

ANALISIS LIMITE DE CORDONES DE SOLDADURAS EN ANGULO

Picón R. , Cañas J. , París F.

Dpto. Mecánica de Medios Continuos Teoría de
Estructuras e Ingeniería del Terreno
E. T. S. Ingenieros Industriales de Sevilla.
Avda. Reina Mercedes s/n. 41012 Sevilla.

Resumen.— La filosofía del análisis límite se aplica en este trabajo al cálculo de uniones soldadas, calculándose el máximo valor de las cargas externas para el cual existe una distribución de tensiones en equilibrio y que no viola un cierto criterio que limita los valores admisibles de dichas tensiones. Las formas habituales de este criterio representan funciones no lineales de las tensiones. Su linealización, junto con la aproximación del campo de tensiones, permite la aplicación de algoritmos de Programación Lineal, de probada eficiencia. Aunque la técnica descrita es general, se va a ilustrar para el caso de soldaduras en ángulo que constituyan una unión plana. Para una unión de este tipo se comparan los resultados obtenidos mediante la técnica propuesta con los proporcionados por la normativa española.

1.- INTRODUCCION

En los métodos de cálculo de uniones soldadas se aplica la filosofía habitual de cálculo de sólidos deformables, en la que se distinguen dos etapas :

e1) Cálculo de una distribución de tensiones sobre los distintos cordones que conforman la unión.

e2) Cálculo de los máximos valores que pueden tomar las tensiones para que no se viole un cierto criterio de resistencia, función de dichas tensiones y asociado a un cierto estado límite del material.

En general, distintos estados límites pueden ser considerados en el cálculo de la unión soldada :

a) Plastificación del punto más cargado

b) Propagación elástica de una grieta

c) Propagación elástoplástica de una grieta

d) Rotura por excesiva deformación de alguna zona del cordón mientras el resto no está aún totalmente plastificado.

e) Colapso plástico masivo con formación de un mecanismo de colapso, seguido, obviamente, de grandes deformaciones y rotura.

El punto a) está asociado al cálculo elástico clásico y es bien sabido que, aunque válido como estado límite, no lleva asociado el fallo de la estructura, en el sentido de perder ésta su capacidad portante. El cálculo elástico conduce, en consecuencia, a un sobredimensionamiento de los cordones, por lo que los estudios iniciales sobre distribuciones elásticas de tensiones [1], [2], no son hoy utilizados, aunque cabe mencionar que un análisis elástico puede ser de interés en situaciones en las que la disposición de las piezas a unir crea una fisura que pudiera propagarse de forma inestable (punto b). Habitualmente no es ese el caso [3] por lo que cabe presumir que el fallo de una unión soldada es precedido por una plastificación, en mayor o menor grado, del material. Este hecho está implícito en la mayoría de las recomendaciones de diseño incluidas en las distintas normas, y algunos análisis elásticos bastante refinados de tipo numérico y experimental [4] permiten comprobar que, para los niveles de carga admitidos por las Normas, existen amplias zonas del material en estado plástico.

Admitido esto, hay que decir que el mecanismo real de fallo de las uniones soldadas no está aún claramente establecido. En nuestra opinión, a la vista de la bibliografía consultada, no existen estudios experimentales sistemáticos de cuales son los mecanismos que conducen realmente al fallo de las uniones soldadas, centrándose la práctica totalidad de los ensayos en la determinación de la carga de rotura [5], [6], [7].

Refiriéndonos ahora a los estados límites c) y d), su estudio requiere un análisis elastoplástico incremental del sólido en su totalidad. El mecanismo c) requiere, adicionalmente, el cálculo, después de cada incremento de carga, de algún parámetro que caracterice la propagación elastoplástica de grieta, como por ejemplo la integral J [8], mientras que el mecanismo d) requeriría analizar el campo de deformaciones tras cada incremento de carga para comparar dichas deformaciones con la deformación de rotura del material. Como es bien sabido, los análisis elastoplásticos incrementales son considerablemente costosos en tiempo de ejecución y necesidades de memoria de ordenador. Aunque creemos de interés la realización de este tipo de análisis para clarificar los mecanismos reales de fallo de las uniones soldadas, no parece práctica su utilización como criterios habituales de diseño.

