

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Análisis de sensibilidad de trayectorias óptimas de avión en espacios aéreos estructurados.

Autor: Iris David Du Mutel
de Pierrepont Franzetti

Tutor: Antonio Franco Espín

**Dpto. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica
de Fluidos**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2018



Trabajo de Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Análisis de sensibilidad de trayectorias óptimas de avión en espacios aéreos estructurados.

Autor:

Iris David Du Mutel de Pierrepont Franzetti

Tutor:

Antonio Franco Espín

Profesor titular

Dpto. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2018

Trabajo de Fin de Grado: Análisis de sensibilidad de trayectorias óptimas de avión en espacios aéreos estructurados.

Autor: Iris David Du Mutel de Pierrepont
Franzetti

Tutor: Antonio Franco Espín

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2018

El Secretario del Tribunal

Agradecimientos.

Me gustaría agradecer todo el apoyo recibido durante todos estos años a mi familia. Sin sus constantes palabras de ánimo y apoyo no habría sido posible llegar hasta el final. Especialmente a mi madre, que siempre ha creído en mí y me ha defendido.

A mis amigos por ayudarme siempre que lo he necesitado y acompañarme en estos años de duro trabajo y esfuerzo. Sobre todo a Fran, por su incansable dedicación y apoyo hacia todos nosotros. Sin él no sé cómo lo haríamos hecho.

A Jesús por ser mi ejemplo a seguir y por sus inagotables palabras de ánimo siempre que he estado agobiada o no me he visto capaz de afrontar la situación.

Por último, a mis profesores por facilitar mi aprendizaje con su esfuerzo durante todos estos años y por brindarme la oportunidad de continuar mi camino hacia el futuro que yo elija. Debo agradecer a Antonio Franco Espín, mi tutor, su paciencia en todas las tutorías y también por su atención, sin la cual no habría podido elaborar este documento.

Iris David Du Mutel de Pierrepont Franzetti

Sevilla, 2018

RESUMEN

Este trabajo se centra en la optimización de rutas aéreas en función de diferentes funciones objetivo, como son la distancia, el tiempo de vuelo y el consumo de combustible. Los valores de estas funciones variarán con la posición de la aeronave puesto que se emplearán matrices de predicción de vientos y de temperaturas.

En este análisis se considera un vuelo de crucero compuesto por varios segmentos a Mach y altitud presión constante. En cada segmento se obtendrán las componentes longitudinal y transversal del viento, las cuales no serán constantes durante el recorrido total del mismo. Irán variando a lo largo de la trayectoria según los valores contenidos en las matrices de predicción, los cuales se emplearán en la interpolación y se obtendrá un valor único para cada paso de integración del segmento a estudiar. De esta forma, se obtendrán diferentes rutas óptimas en función de la variable a optimizar y en función del algoritmo empleado para la resolución del problema.

El objetivo de este trabajo es exponer las rutas óptimas entre dos puntos, las cuales no tienen por qué coincidir en todos los casos. Dependerá fundamentalmente de lo que se desee optimizar, pudiendo coincidir en algunos casos. Para ello se van a comparar los resultados obtenidos del análisis de la ruta entre Filadelfia y Barcelona en ambos sentidos y se razonarán las posibles causas de las diferencias encontradas.

ABSTRACT

This project is focused on the optimization of routes depending on the flight variables such as distance, flight time or fuel consumption. The value of each variable may change during the flight due to the usage of forecasting matrices containing values of wind speeds and temperatures, which depend on the position of the aircraft within a known airspace fragment.

On this analysis, a multi-segment cruise, at constant Mach number and pressure, is considered. Within each segment, wind is composed by an along-track wind component and a crosswind component as well. None of them will be constant at any point of the route and both of them will be changing throughout the flight relying on the forecasting matrices. Depending on the position of the aircraft and the values of the parameters from the matrices around those coordinates, the punctual values of wind and temperature will be calculated using an interpolation method and used to solve the chosen problem. To sum up, different optimum routes will be obtained depending on the variable and algorithm chosen to solve the problem.

The objective of this project is to expose or identify the best routes between two sets of coordinates, depending on the variable of interest. These routes don't need to be identical to each other but it may occur sometimes. The coincidence may be caused by the route chosen or the values of the variables at a certain point of the map.

The route chosen for this project is the one that connects Philadelphia and Barcelona, on both ways. The different paths obtained will be shown and compared to each other, in order to discuss the differences between them.

ÍNDICE GENERAL

Resumen	III
Abstract	V
Índice general	6
Índice de figuras.....	7
Índice de tablas.....	8
1 .Introducción.	1
1.1.- <i>Motivación.</i>	1
1.2.- <i>Objetivos y alcance del trabajo.</i>	1
1.3.- <i>Estructura del trabajo.</i>	1
2 .Formulación del problema.	3
2.1.- <i>Ecuaciones generales e hipótesis.</i>	3
2.1.1.- <i>Rutas loxodrómicas. Ecuaciones y consideraciones.</i>	7
2.1.2.- <i>Información meteorológica.</i>	8
2.1.3.- <i>Modelos empleados.</i>	11
2.2.- <i>Rutas óptimas y definición del espacio aéreo.</i>	13
2.3.- <i>Algoritmos de búsqueda en grafos.</i>	16
2.3.1.- <i>Algoritmo de Dijkstra.</i>	16
2.3.2.- <i>Algoritmo de búsqueda A*.</i>	17
3 .Resolución del problema.....	19
4 .Resultados.	21
4.1.- <i>Ruta de mínima distancia.</i>	21
4.2.- <i>Ruta de mínimo tiempo de vuelo.</i>	23
4.3.- <i>Ruta de mínimo consumo de combustible.</i>	28
5 .Conclusiones y líneas de mejora	31
Bibliografía	33

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 2-1 Triángulo de velocidades.	5
Figura 2-2 Puntos del espacio aéreo donde existe información meteorológica.	9
Figura 2-3 Posición genérica de una aeronave entre cuatro puntos que contienen información meteorológica.	10
Figura 2-4 Puntos de paso existentes dentro de los límites del espacio aéreo.	¡Error! Marcad
Figura 2-5 Puntos de paso permitidos dentro de la elipse virtual.	14
Figura 2-6 Conexiones posibles para un nodo genérico del interior de la zona permitida.	14
Figura 2-7 Conexiones del nodo origen o destino al resto de nodos de la malla.	15
Figura 2-8 Ejemplo de grafo ponderado.	17
Figura 2-9 Ejemplo de grafo ponderado aplicable al algoritmo A*.	18
Figura 4-1 Ruta de menor distancia según el algoritmo de Dijkstra (línea amarilla) y el A* (línea verde).	22
Figura 4-2 Ruta de menor tiempo de vuelo según los algoritmos de Dijkstra (línea turquesa) y A* (línea marrón) con temperatura constante (de Filadelfia a Barcelona).	24
Figura 4-3 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra (línea azul) y el A* (línea amarilla) con temperatura variable (de Filadelfia a Barcelona).	24
Figura 4-4 Ruta de menor tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona con temperatura constante (línea roja) y con temperatura variable (línea blanca).	25
Figura 4-5 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra y A* con temperatura constante (de Barcelona a Filadelfia).	26
Figura 4-6 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra y A* con temperatura variable (de Barcelona a Filadelfia).	26
Figura 4-7 Ruta de menor tiempo de vuelo de Barcelona a Filadelfia con temperatura constante (línea roja) y con temperatura variable (línea blanca).	27
Figura 4-8 Rutas de mínimo tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona (línea verde) y de Barcelona a Filadelfia (línea amarilla) con una distribución de temperaturas variable.	27
Figura 4-9 Superposición de rutas de mínimo consumo de combustible (de Filadelfia a Barcelona) con temperatura constante (línea turquesa) y con temperatura variable (línea magenta).	28
Figura 4-10 Superposición de rutas de mínimo consumo de combustible (de Barcelona a Filadelfia) con temperatura constante (línea turquesa) y con temperatura variable (línea magenta).	29
Figura 4-11 Ruta de mínimo consumo de combustible de Filadelfia a Barcelona (línea rosa) y de Barcelona a Filadelfia (línea azul) con una distribución de temperaturas variable.	30

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1 – Límites geográficos del espacio cubierto por las matrices de predicción meteorológica.	4
Tabla 2 – Valores de las constantes del modelo ISA y el modelo de avión.	13
Tabla 3 - Parámetros de la ruta de mínima distancia de Filadelfia hacia Barcelona.	22
Tabla 4 - Parámetros de la ruta de mínima distancia de Barcelona a Filadelfia.	23
Tabla 5 - Parámetros de la ruta de mínimo tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona.	25
Tabla 6 - Parámetros de la ruta de mínimo tiempo de vuelo de Barcelona a Filadelfia.	26
Tabla 7 - Parámetros de la ruta de mínimo consumo de combustible de Filadelfia a Barcelona.	29
Tabla 8 – Parámetros de la ruta de mínimo consumo de combustible de Barcelona a Filadelfia.	29

1 .INTRODUCCIÓN.

1.1.- Motivación.

La red de rutas se encuentra notablemente sobrecargada y presenta algunas deficiencias que influyen en el rendimiento de la misma, ocasionando retrasos y costes excesivos. Es por ello que el estudio de rutas óptimas puede colaborar en la reforma de la red de rutas actual y rebajar ligeramente la saturación de la misma.

El consumo de combustible así como la distancia y el tiempo de vuelo son las variables más relevantes a la hora de trazar una ruta, y deben ser estudiadas con detenimiento ya que una ligera variación de cualquiera de ellas puede significar un notable cambio en el coste. Es por ello que deben tratarse cuidadosamente y tenerse en cuenta a la hora de planificar una ruta.

1.2.- Objetivos y alcance del trabajo.

El principal objetivo de este trabajo es analizar el impacto de la elección de varias funciones objetivo sobre la ruta óptima. En concreto, el trabajo está orientado a mostrar resultados cuantitativos que permitan tomar una decisión en cuanto a la ruta a volar, en función de una variable a optimizar.

Para ello, se escogen los aeropuertos de Barcelona (El Prat de Llobregat, LEBL) y Filadelfia (Philadelphia International Airport, KPHL), que se encontrarán embebidos en una distribución de puntos de paso estructurada y válida para este estudio. Entonces, gracias a algoritmos de búsqueda en grafos se obtendrá el camino óptimo. Debe notarse que entre dos puntos, se volará según las ecuaciones de la ruta loxodrómica, a número de Mach y altitud presión constantes.

Con un origen y un destino, se calcularán los datos básicos de la ruta loxodrómica. Entonces, según las matrices de datos (vientos y temperaturas) y la posición de la aeronave, se interpolarán bilinealmente los valores para obtener la velocidad del avión con respecto a tierra. Se procederá igualmente para el resto de segmentos necesarios para finalmente, obtener una ruta óptima dentro del grafo trazado.

Se obtendrán las soluciones de los problemas nombrados a continuación:

- Ruta de mínima distancia de vuelo.
- Ruta de mínimo tiempo de vuelo.
- Ruta de mínimo consumo de combustible.

Se compararán los resultados obtenidos para los tres problemas y se razonará su validez según el algoritmo de búsqueda en grafos empleado.

1.3.- Estructura del trabajo.

La organización del trabajo se describe brevemente en este apartado. El problema va desarrollándose a medida que avanzan los capítulos.

El capítulo 2 consta de tres apartados. El primer apartado, comienza a desarrollar la formulación del problema desde las ecuaciones básicas de vuelo, simplificando las mismas para el caso de estudio. También aborda la definición del triángulo de velocidades así como las componentes de la velocidad de la aeronave con respecto a tierra. Este apartado incluye una breve descripción de la información meteorológica disponible, su proveniencia, cómo se encuentra estructurada y su uso en los problemas. Este apartado finaliza indicando los modelos empleados en la definición del

problema. El segundo apartado es más concreto, acercándonos más al problema y su definición. Se especifica el espacio aéreo permitido así como las conexiones entre los puntos de paso del mismo, que se regirán por normas específicas. El tercer apartado abarca los algoritmos de búsqueda en grafos. Se ofrece una descripción breve de la manera de proceder en cada uno de ellos así como sus ventajas en referencia al problema.

El capítulo 3 trata la resolución del problema, especificando el software empleado así como el método de resolución para los diferentes casos de interés. Hace referencia a los errores y tolerancias del problema.

En el capítulo 4 se comienza a tratar con profundidad cada uno de los casos por separado. Es por ello que se divide en tres apartados, que tratan cada uno de los problemas de optimización propuestos, uno por cada variable a minimizar.

Por último, el capítulo cinco concluye el trabajo y añade las posibles líneas de ampliación futuras y de mejora que se proponen a partir de los resultados obtenidos en este trabajo.

2 .FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

En el siguiente apartado se comentará la formulación del problema a abordar. Se explican las hipótesis aceptadas, las simplificaciones y las ecuaciones de la Mecánica del Vuelo y Navegación que se emplean a la hora de resolver el problema.

Se explicará el proceso de obtención de la velocidad de la aeronave respecto a tierra, se describirá el espacio aéreo disponible para el trazado de rutas así como la disposición de la información meteorológica en el mismo. También se detallan los modelos empleados para la definición del problema y los algoritmos que se emplearán para resolverlo.

2.1.- Ecuaciones generales e hipótesis.

