas NLMPC y PID Detalle 1

**Figura 53.** Comparaciones técnicas NLMPC y PID Detalle 2

**Figura 54.** Avión de extinción de incendios.







# 1.INTRODUCCIÓN Y ALCANCE DEL PROYECTO

La eficiencia estructural de las aeronaves, que se mide teóricamente mediante un coeficiente llamado factor de Farrar, ha alcanzado un nivel bastante elevado en el diseño de las aeronaves de los últimos 30 años. De esta forma, parámetros como la configuración biplano, el espaciado entre costillas, cuadernas larguerillos, o el tipo de estructura semimonocasco se han mantenido prácticamente fijos. Sin embargo, mientras que el tipo de estructura ha sido prácticamente la misma en todos los últimos diseños, incluso con la introducción de estructuras fabricadas con materiales compuestos, la tecnología electrónica, la aviónica y los diferentes sistemas de control de vuelo han ido experimentando un desarrollo exponencial durante los últimos años.

El objetivo de este proyecto es el desarrollo e implementación de leyes de control de vuelo y algoritmos de guiado y exploración de terrenos con el objetivo de utilizar una CESSNA-172 para el desarrollo de un plan de vuelo determinado de forma autónoma. Así, adaptamos la estabilidad y versatilidad de esta aeronave para su conversión a RPAS con el objetivo de que pueda ser utilizada en labores de búsqueda de personas en ambientes hostiles, extinción de incendios o patrulla marítima.

En primer lugar, se obtendrá un modelo aerodinámico de esta aeronave mediante los métodos de DATCOM [1], que es un programa desarrollado por la NASA en el cual, a partir de la geometría del vehículo y las condiciones iniciales de vuelo, obtendremos las derivadas de estabilidad y potencias de control de dicho vehículo. A partir del cálculo de estos parámetros, que se explicarán con mayor profundidad en el capítulo 2 del proyecto, podremos desarrollar el modelo de fuerzas y momentos que actúa sobre nuestra aeronave en ejes cuerpo, obteniendo también diferentes parámetros como el margen estático, que nos permitirá realizar un estudio de la estabilidad estática del avión. Podemos observar la geometría de una aeronave CESSNA 172 en la figura 1.

Una vez determinado el modelo de fuerzas y momentos que actúan sobre una CESSNA-172 en la condición de vuelo de referencia, se estudiará la dinámica no lineal del sistema, desarrollando las diferentes ecuaciones diferenciales cinemáticas (EDC) y las ecuaciones diferenciales de la actitud en ángulos de Euler [2], [3]. Después del desarrollo de las diferentes ecuaciones no lineales del modelo. Vamos a implementar 2 bloques en SIMULINK que van a servir como base para el desarrollo del proyecto. Primeramente, un modelo que simule la dinámica no lineal del modelo tras un escalón en las variables de control [4],[5]. Y un segundo modelo en el que vamos a determinar el punto de trimado del vehículo en las condiciones de referencia, es decir, los valores de deflexión de los timones de control y de la palanca de gases para mantener el avión volando en equilibrio en la condición de referencia. Es decir, vamos a implementar dos controladores PID para desarrollar un “trimming”.

Tras haber simulado y comprobado el funcionamiento de la dinámica longitudinal, daremos un paso más en el capítulo 4, diseñando una ley de control de actitud y potencia del vehículo. En este proyecto vamos a utilizar ángulos de Euler principalmente por su significado físico, pero también se podrían usar los cuaterniones para describir la actitud de la aeronave [6]. La sintonización de los controladores para realizar un control de actitud nos va a permitir desarrollar un modelo de piloto automático en el siguiente capítulo.

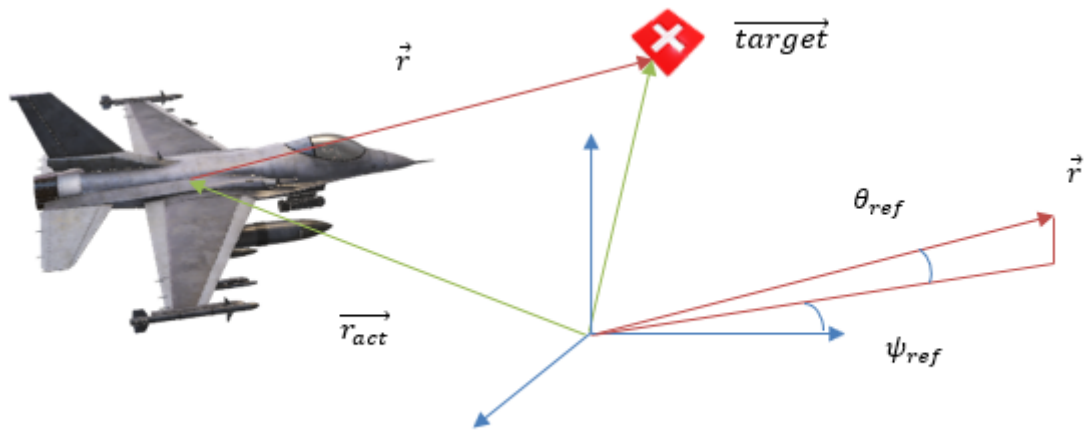


**Figura 1.** CESSNA-172 en vuelo

En el siguiente capítulo, tras haber sintonizado los diferentes controladores de actitud y trimado. Se desarrollará un autopiloto o bloque de guiado basado en la metodología en la cual se realiza el guiado del avión mediante apuntamiento del vector velocidad al “target”, generando referencias de actitud en cada instante de tiempo. Aparte de este método, vamos a comparar la eficiencia de la ley de control con un método de control predictivo para seguimiento de trayectorias. Se realizarán simulaciones en diferentes escenarios y se simularán diferentes perfiles de vuelo.

Tras haber implementado un *Autopilot* y haber validado su funcionamiento, el siguiente paso lógico que realizaremos en este proyecto será la introducción de un observador y de diferentes sensores. De manera que, se implementará un EKF (Extended Kalman Filter) [7] que use diferentes sensores obtenidos en catálogo con su respectivo ruido blanco gaussiano y bias para corregir las estimaciones del modelo en los instantes en los que hay medida. Para ello, añadiremos al modelo desarrollado en el capítulo anterior, un bloque que simule la medida de los diferentes sensores de acuerdo a sus características obtenidas en el catálogo, y otro bloque en que desarrollaremos el algoritmo de filtro de Kalman extendido que explicaremos en mayor profundidad.

Posteriormente, el capítulo que posiblemente proporcione mayor valor añadido al proyecto es el capítulo 7, en el cual desarrollaremos un algoritmo que proporcione una solución aproximada bastante realista al problema del agente viajero, que adaptaremos a nuestro proyecto como una solución en la planificación de trayectorias para labores de cubrimiento de terrenos hostiles, extinción de incendios, rescate de personas, etc... De esta manera, implementaremos un bloque llamado “Path Planner”, que propondrá el plan de vuelo que el bloque desarrollado en el capítulo anterior llevará a cabo.



**Figura 2.** Representación del método de apuntamiento del vector velocidad de guiado de una aeronave.



## 2. MODELO AERODINÁMICO DE UNA CESSNA-172 CON LA HERRAMIENTA DATCOM

Como hemos visto en el capítulo introductorio, el primer paso del proyecto es el desarrollo de un modelo aerodinámico y propulsivo de una Cessna-172 con el objetivo de obtener una serie de parámetros que definiremos con mayor profundidad en el siguiente capítulo llamados derivadas de estabilidad. Éstas son de gran utilidad a la hora de simular la dinámica de vuelo de la aeronave, así como en el modelado del modelo de fuerzas que actúan sobre la aeronave. Para ello, vamos a usar un software denominado DATCOM, desarrollado por la NASA durante los años 80.

### 2.1. DATCOM

La versión de DATCOM [8] utilizada en el proyecto es un código semi-empírico que predice en base a modelos experimentales las fuerzas aerodinámicas, momentos y las diferentes derivadas de estabilidad que actúan sobre una aeronave en función únicamente de la geometría de ésta, del ángulo de ataque y del número de Mach. Este software utiliza los métodos contenidos en USAF Stability and control DATCOM de forma que los valores de geometría, actitud y rangos de Mach sean consistentes con los valores experimentales.

Este programa también contiene un modo de trimado, que nos proporciona los grados que deben deflectarse las superficies aerodinámicas de control para mantener una condición de vuelo de referencia. Este modo lo usaremos para comprobar mediante un modelo simulink, que el modelado de las ecuaciones y de la dinámica de la aeronave se comporta de manera similar a lo que expone los métodos de DATCOM.

En este software, introduciremos las dimensiones físicas de nuestra aeronave (figura 3) en un fichero de texto con extensión .DCM. DATCOM genera automáticamente un modelo 3D que podremos visualizar directamente en una ventana aparte. De esta forma, podremos observar si el modelo usado se asemeja a la geometría real o no. En el código establecido como “input” para el software, definiremos en primer lugar la condición de vuelo inicial de la aeronave, que será un vuelo crucero von  $V=35$  m/s y altitud  $h=100$ m. En segundo lugar, definiremos la posición del centro de gravedad, posición del ala y de los estabilizadores horizontal y vertical. Posteriormente definiremos en el código el diámetro y geometría del fuselaje. Después, procedemos a definir la geometría de ala y estabilizadores por separado, definiendo parámetros como cuerda en la raíz, cuerda en la punta, estrechamiento, flecha o código NACA del perfil aerodinámico. Y finalmente, se define la geometría de los alerones. De esta forma, definiendo todos estos parámetros los modelos de DATCOM nos proporcionarán las diferentes derivadas de estabilidad que nos será de gran utilidad en el desarrollo de las ecuaciones de la dinámica tanto no lineal como lineal y, por consiguiente, la implementación de diferentes leyes de control y guiado en vuelo.

Después de simular el código con la geometría y las condiciones de vuelo de la aeronave, el programa nos proporciona varios archivos de salida. En primer lugar, un archivo de texto con extensión .out en el que se muestran las diferentes derivadas de estabilidad y potencias de control en diferentes configuraciones, ala-fuselaje, fuselaje-VTP, fuselaje-HTP y avión completo. Y en segundo lugar, un archivo con extensión .a3c que nos proporciona un modelo 3D simplificado de la geometría de la aeronave que nos permite asegurarnos de la correcta definición de parámetros geométricos.

## 2.2. Geometría aproximada

En base a lo explicado en el subapartado anterior, se ha implementado el código modelando la geometría de la aeronave en cuestión en base a un plano obtenido en la referencia [9]. De esta forma los parámetros geométricos obtenidos son los siguientes:

		L(m)
Posición del CG		(2.22,0,0.99)
Posición del ala		(1.84,0,2.07)
Posición del VTP		(6.18,0,1.29)
Posición del HTP		(5.95,0,1.16)
ALA	Cuerda en la raíz	1.626
	Cuerda en la punta	1.626
VTP	Cuerda en la raíz	1.39
	Cuerda en la punta	0.65
HTP	Cuerda en la raíz	1.39
	Cuerda en la punta	0.77

El VTP tiene una flecha de  $35^\circ$  y el HTP de  $9^\circ$ . Por otro lado, el ala es rectangular sin flecha ni diedro debido a que es un avión ligero y la facilidad de fabricación, así como la eficiencia estructural manda sobre el aerodinámico.

En la siguiente figura podemos observar el modelo 3D implementado por DATCOM, comprobando que es bastante similar a la Cessna-172 real y asegurándonos que el código ha sido escrito correctamente.



**Figura 3.** A la izquierda una Cessna 172 real en vuelo, a la derecha el modelo creado por la herramienta DATCOM

El código .dcm modelando la aeronave que hemos introducido en la herramienta es el siguiente:



```
Cessna172: Fuselage + Wing + HTP + VTP
```

```
DIM M
```

```
DERIV RAD
```

```
* Flight condition
```

```
$FLTCON LOOP=3.0,  
NMACH=1, MACH(1)=0.16,  
NALT=1.0, ALT(1)=100.0,  
ALSCHD(1)=-7.5,-5.0,-2.5,0.0,2.5,5.,7.5,10.,15.,17.,18.,19.5$
```

```
* Location of CG, wing, vertical and horizontal tails
```

```
$SYNTHS
```

```
XCG=2.22, ZCG=0.99,  
XW=1.84, ZW=2.07, ALIW=1.5,  
XH=5.95, ZH=1.16, ALIH=0.0,  
XV=6.18, ZV=1.29,  
SCALE=1.0, VERTUP=.TRUE.$
```

```
* Body geometry
```

```
$BODY NX=20.0, ITYPE=2.0, METHOD=2.0,  
X(1)=0.10,0.26,0.55,0.67,1.16,1.53,1.75,1.88,2.59,3.09,3.52,  
3.95,4.39,4.85,5.41,5.87,6.33,6.79,7.22,7.57,  
S(1)=0.71,1.9,2.02,2.13,2.26,2.6,2.93,3.21,3.26,2.99,  
2.45,2.17,1.85,1.63,1.39,1.13,0.93,0.65,0.45,0.06,  
P(1)=5.36,5.72,5.63,5.71,6.24,6.63,6.95,6.98,6.77,6.09,  
6.09,5.5,5.36,5.21,5.05,4.97,4.93,4.89,4.87,  
R(1)=0.17,0.49,0.55,0.58,0.64,0.67,0.71,0.74,0.75,0.69,0.63,0.57,  
0.52,0.44,0.38,0.31,0.25,0.17,0.12,0.01,  
ZU(1)=1.47,1.60,1.62,1.63,1.63,1.89,2.04,2.15,2.12,2.04,1.76,  
1.57,1.51,1.50,1.46,1.42,1.38,1.35,1.32,1.29,  
ZL(1)=1.14,0.88,0.72,0.70,0.61,0.59,0.59,0.62,0.66,0.71,0.75,0.78,  
0.83,0.85,0.88,0.92,0.97,0.01,1.09,1.14$  
NACA-W-4-2412  
NACA-H-4-0012
```

```
* Horizontal tail planform
```

```
$HTPLNF
```

```
CHRDR=1.39, CHRDTP=0.77,  
SSPN=1.73, SSPNE=1.50,  
SAVSI=9.0, CHSTAT=0.0, TWISTA=0.0,  
DHDADI=0.0, TYPE=1.0$
```

```
* Vertical tail platform
```

```
$VTPLNF
```

```
* Cuerda en la raíz y en la punta
```

```
CHRDR=1.39, CHRDTP=0.65,  
SSPN=1.36, SSPNE=1.30,  
SAVSI=35.0, CHSTAT=0.25, TYPE=1.0$  
NACA-H-4-0012
```

```
* Wing
```

```

$WGPLNF
CHRDR=1.626, CHRDBP=1.626, CHRDTP=1.13,
SSPN=5.49, SSPNE=4.75, SSPNOP=2.941,
SAVSI=0.0, SAVSO=3.0, CHSTAT=0.0,
TWISTA=-3.0, DHDADI=1.7333, DHDADO=1.7333, TYPE=1.0$

SAVE
NEXT CASE

```

### 2.3. Derivadas de estabilidad y modelo de fuerzas y momentos.

Las derivadas de estabilidad son relaciones que expresan las variaciones de las fuerzas y momentos sobre la aeronave, debidas a la perturbación del movimiento uniforme (variación de velocidad lineal, angular o del ángulo de deflexión de una superficie de mando). De esta forma, estos parámetros son de gran utilidad al desarrollar un modelo de fuerzas y momentos, de manera que, linealizando las expresiones obtenidas al aplicar las leyes de la dinámica en la aeronave, llegamos a ecuaciones que relacionan las fuerzas y momentos con las mencionadas derivadas de estabilidad y las variables de perturbación.

Estrictamente, como se desarrolla en [10], las fuerzas y momentos que se ejercen sobre una aeronave son funciones de las variables de estado del sistema, por ejemplo, la sustentación no sólo es una función de la variable de estado en el instante actual, también lo es de toda su historia pasada.

Si  $A$  es una fuerza o momento aerodinámico y  $\epsilon$  es una variable de estado, se puede considerar que:

$$A(t) = A(\epsilon(\tau)) \quad -\infty < \tau < t$$

Puesto que una función se puede construir si se conocen sus infinitas derivadas respecto a ese punto, según el teorema de Taylor, podemos obtener una expresión que aproxime de manera bastante exacta el valor de la fuerza o momento que queremos calcular. De esta manera, considerando que únicamente serán relevantes los términos hasta la primera derivada, podemos aproximar el valor de la variable  $A$  como:

$$A \sim A_s + A_\epsilon \epsilon + A_{\dot{\epsilon}} \dot{\epsilon}$$

Donde  $A_\epsilon$  y  $A_{\dot{\epsilon}}$  son las derivadas de estabilidad.

De forma general, las fuerzas y momentos será función de los siguientes parámetros:

$$A \sim f(t, u, \dot{u}, v, \dot{v}, w, \dot{w}, p, \dot{p}, q, \dot{q}, r, \dot{r}, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_r, \dot{\delta}_r, \delta_t, \dot{\delta}_t)$$

Las derivadas de estabilidad se calcularán como la derivada de la variable genérica  $A$  con respecto a todas las variables de estado indicadas. Las doce variables de estado con las que podemos modelar el movimiento y la dinámica de una aeronave genérica son obtenidas mediante la aplicación de las leyes de la cinemática y de la dinámica sobre un vehículo aéreo en ejes cuerpo. Este sistema de ejes tiene su origen en el centro de gravedad del avión, el eje  $x$  según una línea de referencia hacia el morro, el eje  $z$  perpendicular al eje  $x$  hacia abajo y el eje  $y$  formando un triedro a derechas. En la siguiente figura podemos ver el sistemas de ejes cuerpo:

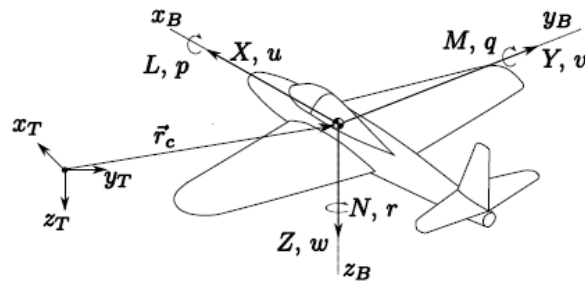


Figura 4. Representación del sistema de ejes cuerpo.

Tras esta breve introducción acerca del concepto de derivadas de estabilidad, vamos a desarrollar un modelo de fuerzas y momentos, dependientes únicamente de las derivadas de estabilidad y de las variables de perturbación de la aeronave. Además, vamos a tener en cuenta que el valor de algunas derivadas de estabilidad depende de la condición de vuelo, por lo que se va a desarrollar una gráfica tridimensional de estos parámetros según la altura y la velocidad de la aeronave. Así, podremos desarrollar y simular un modelo de fuerzas y momentos mucho más realista.

En primer lugar, partiendo de los ejes cuerpo anteriormente mencionados, vamos a realizar un análisis de fuerzas y momentos netos que actúan en la aeronave [11], descomponiéndolos en cada eje. Posteriormente, los coeficientes de fuerzas y momentos aerodinámicos vamos a linealizarlos a partir de la condición de vuelo de equilibrio y de las variables de estado más significativas que actúan en cada coeficiente. De esta forma, partiendo del esquema de la figura 5, el sumatorio de fuerzas y momentos en cada eje son los siguientes:

Eje x:

$$F_x = T + \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left( C_L \sin(\alpha) - C_Y \sin(\beta) - \frac{C_D u}{V} \right) - mg \sin(\theta)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w C_l$$

Eje y:

$$F_y = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left( C_Y \cos(\beta) - \frac{C_D v}{V} \right) + mg \cos(\theta) \sin(\phi)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w c_w C_m + z_{T_0} T$$

Eje z:

$$F_z = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left( -C_L \cos(\alpha) - \frac{C_D w}{V} \right) + mg \cos(\theta) \cos(\phi)$$

$$N = \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w C_n$$

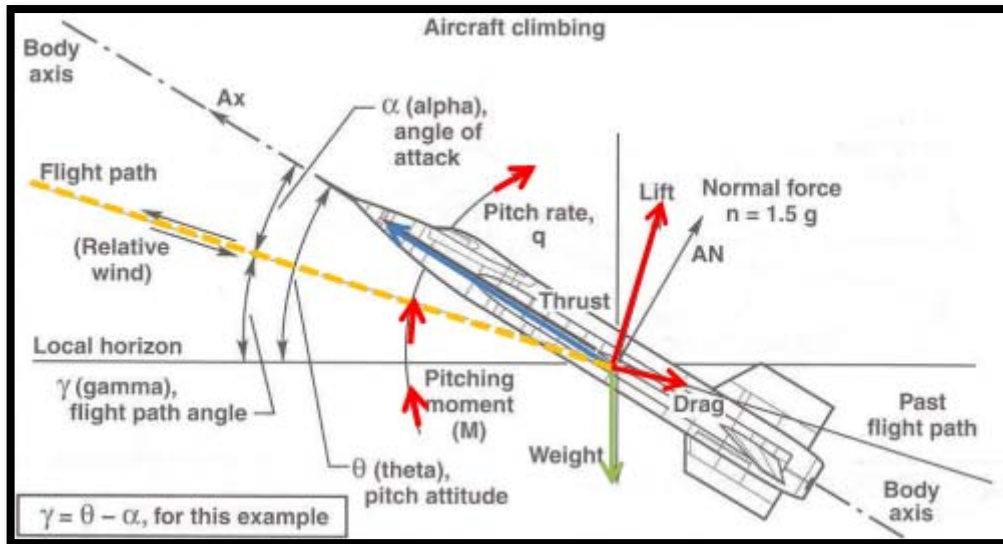


Figura 5. Esquema de fuerzas y parámetros generales.

El modelo anteriormente expuesto [11], es el modelo más general posible, sirve para cualquier valor de ángulo de ataque y resbalamiento, y depende de los coeficientes de sustentación ( $C_L$ ), de resistencia aerodinámica ( $C_D$ ), de fuerza lateral ( $C_Y$ ) y los coeficientes de momento de cabeceo ( $C_m$ ), de momento de balance ( $C_l$ ) y de momento de guiñada ( $C_n$ ). Además, también dependen de los valores del ángulo de ataque, empuje altura de vuelo (densidad), velocidad de vuelo, “Sideslip”, Superficie alar, cuerda media aerodinámica “ $c$ ” y envergadura “ $b$ ”. Todos estos valores son valores conocidos. Los valores de empuje podemos acotarlo sabiendo los límites funcionales del motor de la CESSNA-172. Este motor, es un continental IO-360-K, de 6 cilindros, fabricado en Estados Unidos en 1962 con una potencia máxima de 160.000 KW y un empuje nominal de 4000 N. Por otro lado, el ángulo de ataque y resbalamiento se pueden expresar como:

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{u}{V}\right)$$

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{v}{V}\right)$$

Por otro lado, los coeficientes aerodinámicos de fuerzas y momentos los podemos linealizar en torno al punto de equilibrio según el teorema de Taylor, y relacionarlos con las derivadas de estabilidad y variables de estado de la siguiente manera:

Coefficiente de sustentación: ( $C_L$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de ataque, velocidad angular de cabeceo, y deflexión del timón de profundidad. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\bar{q}}}\bar{q} + C_{L_{\delta_e}}\delta_e$$

Donde  $C_{L_0}$  es el valor del coeficiente de sustentación en el punto de equilibrio en el que  $L=W$ ,  $C_{L_\alpha}$  es la pendiente de la curva de sustentación, que nos indica cuánto varía la sustentación al variar el ángulo de ataque como podemos ver en la figura 6.  $C_{L_{\bar{q}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de sustentación ante un cambio de velocidad angular de cabeceo adimensional. Y finalmente,  $C_{L_{\delta_e}}$  es la potencia de control del timón de profundidad, que nos indica el valor incremental del coeficiente de sustentación ante una cierta deflexión del

timón de profundidad.

#### Coefficiente de resistencia aerodinámica: ( $C_D$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de ataque, velocidad angular de cabeceo, y deflexión del timón de profundidad. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\bar{q}}} \bar{q} + C_{D_{\delta_e}} \delta_e$$

Donde  $C_{D_0}$  es el valor de coeficiente de resistencia aerodinámica en el punto de equilibrio en el que  $L=W$ ,  $C_{L_\alpha}$  es la pendiente de la curva de sustentación, que nos indica cuánto varía la sustentación al variar el ángulo de ataque como podemos ver en la figura 6.  $C_{L_{\bar{q}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de sustentación ante un cambio de velocidad angular de cabeceo adimensional. Y finalmente,  $C_{L_{\delta_e}}$  es la potencia de control del timón de profundidad, que nos indica el valor incremental del coeficiente de resistencia aerodinámica ante una cierta deflexión del timón de profundidad.

Por otro lado, Las velocidades angulares que estamos definiendo en el modelo de coeficientes aerodinámicos, son variables adimensionales que adimensionalizamos de la siguiente manera:

$$\bar{q} = \frac{qc}{V} \quad \bar{r} = \frac{rc}{V} \quad \bar{p} = \frac{pc}{V}$$

#### Coefficiente de fuerza lateral: ( $C_Y$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de resbalamiento, velocidad angular de guiñada adimensional, velocidad angular de alabeo adimensional, deflexión de alerones y deflexión de timón de dirección. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_Y = C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\bar{p}}} \bar{p} + C_{Y_{\bar{r}}} \bar{r} + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r$$

Donde  $C_{Y_\beta}$  nos indica cuánto varía la fuerza lateral sobre la aeronave al variar el ángulo de resbalamiento.  $C_{Y_{\bar{p}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de fuerza lateral ante un cambio de velocidad angular de balance adimensional.  $C_{Y_{\bar{r}}}$  nos indica el valor incremental del coeficiente fuerza lateral ante una variación de la velocidad angular de guiñada adimensional.  $C_{Y_{\delta_a}}$  es la potencia de control de alerones, que nos indica el valor incremental del coeficiente de fuerza lateral ante una cierta deflexión de alerones. Y finalmente,  $C_{Y_{\delta_r}}$  es la potencia de control del timón de dirección, que nos indica cuánto varía el coeficiente de fuerza lateral ante una cierta deflexión del timón de dirección del vehículo.

#### Coefficiente de momento de balance: ( $C_l$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de resbalamiento, velocidad angular de guiñada adimensional, velocidad angular de alabeo adimensional, deflexión de alerones y deflexión de timón de dirección. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_l = C_{l_\beta} \beta + C_{l_{\bar{p}}} \bar{p} + C_{l_{\bar{r}}} \bar{r} + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r$$

Donde  $C_{l_\beta}$  nos indica cuánto varía el momento de balance sobre la aeronave al variar el ángulo de resbalamiento.

$C_{l_{\bar{p}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de momento de balance ante un cambio de velocidad angular de balance adimensional.  $C_{l_{\bar{r}}}$  nos indica el valor incremental del coeficiente de momento de balance ante una variación de la velocidad angular de guiñada adimensional.  $C_{l_{\delta_a}}$  es la potencia de control de alerones, que nos indica el valor incremental del coeficiente de momento de balance ante una cierta deflexión de alerones. Y finalmente,  $C_{l_{\delta_r}}$  es la potencia de control del timón de dirección, que nos indica cuánto varía el coeficiente de momento de balance ante una cierta deflexión del timón de dirección del vehículo.

#### Coefficiente de momento de cabeceo: ( $C_m$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de ataque, velocidad angular de cabeceo, y deflexión del timón de profundidad. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\bar{q}}} \bar{q} + C_{L_m} \delta_e$$

Donde  $C_{m_0}$  es el valor del coeficiente de momento de cabeceo en el punto de equilibrio en el que  $L=W$ ,  $C_{m_\alpha}$  nos indica cuánto varía el coeficiente de momento de cabeceo al variar el ángulo de ataque.  $C_{m_{\bar{q}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de momento de cabeceo ante un cambio de velocidad angular de cabeceo adimensional. Y finalmente,  $C_{m_{\delta_e}}$  es la potencia de control del timón de profundidad, que nos indica el valor incremental del coeficiente de momento de cabeceo ante una cierta deflexión del timón de profundidad.