En este sentido, la metodología que se sugiere de las normas actuales [9], [10] está claramente basada en la filosofía del análisis límite, filosofía que podría expresarse como sigue: "Cualquier distribución de tensiones en equilibrio con las acciones en la unión soldada, que no viole un cierto criterio de resistencia, está causada por unas acciones menores o iguales que las máximas que puede soportar la unión. Deberá comprobarse, adicionalmente, que las acciones provocan en la unión unas deformaciones admisibles, es decir menores a la de rotura".

Obsérvese que la primera parte del enunciado anterior es exactamente el Teorema Estático del Análisis Límite, que permite obtener la carga de colapso en sólidos de comportamiento elastoplástico ideal. La última frase del enunciado anterior expresa que si las deformaciones alcanzan el valor de rotura antes de llegarse a la carga de colapso ésta no tiene, obviamente, ninguna validez, pues se alcanzaría antes el estado límite d) que el e). Las distintas normas se aseguran de que la unión puede desarrollar completamente su estado plástico mediante restricciones de tipo geométrico [9], [10], [11]. El método que desarrollaremos en el siguiente apartado presupone, consecuentemente, que tales restricciones geométricas son satisfechas. Es interesante hacer notar que cualquier distribución de tensiones que satisfaga las condiciones de equilibrio y que sea segura (es

decir, que no viole el criterio de resistencia) proporciona una cota inferior de la carga de colapso de la unión, lo que proporciona un marco teórico coherente al hecho de que en distintas normas se propongan distintas distribuciones de tensiones para absorber el mismo conjunto de acciones sobre la unión.

Por último, hay que decir que los criterios de resistencia última que se manejan, aunque de estructura similar a los criterios habituales de plastificación de metales, no son realmente criterios de plastificación. En general, la génesis de los criterios en uso son los resultados experimentales obtenidos cargando hasta la rotura una serie de uniones soldadas, y se formulan a partir de los valores medios de las tensiones en la sección estimada más débil (habitualmente la sección de garganta), introduciéndose un coeficiente de seguridad mediante la minoración, en una u otra forma, de la tensión de rotura. Por tanto, estrictamente, los mecanismos de fallo que conducen a la rotura podrían ser cualquiera de los descritos anteriormente (mecanismos b), c), d) ó e)). Esto no altera, sin embargo, la filosofía propuesta por las normas, que es la que intentamos generalizar y analizar en este trabajo.

A la vista de la génesis de los criterios mencionados en el párrafo anterior, no es sorprendente que, prácticamente, existan tantos criterios como países (ver [12], donde se comparan 7 criterios distintos). En este trabajo, las ideas que se proponen se van a ilustrar sobre el criterio español de la Norma MV-103 [11].

$$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2 + 1.8(\tau_n^2 + \tau_a^2)} \leq \sigma_u \quad (1.1)$$

En la fórmula anterior, σ_c es la tensión de comparación σ_u es la resistencia de cálculo del metal base, en general igual a su límite elástico, y σ , τ_n y τ_a son las tensiones en la garganta del cordón de soldadura. En la Fig. 1.1 se representan estas tensiones, así como las actuantes sobre la sección de garganta abatida.