El problema comienza adoptando las siguientes consideraciones acerca de las condiciones de vuelo:

- La aeronave se considera un cuerpo rígido y puntual de masa variable, cuyo empuje se supone paralelo a la dirección de movimiento.
- La Tierra se supone esférica, de radio $R_E = 6371.009$ Km (radio medio terrestre).
- Se empleará el modelo de atmósfera estándar internacional (ISA), pero no su hipótesis referente a los vientos. En algunos casos, la temperatura tampoco será la predicha por la ISA, sino la propia de las predicciones meteorológicas.
- La gravedad se considerará constante e igual a $g = 9.80665$ m/s² en todos los puntos del espacio aéreo.
- El vuelo se considera simétrico, con todas las fuerzas aerodinámicas contenidas en el plano de simetría y actuando sobre el centro de gravedad.
- No existen vientos en dirección vertical, se encuentran limitados al plano horizontal.
- El vuelo total se conformará por segmentos de crucero a:
 - Número de Mach constante.
 - Altitud presión constante de 200 hPa.

Se asume altitud presión constante durante el vuelo, lo cual no implica que la altitud geopotencial también lo sea. Sin embargo, para simplificar se considera que la altitud geopotencial se mantiene también constante e igual a la que se corresponde según la atmósfera estándar internacional (ISA) a la presión impuesta. Esta hipótesis es adecuada, ya que las variaciones en altitud se producen muy lentamente, y el modelo de crucero reproduce fielmente la realidad. Por ello, el ángulo de asiento de la velocidad aerodinámica se considera nulo. Por otro lado, debe hacerse notar que en ningún caso se consideran las maniobras de despegue, aproximación o aterrizaje, lo cual simplifica enormemente el problema.

Estas consideraciones tienen la siguiente consecuencia:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \kappa \cdot p \cdot M^2 \quad (2.1)$$

En la ecuación (2.1), la parte a la derecha de la igualdad es constante y por esto, la parte de la izquierda también debe serlo. Es una forma muy cómoda de obtener la velocidad aerodinámica.

Los límites geográficos para el trazado de rutas vienen dados por los límites de las matrices de predicción meteorológica. La zona se encontrará delimitada por los límites mostrados en la tabla 1:

$\varphi_{m\acute{a}x}$	60° N
$\varphi_{m\acute{i}n}$	30° N
$\lambda_{m\acute{a}x}$	14° E
$\lambda_{m\acute{i}n}$	90° W

Tabla 1 – Límites geográficos del espacio cubierto por las matrices de predicción meteorológica.

Entonces, una vez comentadas todas las hipótesis tenidas en cuenta para la formulación del problema, las ecuaciones del vuelo para un crucero horizontal son [1]:

$$\begin{aligned}
 (R_E + h) \frac{d\varphi}{dt} &= V \cos \chi + w_N \\
 (R_E + h) \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt} &= V \sin \chi + w_E \\
 \frac{dm}{dt} &= -c = -c_T T \\
 L &= W = mg \\
 T &= D
 \end{aligned}
 \tag{2.2}$$

Donde R_E es el radio terrestre, h es la altitud de vuelo, φ es la latitud y λ es la longitud. Por otro lado, V es la velocidad aerodinámica, χ es el rumbo de la velocidad aerodinámica, w_N es el viento meridional (definido positivo hacia el Norte) y w_E es el viento zonal (definido positivo hacia el Este), L es la sustentación, T y D son el empuje y la resistencia, respectivamente, m es la masa de la aeronave, t es el tiempo y c_T es el consumo específico.

Entonces, la velocidad respecto de tierra \vec{V}_g puede definirse como $\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{w}$, es decir, la suma de la velocidad aerodinámica (velocidad del avión respecto del aire) y la velocidad del viento (velocidad del aire respecto de tierra).

Debe tenerse en cuenta que el rumbo χ , propio de la velocidad aerodinámica, no será igual al curso real ψ del segmento j , ya que habrá variado según la intensidad y dirección del viento. Por lo tanto, podremos expresar las componentes del viento en unos nuevos ejes, definidos por la nueva velocidad con respecto a tierra. Se obtendrían dos componentes del viento; una en la dirección de la velocidad \vec{V}_g (paralela a ella), y otra componente perpendicular, denotadas como \vec{w}_l y \vec{w}_c , respectivamente.

Sabiendo el valor del curso ψ_j , y las componentes del viento w_{N_j} , w_{E_j} , propias del segmento j , se procede de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 w_{l_j} &= w_{N_j} \cdot \cos \psi_j + w_{E_j} \cdot \sin \psi_j \\
 w_{c_j} &= w_{E_j} \cdot \cos \psi_j - w_{N_j} \cdot \sin \psi_j
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Donde w_{l_j} es la componente longitudinal (en la dirección del movimiento) del viento, definido positivo si su sentido coincide con el de avance y negativo en caso contrario. Entonces w_{c_j} es la componente transversal del viento, que definiremos positiva si entra por el lado izquierdo del avión y negativa en caso contrario. De esta forma, podemos definir la velocidad V_{g_j} empleando las ecuaciones (2.3) y que $\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{w}$, se obtiene la expresión (2.4).

$$V_{g_j} = \sqrt{V^2 - w_{c_j}^2} + w_j \quad (2.4)$$

Entonces, se empleará la expresión (2.5) para definir la velocidad con respecto del suelo.

$$V_{g_j} = \sqrt{\theta R_a \kappa M^2 - w_{c_j}^2} + w_{l_j} \quad (2.5)$$

Donde θ es la temperatura a una altitud dada, R_a es la constante del aire, κ es el coeficiente de dilatación adiabática, M es el número de Mach, que es dado en el problema, y w_{c_j} y w_{l_j} serán las componentes transversal y longitudinal del viento en el segmento j .

La temperatura así como las componentes del viento variarán a lo largo de un mismo segmento, ocasionando un cambio en el valor de la velocidad con respecto de tierra. Esto debe tenerse en cuenta a la hora de medir el tiempo de vuelo o el consumo de combustible. En la Figura 2-1 se indican con claridad las diferentes componentes de la velocidad comentadas anteriormente.

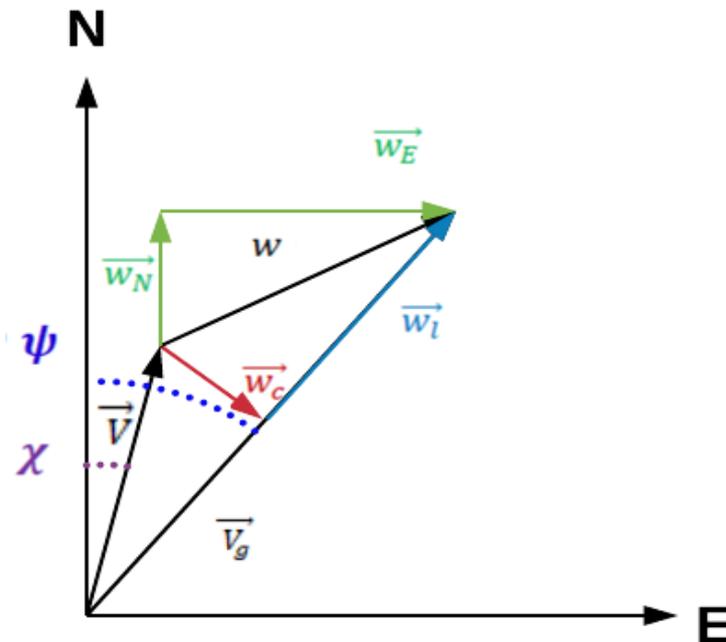


Figura 2-1 Triángulo de velocidades.

Tras estas definiciones y junto con las primeras expresiones de (2.2), podemos proceder con la obtención de las ecuaciones del problema:

$$\begin{aligned} (R_E + h) \frac{d\varphi}{dt} &= V_g \cos \psi \\ (R_E + h) \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt} &= V_g \sin \psi \end{aligned} \quad (2.6)$$

De esta forma la variación de la posición queda en función del módulo de la velocidad de la aeronave respecto de tierra y del curso de la misma.

Entonces podemos definir la variación de la distancia recorrida como:

$$\frac{ds}{dt} = (R_E + h) \sqrt{\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \cos^2 \varphi \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2} \quad (2.7)$$

Es equivalente a decir que:

$$\frac{ds}{dt} = V_g \quad (2.8)$$

Finalmente, las ecuaciones particularizadas para un segmento j [2] son:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} &= V_{g_j} \\ \frac{dm}{dt} &= -c_T T \\ T &= D \\ L &= mg \end{aligned} \quad (2.9)$$

A partir de la primera ecuación de (2.9), obtenemos una expresión cuya integración nos proporciona el tiempo de vuelo de un segmento. Bastará con invertirla e integrar en función del avance de la aeronave:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{1}{V_{g_j}} \quad (2.10)$$

Una vez obtenido el tiempo de vuelo, puede obtenerse el consumo de combustible de manera similar. Bastará con combinar las primeras dos ecuaciones de (2.9) para obtener una expresión de la variación de la masa con respecto a la variación del avance.

$$\frac{dm}{ds} = -\frac{c_T T}{V_{g_j}} \quad (2.11)$$

La ecuación (2.11) puede expresarse de la siguiente forma [3]:

$$\frac{dm}{ds} = -\frac{(A + Bm^2)}{V_{g_j}} \quad (2.12)$$

Donde A y B se definen como:

$$\begin{aligned} A &= \frac{c_T}{2} \kappa \rho M^2 S C_{D_0} \\ B &= \frac{2c_T C_{D_2} g^2}{\kappa \rho M^2 S} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Nótese que la ecuación (2.12) es una ecuación no lineal que describe la evolución de la masa de la aeronave en función de la distancia. No obstante, el problema tiene la siguiente solución explícita:

$$\arctan \left[\sqrt{\frac{B}{A}} (m_i)_j \right] = \arctan \left[\sqrt{\frac{B}{A}} (m_f)_j \right] + \sqrt{AB} (\Delta t)_j \quad (2.14)$$

Donde $(\Delta t)_j = (x_f)_j / V_{g_j}$ es el tiempo de vuelo correspondiente al segmento j .

La relación $m_F = m_i - m_f$, que define la masa de combustible consumida como la diferencia entre la masa inicial y la masa final (para un segmento determinado) es conocida, y combinando la ecuación (2.14) junto con esta expresión se obtiene la ecuación (2.15):

$$m_{F_j} = m_{i_j} - \sqrt{\frac{A}{B}} \left(\tan \left(\arctan \left(\sqrt{\frac{B}{A}} m_{i_j} \right) \right) - \sqrt{AB} (\Delta t)_j \right) \quad (2.15)$$

Esta ecuación define la masa de combustible que se consume en un segmento j en función de la masa inicial en el origen del segmento y el tiempo de vuelo del mismo. De esta forma puede calcularse de manera analítica la masa de combustible consumida, recorriendo el trayecto desde el inicio hasta el final. La forma analítica será válida únicamente para el caso en que la temperatura sea constante en todo el espacio aéreo, ya que resulta imposible evaluar cualquier cambio de dicha variable a través de este método.

Entonces, cuando exista una distribución de temperaturas no uniformes para todo el espacio permitido, se procederá al cálculo del consumo de manera numérica, es decir, integrando a lo largo de cada segmento la expresión (2.12), según la distancia total del mismo. Debe calcularse la velocidad con respecto a tierra en cada punto en cada punto del segmento, ya que es necesaria para el cálculo del consumo de combustible.

Es importante tener en cuenta que en el caso del cálculo analítico, los coeficientes A y B serán constantes para cada segmento. En cambio, en el caso numérico, al evaluar cada punto de la trayectoria, puede tenerse en cuenta el valor de la temperatura y actualizar los coeficientes A y B en cada paso de integración. Por ello, para un valor de temperatura constante en todo el espacio aéreo debe obtenerse el mismo resultado mediante ambos procedimientos (numérico y analítico). En cambio, al variar la temperatura, los resultados serán diferentes.

Debe remarcarse que no se desea comprobar el resultado de ambos procedimientos de resolución por separado ya que este trabajo no tiene como objetivo analizar el método de resolución. Entonces, el método analítico se empleará para resolver el problema con temperatura constante por su menor tiempo de ejecución y porque aporta una solución analítica al problema, y el método numérico, al permitir incluir la variación de la temperatura, se empleará para los problemas donde ésta es variable con la posición.

2.1.1.- Rutas loxodrómicas. Ecuaciones y consideraciones.

Dado que los puntos de la ruta óptima deben escogerse dentro de un conjunto de puntos distribuidos sobre la superficie, es importante determinar la forma de desplazarse entre ellos. En este trabajo se ha escogido la ruta loxodrómica es decir, aquella cuyo rumbo es constante durante todo un segmento comprendido entre un mismo origen (al que se hará referencia como 'A') y destino (al que se hará referencia como 'B').

Entonces, el curso se define según la ecuación (2.16) [4]:

$$\psi_j = \tan^{-1} \left(\frac{(\lambda_{B_j} - \lambda_{A_j})}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{A_j}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{B_j}}{2} \right)} \right)} \right) \quad (2.16)$$

Donde φ_{A_j} y λ_{A_j} son la latitud y longitud del punto A (origen del segmento j); φ_{B_j} y λ_{B_j} son la latitud y longitud del punto B (final del segmento j), respectivamente. Sin embargo, existen correcciones según los valores numéricos de estas coordenadas. Si $|\lambda_{B_j} - \lambda_{A_j}| > \pi$, (significa que estamos atravesando el meridiano 180°) hay que corregir λ_{B_j} : sumar 2π (si $\lambda_{B_j} < 0$) o restar 2π en caso opuesto. Esto se detalla en la expresión (2.17):

$$\psi_j = \begin{cases} \tan^{-1} \left(\frac{(\lambda_{B_j} + 2\pi - \lambda_{A_j})}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{A_j}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{B_j}}{2} \right)} \right)} \right) & \text{si } \lambda_{B_j} < 0 \\ \tan^{-1} \left(\frac{(\lambda_{B_j} - 2\pi - \lambda_{A_j})}{\ln \left(\frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{A_j}}{2} \right)}{\tan \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_{B_j}}{2} \right)} \right)} \right) & \text{si } \lambda_{B_j} > 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Una vez calculado el rumbo, la distancia loxodrómica se puede calcular con la siguiente expresión:

$$d_j = \frac{(R_E + h) \cdot (\varphi_{B_j} - \varphi_{A_j})}{\cos \psi_j} \quad (2.18)$$

No obstante, también hay que considerar casos especiales en cuanto a las posiciones de las coordenadas del par origen-destino. Es decir, la distancia de una ruta que coincide con un segmento de paralelo o meridiano no se calcula de igual forma que una ruta genérica.