#### Coefficiente de momento de guiñada: ( $C_n$ )

Depende principalmente de los valores de ángulo de resbalmiento, velocidad angular de guiñada adimensional, velocidad angular de alabeo adimensional, deflexión de alerones y deflexión de timón de dirección. De esta forma, podemos linealizarlo de la siguiente manera:

$$C_n = C_{n_\beta} \beta + C_{n_{\bar{p}}} \bar{p} + C_{n_{\bar{r}}} \bar{r} + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r$$

Donde  $C_{n_\beta}$  nos indica cuánto varía el momento de guiñada sobre la aeronave al variar el ángulo de resbalmiento.  $C_{n_{\bar{p}}}$  nos indica cuánto cambia el coeficiente de momento de guiñada ante un cambio de velocidad angular de balance adimensional.  $C_{n_{\bar{r}}}$  nos indica el valor incremental del coeficiente de guiñada ante una variación de la velocidad angular de guiñada adimensional.  $C_{n_{\delta_a}}$  es la potencia de control de alerones, que nos indica el valor incremental del coeficiente de momento de guiñada ante una cierta deflexión de alerones. Y finalmente,  $C_{n_{\delta_r}}$  es la potencia de control del timón de dirección, que nos indica cuánto varía el coeficiente de momento de guiñada ante una cierta deflexión del timón de dirección del vehículo.

Una vez linealizados los coeficientes de fuerzas y momentos usados en el modelo, vamos a estudiar la dependencia de las derivadas de estabilidad con la condición de vuelo, que nos va a permitir desarrollar un modelo mucho más exacto. Suponiendo que la avioneta CESSNA-172 nunca alcanzará una altura suficiente para que haya que tener en cuenta los efectos de compresibilidad del aire. De forma general, estos coeficientes van a tener dependencia con el Mach de vuelo y con el ángulo de ataque.

En primer lugar, vamos a estudiar aquellos coeficientes que no dependen del ángulo de ataque. Vamos a estudiar los valores que proporciona DATCOM para distinto Mach de vuelo y vamos a desarrollar una gráfica que introduciremos posteriormente en el análisis del modelo.

Los coeficientes que no dependen del ángulo de ataque de la aeronave son:  $CL_q$ ,  $Cm_q$ ,  $Cn_\beta$ , y  $CY_\beta$ .

Podemos observar los valores que nos proporciona DATCOM de estos coeficientes en las siguientes figuras:

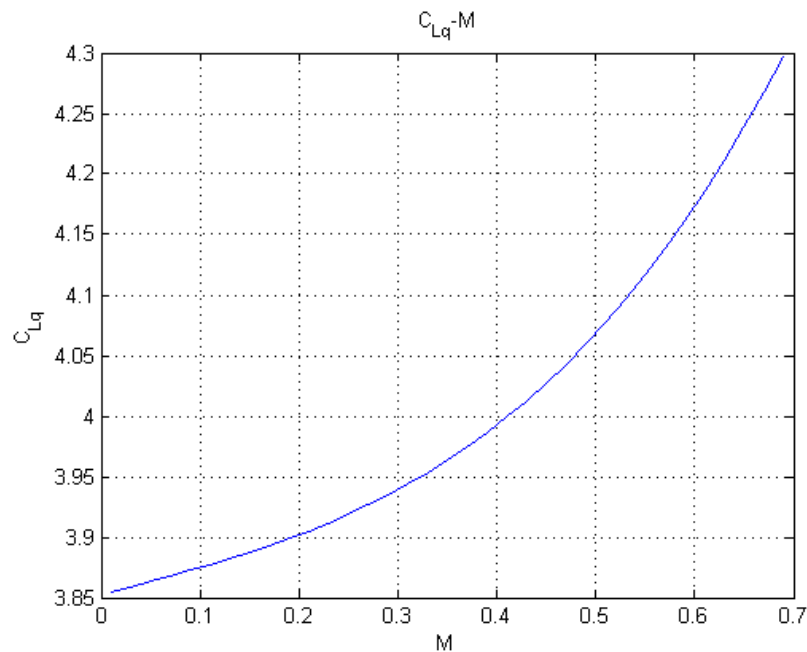


Figura 6. Representación  $CL_q$  frente al Mach de vuelo.

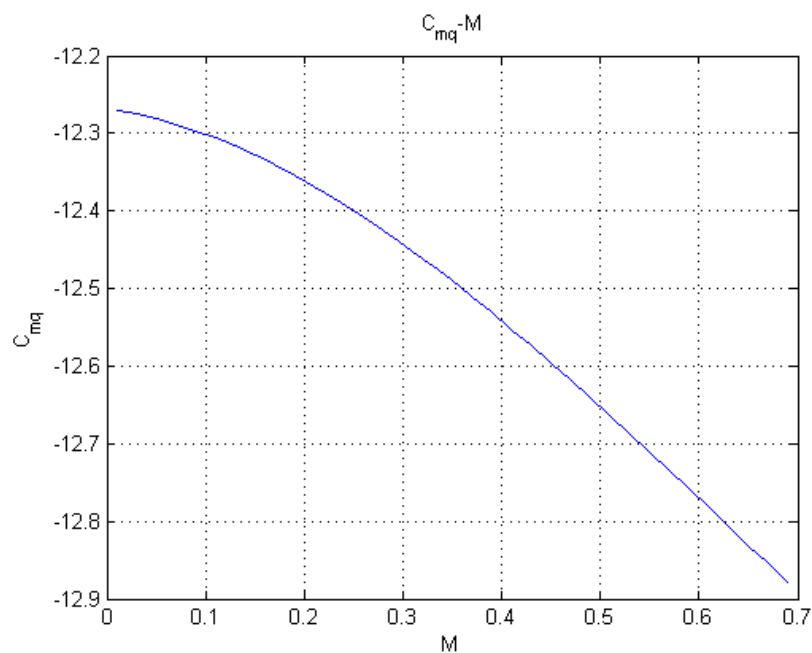
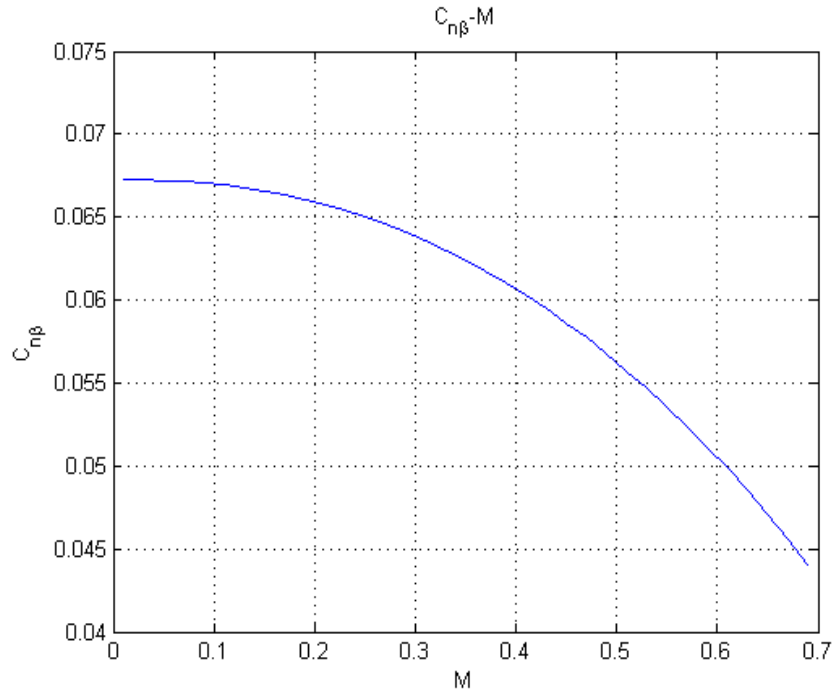


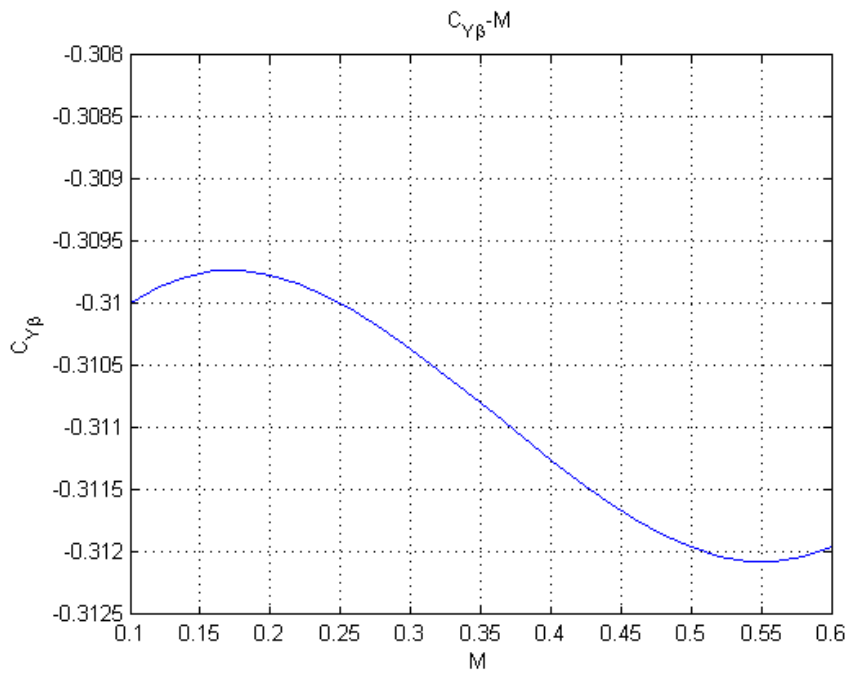
Figura 7. Representación  $Cm_q$  frente al Mach de vuelo.







**Figura 8.** Representación  $C_{n\beta}$  frente al Mach de vuelo.



**Figura 8.** Representación  $C_{Y\beta}$  frente al Mach de vuelo.

Una vez estudiada la dependencia con el Mach de los coeficientes que no dependen del ángulo de ataque, podemos observar una variación mínima de estos valores en régimen subsónico, por lo que para el desarrollo del modelo de la dinámica de esta aeronave vamos a quedarnos con la media aritmética de los valores anteriormente obtenidos.

En las siguientes figuras podemos observar la dependencia de las derivadas de estabilidad restantes con el Mach de vuelo y con el ángulo de ataque en una gráfica 3D:

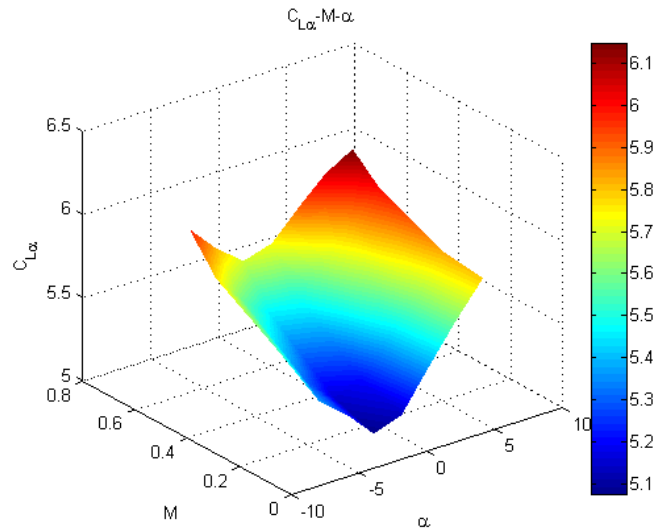


Figura 9. Representación  $C_{L\alpha}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

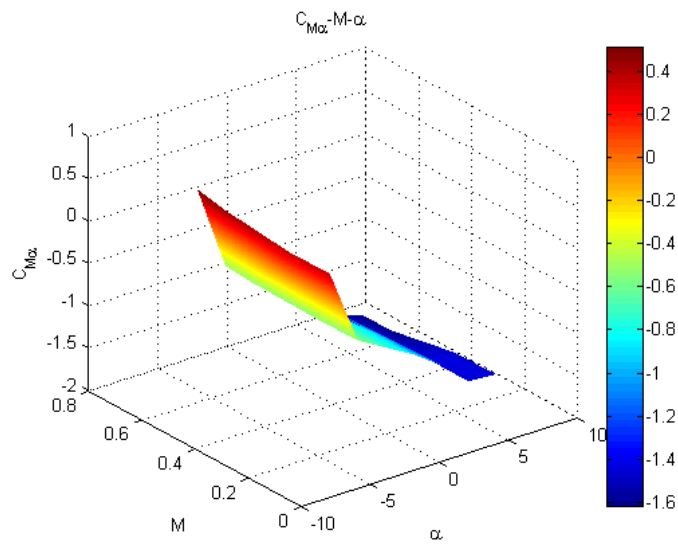


Figura 10. Representación  $C_{m\alpha}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

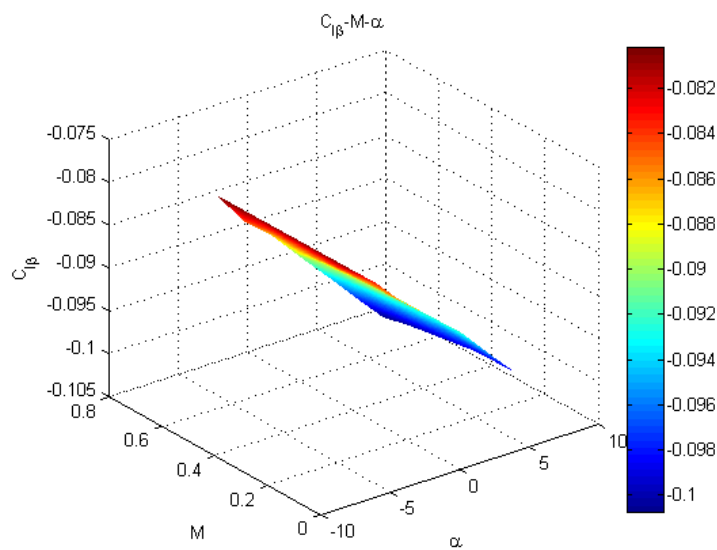


Figura 11. Representación  $C_{l\rho}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

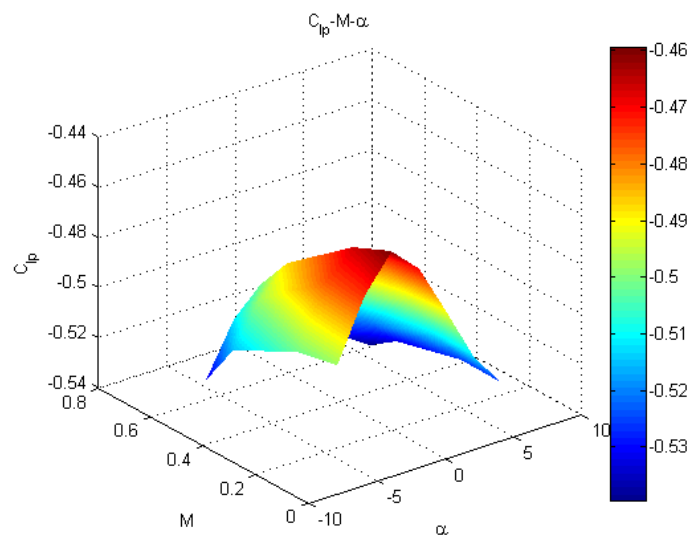


Figura 12. Representación  $C_{lp}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

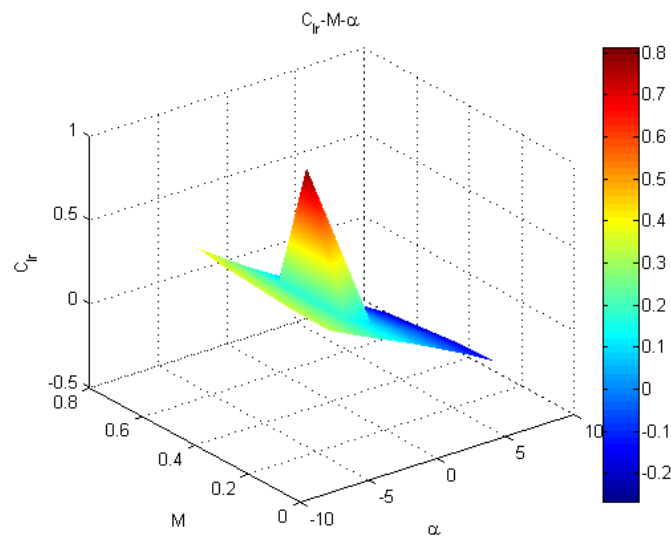


Figura 13. Representación  $C_{lr}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

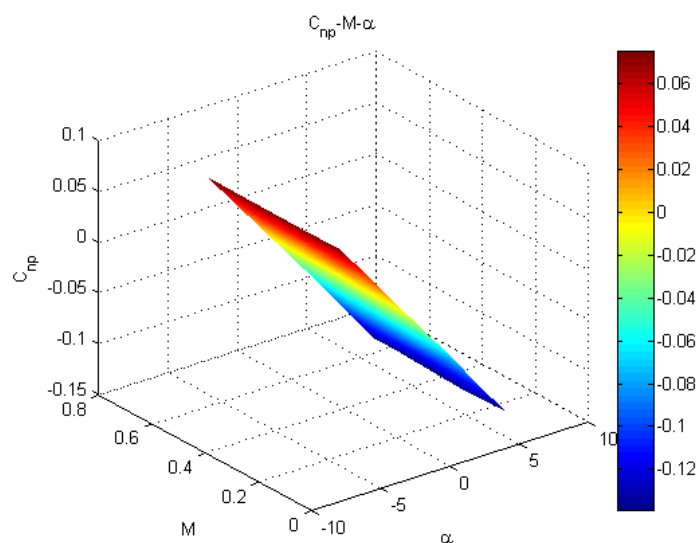
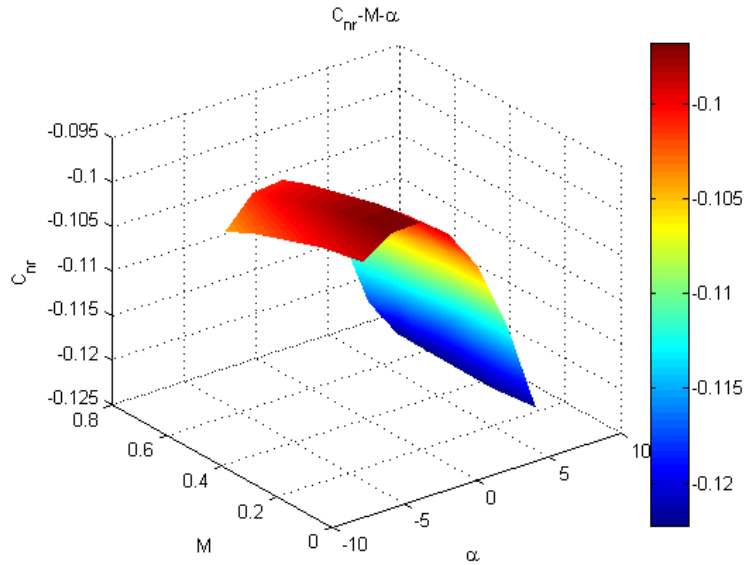
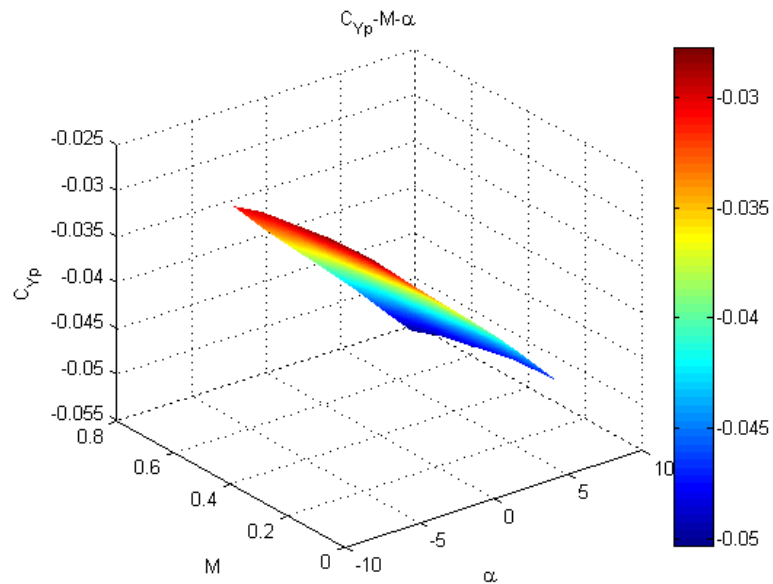


Figura 14. Representación  $C_{n_p}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.



**Figura 15.** Representación  $C_{nr}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.



**Figura 16.** Representación  $C_{yp}$  frente al Mach de vuelo y el ángulo de ataque.

Para las potencias de control, debido a que DATCOM no te las proporciona de forma explícita, vamos a utilizar los valores empíricos obtenidos en la referencia [8].

## 3. MODELO DE LA MECÁNICA NO LINEAL DE LA AERONAVE

Una vez desarrollado un modelo aerodinámico de la aeronave, el siguiente paso es llegar a un conjunto de ecuaciones que nos permitan simular el comportamiento de ésta [12]. El proceso que existe para llevar a cabo cualquier análisis de ingeniería se puede dividir en dos fases: la formulación del problema y la solución. La formulación del problema requiere conocer y estudiar la física de éste, y convertir esa física en una serie de ecuaciones matemáticas. La fase de la solución del problema está relacionada directamente con la resolución de las ecuaciones anteriormente expuestas.

En este capítulo, vamos a obtener una serie de ecuaciones generales, consecuencia de la aplicación de las leyes de Newton de la mecánica al problema de una aeronave en vuelo, seleccionando el eje de coordenadas adecuado, y sustituyendo las fuerzas que aparecen en estas expresiones por el modelo obtenido en el capítulo 2.

### 3.1. Sistema de referencia.

Para describir la posición y orientación de una aeronave con respecto a la tierra, normalmente usamos un sistema de coordenadas fijo a la tierra. La posición del vehículo con respecto a ésta es descrita en términos de latitud, longitud y altitud. Sin embargo, al no ser un sistema cartesiano, éste introduce una complejidad innecesaria en la formulación de las ecuaciones de la dinámica.

Si consideramos que el radio de la tierra es bastante mayor en relación a la distancia recorrida por una aeronave en un periodo corto de tiempo, la formulación del problema puede ser simplificada usando un sistema de referencia cartesiano fijo a la tierra. Este sistema puede ser considerado como sistema de referencia inercial, y nos permite describir la posición y orientación de la aeronave de forma sencilla.

Sin embargo, existen ciertas complejidades al describir el tensor de inercia de la aeronave en este sistema de ejes. Éste puede ser calculado de manera mucho más simple formulando las ecuaciones de momento angular en un sistema de referencia fijo al avión, cuyo origen es el centro de gravedad de éste.

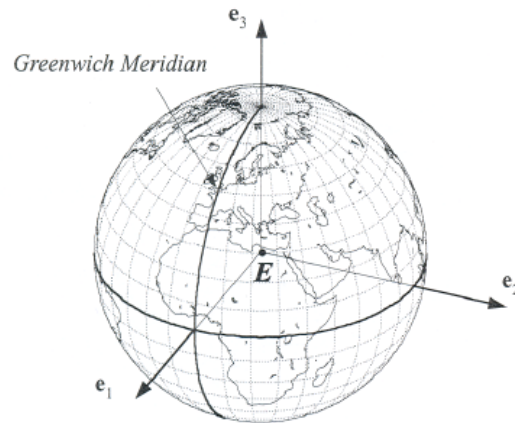
De esta forma, la posición y la orientación de la aeronave se pueden describir en un sistema de ejes tierra, mientras que las fuerzas, momentos y el tensor de inercia, son descrito de forma más simple en un sistema de ejes cuerpo.

Los tres sistemas de ejes que vamos a usar en la formulación del problema se describen de la siguiente manera:

El **sistema de ejes tierra** ECEF ( $O_e, X_e, Y_e, Z_e$ ) que se define como: (ver figura 17):

- $O_e$  – Centro de gravedad de la Tierra;
- $X_e$  – Dirigido hacia el punto de intersección del ecuador y el meridiano de Greenwich;
- $Z_e$  – Dirigido según el eje de rotación de la Tierra;
- $Y_e$  – Completa un triedro a derechas (está contenido en el plano ecuatorial).

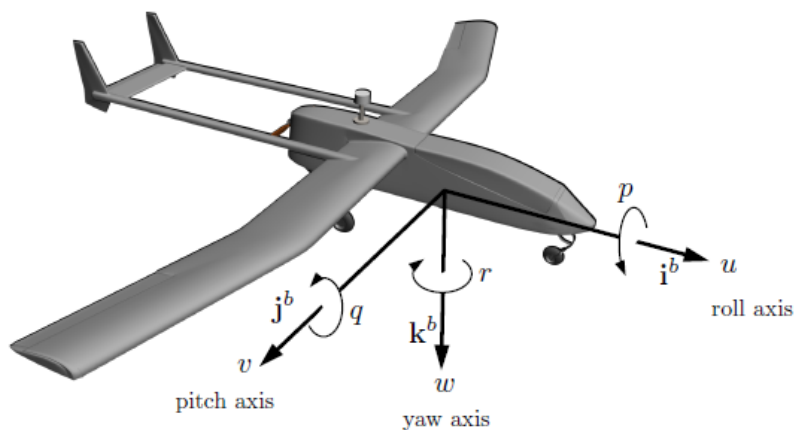
Este sistema está fijo con respecto a la Tierra, y gira con respecto al sistema inercial geocéntrico con la velocidad angular de la Tierra ( $\omega$ ), que se va a considerar constante.



**Figura 17.** Sistema de ejes tierra.

En segundo lugar, el **sistema de ejes cuerpo B** ( $O_b, x_b, y_b, z_b$ ) que se define como: (ver figura 18):

- $O_b$  – Centro de gravedad del avión;
- $x_b$  – Contenido en el plano de simetría del avión, según una línea de referencia longitudinal, y dirigido hacia el morro;
- $z_b$  – Contenido en el plano de simetría del avión, ortogonal a  $x_b$ , y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
- $y_b$  – Completa un triedro a derechas (es ortogonal al plano de simetría, dirigido según el ala derecha del avión).



**Figura 18.** Sistema de ejes cuerpo.

Y, en tercer lugar, el **sistema de ejes horizonte local (H)** que se define igual que el sistema de ejes tierra, pero con origen en el centro de gravedad de la aeronave.

Finalmente, Antes de empezar a desarrollar las ecuaciones de la cinemática y de la dinámica de la aeronave, es útil empezar describiendo sus variables de estado [12] en la siguiente tabla:

$u$	Componente de la velocidad en el eje x (b)
$v$	Componente de la velocidad en el eje y(b)
$w$	Componente de la velocidad en el eje z (b)
$p$	Velocidad angular de alabeo
$q$	Velocidad angular de cabeceo
$r$	Velocidad angular de guiñada
$\phi$	Ángulo de alabeo
$\theta$	Ángulo de cabeceo
$\psi$	Ángulo de guiñada
$x$	Coordenada x de la aeronave en ejes tierra
$y$	Coordenada y de la aeronave en ejes tierra
$z$	Coordenada z de la aeronave en ejes tierra

Figura 19. Variables de estado de la aeronave.

## 3.2. Ecuaciones cinemáticas.

Las ecuaciones cinemáticas se pueden dividir en dos grandes grupos [11], en primer lugar, las ecuaciones cinemáticas lineales, que relacionan la posición y la velocidad lineal, y las ecuaciones cinemáticas angulares que relacionan la actitud y la velocidad angular.

### 3.2.1. Ecuaciones cinemáticas lineales.

El objetivo de estas ecuaciones es disponer de una ecuación diferencial que nos de una relación entre la posición del vehículo y su velocidad [6].

En estas ecuaciones definimos la actitud de la aeronave mediante los ángulos de Euler, que están compuestos por el ángulo de guiñada (heading o yaw ( $\psi$ )), ángulo de cabeceo (pitch ( $\theta$ )) y ángulo de alabeo (roll( $\phi$ )).