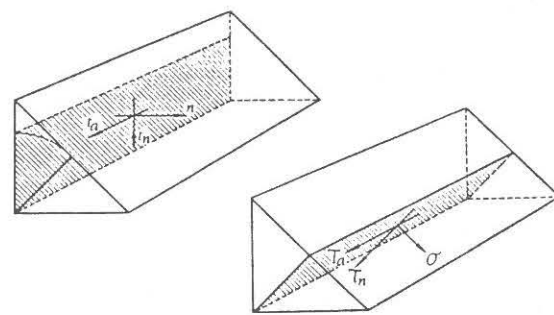


Figura 1.1.- Tensiones en un cordón de soldadura

2.- PLANTEAMIENTO ANALITICO DEL PROBLEMA

Supóngase una unión plana cualquiera, formada, por simplicidad, por tramos rectos (Fig. 2.1), de área total de garganta abatida A. Sean $F_{x0}, F_{y0}, F_{z0}, M_{x0}, M_{y0}, M_{z0}$ los esfuerzos y momentos actuantes sobre dicha área, respecto a unos ejes x, y, z, dispuestos en el centro de gravedad del área A, y admitamos que dichos esfuerzos aumentan proporcionalmente a un parámetro k, es decir que:

$$\begin{aligned} (F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z) = \\ = (F_{x0}, F_{y0}, F_{z0}, M_{x0}, M_{y0}, M_{z0}) k \end{aligned} \quad (2.1a)$$

o bien

$$E = E_0 k \quad (2.1b)$$

El problema que queremos resolver se formula de la siguiente forma: encontrar la distribución de tensiones $\sigma_{zz}(x,y), \sigma_{zx}(x,y), \sigma_{zy}(x,y)$, tal que maximice el multiplicador k, satisfaciendo las ecuaciones de equilibrio y no violando el criterio de resistencia.

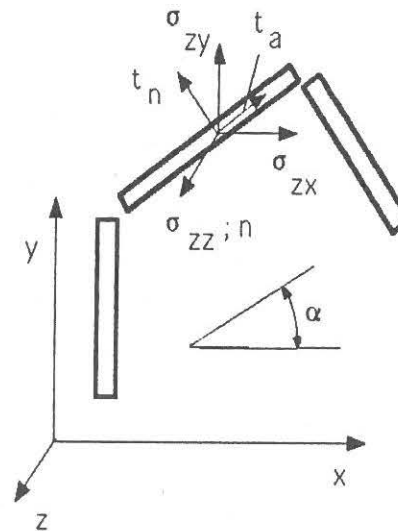


Figura 2.1.- Tensiones en una unión plana

Las ecuaciones de equilibrio en forma matricial son:

$$\int_A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{zx} \\ \sigma_{zy} \\ \sigma_{zz} \end{pmatrix} dA = \begin{pmatrix} F_{x0} \\ F_{y0} \\ F_{z0} \\ M_{x0} \\ M_{y0} \\ M_{z0} \end{pmatrix} k \quad (2.2a)$$

En forma compacta:

$$\int_A H(x,y) \underline{\sigma}(x,y) dA = E_0 k \quad (2.2b)$$

Las tensiones agrupadas en el vector $\underline{\sigma}(x,y)$ pueden transformarse en tensiones en la garganta (Fig. 1.1) mediante simples giros de ejes. A la vista de las Figs. 1.1 y 2.1 se tiene, usando $c(s)=\cos \alpha$ ($s=\sin \alpha$)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{zx} \\ \sigma_{zy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & -s & s \\ s & c & -c \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_n \\ \sigma \end{bmatrix}$$

$$\underline{\sigma}(x,y) = \underline{J}(\alpha) \underline{\sigma}(x,y) \quad (2.3)$$

siendo $\underline{\sigma}(x,y)$ las tensiones en la garganta en coordenadas locales. Sustituyendo en 2.2b y definiendo $\underline{M}(x,y,\alpha) = H(x,y) \underline{J}(\alpha)$ se tienen las ecuaciones de equilibrio en función de las tensiones en la garganta

$$\int_A \underline{M}(x,y,\alpha) \underline{\sigma}(x,y) dA = E_0 k \quad (2.4)$$

El planteamiento analítico del problema sería, por tanto:

Maximizar k
sujeto a:

$$\int_A \underline{M}(x,y,\alpha) \underline{\sigma}(x,y) dA = E_0 k \quad (2.5)$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 1.8(\tau_n^2 + \tau_a^2)} \leq \sigma_u$$

Las Ecs. 2.5 caracterizan un problema típico de Programación Matemática No Lineal, inatacable, obviamente, por métodos analíticos. Para encontrar una solución aproximada se va a proceder, por una parte, a aproximar el campo de tensiones mediante unas funciones de forma adecuadas y, por otra parte, se va a linealizar el criterio de resistencia, convirtiéndolo en un conjunto de planos. Ambos puntos se desarrollan en los siguientes apartados.