- Si $\varphi_{B_j} = \varphi_{A_j}$, la ruta a recorrer coincide con un arco de paralelo. El curso es 90° o 270° , lo cual representa una singularidad en la expresión (2.18). Es por ello por lo que la expresión adecuada para estos casos es la (2.19):

$$d_j = (R_E + h) \cdot \cos \varphi_j \cdot |\lambda_{B_j} - \lambda_{A_j}| \quad (2.19)$$

Finalmente, recorrer un meridiano implica que el curso sea 90° o 180° , lo cual hace que $\cos \psi_j = 1$, lo cual no provoca singularidad alguna. Por ello, se tratará como un caso genérico, no particular.

2.1.2.- Información meteorológica.

La información meteorológica se proporciona en la forma de matrices de predicción. Estas matrices están asociadas a una malla de localizaciones geográficas, es decir, se dispondrá de una distribución de puntos de coordenadas conocidas en los que estará disponible información meteorológica. Estos datos son valores de vientos y temperaturas que se han obtenido previamente a través de sistemas de predicción por conjuntos (EPS o *Ensemble Prediction Systems*), concretamente el ECMWF- EPS (*European Center for Medium-Range Weather Forecasts Ensemble Prediction Systems*) [5].

Una predicción por conjuntos consiste en la ejecución de 51 predicciones llevadas a cabo por el

mismo computador partiendo de un mismo instante inicial. Las condiciones iniciales para cada miembro del conjunto son ligeramente diferentes, y los parámetros físicos también varían levemente. Las diferencias entre los miembros del conjunto tienden a crecer a medida que avanza la simulación.

En este trabajo y para la resolución del problema se dispone de dos vectores de coordenadas de los puntos de información meteorológica, uno contiene las latitudes y otro contiene las longitudes. El vector de latitudes comienza en la latitud $\varphi_{mín} = 30^\circ \text{ N}$ y finaliza en la latitud $\varphi_{máx} = 90^\circ \text{ N}$, existiendo una diferencia de 0.25° entre dos componentes consecutivas. En el caso de la longitud, la primera componente es $\lambda_{mín} = 90^\circ \text{ W}$ y la última es $\lambda_{máx} = 14^\circ \text{ E}$, existiendo la misma diferencia de 0.25° entre componentes. De esta forma, se obtienen matrices de predicción de dimensiones $121 \times 421 \times 5 \times 51$, correspondiendo cada uno de esos valores a la latitud, longitud, instante de predicción y escenario, respectivamente. Se obtienen 5 instantes de predicción y 51 escenarios por cada matriz, existiendo tres matrices distintas: una matriz de vientos zonales, una de vientos meridionales y una última de temperaturas.

Se ha creado la distribución de puntos con información meteorológica, cuya separación es de 0.25° en longitud y latitud y que puede verse en la figura 2-2. Los límites de esta distribución son los denotados en la tabla 1, que coinciden con los límites de los vectores de coordenadas.

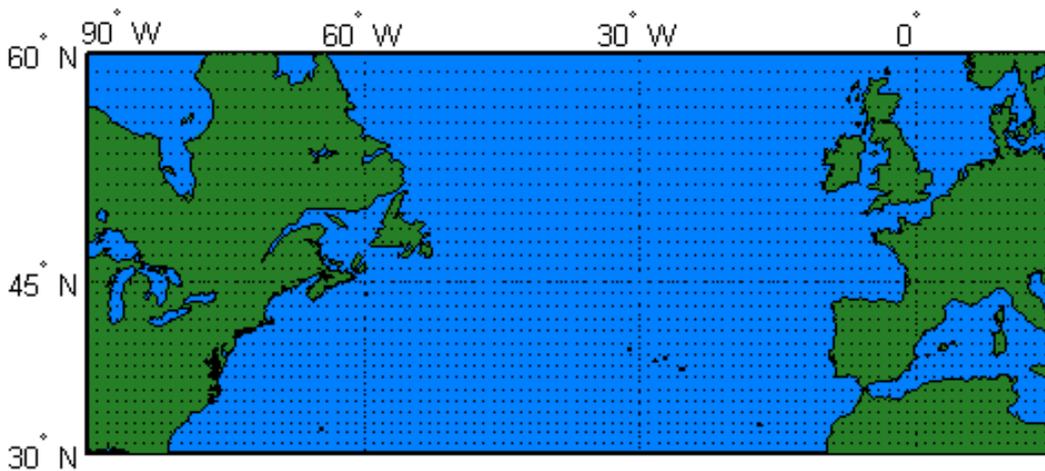


Figura 2-2 Puntos del espacio aéreo donde existe información meteorológica.

A lo largo del vuelo, y en función de la posición de la aeronave, debe obtenerse un valor único de todas las variables del vuelo, principalmente aquellas que no permanecen constantes a lo largo del mismo. No obstante, será difícil que la posición de la aeronave coincida con un punto de esta malla en todos los casos, con lo que se debe recurrir a la interpolación para obtener valores puntuales. Para esto se debe hallar la situación exacta de la aeronave dentro de la malla, lo cual implica detectar los cuatro puntos por los que se encuentra rodeada. Una vez hecho esto, se obtendrán los valores de las variables en esos puntos para pasar a la interpolación.

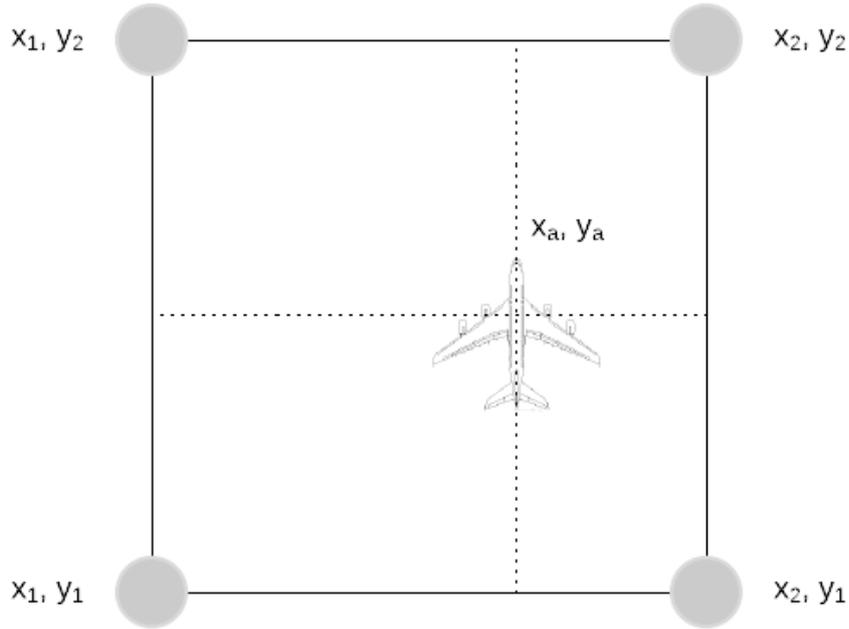


Figura 2-3 Posición genérica de una aeronave entre cuatro puntos que contienen información meteorológica.

Suponiendo que la aeronave se encuentra en el punto x_a, y_a (coordenadas relativas a la malla de puntos), como indica la figura 2-3 y siendo conocidos los valores de vientos y temperaturas en los puntos $P_{11} = x_1, y_1$, $P_{12} = x_1, y_2$, $P_{21} = x_2, y_1$ y $P_{22} = x_2, y_2$, se procede a la interpolación para cada una de las variables empleando la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 f(x_a, y_a) &= \frac{f(P_{11})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x_a)(y_2 - y_a) \\
 &+ \frac{f(P_{21})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_a - x_1)(y_2 - y_a) \\
 &+ \frac{f(P_{12})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_2 - x_a)(y_a - y_1) + \frac{f(P_{22})}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (x_a - x_1)(y_a - y_1) \quad (2.20)
 \end{aligned}$$

La cuál puede simplificarse, quedando así:

$$\begin{aligned}
 f(x_a, y_a) &= \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \left((f(P_{11})(x_2 - x_a)(y_2 - y_a)) \right. \\
 &+ (f(P_{21})(x_a - x_1)(y_2 - y_a)) + (f(P_{12})(x_2 - x_a)(y_a - y_1)) \\
 &\left. + (f(P_{22})(x_a - x_1)(y_a - y_1)) \right) \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

Debe tenerse en cuenta que se analizará el caso en el que la temperatura es igual a una constante en todo el espacio aéreo. Para ello se empleará el modelo de atmósfera estándar internacional descrito en el apartado siguiente. Por otro lado, cuando se empleen distribuciones de temperaturas variables se estará haciendo referencia a las matrices de predicción aportadas por el EPS.

2.1.3.- Modelos empleados.

El problema quedará totalmente definido una vez que se introduzcan los siguientes modelos, que permitirán una completa caracterización de la actuación.

- **Modelo de atmósfera ISA.**

Al volar a una altitud presión de 200 hPa, la altitud de vuelo correspondiente es de 11784.03 metros. Este modelo permite la obtención de la densidad del aire ρ , a esta altitud, así como la temperatura θ , que se empleará cuando no se trabaje con las matrices de predicción de temperaturas. En este caso, la temperatura a la altitud presión (constante durante todo el problema) según el modelo de atmósfera estándar internacional será igual a 216.65 K. Para facilitar el trato de la temperatura en este caso, se construirá una matriz de iguales dimensiones que las matrices proporcionadas por el EPS con este valor es todas sus componentes, lo que permite introducir esta matriz junto con las matrices de vientos en el proceso de interpolación para obtener una temperatura constante en todo el espacio aéreo.

Entonces, si la presión variara, la altitud de vuelo también lo haría y deberían emplearse valores distintos de θ y ρ [6]:

- Volando a una altitud h , comprendida entre $0 < h < h_{11}$ es decir, por debajo de la tropopausa ($h_{11} = 11000 \text{ m}$):

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_0 - \alpha_T \cdot h \\ \rho &= \rho_0 \left(1 - \frac{\alpha_T \cdot h}{\theta_0}\right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T} - 1}\end{aligned}\quad (2.22)$$

Donde las condiciones a nivel del mar vienen denotadas por θ_0 y ρ_0 .

- Para altitudes mayores, $h > h_{11}$:

$$\begin{aligned}\theta &= \theta_{11} \\ \rho &= \rho_{11} \cdot \exp\left(-\frac{g \cdot (h - h_{11})}{R_a \cdot \theta_{11}}\right)\end{aligned}\quad (2.23)$$

Siendo θ_{11} y ρ_{11} , los valores de la temperatura y la densidad del aire en la tropopausa, respectivamente.

Por último, el coeficiente de dilatación adiabática del aire, cuyo valor resulta del cociente del calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante, tiene un valor $\kappa = \frac{c_P}{c_V} = 1.4$. Con él puede calcularse la velocidad del sonido:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R_a \cdot \theta(h)}\quad (2.24)$$

Los valores de las constantes empleadas en este apartado pueden verse en la tabla 2, al final de este apartado.

- **Modelo de avión.**

En esta sección se especifica el modelo aerodinámico asumido para el problema, así como el modelo propulsivo y los valores de los parámetros empleados. También se incluyen los valores de

las constantes empleadas en el modelo de atmósfera ISA.

En primer lugar, los coeficientes aerodinámicos de sustentación (C_L) y resistencia (C_D) se definirán de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \kappa p M^2 S C_L \\ D &= \frac{1}{2} \kappa p M^2 S C_D \end{aligned} \quad (2.25)$$

Los parámetros utilizados en este trabajo pertenecen a un modelo de avión concreto de una base de datos (véase [7]), y se exponen en la tabla 2.

El coeficiente de sustentación se modelará de la siguiente forma:

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_2} C_L^2 \quad (2.26)$$

Donde C_L viene dado por las ecuaciones (2.25), y los coeficientes C_{D_0} y C_{D_2} son constantes bajo las condiciones de crucero.

El consumo de combustible vendrá dado por el consumo específico, c_T el cual dependerá de la velocidad aerodinámica según la siguiente relación:

$$\begin{aligned} c_T &= c_T(V) \\ c_T &= c_{f,cr} c_{f_1} \left(1 + \frac{V}{c_{f_2}} \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Por otro lado, V depende de la temperatura. La expresión (2.28) puede ser sustituida en las ecuaciones (2.27) para una resolución más directa.

$$V = V_{ref} \sqrt{\frac{\theta(\varphi, \lambda)}{\theta_{ref}}} \quad (2.28)$$

Donde θ_{ref} es la temperatura del modelo ISA según la altitud de vuelo y V_{ref} es la velocidad aerodinámica a esa temperatura. A continuación se detallan los valores de las constantes empleadas tanto en el modelo de atmósfera estándar como en el modelo de avión:

Constante	Valor
θ_0	288.15 K
ρ_0	1.225 kg/m ³
α_T	6.5 · 10 ⁻³ K/m
R_a	287.05287 $\frac{J}{kgK}$
θ_{11}	216.65 K
ρ_{11}	0.3639 kg/m ³

p	200 hPa
M	0.82
C_{D_0}	0.021112
C_{D_2}	0.042118
$c_{f,cr}$	0.90048
c_{f_1}	$1.237 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}$
c_{f_2}	$1.06 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Tabla 2 – Valores de las constantes del modelo ISA y el modelo de avión.