Estos tres ángulos se usan para describir la actitud de la aeronave, y son consecuencia de tres rotaciones en ejes no consecutivos a partir del sistema de ejes horizonte local. De esta forma, podemos transformar un vector expresado en ejes horizonte local a un sistema de ejes cuerpo componiendo tres rotaciones, una primera rotación de valor  $\psi$  alrededor del eje Xh, otra rotación de ángulo  $\theta$  alrededor del eje Yh y una última rotación de ángulo  $\phi$  alrededor del eje Zh.

La matriz de cambio de ejes, entre ejes tierra y ejes cuerpo, es la siguiente:

$$T^{TB} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\psi) & \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \cos(\psi) - \sin(\psi) \cos(\phi) & \sin(\theta) \sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\psi) \cos(\phi) & \sin(\phi) \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\psi) \sin(\phi) & \sin(\theta) \cos(\phi) \sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\phi) & \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Por otro lado, aplicando la definición de la velocidad en ejes tierra, que es un sistema de referencia inercial, tenemos que:

$$\vec{V}^T = \frac{d\vec{r}^T}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}^T$$

Debido a que las ecuaciones dinámicas nos interesa formularlas en ejes cuerpo, hay que usar la matriz de cambio de ejes:  $T^{TB}$  anteriormente obtenida, que transforma un vector de ejes horizonte local o ejes tierra, a ejes cuerpo. De esta forma, aplicando esta transformación de ejes al vector velocidad en ejes tierra, llegamos a:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}^T = T^{TB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} u(\cos(\theta)\cos(\psi)) + v(\sin(\theta)\sin(\phi)\cos(\psi) - \sin(\psi)\cos(\phi)) + w(\sin(\theta)\cos(\phi)\cos(\psi) + \sin(\psi)\sin(\phi)) \\ u(\cos(\theta)\sin(\psi)) + v(\sin(\theta)\sin(\phi)\sin(\psi) + \cos(\psi)\cos(\phi)) + w(\sin(\theta)\cos(\phi)\sin(\psi) - \cos(\psi)\sin(\phi)) \\ -u\sin(\theta) + v\sin(\phi)\cos(\theta) + w\cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix}$$

Donde u, v, w son las componentes de la velocidad del vehículo en ejes cuerpo. De esta manera, conociendo la velocidad de la aeronave en ejes cuerpo y la actitud, podemos integrar y obtenemos la posición de la aeronave.

### 3.2.2. Ecuaciones cinemáticas angulares.

El objetivo de estas ecuaciones es establecer una relación entre la actitud de la aeronave y la velocidad angular en ejes cuerpo [12], permitiéndonos conocer los ángulos de Euler a partir de ésta.

Refiriéndonos a la secuencia de rotaciones necesarias para pasar de ejes horizonte local (ejes tierra con origen en el centro de gravedad del avión) a ejes cuerpo, se puede definir el vector velocidad angular de la siguiente forma:

$$\left. \begin{array}{l} \psi(z) \quad \theta(y) \quad \phi(z) \\ H \rightarrow X_2 \rightarrow X_1 \rightarrow b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Cambio de ejes horizonte} \\ \text{local a ejes cuerpo} \end{array}$$

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} * k_H + \dot{\theta} * j_{X_1} + \dot{\phi} * i_b$$

Proyectando la ecuación anterior en ejes cuerpo llegamos a:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \dot{\psi} T^{BH} * k_H^H + \dot{\theta} T^{X_2 X_1} T^{B X_2} * j_{X_1} + \dot{\phi} * i_b$$



$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin(\theta) \\ \dot{\theta} \cos(\phi) + \dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\phi) \\ -\dot{\theta} \sin(\phi) + \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \tan(\theta) \\ q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\ \sec(\theta) (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \end{bmatrix}$$

### 3.3. Ecuaciones dinámicas.

En este apartado se van a desarrollar las ecuaciones dinámicas de la aeronave, que nos van a proporcionar una relación entre las velocidades lineales y angulares, y las fuerzas y momentos aplicados que hemos modelado en el capítulo 2 del proyecto usando los métodos semi-empíricos de DATCOM. Para ello, vamos a aplicar las ecuaciones de cantidad de movimiento y del momento cinético [12]:

$$\sum \vec{F}_{externas} = m \left( \frac{d\vec{V}_c}{dt} \right) \rightarrow \text{Cantidad de movimiento}$$

$$\sum \vec{M}_{externos} = m \left( \frac{d\vec{h}_c}{dt} \right) \rightarrow \text{Momento cinético}$$

$$\vec{h}_c = \bar{I} \vec{\omega}$$

Sin embargo, es necesario tomar las ecuaciones y derivadas expresadas anteriormente respecto a los ejes tierra, ya que es un sistema de referencia inercial. Para ello, expresamos la derivada anterior de la siguiente forma:

$$\frac{d\vec{h}_c}{dt} = \bar{I} \left( \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right) + \vec{\omega} \left( \frac{d\vec{I}}{dt} \right)$$

El segundo término de la ecuación lo despreciamos al considerar constante el tensor de inercia. Esta consideración facilita bastante la formulación de las ecuaciones dinámicas. Sin embargo, las fuerzas y momentos calculados en el capítulo anterior están expresadas en ejes cuerpo, por lo que hay que usar la fórmula de Poisson para calcular las derivadas. De esta forma:

$$m \left( \frac{d\vec{V}_c}{dt} \right)_{\text{ejestierra}} = m \left( \left( \frac{d\vec{V}_c}{dt} \right)_{\text{ejescuerpo}} + \vec{\omega} \times \vec{V}_c \right) = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{h}_c}{dt}_{\text{ejestierra}} = m \left( \bar{I} \left( \frac{d\vec{\omega}}{dt} \right)_{\text{ejescuerpo}} + \vec{\omega} \times \bar{I} \vec{\omega} \right) = \vec{M}$$

Desarrollando las ecuaciones anteriores componente por componente llegamos a las siguientes 6 ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 F_x &= m(\dot{u} - rv + qw) \\
 F_y &= m(\dot{v} + ru - pw) \\
 F_z &= m(\dot{w} - qu + pv) \\
 L &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}pq \\
 M &= I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
 N &= I_z \dot{r} - I_{xz}p + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr
 \end{aligned}$$

### 3.4. Resumen de ecuaciones del modelo 6DOF de un CESSNA-172.

En este apartado vamos a compilar las ecuaciones que se han obtenido anteriormente, y las vamos a agrupar por bloques que nos van a facilitar el diseño de nuestro modelo en simulink. Los bloques van a ser los siguientes: Bloque de aerodinámica, Bloque de ecuaciones dinámicas y bloque de ecuaciones cinemáticas.

Bloque de aerodinámica:

$$\begin{aligned}
 F_x &= T + \frac{1}{2}\rho V^2 S_w \left( C_L \sin(\alpha) - C_Y \sin(\beta) - \frac{C_D u}{V} \right) - mg \sin(\theta) \\
 L &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_w b_w C_l \\
 F_y &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_w \left( C_Y \cos(\beta) - \frac{C_D v}{V} \right) + mg \cos(\theta) \sin(\phi) \\
 M &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_w c_w C_m + z_{T_0} T \\
 F_z &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_w \left( -C_L \cos(\alpha) - \frac{C_D w}{V} \right) + mg \cos(\theta) \cos(\phi) \\
 N &= \frac{1}{2}\rho V^2 S_w b_w C_n
 \end{aligned}$$

Bloque de ecuaciones dinámicas:

$$\begin{aligned}
 F_x &= m(\dot{u} - rv + qw) \\
 F_y &= m(\dot{v} + ru - pw) \\
 F_z &= m(\dot{w} - qu + pv) \\
 L &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_z - I_y)qr - I_{xz}pq \\
 M &= I_y \dot{q} + (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
 N &= I_z \dot{r} - I_{xz}p + (I_y - I_x)pq + I_{xz}qr
 \end{aligned}$$

Bloque de ecuaciones cinemáticas:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \tan(\theta) \\ q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\ \sec(\theta) (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(\cos(\theta) \cos(\psi)) + v(\sin(\theta) \sin(\phi) \cos(\psi) - \sin(\psi) \cos(\phi)) + w(\sin(\theta) \cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\psi) \sin(\phi)) \\ u(\cos(\theta) \sin(\psi)) + v(\sin(\theta) \sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\psi) \cos(\phi)) + w(\sin(\theta) \cos(\phi) \sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\phi)) \\ -u \sin(\theta) + v \sin(\phi) \cos(\theta) + w \cos(\phi) \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

### 3.5. Modelado en SIMULINK de la mecánica de la aeronave.

En primer lugar, antes de simular cualquier diagrama de bloques en simulink, es importante identificar cuáles van a ser nuestras variables manipulables y cuáles nuestras variables de salida con el objetivo de diseñar estrategias de control con este diagrama en los próximos capítulos. Además, también es necesario identificar la condición de vuelo de equilibrio de la aeronave, que será un crucero a 1000 metros de altitud y a 45 m/s de velocidad. A partir de esta condición de equilibrio, se utilizará este modelo para hallar las condiciones de trimado, es decir, el valor inicial de las variables manipulables del sistema para que la aeronave mantiene la condición inicial de vuelo.

Para modelar la dinámica, como se ha hecho en el apartado anterior, hemos dividido el modelo en tres bloques fundamentales. El bloque de aerodinámica, en el que modelamos las aerodinámica de la aeronave, el bloque de las ecuaciones dinámicas, en el que relacionamos las fuerzas y momentos con la derivada de las variables cinemáticas del avión, y finalmente el bloque de ecuaciones cinemáticas, en el que relacionamos las variables cinemáticas del avión con la derivada de la posición y de la actitud. De esta manera el modelo no lineal se puede escribir matemáticamente como:

$$\dot{x} = f(x, u)$$

Donde  $u$  son las variables manipulables, que son los valores de deflexión de las superficies de control y el valor de palanca de gases; y  $x$  son las variables de salida del sistema, que serán las variables de estado. De esta forma:

$$u = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_r \\ \delta_a \\ \delta_T \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Dentro de las variables manipulables, tenemos el ángulo de deflexión del timón de profundidad ( $\delta_e$ ), el ángulo de deflexión del timón de dirección ( $\delta_r$ ), el ángulo de deflexión de alerones ( $\delta_a$ ) y el valor de la palanca de gases ( $\delta_T$ ).

Por otro lado, dentro de las variables de entrada del sistema, tenemos las 3 componentes de la velocidad en ejes cuerpo ( $u,v,w$ ), las 3 componentes de la velocidad angular en ejes cuerpo ( $p,q,r$ ), los 3 ángulos de Euler ( $\phi, \theta, \psi$ ) y las 3 coordenadas en ejes tierra de la aeronave.

De esta forma, como podemos observar en la figura 20, procedente del bloque de aerodinámica obtenemos las fuerzas y momentos a partir del modelo del capítulo 2. Estas fuerzas y momentos junto con las variables cinemáticas y sus derivadas se introducen en el bloque de ecuaciones dinámicas, cuya salida se integra mediante un bloque integrador y se introduce en el bloque de ecuaciones cinemáticas junto con la actitud, las variables cinéticas y sus derivadas. Finalmente, la salida de este último bloque se integra de nuevo mediante un bloque integrador y obtenemos la posición y actitud de la aeronave. El código de cada bloque lo podemos estudiar en el anexo 1.

En el modelo de la siguiente página podemos visualizar el diagrama en SIMULINK de la mecánica de la aeronave:

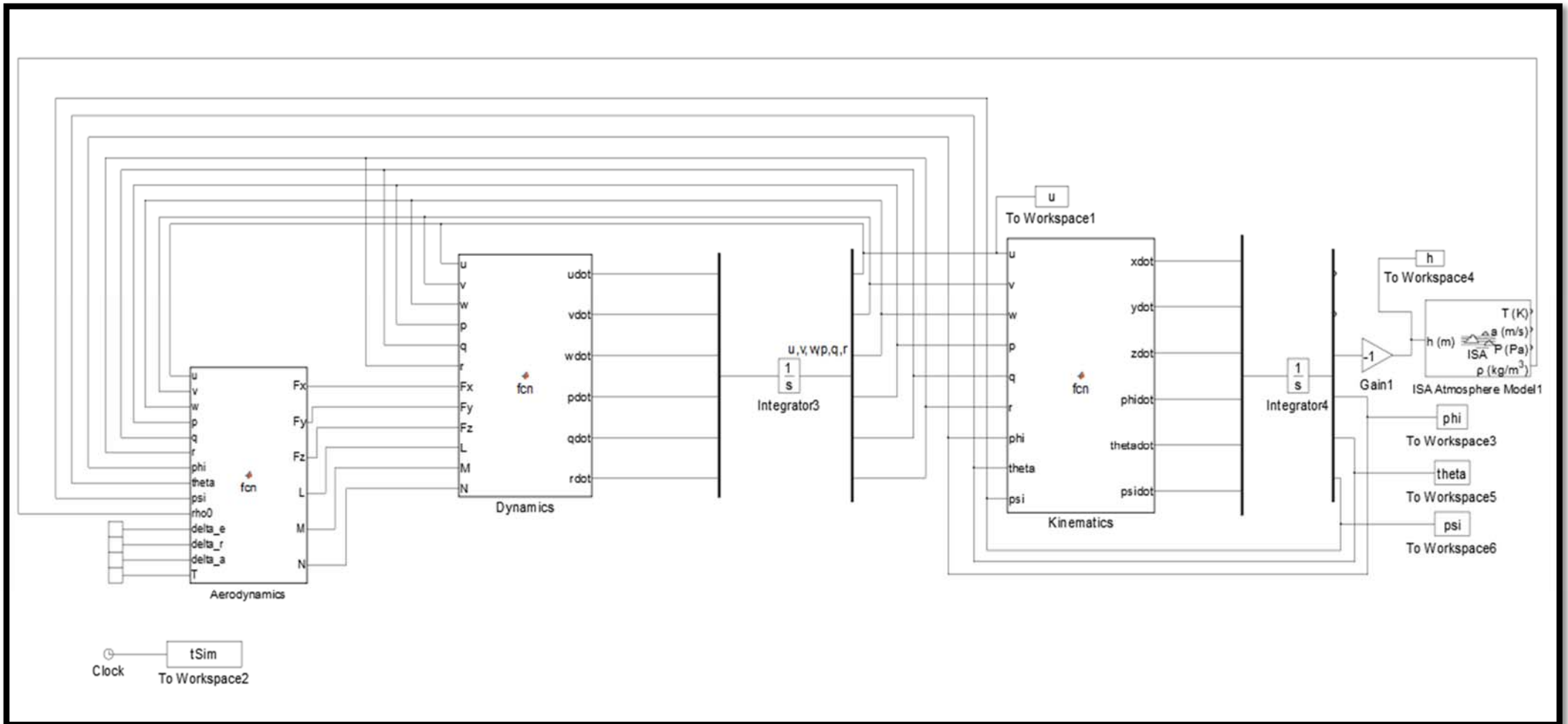


Figura 20. Modelo SIMULINK de la dinámica de una CESSNA-172

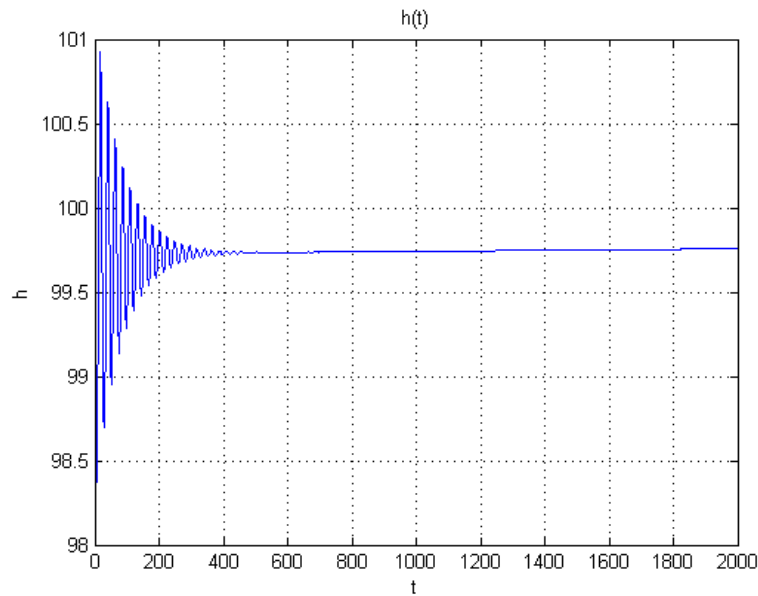


Una vez creado el modelo de la mecánica de la aeronave partiendo de los valores del CESSNA-172, buscamos el valor de deflexión de las superficies de control (alergones, timón de profundidad y timón de dirección) y de empuje (palanca de gases), con los que la aeronave se mantiene en una situación de trimado, es decir, ajustar los valores de nuestras variables manipulables para que el avión siga una trayectoria recta, de manera que, a la hora de realizar un control PID como posteriormente implementaremos, tendremos que sumar estas variables de control de equilibrio en la salida del controlador.

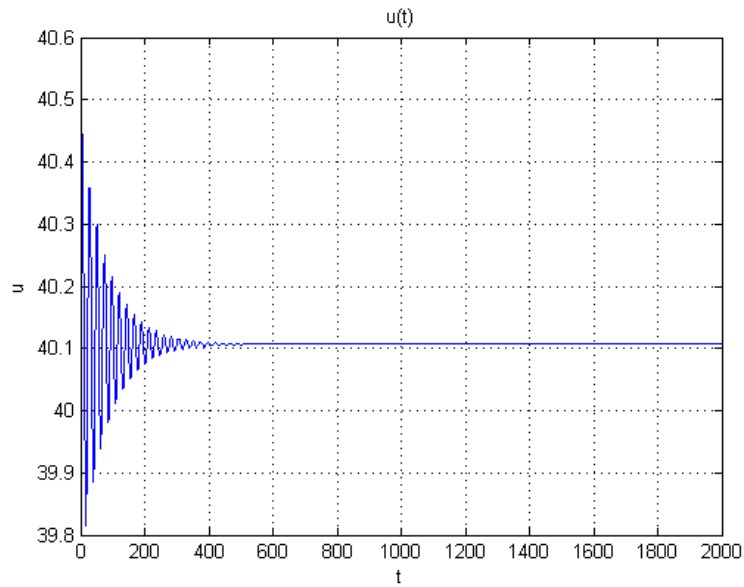
De esta forma, hemos calculado las variables de trimado de las superficies de control para una condición de vuelo de 100m de altitud sobre el nivel del mar y una velocidad verdadera de 45 m/s aproximadamente. Los valores son los siguientes: un ángulo de deflexión del timón de profundidad de  $-0,03$  rad, un valor de empuje de 820,4 N, y ángulos de deflexión de timón de dirección y alergones nulos.

$$u_{eq} = \begin{bmatrix} \delta_{e_{eq}} \\ \delta_{r_{eq}} \\ \delta_{a_{eq}} \\ \delta_{T_{eq}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,03 \text{ rad} \\ 0 \text{ rad} \\ 0 \text{ rad} \\ 820,4 \text{ N} \end{bmatrix}$$

En las siguientes figuras podemos ver el comportamiento de la aeronave en términos de altura y velocidad para los valores de las variables de entrada anteriormente expuestos.



**Figura 21.** Representación de la altura frente al tiempo modelo 1



**Figura 22.** Representación de la velocidad frente al tiempo modelo 1.

Podemos visualizar claramente, que para los valores de deflexión de las superficies de control y de empuje expuestos anteriormente, que la aeronave mantiene la condición de equilibrio, de forma que, mantiene su vuelo recto horizontal a velocidad constante. Es cierto que la mecánica de esta aeronave presenta un comportamiento bastante oscilatorio, pero las oscilaciones son de amplitud muy baja. La altitud presenta oscilaciones máximas de  $\pm 1$  m y la velocidad de  $\pm 0,3$  m/s, valores despreciables en referencia a las condiciones de vuelo de equilibrio.



## 4. TÉCNICAS DE CONTROL

**E**n este capítulo vamos a explicar de forma teórica las dos técnicas de control en sistemas no lineales que hemos usado en este proyecto, el control PID y el control predictivo, y estableceremos una comparativa entre ambas.

### 4.1. Control PID.

El control PID [12] es un mecanismo de control que se aplica sobre un sistema realimentado en bucle cerrado, bastante usado tanto en la industria como en la robótica. La señal de entrada en un controlador PID es el error existente entre la referencia que queremos mantener y la salida actual del sistema. De esta forma, el objetivo de un controlador PID es minimizar el error ajustando la variable de entrada del sistema. Este controlador proporciona incrementos a la variable de entrada del sistema con el objetivo de hacerla llegar al valor esperado.

La regulación PID viene determinada por la composición de tres principales acciones: la acción integral, la acción proporcional, y la acción derivativa. El valor de los parámetros relacionados con las acciones anteriores influye en mayor o menor medida sobre las características de la salida del sistema, por ejemplo, en la sobreoscilación, tiempo de establecimiento etc. Sin embargo, los valores de las diferentes acciones están acopladas, es decir, sería muy complicado ajustar un controlador para que reduzca la sobreoscilación a cero a la vez que el error o el tiempo de establecimiento.

La **acción proporcional** [13] es la base de las tres acciones, se traduce en un parámetro llamado “ganancia del controlador”, y consiste en el producto entre la señal del error por una constante. De manera que la acción que se realiza sobre la variable manipulada para hacer tender el error a cero es un múltiplo del error del sistema. En general, si la ganancia aumenta, En general,  $e(t)$  decrece, el error desaparece con mayor rapidez, la SO aumenta, y existe un mayor riesgo de saturación.

$$\Delta u(t) = K_p e(t)$$

La **acción integral** [12] da una respuesta proporcional a la integral del error. Esta acción elimina el error en régimen estacionario, provocado por el modo proporcional. Por contra, se obtiene un mayor tiempo de establecimiento, una respuesta más lenta y el periodo de oscilación es mayor que en el caso de la acción proporcional.

$$\Delta u(t) = K_i \int e(\tau) d\tau$$

Finalmente, la **acción derivativa** es una respuesta a la derivada del error, con esta acción, se disminuyen las sobreoscilaciones.

$$\Delta u(t) = K_d \left( \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Podemos observar la estructura de un controlador PID en la siguiente figura:

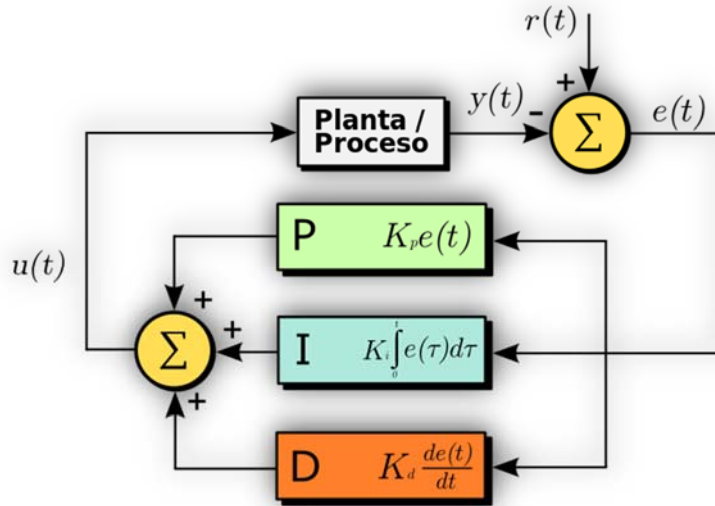


Figura 23. Estructura de un controlador PID.

En este proyecto, se han empleado reguladores PID para controlar la actitud de la aeronave. En los próximos capítulos veremos que podemos generar señales de referencia de actitud y empuje de la aeronave mediante un método de apuntamiento del vector velocidad a un waypoint determinado, y con esas señales de referencia, usar controladores PID para regular el ángulo de deflexión de las superficies de control para mantener una actitud determinada.

## 4.2. Control Predictivo no lineal.

El control predictivo no lineal o NLMPC [14] (Non Linear Model Predictive Control) es una estrategia de control basada en la resolución de un problema de optimización no lineal. Este método hace uso de un modelo matemático de un sistema para predecir su comportamiento tras una serie de acciones de control en un horizonte de tiempo determinado. Esta estrategia de control se ha impuesto en los últimos años como la mejor opción para controlar un sistema con múltiples entradas y múltiples salidas con una serie de restricciones de operación.

El planteamiento matemático consiste en hallar las variables de control que minimizan una función objetivo en un horizonte de tiempo determinado y sujetas a ciertas restricciones. En el caso del proyecto que estamos desarrollando, vamos a minimizar una función objetivo que consiste en la integral numérica de la diferencia entre las variables de estado en los distintos instantes de tiempo entre el actual y el horizonte de predicción, y las variables de estado de referencia, y por otro lado, vamos a intentar minimizar también el esfuerzo de control, ya que, operacionalmente, no puedes deflectar de forma brusca las superficies de control de la aeronave porque podría desencadenarse un fallo estructural grave. A este problema de optimización, hay que sumarle una serie de restricciones en las variables que vamos a minimizar, la deflexión de las superficies de control está acotada entre dos valores. De esta forma, el modelo de control predictivo que vamos a usar se puede resolver como un problema de optimización no lineal con restricciones. El planteamiento matemático que vamos a emplear es el siguiente [14]:

$$\min J(k) = \sum_{k=0}^{T_m} (x(t+k|t) - x_{ref}) * (x(t+k|t) - x_{ref})^T + \mathbf{u}(t+k|t) * R * \mathbf{u}(t+k|t)^T$$

$$s. a. \quad u_{\min} < u < u_{\max}$$

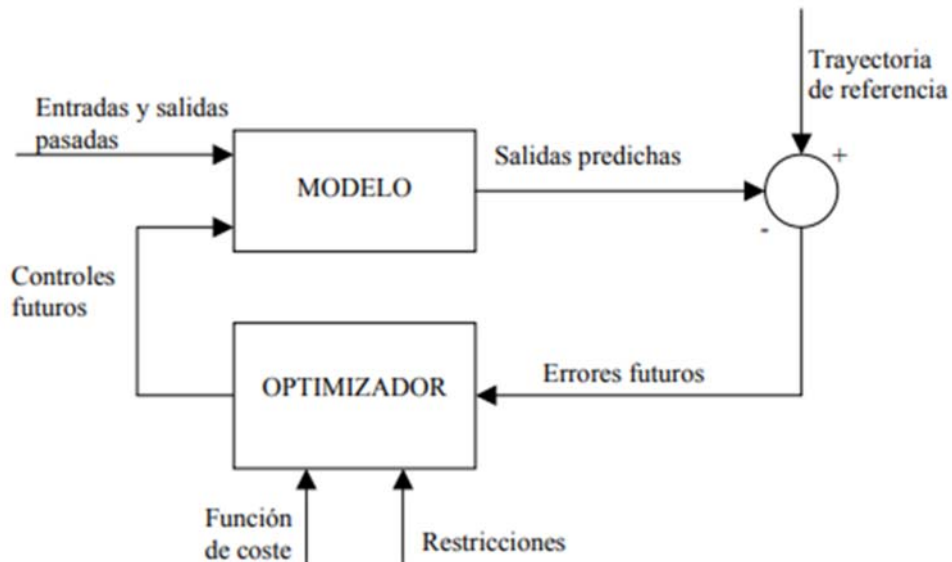
Donde la matriz  $R$  es una ponderación de la importancia de los esfuerzos de control en la función objetivo,  $u$  son las variables de control, y  $x$  son las variables de estado.

El objetivo de este problema de optimización es hallar un vector de variables de control en todos los instantes de tiempo que minimice tanto el error de referencia como el esfuerzo de control. De manera que usando las primeras componentes del vector, que corresponden con la deflexión de superficies de control que debemos aplicar en el instante actual, conseguimos que se converja de forma óptima a la referencia en las variables de estado que queremos, y sin sobrecargar demasiado los esfuerzos de control.