3.- APROXIMACION DEL CAMPO DE TENSIONES

Se han usado dos tipos de aproximaciones, constante y lineal. El uso de estas aproximaciones facilita la comprobación del criterio de resistencia, pues basta evaluar

éste en el centro del elemento (si la aproximación es constante) o en los extremos (la aproximación es lineal). Así admitamos que el área de garganta abatida se ha discretizado en una serie de elementos como se muestra genéricamente en la Fig. 3.1. Nuestras variables discretas serán las tensiones de garganta en los puntos medios o extremos dependiendo del tipo de aproximación empleada. Desarrollemos por ejemplo la aproximación lineal y agrupemos las tensiones en un vector \underline{S}

$$\underline{S}^T = (\underline{S}_1^T \dots \underline{S}_i^T \underline{S}_j^T \underline{S}_k^T \dots \underline{S}_N^T) \quad (3.1a)$$

siendo un vector genérico \underline{S}_j^T :

$$\underline{S}_j^T = (\tau_{aj} \tau_{nj} \sigma_j) \quad (3.1b)$$

Se tiene, para el elemento ij:

$$\underline{S}^{ij}(x,y) = \underline{N}^{ij} \underline{S}_j^T \quad (3.2a)$$

Siendo:

$$(\underline{S}^{ij})^T = (\underline{S}_i^T \underline{S}_j^T)$$

$$\underline{N}^{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_i^{ij} & 0 & 0 & \Phi_j^{ij} & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_i^{ij} & 0 & 0 & \Phi_j^{ij} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_i^{ij} & 0 & 0 & \Phi_j^{ij} \end{bmatrix}$$

con (Ver Fig. 3.1):

$$\Phi_i^{ij} = 1 - \frac{\eta}{L_{ij}}; \Phi_j^{ij} = \frac{\eta}{L_{ij}}$$

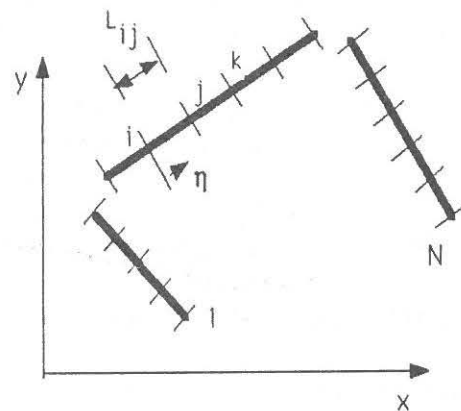


Figura 3.1.- Discretización de la unión

Las funciones Φ_i^{ij} y Φ_j^{ij} son las funciones de forma, que valen 1 en su nudo asociado y cero en el opuesto.

El aporte del elemento ij a las ecuaciones de equilibrio se obtiene usando la expresión general 2.4. Pongamos todas las variables en función de la variable η :

$$x = x_i + (x_j - x_i)\eta/L_{ij}; \quad y = y_i + (y_j - y_i)\eta/L_{ij} \quad (3.3)$$

$$dA = a_{ij} d\eta$$

siendo a_{ij} la dimensión de la garganta. Usando ahora la ecuación 2.4 se tiene que el aporte del elemento ij al primer miembro de la ecuación (2.4) vale:

$$\int_0^{L_{ij}} \underline{M}(\eta, \alpha_{ij}) \underline{N}^{ij}(\eta) a_{ij} d\eta \underline{S}_j^T = \underline{C}^{ij} \underline{S}_j^T \quad (3.4a)$$

