



**PROPUESTAS METODOLÓGICAS DE PROFESORES
NOVELES DE MATEMÁTICAS: DISEÑO Y
PRÁCTICA EN SECUNDARIA. ESTUDIOS DE CASO**

Tesis Doctoral presentada por

Ana Rodríguez Chamizo

Dirigida por Dra. D^a Pilar Azcárate Goded

Dra. D^a Ana Rivero García

Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y
Sociales. Facultad de Ciencias de la Educación

Sevilla, marzo de 2010

DEDICATORIA

A Pascual, Marió, Raimundo y todos los profesores noveles que se embarcaron conmigo en la aventura de crecer como personas y profesionalmente para mejorar la práctica educativa

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación tiene como inicio estimulante un Proyecto de Investigación coordinado por Emilio Solís Ramírez, en el CEP de Sevilla, en el que fui acogida por todos sus participantes y que me dio la oportunidad de hacer una de las actividades más gratificantes de mi vida profesional: trabajar codo a codo en la formación del profesorado novel de Matemáticas de Educación Secundaria, que me impulsó a formarme a mi vez con y por ellos.

A Manuel Ventura Martín, director del CEP de Sevilla, que facilitó el trabajo de recogida de datos.

El estudio ha sido posible gracias a la colaboración crítica, cercana y motivadora de Pilar Azcárate Goded y Ana Rivero García. Ellas han creído en mi trabajo y me han acompañado a lo largo del proceso.

La Licencia por Estudios ha contribuido de modo fundamental a que haya llegado a su término.

A todos los que me han acompañado, animado y ayudado en el trabajo.

Gracias.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	2
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN	5
1. 1 EL PROFESORADO NOVEL	6
1. 1. 1 CARACTERIZACIÓN DEL PROFESORADO NOVEL DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA	6
1. 1. 1. 1 LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA	9
1. 1. 1. 2 LOS PROBLEMAS MÁS SIGNIFICATIVOS DEL PROFESORADO NOVEL EN RELACIÓN CON LA ENSEÑANZA, LA ETAPA EDUCATIVA Y EL ALUMNADO	12
1. 1. 1. 3 CONDICIONES LABORALES Y DE INCULTURACIÓN EN LA PROFESIÓN DEL PROFESORADO NOVEL	15
1. 1. 2 EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL, SUS FUENTES, COMPONENTES Y DESARROLLO PROFESIONAL	17
1. 1. 2. 1 NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO PROFESIONAL	19
1. 1. 2. 2 FUENTES Y COMPONENTES DEL CONOCIMIENTO PROFESIONAL	20
1. 1. 2. 2. 1 El conocimiento metadisciplinar	20
1. 1. 2. 2. 2 El conocimiento disciplinar	22
1. 1. 2. 2. 3 El conocimiento que procede de la experiencia	24
1. 1. 2. 3 EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA	28
1. 1. 2. 3. 1 Tendencia didáctica tradicional	31
1. 1. 2. 3. 2 Tendencias didácticas intermedias o de transición	34
1. 1. 2. 3. 3 Tendencia didáctica deseable	38
1. 1. 2. 3. 4 Síntesis de la propuesta	42
1. 1. 3 CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN	46
1. 1. 3. 1 EL ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES DEL PROFESORADO	46

1. 1. 3. 1. 1	Perspectivas de análisis de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas	50
1. 1. 3. 1. 2	Perspectivas de análisis de las concepciones en torno a la enseñanza y al aprendizaje	52
1. 1. 3. 2	EL ESTUDIO DE LA PRÁCTICA PROFESIONAL	53
1. 1. 3. 2. 1	Perspectivas teóricas para el análisis de la práctica del profesor	54
1. 1. 3. 2. 2	Nuestra perspectiva para el análisis de la práctica	63
1. 1. 3. 3	RELACIÓN ENTRE LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES Y SU PRÁCTICA	64
1. 2	LA METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA	69
1. 2. 1	LA METODOLOGÍA DE REFERENCIA	69
1. 2. 1. 1	CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES	71
1. 2. 1. 2	TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	78
1. 2. 1. 3	SECUENCIA DE ACTIVIDADES	82
1. 2. 1. 4	EL CLIMA DEL AULA Y LA ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO Y LOS AGRUPAMIENTOS	85
1. 2. 1. 5	LA ORGANIZACIÓN DEL TIEMPO	92
1. 2. 1. 6	PAPEL DEL PROFESOR	95
1. 2. 1. 7	PAPEL DEL ALUMNO	105
1. 2. 2	LA EVALUACIÓN DE REFERENCIA	107
1. 3	ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	111
1. 3. 1	INVESTIGACIONES CENTRADAS EN LAS CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL PROFESORADO NOVEL	112
1. 3. 2	ESTUDIOS SOBRE RELACIONES ENTRE CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES Y SU PRÁCTICA	115

1. 3. 2. 1 ALGUNOS EJEMPLOS DE RELACIONES ENTRE LAS CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE	118
1. 3. 2. 2 RELACIONES ENTRE CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE UN CONTENIDO CONCRETO Y LA PRÁCTICA	119
1. 3. 3 ESTUDIOS SOBRE EL DESARROLLO PROFESIONAL DESDE LA PRÁCTICA	123
CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA. EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN	125
2. 1 GÉNESIS DE LA INVESTIGACIÓN	125
2. 1. 1 ANTECEDENTES DE LOS CURSOS PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO NOVEL EN EL CENTRO DEL PROFESORADO DE SEVILLA	126
2. 1. 2 EL CURSO DE FORMACIÓN DIRIGIDO AL PROFESORADO NOVEL DE MATEMÁTICAS	127
2. 1. 3 PLANTEAMIENTO Y REALIZACIÓN DEL PROCESO DE PLANIFICACIÓN DE LA INTERVENCIÓN DE ENSEÑANZA	131
2. 2 PROPÓSITO, PROBLEMAS Y CUESTIONES DE LA INVESTIGACIÓN	139
2. 3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	141
2. 3. 1 PRINCIPIOS METODOLÓGICOS	141
2. 3. 1. 1 EL PARADIGMA CUALITATIVO	142
2. 3. 1. 2 LOS ‘ESTUDIOS DE CASO’	148
2. 3. 1. 2. 1 Componentes del estudio de caso	150
2. 3. 1. 2. 2 Tipologías en relación con el estudio de casos	151
2. 3. 1. 2. 3 El informe de los estudios de caso	153
2. 3. 2 LA MUESTRA	155
2. 3. 2. 1 CRITERIOS DE SELECCIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA	155

2. 3. 2. 2	CONTEXTO DEL DESARROLLO DE LA INTERVENCIÓN EDUCATIVA	157
2. 3. 3	FASES DE LA INVESTIGACIÓN	158
2. 3. 4	INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN	160
2. 4	EL PROCESO DE ANÁLISIS DE LOS DATOS. INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS	169
2. 4. 1	EPISODIOS DE LAS SESIONES	171
2. 4. 2	EL SISTEMA DE CATEGORÍAS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	175
2. 4. 3	TRANSFORMACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS A PARTIR DEL TRATAMIENTO DE LOS DATOS	176
2. 4. 3. 1	TIPOLOGÍA PARA LA CLASIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES	177
2. 4. 3. 2	SISTEMA DE CATEGORÍAS EMERGENTE	181
2. 4. 4	INDICADORES DEL SISTEMA DE CATEGORÍAS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	182
2. 5	CONCLUSIONES OBTENIDAS EN TORNO A LOS CONTENIDOS DE ENSEÑANZA EN EL DEA	186
2. 5. 1	CONCLUSIONES REFERIDAS A CADA PROBLEMÁTICA	186
2. 5. 1. 1	FINALIDADES EDUCATIVAS	187
2. 5. 1. 2	TIPOS DE CONTENIDOS	188
2. 5. 1. 3	ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS	191
2. 5. 1. 4	ALGUNOS REFERENTES Y FUENTES DE INFORMACIÓN	192
2. 5. 2	CONCLUSIONES REFERIDAS A CADA PROFESOR	194
2. 5. 2. 1	ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE PASCUAL	194
2. 5. 2. 2	ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE RAIMUNDO	197

2. 5. 2. 3 ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE MARIÓ	200
CAPÍTULO 3: RESULTADOS DE PASCUAL	203
3. 1 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO	204
3. 1. 1 RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA	204
3.1.1.1 RESULTADOS DE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES	204
3. 1. 1. 2 RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	232
3. 1. 1. 3 RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES	234
3. 1. 1. 4 RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	238
3. 1. 1. 5 RESULTADOS DEL PAPEL DEL PROFESOR	244
3. 1. 1. 6 RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO	246
3. 1. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	248
3. 1. 2. 1 RESULTADOS DE PARA QUÉ EVALUAR	248
3. 1. 2. 2 RESULTADOS DE QUÉ EVALUAR	251
3. 1. 2. 3 RESULTADOS DE CÓMO EVALUAR	253
3. 1. 2. 4 RESULTADOS DE CUÁNDO EVALUAR	255
3. 1. 2. 5 RESULTADOS DE QUIÉN EVALUA5	256
3. 2 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN	258
3. 2. 1 RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS	258
3. 2. 1. 1 RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: INTRODUCCIÓN AL TEMA DE LOS MOVIMIENTOS	258
3. 2. 1. 2 RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN UN SOLO EPISODIO: SIMETRÍAS	265
3. 2. 1. 3 RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: TÉRMINO DEL ESTUDIO DE LAS SIMETRÍAS E INICIO DE LAS TRASLACIONES	270

3. 2. 1. 4	RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN UN SOLO EPISODIO: CONTINUACIÓN DE LAS TRASLACIONES E INICIO DE LOS GIROS	275
3. 2. 1. 5	RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN UN SOLO EPISODIO: CONTINUACIÓN DE LOS GIROS	280
3. 2. 1. 6	RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: FRISOS	283
3. 2. 1. 7	RESULTADOS DE LA SÉPTIMA SESIÓN, ORGANIZADOS EN UN EPISODIO: VISITA AL ALCÁZAR	289
3. 2. 2	RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS	291
3. 2. 2. 1	RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA	291
3. 2. 2. 1. 1	Resultados de las Características y Tipos de Actividades	291
3. 2. 2. 1. 2	Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos	301
3. 2. 2. 1. 3	Resultados de la Secuencia de Actividades	305
3. 2. 2. 1. 4	Resultados del Clima y Organización del Aula y del Tiempo	307
3. 2. 2. 1. 5	Resultados del Papel del Profesor	317
3. 2. 2. 1. 6	Resultados del Papel del Alumno	322
3. 2. 2. 2	RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	325
3. 2. 2. 2. 1	Resultados de para qué evaluar	326
3. 2. 2. 2. 2	Resultados de qué evaluar	326
3. 2. 2. 2. 3	Resultados de cómo evaluar	327
3. 2. 2. 2. 4	Resultados de cuándo evaluar	329
3. 2. 2. 2. 5	Resultados de quién evalúa	330
3. 3	CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN	331
3. 3. 1	LA METODOLOGÍA	331

3. 3. 1. 1	CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES	331
3. 3. 1. 2	TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	335
3. 3. 1. 3	SECUENCIA DE ACTIVIDADES	337
3. 3. 1. 4	CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	338
3. 3. 1. 5	PAPEL DEL PROFESOR	340
3. 3. 1. 6	PAPEL DEL ALUMNO	342
3. 3. 2	EVALUACIÓN	343
3. 3. 3	PERFIL DEL PROFESOR	346
CAPÍTULO 4:	RESULTADOS DE RAIMUNDO	349
4. 1	RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO	350
4. 1. 1	RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA	350
4. 1. 1. 1	RESULTADOS DE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES ²	350
4. 1. 1. 2	RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	371
4. 1. 1. 3	RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES	374
4. 1. 1. 4	RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	378
4. 1. 1. 5	RESULTADOS DEL PAPEL DEL PROFESOR	382
4. 1. 1. 6	RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO	383
4. 1. 2	RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	386
4. 1. 2. 1	RESULTADOS DE PARA QUÉ EVALUAR	386
4. 1. 2. 2	RESULTADOS DE QUÉ EVALUAR	389
4. 1. 2. 3	RESULTADOS DE CÓMO EVALUAR	394
4. 1. 2. 4	RESULTADOS DE CUÁNDO EVALUAR	397

4. 1. 2. 5	RESULTADOS DE QUIÉN EVALUA	398
4. 2	RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN	398
4. 2. 1	RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS	399
4. 2. 1. 1	RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS: INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DEL TEMA	399
4. 2. 1. 2	RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: PROPIEDADES DE LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO. RELACIÓN ENTRE LADOS Y ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO	406
4. 2. 1. 3	RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS	410
4. 2. 1. 4	RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: REPASO DE LOS CONTENIDOS DE SESIONES ANTERIORES	418
4. 2. 1. 5	RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS Y DE OTROS CONTENIDOS ANTERIORES	424
4. 2. 1. 6	RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: EVALUACIÓN DE LOS CONTENIDOS TRABAJADOS Y DE LA EXPERIENCIA	432
4. 2. 2	RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS	436
4. 2. 2. 1	RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA.....	436
4. 2. 2. 1. 1	Resultados de las Características y los Tipos de Actividades	436
4. 2. 2. 1. 2	Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos	447
4.2.2.1.3	Resultados de la secuencia de actividades	450
4. 2. 2. 1. 4	Resultados del Clima y Organización del Aula y del Tiempo	452

4. 2. 2. 1. 5	Resultados del Papel del Profesor	461
4. 2. 2. 1. 6	Resultados del Papel del Alumno	464
4. 2. 2. 2	RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	467
4. 2. 2. 2. 1	Resultados de para qué Evaluar	467
4. 2. 2. 2. 2	Resultados de qué Evaluar	468
4. 2. 2. 2. 3	Resultados de cómo Evaluar	469
4. 2. 2. 2. 4	Resultados de cuándo Evaluar	471
4. 2. 2. 2. 5	Resultados de quién Evalúa	471
4. 3	CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN	473
4. 3. 1	LA METODOLOGÍA	473
4. 3. 1. 1	CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES	473
4. 3. 1. 2	TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	477
4. 3. 1. 3	SECUENCIA DE ACTIVIDADES	479
4. 3. 1. 4	CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	480
4. 3. 1. 5	PAPEL DEL PROFESOR	481
4. 3. 1. 6	PAPEL DEL ALUMNO	482
4. 3. 2	EVALUACIÓN	485
4. 3. 3	PERFIL DEL PROFESOR	488
CAPÍTULO 5:	RESULTADOS DE MARIÓ	491
5. 1	RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO	492
5. 1. 1	RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA	492
5. 1. 1. 1	RESULTADOS DE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES	492
5. 1. 1. 2	RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	512

5. 1. 1. 3	RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES	515
5. 1. 1. 4	RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	518
5. 1. 1. 5	RESULTADOS DEL PAPEL DE LA PROFESORA	522
5. 1. 1. 6	RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO	523
5. 1. 2	RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	524
5. 1. 2. 1	RESULTADOS DE PARA QUÉ EVALUAR	524
5. 1. 2. 2	RESULTADOS DE QUÉ EVALUAR	525
5. 1. 2. 3	RESULTADOS DE CÓMO EVALUAR	529
5. 1. 2. 4	RESULTADOS DE CUÁNDO EVALUAR	531
5. 1. 2. 5	RESULTADOS DE QUIÉN EVALUA	532
5. 2	RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN	533
5. 2. 1	RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS	533
5. 2. 1. 1	RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: TERMINOLOGÍA DE FIGURAS PLANAS	533
5. 2. 1. 2	RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: OBTENCIÓN DE LAS FÓRMULAS DEL ÁREA DE RECTÁNGULOS, CUADRADOS Y TRIÁNGULOS	539
5. 2. 1. 3	RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS DE ÁREA DADA. OBTENCIÓN DE LAS FÓRMULAS DEL ÁREA DEL ROMBOIDE Y DEL ROMBO	547
5. 2. 1. 4	RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS: OBTENCIÓN DE LA FÓRMULA DEL ÁREA DEL TRAPECIO	550

5. 2. 1. 5	RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS: PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES. PROCEDIMIENTO DE TRIANGULACIÓN. LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA. RADIO Y DIÁMETRO	559
5. 2. 1. 6	RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: FÓRMULA DEL ÁREA DEL CÍRCULO. EJERCICIOS DE APLICACIÓN	568
5. 2. 1. 7	RESULTADOS DE LA SÉPTIMA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN UN SOLO EPISODIO: EJERCICIOS DE APLICACIÓN	572
5. 2. 1. 8	RESULTADOS DE LA OCTAVA SESIÓN DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: EJERCICIOS DE APLICACIÓN EN EL PATIO DEL INSTITUTO	575
5. 2. 2	RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS	580
5. 2. 2. 1	RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA	581
5. 2. 2. 1. 1	Resultados de las Características y Tipos de Actividades	581
5. 2. 2. 1. 2	Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos	595
5.2.2.1.3	Resultados de la Secuencia de Actividades	598
5. 2. 2. 1. 4	Resultados del Clima y Organización del Aula y del Tiempo	601
5. 2. 2. 1. 5	Resultados del Papel del Profesor	610
5. 2. 2. 1. 6	Resultados del Papel del Alumno	614
5. 2. 2. 2	RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN	618
5. 2. 2. 2. 1	Resultados de para qué Evaluar	618
5. 2. 2. 2. 2	Resultados de qué Evaluar	619
5. 2. 2. 2. 3	Resultados de cómo Evaluar	619
5. 2. 2. 2. 4	Resultados de cuándo Evaluar	620
5. 2. 2. 2. 5	Resultados de quién Evalúa	620
5. 3	CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN	621
5. 3. 1	LA METODOLOGÍA	621

5. 3. 1. 1	CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES	621
5. 3. 1. 2	TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS	625
5. 3. 1. 3	SECUENCIA DE ACTIVIDADES	627
5. 3. 1. 4	CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO	628
5. 3. 1. 5	PAPEL DEL PROFESOR	631
5. 3. 1. 6	PAPEL DEL ALUMNO	632
5. 3. 2	EVALUACIÓN	633
5. 3. 3	PERFIL DE LA PROFESORA	635
CAPÍTULO 6:	CONCLUSIONES. PERSPECTIVAS DE FUTURO	641
6. 1	CONCLUSIONES EN TORNO AL CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL PROFESORADO NOVEL ESTUDIADO	641
6. 1. 1	CONCLUSIONES SOBRE LOS RESULTADOS	642
6. 1. 2	CARACTERIZACIONES FINALES	654
6. 2	CONCLUSIONES SOBRE EL PROPIO ESTUDIO REALIZADO	658
6. 2. 1	APORTACIONES RESPECTO A OTROS ESTUDIOS	658
6. 2. 2	LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN UTILIZADA	662
6. 2. 3	LIMITACIONES ENCONTRADAS	663
6. 3	PERSPECTIVAS FUTURAS	664
CAPÍTULO 7:	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	667

En primer lugar queremos subrayar nuestra aspiración de que el presente estudio contribuya eficazmente a la mejora de la práctica educativa y su enfoque sea adecuado para conseguirlo. No obstante, nos preguntamos, como este investigador anónimo:

“¿Somos, como comunidad [de investigadores en educación matemática], adecuadamente coherentes y claros sobre nuestra propia visión de las direcciones, contribuciones y fiabilidad de nuestro campo? ¿La investigación en educación matemática está integrada con la de otras áreas de educación, con las preocupaciones de los matemáticos, con las necesidades de los que hacen las políticas educativas y, quizás lo más importante, con las necesidades de los que trabajan en las prácticas de aula para ayudar a los estudiantes de los niveles pre-K-12 a aprender y aplicar las matemáticas?” (Anonymous, 2002: 313).

El edificio teórico en el cambio conceptual se ha hecho más y más sofisticado en los últimos 25 años, así como las estrategias de enseñanza y aprendizaje son cada vez más complejas. Este desarrollo es necesario, por supuesto, para dirigir el complejo fenómeno de la enseñanza y el aprendizaje (de las ciencias) más y más adecuadamente. No obstante, el vacío entre lo que es necesario desde la perspectiva de los investigadores y lo que puede aplicarse en la práctica por profesores ‘normales’ también ha aumentado más y más. En otras palabras, se da la paradoja de, en orden a dirigir adecuadamente los procesos de enseñanza y el aprendizaje, lo que los investigadores proponen con mayor frecuencia de la deseable no les parece útil a los profesores y por lo tanto ensancha el agujero entre teoría y práctica. Los puntos de vista de la enseñanza y el aprendizaje desarrollado en nuestro campo de investigación están lejos de las formas de pensar normales de los profesores sobre la enseñanza. Las estrategias desarrolladas por la investigación están lejos de las rutinas de las clases normales. Se puede argumentar que muchas estrategias de cambio conceptual han sido desarrolladas y evaluadas en clases reales y a menudo en estrecha colaboración con profesores. No obstante, lo que funciona en el caso de una implicación especial, no necesariamente funciona en el día a día.

“Es necesario cerrar el agujero entre teoría y práctica al menos en cierto modo. Lo que la investigación en cambio conceptual tiene que ofrecer a la práctica no puede aplicarse en la práctica normal en toda su amplitud. Por supuesto que estos programas de desarrollo del profesor son esenciales para cambiar los puntos de vista del profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje y su práctica. No obstante, parece también necesario hacer más simples estas teorías y describir estrategias de cambio conceptual de modo que puedan formar parte de las rutinas normales de los profesores” (Duir & Treagust, 2003: 683).

INTRODUCCIÓN

Mi trayectoria profesional, dedicada en gran parte a la docencia de las matemáticas en Educación Secundaria y, en un periodo importante, a la formación permanente del profesorado, ha estado marcada en los últimos años por una experiencia singular en la formación del profesorado novel de dicha área y etapa educativa. El encuentro con este colectivo, altamente motivado a formarse, pero con grandes dificultades en su labor docente y serias carencias en su formación inicial, me llevaron a una implicación profunda profesional y personal y a un compromiso con la autoformación y la investigación.

Este trabajo pretende ser la continuación de la actitud investigativa con la que he afrontado la formación del profesorado novel. Aborda el análisis de una intervención educativa de tres profesores en sus primeros años de ejercicio, participantes en una acción formativa dirigida al profesorado en este primer estadio profesional. Entre otras muchas actividades y propuestas de formación, han diseñado una *'experiencia innovadora'* de Geometría en Educación Secundaria Obligatoria y la han puesto en práctica en el aula. Mientras que en un estudio anterior nos centrábamos en los contenidos que han seleccionado para llevarla a cabo, en la presente investigación analizamos la metodología y la evaluación diseñadas por estos profesores, así como su desarrollo en el aula y el contraste existente entre diseño y práctica.

Son escasas las investigaciones centradas en la metodología del proceso de enseñanza y aprendizaje que enfocan, más allá del contenido concreto que se esté trabajando (en nuestro caso de Geometría), el estilo de intervención en el aula, es decir, cómo conciben estos profesores que ha de ser el tipo de actividades y recursos didácticos que favorecen el aprendizaje, la organización del aula y del tiempo que lo hacen posible y el papel del profesor y del alumno que conllevan estos procesos, así como la evaluación de los mismos. Por ello, desde el deseo de contribuir al desarrollo profesional del profesorado novel, trato de hacer nuevas aportaciones para facilitarla y enriquecerla, desde una perspectiva más general que el cómo enseñar y evaluar un contenido concreto de matemáticas.

El análisis antes mencionado está precedido por una fundamentación teórica desarrollada en el Capítulo 1. En éste, el primer Apartado gira, por una parte, en torno a la formación inicial del profesorado novel de matemáticas de educación secundaria y sus problemas más significativos en relación con la enseñanza, la etapa educativa y el alumnado de Educación Secundaria

Obligatoria, así como las condiciones laborales y de inculturación en la profesión del profesorado novel; en una segunda parte, en torno al conocimiento profesional como integración de saberes de distinta naturaleza, se caracteriza el que se considera deseable, así como sus fuentes y componentes. A continuación, se dan algunas pinceladas sobre la evolución del desarrollo profesional desde que el sujeto es discente, pasando por los primeros años de ejercicio, etapas de mayor experiencia y/o de innovación, hasta establecer lo que podría ser la meta deseable. Por último, una tercera parte gira en torno al conocimiento declarativo y conocimiento en la acción del profesor, desde el estudio de sus concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, algunas perspectivas teóricas sobre la práctica, así como su práctica docente y las relaciones entre ambas.

En el segundo gran Apartado del Capítulo 1, se presentan los aspectos metodológicos que se consideran más relevantes en el proceso de enseñanza aprendizaje, tales como características y tipos de Actividades significativos y deseables, tipos de recursos didácticos posibles, tanto materiales como no físicos, la secuencia de Actividades o hilo conductor de referencia, la organización del aula y del tiempo, así como el papel del profesor y del alumno. En cuanto a la evaluación, indicamos aspectos fundamentales de para qué, qué, cómo y cuándo evaluar, así como quién evalúa.

Por último, en el tercer gran Apartado, presentamos los antecedentes de nuestra investigación que están más directamente relacionados con el estudio realizado, aportándonos sus resultados sobre los problemas que nos planteamos, que nos ha servido de referencia para valorar después, entre nuestras conclusiones, si el presente estudio refuerza, complementa o contradice lo ya investigado.

La metodología del proceso de investigación se presenta en el Capítulo 2 mediante la descripción del contexto de la investigación, su propósito, la presentación de los problemas, así como el diseño propiamente dicho de la investigación: bajo qué principios metodológicos se postula, con qué muestra e instrumentos, sus fases, el sistema de categorías previo y emergente y los indicadores utilizados en el proceso de análisis.

En los Capítulos 3, 4 y 5 se describen los resultados acerca de la metodología de enseñanza y la evaluación de los tres profesores estudiados, utilizando los aspectos referidos anteriormente, tanto respecto de sus diseños, su puesta en práctica, así como el contraste entre su conocimiento declarativo y en la acción, mostrando las coincidencias e incoherencias entre el conocimiento declarativo y en la acción de cada profesor.

Como Conclusiones del análisis realizado, presentamos, en el Capítulo 6, en primer lugar, una síntesis interpretativa de las concepciones y creencias de los tres profesores en torno a metodología de enseñanza y la evaluación, así como al momento de desarrollo didáctico del profesorado novel estudiado y los aspectos comunes y diferenciadores más relevantes. En segundo lugar, establecemos también otro tipo de Conclusiones sobre el propio estudio realizado: qué aporta respecto a otros estudios, qué limitaciones hemos encontrado, qué aspectos consideramos mejorables, etc. En tercer lugar, ofrecemos Conclusiones sobre la necesidad de ofrecer al profesorado novel procesos de formación vinculados a la práctica docente y a las *'buenas prácticas'*, esperando que todo ello contribuya a un mayor conocimiento de este colectivo, al enriquecimiento de acciones formativas dirigidas al mismo y a la mejora de la práctica docente en cualquier caso.

En otro orden de cosas, muy consciente de la importancia del lenguaje y la significatividad negativa que puede conferirle el uso exclusivo del masculino, señalo de antemano mi intención expresa de tener muy presentes a las alumnas y a las profesoras en todo el discurso, renunciando, no obstante, a la tediosa repetición que supone hacer constantemente explícitos ambos géneros.

“¿Qué es una buena enseñanza de las matemáticas? ¿Qué factores relevantes promueven o impiden una buena enseñanza? ¿Qué es exitoso en la educación matemática de los profesores? Contar lo que entendemos por bueno, relevante o exitoso va más allá de describir e interpretar las cosas. Es prescribir como deben verse o esperarse éstas, lo que significa establecer una norma. ¿Necesitamos tales normas? Si decimos que sí ¿con qué propósito? ¿Quién debe definir esas normas, para quienes y con qué consecuencias? ¿Cuán diversas son las opiniones? ¿Qué papel puede jugar la investigación?” (Krainer, 2005: 75).

“Necesitamos tomar el desafío de informar a un público más amplio sobre el estado (actual) del arte de investigar en educación matemática y sus consecuencias para futuros desarrollos de la enseñanza y la formación de los profesores, para confrontar a la sociedad con cuestiones abiertas, dilemas, alternativas, sugerencias, etc. Sólo lo que se discute en público, tiene una posibilidad de ser oído realmente y tener impacto” (Krainer, 2005: 77).

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO DE LA INVESTIGACIÓN

Hemos presentado en la Introducción el amplio contenido de este Capítulo. Procediendo ahora a desarrollar sus grandes Apartados, comenzamos por el primero, en el que caracterizamos, en primer lugar, al profesor novel de matemáticas de Educación Secundaria, dentro del continuo que supone el proceso de desarrollo profesional de todo docente, que se inicia en su etapa como discente y continúa hasta la de profesor experto. En segundo lugar, estudiamos la naturaleza y las principales fuentes y componentes del conocimiento profesional, señalando el que consideramos deseable en el momento de mayor desarrollo profesional. Nuestro trabajo se centra en los aspectos de carácter epistemológico y didáctico, sin entrar en la discusión de

otros que inciden directamente sobre la elaboración del conocimiento profesional (Azcárate, 1995, 1998; Porlán & Rivero, 1998), caracterizando el saber profesional en función de sus posibles niveles de formulación, mostrando cómo evoluciona, de manera que podamos esbozar adecuadamente el perfil del profesor novel, objeto de nuestro estudio. Por último, nos centramos en el conocimiento declarativo y en la acción del profesor y sus interrelaciones, tanto desde perspectivas teóricas como prácticas.

1. 1 EL PROFESORADO NOVEL

Nos parece relevante comenzar nuestra investigación describiendo el periodo de los primeros años de ejercicio de la profesión docente, así como trazar algunas pinceladas sobre la Etapa de la Educación Secundaria Obligatoria, en la que se desarrolla este trabajo, dadas las circunstancias por las que atraviesa dicho nivel educativo en nuestro contexto. Mencionamos también las características de los alumnos hacia los que va dirigida y las condiciones laborales a las que se enfrenta el profesorado novel, describiendo la formación inicial de la que parte y mostrando las principales dificultades que encuentra este colectivo en la enseñanza de las matemáticas en dicha Etapa.

1. 1. 1 CARACTERIZACIÓN DEL PROFESORADO NOVEL DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Cronológicamente, los profesores viven un proceso dinámico que podemos dividir en tres etapas temporales. Nos referimos, como la mayor parte de autores suele distinguir (Imbernón, 1994; Cuesta, 2003), a una primera etapa como estudiante, en general y de formación inicial, en particular, recibida previamente al ejercicio de la profesión docente; una segunda etapa, de profesor principiante o novel, los tres o cinco años primeros de ejercicio profesional y una tercera etapa de destreza o pericia que abarcaría el resto de vida profesional.

Para delimitar mejor la segunda etapa, de profesor novel, encontramos diversos criterios. Por ejemplo, Marcelo (1990) habla de profesores principiantes para referirse a aquellos que se encuentran en su primer año de enseñanza. Serían, para él, aquellos que se enfrentan por primera vez a la responsabilidad de llevar una clase, los que realmente podrían encuadrarse

como tales. Vera (1988) distingue en este periodo de iniciación dos sub-etapas o fases, la de 'umbral', de uno a seis meses de docencia, y la de 'madurez y crecimiento' de los siete meses en adelante, hasta los tres o cinco años. Feiman-Nemser & Parker (1990), denominan a la primera fase 'estadio de supervivencia' y consideran una etapa intermedia a la de destreza, que denominan 'estadio de consolidación', situándola en torno al tercer y cuarto año de docencia.

En nuestro caso, nos consideramos próximas a esta perspectiva, considerando que la etapa de profesor novel abarca los cuatro o cinco primeros años de docencia, englobando los estadios que los últimos autores que acabamos de referir denominan de 'supervivencia' y 'consolidación', sin dejar de reconocer que el primer año de docencia suele ser el más difícil en la vida profesional (Olson & Osborne, 1991). Por una parte, pensamos que los problemas a los que se enfrenta el profesorado novel están presentes más allá del primer año, así como sus preocupaciones más fuertes en torno a la enseñanza y al aprendizaje. Por otra parte, la diversidad de profesores y de posibles situaciones que han de afrontar, nos sugiere la necesidad de no acortar demasiado los intervalos de tiempo y pensar en tramos más amplios para afrontar problemas profesionales no vinculados a la condición de principiante.

Son, por lo tanto, estos primeros años de labor educativa, un periodo de transición dentro del continuo que supone el desarrollo profesional, que se considera de primordial importancia para la evolución posterior, ya que tiene un carácter singular: existen necesidades, exigencias y problemas específicos que se producen en el tránsito de alumno a profesor. Es relevante, además, subrayar que los profesores noveles tienen un alto nivel de motivación y receptividad para desarrollarse profesionalmente en numerosos aspectos relacionados con la enseñanza, porque no se sienten bien preparados para ella, debido a las serias lagunas de su formación inicial y a su falta de experiencia profesional y también a las grandes dificultades que encuentran en su labor docente por las características de la etapa educativa y del área de conocimiento.

"La inexperiencia de estos momentos hace que las primeras vivencias como docente resulten ambiguas, confusas y contradictorias. La actitud positiva y la ilusión que supone el comienzo en la vida laboral se acompaña de la duda sobre las posibilidades personales y profesionales de asumir este reto, de tal forma que la incertidumbre y la esperanza coexisten en este inicio profesional" (Cuesta 2003: 41).

El interés por esta etapa profesional está ampliamente corroborado por numerosos estudios (Bullough, 1992, 1996, 2001; Bullough, Knowle & Crow, 1992; Reynolds, 1992; Esteve, 1993; Little, 1993; Schempp, Sparkes & Templin, 1993; Imbernón, 1994; Rust, 1994; Fullan, 2002a, b;

Solís et al., 2001, 2002, 2004; Cuesta, 2003; Rodríguez, 2003 a, b, 2004, 2005, 2006, 2007; Ball & Even, 2004; Lobo et al., 2005; Rodríguez et al., 2005; Rodríguez et al., 2006a, b; Azcárate et al., 2007; Goos & Bennison, 2008). Así, por ejemplo, el decimoquinto estudio del ICMI (The International Commission on Mathematical Instruction), *La Educación Profesional y el Desarrollo de los Profesores de Matemáticas*, se propuso en una primera parte, investigar la Preparación de los Profesores y sus Primeros Años de Enseñanza, en diferentes países, con un foco particular en cómo se preparan para enseñar matemáticas, combinado con otros aspectos profesionales o la educación académica general. También invitaba, en esta parte del estudio, a contribuir a iluminar la primera fase de la práctica de los profesores, al igual que nosotros nos proponemos. En él se plantean cuestiones muy interesantes y en consonancia con nuestro estudio:

“d) ¿Cuáles son las condiciones para los profesores principiantes de matemáticas en marcos particulares? ¿Qué apoyo existe, para qué aspectos de los primeros años de enseñanza y cómo son de efectivos? ¿Cuáles son los problemas especiales que afrontan los profesores principiantes y cómo son esas experiencias, intermediadas o resueltas? ¿Cuál es la proporción de profesores principiantes que permanecen y qué factores parecen afectar si permanecen o no? ¿Qué sistemas de evaluación se usan para los profesores principiantes y cuáles son sus efectos?”

e) Los problemas que más presión ejercen en la preparación de profesores: durante la preparación inicial y los primeros años, ¿cuáles son los problemas especiales de la enseñanza de las matemáticas en un contexto particular y cómo se preparan los profesores principiantes para manejar estos problemas?” (Ball & Even, 2004: 282).

Entre los aspectos que caracterizan al profesorado novel destaca su problemática específica como profesor debutante. Las preocupaciones dominantes tienen que ver con la supervivencia personal, en el sentido ya expresado y que indicaba Huberman (1989). Los docentes centran su interés en resolver los problemas de aula y mantener el control de la clase:

“Los problemas de gestión y de disciplina constituyen uno de los principales aspectos de la montaña rusa emocional del primer año de enseñanza” (Bullough, 1996: 85).

Este autor señala que el profesorado novel posee una concepción de la enseñanza muy simple y es optimista sobre sus capacidades y, por ello, no ha previsto estos problemas de gestión de aula y de disciplina. También Stenhouse (1997) considera que el profesorado principiante difícilmente puede prever las posibles dificultades que pueden aparecer en el aula, fundamentalmente debido a su falta de experiencia. También se expresa en este sentido González (1999: 212):

“La situación apremiante a la que tienen que enfrentarse, que exige respuestas inmediatas propias de una madurez profesional que no poseen y que solventan como mejor saben y pueden, casi siempre sin ayuda, casi

siempre sin tiempo para madurar la decisión, casi siempre desde una posición limitada para comprender los acontecimientos y sus consecuencias”

Este profesorado llega a la escuela con conocimientos procedentes de su larga experiencia como alumnos y de su formación previa, que componen el principal referente con que cuentan para afrontar su nueva situación y que hace que los noveles generalmente consideren que saben lo suficiente para enseñar, porque piensan en el saber académico, para el que han realizado una licenciatura. Sin embargo, se trata de una visión desenfocada sobre lo que significa la enseñanza, los centros educativos y los estudiantes. El contacto directo con la docencia genera entonces problemas que, para Vera (1989), se deben principalmente a las contradicciones entre la imagen idealizada de la profesión y la realidad escolar; entre la teoría y la práctica; entre el papel desempeñado como alumno y el papel de profesor (Cuesta, 2003). El denominado *‘shock de la realidad’* de Veenman (1984, 1988), indica los problemas que sufren los profesores principiantes al enfrentarse a la realidad escolar.

1. 1. 1. 1 LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Para comprender mejor el bagaje que tiene el profesor novel de matemáticas de Educación Secundaria en nuestro país, analizamos a continuación, su etapa inicial de formación, sin olvidar que el proceso previo seguido como estudiantes les ha marcado considerablemente.

Rico & Coriat (1992), a partir de su experiencia con alumnos de 5º curso de la licenciatura de matemáticas de la Universidad de Granada, de la asignatura *‘Prácticas de Enseñanza de Matemáticas en Institutos’*, nos dibujan el siguiente perfil del estudiante de matemáticas que quiere ser profesor de Secundaria:

- (1) considera que su nivel de formación matemática es más que suficiente para ser Profesor de Matemáticas;*
- (2) desconoce la existencia de un campo de trabajo denominado Educación Matemática y de las actividades que en él se realizan;*
- (3) imagina los contenidos de la Didáctica de la Matemática como una colección de recomendaciones generales, trucos y reglas que permiten hacer las clases más activas y agradables;*
- (4) carece de conocimientos en historia de las Matemáticas, lo que conlleva una concepción estática de las mismas, poco adaptada a las maneras de abordar y resolver problemas por parte de los matemáticos;*
- (5) posee una visión estrictamente técnica de las Matemáticas, con la consiguiente ausencia de información acerca de: planteamientos epistemológicos, la integración de las Matemáticas en la cultura, en el pensamiento o en las ciencias, las aplicaciones prácticas de las Matemáticas, los modos de aprendizaje o la adquisición de los saberes matemáticos;*
- (6) concibe la propia enseñanza como profesor partiendo de esquemas ‘reproductores’:*

si un profesor influyó positivamente en uno de estos alumnos, su 'gestalt' se eleva inmediatamente a la categoría de 'arquetipo'(7)... (Rico & Coriat, 1992: 3)

Muchos investigadores señalan la marcada influencia de estas vivencias en su desarrollo posterior (Cardeñoso & Azcárate, 1998; Barrantes, 2002; Navarrete, 2003; Barrantes & Blanco, 2004; Solís, 2005). Así, Zeichner y sus colaboradores (1987) informan que afectan más los antecedentes y experiencias como estudiantes de los futuros profesores que cursos universitarios o la experiencia práctica en la enseñanza (Ball & Wilson, 1990). En el mismo sentido se pronuncian otros autores:

"El conocimiento de los profesores está enmarcado y formado por experiencias, muchas de las cuales suceden mucho antes que entren formalmente en el mundo de la educación matemática" (Cooney, 1999: 170)

Podemos dar dos posibles explicaciones para esto: hábitos arraigados adquiridos y vividos en la familia y el aprendizaje por observación, mediante la internalización de los modelos de enseñanza recibidos durante los años de estudiante (Zeichner et. al., 1987; Brown et al., 1990; Van Zoest, Jones & Thornton, 1994).

En cuanto a la formación inicial del profesor de matemáticas de Educación Secundaria, señalamos que está fuertemente marcada por un conocimiento muy especializado en la materia y una significativa carencia en formación como educadores (Flores, 1998). A veces, la formación como educadores comienza en la propia facultad de Matemáticas (ofreciéndose en algunas de ellas algunas asignaturas optativas relacionadas con la docencia) aunque, en general, la formación docente no comienza hasta que no ha terminado la licenciatura en Matemáticas. En el Estado español y, más concretamente, en la Comunidad Autónoma de Andalucía, existe un tratamiento diferente en las distintas Facultades de Matemáticas, aunque en casi todas ellas se está llevando a cabo, en los últimos años, alguna materia relacionada con la didáctica de las matemáticas, dirigida al alumnado interesado en una futura docencia en Educación Secundaria (por ejemplo, en la UCA hace casi 6 años que hay dos asignaturas; también las hay en Sevilla, en Almería y en Granada, entre otras).

Sin embargo, la formación inicial específica para la enseñanza de la Educación Secundaria en España está contemplada como un proceso que se realiza una vez concluida la formación académica universitaria en la especialidad correspondiente y durante muchos años se ha reducido a un Curso de Formación, con una parte teórica y una parte práctica en los Centros de Enseñanza. Solís, su equipo (2002) y otros muchos han señalado que la estructura de esos cursos para la obtención del Certificado de Aptitud Pedagógica (CAP), organizados

históricamente por los ICE de las Universidades, ha generado una serie de dificultades en su aplicación, que han desembocado en un descontento generalizado hacia esta modalidad de formación, principalmente motivado por su corta duración, la falta de motivaciones claras del colectivo al que va dirigido y la artificialidad de las prácticas que se realizan en él (Gimeno & Pérez Gómez, 1987; Pérez Gómez, 1990; Pérez Gómez & Gimeno, 1992; Solís, 1998). Se duda de la influencia que tienen actividades formativas de este tipo en la práctica educativa del profesorado, indicando así mismo, que actuaciones de contenido similar tienen una mayor influencia con profesores ya en ejercicio (Esteve, 1993; Ferreres y otros, 1998; Escudero, 1998; Solís, 1998; Pérez Gómez & Sola, 2003).

Conscientes de esta situación se han llevado a cabo bastantes propuestas dirigidas a mejorarla (Navarrete, Cardeñoso, Cuesta & Azcárate, 1994; Martín del Pozo, 1994; Cardeñoso & Azcárate, 1998; Cardeñoso, 2000; Cardeñoso & Azcárate, 2002; Solís et al., 2002, 2004; Azcárate, Cardeñoso & Serradó 2003; Ballenilla, 2003; Gómez Chacón, 2005) bien mediante la introducción de innovaciones en estos cursos, bien mediante la inclusión, dentro de los estudios universitarios, de una opción para la modalidad de Especialidad Docente en Segundo Ciclo (como hemos señalado anteriormente), bien haciendo otras propuestas de formación.

Después de muchos avatares y propuestas inconclusas, finalmente en el contexto de la adaptación de las nuevas titulaciones al EEES, la Administración Educativa ha optado por el diseño de un Máster de post-grado, con un Practicum. El Máster se ha implantado definitivamente en el curso 2009-10. Aún están en discusión muchos aspectos a tener en cuenta desde las distintas instancias e instituciones interesadas en llevarlos a cabo, el encargo docente entre las áreas de las materias correspondientes –la de matemáticas en nuestro caso- y las de Ciencias de la Educación, las de Psicología, etc. Así mismo, se debate sobre la naturaleza de los contenidos teóricos que se deben considerar, bajo qué responsabilidad, la coordinación del Practicum, cómo integrar y desarrollar los aspectos teóricos y prácticos, etc.

El proceso de implantación del Máster y su posterior desarrollo nos da idea del estado de indefinición en el que se encuentra la formación inicial del profesorado de Educación Secundaria, en general, y de matemáticas, en particular, y las fuertes lagunas que esta permanente ambigüedad conlleva.

Por otra parte, el carácter instrumental de los exámenes de Oposición al Cuerpo de Educación Secundaria, los criterios de selección del profesorado y la falta de un adecuado apoyo

formativo de la administración educativa al profesorado novel, es también un indicador de la escasa valoración de la enseñanza (Fullan, 2002a).

1. 1. 1. 2 LOS PROBLEMAS MÁS SIGNIFICATIVOS DEL PROFESORADO NOVEL EN RELACIÓN CON LA ENSEÑANZA, LA ETAPA EDUCATIVA Y EL ALUMNADO

Siguiendo la investigación llevada a cabo por Solís y su equipo (2002), señalamos que el profesorado novel que participó en esta investigación, no tiene una idea elaborada de cómo se deben formar los profesores, ya que sólo han tenido la experiencia del CAP y muy pocos una asignatura específica en el 5º curso de la licenciatura. No existe entre ellos un modelo de profesor definido, sino una enorme diversidad de rasgos que caracterizan la profesión de profesor, que de alguna manera refleja la complejidad de esta profesión, por un lado, y la falta de referentes claros, por otro.

En cuanto a los problemas y preocupaciones más significativos en relación con la enseñanza que tiene este colectivo, suelen estar relacionados, prioritariamente, con la convivencia escolar y la disciplina, la motivación y atención a la diversidad del alumnado y cómo articular diversos aspectos curriculares (Solís, Luna & Rivero, 2001; Solís et al., 2002; Rodríguez, 2003a). Una gran parte del profesorado de Educación Secundaria puede encontrar dificultades similares. No obstante, el profesor novel siente gran inseguridad sobre su práctica debido a su poca experiencia y a su falta de bagaje en la mayor parte de estos aspectos, por el tipo de formación inicial recibido.

En relación con los requisitos que se deben dar para los procesos de enseñanza y aprendizaje, las concepciones de este colectivo de profesores reflejan que, si en la enseñanza se dan las condiciones de conocimiento de la materia, vocación y competencia por parte del profesorado e interés por parte del alumnado, el aprendizaje es una consecuencia automática. Resulta destacable el hecho de que solamente una minoría considera como requisito para el proceso de enseñanza el conocimiento de la materia, (porque todos consideran que lo tienen), resaltando como relevante tener vocación e ilusión y, sobre todo, la importancia del interés de los alumnos. Algunos empiezan a percibir la necesidad de una formación y competencia del docente que entendemos como más global y profesionalizada. Estos datos nos ponen de manifiesto que muy rápidamente asumen que, para la tarea docente, conocer la materia es condición necesaria, pero no suficiente.

En cuanto a la evaluación, además de identificarla con calificación, queda prácticamente reducida a la realización de exámenes en los que se trata de medir la capacidad de repetición de los algoritmos y algún concepto de los enseñados en el periodo correspondiente. Si se les pregunta cómo influyen las actitudes de los alumnos, la respuesta suele ser: *yo paso la mano a los que se esfuerzan y tienen interés...* (Rodríguez, 2003b). No se han planteado en la mayoría de los casos poner el acento en aspectos más significativos, ni utilizar otros instrumentos de evaluación.

Sólo unos meses de práctica educativa son suficientes para que tomen conciencia de que sus alumnos son muy diversos y que la metodología que utilizan no sirve para motivarlos y para atender esa diversidad. Pero el profesorado novel no suele enfocar la superación de sus dificultades mediante cambios metodológicos y, menos aún, en los contenidos. Tiene problemas en las aulas pero no busca soluciones relacionadas con sus propuestas docentes. No se cuestiona los contenidos que imparte ni la metodología que utiliza, no le da relevancia a las ideas de los alumnos, ni a tenerlas en cuenta a la hora de enseñar. Eso sí, se lamenta del nivel tan bajo que tiene la mayoría del alumnado y que, de esta forma, es muy difícil dar clase (Esteve, 1997).

Esto es así porque sus referentes, como hemos mencionado anteriormente, son sus propios profesores, por lo que no es probable que se cuestionen lo que está haciendo, ni se sienten capaces de algo diferente que pueda perturbar el ya precario equilibrio en el que se encuentra en sus relaciones interpersonales con su alumnado. Habría que cambiar su foco de atención, pasando a que se preocupen por el *cómo* enseñar y *qué* enseñar (Flores, 1998), *por qué* enseñar matemáticas y *cómo educar* en este proceso de enseñanza.

Por otra parte, todos somos conscientes de la complejidad que entraña ser en la actualidad, profesor de Educación Secundaria y las dificultades que atraviesa la labor docente ante los profundos cambios sociales que han tenido lugar y la incorporación a los Centros de Educación Secundaria de un alumnado que antes de la implantación de la LOGSE no estudiaba Bachillerato y ahora está en nuestras aulas, al menos, en el tramo obligatorio. Por ello, llevar a cabo adecuadamente la profesión es un gran reto. Si a esto le añadimos estar recién incorporado a la tarea, la situación se complica aún más (Escudero, 1998). El desafío que representa para el profesorado novel enfrentarse a la enseñanza y asumir responsabilidades, tener que dar respuestas inmediatas, sin tiempo para reflexionar, le provoca tensiones y falta

de autoconfianza, con repercusiones en el ámbito profesional y en su equilibrio emocional (González, 1999).

Estos profesores perciben de forma acusada muchas diferencias entre los actuales alumnos y su época como estudiantes de Bachillerato. Esto es lógico, dado el cambio que acabamos de describir, a lo que podemos añadir la necesidad que los profesores tienen generalmente, de que los alumnos, para aprender, estén en silencio y atentos, trabajando individualmente o escuchando al profesor. También influye considerablemente la obligatoriedad hasta los dieciséis años y la rapidez con la que se producen en la actualidad los cambios sociales, que ha desbordado la capacidad de respuesta y de adaptación de la enseñanza a las nuevas situaciones educativas que se les plantean.

Sin embargo, un dato relevante es que consideran su relación con los alumnos como un aspecto positivo de su experiencia como docentes, mientras que no lo es tanto la que mantienen con los compañeros. Entendemos que esto puede venir dado por varias razones: una es la cercanía de edad con el alumnado y su idea de que quieren ser '*colegas*'. Otra puede ser el aislamiento en el que se sienten cuando se incorporan por primera vez al centro, con unos problemas específicos que no son compartidos por el resto del profesorado más veterano.

No suelen echar de menos la escasa o nula disponibilidad de recursos didácticos, en la mayoría de los casos por desconocimiento de su existencia o su utilización. Sin embargo, como antes mencionábamos, sienten soledad en su Centro, por lo que también podemos señalar la necesidad que tiene este colectivo de compartir la problemática del día a día en el aula y buscar conjuntamente soluciones. El profesorado, en general, tampoco tiene muchas oportunidades de reflexionar en equipo, ya que los Departamentos de los Institutos suelen reunirse para tocar aspectos más informativos que formativos y los Equipos Educativos se convocan en raras ocasiones, con lo que es difícil que se produzca un verdadero intercambio de experiencias, dificultades y enfoques. No obstante, son pocos los profesores noveles que consideran como requisitos para el proceso de enseñanza – aprendizaje, el trabajo cooperativo entre los componentes del departamento de matemáticas o con el equipo docente.

Las preocupaciones de los profesores noveles en torno a estas problemáticas de la práctica se inscriben en problemas y marcos más generales que desbordan el contexto inmediato del aula y reflejan una desconexión entre las demandas y cultura de los estudiantes y las propuestas que ofrecen los centros educativos, la administración y la sociedad. Todo esto hace que los

profesores piensen en el papel que juega la educación y la escuela y es desde ese marco desde donde han de encontrar su lugar como docentes, el sentido de ser profesor y el de los contenidos matemáticos y culturales que se ponen en juego en la enseñanza (Cuesta, 2003).

1. 1. 1. 3 CONDICIONES LABORALES Y DE INCULTURACIÓN EN LA PROFESIÓN DEL PROFESORADO NOVEL

En primer lugar, hemos de enmarcar estos aspectos en el contexto del aumento de demandas que se solicitan a la profesión docente en la actualidad y las nuevas tareas encomendadas a los profesores. Todo ello hace que se exija mucho de estos profesionales y se intensifique su trabajo con una sobrecarga continua de nuevas responsabilidades que llegan, en muchos casos, a desbordarlos. Si a esto añadimos la gran cantidad de burocracia que existe hoy en día en los Centros Educativos, la situación es en extremo agobiante. Como recuerda Escudero (1998), por si fuera poco, la definición de los centros escolares como *'instituciones educativas totales'* está llevando a la delegación de ciertas responsabilidades de socialización, hasta hace poco asumidas por la familia u otras instituciones sociales, a las escuelas y los profesores. Todo ello sin acompañarse de más y nuevos recursos y condiciones para que esta tarea pueda desarrollarse de un modo mínimamente satisfactorio. En este contexto, la opinión de los docentes, resulta muy clarificadora:

"...los profesores de enseñanza media utilizábamos la educación para enseñar una ciencia y seleccionar los mejores para esa ciencia. Los profesores de instituto nos considerábamos orgullosos cuanto mejor preparados iban nuestros alumnos a la Universidad. Ahora tenemos que utilizar la ciencia para educar, y a eso no nos enseña nadie. Ya no educamos para enseñar una ciencia, enseñamos una ciencia para educar. Eso es un cambio de perspectiva tan brutal, que como habéis dicho todos vosotros, lo que nos han enseñado en la Universidad, no nos sirve para nada. Nos han enseñado en la Universidad para hacer ciencia y para construir ciencia. Ahora nosotros tenemos que utilizar nuestro conocimiento científico para educar a los jóvenes ciudadanos de este país" (Informe del INCE sobre el Estudio y Evaluación de la Educación Secundaria, 1998).

En segundo lugar, consideramos algunos aspectos que atañen específicamente al profesorado novel. Por ejemplo, la carga lectiva de estos profesores. Mayoritariamente se les asigna docencia en Secundaria Obligatoria (etapa más conflictiva) antes que en Bachillerato. Esto se explica si tenemos en cuenta que el criterio de antigüedad es el que prima en esta distribución. También este criterio regula la distribución de horarios y materias, lo que da lugar a que la mayoría de estos profesores impartan cuatro o cinco asignaturas diferentes.

A este respecto Esteve (1993) afirma que el inicio de la labor docente se realiza en las peores condiciones de trabajo posibles, lo cual está corroborado por Pérez Gómez (1999), Solís y sus colaboradores (2002) y Cuesta (2003). Se les reserva a los debutantes los destinos más apartados y los centros más desfavorecidos y, dentro de cada centro, se les asignan los peores grupos de clase, los peores horarios y los alumnos más difíciles. Teniendo en cuenta que, desde el primer día, son los responsables únicos y directos de lo que ocurre en su aula y la complejidad de las situaciones de enseñanza y la inexperiencia del profesor novel, es fácil pensar que se acrecienta su inseguridad y que busquen estrategias de supervivencia. Como apuntaba Fullan (2002b), las condiciones de trabajo en las que estos profesores comienzan su andadura, no son idóneas en absoluto, ni para atender las complejas demandas educativas, ni para favorecer su propio desarrollo profesional:

“En el periodo actual de transición, de búsqueda incierta y confusa de nuevos procedimientos y nuevos roles, es obvio que el docente se siente agobiado por la intensificación de sus tareas profesionales para hacer frente de manera incierta y difusa a la compleja y urgente diversidad de la demanda. Para mayor abundamiento, tiene que recomponer y reconstruir su rol profesional al mismo tiempo que se incrementan las exigencias exteriores y se tornan más urgentes” (Pérez Gómez, 1999: 175).

El inicio de la profesión, en nuestro contexto, se produce generalmente tras la superación de un concurso-oposición y el acceso a la condición de funcionario, adquiriendo total responsabilidad en las obligaciones docentes y sin medidas concretas de apoyo en esta labor y formación específica breve e inadecuada para afrontar la nueva situación. Muy al contrario, como venimos señalando, se les asignan los puestos que los compañeros más veteranos rechazan. En estas coordenadas se sitúa el ingreso efectivo en la profesión y en la cultura profesional, y nos induce a plantear su influencia en el proceso de socialización profesional. Partiendo de la definición propuesta por Zeichner & Gore (1990) y Lacey (1995) de socialización de los profesores noveles, como el proceso por el cual éstos comienzan a ser miembros participantes de la sociedad de profesores, resulta importante prestar atención a las maneras en que pueden interpretarse estas influencias.