El algoritmo que se sigue en la resolución de un problema de control predictivo es el siguiente [14]:

- En cada instante  $t$  utilizamos el modelo matemático del sistema para predecir las futuras salidas en un determinado horizonte temporal u horizonte de predicción  $T_m$ . Se obtienen así las salidas predichas  $x(t+k|t)$  durante todo el horizonte, las cuales dependen de los valores en el instante  $t$  y de las futuras acciones de control que se vayan a aplicar  $u(t+k|t)$ . Éste último parámetro es el que queremos calcular.
- Las señales de control futuras se calculan de manera que se optimice una función objetivo-determinada, de manera que, se consiga que el estado se encuentre lo más cerca posible de una trayectoria de referencia específica.
- Se realimenta al sistema con la señal de control  $u(t|t)$ , desechándose el resto de las calculadas, puesto que en el siguiente instante de muestreo ya se conoce  $x(t+1)$ .
- Se repite el proceso desde el punto 1, con los valores de las señales actualizados.

En la siguiente figura podemos observar de forma esquematizada los pasos anteriores [14].



**Figura 24.** Esquema de un algoritmo NMPC.

Como hemos comentado anteriormente, el problema de NMPC se resuelve con algoritmos de optimización no lineal [16]. Existe una variedad de métodos para resolver problemas no convexos. Uno de ellos consiste en utilizar formulaciones especiales de problemas de programación lineal. Otro método implica el uso de técnicas de Ramificación y poda, cuando el problema se divide en subdivisiones a resolver mediante aproximaciones que forman un límite inferior del coste total en cada subdivisión. Mediante subdivisiones sucesivas, se obtendrá una solución cuyo coste es igual o inferior que el mejor límite inferior obtenido por alguna de las soluciones aproximadas. Esta solución es óptima, aunque posiblemente no sea única. El algoritmo puede ser parado antes, con la garantía de que la mejor solución será mejor que la solución encontrada en un porcentaje acotado. Ello se utiliza en concreto en problemas importantes y especialmente difíciles y cuando el problema cuenta con costes inciertos o valores donde la incertidumbre puede ser estimada en un grado de fiabilidad apropiado.

En los capítulos posteriores diseñaremos varios sistemas y leyes de control y guiado. Partiremos del modelo básico de la mecánica de la aeronave descrito en los capítulos anteriores e iremos introduciendo bloques y algoritmos de control. Finalmente, diseñaremos un algoritmo de MPC y compararemos las dos técnicas de control explicadas en este capítulo para un escenario determinado.

## 5. DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL DE ACTITUD Y *TRIMMING*

### 5.1. Modelado de un "Trimming".

Una vez que se ha diseñado un modelo para la dinámica de un CESSNA-172, vamos a ir añadiendo valor y complejidad al modelo, de manera que, el siguiente paso que vamos a dar en este proyecto es diseñar y ajustar dos controladores PID para que la aeronave mantenga unas ciertas condiciones de trimado [15], es decir, controlar las superficies de control del vehículo mediante dos controladores para mantener unas condiciones de referencia de altitud y velocidad. Estas dos últimas variables son las que vamos a intentar regular en el modelo de trimado automático del avión.

De esta forma, partimos de las condiciones iniciales para las que hemos calculado la deflexión de equilibrio de las superficies de control, dichas condiciones de equilibrio son:  $h=1000\text{m}$  y  $u=45\text{ m/s}$ . Posteriormente, definimos un escalón o una referencia a la que queremos llegar en las variables de salida del sistema, que serán la altitud y la velocidad, calculamos el error entre la referencia y los valores actuales, y finalmente, implementamos dos controladores PID, que tienen como entrada el error y tiene como salida el incremento de señal necesaria en el timón de profundidad y en el empuje para alcanzar y mantener la referencia programada.

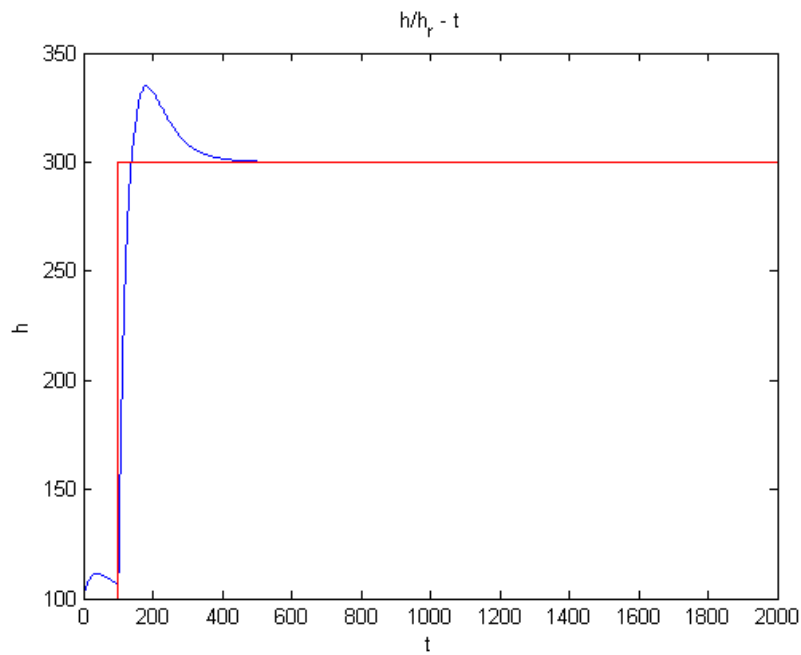
A la hora de ajustar los valores de los controladores PID para regular la altura y velocidad de vuelo, vamos a intentar que regulen de la forma más rápida posible, garantizando una sobreoscilación razonable, ya que, una sobreoscilación excesiva en las variables de estado del sistema puede provocar elevados esfuerzos estructurales, y, además, asegurando una cierta robustez del sistema. Por otro lado, el primer PID controlará los incrementos de ángulo de deflexión del timón de profundidad necesarios para controlar la altitud de vuelo, y el segundo, controlará el incremento de empuje necesario para regular la velocidad. Los valores de las constantes de los controladores se han ajustado de la siguiente manera:

<b>PID (Altitud)</b>	<b>PID (Velocidad)</b>
$K_p = -0.00082$	$K_p = 3571.61990$
$K_I = -9.40792$	$K_I = 127.49517$
$K_d = -0.01612$	$K_d = -435.35892$

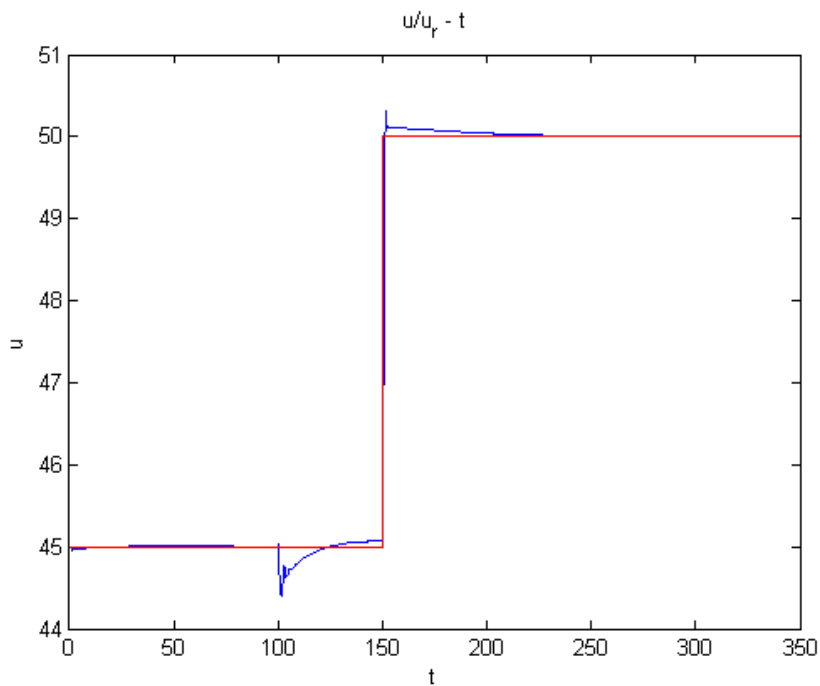
De esta forma, antes de entrar en el diseño de sistemas de control de actitud en vuelo y de autopilotos, es importante garantizar la correcta respuesta del modelo ante un sistema de control de altitud y velocidad. El modelo de la figura – nos permite mantener el vehículo en una condición estable de vuelo crucero, de manera que, ante cualquier perturbación externa o cambio de las condiciones de vuelo, la aeronave se mantenga estable en la situación de referencia, manteniendo y controlando los valores de altitud y velocidad. En este modelo no vamos a establecer todavía control de la dinámica lateral de vuelo. Vamos a suponer que la aeronave realiza un vuelo simétrico, en el que no hay perturbaciones que puedan sacar el vehículo de la condición de simetría, y que, el acoplamiento entre las variables longitudinales y las variables laterales es despreciable. Así, los valores de ángulo de deflexión de timón de dirección y alerones se van a mantener en una referencia nula con el objetivo de mantener la simetría de vuelo anteriormente mencionada.

En las siguientes figuras podemos observar las variables controladas, altitud y velocidad frente al tiempo ante un escalón de 200m en  $t=100\text{s}$  para la altitud y de 5m/s en  $t=150\text{s}$  para la velocidad. Podemos

observar que se han diseñado dos controladores bastante eficientes en términos de tiempo de respuesta y baja sobreoscilación. [17]:



**Figura 25.** Altitud (azul) y altitud de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 2



**Figura 26.** Velocidad (azul) y velocidad de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 2

Podemos observar de manera clara, que al aumentar el morro del avión en  $t=100s$  para subir de altitud, éste tiende a perder velocidad, que consigue recuperar el controlador. También podemos observar que al primer controlador le cuesta más hacer que la altitud alcance la de referencia debido a las velocidades tan bajas que queremos mantener. Sin embargo, hemos diseñado dos controladores que mantienen al avión trimado en una cierta condición de referencia de altitud y velocidad.

En la figura de la figura, podemos ver de forma detallada el modelo en SIMULINK del “trimming” de un CESSNA-172:

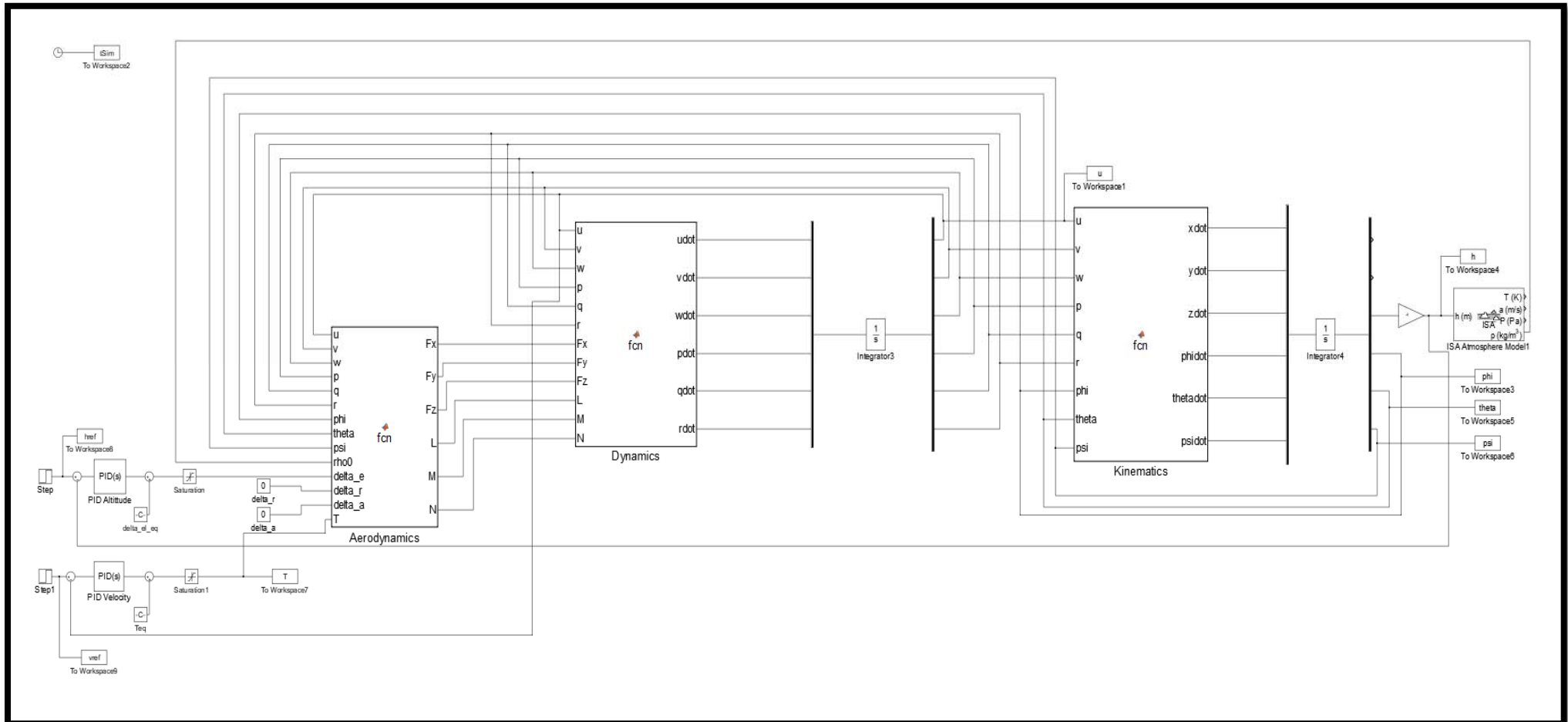
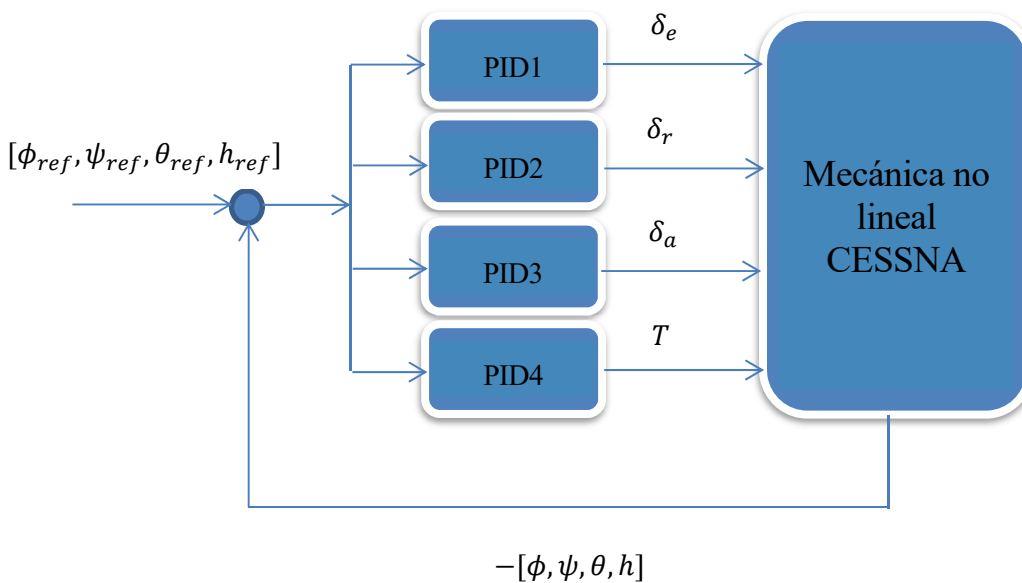


Figura 27. Modelo SIMULINK del “trimming”

## 5.2. Diseño de un sistema de control de actitud

Después de haber explicado e implementado un modelo de “trimming” de la aeronave, damos un paso más en el diseño de leyes de control y planes de vuelo de un avión CESSNA-172. Vamos a implementar un sistema de control de actitud [16] y regulador de ángulos de EULER. De esta forma, el objetivo de este modelo es controlar ángulo de cabeceo, ángulo de balance y ángulo de guiñada mediante tres controladores PID que regulen la deflexión de las superficies de control. Regulando estos parámetros junto con el empuje, podemos controlar de forma automática las maniobras que realiza el vehículo. De esta manera, en capítulos posteriores estudiaremos leyes de seguimiento de una trayectoria determinada con los reguladores que vamos a explicar a continuación.

Al igual que en el modelo explicado anteriormente, los cuatro reguladores PID que se han programado para el sistema de control de actitud, reciben como señal de entrada el error entre las variables de referencia y las variables actuales para proporcionar los incrementos necesarios en los ángulos de deflexión de la superficie de control, y así, poder mantener la aeronave en una actitud de vuelo determinada, con lo que conseguiremos hacer que la aeronave realice determinadas maniobras. En este modelo, el ángulo de alabeo ( $\phi$ ) lo controlamos con la deflexión de los alerones ( $\delta_a$ ), el ángulo de guiñada ( $\psi$ ) lo controlamos con la deflexión del timón de dirección ( $\delta_r$ ), y el ángulo de cabeceo ( $\theta$ ) lo controlamos con la deflexión del timón de profundidad ( $\delta_e$ ). Por otro lado, en este modelo se ha implementado un cuarto controlador PID con el que vamos a regular la altitud de vuelo ( $h$ ) mediante el control de la palanca de gases (empuje). En la siguiente figura podemos ver un esquema del algoritmo implementado.

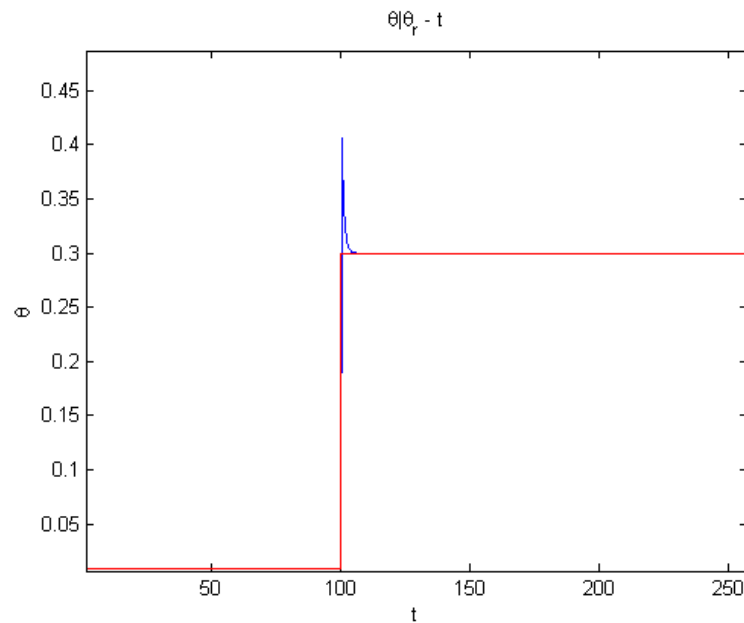


Es importante remarcar que los valores de deflexión de las superficies de control están restringidos por unos límites funcionales, de forma que, vamos a saturar los valores de ángulos de estas superficies en un rango entre  $-25^\circ$  y  $25^\circ$  de manera que las acciones de control no superen este valor.

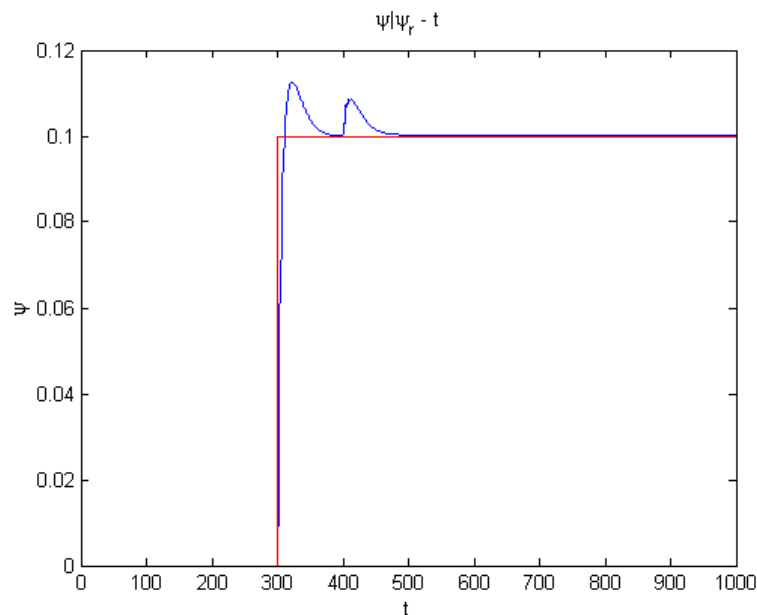


La integración del modelo de la mecánica del CESSNA-172 nos va a proporcionar los ángulos de Euler, que nos da información acerca de la actitud de la aeronave, posteriormente calculamos el error entre la actitud requerida y la actitud real, y finalmente, alimentamos los controladores con esta señal, proporcionando incrementos necesarios de las superficies y de la palanca de gases. Es importante señalar, que aparte de los 3 ángulos de Euler, vamos a usar la palanca de gases para controlar la velocidad de vuelo.

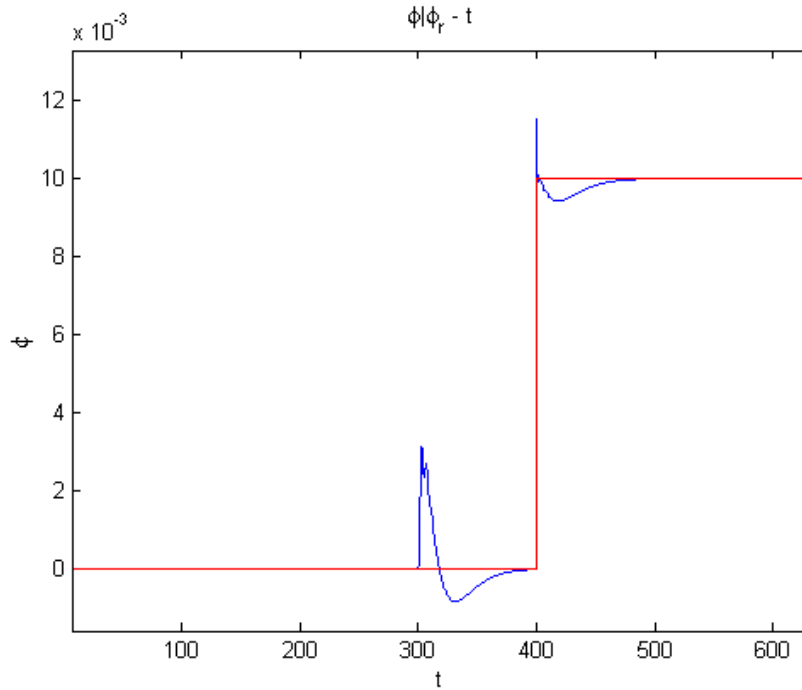
En las siguientes figuras podemos observar el comportamiento del sistema ante un incremento en el ángulo de cabeceo de 0.3rad en  $t=100s$ , un incremento de 0.1 rad en el ángulo de guiñada en  $t=200s$ , un incremento del ángulo de alabeo de 0.05 rad en  $t=400s$ , manteniendo la velocidad constante a 45 m/s.



**Figura 28.** Ángulo de cabeceo (azul) y cabeceo de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3



**Figura 29.** Ángulo de guiñada (azul) y guiñada de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3



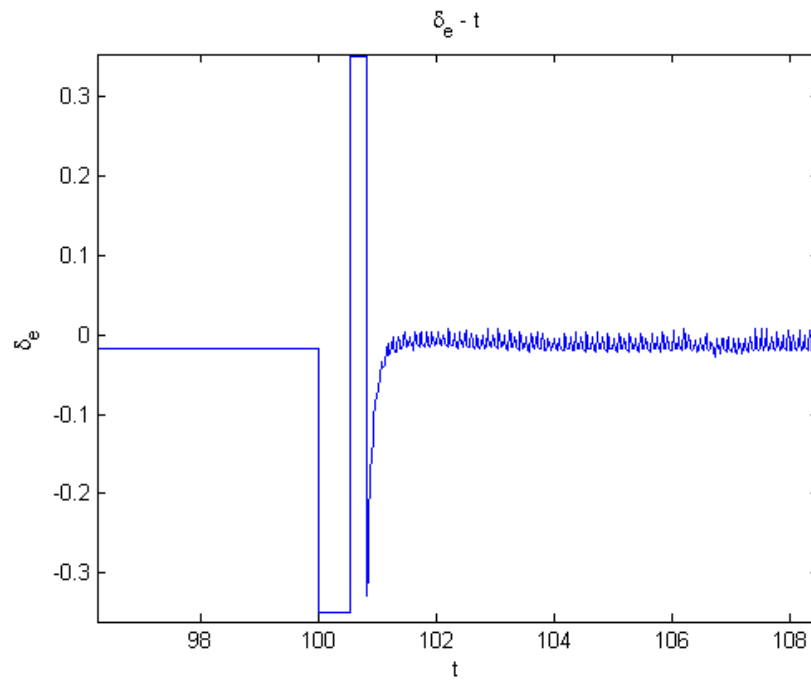
**Figura 30.** Ángulo de alabeo (azul) y alabeo de referencia (rojo) frente al tiempo modelo 3

Podemos observar de forma bastante clara que los controladores son bastante rápidos y eficientes, y a pesar de ser tan agresivos, no aportan una sobreoscilación demasiado significativa. En el caso del control del ángulo de alabeo y de guiñada, podemos observar un acoplamiento bastante importante entre ambos. Cuando introducimos un escalón en  $t=300$  en el ángulo de guiñada, un semiala se acelera más que otra y provoca una diferencia de sustentación entre ambas y como consecuencia, un incremento de ángulo de alabeo. Por otro lado, cuando en  $t=400$ s se produce un escalón en el ángulo de alabeo, se produce la denominada **guiñada adversa**.

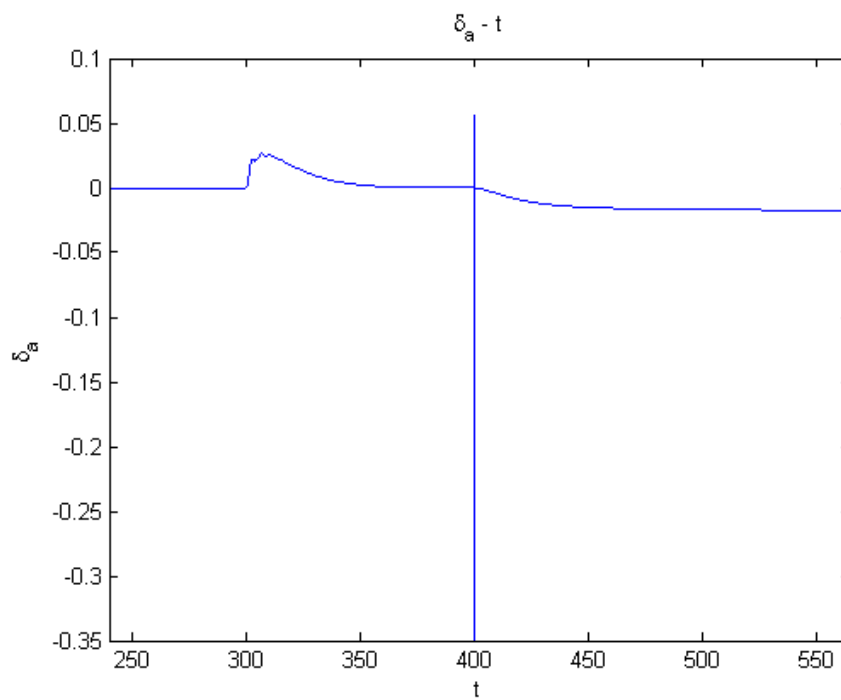
La **guiñada adversa** [16] es un fenómeno producido en el giro de un vuelo por el cual el alabeo induce una guiñada contraria al sentido del viraje. Cuando se accionan los alerones, uno sube y otro baja en la punta de cada plano. El ala que sube cambia el perfil, produciendo más sustentación elevándose entonces el ala en cuestión, mientras que, por el contrario, en el otro ala, el descenso del alerón genera menos sustentación, y por tanto su descenso, lo que se traduce en la rotación de la aeronave sobre el eje longitudinal. En el momento en que el alabeo finaliza, los ángulos de ataque se igualan. Durante el movimiento de alabeo, se produce un momento de estabilidad por el cual la aeronave intenta evitar el alabeo. Estas diferencias de sustentación generan también sus diferencias de resistencia inducida que, aplicándose en las zonas externas de las alas, crean un par de fuerzas que tienden a girar el avión sobre el eje vertical en sentido contrario a nuestras intenciones. La explicación es que, el ala que sube aumenta su sustentación, pero aumenta también el coeficiente de resistencia, lo que le da más resistencia inducida (torbellino de punta de ala), lo cual frena el ala que sube, produciendo la guiñada adversa.