2.2.- Rutas óptimas y definición del espacio aéreo.

Para la completa definición y resolución del problema se debe acotar el espacio aéreo disponible y las normas que se establecen para definir las rutas.

Para comenzar la optimización de rutas, se debe partir de una distribución uniforme de puntos de paso sobre la cual se harán los cálculos oportunos. En la figura 2-4 se muestra la distribución de completa dentro del espacio aéreo disponible, que estará formada por puntos separados entre ellos 1° en latitud y 4° en longitud. Los límites de esta distribución son idénticos a los de las matrices de datos meteorológicos comentados anteriormente.

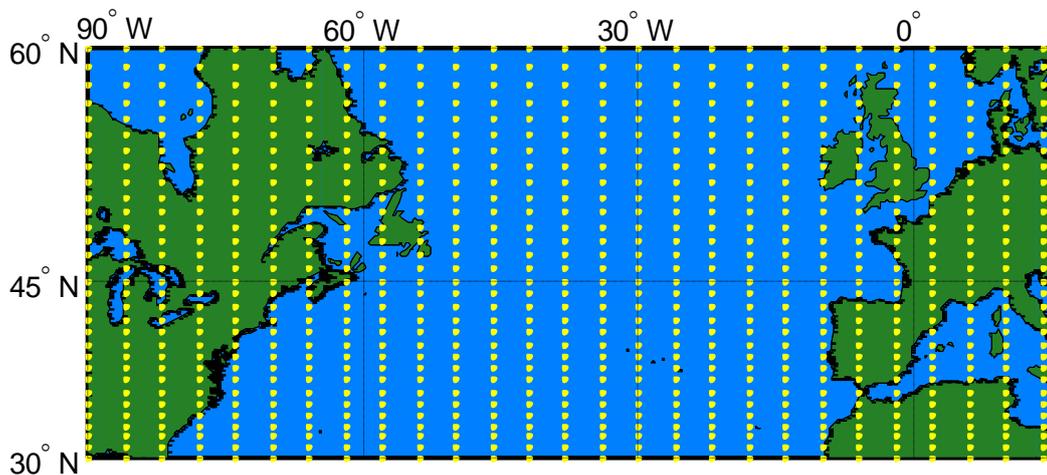


Figura 2-4 Puntos de paso existentes dentro de los límites del espacio aéreo.

Por otra parte [8], dentro de esta distribución, se ha restringido el paso a aquellos puntos que cumplan una determinada condición. Ésta establece que un punto de paso permitido será aquel cuya suma de distancias ortodrómicas desde éste punto hasta el origen y desde el mismo punto hasta el destino sea menor o igual que una constante. Aquellos que no cumplan dicha condición serán descartados. De esta forma se creará una elipse cuya proyección no resultará una elipse perfecta. Esta proyección y los puntos que la componen pueden verse en la figura 2-5:

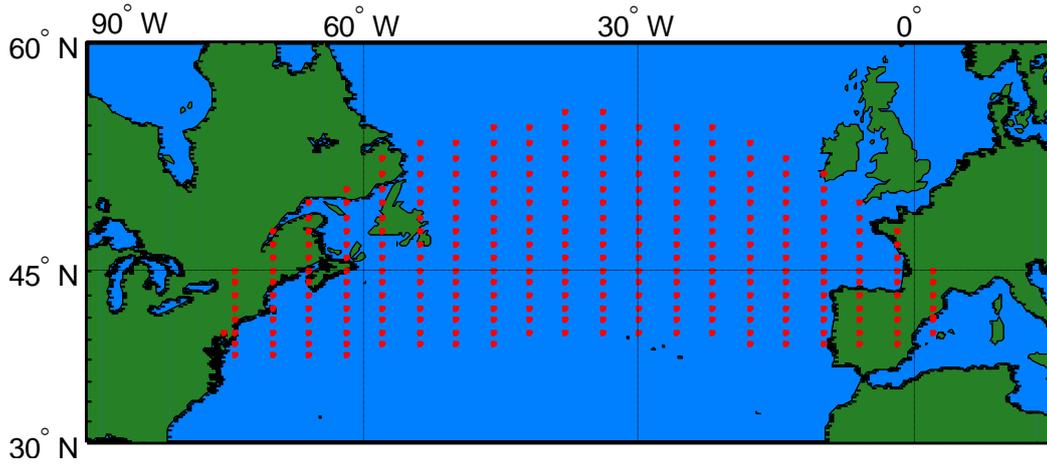


Figura 2-5 Puntos de paso permitidos dentro de la elipse virtual.

En este caso, los puntos inicial y final (origen y destino) no pertenecen a la malla uniforme y sus conexiones serán diferentes a las del resto de puntos permitidos. Por otro lado, las conexiones de cualquier punto genérico perteneciente a la zona permitida serán como muestra figura 2-6 (véase [8]):

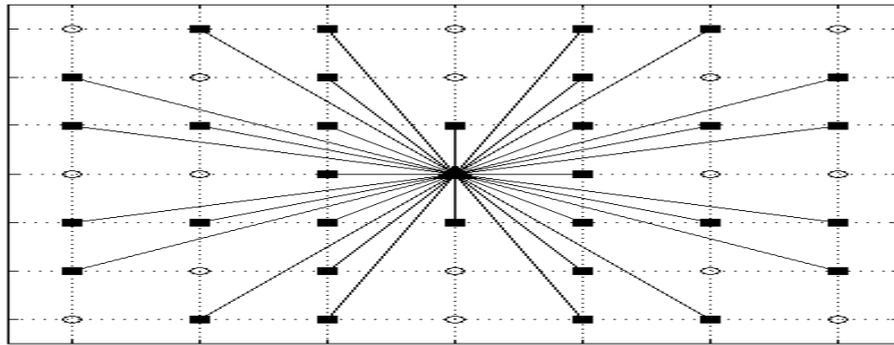


Figura 2-6 Conexiones posibles para un nodo genérico del interior de la zona permitida.

Se considera que es un número razonable de conexiones por nodo para cubrir el máximo número de direcciones posibles si tener un alcance excesivo dentro del grafo.

Como se comentó antes, las conexiones establecidas para los nodos origen y destino son diferentes, ya que no forman parte de la malla uniforme. Para estos puntos, se ha impuesto un criterio diferente: se conectarán con aquellos nodos que se encuentren a menos de 2° en latitud y menos de 4° en longitud. Un ejemplo de lo descrito se muestra en la figura 2-7, donde el nodo de color rojo puede ser tanto el nodo de origen como el de destino y los nodos grises forman parte de la distribución de puntos explicada anteriormente.

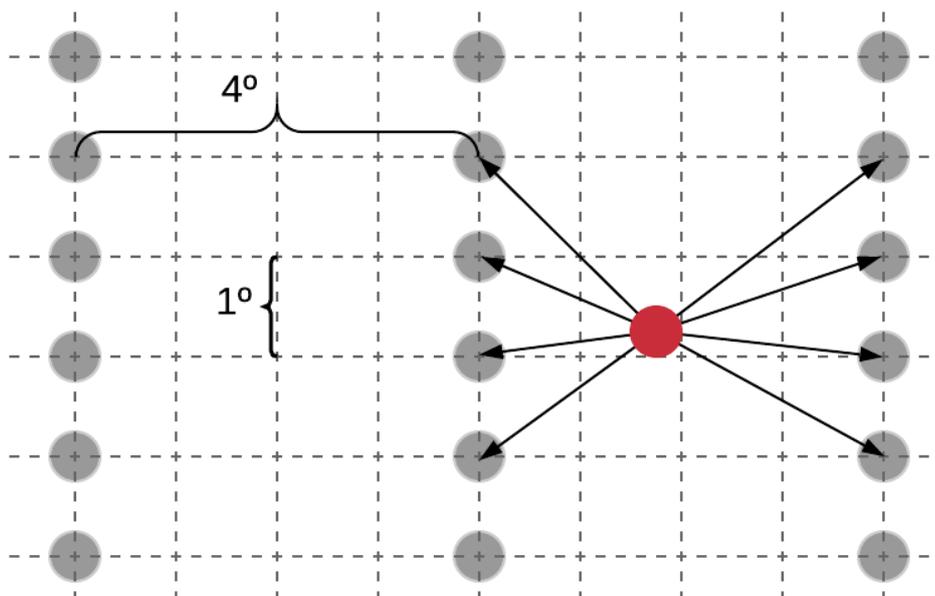


Figura 2-7 Conexiones del nodo origen o destino al resto de nodos de la malla.

2.3.- Algoritmos de búsqueda en grafos.

Este apartado tiene como objetivo explicar de forma breve los algoritmos de búsqueda en grafos empleados para la obtención de la ruta óptima entre dos puntos. Se hará un desarrollo cualitativo de ambos que explicará la forma de proceder y las ventajas de cada uno de ellos.

2.3.1.- Algoritmo de Dijkstra.

El algoritmo de Dijkstra o algoritmo de caminos mínimos tiene el objetivo de encontrar el camino más corto desde un vértice origen hasta un destino, recorriendo para ello el resto del grafo compuesto por otros puntos y las aristas que los unen, con diferentes ponderaciones para cada una de ellas. La búsqueda consiste en la exploración sucesiva de los caminos más cortos que llegan a los otros vértices y cuando se obtiene el camino más corto desde el vértice origen hasta el resto de los vértices, el algoritmo se detiene, o en este caso, al alcanzar al vértice de destino.

Es importante notar que este algoritmo no es aplicable a grafos con costes negativos en sus aristas. Si existiera alguna arista de coste negativo, al pasar por ella el coste disminuiría, lo cual resultaría beneficioso. Sin embargo, es posible que el algoritmo pase por esa arista de manera recursiva con el objetivo de minimizar el coste, desembocando en un bucle infinito y sin poder encontrar un camino válido.

Para inicializar el algoritmo se debe imponer un valor infinito de los costes asociados a los nodos, excepto el coste asociado al nodo inicial. Al nodo inicial se le asigna un coste de valor nulo. Para esto se construye un vector que almacene estos valores. Es entonces cuando comienza el proceso de búsqueda.

Primero, analiza el nodo inicial, conocido como nodo 'o'. El nodo inicial se introduce al final de un vector al que se llamará 'cola'. Entonces, este nodo se marca como visitado (pues es el inicio de la ruta), creando un vector adicional que registre si un nodo ha sido visitado o no. Una vez creada la cola, se extrae el nodo cuyo coste sea el mínimo (de entre los nodos de la cola), que al principio del algoritmo coincidirá con el nodo origen. Se extraen los vecinos del nodo 'o', que serán aquellos con los que exista una conexión. De los vecinos, se comprueban si han sido visitados con anterioridad y si es así, no se evalúan y en caso contrario, se calcula su coste, como se indica en la expresión (2.29):

$$d_{nv} = d_o + \Delta d_{o-nv} \quad (2.29)$$

Donde d_{nv} es el coste asociado al vecino no visitado, d_o es el coste asociado al nodo 'o' y Δd_{o-nv} es el coste existente entre el nodo no visitado y el nodo inicial u origen. En la figura 2-8 se presenta un ejemplo de grafo ponderado aplicable al algoritmo de Dijkstra.

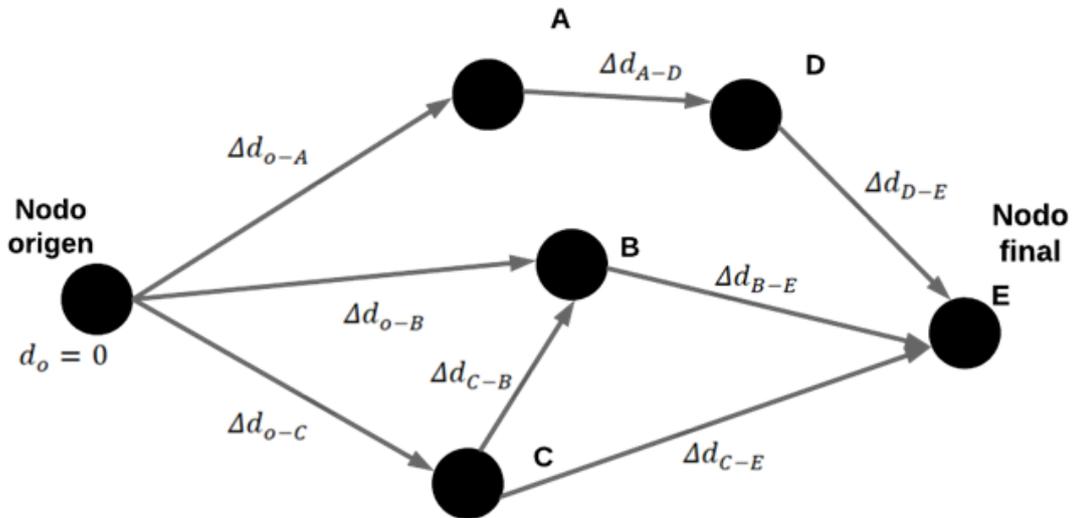


Figura 2-8 Ejemplo de grafo ponderado.