Para Imbernón (1994) es relevante en este proceso de socialización las maneras que utilizan los profesores para afrontar los problemas que la práctica les presenta. Las respuestas personales a estos problemas implican actuaciones en las que se van incorporando planteamientos de una determinada cultura profesional, que pueden comenzar a consolidarse a partir de estas primeras experiencias docentes. Las decisiones que han de tomar no cuentan con referencias en la práctica, ni en una formación anterior que les permita construirlos a partir de la reflexión, lo que conduce con frecuencia a procesos automatizados y rutinarios de

aprendizaje. Este hecho conlleva el riesgo de que la práctica profesional carezca de procesos reflexivos, reduciendo la socialización a pautas adaptativas de supervivencia al medio.

Esteve (1993) aporta distintas formas de reaccionar ante el encuentro con la práctica de los docentes principiantes: O bien consiguen la estabilidad mediante una conducta integrada, acomodándose, sobre la marcha, a los problemas de la enseñanza. O bien, hacen rutinario el trabajo, evitando cualquier implicación personal. O bien, la contradicción entre los ideales y la realidad provoca una conducta fluctuante, a veces cercana al ideal, y otras renunciando a sus ideales, viviéndolo con gran insatisfacción. O bien, la ansiedad preside su trabajo al pretender mantener los ideales sin acomodarlos a la realidad. La distancia entre los deseos y las acciones les lleva a suplir con su esfuerzo e hiperactividad el escaso éxito en su práctica docente, sin querer renunciar a ideales inadecuados e inalcanzables en la realidad de la enseñanza (Cuesta, 2003).

Es, por lo tanto, urgente y necesario contemplar esta etapa como de especial relevancia para el desarrollo profesional del profesor y contribuir a una evolución adecuada de su conocimiento profesional, como producto de la construcción que realiza en la interacción consciente con los problemas y con las ideas en sus contextos de enseñanza y de su contraste reflexivo y crítico.

1. 1. 2 EL CONOCIMIENTO PROFESIONAL, SUS FUENTES, COMPONENTES Y DESARROLLO PROFESIONAL

De los numerosos enfoques existentes en torno al desarrollo profesional del profesorado, optamos por definirlo desde el propuesto por el grupo IRES, Proyecto Curricular '*Investigación y Renovación Escolar*' (IRES), cuyos miembros han desarrollado numerosas investigaciones en este campo (Porlán, 1989; García Díaz & Porlán, 1990; Porlán, 1993; Porlán, 1994; Porlán & Martín Toscano, 1994; Azcárate, 1995; 1996; Porlán, Azcárate, Martín del Pozo, Martín Toscano & Rivero, 1996; Rivero, 1996; Porlán, Rivero & Martín del Pozo, 1997; 1998; 2000; Azcárate, 1998; Cardeñoso, 1998; Azcárate & Cardeñoso, 1998; Porlán & Rivero, 1998; Azcárate, Martín del Pozo & Porlán, 1998; Azcárate, 1999a, b; Martín del Pozo & Porlán 1999; García Díaz, 2003; Wamba, 2001; Rivero, 2003; Cuesta, 2003; Azcárate & Cuesta, 2005; Solís, 2005; Luna, 2007). Propuesta que se apoya en una perspectiva sistémica y compleja, constructiva e investigativa y crítica de la educación.

Podemos definir el conocimiento profesional como el que usan los profesores para llevar a cabo la tarea docente. Por lo tanto, ha de incluir saberes sobre la materia que imparte, sobre los estudiantes y sobre las situaciones didácticas en las que trabaja diariamente.

García Blanco (1997) hace una revisión del término, mostrando distintos aspectos del conocimiento profesional tal y como lo consideran diferentes investigadores, mientras que Escudero Pérez (2003) recoge cuestiones que giran en torno a éste, sus características y naturaleza, que los investigadores tratan de responder desde diferentes perspectivas. Por ejemplo, Shulman (1986, 1987), Wilson y sus colaboradores (1987), Grossman y su equipo (1989), ponen el foco de atención en los procesos de aprender a enseñar. Schön (1983), Elbaz (1981, 1983), Feiman-Nemser & Folder (1986), Conelly & Clandinin (1986) y Carter (1990), ponen la atención en la práctica, mientras que Leinhardt & Greeno (1986), Leinhardt & Fienberg (1988) lo hacen desde la psicología cognitiva o Bromme (1988, 1994), Llinares (1991) y García Blanco (1999), desde la labor del profesor como trabajo profesional. En estas investigaciones tratan de conceptualizar el conocimiento profesional teniendo en cuenta, al caracterizar la enseñanza del profesor, cómo conoce la materia que imparte (Escudero Pérez, 2003).

De entre todas las primeras investigaciones, destacamos el modelo de Shulman (1986, 1987), pues introdujo un término de gran trascendencia y desarrollo en numerosas investigaciones posteriores: el *conocimiento didáctico del contenido*, (*Pedagogical Content Knowledge: PCK*). Con él se refiere a la habilidad de representar ideas importantes de forma que sean comprensibles para los estudiantes, es decir, los profesores no sólo han de saber la materia, sino el modo de enseñarla con efectividad.

Shulman (1986, 1987) señala en su modelo cinco fases de transformación del contenido de la materia para su enseñanza:

- Conocer la materia objeto de enseñanza comprensivamente.
- Transformar el contenido que se va a enseñar.
- Enseñar: gestionar el aula, presentar información, interactuar con los estudiantes, etc.
- Evaluar la comprensión de los estudiantes de la materia dada.
- Reflexionar sobre lo que se ha hecho, analizando críticamente la acción, reestructurándola.

La segunda fase, la transformación del contenido que se va a enseñar, es la más original y novedosa. Esta idea tiene cierta relación con la '*transposición didáctica*' surgida en el ámbito de la didáctica francesa (Chevallard, 1985; Astolfi & Develay, 1989; Josuha & Dupin, 1993), que trata del proceso de reelaboración de la materia a enseñar, para transformarla en materia escolar. Sin embargo, como señala Bolívar (2005), son fundamentos distintos.

Las revisiones que han realizado diversos autores al modelo de Shulman haciendo cada vez más compleja su propuesta (Bullough, 2001; Hashweh, 2005; Park & Oliver, 2008), han conducido a una convergencia con otras formas de caracterizar el conocimiento de los profesores. Así, para Martín del Pozo & Rivero (2001) el PCK es conocimiento práctico y profesionalizado del contenido y de su enseñanza y aprendizaje, es decir, el conocimiento que han de construir los profesores para intervenir fundamentadamente (Martín del Pozo & Porlán, 1999).

1. 1. 2. 1 NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO PROFESIONAL

Consideramos el conocimiento del profesor como un conocimiento práctico (Elbaz, 1981, 1983; Schön, 1983; Feiman-Nemser & Folder, 1986; Conelly & Clandinin, 1986; Carter, 1990), puesto que va dirigido a la intervención en el ámbito educativo y está orientado a la acción (Johnston, 1992; Beijaard & Verloop, 1996; Van Driel et. al., 2001). Es, además, complejo (Zuckerman, 1999) e integrador (Van Driel et. al., 1998), pues no es un conjunto de técnicas didácticas estandarizadas, ni un conjunto de rutinas y principios elaborados a partir de la experiencia, sino que requiere de la interacción e integración rigurosa de saberes de distinto tipo, ya que las situaciones que comúnmente se encuentran los profesores en el aula son complejas y ambiguas (Zuckerman, 1999). Es crítico y ético (García Díaz, 1995a, b, 2002; Porlán & Rivero, 1998), porque orienta la actuación del profesor en una determinada dirección y eso implica también una opción ideológica y unos valores. Además, es profesionalizado (Bromme, 1988, 1994; Llinares, 1991), ya que debe abordar específicamente los problemas relacionados con la práctica de la enseñanza. Es decir, un conocimiento profesional que emerge de la práctica y es fruto de la integración consciente entre saberes contextuales, adquiridos en la experiencia profesional, y saberes formalizados, producto de la investigación académica, resaltando que todos ellos cobran sentido realmente a la luz de los problemas y experiencias del aula (Rivero, 2003).

“La idea de práctica no la utilizamos en el sentido de simple actuación, de un saber-hacer irreflexivo o inconsciente, sino en el de praxis, es decir, en el de una acción fundamentada y transformadora. Estos saberes prácticos son siempre producto de la reflexión crítica, que establece conexiones significativas entre los saberes más académicos y los empíricos, produciendo reconstrucciones vinculadas específicamente al campo de la enseñanza” (Azcarate, 1999a: 114).

Consideramos, en primer lugar, sus fuentes y componentes, para presentar posteriormente una hipótesis de progresión de su evolución.

1. 1. 2. 2 FUENTES Y COMPONENTES DEL CONOCIMIENTO PROFESIONAL

En este apartado describimos las fuentes que consideramos más significativas del saber profesional y que configuran sus diferentes componentes.

1. 1. 2. 2. 1 El conocimiento metadisciplinar

El conocimiento metadisciplinar aporta, en primer lugar, una determinada concepción epistemológica acerca de la materia. Los actuales planteamientos en torno al conocimiento matemático, lo conciben como un conocimiento relativo y evolutivo y no como un conocimiento absoluto, estático y aditivo, que conllevaría una visión finalista y uniforme para el tratamiento de los contenidos en el aula (Azcarate, 2001). Relacionado con ello, señalamos la importancia de contemplar el conocimiento de la historia de las matemáticas, centrada en los problemas y los obstáculos epistemológicos que originaron la construcción de los conocimientos matemáticos y en la comprensión del contexto social, histórico e ideológico donde se insertó cada problemática, sin lo cual dichos conocimientos aparecen como arbitrarios.

Consideramos, por otra parte, que la perspectiva constructivista y la sistémica y compleja son saberes metadisciplinares relevantes, así como una perspectiva ideológica crítica, ya que el compromiso ético con ciertos valores, tales como justicia o solidaridad, así como los aspectos ideológicos, son ineludibles.

En este sentido, la perspectiva sistémica y compleja, por ejemplo, al poner el énfasis en conceptos generales tales como: elemento, interacción, organización, cambio, sistema, etc., permite utilizar una estructura conceptual única para describir la realidad natural, para

interpretar el funcionamiento del aula, para concebir el currículo o para comprender las ideas de los alumnos y de los profesores (García Díaz, 2004).

En la misma línea, el enfoque constructivista e investigativo, al abarcar procedimientos generales del tipo: reconocer y formular problemas, tomar conciencia de las ideas propias, contrastar con informaciones y datos externos, reorganizarlas, aplicar los nuevos conocimientos, etc., permite utilizar una misma estrategia para orientar el aprendizaje de los alumnos y para promover el propio desarrollo profesional.

Por último, el enfoque crítico, al aportar un conjunto de valores generales tales como: autonomía, respeto a la diversidad, negociación y cooperación crítica y rigurosa, etc., permite utilizar los mismos criterios para organizar el funcionamiento del aula, para interpretar la relación entre el conocimiento escolar, el disciplinar y el cotidiano y para regular el aprendizaje colectivo de los alumnos y de los profesores.

Al mismo tiempo, la integración de estas tres perspectivas metadisciplinares (constructivismo, complejidad y crítica) constituye una cosmovisión que permite organizar la progresión del conocimiento profesional en diferentes niveles de formulación (Grupo Investigación en la Escuela, 1991). Por lo tanto, los conocimientos metadisciplinares son, al mismo tiempo, conocimientos profesionales en el máximo nivel de generalidad, y orientadores de la evolución y mejora del conocimiento profesional *'de hecho'*.

"La reflexión e interacción con las informaciones procedentes de estas fuentes permiten a los profesores elaborar su propia cosmovisión educativa. De hecho, toda decisión adoptada por el profesor refleja unas determinadas formas de entender el conocimiento, sus relaciones y su elaboración y promueve unas determinadas concepciones ideológicas y unos determinados valores que constituyen, consciente o inconscientemente, su marco global de referencia" (Azcarate, 1999: 115).

García Díaz (2001) señala que esta integración nos ayuda a determinar el *'para qué enseñar'*, es decir, sitúa la intervención docente en una determinada concepción de la cultura escolar que va más allá de los meros conocimientos matemáticos, insertando las cuestiones educativas y los fines sociales de la escuela. También ayuda a establecer el marco de referencia del conocimiento escolar y a caracterizar e interpretar las aportaciones del conocimiento cotidiano y las expresiones de las ideas de los alumnos. Así, pueden situarse las aportaciones de las matemáticas en un marco más general y establecer mejor las dificultades de aprendizaje de los alumnos en la interrelación entre las distintas informaciones que se aportan en las situaciones del aula.

1. 1. 2. 2. 2 El conocimiento disciplinar

Se refiere a aquellos saberes relacionados con la materia, las matemáticas en nuestro caso, y con los procesos de enseñanza-aprendizaje. Aunque son muchas las disciplinas que pueden aportar al conocimiento profesional, nos referiremos a tres de ellas que consideramos de especial relevancia: el conocimiento matemático, el psicopedagógico y el que aporta la didáctica de las matemáticas.

➤ En primer lugar, es necesario un **conocimiento adecuado de la materia**. Ello implica conocer sus marcos conceptuales generales y la estructura interna básica del área, lo cual tiene gran importancia para que el profesor elabore mejores criterios en la determinación de los conceptos, procedimientos y relaciones básicas de las matemáticas (García Blanco, 1997).

Hemos de considerar, además, que las conexiones matemáticas, entre las que se incluyen conexiones entre diferentes conceptos matemáticos, sus propiedades y representaciones, forman una parte esencial de la comprensión matemática (Hiebert & Carpenter, 1992; Leikin & Levav-Waynberg, 2007).

Podemos añadir que no se trata solamente de considerar las conexiones antes mencionadas, ya que, como otros investigadores también subrayan, es muy importante establecer conexiones entre las distintas ramas de las propias matemáticas, así como con otras ciencias y con el saber cotidiano, es decir, las matemáticas no pueden entenderse como un compartimento estanco.

Este conocimiento de la materia debe complementarse con el conocimiento sobre cómo se genera el conocimiento matemático y los obstáculos que han debido superarse, a los que aludíamos en el apartado anterior. Consideramos, así mismo, que es necesario que los profesores elaboren un conocimiento de las matemáticas que les permita abordar con cierto rigor el problema de la selección, formulación y organización de los contenidos de enseñanza y adecuarlos a sus alumnos de modo que enriquezca sus aprendizajes previos y los haga más complejos, a partir de los problemas que éstos planteen.

También incluimos un tipo de conocimiento que supone cierta actitud científica, que consiste en el interés por profundizar en los conocimientos y en adquirir otros nuevos (Gil, 1993), ya que los cambios curriculares o las cuestiones que plantean los alumnos, someten repetidamente al profesor a una serie de situaciones para las que puede no poseer, de

entrada, la formación científica requerida. Esta característica, inherente a la labor profesional, demanda una cierta predisposición a la investigación y a la realización de nuevos aprendizajes en los profesores.

➤ En segundo lugar, este conocimiento de las matemáticas debe relacionarse también con el conocimiento que aportan **las ciencias de la educación**. Nos referiremos fundamentalmente a los conocimientos psicopedagógicos generales, relacionados con el pensamiento y la conducta del profesor, la formación del profesor y su desarrollo profesional, la naturaleza de la profesión docente, el aprendizaje de los alumnos, las características del desarrollo de los adolescentes, la relación entre desarrollo conceptual y afectivo, la interacción y comunicación en el aula, la dinámica psicosocial en los contextos escolares, la organización del aula y del centro, etc. Damos especial relevancia a los estudios referidos a las concepciones del profesor y sus relaciones con la práctica docente, ya que formarán parte sustancial de este trabajo. Las aportaciones de dichos estudios pueden ayudar a promover un conocimiento práctico más consciente por parte de los profesores y serán tratadas más adelante, en el Apartado 1. 1. 3.

➤ En tercer lugar, señalamos **la didáctica de las matemáticas**, que constituye un saber aplicado, un conocimiento mixto, en el sentido de ser producto de la integración de los conocimientos psicopedagógicos y los relacionados con la materia que se enseña. Su función principal es la elaboración de modelos didácticos, con una dimensión descriptivo-explicativa y otra normativa en forma de hipótesis curriculares y propuestas de actuación en el aula. La didáctica de las matemáticas es, por lo tanto, un saber integrador y es además, una fuente que aporta conocimientos próximos a la práctica, específicos para la enseñanza y aprendizaje de contenidos escolares, y pautas e hipótesis, más o menos complejas, de actuación.

Desde una perspectiva didáctica de las matemáticas, utiliza y reinterpreta los conocimientos del área y los psicopedagógicos para explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje de ésta y para proponer pautas concretas de diseño y desarrollo curricular. Configura un conocimiento matemático escolar distinto del conocimiento de las matemáticas (Cardeñoso & Azcárate, 1994; Martínez, 2000). Desde la perspectiva didáctica, cuando un profesor se enfrenta a la práctica docente en el ámbito de la educación matemática, por una parte, debe reflexionar sobre el tratamiento del conocimiento escolar, entendiendo que éste debe ser algo más que una mera simplificación del conocimiento formal. Al tener fines y objetivos distintos que la propia matemática, necesita de otras formas diferentes de aprender. Formas más vinculadas al

contexto y a los problemas de su entorno, que a problemas matemáticos con principio y fin en las propias matemáticas (Azcárate, 1999a). Ello implica que el profesor ha de conocer las matemáticas más allá de una mera adaptación del conocimiento formal al contexto, es decir, necesita un conocimiento de índole didáctico-matemática cuya estructura y naturaleza dista mucho de ser la del conocimiento formal matemático y que se organiza en torno a la reflexión e interacción con problemas relevantes que surgen desde la propia enseñanza de las matemáticas.

Por otra parte, el profesor ha de conocer las finalidades de su enseñanza, su influencia en el desarrollo personal y social del alumno, la comprensión del aprendizaje de los estudiantes, sus ideas, la evolución de las mismas y sus dificultades, su entorno sociocultural y toda una serie de conocimientos y capacidades que le permitan gestionar el aula y los elementos que en ella interaccionan. Todo ello organizado de forma que dé respuestas adecuadas a los problemas que los profesores tienen que afrontar en su práctica cotidiana.

1. 1. 2. 2. 3 El conocimiento que procede de la experiencia

Podemos considerarlo constituido por tres componentes: *las rutinas* - guiones y esquemas de acción, que son imprescindibles para organizar y dirigir el curso de los acontecimientos en la clase -, *los principios y creencias personales* - concepciones, metáforas e imágenes que tienen los profesores acerca de las diferentes variables de su experiencia profesional, y que implican mayores dosis de generalización - y *los conocimientos curriculares* sistematizados - conjunto de ideas, hipótesis de trabajo y técnicas concretas que se ponen conscientemente en juego en el diseño, aplicación y seguimiento del currículo.

➤ Con el término '***rutinas***' nos referimos al conjunto de esquemas que predicen el curso de los acontecimientos en el aula y que contienen pautas de actuación concretas para abordarlos (Gimeno & Pérez Gómez, 1993). Pertenecen a un tipo de significados que nos ayudan a resolver una parte importante de nuestra actividad cotidiana, especialmente aquella que se repite con cierta frecuencia, constituyendo el saber más próximo a la conducta (Lowyck, 1986).

➤ Por '***principios y creencias personales***' entendemos el conjunto de ideas que los profesores desarrollan durante el ejercicio de la profesión acerca de diferentes aspectos de los procesos de enseñanza-aprendizaje, tales como el aprendizaje de los alumnos, la metodología, la naturaleza de los contenidos, el papel de la programación y la evaluación, los fines y

objetivos deseables, entre otros (Rivero, 2003). Tienen un fuerte poder orientador de la conducta profesional y, en el conocimiento deseable, es un saber autónomo y coherente con los saberes académicos. Se expresan más claramente en los momentos de programación, evaluación y, muy particularmente, en situaciones de diagnóstico de los problemas y conflictos que se dan en el aula.

Por una parte, hay que tener en cuenta que otra cuestión importante de este tipo de conocimiento, los principios y creencias, es que en parte tiene carácter no explícito (Clandinin, 1986; Eraut, 1994) y esto conlleva implicaciones de gran importancia: escapan al propio control, tienden a bloquear los cambios en el dominio de lo concreto y favorecen cierta disociación entre el discurso pedagógico y la intervención docente. Es importante, en consecuencia, que los profesores se den cuenta de que, además de los conocimientos que han elaborado conscientemente, existen otros implícitos que deben intentar expresar para poder así comprender mejor una parte significativa de sus actuaciones ante los problemas de clase. Tomar conciencia de las teorías implícitas que se derivan de sus creencias y acciones, pasándolas del plano tácito al racional, representa un avance importante en el desarrollo profesional del profesor (Ballenilla, 1999). Dedicaremos el Apartado 1. 1. 3 a profundizar en los aspectos señalados, presentando algunas investigaciones realizadas en este sentido, así como las relaciones entre las concepciones y la práctica del profesor.

Por otra parte, tenemos también en cuenta que el término '*creencia*' se utiliza en distintas áreas de conocimiento y en la vida cotidiana con distintos significados. En nuestro caso, entendemos que una creencia es un tipo de conocimiento, una opinión fuertemente arraigada, que produce hábitos y determina intenciones. Como las actitudes, se compone de cognición y de afecto (Vila & Callejo, 2004). No es una tarea fácil precisar los significados de estos conceptos próximos al de creencia y delimitar las fronteras entre ellos, ya que es un término ambiguo. Se encuentran más referencias implícitas que definiciones formales explícitas. Por ejemplo, podemos señalar el carácter más objetivo del conocimiento y más subjetivo de las creencias, que se pueden mantener con diferentes grados de convicción. Los conocimientos están consensuados por determinadas comunidades, mientras que las creencias no tienen por qué ser fruto de un consenso. Los primeros responden a unos criterios de validación que no han de satisfacer las creencias.

En cuanto a las relaciones entre '*concepción*' y '*creencia*' es un tema controvertido, pues mientras algunos autores utilizan ambos términos indistintamente, otros consideran que

ambos están relacionados pero que difieren en su significado. Así Thompson (1992) considera que las creencias son un tipo de concepciones y define a éstas como una estructura mental más general que incluye creencias, significados, conceptos, proposiciones, imágenes mentales y preferencias. Mientras que Ponte (1994) las define como los esquemas subyacentes de organización de conceptos, esencialmente de naturaleza cognitiva. En nuestro estudio, asumimos el significado más amplio del término, *concepciones*, en el sentido de Thompson (1992), por considerar que es el término más similar al empleado en las investigaciones del Grupo de Investigación en la Escuela como '*sistema de ideas*' (García Díaz, 1995a, 2002).

➤ Los '**conocimientos curriculares**' en parte proceden del conocimiento disciplinar y en parte de la propia experiencia. Se refieren a aspectos como los siguientes:

- Conocer cómo se formula, organiza y secuencia el conocimiento escolar. Saber plantear situaciones problemáticas en clase (Porlán & Martín Toscano, 1994). Saber elaborar tramas o mapas de contenidos en los que se integren las aportaciones de distintos tipos de conocimiento. Saber elaborar y usar hipótesis sobre la posible progresión en la construcción del conocimiento, con el análisis de los obstáculos que pueden aparecer en el proceso y con la determinación de diferentes niveles de formulación de los contenidos.

- Conocer la existencia de concepciones en los alumnos, así como su utilización didáctica (Gil, 1990; Porlán & Martín Toscano, 1994; García Díaz, 1995a). Saber que tienen que considerarse como una variable en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Saber detectarlas e interpretarlas didácticamente, empleando en cada circunstancia los instrumentos de exploración adecuados. Saber que dichas concepciones cambian en un proceso de negociación y construcción compartida del conocimiento, etc.

- Saber diseñar un programa de actividades válido para la investigación de problemas interesantes y con potencialidad para el aprendizaje, que tenga en cuenta las hipótesis de progresión asociadas a dichos problemas, incluyendo tanto actividades de expresión, contraste y cuestionamiento de las concepciones de los alumnos, como actividades de recapitulación y síntesis (Gil, 1990; Porlán & Martín Toscano, 1994; García Díaz, 1995a).

- Saber dirigir el proceso de investigación del alumno, creando el clima de trabajo apropiado, facilitando la reformulación de los problemas y el contraste y cuestionamiento de sus concepciones.

- Saber qué y cómo evaluar, teniendo en cuenta la necesidad de un ajuste adecuado entre el proceso de enseñanza y el de aprendizaje, conociendo las estrategias apropiadas para

hacer un seguimiento de la evolución de las ideas de los alumnos y para regular todo el proceso (Gil, 1990; García Díaz, 1995a).

El conocimiento curricular es, por tanto, otro eje orientador del saber práctico profesional, dado que supone una importante integración de saberes para la acción. Presenta la posibilidad de incrementar, a través de estudios de casos, el conocimiento de experiencias alternativas de enseñanza y de formación del profesorado. Los datos y conceptos de estas líneas de trabajo pueden ayudar, posteriormente, con una estrategia formativa adecuada, a que los profesores desarrollen un conocimiento práctico más consciente, a que adopten visiones más complejas de determinados problemas profesionales y a que se conozcan mejor a sí mismos como profesionales, analizando, formulando de nuevo y mejorando sus propias teorías implícitas.

Hasta aquí hemos intentado caracterizar las fuentes más relevantes del conocimiento profesional. Pero éste es algo más, ya que no es solo la suma acumulativa de lo que aportan todas estas fuentes, sino que, entrando éstos en interacción, se integran, reelaborándose y haciéndose más complejo.

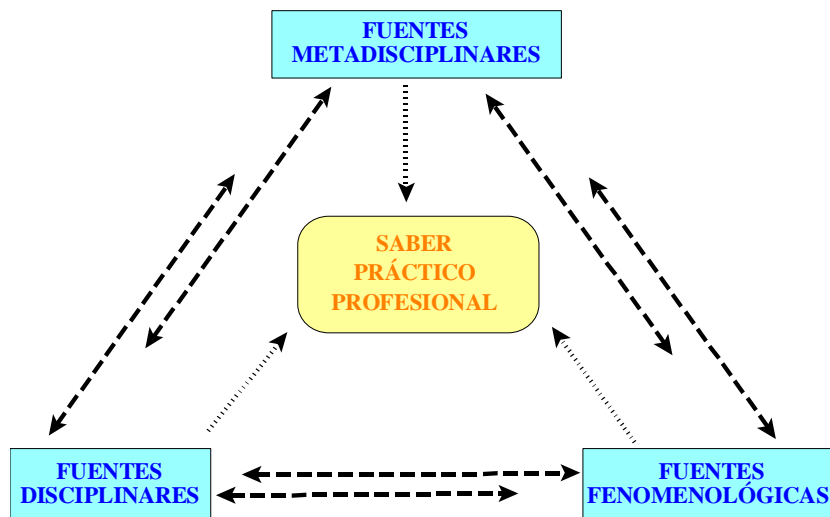


Figura 1. 1. 2. 3: Fuentes del conocimiento práctico profesional (Azcárate, 1999: 114)

Consideramos, por lo tanto, el *conocimiento práctico profesional* como la resultante de un complejo proceso de interacciones e integraciones de diferente nivel y naturaleza, de la información procedente de las diversas fuentes presentadas (Rozada, 1996). El conocimiento sobre la enseñanza se crea como intersección del contenido, el contexto del aula, las acciones

de enseñanza y las creencias, valores y sabiduría reflexiva que un profesor porta para corroborar sus acciones y resultados (Steele, 2005).

Una enseñanza efectiva ha de moverse flexiblemente entre el conocimiento del contenido que los profesores están enseñando y el conocimiento sobre la enseñanza, tanto en general, como el relacionado específicamente con el contenido que tienen entre manos (Shulman, 1986; Hache & Robert, 1997; Sherin, 2002;) y tanto del conocimiento formal como del que procede de la experiencia. Estos saberes incluyen materiales creados para o durante la práctica de enseñanza, la planificación de la misma, el trabajo de los estudiantes y otros artefactos de la práctica de enseñanza (Smith, 2003).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, podemos señalar que

“el conocimiento de la materia, incluso de un nivel avanzado, y del currículo son importantes, pero no suficientes para equipar a los profesores para desempeñar su rol adecuadamente. Enseñar en el aula es mucho más complejo que llevar a cabo un desarrollo directo del currículum. Ésta implica elegir ampliamente entre varios materiales curriculares, diseñar el clima de aprendizaje. Adaptar el ritmo de instrucción, conducir las discusiones, provocar y ampliar el pensamiento de los estudiantes y así sucesivamente. Consecuentemente, para completar el conocimiento del contenido y del currículo, el profesor necesita además conocimientos bastante sofisticados sobre estos y otros aspectos de la instrucción matemática, así como habilidad y disposición para usar este conocimiento en la práctica” (Even, 2005: 343-4).

¿Cómo facilitar la construcción de un conocimiento profesional como el que hemos descrito?

1. 1. 2. 3 EL DESARROLLO PROFESIONAL DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

La construcción por parte de los profesores de un conocimiento profesionalizado de las características que estamos describiendo, puede hacerse a través de procesos de investigación de *‘Problemas Prácticos Profesionales’*, de forma análoga a los organizadores que facilitan la construcción del conocimiento escolar (Porlán, 1989; García Díaz, 1995a, 2001, 2002). Estos problemas han de ser de carácter práctico, que conecten con los intereses y vivencias del profesorado y que a la vez requieran la participación de otros saberes distintos al que proviene de la experiencia para su resolución; de manera que también sean potentes desde el punto de vista del conocimiento profesional deseable.

Gran parte de estos problemas prácticos surgen en torno al diseño y desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático. Ello implica que la organización de su conocimiento práctico debe responder al intento de dar respuesta a aquellos problemas que son relevantes para su actividad profesional (cómo organizar un aula para facilitar la interacción, qué situaciones proponer, qué contenidos seleccionar y por qué, cómo organizar una determinada secuencia de actividades, qué recursos utilizar y por qué, etc.) y que los problemas se convierten en objeto de estudio para el saber profesional.

Así pues, podemos considerar la elaboración del conocimiento profesional, vinculada a los '*Problemas Prácticos Profesionales*', en un doble sentido: como origen y como finalidad. La existencia de dichos problemas, la reflexión sobre ellos y sus posibles respuestas son el origen de un proceso de desarrollo profesional que facilita la integración de múltiples informaciones, proceso cuyo principal objetivo es dotar al profesor de matemáticas de un saber organizado y adecuado para tomar decisiones y dar respuesta a dichos problemas prácticos (Azcárate, 1999a). Algunos ejemplos de los problemas que se pueden trabajar son los siguientes:

- ¿Cómo favorecer la evolución significativa y relevante de las concepciones de los alumnos en relación con el conocimiento de las matemáticas?
- ¿Cómo regular el proceso de enseñanza/aprendizaje matemático en el contexto singular y complejo del aula?
- ¿Cómo diseñar un plan de intervención? ¿Qué elementos hay que considerar? ¿Qué relación existe entre ellos?

➤ En relación a la metodología de enseñanza (Azcárate, 1999):

- ¿Cómo debería ser y qué debería orientar una secuencia de actividades?, ¿cómo formular una hipótesis realista de conocimiento escolar deseable que tenga en cuenta el punto de partida de los alumnos, sus expectativas e intereses potenciales?, ¿qué hipótesis de progresión se debe establecer para superar las posibles dificultades de aprendizaje y cómo hacerlo?
- ¿Cómo gestionar y regular la dinámica del aula?, ¿cómo organizar los espacios y los tiempos?, ¿qué papel tiene el profesor y qué papel tienen los alumnos en la gestión de la clase?

➤ En relación a la evaluación (Martín del Pozo & Rivero, 2001):

- ¿Qué modelos existen de evaluación y en qué se fundamentan?, ¿qué concepción de la evaluación es compatible con un enfoque investigativo de la enseñanza?

- ¿Cómo evaluar de manera rigurosa el aprendizaje de los alumnos?, ¿qué datos tomar y cómo hacerlo para obtener información adecuada sobre el currículo en la acción?
- ¿Qué papel han de jugar alumnos y profesores en el proceso de evaluación y toma de decisiones?

Desde que un alumno de la Facultad de Matemáticas decide hacerse profesor de Educación Secundaria, hasta que alcanza un desarrollo profesional próximo al que hemos considerado deseable, existe todo un proceso evolutivo, de distinta duración en cada caso, cuya meta no sólo no siempre se alcanza, sino que, a veces, ni siquiera se considera como tal por una gran parte del colectivo (Artzt & Armour-Thomas, 1999, 2002).

Siguiendo a Rivero (2003) y Azcárate (1999) podemos establecer una gradación general en la evolución del desarrollo profesional, desde perspectivas simplificadoras, reduccionistas, estáticas y acríticas, que se corresponderían con los primeros años de docencia, (que suelen ser más tradicionales, aunque somos conscientes de que no puede identificarse biyectivamente con ellos, puesto que por una parte, un profesor novel puede evolucionar muy pronto o permanecer en esta posición toda la vida), hacia otras más coherentes con enfoques alternativos de carácter constructivista e investigativo, pasando por niveles intermedios que superan en parte la postura tradicional, pero que en sí mismas presentan todavía obstáculos que salvar. Lo que proponemos, en suma, no es una representación estática y finalista de un desarrollo profesional ideal, sino una posible evolución del mismo, que no constituye un itinerario obligado para el desarrollo profesional, sino lo que algunos investigadores identifican como distintas *'etapas de enseñanza'* (Artzt & Armour-Thomas, 1999, 2002). Sin embargo, desde el punto de vista del conocimiento profesional del profesorado novel, el colectivo en el que centramos nuestro estudio, es importante situarlo en dicho gradiente, para poder identificar su perfil, más adelante, con ciertas referencias y más adecuadamente.

La investigación nos muestra que el conocimiento profesional que consideramos deseable, está muy alejado del que suele ser hegemónico entre los profesores (tanto noveles como con más años de ejercicio). No obstante, aunque hay concepciones y prácticas mayoritarias, existe una importante diversidad entre los profesores. Aún así, intentaremos agruparla en el proceso de evolución del profesor que presentamos a continuación, a sabiendas de que se trata de una formalización teórica que puede ayudarnos a determinar niveles de formulación del conocimiento profesional y a presentar su posible desarrollo, como modelos referenciales de las tendencias didácticas que suelen darse entre el profesorado.

La progresión del conocimiento práctico profesional la hemos concretado en tres tendencias diferentes: el conocimiento y actuaciones profesionales hegemónicas en el profesorado más tradicional, una tendencia intermedia de transición e innovación y el conocimiento y actuación profesional que consideramos deseable, la tendencia investigativa, que planteamos como horizonte. En cada uno de ellos, describimos los ámbitos que consideramos más significativos y que están directamente relacionados con nuestro estudio: la metodología y la evaluación, haciendo especial hincapié en la primera.

1. 1. 2. 3. 1 Tendencia didáctica tradicional

Podemos considerar que el profesor, como miembro de una sociedad positivista como la nuestra, parte de una visión absolutista de las matemáticas. Su forma de concebir el conocimiento matemático es racionalista y platónica: un saber objetivo, terminal, a-histórico y absoluto, que existe independientemente de quien lo aprende y que se considera superior a otras formas de conocimiento. Para estos profesores el conocimiento matemático constituye un cuerpo estático, que surge de los modelos deductivos de construcción del conocimiento.

El profesor que se aproxima a esta tendencia didáctica, suele organizar la realidad y los conocimientos de forma acumulativa y aditiva, en la que aquella es entendida como una suma de sus componentes, sin que se reconozca habitualmente el carácter organizador de las relaciones (Porlán & Rivero, 1998; García Díaz, 1995b). Esta visión del mundo incide claramente en los otros niveles de organización del conocimiento profesional. Así, tiene también una idea acumulativa y fragmentaria del saber matemático, del currículo y del propio conocimiento escolar, por lo que no suele reconocer tampoco el carácter organizador de las relaciones, ni las interacciones entre los elementos curriculares, sino que suele entender las matemáticas como un conjunto formalista de temas inconexos (Oliva, 1995).

También presenta frecuentemente una disociación entre la teoría y la práctica, entre el pensar y el hacer. La enseñanza, por una parte, la concibe como fuente de certeza para los estudiantes y como causa directa del aprendizaje. Por otra parte, considera las matemáticas como instrumento para las otras ciencias y con valor educativo intrínseco en sí mismas.

El profesor situado en esta etapa inicial de desarrollo profesional, concibe el **'conocimiento escolar'** como un conocimiento académico, cuyo único referente son las matemáticas. Toda la actividad educativa la orientará a la adquisición de contenidos matemáticos, organizados coherentemente con la propia estructura de la materia y presentada usualmente con modos

de argumentación deductivos. Esta estructura disciplinar supondrá la concepción de un currículo cerrado, que se podrá fragmentar en partes simples, inconexas entre sí, con una secuencia jerarquizada por la estructura conceptual a desarrollar. No se mostrará la génesis de los conocimientos matemáticos, sino un cuerpo de conocimientos permanentes, ya construido y acabado. Algo externo e independiente del contexto y de quien lo transmite y lo recibe y a los que se dedica toda la actividad educativa. La programación está centrada en los contenidos académicos, descontextualizados y fragmentados. Podríamos decir que existe obsesión por éstos (Serradó, 2000).

Dentro de esta perspectiva podemos diferenciar dos tipos de imagen del conocimiento matemático que influyen directamente en la concepción del aprendizaje y, por lo tanto, en las formas de trabajar en el aula. Así, los profesores que tienen una visión platónica de la naturaleza de las matemáticas, consideran el aprendizaje como una recepción pasiva de una parte de ese cuerpo coherente de conocimientos. La instrucción se basa en el libro de texto y el papel del profesor es el de transmisor directo del conocimiento (Ernest, 1989). Su visión en este sentido se aproxima bastante al convencimiento de que los estudiantes aprenden si escuchan atentamente cómo el profesor presenta los contenidos, siguen los pasos de los procedimientos y métodos para realizar las actividades matemáticas y practican estos procedimientos, para lo cual no son necesarias muchas interacciones (Artzt & Armour-Thomas, 1999; Simon et. al., 2000; Tzurt et. al., 2001), ideas muy en consonancia con la tendencia tradicional.

Para los profesores que sostienen concepciones instrumentalistas, aprender matemáticas consiste en la adquisición de maestría en habilidades y procedimientos. La instrucción en el aula la dirige el libro de texto, con gran preocupación por explicaciones claras y el control de la clase. Los profesores instrumentalistas se ven a sí mismos como instructores y sus enfoques típicos de la enseñanza están asociados con lo que se conoce también como enseñanza tradicional (Ferreira, 2004) y, en cierta medida, con la tecnológica.

Destacamos especialmente a continuación los aspectos metodológicos y de evaluación que consideramos característicos de esta tendencia didáctica en la evolución del profesor:

a) La metodología que lleva a cabo este profesor está caracterizada por una falta de preocupación por el cómo enseñar. No tiene en cuenta las orientaciones metodológicas que aparecen en las Leyes de Educación vigentes, ni tiene por qué atender a unos principios metodológicos, porque no los considera importantes.

Suele extraer las actividades, del libro de texto tratando de que los alumnos repitan los procedimientos mostrados por el profesor con anterioridad. La resolución de problemas se concibe como la realización de ejercicios rutinarios, de aplicación más o menos simple, directa e inmediata de los contenidos que se acaban de explicar, homogéneos y la mayor parte de las veces algorítmicos. Organiza la secuencia de actividades desde la perspectiva del conocimiento que quiere ilustrar, que se caracteriza por tratarse de actividades aisladas y fragmentadas, sin formulaciones, ni grados de complejidad diversos. El hilo conductor suele ser el libro de texto.

Las actividades se conciben como tarea individual, incluso cuando están sentados en parejas, por lo que la organización del espacio está referida a la pizarra y la mesa del profesor,

“ignorando la dimensión social del aprendizaje, así como el papel de la negociación de significados. En los aspectos de gestión de la dinámica del aula y de su propia organización espacio-temporal, predomina una visión rígida y estática, con un claro control del profesor sobre el espacio y el tiempo, caracterizando un sistema de comunicación unidireccional, que refleja una falta de destrezas en el manejo de la dinámica del aula” (Azcárate, 1999: 75).

No valora el pequeño grupo, ni la interacción entre iguales, ni considera distintos ritmos de aprendizaje, por lo que la organización del tiempo es la misma para todos. En la forma de presentar el conocimiento subyace la idea en el profesor de que éste se aprende y se aplica sin consideraciones sobre cómo se produce este aprendizaje, ni cómo se ha de enseñar. El alumno, por lo tanto, ha de estar atento a las explicaciones del profesor, activo para la realización de las actividades que se le proponen, pero no para la construcción del propio conocimiento, ya que lo que se requiere de él es la repetición de los contenidos trabajados, sin participación en la planificación de las tareas. Se supone que, si el alumno está atento a las explicaciones del profesor, aprende el conocimiento transmitido, considerándose el protagonista central del escenario escolar y que de él depende todo el control del proceso de enseñanza-aprendizaje. Esto conlleva la importancia de mantener el orden en la clase

b) La evaluación es sancionadora, es decir, se entiende, sobre todo, como calificación y se centra en los contenidos. La comprobación del aprendizaje de los alumnos, medido desde un nivel prefijado, se extrae casi exclusivamente de la información aportada por los exámenes, que, en general, se realizan al final del proceso y miden la capacidad de repetición de los conceptos y el manejo de los procedimientos algorítmicos y ejercicios de aplicación trabajados en clase, valorando más los productos que los procesos. Quien evalúa es el profesor y los alumnos son los únicos evaluados.

1. 1. 2. 3. 2 Tendencias didácticas intermedias o de transición

Cuando un profesor como el descrito anteriormente, ya sea novel o no, se enfrenta a las diversas problemáticas que pueden surgir en el aula y/o participa en procesos de formación que movilizan su visión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, puede plantearse cambios en sus prácticas e introducir innovaciones en las mismas. Esta evolución puede venir orientada por dos fuerzas distintas, dando lugar a dos tendencias innovadoras también diferentes: la que procede del rigor del conocimiento matemático y de las ciencias de la educación, por un lado, y la búsqueda de mejoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje, del clima escolar, de valores democráticos y otros aspectos ideológicos, por otra. La primera constituye una tendencia tecnológica (TT) y la segunda, espontaneísta o fenomenológica (TE), mucho menos frecuente en la enseñanza de las matemáticas. El profesorado que se sitúa en este nivel de transición (al que llamaremos profesor innovador), pretende favorecer el aprendizaje significativo de su alumnado y su implicación en el mismo, a la vez que no quiere renunciar a *'impartir los contenidos disciplinares'*. Por ello, tratará de garantizar el desarrollo de un conocimiento matemático adecuado y coherente y la necesidad de motivar a los alumnos para que se impliquen en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Podríamos considerar que se va produciendo el tránsito hacia la innovación, en la medida en que:

- el protagonismo del estudiante vaya creciendo en estos procesos
- los profesores empiecen a dar importancia a las ideas de los alumnos y/o a sus intereses

Como en la etapa tradicional, caracterizamos a continuación el conocimiento profesional en este nivel evolutivo, desarrollando especialmente los aspectos metodológicos.

En estas etapas de transición, se mantiene una concepción simple de la estructura del conocimiento y de la realidad. Como en la tendencia tradicional, los profesores cercanos a la dirección más tecnológica, suelen estar más próximos a una visión absolutista y platónica de las matemáticas. En relación con los aspectos ideológicos, en los profesores de la TT, hay un cierto cambio de actitudes en la medida en que se reconoce la necesidad de mejorar la enseñanza, aunque con criterios más rígidos y eficientistas que los profesores espontaneístas, que suelen presentar actitudes inconformistas, de mayor autonomía profesional y tolerancia, dando bastante protagonismo al alumno.

Los profesores cercanos a la TT conciben el aprendizaje como la asimilación de significados académicos preestablecidos, bien aportando nuevos contenidos, bien dándoles un mayor grado de formalización, tratando de eliminar los errores de los alumnos en este proceso. Tienen también cierta preocupación por conseguir que los estudiantes *'construyan'* sus aprendizajes desde los *'conocimientos previos'* y les den significado.

En el caso de la TE, la preocupación por el aprendizaje de los contenidos prefijados de antemano es menor y será la motivación de los alumnos, sus intereses, la diversidad de actividades, no siempre académicas, los que permitan que éstos se apropien de los conocimientos.

En ambos casos se requiere la participación activa del alumno y es importante su actividad psicológica, ya que los objetos de aprendizaje están mediados por la actividad personal, de forma que los conocimientos previos, la motivación, el uso de recursos didácticos, manipulativos, lúdicos y variados, juega un papel importante. Por ello, la actividad del estudiante o su nivel de desarrollo cognitivo no se suelen obviar. Sin embargo, aunque muchas veces se identifica aprendizaje activo o el protagonismo del alumno con el constructivismo, hay que tener en cuenta, que el paso a concepciones constructivistas requiere una reestructuración profunda de los conocimientos de la persona, que no se da con frecuencia en este nivel.

Respecto a los procesos de enseñanza, los enfoques de ambos tipos son contrapuestos: en el primero de ellos, los objetivos y contenidos seleccionados se organizan en secuencias cerradas de actividades y sirven de referencia *'objetiva'* para la evaluación, mientras que en el segundo, el modo de concebir el conocimiento escolar da lugar a un conjunto poco organizado de actividades que se van programando a corto plazo y que son más variadas que en el caso anterior, sin referencias a la evaluación.

El desarrollo de estas *'etapas de enseñanza'* se caracteriza por la evolución del profesor hacia una mayor ayuda a los estudiantes para que construyan el conocimiento, responsabilizándolos más de su propio aprendizaje y facilitando un mayor intercambio verbal entre los componentes del aula (Artzt & Armour-Thomas, 1999, 2002).

En relación al **conocimiento escolar**, existe una gran variedad de concepciones en la medida que los profesores dan mayor o menor importancia a otros referentes. Las matemáticas siguen siendo el fundamental, aunque con un peso mayor en la TT y con una concepción de las

mismas más abierta y flexible, en la TE, donde los contenidos que se trabajan aparecen sin conexiones claras entre sí.

Resumiendo, para el profesor innovador de ambas tendencias, el aprendizaje matemático es un proceso de experimentación directa de las matemáticas, su visión de la enseñanza es proporcionar situaciones que pongan de manifiesto a los estudiantes las ideas matemáticas y sus relaciones, así como los aspectos claves de dichas situaciones (Tzurt et. al., 2001; Simon et. al., 2000), lo que estos autores denominan una *'perspectiva basada en la percepción'*.

Destacamos, como hicimos en el anterior apartado, los aspectos metodológicos y de evaluación que consideramos característicos de este nivel en la evolución del conocimiento profesional:

a) La metodología que desarrollarán estos profesores se sitúa desde el planteamiento de actividades prefijadas de antemano, muy dirigidas y escalonadas en cuanto a la dificultad de los contenidos y con un hilo conductor rígido, (en la orientación tecnológica), hasta otros planteamientos con actividades sin un hilo conductor claro, en las que priman los intereses de los alumnos sobre cualquier otro criterio organizador (en la espontaneísta).

Los profesores, en el primer caso, establecen actividades menos homogéneas que en la tendencia tradicional, pero todavía bastante cerradas, con solución única y prefijada. La secuencia de actividades es lineal y detallada (Azcárate 1999) y su hilo conductor está regido por la lógica de la materia, cuyos contenidos deben ser enseñados a todos los alumnos. Esta secuencia de actividades está planificada previamente por el profesor sin la intervención del alumno. *"A veces reflejan una aparente secuencia constructivista, pero claramente dirigidas por el profesor"* (Azcárate, 1999: 73).

En el segundo caso, los profesores proponen una mayor variedad de actividades, con propuestas más abiertas y flexibles, tanto colectivas como individuales. La planificación es escasa y muy a corto plazo, plegada a la respuesta más o menos implicativa de los alumnos en las actividades. No hay en este caso, por lo tanto, una secuencia sistemática previamente diseñada, sino un conjunto de actividades poco organizado.

Los profesores de ambos casos tienden a incorporar otros muchos recursos didácticos. La organización del espacio y del tiempo suele ser rígida en el primer caso, mientras que es más flexible y abierta, en el otro. Aunque el profesor organice a los alumnos en pequeños grupos,

en el caso tecnológico, las actividades planteadas suelen ser trabajadas individualmente y su distribución temporal está previamente establecida, mientras que, en el caso espontaneísta, se promueve el desarrollo de debates, asambleas y trabajo en pequeños grupos. Aquí, la comunicación se produce entre iguales y también el intercambio de información, sin apenas orientación. El profesor intenta, sobre todo, crear una dinámica psicosocial motivadora, que tenga en cuenta los intereses de los alumnos, mediante el trabajo colectivo.

Suelen aparecer modificaciones significativas con respecto al rol que juegan el profesor y los alumnos en este nivel de transición, buscando una mayor implicación de éstos en el proceso. Las actividades están estrictamente dirigidas por el profesor, en el caso tecnológico, aunque trata de que el estudiante participe activamente en el desarrollo de las mismas. Su papel transmisivo aún ocupa un lugar importante, al menos para introducir y cerrar las temáticas y no existe un uso didáctico, sistemático y explícito de las ideas de los alumnos, pero se interesa por sus conocimientos previos. El protagonismo de los alumnos es mayor en el caso de la tendencia espontaneísta, quedando el profesor relegado a ser un facilitador de las actividades, medios y recursos necesarios, sin orientar apenas el proceso de enseñanza-aprendizaje.

“En cualquier caso, estos enfoques siguen presentando problemas en su concepción, ya sea por existir una relación entre los contenidos, los alumnos, el contexto y la metodología demasiado rígida o demasiado abierta. Al organizar y presentar las actividades, nos encontramos con la tendencia a adoptar una única perspectiva: la del profesor o la de los intereses de los alumnos, lo que dificulta enormemente que la enseñanza se ajuste al aprendizaje” (Azcarate, 1999:74-5).

b) Respecto a **la evaluación**, el profesor de la tendencia tecnológica pretende una medición rigurosa del grado de cumplimiento de los objetivos y contenidos programados, mediante exámenes y notas de clase, con referencias objetivas. El otro tipo de profesor pretende evaluar la dinámica psicosocial del aula a través de la participación de los alumnos (asambleas, murales, etc.) y de las observaciones e impresiones asistemáticas que hace. El aprendizaje de los alumnos es también en este caso, objeto directo de evaluación pero sin tener referencias objetivas claras.

No se evalúan los procesos de enseñanza-aprendizaje y quien evalúa es el profesor, en el primer caso, mientras que, en el caso de los procesos orientados por una dirección más fenomenológica, juega un papel importante la autoevaluación del alumno.

En resumen, ambos casos analizados tienen en común el ser expresiones de un cierto reduccionismo antagónico en relación con diferentes aspectos: en primer lugar, los elementos

curriculares: el foco está situado en los contenidos, en el primer caso y en los intereses de los alumnos, en el segundo. En segundo lugar, el papel de la programación, la intervención y la evaluación: énfasis en la programación previa, intervención dirigida y control del profesor con criterios de evaluación objetivos, frente al énfasis en la intervención espontánea, control menos sistemático y falta de criterios de evaluación claros y, en ambos casos, ausencia de una concepción de la evaluación como regulación del proceso. Por último, la finalidad de la intervención educativa, en el primer caso, es tratar de llegar a un conocimiento preestablecido por el profesor y en la tendencia espontaneísta cubrir, en la medida de lo posible, los intereses expresados por los alumnos.

1. 1. 2. 3. 3 Tendencia didáctica deseable

La última tendencia, que consideramos como meta de la evolución del desarrollo profesional, se corresponde con un modelo de enseñanza constructivista e investigativo y con un perfil profesional coherente con la idea de profesor-investigador.

El profesor que ha alcanzado este nivel de desarrollo profesional, tiene una visión del mundo basada en una concepción compleja y relativa de la realidad, con un planteamiento ideológico crítico y una perspectiva constructivista, dinámica y evolutiva del conocimiento, visión que se concreta en:

- Una concepción sistémica de la realidad, en general, y del medio escolar en particular.
- Un enfoque relativista y descentrado del conocimiento matemático.
- Una consideración de los cambios, también de los cambios escolares, como procesos evolutivos e irreversibles.
- El reconocimiento del carácter abierto y complejo de los problemas educativos y de la investigación como estrategia adecuada para el tratamiento de los mismos.
- Una posición ideológica que pretende el desarrollo de la autonomía en profesores y alumnos.
- Una concepción de las relaciones e intercambios basada en la tolerancia, el relativismo y el respeto crítico a la diversidad.
- Una construcción compartida del conocimiento profesional y escolar basada en datos y argumentos y no en principios de autoridad y en relaciones de poder (Porlán & Rivero, 1998).

En cuanto al **conocimiento escolar**, los contenidos no se reducen a los conocimientos matemáticos formales, ni siguen la lógica tradicional de las disciplinas, sino que prima una

lógica de carácter didáctico que impregna la selección de aquellos problemas que son, a la vez, relevantes para las matemáticas y significativos y funcionales para los alumnos. Esta selección está directamente relacionada con la estructuración del qué enseñar y con sus fuentes de información.

En esta tendencia, el conocimiento escolar se entiende como un conocimiento epistemológicamente diferenciado, resultado de la reelaboración e integración de conocimientos diversos, que pretende hacer progresivamente más complejo el conocimiento cotidiano de los alumnos.

Apostamos por una concepción dinámica y falible de la actividad matemática, lo cual tiene fuertes implicaciones en las ideas sobre las estrategias y habilidades que los estudiantes necesitan para aprender y los tipos y características de las actividades en los que, tanto los estudiantes como el profesor, deberían comprometerse durante las interacciones en el aula. Concebimos entonces el aprendizaje de los alumnos como el proceso de desarrollar una *'disposición matemática'* o un *'punto de vista matemático'* (Schoenfeld, 1992, 1994), así como adquirir conocimiento matemático y herramientas con las que trabajar y construir conocimiento (Henningsen & Stein, 1997).

Por lo tanto, aprender matemáticas es, simultáneamente, una activa construcción de comprensión individual y social de la materia. La instrucción en la clase es un constante cuestionamiento dirigido y basado en *"actividades que implican los cómo y los por qué de los conceptos matemáticos y los procesos"* (Artzt, 1999: 144). Los profesores son facilitadores del aprendizaje de los estudiantes y el clima de clase está en consonancia con la orientación de las ideas actuales sobre la reforma de las matemáticas escolares (NCTM, 2000; Ferreira, 2004).

Tener una disposición matemática se caracteriza por aspectos tales como la búsqueda y exploración de patrones para comprender las estructuras matemáticas y las relaciones subyacentes, usar los recursos disponibles efectiva y apropiadamente para formular y resolver problemas, dar sentido a las ideas matemáticas, pensando y razonando de modo flexible: conjeturando, generalizando, justificando y comunicando las propias ideas matemáticas, también decidiendo si los resultados matemáticos son razonables (Schoenfeld, 1992). Estas actividades tienen mucho en común con los procesos de razonamiento activo que Resnick (1987) y otros han propuesto como características de un nivel alto de pensamiento en una variedad de dominios académicos. Todo ello en consonancia con los aspectos reseñados en la tendencia investigativa.

Para promover un aprendizaje matemático de esas características, el proceso de enseñanza se ha de apoyar en procesos de investigación escolar, concibiendo el aula y el centro educativo como sistemas complejos y singulares. En esta tendencia el profesor pretende el desarrollo global de la persona, en el plano individual y social, así como una mejor comprensión del mundo y una participación activa, ética y solidaria en la gestión de los problemas socio-ambientales (Porlán & Rivero, 1998).