$$\int_0^{L_{ij}} (6 \times 3) \quad (3 \times 6) \quad (6 \times 1)$$

Habrà otra aportación análoga debida al elemento jk (Fig. 3.1):

$$\underline{C}^{jk} \underline{S}_k^T \quad (3.4b)$$

Las tres últimas columnas de \underline{C}^{ij} dan el aporte de \underline{S}_j a las ecuaciones de equilibrio, considerando el nudo j perteneciente al elemento ij. Las 3 primeras columnas de \underline{C}^{jk} dan el aporte de \underline{S}_j a las ecuaciones de equilibrio, considerando el nudo j perteneciente al elemento jk, y habrán de ser sumadas a las anteriores para obtener los términos definitivos de la matriz de equilibrio. Una vez recorridos todos los elementos se obtienen las ecuaciones de equilibrio que serán de la forma

$$\underline{E}_0 \underline{k} = \underline{C} \underline{S} \quad (3.5)$$

De una forma totalmente análoga se plantearían las ecuaciones de equilibrio para el caso de aproximación constante de las tensiones.

4. - LINEALIZACION DEL CRITERIO DE RESISTENCIA

Consideremos nuevamente el criterio de resistencia

$$\sqrt{\sigma^2 + 1.8 \left(\tau_n^2 + \tau_a^2 \right)} \leq \sigma_u \quad (4.1a)$$

Tomando el signo de igualdad obtenemos

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_u^2} + \frac{\tau_n^2}{\left(\frac{\sigma_u}{\sqrt{1.8}} \right)^2} + \frac{\tau_a^2}{\left(\frac{\sigma_u}{\sqrt{1.8}} \right)^2} = 1 \quad (4.1b)$$

que representa un elipsoide de revolución de eje σ , con semiejes σ_u , $\sigma_u/\sqrt{1.8}$ y $\sigma_u/\sqrt{1.8}$. En la Figura 4.1 se muestra un cuarto de la elipse σ , τ_n , igual a la σ , τ_a . La semisuperficie completa se genera girando esa elipse alrededor del eje σ .

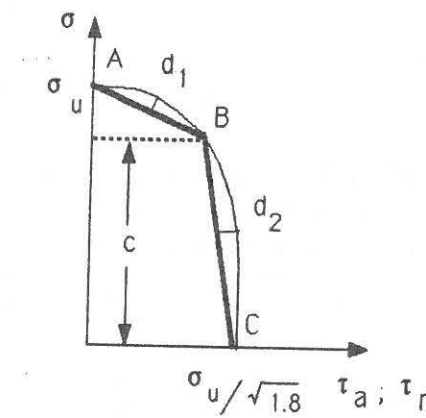


Figura 4.1.- Linealización del criterio de resistencia

Vamos a proceder ahora a linealizar dicha superficie, sustituyéndola por una serie de planos inscritos. La principal razón para esta linealización es la poca eficiencia computacional de los algoritmos de Programación No Lineal.

Existen muchos criterios de linealización, habiéndose utilizado profusamente esta idea en la literatura sobre cálculo plástico de estructuras [13], [14]. En este trabajo se ha linealizado el elipsoide convirtiéndolo en un poliedro cuyos vértices se generan de la siguiente forma: se corta el elipsoide por cinco planos perpendiculares al eje σ : dos de estos planos son tangentes al elipsoide (y proporcionan ya dos vértices, el superior y el inferior) y un tercero corta al elipsoide en $\sigma = 0$ (obteniéndose una circunferencia de radio $\sigma_u/\sqrt{1.8}$). Los dos planos restantes cortan al elipsoide en unas cotas $\sigma = \pm c$, (Fig. 4.1) habiéndose escogido c de forma que la distancia máxima de las cuerdas AB y BC a la elipse sea mínima, lo que sucede cuando $d_1 = d_2$. El valor de c que satisface esa condición es $c = 0.735 \sigma_u$, que para un acero A42b, de límite elástico $\sigma_u = 2600 \text{ kg/cm}^2$ da $c = 1911 \text{ kg/cm}^2$. Ahora, cada una de las tres circunferencias se intersecta con los 2 planos coordenados $\tau_a = 0$ y $\tau_n = 0$, y con

los dos planos bisectores $\tau_a = \tau_n$ y $\tau_a = -\tau_n$, obteniéndose por tanto 8 vértices en cada circunferencia y un total de 26 vértices. En la Figura 4.2 se representa un octavo de elipsoide discretizado.