Si el coste calculado es menor que el almacenado en el vector de costes para un nodo vecino, será sustituido por el nuevo valor. También se debe comprobar si se encuentran en la cola, y si no está en ella, debe ser añadido. Una vez hecho esto para todos los vecinos de 'o', se selecciona el nodo de la cola cuyo coste sea el mínimo. Entonces se selecciona ese nodo y se continúa la búsqueda a partir de él. Debe procederse de forma idéntica a la explicada para el caso del nodo origen hasta llegar al nodo de destino.

Existen una serie de consideraciones que deben tenerse en cuenta independientemente del nodo evaluado. Por ejemplo, si en los nodos vecinos del nodo que se está evaluando coexisten vecinos del nodo anterior, es necesario recalcular la distancia hasta ellos, pasando por el nuevo nodo. En caso de que el coste sea menor, sustituiremos el coste existente en el vector de costes por este nuevo valor. También se debe llevar la cuenta de cuáles son los nodos previos de cada nodo (cuál fue el nodo a través del que se ha llegado al actual), que también deberán sustituirse en el caso en el que el nuevo coste sea menor que el coste calculado a través del nodo anterior. El proceso es iterativo, y se irán actualizando los valores contenidos en los vectores de nodos visitados, vecinos, costes y nodos previos. Una vez alcanzado el nodo final, bastará con recorrer el vector de nodos previos en sentido inverso (comenzando desde el nodo final) para obtener la ruta de mínimo coste.

La ventaja principal de este algoritmo es que, si se obtiene una solución, esta será la solución óptima. Por otro lado, el orden de complejidad del algoritmo es del orden del número de nodos del grafo al cuadrado. Esto puede hacer que el tiempo de ejecución aumente considerablemente si lo hace el número de nodos del grafo.

2.3.2.- Algoritmo de búsqueda A*.

El algoritmo de A* difiere con el algoritmo de Dijkstra en que, si existe una solución óptima, la solución de este algoritmo no tiene por qué coincidir en todos los casos con ésta. Es decir, siempre que exista una solución dará con ella, no obstante, no será necesariamente la solución óptima del problema.

Este algoritmo procede de manera diferente que el de Dijkstra. Se emplea una función objetivo a minimizar, la cual a su vez se encuentra formada por otras dos funciones:

$$f(n) = g(n) + h'(n) \tag{2.30}$$

La función $f(n)$ es la que se debe minimizar, $g(n)$ es el coste asociado al nodo n desde el origen y $h'(n)$ es el valor heurístico de ese nodo. La función $h'(n)$ se conoce como función heurística, que se escoge según la variable que estamos midiendo. Entonces, la función $f(n)$ es la

suma del coste real asociado al nodo n ($g(n)$), y un valor que estima el coste mínimo para llegar desde n hasta el nodo final ($h'(n)$). Entonces, con esta función, no solo evaluamos el coste de llegar hasta ese nodo partiendo desde el nodo origen, sino que se incluye un coste adicional y orientativo, el cuál no deberá sobreestimar el coste real asociado a alcanzar el nodo final. De esta forma, se puede tener una idea previa del coste total de llegar al nodo objetivo pasando por el actual, aunque la heurística no represente, de manera general, el coste real de esta acción.

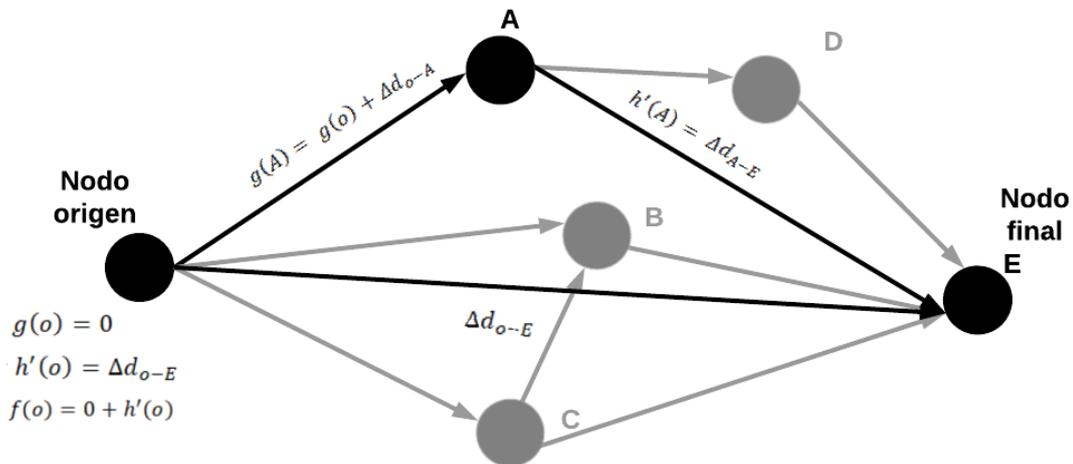


Figura 2-9 Ejemplo de grafo ponderado aplicable al algoritmo A*.

En este caso se emplean tres listas: la lista de ‘nodos cerrados’, la lista de ‘nodos abiertos’ y la lista de ‘antecesores’. La lista de nodos cerrados es equivalente a la lista de nodos visitados del algoritmo de Dijkstra. La lista de nodos abiertos es como la cola empleada anteriormente y la de ‘antecesores’ lleva la cuenta de cuáles son los nodos anteriores a cada nodo.

El algoritmo debe inicializarse de igual manera que el Dijkstra, imponiendo un valor infinito en todas las componentes de $f(n)$ y $g(n)$ de todos los nodos, menos en las del nodo inicial ‘o’, cuya $f('o') = 0 + h'('o')$, siendo $f('o')$ el valor de la función a minimizar en el nodo ‘o’ y $h'('o')$ el valor de la heurística en este mismo nodo. El valor de $g('o')$ es nulo.

Una vez inicializado, el nodo origen se introduce en la lista de nodos cerrados y se extraen sus vecinos, los cuales pasarán a la lista de nodos abiertos. Una vez hecho esto se calcularán los valores de $f(n)$ para cada uno de los nodos abiertos y se establecerá su nodo antecesor, el nodo origen. Una vez se alcance este punto, se continuará con el siguiente procedimiento:

- Se extraen todos los vecinos del nodo de menor valor $f(n)$ que esté contenido en la lista de nodos abiertos. Estos nodos se añaden a la lista de ‘nodos abiertos’, evitando aquellos que se encuentren actualmente en la lista de ‘nodos cerrados’.
- Se comprueba que el nodo seleccionado no sea el nodo final, en cuyo caso el algoritmo se daría por finalizado. En cualquier caso, este nodo se elimina de la lista de nodos abiertos para añadirse a la de nodos cerrados.
- Entonces se calcula el valor de $g(n)$ y $h'(n)$ de cada nodo de la lista de ‘nodos abiertos’ y se evalúa si el valor conjunto de $f(n)$ de cada uno de ellos es menor que el que existía previamente, en cuyo caso se sustituye por el nuevo valor y se indica en la lista de ‘antecesores’ que el nodo actual es el nodo previo del nodo evaluado.
- Una vez evaluados todos los nodos abiertos se vuelve al primer paso.

Este algoritmo seguirá en funcionamiento mientras la lista de ‘nodos abiertos’ no se encuentre vacía y mientras no se alcance el nodo objetivo. Una vez dadas esas condiciones se recorrerá en sentido contrario el vector de ‘antecesores’ y se habrá obtenido el valor de $f(n)$ correspondiente a la ruta indicada por dicho vector, obteniéndose así una solución al problema, pero no necesariamente la solución óptima.

3 .RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA.

El proceso de resolución de los tres problemas propuestos y sus posibles consideraciones se han llevado a cabo empleando MATLAB [9]. Debe describirse con detalle el proceso de resolución, indicando las tolerancias que se asumen. En cada uno de ellos se evaluará el efecto de la temperatura en la ruta óptima, imponiendo primeramente una temperatura constante en todo el espacio aéreo y luego, empleando las matrices de predicción de temperaturas. Además, la ruta se recorrerá en ambos sentidos, es decir, de Este a Oeste y viceversa.

Para comenzar, se extraen las matrices de vientos y temperaturas del fichero proporcionado por el servicio meteorológico, luego se selecciona el intervalo temporal a emplear. En este caso, la hora de comienzo del vuelo serán las 20:00, hora local del servicio de información meteorológica. Entonces se empleará la tercera predicción (dentro de los cinco horizontes temporales disponibles), que se corresponde con la predicción a las 00:00.

Para la obtención de la ruta de mínima distancia de vuelo se emplearán las ecuaciones del apartado “2.1.1.- Rutas loxodrómicas. Ecuaciones y consideraciones.”, sin necesidad de ningún cálculo adicional.

Por otro lado, para la obtención del tiempo de vuelo sí será necesario recurrir a funciones más elaboradas. En este caso se ha optado por emplear la función *ode45* (véase [10]) de MATLAB, la cual integra el valor de la velocidad respecto de tierra V_{g_j} para obtener el tiempo de vuelo de un segmento j . Se evaluará la ruta en ambos sentidos y con temperatura constante así como con las matrices de predicción de temperaturas. Para la resolución del problema se ha optado por crear matrices de tiempos de vuelo entre todos los puntos de paso permitidos. Estos tiempos se calculan para cada conexión y escenario. También se crea una segunda matriz de tiempos que recogerá las medias de tiempos de cada conexión (medias entre todos los escenarios). Entonces, para obtener la ruta de mínimo tiempo de vuelo bastará con emplear la matriz de tiempos medios, obteniendo como resultado final el tiempo medio mínimo. Es importante notar que los tiempos de vuelo de estas matrices corresponden con los propios de volar según una ruta loxodrómica, es decir, atendiendo a las características de ésta. En cambio, para la resolución del problema mediante el algoritmo A* se ha optado por calcular la heurística como el tiempo de vuelo entre un nodo y el nodo final según la ruta ortodrómica, ya que si se empleara la ruta loxodrómica, se estaría sobreestimando el coste real de alcanzar el nodo final.

En el caso del problema de obtención de la ruta de mínimo consumo de combustible, se procederá a de dos formas distintas, debido a la posibilidad de obtener un resultado analítico. El caso de temperatura constante será resuelto mediante el método analítico, haciendo uso de la expresión (2.15), válida únicamente para este problema. Para llevar a cabo este método se emplearán las matrices de tiempos de vuelo (aquellas que contienen los valores de tiempos para todos los escenarios) comentadas en el párrafo anterior. Entonces se obtendrá un resultado analítico para cada segmento y escenario. Para un mismo segmento, se hará la media aritmética entre los 51 valores, obteniéndose un valor medio de consumo de combustible. Se procederá de igual manera a medida que se avance en el algoritmo de búsqueda, empleando el valor medio mínimo del consumo obtenido en el paso anterior como masa inicial del segmento siguiente.

El método numérico se empleará para resolver el problema con las matrices de predicción de temperaturas, ya que es la única forma de obtener el resultado de este problema. Este último método consiste en integrar la ecuación (2.12) a lo largo de un segmento de vuelo empleando la función *ode45* a lo largo de la distancia total de dicho segmento, siendo ésta la distancia loxodrómica. Se actúa de igual manera que en el método analítico en cuanto a la búsqueda del camino óptimo, pues se calcula en consumo de un segmento para todos los escenarios y finalmente se hace la media para todos ellos (pero para un mismo segmento). Con ambos métodos se obtendrían resultados idénticos para el problema en el caso de que se considerara la temperatura constante en todo el espacio aéreo.

Finalmente, se obtiene el consumo de combustible medio mínimo y la ruta óptima correspondiente.

Para la integración con la función *ode45*, es posible variar algunos de sus parámetros, de tal forma que pueden elegirse las tolerancias de integración; *RelTol* y *AbsTol*, tolerancias relativas y absolutas, respectivamente. Por defecto, estos parámetros tienen unos valores de 10^{-3} y 10^{-6} . Estas tolerancias pueden modificarse, y en este trabajo se ha optado por imponer $RelTol=10e^{-9}$ y $AbsTol=10e^{-9}$, con el objetivo de minimizar el error y obtener resultados más precisos.

Por otro lado, el paso de integración en ambos problemas será variable, puesto que todas las rutinas de integración *ode* escogen el paso de integración oportuno según las tolerancias especificadas (o por defecto, en caso de ser tales las tolerancias).

Finalmente, para comprobar la correcta programación de los algoritmos de búsqueda en grafos, se ha empleado la función *graphshortestpath* [11] de MATLAB, la cual emplea por defecto el algoritmo de Dijkstra para la resolución de estos problemas. Como entradas a esta función deben introducirse una matriz de costes (matrices dispersas) y los nodos de origen y destino, con lo cual no será posible emplearla para la obtención de la ruta de mínimo consumo de combustible.

4 .RESULTADOS.

En este apartado se exponen con detalle los resultados obtenidos de cada una de las variaciones de problema. Es necesario dividirlo en tres secciones, estudiando el problema de mínima distancia, mínimo tiempo y mínimo consumo de combustible por separado y analizando sus posibles variaciones. Se comienza con el problema más sencillo; el problema de la ruta de mínima distancia, y se va aumentando la complejidad hasta llegar al problema de mínimo consumo de combustible.

4.1.- Ruta de mínima distancia.

El primer caso a tratar es la obtención de la ruta de mínima distancia de vuelo. Como ya se ha explicado en el apartado “ 2.1.- Ecuaciones generales e hipótesis.”, una ruta entre dos puntos se conformará por una serie de fragmentos loxodrómicos en régimen de crucero. De esta forma, el rumbo de cada trayecto será constante y su distancia conocida e igual en todos los escenarios, pues la distancia entre dos puntos no depende de ningún fenómeno meteorológico.