En lo que se refiere al aprendizaje, el profesor adopta una perspectiva constructivista, tanto en el plano individual como social, exigiendo del alumno una actividad intensa, fundamentalmente interna, mediante procesos reflexivos personales y grupales, lo que caracteriza a este modelo de intervención como participativo y comunicativo, permitiendo la evolución o transformación de las concepciones de los estudiantes. En esta tendencia juega un papel importante la idea de *'asimilación'*, es decir, el acceso del individuo a la realidad depende de las formas en que las experimenta, por lo que las concepciones de las personas condicionan lo que se aprende y cómo lo aprende (Tzurt et. al., 2001; Simon et. al., 2000), lo que estos autores denominan una *'perspectiva basada en las concepciones'*.

a) Con respecto a **la metodología**, el profesor adopta una visión sistémica e integradora del proceso metodológico, considerando opciones de mayor complejidad que las descritas anteriormente y dando el protagonismo debido a las ideas de los alumnos y a su implicación en sus procesos de aprendizaje.

El eje de la estructura metodológica es la investigación escolar de problemas significativos que responden a los intereses e ideas de sus alumnos, considerando más de una posible secuencia de actividades, como vertebradoras de las acciones que surgen de los problemas de investigación planteados. Esto conlleva la creación de actividades que permitan conseguir ciertos objetivos y que faciliten su realización, a la vez que fomenta en sus alumnos la reflexión sobre los efectos y modelos de la actividad llevada a cabo. Estas propuestas son diversificadas y abiertas, de acuerdo con las finalidades, con actividades que pueden requerir un alto nivel cognitivo, distintas estrategias de resolución, cierto grado de incertidumbre o soluciones múltiples, con diversos niveles de formulación y de distinto tipo y donde el profesor tiene en cuenta los obstáculos a superar. A su vez, las diferentes propuestas están constituidas por un conjunto de acciones en las que los alumnos ponen en juego su capacidad de analizar, conjeturar, relacionar, argumentar, comunicar y tomar decisiones, permitiendo la evolución de sus significados previos.

Así, en el extremo más evolucionado, “aquel que adopta un mayor nivel de complejidad y una visión integradora y sistémica del proceso metodológico (...) las estrategias se centran en la investigación escolar de problemas significativos para los alumnos y relacionados con su entorno” (Azcárate, 1999: 75).

La organización del aula es dinámica, con variadas formas de agrupamientos, diversidad de recursos, distribución flexible de espacios y tiempos - dentro de la rigidez que permite la organización de los Centros de Secundaria -, con un cierto margen de improvisación, como adaptación a lo que ocurre en el aula en el momento preciso del proceso. El clima del aula que el profesor crea favorece las interrelaciones profesor-alumno y entre iguales, como base de un aprendizaje concebido como un proceso personal y social en el que la implicación ha de ser fuerte. El profesor ofrece un clima de aprendizaje en el cual operen los estudiantes y construyan conocimiento de las matemáticas escolares, por la interpretación subjetiva de las actividades y la consiguiente reflexión sobre su trabajo. Por lo tanto, el profesor considera la distribución de los alumnos como uno de los aspectos importantes de la organización del aula y utiliza los agrupamientos más adecuados según los objetivos de aprendizaje que persiga. Por una parte, el profesor aprovecha el potencial del trabajo de los estudiantes en pequeños grupos. Por otra parte, el trabajo individual y en gran grupo es también de suma importancia y cada uno cumple su papel en el proceso de enseñanza aprendizaje (Robert & Rogalski, 2005).

Al optar el profesor por una metodología más integradora, cambia sustancialmente su papel y el de los estudiantes. En tanto que el profesor adopta una postura constructivista de la intervención educativa, facilita que el alumno construya, modifique, diversifique y enriquezca sus esquemas. Por ello, el papel de éste no es activista, sino reflexivo y

“evoluciona hacia la capacidad de tomar decisiones. Es una participación negociada, que refleja tanto los intereses del alumnado, como las intenciones didácticas del profesor” (Azcárate, 1999: 76).

El aprendizaje se convierte en un proceso personal, con una participación activa e intencionada en él, permitiendo una evolución en la concepción del mundo del alumno. El proceso de resolución de los problemas planteados es acompañado por el profesor mediante una escucha activa (o hermenéutica) del pensamiento del alumno, dando atención cuidadosa a lo que los estudiantes dicen y hacen, tratando de comprender sus posibles fuentes e implicaciones, mediante preguntas adecuadas.

Por último, reflexiona sobre lo que ha ocurrido, valorando e introduciendo los cambios que le permitan mejorar su enseñanza. El profesor que se aproxima a esta tendencia se acerca, al mismo tiempo, al perfil del *‘profesor investigador en el contexto de la práctica’*, por su

capacidad para reflexionar en la acción. Las acciones de enseñanza son acciones singulares y significativas, que dependen de las intenciones atribuidas a sus protagonistas y que pueden aportar conscientemente a la construcción del conocimiento práctico profesional (Schön, 1983).

c) La evaluación no se reduce a la comprobación de los resultados del aprendizaje del alumno, sino que el profesor considera que han de estar presentes todos los aspectos implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje -planificación, actividades, recursos, papel del profesor- así como la investigación del grado de ajuste entre las hipótesis curriculares del profesor, el aprendizaje de los alumnos y la dinámica del aula. La finalidad de la evaluación es conocer para mejorar y para ello utiliza diversidad de técnicas que le ofrecen información descriptiva del desarrollo del proceso.

Resumiendo, hemos elaborado una propuesta genérica, como hipótesis de progresión del conocimiento profesional y una posible evolución del mismo hasta el que consideramos deseable, siguiendo a Azcárate (1996) y a Rivero (2003). Pero ésta no puede ser considerada como algo terminal a conseguir por todos los profesores, cerrada y acabada, sino que nuestro marco teórico nos permite la progresiva reelaboración de esta propuesta e integrar los diferentes estudios parciales que vayamos realizando.

Dentro de esta hipótesis, consideramos que nuestros profesores noveles estarán más cerca de la tendencia tradicional, al tratarse de un momento inicial de la labor docente y admitir que sus principales referentes anteriores, es decir, sus propios profesores, han sido frecuentemente de esta tendencia. Esto no significa que creamos que se identificarán con todos los aspectos metodológicos y de evaluación que hemos señalado en ella, porque nadie reproduce exactamente ningún modelo teórico, sino que se aproximarán a los principales rasgos allí descritos. Además, el hecho de participar por segundo año consecutivo en un Curso de Formación muy implicativo, nos induce a suponer la aparición de ciertos rasgos metodológicos innovadores.

1. 1. 2. 3. 4 Síntesis de la propuesta

Sintetizamos lo anteriormente expuesto en el siguiente cuadro, inspirado libremente en el que García Pérez (2000) recoge, a partir de diversas fuentes, los rasgos básicos que caracterizan distintas tendencias didácticas en el desarrollo profesional. También hemos

tenido en cuenta los indicadores que presenta Serradó (2000), donde se conjugan estas características con nuestra materia:

DIMENSIONES ANALIZADAS/ TENDENCIAS DE DESARROLLO PROFESIONAL	TENDENCIA TRADICIONAL	TENDENCIAS DE TRANSICIÓN O INNOVADORAS: TECNOLÓGICA (TT)	TENDENCIAS DE TRANSICIÓN O INNOVADORAS: ESPONTANÉISTA (TE)	TENDENCIA ALTERNATIVA O INVESTIGADORA (Modelo de Investigación en la Escuela)
CONOCIMIENTO MATEMÁTICO	Visión absolutista de las matemáticas. Su forma de concebir el conocimiento matemático es racionalista y platónica.	Visión absolutista e instrumentalista de las matemáticas.	Visión absolutista de las matemáticas. Interés por la realidad inmediata. Importancia del factor ideológico.	Visión relativista y evolutiva de las matemáticas.
ENSEÑANZA - APRENDIZAJE	El profesor sigue con bastante fidelidad la propuesta del libro de texto. No tiene en cuenta ni los intereses ni las ideas de los alumnos. Si el alumno está atento y estudia, aprende. Modelo deductivo.	Programación sistemática y muy detallada, centrada en la consecución de los objetivos propuestos. El profesor dirige rígidamente todo el proceso. Tiene en cuenta las ideas de los alumnos, entendidas éstas como conocimientos previos. El alumno atiende y participa en las actividades, con lo que infiere o deduce el conocimiento previsto. Modelo inductivo.	Programación asistemática, dependiente de los intereses y experiencias de los alumnos. Éstos aprenden haciendo numerosas actividades en relación con el medio, lo que les permite descubrir las matemáticas. Modelo inductivo.	Programación flexible y basada en la investigación de los alumnos. Tiene en cuenta los intereses y las ideas de los alumnos. Éstos aprenden mediante la resolución de problemas significativos, construyendo significados. Modelo transductivo.

<p>CONOCIMIENTO ESCOLAR</p>	<p>Simplificación del conocimiento matemático disciplinar. Predominio de terminología y definiciones estándar, sin significatividad para los alumnos y procedimientos algorítmicos repetitivos.</p>	<p>Saberes disciplinares actualizados, aunque se pueden incorporar algunos conocimientos no disciplinares. Predominio de procedimientos, tales como algoritmos, destrezas, razonamientos, etc.</p>	<p>Cierta improvisación. Relevancia de los intereses de los alumnos. Interés por los contenidos matemáticos presentes en la realidad inmediata. Predominio de procedimientos variados y actitudes</p>	<p>Conocimiento 'escolar', que integra diversos referentes: disciplinares, cotidianos, problemática socio-ambiental, conocimiento metadisciplinar. Integración de lo conceptual, procedimental y actitudinal.</p>
<p>CÓMO ENSEÑAR</p>	<p>Metodología basada en la transmisión del profesor. Actividades de aplicación simple, directa e inmediata de los contenidos expuestos por el profesor y ejercicios de repaso, sacados principalmente del libro de texto. La secuencia de actividades sigue la lógica de la materia. Trabajo individual. El profesor explica, controla, corrige y califica. El alumno escucha atentamente, estudia y hace los ejercicios en clase y en casa.</p>	<p>Metodología vinculada a los métodos del área. Actividades de distintos tipos. Secuencia de actividades cerrada y rígida, que sigue la lógica de la materia. Trabajo individual y/o en grupo. El profesor dirige todo el proceso. Los alumnos participan en lo que propone el profesor.</p>	<p>Metodología basada en el 'descubrimiento espontáneo' por parte del alumno. Actividades de carácter abierto y flexible uso de recursos didácticos que puedan favorecer la motivación de los alumnos. Secuencia de actividades abierta y flexible. Trabajo frecuente en grupo. El profesor falcita las actividades, medios y recursos necesarios, sin orientar apenas el proceso. Bastante protagonismo de los alumnos.</p>	<p>Metodología investigativa. Las actividades son de diversos tipos, con varios niveles de formulación, que admiten diversas estrategias de resolución o soluciones múltiples. Uso de recursos didácticos que favorecen la motivación y el aprendizaje de los alumnos. Trabajo personal y en grupo. El profesor facilita el aprendizaje de los alumnos e interviene con preguntas, escucha e intervenciones adecuadas.</p>

				Los alumnos construyen, modifican, diversifican y enriquecen sus esquemas de conocimiento de manera consciente.
EVALUACIÓN PARA QUÉ, QUÉ, CÓMO, CUÁNDO EVALUAR Y QUIÉN EVALÚA	<p>-Para calificar.</p> <p>- Centrada en 'reproducir' los contenidos.</p> <p>-Atiende, sobre todo al producto.</p> <p>-Realizada por el profesor al final del proceso mediante exámenes.</p>	<p>- Para calificar a los alumnos y medir la consecución de los objetivos prefijados.</p> <p>- Centrada en la medición detallada de los aprendizajes.</p> <p>-Atiende al producto, intentando medir la consecución de los objetivos fijados.</p> <p>-Realizada por el profesor y/o los alumnos al inicio y final del proceso mediante exámenes y plantillas específicas de observación.</p>	<p>- Para comprobar el interés de los alumnos y mejorar la dinámica del aula.</p> <p>- Centrada en los procedimientos y, en parte, en las actitudes.</p> <p>- Atiende al proceso, aunque no de forma sistemática.</p> <p>- Realizada periódicamente por el profesor y los alumnos mediante la observación directa y asistemática de la dinámica de trabajo.</p>	<p>- Para valorar la evolución de las ideas de los alumnos y mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.</p> <p>- Centrada en el seguimiento de la evolución del conocimiento del alumno, la actuación del profesor y el desarrollo del proyecto.</p> <p>- Atiende con sistematización a los procesos.</p> <p>-Realizada de forma continua por el profesor y los alumnos con diversidad de instrumentos de seguimiento.</p>

Cuadro 1. 1. 2. 3. 4: Rasgos básicos de distintas tendencias didácticas del desarrollo profesional del profesor de matemáticas

1. 1. 3 CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN

En el Apartado anterior se ha descrito una hipótesis de progresión del conocimiento profesional. Ese conocimiento en muchos casos no es homogéneo en el nivel declarativo y en el de la acción. Ello nos lleva a resaltar la necesidad de analizar ambos (concepciones y prácticas), así como sus relaciones. A continuación, presentamos el marco que lo fundamenta.

En los últimos años, las concepciones y las prácticas de los profesores se han estudiado desde diferentes puntos de vista teóricos, de los que extraemos algunos aspectos de especial relevancia para nuestro estudio. Nos interesa conocer qué relación se establece entre el conocimiento profesional, las concepciones de los profesores y su práctica. Para ello, nos preguntamos por su visión sobre la naturaleza de las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje, así como sus implicaciones en la metodología de enseñanza diseñada y desarrollada.

1. 1. 3. 1 EL ESTUDIO DE LAS CONCEPCIONES DEL PROFESORADO

Son muchos los factores a considerar a la hora de analizar las concepciones y la práctica de los profesores, lo que avalan numerosas investigaciones en torno a la cognición de los profesores y a la educación matemática (Clark & Peterson, 1986; Borko & Putnam, 1996; Speer, 2005). Por ejemplo, para estos autores, el conocimiento del profesor sobre la materia de enseñanza, su conocimiento pedagógico y su conocimiento didáctico del contenido, tienen gran influencia en la práctica de los profesores, así como el currículo en uso, los objetivos de los profesores y aspectos sociales y de contexto. Además, sugieren estos estudios que las concepciones de los profesores son uno de los factores más importantes que afectan a la enseñanza (Pajares, 1992; Thompson, 1992; Calderhead, 1996; Richardson, 1996). De este modo, consideramos que, para entender las decisiones de los profesores, se requiere, no sólo conocer el conocimiento del que dispone el profesor, sino entender por qué decide lo que decide, cuándo y cómo. Estas decisiones son un reflejo de lo que el profesor cree que es importante y plausible (Pajares, 1992).

Los patrones de comportamiento de los profesores, en parte, son el resultado de las concepciones conscientes que poseen, las cuales actúan como una '*fuerza conductora*' (Thompson, 1984). Pero la práctica puede ser también el resultado de concepciones

inconscientes e intuiciones que se desarrollan fuera y durante la práctica, que puede ser uno de los factores que explican la gran dificultad que tienen los profesores para cambiar sus prácticas de enseñanza, es decir, aunque acojan con interés las propuestas reformadoras que reciben, las reinterpretan según su visión preexistente de la práctica, lo que hace estas concepciones muy estables.

“El fenómeno de que los profesores modifican nuevas ideas y prácticas adaptándolas a las prácticas existentes, es ahora bien conocido. No obstante, la literatura del cambio del profesor, aunque rica en consejos, no ofrece explicaciones para este fenómeno” (Thompson, 1992: 140).

Los cambios en la práctica no están siempre asociados con los cambios en las concepciones, precisamente por ser tan estables (Thompson, 1992). Se necesita, por lo tanto, más investigación sobre la estabilidad de las concepciones de los profesores. Algunas concepciones se conservan más fuertemente que otras y a veces pensamos que conocemos lo que es inadecuado pero, aún así, lo llevamos a la práctica –aunque podemos no darnos cuenta de ello (Edwards & Mercer, 1987).

En primer lugar, vemos que hay ciertas concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza, así como algunas prácticas de aula, que se consideran compartidas por nuestra sociedad, de ahí su persistencia (Gregg, 1995 a, b). La naturaleza hegemónica de estas concepciones puede ser responsable del fracaso tan extendido de la historia de las reformas en educación matemática. Hay muchas pruebas que sugieren que

“las matemáticas escolares tienen firmemente establecida una tradición de las mismas (Cobb et al., 1992) que puede clasificarse como centrada en el profesor, donde las rutinas del aula incorporan la introducción de una nueva técnica, la presentación de ejemplos y el desarrollo de ejercicios. El profesor habla casi todo el tiempo, dirigiendo e instruyendo y las matemáticas se presentan como repetición de procedimientos demostrados por el profesor (Brown et al., 1990). Hay un foco en la memorización e instrucción, haciendo la materia aburrida y poco interesante (Ball, 1990: 12). Esta caracterización de la enseñanza de las matemáticas no solamente está ampliamente extendida (Romberg & Carpenter, 1986), sino también históricamente persistente como un modelo dominante en los últimos 100 años (Cuban, 1984). La cuestión es ¿por qué persiste?” (Gates, 2006: 349)

Podemos resumir muchos de estos aspectos en la conceptualización de las ‘formas de pensar’ de los profesores, argumentando que, mientras que podría ser necesario un conocimiento matemático sofisticado para una enseñanza efectiva, está claro que no es suficiente para comprender la enseñanza, el cambio del profesor o incluso la orientación que le hace actuar (Cooney, 1999). Este autor nos advierte que, incluso profesores con fuerte base matemática y

una visión amplia de las mismas, podría no trasladarla a *'tareas significativas para los estudiantes'*.

Esto ha fomentado un fuerte debate sobre la definición de las concepciones y sus características y una proliferación de términos y usos diferentes del significado de las *'concepciones'* para describir elementos de la cognición de los profesores, con diferentes interpretaciones y significados (Nespor, 1987; Pajares, 1992), lo que a veces en los diferentes escritos produce confusión, debida a la dificultad de distinguir entre concepciones, creencias y conocimiento.

"Las creencias son instrumentales, definiendo tareas y seleccionando las herramientas cognitivas para planificarlas, interpretarlas y tomar decisiones sobre ellas, jugando un papel crítico definiendo el comportamiento y organizando el conocimiento y la información" (Pajares, 1992: 325).

Thompson (1992) y otros investigadores han hecho tales distinciones basados en características particulares que ellos aseguran que solo poseen las creencias y cómo éstas están organizadas en la memoria (Nespor, 1987; Pajares, 1992; Aguirre & Speer, 1999). Las creencias se consideran también de naturaleza episódica y ligadas a experiencias particulares de los profesores:

"Mis creencias y valores procedían de una variedad de fuentes, incluida mi propia educación en la escuela, mi entrenamiento escolar y mis propias experiencias en diferentes escuelas... ¿Cómo han influido estas fuentes diversas en mis propias creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas?" (Barkatsas & Malone, 2005: 206).

Muchos trabajos concluyen que no ha emergido todavía el consenso en la definición (Furinghetti & Pehkonen, 2002; McLeod & McLeod, 2002). Así, por ejemplo, Beswick (2007) usa el término creencias como Ajzen & Fischbein (1980) para referirse a cualquier cosa que se mira como cierta. Y esta *'verdad'* para la persona afectada es la base de su relevancia para la práctica. Desde una perspectiva constructivista, las creencias definidas de este modo, se distinguen del conocimiento solo en términos del grado de consenso que atraen como resultado de la calidad y cantidad de pruebas sobre las que se basan y su poder para dar sentido al mundo (Guba & Lincoln, 1989). Otros investigadores descartan la utilidad del constructo de creencias como se ha usado por los anteriores, proponiendo otros constructos relacionados -por ejemplo, creencias-en-acción, creencias situadas- o no confían en absoluto en ellos (Ernest, 1991; Hoyles, 1992). Algunos investigadores sugieren que no es apropiado buscar una única y general definición a propósito (Furinghetti & Pehkonen, 2002; Torner,

2002) considerando esto menos importante que intentar entender la naturaleza del pensamiento del profesor (Wilson & Cooney, 2002).

Llama especialmente la atención la cantidad de clasificaciones encontradas en los informes de las investigaciones. Más allá de las categorías de nivel superior, hay casi tantos conjuntos de categorías como investigadores.

Aunque el debate continúa, las definiciones que aparecen con más frecuencia en las investigaciones están enfocadas principalmente en cómo los profesores ven la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje, aspectos que en nuestro estudio aglutinamos en el término concepciones. En este contexto, asumimos:

Las concepciones se definen como creencias, ideologías personales, visión del mundo y valores que dan forma a la práctica y orientan el conocimiento (Thompson, 1984, 1985, 1992).

Las concepciones son, en esencia, factores que dan forma a las decisiones de los profesores sobre qué conocimiento es relevante, qué rutinas de enseñanza son apropiadas, qué objetivos deben lograrse y cuáles son las características importantes en el contexto de la clase. Claramente, y a pesar de lo dicho, lo que el profesor *'cree'* y lo que *'hace'* puede no coincidir. Hay diferentes elementos de nuestra identidad que pueden estar en conflicto o en armonía y que pueden cambiar con el tiempo.

Nos parece un asunto crucial el de cambiar los puntos de vista de la enseñanza y el aprendizaje desde una orientación transmisiva a otra constructivista (Duir & Treagust, 2003). No obstante, una concepción constructivista de la enseñanza, no garantiza necesariamente comportamientos de enseñanza orientados de forma constructivista. En otras palabras,

“puede haber un vacío entre la mirada constructivista de los profesores (su teoría subjetiva) y las acciones. Es necesario cambiar la mirada y las acciones de los profesores” (Duir & Treagust, 2003: 682).

Para comprender esta dicotomía hay que mirar más allá de las concepciones y la práctica a los mecanismos constitutivos de la lógica de la práctica en orden a buscar soluciones al conflicto.

También consideramos muy importante cambiar el foco desde cogniciones y concepciones individuales a contextos socio-culturales en los que la enseñanza y el aprendizaje son co-construidas por los participantes (Gellert, 2001; Barwell, 2003). Se trata de poner el foco de atención en la naturaleza situada de la investigación de la enseñanza y las implicaciones de esta perspectiva para el examen de las concepciones (Ernest, 1991; Hoyles, 1992; Llinares,

2002a; Speer, 2005). Una investigación cognitiva se centra fuertemente en el individuo, mientras que una perspectiva situada se focaliza fuertemente en el contexto social. No obstante, ambas podrían mejorarse mediante una consideración más ecléctica del individuo, formado y participante en un contexto social. Podemos considerar la negociación de significados implicando no solo la *'participación'* sino también la *'reestructuración'*, donde *'damos forma a nuestras experiencias'* con las que entonces *"creamos puntos focalizados alrededor de los cuales se convierte en organizada la negociación de significados"* (Wenger, 1998: 58). Algunas contribuciones recientes se focalizan en las concepciones como un constructo que se manifiesta en el contexto complejo de las interacciones en el aula (Skott, 2001), mientras que otras contemplan *'sistemas de valores'*,

"donde 'valores' significan no solamente estructuras más profundas que creencias, sino que son más estables y coherentes" (Chapman, 2002, citado en Gates, 2006: 351).

Vemos, pues, que los profesores entran en la comunidad con ideas o disposiciones reestructuradas y necesitan negociar con ellas dentro de la comunidad. Lo que algunos investigadores llaman *'comunidades de práctica'* (Wenger, 1998; Lave & Wenger 1991), otros llaman *'campos sociales'* (Bourdieu & Wacquant, 1992), con focos sutilmente diferentes, pero que no obstante,

"ambos indican la importancia de la participación e inculcación de un individuo en una sociedad preexistente y estructurada" (Gates, 2006: 351).

A continuación analizamos las concepciones de los profesores de matemáticas en los aspectos más relacionados con nuestro estudio, es decir, concedemos a las concepciones de los profesores acerca de la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje un fuerte papel explicativo, lo cual está avalado por la existencia de abundantes investigaciones en torno a las mismas, dado el fracaso en el estudio de otros factores que se consideraban relevantes para explicar la naturaleza de la instrucción de los profesores (Begle, 1979; Ball et al., 2001; Leder et al., 2002).

1. 1. 3. 1. 1 Perspectivas de análisis de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas

En torno a la naturaleza de las matemáticas, podríamos apropiarnos de esquemas categorizadores desde la filosofía de las matemáticas, es decir, proponer diferentes puntos de vista en torno a las mismas: un planteamiento de resolución de problemas, una visión platónica o instrumentalista. El primero de ellos, que compartimos, considera las matemáticas

como un campo de la investigación humana que se expande continuamente, mientras que, desde el punto de vista de los platónicos, las matemáticas son un cuerpo unificado y estático de conocimientos, que se descubre, no se crea. En cambio, los instrumentalistas, ven las matemáticas como una colección de hechos útiles, no relacionados, reglas y habilidades (Ernest, 1989).

Si adoptamos una categorización derivada de diferentes puntos de vista sobre la naturaleza del conocimiento matemático, desde una perspectiva epistemológica, podemos, por ejemplo, clasificar las concepciones en dos categorías: una visión '*absolutista*' y otra '*falible*' de las matemáticas (Lerman, 1990). Una visión absolutista conlleva concepciones de las matemáticas como una entidad cierta y abstracta, visión que comparten los platónicos y los instrumentalistas. Por el contrario, una visión falible implica que las matemáticas son una actividad y un proceso de resolución de problemas, donde la verdad no es absoluta.

Si nos preguntamos qué es '*hacer matemáticas*' y '*pensar matemáticamente*' (Henningsen & Stein, 1997), también las respuestas a estas cuestiones dependen del punto de vista que adoptemos sobre la naturaleza de las matemáticas, como en los casos anteriores. La visión de las matemáticas en la que nos posicionamos está basada en una concepción dinámica e indagatoria hacia esta materia (Romberg, 1994), percibida como "*un campo dinámico y en continua expansión de creación e invención humana*" (Ernest, 1989: 251). Es decir, "*un proceso de cuestionamiento y avance para conocer, donde sus resultados permanecen abiertos para ser revisados, no un producto acabado*" (p. 250). Esto requiere que los que hacen y usan las matemáticas se centren en procesos activos y generativos (Schoenfeld, 1992), en lugar de ver las matemáticas como un sistema estático y estructurado de hechos, procedimientos y conceptos. Tales procesos matemáticos activos conllevan el uso sistemático de herramientas matemáticas para explorar patrones, problemas-marco y justificar procesos de razonamiento (Burton, 1984; Romberg, 1992; Schoenfeld, 1992, 1994).

En relación con las tendencias didácticas caracterizadas en el Apartado 1. 1. 2. 3, consideramos que una visión platónica y absolutista de las matemáticas parece más coherente con una enseñanza tradicional y con las tendencias intermedias, aunque no siempre el profesor es consciente de ello; una visión instrumentalista se corresponde también con la enseñanza tradicional y, en parte, con la tendencia tecnológica; mientras que la resolución de problemas, el hacer matemáticas y pensar matemáticamente, están más conectados con la tendencia investigadora, que también comparte una visión falible de las matemáticas.

Resumiendo, las tendencias didácticas citadas son coherentes, cada una de ellas, con una visión determinada sobre la naturaleza de las matemáticas, aunque los profesores suelen no ser conscientes de ello.

1. 1. 3. 1. 2 **Perspectivas de análisis de las concepciones en torno a la enseñanza y al aprendizaje**

El análisis de la práctica del profesor de matemáticas exige hacer explícito el modelo de aprendizaje que subyace en ésta (Gavilán Izquierdo, García Blanco & Llinares, 2007), así como de su enseñanza. Aparecen distintos estilos de enseñanza según quién o qué protagoniza del proceso de enseñanza-aprendizaje, algunos de los cuales presentamos a continuación, adaptados de Kuhs & Ball (1986):

- El primero, ***‘centrado en el aprendiz’***, es decir, en las construcciones personales del conocimiento matemático por parte de los alumnos, mediante la implicación activa en hacer matemáticas. El papel del profesor es de facilitador del aprendizaje de los alumnos. Estaría relacionado con una visión falible de las matemáticas, de resolución de problemas, cercana a la tendencia investigadora.
- El segundo, ***‘centrado en el contenido’***, que refleja a su vez dos formas similares
 - Una cuando el énfasis está situado en la comprensión conceptual, focalizado en las relaciones lógicas entre las ideas matemáticas. Estaría relacionado con una visión absolutista y platónica de las matemáticas, cercana a la tendencia tradicional.
 - Otra, similar a la anterior, pero el énfasis está más centrado en los resultados, focalizándose en las reglas y en el dominio de los procedimientos. Estaría también relacionado con una visión instrumentalista de las matemáticas, cercana también a la tendencia tradicional y, en parte, a la tecnológica.
- El tercero, ***‘centrado en el aula’*** que enfatiza la actividad de la clase en dos sentidos
 - Uno al considerar el aula eficientemente organizada, donde el profesor presenta claramente la materia y los alumnos practican individualmente. Estaría relacionado con la tendencia tecnológica y la tradicional.
 - Otro al considerarla como el espacio donde el profesor presenta las actividades, no muy organizadas y los alumnos practican fundamentalmente en grupos. Estaría relacionado con la tendencia espontaneísta.

Identificándonos con el primer punto de vista de los autores citados, podemos plantear las concepciones educativas de los profesores como un continuo, en uno de cuyos extremos estaría una visión de la enseñanza centrada en el alumno y en el otro una visión centrada en el profesor. Pero si el aprendizaje depende del conocimiento existente que se ha construido en el contexto de experiencias previas y, por lo tanto, los individuos tienen la probabilidad de construir conocimientos diferentes en respuesta a una experiencia dada (von Glasersfeld, 1990; Perry, et al., 1999), una concepción transmisiva de la enseñanza dificulta enormemente el desarrollo de construcciones útiles para dar sentido al más amplio rango posible de experiencias.

1. 1. 3. 2 EL ESTUDIO DE LA PRÁCTICA PROFESIONAL

La preocupación por las relaciones entre la investigación y la práctica, por hacer la primera cada vez más útil y conectada con la segunda, ha producido una proliferación enorme de estudios que tratan de explicar los procesos de enseñanza y aprendizaje que realmente ocurren en el aula, desde muy distintos marcos teóricos. Éstos podrían agruparse en dos amplias perspectivas: *'cognitiva y antropológica'*, o bien, *'cognitiva y situada'* como la califican Schoenfeld y su equipo (1998a).

El biólogo y teórico del currículo Joseph Schwab (1974), ya identificó dos perspectivas necesarias, desde su punto de vista, para crear un puente entre teoría y práctica. Y, como nos indican Even & Ball (2003: 141-2), estas perspectivas no se pueden reducir a reglas generales:

“Llamó a una ‘el arte de la práctica’ y a la segunda ‘el arte de lo ecléctico’ y las describía como la quintaesencia del método para crear un puente entre teoría y práctica que coloque los problemas de la práctica en el centro (Schwab, 1974). Él creía que ninguna teoría podía explicar completamente las particularidades y el dinamismo de la práctica. Las ‘artes de la práctica’ organizan la práctica en formas que la teoría no puede, representando las grietas de lo concreto en situaciones específicas. Las ‘artes de lo ecléctico’ permiten tener una perspectiva para la teoría cuyo foco es la práctica, lo que la hace relevante y útil para entender e implicarse en la práctica. Con estas ‘artes’ los escolares y los profesores usan la teoría al servicio de la práctica y haciéndolo mejoran ambas, teoría y práctica. Las lentes que proporciona la teoría permiten una visión de la práctica que ayuda a ‘ver’ y da un marco a sus problemas. Complementariamente, la conversión de las teorías en perspectivas, cuestiones y formas de actuar permite el detalle de la práctica para formar el significado y uso de abstracciones generales. Mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, de estudiantes particulares, en un amplio rango de escenarios educativos, es un problema nuclear de la práctica. Éste es el corazón del problema, hacia el cuál contribuyen todos los otros problemas importantes”.

En la práctica, podemos concebir las actuaciones de los profesores como un sistema complejo, con determinantes individuales, sociales e institucionales, con fuertes vínculos que se establecen entre sus prácticas y la adquisición de conocimiento de los estudiantes, entre lo que determina las actividades de los profesores y las de los estudiantes (Robert & Rogalski, 2005). Necesitamos conocer trabajos diversos que analicen lo que realmente hacen los profesores cuando se enfrentan a las diversas situaciones que se producen en el aula (Escudero Pérez, 2003). Por todo ello, presentamos algunos enfoques desde los que estos trabajos se han llevado a cabo, para situar nuestro propio análisis.

1. 1. 3. 2. 1 Perspectivas teóricas para el análisis de la práctica del profesor

De las múltiples perspectivas existentes en el análisis actual de la práctica, en el ámbito de la educación matemática, podemos diferenciar dos que son las que consideramos que las clasifican con mayor claridad, aunque los investigadores no siempre se sitúan totalmente en una de ellas, ni existe una única forma de concebirlas. Nos referimos a las perspectivas cognitiva y antropológica que, siguiendo a Gavilán Izquierdo (2005), presentamos a continuación.

a) La perspectiva cognitiva

Desde la década de los ochenta, la ciencia cognitiva ha aportado nuevas ideas sobre la enseñanza y el aprendizaje. Los investigadores miraron más allá del comportamiento de los profesores para estudiar sus cogniciones (Shulman, 1986; Ernest, 1988; Borko & Putnam, 1996; Calderhead, 1996; Raymond, 1997). Es más, sugirieron la importancia de la reflexión de los profesores como un medio para la mejora de su propia práctica (Schön, 1983; Kemmis, 1985; Jaworski, 1994). Cooney & Shealy (1997) indicaron que se había producido un cambio y se había desplazado el énfasis de los proyectos de investigación desde las experiencias de los profesores a su cognición y prácticas de instrucción.

Esta perspectiva parte de la psicología cognitiva y pretende identificar el conocimiento en el que se basa una enseñanza efectiva y los procesos cognitivos (Llinares & Sánchez, 1990). En principio, estas investigaciones se basan en la dicotomía experto-novel. Estos estudios consideran como experto a un profesor cuyos estudiantes consiguen buenos resultados a lo largo de varios años de labor docente, mientras que por novel suelen referirse a un estudiante para profesor. Interesa conocer qué hacen los expertos para que los alumnos tengan éxito en su aprendizaje.

➤ **La enseñanza como ‘estrategia cognitiva’**

La mayoría de las investigaciones de esta perspectiva, tienen la preocupación por profundizar en la relación entre el conocimiento del profesor del contenido a enseñar y las características de la enseñanza (Leinhardt & Smith, 1985; Leinhardt & Greeno, 1986). Estos autores consideran una doble dimensión que caracteriza la relación profesor, alumno, contenido: la relativa a la ‘*arquitectura relacional*’ y la relativa al ‘*conocimiento de la materia*’ que se enseña.

“Estos autores, basándose en que la enseñanza es uno de los procesos cognitivos más complejos e interesantes en los que se comprometen los seres humanos, consideran que las destrezas del profesor desarrolladas en una enseñanza efectiva se apoyan en dos sistemas fundamentales de conocimiento: la estructura de la lección y la materia específica” (Escudero Pérez, 2003: 26).

Por una parte, la estructura de la lección es el conocimiento necesario para construirla y desarrollarla y se apoya en el conocimiento de las matemáticas. Por otra, el conocimiento de los profesores se compone de conjuntos de acciones interrelacionados, que se organizan en ‘*esquemas de actividad*’, que se aplican de manera flexible y tienen distintos niveles de generalidad. Un ejemplo de ‘*esquema de actividad*’ es la noción de ‘*rutina*’, de la que ya hemos hablado (Apartado 1. 1. 2. 2. 3), como aquellas actividades que los profesores hacen con frecuencia y le requieren bajo nivel cognitivo y le permiten centrarse en otras de mayor importancia. Las estructuras de la actividad son parte de la lección que tienen un objetivo claro, son ‘*segmentos de lección*’, tales como presentar la lección (el contenido), guiar la práctica, etc., y que pueden caracterizar la práctica del profesor desde su observación (Leinhardt & Greeno, 1986). Estos autores introducen también el constructo ‘*agenda*’ como un plan operativo que ayuda en el desarrollo de la lección, que incluye la planificación tradicional, estructuras de actividad y rutinas operativas, elementos para la toma de decisiones que permite adaptar la agenda a las cambiantes situaciones del aula. A partir de estas ideas teóricas proponen ‘*redes de planificación*’ para un conjunto de segmentos de actividad, tratando de analizar la enseñanza de los profesores expertos para contrastarla con la de los profesores noveles, caracterizando ambas e identificando algunos aspectos que pueden ayudar a los noveles: automatizar rutinas, uso de patrones de comportamiento en los segmentos, etc.

➤ **Teoría de la ‘enseñanza en contexto’**

A finales de los noventa Schoenfeld y su equipo (1998 a, b) realizaron investigaciones similares a las que acabamos de describir, usando el término ‘*imagen de la lección*’ con un significado

próximo al de *'agenda'*. También utilizan para el análisis los segmentos de instrucción, *'secuencias de acciones'* similares a los ya descritos.

Tratan de explicar las conductas y decisiones de los profesores, desarrollando una *'teoría de la enseñanza en contexto'* usando estrategias de modelización cognitiva y elaborando una estructura descriptiva analítica. Sus principales componentes son: objetivos, concepciones, conocimiento, imagen de la lección y planes de acción del profesor, en los que ha de apoyarse a la hora de tomar decisiones.

Estos investigadores distinguen entre conocimiento y concepciones, entre concepciones declaradas y atribuidas, mientras que no hay una relación clara entre acciones y objetivos. Schoenfeld y sus colaboradores continuaron desarrollando el modelo en sucesivos estudios (Schoenfeld et. al., 2000; Schoenfeld, 2002), todos ellos centrados en el profesor y el aula.

➤ **La teoría cognitiva para *'la reflexión y el desarrollo profesional'***

Las autoras Artzt & Armour-Thomas (1999) desarrollan un modelo para examinar la práctica docente de profesores de matemáticas de Educación Secundaria, unos con experiencia y otros noveles, en relación con sus cogniciones subyacentes. Los datos del estudio fueron obtenidos mediante observaciones, la planificación de las lecciones, grabaciones de audio de entrevistas estructuradas y de vídeo, durante un semestre. Ambas autoras desarrollan un marco teórico que permite el examen sistemático de la práctica docente en matemáticas usando dimensiones de las lecciones -tareas, clima de aprendizaje y discurso- tal como se articulan en los Professional Standards for Teaching Mathematics (NCTM, 1991a).

Estas dimensiones se estudian a lo largo de tres fases: de iniciación, desarrollo y clausura, adaptadas del Connecticut Competency Instrument (Armour-Thomas & Szczesiul, 1989; Beginning Educator Support & Training Program, 1989). Para comprender mejor el papel de las cogniciones en las prácticas, estas autoras examinan el conocimiento, creencias y objetivos de los profesores a lo largo de tres etapas de enseñanza: pre-activa, de planificación, inter-activa, monitorización y regulación, y post-activa, de revisión y evaluación.

El valor del modelo descansa en su utilidad como guía para habilitar a los profesores a reflexionar sobre su propia práctica y sus cogniciones subyacentes de forma estructurada y comprensiva. La enseñanza se considera un *'todo integrado'* para el análisis de la práctica en el que las cogniciones juegan un papel fundamental. Suministrando a los profesores esta

herramienta, también puede contribuir a su desarrollo profesional, incorporando los resultados a la formación de profesores (Artzt, 1999; Artzt & Armour-Thomas, 1999). Esta teoría sigue la misma línea cognitiva de Schoenfeld (1998, a, b) y su equipo, considerando los términos conocimiento, concepciones y cogniciones, con un significado similar al de ellos.

Aunque las autoras describen un modelo centrado en los estudiantes, sus esquemas de observación son útiles para describir un espectro de modelos, desde los muy fuertemente centrados en los alumnos hasta los centrados en el profesor (Artzt & Armour-Thomas, 2002). Explican y aportan numerosos detalles para observar aspectos concretos de la práctica (por ejemplo, la naturaleza del contenido, la naturaleza del discurso, los deberes para casa) y dan pistas de cómo usar su marco teórico para analizar la propia práctica y hacer informes para un portfolio. Este trabajo forma parte de los antecedentes de nuestro estudio.

➤ **Teoría sobre ‘perspectivas y desarrollo profesional’**

Para Simon y sus colaboradores (2000) entender las perspectivas que los profesores poseen, mientras luchan por participar efectivamente en la reforma de la educación matemática en EEUU (NCTM, 1991), puede contribuir a los esfuerzos de los educadores matemáticos para trabajar más efectivamente con profesores en transición. Estos autores entienden por ‘perspectivas’ sistemas que construyen significado y por ‘profesores en transición’ profesores cuyas prácticas están cambiando como resultado de participar en la actual reforma de la enseñanza (Simon et. al., 2000). Sus estudios tratan de aportar luz en esta dirección, tratando de caracterizar y comprender los cambios en el desarrollo de los profesores en transición, cuando llevan a cabo prácticas de enseñanza más coherentes con los principios actuales de la reforma. El trabajo va más allá de estudiar algunos aspectos del conocimiento y la práctica de los profesores, pues trata de comprender la coherencia general de las prácticas de los profesores incluyendo las concepciones que subyacen y conducen estas prácticas. Ellos entienden por ‘práctica’ no solamente lo que los profesores hacen, sino lo que piensan sobre lo que hacen y sus motivaciones para las acciones que toman.

Estos investigadores han expresado el desarrollo profesional mediante tres perspectivas (que hemos relacionado con las tendencias didácticas en el Apartado 1. 1. 2. 3), consideradas desde su propia visión como educadores: la tradicional, la basada en las percepciones y la basada en las concepciones, esta última considerada como meta deseable del cambio del profesor.

Para estos autores una '*perspectiva basada en las percepciones*' se apoya en una visión platónica de las matemáticas, como una parte de la realidad ontológica, lógica, interconectada y universalmente accesible. Desde esta perspectiva aprender y comprender las matemáticas requiere la percepción directa (de primera mano) de relaciones matemáticas relevantes. Es decir:

- *Respecto de las matemáticas:* es un cuerpo de conocimientos interconectado y comprensible, que existe independientemente de la actividad humana y, por lo tanto, es accesible '*como es*' a todos los aprendices.
- *Respecto del aprendizaje:* Conocer y comprender las matemáticas implica experiencias de primera mano para percibir '*descubrir*' las matemáticas, que son igualmente percibidas por todos los individuos. Las diferencias individuales se deben a qué aspectos de las matemáticas han sido percibidos en un momento dado (Simon et. al., 2000).

Una '*perspectiva basada en las concepciones*' es un conjunto de enfoques que tienen en común las siguientes asunciones:

- Las matemáticas son creadas por la actividad humana. Las personas no tienen acceso a unas matemáticas independientes de sus modos de conocer.
- Lo que las personas ven, comprenden y aprenden está condicionado y basado en lo que conocen en la actualidad (concepciones actuales).
- El aprendizaje de las matemáticas es un proceso de transformación de lo que uno conoce y las formas de actuar. Por el término '*transformación*' queremos indicar que el aprendizaje implica una modificación de las ideas existentes, no la acumulación de ideas adicionales (Simon et. al., 2000).

Como elementos teóricos introducen los términos '*trayectoria hipotética de aprendizaje*', '*ciclo de enseñanza*' e '*informes de práctica*'. Teniendo en cuenta que el aprendizaje potencial es lo que los alumnos pueden conseguir al hacer las tareas propuestas por el profesor, la noción de '*trayectoria hipotética de aprendizaje*' de los estudiantes es una hipótesis del recorrido del aprendizaje que puede obtener el alumno (Simon, 1995). Para este investigador dichas trayectorias tienen tres partes: los objetivos del profesor para un posible avance en las formas de conocer el contenido correspondiente, por parte de los estudiantes; las actividades que pueden crear oportunidades para que dicho avance se produzca, e hipótesis sobre los procesos que pueden ocurrir para dicho aprendizaje (Tzur et. al., 2001). Mientras que el objetivo de aprendizaje aporta una dirección para los otros componentes, la selección de las actividades de aprendizaje y la hipótesis sobre el proceso son interdependientes: las

actividades se seleccionan en función de la hipótesis y ésta se basa en las actividades implicadas (Simon & Tzur, 2004). Estas trayectorias hipotéticas fundamentan las decisiones del profesor sobre las actividades que planifica.

Por otra parte, estas hipótesis son solo eso, hipótesis. Simon coloca el proceso de generar y adaptar continuamente las trayectorias hipotéticas de aprendizaje para los estudiantes en el corazón de la enseñanza de las matemáticas (Tzur, 1999). De este modo, el profesor modifica continuamente los objetivos y las oportunidades de aprendizaje mientras interactúan con los estudiantes, en base a la reflexión sobre la marcha sobre la actividad en la que los estudiantes están implicados. Cuando se acaba un periodo de interacciones profesor-alumnos (por ejemplo, una lección) el profesor reflexiona sobre las actuales concepciones de los estudiantes y planifica el siguiente periodo de interacciones, lo que conduce a un *'modelo cíclico de enseñanza'* de las matemáticas (Simon, 1995).

“Esta perspectiva de enseñar como un ciclo de reflexión-interacción, implica que el conocimiento-concepciones de las matemáticas del profesor, sus perspectivas sobre la actividad matemática y representaciones y los procesos de enseñanza-aprendizaje de contenidos particulares de las matemáticas, está cambiando continuamente” (Tzur, et. al., 2001: 231).

El término *'informes de práctica'* es en cierto modo similar al de casos de estudio. Estos informes recogen datos de cómo se plantea el profesor producir cambios en el conocimiento y aprendizaje de sus alumnos sobre un contenido concreto. Además recoge notas del educador, con el fin de ser posteriormente usados como instrumentos de desarrollo profesional (Simon & Tzur, 1999; Simon et al., 2000). Nuestra propia investigación bebe también de esta fuente, así como de la anterior.

El Cuadro 1. 1. 3. 2. 1. a resume los elementos teóricos sobre la perspectiva cognitiva:

PERSPECTIVA COGNITIVA DE LA PRÁCTICA DEL PROFESOR	
MARCOS TEÓRICOS	SÍNTESIS
Teoría de la enseñanza como estrategia cognitiva	Estructura de la lección, conocimiento de la materia. Esquemas de actividad. Segmentos, rutinas y agenda. Redes de planificación.
Teoría de la enseñanza en contexto	Objetivos, concepciones, conocimiento, imagen de la lección, planes de acción y toma de decisiones del profesor.
Teoría cognitiva para la reflexión y el desarrollo profesional	Fases y dimensiones de la lección. Etapas de enseñanza.
Teoría sobre perspectivas y desarrollo profesional	Perspectivas. Trayectoria hipotética de aprendizaje. Ciclos de enseñanza. Informes de práctica.

Cuadro 1. 1. 3. 2. 1. a: Perspectiva cognitiva. Fuente: adaptado de Gavilán Izquierdo (2005: 29)

b) La perspectiva antropológica

Cualquier aproximación teórica a los problemas didáctico-matemáticos ha de plantear, entre otras, las perspectivas epistemológica y cognitiva, ya que esta aproximación tiene que problematizar el saber matemático –epistemológica- y los procesos cognitivos del profesor y los estudiantes –cognitiva- (Contreras et. al., 2005). Por otra parte, se puede constatar que ha ido experimentando una evolución hacia enfoques de tipo antropológico:

“El periodo reciente conjuga, nos parece, una evolución de las problemáticas marcadas, por una parte, por el desarrollo global de los marcos teóricos en didáctica hacia propuestas antropológicas y socioculturales, y, por otra, por las necesidades didácticas suscitadas por las evoluciones culturales y sociales... La evolución global de la didáctica contribuye a situar las cuestiones institucionales y culturales en escena, a poner el acento sobre los instrumentos y especialmente los instrumentos semióticos entendidos en el sentido amplio del trabajo matemático” (Artigue, 1998: 248).

Desarrollaremos, también brevemente, esta perspectiva mencionando los aspectos más relevantes y sus elementos más significativos.

➤ La teoría ‘antropológica de lo didáctico’

Procede de Chevallard (1999) y se centra en los procesos de aprendizaje de las matemáticas como una actividad social. Está caracterizada por la noción de ‘*praxeología*’ matemática y didáctica y por los ‘*momentos de estudio*’. Lo didáctico es todo lo referente al estudio de las matemáticas y una praxeología es un modelo para toda actividad realizada regularmente. Además de la ‘*praxeología matemática*’ (u organización matemática, que se refiere a la construcción de un objeto matemático, que es el objeto de estudio) y la ‘*praxeología didáctica*’ (que considera la manera de estudiar la praxeología matemática), se introduce también una ‘*praxeología de los momentos didácticos*’.

Los momentos didácticos permiten describir la organización didáctica, ya que se les puede identificar en cualquier proceso de estudio de una organización matemática, aunque no todos tienen la misma presencia.

- El primer momento del estudio es el del ‘*primer encuentro con el objeto matemático*’, a través de algún tipo de tareas.
- El segundo momento es el de ‘*exploración*’ de dicho tipo de tareas y de la elaboración de una técnica relativa a ellas.
- El tercer momento es el de la ‘*constitución del entorno tecnológico-teórico*’ relativo a la técnica mencionada, en el que se justifica o se da paso a otras técnicas para la misma tarea.

- El cuarto momento es el del *'trabajo de la técnica'*, en el que se puede perfeccionar la técnica, haciéndola más eficaz y fiable.
- El quinto momento es el de la *'institucionalización'*, donde se precisa exactamente la organización matemática elaborada, estableciendo los elementos esenciales de dicha organización matemática.
- El sexto momento es el de la *evaluación*, que se articula con el anterior y permite valorar la reconstrucción realizada de la organización matemática llevada a cabo por el individuo durante el proceso de estudio (Chevallard, 1999; Espinoza & Azcárate, 2000).

➤ **La *'perspectiva sociocultural'***

Otro enfoque lo propone la *perspectiva sociocultural*, que trata de caracterizar la *'actividad del profesor'* desde un punto de vista social, de lo que sucede en las aulas, sin dejar de lado los aspectos cognitivos. Centrándonos exclusivamente en la parte de sus estudios que se refiere al contexto del aula, considera la clase como una *'comunidad de práctica'*, que comparte formas de hacer y comunicarse y la actividad del profesor como la de enseñar matemáticas, permitiendo oportunidades de aprendizaje a los estudiantes; se considera también que la forma en que el profesor introduce el conocimiento matemático tiene gran importancia como iniciador en esta práctica social (Llinares, 1999, 2002a; Lerman, 2001). Llinares (2000a) considera importante tener en cuenta el contenido matemático a la hora de hacer estas investigaciones y contempla dos fases para describir la práctica del profesor en el aula:

- Fase de planificación y organización de las matemáticas: el contenido de las tareas que propone constituye su *'agenda de enseñanza'* y está vinculada a sus procesos interpretativos del contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje (García & Llinares, 1999).
- Fase de gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje, en el que tienen lugar las interacciones entre el profesor, los alumnos y el conocimiento matemático y se gestionan los distintos segmentos de enseñanza en los que se divide la lección.

También resalta la importancia del uso de unos *'instrumentos'* para la realización de las tareas propuestas, de su comprensión y el propósito o justificación de su uso, ya que son medios para obtener un fin. El lenguaje hablado, el *'discurso'* también es un instrumento importante, los modos de representación simbólica, las tareas de instrucción y los materiales didácticos.

La noción de *'transparencia'* es otro elemento teórico importante ligado a los instrumentos (Lave & Wenger, 1991), que depende del uso que se les dé (Meira, 1998). Se trata de que éstos ayuden a adquirir los contenidos objeto de enseñanza sin que interfieran en el proceso de

aprendizaje, sino al contrario, que sean un buen vehículo transmisor del mismo, invisible por una parte, pero elemento a través del cual se obtiene el conocimiento (Adler, 1999, 2000; Llinares, 2000a).

➤ **La teoría de las ‘funciones semióticas’**

Por último consideramos, dentro de la perspectiva antropológica, la teoría de las ‘funciones semióticas’, que trata de suplir los aspectos de ámbitos no institucionales, en los que se centran las teorías de Chevallard (1999) antes descritas y de unificar los marcos de estudio de las distintas formas de conocimiento matemático y sus correspondientes interacciones en los sistemas didácticos, es decir, trata de unificar lo cognitivo y las acciones de enseñanza, en cierto modo, lo personal y lo público, planteándose el significado de los objetos matemáticos desde un enfoque sistémico de la didáctica como evolución de la anterior (Godino & Batanero, 1994; Godino, 2002, 2004). Así se ofrece un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico que puede explicar muchos de los fenómenos que se producen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

“La distinción de las facetas personal e institucional de los conocimientos matemáticos nos parece fundamental para poder describir y explicar las interacciones entre el profesor y los alumnos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto nos permite caracterizar el aprendizaje como ‘acoplamiento progresivo’ entre significados personales e institucionales” (Godino, 2002: 248).

En esta teoría se considera a los objetos matemáticos como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas (Godino & Batanero, 1994) y, por lo tanto, son derivados de dichas prácticas. Es decir, el objeto matemático se considera derivado, mientras que la práctica tiene un lugar privilegiado. Para esta teoría, la construcción del conocimiento se realiza desde la actividad práctica, donde el dominio de las herramientas semióticas es un elemento básico, ya que dichas herramientas son esenciales para la actividad cognitiva (Duval, 2000), aunque no se le dota de lugar privilegiado al uso de signos sobre la actividad práctica, para no separar la actividad lingüística de la práctica (Contreras et. al, 2005).

Para ello tratan de distinguir el ‘objeto personal’ y el ‘objeto institucional’ (Godino & Batanero, 1994; Font, 1999). Un objeto personal implica la generación, por medio de la intersubjetividad que facilita la clase de matemáticas, de una regla de comportamiento en el sujeto, es decir, es un sistema de prácticas personales de un individuo para resolver el conjunto de problemas del que emerge el objeto en un momento dado. Por otra parte, al estar inmerso el individuo en instituciones donde necesariamente se dan interacciones, tienen además un carácter

colectivo, por lo que hay que considerar también los objetos institucionales y sus significados, que emergen del sistema de prácticas institucionales asociadas a la resolución de un conjunto de problemas, que son los constituyentes del conocimiento objetivo (Contreras et. al, 2005).

El concepto de *'función semiótica'* se pone de manifiesto por tener la actividad matemática un carácter relacional. Se denominan *'funciones semióticas'* a las

"correspondencias (relaciones de dependencia o función) entre un antecedente (expresión significativa) y un consecuente (contenido o significado) establecidas por un sujeto (persona o institución), de acuerdo con un cierto criterio o código de correspondencia" (Godino, 2002: 252).

El cuadro 1. 1. 3. 2. 1. b resume los elementos teóricos que acabamos de describir sobre la perspectiva antropológica:

PERSPECTIVA ANTROPOLÓGICA SOBRE LA PRÁCTICA DEL PROFESOR	
MARCO TEÓRICO	SÍNTESIS
La teoría antropológica de lo didáctico	Praxeología matemática y didáctica. Momentos didácticos.
La perspectiva sociocultural	Fases de la práctica. Instrumentos. Transparencia.
La teoría de las funciones semióticas	Función semiótica. Objeto personal e institucional.

Cuadro 1. 1. 3. 2. 1. b: Perspectiva antropológica. Fuente: adaptado de Gavilán Izquierdo (2005: 28)

Watson & Mason (2007) señalan las consecuencias de estar situado dentro de este rango de perspectivas teóricas. Por ejemplo, aquellos autores cuyo estudio está enraizado en una perspectiva de cognición individual, se preocupan por las formas en las que los educadores de profesores y los profesores diseñan las tareas explícitamente para mejorar la comprensión matemática de los profesores y/o los estudiantes, respectivamente y también en cómo los individuos dan sentido a las matemáticas a través de la implicación en dichas tareas. Alternativamente, los autores implicados en una perspectiva socio-cultural, han de considerar el modo en que ésta influye en el diseño de las tareas y su uso en el aula.

1. 1. 3. 2. 2 Nuestra perspectiva para el análisis de la práctica

En nuestro trabajo de investigación, hemos optado por la perspectiva cognitiva, fundamentalmente por las condiciones del desarrollo de nuestra investigación. Es decir, la imposibilidad personal de integración prolongada en el contexto de nuestros profesores, nos

ha decidido por el papel de observadora externa de su práctica durante un periodo limitado y corto de tiempo. Nos consideramos especialmente cercanos a la de Arztz & Armour-Thomas (1999, 2002) y la de Simon, Tzur y sus colaboradores (2000), como ya hemos indicado anteriormente.