Este fenómeno se contrarresta con el uso de alerones diferenciales o tipo frise, que, en su deflexión hacia arriba, sobresalen del intradós por su zona delantera, aumentando la resistencia parásita del alerón que baja. O también con una deflexión controlada de spoilers.

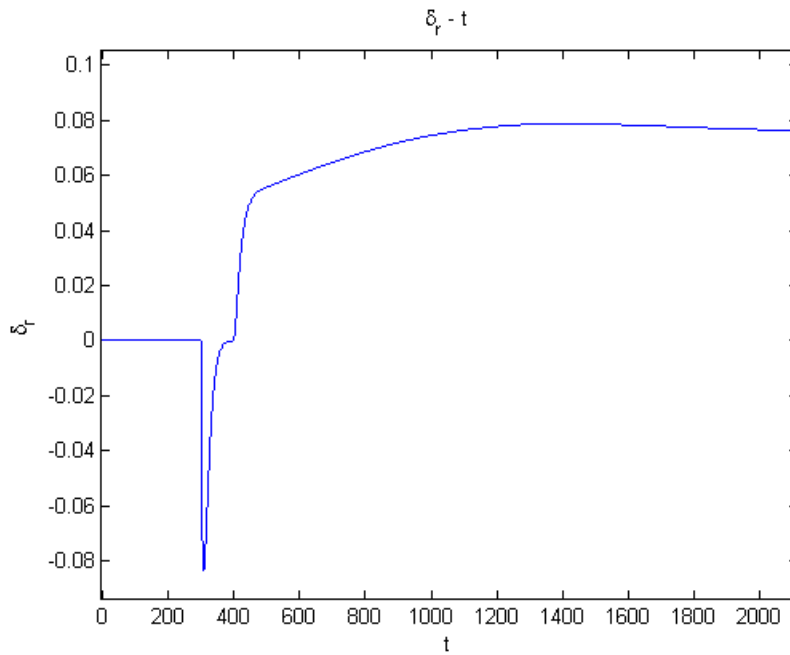
Ahora vamos a analizar la evolución de la deflexión de las superficies de control con el tiempo:



**Figura 31.** Deflexión de elevadores (rad) frente al tiempo modelo 3

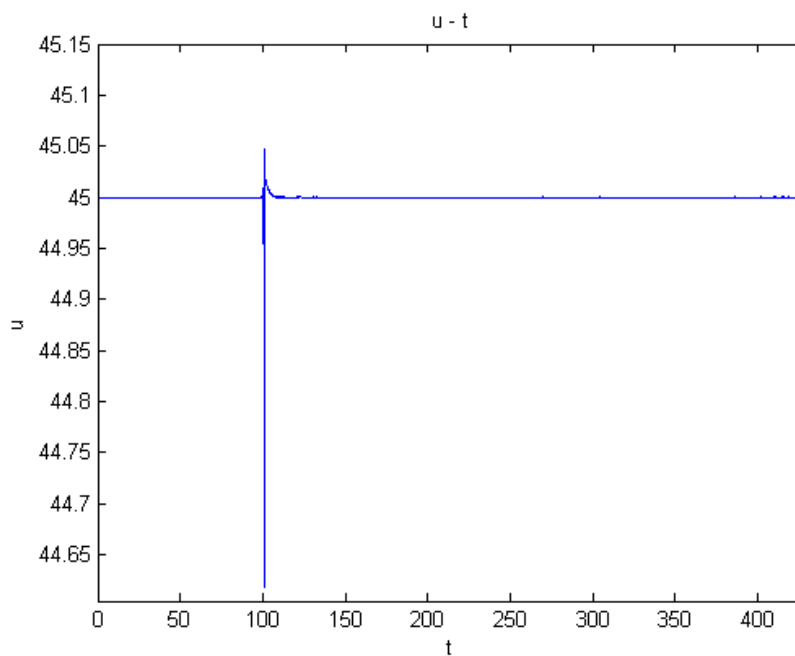


**Figura 32.** Deflexión de alerones (rad) frente al tiempo modelo 3



**Figura 33.** Deflexión de rudder (rad) frente al tiempo modelo 3

Finalmente, también hemos usado este modelo para controlar la velocidad de vuelo mediante el empuje. En la siguiente figura podemos ver la evolución de la velocidad de vuelo frente al tiempo:



**Figura 34.** Velocidad frente al tiempo modelo 3

En la siguiente página podemos ver el modelo SIMULINK de un sistema de control de actitud.

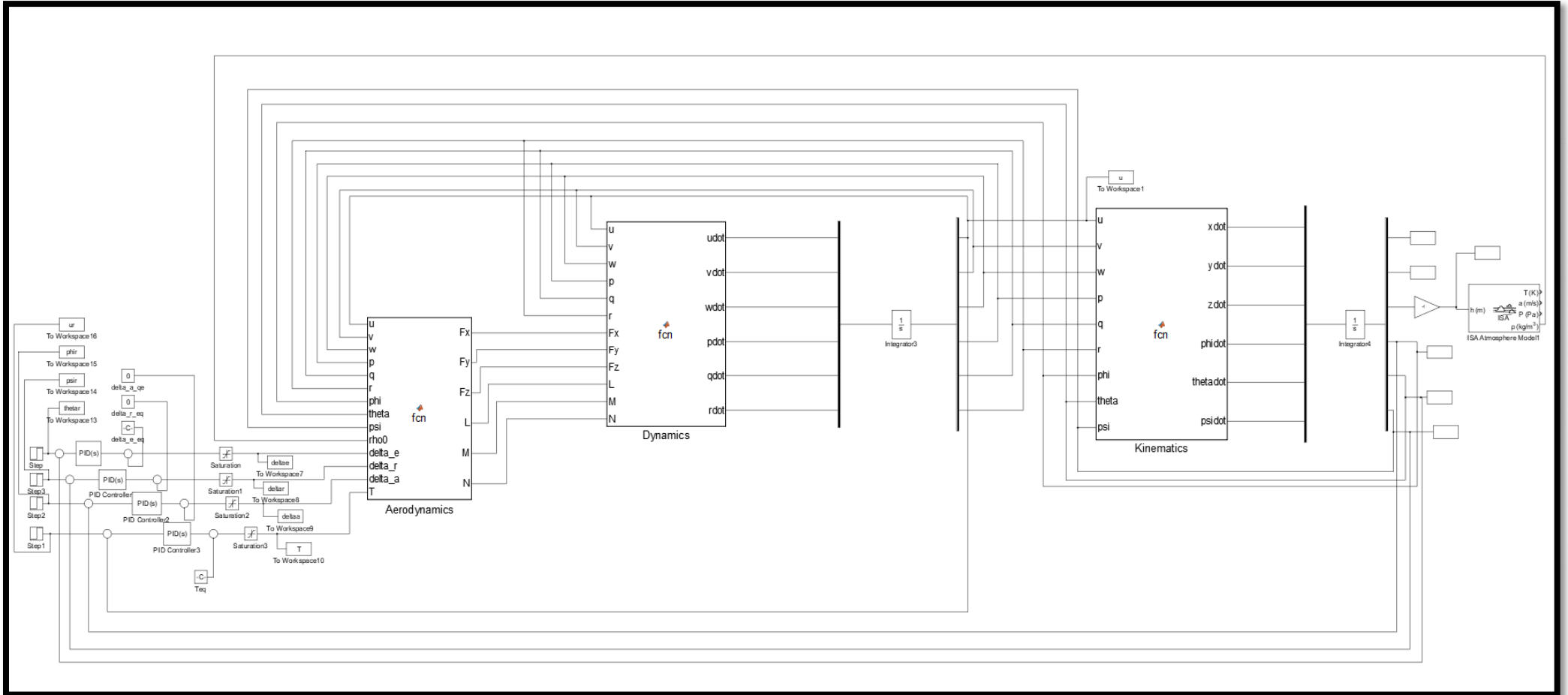


Figura 35. Modelo SIMULINK del sistema de control de actitud



## 6. DISEÑO DE UN PILOTO AUTOMÁTICO

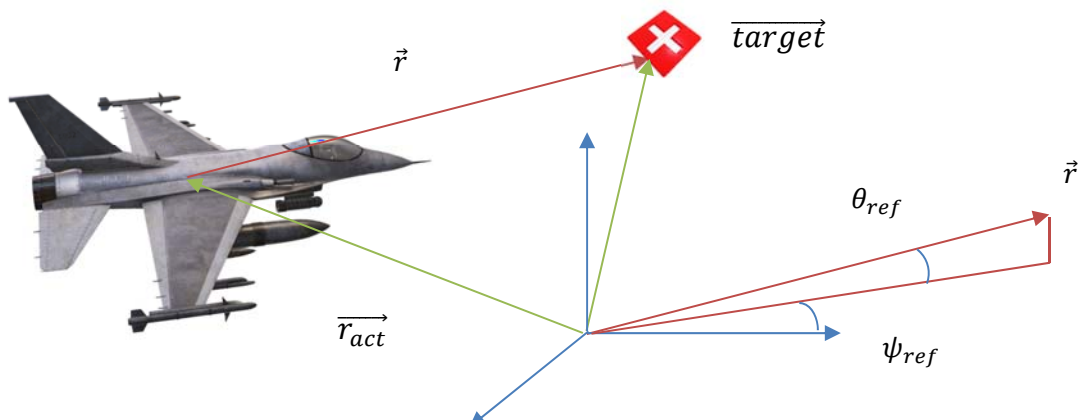
Después de haber diseñado un sistema de control de actitud, vamos a modelar un piloto automático con el que se genere una referencia de actitud necesaria para guiar al vehículo hacia un punto específico, definido por unas coordenadas espaciales determinadas. Primeramente, vamos a explicar el método teórico empleado para guiar a la aeronave hacia un “waypoint” específico [18], y en segundo lugar, vamos a explicar el modelo que hemos simulado. De esta forma, partiendo del sistema de control de ángulos de Euler y empuje diseñado en el capítulo 5, se va a añadir un bloque llamado “Autopilot” cuya función será la de generar una referencia de actitud y empuje en cada instante de tiempo para alcanzar las coordenadas programadas en el plan de vuelo.

### 6.1. Método de apuntamiento del vector velocidad.

El método de apuntamiento del vector velocidad [17] es un método de guiado puramente geométrico que está basado en la teoría de guiado de misiles balísticos. Este método consiste en determinar en cada instante de tiempo el rumbo y el ángulo de cabeceo necesario de la aeronave, con el objetivo de que la recta cuyo vector director es el vector velocidad del vehículo, contenga al waypoint que se quiere alcanzar. Básicamente, lo que se quiere conseguir es mantener apuntado el morro de la aeronave hacia un punto específico del espacio.

Para seguimiento de waypoints fijos en el espacio, este método nos proporciona una solución bastante eficiente tanto en términos computacionales como de propia actuación del vehículo. En este proyecto solo hemos tratado el caso de waypoints fijos en el espacio, ya que, para el tipo de misiones que vamos a considerar, no merece la pena implementar métodos de guiado más complejos, como es el caso de la navegación proporcional o el método LOS, que están más enfocados en el seguimiento de blancos móviles [18].

Esta técnica consiste en proporcionar a la aeronave la dirección correcta en cada instante de tal forma que ésta sea capaz de llegar a un punto determinado fijado de antemano. Esto se realiza calculando en cada instante el vector “ $\vec{r}$ ” que une la posición actual de la aeronave con la posición del punto definido. Una vez que se ha obtenido este vector, calculamos por trigonometría el rumbo necesario y el ángulo de cabeceo necesario para que la aeronave apunte a dicho waypoint. En la siguiente figura podemos visualizar un esquema del método.



Es importante decir que el rumbo que vamos a calcular en el algoritmo coincide con el valor del ángulo de guiñada de la aeronave en ejes cuerpo. De forma que, para implementar esta técnica, basta con establecer la referencia adecuada de ángulo de guiñada y cabeceo de la aeronave y después usar el sistema de control de actitud diseñado en el capítulo 5. De esta manera, las ecuaciones que vamos a implementar en el modelo son consecuencia de la aplicación de las leyes de la trigonometría en la figura anterior. Son las siguientes:

$$\vec{r} = \overrightarrow{target} - \overrightarrow{r_{act}}$$

$$\theta_{ref} = \text{atan} \left( \frac{r(3)}{\sqrt{r(2)^2 + r(1)^2}} \right)$$

$$\Psi_{ref} = \text{atan} \left( \frac{r(2)}{r(1)} \right)$$

Por otro lado, se ha implementado otra ley que permite usar un ángulo de alabeo de referencia en base a la velocidad angular de guiñada para que el cambio de rumbo necesario se consiga desplegando tanto alerones como timón de dirección. Básicamente es una ayuda al timón de dirección. Esta ley es la siguiente [19]:

$$\phi_{ref} = \text{atan} \left( \frac{V * \dot{\psi}}{g} \right)$$

Con estas cuatro ecuaciones podemos diseñar un piloto automático que tenga como variable de entrada la posición actual del vehículo y las coordenadas del waypoint que queremos alcanzar, y nos devuelva los ángulos de Euler de referencia que nuestro sistema de control de actitud se va a encargar de regular. El algoritmo de apuntamiento del vector velocidad es el siguiente [19]:

---

**Algoritmo de guiado:** Apuntamiento del vector velocidad al target

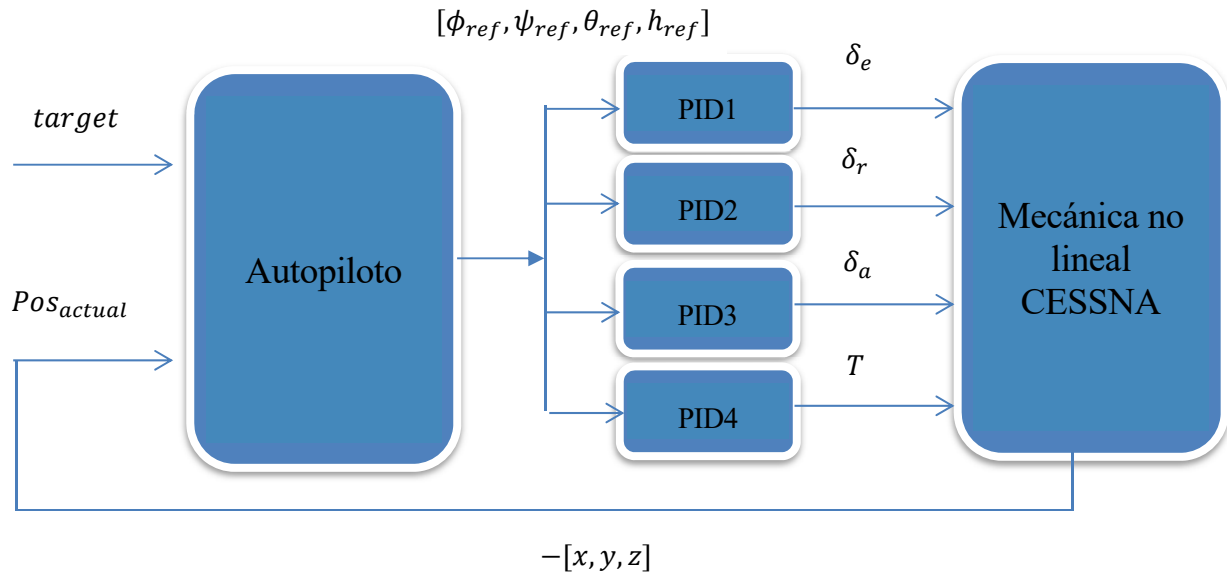
---

1. Inicialización:  $pos_{actual}, target, \psi_0, \phi_0, \theta_0$
2. Cálculo de la distancia al target:  $\vec{r} = target - pos_{actual}$
3. Cálculo de la actitud de referencia:  $\phi_{ref}, \theta_{ref}, \psi_{ref}$
4. Corrección de cuadrante en función de trayectoria de aeronave



## 6.2. Diseño del modelo de guiado.

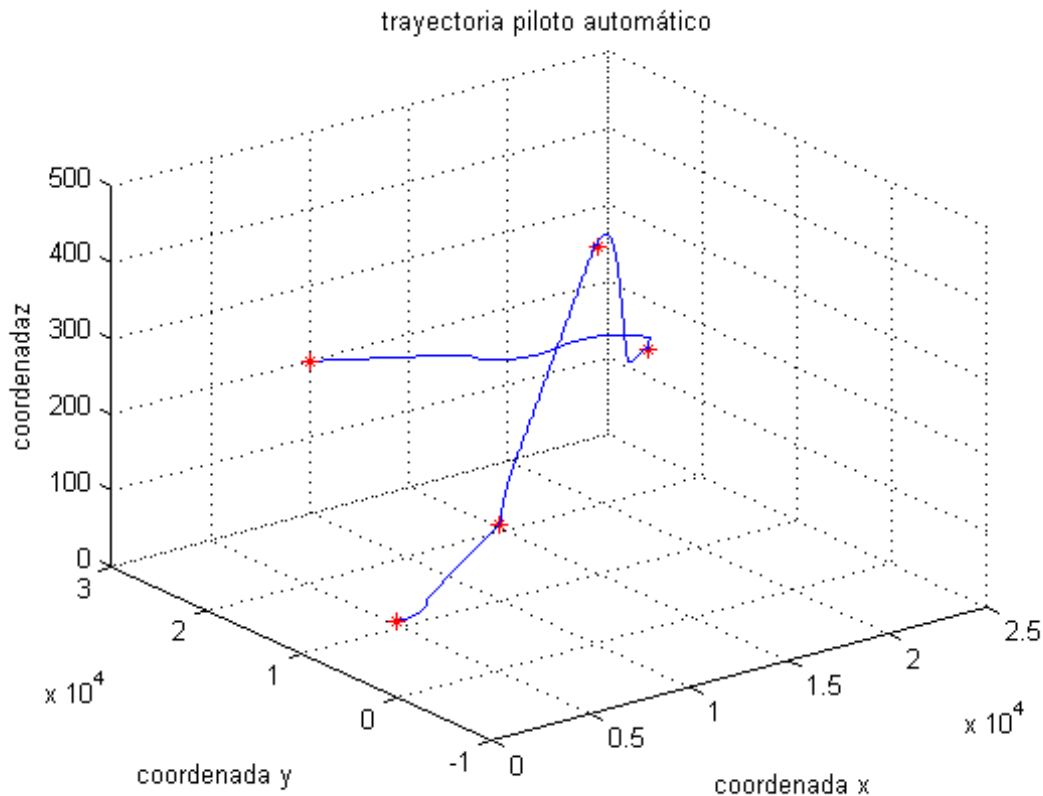
Como se ha comentado en el subapartado anterior, la idea es introducir en el modelo de control de actitud, un bloque que modele el algoritmo anterior, cuyas entradas sean la posición actual del vehículo y las coordenadas del “target”, y nos proporcione unas referencias en ángulos de Euler en cada instante de tiempo. De esta manera, vamos a conseguir orientar la aeronave para que sea capaz de llegar al waypoint fijado. Por otro lado, la coordenada  $z$  del avión vamos a controlarla también con el empuje de la aeronave. Así, la altura de vuelo se va a regular tanto con el ángulo de cabeceo como con la palanca de gases, mientras que el rumbo lo vamos a regular tanto con el timón de dirección como con los alerones [17]. El modelo sigue el siguiente esquema:



**Figura 36.** Esquema del modelo de guiado

Vamos a simular varios escenarios para probar el modelo diseñado.

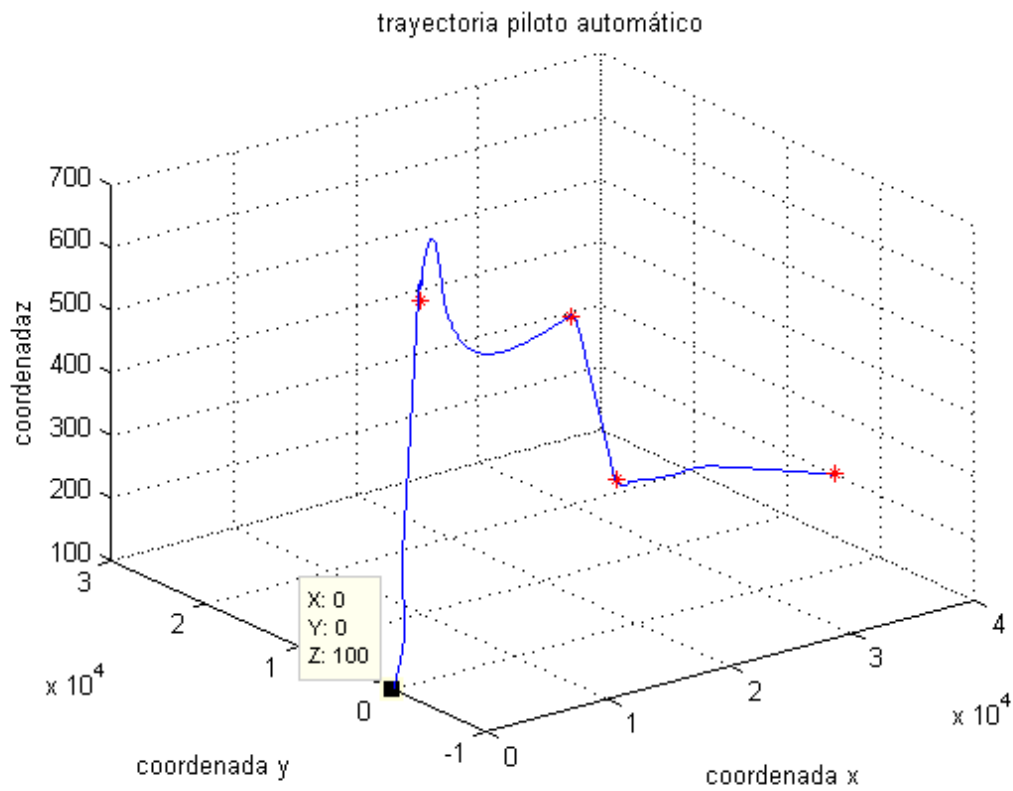
- a) **Escenario 1:** En el primer escenario que vamos a simular, la aeronave parte de una posición inicial a 100 metros de altitud en un punto de referencia  $[0,0,100]$ . El primer objetivo que le indicamos es un punto a la misma altura avanzando 10Km en la coordenada  $x$  y 10Km en la coordenada  $y$  ( $[1e4, 1e4, 100]$ ). Una vez alcanzado dicho waypoint, indicamos a la aeronave que ascienda hasta una altitud de 400m y que avance 6.5Km en la coordenada  $x$ , y 3.3Km en la coordenada  $y$  ( $[1.65e4, 1.33e4, 400]$ ). Después, programamos un descenso a altitud 200 m y posición  $[2.15e4, 1.84e4, 200]$ . Y finalmente, a la misma altura, fijamos un punto de coordenadas  $[1e4, 3e4, 200]$ . En la siguiente figura podemos observar la trayectoria seguida por el piloto automático en este escenario.



**Figura 37.** Trayectoria seguida por el piloto automático en el escenario 1.

Los puntos rojos son los waypoints que se han indicado anteriormente, y la línea azul es la trayectoria seguida por la aeronave. Podemos observar que el algoritmo funciona correctamente, que la altitud está bien regulada por la palanca de gases y el ángulo de cabeceo, y el rumbo del vehículo está bien regulado por el timón de dirección y

- b) Escenario 2:** En el segundo escenario que vamos a simular, la aeronave parte de una posición inicial a 100 metros de altitud en un punto de referencia  $[0,0,100]$ . El primer objetivo que le indicamos es un punto a una altura de 600m y avanzando 10Km en la coordenada x y 10Km en la coordenada y ( $[1e4, 1e4,600]$ ). Una vez alcanzado dicho waypoint, indicamos a la aeronave que descienda hasta una altitud de 400m y llegue al waypoint ( $[3e4,2e4,400]$ ). Después, programamos un descenso a altitud 200 m y posición  $[3.3e4,1.9e4,130]$ . Y finalmente, a una altura de 200m, fijamos un punto de coordenadas  $[4e4,2.5e4,200]$ . En la siguiente figura podemos observar la trayectoria seguida por el piloto automático en este escenario.



**Figura 38.** Trayectoria seguida por el piloto automático en el escenario 2.

En la siguiente página podemos observar el modelo SIMULINK completo con el bloque “autopilot” añadido.

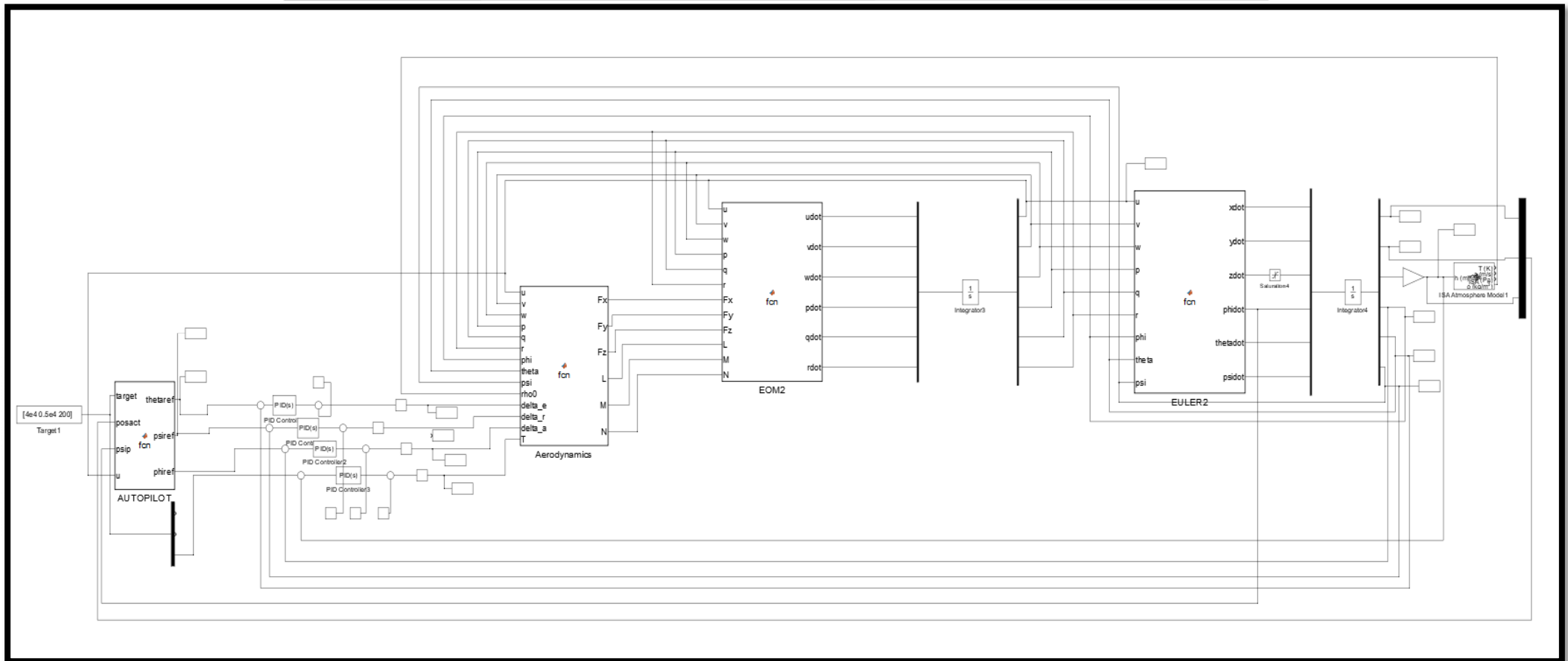


Figura 39. Modelo SIMULINK de AUTOPILOTO.