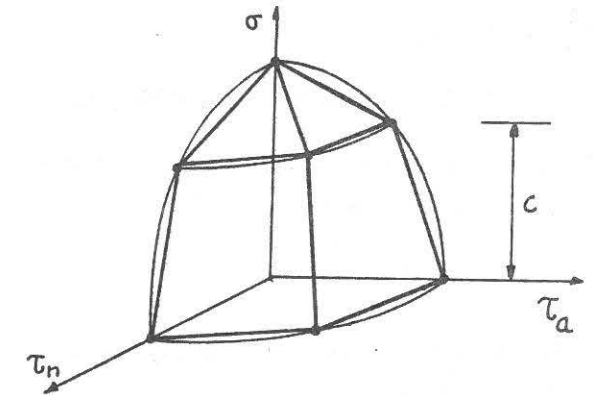


Figura 4.2.- Cuadrante del elipsoide discretizado

El cumplimiento del criterio de resistencia aproximado (linealizado) requiere que los puntos σ , τ_n y τ_a queden dentro del poliedro. Consideremos un vector genérico \underline{S}_j en un punto cualquiera del cordón

$$\underline{S}_j^T = (\tau_{aj} \tau_{nj} \sigma_j) \quad (4.2)$$

El vector \underline{S}_j puede expresarse en función de los vectores de posición de los v vértices del poliedro ($v = 26$ en nuestro caso) según

$$\underline{S}_j = \underline{V}_j \underline{\delta}_j \quad (4.3a)$$

$$(3 \times 1) \quad (3 \times v) \quad (v \times 1)$$

siendo \underline{V}_j una matriz cuyas columnas son los vértices del poliedro y $\underline{\delta}_j$ un conjunto de multiplicadores de cada uno de los vértices. Puede demostrarse que el punto \underline{S}_j está dentro del poliedro o en su superficie si se cumple [15], [16].

$$\underline{U}_j^T \underline{\delta}_j \leq 1; \quad \underline{\delta}_j \geq 0 \quad (4.3b,c)$$

$$(1 \times v) \quad (v \times 1)$$

siendo el vector \underline{U}_j un vector unidad con un número de 1 igual al número de vértices. Las Ecs. (4.3b) expresan por tanto que la suma de las componentes de $\underline{\delta}_j$ sea menor o igual que 1. Aplicando las Ecs. 4.3a, 4.3b y 4.3c para todos los puntos de la discretización se obtiene:

$$\underline{S} = \underline{V} \underline{\delta} \quad (4.4a)$$

$$(3N \times 1) \quad (3N \times Nv) \quad (Nv \times 1)$$

$$\underline{D} \quad \underline{\delta} \leq \underline{U} \quad (4.4b)$$

$$(N \times N_v) \quad (N_v \times 1) \quad (N \times 1)$$

$$\underline{\delta} \geq 0 \quad (4.4c)$$

siendo $\underline{D} = \text{Diag} [\underline{U}_i^T]$

5.- FORMULACION APROXIMADA DEL PROBLEMA

Sustituyendo las Ecs. (4.4a) en las Ecs. (3.5) las ecuaciones de equilibrio quedan

$$\underline{Q} \underline{\delta} = \underline{Q} \underline{Y} \underline{\delta} = \underline{R} \underline{\delta} = \underline{E}_0 k \quad (5.1)$$

El problema original (Ecs. (2.5)) se plantea ahora en forma aproximada según

$$\text{Minimizar } (-k) \quad (5.2a)$$

sujeto a:

$$\underline{R} \underline{\delta} - \underline{E}_0 k = 0 \quad (5.2b)$$

$$\underline{D} \underline{\delta} \leq \underline{U} \quad (5.3b)$$

$$\underline{\delta} \geq 0 \quad (5.3c)$$

que es un problema típico de Programación Lineal, resoluble mediante rutinas estándar, que implementan de forma optimizada el método Simplex [17].