Analizamos desde la perspectiva cognitiva, en primer lugar, la fase de planificación y organización de la intervención de enseñanza, es decir, el diseño de nuestros profesores, considerándola previa a la práctica, como conocimiento declarativo, estudiando en segundo lugar su práctica en el aula, para realizar, después, el posible contraste entre ambas. Ambas fases, están vinculadas a los procesos interpretativos del profesor del contenido matemático como objeto de enseñanza y aprendizaje (García Blanco & Llinares, 1999), pero en nuestra investigación analizamos únicamente los aspectos metodológicos, en los cuales ponemos el acento, habiéndonos centrado en la consideración del contenido matemático en un estudio anterior (Rodríguez, 2005), cuyas conclusiones incluimos en el Apartado 2. 5.

La mayor parte de las investigaciones focalizan su estudio en los vínculos que se establecen entre las prácticas de los profesores y la adquisición de conocimiento por parte de los estudiantes. Sin embargo, nuestro análisis de la práctica no está centrado en los contenidos, sino que enfoca los aspectos metodológicos, aquellos que favorecen el aprendizaje de los estudiantes, más allá de un contenido concreto.

1. 1. 3. 3 RELACIÓN ENTRE LAS CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES Y SU PRÁCTICA

El interés en las concepciones de los profesores se basa en la afirmación de que lo que los profesores hacen en sus aulas es en definitiva un producto de sus concepciones (Beswick, 2007). Potari & Georgiadou–Kabouridis (2008: 71) declaran:

“Las creencias de los profesores tienen un impacto en sus prácticas, en la forma en que perciben la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación y en la forma de percibir el potencial de los estudiantes, habilidades, disposición y capacidades”.

No obstante, la naturaleza de la conexión entre concepciones y práctica también ha sido objeto de controversia y se reconoce que es sutil y compleja (Beswick, 2004, 2005). Incluso la dirección de esta conexión es una cuestión abierta. Las concepciones y las prácticas no están relacionadas linealmente, pero se influyen mutuamente y se desarrollan conjuntamente (Cobb et al., 1992). Watson & De Geest (2005) identifican seis principios en los cuales el

conocimiento es, de hecho, un conjunto de concepciones sustentadoras de una práctica exitosa en las clases de matemáticas. Se trata de uno de los pocos estudios que han identificado concepciones específicas de profesores de matemáticas de secundaria que son relevantes para la práctica:

- *“Todos los estudiantes tienen el derecho de acceder a un amplio currículo de matemáticas.*
- *Todos los estudiantes deberían desarrollar sus pensamientos y razonamientos en y a través de las matemáticas.*
- *Las matemáticas pueden ser una fuente de autoestima.*
- *Los estudiantes tienen que convertirse en aprendices matemáticos.*
- *Los adolescentes tienen que desarrollar la habilidad de ejercitar derechos y responsabilidades de ciudadanía a través de las matemáticas.*
- *Los profesores tienen que tener en cuenta la realidad”* (Watson & De Geest, 2005: 225).

El reconocimiento de que las concepciones existen como partes de un sistema de concepciones o sistema de ideas, como lo podemos también denominar, más que como entidades aisladas (Green, 1971) también ha sido útil para desvelar las complejas conexiones entre concepciones y comportamiento. Cuanto más fuertemente se poseen las concepciones, mayor número de conexiones existen entre ellas y con otras concepciones centrales y más difíciles son los cambios.

En otros muchos casos se han detectado incoherencias entre concepciones y prácticas. Por ejemplo, Thompson (1984) y Cohen & Manion (1990) presentaron análisis de casos que mostraban claras diferencias entre lo que los profesores manifestaban y su práctica. No obstante, no puede asegurarse que, en todos los casos, estas contradicciones sean reales (Speer, 2005). Es posible que los profesores puedan tener concepciones y se comporten de modo incoherentes en sus prácticas. Pero hay otras potenciales explicaciones para estos descubrimientos ligados a métodos y diseños de investigaciones que requieren consideración. Por ejemplo, hemos de tener en cuenta las diferencias entre concepciones *‘declaradas’* por los profesores y *‘atribuidas’* por los investigadores, lo que provoca que las incoherencias detectadas por éstos pueden proceder, en algunos casos, de los propios profesores, es decir, de las contradicciones entre sus concepciones y sus prácticas, entre lo que piensan y lo que hacen y, en otros casos, de los instrumentos de investigación usados, que han de ser triangulados con el fin de conciliar ambos tipos de concepciones y de detectar las verdaderas incoherencias, si existen.

La naturaleza contextual de las concepciones (Hoyles, 1992) es de una importancia clave para resolver conflictos aparentes entre las concepciones de los profesores y las prácticas. Beswick (2003) examina un número de estudios que muestran tales incoherencias e ilumina relaciones mal construidas entre aspectos del contexto en los que los profesores aportan datos sobre sus concepciones y los contextos en que han sido observadas o descritas sus prácticas, lo que conduce a lo que el autor considera conflictos aparentes. Por ejemplo, si un profesor declara que hacer participar a los estudiantes en las tareas y en la práctica el investigador observa que sólo el profesor decide la secuencia de actividades, puede que haya incoherencia entre el contenido declarativo y la acción, pero también puede suceder que por '*participación del alumno*' el profesor entienda una cosa y el investigador otra, por lo que hay que consensuar entre ambos estos términos antes de concluir si hay incoherencias o no.

Pongamos ahora el ejemplo de las demostraciones para comprender que las concepciones de los profesores pueden variar enormemente de la teoría a la práctica, sin que haya incoherencias por ello: aunque existe un amplio consenso entre los miembros de las comunidades matemáticas del papel que juegan las demostraciones en la enseñanza de las matemáticas (Davis & Hersh, 1980; Hanna, 1996; García & Llinares, 2001; Harel, 2008; Alcock & Inglis, 2009), no existe consenso cuando se refiere a cómo llevar a cabo dicha enseñanza en las matemáticas escolares. Si se explora un poco este asunto, la revisión de la literatura relacionada con el tema muestra que los matemáticos, los profesores de matemáticas y los educadores matemáticos, tienen diferentes perspectivas sobre el lugar que las demostraciones y el rigor han de ocupar en las matemáticas escolares.

De hecho, podemos imaginarnos un espectro en el que una demostración rigurosa está en un extremo, pruebas visuales están en el otro y entre ambos hay diferentes clases de argumentos, razonamientos, justificaciones, verificaciones y explicaciones (Azad & Gooya, 2006). Esto está en línea con las concepciones de muchos educadores matemáticos de que las demostraciones pueden y deben jugar un papel diferente en las matemáticas escolares, incluyendo la verificación de que una afirmación es cierta, la explicación de por qué lo es, la comunicación del conocimiento matemático, el descubrimiento o creación de nuevas matemáticas y la sistematización de una afirmación en un sistema axiomático (Hanna, 1983, 1990, 2000; Schoenfeld, 1994; NCTM, 1989, 1991b, 2000; Dreyfus, 1999; Knuth, 2002; Weber, 2003). Así mismo, la exigencia de cambios en la enseñanza de las matemáticas se interpreta como la necesidad de incluir intentos de hacer las experiencias de aprendizaje más cooperativas, más

conceptuales e interconectadas, lo que requiere que los estudiantes expresen sus razonamientos.

Vemos, pues, que a pesar de la abundancia de investigaciones realizadas en torno a las concepciones de los profesores, las relaciones entre éstas y las prácticas de los mismos siguen siendo un complejo y confuso campo de estudio. Lo que es más, son muchos los casos en que los profesores no ven sus concepciones de las matemáticas como un determinante crucial de sus prácticas de enseñanza:

“En su lugar, ven factores pertenecientes al contexto socio/institucional de su enseñanza como una de las razones principales de lo que ocurre en sus aulas y de las dificultades para introducir cambios en sus prácticas”
(Krainer, 2007: 76).

Agudelo-Valderrama (2006) se pronuncia de forma similar, señalando que los profesores identifican factores contextuales -por ejemplo, escasez de recursos, exámenes estandarizados (en nuestro caso la selectividad) o el comportamiento de los estudiantes, su bajo nivel cognitivo y su falta de motivación- para explicar incoherencias entre sus creencias declaradas y sus prácticas reales. Solamente uno de los profesores de dicho estudio cree que sus conocimientos y disposiciones son cruciales determinantes de la enseñanza que aplica.

Nuestra propia investigación no entra en este terreno, aunque nos inclinamos a pensar que los aspectos contextuales son de gran importancia en el desarrollo profesional del profesor. No se trata de responsabilizar a factores externos todas las influencias que inciden en la práctica del profesor, pero formarse y trabajar aisladamente, desarrollarse fuera de comunidades de práctica fuertes y nutrientes, no puede favorecer los cambios deseables en la práctica del profesor, ni menos aún de los profesores noveles.

Para favorecer conexiones adecuadas entre las concepciones de los profesores y sus prácticas, veamos cómo conciben las *‘buenas prácticas’* los profesores y las comunidades de práctica y cómo se pueden caracterizar. Todos tenemos nuestra noción sobre *‘buenas prácticas’* de enseñanza y todos podemos dar ejemplos de lo que no consideramos así. Esta verdad no pertenece solo a los educadores e investigadores, sino también a los estudiantes, padres, profesores de otras materias, jefes de estudio o administración. Los puntos de vista en torno a las buenas prácticas difieren: algunos son explícitos, pero la mayoría permanecen implícitos. Sin embargo, nuestra noción de *‘buenas prácticas’* es importante porque tiene una fuerte influencia en nuestras decisiones para diseñar e investigar la práctica.

“¿Qué papel puede jugar la investigación para centrarse en la cuestión de ‘buenas prácticas’? ¿Qué relación debemos conseguir entre investigación y normas?” (Krainer, 2005: 75)

Los investigadores en educación matemática pueden elegir, al menos, entre tres posiciones relativas a esta cuestión: rechazando normas, estableciendo normas o negociando normas entre todas las personas implicadas: desde los estudiantes, hasta los que toman decisiones sobre políticas educativas y de este modo ser co-constructores de normas. Consideramos que solo tiene sentido esta tercera posibilidad, ya que ni pueden construirse éstas esperando resultados desde los estamentos superiores, ni deduciéndolas de la investigación, sino negociando y tomando decisiones –en las clases, en equipos escolares de desarrollo profesional, en programas de formación de profesores, en publicaciones que describan supuestos de buenas prácticas y objetivos de enseñanza. Estos procesos de negociación necesitan apoyo y orientación desde los resultados de la investigación. Buenas prácticas es un asunto de ‘*particularización*’ y ‘*generalización*’ así como de equilibrar los procesos de arriba-abajo y viceversa. Los investigadores aumentan nuestra comprensión sobre la práctica, sobre cómo hacer suposiciones normativas explícitas sobre ‘*buenas prácticas*’ y sobre futuros desarrollos de la práctica. El conocimiento es generado dentro y fuera de la práctica, siendo la colaboración entre todos una característica constitutiva para ello (Krainer, 2005).

El futuro de la investigación en educación matemática pertenece a esta tercera posición. Se espera de los investigadores que mejoren la enseñanza de las matemáticas, no solo escribiendo artículos reducidos a descripciones e interpretaciones, sino también trabajando en formación de profesores. Los investigadores podrían sugerir normas de ‘*buenas prácticas*’ indicando claramente que son puntos para la discusión y negociación, poniendo el acento en las limitaciones de una transferencia ingenua a la práctica o a las políticas educativas.

El objetivo es extraer la pericia de nuestra sociedad para construir ‘*buenas prácticas*’ en educación matemática. De este modo, se espera que, tanto investigadores, como profesores, estudiantes y administración educativa argumenten lo que constituye una buena práctica, es decir, que ‘*vean más*’: desviaciones, particularidades, irregularidades y peculiaridades (Willke, 1999). También que vean más aspectos comunes, regularidades y patrones (Krainer, 2005). Podemos definir el término ‘*observación*’ como la capacidad de notar una diferencia relevante, mientras que el término ‘*intervención*’ lo definiríamos como producir una diferencia relevante. Notar diferencias es un objetivo de la comunidad científica y un medio de incrementar el conocimiento de los profesores.

Una clase de diferencia de especial interés, es el *'status quo'* de una situación y el objetivo deseado de la misma, es decir, la diferencia entre la forma hegemónica de enseñanza que está establecida y aquella en la que determinados profesores pretenden enseñar. Esto último señala la visión sobre las *'buenas prácticas'* que tienen los profesores que describen la enseñanza como ellos creen que la han intentado y lo que difiere de lo que realmente han llevado a cabo. A veces, las diferencias relevantes se producen entre el punto de vista de personas que están fundamentalmente fuera de la práctica escolar y aquellos que trabajan en el aula, acentuando la importancia de escuchar la voz de los profesores con respecto al asunto de buenas prácticas. Éstas requieren un sólido conocimiento de las matemáticas, que promueva comprensión matemática, implique y motive a los alumnos y requiera un manejo efectivo de habilidades. Lo que es más, los profesores sienten que las buenas prácticas se desarrollan desde la experiencia, la formación, la lectura personal y la reflexión e interacción con colegas (Wilson, Cooney & Stinson, 2005).

1. 2 LA METODOLOGÍA DE ENSEÑANZA

Nuestro estudio, como ya hemos indicado en la introducción, se centra en analizar y contrastar el conocimiento declarativo y en la acción de tres profesores noveles en relación con la propuesta metodológica en torno a unos conocimientos geométricos. Desarrollamos ahora los aspectos metodológicos de la tendencia investigativa (Apartado 1. 1. 2. 3. 3), y caracterizamos los elementos que allí consideramos más significativos.

1. 2. 1 LA METODOLOGÍA DE REFERENCIA

Se ha puesto siempre el énfasis en el *'qué enseñar'* y no podemos discutir que es de crucial importancia. Pero la metodología, es *'una forma de estar, de hacer, de cuestionar, de escuchar'*, que tampoco puede minusvalorarse.

La relevancia de la metodología en el proceso educativo es evidenciada por diferentes autores que le otorgan un papel esencial a la hora de llevar a cabo la construcción de conocimientos en el aula (García Díaz, 1988; Porlán, 1993, 1999; García & Cañal, 1995; Cañal, 1997, 1998, 2000 a, b; Azcárate, 1999). Estos investigadores la sitúan como uno de los problemas clave a la hora de desarrollar la intervención educativa. Para González (1995) la reflexión sobre este proceso

permite un mejor conocimiento de la profesión docente y en concreto de las responsabilidades que deben asumir los profesionales de la enseñanza.

Es necesario otorgar a la metodología la importancia que debe tener en la práctica docente y dentro del campo de la investigación, considerándola como una herramienta esencial para desarrollar el conocimiento desde un marco teórico-práctico fundamentado, con una visión innovadora y de mejora de la calidad de los procesos de enseñanza, basados en la reflexión y la colaboración.

Al plantear la pregunta ‘*cómo enseñar*’ podemos considerar numerosos aspectos relacionados con su formulación genérica, todos ellos interconectados entre sí, que intervienen y determinan las actuaciones tendentes a construir conocimiento en el aula:

“Tipo y naturaleza de las actividades que hay que seleccionar; su secuencia; tareas por realizar; tipos de materiales y recursos que se utilizan; cómo organizar la clase; qué protagonismo dar a los estudiantes; cómo usar didácticamente sus ideas; cuál debe ser el papel del profesor (director, animador, orientador, facilitador, etc.); cómo atender a la diversidad, etc. En definitiva, qué hacer, cómo y cuándo hacerlo, para que nuestros alumnos aprendan acerca de lo que queremos enseñarles” (Azcárate, 1999: 72).

Muchas innovaciones educativas no reflejan convenientemente la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, proponiendo cambios poco profundos e ignorando el papel fundamental de la metodología en la construcción del conocimiento. Así mismo,

“muchas de las decisiones metodológicas son producto de una concepción simple de la metodología, regida por un esquema causal mecánico y lineal, según la cual la enseñanza es causa directa del aprendizaje (‘lo que se enseña se aprende’). Esta idea tiende a desestimar los problemas relacionados con el cómo y puede convertirse en un obstáculo importante para el cambio” (Azcárate, 1999: 73).

Es imprescindible que abordemos explícitamente aquellos aspectos en los que se basa la actuación docente, centrándonos en algunos de los que consideramos más relevantes, más allá de las actividades, donde se focalizan numerosas investigaciones. Las variables que hemos considerado en nuestro estudio son las siguientes:

- En primer lugar, estudiaremos las características y los tipos de actividades como mediadoras en la interacción entre la enseñanza y el aprendizaje. Las actividades son el centro de numerosas investigaciones, concentrando en éstas los aspectos metodológicos (García Díaz, 1988; Baena, 1993, 1995; Cañal et. al., 1993; García & Cañal, 1995; González, 1995; Cañal, 1997, 1998, 2000; Wamba, 2001; Luna, 2007).

- En segundo lugar, los tipos de recursos didácticos, como herramientas que contribuyen a facilitar la comprensión y realización de las actividades, pues también intervienen como mediadores entre la enseñanza y el aprendizaje.
- En tercer lugar, estudiaremos cómo debería ser y qué debería orientar la secuencia de dichas actividades, aspecto crucial de toda propuesta metodológica.
- En cuarto lugar, nos referiremos a cómo gestionar la dinámica y el clima del aula, la organización de espacios, agrupamientos y tiempo.
- Por último, nos centraremos en el papel que han de jugar el profesor y los estudiantes en el aula, su grado de protagonismo, su participación e interacciones, entre otros aspectos a considerar.

A pesar de esta separación, para facilitar el análisis y profundizar en su estudio, no podemos olvidar que existen complejas interrelaciones entre todos estos elementos metodológicos y que muchos de los aspectos que se mencionan en alguno de ellos, están también presentes en otros. Así, por ejemplo, la atención a la diversidad del alumnado, en lugar de ser tratada independientemente, aparece en el nivel cognitivo de las actividades, en los diversos grados de formulación de su secuencia, los tipos de agrupamientos que se contemplan y el tipo de ayuda diferenciada que aporta el profesor a los estudiantes.

1. 2. 1. 1 CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES

Inicialmente, nos cuestionamos por qué ocuparnos de las *'actividades'* (Zaslavsky, 2005). Una de las posibles respuestas nos señala el papel tan significativo que éstas juegan en la interacción entre la enseñanza y el aprendizaje, lo cual ha sido ampliamente reconocido (Leinhardt et al., 1990; Krainer, 1993; Sullivan & Mousley, 2001).

"El diseño, el análisis y el examen empírico de las tareas matemáticas es una de las responsabilidades más importantes de la educación matemática" (Sierpinska, 2004: 10).

"La calidad de la instrucción depende de, por ejemplo, si el profesor selecciona tareas cognitivamente exigentes, planifica la lección elaborando, mediante esas tareas, las matemáticas que los alumnos tienen que aprender y asigna suficiente tiempo para que los estudiantes se dediquen a éstas y empleen tiempo en ellas" (Kilpatrick et al., 2001: 9).

Las actividades matemáticas son centrales para el aprendizaje de los alumnos porque *"llevan mensajes sobre qué son las matemáticas y lo que supone hacer matemáticas"* (NCTM, 1991b:

24). Las actividades a las cuales se dedican los alumnos aportan los contextos en los que aprenden a pensar sobre la materia y diferentes tareas pueden ocupar diferentes demandas cognitivas en los estudiantes (Doyle, 1986; Hiebert & Wearne, 1993; Stein, et al., 1996; Stein & Lane, 1996; Henningsen & Stein, 1997; Hache, 2001; Mevarech, & Fridkin, 2006).

De este modo la naturaleza de las actividades puede influir potencialmente y estructurar el modo en que piensan los estudiantes y puede servir para limitar o ampliar sus puntos de vista sobre la materia a la que están dedicados. Los alumnos desarrollan su sentido de lo que significa '*hacer matemáticas*' desde sus experiencias reales con ellas y, con las actividades que llevan a cabo en el aula, tienen la oportunidad de experimentar las matemáticas como una disciplina (Schoenfeld, 1992, 1994). Por ello, ocupan un papel fundamental en una enseñanza que tiene por objetivo proporcionar al alumno condiciones para que construya su conocimiento.

Dando pues, por establecida la importancia de las actividades, nos interesa conocer qué características han de tener las actividades para que fomenten el aprendizaje, movilicen un alto nivel cognitivo y se relacionen con la resolución de problemas. También indagaremos si se presentan en contextos familiares y/o significativos para los estudiantes, si pueden resolverse mediante distintas estrategias, si son abiertas o cerradas, si ofrecen varias soluciones, etc. En todo caso, tareas y actividades

En primer lugar, es necesario que aclaremos los términos '*tareas*' y '*actividades*', puesto que los hemos usado indistintamente con anterioridad. Muchos investigadores, entre ellos Cañal (2000) y Luna (2007), consideran

"las actividades como conjuntos organizados y orientados de tareas escolares, realizadas por los alumnos o el profesor" (Cañal, 2000, citado en Luna, 2007: 100).

De este modo, mientras que la actividad sería la unidad mínima usual a la hora de analizar la práctica del aula, las tareas forman parte de ella de forma coordinada y orientada a su finalidad:

"Las tareas no reunirían las condiciones requeridas para constituir una unidad funcional y de análisis didáctico de la dinámica del aula, ya que cada una de ellas no constituye en sí misma un segmento de enseñanza, sino interacciones parciales que habrán de coordinarse y orientarse para que realmente haya actividad docente" (Luna, 2007: 100).

Por ello, las tareas se pueden definir como conjunto de acciones coordinadas y orientadas en función de la actividad de la que forman parte" (Cañal, 2000, citado en Luna, 2007: 100).

Si seguimos a Christiansen & Walther (1986) en su distinción entre tareas matemáticamente interrelacionadas y la actividad que surge como resultado de implicarse en dichas tareas,

“el problema es identificar medios con los que el profesor pueda promover una concepción unificada –en el aprendizaje- del rol de tarea-y-actividad, del aprendizaje, de las matemáticas y su personal, consciente control de su propio proceso de aprendizaje”

Estos autores consideran como ‘*actividad*’ lo que el estudiante realmente hace, la interacción con otros estudiantes, con otras fuentes y con el profesor, aunque el objetivo que éste tiene al proponer dicha actividad no siempre coincide con lo que los alumnos realmente aprenden (Watson & Mason, 2007). Otros la definen, por ejemplo, como:

“Una actividad que el maestro sugiere en el aula, que tiene un objetivo, un estado inicial y final y unas condiciones de realización determinadas. (...) Es la concreción de lo que hay que hacer en el aula, la actividad que se debe realizar, las preguntas que hay que contestar o el problema que hay que resolver” (Monereo, 1995: 90).

En nuestra investigación, entendemos por ‘*actividad*’ o ‘*tarea*’, cualquier actuación o secuencia organizada de actuaciones, con un fin concreto, vinculada al aprendizaje de determinados contenidos y caracterizada por diferentes atributos, que organiza la acción desarrollada en el aula, tanto del profesor como del alumno (Cañal, 2000; Azcárate & Castro, 2006; Luna, 2007).

En este sentido continuaremos usando los términos ‘*tareas*’ y ‘*actividades*’ indistintamente. Señalamos, además, que los profesores de nuestro estudio de casos utilizan siempre el término ‘*Actividad*’ precediendo cuantas propuestas diseñan para los alumnos y les entregan para ser desarrolladas en la práctica.

Hemos de considerar también que las actividades matemáticas que se plantean a los alumnos pasan por tres ‘*fases*’: cómo se diseñan, cómo las establece el profesor en el aula y cómo las desarrollan los estudiantes durante la clase (Henningesen & Stein, 1997). En nuestro estudio nos centraremos, fundamentalmente, en las dos primeras. Además, podemos especificar dos ‘*dimensiones*’ de las actividades matemáticas.

La ‘*primera dimensión*’ trata sobre las ‘*características de las actividades*’, es decir, aquellos aspectos de las mismas que los educadores matemáticos han identificado como consideraciones importantes para el desarrollo de la comprensión matemática, el razonamiento y la búsqueda de significado, así como el empleo de registros gráficos en la expresión escrita del razonamiento matemático, que consideramos legítimo. Estas

características, en su *'primera fase'*, incluyen estrategias de solución múltiple, múltiples representaciones y comunicación matemática.

Durante la *'segunda fase'*, la de presentación a los alumnos, estas características tienen en cuenta en qué medida las actividades presentadas por el profesor animan a los estudiantes a usar más de una estrategia, a utilizar múltiples representaciones y suministrar explicaciones y justificaciones. Durante la *'fase de desarrollo'*, la tercera, estas características se refieren a la medida en que los estudiantes usan todo lo anterior.

La *'segunda dimensión'* se refiere a *'las exigencias cognitivas'*, es decir, a la clase de procesos de pensamiento implicados en resolver la actividad como la presenta el profesor (durante la fase de presentación o planteamiento, cuando se establece la actividad) y los procesos de pensamiento que los estudiantes le dedican (durante la fase de desarrollo). Estos procesos de pensamiento tienen un rango desde la memorización para el uso de procedimientos y algoritmos (con o sin atención a los conceptos, comprensión o significado) hasta el pensamiento complejo y estrategias de razonamiento típicas de *'hacer matemáticas'* (por ejemplo, conjeturar, justificar o interpretar).

En primer lugar, vamos a establecer estas características generales de las actividades deseables: para la educación matemática, la formulación y resolución de problemas tiene un papel esencial, siendo el eje vertebrador de la estructura metodológica. Se trata de problemas en contextos múltiples, más allá del mero conocimiento de las matemáticas, es decir, tener presente la importancia de conocer para actuar (Mason, Burton, & Stacey, 1982; Mason, 1998; Mason & Spence, 1999), para aplicar dicho conocimiento a contextos variados, ligados a las experiencias de los alumnos y a otros saberes, matemáticos o no, que ponen en juego conocimientos diversos y utilizan procedimientos más complejos a los simples algoritmos. Estos problemas son abiertos, se abordan de distintas formas e incluyen estrategias de solución y representaciones múltiples, en la expresión oral y escrita del razonamiento y comunicación matemática.

Otra característica importante de los problemas ha de ser la incertidumbre. Frecuentemente, la perplejidad, la confusión y la duda se asocian y evocan el conflicto cognitivo. Aunque algunos psicólogos consideran el conflicto como más problemático que beneficioso, la mayoría lo considera como un factor que contribuye positivamente en el pensamiento racional y a la génesis del conocimiento (Berlyne, 1960; Piaget, 1985). La mayor parte de los investigadores sobre el conflicto cognitivo se han inspirado directamente en la teoría del equilibrio de

Vygotsky (1978) y Piaget (1985). El término incertidumbre podemos considerarlo como un término unificador para constructos tales como conflicto, duda y perplejidad (Zaslavsky, 2005). Las bases para crear situaciones de aprendizaje que contengan elementos de incertidumbre tienen su raíz en la noción de pensamiento reflexivo de Dewey (1933). De acuerdo con él, “*el origen del pensamiento es cierta perplejidad, confusión o duda*” (Dewey, 1933: 15). La necesidad de certidumbre es una poderosa fuerza motivadora que conduce al aprendizaje (Fischbein, 1987). Esta necesidad de certeza se expresa comúnmente en el desarrollo y persistencia de las intuiciones.

Podemos distinguir tres tipos de incertidumbre en relación con las actividades matemáticas y con el proceso dinámico de aprender matemáticas:

1. *‘Reivindicaciones competitivas’*: este tipo de incertidumbre viene caracterizada por la presencia en ciertas actividades matemáticas de resultados, definiciones, concepciones, expectativas a priori, afirmaciones y/o aserciones que ofrecen diferentes puntos de vista de un mismo objeto. Por ejemplo, una de las reivindicaciones puede ser un concepto no bien entendido o una creencia que se contradice con otra del estudiante.

2. *‘Un camino desconocido o una conclusión cuestionable’*: esta segunda clase de incertidumbre se asocia con tareas de cuestionamiento, tareas de exploración y problemas de final abierto. La verdadera naturaleza de la exploración y el cuestionamiento es la búsqueda de resultados (por ejemplo, patrones, conexiones, relaciones) que son desconocidas por el estudiante y por las que éste puede tener o no un sentido intuitivo con respecto a lo que se espera. Estos caminos van desde una conjetura (provisional) hasta una experimentación, con el objetivo de examinar varios aspectos de la conjetura que llevan a refutarla, seguida de un cambio hacia una alternativa, o a reforzarla, seguida de la necesidad de apoyarla en explicaciones y demostraciones para aceptarla. Cada cambio de una conjetura a otra es el resultado de un estado de incertidumbre para alcanzar (o demostrar que hemos obtenido) una conclusión válida.

3. *‘Resultado no verificable’*: un tercer tipo de incertidumbre tiene que ver con la falta de confianza con respecto a la corrección o validez del resultado obtenido, por ejemplo, la solución de un problema que requiere verificación. Se tiene este sentimiento de incertidumbre cuando no se conocen métodos de verificación específicos (Zaslavsky, 2005).

Estos tres tipos de incertidumbre están relacionados. De este modo, por ejemplo, con respecto a una conclusión cuestionable (segundo tipo) podría incrementarse la incertidumbre, aunque no necesariamente, por la falta de herramientas de verificación (tercer tipo).

Con respecto a la *'segunda dimensión'*, es decir, las *'exigencias cognitivas'*, los problemas planteados han de tener distintos grados de dificultad, sin evitar los de alto nivel cognitivo. Tenemos que preguntarnos si es factible que los estudiantes se dediquen, coherente y satisfactoriamente, a actividades de alto nivel para *'hacer matemáticas'* (Henningsen & Stein, 1997). Las actividades de alto nivel son frecuentemente complejas y con una duración más larga que las actividades rutinarias del aula y son, por lo tanto, más susceptibles a factores que pueden causar un descenso en la dedicación de los estudiantes hacia procesos que requieran pensar menos (Doyle, 1986).

Aunque es importante la atención a la naturaleza de las actividades matemáticas, también es necesario atender a los procesos que rodean la ejecución de dichas actividades. Con frecuencia, las actividades que se proponen para que los estudiantes se impliquen de forma cognitivamente exigente, se convierten en formas menos exigentes, cognitivamente hablando. Dedicarse a resolver problemas que requieren un nivel alto de razonamiento conlleva más ambigüedad y mayores niveles de riesgo personal para los estudiantes que actividades más rutinarias. Estas actividades pueden provocar en los estudiantes un deseo de reducir su complejidad que los lleve a presionar al profesor para que añada procedimientos específicos para completar la tarea o relajar la cantidad de requerimientos. El profesor, a su vez, puede tener la tentación de fragmentar este tipo de tareas en sub-tareas más sencillas, que requieren sólo procedimientos o algoritmos de menor nivel cognitivo. También puede haber una tendencia y/o tentación, por parte del profesor, con respecto al trabajo básico de las actividades en el aula, de cambiar el foco de atención desde la búsqueda de significado y comprensión, hacia el rigor y la rapidez de ejecución (Doyle, 1986).

Por lo tanto, hemos de tener en cuenta además que, por una parte, las demandas cognitivas de las actividades pueden transformarse entre cada dos fases sucesivas. Por ejemplo, el profesor puede presentar una actividad que requiere un alto nivel cognitivo, pero durante su desarrollo puede transformarse, de modo que los estudiantes se centren solo en procedimientos con o sin conexiones conceptuales. Por otra parte, hay que considerar el grado en que el profesor quiere dejar a un estudiante que luche con un problema difícil, la clase de ayuda que suele dar el profesor a los que tienen dificultades y la voluntad de los alumnos en perseverar en su lucha para resolver problemas difíciles.

No obstante, no siempre desciende el interés cuando se hacen actividades que empiezan demandando un alto nivel cognitivo y es igualmente importante encontrar formas en que

puedan mantenerse estas demandas exigentes cuando se desarrollan en la clase este tipo de actividades.

Otro factor que subyace al desarrollo insatisfactorio de las actividades es la no correspondencia entre los conocimientos previos de los estudiantes, sus intereses y motivación. Estos desajustes pueden causar el fracaso de los estudiantes en su dedicación a las actividades de forma que puedan mantener un nivel alto de actividad cognitiva. Watson & De Geest (2005) señalan que es esencial para que los estudiantes con dificultades de aprendizaje progresen en matemáticas, proponerles actividades no rutinarias que despierten su interés y creatividad. O dicho de otra forma, para que los estudiantes que encuentran obstáculos importantes en las tareas matemáticas, no se trata tanto de rebajar considerablemente el nivel cognitivo de las mismas, como de proponerles tareas implicativas que conecten con sus preocupaciones e intereses.

Hemos establecido así unas características generales sobre las actividades deseables, que se corresponden a grandes rasgos con las consignadas en la tendencia investigativa y una concepción de las matemáticas de resolución de problemas. Del mismo modo, hemos contemplado en sentido similar las dos dimensiones descritas sobre ellas. Vamos a considerar, a continuación, los tipos de actividades más acordes con nuestro planteamiento metodológico, en función del papel que juegan a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje:

➤ En primer lugar, consideramos **'actividades de iniciación'**: de *'motivación'*, de *'recuerdo'* y/o de *'exploración'*, donde se tienen en cuenta los aspectos de incertidumbre y conflicto cognitivo para impulsar el aprendizaje (Zaslavsky, 2005).

➤ En segundo lugar, consideramos **'actividades para obtener información'**, es decir, relacionadas con la *'presentación'* y/o la *'búsqueda o indagación de información'* necesaria y relevante para resolver los problemas planteados.

➤ En tercer lugar, consideramos **'actividades de estructuración'**, es decir, actividades de *'elaboración de respuestas'*, de *'argumentación'*, de *'justificación'*, de *'comunicación oral y/o escrita'* y de *'resumen o síntesis'*, tales que contribuyan a la reestructuración del conocimiento.

➤ En cuarto lugar, consideramos **'actividades de aplicación'**, ya sea mediante la aplicación *'simple y directa'* o la *'aplicación compleja de información'*, facilitadoras de la automatización de los nuevos aprendizajes y de posibles transferencias de un contexto a otro.

Resumiendo, proponemos la siguiente tipología para su clasificación. Actividades de:

- De Iniciación
 - De Motivación
 - De Recuerdo
 - De Exploración
- De Obtención de Información
 - De Presentación de información
 - De Búsqueda o indagación de información
- De Estructuración
 - De Elaboración de las respuestas
 - De Argumentación
 - De Justificación
 - De Resumen o Síntesis
- De Aplicación de la Información
 - De Aplicación simple y directa de información
 - De Aplicación compleja de información

1. 2. 1. 2 TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Consideramos que los conceptos fundamentales de las matemáticas tienen que formarse desde la experimentación, al menos en las etapas educativas obligatorias (Ahmed, Clark-Jeavons & Oldknow, 2004). Por lo tanto, el uso de '*materiales y herramientas didácticas*' puede jugar un importante papel en la visualización y expresión de relaciones, así como para apoyar los procesos de pensamiento de los estudiantes, especialmente de los que tienen bajo nivel cognitivo. El hecho de que las relaciones matemáticas puedan comunicarse en una variedad de caminos, las hace accesibles para todos, niños y adultos. Teniendo en cuenta su importancia, nos interesa, por tanto conocer qué '*tipos de recursos*' se utilizan en los distintos tipos de actividades que se plantean, su frecuencia de uso, cuales son los más adecuados, el modo de presentación de los mismos y el trabajo que se desarrolla con ellos, etc.

Existen numerosos recursos didácticos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, instrumentos también puestos a disposición de la actividad:

En primer lugar consideramos los relacionados con las tecnologías de la información y la comunicación: software matemático muy variado (Arias et al., 2004), tanto para trabajar conceptos y procedimientos matemáticos, entre los que destacamos los relacionados con la Geometría dinámica (Marrades & Gutiérrez, 2000), como para crear materiales (por ejemplo, las Web Quests), así como la búsqueda de todo tipo de información en Internet, o el intercambio entre colegas, siempre que se disponga de los equipos necesarios. No obstante, aún existen barreras importantes en el profesorado para su uso (Pierce & Ball, 2009). También indicamos la importancia del uso de calculadoras, tanto gráficas como científicas. Entre los medios audiovisuales, señalamos la existencia de numerosos vídeos didácticos y el cine.

En segundo lugar, podemos considerar los materiales manipulables, tales como tangrams, dominós, cartas, juegos de tablero, bingos, puzzles, etc., con contenido matemático y la mayor parte de las veces lúdico. Esto no quiere decir que este tipo de recursos didácticos tengan como principal objetivo divertir a los alumnos. Antes bien, son un paso previo a la abstracción, necesario para muchos estudiantes (Moyer, 2001) ya que no solo se han de utilizar ideas intangibles para el aprendizaje de las matemáticas (Radford, 2009).

También pueden contribuir a dar pasos desde lo concreto los materiales de dibujo para la geometría plana, como compás, escuadra, cartabón, semicírculo graduado, y otros materiales: polígonos, libros de espejos, miras, varillas de mecano, o los clásicos cuerpos geométricos en madera (casi el único material existente en la mayoría de los departamentos de matemáticas) para la geometría del espacio, o materiales para construirlos: troquelados, polidrómn, o sólo mediante sus aristas: varillas de distintos tipos, incluidas las magnéticas.

Además, se pueden considerar como recursos ciertas fuentes de información, como el humor gráfico, que aporta situaciones desconcertantes que ayudan a reflexionar (Flores, 2003; Flores & Blanco, 2007) y la prensa, portadora de situaciones relevantes y actualizadas para contextualizar numerosas actividades matemáticas. Las fuentes de información no solo son un recurso para el alumno, sino también para la planificación del profesor (Serradó, Cardeñoso, & Azcárate, 2004). El juego en el aula es también un valioso recurso. Como podemos ver, la gama existente en matemáticas es riquísima.

“Por juego matemático queremos decir la parte del proceso llevado a cabo, en la resolución de problemas matemáticos, que implica experimentación y creatividad para generar ideas y usando reglas formales de matemáticas para seguir con algunas ideas hacia una conclusión” (Ahmed, Clark-Jeavons & Oldknow, 2004: 319).

Sin embargo, no basta con disponer de recursos, aunque es muy deseable. No podemos olvidar la importancia de cómo usarlos en el aula,

“considerando que se trata del principal factor a tener en cuenta para que el conocimiento y la comprensión matemática de los estudiantes tengan lugar, añadiendo otros factores a tener en cuenta, como la naturaleza de las tareas, el papel del profesor y el clima y cultura social del aula” (Ahmed, Clark-Jeavons & Oldknow, 2004: 326-7).

Por lo tanto, los recursos han de seleccionarse teniendo en cuenta su finalidad y su funcionalidad práctica. Cada tipo de recurso aporta elementos muy interesantes en los procesos de enseñanza - aprendizaje. Nos parece importante destacar especialmente el uso habitual de las tecnologías de la información y comunicación, ante los requerimientos de la sociedad del conocimiento, considerando que deben estar integradas en la enseñanza de las matemáticas, aunque estando siempre muy atentos a los aspectos ideológicos y de valores: no pueden ser ignoradas, pero no son neutras, ni siempre aportan auténtica innovación, ni son una panacea metodológica. La intencionalidad del profesor ante su uso ha de ser clara y consciente (Pierce & Ball, 2009).

Otros tipos de recursos que podrían contemplarse estarían referidos, por una parte, a posibles lugares variados de enseñanza y aprendizaje fuera del aula. Por otra, a diferentes personas que puedan intervenir en el aula, por ejemplo, un invitado. Y todo aquello que sirva de medio para favorecer el aprendizaje.

Hemos de considerar, además, que no sólo existen recursos físicos. El profesor cuenta también, por ejemplo, con distintos tipos de representaciones, tales como notaciones, gráficos, diagramas, símbolos, para facilitar la claridad del contenido. Aportar apropiadamente múltiples representaciones ayuda a los estudiantes a conectar sus conocimientos previos y destrezas a las nuevas situaciones matemáticas (Artzt & Armour-Thomas, 1999).

Cuenta con el lenguaje, tanto del profesor como de los estudiantes, *‘el discurso’*, con su bagaje de instrumentos, ejemplos y contraejemplos, adquiridos con la experiencia y el intercambio con otros colegas (Llinares, 2000a) y una adecuada introducción de las definiciones. Este autor llama *‘instrumentos conceptuales’* a aquellos conceptos y construcciones teóricas que se generan desde el conocimiento en Didáctica de las Matemáticas y el derivado de la propia experiencia, mientras que al material didáctico audiovisual y al software informático los llama *‘instrumentos técnicos’*. Lerman (2001) hace una distinción similar de instrumentos, refiriéndose a ideas conceptuales, tales como gráficos y diagramas, mientras que Hiller (1993)

propone la existencia de tecnologías cognitivas (instrumentos conceptuales), tales como los sistemas de notación (sistemas de representación).

Queremos subrayar especialmente la importancia de los ejemplos, ya que su uso tiene una larga historia en la pedagogía matemática. Reflexionando sobre lo que los estudiantes pueden ganar con ejemplos, podemos hacer una distinción entre dos usos en la enseñanza bien diferentes. El primero es esencialmente inductivo –aportando o motivando a los alumnos a que aporten ejemplos de algo. Este ‘*algo*’ es general (por ejemplo, la noción de eje de simetría) y el ejemplo un caso particular de la generalidad.

Es bastante común el uso de ejemplos para presentar conceptos abstractos, para provocar o facilitar la abstracción, o para tipificar procedimientos, es decir, se enseña un procedimiento general mediante la realización de un caso particular del mismo. El segundo uso de los ejemplos en la enseñanza, más a menudo llamados ‘*ejercicios*’ no es inductivo, sino ilustrativo y orientado a la práctica. En cualquier caso, éstos son seleccionados de un conjunto de posibles ejemplos de ese tipo, que no debe hacerse de forma trivial ni arbitraria. Además, puede usarse una combinación de los tipos de ejemplos ya referidos para hacer interconexiones entre ellos. También podemos tener una visión de los ejemplos como “*ilustración de conceptos y principios*” (Watson & Mason 2005: 3) mediante la generación de éstos por los estudiantes, como estrategia de enseñanza que pide a los alumnos que elaboren ejemplos bajo determinadas restricciones (Zaslavsky, & Shir, 2005; Zazkis & Leikin, 2008).

Del mismo modo que los ejemplos puede ser un valioso recurso para ayudar a los estudiantes en la comprensión del contenido matemático, también los contraejemplos cumplen una función específica muy interesante (Zaslavsky & Ron, 1998). Zazkis & Chernoff (2008) indican que el poder convincente de los contraejemplos depende de la medida en que sean acordes con los espacios de ejemplos individuales. Cuando un profesor presenta un ejemplo, ve su generalidad y lo que representa, pero los alumnos pueden quedarse con características particulares del ejemplo específico, poniendo la atención en el ejemplo en sí mismo y no en lo que representa. Por ello, abogan por el uso de ‘*ejemplos genéricos*’ que representan el caso general.

También los contraejemplos pueden ayudar a los aprendices a reajustar sus percepciones y creencias sobre la naturaleza de los objetos matemáticos. El rol de los contraejemplos ha sido discutido y reconocido para crear conflictos cognitivos (Lakatos, 1978; Peled & Zaslavsky, 1997; Zaslavsky & Ron 1998; Zazkis & Chernoff, 2008).

Ponemos ahora el foco en las definiciones matemáticas, cuya forma de trabajarlas puede ser también un importante recurso del profesor. Existen múltiples estudios sobre su rol en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en secundaria (Tall & Vinner, 1981; Borasi, 1992; Pimm, 1993; De Villiers, 1998; Zaslavsky & Shir, 2005; Zazkis & Leikin, 2008) y en programas de desarrollo profesional para profesores de matemáticas (Cooney & Wilson, 1993; Tirosh & Even, 1997; Leikin & Winicky-Landman, 2000, 2001; Winicky-Landman & Leikin, 2000).

Con el fin de que sean utilizados en su futuro profesional como un estimable recurso didáctico, Leikin & Winicki-Landman (2000, 2001) avalan el papel de trabajar con las definiciones y las formas de presentarlas con estudiantes para profesor, distinguiendo entre características matemáticas y didácticas de las definiciones matemáticas. Les solicitan, primero dar el mayor número posible de ejemplos para establecer una definición y a posteriori estudian en qué medida los ejemplos generados revelan su comprensión matemática del concepto.

1. 2. 1. 3 SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Para la secuencia de las actividades, muy relevante a la hora de definir la metodología de trabajo, nos planteamos cuestiones tales como: su hilo conductor, la lógica de ordenación de las actividades, si éstas son aisladas o inter-conectadas entre sí, con distintos niveles de formulación y grados de complejidad, posibles itinerarios didácticos que se pueden proponer, papel que juega la dinámica del aula en la confección de la secuencia, etc. (Azcárate, 1999).

Cuando abordamos esta problemática, ponemos en juego las interrelaciones que existen entre cómo enseñar y cómo se aprende. La secuencia de actividades otorga coherencia a las actividades seleccionadas para generar un tipo de aprendizaje concreto y se convierte en el eje vertebrador de los problemas que surgen de las investigaciones que se plantean al tratar de responder a los intereses diversos de los estudiantes y sus posibles obstáculos para el aprendizaje, debiendo ofrecer distintos niveles de formulación y grados de dificultad (Muñoz et al., 2001; Fernández et al., 2003, 2005; Fernández-Aliseda et al., 2005; Rodríguez, 2008). Es desde ahí, al tratar de resolverlos, desde donde se trabaja el conocimiento escolar y los objetos de conocimiento que subyacen en éstos. Se han de desarrollar, por lo tanto, secuencias abiertas y flexibles, que dependen del desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje que van sucediéndose en el aula. También están en función de la evolución real de las ideas de los alumnos.

Para algunos investigadores, la metodología se identifica prácticamente con la secuencia de actividades, ya que definen aquella como una

“secuencia organizada de actividades de enseñanza dentro de un sistema con implicaciones didáctico-organizativas que tiene por objetivo promover la construcción de aprendizajes significativos” (Castro, 2005:52).

Esto puede mostrarnos la importancia del papel que juega la misma entre los aspectos metodológicos.

El profesor ha de organizar las actividades de modo que, a partir de éstas, el estudiante pueda llegar a una profunda comprensión matemática (Artzt, 1999; Artzt & Armour-Thomas, 1999), a la vez que se afrontan problemáticas relevantes que sean a la vez significativas para los estudiantes. Estas secuencias han de favorecer múltiples conexiones, de las actividades entre sí, entre los contenidos de un mismo núcleo temático (conceptos y procedimientos), entre diversos núcleos matemáticos, con distintas ramas del saber y con el saber cotidiano y el mundo cercano a las experiencias de los alumnos, ya que, desde las perspectivas actuales sobre la cognición de los sujetos sabemos que las ideas matemáticas no tienen entidad propia fuera del contexto en que se utilizan y adquieren significado en las mentes de los alumnos al ser aplicadas en diferentes situaciones, problemas y actividades interesantes para ellos (Azcárate, 1999a).

Una posible secuencia podría ser: formulación de problemas, expresión de las ideas de los alumnos, aporte de nueva información, estructuración de la misma, elaboración de conclusiones y aplicaciones. Concretando más, el profesor tendría que:

- Formular posibles situaciones relevantes para los alumnos y significativas en el contexto escolar, que puedan ser abordadas y resueltas desde el desarrollo del tópico concreto que se quiere trabajar, lo que favorecerá la implicación del alumno en el proceso, al determinar aquellos aspectos que quiere abordar y establecer relaciones con los problemas de su entorno.
- Determinar qué tipos de conocimientos matemáticos subyacen en la temática propuesta. Se trata de hacer un cierto análisis histórico, epistemológico y socioambiental, cultural o fenomenológico que permita tener datos sobre la evolución, aplicación y relevancia de dichos conocimientos.
- Analizar los datos disponibles sobre las concepciones de los alumnos, las dificultades y obstáculos detectados y sobre el propio proceso de aprendizaje matemático.

- Aportar la información nueva desde múltiples fuentes: explicaciones del profesor y/o del estudiante, el libro de texto u otros materiales didácticos, vídeos, Internet, etc.
- Seleccionar del plan de actividades previamente elaborado, aquellas que permitan detectar y explicitar las ideas de los estudiantes y los obstáculos asociados, aquellas que faciliten el contraste y movilización de las ideas, promoviendo su argumentación (Silver, 1994). Es decir, plantearse qué secuencia de actividades, en definitiva, es la más adecuada para favorecer su evolución en la línea propuesta y qué tipo de estrategias se deben poner en juego para facilitar el aprendizaje de los alumnos.
- Asegurar que la secuencia de las actividades permita también que los estudiantes puedan progresar en los significados acumulados de un contenido particular y puedan establecer conexiones entre las ideas aprendidas en el pasado con las que aprenderán en el futuro. El hilo conductor de las actividades ha de ser adecuado para enlazar lo que los estudiantes ya conocen con lo que necesitan aprender o mejorar (Artzt & Armour-Thomas, 1999).
- Estructurar la información desde la argumentación, justificación, elaboración de conclusiones y comunicación oral y/o escrita
- Ofrecer aplicaciones simples y directas o complejas, mediante la interconexión de distintos contenidos y contextos.

Como el proceso tiene unas finalidades concretas y es autónomo y negociado, necesita el contraste continuo durante su desarrollo y la reflexión sobre lo que se está haciendo, tanto por parte del profesor como de los estudiantes. En consecuencia, de los múltiples itinerarios alternativos, en función de las relaciones que se establezcan entre ellos, a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje, el profesor establecerá, de acuerdo con sus intereses y necesidades, y los de los alumnos, el itinerario más adecuado, según va adentrándose en la resolución del problema elegido, y la constatación de si los alumnos aprenden o no, mediante la propuesta de actividades que les permite afrontar dicho problema.

Resumiendo, hay tres aspectos complementarios y no por ello menos importantes que nos permiten configurar una imagen de la secuencia de actividades presentada. En primer lugar, cómo promueve la motivación del alumno para su realización, si conecta de alguna forma con sus intereses o se mantiene ajena a ellos. Esto está relacionado con la relevancia y la significación para los estudiantes de los problemas de partida. En segundo lugar, si considera la posible diversidad de ideas, intereses y realidades que pueden existir en el aula y los recoge en los posibles itinerarios que se contemplan (Sarrazy, 2002). Y, en tercer lugar, si recoge en algún

sentido los posibles obstáculos en el aprendizaje de los alumnos que se pueden encontrar al desarrollar las actividades en el aula, aspecto de crucial importancia para promover un verdadero aprendizaje matemático; y si posibilita que todos adquieran competencia matemática (Abrantes, 2001; Sáenz, 2008).

En el mismo sentido consideramos cómo se organiza el conjunto de actividades durante su desarrollo en el aula, lo cual nos permite observar si la propuesta está determinada de forma única o si su propia presentación permite el acceso a diferentes itinerarios de aprendizaje y la adaptación a los imprevistos del aula (Azcárate & Castro, 2006).

1. 2. 1. 4 EL CLIMA DEL AULA, LA ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO Y LOS AGRUPAMIENTOS

En cuarto lugar, es necesario atender a los procesos que rodean la ejecución de las actividades matemáticas y su secuencia, del mismo modo que acabamos de considerar también la importancia de atender a su naturaleza. Aunque se ha escrito mucho en torno a los tipos de actividades matemáticas, que permiten a los estudiantes '*hacer matemáticas*', no hay muchas investigaciones sobre la clase de ambientación que es necesaria para apoyar la realización de tareas de este tipo.

Esto conlleva, por una parte, una buena '*organización del aula*', tanto en lo que se refiere a la distribución física, como la forma de motivar a los estudiantes para que se interesen por su aprendizaje y de crear un clima adecuado que lo favorezca, así como una adecuada '*organización del tiempo*'.

Consideramos el '*clima del aula*' como el tipo de comunicación y el ambiente generado, indicadores de la complejidad del proceso educativo, así como la organización del aula y de los elementos que la configuran, tales como los agrupamientos y espacios, definitorios del modo en que se va a llevar a cabo la actividad y en qué condiciones, favoreciendo o dificultando la puesta en marcha y la elaboración de un determinado aprendizaje (Azcárate & Castro, 2006).

Nos centramos, por lo tanto, ahora en los factores que influyen en la forma en que los estudiantes se dedican a actividades matemáticas en marcos reales del aula (Henningsen & Stein, 1997; Hershkowitz & Schwarz, 1999). Si los estudiantes tienen que desarrollar y comprometerse con actividades matemáticas ricas, dinámicas y que merecen la pena, entonces las aulas tienen que tener un ambiente en el que los estudiantes tengan frecuentes

oportunidades de todo ello (NCTM, 1991a, 2000; Schoenfeld, 1994). El profesor ha de ofrecer un clima de aprendizaje en el cual operen los estudiantes y construyan conocimiento de las matemáticas escolares casi autónomamente, por la interpretación subjetiva de las actividades y la consiguiente reflexión sobre su trabajo (Steinbring, 1998).

Señalamos, además, algunos aspectos del clima del aula, coherentes con el constructivismo, de los que Taylor y colaboradores (1993) describen cuatro escalas de medida de cómo los perciben los estudiantes:

“Autonomía: en qué medida los estudiantes controlan su aprendizaje y piensan independientemente.

Conocimientos previos: en qué medida el conocimiento y las experiencias de los estudiantes están integradas con significado en sus actividades de aprendizaje.

Negociación: en qué medida los estudiantes interactúan socialmente con el propósito de negociar significado y construir consenso.

Centrada en el estudiante: en qué medida la experiencia de aprender de los estudiantes se entiende como una experiencia personal de resolución de problemas” (Beswick, 2007: 99-100).

En general, un conjunto complejo de factores rodea la organización de la actividad en el aula y el manejo equilibrado de las necesidades y las demandas académicas. Éstos pueden tener su raíz en el modo en que se introducen las ‘normas’ de la clase, en las ‘condiciones de desarrollo’ y la ‘disposición’ para el aprendizaje de los estudiantes y en general en la dirección de las prácticas de aula del profesor. Dichos factores incluyen la forma en que se establece el orden en la clase, la organización física del aula, el establecimiento de estructuras de responsabilidad y el modo en que se llevan las intervenciones sobre la disciplina (Doyle, 1986).

Con ‘normas’ del aula nos referimos a las expectativas establecidas con respecto a cómo se hace el trabajo académico, por quién y con qué grado de calidad y responsabilidad, así como el comportamiento social que se espera de los estudiantes. Con ‘condiciones de desarrollo’ nos referimos a los atributos de las actividades en relación con un grupo particular de estudiantes (por ejemplo, en qué medida se construyen las actividades sobre conocimientos previos de los estudiantes). Con ‘disposición’ del profesor y los alumnos nos referimos a las relativamente duraderas características del comportamiento pedagógico y de aprendizaje respectivamente que tiende a influir en cómo los profesores y los estudiantes enfocan los eventos del aula.

Por una parte, compartimos la idea de que ciertos aspectos de la cognición del individuo se originan en la ‘internalización’ de las interacciones sociales (Piaget, 1985; Vygotsky, 1978). Todos los procesos altamente cognitivos ocurren primero como relaciones sociales antes de ser internalizados por el individuo (Vygotsky, 1978). Además, el trabajo de los estudiantes se

construye con las interacciones sociales y la comunicación como características críticas para aprender y construir aprendizaje compartido. Más específicamente, las interacciones sociales juegan un papel central en crear incertidumbre alrededor de ciertas actividades matemáticas así como al tratar de solucionarlas (Zaslavsky, 2005).

Por lo tanto, aprender es un proceso situado socialmente (Kumpulainen & Mutanen, 2000) y podríamos afirmar que las interacciones en el aula están basadas en que pensar es una forma de comunicación, con uno mismo o con otros. Aunque el conocimiento se obtiene frecuentemente bajo la guía de expertos o iguales más capaces (Vygotsky, 1978), las interacciones en el aula proporcionan un suelo fértil para explorar el desarrollo de la comprensión matemática. Analizando las acciones del profesor y los estudiantes, que se describen sobre todo por el discurso entre los profesores y los estudiantes, buscamos obtener información sobre cómo se desencadenan los acontecimientos de aprendizaje y los que pueden servir de obstáculos para ello.