## 7. INTRODUCCIÓN DE SENSORES EN EL MODELO E IMPLEMENTACIÓN DE UN EKF (EXTENDED KALMAN FILTER)

---

Para dotar de más realismo al piloto automático diseñado en el capítulo anterior, vamos a diseñar un observador basado en un filtro de Kalman extendido [20]. Para ello, vamos a necesitar modelar matemáticamente una serie de sensores que nos proporcionen las medidas para aplicar dicho algoritmo. El modelado de dichos sensores viene determinado por unos parámetros llamados “bias” y ruido blanco gaussiano que vienen dados en catálogos. De esta forma, una vez que hemos desarrollado un modelo de sensores y explicado aquellos con los que vamos a dotar nuestra aeronave, se va a explicar el modelo de filtro de Kalman usado y los resultados obtenidos con su introducción.

### 7.1. Sensores a bordo.

Todas las aeronaves poseen un conjunto de sensores que proveen toda la información necesaria en términos de actitud y sistemas de control de navegación. Este conjunto de sensores incluye normalmente acelerómetros, giróscopos, sensores de presión para medir la altitud, GPS y magnetómetro. Todos estos sensores normalmente están integrados en una unidad llamada GADIRUS, que proporciona tanto información inercial como de posición y de datos de aire. En este proyecto hemos modelado los siguientes sensores: Un giróscopo, que nos da medidas de velocidades angulares, un acelerómetro, que nos da medida de aceleraciones inerciales a lo largo de los 3 ejes, un barómetro que nos da medidas indirectas de altitud, y un sensor de horizonte terrestre que nos da medidas de altitud. En los siguientes subapartados vamos a modelar matemáticamente estos sensores y vamos a usar datos de catálogo para los distintos parámetros.

#### 7.1.1. Giróscopo

Un giróscopo es un sensor mecánico que mide la velocidad angular de la aeronave con respecto a un sistema de referencia inercial. Es un aparato en el cual una masa que gira velozmente alrededor de su eje de simetría permite mantener de forma constante su orientación respecto a un sistema de ejes de referencia. El rápido movimiento giratorio del rotor de los giróscopos se puede obtener por vacío o por un sistema eléctrico. El modelo matemático del giróscopo es el siguiente:

$$y_g = M_g S_g * \vec{\omega} + b_g + v_g$$

En esta formulación,  $b_g$  representa el bias del sensor en un cierto eje. El bias es un offset del sensor respecto a su medida nominal.  $v_g$  es el ruido blanco gaussiano del sensor.  $M_g$  es la sensibilidad o acoplamiento entre las medidas de dos ejes, y  $S_g$  es un factor de escala. Vamos a suponer que estos dos últimos parámetros no afectan, de manera que solo vamos a tener en cuenta el ruido blanco y un cierto Bias. De esta forma, usando un giróscopo de aviación modelo TM 630 obtenemos de catálogo [20] los siguientes parámetros:  $b_g = 0.006 \text{ }^\circ/\text{hora}$  y un  $v_g = 0.002 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{hora}}$ . De esta forma, el modelo quedaría de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} p_{med} \\ q_{med} \\ r_{med} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.006 \\ 0.006 \\ 0.006 \end{bmatrix} * \frac{\pi}{180} * \frac{1}{3600} + \begin{bmatrix} 0.002 \\ 0.002 \\ 0.002 \end{bmatrix} * \frac{\pi}{180} * \frac{1}{\sqrt{3600}}$$

### 7.1.2. Acelerómetro.

El acelerómetro mide una cantidad llamada “proper acceleration” a lo largo de los 3 ejes. Este parámetro es la suma de la aceleración lineal (la derivada de la velocidad) y una constante pseudo-aceleración relacionada con la aceleración de la gravedad. Éste es un dispositivo que mide la vibración o la aceleración del movimiento de una estructura. La fuerza generada por la vibración o el cambio en el movimiento (aceleración) hace que la masa "comprima" el material piezoeléctrico, generando una carga eléctrica que es proporcional a la fuerza ejercida sobre él. El modelo matemático es el siguiente [20]:

$$y_a = M_a S_a * \vec{a} + b_a + v_a$$

Suponiendo las mismas simplificaciones que el caso anterior, suponiendo un acelerómetro de aviación Q-Flex® QA-650 con un bias de  $0.00039 \frac{m}{s^2}$  y un ruido blanco de  $0.00002 \frac{m}{s}$  llegamos a:

$$\begin{bmatrix} ax_{med} \\ ay_{med} \\ az_{med} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} - rv + qw + g \sin(\theta) \\ \dot{v} + ru - pw - g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \dot{w} - qu + pv - g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00039 \\ 0.00039 \\ 0.00039 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.00002 \\ 0.00002 \\ 0.00002 \end{bmatrix}$$

### 7.1.3. Barómetro.

El barómetro es un sensor diferente a lo que hemos estudiado antes porque mide valores escalares en vez de valores vectoriales, de esta forma, los modelos anteriores no pueden ser aplicados directamente. Nosotros queremos usar un barómetro como altímetro, así que nuestro instrumento debe estar calibrado al valor de tierra. En la práctica, la presión inicial se mide antes del despegue y se asume que varía con respecto a la altura de acuerdo al modelo de atmósfera ISA internacional:

$$P = P_0 * e^{-\frac{g}{RT} * (z - z_0)}$$

Suponiendo que vamos a usar un barómetro de aviación de la marca Tekniker con bias  $1e-6$  m y ruido blanco  $1e-4$ . Llegamos al siguiente modelo:

$$h_b = h + b_h + v_h$$

### 7.1.3. Magnetómetro.

Un magnetómetro mide la intensidad y dirección del campo magnético en el sistema de referencia ejes cuerpo. Si se conoce el campo magnético de la tierra en ejes fijos, se puede obtener la actitud comparándola con la medida del instrumento. Suponiendo que vamos a usar el magnetómetro más usado en la industria aeronáutica, el GARMIN GMU 11, el modelo matemático desarrollado es el siguiente:

$$y_m = M_m S_m * \overrightarrow{\text{ángulos de euler}} + b_m + v_m$$

Sabiendo de forma experimental que dicho sensor tiene un bias de  $0.0000045$  ° y un ruido blanco gaussiano de  $0.000017$ .

$$\begin{bmatrix} \theta_{med} \\ \phi_{med} \\ \psi_{med} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0000045 \\ 0.0000045 \\ 0.0000045 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000017 \\ 0.000017 \\ 0.000017 \end{bmatrix}$$

## 7.2. EKF (Extended Kalman Filter).

En primer lugar, como se indica en [21], vamos a considerar nuestro sistema como un sistema continuo discreto, que es aquel cuya evolución es continua en el tiempo (representada por ecuaciones diferenciales ordinarias) pero en el cual obtenemos unas ciertas medidas cada cierto intervalo temporal (el proceso de medida se representa en tiempo discreto). De esta forma, nuestro sistema va a estar determinado por unas ciertas ecuaciones diferenciales, pero el observador que vamos a diseñar estará definido en tiempo discreto. Por otro lado, como se ha ido comentando en los capítulos anteriores, nuestro modelo se trata de un modelo puramente no lineal, que se describe en general como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) + \omega(t)G(t) \\ y_k &= h(x_k, t_k) + v_k \end{aligned}$$

Donde  $x$  representa el estado del sistema,  $u$  la entrada de l sistema y  $w$  la perturbación modelada como ruido blanco.

En este capítulo explicaremos cómo sabiendo el estado del sistema dado por las ecuaciones y los modelos anteriores, conocidas las entradas del sistema y las medidas (sensores) cada cierto instante de tiempo, podemos obtener una estimación del sistema que denotamos como  $\hat{x}(t)$ .

La idea de filtro de Kalman [21] es, conocida  $u(t)$  y una estimación inicial  $\hat{x}(0)$ , intentar reconstruir las variables de estado conociendo el modelo matemático y las medidas proveniente de los sensores cada cierto intervalo de tiempo.

En el intervalo de tiempo entre medidas, se propaga el modelo matemático de las variables de estado del sistema, así como la covarianza del error que denotaremos por  $P$ . Cuando llega la medida, se utiliza la nueva información para ponderar el error que tenía la estimación antes de la medida del sensor.

Para el caso de tener un modelo no lineal del sistema, usamos lo que se denomina como EKF o filtro de Kalman extendido. Éste consiste en una variación del filtro de Kalman para abordar el problema de estimación del estado cuando el modelo es no-lineal. Vamos a considerar el siguiente modelo despreciando las perturbaciones del sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) \\ y_k &= h(x_k, t_k) + v_k \end{aligned}$$

Si conociéramos el error  $\delta x(t)$  conoceríamos el estado del sistema ya que,  $\delta x(t) = x(t) - \hat{x}(t_k)$ . Ante la imposibilidad de calcular el error el EKF es capaz de estimar el error de la aproximación sin ruido aplicando un filtro de Kalman a las ecuaciones linealizadas del error. Linealizando las ecuaciones del error:

$$\delta \dot{x}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t_k) = f(x, u, t) - f(\hat{x}, u, t) \sim \frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} * \delta x|_{x=\hat{x}}$$

Igualmente, en una medida:

$$y_k = h(x_k, t_k) + v_k = h(\hat{x}_k, t_k) + \frac{\partial h(x, u, t_k)}{\partial x} * \delta x_k|_{x=\hat{x}} + v_k$$

Definiendo las siguientes variables:

$$F(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial f(x, u, t)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$$

$$H(\hat{x}_k) = \left. \frac{\partial h(x, u, t)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$$

Se tiene el siguiente modelo para la dinámica del error:

$$\delta \dot{x}(t) = F(\hat{x}, t)\delta x$$

$$\delta y_k = H(\hat{x}_k)\delta x_k + v_k$$

A este modelo se le puede aplicar el filtro de Kalman. Se supondrá que el error  $\delta x$  en media es 0 pero contiene la covarianza que se quiere minimizar. De esta forma, aplicando el algoritmo a la dinámica del error y sustituyendo el error por la diferencia entre la variable real y la variable estimada llegamos al siguiente algoritmo:

1. Inicialización:  $\hat{x} = \hat{x}_0, P(0) = P_0$
2. Fase de propagación:  $\dot{x} = f(x, u, t); \dot{P}(t) = F(\hat{x}, t)P(t) + P(t)F(\hat{x}, t)^T$
3. Fase de medida:  $K_k(\hat{x}_k^-) = P_k^- H_k(\hat{x}_k^-)^T (H_k(\hat{x}_k^-)P_k^- H_k(\hat{x}_k^-)^T + R_k)^{-1}$

$$\text{Actualizamos } x: \widehat{x}_k^+ = \widehat{x}_k^- + K_k (y_k - h(\widehat{x}_k^-, t_k))$$

$$\text{Y la covarianza del error: } P_k^+ = (I - K_k H_k)P_k^-$$

4. Iteramos el procedimiento.

### 7.3. Diseño de un observador basado en el EKF

Después de haber introducido los sensores y el algoritmo que vamos a usar, partimos del modelo de piloto automático diseñado en el capítulo 6 para introducir el procedimiento de corrección de las variables de estado tras recibir medidas de los sensores cada cierto instante de tiempo. Vamos a suponer que cada 0,02s recibimos una medida de los 4 sensores que vamos a usar. Para aplicar el algoritmo vamos a partir del siguiente vector de estados con el que vamos a definir el sistema:

$$x = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ h \end{bmatrix}$$

Y del siguiente vector de medidas en el que incluiremos las medidas de los giróscopos, acelerómetros, barómetros, y de magnetómetros.



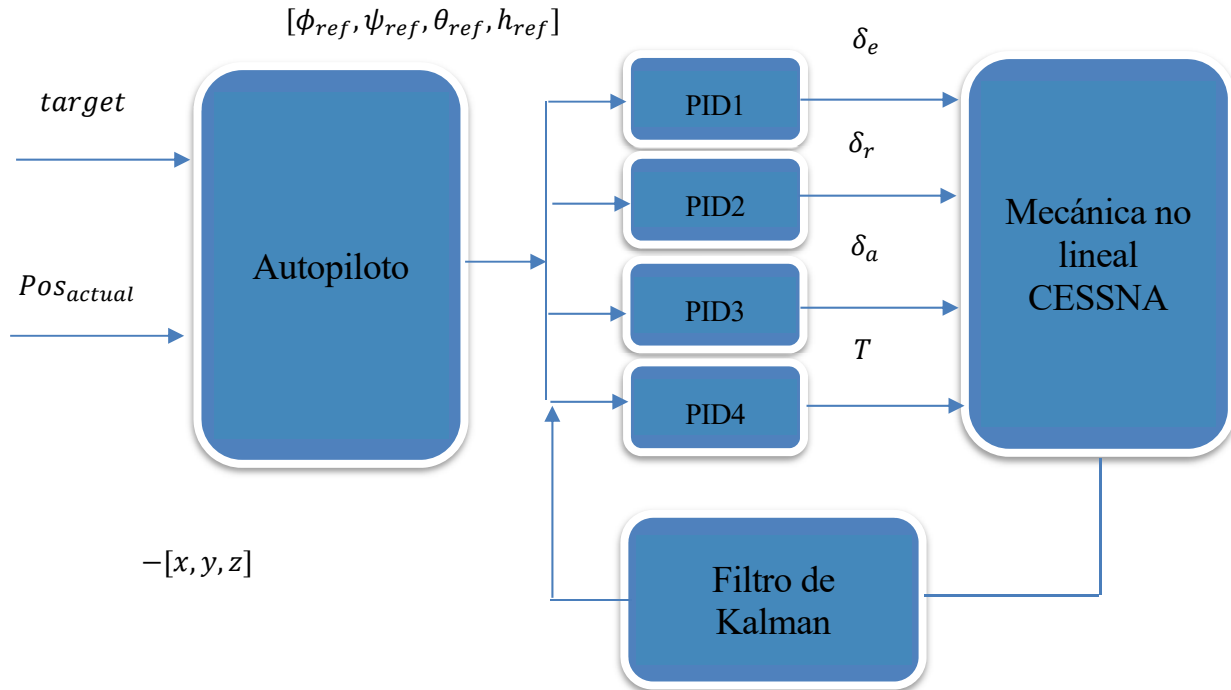
$$y_k = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ a_x \\ a_y \\ a_z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \\ h \end{bmatrix}$$

Para aplicar el EKF necesitamos las matrices  $F(\hat{x}, t) = \left. \frac{\partial f(x,u,t)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$  y  $H(\hat{x}_k) = \left. \frac{\partial h(x,u,t)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}}$  que vienen dadas por el jacobiano de  $h(x,t)$  y de  $f(x,u,t)$  evaluado en la variable de estado resultado de la integración de las ecuaciones justo en el instante anterior. Las matrices escritas en código MATLAB son las siguientes:

```
F=[0,r,-q,0,-w,v,-cos(theta)*g,0,0,0;-r,0,p,w,0,-u,-
sin(phi)*sin(theta)*g,cos(phi)*cos(theta)*g,0,0;q,-p,0,-v,u,0,-
cos(phi)*sin(theta)*g,-cos(theta)*sin(phi)*g,0,0;0,0,0,-(Ixz/Ix)*q,(r*(Iy-
Iz)-Ixz*p)/Ix,q*(Iy-Iz)/Ix,0,0,0,0;0,0,0,-(r*(Ix-Iz))-2*Ixz*p/Iy,0,-(p*(Ix-
Iz))+2*Ixz*r/Iy,0,0,0,0;0,0,0,(q)*((Ix)-(Iy))+(((Ixz)^2)*(q))/(Ix))/((Iz)-
(Ixz)^2/(Ix)),((p)*((Ix)-(Iy))+Ixz)*(r)-((Ixz)*(r)*((Iy)-(Iz))-
(Ixz)*(p)))/(Ix))/((Iz)-((Ixz)^2)/(Ix)),((Ixz)*(q)-((Ixz)*(q)*((Iy)-
(Iz)))/(Ix))/((Iz)-((Ixz)^2)/(Ix)),0,0,0,0;0,0,0,0,cos(phi),-sin(phi),0,-
cos(phi))*(r)-
sin(phi))*(q),0,0;0,0,0,1,sin(phi)*tan(theta),cos(phi)*tan(theta),(t
an(theta))^2 +
1)*(cos(phi))*(r)+sin(phi))*(q),tan(theta)*(cos(phi))*(q)-
sin(phi))*(r),0,0;0,0,0,0,sin(phi))/cos(theta),cos(conj(phi))/cos(theta
)),(sin(theta))*(cos(phi))*(r) +
sin(phi))*(q))/cos(theta))^2,(cos(phi))*(q)-
sin(phi))*(r))/cos(theta),0,0;sin(theta),-cos(theta)*sin(phi),-
cos(phi)*cos(theta),0,0,0,cos(theta)*(u)+cos(phi)*sin(theta)*(w)+si
n(phi)*sin(theta)*(v),cos(theta)*sin(phi)*(w)-
cos(phi)*cos(theta)*(v),0,0];
```

```
H=[0,0,0,1,0,1/10000,0,0,0,0;0,0,0,0,1,1/10000,0,0,0,0;0,0,0,1/10000,1/10000,
1,0,0,0,0;0,-r,q,0,w,-v,g*cos(theta),0,0,0;r,0,-p,-w,0,u,
g*sin(phi)*sin(theta),-g*cos(phi)*cos(theta),0,0;-q,p,0,v,-
u,0,g*cos(phi)*sin(theta),g*cos(theta)*sin(phi),0,0;0,0,0,0,0,0,0,0,0,1;0,0,0
,0,0,0,1,0,0,0;0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,0];
```

De esta forma, obtendríamos un modelo como el que se indica en el siguiente esquema:



Vamos a simular el siguiente escenario:

- a) **Escenario 1:** En el primer escenario que vamos a simular, la aeronave parte de una posición inicial a 100 metros de altitud en un punto de referencia  $[0,0,100]$ . El primer objetivo que le indicamos es un punto a la misma altura avanzando 10Km en la coordenada x y 10Km en la coordenada y ( $[1e4, 1e4, 100]$ ). Una vez alcanzado dicho waypoint, indicamos a la aeronave que ascienda hasta una altitud de 400m y que avance 6.5Km en la coordenada x, y 3.3Km en la coordenada y ( $[1.65e4, 1.33e4, 400]$ ). Después, programamos un descenso a altitud 200 m y posición  $[2.15e4, 1.84e4, 200]$ . Y finalmente, a la misma altura, fijamos un punto de coordenadas  $[3e4, 2e4, 400]$ . En la siguiente figura podemos observar la trayectoria seguida por el piloto automático tras pasar por el EKF en este escenario:

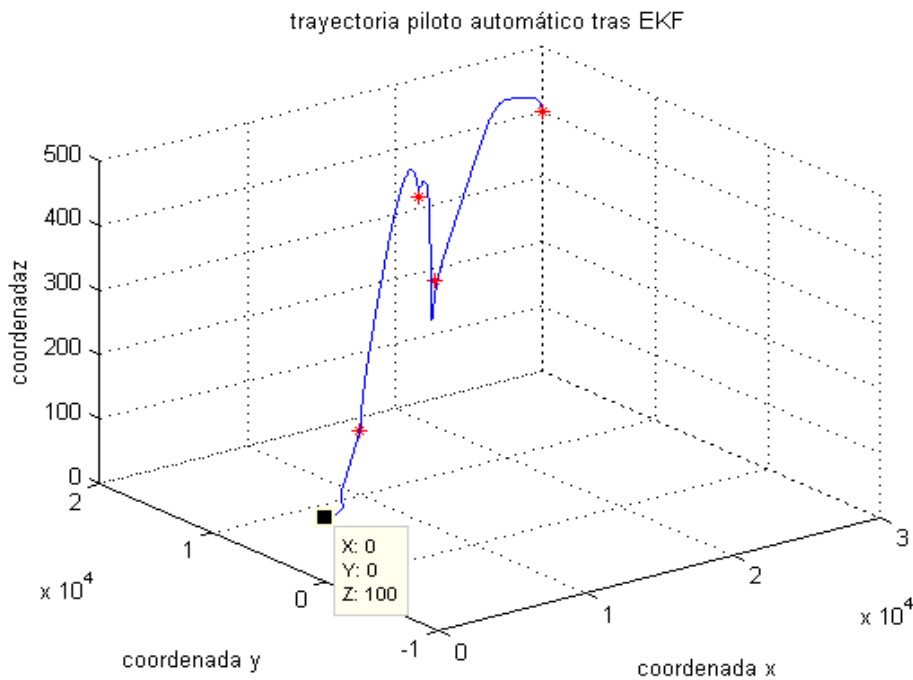
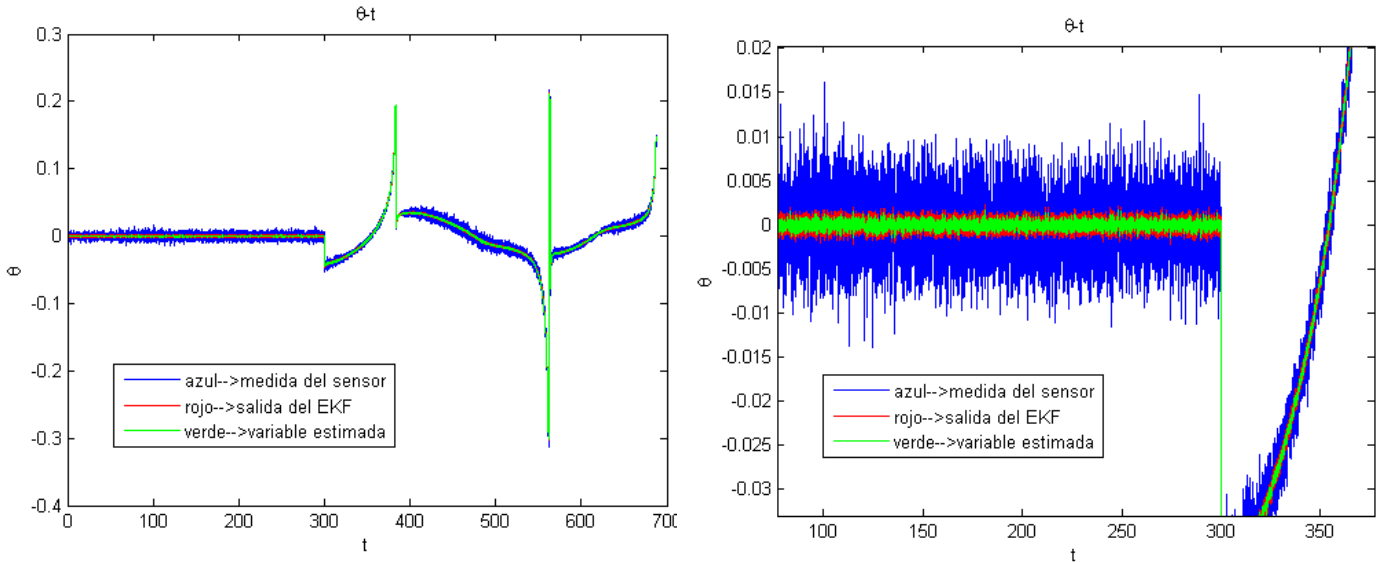


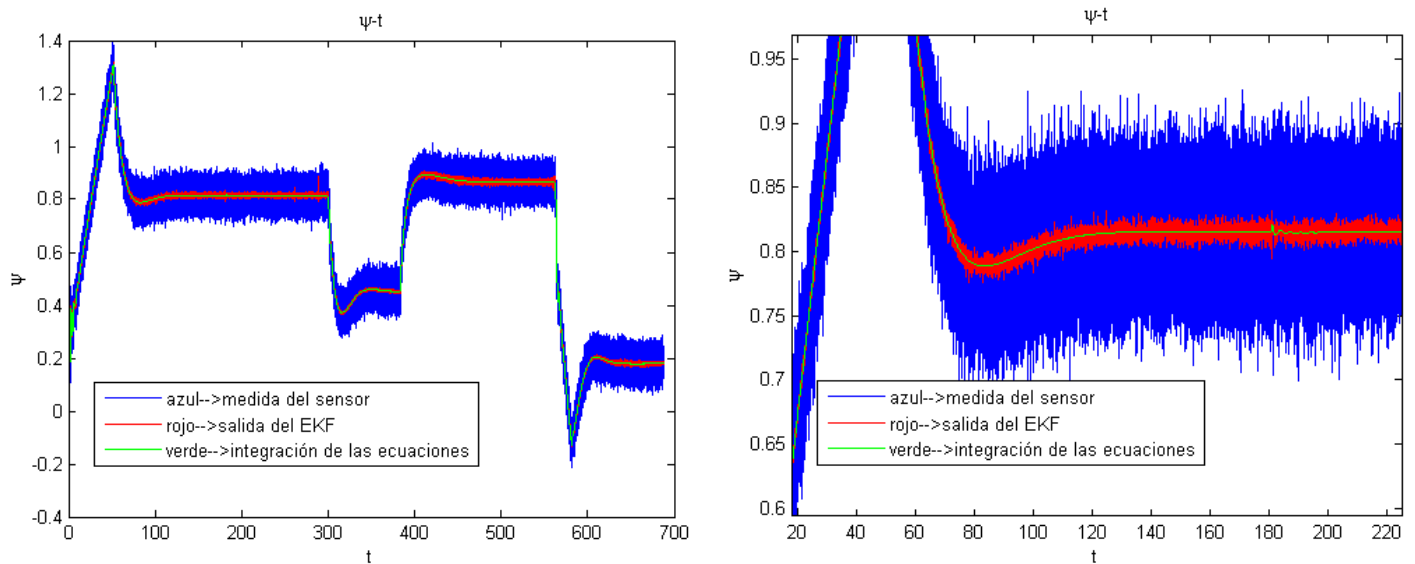
Figura 40. Trayectoria seguida por el autopiloto tras pasar por el EKF.

En las siguientes figuras, usando el mismo escenario anterior, vamos a estudiar y comparar los valores de los sensores, después de pasar el filtro de Kalman extendido y los valores estimados de ángulos de Euler y altura del avión durante la maniobra realizada.



**Figura 41.** Ángulo de cabeceo del avión durante la maniobra.

Podemos observar claramente que el filtro de Kalman cumple perfectamente su función, haciendo que la estimación reduzca el ruido del sensor y siga al valor real de dicha variable.



**Figura 42.** Ángulo de guiñada del avión durante la maniobra.

Igualmente, para el ángulo de guiñada observamos que el EKF reduce la incertidumbre de las medidas del sensor.

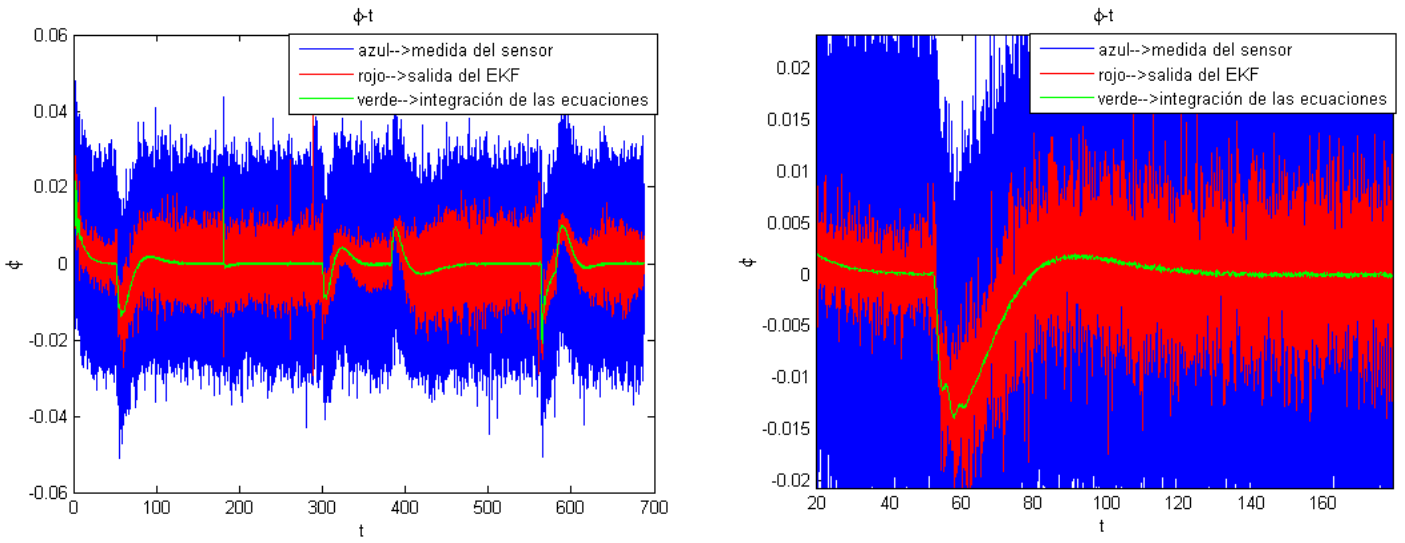


Figura 43. Ángulo de alabeo durante la maniobra.