6.- APLICACION

Se ha realizado un programa de ordenador, denominado ALISA (Análisis Límite de Soldaduras en Angulo), con el que se han analizado una serie de casos. Como ilustración, vamos a exponer los resultados del análisis de la unión de la Fig. 6.1, de geometría y cargas las indicadas.

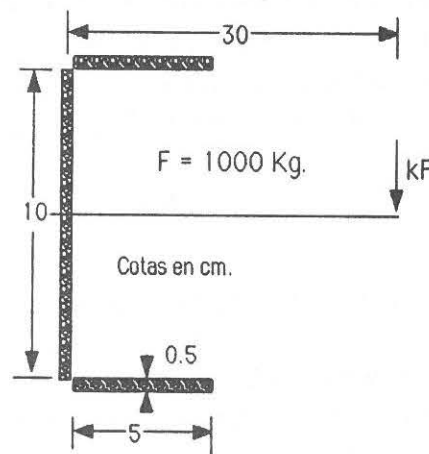


Figura 6.1.- Caso analizado

Se ha tomado $\sigma_u = \sigma_e = 2600 \text{ Kg/cm}^2$, correspondiente a un acero A42b. En la Fig. 6.2 se muestran los resultados obtenidos para el multiplicador k , en función del número de elementos en que se ha discretizado cada uno de los tres cordones y según que se use una aproximación constante o lineal en los elementos. Se ha incluido en la gráfica el máximo valor de la fuerza obtenido aplicando la forma de reparto de esfuerzos propuesta en la Norma MV103 [11], de la que se obtiene un factor de carga máximo $k = 2.38$.

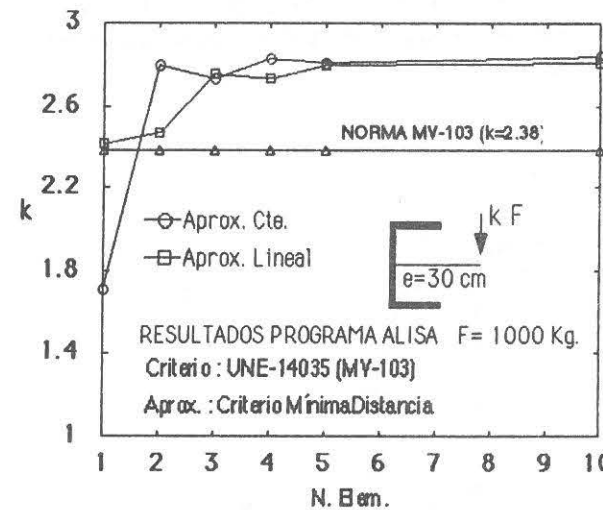


Figura 6.2.- Resumen de resultados

A la vista de los resultados obtenidos cabe hacer los siguientes comentarios:

a) Existen formas de reparto de tensiones que dan valores de la carga superiores al obtenido aplicando la Norma MV-103. Dando por bueno el multiplicador máximo obtenido (10 elementos por cordón, aproximación constante, $k = 2.84$) el aumento sería del orden del 19%.

b) No es inmediato usar dichos repartos de tensiones para el cálculo manual de uniones similares pues, habitualmente, las distribuciones de tensiones obtenidas son difícilmente generalizables. Adicionalmente se encuentra que existen muchas distribuciones posibles de tensiones que dan el mismo valor de k , por lo que este parámetro el resultado más valioso del análisis. La distribución de tensiones obtenida sólo es de utilidad si su sencillez la hace generalizable a problemas similares, cosa que no ha sucedido en el ejemplo analizado.

c) Los elementos constantes dan en muchas ocasiones mejores resultados que los lineales. Ello es debido a que pueden recoger más fácilmente discontinuidades en las tensiones, típicas de los estados últimos. Sin embargo, estos elementos crean también situaciones inadmisibles en cuanto

al equilibrio de las interfases entre elementos. Así, en las uniones planas son permisibles, a lo largo de la garganta abalida, discontinuidades en n ó l_n pero no en l_a . Los elementos lineales sí garantizan este equilibrio en las interfases.