Desde una perspectiva social, los elementos de la micro-cultura del aula como los describe Cobb (1999), son importantes de considerar cuando se examinan las interacciones entre el profesor y los alumnos. En particular, las *'normas sociales'*, las *'normas socio-matemáticas'* y las *'prácticas matemáticas del aula'* se desarrollan de forma convergente con la comprensión individual del estudiante (Yackel & Cobb, 1996). Estos autores definen las *'normas sociales'* se definen como aspectos normativos del aula que pueden aplicarse a cualquier asignatura, tales como la expectativa de que toda solución tiene que justificarse. Las *'normas socio-matemáticas'* se refieren a las normas de aula que se relacionan específicamente con las matemáticas, tales como un argumento aceptable de demostración. Las *'prácticas matemáticas del aula'* se refieren a las prácticas tomadas como compartidas, relacionadas con ideas específicas de matemáticas, métodos aceptados de probar una afirmación matemática.

Sullivan y sus colaboradores (2003) reelaboran y explicitan aún más estos conceptos, partiendo del trabajo de Cobb & McClain (1999), en el que describen un marco teórico socio-cultural, usando el término *'normas matemáticas'* para significar los principios, generalizaciones, procesos y productos que forman las bases del currículo matemático y sirven como herramientas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en sí mismas. Las *'normas socio-culturales'* son las prácticas usuales, las rutinas organizativas y los modos de comunicación utilizados en los enfoques de aprendizaje, tipos de respuestas valoradas, puntos de vista sobre

la legitimidad del conocimiento producido y responsabilidades individuales de los estudiantes. Es muy importante que las normas sociales sean comprensibles y comunicables.

Otro aspecto muy significativo a tener en cuenta en el clima del aula es el de la confianza en el aprendizaje de las matemáticas desde las perspectivas tanto de los profesores como los estudiantes. Ambos grupos argumentan que la confianza es importante pero, curiosamente, aunque ni los profesores ni los estudiantes consideran el término confianza problemático, cada uno de ellos lo utiliza de una forma diferente. Mientras que los profesores ven la confianza como un pre-requisito o un producto del éxito de los alumnos, la confianza para ellos está más relacionada con el sentimiento de que podrán comprender, tendrán la oportunidad de explorar, quizás con sus iguales, estrategias, posibilidades y alternativas. Con esto, la confianza, y quizás otros constructos afectivos, cambian desde una variable afectiva independiente a formar parte de la esencia de las matemáticas y su enseñanza (Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001).

Hay una estrecha relación entre la resolución de problemas y los aspectos emocionales, que contribuyen sustancialmente a bloquear o activar la creatividad y la auto-confianza, así como la necesidad de integrar la dimensión afectivo-emocional en el aprendizaje de las matemáticas (Gómez Chacón, 2000, 2001, 2003, 2004, 2005; Hannula, 2002; Gil, Blanco & Guerrero, 2007; Barona et al. 2008; Blanco et al. 2009; Caballero et al. 2009; Guerrero et al. 2009). Las actividades toman forma mediante la cultura del ambiente de clase y este contexto tiene gran influencia en los estudiantes (Gómez Chacón, Op'Tynde & De Corte, 2006).

El profesor es una parte del clima del aula y un contribuyente al mismo, cuya influencia es evidente en formas obvias, tales como el contenido que elige, pero también de forma más sutil cuando plantea las normas de la clase (Shuell, 1996). Pueden encontrarse importantes relaciones entre las concepciones de los profesores de matemáticas y las percepciones de la media de la clase sobre su clima de aula (Beswick, 2005). Para Fraser (1991), el término clima del aula se refiere al medio social y psicológico del aula. Específicamente, los profesores que crean climas de aula coherentes con los principios del constructivismo es más probable que sostengan concepciones sobre las matemáticas como resolución de problemas (Ernest, 1989; Carrillo, 1997; Contreras, 1998; Blanco, 2008) y sus correspondientes puntos de vista sobre la enseñanza y el aprendizaje.

➤ **Trabajo en pequeños grupos. Trabajo colaborativo**

Si el trabajo de los estudiantes se construye con las interacciones sociales y la comunicación como características críticas para aprender y construir aprendizaje compartido, como hemos visto anteriormente, uno de los aspectos importantes de la organización del aula es la distribución de los alumnos y la utilización de los agrupamientos más adecuados según los objetivos de aprendizaje que se persigan. Por una parte, el potencial de trabajar en pequeños grupos está ampliamente reconocido (Yackel, Cobb & Wood, 1991; Pea, 1993; Van Boxtel, Van der Linden & Kanselaar, 1997; Renshaw & Van der Linden, 2004). Sin embargo, quedan muchas cuestiones por resolver sobre cómo maximizar los beneficios y cómo preparar a los profesores para que aporten las tareas y la ayuda adecuadas (Grugnetti & Jaquet, 1996).

Una de las cuestiones interesantes que se plantean los profesores a la hora de distribuir a los alumnos en pequeños grupos, está referida a los criterios de selección de sus componentes. El trabajo cooperativo, por ejemplo, se plantea que esta distribución no sea aleatoria, sino que los estudiantes se distribuyan en varios tipos de grupos según distintas finalidades. Un criterio es buscar la homogeneidad de los '*niveles de conocimiento*' de los componentes del grupo, para plantear actividades adecuadas a ese nivel y que se establezca una colaboración entre '*iguales*'. El otro criterio, es constituir grupos heterogéneos, donde haya representación de distintos '*niveles de conocimiento*' e incluso de comportamiento social e intereses, con el fin de que los alumnos más aventajados ayuden a los que tienen más obstáculos para el aprendizaje y los más motivados, impliquen a los que lo están menos. Ambos tipos de agrupaciones cumplen funciones complementarias y muy interesantes a tener en cuenta en la organización del trabajo en el aula (Gavilán Bouzas, 2001).

Por otra parte, el trabajo individual y en gran grupo son también de suma importancia y cada uno cumple su papel en el proceso de enseñanza aprendizaje (Lampert, 2001). Los procesos de implicación de los estudiantes están referidos, tanto a los individuos, como a la clase como un todo (Robert & Rogalski, 2005). Mientras que el trabajo individual ayuda a la interiorización de los aprendizajes, el trabajo con el grupo clase contribuye a las interacciones sociales con sus correspondientes efectos cognitivos en la resolución de problemas (Cobo & Fortuny, 2000), así como en la reestructuración y socialización del conocimiento.

Hemos de acentuar la necesidad de que las intervenciones del profesor sean las adecuadas cuando los estudiantes trabajan en pequeños grupos, porque para ellos es difícil comunicarse con los demás y, además, podrían reforzarse malentendidos conceptuales matemáticos. El

papel del profesor manejando estas dificultades es problemático: uno de los principales escollos es que es prácticamente imposible para un profesor, en una situación de aula, mantener el hilo del trabajo de cada grupo. Por lo tanto, a sus intervenciones les falta precisión con lo que interfiere en la continuidad del proceso de pensamiento y de aprendizaje de los estudiantes.

Para contrarrestar el efecto negativo de estas intervenciones verbales del profesor, cuando son inoportunas, con sus potenciales efectos positivos de motivación y refuerzo del trabajo que los estudiantes están realizando, se trata de lograr que las intervenciones del profesor cuando se acerca a cada grupo se basen en principios saludables, tales como los que muestra la teoría de Lakatos (1978) sobre el aprendizaje de las matemáticas mediante una serie de conjeturas, tentativas de prueba y refutaciones.

Otra posible forma de intervención del profesor puede ser más efectiva si se centra en las interacciones entre los estudiantes, más que en el contenido de las actividades dadas (Dekker & Elshout-Mohr, 2004). Por esta razón es tan interesante el aprendizaje colaborativo (Gavilán Bouzas, 2001), ya que mediante este tipo de planteamientos, se promueven interacciones en el aula de colaboración, respeto, confianza, escucha, interés, curiosidad, etc.

Las actividades para un aprendizaje colaborativo son en general complejas, verdaderos desafíos y auténticos problemas. Éstos han de motivar a los estudiantes para probar diferentes estrategias y co-construir y justificar sus soluciones (Cohen, 1994; Dekker & Elshout-Mohr, 2004; Kramarski, Mevarech & Arami, 2002). Se necesita poseer muchas habilidades cognitivas y pueden faltar tanto éstas como habilidades sociales. Se puede ofrecer ayuda de varias formas. Kramarski y colaboradores (2002), presentan un estudio en el que la ayuda se aporta mediante una estrategia general de resolución de problemas que consiste en cuatro pasos, llamados comprensión, conexión, estrategia de selección y reflexión. Se trata de instruir a los estudiantes para que, dejando sus propios procesos de resolución de problemas, se auto-dirijan mediante cuestiones metacognitivas tales como:

“¿En qué medida esta tarea es diferente/similar a las que hemos resuelto ya? ¿Qué estrategia/táctica/principio puede usarse y por qué?” (Kramarski et al., 2002, citado en Dekker & Elshout-Mohr, 2004: 40).

Los estudiantes del estudio han trabajado en pequeños grupos y han de preguntar por turnos las cuestiones metacognitivas señaladas. Después de una fase de instrucción inicial, el papel del profesor se restringe a animar a los estudiantes a usar el procedimiento. Tanto los

estudiantes de bajo como los de alto rendimiento han observado los efectos positivos de la intervención (Mevarech, & Fridkin, 2006).

Como podemos comprobar, estas consideraciones podrían situarse también en el Apartado correspondiente al papel del profesor y el alumno, ya que todos los aspectos metodológicos están entrelazados y aunque el clima de aula puede referirse también a comportamientos sociales, uno retroalimenta al otro, ya que una implicación mayor en las actividades conlleva un mejor comportamiento social y viceversa.

➤ ***Implicación en las actividades y comportamiento social en el aula***

Muchos profesores e investigadores denuncian cierto declive en la implicación de los estudiantes en las actividades escolares (Sullivan et al., 2006). Parece que los estudiantes que más tendrían que ganar de una participación activa en la escolarización son los que más dificultades tienen en implicarse en las actividades escolares y que éste es más agudo en los adolescentes jóvenes si lo comparamos con el comportamiento de los estudiantes de Educación Primaria (Hill et al., 1993), presentando los primeros un mayor absentismo y mayor incidencia en comportamientos no adecuados, alienación y aislamiento (Australian Curriculum Studies Association, 1996). Como podemos observar, esto viene de lejos. Hill y su equipo (1993), por ejemplo, indican que, en los años centrales (de 10 a 14), hay una parada importante en la progresión del aprendizaje observado en los primeros años (de 5 a 12). La preocupación por la participación en las actividades escolares se extiende a la implicación escolar y los logros académicos (Eccles & Templeton, 2002).

Conversaciones desarrolladas por Sullivan y sus colaboradores (2006) con profesores de Educación Secundaria (Obligatoria en la adaptación a nuestro país), especialmente con los que trabajan en entornos de nivel socio-económico bajo, confirman esta falta de implicación que se hace evidente incluso en escuelas que están tomando acciones significativas para conseguir la inclusión de los estudiantes, mediante la adaptación de pedagogías y métodos.

“Varios factores pueden contribuir a la falta de participación en la escolaridad y resultados positivos de aprendizaje. Es posible que les falte confianza, o que tengan habilidades deficientes, o que abandonan fácilmente, o que no vean la relevancia de las matemáticas, o que no son conscientes de sus dificultades, o que crean que van a tener éxito en la escuela sin esfuerzo por su parte” (Sullivan et al., 2006: 82).

Este hecho también preocupa considerablemente a numerosos profesores que imparten enseñanza en la Educación Secundaria Obligatoria en nuestro país, asunto que consideramos

también habría de analizarse en nuestro estudio y para el que habría que aportar nuevas soluciones imaginativas y comprometidas.

Establecer y mantener un intercambio positivo con y entre los estudiantes, mostrando respeto y valorando las ideas de los demás y las formas de pensar, así como establecer normas y procedimientos que aseguren un comportamiento apropiado en el aula (Artzt & Armour-Thomas, 1999), son aspectos de vital importancia, para que todo lo demás sea posible. Trabajar por conseguir en los estudiantes actitudes de curiosidad, participación, implicación en las actividades matemáticas, colaboración y respeto mutuo, es un gran reto al que no podemos renunciar.

1. 2. 1. 5 LA ORGANIZACIÓN DEL TIEMPO

Es otro aspecto del mayor interés en la organización del trabajo en el aula. A la hora de planificar las actividades y su secuencia, es un elemento esencial a tener en cuenta, para no perder de vista los objetivos previstos con esta planificación la cantidad de tiempo que se dedica a actividades varias, la forma en que se manejan los periodos de transición entre las actividades y la conveniencia de la cantidad de tiempo que se concede a los estudiantes para completarlas. Así mismo, hay que considerar, por una parte, que sea equilibrado y/o adecuado el tiempo que se dedica, bien al trabajo individual, bien al trabajo en pequeño o gran grupo, bien a las intervenciones del profesor y/o de los alumnos, según las finalidades de cada actividad. Por otra parte, hay que estar también muy pendiente de si los tiempos previstos se pueden mantener o hay que hacer adaptaciones razonables y justificadas, a la vista de los procesos que se producen en el aula, respetando los ritmos individuales y grupales.

“Que los profesores tengan o no algún poder es algo sobre lo que seguramente no coincidirán las opiniones de la sociedad, de los propios profesores y de los estudiantes. Sea como fuere, si algún poder está en manos de los profesores, ese poder no es el que procede de la información que poseen y transmiten. Es el del tiempo que se les entrega. Cada persona del público cede una hora a la total administración del profesor. Éste es entonces si no el dueño del tiempo de tantas personas, desde luego el administrador. Pero no puede devolverlo al final: al final no queda nada, el tiempo ha transcurrido. Su medida es la duración” (Hernán, 1991: 9).

De acuerdo con este autor, el profesor ha de provocar el pensamiento matemático de un número variable de personas y abrirles caminos durante el ‘*transcurso de un tiempo*’ que por lo común se mueve en sesiones de una hora aproximadamente. Tomar el ‘*transcurso*’ y la ‘*duración*’ como polos de un eje imaginario, en torno al cual se mueven los propósitos que

forman el plan de una sesión, permite distinguir con bastante claridad diferencias que tienen una importancia decisiva en el ejercicio de la profesión. Actuar, aunque sea implícitamente, bajo el influjo de la *'duración'* o del *'transcurso'*, determina en cierto modo el estilo de enseñanza y las condiciones en que se desarrolla el aprendizaje. Presentamos a continuación algunas diferencias que dicho autor nos sugiere:

DE LA 'DURACIÓN'	DEL 'TRANSCURSO'
El número de actividades, de informaciones que caben en esa situación.	El modo de conectar esas actividades, la relación temporal entre sus elementos.
Los hechos narrados. Que se distinguen por su importancia ontológica, su orden lineal y su concatenación lógica.	El ritmo de la narración. En unos casos es un prelude; en otros el de un aria, en otro es la composición de varios tempos, como en una sinfonía.
Una batalla contra el tiempo. Para algunos profesores siempre es poco; a otros les sobra.	No hay poco ni mucho tiempo: son diferentes; media hora es diferente de hora y media.
Desde el exterior de la clase se prescriben las duraciones parciales que se extienden como manchas de aceite uniforme: cuanto más tiempo, más superficie cubierta.	Los valores que han de apreciarse en la clase han de ser practicados de distinta manera durante media hora que durante una hora.
Conocimiento por acumulación y percusión.	Conocimiento plástico y por redes.
Especialización del tiempo. Densidad. Delimitación.	Desmembramiento de la continuidad. Solapamiento.

Fuente: Hernán (1991:10)

"La duración es un lago, espeso y silencioso, del que se conocen los confines, son previsibles las ondulaciones causadas por el viento y los colores prestados por el cielo y las nubes. El transcurso es un río de montaña, bailarín y antojadizo, lleno de rápidos, remolinos y desniveles; esquiva e impetuosa, el agua es siempre distinta" (Hernán, 1991: 10).

La actividad empieza con una orientación y el pronóstico de un ritmo de acción. Pero normalmente se verán alterados durante su transcurso, ya sea debido a las interacciones de los alumnos, ya a su mayor o menor conciencia de la situación, ya a la provocación del profesor. De ahí que, si lo importante es el transcurso, el profesor deba mantener una extraordinaria atención durante la sesión, porque tiene que *'darse cuenta'* de todo lo que *'ocurre'* en ella y sobre todo adivinar el compás del tiempo personal de cada individuo y del tiempo en el que sus componentes están abordando en común un problema (Hernán, 1991).

Por otra parte, si plantear cuestiones a los estudiantes es muy importante, y éstas pueden ser de variados tipos y niveles, no lo es menos usar tiempos apropiados de espera que permitan implicar y desafiar el pensamiento de los alumnos; aportar y estructurar el tiempo necesario

para que los estudiantes se expresen y para explorar las ideas matemáticas y los problemas; usar procedimientos efectivos para la organización del aula, de forma que se maximice el tiempo para la implicación activa de los estudiantes en el discurso y las tareas (Artzt & Armour-Thomas, 1999). El tiempo de la enseñanza puede ser muy breve. No así el tiempo del aprendizaje. La expresión de las ideas de los alumnos requiere su tiempo y la escucha atenta, también. Pensar requiere tiempo, hacer actividades no rutinarias, lo requiere igualmente. Si son de alto nivel cognitivo, aún más. Afrontar la incertidumbre, la implicación en problemas abiertos, la creatividad, no se improvisa: hay que dedicarle tiempo. Si el profesor lanza preguntas sin dar tiempo a que los estudiantes respondan, pasa de una actividad a otra sin momentos de reflexión, trata de explorar sus ideas sin que esté muy claro por qué lo hace o les mete prisa para que terminen una actividad, actúa como si lo único importante fuera terminarlas cuanto antes.

El miedo a que los estudiantes pierdan el tiempo, por ejemplo, en conversaciones personales, conduce a muchos profesores a apremiar constantemente a sus alumnos. Lo que hemos de temer es que las actividades propuestas no sean suficientemente implicativas e interesantes para ellos. Porque si lo son, emplearán en ellas su tiempo.

Además, hemos de considerar la dificultad que procede del cronometraje del tiempo: escuchar a los estudiantes implica habilidad para aplicar diferentes formas de sostener conversaciones, preguntar y probar, con el objetivo de *'desenmarañar'* y examinar doblemente, lo más confiadamente posible, sus propias perspectivas. Esto consume tiempo y los resultados pueden no ser inmediatos.

La comprensión de otras perspectivas puede ocurrir cuando revisamos conversaciones con los estudiantes (mentalmente o como recuerdo) aunque sea bastante después de haberlas realizado. Esta comprensión de la perspectiva del estudiante, aunque sea parcial, puede ser muy exigente y difícil de conseguir en tiempo real.

No obstante, aún cuando no comprendiésemos a tiempo una cuestión planteada o la aportación de un estudiante, si continuamos atentos a ella, aún cuando llegásemos *'tarde'* a hacer nuestra correspondiente aportación en esa ocasión concreta, no dudemos que la enseñanza nos brindará nuevas oportunidades de hacer uso de nuestras respuestas a *'destiempo'*, pues surgirán otras situaciones similares para las que tendremos más a punto las estrategias necesarias.

Por último, contemplamos que, en general, en el sistema educativo, los proyectos de los profesores suelen verse a corto plazo, tipificados por:

- Los currículos deben terminarse al final de cada curso.
- Se espera que los estudiantes adquieran buenos hábitos de trabajo inmediatamente y son castigados si no es así.
- Se cambia rápidamente de una tarea a otra si desaparece la concentración.
- Se pone el foco en '*terminar el trabajo*' sea en clase o en casa.

Habría que poner el acento en una escala de tiempo diferente. Se trata de abandonar esta visión del corto plazo y sustituirla por otra a largo plazo:

- Emplear más tiempo de lo recomendado oficialmente en cada tópico, aunque cubrir el contenido sea también importante. Pero conseguir esto sin comprensión ni memoria, no merece la pena: ambos necesitan tiempo para desarrollarse.

- Emplear más tiempo en establecer buenos hábitos de trabajo, lo que puede significar no empezar hasta haberlos conseguido. Aunque se emplee una cantidad importante de tiempo, merece la pena.

- Dedicar más tiempo a pensar y a desarrollar actividades particulares, para establecer la participación, el razonamiento, la comprensión de significados y un sentido de establecimiento de conexiones.

- Poner el foco en aprender lo más posible, en lugar de en terminar las actividades.

- Trabajar para sostener el interés de los estudiantes en un tópico un periodo de tiempo, no variando de actividad y tópico frecuentemente, sino animando a pensar más profundamente en lo que se está haciendo, lo cual promueve progresos más profundos, conciencia del progreso y mejora de la autoestima, al verse los estudiantes como buenos aprendices de matemáticas. Una vez mejorada la concentración y la participación, esto permite ampliar las actividades, porque los estudiantes están implicados activamente pensando en ellas. La relación entre estos aspectos es compleja y simbiótica: una no garantiza la otra. La ampliación se crea por la clase, la actividad, el profesor, la forma de preguntar y de presentarla y por el aprendizaje obtenido a lo largo del tiempo (Watson & De Geest, 2005).

1. 2. 1. 6 PAPEL DEL PROFESOR

En cuanto al papel del profesor y de los estudiantes, protagonistas indiscutibles de la práctica en el aula, nos planteamos cuestiones sobre la participación de los distintos componentes del

aula, las interrelaciones entre ellos, el tipo de control que ejerce el profesor sobre los estudiantes (sobre su comportamiento social, sobre los procesos de pensamiento y aprendizaje de los alumnos, sobre la ejecución de las actividades, etc.), el tipo de preguntas que hace y de respuestas que da, etc., así como el papel activo y participativo de los alumnos. Al igual que hemos señalado para la enseñanza, el papel del profesor es muy complejo (Doerr, 2006).

En primer lugar, tiene que planificar las intervenciones de enseñanza, a largo, medio y corto plazo, concretando para cada sesión. Para ello, tiene que tener muy claras las finalidades educativas que persigue, los contenidos que quiere trabajar, mediante qué actividades y recursos didácticos, con qué secuencia, cómo organizar el aula, qué clima de aprendizaje ha de crear, qué agrupamientos son los más eficaces para cada actividad, qué tipo de interacciones quiere conseguir, cómo ha de distribuir los tiempos, etc.

En segundo lugar, ha de llevar esta planificación a la práctica, siendo aún mayor la complejidad, al centrarnos en lo que ocurre en el aula. Ahí, el profesor tiene una tarea que cumplir: realizar lo planificado, que ha de lograr sin digresiones desde cambios ineficaces en el plan, pero reaccionando ante todo lo imprevisto de forma casi instantánea. Tiene importantes objetivos en mente para el largo plazo, pero no puede proceder en el día a día de manera lineal y predeterminada hacia ellos. Por último, ha de reflexionar sobre lo que ha ocurrido, valorando e introduciendo los cambios que le permitan mejorar su enseñanza (Ponte, 2002; Llinares & Krainer, 2005).

Centrándonos en los aspectos metodológicos y puesto que hemos abordado anteriormente los tipos y características de las actividades y recursos, su secuencia y la organización del aula y del tiempo, señalaremos aquellos aspectos que nos parecen de mayor relevancia, desarrollando los que aún están en el tintero. Así, podemos destacar, desde un punto de vista constructivista e investigativo, lo que se refiere a:

- cómo implicar a los estudiantes en las actividades, estimar el tiempo que les concede para hacer su trabajo y hacerlos copartícipes y responsables del aprendizaje que conllevan, tanto para sí mismos como para sus iguales (Apartados 1. 2. 1. 4 y 1. 2. 1. 5).
- qué tipo de preguntas ha de hacer y de respuestas ha de dar, para fomentar el interés y la implicación de los alumnos y acompañarlos en sus procesos de pensamiento cuando están resolviendo las actividades.

- cómo escucharlos de forma que comprenda sus ideas y sus procesos de pensamiento, para que construyan aprendizaje a partir de ellos.
- cómo estimular interacciones positivas en el aula, tales como colaboración, respeto, confianza, escucha, interés, curiosidad, etc. (Apartado 1. 2. 1. 4).
- cómo planificar y actuar durante el desarrollo de las actividades en el aula.
- cómo cerrar un proceso y establecer conocimiento conjuntamente, mediante el contraste y debate entre las diferentes propuestas, señalando las dudas de grupo, las discrepancias y coincidencias, organizando los acuerdos e institucionalizando el conocimiento adquirido.

Del primer y cuarto aspectos hemos hablado ya en los apartados correspondientes. El resto lo tratamos a continuación.

➤ **Plantear cuestiones a los estudiantes. Tipos de preguntas**

Con respecto a la comunicación con los alumnos, hemos de tener en cuenta que, el lenguaje usado dentro de la clase tiene una significativa influencia en lo que los estudiantes aprenden y la comunicación oral entre el profesor y los alumnos juega un papel crucial en este sentido (Lampert & Blunk, 1998; Ferreira, 2004), lo que en ocasiones anteriores hemos denominado '*el discurso*'. En particular, para algunos investigadores el enfoque de las preguntas del profesor, su escucha y sus respuestas en el aula, caracterizan su práctica y reflejan sus concepciones sobre las matemáticas y sobre su enseñanza y aprendizaje (Davis, 1997; Nicol, 1999). También un análisis de las preguntas de los profesores, de cómo escuchan y de cómo responden a sus estudiantes puede aportar un camino para ayudarlos a comprender mejor sus propias prácticas y mejorarlas (Davis, 1997; Coles, 2001).

Las características esenciales de los diferentes tipos de preguntas que los profesores plantean a sus alumnos en el aula sólo pueden distinguirse teniendo en cuenta el contexto en el que se plantean y lo que les sigue (Dillon, 1990). Ferreira (2004) toma para su estudio las cuatro categorías de preguntas usadas por Ainley (1988) de acuerdo con los objetivos que persiguen los profesores cuando las plantean. Cuando preguntan mediante '*pseudo-preguntas*', los profesores pretenden establecer un comportamiento aceptable o un contrato social con sus estudiantes. Estas cuestiones sólo requieren el acuerdo de los estudiantes con el profesor. En el caso de hacerlo con '*preguntas examinadoras*' su objetivo es comprobar si los estudiantes responden correctamente. Los profesores conocen las respuestas de este tipo de preguntas y

los estudiantes son conscientes de ello. Es más, los estudiantes tienden a percibir todas las preguntas como *preguntas examinadoras*, incluso si son de una categoría diferente.

Las '*preguntas genuinas*' buscan información, es decir, el profesor no conoce las respuestas para este tipo de preguntas. Por último, las '*preguntas provocadoras*' pretenden provocar el pensamiento de los estudiantes, haciendo nuevas conexiones o clarificando las existentes, explorando nuevas áreas del conocimiento matemático, etc. El profesor tampoco conoce necesariamente las respuestas de este tipo de cuestiones (Ainley, 1988).

Consideramos que los profesores deberían preguntar muchas cuestiones y de diferentes tipos para estimular diferentes niveles de pensamiento de los estudiantes y para animar a la participación de todos los alumnos en los eventos del aula (Ferreira, 2004). No obstante, como las investigaciones nos muestran, los profesores usan demasiado las preguntas examinadoras y las pseudo-preguntas y extraen respuestas maquinales y cortas (Dillon, 1990; Kawanaka & Stigler, 1999).

En cuanto a la escucha, el propósito más frecuente de los profesores es diagnosticar y remediar dificultades sobre las actividades que los estudiantes están realizando, de forma estandarizada, en lugar de considerar sus contribuciones al discurso del aula y usar una herramienta crucial para tomar decisiones de enseñanza bien informados (Davis, 1994). La escucha de los profesores habría de ser "*una verdadera actividad hermenéutica, que requiere apertura, humildad, precaución y verdad*" (Davis, 1994: 279), una actividad que precisa de una considerable cantidad de tiempo para imaginar cómo piensan los estudiantes y cómo enfocan un problema específico, lo que requiere una profunda y minuciosa comprensión de las matemáticas y una actitud a preguntar, cuestionar, como opuesta a responder (Ferreira, 2004).

El papel del profesor en el acompañamiento de las actividades puede ser muy diferente, como ya hemos visto, según que tienda bien a intervenir rápida y evaluativamente a las preguntas de los estudiantes, bien dando suficiente tiempo para que se desarrolle su pensamiento, bien dando información anticipadamente al ritmo de los alumnos, etc.

Plantear preguntas exploratorias es esencial para comprender la '*perspectiva de los otros*' y es necesario que los profesores se propongan aprender a preguntar otros tipos de cuestiones con el fin de dirigir los procesos de descubrir el conocimiento escondido, perdido o presupuesto (Arcavi & Isoda, 2007). Ejercitándose en hacer tales preguntas los profesores acaban

'apropiándose', en el sentido de Moschkovich (2004) de los tipos de cuestiones que guían, es decir, herramientas para dirigir la comprensión de las ideas subyacentes en una actividad, lo cual puede considerarse como una indicación del desarrollo de la 'escucha atenta'. En cambio, la 'escucha evaluativa' es lo "dominante y está profundamente enraizada" (Arcavi & Isoda, 2007: 124)

La mayoría de los profesores considera que las *respuestas evaluativas* son necesarias. Sin embargo,

"es una cuestión cronológica. Educar mediante la 'escucha atenta' no implica necesariamente descartar completamente la evaluación y el juicio. En lugar de esto se debe tender a diferirlos hasta etapas posteriores en las que tengamos una comprensión de dónde están los estudiantes (...). El desafío consiste en caminar por una fina línea entre echar de menos el juicio inmediato de las ideas de los estudiantes (en lugar de tratar de entenderlas) y beneficiarse de su evaluación" (Arcavi & Isoda, 2007: 124)

➤ Escuchar a los estudiantes

Subyacen dos afirmaciones interrelacionadas en la aplicación de la filosofía constructivista a la práctica de la educación matemática:

1. *"Cuando los estudiantes se comprometen genuinamente en resolver problemas matemáticos, proceden de forma personalmente razonable y productiva.*
2. *Los investigadores y profesores tienen que aprender a escuchar el sentido y los significados alternativos de estos enfoques"* (Confrey, 1991: 111, citado en Arcavi & Isoda, 2007: 112)

Inspirados en esta cita los autores se proponen definir '*la escucha*' de los estudiantes como sigue: ***"Es dar atención cuidadosa a lo que los estudiantes dicen (y ver lo que hacen), tratando de comprenderlo y sus posibles fuentes e implicaciones"*** (Arcavi & Isoda, 2007: 112).

Escuchar no es pasivo, sino que debe incluir los siguientes componentes:

- *"Detectar, dedicarse y crear oportunidades en las que os estudiante probablemente se dediquen a expresar libremente sus ideas matemáticas.*
- *Cuestionar a los estudiantes con el fin de descubrir la esencia y las fuentes de sus ideas*
- *Analizar lo que uno oye (a veces, consultando con iguales) y haciendo el enorme esfuerzo intelectual de tomar las otras perspectivas para entenderlas en su propio sentido.*
- *Decidir en qué forma puede integrar productivamente la enseñanza las ideas de los alumnos"* (Arcavi & Isoda, 2007: 112).

De esta forma, '*escuchar*' promueve la reflexión, lo que puede llevar a una concepción de la enseñanza basada en la adaptación, una condición necesaria para el desarrollo profesional (Cooney & Krainer, 1996). Algunos investigadores han descrito diferentes formas de escuchar a los estudiantes como un componente integral del proceso de instrucción. Más allá de estar al

servicio del desarrollo de un enfoque constructivo de la práctica de la educación matemática, escuchar puede tener otras importantes funciones intelectuales y afectivas. Por ejemplo, el desarrollo de la escucha del profesor puede ser un fuerte componente de '*una forma cuidadosa, receptiva y empática*' de tener una conversación profesor-estudiante (Smith, 2003). Así los estudiantes pueden sentirse respetados y valorados e internalizar esta actitud como un hábito que se incorpora a su repertorio de técnicas de aprendizaje y habilidades interpersonales.

'Escuchar' también conlleva desafíos y dificultades: en primer lugar, el peligro de mostrar los contenidos de modo '*empaquetado*', olvidando los procesos de aprendizaje que experimentamos durante nuestro propio aprendizaje del mismo contenido. Freudenthal (1983) describe cómo las fuentes del conocimiento pueden sustituirse por automatismos. Uno llega a dominar una actividad de tal modo que acaba olvidando los '*cómo*' y los '*porqués*' y ya no se los vuelve a preguntar más e incluso deja de entenderlos como una cuestión significativa y relevante. Similarmente a cómo se olvidan por completo las disputas históricas que ciertas nociones problemáticas levantaron (Sfard, 1994).

En segundo lugar, '*escuchar*' requiere una capacidad de descentramiento, de leer a través de las formas idiosincrásicas de expresarse y aprender a apreciar su lógica y potencial subyacente (Ball, 1993).

En tercer lugar, hay que considerar diferentes formas de '*escuchar*'. A veces nos engañamos creyendo que escuchamos, pero no lo hacemos en realidad. Podemos distinguir una forma '*evaluativa*' (David, 1997) de escucha, como opuesta a una '*escucha atenta*' como la define Smith (2003) siguiendo a David, en su escucha hermenéutica. La primera es la más común y consiste en escuchar mientras contrastamos con la respuesta correcta que se espera e implica medir la distancia que separa el presente estado de conocimiento del estudiante con el objetivo deseado, dando inmediata retroalimentación basada en la '*corrección*' y aplicando estrategias '*fijas*'. Para muchos profesores esa es la forma de entender la escucha. No obstante, esa forma de escuchar conlleva una forma de no hacer caso al pensamiento de los estudiantes, las fuentes de sus particulares ideas y su potencial como una fuente de conocimiento.

En cuarto lugar, consideramos que pueden aparecer dificultades todavía más sutiles: los inevitables prejuicios. Algunos investigadores han descrito el fenómeno de la '*minus-escucha*' (*underhearing*) o '*sobre-escucha*' (*overhearing*), como fenómenos que pueden atribuirse a las

restricciones bajo las que suelen trabajar los profesores o más fundamentalmente, a la incapacidad humana de reconstruir acertadamente el pensamiento del otro (Even & Wallach, 2004).

Por último, el máximo desafío es aprender a escuchar atentamente en vivo durante las interacciones en el aula, propia y productivamente. Puede ser una tarea de extrema exigencia practicar la escucha atenta a lo largo de las múltiples actividades educativas para las que son requeridos los profesores (Lampert, 2001).

El complejo proceso de escuchar está profundamente relacionado con una intrincada colección de concepciones profundamente enraizadas sobre el conocimiento, sobre los estudiantes, sobre el aprendizaje y sobre el papel del profesor. Uno no puede convertirse en un buen oyente a menos que esté genuinamente convencido (mucho más profundamente que en un nivel declarativo) que:

- *Los estudiantes dan sentido de formas idiosincráticamente sofisticadas.*
- *El aprendizaje es un proceso largo, tortuoso y multivariado en el que las interacciones sociales (especialmente aquellas entre el profesor y los estudiantes) deben respetar las ideas e incorporarlas en el proceso.*
- *El papel del profesor descansa fuertemente en establecer y nutrir los diálogos, lo que es central para continuar reestructurando el conocimiento” (Arcavi & Isoda, 2007: 127).*

➤ **Planificación de las actividades y actuación del profesor durante su desarrollo en el aula**

En otro orden de cosas, contemplamos la centralidad del papel del profesor en la planificación del aprendizaje y de las actividades de los estudiantes (Simon, 1997; Steinbring, 1998). Simon (1997) ilustra el papel central del profesor en designar una *‘hipotética trayectoria de aprendizaje’* que incluye los objetivos de aprendizaje, planes para las actividades de aprendizaje y una hipótesis del proceso, como hemos descrito en el Apartado 1. 1. 3. 2. 1. El papel del profesor consiste en adaptar la trayectoria de aprendizaje planificada al proceso real de aprendizaje que aparece en las interacciones con y de los estudiantes.

Los procesos seguidos por los estudiantes al realizar las actividades pueden tomar numerosos caminos y el profesor debe conocer posibles alternativas (Fennema, et al. (1989); Simon 1997; Fennema & Romberg 1999). El profesor debe ser consciente de la comprensión que los

estudiantes pueden obtener mediante la realización de estas actividades, con el fin de adaptar lo que ha planificado a la nueva situación de aprendizaje.

Una vez planteado el trabajo, el profesor puede actuar de muy diferentes formas. Robert & Rogalski (2005) nos describen posibles intervenciones que no se corresponderían con la tendencia investigativa:

- Toma el control inmediatamente o casi poco después, con algunos ejemplos específicos que muestran el camino a seguir. Todas las actividades son casi inmediatamente seguidas por intervenciones del profesor, proponiendo una serie de sub-tareas, que simplifican enormemente la actividad inicial y también la de los estudiantes.
- Da un brevísimo espacio para iniciar la búsqueda de una solución abierta.
- Permite a los estudiantes proponer un camino para encontrar la solución, siempre que no se desvíe mucho de su idea inicial.
- Propone, lo antes posible, la aplicación de una fórmula o una referencia de ejercicios previos.
- Sugiere procedimientos mixtos, procedentes de lo aprendido en clase y los específicos de la actividad.
- Se adapta a las reacciones de los alumnos, pero estas adaptaciones tienen que estar en el marco de las actividades que él ha establecido.
- Detecta un error debido, bien a un aprendizaje defectuoso de procedimientos previos, bien a un simple error de cálculo.
- Fragmenta nuevamente el trabajo propuesto y esto hace que los estudiantes solo usen el conocimiento parcial que la actividad requiere. Si aún así, los estudiantes no pueden manejarla, la simplifica aún más. Esto es particularmente cierto cuando se puede usar una fórmula y no deja que los estudiantes determinen los pasos sucesivos.
- Pide que se conteste la cuestión planteada de cómo resolver cada sub-tarea en el grupo-clase y, en particular, cómo usar la fórmula dada. Lo único que tienen que hacer por sí mismos son los cálculos que se preparan colectivamente con cuidado.

La fragmentación de las actividades en pequeñas y precisas sub-tareas contribuye a que el profesor dirija a los estudiantes a través de una ruta cognitiva predeterminada, así como permite que mantenga un fuerte control de la clase, a la vez, que rebaja considerablemente su nivel cognitivo.

“La clase de actividades que los estudiantes tienen que desarrollar se puede relacionar con la forma en que el profesor introduce una pregunta o una actividad, con el tiempo concedido a los alumnos y con la información que da el profesor” (Robert & Rogalski, 2005: 277).

El profesor quiere estar seguro de que el tiempo que da a los estudiantes se emplea en aprender el contenido que él ha establecido y que puede confiar en que se hará bien. Cuando los procesos de consecución de las actividades por parte de los estudiantes se refieren a los estudiantes considerados como gran grupo clase, hay dos indicadores significativos a tener en cuenta:

1. La forma en que el profesor reacciona a las contribuciones orales de los alumnos, desde sus asientos o desde la pizarra, es una oportunidad de compartir con la clase la actividad del estudiante que habla. De este modo toda la clase sigue el desarrollo de la actividad. Desde esta perspectiva, la fragmentación de las actividades es también una forma de conseguir que todos los alumnos estén haciendo la misma actividad.

2. El tipo de decisión que toma cuando afronta el error de un estudiante o una respuesta inesperada, también puede aportar luz sobre su tendencia didáctica.

La tabla I presenta ejemplos de las seis posibilidades de respuestas de los profesores a las contribuciones orales de los estudiantes que estas autoras señalan:

TABLA I: POSIBLES TIPOS DE RESPUESTAS DEL PROFESOR
- Repetición directa
Repetición de las palabras de los estudiantes
Repetición con un marcador simple
Repetición con marcadores, de acuerdos expresados y conclusiones de un ítem de un ejercicio
- Respuesta con un elemento de corrección
- Respuesta con una corrección implícita
- Respuesta con una corrección explícita

Fuente: Robert & Rogalski, 2005: 286

Como vemos, hay diferentes posibles reacciones del profesor a las contribuciones de los estudiantes: dejarles que desarrollen a su ritmo una propuesta, dejar que otros estudiantes reaccionen o bien, interactuar directamente con ellos. Abandonar algunas de las posturas que acabamos de describir, puede ir llevando al profesor hacia tendencias más innovadoras.

Ya nos hemos expresado largamente con anterioridad cómo consideramos que han de ser las preguntas del profesor y su actitud ante las aportaciones de los estudiantes en la tendencia investigativa, por lo que resumimos: comunicarse con los estudiantes en una forma de no juicio y animar a la participación de cada estudiante, requiere darles la oportunidad de explicarse completamente y de dar justificaciones o demostraciones orales y/o escritas. Escuchar cuidadosamente las ideas de los estudiantes y tomar decisiones apropiadas, implica mirar cuándo ofrecer información, cuándo clarificar u ofrecer un modelo, cuando liderar y cuándo dejar a los estudiantes luchar con sus dificultades.

Así mismo, favorecer la interacción estudiante-estudiante implica ayudarles a escucharse, responder, plantear cuestiones a los demás, de modo que puedan evaluar y, si es necesario, estar en desacuerdo o revisar las ideas y tomar completa responsabilidad para llegar a conjeturas matemáticas y/o conclusiones (Artzt & Armour-Thomas, 1999).

➤ **Cierre de los procesos de aprendizaje y construcción del conocimiento**

El conocimiento es un proceso creativo, en el que la persona construye los significados cuando se implica en el proceso de aprendizaje, es decir, el conocimiento se genera en la actividad del sujeto. También es un proceso compartido (Edwards & Mercer, 1987), en el que las personas realizan una construcción conjunta del conocimiento, negociando los significados y cooperando en dicha construcción. Es un proceso social e interactivo y lo que se aprende está determinado socialmente y depende de los escenarios en los que tiene lugar, en nuestro caso, el aula, con unas características específicas que lo diferencian de uno científico o cotidiano (Rodrigo & Cubero, 2000).

El papel del profesor, en este sentido, se refiere a cómo dirigir el proceso de negociación y el establecimiento de significados conjuntamente y qué tipo de preguntas ha de hacer para facilitar el pensamiento de los alumnos y hacerlo evolucionar, lo cual es fundamental en la construcción conjunta del conocimiento.

Por una parte, hemos de tener en cuenta que es difícil aprender a descubrir cuando la aportación de un alumno es relevante y tener la agilidad mental y la creatividad suficiente para responderle fomentando la expresión de sus ideas como base para que avance la discusión en la clase, así como para que esta discusión sea productiva matemáticamente (Sherin, 2002). También es difícil ser capaz de ir haciendo una síntesis de todas esas aportaciones que van haciendo los estudiantes en una puesta en común o en un debate y hacerlos subir a un nivel

superior, desde el nivel en el que están los alumnos, sin que se pierdan. Por otra parte, como el conocimiento se produce en la interacción, si esa interacción está orientada por un profesional, es mucho más rica. Los alumnos no suelen estar entrenados en detectar si lo que dice el compañero es igual que lo que dice él, si es más o menos significativo. En la actualidad, incluso a veces ponen en duda la autoridad del profesor, como resultado de la sociedad en la que viven, donde faltan figuras de autoridad moral. Por todo ello, hace falta una habilidad grande para controlar así el *'discurso'* de la clase y hay que tener un conocimiento muy profundo de la materia.

Trabajando de este modo, el profesor, al favorecer las interacciones entre los estudiantes para compartir sus aprendizajes, mediante el contraste y el debate entre las diferentes aportaciones, señalando las dudas de grupo, las discrepancias y coincidencias, organizando los acuerdos y, partiendo de ellos, elevando a un nivel superior el conocimiento expresado, contribuye de un modo relevante a su estructuración y socialización.

1. 2. 1. 7 PAPEL DEL ALUMNO

Pasando al papel que los alumnos juegan en el aula, consideramos que ha de ser activo, participativo y colaborativo, como resolutor de problemas significativos y relevantes y como constructor - reconstructor de su conocimiento. Esta visión del papel del alumno se corresponde con una epistemología relativista de la naturaleza de las matemáticas, es decir, con el carácter procesual, relativo y evolutivo del conocimiento (García Díaz, 2002).

Abundando en lo que acabamos de expresar, desde una perspectiva más claramente psicológica, necesitamos profundizar en la naturaleza del proceso de cambio del conocimiento. La idea de conocer como un proceso creativo, donde los significados son construidos, implica una concepción de las personas como agentes activos y responsables de su propio aprendizaje. El conocimiento se genera en la actividad del sujeto y, además, la actividad que determina la organización del conocimiento del estudiante está en función de dicha organización cognitiva, es decir, las estructuras de conocimiento y el conocimiento mismo se confunden en el proceso de construcción, asociado siempre a la resolución de problemas (Fournier, 1999; Rivero, 2003). Nuestra organización cognitiva condiciona la forma de procesar la información, de interpretar los hechos y la experiencia, de planificar la acción y de ver el mundo. A su vez, dicha organización se configura y evoluciona en la acción.

La importancia de dar protagonismo a los estudiantes está bastante admitida y los profesores están bien predispuestos a aplicarla en la práctica. Pero el profesor suele identificar protagonismo con activismo, es decir, trata de animar a los alumnos a hacer continuamente actividades, sin analizar en profundidad si esas actividades sirven o no para la elaboración compartida del saber (García Díaz, 2003).

De lo que se trata es de maximizar el potencial de las discusiones de los estudiantes entre sí, para su propio aprendizaje, en la clase de matemáticas (McNair, 2000), de que reorganicen sus ideas, construyan gradual y progresivamente el conocimiento, que participen en momentos de recapitulación y de reflexión sobre lo aprendido, que traten en profundidad los contenidos y no de forma apresurada, de modo que pueda contrastar estas ideas con sus iguales y con el profesor. De esta forma, podemos concebir el *'discurso'* en la clase de matemáticas como un puente entre lo individual y lo social (Kieran, 2001; Seeger, 2001). Así mismo, ha de poder transferir lo aprendido en un contexto concreto a otros contextos (García Díaz, 2003).

Por razones varias, el éxito en matemáticas puede ser una fuente de autoestima para los estudiantes. El sentimiento de que están progresando en una materia de *'alto estatus'*, especialmente si han fracasado en ella anteriormente, puede ser muy valioso para ellos. Más aún, una experiencia positiva en matemáticas puede mejorar el poder de su mente. Esta autoestima puede desarrollarse a través de:

- Respondiendo, usando y generando sus propias cuestiones.
- Ofreciendo desafíos y apoyo, en lugar de simplificar el trabajo.
- Animando a tomar riesgos, como crear sus propias hipótesis.
- Desarrollando la colaboración en el aula cuando trabajan en matemáticas.
- Reforzando la conciencia del aprendizaje realizado, por ejemplo, usando ejercicios prácticos de auto-evaluación.

Estos aspectos, relativos al papel facilitador que ha de jugar el profesor, pueden tener su correspondencia con ciertos criterios que suponen una concreción del papel del alumno en el aula y que podrían indicar posibles actuaciones positivas de los alumnos, a la vez que, de paso, contribuirían a favorecer también su propia auto-estima. Señalamos algunos a continuación:

- Ser responsable y auto-regular su propio aprendizaje.

- Ser activo en las sesiones, por ejemplo, participando en las discusiones, preguntando y respondiendo cuestiones, ofreciéndose voluntario para hacer las tareas, comunicando sus propios métodos de trabajo.
- Tener predisposición para compartir sus ideas con otros: profesor, sus iguales, la clase entera y esforzarse por expresarlas, oralmente y por escrito.
- Mostrar interés en las matemáticas, por ejemplo, implicándose positivamente en las actividades propuestas y trabajando en la ampliación de algunas de ellas.
- Tener predisposición y capacidad para implicarse en actividades rutinarias, no rutinarias y no familiares.
- Buscar y asegurar la coherencia entre las propuestas de las actividades y sus respuestas. Esperar que las matemáticas den sentido.
- Implicarse en el desarrollo de razonamientos y argumentaciones.
- Responsabilizarse de su propia auto-evaluación.
- Mostrar un comportamiento acorde con las normas del aula, previamente consensuadas por todos, y concentración en las actividades.

Por último, no debemos olvidar que los alumnos pueden considerar como objetivo aprender, o meramente a finalizar las actividades o únicamente adaptarse al medio. Algunos ven el silencio y la inactividad como un camino seguro de adaptación, tratando de pasar lo más desapercibidos posible. Aprender a auto-regular su aprendizaje puede ser enseñado o aprendido (Pape et al., 2003). Entonces, implicarse en matemáticas puede convertirse para muchos estudiantes en su propia recompensa. Esto es un importante cambio en su identidad en relación con la materia (Watson & De Geest, 2005).

1. 2. 2 LA EVALUACIÓN DE REFERENCIA

Un aspecto vital del proceso de enseñanza y aprendizaje es la evaluación. Se trata de conocer o regular en qué medida el alumnado ha alcanzado o se ha aproximado a los objetivos formulados (Azcárate & Castro, 2006; Cardeñoso, 2006). La evaluación es la fuente de datos que nos permite el contraste crítico y la posible modificación de las decisiones tomadas y en realidad, debe estar integrada en el propio proceso metodológico, aunque habitualmente se considera como un elemento separado (Azcárate, 1999a).

La evaluación estaría directamente relacionada con la actuación didáctica del docente siendo, en último término, la que condiciona el aprendizaje elaborado en la interacción educativa. Asimismo, al igual que para todos los aspectos metodológicos antes expuestos, la forma en la que se conciba la evaluación determinará un modo de entender los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Los procesos de evaluación se identifican en la enseñanza secundaria de matemáticas tradicional, predominantemente con los exámenes tradicionales y con la calificación y, por lo tanto, tenemos razones por las que deberíamos estar preocupados. En primer lugar, las diferentes características de los aprendices implican una sobre-confianza en una forma de evaluación que tiene desventajas para los estudiantes que tienen la capacidad de desplegar su conocimiento, habilidades y destrezas por otros métodos (Leder et al., 1999). Para acompañar un rango de estilos de aprendizaje y objetivos, sería necesario tener un amplio rango de métodos para reunir la información de evaluación (Stephens, 1987; Niss, 1999). En segundo lugar, en el dominio de los objetivos de la educación matemática, si no se usan otras modalidades, mediante la evaluación de simples muestras de objetivos, puede ocurrir que no se consiga medir el alcance de algunos otros objetivos de enseñanza, ya que, probablemente, unos se enfatizan mientras que otros no. Por lo tanto, los resultados darán ventaja a algunos estudiantes y desventaja a otros y no aportarán una imagen completa y ajustada de las habilidades matemáticas de los mismos (Stephens, 1988). La información de evaluación de un conjunto de objetivos no representativos, no puede extrapolarse al conjunto total de objetivos y así lo que hacen los estudiantes en los exámenes matemáticos tradicionales, no puede usarse para inferir habilidades matemáticas más generales (Stephens, 1988; QBSSS, 1992).

La preocupación por el énfasis actual en las habilidades contextualizadas y significativas y en los procesos de alto nivel cognitivo, está relacionada con los dos aspectos anteriores, es decir, si se evalúan con menor efectividad por la vía tradicional de los exámenes, que por medios alternativos, tales como la evaluación del portfolio (Simon & Forgette-Giroux, 2000), la observación del trabajo diario de los estudiantes en el aula, el cuaderno y/o el diario del alumno, su participación e implicación en las actividades escolares, etc. Aunque no es necesariamente verdad que los exámenes escritos están restringidos a destrezas rutinarias y son capaces de evaluar un rango amplio de capacidades matemáticas, si se establecen apropiadamente, desafortunadamente muchos de esos exámenes no están bien escritos y los exámenes tradicionales de matemáticas se centran típicamente en la repetición de los procedimientos aprendidos usando conjuntos pequeños de problemas (Firestone et al., 2000).

Incluso aunque los exámenes tradicionales de matemáticas evalúen eficazmente aspectos de las matemáticas que pueden ser examinados de un modo directo, aunque ambiguo, a través de la representación de los estudiantes de las destrezas rutinarias y los algoritmos (Clarke & Lovitt, 1987; Stephens, 1988; Grimison, 1992), hay necesidad de explorar métodos alternativos de evaluar otros objetivos de enseñanza.

Por una parte, la confianza en los exámenes de matemáticas tradicionales se justifica en base a maximizar la confiabilidad y asegurar la posibilidad de comparación, pero esto se ha hecho a veces a expensas de la validez (Lacey & Lawton, 1981; Clarke, 1996). Por otra parte, se ha dejado mucha responsabilidad de la evaluación en manos de la escuela, con el fin de permitir el uso de tales métodos de exámenes alternativos, pero este gesto parece haberse malinterpretado, con el resultado de que la escuela sigue usando, con mucha más frecuencia, los exámenes de matemáticas tradicionales. Una explicación que se sugiere es que, con el fin de proteger el alto estatus concedido a las matemáticas en nuestra sociedad, los profesores de matemáticas se oponen a la idea de usar técnicas alternativas de evaluación (Clarke, 1987). Esta explicación puede también estar relacionada con la medida en que las matemáticas se perciben como objetivamente evaluables, con una afirmación implícita de que la razón numérica contiene juicios elaborados que permanecen invisibles (Delandshere & Petrosky, 1998). Otra posible explicación está relacionada, bien con la indiferencia de los profesores, dada la falta de cualquier imperativo para cambiar sus prácticas de evaluación, bien con los conocimientos y concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas que se tienen profundamente incorporados (Firestone et al., 2000).

La razón más influyente que sugieren anteriores investigaciones para la resistencia o la indiferencia de los profesores hacia formas alternativas de evaluación es que, aunque la información de evaluación tomada informalmente da forma a las opiniones de los profesores sobre la competencia de los estudiantes, tal información se considera como altamente subjetiva (Watson, 2000). No obstante, otras investigaciones corroboran que las opiniones definitivas de los profesores sobre sus estudiantes, formuladas de este modo, tienden a ser muy precisas y la evaluación tradicional, a menudo, no hace mucho más que legitimar y cuantificar la evaluación hecha a través de medios alternativos, durante el contacto más extenso que se produce en el aula (Clarke, 1987). Hoge & Coladarci (1989), revisan los resultados de 16 estudios de evaluación, mostrando que hay una fuerte correspondencia entre los juicios de los profesores y las notas de los estudiantes mediante los exámenes, lo cual

contradice la preocupación común de que los juicios de los profesores no están contrastados y no son fidedignos, sino que, en cambio, parece que hay poca base para esta preocupación.

Cuando hay discrepancias entre la evaluación tradicional y alternativa, puede atribuirse frecuentemente a una representación atípica de los estudiantes y los profesores a menudo pasan notas de acuerdo con su evaluación informal de los estudiantes (Clarke, 1987). Es la falta de estructura en tal evaluación informal y el hecho de que no sea recogida sistemáticamente lo que probablemente lleva a su falta de estatus de acuerdo con las notas de los exámenes tradicionales (Clarke, 1987; Niss, 1993). La asignación de números a las medidas conducidas por los exámenes para tratar de medir los logros, ha dominado la evaluación educativa a lo largo del siglo XX (y parece ser que de esta primera década del XXI) usando notas para hacer juicios sobre la calidad del trabajo de los estudiantes. La nota numérica hace, por supuesto, más fácil utilizar un ranking de los estudiantes, un proceso preferido por las universidades y las empresas, como criterio de selección (Findlay, 1987), lo cual puede ser otra razón para mantener el estatus quo. Es más, a medida que avanzan los cursos, cada vez hay más evaluaciones, especialmente en Educación Secundaria y una evaluación externa al final del Bachillerato, para los que quieren acceder a la Universidad.

Podrían esperarse implicaciones sobre un uso más frecuente de métodos alternativos de evaluación en el caso de los profesores más jóvenes (Watt, 2005). También se puede esperar que el número de años de experiencia de enseñanza estará relacionado con la actitud hacia las evaluaciones alternativas, como resultado de las diferencias en la formación inicial de los profesores, considerando que los profesores graduados más recientemente (los que nosotros consideramos profesores noveles) habrán sido evaluados más frecuentemente con modos alternativos de evaluación y, por lo tanto, ser más receptivos a su uso. Esto no puede aplicarse en el caso español, al menos en la Educación Secundaria, ya que en la formación inicial del profesorado de matemáticas de dicha Etapa, no puede afirmarse que, hasta ahora, hayan sido usualmente evaluados por métodos alternativos.