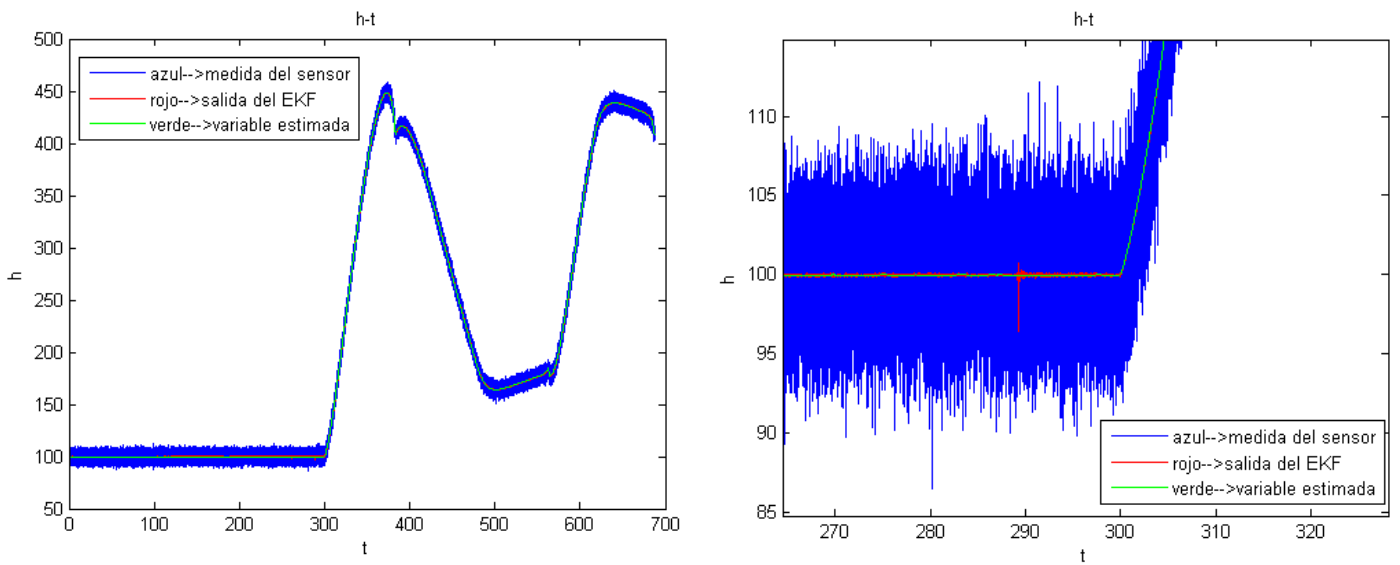


Figura 44. Altura de vuelo durante la maniobra.

## 8. DISEÑO DE UN SISTEMA PLANIFICADOR DE VUELO BASADO EN EL TSP

Una vez que se ha explicado el diseño de algoritmos de control y guiado para un CESSNA172, vamos a diseñar un algoritmo de planificación de vuelo análogo a los que usa AMAZON en sus operaciones logísticas, basado en un problema matemático llamado TSP [22] (travel salesman problem). En el TSP, el objetivo es encontrar un recorrido completo que conecte todos los nodos de una red, visitándolos tan solo una vez y volviendo al punto de partida, y que además minimice la distancia total de la ruta, o el tiempo total del recorrido. Este tipo de problemas tiene gran aplicación en el ámbito de la logística y distribución, así como en la programación de curvas de producción.

De esta forma, vamos a plantear un mapa de terreno con una serie de waypoints que corresponden con zonas o áreas significativas que hay que visitar. Este algoritmo se basa en elaborar un plan de vuelo en el que la aeronave visite todas las áreas una sola vez, y que, además, la trayectoria realizada sea óptima en términos de distancia y tiempo, lo que supondría un ahorro significativo de combustible y por tanto de dinero empleado en la misión. Como ejemplo práctico de aplicación de este algoritmo, podemos considerar misiones de rescate, misiones de exploración, misiones de agricultura o misiones militares.

Es un problema común en el ciclo de Hamilton [23] y es catalogado como un problema de complejidad NP completo, es decir, el número de posibles soluciones crece exponencialmente con el número de nodos del grafo (waypoints) y rápidamente sobrepasa las capacidades de cálculo de los ordenadores más potentes. No existen soluciones exactas, sin embargo, existen Heurísticos que se aproximan bastante a la solución óptima. El único método que nos da la solución exacta es el denominado de fuerza bruta, que estudia todos los caminos posibles y se queda con el de menor recorrido. Evidentemente, este método no es factible computacionalmente, ya que, cuando el número de puntos es considerable, no existe computadora capaz de estudiar todos los caminos posibles. Por otro lado, existen aproximaciones como la del vecino más cercano, que estudia en cada waypoint el punto más cercano. Sin embargo, el mínimo local no garantiza el mínimo global, por lo que esta solución no converge al óptimo.

El método que hemos empleado en este capítulo para obtener una solución aproximada es un método de programación lineal con la restricción de que la aeronave visite todos los waypoints en una única ocasión. Además, partimos de la suposición de que el problema es simétrico, es decir, que la distancia recorrida para ir de un nodo  $i$  a un nodo  $j$  es exactamente la misma que la recorrida para ir de un nodo  $j$  a un nodo  $i$ . El TSP presenta una gran facilidad para formularse, pero a medida que crece el número de ciudades, el tiempo para obtener una solución óptima crece más. La formulación del problema es la siguiente:

$$X_{ij} \begin{cases} 1, & \text{si se visita el waypoint } j \text{ después de visitar el } i \\ 0, & \text{si no se visita el waypoint } j \text{ después de visitar el } i \end{cases}$$

$d_{ij}$  = Distancia entre el waypoint  $i$  y el waypoint  $j$

Se requiere que:

$$\text{mín } J = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} X_{ij}$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n X_{ij} = 1$$

Para garantizar que se sale del waypoint solamente una vez, de manera que durante el recorrido no se recorran áreas ya visitadas.

Sin embargo, estas restricciones no bastan para garantizar que se está optimizando un único recorrido [23]. Esto es, porque permiten la existencia de subrecorridos: Por ejemplo, en el caso de seis waypoints, varios subrecorridos pueden cumplir la formulación anterior, sin embargo, no garantizamos que exista una única línea que recorra todos. Una estrategia para solucionar este problema es resolverlo permitiendo la existencia de subrecorridos, y volver a realizar una segunda iteración imponiendo la restricción de que al menos un waypoint de un subrecorrido esté conectado con otro de otro subconjunto. La formulación matemática de dicha restricción sería la siguiente:

$$\sum_{(i,j) | \forall i \in \text{conj1} \ \&\& \ i \in \text{conj2}}^n X_{ij} = 1$$

Una vez explicado el algoritmo empleado para diseñar un plan de vuelo, vamos a programarlo. De esta forma, a partir de un mapa de un terreno determinado, vamos a fijar una serie de waypoints y vamos a analizar la solución dada por el algoritmo explicado anteriormente. Este mapa corresponde con los arrozales de la parte sur de Sevilla y los waypoints pueden corresponderse con áreas que tiene que visitar para verificar que el riego se realiza de forma correcta. El mapa del terreno con los waypoints fijados se puede observar en la siguiente figura:

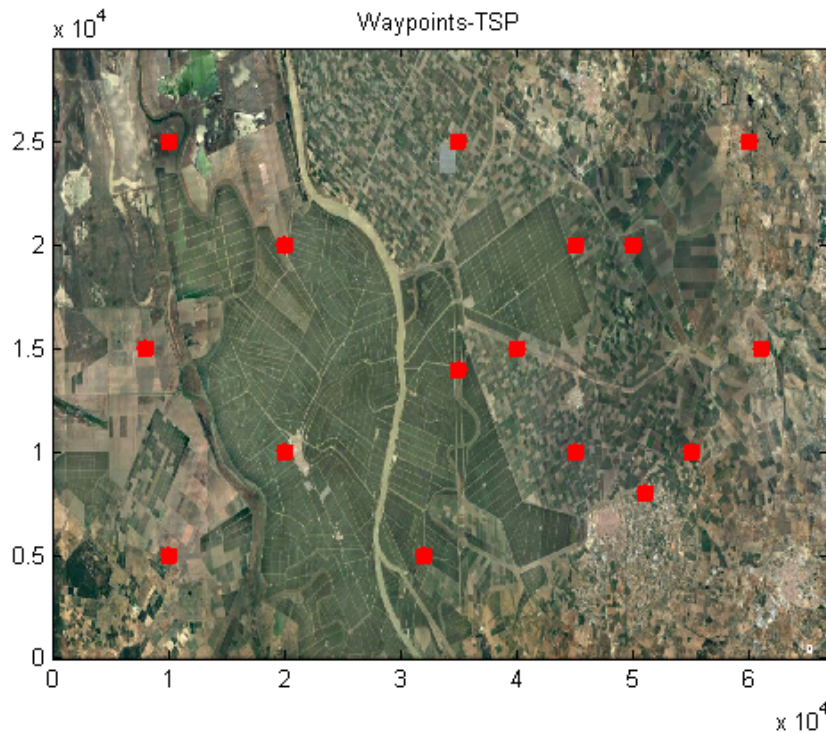


Figura 45. Waypoints fijados para aplicar el algoritmo que resuelve el TSP.

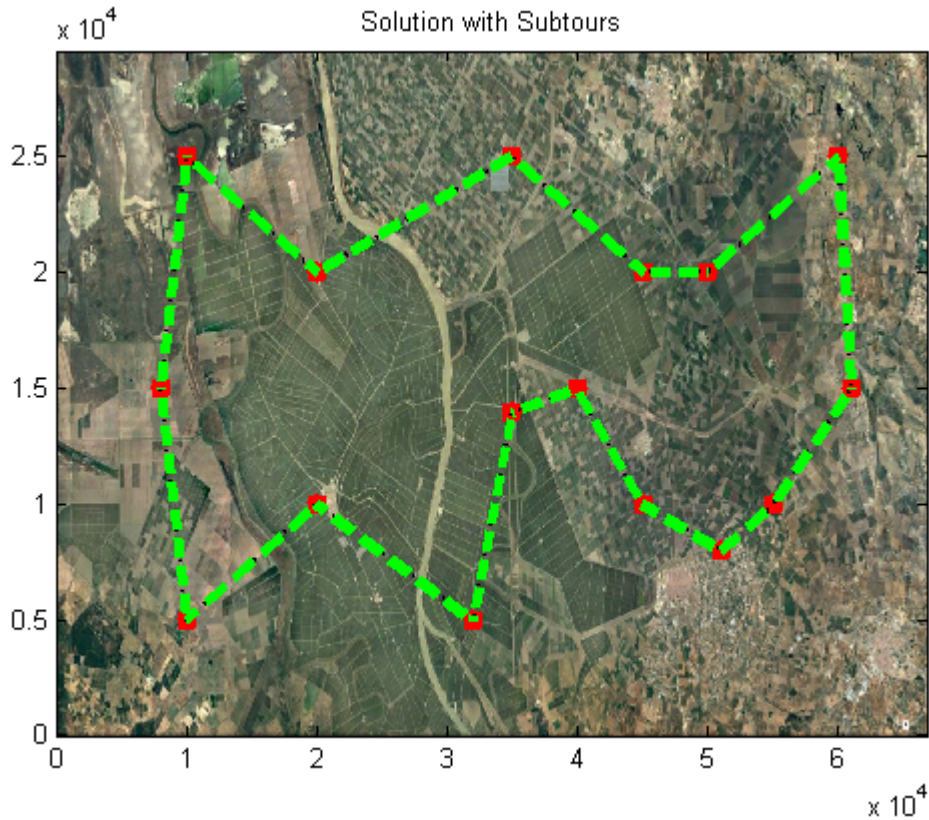
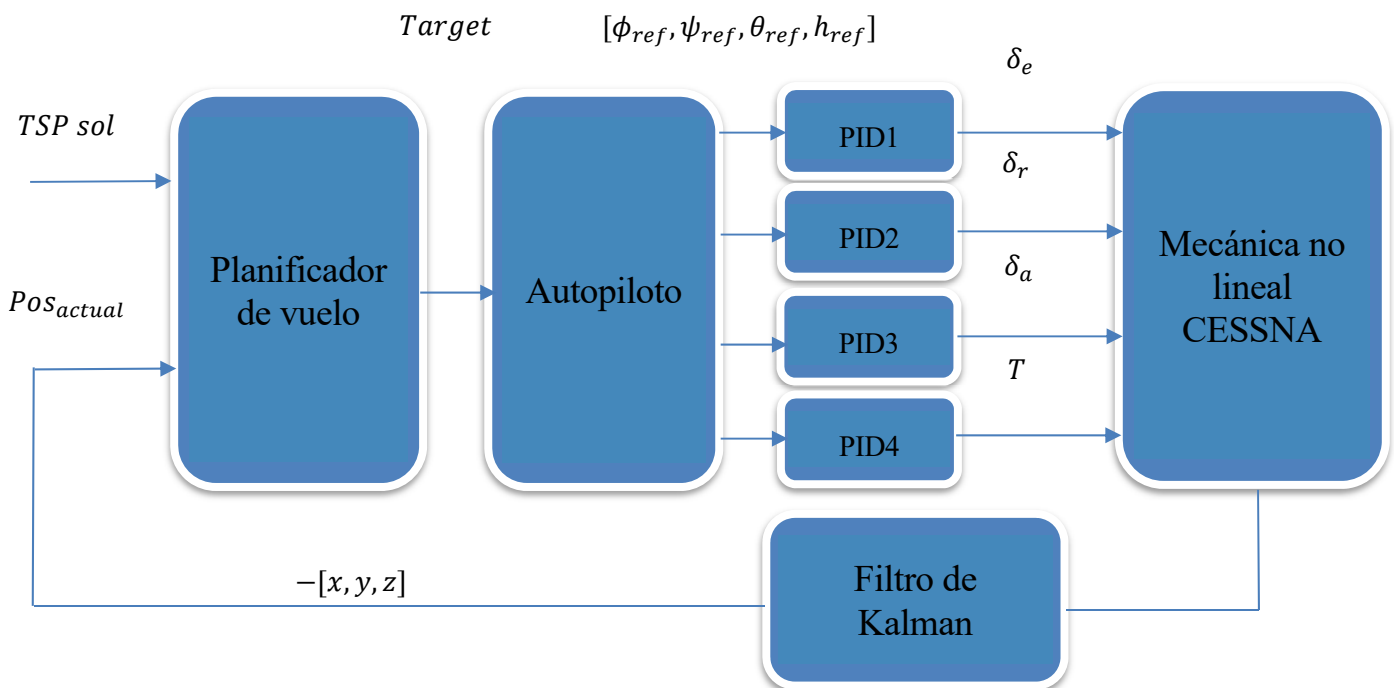


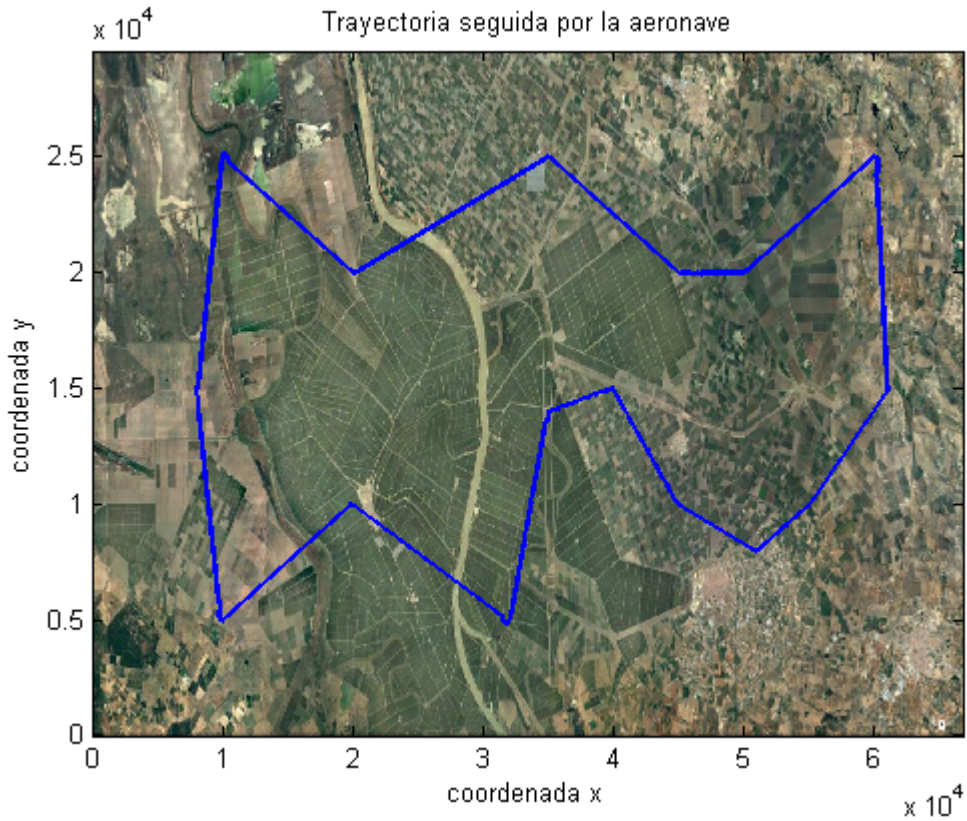
Figura 46. Recorrido óptimo resultado de resolver el TSP.

Podemos observar que el algoritmo ha convergido al recorrido óptimo. De esta forma, una vez que hemos implementado y diseñado el plan de vuelo, introducimos un bloque llamado “pathplanner” el cual, partiendo de un plan de vuelo determinado, se comunica con el autopiloto diseñado en el capítulo anterior para que recorra el camino resultado de la aproximación al TSP, y genere una señal para cambiar de waypoint objetivo cuando la aeronave se encuentra en un área de radio menor a 60m de éste. En el siguiente esquema podemos observar el sistema de control y guiado completo que hemos implementado, con los bloques de control, EKF, mecánica de la CESSNA-172 y planificador de vuelo.

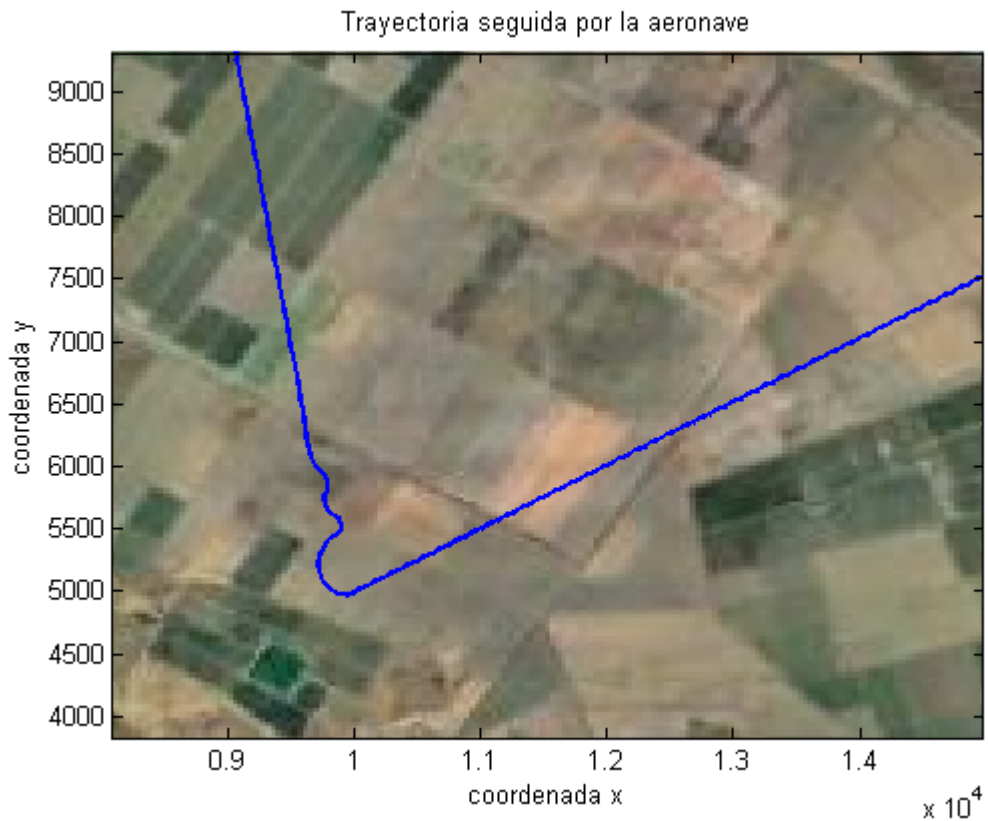




En la siguiente figura podemos observar la trayectoria realizada por el piloto automático de la aeronave tras simular el plan de vuelo explicado anteriormente.:



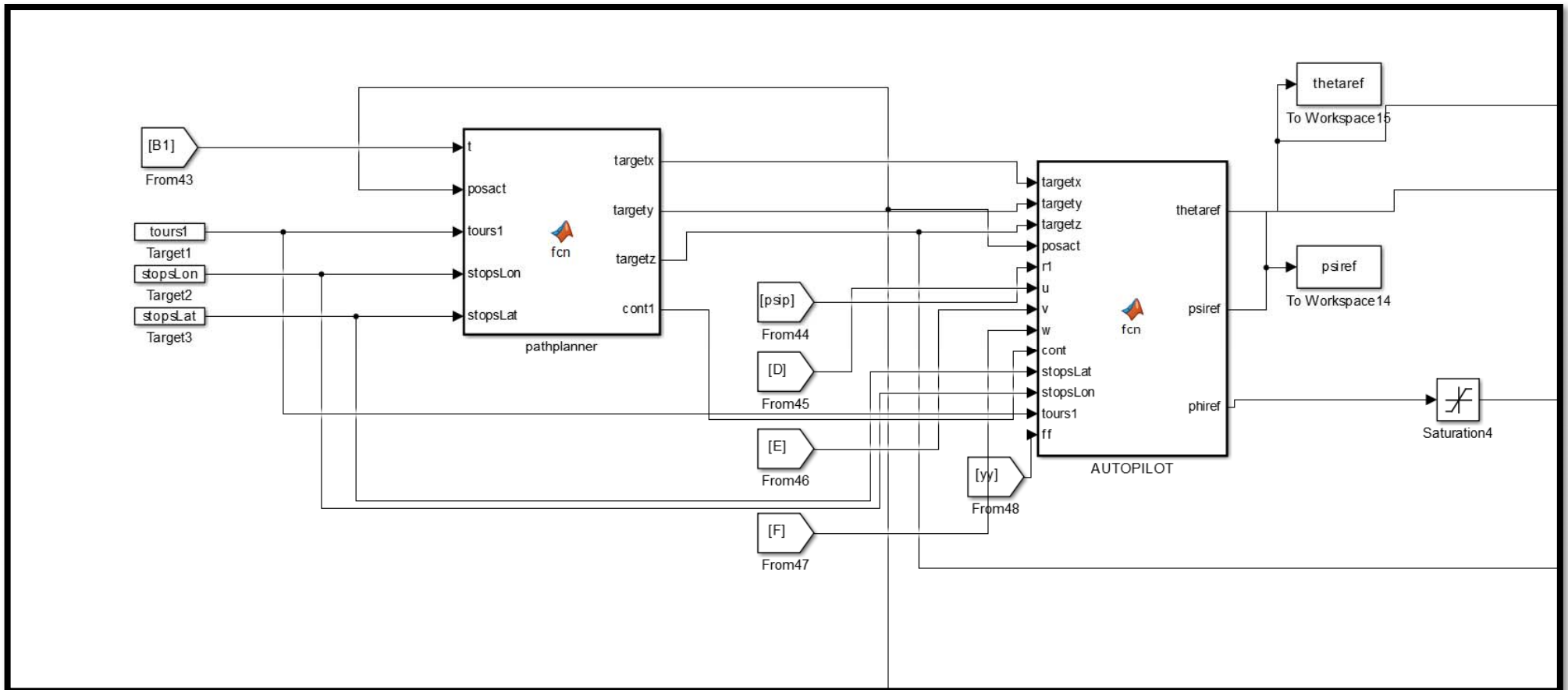
**Figura 47.** Plan de vuelo realizado por el piloto automático de la aeronave.



**Figura 48.** Detalle de giro realizado por el piloto automático de la aeronave.



Podemos observar que el autopiloto diseñado para el CESSNA-172, al llegar al waypoint fijado en el plan de vuelo, recibe la señal del planificador de vuelo implementado para apuntar hacia al siguiente waypoint, de esta forma, el autopiloto genera las señales de referencia adecuadas para que los controladores regulen las superficies de control de la aeronave y la orienten de forma correcta. En la siguiente figura podemos ver el modelo completo con el path planner.



## 9. IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO DE GUIADO BASADO EN CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL (NLMPC)

**E**n este capítulo, vamos a diseñar un algoritmo de guiado basado en control predictivo no lineal para seguimiento de waypoints. Vamos a usar las mismas funcionalidades implementadas en capítulos anteriores, por ejemplo, el bloque planificador de vuelo, o el observador, con la única diferencia de que en vez de diseñar controladores basados en técnicas de control PID, se han usado técnicas de control predictivo no lineal. De esta forma, vamos a simular el mismo escenario que el capítulo anterior, para poder comparar las dos técnicas de control.

El modelo de control predictivo (MPC) [24] es un método basado en técnicas de control óptimo para controlar las diferentes entradas del sistema minimizando el error y el esfuerzo de control predicho en un horizonte temporal determinado. La función objetivo se define en términos de variables de sistema actuales y predichas. Las variables predichas se obtienen propagando en el tiempo las variables actuales mediante un modelo matemático determinado. El MPC es normalmente aplicado en control de procesos multivariable.

Por otro lado, MPC, que una técnica muy popular en la industria actual emplea modelos lineales en sus algoritmos. Para procesos altamente no lineales, así como procesos que contengan dinámicas complejas de describir, el MPC lineal podría no proporcionar un rendimiento aceptable. El Modelo no lineal de control predictivo (NLMPC) se puede definir como un algoritmo MPC [27], que emplea modelos no lineales del proceso. El NLMPC se puede aplicar a procesos descritos por un gran número de ecuaciones que describen dinámicas altamente no lineales.

En este capítulo, vamos a formular el algoritmo de NLMPC [25] con el objetivo de que la aeronave realice de forma óptima un plan de vuelo determinado, minimizando el error de posición y el esfuerzo de control. Para ello, vamos a propagar las ecuaciones de la mecánica de la aeronave no lineal, que depende de las variables de entrada en cada instante de tiempo, para resolver un problema de optimización con restricciones. Impondremos restricciones a los valores de deflexión de las superficies de control con el objetivo de evitar elevadas cargas estructurales en la aeronave. El control debe ser suave.