7. CONCLUSIONES

La filosofía moderna del cálculo en rotura de uniones soldadas se encuadra perfectamente en el marco del análisis límite clásico. Su aplicación sistemática permite generalizar los métodos propuestos en las normas y estimar más adecuadamente la reserva de resistencia de las uniones soldadas. Las ideas generales de aproximación lineal de funciones permiten plantear este tipo de problemas de forma que sean de aplicación los algoritmos estándar, muy optimizados, de la Programación Lineal.

En cualquier caso, para aceptar unos valores máximos de las acciones actuantes es preciso asegurarse de que la unión tiene la capacidad de deformación necesaria para que puedan desarrollarse las tensiones últimas.

REFERENCIAS

- [1] Solakian, A.G. y Claussen, G.E. (1937). "Stress distribution in fillet welds. A review". Welding Research Supplement to the Journal of the American Welding Society, Mayo, pgs. 1-24.
- [2] Norris, C. H. (1945) "Photoelastic Investigation of Stress distribution in transverse fillet welds". Welding Research Supplement to the Journal of the American Welding Society, Octubre, pgs. 557-560.
- [3] París, F.; Cañas, J. y Picón, R. (1990) "Aplicación de la Mecánica de la Fractura al diseño de uniones soldadas en ángulo" Anales de Mecánica de la Fractura, Vol. 7, pgs. 248-255.
- [4] Cañas, J.; París, F. y Picón, R. (1990) "Análisis tensional en cordones de soldaduras en ángulo" Octavas Jornadas Técnicas de Soldadura, Madrid, pgs. 219-225.
- [5] Freeman, F. R. (1931) "The strength of arc-welded joints". Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 231, pgs. 283-366.
- [6] Vreedenburgh, G.G.J. (1954). "New principles for the calculation of welded joints". Welding Journal, Vol. 53, pgs. 743-751.

[7] Kato, B. y Morita, K. (1974) "Strength of transverse fillet welded joints". Welding Research Supplement, Febrero, pgs. 59s-64s.

[8] Meguid, S. A. (1989) "Engineering Fracture Mechanics". Elsevier.

[9] Comisión XV del Instituto Internacional de Soldadura (IIW) (1976) "Design rules for arc-welded connexions in steel submitted to static loads" Welding in the world, Vol. 14, Nº 5-6, pgs. 132-149.

[10] C.E.C.A. (1984) "Regles unifiées communes pour les constructions en acier", Eurocode Nº 3, Capítulo 6.

[11] M.O.P.U. (1972) "Cálculo de las Estructuras de Acero Laminado en Edificación". NBE - MV103.

[12] Ensidesa (1977). "Manual para cálculo de estructuras metálicas". Tomo II, ap. 7.5.2. Gráficas Reunidas.

[13] Maier, G. (1970). "A matrix structural theory of piecewise linear elastoplasticity with interacting yield planes". Meccanica, Vol.5, Nº 1, pgs 54-66.

[14] Cohn, M. Z. y Maier, G. (eds) (1978) "Engineering plasticity by mathematical programming". Pergamon Press.

[15] Karlin, S. (1961) "Mathematical methods and theory in games, programming and economics". Vol. 1. Addison-Wesley.

[16] Zavelani-Rossi, A. (1972). "A new linear programming approach to limit analysis" Proceedings of the Int. Cont. on Variational Methods in Engineering, Southampton University Press, Vol. 2, pgs. 8/64-8/79.

[17] "LP/PROTRAN (Linear Programming)" (1989). IMSL.