Así, el problema presenta la formulación más simple, ya que sólo depende del correcto cálculo de la ruta loxodrómica entre dos puntos.

Entonces, el procedimiento a seguir para la resolución del problema será el siguiente:

- Una vez establecido el sentido del recorrido se construye una matriz cuyas componentes sean las distancias entre los diferentes puntos del espacio aéreo permitido.
- Con esa matriz, única para todos los escenarios y horizontes temporales, se procede a la búsqueda del camino óptimo entre el origen y destino seleccionados. Para ello se procede a emplear el algoritmo de Dijkstra y el A*.
 - Para el caso del algoritmo de Dijkstra no será necesario crear ninguna otra matriz de medidas.
 - Para el caso del A* se debe crear una matriz adicional que medirá las distancias ortodrómicas desde todos los puntos hasta el punto de destino. Esta matriz se empleará como heurística.
- Una vez finalizada la búsqueda se exponen ambos caminos y se evalúan las diferencias.

Es fácil de intuir que la mínima distancia será la misma en ambos sentidos, ya que no dependen de ninguna condición meteorológica. Aun así, se comprobará mediante el cálculo de estas rutas y sus respectivas distancias.

Se comienza exponiendo la ruta de menor distancia obtenida mediante el algoritmo de Dijkstra, la cual posee una distancia de 3437.35 millas náuticas. Según el algoritmo A* se obtiene un resultado idéntico, coincidiendo también los puntos de paso de ambas rutas como se muestra en la figura 4-1.

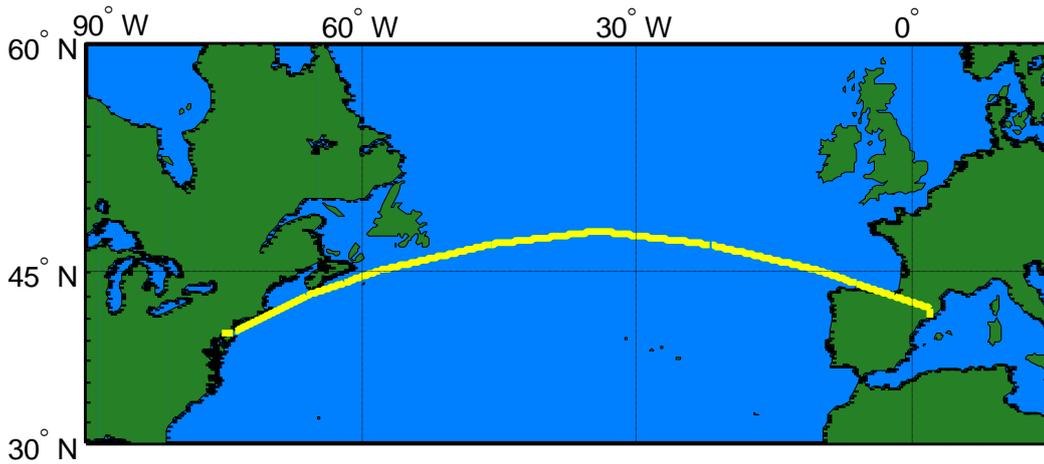


Figura 4-1 Ruta de menor distancia según el algoritmo de Dijkstra (línea amarilla) y el A* (línea verde).

La distancia ortodrómica entre estos dos puntos mide 3408.17 millas náuticas. La distancia obtenida mediante ambos algoritmos, además de coincidir (entre ellos), es mayor que la distancia ortodrómica entre el origen y el destino. Este resultado es razonable ya que al imponer una malla de puntos que fuerza el paso por ellos, se imposibilita el trazado exacto de la ruta ortodrómica o ruta de mínima distancia.

En este caso, ambos algoritmos de búsqueda han resultado igualmente válidos puesto que sus resultados coinciden entre sí, coincidiendo también con el resultado proporcionado por la función *graphshortestpath*.

El tiempo de vuelo y el consumo de combustible de esta ruta se encuentran especificados en la tabla 3. Nótese que estos resultados son los correspondientes a la ruta de Filadelfia a Barcelona.

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3437.35	6.453	37378.05
	Variable	3437.35	6.435	37272.35
A*	Constante	3437.35	6.453	37378.05
	Variable	3437.35	6.435	37272.35

Tabla 3 - Parámetros de la ruta de mínima distancia de Filadelfia hacia Barcelona.

La ruta de mínima distancia en el sentido opuesto (de Barcelona a Filadelfia) coincide en puntos de paso con la primera, es decir, en distancia. Sin embargo, el tiempo de vuelo y el consumo de combustible de dichas rutas no coinciden, como se puede ver en la tabla 4:

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3437.35	8.567	48209.91
	Variable	3437.35	8.519	48043.00
A*	Constante	3437.35	8.567	48209.91
	Variable	3437.35	8.519	48043.00

Tabla 4 - Parámetros de la ruta de mínima distancia de Barcelona a Filadelfia.

La presencia de vientos en sentido opuesto al avance provoca un aumento en el tiempo de vuelo y en el consumo de combustible de la ruta de Este a Oeste. La temperatura tiene efecto en la velocidad, haciendo que ésta aumente si la temperatura es mayor, reduciendo así el tiempo de vuelo.

4.2.- Ruta de mínimo tiempo de vuelo.

En este apartado se tratará el caso en el que la variable a optimizar es el tiempo de vuelo total. Es a partir de este punto cuando las condiciones meteorológicas comienzan a analizarse como parte del problema y marcan una diferencia respecto al caso simplificado en el que se minimiza la distancia de vuelo. Esto se debe a que la velocidad y dirección del viento, así como la temperatura influyen en la velocidad de la aeronave respecto de tierra.

El proceso de resolución se explica en los siguientes puntos:

- Primero, se deben generar matrices de tiempos de vuelo como las explicadas en el apartado “3..Resolución del problema.”.

El tiempo entre dos nodos debe calcularse teniendo en cuenta las posibles variaciones de temperatura (en caso de analizar el problema con las distribuciones de temperaturas proporcionadas) y viento en cada punto de la trayectoria. En función del paso de integración impuesto por la función *ode45* de MATLAB, se comprueban todas las variables meteorológicas y se recalcula la velocidad respecto de tierra, cuya inversa deberá ser integrada con el fin de obtener el tiempo de vuelo, tal y como se indica en la expresión (2.10).

- Una vez obtenidas las matrices de tiempos, bastará con introducir la que contiene los tiempos de vuelo medios en el algoritmo de búsqueda en grafos. Es necesario tener en cuenta que el sentido de la ruta es importante para el cálculo de estas matrices, ya que los tiempos entre pares de nodos pueden variar al recorrer la conexión en un sentido o en otro.

Las matrices de vientos empleadas se construirán a partir de la media de tiempo de vuelo de cada segmento, como ya se ha comentado. Debe constar que no influye en el resultado el hecho de hacer las medias antes de introducir estos datos en el algoritmo de búsqueda en grafos. Si se dejara a realizar dentro del dicho algoritmo se obtendría el mismo resultado, ya que cada vez que se escogiera un par de nodos, debería calcularse la media del tiempo de vuelo para evaluarlo a continuación. Entonces, el único efecto notable sería la ralentización del algoritmo.

Finalmente, estas matrices de tiempos se han calculado teniendo en cuenta una temperatura constante en todo el espacio aéreo y también teniendo en cuenta las matrices de predicción de temperaturas. Los resultados tras introducirlas en los algoritmos de búsqueda son los siguientes:

- Ruta de Filadelfia a Barcelona.
 - Con temperatura constante.

En la figura 4-2 se muestran las rutas obtenidas mediante el algoritmo de Dijkstra y el A*.

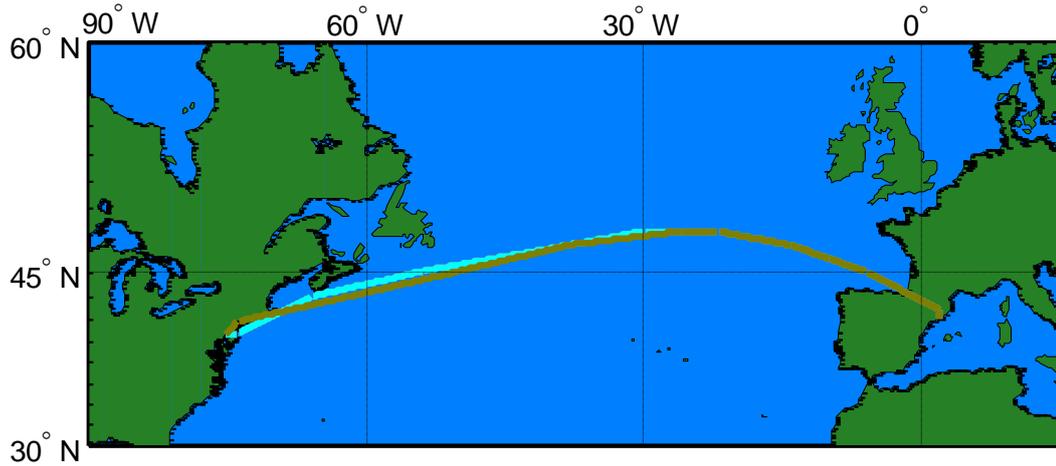


Figura 4-2 Ruta de menor tiempo de vuelo según los algoritmos de Dijkstra (línea turquesa) y A* (línea marrón) con temperatura constante (de Filadelfia a Barcelona).

Las rutas no son completamente coincidentes, aunque sí se solapan en la parte final del trayecto. Al no coincidir en puntos de paso, las rutas tampoco coincidirán necesariamente en tiempo de vuelo. La ruta de mínimo tiempo de vuelo obtenida mediante el algoritmo de Dijkstra devuelve un tiempo de 6.394 horas, mientras que el obtenido a través del A* es de 6.409 horas. El tiempo obtenido con el Dijkstra es el menor de los dos y coincide con el calculado con la función *graphshortestpath*.

Entonces, se hace evidente que la ruta obtenida a través del algoritmo de Dijkstra es la ruta óptima, pues su duración es menor. El resto de parámetros de estas rutas se muestran en la tabla 5.

- Con temperatura variable.

En este caso se emplearán matrices de temperatura variable. Dentro de cada segmento y en cada paso de integración la temperatura en cada punto de la trayectoria se calculará mediante interpolación bilineal.

Según el algoritmo de Dijkstra el tiempo de vuelo es de 6.382 horas y se corresponde con la línea azul de la figura 4-3. Por otro lado, el A* obtiene un tiempo mínimo de 6.418 horas y la ruta correspondiente a la línea amarilla.

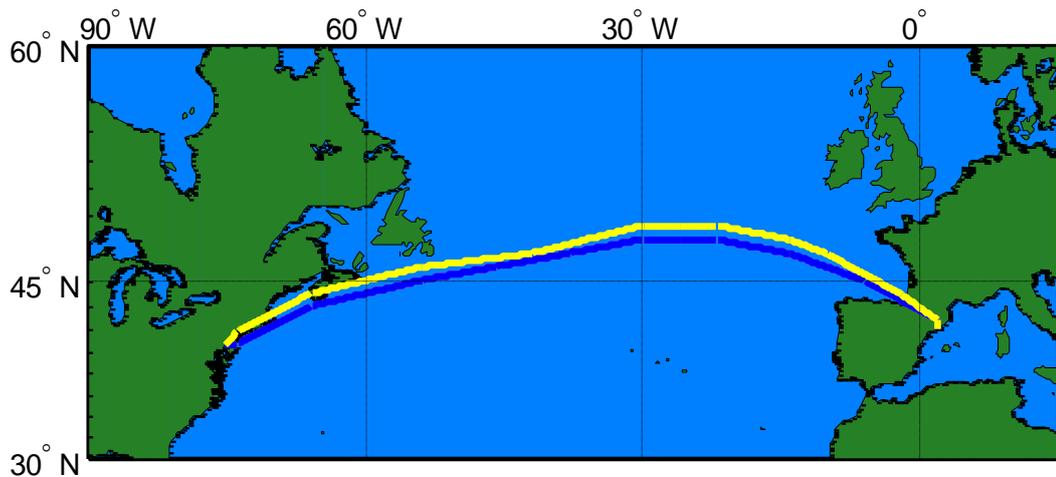


Figura 4-3 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra (línea azul) y el A* (línea amarilla) con temperatura variable (de Filadelfia a Barcelona).

En este caso, igual que en el caso de la temperatura constante, el algoritmo de Dijkstra

obtiene una solución de menor tiempo de vuelo que coincide con la obtenida a través de la función *graphshortestpath*. Entonces se puede decir que la ruta óptima es la obtenida con el algoritmo de Dijkstra.

En la tabla 5 se presentan los valores de distancias y consumo de combustible de cada una de ellas:

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3446.81	6.382	37082.10
	Variable	3446.81	6.394	37005.10
A*	Constante	3460.33	6.409	37058.78
	Variable	3460.60	6.418	37252.35

Tabla 5 - Parámetros de la ruta de mínimo tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona.

Si se superponen las rutas óptimas obtenidas a través del algoritmo de Dijkstra (para las dos distribuciones de temperatura posibles) se obtiene la figura 4-4, donde se superponen completamente, con lo cual sólo es visible una de ellas. Este resultado es razonable, ya que las distancias a recorrer son iguales. Sólo difieren en tiempo de vuelo y consumo de combustible, siendo la ruta a temperatura constante la que posee el menor tiempo de vuelo y mayor consumo de combustible de las dos.