Para concretar otras posibilidades, hacemos a continuación una enumeración de posibles métodos alternativos (Watt, 2005: 26):

- 1. Actividades orales donde los estudiantes dan respuestas cortas, presentaciones y debates*
- 2. Actividades prácticas donde los estudiantes usan instrumentos para aplicar o deducir principios matemáticos*

3. *La observación de los estudiantes por el profesor, mediante actividades estructuradas o no estructuradas y la evaluación de la calidad de la implicación del estudiante en la tarea*

4. *Diarios del estudiante donde guardan informes reflexivos sobre sus aprendizajes matemáticos y sus procesos de comprensión, desde los cuales puede explorar el evaluador la calidad de su implicación en las tareas y el desarrollo de las mismas*

5. *La auto-evaluación de los estudiantes con sus juicios de la calidad de su propia calidad de comprensión y progreso y la de sus iguales*

6. *Implicar a los padres en el proceso de la evaluación, pidiéndoles que observen, reflexionen y evalúen la comprensión matemática y el progreso de sus hijos (Watt, 2005: 26).*

Otra cuestión a tener en cuenta y que procede de la legislación vigente, es que la evaluación ha de concebirse como un proceso continuo, mientras que los exámenes son hitos puntuales, más o menos espaciados según el criterio de cada profesor. Conviene, además, por claras razones, ampliar el tipo de mediciones, como considerábamos anteriormente, diversificar los instrumentos de evaluación, enfatizando los procesos de aprendizaje, más que los resultados, y poner en juego la auto-evaluación de los alumnos, así como la de sus colegas.

Podemos considerar también que la evaluación no puede reducirse a la comprobación de los resultados del aprendizaje del alumno, sino que han de estar presentes todos los aspectos implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje - planificación, actividades, recursos, papel del profesor y del alumno - así como la investigación del grado de ajuste entre las hipótesis curriculares del profesor, el aprendizaje de los alumnos y la dinámica del aula. La finalidad de la evaluación es conocer para mejorar y para ello se han de utilizar una gran diversidad de técnicas que ofrezcan información descriptiva del desarrollo del proceso. El profesor, además, tiene que reflexionar sobre la acción realizada y actuar en consecuencia.

1.3 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

A lo largo de la presentación de nuestro marco teórico nos hemos ido apoyando en numerosas investigaciones, citadas en su momento y hemos construido nuestro propio discurso a partir de ellas y de nuestro propio conocimiento profesional, fruto de una larga experiencia docente en Educación Secundaria, de la participación en numerosos programas de formación y encuentros profesionales para profesores y en la también larga dedicación a la formación de profesores, en general y de profesorado novel, en particular. No obstante, queremos dedicar

un Apartado a resaltar aquellas investigaciones que están más directamente relacionadas con el estudio realizado, aportándonos sus resultados sobre los problemas que nos planteamos, para valorar después si nuestro estudio refuerza, complementa o contradice lo ya investigado.

1. 3. 1 ALGUNAS INVESTIGACIONES CENTRADAS EN LAS CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DEL PROFESORADO NOVEL

El profesorado novel, al no tener aún experiencia profesional propia, construye su visión de la profesión a partir de sus vivencias como alumno, tomando como modelos de referencia a algunos de sus profesores, tanto de Bachillerato como de la Facultad. Este hecho está corroborado, por ejemplo, por la investigación de Simmons y su equipo (1999), llevada a cabo en paralelo por varias universidades durante tres años, con profesorado novel de Secundaria de Ciencias y Matemáticas, desde la perspectiva de una investigación colaborativa. El estudio giró en torno a la siguiente cuestión general: *“¿Cuáles son las percepciones, creencias y actuaciones de aula de los profesores noveles de secundaria en relación con su filosofía de enseñanza y sus competencias de contenido pedagógico?”*

Los investigadores partían de la hipótesis de que el profesorado novel generalmente traslada su experiencia como alumno, configurando una visión única que considera característica de una buena práctica, definiendo su filosofía de enseñanza como algo basado en la experiencia, que es lo que realmente conforma sus creencias. Éstas, a menudo, se revelan a través de las metáforas que utilizan para describir su actuación en el aula. En este estudio, partían de una perspectiva constructivista del conocimiento y del desarrollo humano, considerando el lenguaje como el medio con el que el grupo de profesores e investigadores intercambiaban, negociaban y construían significado.

Del estudio se extrajeron imágenes sobre los estilos de enseñanza que describían los profesores o se detectaban a través de las observaciones de aula, caracterizándose tres estilos de enseñanza: el centrado en el profesor, el centrado en el conocimiento y el centrado en el alumno.

Como resultados, el trabajo mostró que a lo largo de los tres años, no se percibieron cambios en la comprensión del contenido, pero sí en su filosofía de enseñanza y en sus creencias sobre su papel en la práctica. Verbalmente, el sistema de creencias era coherente con el estilo de

enseñanza '*centrado en el alumno*', pero en las observaciones de aula se iba percibiendo, hacia el tercer año de estudio, una tendencia a la separación de ese estilo hacia otro centrado en el profesor, abandonando la idea del alumno como protagonista, debido a la influencia de la cultura profesional dominante en la escuela y a la necesidad de control de lo que pasa en el aula. Al principio se consideraban más idealistas pero la '*realidad*' les hacía aterrizar, tendiendo a estilos de enseñanza que reflejasen un mayor dominio del aula.

De los datos recogidos en la investigación se deduce que el cambio en las acciones de los profesores, especialmente hacia procesos de enseñanza más centrados en el alumno y con un estilo investigativo, son bastante complejos y nada inmediatos. Estos cambios requieren que los profesores reflexionen y adopten diferentes conocimientos, pensamientos y prácticas docentes, que les permitan observar y analizar la realidad de sus aulas con nuevas perspectivas. Que intercambien información y contrasten sus ideas con otros para cambiar y evolucionar.

La investigación de Patterson (2002) se sitúa en parámetros similares, analizando el impacto de un programa de formación para profesorado novel sobre tres de sus participantes de Ciencias de Secundaria. El objetivo del programa era, por una parte, construir vínculos entre sus experiencias de formación previa y las oportunidades que les ofrecía la actuación en el contexto de la educación tradicional y, por otra parte, facilitar el apoyo necesario mediante una metodología investigativa, que promovía la reflexión de los profesores sobre sus experiencias de enseñanza.

El estudio describía las creencias de estos profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje y exploraba cómo se desarrollaban estas concepciones durante el programa, mediante la observación de sus prácticas de enseñanza, así como el de cada profesor en función de las ideas y el contexto de cada uno, a partir de los estudios de caso. De sus conclusiones, destacamos que el desarrollo de las creencias sobre los procesos de enseñanza aprendizaje varía en los distintos casos. La diferencia del grado de impacto del programa en cada profesor podría explicarse, en parte, por las creencias que los profesores traen al programa, pero también por el contexto donde cada uno trabaja.

Así mismo, el estudio de Roehrig (2002) es complementario del anterior, pues se refiere al mismo programa, contemplando otros aspectos, tales como la necesidad de diversificar los apoyos ante un profesorado diverso y de orientar la integración del contenido científico y pedagógico que este profesorado necesita. Pero su objeto de estudio sigue siendo el impacto

de estos programas en las prácticas y creencias de un grupo de profesores de Ciencias en su primer año de experiencia, procedentes de diferentes programas de preparación.

La investigación de Cuesta (2003) pone el foco de atención en una actividad formativa dirigida al profesorado novel de ciencias en sus dos primeros años de ejercicio docente. En ella participaron cuatro profesores de biología y geología, seis profesores de matemáticas y ocho profesores de física y química. De las muchas cuestiones que se plantea esta investigadora, una de las más relacionadas con nuestro propio estudio, es:

- *“¿Cuáles son las concepciones docentes, los hábitos metodológicos, las actitudes hacia la docencia del profesorado participante? ¿Cuáles son las preocupaciones docentes del profesorado participante?”*

En primer lugar, Cuesta (2003) se refiere a las características del pensamiento pedagógico del profesorado, señalando su preocupación instructiva, es decir, cómo cumplir el programa de enseñanza y hacerlo en las mejores condiciones. El profesor novel cree que el aprendizaje depende fundamentalmente del alumnado, de su capacidad e interés, resolviendo los problemas docentes en su actitud, comportamiento y capacidades. Su concepción de docentes, la responsabilidad que conlleva y las actuaciones en que se concreta, se centran fundamentalmente en torno a transmitir, controlar, corregir y calificar.

En segundo lugar, la autora contempla los factores que facilitan el cambio, considerando la etapa de novel como muy propicia a ello, debido a que, por primera vez, se enfrentan a problemas reales en la práctica:

“Consideramos que el profesorado novel comparte con el profesorado en formación inicial un sistema de ideas arraigado y cohesionado, fruto de su experiencia escolar, pero existe también entre ambos colectivos una diferencia fundamental: el profesorado novel cuenta con una práctica profesional que le plantea problemas prácticos reales a los que sus referentes no dan respuesta. La posibilidad de reconocer y sentir como problemas las situaciones que les presenta su práctica es un aspecto fundamental para ‘resquebrajar’ y plantear desequilibrios y rupturas en su sistema de ideas y prácticas” (Cuesta, 2003: 461).

Sus concepciones están muy cerca de las del estudiante para profesor, puesto que aún no ha tenido tiempo de adquirir experiencia. Pero los problemas de la práctica sirven de acicate para un aprovechamiento mucho mayor de la formación en este momento.

En tercer lugar, la autora refleja algunos obstáculos que interfieren en el cambio de estos profesores, señalando resistencias derivadas de la propia inseguridad como docentes inexpertos, el miedo a perder el ‘control’ de la clase, a salirse del camino seguro recorrido por

sus propios profesores (que han configurado sus esquemas de pensamiento y acción) y de los actuales colegas que comparten la enseñanza en su centro, su concepción sobre la naturaleza absolutista del conocimiento, sobre el papel sancionador de la evaluación, etc.

Las conclusiones de su estudio en estos aspectos, (recogidas más ampliamente en el Apartado 1. 1. 1. 2) son muy similares a los resultados de la investigación que hizo nuestro propio equipo (Solís et al., 2002) en otra actividad formativa. Las conclusiones del Proyecto más cercanas a nuestra investigación, corroboradas en años sucesivos por esta investigadora (Rodríguez, 2003a, b, 2005; Rodríguez et al., 2006 a, b; Azcárate, et al., 2007; Rodríguez, 2007), se han expuesto en el Apartado 1. 1. 1. 2.

Tanto Cuesta (2003) como Solís y sus colaboradores (2002) subrayan, así mismo, las condiciones laborales y de incertidumbre en las que estos profesores comienzan su andadura, no idóneas en absoluto, tanto para atender las complejas demandas educativas como para favorecer su propio desarrollo profesional.

1. 3. 2 ESTUDIOS SOBRE RELACIONES ENTRE CONCEPCIONES DE LOS PROFESORES Y SU PRÁCTICA

Artzt & Armour-Thomas (1999) presentan un estudio, dentro de la perspectiva cognitiva, en el que, más allá del comportamiento de los profesores, estudian sus cogniciones y ponen el acento en la importancia de la reflexión sobre la práctica para el desarrollo profesional del profesor.

El trabajo exploratorio de estas autoras indica que la naturaleza de la práctica varía a menudo durante diferentes segmentos de la lección, lo que aporta una justificación para diseñar un marco teórico que permita dividir la lección en fases temporales.

Para el estudio de las tres dimensiones antes señaladas, las autoras se plantean unas mismas cuestiones que guíen la investigación:

- a) ¿Cómo seleccionan y estructuran los profesores las tareas de forma que promuevan aprendizaje con significado?
- b) ¿Cómo crean los profesores un clima de aula de forma que promuevan aprendizaje con significado?

c) ¿Cómo facilitan los profesores conversaciones entre los estudiantes en el aula de forma que promuevan aprendizaje con significado?

Las *'tareas'* pueden aportar oportunidades a los aprendices de conectar su conocimiento a nueva información y construirlo mediante una implicación activa en la resolución de problemas significativos. Los conceptos se introducen y discuten con los estudiantes tomando decisiones sobre las tareas que promuevan aprendizaje con significado. Además, pueden considerarse otros atributos de las tareas para que surjan y se sostenga la atención de los estudiantes a lo largo del tiempo. Los que resaltan las autoras para su estudio son: *estrategias de motivación, niveles de dificultad / secuencia y formas de representación*. Todos estos aspectos están incluidos en nuestro estudio metodológico, aunque con una estructuración distinta.

El *'clima de aprendizaje'* puede aportar un contexto o ambiente en el que los estudiantes puedan explorar e intercambiar ideas. Estas condiciones contribuyen a que ellos tengan actitudes positivas hacia las matemáticas y en su nivel de implicación en las investigaciones matemáticas (NCTM, 1991a; Chapin & Eastman, 1996). Los atributos que resaltan las autoras para su estudio son: *clima social/intelectual, modos de instrucción/ritmo y rutinas*. También estos aspectos están incluidos en nuestro estudio metodológico, con distinta estructuración.

El *'discurso'* puede aportar oportunidades a los aprendices de compartir experiencias que los capacite para darse cuenta de las relaciones de interés, para justificar las relaciones observadas y les permite asumir la responsabilidad de resolver problemas. Los investigadores dan gran importancia a las tareas y a la interacción verbal en el aula que probablemente influye en las representaciones que forman los estudiantes y las conexiones que hacen (Mack, 1990; Behr et al., 1992). El *'discurso'* describe el intercambio verbal entre los miembros de la comunidad del aula: profesores y alumnos. Los atributos que resaltan las autoras para su estudio son: *las interacciones profesor-alumno y las preguntas*, así mismo contempladas en nuestro trabajo.

Como base para la creación del modelo las autoras han examinado las cogniciones y prácticas de siete profesores con experiencia y siete estudiantes de profesor de matemáticas de educación secundaria. Los datos se han obtenido mediante observaciones, la planificación de las lecciones, grabaciones de audio y vídeo y entrevistas estructuradas, durante un semestre.

Las autoras de esta investigación ofrecen los resultados en tres apartados, habiendo agrupado a los profesores observados en tres Grupos, X, Y, Z, según el tipo de cogniciones y práctica observadas. Dentro de los componentes de cada grupo, eligen una persona como ejemplo concreto de sus cogniciones y prácticas.

Sólo en el Grupo Y los profesores que aparecen son todos estudiantes para profesor y por ello, resumimos los resultados correspondientes al mismo. De estos profesores, las autoras han elegido a Ellen, que en cierto modo los representa. Ella expresó, en la fase *Pre-activa* solamente objetivos procedimentales y su deseo de cubrir el contenido. Reveló únicamente un conocimiento vago y general sobre los estudiantes, el contenido matemático y la pedagogía relacionada. Habló del contenido aisladamente y de estrategias para conseguir ganar tiempo para cubrir el contenido. En la fase *Post-activa* ha mostrado coherencia con los objetivos de la primera Fase, al notificar que los alumnos no han cubierto todo el contenido y quejándose del comportamiento de los alumnos.

En la fase *Interactiva*, sus secuencias se caracterizan por ser ilógicas, demasiado fáciles o difíciles. Tanto la organización del contenido como las herramientas utilizadas enmascaran la claridad de los conceptos. Las rutinas, combinadas con el ritmo que es demasiado rápido o demasiado lento, contribuyen a la creación de una atmósfera tensa y enrarecida en la que muchos estudiantes parecen desconectados de la tarea. Las interacciones verbales durante la lección reflejan las cogniciones de la profesora, evidenciándose en la naturaleza del discurso. Todas las preguntas de Ellen son de bajo nivel, liderando el tiempo de espera que la mayor parte de las veces es inadecuado. No requiere que los alumnos den explicaciones de sus respuestas, ni anima a la interacción entre ellos, sino que juzga sus respuestas. Ninguno de los profesores del grupo Y hace desviaciones respecto de su plan original, a pesar de la confusión mostrada por los estudiantes durante la lección.

La práctica de enseñanza y las cogniciones de los profesores del Grupo X, ejemplifican en muchas formas el desarrollo profesional de estos profesores más allá de la '*etapa inicial*' de enseñanza. En sus clases hay intercambios verbales ricos entre los estudiantes y entre estos y el profesor. Los profesores se implican en un seguimiento intensivo de dichas interacciones verbales y del comportamiento de los estudiantes durante sus sesiones de clase. Este cercano seguimiento está relacionado con sus rigurosos juicios posteriores a la lección relacionados con el cumplimiento de sus objetivos de enseñanza, que los estudiantes aprendan comprendiendo y sean buenos resolutores de problemas, lo que es similar al comportamiento

de los profesores expertos (Silver, 1985; Leinhardt & Greeno, 1986; Schoenfeld, 1987; Livingston & Borko, 1990). En nuestro estudio los relacionaríamos con profesores de tendencia investigativa. Es importante subrayar que uno de los profesores del Grupo X, con estas competencias, asociadas generalmente a la experiencia, es solo estudiante para profesor. Esto es, aunque la experiencia juega un rol importante en el desarrollo del profesor, es posible que un principiante enseñe con los alumnos como foco de su enseñanza.

En contraste, la práctica de enseñanza y las cogniciones de los profesores del Grupo Y, en el mejor de los casos, parece de la *'etapa inicial'* del desarrollo profesional, caracterizada por una enseñanza tradicional, donde el profesor está dirigido por la creencia de que los estudiantes aprenden mejor recibiendo información clara transmitida por un profesor con gran conocimiento (Goldsmith & Shifter, 1997). No nos extendemos en los resultados y análisis del Grupo Z, mezcla de ambos, del que sólo queremos destacar que es en el que más incoherencias aparecen entre las cogniciones y la práctica.

1. 3. 2. 1 ALGUNOS EJEMPLOS DE RELACIONES ENTRE LAS CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE

Otros autores, como Potari & Georgiadou–Kabouridis (2008) se plantean cómo utilizar el conocimiento profesional para ser capaces de tomar decisiones sobre la enseñanza a partir de sus ideas sobre el aprendizaje, agrupando las creencias de los profesores en cuatro niveles:

- *“Nivel A: Los profesores en esta categoría creen que los estudiantes aprenden mejor cuando les cuentan cómo hacer matemáticas.*
- *Nivel B: Los profesores en esta categoría empiezan a cuestionarse la idea de que los estudiantes necesitan que les muestren cómo hacer matemáticas, pero tienen conflicto con estas creencias.*
- *Nivel C: Los profesores piensan que los estudiantes podrían aprender matemáticas cuando resuelven muchos problemas y discuten sus soluciones.*
- *Nivel D: Las creencias de los profesores en esta categoría están caracterizadas por la aceptación de la idea de que los estudiantes pueden resolver problemas sin instrucción directa y que el currículo de matemáticas debería estar basado en las habilidades de los alumnos”* (Fennema et al., 1996: 423, citado en Potari & Georgiadou–Kabouridis, 2008: 72).

Esta concreción de creencias, puede contribuir también a enriquecer nuestro propio análisis. Beswick (2007) nos presenta algunas características observables de las clases, relativamente independientes del enfoque pedagógico utilizado, pero coherentes, en aquellos aspectos que el profesor necesita identificar, con un punto de vista constructivista del aprendizaje. Esto

implica el estudio de las creencias que emergen de la observación de las interacciones en el aula, es decir, el *'clima del aula'* refiriéndonos a la situación (*'milieu'*) social y psicológica del aula (Beswick, 2007; Fraser, 1991). Algunas de estas características que presenta son:

- *“Poner el foco de atención en los estudiantes: sus necesidades, sus antecedentes, sus intereses y, particularmente, los contenidos matemáticos comprendidos (Pirie & Kieren, 1992; Richardson, 2003; Simon, 2000; Taylor et al., 1993).*
- *Facilitación de diálogo de modo que pueda negociarse el intercambio de las matemáticas relevantes entendidas (Pirie & Kieren, 1992; Richardson, 2003; Simon, 2000; Taylor et al., 1993).*
- *Un factor importante en este tipo de consideración es la existencia de normas sociales que incluyen pedir a los estudiantes que justifiquen sus ideas (Pirie & Kieren, 1992; Simon, 2000).*
- *El uso a propósito de tareas, materiales, cuestiones o información para estimular la reflexión y la posible reestructuración de lo que los estudiantes han comprendido (Pirie & Kieren, 1992; Richardson, 2003; Simon, 2000)” (Beswick, 2007: 98).*

Otro ejemplo más de la estrecha relación existente entre las concepciones de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje nos las ofrecen Barkatsas & Malone (2005: 206):

“Mi propia noción sobre la estructura conceptual de las Matemáticas como asignatura era que tenían que ser enseñadas de forma lineal. En otras palabras, que los conceptos más básicos hay que enseñarlos y aprenderlos antes que otros más difíciles. Esto limitaba el rango de mis prácticas, lo que servía y reafirmaba la naturaleza académica de la asignatura. Creía que los niños necesitaban una estructura, pero me cuestionaba su habilidad para crear estas estructuras por sí mismos”.

Numerosos investigadores han propuesto otros esquemas de categorización. Por ejemplo, Skott (2001) propuso el de Imágenes de las Matemáticas Escolares (School Mathematics Images) como un constructo para capturar las creencias de los profesores relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje, las cuales implican prioridades idiosincráticas en relación con las matemáticas, como materia escolar, y su enseñanza y aprendizaje en la escuela. Otros investigadores aseguran que categorías individuales o más amplias fracasan por falta de poder explicativo para la práctica de los profesores, necesitando *'colecciones de creencias'* particulares y específicas para cada contexto (Aguirre & Speer, 1999; Speer, 2000, 2001).

1. 3. 2. 2 RELACIONES ENTRE CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE UN CONTENIDO CONCRETO Y LA PRÁCTICA

Los estudios de Agudelo-Valderrama (2006, 2008) y sus colaboradores (Agudelo-Valderrama, Clarke & Bishop, 2007) se centran en la relación entre las concepciones sobre el inicio del

álgebra de profesores de matemáticas colombianos y sus concepciones sobre sus propias prácticas de enseñanza. Se explora la comprensión de estos profesores sobre sus prácticas de enseñanza con la mirada puesta sobre sus concepciones hacia el cambio de su enseñanza, aportando oportunidades de exponer el poderoso rol que los factores institucionales y sociales juegan en sus concepciones sobre sus prácticas. El grado que los profesores atribuyen a estos factores externos como razones cruciales de lo que hacen en su enseñanza, son la base de las tres categorías que estos investigadores utilizan en su estudio como determinantes más importantes de sus prácticas de enseñanza.

Los participantes, en principio fueron trece profesores de Educación Secundaria, de los que se seleccionaron nueve, los cuales enseñaban en seis centros de secundaria diferentes, unos estatales y otros privados. De estos nueve profesores, los investigadores presentan cinco estudios de caso en función de la variedad de concepciones registradas en los estudios. De estos cinco profesores, dos eran noveles (con dos y tres años de experiencia docente) y tres tenían más experiencia profesional. Los datos se recogieron en dos fases: en la primera, mediante dos cuestionarios a todos y en la segunda, mediante la observación de clases, análisis de materiales didácticos, entrevistas y una sesión de grupo. Aunque el objetivo principal era la detección de concepciones en torno al inicio del álgebra, también esta investigación tiene una parte común con la nuestra en lo que se refiere a las prácticas de enseñanza. Los resultados son particularmente relevantes para comprender la estabilidad de sus concepciones.

En sus conclusiones, estos investigadores muestran cómo las concepciones de estos cinco profesores sobre la naturaleza del inicio del álgebra sustentan sus concepciones sobre los determinantes cruciales de sus prácticas de enseñanza, dividiendo al grupo en dos partes: Pablo, un novel en su segundo año de ejercicio, que considera que este aprendizaje se produce internamente, mientras que los otros cuatro profesores consideran que el aprendizaje del álgebra se produce externamente.

Para Pablo, los estudiantes necesitan crear significado en su trabajo matemático y se siente capaz de diseñar y organizar situaciones en el aula con este propósito, es decir, se considera con alta auto-eficacia. Él cree que sus conocimientos y disposiciones son cruciales determinantes de la enseñanza que trata de aplicar (control interno). Por el contrario, para los otros cuatro profesores, el conocimiento pasa del profesor y/o el libro a los estudiantes. Si éstos no aprenden es porque les falta motivación o conocimientos previos y estos profesores

no pueden hacer más en estas circunstancias, es decir, se consideran con baja auto-eficacia. Lo que es más, los determinantes de su enseñanza son externos y se relacionan con el comportamiento de los estudiantes (control externo). Presentamos sus resultados, en este sentido, en el siguiente Cuadro:

UN RESUMEN SIGNIFICATIVO DEL PROPÓSITO CENTRAL DE ENSEÑANZA DE LOS PROFESORES, SU ESTILO DE ENSEÑANZA Y DE SUS PRÁCTICAS DE EVALUACIÓN					
	PABLO	NORA	LUIS	ALEX	PACHO
PROPÓSITO CENTRAL DE ENSEÑANZA	Ayudar a los alumnos a ver la ‘razón de ser’ de lo que están aprendiendo.	Promover el desarrollo con fluidez en la manipulación de expresiones simbólicas.	Preparar a los alumnos para siguiente nivel.	Preparar a los alumnos para siguiente nivel.	Preparar a los alumnos para siguiente nivel.
ESTILO CENTRAL DE ENSEÑANZA	Promover conexiones entre los conceptos a través de actividades basadas en problemas.	Dar explicaciones claras de las reglas de los procedimientos a seguir.	Explicar los pasos a seguir en una lista de ejercicios basados en reglas.	Explicar las reglas de manipulación que necesitan para resolver los ejercicios del libro de texto.	Dar explicaciones claras, con los mayores detalles, de los procedimientos a seguir.
FORMAS CENTRALES DE EVALUACIÓN	Haciendo un seguimiento continuo del trabajo de los alumnos.	Frecuentes concursos de preguntas.	Frecuentes concursos de preguntas.	Frecuentes concursos de preguntas.	Frecuentes concursos de preguntas y cuestiones orales.

Fuente: Agudelo-Valderrama (2008:44)

Existe una asociación directa entre el conocimiento de estos profesores (o sus ‘*modos de conocer*’ el inicio del álgebra) y su actitud de cambio ante el ‘*qué*’ y el ‘*cómo*’ de su enseñanza del tópico. Los investigadores tienen la intención de representar en un modelo básico las interrelaciones entre las concepciones de la naturaleza del inicio del álgebra, sus concepciones sobre los determinantes cruciales de sus prácticas de enseñanza y sus actitudes ante el cambio, incluyendo implicaciones específicas sobre la investigación de las concepciones de los profesores y sobre programas de formación en educación matemática.

Para ilustrar la estrecha relación entre las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones en la enseñanza y el aprendizaje, ponemos otro ejemplo, en el que Zangeneh & Gooya (1995) se refieren a algunos aspectos del modo en que los profesores veteranos iraníes afrontan la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, en estrecha relación con su visión platónica de la materia, de las que señalamos solamente algunas:

- *Enfoque tradicional abstracto de la Geometría e incoherencia con las necesidades de los estudiantes*
- *Énfasis en la Geometría desde una única perspectiva.*
- *Desconexión de la Geometría del mundo real.*
- *Desconexión de la Geometría de otras ramas de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria.*
- (Gooya & Zangeneh, 2005, citado en Gooya, 2007: 334).

En cambio, cuando se refieren a algunos aspectos que los profesores iraníes habrían de incorporar a la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría, en estrecha relación con una visión abierta e investigativa de la materia, los mismos autores señalan:

- *“Aproximarse a la Geometría desde múltiples perspectivas.*
- *Usar situaciones de la vida real para desarrollar los conceptos geométricos.*
- *Usar aplicaciones de la vida diaria para motivar a los estudiantes a aprender Geometría.*
- *Aportar enfoques experimentales de algunos temas.*
- *Enfatizar la modelización de aspectos de la Geometría.*
- *Aportar un amplio rango de actividades diferentes para la enseñanza de estrategias de resolución de problemas.*
- *Creando oportunidades para los estudiantes de aprender a razonar inductiva y deductivamente y a darse cuenta de que hay varias clases de razonamiento”* (Gooya & Zangeneh, 2005, citado en Gooya, 2007: 334).

Recogemos a continuación otro ejemplo procedente de la investigación de Beswick (2007) sobre las creencias de un profesor, Jim, observado por Beswick (2007), referido tanto a la naturaleza de las matemáticas como al aprendizaje de los estudiantes. Jim articula un punto de vista coherente con la resolución de problemas de matemáticas y las creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Las observaciones de sus clases apoyan todo lo que había declarado:

1. *“Las matemáticas están relacionadas con conectar ideas y darles sentido”, más allá de las matemáticas escolares. Es una disciplina amplia, compleja y que se expande: muy estructurada en un nivel, pero más allá de cualquier marco teórico concebible, por otro, a la vez que contiene aspectos paradójicos posiblemente irresolubles.*
2. *“Las matemáticas, definidas de este modo, son divertidas”. Profesor y estudiantes pueden disfrutar juntos cuando se implican en un problema genuino del que ninguno de ellos conoce la respuesta.*
3. *“El aprendizaje de los estudiantes es impredecible”.*
4. *“Todos los estudiantes pueden aprender matemáticas”*

5. “Los profesores tienen la responsabilidad profesional de dedicarse a su continuo aprendizaje” (Beswick, 2007: 108).

1. 3. 3 ESTUDIOS SOBRE EL DESARROLLO PROFESIONAL DESDE LA PRÁCTICA

Simon, Tzurt y otros colaboradores afirman que desde el análisis de la práctica del profesor, que hemos estudiado entre las perspectivas cognitivas, se pueden obtener múltiples implicaciones en la mejora de su desarrollo profesional (Simon et. al., 2000; Tzurt et. al., 2001). Estos investigadores identifican distintas ‘*perspectivas del profesor*’ en su práctica, es decir, constructos elaborados desde los datos obtenidos sobre las concepciones del profesor que explican su práctica (Heinz et. al., 2000; Tzurt et. al., 2001). Desde su punto de vista, la formación de profesores ha de ir evolucionando desde una perspectiva tradicional (o donde se encuentre cada docente) a otra basada en las concepciones, pasando por una intermedia denominada perspectiva basada en las percepciones (como hemos visto en el Apartado 1. 1. 2. 3). También estos autores proponen un modelo de análisis que permite incorporar los resultados a la formación de profesores (Simon, 1995; Simon & Tzur, 1999), con el mismo objetivo de promover la evolución del profesor desde una forma tradicional de enseñanza a otra más acorde con las reformas educativas en marcha (NCTM, 1989, 1991a). Para ello, construyen un marco teórico que permite a los profesores desarrollarse profesionalmente mediante su participación en programas de formación del profesorado, convencidos de que

“la educación de los profesores de matemáticas es una importante fuerza en los actuales esfuerzos para reformar la enseñanza de las matemáticas” (Tzur et. al., 2001: 227).

Estos programas, tanto de formación para profesores como para educadores, dan un papel central a la reflexión sobre la práctica, basados en los planteamientos de Schön (1983, 1987), quien propuso lo que él llamó una epistemología de la práctica, donde los profesores construyen el conocimiento profesional aplicando recursivamente la reflexión-acción, mientras participan de una comunidad de práctica. Recursiva significa que la reflexión en la acción puede convertirse en el objeto del proceso reflexivo y producir una buena descripción de ello. Schön abstraigo la verdadera noción de reflexión como el corazón del proceso de desarrollo profesional. Esto es,

“es posible el aprendizaje de los tipos de conocimiento altamente especializados, tales como la enseñanza, mediante la vía de la implicación activa en tareas de negociación y reflexión, reflexión que puede ser intencionadamente guiada por expertos en el campo, con acciones dirigidas hacia una meta” (Tzur, 2001: 262).

Simon y sus colaboradores (Simon, 1995; Simon & Tzur, 1999) utilizan ‘*fragmentos*’ de grabaciones de vídeo sobre la práctica de enseñanza de modo que, estas narrativas de investigación basadas en los fragmentos, sean

“retrodictivas más que predictivas, es decir, un conjunto de eventos retrodictivos reunidos en un informe que tiene un final razonable y creíble (...) Fragmentos y narrativas como necesarios para la construcción individual en los tres niveles de narrativa: vivir, contar e interpretar la experiencia” (Tzur, 2001: 263).

Estos autores insisten en que el uso de fragmentos es válido y apropiado, como una herramienta para conceptualizar el desarrollo profesional del profesor-educador, porque los fragmentos sirven como un medio para reconstruir pasadas experiencias en una historia con sentido. Como un tipo de investigación cualitativa, la autoridad de estas narrativas de investigación se juzga por cuatro criterios generales: plausibilidad, credibilidad, relevancia e importancia del tópico (Altheide & Johnson, 1994). En las narrativas de investigación el término ‘*válido*’ retiene su significado ordinario de bien-fundado y apoyado. El término ‘*significativa*’ se refiere a la importancia del asunto en cuestión respecto del foco de la historia (Polkinghorne, 1998). Es decir, que tengan significado más allá de la idiosincrasia de la historia, que los fragmentos elegidos tengan un valor claro y significativo, que se refleje y resuene en las experiencias de otros miembros de la comunidad (Jaworsky, 1999).

“De esta forma, el investigador tiene que seleccionar y entrelazar los eventos pasados en una descripción detallada (Geertz, 1988) del contexto, intenciones y significados, de modo que los segmentos revelen la experiencia como un proceso –la génesis de los resultados. A través de este proceso, detalladamente descrito, es como surge (Denzin, 1994) la verdad del texto y su verosimilitud” (Tzur, 2001: 263).

Zaslavsky (1995) propone realizar juntos actividades matemáticas abiertas como desencadenante del desarrollo profesional de los profesores, algo que reafirma en Zaslavsky (2007). Así mismo, Lampert et al, (2010) recomiendan el uso de actividades diseñadas para capacitar a los profesores noveles a desarrollar una ambiciosa enseñanza de las matemáticas. Únicamente cuando los profesores se ven a sí mismos como miembros de un grupo, tratando de mejorar su práctica profesional colectiva y directamente, estarán en el camino de un verdadero desarrollo profesional (Stigler & Hiebert, 1999; Arbaugh, 2003).

CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA. EL PROCESO DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo presentamos los precedentes de la investigación y el contexto en el que se ha llevado a cabo este estudio de casos, las líneas generales del proceso de investigación desarrollado, las finalidades del mismo, las cuestiones y los problemas formulados, la justificación de la metodología seguida, las fases e instrumentos utilizados y, por último, el sistema de categorías establecido y los indicadores que describen sus matices más significativos.

2.1 GÉNESIS DE LA INVESTIGACIÓN

El origen de esta investigación se enmarca en el contexto de un Curso de Formación para profesores noveles. Como parte de dicho curso se realizó la planificación de una intervención realizada por unos profesores noveles de matemáticas y su posterior puesta en práctica; proceso que ha sido el resultado de la interacción entre sus concepciones y conocimientos

personales acerca de la enseñanza, el aprendizaje y la práctica de un tema de Geometría en Educación Secundaria y el apoyo recibido durante el propio curso. En él se ha gestado el diseño de las experiencias y ha sido la plataforma desde la que se han lanzado nuestros profesores noveles a llevar a cabo una innovación en sus aulas y la que les ha aportado el sustrato de buena parte de sus decisiones metodológicas.

2. 1. 1 ANTECEDENTES DE LOS CURSOS PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO NOVEL EN EL CENTRO DEL PROFESORADO DE SEVILLA

Un grupo de profesores de distintas áreas -Física y Química, Biología, Lengua y Matemáticas- y de diversos ámbitos educativos –Centro del Profesorado, Universidad e Institutos de Enseñanza Secundaria, todos de Sevilla- venía planteándose, desde hacía algunos años, intervenir activamente en el desarrollo profesional del profesorado de Educación Secundaria, en sus primeros años de ejercicio, ya que sentían la preocupación de preparar adecuadamente a estos profesionales, cuya formación inicial, exceptuada la licenciatura en la materia correspondiente, era tan exigua. Estos profesores, presentaron un Proyecto de Investigación (Referencia 12/00) subvencionado por la Consejería de Educación y Ciencia de la Junta de Andalucía (BOJA, 26-08-00), en cuyo marco se contemplaba la convocatoria de un Curso de Formación para profesorado novel de las materias mencionadas, que se desarrolló durante dos cursos escolares, el segundo año como profundización en nuevos aspectos de desarrollo profesional.

La finalidad de la investigación se enunció de la siguiente forma:

“Analizar los obstáculos y dificultades que presenta el profesorado novel en una hipotética transición desde el modelo didáctico en el que se encuentra inmerso, a un modelo de referencia – constructivista -, en el que situamos nuestro marco teórico, con la idea de proponer estrategias que favorezcan la progresión de uno a otro” (Solís et al, 2002: 23).

Se llevaron a cabo cuatro estudios:

- Concepciones sobre el modelo de profesor/a y la enseñanza.
- Relación entre la evolución de las concepciones del profesorado novel y el curso de formación.
- Grado de evolución de las ideas del profesorado.
- Incorporación al puesto de trabajo.

Las conclusiones de estos estudios más relacionadas con nuestro trabajo de investigación, se han reflejado en el Apartado 1. 1. 1. 2 del primer Capítulo. Describiremos a continuación algunos datos del Curso de Formación, que nos permitan comprender parte del contexto en el que se ha desarrollado la experiencia.

La propuesta inicial fue un curso de 100 horas, dirigido al profesorado novel de las áreas mencionadas. Dicho curso constaba de 70 horas presenciales y 30 no presenciales, lo que se conoce en los Centros del Profesorado andaluces como la modalidad de Curso con Seguimiento. Una de las finalidades de esta modalidad de cursos es fomentar la experimentación en el aula. Una parte de las horas de encuentro, dedicada a aspectos generales, estaba destinada a todos los participantes conjuntamente y otra parte, específica para cada área y con un peso horario considerablemente mayor, estaba dirigida a los profesores correspondientes a dichas áreas.

“Los contenidos del Curso giraron en torno a lo que parece son los tres ejes que pueden orientar la Formación Inicial del Profesorado de Secundaria. Estos puntos (Esteve, 1997), fueron:

- 1. Identificación de sí mismo como profesor. Incluye la identificación de los estilos de enseñanza que el debutante es capaz de utilizar y el clima de clase y las reacciones que cada estilo produce en los alumnos/as.*
- 2. Problemas derivados de la organización del trabajo en clase: Análisis de la vida en el aula. Esteve (1997), señala que: “los profesores debutantes reconocían la existencia de ansiedades y preocupaciones centradas en su habilidad para mantener la disciplina en clase”.*
- 3. Problemas derivados de las actividades de enseñanza y aprendizaje. Estos problemas derivan fundamentalmente de la escasa profundización que se realiza sobre los problemas prácticos desde la psicología y la didáctica. Estos problemas son variados, y a título de ejemplo podemos citar: adaptar contenidos de enseñanza a estudiantes con niveles y motivaciones diferentes, utilización de recursos y metodologías complementarias, dificultades en la organización productiva de su trabajo, etc.” (Solís et al, 2002: 37)*

2. 1. 2 EL CURSO DE FORMACIÓN DIRIGIDO AL PROFESORADO NOVEL DE MATEMÁTICAS

La segunda edición del Curso de Formación del profesorado novel de matemáticas, surgió como consecuencia de las conclusiones del Proyecto de Investigación antes citado y de la propia experiencia acumulada durante esos dos años. Se llevó a cabo también en el Centro del Profesorado de Sevilla , durante los dos cursos siguientes a los del Proyecto, con una fase presencial y otra para llevar a cabo experiencias de aula, con una duración de 100 h cada año

académico, al igual que durante la realización del Proyecto. El primero de estos cursos volvió a considerarse como de Iniciación y el segundo de Profundización en aquellos aspectos de desarrollo profesional y situaciones problemáticas de enseñanza y aprendizaje en la que sus componentes estaban más interesados, dentro de la estructura y finalidades generales de estos Cursos. Durante el desarrollo de este segundo Curso de Profundización -al que, desde ahora, denominaremos Curso-P- tuvo lugar la experiencia de este trabajo.

Esta segunda edición se realizó en solitario, aunque paralelamente se desarrolló en el CEP de Sevilla otra actividad dirigida al profesorado novel de Lengua. No pudieron ofrecerse los correspondientes a Física y Química, ni a Biología y Geología. Esto conllevó la ausencia de un equipo de formadores, que había sido uno de los aspectos más positivos de la primera edición, puesto que había concluido ya el Proyecto de Investigación, punto de partida de todo el trabajo llevado a cabo y posterior.

Para entender mejor la experiencia realizada, comenzamos por presentar someramente los objetivos y los contenidos con los que se convocó esta segunda edición del curso y explicitaremos algunos principios de partida para la acción formativa de estos dos años.

De entre los **objetivos**, destacamos los siguientes:

- Promover, en el profesorado novel participante, el conocimiento, análisis y crítica de sus ideas acerca de la enseñanza de su materia.
- Desarrollar una labor de apoyo al profesorado novel en los comienzos de su práctica educativa.
- Facilitar recursos, estrategias y materiales para el trabajo con el alumnado en el área.
- Promover el trabajo colaborativo en las prácticas educativas, mediante el fomento de equipos de profesores.

Con respecto a los **contenidos**, señalamos:

- Análisis y reflexión sobre la enseñanza de las Matemáticas a partir de sus prácticas.
- Apoyo a las prácticas educativas del profesorado novel: desarrollo personal y profesional.
- Problemas derivados de la organización del trabajo en clase: análisis de la vida en el aula.
- Problemas derivados de las actividades de clase y de la vida en el centro.

En cuanto a los **principios** que caracterizaron esta acción formativa, consideramos los siguientes:

- Partir siempre de situaciones problemáticas que ellos manifiestan como más importantes, a veces incluso urgentes, ya que esto aumenta su motivación e implicación en el proceso.
- Favorecer la reflexión y el intercambio de ideas, enfoques, dificultades y experiencias mediante actividades y tareas adecuadas, ya que esto propicia el análisis crítico de la propia práctica. Analizar qué contenidos matemáticos trabajan con sus alumnos, qué actividades y tareas les están proponiendo, cómo gestionan su aula diariamente, qué recursos didácticos conocen, cuáles utilizan y qué contenidos evalúan y con qué instrumentos. Es también muy importante abordar la visión de la educación matemática que subyace en sus propuestas, ya que esto nos irá aportando claves de “dónde están” nuestros profesores y cómo podemos avanzar.
- Presentar determinados libros, revistas y otros recursos didácticos tales como materiales manipulables, software matemático, vídeos, entre otros, ya que consideramos que también es una estrategia importante para inducir al cambio de modo progresivo.
- Presentar propuestas curriculares que aborden aspectos tales como trabajo con las ideas de los alumnos, ejemplificaciones de tareas introductorias y motivadoras, de desarrollo, síntesis y evaluación. Estos materiales pueden estar elaborados por otros profesores, extraídos de libros de texto, unidades didácticas, Internet, entre otros y seleccionados por el coordinador del curso de formación, o bien aportados por los participantes o diseñados y elaborados por ellos mismos.
- Dar importancia al fomento de la lectura de documentos que aporten ideas, opiniones de expertos, nuevos enfoques y una visión más amplia de la educación y de los temas a tratar y el estudio de propuestas curriculares concretas para los alumnos
- Trabajar también aspectos generales tales como finalidades de la educación, y, más concretamente, de la Educación Secundaria Obligatoria, el modelo de profesor, los saberes profesionales, ... Y otros, más concretos, pero que también trascienden las Matemáticas, como el trabajo en la tutoría, tanto con el alumnado, como con el equipo docente y los padres de alumnos, ya que creemos que propician procesos de búsqueda de caminos conjuntos para dar respuesta a las cuestiones de mayor interés para el grupo de alumnos correspondiente.
- Invitarles a diseñar y a experimentar en sus clases tareas concretas en las que aparezcan pequeñas modificaciones en los contenidos y en la metodología y que ellos

constaten por sí mismos que producen algunos de los beneficiosos efectos que ellos desean, fundamentalmente en una mayor motivación, participación y atención a la diversidad del alumnado.

- Invitarles también a poner estas experiencias en común, a compartir sus logros y dificultades para que puedan apoyarse unos en otros a la hora de construir alternativas. Este puede ser un modo de ir introduciendo pequeños cambios, ya que ellos ven que su enseñanza no acaba de funcionar, pero lo adjudican a causas exclusivamente concernientes al alumnado, ajenas a su docencia (Rodríguez, 2003a).

- Contacto con equipos de profesores innovadores, para que conozcan ejemplos de *'buenas prácticas'*.

Teníamos, por otra parte, una inquietud profesional: sentíamos gran dificultad a la hora de presentar al grupo de profesores noveles planteamientos epistemológicos y metodológicos sobre las matemáticas que imparten, generalmente distintos a los suyos y ejemplos de actividades para su alumnado. Dificultad en el sentido de saber situarnos en un punto equilibrado entre el *'más de lo mismo'* y propuestas de cambio más motivadoras, que les ayudasen a atender mejor su propia diversidad, favorecedoras de un clima más adecuado para el aprendizaje, etc., sin que éstas produzcan resistencia, inseguridad o incluso rechazo. Es decir, situarnos en la zona de desarrollo próximo (Vigotsky, 1978), estableciendo niveles de formulación en una hipótesis de progresión adecuada.

Hay que tener en cuenta que, por una parte, el momento personal que vive el profesorado novel es privilegiado dado el alto nivel de motivación y receptividad en el que se encuentra. Por otra, sus carencias profesionales son tantas y tan variadas, que no es fácil añadir *'nuevas aparentes dificultades'*. Digo aparentes, porque claramente son propuestas que pretenden ser facilitadoras de su labor docente y que aportan perspectivas nuevas al *qué* y al *cómo* enseñar e introducen la variable aprendizaje de los alumnos, que ellos consideran que se produce casi automáticamente, si se *'les enseña bien'*.

En este marco situamos nuestra investigación, que quiere contribuir a conocer mejor las concepciones del profesorado novel acerca de los aspectos metodológicos de una intervención de enseñanza y su puesta en práctica, a definir con más precisión su perfil profesional, aportar propuestas de mejora para la práctica docente y dar respuestas formativas más ajustadas a su realidad.

2. 1. 3 PLANTEAMIENTO Y REALIZACIÓN DEL PROCESO DE PLANIFICACIÓN DE LA INTERVENCIÓN DE ENSEÑANZA

Al resultarnos tan difícil salir de este círculo, nos planteamos proponer a los participantes del Curso-P la planificación de una pequeña intervención de enseñanza, en alguna temática del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria, con el fin de avanzar en procesos implicativos de la práctica docente y en una reflexión crítica posterior.

Llegados a este punto queremos llamar la atención de la identificación, en este caso, de la formadora del grupo de noveles y la investigadora en una misma persona, ya que el equipo de formadores que existió los dos primeros años había dejado de funcionar por las razones antes explicadas. Esto conlleva ciertos problemas, ya que los relativos a la formación podrían mezclarse o confundirse con los relativos a los problemas de la investigación, lo cuál trataremos de evitar en todo momento, así como una posible tendencia a identificar unos y otros. No obstante, esta realidad marca el punto de vista de la investigadora, ya que la preocupación por el desarrollo profesional de estos profesores subyace a todo el estudio. También hay que tener en cuenta que en el momento actual esta investigadora ha vuelto a la docencia en Enseñanza Secundaria, lo que también la separa de la mirada formadora de los primeros pasos de la investigación, interesándonos más por la práctica docente directamente considerada.

En primer lugar, nos planteamos qué temática abordar. Había dos propuestas principales, el azar y la geometría, ambas con una característica común: no suelen darse en la Secundaria Obligatoria o se dejan para el final del curso y apenas da tiempo a estudiarlas. Por otra parte, los conocimientos que los profesores tienen sobre ellas son muy abstractos y difícilmente pueden llevarse al aula sin una auténtica transformación en conocimientos escolares. Esto, que es propio de todo contenido escolar, lo vivían especialmente en estos tópicos, para cuya enseñanza se sentían especialmente poco preparados. Se decidieron por la geometría, que consideraban de especial relevancia, pero no consensuaron ningún tema común, así que, teniendo claro que queríamos llevar a cabo la propuesta en grupos más pequeños, cada uno de ellos decidiría en qué contenidos centrarían su intervención.

En segundo lugar, distribuimos al grupo de profesores noveles participante en el Curso-P en cuatro subgrupos, de entre dos y cuatro personas cada uno de ellos, y propusimos que cada pequeño grupo concretara:

- qué contenidos geométricos enseñar,
- con qué finalidades y criterios seleccionarlos,
- la secuencia de actividades,
- y otros aspectos metodológicos, tales como:
 - ✓ la organización del tiempo y del aula
 - ✓ el papel del profesor y los alumnos
 - ✓ la evaluación

De este modo, irían planificando una intervención y plasmándola en un diseño completo de todos aquellos aspectos que considerasen importantes, para después llevarla a cabo con uno de sus grupos de alumnos y, a su término, analizar y valorar la práctica en el gran grupo del Curso-P.

No se trataba, por lo tanto, de planificar la Geometría que se iba a dar en un determinado nivel de la Etapa, sino dentro de ella, seleccionar unos contenidos concretos pero potentes, para ser llevados a cabo durante una o dos semanas (entre 6 y 8 sesiones de clase), teniendo en cuenta que habría que situar la práctica como máximo en abril, si queríamos a posteriori ponerla en común, reflexionar sobre lo realizado y valorar juntos la experiencia.

Se establecieron los siguientes pasos:

- Primer paso: concretar los contenidos de enseñanza, las finalidades y criterios de selección y organización de los mismos.
- Segundo paso: Diseño de las tareas a realizar por los alumnos, tanto de aprendizaje como de evaluación, su justificación y secuencia. Decisiones a tomar sobre los agrupamientos y recursos didácticos que iban a utilizar y la distribución temporal de las tareas.
- Tercer paso: puesta en práctica del diseño, previo establecimiento de un calendario para cada profesor, según la marcha de cada clase concreta.
- Cuarto paso: Memoria en la que se recogería un breve análisis, valoración y reflexión crítica sobre la experiencia en el aula. Sesiones de puesta en común, previamente establecidas una vez conocido el calendario de cada profesor.
- Quinto paso: evaluación global del proceso. Análisis y reflexión sobre la experiencia llevada a cabo por cada uno de ellos y del proceso seguido.

Una vez presentada la propuesta, los profesores participantes en el Curso-P se distribuyeron en los cuatro grupos formados previamente. Dos de estos grupos estuvieron formados por tres profesores, - que nombraremos G1 y G4 -, otro grupo se formó con cuatro profesores - G3 - y otro por dos profesoras - G2 -. Tras un proceso muy sencillo en el caso de G2 y más laborioso en otros, los temas elegidos por los profesores respectivos - siempre en el marco del currículo de Geometría en la ESO - fueron:

- G₁ (constituido por dos profesores y una profesora): Movimientos en el plano, en 2º de ESO.
- G₂ (constituido por dos profesoras): Polígonos y mosaicos, en 1º de ESO.
- G₃ (constituido por dos profesores y dos profesoras): Triángulos, su clasificación y Teorema de Pitágoras, en 3º de ESO.
- G₄ (constituido por dos profesoras y un profesor): Áreas de figuras planas, en 3º de ESO.

Para favorecer el proceso de trabajo de los pequeños grupos, les entregamos una serie de cuestiones (Anexo I) orientadoras de los principales aspectos a tener en cuenta en el proceso (Rodríguez, 2005). Se realizaron, además, puestas en común a lo largo del proceso para que hubiese enriquecimiento mutuo.

A modo de ejemplo, reproducimos aquí uno de los diarios de sesiones durante el periodo de creación de los diseños de cada grupo:

**DIARIO DE SESIONES DEL CURSO: LA ACTIVIDAD DOCENTE EN SUS PRIMEROS AÑOS.
CURSO DE PROFUNDIZACIÓN. ÁREA DE MATEMÁTICAS**

<i>"Descripción del trabajo previsto"</i>	
<p>Contenidos</p> <p><i>Lectura del diario de la sesión anterior y de alguno de los grupos.</i></p> <p><i>Revisar el diseño de los contenidos.</i></p> <p><i>Secuencia de actividades y tareas.</i></p> <p><i>Posibles recursos didácticos a utilizar.</i></p> <p><i>¡¡Los Reyes Magos se han retrasado!! (El 6 de enero el CEP estaba cerrado).</i></p>	<p>Metodología</p> <p><i>Trabajo en grupos.</i></p> <p><i>Estudio de algunas de las posibilidades de los diseños.</i></p>
<p>Descripción de la sesión realizada</p> <p><i>En primer lugar, tenemos que agradecer a Raimundo el esfuerzo que ha hecho de pasar</i></p>	<p>Metodología</p>

<p><i>a ordenador las sesiones de Francisco Cascón en las que participó con Maribel. También a ella que renunció a estar con nosotros esos días. Ana: no os hemos entregado el trabajo, por si ella o yo hacemos algunas aportaciones. Seguiremos trabajando algunas dinámicas después de vacaciones.</i></p> <p><i>El 15 de febrero acaba el plazo de presentación de comunicaciones al Congreso de Thales en Huelva y el del resumen el 10. Tendríamos que hacer un plan para presentarlo esta misma tarde. Podría estar incluida en la temática Trabajo en equipo para la innovación e investigación en Educación Matemática. Habría que ver en qué sub-tema. El plazo 'barato' para inscribirse en el Congreso acaba el 15 de febrero.</i></p> <p><i>Aparte de la selección y secuencia de las actividades quedan otras muchas tareas que están recogidas en el esquema 'Planificación de la intervención': cómo gestionar el aula en cada sesión, cómo vamos a distribuir a los alumnos, qué recursos didácticos vamos a utilizar, cómo vamos a evaluar y con qué instrumentos, etc. Algunas pueden ser comunes para el grupo, pero otras tendrán que ser individualizadas. También tenemos que ir fijando el calendario particular para llevar a cabo la práctica y organizarnos para hacer el seguimiento.</i></p> <p><i>Sobre el diario de cada uno, se puede encargar cada vez uno de tomar todas las notas y los demás solo tienen que reflejar personalmente sus sensaciones y opiniones sobre el proceso seguido.</i></p> <p><i>17:05 Ya estamos casi todos (faltan Victoria y Demian, con esguince de tobillo).</i></p> <p><i>17:10 Ana comenta que las grabaciones de los grupos de geometría no se escuchan bien, y por eso nos recomienda que hagamos diarios de cada sesión de geometría y que hagamos ruedas de opinión para poder tener algún tipo de reflejo del trabajo realizado.</i></p> <p><i>17:20 Llega Victoria.</i></p> <p><i>17:25 Leemos el diario de la sesión anterior, ya que, al ser el último día que se trabajó la geometría nos iba a poner al día.</i></p> <p><i>17:30 Empezamos una rueda de comentarios en los que Pascual comenta como en su grupo han descartado los polígonos para centrarse en los movimientos en el plano. Por su parte, Marió comenta que Tuco y ella sí van a ver los polígonos, dejando clara la unidad de área y deduciendo las fórmulas de sus áreas (cortando y pegando) a partir de las del cuadrado y el rectángulo y utilizando geoplanos.</i></p> <p><i>17:40 Ana nos dice que tengamos en cuenta los alumnos con los que vamos a llevar a cabo la experiencia, para actuar y preparar el diseño en función de ellos. También nos dice que vayamos hablando de cómo usar sus ideas a lo largo del proceso.</i></p> <p><i>Se habla también de las posibles visitas futuras a las clases, para las grabaciones de la experiencia. Hay que establecer un horario.</i></p> <p><i>17:50 Seguimos la rueda de comentarios: Maribel comenta que Rocío y ella van a</i></p>	<p><i>Tal vez, podríais reuniros en pequeños grupos por vuestra cuenta. ¿Tenéis grabadoras en casa?</i></p> <p><i>Lectura al grupo</i></p> <p><i>Rueda de comentarios</i></p>
--	---

<p>estudiar mosaicos y polígonos (construcción y clasificación). Raimundo opina que no están atendiendo al mensaje de Ana: '¿por qué ha elegido cada uno la parte en concreto que ha elegido?' A lo que Pascual responde que si no da los movimientos ahora, a lo mejor sus alumnos no los verán nunca, siendo esto también un reto para él, en cierta manera. Maribel dice que ella va a ver los mosaicos porque son muy manipulativos y Laura opina sobre la importancia de que los alumnos dominen el concepto de triángulo, Pitágoras, etc.</p> <p>17:55 Ana cierra este debate para continuar con el reparto de diarios que hizo Laura y nos entrega también uno que ha hecho ella, en el cual nos dice de todo..., a pesar de lo cual nos lo tomamos con 'deportividad'.</p> <p>18:00 Ana nos habla de unas posibles reuniones a final de curso con los compañeros de lengua con Francisco Cascón y de un Congreso de Thales en Huelva, para el primer fin de semana de Semana Santa (Pascual y Marta quizás se apunten). Más información: http://www.uhu.es/11ceam/</p> <p>18:10 Tenemos que ir viendo los materiales que vamos a utilizar y cómo vamos a evaluar en nuestra experiencia de geometría. Ana nos ha traído libros y unos videos de la serie 'Más por Menos'.</p> <p>18:25 Ana nos dice que no hablemos muy alto para que no nos molestemos unos a otros y para que se nos pueda grabar sin interferencias.</p> <p>18:30 Tras unos momentos de dudas, y ante el revuelo general, preferimos hacer el amigo invisible antes que el trabajo en los grupos. Pasamos un rato divertido con alguna que otra anécdota...</p> <p>19:05 Después de repartir todos los regalos, nos ponemos por grupos a trabajar el diseño de la experiencia de geometría. Hoy intentaremos ver los materiales que queremos utilizar para la propuesta geométrica en el aula. También cómo evaluar.</p> <p>20:00 Acaba la sesión y nos vamos repartiendo el material, tanto libros como cintas de vídeo. Ana: el que coja algún libro que se apunte en el folio.</p> <p>Tareas pendientes:</p> <p>Seguir preparando el diseño de geometría, y a ser posible hacer un diario sobre el trabajo realizado en la sesión.</p> <p>(Diario realizado por Pepe).</p>	<p>Serán el 26 y 27 de mayo</p> <p>Nos dividimos en grupos.</p> <p>¡¡Que vienen los Reyes!! ¡¡Qué nervios!!</p> <p>Trabajo en grupos.</p> <p>Reparto de material.</p>
---	---

Cuadro 2. 1. 3: Diario de sesiones

Relación de materiales entregados

Se han entregado libros, revistas y cintas de vídeo

Contenidos previstos para la próxima sesión

Completar el diseño de geometría, no sólo en contenidos y actividades sino también en evaluación y estructuración.”