Sabiendo que las variables de estado empleadas en el modelo son las siguientes:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ h \end{bmatrix}$$

Y que las variables que vamos a controlar mediante NLMPC son:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

La formulación del problema se reduce a:

$$\min J = \sum_{k=t_{act}}^{t_{act}+T_m} x(k)x(k)^T + u(k)u(k)^T$$

Sujeto a:

$$-0.35 \text{ rad} < \delta_e < 0.35 \text{ rad}$$

$$-0.35 \text{ rad} < \delta_a < 0.35 \text{ rad}$$

$$-0.35 \text{ rad} < \delta_r < 0.35 \text{ rad}$$

En el modelo que se ha implementado, se ha usado la función *fmincon* de MATLAB [26], que resuelve un problema de optimización no lineal con restricciones. Para ello, se van a propagar las variables de estado anteriormente mencionadas en un rango de tiempo de valor  $T_m$ , y se va a resolver el problema de optimización cuyo resultado es un vector que contiene todas las variables de entrada optimizadas en todos los instantes de tiempos estudiados. De esta forma, para el instante actual, la acción de control que nos interesa son las tres primeras componentes del vector resultado.

Las siguientes ecuaciones son las ecuaciones que hemos usado para propagar las diferentes variables en el tiempo:

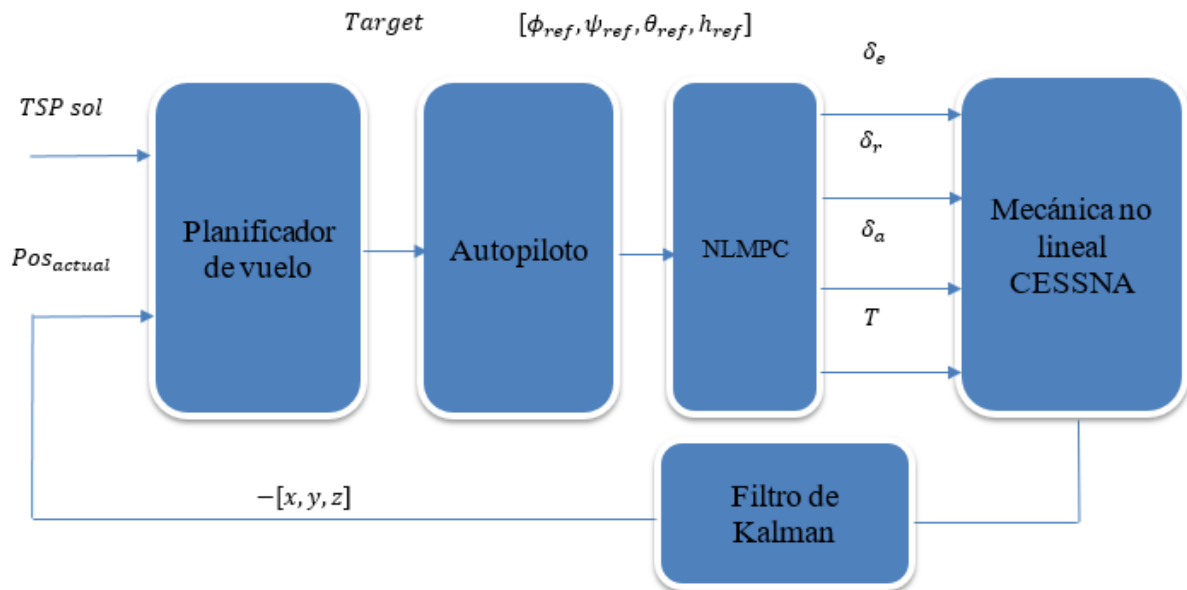
```

u1=uant+((1/m)*Fx)-qant*vant+rant*vant)*dt;
v2=vant+((1/m)*Fy)-rant*uant+pant*vant)*dt;
w2=want+((1/m)*Fz)-pant*vant+qant*uant)*dt;
r2=rant+((1/(Iz-(Ixz^2/Ix)))*(N-pant*qant*(Iy-Ix)+qant*rant*Ixz-(Ixz/Ix)*(L-
qant*rant*(Iz-Iy)-pant*qant*Ixz)))*dt;
p2=pant+((1/Ix)*(L-Ixz*r2-qant*rant*(Iz-Iy)-pant*qant*Ixz))*dt;
q2=qant+((1/Iy)*(M-rant*pant*(Ix-Iz)-((rant^2)-(pant^2))*Ixz))*dt;
phi2=phiant+(pant+(qant*sb+rant*cb)*ta)*dt;
theta2=thetant+(qant*cb-rant*sb)*dt;
psi2=psiant+((qant*sb+rant*cb)*sea)*dt;
h2=hant-(-sa*uant+sb*ca*vant+cb*ca*want)*dt;
x2=xant+((ca*cc)*uant+(-cb*sc+sb*sa*cc)*vant+(sb*sc+cb*sa*cc)*want)*dt;
y2=yant+((ca*sc)*uant+(cb*cc+sb*sa*sc)*vant+(-sb*cc+cb*sa*sc)*want)*dt;

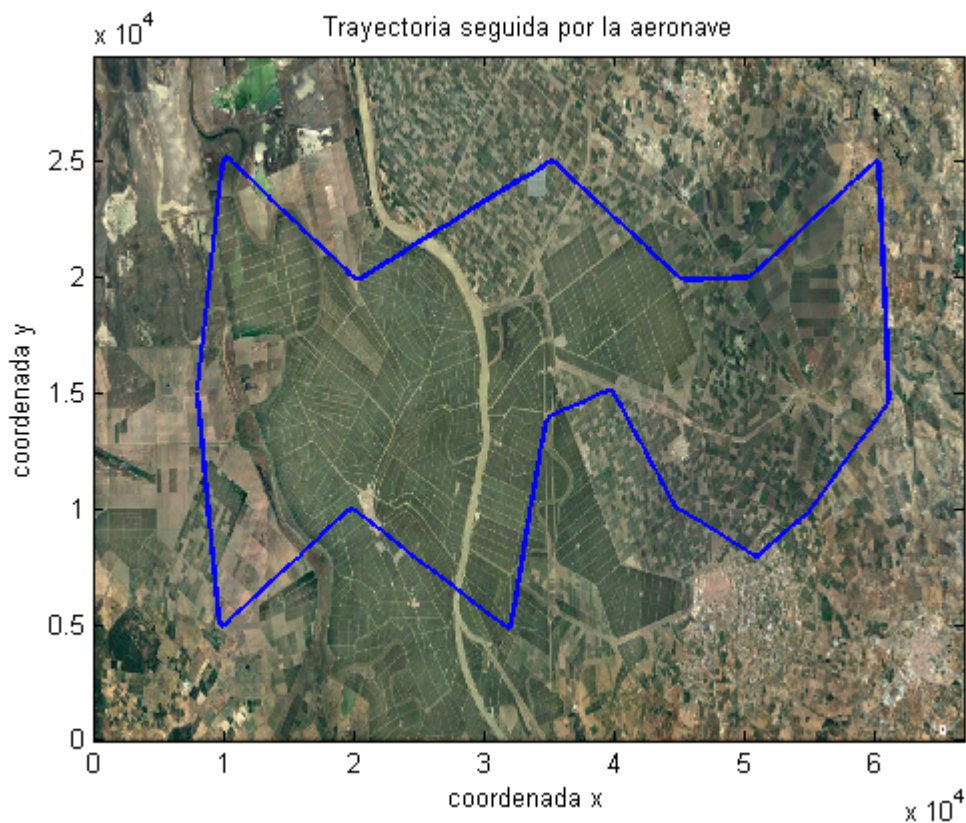
```

Las variables señaladas en rojo son las que hemos usado para la función objetivo, mientras que las variables de control están dentro de las derivadas de estabilidad.

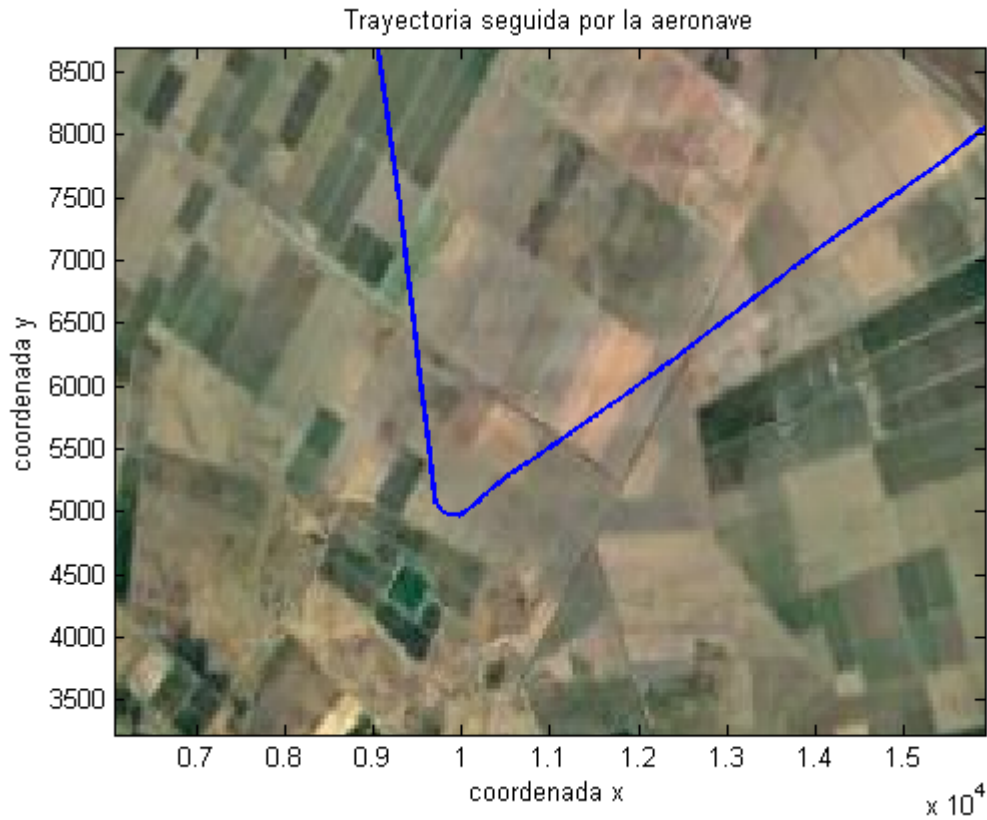
En la siguiente figura podemos observar un esquema del modelo usado en este capítulo



Vamos a simular el escenario 1 del capítulo 8 con el objetivo de comparar y estudiar las diferencias entre las dos técnicas de control empleadas. De esta forma, la trayectoria realizada por la aeronave usando la técnica de control predictivo no lineal es la siguiente:

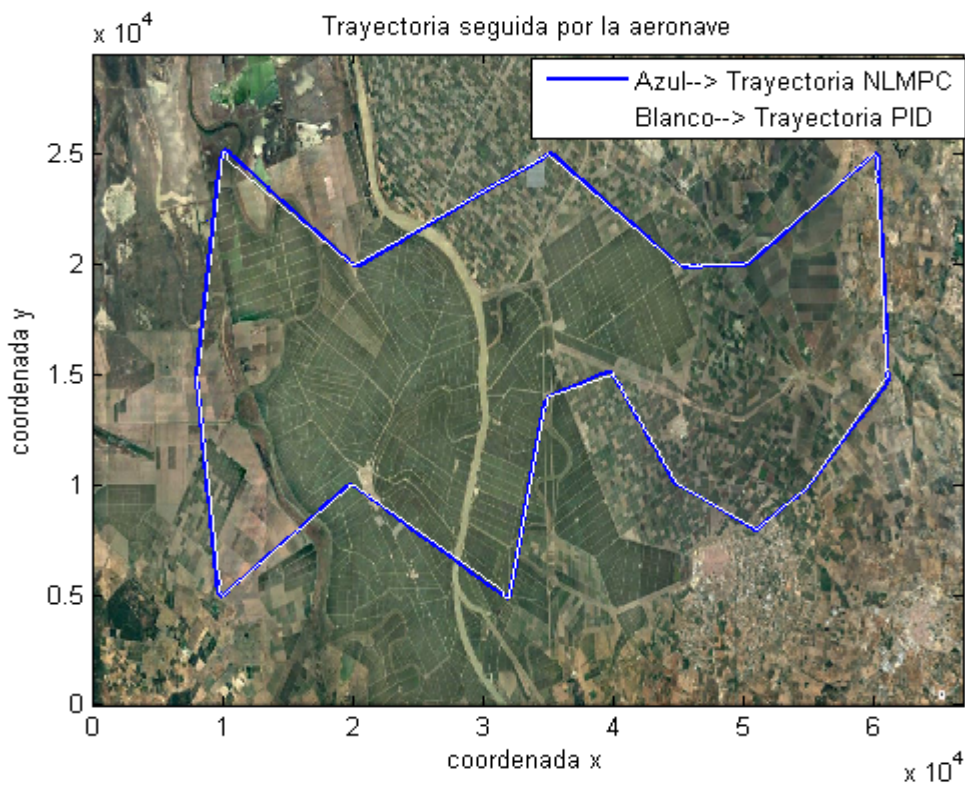


**Figura 49.** Trayectoria realizada por la aeronave usando la técnica de NLMPC.

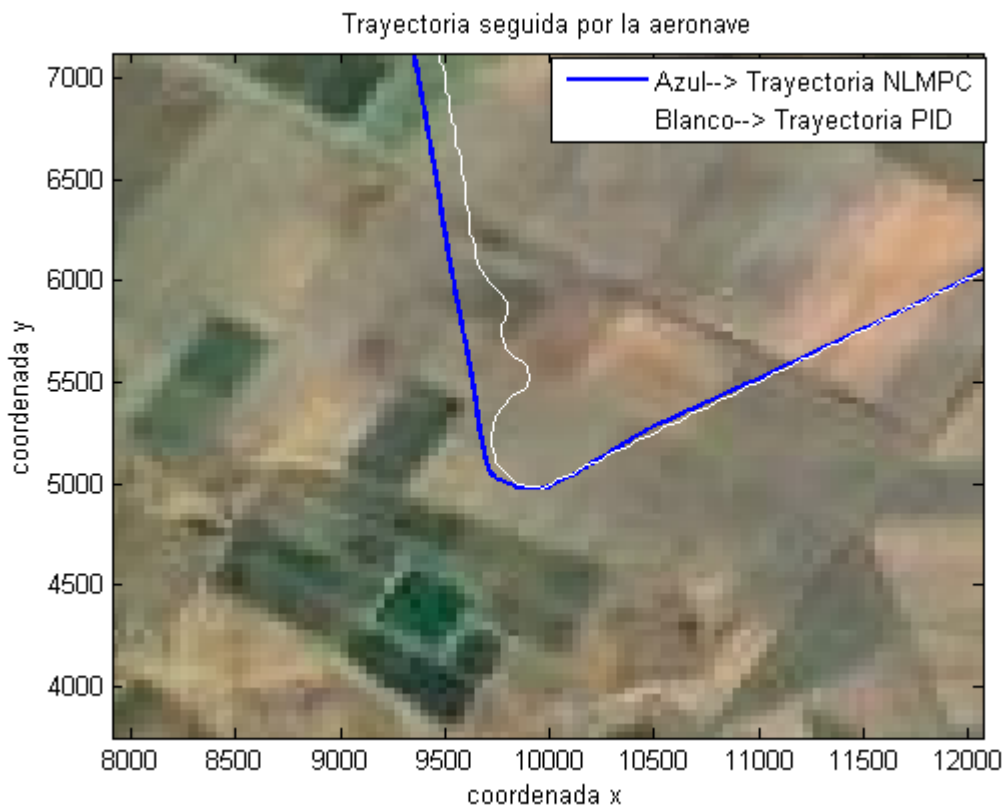


**Figura 50.** Detalle de giro realizado por la aeronave usando la técnica de NLMPC

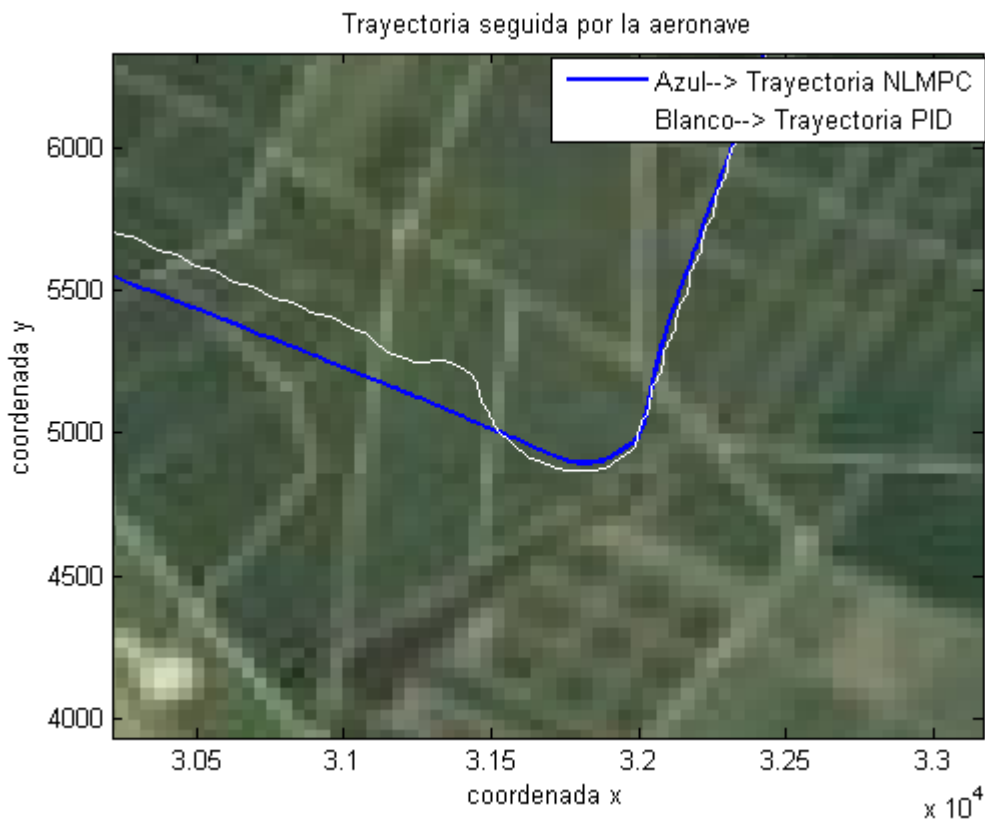
En la siguiente figura, vamos a comparar la trayectoria realizada por la aeronave con la técnica de control PID y con la técnica de control predictivo no lineal. En azul representamos la trayectoria NLMPC y en blanco más fino la trayectoria con PID



**Figura 51.** Comparación técnicas NLMPC y PID



**Figura 52.** Comparaciones técnicas NLMPC y PID detalle 1



**Figura 53.** Comparaciones técnicas NLMPC y PID detalle 3

Podemos observar de forma muy clara que la trayectoria seguida con la técnica de NLMPC es mucho más suave ya que, estamos minimizando el esfuerzo de control, además la aeronave sufre menos esfuerzos estructurales y realiza un recorrido mucho más eficiente en términos de mandos de vuelo y eficiencia aerodinámica, así como ahorro de combustible.



## 10. CONCLUSIONES Y DESARROLLO FUTURO

El objetivo de este proyecto era desarrollar leyes de control de vuelo y plan óptimo de vuelo para un avión CESSNA-172. Se ha elegido esta aeronave debido a su versatilidad y a su madurez, ya que, hoy en día, las grandes compañías aeronáuticas están utilizando aviones relativamente antiguos como el C-295 para renovar todos sus sistemas electrónicos y sus sistemas de control de vuelo y hacerlos mucho más autónomos y versátiles. Esto se explica debido a que desde la segunda guerra mundial con el desarrollo del Spitfire, la configuración estructural de las aeronaves se ha mantenido prácticamente constante, sin embargo, el avión y los sistemas automáticos de control de vuelo han crecido exponencialmente.

Partiendo de las premisas anteriormente mencionadas, se ha elaborado un modelo aerodinámico de esta aeronave con los métodos de DATCOM, que es un software desarrollado por la NASA que nos permite aproximar las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre un avión determinado a partir de su geometría y de las condiciones de vuelo nominales. A partir del modelo de fuerzas, hemos desarrollado las ecuaciones de la mecánica de la aeronave y diseñado un modelo en SIMULINK con entradas: palanca de gases, timón de dirección, timón de profundidad y alerones.

Una vez que se ha estudiado la mecánica de vuelo del CESSNA-172, se ha desarrollado un sistema de “trimming” y control de actitud mediante regulación PID con los que controlamos altitud y velocidad en el primer modelo y ángulos de Euler y altitud en el segundo modelo. El control de los ángulos de Euler nos permite orientar la aeronave de forma que pueda alcanzar un punto determinado del espacio de forma autónoma. Estos controladores nos van a permitir diseñar un piloto automático en el siguiente capítulo del proyecto.

A partir del control de actitud diseñado, hemos implementado un autopiloto basado en el apuntamiento de vector velocidad de la aeronave a un target determinado. Esto nos permite orientar la aeronave hacia un waypoint fijo y poder realizar un plan de vuelo de forma autónoma. Se ha implementado un modelo en SIMULINK, y se han simulado varios escenarios.

El siguiente paso realizado en dicho modelo es la introducción de sensores, que nos aportan ciertas medidas cada cierto instante de tiempo y que, con la implementación de un filtro de Kalman extendido, ya que el modelo es altamente no lineal, nos permite usar las medidas de los diferentes sensores para estimar la variable real que queremos calcular. Esta estimación podemos observar que sigue a la variable real, por lo que se ha desarrollado un EKF bien ajustado.

Una vez que se ha desarrollado un modelo completo de guiado de esta aeronave, se ha implementado un algoritmo que nos permite planificar una trayectoria de forma óptima. Este algoritmo se basa en una aproximación al problema del agente viajero y consiste en calcular un recorrido óptimo a partir de una cierta cantidad de waypoints fijos que visite toda una sola vez minimizando el tiempo y la distancia recorrida. Este problema tiene infinitas soluciones y se ha aproximado mediante la resolución de un problema de programación lineal con restricciones. Este problema es muy usado en la planificación logística y puede ser extrapolado al envío de mercancías con drones, exploración de terrenos, patrulla marítima y misiones militares. Y nos permite un ahorro significativo de combustible y de tiempo empleado en realizar el plan de vuelo. Después del diseño del plan de vuelo, se ha implementado un planificador en la aeronave que se basa en lanzar una señal de cambio de waypoint objetivo cuando la aeronave se encuentra lo suficiente cerca del waypoint anterior.

Finalmente, se ha usado una técnica de control predictivo no lineal que minimiza una función objetivo que es la suma del error de posición y del esfuerzo de control en un horizonte de tiempo determinado, Una vez que se ha implementado esta técnica de control, se compara en un mismo escenario con los resultados obtenidos con la técnica de regulación PID, y podemos observar claramente la penalización del esfuerzo de control con esta última técnica.

Como línea futura del proyecto está dividir el modelo no lineal en tramos lineales y tramos no lineales, ya que, en términos computacionales, la implementación de un NLMPC se hace muy dura y no es factible, por lo que, una posible solución sería la anteriormente comentada. Por otro lado, sería interesante empezar a usar medios electrónicos como ARDUINO para empezar a implementar prototipos muy sencillos y probar las leyes de control y guiado explicadas en este proyecto. En la siguiente figura podemos observar un avión de extinción de incendios, que podría ser candidato a usar el algoritmo de exploración explicado anteriormente.



**Figura 54.** Avión de extinción de incendios.

## REFERENCIAS

---

- [1]. Blake, W. B., "Missile DATCOM: User's Manual – 1997 FORTRAN 90 Version," Air Force Research Laboratories. Document AFRL-VA-WP-TR-1998-3009, Feb. 1998.
- [2]. Anderson, J. D. 1999 Aircraft Performance and Design. McGraw-Hill.
- [3]. Dittrich, J. S. Design and Integration of an Unmanned Aerial Vehicle Navigation System. Master's thesis, School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, May 2002.
- [4]. Krstic, M., Kanellakopoulos, I., & Kokotovic, P. V. (1995). Nonlinear and adaptive control design (Vol. 222). New York: Wiley.
- [5]. Anderson, B. D., Fidan, B., Yu, C., & Walle, D. (2008). UAV formation control: Theory and application. In Recent advances in learning and control (pp. 15-33). Springer, London.
- [6]. Jung, D., & Tsiotras, P. (2007). Inertial attitude and position reference system development for a small UAV. In AIAA Infotech@ Aerospace 2007 Conference and Exhibit (p. 2763).
- [7]. Fujii, K. (2013). Extended kalman filter. Reference Manual.
- [8]. Haque, A. U., Asrar, W., Omar, A. A., Sulaeman, E., & Ali, M. J. (2016). Preliminary aerodynamic and static stability analysis for hybrid buoyant aerial vehicles at low speeds using digital DATCOM. Canadian Aeronautics and Space Journal, 61(3), 51-60.
- [9]. Murrieta Mendoza, A., Demange, S., George, F., & Botez, R. M. (2015, February). Performance Database Creation Using a Flight D Simulator for Cessna Citation X Aircraft in Cruise Regime. In The 34th IASTED International Conference on Modelling, Identification, and Control (MIC2015) (pp. 2015-826).

- [10]. Gavilan, F., Vazquez, R., & Camacho, E. F. (2015). An iterative model predictive control algorithm for UAV guidance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(3), 2406-2419.
- [11]. Mueller, T. J., & DeLaurier, J. D. (2003). Aerodynamics of small vehicles. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35(1), 89-111.
- [12]. Phillips, W. F. (2004). *Mechanics of flight*. John Wiley & Sons.
- [13]. Åström, K. J., & Hägglund, T. (2006). Advanced PID control. In the *Instrumentation, Systems, and Automation Society*.
- [14]. Rosolia, U., Braghin, F., Alleyne, A., & Sabbioni, E. (2015). Nlmpc for real time path following and collision avoidance. *SAE International Journal of Passenger Cars-Electronic and Electrical Systems*, 8(2015-01-0313), 401-405.
- [15]. Von Gersdorff, Michael. "Method and apparatus for trimming and stabilizing an aircraft." U.S. Patent No. 4,758,958. 19 Jul. 1988.
- [16]. Bolandi, H., Rezaei, M., Mohsenipour, R., Nemati, H., & Smailzadeh, S. M. (2013). Attitude control of a quadrotor with optimized PID controller. *Intelligent Control and Automation*, 4(03), 335.
- [17]. Chao, H., Cao, Y., & Chen, Y. (2010). Autopilots for small unmanned aerial vehicles: a survey. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 8(1), 36-44.
- [18]. Beard, R. W., & McLain, T. W. (2012). *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press.
- [19]. Gavrillets, V., Shterenberg, A., Dahleh, M. A., & Feron, E. (2000). Avionics system for a small unmanned helicopter performing aggressive maneuvers. In *Digital Avionics Systems Conference, 2000. Proceedings. DASC. The 19th (Vol. 1, pp. 1E2-1)*. IEEE.

- [20]. Julier, S. J., & Uhlmann, J. K. (1997, July). New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In *Signal processing, sensor fusion, and target recognition VI* (Vol. 3068, pp. 182-194). International Society for Optics and Photonics.
- [21]. Rafael Vázquez Valenzuela. (2015). *Apuntes de dinámica de vehículos espaciales*. ETSI US.
- [22]. Hoffman, K. L., Padberg, M., & Rinaldi, G. (2013). Traveling salesman problem. In *Encyclopedia of operations research and management science* (pp. 1573-1578). Springer US.
- [23]. Lin, S., & Kernighan, B. W. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations research*, 21(2), 498-516.
- [24]. Sánchez, G., Murillo, M. H., & Giovanini, L. L. CONTROL PREDICTIVO NO LINEAL APLICADO A UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO TIPO CUADRICOPTERO.
- [25]. Sandoval-Torres, R., Adam-Medina, M., Cervantes, I., & Diaz-Diaz, I. A. (2012, October). A switched control for UAVs. In *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society* (pp. 5578-5583). IEEE.
- [26]. Fernandez-Camacho, E., & Bordons-Alba, C. (1995). *Model predictive control in the process industry*. Springer London.
- [27]. Frejo, J. R. D., & Camacho, E. F. (2012). Global versus local MPC algorithms in freeway traffic control with ramp metering and variable speed limits. *IEEE Transactions on intelligent transportation systems*, 13(4), 1556-1565.