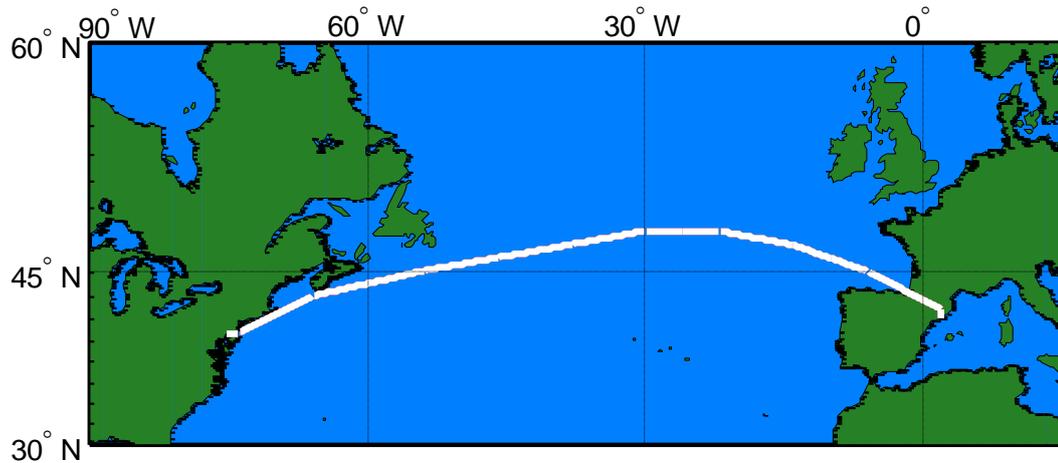


Figura 4-4 Ruta de menor tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona con temperatura constante (línea roja) y con temperatura variable (línea blanca).

- Ruta de Barcelona a Filadelfia.
 - Con temperatura constante.

En este apartado se evaluará la ruta en sentido contrario con temperaturas constantes. Para ello se deben volver a generar las matrices de tiempos de vuelo, ya que el viento, al poseer dirección y sentido, no afectará de igual forma a la ruta de ida que a la ruta de vuelta. Una vez generadas las mismas matrices pero en sentido opuesto se introducen estos datos en los algoritmos de búsqueda en grafos y se obtienen las rutas oportunas.

Según el algoritmo de Dijkstra se obtiene un tiempo de vuelo de 8.089 horas, idéntico al obtenido a través del A*. Además, sus rutas coinciden, siendo ambas iguales a la presentada en la figura 4-5.

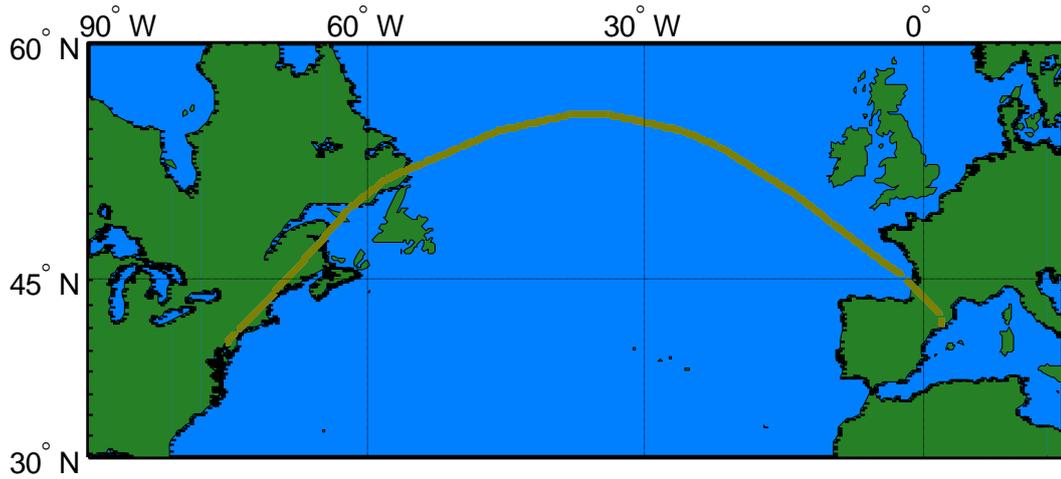


Figura 4-5 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra y A* con temperatura constante (de Barcelona a Filadelfia).

- Con temperatura variable.

El mismo vuelo con temperaturas variables tiene una duración ligeramente inferior a la obtenida a temperatura constante. Tanto con el algoritmo de Dijkstra como con el A* se obtiene una duración de 7.999 horas. En este caso, los algoritmos también coinciden en puntos de paso:

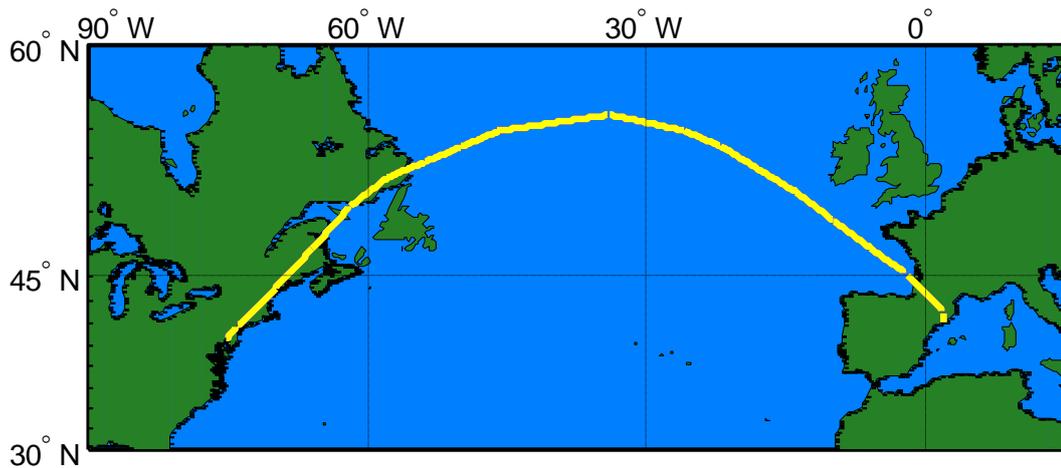


Figura 4-6 Ruta de menor tiempo de vuelo según el algoritmo de Dijkstra y A* con temperatura variable (de Barcelona a Filadelfia).

Para esta ruta, los valores de distancias y consumo de combustible son los mostrados en la tabla 6:

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3573.50	8.089	45746.55
	Variable	3573.07	7.999	45391.05
A*	Constante	3573.50	8.089	45746.55
	Variable	3573.07	7.999	45391.05

Tabla 6 - Parámetros de la ruta de mínimo tiempo de vuelo de Barcelona a Filadelfia.

El efecto de variar la temperatura provoca una reducción de alrededor de 5 minutos del tiempo mínimo de vuelo. La temperatura hará variar la velocidad del sonido, y con ella la velocidad con respecto a tierra.

En la figura 4-7 puede verse la diferencia entre las rutas óptimas obtenidas según la distribución de temperaturas empleada.

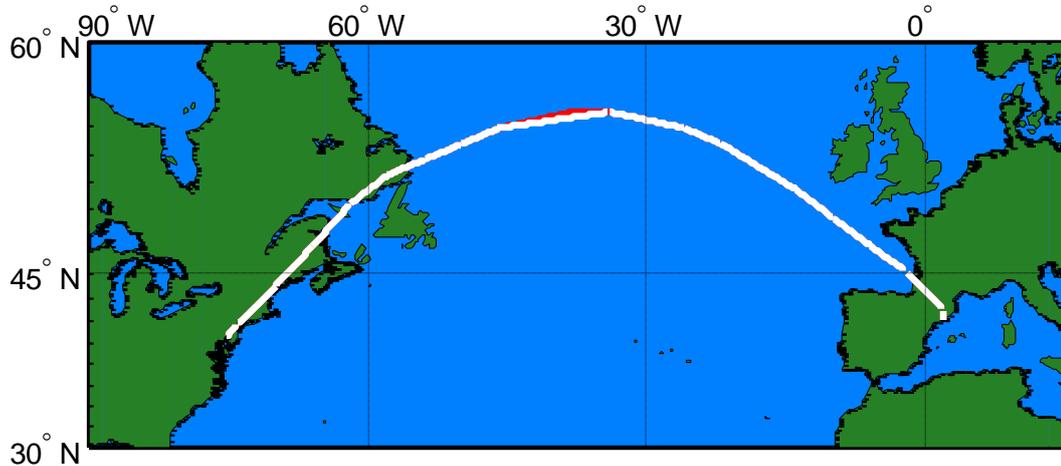


Figura 4-7 Ruta de menor tiempo de vuelo de Barcelona a Filadelfia con temperatura constante (línea roja) y con temperatura variable (línea blanca).

En cuanto al tiempo de vuelo, no será posible obtener un valor menor que el que resulta al volar hacia el oeste. Los valores obtenidos de la ruta hacia Barcelona establecían un tiempo de vuelo mínimo de 8 horas aproximadamente, difiriendo con los obtenidos en la ruta de sentido opuesto, los cuales eran próximos a las 6 horas de vuelo. Esto se debe a la presencia de vientos que en un sentido actúan como vientos de cola, disminuyendo el tiempo de vuelo, y en el sentido opuesto actúan como vientos de cara, haciendo que este tiempo aumente. En la figura 4-8 puede verse la diferencia entre las rutas en ambos sentidos, las cuales no coinciden en ninguno de sus puntos intermedios. De hecho, existe una gran diferencia entre ambas.

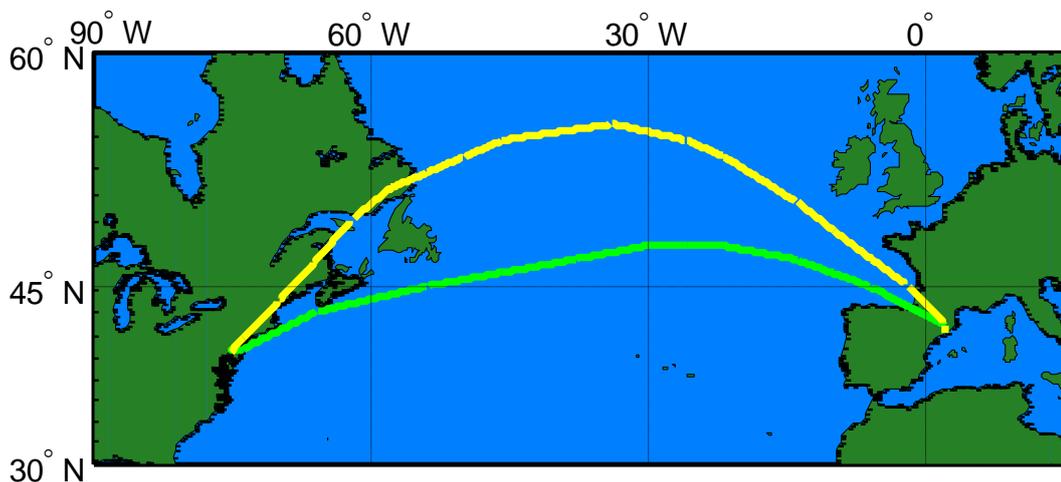


Figura 4-8 Rutas de mínimo tiempo de vuelo de Filadelfia a Barcelona (línea verde) y de Barcelona a Filadelfia (línea amarilla) con una distribución de temperaturas variable.

Se han representado los resultados del problema en el que se emplean las matrices de predicción de temperaturas en lugar de una distribución constante. En el caso de la ruta de Filadelfia a Barcelona, la temperatura no tenía efecto en la longitud de ésta y ambos resultados coinciden en puntos de paso. En el caso de la ruta de Barcelona hacia Filadelfia no existe solapamiento completo como se observa en la figura 4-7, y se ha escogido el resultado del caso en el que la temperatura no es constante por su mayor parecido con la realidad.

4.3.- Ruta de mínimo consumo de combustible.

Este es el último caso de estudio y es el más complejo. Se pretende obtener la ruta de mínimo consumo de combustible. Para ello se empleará únicamente uno de los algoritmos de búsqueda, el algoritmo de Dijkstra. Esto se debe a su correcto funcionamiento, comprobado en los apartados anteriores y a que el problema a tratar requiere mayor tiempo de ejecución. Dado que el algoritmo de Dijkstra devuelve la mejor ruta en todos los casos y el algoritmo A* no lo hace, se ha optado por descartar este segundo método.

Debe tenerse en cuenta la variación de la masa a medida que nos alejamos del origen de la ruta. No bastará con calcular la cantidad de combustible que se consume en un segmento entre dos nodos cualesquiera, ya que dependerá de la cantidad de combustible con la que se parta desde el origen de dicho segmento. No obstante, en ambos casos (temperatura variable y no variable), a la hora de realizar la toma de decisión sobre la ruta a recorrer, debe tenerse en cuenta que no se trata de igual forma el problema del mínimo consumo de combustible que como se trataba el problema del mínimo tiempo de vuelo.

En este caso, debe hacerse el cálculo dentro del algoritmo de búsqueda. Esto se debe a que se parte con una masa inicial determinada y se integra en todas las direcciones en las que existan nodos vecinos, para escoger el consumo mínimo. Debe evaluarse cada par de puntos en todos los escenarios y hacerse la media de los 51 valores obtenidos. Una vez escogido el siguiente nodo, debe partirse de él con la masa obtenida del paso anterior, con lo cual no se sabrá a priori el valor de la masa inicial en todos los segmentos y no se podrán construir matrices de masa para todos los pares de nodos. Esto hace remarcablemente más lento el algoritmo de búsqueda.