Todos los nombres son ficticios, excepto el de la formadora/investigadora. El trabajo y todas las interacciones de los pequeños grupos se grababan completas, por lo que no se recogía en el diario general de la sesión. Además cada participante hacía su propio diario del trabajo en grupo. Aunque estos datos no se han utilizado en nuestro estudio, presentamos un ejemplo de diario, para dar una idea de cómo lo vivían:

“Diario de una sesión de Pascual (G₂)

En la línea de lo visto hoy, intentaré dar una opinión más personal del trabajo realizado y detallar las conclusiones alcanzadas.

Hoy vamos a empezar a trabajar sobre las actividades que utilizaremos. Antes de marcharse B nos enseña el trabajo que ha realizado, ordenando los contenidos y proponiendo algunas actividades. Tenemos pendiente del día anterior: resolver la introducción, escoger actividades, ver el orden en el que vamos a tratar los distintos movimientos y la evaluación. Como el otro la dinámica de trabajo es ir haciendo preguntas e intentando responderlas hablando entre los dos.

Fechas: Hablamos un poco sobre cuando pensamos realizar la actividad, ambos vamos por el tema de proporcionalidad numérica y tenemos que dar el de expresiones algebraicas y ecuaciones, además entre medio yo tengo la semana cultural, y este va a ser el primer tema que demos de geometría. Así que pretendo dar este tema la última semana de febrero y acabar la primera de marzo antes de semana santa. No me gustaría tampoco justo la última semana pues los alumnos están más dispersos entonces.

Actividades: En el día de hoy sólo hemos buscado actividades para la introducción del tema y para el final dejando las específicas para el estudio de cada uno de los movimientos para otro día.

- *Introducción del tema:*

Teníamos apuntado del otro día realizar esta actividad: se les da los alumnos varias figuras y deben agruparlas como ellos quieran, algunos agruparán sólo atendiendo a la forma y no al tamaño, puede que alguno agrupe figuras de la misma área, puede que algunos sólo agrupen las que estén igual orientadas. La idea es presentar distintas transformaciones en el plano y decir que, de momento, sólo vamos a estudiar aquellas que conservan forma y tamaño: las transformaciones isométricas.

Berta había anotado algunos ejemplos: una diapositiva, la sombra, mover una silla...

Pepe ¿estas actividades las haremos en gran grupo o en pequeño grupo? [Muy probablemente cuando dice ‘en gran grupo’ quiera realmente decir ‘individualmente’]

Pepe propone una segunda actividad que consiste en presentar varias figuras y que ellos las identifiquen con unas etiquetas. La verdad es que tardé mucho en saber de qué estábamos hablando, yo tenía en la cabeza dibujitos, un elefante mirando para cada lado y por lo visto Pepe hablaba de poner varios triángulos de forma que las etiquetas fuesen: isósceles, equilátero... Creo que iba buscando algo como repasar la clasificación de los triángulos. Yo no creo que sea necesario para el tema. Al final tampoco era esta

exactamente la idea de Pepe, sino que si se ponían figuras geométricas por ejemplo triángulos y cuadriláteros habría quien agrupara por número de lados, y habría quién clasificaría los triángulos según los lados o según los ángulos y saldría de algún modo el vocabulario de triángulo rectángulo, isósceles etc. Me parece bien, creo que lo recogemos en las dos primeras actividades.

Pepe ¿hay que repasar ángulos en la introducción? Yo creo que no, que no van a hacer falta hasta que lleguemos a los giros y en ese momento se recuerdan los principales ángulos y se puede hacer algún ejercicio sumando ángulos, como una composición de giros de igual centro.

Al final proponemos tres actividades:

1. Agrupar figuras geométricas, habrá quien agrupe por forma, por tamaño o por número de lados... de momento todas valen pero vamos a estudiar unas en concreto.
2. El mismo ejercicio con otras figuras.
3. Entonces explicaríamos qué son las isometrías.
4. Ver qué movimiento realizamos para transformar esta figura en aquella que lo expliquen con sus palabras, a ver si logramos identificar las translaciones, giros y simetrías, aunque no salgan los nombres.

No sabemos cuánto nos ocuparán estas actividades, si quedan cortas para un día yo comenzaría con el primer movimiento.

- **Conclusión del tema:**

La idea de Pepe, que fue una de las que se propusieron el otro día era acabar estudiando las coordenadas en el plano, haciendo por ejemplo una simetría respecto del eje de ordenadas y ver cuáles son las coordenadas de los puntos transformados. Yo creo que las coordenadas ya le resultan conocidas a los alumnos, las tratamos en primero y conforme las usemos se acordarán, como siempre el típico fallo de si va primero la abscisa o la ordenada. Mi idea es acabar el tema estudiando los frisos.

Viendo algunas actividades, vemos que en todos los libros tratan las traslaciones con el vector dibujado y con coordenadas. Hasta ahora no he sido del todo consciente del empeño de Pepe por las coordenadas, ahora veo que es necesario introducirlas en algún momento. Tenemos claro que el último movimiento será el giro, ahora decidimos comenzar por la simetría, primero buscaremos ejes de simetría en figuras, realizaremos simetrías respecto de ejes, alguna simetría respecto de los ejes coordenados, con ello introducimos/recordamos las coordenadas, después vemos las traslaciones y por último los giros.

Evaluación: Pepe no lo tiene claro, yo lo he estado pensando y quiero hacer algo distinto. Mi idea es acabar el tema dando unas fotocopias sobre los frisos, explicando los distintos tipos y cómo se usan en ellos los movimientos, al final realizaríamos una visita al Alcázar y harían un trabajo sobre uno o varios frisos: partiendo de un friso, comentar que movimientos aparecen y las propiedades de unos de ellos, algo así. No estoy seguro de si con esta actividad puedo saber si los alumnos han comprendido los distintos conceptos, así que no descarto realizar un examen, en cualquier caso al plantear la actividad trabajando en grupos en la evaluación se tendrá en cuenta el trabajo diario en clase.

Como siempre hay motivos personales que me lleven a esta idea, intentando ser sincero, enumero aquí algunos:

1. *No me siento seguro a la hora de mandar actividades, aparte de relaciones de ejercicios sólo he mandado búsquedas de biografías y cosas de ese estilo que influían en la nota final. Siempre he evaluado mediante exámenes, salvo en las actividades de trabajo cooperativo del año pasado.*

2. *Mi grupo concreto de 2º E.S.O. es bastante bueno. La mitad son de mi tutoría del año pasado.*

3. *He comentado con el seminario la visita, les ha gustado la idea aunque ningún otro profesor de segundo se ha animado, no van a dar ese tema. Ya lo habíamos introducido a principio de curso en el plan de centro.*

De todas formas en un examen qué preguntamos, creemos que algunos ejercicios del estilo de los realizados. Dar una figura, realizar una transformación... Pero que también habría lugar para preguntas sobre teoría en plan ¿qué elementos identifican a un giro?

Materiales: *Ana nos ha traído más libros para consultarlos y un par de videos, estos nos los repartimos uno para cada uno. Le echamos un vistazo a los libros y nos llevamos unos cuantos cada uno.*

Personalmente no sé muy bien qué materiales vamos a utilizar, creemos que usaremos espejos y el mira para tratar la simetría, y que otros aspectos de la simetría o las traslaciones podemos tratarlos bien con los geoplanos o simplemente con tramas o usando los cuadernos cuadriculados de los alumnos. No acabo de ver el libro de espejos, a ver cuando mire las fotocopias con las actividades que trae.

Me preocupa que siempre que trabajo con fichas con los alumnos, intentan escribirlo todo en la ficha, no toman apuntes y las dejan tiradas por la clase.

Trabajo pendiente: *Buscar actividades para tratar cada uno de los movimientos, quizás nos reunamos algún día para hablar de ello e intercambiar los vídeos y los libros."*

Durante la lectura del diario, se aprecia mucha mayor participación de Pepe (y de Pascual que es quien escribe), que de Berta. Esto es debido a ella no podría llevar a cabo la experiencia, porque para ese momento no estaría dando clase. Aunque aportó mucho en el trabajo de búsqueda y selección de actividades, no quería influir mucho en la propuesta final del grupo. En cambio, el hecho de estar sin clases, le podría permitir, cuando se realizase la práctica de Pascual, asistir como colaboradora a algunas de sus sesiones.

Los diseños planteados se llevaron a cabo en las etapas previstas, aunque la selección, adaptación y secuencia de las actividades que hacían se fue alargando interminablemente, debido a la cantidad de ellas que iban determinando. Ante nuestra insistencia en acotar estos procesos mucho más y en ir cerrando sus propuestas, conseguimos que las fuesen finalizando por su cuenta, tras continuas reelaboraciones y perfeccionamiento de sus diseños y tras varias prórrogas de tiempo, agotando el periodo fijado para el comienzo de la experiencia. Posteriormente, cada profesor hizo las modificaciones que consideró necesarias para personalizar aún más su diseño y para adaptarlo a su propio alumnado.

2.2 PROPÓSITO, PROBLEMAS Y CUESTIONES DE LA INVESTIGACIÓN

El propósito de esta investigación es conocer las concepciones del profesorado novel de Educación Secundaria del área de matemáticas, en relación con la metodología y la evaluación, a través del diseño de una intervención de enseñanza de Geometría, elaborada por cada uno de ellos, para un grupo concreto de sus alumnos, de la Etapa de Educación Secundaria Obligatoria y también mediante su puesta en práctica por cada uno de los profesores estudiados. Esta investigación está precedida por el estudio de los contenidos diseñados por estos profesores (Rodríguez, 2005), del que ofrecemos un resumen en el Apartado 2.5.

En síntesis, se trata de analizar qué tipo de diseño hacen, cómo organizan su práctica, cómo desarrollan la propuesta y qué grado de coherencia hay en todo ello.

Nos interesa conocer las concepciones y prácticas de los profesores noveles en relación a la enseñanza de un tópico de Geometría, que aparecen en el proceso de diseñar y cómo se reflejan posteriormente en la práctica. Para ello nos fijamos en dos elementos curriculares:

- la metodología: qué actividades han seleccionado para el aprendizaje de los alumnos y han llevado a cabo, de qué tipo son, qué tipos de recursos didácticos han previsto y utilizado, qué secuencia concreta han organizado y realizado, cómo han previsto y desarrollado el clima y la organización del aula y del tiempo, el papel del profesor y el del alumno.
- el proceso de evaluación: Para qué, qué, cómo, cuándo evaluar y quién evalúa.

También nos interesa conocer:

- las coincidencias y diferencias que aparecen entre su diseño y su realización, en qué aspectos y en qué grado

Se trata pues de analizar y comprender unos casos concretos, en contextos concretos, con unos agentes determinados, para conocer, una vez analizados los contenidos planteados explícitamente en los diseños realizados (Rodríguez, 2005), sus concepciones acerca de la metodología y la evaluación que declaran en el diseño de una intervención de enseñanza y cómo la han llevado a cabo.

Ante cuestiones tan amplias y nucleares de nuestra labor formativa, de la cual hemos pretendido distanciarnos, en la medida de lo posible, a la hora de actuar como investigadora,

no cabe otra alternativa que acotar los problemas, definirlos mucho más nítidamente, para tratar de hacer propuestas ajustadas a la etapa de desarrollo en el que se encuentran nuestros profesores, nuestra propia concepción de la formación y nuestros recursos.

Problema 1: ¿Qué ideas declaran los profesores noveles de matemáticas acerca de cómo hay que enseñar –la Geometría- en la Educación Secundaria?

Subproblema 1. 1 ¿Qué características y tipo de actividades y recursos didácticos consideran adecuados?

Subproblema 1. 2 ¿Cómo creen que hay que organizar la secuencia de actividades?

Subproblema 1. 3 ¿Cómo creen que hay que organizar el espacio, los tiempos de clase y el clima del aula?

Subproblema 1. 4 ¿Qué papel otorgan al profesor y cuál a los alumnos en la enseñanza?

Subproblema 1. 5 ¿Qué ideas declaran los profesores noveles de matemáticas acerca de para qué hay evaluar, qué, cómo, cuándo y quien ha de hacerlo?

Problema 2: ¿Cómo enseñan los profesores noveles de Matemáticas – la Geometría – en la Educación Secundaria?

Subproblema 2. 1 ¿Qué características y tipo de actividades y recursos didácticos utilizan?

Subproblema 2. 2 ¿Cómo organizan la secuencia de actividades?

Subproblema 2. 3 ¿Cómo organizan el espacio, los tiempos en clase y el clima del aula?

Subproblema 2. 4 ¿Qué papel desarrolla el profesor y cuál los alumnos en la clase?

Subproblema 2. 5 ¿Para qué, qué, cómo, cuándo evalúan los profesores noveles de Matemáticas -la enseñanza aprendizaje de la Geometría- en la Educación Secundaria?

Problema 3: ¿Cuáles son las coincidencias y las discrepancias y qué grado de coherencia presentan entre lo que diseñan los profesores noveles y lo que desarrollan en el aula?

Estos son las cuestiones que trataremos de responder a lo largo de este trabajo. Nos parece importante la búsqueda de respuestas, nunca cerradas ni definitivas, que puedan incorporarse a los procesos de formación del profesorado novel, que traten de ajustarse lo más posible a sus concepciones metodológicas y, en definitiva, a la mejora de la práctica docente de este colectivo en particular y de todos los docentes, en general.

2. 3 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

Una vez precisado el planteamiento de los problemas y definido el alcance del estudio, vamos a visualizar la manera práctica y concreta de responder a nuestras cuestiones de investigación. Esto implica seleccionar un plan o estrategia concebidos para obtener la información deseada, es decir, un diseño de esta investigación y aplicarlo a nuestro contexto concreto.

En un enfoque cuantitativo, el investigador utiliza su diseño para analizar la certeza de las hipótesis formuladas en un contexto particular o para aportar pruebas en la dirección de la investigación. Su calidad depende, una vez concebido el diseño cuidadosamente, del grado de coherencia con el que lo apliquemos, aún en el caso de que tuviésemos que adaptarlo a contingencias imprevistas. Existen muchos tipos de diseños cuantitativos, distinguiendo principalmente experimentales y no experimentales (Hernández et al., 2008).

En un enfoque cualitativo, una vez concebida la idea del estudio, el investigador tiene que familiarizarse con el tema en cuestión y el '*terreno que pisa*', es decir, sus características esenciales, para poder plantear ajustadamente el problema a investigar.

A continuación presentamos los principios metodológicos que presiden nuestro estudio, la muestra y los instrumentos de nuestra investigación, así como las fases más significativas planteadas.

2. 3. 1 PRINCIPIOS METODOLÓGICOS

A partir de los años ochenta, la investigación educativa se decanta por métodos de investigación cualitativos (Mellado, 1998) desde la tradición anterior en paradigmas de racionalidad técnica, con la utilización de métodos cuantitativos. Podemos afirmar que la investigación educativa está en la actualidad imbuida del modelo cualitativo.

Hemos de tener en cuenta, además, que un estudio con estas finalidades, en torno a una problemática relacionada con aspectos curriculares y el desarrollo profesional del profesorado novel, requiere un planteamiento cualitativo e interpretativo, ya que la

investigación está íntimamente ligada a su contexto y el interés está puesto en el desarrollo de procesos. Es un planteamiento alternativo al enfoque positivista en la investigación educativa. De entre los múltiples enfoques que coexisten de este tipo de investigación, recogemos los que subrayan la importancia de considerar el contexto de estudio y los significados de los participantes (Marcelo & Parrilla, 1991; Cuesta, 2003).

2. 3. 1. 1 EL PARADIGMA CUALITATIVO

El planteamiento cualitativo suele incluir los objetivos, las cuestiones de investigación, la justificación y viabilidad, además de una exploración sobre las deficiencias en el conocimiento del problema y un acercamiento inicial al contexto y a los antecedentes de la misma. Con los objetivos y cuestiones no se pretende acotar el problema al inicio del estudio, sino que se van delimitando progresivamente junto con la recolección y análisis de la información que, en principio, requiere. Son más bien elementos enunciativos y constituyen un punto de partida del estudio. La justificación es imprescindible en el caso de requerir la colaboración de otras personas. En todo caso, es necesario estudiar su conveniencia, su relevancia social, implicaciones prácticas, valor teórico y utilidad metodológica. Algunos de estos aspectos se han tratado en la introducción del presente trabajo y otros surgirán a partir de las conclusiones del mismo.

La viabilidad es también imprescindible tenerla en cuenta, para medir si disponemos de los recursos necesarios para llevar a cabo la investigación propuesta. En nuestro caso consideramos que potencialmente podemos desarrollar efectivamente el estudio que nos hemos planteado.

En relación con las deficiencias en el conocimiento del problema inicial, nos hemos apoyado en la abundante literatura que existe en la mayor parte de los aspectos del problema, ajustándonos a un marco teórico que consideramos sólido y hemos mostrado flexibilidad para adaptarnos al proceso sin abandonar los conceptos esenciales que definen nuestro punto de partida. Williams, Grinnell & Unrau (2005) nos ofrecen la siguiente metáfora de un planteamiento cualitativo: en como adentrarse en un laberinto, sabemos dónde comenzamos pero no dónde vamos a terminar.

Las diferencias fundamentales entre un planteamiento cualitativo y otro cuantitativo podrían resumirse en el paso de lo subjetivo a lo objetivo, de la comprensión interpretativa a lo explicativo.

PARADIGMA CUALITATIVO	PARADIGMA CUANTITATIVO
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Empleo de métodos cualitativos. ▪ Fenomenológico y comprensivo: interesado en aprehender la conducta humana desde el propio marco de referencia de quien actúa. ▪ Expansivo, que paulatinamente se va enfocando en conceptos relevantes de acuerdo con la evolución del estudio. ▪ Observación naturalista y sin control. ▪ Subjetivo. ▪ Próximo a los datos: perspectiva interna. ▪ Fundamentado en la realidad, experiencia e intuición. ▪ No direccionados en su inicio. ▪ Orientado a los procesos, a los descubrimientos, exploratorio, expansionista, descriptivo e inductivo. ▪ Válido: datos reales, ricos y profundos. ▪ No generalizable, estudio de casos aislados. ▪ Holístico. ▪ Asume una realidad dinámica. ▪ Reflexiona analíticamente sobre los datos. ▪ Se orientan a aprender de experiencias y puntos de vista de los individuos, valorar procesos y generar teorías fundamentadas en las perspectivas de los participantes. 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Empleo de métodos cuantitativos. ▪ Positivismo lógico: busca los hechos o causas de los fenómenos sociales, prestando escasa atención a los estados subjetivos de los individuos. ▪ Enfocados en variables lo más exactas y concretas que sea posible. ▪ Medición rigurosa y controlada. ▪ Objetivo. ▪ Al margen de los datos: perspectiva externa. ▪ No fundamentado en la realidad. ▪ Direccionados. ▪ Orientado al resultado, a la comprobación, inferencial, reduccionista, confirmatorio e hipotético deductivo. ▪ Fiable: datos 'sólidos' y 'repetibles'. ▪ Generalizable: estudios de casos múltiples. ▪ Particularista. ▪ Asume una realidad estable. ▪ Adecúa los datos a índices matemáticos. ▪ Se orientan a probar teorías, hipótesis y/o explicaciones, así como a evaluar efectos de unas variables sobre otras (correlación).

Cuadro 2. 3. 1. 1: Atributos de los paradigmas cualitativo y cuantitativo. (Adaptado de Cook & Reichardt, 1986; Hernández et al., 2008: 525)

Cada uno aporta resultados de distinta naturaleza y se trata de elegir el modelo que aborda más eficazmente los fines y cuestiones que se han propuesto. Por una parte, no estamos prioritariamente interesados en la explicación y descripción de datos, un contenido objetivo y descontextualizado, sino más bien en la comprensión e interpretación de nuestro fenómeno de estudio, desde un contexto concreto, una actividad de formación, con unos profesores de Educación Secundaria, unos grupos de alumnos determinados, es decir, con unos protagonistas concretos. Por otra parte, los problemas de investigación-serán tratados

con instrumentos variados -entrevistas semi-estructuradas, transcripción de grabaciones en audio y vídeo y observaciones de la práctica de la experiencia- que requieren un planteamiento cualitativo y la necesidad de triangular las fuentes de información. No obstante, el abandono de la meta de generalizar resultados, no impide el tratamiento riguroso de los datos y los procedimientos metodológicos.

En la investigación cualitativa han surgido criterios paralelos a la confiabilidad, validez y objetividad cuantitativa, algo aceptado por muchos autores y rechazado por otros, alegando que trasladan las preocupaciones positivistas al ámbito de la investigación cualitativa (Sandín, 2003; Franklin & Ballan, 2005). Presentamos a continuación los más generalizados, aún sometidos a discusión.

La '*confiabilidad*' cualitativa se denomina '*dependencia*' o '*coherencia lógica*' (Guba & Lincoln, 1989), mientras que para Mertens (2005) se asemeja más al concepto de estabilidad. Se define como el grado en que diferentes investigadores que efectúen recogida de datos similares en contextos similares y utilicen los mismos instrumentos de análisis, generen resultados equivalentes y llegar a interpretaciones coherentes.

Los mayores obstáculos para la confiabilidad cualitativa son los sesgos que el investigador pueda introducir en la recogida y el análisis de los datos, que disponga de una sola fuente y/o su inexperiencia para codificar. Coleman & Unrau (2005) recomiendan evitar que nuestras creencias y opiniones afecten a la sistematización y coherencia de la interpretación de los datos; no establecer conclusiones antes de terminar el análisis de los mismo y considerarlos todos.

Se aportan pruebas a favor de la confiabilidad cualitativa cuando el investigador aporta su perspectiva teórica de investigación y el diseño metodológico utilizado; explica con claridad los criterios de selección de los miembros de la muestra y los instrumentos de recogida de datos; ofrece descripciones de los métodos de análisis empleados; especifica el contexto de la recogida de datos y cómo se ha incorporado al análisis; prueba que la recogida de datos se hizo con cuidado y coherencia (Hernández, Fernández-Collado & Baptista, 2008).

Franklin & Ballau (2005) nos aportan algunas medidas que el investigador puede adoptar para minimizar posibles sesgos:

Examinar las respuestas de los participantes preguntando en formas '*paralelas*'; establecer procedimientos sistemáticos a la hora de tomar notas. Incluir chequeos '*cruzados*' por dos investigadores; introducir '*auditorías externas*'; encontrar coincidencias entre datos procedentes de distintas fuentes; verificar con los participantes el proceso de recogida de datos, durante la codificación y al final del proceso analítico; conectar los sucesos mediante distintas fuentes de datos; aplicar coherentemente un método (por ejemplo, teoría fundamentada); utilizar un programa informático de análisis; hacer un listado de prejuicios creencias y concepciones del investigador, etc.

Por ello, en nuestro caso, hemos grabado los datos en audio y/o vídeo y hemos procedido a su reducción, siguiendo las recomendaciones de Powell y sus colaboradores (2003), que nos indican que el análisis de datos procedentes de grabaciones de vídeo puede llegar a producir '*saturación*' por el cúmulo de información. Además, hemos de tener en cuenta que las grabaciones (en audio y vídeo) y sus transcripciones no son equivalentes, ya que el propio acto de transcribir es ya un hecho interpretativo (Moschkovich & Brenner, 2000; Rocha, 2005).

Una selección aleatoria de un 20% de las unidades de información de cada fuente y la categorización de estos datos ha sido cotejada por dos investigadoras, llegando, después de consensuar la mayor parte de las discrepancias detectadas, a un '*índice de concordancia*' del 97.6%.

La '*credibilidad*' o validez interna cualitativa, se refiere a la captación, por parte del investigador del significado completo y profundo de las experiencias de los participantes vinculadas al planteamiento del problema (Franklin & Ballau, 2005). Podemos preguntarnos: ¿hemos recogido, comprendido y transmitido en profundidad y amplitud los significados, vivencias y conceptos de los participantes? Tiene que ver también con la capacidad para comunicar el lenguaje, pensamientos, emociones y puntos de vista de los participantes (Coleman & Unrau, 2005).

Los principales obstáculos a la credibilidad son las distorsiones que puede ocasionar la presencia del investigador en el contexto de recogida de los datos, sus tendencias y/o sesgos, ignorando o minimizando datos que no apoyen sus creencias y conclusiones y tendencias y sesgos de los participantes. Por ejemplo, que olviden detalles, que magnifiquen

su participación en un hecho, sus descripciones no revelen lo que realmente experimentaron y sintieron en el momento del suceso, sino en el presente, etc.

Coleman & Unrau (2005) nos recomiendan para incrementar la *'credibilidad'*: evitar que nuestras creencias y opiniones afecten a la claridad de las interpretaciones de los datos, en lugar de enriquecerlas; considerar todos los datos, particularmente los que contradicen nuestras creencias; tratar a todos los participantes por igual; ser conscientes de nuestra influencia en los participantes y de cómo ellos nos afectan; Buscar pruebas positivas y negativas, por igual, a favor y en contra de un postulado emergente.

Franklin & Ballau (2005) consideran que la *'credibilidad'* se logra mediante:

- La *'corroboración estructural'*, es decir, el proceso mediante el cual varias partes de los datos (por ejemplo, categorías) se *'soportan conceptualmente'* entre sí, estableciendo conexiones o vínculos que van creando un *'todo'* sustentado en las propias piezas de datos que lo conforman.
- La *'adecuación referencial'* proporciona cierta habilidad para visualizar características referidas a los datos.

La *'transferencia'*, *'validez externa cualitativa'* o *'aplicabilidad'* de los resultados, se refiere a que parte de estos o lo esencial de ellos pueda aplicarse en otros contextos (Williams, Grinnell & Unrau, 2005). Un estudio cualitativo no puede generalizarse a una población más amplia, ni puede aplicarse en cualquier contexto, pero pueden darnos pautas para tener una idea general del problema estudiado y la posibilidad de aplicar ciertas soluciones en otro contexto. Como la transferencia la hace el usuario o lector del estudio, el investigador intenta mostrar su perspectiva sobre dónde y cómo pueden *'encajar'* sus resultados en el campo de conocimiento del problema estudiado. En todo caso, la transferencia será siempre parcial. Para incrementar el grado de transferencia, es importante que la muestra sea diversa.

La *'confirmabilidad'* es el concepto paralelo a la objetividad en la investigación cuantitativa (Guba & Lincoln, 1989; Mertens, 2005). Este criterio está vinculado a la credibilidad y se refiere a demostrar que hemos minimizado los sesgos y tendencias del investigador (Mertens, 2005). Implica el rastreo de los datos hasta su fuente y la explicitación de la lógica utilizada para interpretarlos. Por ejemplo, las estancias prolongadas en el campo de

investigación, la triangulación, el chequeo con los participantes, etc., ayudan al incremento de la *'confirmabilidad'*.

Una vez justificada la elección del planteamiento cualitativo para nuestro estudio, presentaremos una concreción del modelo en el que vamos a insertarlo. Se trata del modelo interactivo de diseño de investigación (Maxwell, 1996) constituido por cinco componentes: propósitos, contexto conceptual, cuestiones de investigación, métodos y validez.

Los *'propósitos'* indican las razones que justifican el estudio, los problemas percibidos, los objetivos y aspectos fundamentales que se quieren conocer o la práctica sobre la que se quiere influir y reflejan los intereses de los participantes.

El *'contexto conceptual'* expresa los fundamentos teóricos que subyacen a la investigación, en nuestro caso, la etapa propia del profesor novel, la naturaleza y fuentes del conocimiento profesional, el estadio de desarrollo profesional deseable, además de las concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza-aprendizaje y sus relaciones con la práctica docente, así como los aspectos metodológicos y de evaluación más significativos.

Las *'cuestiones de investigación'* expresan los interrogantes a los que la investigación trata de dar respuesta. Están relacionadas entre sí, indican los datos relevantes para el estudio y son el eje central del modelo, ya que nos señalan lo que no conocemos y aquello que nos interesa comprender del fenómeno estudiado.

Los *'métodos empleados'* muestran las acciones que se han de desarrollar para llevar a cabo la investigación, las relaciones que se han de establecer entre las personas implicadas, los enfoques y las técnicas de recogida y análisis de los datos que se van a utilizar. Expresan, por un lado, el paradigma de investigación y las exigencias éticas del investigador y, por otro lado, sus habilidades y estilo personal. También nos indican los lugares de realización de la acción y los intereses de los participantes.

La *'validez'* del estudio cuestiona en qué medida los datos recogidos sustentan o no las conclusiones sobre el fenómeno estudiado y las razones por las que los resultados han de ser creíbles. La validez comprende el paradigma de investigación que se asume, las ideas que se ponen en cuestión, los datos obtenidos y las conclusiones elaboradas.

Entre todos estos componentes del modelo se establece una interrelación que aporta globalidad integradora al estudio, más que una unión lineal o secuencial.

Con respecto a la relación con el marco teórico de nuestro estudio, como en toda investigación cualitativa, la literatura no debe *'empañar'* el proceso inductivo (Hernández et al., 2008). Más bien, se ha revisado y se mantenido *'conceptualmente'* distante al comenzar a recopilar los datos y posteriormente la hemos ido consultando e integrando a medida que nuestro trabajo ha ido evolucionando, y su papel ha sido el de establecer relaciones entre los constructos que hemos ido elaborando para describir y explicar nuestros resultados.

Por último, estudiamos a continuación el significado de los *'estudios de caso'*, para justificar nuestra opción por este diseño, puesto que se ajusta a las características y propósitos de nuestro trabajo, por tratarse de un trabajo en profundidad de un fenómeno concreto, que permite acceder a información valiosa -podría decirse, incluso, privilegiada - difícil de obtener por otras metodologías, porque focaliza el trabajo en aspectos prácticos y situacionales, que se preocupa, no de la generalización, sino, por el contrario, de la particularización, de la comprensión del caso (Cuesta, 2003).

2. 3. 1. 2 LOS 'ESTUDIOS DE CASO'

Se denominan así porque se trata de estudios de un ejemplo concreto y en sus inicios provienen de la antropología y la sociología, pero en la segunda mitad del siglo XX comienzan a usarse en el campo de la formación de profesores como técnica en la investigación educativa (Marcelo & Parrilla, 1991; Shulman, 1992). Se pueden considerar en el nivel *'micro'* del sistema educativo, aunque esto no impide su conexión con estructuras más amplias del mismo.

Marcelo y Parrilla (1991) muestran como rasgos característicos de los *'estudios de caso'*: *'totalidad'*, es decir, cuantos elementos formen parte de la investigación se tratan como una unidad global, *'particularidad'*, que muestran una realidad concreta y singular, propia de los protagonistas del estudio, *'realidad'*, reconstruyendo la práctica a la luz de la teoría.

Así mismo, López (2000a, b) señala como características del propio proceso de indagación: *'negociación'* o consenso necesario entre investigador y participantes para definir con

anterioridad y precisión las funciones y tareas de cada implicado en el proceso, *'participación'*, es decir, implicación activa de todos en el proceso, *'accesibilidad'* o dificultades del investigación para entrar en el campo investigado y *'confidencialidad'*, es decir, salvaguarda obligada de la intimidad de los participantes.

Para Hernández y sus colaboradores (2008) el estudio de caso se podría definir como *"una investigación que mediante los procesos cuantitativo, cualitativo o mixto analiza profundamente una unidad para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar teoría"*. Mertens (2005) define al estudio de caso como una investigación sobre un individuo, grupo, organización, comunidad o sociedad, que es visto y analizado como una entidad, basado en un entendimiento comprensivo de esta instancia como un *'todo'* y su contexto, mediante datos e información obtenidos por descripciones y análisis extensivos (Mertens, 2005).

Para Wiersma & Jurs (2005) el estudio de caso es el examen detallado de *'algo'*: un evento específico, una organización, un sistema educativo, por ejemplo. En términos de Williams, Grinnell & Unrau (2005), el estudio de caso se concentra en una unidad de análisis. Yin (2003) señala que un estudio de caso es una indagación empírica que investiga un fenómeno contemporáneo dentro de su contexto en la vida real, especialmente cuando los límites entre el fenómeno y el contexto no son claramente evidentes.

Stake (2000) reconoce una situación problemática que surge al tratar de definir al estudio de caso como una forma de investigación. Para resolver el asunto, utiliza el criterio de que el estudio de caso no está definido por un método específico, sino por su objeto de estudio. Cuanto más concreto y único sea éste, y constituya un sistema propio, con mayor razón podemos denominarlo estudio de caso.

Varios autores como Stake (2000), Mertens (2005), Williams, Grinnell & Unrau (2005) opinan que más que un método es un diseño y una muestra, argumentan que los estudios de caso utilizan o pueden utilizar diversos métodos.

Al respecto nosotros creemos que su importancia –más que discutir sobre si es un método, un diseño o una muestra– reside en su utilización. Yin (2003) compara a los estudios con otros diseños de investigación, en términos de preguntas de investigación y control de eventos conductuales. También señala que los diferentes diseños se superponen y que los

estudios de caso utilizan fuentes múltiples, por ser empíricos. El contraste de esta comparación se muestra en el siguiente Cuadro:

ESTRATEGIA O DISEÑO	ESENCIA DE LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN	¿REQUIERE CONTROL DE EVENTOS CONDUCTUALES?
Experimento	¿Cómo?, ¿cuánto?, ¿por qué?	Si
Encuestas	¿Quién?, ¿qué?, ¿dónde?, ¿cuánto?	No
Estudios históricos	¿Cómo?, ¿dónde?, ¿por qué?	No
Análisis de archivos	¿Quién?, ¿qué?, ¿dónde?, ¿cuánto?	No
Estudios de caso	¿Cómo? y ¿por qué?	No

Cuadro 2. 3. 1. 2: Comparación de los estudios de caso y otros diseños (Yin, 2003, cit. Hernández et al., 2008 CD: Capítulo 4: 3)

En los estudios de caso cualitativos el ambiente o contexto está constituido por el mismo caso y su entorno. Asimismo, no se utilizan herramientas estandarizadas ni se establecen *a priori* categorías cerradas. El proceso es como en otras investigaciones cualitativas (inmersión inicial para que el investigador evalúe si el caso a considerar reúne las condiciones que requiere, inmersión final, recolección de datos, análisis, etc.). Gran parte de los estudios de caso de este tipo tienen como objetivo documentar una experiencia o evento en profundidad o entender un fenómeno desde la perspectiva de quienes lo vivieron. El estudio de caso cualitativo no persigue ninguna clase de generalización. La transferencia es muy difícil de establecer, regularmente se requieren varios estudios de caso.

Cada caso vive condiciones distintas y posee una historia de vida diferente, por lo que su evaluación es única, aun cuando comparta algunos rasgos con otros (Willian, Grinnell & Unrau, 2005). En cuanto al papel que ha desempeñado la formulación de problemas en nuestro caso, no se han establecido con anterioridad a la recolección de datos, sino que durante el proceso hemos ido generando problemas que se han ido refinando a medida que hemos ido analizando los datos y recabando nueva información, presentándose ya formulados al final del estudio, en este informe, sobre la base interpretativa y los razonamientos de la investigadora.

2. 3. 1. 2. 1 Componentes del estudio de caso

Para Yin (2003), el estudio de caso está integrado por los siguientes componentes:

- Planteamiento del problema
- Propositiones o problemas

- Unidad de análisis (caso)
- Fuentes de datos e instrumentos de recolección
- Lógica que vincula los datos con preguntas y proposiciones
- Criterios para interpretar los datos
- Informe del caso (resultados)

Para el '*estudio de caso*' es necesario analizar el caso de manera inicial: descripción inicial del caso, antecedentes y su contexto; formular el planteamiento del problema: objetivos, cuestiones de estudio, justificación y explicación de los motivos por los que se eligió dicho caso; elaborar un primer inventario del tipo de información que se desea recopilar; preparar el estudio de caso: la información completa que se requiere, el tipo de datos que son necesarios y los instrumentos para recogerlos; obtener la información inicial y adicional; analizarla; y presentar informes de resultados, de conclusiones y de recomendaciones justificadas.

2. 3. 1. 2. 2 Tipologías en relación con el estudio de casos

➤ Por su finalidad

Stake (2000) identifica tres diferentes tipos de estudios de caso: *intrínsecos*, *instrumentales* y *colectivos*. El propósito de los *primeros* no es construir una teoría, sino que el caso mismo resulte de interés. Los estudios de casos *instrumentales* se examinan para proveer de un mayor conocimiento a algún tema o problema de investigación, refinar una teoría o aprender a trabajar con otros casos similares. Por su parte, los *colectivos* sirven para construir un cuerpo teórico, sumando hallazgos, encontrando elementos comunes y diferencias, así como acumulando información.

➤ Diseños de un solo caso

En los estudios de caso '*holísticos*', el caso es crítico y revelador; generado para confirmar, retar o extender una teoría o hipótesis. Asimismo, pueden documentar una situación o evento único. El análisis abarcaría diversos apartados tales como sus antecedentes, el clima y la cultura organizacional, los sistemas y programas de mejora, etc.

Por su parte, en los estudios de caso con unidades *'incrustadas'*, la *'gran unidad'* es segmentada en varias unidades (o subunidades), de las cuales se seleccionan algunas para ser analizadas con amplitud y profundidad.

El riesgo de los estudios con unidades incrustadas es que el investigador *'pierda de vista'* la naturaleza entera del caso, al enfocarse en una problemática más local. Siempre debemos tener en mente toda la unidad de análisis, el caso completo.

➤ Diseños de múltiples casos

En estos diseños, el proceso para cada caso se *'repite'* en los demás. La revisión de los casos es similar, considerándose las mismas variables o aspectos, al igual que los instrumentos para recolectar los datos y el proceso en general, aunque podría haber variantes.

Cada caso se selecciona cuidadosamente, de tal modo que se analice el planteamiento del problema, que una vez más, actúa como la guía durante toda la investigación. Si se aplica para obtener casos similares, es importante y necesario desarrollar un marco teórico, el cual nos debe señalar qué variables resulta lógico que se presenten en los casos. De cualquier forma, cada caso es un *'todo'*, una entidad por sí misma. Tanto la recolección de los datos como el análisis tienen como uno de sus objetivos explicar coherencias e incoherencias entre casos. El nivel de análisis es individual (caso por caso) y colectivo.

En los casos múltiples, además de intentar descubrir patrones, también queremos profundizar en el plano individual, por lo que, como hemos señalado, la revisión de todos debe ser exhaustiva. Pero cada caso implica un enorme esfuerzo no exclusivamente en el proceso indagatorio, sino en el de gestión, por lo que suelen ser poco numerosos.

Ciertamente conocer casos similares o diferentes ayuda a enriquecer el conocimiento de un problema de investigación, pero no resulta sencillo. Además, el interés fundamental de un caso es intrínseco; la comparación con otros es conveniente, pero ha de supeditarse a lo primero.

Cuando vamos a estudiar varios casos, Stake (2000) y Yin (2003) recomiendan que el primero funcione como una especie de *'caso piloto'*, esto es, que nos resulte útil para refinar los instrumentos de recolección de los datos. En nuestro caso no ha podido efectuarse así, por

las circunstancias temporales de estar participando de un Curso de Formación limitado en el tiempo.

Stake (2000), Yin (2003), Creswell (2005) y Mertens (2005) consideran que en un estudio de caso debe haber triangulación de fuentes de datos y pueden utilizarse diferentes herramientas como: documentos, archivos, entrevistas, observación, artefactos, cuestionarios, etc.

➤ **Por el tipo de datos recolectados**

Los estudios de caso también pueden subdividirse dependiendo de la clase de datos que recolecten: *cuantitativos*, *cualitativos* y *mixtos*, como hemos estudiado en el Apartado 2. 3. 1. 1.

➤ **Por su temporalidad**

Esta tipología, que se aplicaría a ambos estudios de caso, tanto cuantitativos como cualitativos, la resumimos en:

- a) temporales, de duración no prolongada, regularmente un año o menos, como es nuestro caso y
- b) longitudinales o evolutivos, más de un año y varias etapas de recolección de los datos o mediciones.

2. 3. 1. 2. 3 El informe de los estudios de caso

Yin (2003) establece diferentes formatos para elaborar el informe de resultados de los estudios de caso:

1. *Analítico lineal*. Este formato es como el de cualquier informe de resultados, por lo que no entraremos en detalles. El índice de un informe de este tipo sería:

- Introducción.
- Planteamiento del caso y el problema de investigación.
- Revisión de la literatura.
- Método.
- Resultados.
- Discusión.

Algunos autores prefieren invertir parte del orden y comenzar con la introducción y el planteamiento, pasar de inmediato a los resultados y la discusión, dejando al final tanto la revisión de la literatura como el método.

2. *Estructuras comparativas*. Los mismos datos son presentados mediante diferentes modelos conceptuales. Desde luego, deben existir al menos dos modelos para utilizar este formato. El fin de este informe es evaluar el grado en que los resultados del caso encajan en cada modelo. En la medida que encajan con éstos se considerarán con mayor validez. Es importante señalar que los datos que obtengamos deben ser compatibles con el modelo.

➤ **Recomendaciones para los estudios de caso**

Yin (2003) y Creswell (2005) hacen algunas recomendaciones para los estudios de caso, entre las que destacan las siguientes: el caso debe ser significativo y de interés para un grupo, una comunidad y/o una sociedad; el caso es estudiado holísticamente, por lo que no debe restringirse a ciertas áreas o algunos cuantos lugares; se considera que el caso puede concluirse cuando se responde de manera satisfactoria al planteamiento del problema; el caso debe ser analizado desde diferentes perspectivas; el caso tiene que estar contextualizado. A veces los estudios de caso se utilizan como pilotos para investigaciones más amplias, como podría servir el nuestro para futuros estudios, ya que consideramos de gran interés y significatividad nuestros problemas de investigación.

Por todo lo anterior, podemos justificar que nuestra investigación se inscribe en el paradigma cualitativo, desarrollando tres estudios de caso. '*Intrínseco*', porque el caso en sí mismo resulta de interés, '*colectivo*', porque pretendemos encontrar puntos comunes y discrepancias entre varios estudios, no podemos considerarlo ni '*holístico*', ni con '*unidades incrustadas*', porque analizamos desde un sistema de categorías que no preestablecimos, pero que fue emergiendo desde el tratamiento de los datos, temporal, pues se ciñe a un periodo muy concreto de tiempo y '*analítico lineal*' por el tipo de esquema de análisis que adoptamos y que presentamos en los siguientes Apartados.

Una vez situados en esta perspectiva de investigación, su diseño ha de ser flexible, adaptándose a la evolución de los procesos que se han de llevar a cabo. En primer lugar, consideraremos la muestra elegida para nuestro estudio, seguidamente, los instrumentos y, en tercer lugar, las fases de la investigación.

2. 3. 2 LA MUESTRA

En el proceso cualitativo, la muestra es un grupo de personas, eventos, sucesos, comunidades, etc., sobre el que se habrán de recolectar los datos, sin que necesariamente sea representativo del universo o población que se estudia, a diferencia del proceso cuantitativo (Hernández et al., 2008). En algún momento de la inmersión inicial se define la muestra, pero no hay un momento específico en el que haya que hacerlo y una concreción tentativa, que puede modificarse durante el proceso inductivo, es decir, el muestreo cualitativo es propositivo (Creswell, 2005).

En nuestro caso, el grupo de profesores noveles que participó en ambos Cursos de Formación, estuvo constituido por 12 participantes, con algunos cambios de un año escolar a otro. Durante la realización del Curso-P, se produjo el cambio de cuatro profesores, respecto del curso anterior. Así, estaba constituido por siete profesoras y cinco profesores, de los cuales nueve habían aprobado las Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Educación Secundaria en el área de Matemáticas en el año que iniciamos la formación, es decir, estaban en periodo de Prácticas al comienzo de la acción formativa y en su primer año de docencia. De los tres profesores restantes, dos eran funcionarios en su cuarto año de docencia y una profesora interina, con sólo unos meses de experiencia docente. Todos eran licenciados en matemáticas.

2. 3. 2. 1 CRITERIOS DE SELECCIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LA MUESTRA

Una vez realizada la planificación de la intervención por parte de los cuatro pequeños grupos que habíamos formado, se eligió un profesor de cada uno de ellos, con el único criterio de voluntariedad y compatibilidad de horarios de unos y otros para hacer posible, por nuestra parte, la realización de observaciones de clase durante el desarrollo de la experiencia (característica de '*accesibilidad*'). Optamos por Pascual, del G₁, Manuela, del G₂, Raimundo, del G₃ y Marió, del G₄. Posteriormente, razones personales serias, en el caso de Manuela y profesionales, en el de su compañera de grupo, Ester (coincidió con ser el único grupo constituido por dos personas), impidieron que alguna componente del G₂ llevase a cabo la puesta en práctica de la experiencia. Consideramos significativo consignar, aunque sea muy brevemente, que Ester no era capaz de proponer en su Departamento que quería hacer una innovación en su aula. Esto nos hizo renunciar a analizar su propuesta de intervención y

circunscribir la investigación a sólo tres profesores. Teníamos cierto interés en que cada profesor perteneciese a un grupo distinto, para constatar, durante la investigación, si hay similitudes y diferencias entre sus respectivas metodologías, independientemente del tópico tratado.

La elección de una muestra pequeña de profesores se debe al hecho de considerar más interesante, para nuestros propósitos, estudiar con mayor profundidad el diseño de una experiencia de enseñanza de un número reducido de profesores noveles, que la búsqueda de generalidades de cuestiones forzosamente más superficiales, puesto que, si bien serían más representativas del colectivo de profesores de reciente incorporación a la tarea docente, si el tamaño y el procedimiento de elección de la muestra fuesen los adecuados, (lo cual no responde a nuestras intenciones, ligadas a un colectivo concreto con el que estábamos implicados en un proceso de formación), iría en detrimento de dicha profundidad en la recogida y el tratamiento de los datos.

En nuestro caso, los tres profesores elegidos habían participado también el año anterior en la acción formativa, aunque este hecho no lo buscamos expresamente, así como que los tres fuesen funcionarios en su segundo año de ejercicio, en expectativa de destino en un IES de Sevilla o provincia, cercano a la capital hispalense. Así mismo, hay otro factor común a los tres muy relevante, que no podemos olvidar a la hora de adoptar unas conclusiones: se trata de tres profesores noveles especialmente interesados en involucrarse en un largo y profundo proceso de formación, llenos de ilusión y responsabilidad ante su trabajo y su desarrollo profesional. Curiosamente, Marió y Pascual llevaban a cabo, paralelamente al Curso-P, el proceso investigador para doctorarse por la Facultad de Matemáticas de la Universidad Hispalense de Sevilla. En la actualidad son los dos doctores. Raimundo ya lo era durante el desarrollo de la experiencia, por la misma Facultad y Universidad. Sin embargo, consignamos durante el Curso de Formación muchas lagunas formativas en aspectos no puramente académicos de las matemáticas.

Nuestro interés por enmarcar en esta acción formativa nuestra investigación proviene del hecho de que el perfil que obtengamos de nuestro estudio, procede de una experiencia innovadora que ellos han tratado de hacer en el marco de dicho Curso, ya que sus clases habituales no se corresponden, en general, con ésta. Creemos que es importante tener esto muy presente a la hora de reflexionar sobre los profesores noveles, el nivel evolutivo en el

que se encuentran y la formación que requieren en sus comienzos profesionales para un verdadero desarrollo en su labor educativa.

2. 3. 2. 2 CONTEXTO DEL DESARROLLO DE LA INTERVENCIÓN EDUCATIVA

Cada uno de los tres profesores pertenecía a un Centro de Educación Secundaria diferente:

➤ El **Centro Educativo de Marió** está en un pueblo de unos 120.000 habitantes de la provincia de Sevilla, donde solamente se imparte la Etapa de Educación Secundaria Obligatoria y el alumnado no es especialmente conflictivo. Dispone de un aula de informática a la que pueden acceder los estudiantes en otras materias, cuando se planifica con suficiente antelación. Lo mismo ocurre con el televisor, el reproductor de vídeo y el retroproyector.

El **grupo de 3º de ESO** en el que se ha llevado a cabo la intervención de enseñanza estaba constituido por 28 estudiantes. Marió lo ha considerado como de buen comportamiento conductual, aunque ha ido disminuyendo su grado de implicación en las tareas de clase a medida que el curso iba avanzando y aún más en cuanto a los deberes de casa. Los ha descrito así: Solamente unos 15 suelen hacer las tareas en el aula y en casa. Cuatro alumnos estaban totalmente ajenos a la marcha normal de la clase, otros cuatro con grandes obstáculos de aprendizaje y poco interés, mientras que otros cinco son bastante inteligentes pero que suelen implicarse poco en las tareas, aunque las propuestas en clase las hacen en el aula. Todo ello ha conllevado una disminución apreciable del número de alumnos que han superado favorablemente la segunda evaluación.

➤ El **Centro Educativo de Pascual** estaba situado en un barrio periférico de Sevilla, no especialmente conflictivo, donde se imparte Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. No dispone de un aula de informática a la que pueden acceder los estudiantes en otras materias que no sean propiamente informáticas. Dispone de televisor, reproductor de vídeo y retroproyector.

El **grupo de 2º de ESO** en el que este profesor ha llevado a cabo la intervención de enseñanza estaba constituido por 24 estudiantes. Más de la mitad fueron alumnos suyos el curso anterior, donde él fue su tutor y este hecho favorece un buen conocimiento de ellos. Su conducta es buena en general, lo que le anima a trabajar con ellos en pequeños grupos.

El grupo es poco homogéneo: Cuatro alumnos repiten segundo curso. Otros cuatro tienen buenas aptitudes matemáticas, mientras que hay tres estudiantes con necesidades educativas especiales, que acuden al aula de apoyo, aunque no en las horas de matemáticas y un cuarto con una adaptación curricular significativa. El nivel del grupo en matemáticas es medio-bajo.

➤ El **Centro Educativo de Raimundo** estaba igualmente situado en un barrio periférico de Sevilla, donde se imparte Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Se trata de un Centro tampoco especialmente conflictivo, cuyos estudiantes proceden en su mayor parte de familias de nivel socio-cultural medio-bajo. Dispone de un aula de informática a la que tienen acceso los estudiantes en otras materias, cuando está planificado con antelación. Lo mismo ocurre con el televisor y el reproductor de vídeo.

El **grupo de 3º de ESO** en el que este profesor ha llevado a cabo la intervención de enseñanza estaba constituido por 22 estudiantes, de los que dos no aparecen por clase. Aunque no hay alumnos problemáticos, hay una gran diferencia de nivel educativo. Alumnos que estudian con buen rendimiento y alumnos que no hacen nada en casa. Raimundo no confía mucho en los conocimientos previos de estos alumnos. El aula en el que se ha desarrollado la experiencia es espaciosa y permite distribuir a los alumnos en pequeños grupos. Sólo él ha mencionado este aspecto.

Los tres profesores - que desde ahora designaremos así, o bien, nuestros profesores - pudieron ejercer la docencia durante los dos años de formación en el mismo Centro, algo no siempre posible, y que facilitó mucho su labor, lo cual debería ser un factor importante a tener en cuenta por las administraciones educativas. Ya obtuvieron su plaza definitiva en Centros de la provincia de Sevilla o Cádiz, lo que ha dificultado posteriormente la continuidad de su proceso formador.

2. 3. 3 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

Como ya hemos indicado, el proceso cualitativo no es lineal ni lleva una secuencia como el caso cuantitativo. Las etapas constituyen más bien acciones que efectuamos para cumplir con el propósito de la investigación y para responder a las preguntas del estudio, yuxtaponiéndose, además de ser iterativas o recurrentes (Hernández et al., 2008). No hay

momentos en el proceso en que podamos distinguir claramente el comienzo y/o el fin de cada etapa. Por ejemplo, en la inmersión inicial en el contexto de la investigación, por el simple hecho de estar allí, ya estamos recolectando datos. No siempre la muestra inicial cambia, pero circunstancias imprevisibles, como ha sido nuestro caso, pueden llevarnos a modificaciones decididas o causales.

Por lo tanto, las fases de un estudio cualitativo no están claramente delimitadas, ya que hay momentos en que se solapan aspectos correspondientes a más de una de ellas, pero distinguiremos:

➤ **Fase preparatoria**

Durante ella se da forma a la problemática a abordar, los objetivos que se pretenden, la temática que nos interesa, los fundamentos teóricos y el diseño metodológico más adecuado a priori. En nuestro caso, se planteó el trabajo a los participantes en una sesión del Curso-P y se hicieron propuestas referidas a la participación en la investigación, los instrumentos, la distribución temporal de la recogida de datos correspondientes a los problemas de investigación, durante los primeros meses del curso, en sesiones de la actividad formativa, que comenzó a finales de septiembre ese año escolar.

➤ **Fase interactiva y de recogida de datos,**

En ella se lleva a cabo el trabajo de campo, se concreta el papel de la investigadora y los participantes, se ponen en marcha los instrumentos diseñados y comienza la recogida de datos. Se va realizando un seguimiento del diseño previsto y se hacen las matizaciones y ajustes necesarios para adaptarlo a la realidad. Esta fase se desarrolló desde que se hizo la presentación del proyecto de investigación a todos los profesores del Curso-P y se solicitó su participación activa en el mismo (característica de '*participación*', que ellos cumplieron sobradamente), hasta que se dieron por terminados los diseños de los tres profesores seleccionados para esta investigación, se llevaron a cabo la primera entrevista, la grabación y observación de la puesta en práctica de las intervenciones de enseñanza diseñadas, en un curso concreto de sus respectivos Institutos de Enseñanza Secundaria y, posteriormente, se realizó la segunda entrevista a cada uno de nuestros tres profesores.