Si la temperatura es constante, existirá una solución analítica, pero para el caso de temperatura variable se empleará un método numérico, ya que el analítico no es válido. En ambos casos se partirá con una masa inicial de 220000 kg.

Entonces, según la ruta a analizar:

- Ruta de Filadelfia a Barcelona.

Las rutas obtenidas son las mostradas en la figura 4-9. El consumo a temperatura constante es de 37085.52 kg y el consumo con temperatura variable es de 37001.10kg.

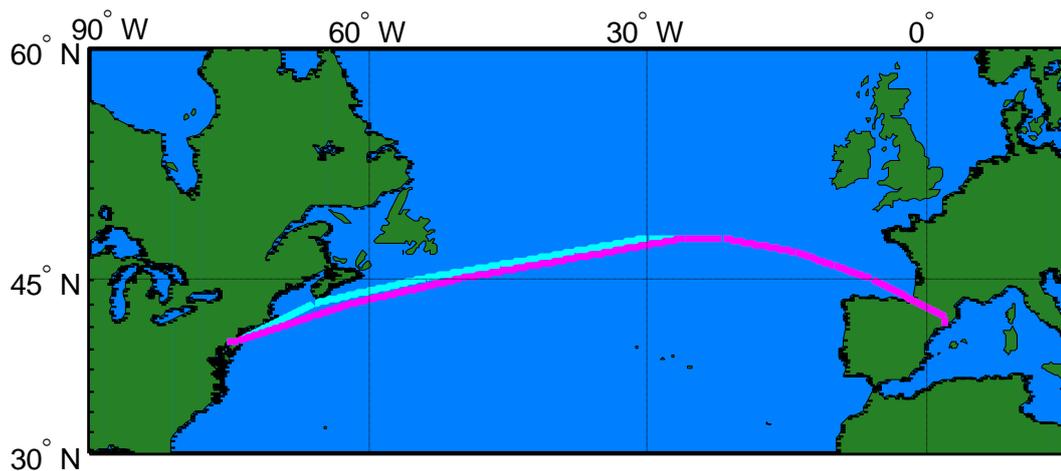


Figura 4-9 Superposición de rutas de mínimo consumo de combustible (de Filadelfia a Barcelona) con temperatura constante (línea turquesa) y con temperatura variable (línea magenta).

Se obtiene una diferencia de aproximadamente 82 kg, siendo menor el consumo de combustible en el caso en que la temperatura no es constante. Ambas rutas no se superponen en la mayor parte de recorrido, lo cual se refleja en la diferencia de distancias entre las dos.

- Ruta de Barcelona a Filadelfia.

Las rutas obtenidas son las de la figura 4-10. El consumo a temperatura constante es de 45824.59 kg y el consumo a temperatura variable es de 45391.05 kg.

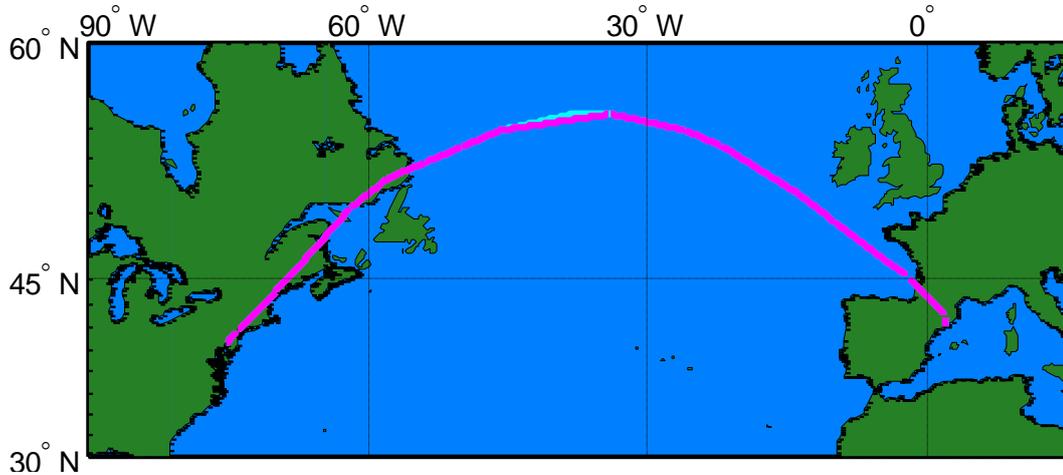


Figura 4-10 Superposición de rutas de mínimo consumo de combustible (de Barcelona a Filadelfia) con temperatura constante (línea turquesa) y con temperatura variable (línea magenta).

Una vez más, el consumo con temperatura constante es mayor que el consumo con temperaturas variables. No obstante, las rutas se superponen en la mayor parte del recorrido, siendo en la parte central donde más difieren entre sí.

En la tabla 7 y la tabla 8 se muestran el resto de variables de las rutas resultantes.

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3446.81	6.394	37085.52
	Variable	3452.72	6.391	37001.10

Tabla 7 - Parámetros de la ruta de mínimo consumo de combustible de Filadelfia a Barcelona.

Se observa que la ruta de mínimo combustible es una ruta de mayor distancia que la ruta a temperatura constante. Sin embargo, el tiempo de vuelo también es menor en la primera. Este resultado es consecuencia directa de la variación de temperatura a lo largo del grafo.

Algoritmo	Temperatura	Distancia (nmi)	Tiempo (h)	Consumo (kg)
Dijkstra	Constante	3573.50	8.089	45824.59
	Variable	3573.07	7.999	45391.05

Tabla 8 – Parámetros de la ruta de mínimo consumo de combustible de Barcelona a Filadelfia.

En este caso ocurre lo mismo que se observa en la ruta de Filadelfia a Barcelona (en cuanto a sus parámetros).

Por último, en la figura 4-11 se comparan las rutas de mínimo consumo en los dos sentidos (de Filadelfia a Barcelona y al revés). Se han escogido los resultados de los casos en los que se emplean las matrices de predicción de temperaturas.

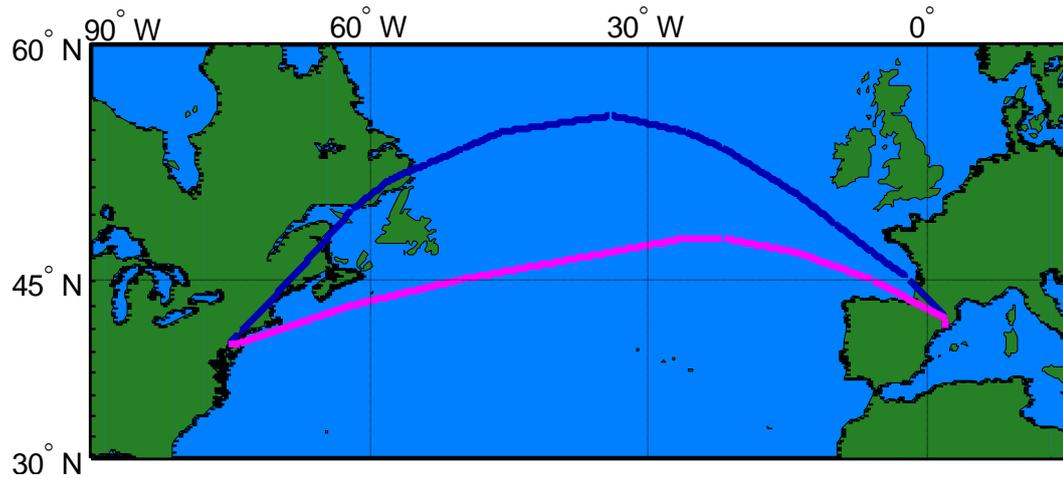


Figura 4-11 Ruta de mínimo consumo de combustible de Filadelfia a Barcelona (línea rosa) y de Barcelona a Filadelfia (línea azul) con una distribución de temperaturas variable.

Existe una gran diferencia entre ambas rutas, la cual ya se hizo patente en las tablas 7 y 8. Esta diferencia está causada principalmente por la distribución de vientos ya que ambas rutas se muestran sometidas a la misma distribución de temperaturas. Esto no quiere decir que la temperatura no tenga efecto sobre ellas, sino que su efecto es menos notable que el de los vientos.

5 .CONCLUSIONES Y LÍNEAS DE MEJORA

En este último capítulo se procede a concluir el presente trabajo haciendo un breve resumen de los resultados obtenidos y sus posibles consecuencias. También se pretende dar a conocer las posibles líneas de trabajo futuras a partir de los avances obtenidos en este documento.

Este trabajo permite valorar la influencia de dos fenómenos atmosféricos que deben tenerse en cuenta en la planificación de rutas: el viento y la temperatura. Ha estado enfocado en evaluar el efecto de estas dos variables en parámetros del vuelo como son la distancia de vuelo, el tiempo de vuelo y el consumo de combustible, ya que cualquier variación de los mismos repercutirá en el coste del vuelo.

Las principales conclusiones obtenidas tras el análisis llevado a cabo son las siguientes:

- En primer lugar, se ha observado el fuerte efecto de la distribución de vientos sobre los tiempos mínimos de vuelo, siendo mucho menores cuando los vientos son predominantemente de cola. Puede haber una diferencia de cerca de 2 horas entre la ruta en un sentido y la ruta contraria, lo cual debe tenerse muy en cuenta a la hora de tomar una decisión en cuanto a la cantidad de combustible necesario, pues la ruta de mayor duración consume mucha mayor cantidad de combustible.
- Por otro lado, el efecto de la temperatura también es notable, sin embargo es mucho menos notable que el efecto del viento. Las rutas calculadas con temperatura constante resultan durar más tiempo que las que se calculan con las matrices de predicción. Consecuentemente, el consumo de combustible es menor en la de menor duración.
- Durante la elaboración de este trabajo se han empleado diferentes distribuciones de puntos de paso permitidos, comenzando con una distribución de puntos con menor separación entre sus coordenadas es decir, con mayor densidad de puntos. Sin embargo, se cree conveniente emplear la distribución de puntos propuesta en este documento ya que el tiempo de ejecución de los algoritmos de búsqueda y de la creación de las matrices de tiempos se ha creído excesivo para distribuciones con mayores densidades. Asimismo, con la distribución de menor densidad de puntos se obtienen rutas más suaves (con intersecciones menos marcadas entre los segmentos y menores valores de rumbo) que las obtenidas con una distribución de puntos más densa, lo cual es preferible puesto que se asemeja más a un vuelo real.
- Por último, se ha comprobado el correcto funcionamiento del algoritmo de Dijkstra, mientras que el algoritmo A* no ha obtenido el resultado óptimo en todos los casos. Es por ello que se representan los resultados obtenidos con el primer algoritmo como resultados válidos para los tres problemas.

Las líneas de que se proponen con el objetivo de ampliar y mejorar el análisis efectuado en este trabajo son las que se presentan a continuación:

- La primera línea de mejora puede incluir variaciones en el número de Mach así como en la altitud presión del problema, con el objetivo de observar su efecto sobre el tiempo de vuelo y el consumo de combustible. Además, podría considerarse la posibilidad de incluir segmentos de vuelo diferentes a los segmentos de crucero, como descensos o subidas, en los cuales pueden emplearse las correspondientes distribuciones de vientos y temperaturas propias de un rango discreto de altitudes.
- También se propone el análisis de diferentes pares origen-destino, ya que al emplear distribuciones no uniformes, los resultados serán diferentes para diferentes rutas.

- Por último, como trabajo futuro se propone la interpolación de las variables meteorológicas en el tiempo. En este trabajo se ha empleado una única predicción, la cual se considera válida para la completa duración del vuelo, sin embargo, emplear la interpolación de vientos y temperaturas en el tiempo puede proporcionar datos más fieles a la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] RIVAS RIVAS, D. *Apuntes de Mecánica del Vuelo y Operaciones de Vuelo*. Sevilla: Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2012.
- [2] FRANCO ESPÍN, A. y RIVAS RIVAS, D. *Analysis of Aircraft Trajectory Uncertainty using Ensemble Weather Forecasts: A Comparative Study*.
- [3] FRANCO ESPÍN, A. y RIVAS RIVAS, D. *Analysis of Aircraft Trajectory Uncertainty using Ensemble Weather Forecasts: A Comparative Study*.
- [4] VÁZQUEZ VALENZUELA, R. *Apuntes de Fundamentos de Navegación Aérea*. Sevilla: Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2016.
- [5] ECMWF | *Advancing global NWP through international collaboration*. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts ©. Disponible en: <https://www.ecmwf.int/>.
- [6] RIVAS RIVAS, D. *Apuntes de Mecánica del Vuelo y Operaciones de Vuelo*. Sevilla: Universidad de Sevilla, Escuela Técnica Superior de Ingeniería, 2012.
- [7] EUROCONTROL EXPERIMENTAL CENTER, *User Manual for the Base of Aircraft Data (BADA) Revision 3. 13*, Brussels: Eurocontrol, 2015.
- [8] FRANCO ESPÍN, A., RIVAS RIVAS, D. y VAENZUELA ROMERO, A., ‘*Robust Aircraft Path Planning using Ensemble Weather Forecasts*’. International Symposium on Sustainable Aviation, 9-11 July 2018, Rome, Italy.
- [9] MathWorks - Makers of MATLAB and Simulink. The MathWork, Inc. ©1994-2018. Disponible en: <https://es.mathworks.com/>.
- [10] *ode45*. Solve nonstiff differential equations — medium order method. The MathWork, Inc. ©1994-2018. Disponible en <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>.
- [11] *graphshortestpath*. Solve shortest path problem in graph. The MathWork, Inc. ©1994-2018. Disponible en: <https://es.mathworks.com/help/bioinfo/ref/graphshortestpath.html>.