➤ Fase analítica e informativa

Durante esta fase se procede a la reducción de los datos, a su reestructuración e interpretación de forma sistemática y rigurosa, se elaboran las conclusiones y se realiza una reflexión crítica sobre los resultados. Para ello, se ha dividido el texto en unidades de información, de tal manera que cada una contuviese el mínimo de información posible, pero con significatividad en sí misma y se le ha adjudicado una categoría y una subcategoría. Esta fase termina con la presentación y difusión del trabajo.

En nuestro caso, se llevó a cabo un primer estudio de los datos referidos a los contenidos de enseñanza (Rodríguez, 2005), cuyo resumen se presenta en el **Apartado 2. 5** y posteriormente, en la presente investigación se ha realizado el análisis de los datos referidos a la metodología y la evaluación.

2. 3. 4 INSTRUMENTOS DE LA INVESTIGACIÓN

La recolección de datos resulta fundamental, buscando información en profundidad en las propias '*formas de expresión*' de las personas, comunidades, contextos, etc., objetos de estudio. Por tratarse de seres humanos, los datos que nos interesan son conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, concepciones, emociones, interacciones, pensamientos, experiencias, procesos y vivencias manifestadas en el lenguaje de los participantes, ya sea de manera individual o colectiva. La finalidad de su recolección es su análisis y comprensión para responder a las cuestiones de la investigación y generar conocimiento (Hernández et al., 2008). Esta clase de datos es muy útil para capturar de la manera más completa posible y comprender los motivos subyacentes, los significados y las razones internas del comportamiento humano, por lo que ha de ocurrir en los ambientes naturales y cotidianos de los participantes.

Por lo tanto, los instrumentos de recogida de datos son fundamentales para que pueda llevarse a cabo lo anteriormente expresado. Pero ¿cuál es el instrumento de recolección de datos en el proceso cualitativo? El investigador, quien, mediante diversos métodos o técnicas recoge los datos. Él es quien observa, entrevista, revisa documentos, etc. No solo analiza, sino que es el medio de obtención de los datos y constituye también una fuente de datos. Él genera las respuestas de los participantes al utilizar sus herramientas y recolecta

datos de diversos tipos: lenguaje, escrito, verbal y no verbal, conductas observables e imágenes. Su mayor reto consiste en introducirse en el ambiente y mimetizarse con él, pero además ha de capturar lo que los casos expresan, para adquirir una profunda comprensión del fenómeno que estudia, construyendo formas inclusivas para descubrir las visiones múltiples de los participantes y adoptar papeles interactivos con ellos. Ante todo, ha de respetarlos, siendo sensible y abierto.

Teniendo todo lo anterior en cuenta, señalamos las herramientas o técnicas que hemos utilizado en este estudio, aunque seguiremos llamándoles instrumentos, como es habitual. Los podemos agrupar en dos tipos:

- En primer lugar, señalamos los instrumentos utilizados de tipo declarativo: por una parte, los documentos en los que Marió, Pascual y Raimundo han recogido la planificación de sus respectivas intervenciones de enseñanza y a los que, desde ahora, denominaremos diseños. Como ya mencionamos con anterioridad, el diseño de Marió se refiere a las áreas de las figuras planas, que ella adaptó para uno de sus grupos de 3º de ESO, el de Pascual a los movimientos en el plano, en que él introdujo aquellos aspectos que consideró adecuados para uno de sus grupos de 2º de ESO y el diseño de Raimundo, referido a la clasificación de los triángulos y el teorema de Pitágoras, adaptado a uno de sus grupos de 3º de ESO.

Por otra parte, hemos realizado dos entrevistas semi-estructuradas, realizadas a cada profesor, una al término de su diseño y antes del inicio de su puesta en práctica y una segunda, al finalizar la experiencia.

- En segundo lugar, disponemos de grabaciones en vídeo y audio de todas las sesiones de la práctica de cada uno de los profesores, así como notas de las observaciones de clase realizadas, también durante todas las sesiones, por esta investigadora y que ayudan, de forma complementaria, a la comprensión de las grabaciones de vídeo.

A continuación damos algunos detalles más de cada uno de estos instrumentos:

➤ **Los diseños de nuestros profesores**

Como ya hemos referido con anterioridad (Apartado 2. 1. 3), solicitamos a los participantes que hiciesen un diseño de una intervención educativa, explicándoles el tipo de documento necesario para la investigación, ya que es indispensable que el investigador indique con claridad el significado profundo del mismo y su vinculación con el planteamiento de los

problemas de investigación. Esto no implica que el investigador decida los elementos que deben elegir los participantes, aunque les dimos unas pautas y cuestiones amplias y abiertas para orientar su trabajo (Anexo I). Por esta razón, aunque el diseño se realizó completamente inmerso en el Curso-P, la investigadora solamente intervino suministrando numerosas fuentes de información y recursos didácticos, dejando total libertad para su selección y estructuración de los mismos y evitando influir o sesgar a los participantes (Hernández et al., 2008), tanto a los componentes de la muestra, como al resto del grupo.

Los tres diseños contienen una relación de objetivos y contenidos geométricos de la experiencia de enseñanza, una justificación de la selección llevada a cabo, los aspectos metodológicos más destacables: la relación de actividades y su secuencia, los recursos didácticos, la organización del tiempo y del aula, el papel del profesor, de los alumnos y la evaluación.

Aparecen también todos los enunciados de las actividades, la intencionalidad con que se ha elegido cada una de ellas, su distribución por sesiones, en algunos casos, si están dirigidas a todos los alumnos, etc.

En este estudio, como ya mencionamos, nos vamos a centrar únicamente en el análisis de la metodología de enseñanza y la evaluación, que nuestros profesores proponen en sus diseños, ofreciendo al final de este Capítulo un resumen del análisis realizado sobre los contenidos de Geometría trabajados en dichos diseños. Estos documentos se denominarán DisPa (Diseño de Pascual), DisMo (Diseño de Marió) y DisRi (Diseño de Raimundo) y están recogidos completos en el Anexo II.

➤ **Entrevistas semi-estructuradas**

Podemos señalar que es uno de los instrumentos más utilizados en las investigaciones cualitativas, con diferentes matices, siempre realizadas con la intención de recoger directamente, y con sus propias palabras, las justificaciones, ampliaciones, explicaciones, que los investigadores quieran obtener, para comprender mejor las concepciones y perspectivas de los profesores, en nuestro caso, así como aquellas cuestiones que los entrevistados quieran plantear para aclarar, explicitar, ampliar o rectificar aspectos del estudio que se está realizando.

Podemos recoger varios tipos de entrevistas, entre las que destacamos las de respuestas cerradas, de afirmación o negación de las afirmaciones propuestas; las estructuradas, en las que el entrevistador se guía por preguntas muy específicas y se ciñe exclusivamente a ellas; las semi-estructuradas, que parten de un guión flexible que conduce fundamentalmente el diálogo, aunque no es imprescindible ceñirse a él; las no estructuradas o abiertas, que son conversaciones informales, que discurren por derroteros cercanos a la investigación, pero no se ciñen a ningún esquema previo (Grinnell, 19997). Mertens (2005) recomienda que las primeras entrevistas sean abiertas y que las realice el propio investigador, de modo que, a medida que éste vaya avanzando en el estudio, se vayan estructurando más. Creswell (2005) también considera que deben ser abiertas, sin categorías preestablecidas, que irán surgiendo de las respuestas de los entrevistados. Rogers & Bouey (2005) señalan como características esenciales de las entrevistas cualitativas:

- Su principio y final no se predeterminan con claridad. Incluso pueden efectuarse en varias etapas. Es decir, es flexible.
- Las preguntas y el orden dependen de los entrevistados.
- Entrevistador y entrevistado comparten el ritmo y dirección.
- Se tiene en cuenta el contexto social y resulta fundamental para la interpretación de significados.
- El entrevistador se ajusta al comunicarse con el lenguaje del entrevistado, haciéndolo con un carácter amistoso.

En nuestro caso, hemos elegido el tipo de entrevista semi-estructurada, porque queríamos obtener una información común de los tres profesores estudiados y necesitábamos profundizar en algunos aspectos relevantes que no aparecían suficientemente explicitados, en sus diseños, en la primera entrevista, y en su práctica, en la segunda. También hemos tenido en cuenta que es el tipo de entrevista recomendado por otros numerosos investigadores (Cohen & Manion, 1990; Aubrey, 1996; Haimés, 1996; Hunting, 1997; Lloyd & Wilson, 1998; Zazkis & Hazzan, 1999; Patton, 2002).

Esta elección nos ha permitido, por lo tanto, plantear y secuenciar cuestiones y tomar decisiones sobre la información en la que queríamos profundizar. En realidad, se trataba principalmente de dejar hablar libremente a la persona entrevistada, sin mediatizar demasiado sus respuestas mediante preguntas largas, que muestran con claridad el punto de vista del entrevistador e inducen respuestas y comportamientos en los participantes. Se

trata, más bien de lo contrario, es decir, condicionar lo menos posible al entrevistado para que surjan lo más espontáneamente posible sus ideas y contribuciones al estudio, en cierto modo, emprendido por todos. Para ello es importante evitar todo tipo de enjuiciamientos y críticas, para lograr que los participantes narren sus experiencias y expongan sus puntos de vista libremente, con un trato sincero, respetuoso y genuino. El investigador ha de lidiar con sus emociones, sin negarlas, pues son fuentes de datos, pero evitando que influyan en los resultados (Grinnell, 1997). En estas entrevistas, a través de las preguntas y respuestas, hemos logrado una comunicación y una construcción conjunta de significados respecto del tema de estudio (Janesick, 1998)

Todas las entrevistas han tenido el mismo esquema orientativo, aunque al ser la intencionalidad aclaratoria distinta en ambos casos, se diferencian en matices relativos a las dos situaciones a las que se han dirigido, es decir, en la primera necesitábamos profundizar en aspectos del diseño y en la segunda de su puesta en práctica, una vez realizada. A continuación señalamos brevemente las cuestiones más relevantes planteadas, ya que los guiones completos, así como la transcripción completa de todas ellas están recogidos en el Anexo III.

Además de pedirles a los tres profesores algunos datos previos, y se les propusieron preguntas sobre los contenidos, a las que no nos referiremos en el presente estudio, nos centramos en los aspectos metodológicos y de evaluación. De los primeros, resaltamos cuestiones relacionadas con las actividades, las razones de su selección, los criterios con los que han decidido su secuencia y la conexión entre ellas, el papel del profesor y del alumno, etc.

En segundo lugar, en cuanto a la evaluación, se les preguntó por la importancia que conceden a plantearla previamente a la puesta en práctica de sus propuestas, lo que se han propuesto valorar, los momentos en que lo van a hacer, los instrumentos que han elegido, quién evalúa, etc.

En cuanto a las cuestiones para la segunda entrevista sobre la práctica de Geometría una vez realizada, se trata de averiguar si todo ha transcurrido como habían previsto, los cambios producidos, el énfasis puesto en un tipo de tareas que en otro, la implicación de los alumnos, etc., además de hacer un recorrido por cuestiones muy similares a las planteadas en la primera entrevista.

Estos documentos se nombrarán E1Pa, E2Pa (la primera y segunda entrevista realizada a Pascual, respectivamente), E1Mo, E2MO (la primera y segunda entrevista realizada a Marió respectivamente) y E1Ri, E2Ri (la primera y segunda entrevista realizada a Raimundo, respectivamente).

➤ **Grabaciones y Observaciones de sesiones de clases**

La grabación en vídeo de las clases es otro de los instrumentos más utilizados para la investigación sobre la práctica, ya que permite captar lo que sucede en el aula de forma fidedigna. Además permite revisar las situaciones grabadas tantas veces como sean necesarias, así como la objetividad de los datos obtenidos (Jewitt, & van Leeuwen, (Eds.), 2001; Erickson, 2006; Jewitt, 2006; Ametller, & Scott, 2007; Ametller, 2008).

Siguiendo las recomendaciones de algunos de estos investigadores hemos tenido en cuenta lo siguiente:

- Hemos utilizado una única cámara de vídeo, fija al final del aula, detrás de todos los estudiantes. Debido a que el foco de nuestro trabajo es el profesor, él y sus actuaciones son las que se han grabado.
- Cuando el profesor atendía a los estudiantes distribuidos en grupos, llevaba un pequeño magnetofón con el que hicimos grabaciones en audio de todas sus intervenciones con los alumnos. Las de éstos quedaban recogidas en la medida en que el profesor permanecía en su grupo de trabajo.
- La cámara de vídeo se utilizó varios días antes de que comenzase la experiencia propiamente dicha, para familiarizar a los alumnos y al profesor con ella de modo que fuesen consiguiendo naturalidad y considerasen rutinaria su presencia.

La transcripción completa de todas las cintas de vídeo están recogidas en los documentos denominados TvPa (transcripción vídeo de Pascual), TvMo (transcripción vídeo de Marió) y TvRi (transcripción vídeo de Raimundo). Todas ellas están en el Anexo IV.

Así mismo, la transcripción completa de todas las cintas de audio están recogidas en los documentos denominados TaPa (transcripción audio de Pascual), TaMo (transcripción audio de Marió) y TaRi (transcripción audio de Raimundo). Todas ellas están incluidas también en el Anexo IV.

Independientemente de estas grabaciones, para suplir posibles deficiencias de las mismas y completar los datos obtenidos mediante éstas, se hicieron simultáneamente observaciones de todas las clases que constituyeron la experiencia de cada uno de nuestros profesores. En ellas, esta investigadora tomaba notas, lo más objetivas posibles, de cuanto acontecía en el aula, bajo los apartados siguientes: hora del suceso, tareas realizadas, recursos utilizados (por el profesor y/o los estudiantes), la organización del aula y los contenidos trabajados (Anexo V).

Para llevar a cabo adecuadamente las observaciones de clase, nos hemos entrenado en '*observar investigativamente*', es decir, hemos tratado de implicar todos los sentidos, para explorar los ambientes, describir las actividades que se han desarrollado en éstos, las personas que han participado en su realización y los significados de tales actividades (Patton, 1980, 2002). Así mismo, hemos tratado de comprender los procesos, las vinculaciones entre las personas, sus circunstancias, los eventos que han ido sucediendo, los patrones desarrollados, etc. (Jorgensen, 1989). También hemos identificado problemas (Grinnell, 1997) y generado hipótesis para futuros estudios.

Para ello, Esterberg (2002), Anastas (2005), Mertens (2005) y Rogerris & Bouey (2005) nos han proporcionado una idea de algunos elementos específicos que podemos observar: el ambiente físico, el ambiente social y humano, las actividades (acciones) individuales y colectivas, los artefactos que utilizan los participantes y las funciones que cubren, hechos relevantes, eventos e historias, retratos humanos de los participantes, etc. En nuestro caso, no hemos descrito todos estos elementos en profundidad al comentar los contextos de investigación, porque son a su vez aspectos de la propia investigación, como veremos en el Apartado 2.3.2.2.

Una vez presentados los instrumentos que vamos a utilizar, creemos que, con todos ellos, es posible comprender mejor la complejidad de lo que sucede en el aula, aunque a la vez se introduce la subjetividad del investigador. Para paliar este aspecto se optó por un modelo neutro de anotar únicamente los acontecimientos del aula, agrupados en la forma que hemos dicho, sin añadir reflexión alguna de la observadora. Todos estos datos, unidas consecutivamente todas las sesiones de la experiencia, están recogidos en documentos que denominaremos Opa (observación de las clases de Pascual) OMo (observación de las clases de Marió) y ORi (observación de las clases de Raimundo).

A modo de ejemplo, presentamos a continuación la tabla de observación de una sesión de clase:

TABLA DE OBSERVACIÓN DE LA PRIMERA CLASE DE MARIÓ

HO RA	TAREAS	RECUR- SOS	ORGANI- ZACIÓN	CONTENIDOS
8:30	Toca el timbre. Mo y yo subimos juntas a la clase. Mientras monto la cámara ella espera unos minutos porque apenas han llegado 5 o 6 alumnos.		Sentados en parejas.	Poner nombre a distintas figuras planas entre las que hay
8:35	Hasta ahora han llegado 23 alumnos. Mo comienza la clase explicando que van a trabajar las áreas, recuerda la prueba inicial que hicieron hace tiempo y se centra sobre todo en cómo va a ser la evaluación: no hará examen y va a tener muy en cuenta las actitudes.	Hoja de trabajo: 1ª sesión. Da un ejemplar a cada alumno y uno		polígonos regulares, irregulares, cóncavos y convexos, y otras figuras como circunferencias y elipses.
8:39	También comenta que trabajarán en grupos. Nombra a los componentes de cada grupo y los alumnos se distribuyen.	grupál.	Se forman 4 grupos de 3 alumnos y 2 grupos de 4 alumnos	Describe algunas de las figuras que van apareciendo de forma rápida. Otras no. En el caso de la elipse, los alumnos no conocen el término. Usan óvalo, ovoide, óvulo, círculo.
8:42	Reparte la hoja de trabajo y asigna una letra a cada grupo: A, B, ..., G.			Mo menciona la trayectoria de los planetas. Les suena la palabra elíptica.
8:45	Doy a Mo el magnetofón ya que comienza a atender a los grupos.			Llama la atención varias veces en la falta de tilde en algunos nombres de polígonos.
8:46	“Especificad lo máximo que podáis cada figura”			Paralelogramo: el que tiene los lados paralelos dos a dos.
8:51	“Señores, quedan 5 minutos, así que venga”.			Dice algunas diferencias entre circunferencia,
8:53	Sigue atendiendo a los grupos.			
8:55	Se dirige a todos pidiéndoles que miren todos a la pizarra. Ella irá diciendo en cada figura cuál es el nombre correcto que apuntarán todos en su hoja.		Como algunos están de espaldas, se dan la vuelta.	
9:00	1ª figura: los que han puesto octógono, medio punto y los que han puesto octógono regular un punto. 2ª figura: para que sea un rombo, los lados tienen que medir lo mismo.			

9:04	<p>Sigue leyendo en cada caso las respuestas de los grupos y anotando en la pizarra 0, 0.5 o 1 punto en cada caso.</p> <p>Si toca el timbre y no hemos terminado, me llevo el premio. (No me di cuenta de cuándo hablé del premio).</p> <p>Continúa con las figuras: circunferencia, círculo, esfera. Descalifica la esfera porque no es plana y toma como válidas</p>			<p>círculo y esfera. La última tiene volumen, la 2ª rellana la 1ª.</p> <p>Trapezio rectángulo.</p> <p>Polígono irregular de 16 lados o polígono estrellado de 8 puntas.</p>
9:10	<p>las otras dos, mencionando el significado de cada una.</p>			<p>No menciona los conceptos de cóncavo y convexo, aunque hay algunos ejemplos.</p>
9:15	<p>¿Estáis escribiendo las respuestas correctas?</p> <p>Continúa con las figuras.</p> <p>Luego voy a ver la cinta y veré los que estáis haciendo tonterías o no me están echando cuenta.</p> <p>Llama cometa a la figura 10. No menciona trapezoide.</p> <p>Explica lo que es un hexágono regular.</p> <p>Dice que la figura 16 es un triángulo acutángulo escaleno. Puede ser isósceles.</p> <p>Nadie dice que no está claro.</p> <p>Toca el timbre. Ella continúa y los alumnos también hasta que acaban. El grupo B es el que más puntuación ha conseguido y se lleva las chucherías.</p>			

Cuadro 2. 4. 3: Observación de la primera clase de Marió

La importancia de integrar todos estos instrumentos de investigación está recogida por numeroso investigadores (Goezt & LeCompte, 1988; Walker, 1989) que sugieren la necesidad de triangulación de los distintos instrumentos utilizados, es decir, la confrontación de los datos obtenidos de distintas fuentes y situaciones, a la hora de elaborar el informe de investigación y las conclusiones.

2. 4 EL PROCESO DE ANÁLISIS DE LOS DATOS. INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS

Es el que nos permite, a partir de la información obtenida, la interpretación y el conocimiento del fenómeno estudiado a partir de la identificación y examen de sus elementos y las relaciones entre ellos, mediante un análisis riguroso y sistemático que nos conduce a la elaboración de conclusiones. Se trata de un conjunto de transformaciones, reflexiones y comprobaciones que realizamos sobre los datos con el fin de extraer significado relevante en relación al problema de investigación. La comprensión de éste ha de fundamentarse en los datos y desarrollarse a partir de ellos, mediante un proceso dinámico y creativo en el que estos datos se abordan desde la comprensión del contexto del estudio y las teorías, creencias y experiencias de las que partimos (Cuesta 2003).

En la recolección de datos, el proceso esencial consiste en que damos estructura a '*datos no estructurados*' (Patton, 2002). A pesar de ser muy variados, fundamentalmente son narraciones de los participantes: visuales (fotografías, pinturas, vídeos en nuestro caso, etc.), auditivas (grabaciones), textos escritos (documentos, cartas, los diseños en nuestro caso, etc.) y expresiones verbales y no verbales (como respuestas orales y gestos en grupos de enfoque, entrevistas en nuestro caso, etc.), además de las narraciones del investigador (anotaciones en la bitácora de campo, nuestras observaciones de las sesiones de aula, etc.).

Hernández et al. (2008) añaden otras características que definen la naturaleza del análisis cualitativo:

- Dar estructura a los datos implica organizar las unidades, las categorías, los temas y los patrones (Grinnell, 1997), así como interpretarlas y evaluarlas.
- Describir las experiencias de las personas bajo su propia óptica, en su lenguaje y con sus expresiones (Grinnell, 1997; Creswell, 2005).
- Comprender en profundidad el contexto que rodea los datos, explicando ambientes, situaciones, hechos, fenómenos, etc. (Baptiste, 2001).
- Encontrar sentido a los datos dentro del planteamiento de los problemas de investigación, relacionando los resultados y el análisis con la teoría fundamentada o construir teorías (Charmaz, 2000; Baptiste, 2001).
- La interpretación que se haga de los datos diferirá de la que hagan otros investigadores, en el sentido de tener distintas perspectivas, aunque en la actualidad

se pide en mayor medida una sistematización del análisis cualitativo (Creswell, 2005).

- No se trata de un análisis *'paso a paso'* sino que involucra el estudio de cada *'pieza'* de los datos en sí misma y en relación con las demás. Se trata de un camino orientado, pero no necesariamente en línea recta, vamos al análisis y regresamos de nuevo a los datos, los interpretamos y les encontramos significado, hasta que construimos un significado global.
- El investigador construye su propio análisis, más que seguir reglas y procedimientos concretos sobre cómo hacerlo. La interacción entre datos y análisis nos permite mayor flexibilidad en su interpretación y adaptabilidad cuando elaboramos las conclusiones (Coleman & Unrau, 2005). Como ya hemos indicado con anterioridad, el análisis de los datos no es predeterminado, sino *'prefigurado o esbozado'*, es decir, se comienza bajo un plan general que va sufriendo modificaciones durante su desarrollo de acuerdo con los resultados, o sea, el análisis es moldeado por los datos, por lo que los participantes van revelando y el investigador va descubriendo.
- El investigador analiza cada dato y establece similitudes y diferencias con otros. Los segmentos de datos son organizados en un sistema de categorías.
- Las conclusiones del análisis son síntesis de *'alto nivel'* que emergen en la forma de descripciones, expresiones, temas, patrones, hipótesis y/o teoría (Mertens, 2005)

Teniendo todo lo anterior en cuenta en nuestro estudio, hemos procedido al tratamiento de la información. Para ello, en primer lugar, convertimos los archivos de todos los documentos antes descritos a formato texto y los introducimos en un Proyecto creado en el programa informático NUDIST (publicado por QSR Internacional Pty Ltd. Melbourne, Australia. 2002). En su sexta versión, conocida como N6, es producto de una larga historia de dos décadas de búsqueda de la mejora del tratamiento de datos cualitativos pertenecientes a proyectos de investigación. La ayuda que ofrece no es la de clasificación según el sistema de categorías, cuyas decisiones hemos de tomar nosotros mismos en todo momento, sino la de los distintos agrupamientos de dichas unidades que puede ofrecernos, el juego de aspectos comunes o disjuntos o correspondientes a distintos intereses que pueda tener el investigador, así como la elaboración de matrices de datos cuantitativos, que pueden aportar luz en otro tipo de investigaciones, pero que no usaremos en este trabajo.

La simplicidad que este programa ofrece está fundamentalmente basada en tres herramientas: Los codificadores, el sistema de categorías o árbol de Nodos y el Buscador de textos. No obstante, tiene el defecto de no respetar la división por unidades de información tal y como antes las definíamos, sino que asigna un número a cada línea, no admite cortes a mitad de ninguna línea, ni separa dos unidades si pertenecen a la misma subcategoría.

2. 4. 1 EPISODIOS DE LAS SESIONES

La complejidad de la práctica docente, tantas veces subrayada, nos ha llevado a proponernos que las sesiones de clase queden reflejadas en su acontecer concreto, más allá de la posible subjetividad de las tablas de observación realizadas por la investigadora, el repetido visionado de las sesiones y la acumulación de datos textuales correspondientes a la transcripción de las grabaciones de audio y vídeo. Por ello, nos ha parecido también muy importante mostrar las sesiones de clase, mediante un procedimiento de reducción de datos que nos permite vislumbrar con bastante claridad lo que ha ocurrido en cada una de ellas. Dada la dificultad que solemos encontrar para conocer la práctica real de los profesores, en general, consideramos que esta ventana al aula aporta datos de una forma muy transparente. Para ello, hemos dividido cada sesión de clase en '*episodios*'. Como ya recogimos en nuestro marco teórico, con este término, queremos significar partes de la sesión que tienen un objetivo claro. No tienen por qué estar basados en los contenidos, sino en criterios diversos relacionados con la marcha de las actividades en el aula. Por ejemplo, hemos considerado algunos '*episodios*' en términos de límites temporales, espaciales, de conducta, del programa de actividades o del contenido trabajado (Doyle, 1986). Con el término '*segmentos*' y significado muy similar, se utilizan también en Stodolsky, 1988; Leinhardt & Greeno, (1986); Schoenfeld et al., (1998 a, b) y Escudero (2003). Leinhardt (1989, 1993) los llama '*segmentos de lección*', tales como presentar la lección (el contenido), guiar la práctica, etc., y que pueden caracterizar la práctica del profesor desde su observación (Leinhardt & Greeno, 1986), como hemos visto en la perspectiva cognitiva del Apartado 1. 1. 3. 2. 1.

De este modo, hemos dividido en '*episodios*' todas las sesiones de la experiencia de cada profesor. Estos episodios están precedidos por un cuadro resumen de los que la componen, presentando sus respectivos objetivos, contenidos, actividades y el tiempo de duración de

cada uno de ellos. Su número no es constante, variando entre uno, cuando ha sido difícil distinguir una división clara de la sesión correspondiente, por el tipo de eventos desarrollados, hasta un máximo de cuatro episodios, según los casos.

A modo de ejemplo, presentamos el cuadro correspondiente a la primera sesión de Pascual:

RESULTADOS DE LA INFORMACIÓN DE LA PRIMERA SESIÓN DE PASCUAL, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: INTRODUCCIÓN AL TEMA DE LOS MOVIMIENTOS

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
1. 1	- Hacer aflorar las ideas de los alumnos	- Clasificación figuras planas	- Actividad exploratoria - Puesta en común - Ejercicio de clasificación	12 m 5 m 7 m
1. 2	- Familiarizar a los alumnos con los movimientos en el plano	- Identificación de distintas transformaciones. - Definición de los movimientos en el plano	- Presentación del tema - Actividad de descubrimiento - Resumen	2 m 10 m 2 o 3 m
1. 3	- Repasar las coordenadas cartesianas	- Representación de coordenadas cartesianas	- Ejercicios de repaso	15 m

Cuadro [Pa 1]: División en Episodios de la primera sesión de Pa

En cada episodio, dividido en dos columnas, se recoge:

- En la primera columna: el evento inicial, el objetivo que lo preside, los contenidos trabajados, la descripción del episodio, a modo de relato basado en los datos obtenidos, aunque se trata de una reducción de los mismos y el evento final, el que motiva el corte.
- La segunda columna está dedicada a la metodología: los tipos de actividades y recursos, la organización y clima del aula, la organización del tiempo, así como el papel del profesor y el papel del alumno.

A modo de ejemplo, presentamos el cuadro correspondiente al primer episodio de esta primera sesión de Pascual:

EPISODIO [PA 1. 1]	RESULTADOS DEL EPISODIO 2. METODOLOGÍA
<p>Evento inicial Comienzo de la clase</p> <p>Objetivo - Permitir que afloren las ideas del alumnado en torno a las transformaciones en el plano.</p> <p>Contenido - Clasificación de figuras planas según el criterio que cada estudiante considere adecuado. - Identificación de distintas transformaciones.</p> <p>Descripción Pa reparte una hoja a los alumnos recorriendo la clase. Éstos están sentados como lo hacen habitualmente. No introduce el tema, ni da instrucciones específicas (Opa, 5; 7-8). Les indica que hagan la Actividad 1 (DisPa, 317-20), en la que aparecen distintas figuras planas para que el alumno las agrupe por el criterio que le parezca más apropiado. <i>Pa: Tenéis 5 minutos para hacer el primero.</i> <i>A: eso es poco tiempo (TaPa, 8).</i> Pasado un minuto, pregunta en voz alta, desde delante, a una alumna: <i>¿Cómo va tu trabajo? (TaPa, 15).</i> Va pasando por las parejas que lo llaman para preguntarle algo. Las preguntas son del tipo: <i>A: No entiendo, ¿qué hay que hacer? (TaPa, 17).</i> <i>A: ¿Cómo lo hago? (TaPa, 20).</i> Pa responde repitiendo el enunciado de la Actividad con palabras similares: <i>Como quieras. Trata de agrupar las figuras que aparecen como te parezca mejor (TaPa, 21).</i> Pasados unos minutos, Pa dibuja en la pizarra las mismas figuras que los alumnos tienen en su Hoja en la primera Actividad (Opa, 9-14). Desde la pizarra se dirige a toda la clase para exponer las distintas clasificaciones que ha visto que han hecho los alumnos. Habla deprisa y no todos los alumnos le escuchan. Hay bastante ruido. No pide silencio, ni hace intentos para llamar la atención de los estudiantes. Algunos, al menos, no le prestan atención (Opa, 15-18). <i>Pa: Bien. La mayoría habéis agrupado poniendo todos los triángulos juntos, los cuadriláteros juntos, los dos diabólos juntos, las flores juntas, las interrogaciones. ¿Vale? Con los cuadriláteros, habéis separado los romboides de los cuadrados. ¿Vale? Podéis clasificarlos como queráis (TaPa, 21-5).</i> A continuación introduce el tema de los movimientos mediante una breve</p>	<p>Tipos de Actividades Son tres Actividades: una exploración de las ideas de los alumnos, una puesta en común a modo de recopilación, realizada por Pa y un “ejercicio” de clasificación según un criterio dado.</p> <p>Tipos de Recursos didácticos Primera Hoja de Actividades. Pizarra y tiza.</p> <p>Organización y Clima del Aula Los alumnos están sentados en parejas, mirando a la pizarra. El ambiente del aula es de ruido, aunque parecen concentrados en la Actividad propuesta. Cuando Pa habla delante de la pizarra, le prestan poca atención.</p> <p>Organización del Tiempo Pa comienza diciendo que tienen cinco minutos para hacer la actividad, pero de hecho les deja doce,</p>

<p>exposición oral, ayudándose de las figuras que ha dibujado en la pizarra:</p> <p><i>La forma en que vamos a hacerlo este año son las transformaciones geométricas ¿vale? A algunos los vamos a llamar movimientos, aquellos en que no va a variar el tamaño. Es decir, yo puedo mover la figura pero no cambiar el tamaño. Por ejemplo, yo puedo mover esta figura a ésta, pero ésta otra la dejo aparte, porque es tan grande que no... (TaPa, 25-30).</i></p> <p>Así, pide de nuevo a todos que clasifiquen ahora las figuras dadas en la Actividad 1, teniendo en cuenta el siguiente criterio: relacionar aquellas figuras que conservan la forma y el tamaño:</p> <p>Pa: <i>Si agrupamos por ese criterio ¿cuántos salen? Tienen que conservar la forma y el tamaño. Ponedle otra letra. Tenéis que agrupar los que tengan igual forma e igual tamaño (TaPa, 30-2).</i></p> <p>Vuelve a atender a los alumnos en sus mesas.</p> <p>Pa realiza intervenciones de distinto tipo:</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el “control” del trabajo, dirigiéndose a un alumno concreto:</p> <p>A: <i>profesor ¿pasamos a otra?</i></p> <p>Pa: <i>Todavía no hemos pasado a la siguiente. Alberto, siéntate (TaPa,41-43).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p>Por parte de algún alumno:</p> <p><i>No he entendido lo que hay que hacer, o no lo sé hacer, o cómo lo hago...</i></p> <p>Por parte del profesor:</p> <p>Pa: <i>¿estás agrupando por la misma forma y el mismo tamaño? (TaPa, 37).</i></p> <p>Esto mismo pregunta a varios alumnos al acercarse a ellos:</p> <p>Pa: <i>¿Has agrupado por tamaños o no?</i></p> <p>A: <i>si pero me he confundido y voy a hacer esto a lápiz (TaPa, 39-40).</i></p> <p>Pasados unos minutos se dirige de nuevo a la pizarra. Espera un poco a que haya menos ruido para empezar a hablar y luego dice:</p> <p><i>Solo vamos a estudiar este año algunas transformaciones. ¿Vale? Se transforma la figura y sale otra por el estilo. ¿Vale? No vamos a trabajar deformaciones de la figura que pierdan la forma. ¿Vale? Por ejemplo, este triángulo si tú lo tiras de aquí para abajo podría sacar un triángulo como éste. ¿Vale? Esta no la vamos a utilizar. Y la otra que tampoco vamos a utilizar va a ser ésta. Como si fuera un espejo que aumenta el tamaño. ¿Vale? Solo vamos a trabajar con transformaciones que conserven la forma y el tamaño. ¿De acuerdo? A esto le vamos a llamar movimientos (TaPa, 48-55).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Pa concluye la explicación de la primera Actividad desde la pizarra.</p>	<p>hasta que va a la pizarra, desde la que habla algo menos de otros cinco minutos.</p> <p>Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Atiende personalizadamente a cada alumno o pareja: - Alienta el trabajo pedido. - Comprueba si entienden la tarea. - Orienta y dirige la resolución de la tarea. - Introduce las diferentes nociones implicadas. - No se arroga ningún papel de garantizar el orden, ni el silencio. <p>Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza la Actividad pedida. - Pregunta al profesor o a su compañero las dudas que le surgen. - Participa en la puesta en común, respondiendo voluntariamente a las preguntas que va formulando Pa sobre la marcha de la exposición.
---	--

Tabla [Pa 1. 1]: Resultados del Episodio [Pa 1. 1]

2. 4. 2 EL SISTEMA DE CATEGORÍAS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Una vez transcritos, convertidos y tratados todos los documentos, para organizar los datos de los que disponíamos procedimos, por una parte, a su reducción en el caso de los episodios, es decir, a seleccionar la información más relevante, mientras que no lo consideramos necesario en los demás casos. Por otra parte, identificamos un sistema de categorías que reflejase las temáticas de interés en nuestro estudio, para hacer la información más abarcable. Para ello retomamos de nuestra investigación previa (Rodríguez, 2005), el sistema de categorías inicialmente definido. Éste sistema no es excluyente, es decir, la información puede formar parte de más de una de las categorías elegidas y ha estado sometido a reelaboraciones a lo largo del proceso.

A continuación presentamos el sistema de categorías del que partimos para realizar el tratamiento de los datos, tanto de la metodología y evaluación de los tres diseños, como de su puesta en práctica. Consta de dos amplias categorías, que se corresponden con la metodología y la evaluación, divididas a su vez, en subcategorías. El código 1 correspondió a los contenidos ya analizados (Rodríguez, 2005).

SISTEMA DE CATEGORÍAS ORIGINAL

CATEGORÍAS	CÓDIGO	SUBCATEGORÍAS	CÓDIGO
METODOLOGÍA	2	Tipos de Actividades	2.1
		Tipos de Recursos Didácticos	2.2
		Secuencia de Actividades (hilo conductor)	2.3
		Organización y Clima del Aula	2.4
		Organización del Tiempo	2.5
		Papel del Profesor	2.6
		Papel del Alumno	2.7
EVALUACIÓN	3	Para qué	3.1
		Qué	3.2
		Cómo	3.3
		Cuándo	3.4
		Quién	3.5
Otros	4		

Cuadro 2. 4. 2: Sistema de categorías del problema de investigación

Este sistema, conjunción de la investigación anteriormente citada y nuestro marco teórico, recoge los elementos que en principio considerábamos muy importantes. De entre ellos destacamos el caso de la atención a la diversidad, por ser una de las preocupaciones del profesorado novel recogida en nuestra investigación previa (Solís et. al., 2002; Rodríguez, 2005) y en todos los cursos realizados con profesores noveles. Sin embargo, hemos considerado más significativo estudiarla a través de otras subcategorías, como es el caso del nivel cognitivo de las actividades, el tipo de agrupamientos que cada profesor se propone y hace, así como el tipo de ayuda que ofrecen nuestros profesores a los alumnos cuando se encuentran con obstáculos durante los procesos de enseñanza y aprendizaje. De otra forma, la clasificación de los datos sería difícil de realizar.

2. 4. 3 TRANSFORMACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS DE ANÁLISIS A PARTIR DEL TRATAMIENTO DE LOS DATOS

Durante la organización y posterior estructuración de los datos, hemos comprobado que algunas de las categorías presentadas anteriormente, no se corresponden claramente con los resultados obtenidos. Así, hemos necesitado redefinirlo, decidiendo, no solamente considerar los tipos de actividades que habíamos presentado inicialmente (Apartado 1. 2. 1. 1), sino que hemos reestructurado los ya existentes e incorporado algunos nuevos que creemos muy importantes, como mostramos en el siguiente Apartado. También hemos considerado de singular relevancia estudiar las dos dimensiones de las Actividades que hemos propuesto en nuestro marco teórico (Apartado 1. 2. 1. 1), es decir, algunas características significativas de las mismas, así como su nivel cognitivo en las dos primeras fases de su desarrollo (planificación-diseño- y presentación a los estudiantes –práctica-). La fase de desarrollo de las mismas por parte de los alumnos no ha formado parte de nuestro estudio, salvo en lo referido a su grado de implicación observable externamente.

Por lo tanto, han surgido posibles modificaciones del sistema de categorías inicial, más acordes con los datos, que se han ido teniendo en cuenta en la interpretación de resultados, en su análisis y en las conclusiones.

2. 4. 3. 1 TIPOLOGÍA PARA LA CLASIFICACIÓN DE LAS ACTIVIDADES

Partimos de los Tipos de Actividades presentados en el Apartado sobre la metodología de aula del Capítulo 1 (Apartado 1. 2. 1. 1). Una vez organizados y tratados los datos de la investigación, tenemos la necesidad de matizar el esquema inicial, para que facilite el análisis de las actividades propuestas y llevadas a cabo por nuestros tres profesores. De este modo, comentamos a continuación como concebimos dicho esquema tras la lectura detenida de estos datos, para formular, a continuación, un nuevo esquema de trabajo.

Vamos a considerar, a continuación, los tipos de actividades más acordes con nuestro planteamiento metodológico, cruzado con los datos de la investigación, en función del papel que juegan a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje propuesto por los profesores:

➤ En primer lugar, consideramos '**actividades de iniciación**': es en este tipo de actividades donde se han de tener en cuenta los aspectos de incertidumbre y conflicto cognitivo para impulsar el aprendizaje (Zaslavsky, 2005). Por una parte, este tipo de actividades promueve el pensamiento reflexivo, que implica un estado de duda, perplejidad o dificultad mental en el que se origina el pensamiento. Por otra parte, permite motivar, conocer y explicitar las ideas de los alumnos en torno a la situación propuesta, así como plantear hipótesis y conjeturas. Se trata de aportar actividades que capturen la curiosidad de los estudiantes y les inspiren a especular y perseguir sus conjeturas. Es importante también tener en cuenta la diversidad de intereses y experiencias de los estudiantes. El significado de la motivación es encauzar al estudiante hacia los objetivos y propósitos de la enseñanza.

Las primeras actividades tendrían que ocuparse de la exploración de las ideas y/o los conocimientos previos de los estudiantes para que de ellas surjan las problemáticas, en torno a las cuales trabajar los contenidos que el profesor pretende, como ejes vertebradores de la secuencia de Actividades. En nuestro estudio hemos constatado que nuestros tres profesores se plantean muy poco estos objetivos. En su lugar, con las actividades de iniciación, ellos más bien tratan de obtener información sobre qué conocimientos previos de tipo conceptual o procedimental tienen los alumnos al inicio de la experiencia en torno al tema de estudio, por lo que, en algunos casos, les proponen '*Actividades de Expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas*'. También hemos considerado que tratan de fomentar el interés de los estudiantes por el tema que se va a trabajar, por lo que pueden clasificarse como '*Actividades de motivación*' que promueven alguna conexión con la

temática a trabajar y, también en algunos casos, aparecen '*Actividades de identificación y reconocimiento de conocimientos previos*', que sitúan al profesor ante los que los estudiantes saben sobre dicha temática.

➤ En segundo lugar, consideramos '**Actividades de Obtención de información**', es decir, relacionadas con la '*Presentación de Información*', bien seleccionada por el profesor mediante exposiciones magistrales, documentos para su lectura, vídeos, etc., y la '*Búsqueda de Información*' del alumno en distintas fuentes: libro de texto, Internet, materiales diversos, etc., necesaria y relevante para resolver los problemas planteados. Se trata de actos de búsqueda, caza, cuestionamiento para encontrar cómo resolver las dudas que han surgido.

En el caso de nuestros profesores, la presentación de información, aunque se hace a veces a través de los estudiantes, se convierte, fundamentalmente, de explicaciones del profesor, tanto al inicio del trabajo, como durante el mismo, con nuevos aportes de información que él considera que van siendo necesarios sobre la marcha. La búsqueda de información, la consideramos sobre todo como una actividad del alumno que, en lugar de recibir pasivamente la información del profesor, indaga más o menos autónomamente para encontrar los datos que necesita para resolver las actividades planteadas.

➤ En tercer lugar, consideramos '**Actividades de Estructuración**'. Este grupo de actividades es el más amplio y diverso, pues son aquellas que han de permitir al estudiante, experimentar, interiorizar, asimilar, reorganizar y construir los contenidos trabajados, es decir, actividades que ayuden a '*organizar la información*', tales como construcción de tablas, esquemas, dibujos o diagramas que ordenen los datos y contribuyan a guiar los procesos de '*búsqueda de respuestas*', resolviendo ciertas tareas, tales como construir, comparar, describir, etc. Pueden realizarse formal o informalmente, mediante razonamientos deductivos y modos de representación numéricos y/o algebraicos o a través de razonamientos inductivos y recursos didácticos manipulativos, gráficos, informáticos, etc., respectivamente.

Esta búsqueda puede expresarse en forma de hipótesis y conjeturas, como ya hemos indicado, que en la mayoría de los casos ha de conducir a '*actividades de elaboración de respuestas*', más complejas, que en algunos casos permiten o se les solicita que se establezcan formalmente en última instancia: tales como llegar a fórmulas, obtener la expresión algebraica del Teorema de Pitágoras, elaborar conclusiones o definir más o menos

formalmente ciertos elementos matemáticos del tópico que se trabaja. Estas respuestas han de ser analizadas, argumentadas y/o justificadas, de modo que las hipótesis y conjeturas iniciales puedan ser verificadas y aceptadas o rechazadas según los casos, mediante '*Actividades de Argumentación y/o de Justificación*', ya que los alumnos pueden llegar hasta la justificación o no. En este sentido, una '*Actividad de Comprobación*' no es más que la verificación de un caso particular, lo que no exime de una justificación general, ya sea intuitiva o formal. Una comprobación refuerza el teorema, la propiedad o fórmula buscada, cuando tenemos en un ejemplo todos los datos y vemos que éstos lo cumplen. También podría tratarse de la comprobación que tendría que hacer siempre el alumno cuando considera que ha encontrado una solución al problema planteado.

Por otra parte, es fundamental que los estudiantes reelaboren sus ideas al término de los procesos que están llevando a cabo, para lo cual puede ser de gran ayuda las '*Actividades de Resumen y/o Síntesis*'. Una actividad de síntesis tiene un alto nivel cognitivo, cuando se obtiene la esencia del contenido trabajado a modo de conclusiones y afirmaciones breves y contrastadas. También consideramos de trascendental importancia que los estudiantes aprendan a comunicar por escrito los procesos completos seguidos, para internalizar o interiorizar el conocimiento e igualmente compartirlos oralmente con el resto de compañeros, entrando en un proceso de negociación y creación de significados que contribuye al enriquecimiento y estructuración del conocimiento trabajado. Esta comunicación entre iguales y la habilidad del profesor para recoger todas las ideas expuestas y cerrar los procesos emprendidos llevándolos a un nivel superior de estructuración, es esencial para la construcción conjunta del conocimiento. Sin embargo, nuestros profesores, aunque han favorecido a veces la expresión de los alumnos, no han propuesto ninguna Actividad directamente relacionada con la comunicación oral y/o escrita, por lo que las hemos suprimido de nuestro esquema inicial (Apartado 1. 2. 1. 1 del Capítulo precedente).

Por último, consideramos que el proceso se cierra adecuadamente si promovemos '*Actividades de Contraste*', que pueden ser más simples (por ejemplo, la mera corrección de las actividades realizadas), o más propiamente en consonancia con el significado del término, es decir, como el debate de las ideas de los estudiantes y la negociación de significados. Es por ello, por lo que las hemos incluido en el nuevo esquema que presentamos.

➤ En cuarto lugar, consideramos '*Actividades de Aplicación*', que han de ser facilitadoras de la automatización de los nuevos aprendizajes y de posibles transferencias de

un contexto a otro, tanto dentro de las matemáticas, como de otras disciplinas y, muy especialmente, aquellos más relacionados con los intereses y el conocimiento cotidiano del alumno.

Si el trabajo emprendido partiese de problemáticas surgidas de los intereses de los estudiantes y los objetivos del profesor, esta aplicación de la información a diversos contextos sería mucho más fácil. En nuestro caso, distinguimos entre '*Actividades de Simple Aplicación Directa*' bien sean a partir de datos (tenemos algunos datos, damos por supuesta la expresión a aplicar y hallamos el dato que falta) o en contextos sencillos; '*Actividades de Aplicación Combinada*', entendiendo por tales aquellas que requieren la utilización de más de un procedimiento (aunque normalmente simples) y, por lo tanto, una mayor organización mental del alumno; y '*Actividades de Aplicación Compleja*', que implican un salto cualitativo, (utilizar procedimientos más estratégicos, etc.), pues conllevan la aplicación en un contexto diferente del que lo ha aprendido, o manejar información diversa, o combinar varios procedimientos, etc. Adelantamos que hay muy pocas de este tipo, tanto en el diseño como en la práctica. Hemos incluido también '*Actividades de Identificación o Reconocimiento*' de conocimientos previos, ya que, aunque claramente puede tratarse de una tipología propia de las Actividades de Iniciación, nuestros profesores recurren también a ellas a lo largo del desarrollo del tópico, como una forma más de aplicación de la información trabajada.

➤ Por último, hemos considerado '*Actividades de Metarreflexión*' en aquellos casos en los que se solicita al alumno una reflexión sobre lo realizado, bien sea realizada individual y/o colectivamente.

Resumiendo, proponemos la siguiente tipología para la clasificación de las Actividades, en la que incluimos las actividades más relevantes o más frecuentes que aparecen en los diseños de nuestros profesores. Actividades de:

- **Iniciación**

- ✓ Motivación
- ✓ Expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas

- **Obtención de información**

- Presentación de información (exposición del profesor: organizativa, relativa al contenido; un texto, un vídeo, otras fuentes, etc.)
- ✓ Búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes

- **Estructuración de información**
 - ✓ Organización de la información (hacer tablas o esquemas, ciertos dibujos, exposición del profesor del contenido ya trabajado, etc.)
 - ✓ Búsqueda de respuestas (manipulativa, gráfica, formal, etc.)
 - ✓ Elaboración de respuestas (intuitivas, formales, etc.)
 - ✓ Comprobación
 - ✓ Argumentación y/o justificación
 - ✓ Resumen o síntesis
 - ✓ Contraste (corrección, debate de ideas, negociación de significados, etc.)
 - **Aplicación de la información**
 - Identificación o reconocimiento de conocimientos previos
 - Simple aplicación directa (a partir de datos, en contextos sencillos)
 - ✓ Aplicación combinada (a partir de datos, en contextos sencillos)
 - ✓ Aplicación compleja (a partir de datos, en contexto)
- **Metarreflexión**

2. 4. 3. 2 SISTEMA DE CATEGORÍAS EMERGENTE

Retomando nuestro discurso sobre el sistema de categorías adoptado, presentamos ahora, como emergente, el que en realidad ha quedado consolidado y el que finalmente hemos utilizado. Éste ha sido el resultado de fusionar algunas, como la organización del tiempo con la organización y clima del aula, y enriqueciendo otras, como la correspondiente a las Actividades, que acabamos de mostrar. Así, quedan las siguientes subcategorías: las Características y los Tipos de Actividades, los Tipos de Recursos Didácticos, la Secuencia de Actividades, el Clima y Organización del Aula y del Tiempo, así como el Papel del Profesor y el Papel del Alumno.

En cuanto a las subcategorías correspondientes a la Evaluación hemos constatado que, mientras que siguen siendo interesantes tras la recogida de datos de carácter declarativo, solo se puede hacer un análisis global respecto de la práctica, dada la escasez de datos referidos a ésta. Aún con este obstáculo, hemos mantenido las subcategorías iniciales, en este caso. Todo ello está recogido en el siguiente cuadro:

SISTEMA DE CATEGORÍAS EMERGENTE

CATEGORÍAS	CÓDIGO	SUBCATEGORÍAS	CÓDIGO
METODOLOGÍA	2	Características y Tipos de Actividades	2.1
		Tipos de Recursos Didácticos	2.2
		Secuencia de Actividades (hilo conductor)	2.3
		Clima y Organización del Aula y del Tiempo	2.4
		Papel del Profesor	2.5
		Papel del Alumno	2.6
EVALUACIÓN	3	Para qué evaluar	3.1
		Qué evaluar	3.2
		Cómo evaluar	3.3
		Cuándo evaluar	3.4
		Quién evalúa	3.5

Cuadro 2. 4. 3. 2: Sistema de categorías utilizado en el problema de investigación

Consideramos que desde este sistema de categorías emergente hemos obtenido suficiente información sobre la metodología y la evaluación propuestas y desarrolladas por estos profesores en el diseño de su intervención docente y en su puesta en práctica.

2. 4. 4 INDICADORES DEL SISTEMA DE CATEGORÍAS DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Todo lo señalado en nuestro marco teórico en torno a la metodología y la evaluación, podemos resumirlo en un cuadro, que, por una parte, recoge los distintos estadios de evolución del desarrollo profesional reflejados en el Capítulo 1 y, por otra, los aspectos esenciales de la metodología y la evaluación.

Con ello, obtenemos unos *'indicadores'* que nos servirán de referencia para nuestro análisis:

CATEGORÍAS ANALIZADAS / ESTADÍOS DE DESARROLLO PROFESIONAL		INDICADORES DEL ESTADÍO INICIAL	INDICADORES DEL SEGUNDO ESTADÍO: INNOVADOR (TT)	INDICADORES DEL SEGUNDO ESTADÍO: INNOVADOR (TE)	INDICADORES DEL TERCER ESTADÍO: ALTERNATIVO (MODELO DE INVESTIGACIÓN EN LA ESCUELA)
2 M E T O D O L O G Í A		Metodología basada en la transmisión de la información. Centrada en el profesor Modelo deductivo.	Metodología vinculada a los métodos de las disciplinas. Centrada en el profesor. Modelo inductivo.	Metodología basada en el ' <i>descubrimiento espontáneo</i> ' por parte del alumno. Centrada en el alumno. Modelo inductivo.	Metodología investigativa. Centrada en el alumno. Modelo transductivo .
	2.1	Actividades de aplicación simple, directa e inmediata de los contenidos expuestos por el profesor y ejercicios de repaso, sacados principalmente del libro de texto: · rutinarios · homogéneos · cerrados · solución única	Actividades de distintos tipos. Características, en general cerradas, de solución única, pocas estrategias de resolución. Nivel cognitivo medio y bajo.	Realización por parte del alumno de múltiples actividades de carácter abierto y flexible, algunas fuera del aula, en contextos variados. Nivel cognitivo medio y bajo.	Trabajo en torno a ' <i>problemas</i> ' mediante actividades de diversos tipos, abiertas, que pueden resolverse mediante estrategias múltiples, con varias soluciones y grados de incertidumbre. Amplio rango de nivel cognitivo.
	2.2	Los recursos didácticos que se utilizan se reducen al libro de texto, la tiza y la pizarra.	Libro de texto, fichas elaboradas por el profesor y material didáctico disponible en el centro. TIC.	Recursos didácticos que puedan favorecer la motivación de los alumnos. TIC.	Recursos didácticos que puedan favorecer la motivación y el aprendizaje de los alumnos. TIC.

	2.3	<p>La secuencia de actividades sigue la lógica de la materia.</p> <p>Nivel único de formulación y complejidad</p>	<p>Secuencia de actividades cerrada y rígida, que sigue la lógica de la materia.</p> <p>Puede haber distintos niveles de formulación y complejidad.</p>	<p>Secuencia de actividades abierta y flexible.</p> <p>Sin hilo conductor claro.</p> <p>Planificada en el corto plazo, según los intereses de los alumnos.</p>	<p>Secuencias de actividades relativas al tratamiento de problemas significativos para los alumnos, como ejes de las secuencias: abiertas y flexibles, con múltiples conexiones, diversos niveles de formulación y complejidad.</p>
	2.4	<p>Organización rígida de espacios y tiempos.</p> <p>Los alumnos miran a la pizarra</p> <p>Trabajo individual, con el mismo tiempo para todos.</p> <p>No hay comunicación entre iguales.</p>	<p>Organización no tan rígida de espacios y tiempos.</p> <p>Los alumnos a veces miran a la pizarra o están sentados en grupos.</p> <p>Trabajo individual y/o en grupo.</p> <p>A veces hay flexibilidad en los tiempos y comunicación entre iguales.</p>	<p>Organización totalmente flexible de espacios y tiempos.</p> <p>Trabajo frecuentemente en pequeño grupo o en U para debates y asambleas.</p> <p>Comunicación entre iguales.</p> <p>Respeto por el ritmo individual y de grupo.</p>	<p>Organización flexible de espacios y tiempos, en función de los procesos de enseñanza y aprendizaje.</p> <p>Trabajo personal y en grupo, tanto pequeño como de la clase completa.</p> <p>Comunicación y aprendizaje entre iguales.</p> <p>Respeto por el ritmo individual y de grupo.</p>
	2.5	<p>El profesor explica, controla, corrige y califica.</p> <p>Proposición de tareas similares a las previamente mostradas.</p> <p>Mantiene el orden en la clase.</p>	<p>El profesor dirige todo el proceso. Da mayor participación al alumno.</p> <p>Mantiene el orden del aula.</p>	<p>El profesor facilita las actividades, medios y recursos necesarios, sin orientar apenas el proceso.</p> <p>Coordina la dinámica general de la clase como líder social y afectivo.</p>	<p>El profesor facilita el aprendizaje de los alumnos e interviene con preguntas, escucha e intervenciones adecuadas.</p>

	2.6	El alumno escucha atentamente, estudia y hace los ejercicios en clase y en casa y los reproduce en los exámenes.	Los alumnos participan en lo que propone el profesor.	Papel central y protagonista del alumno, quien realiza gran diversidad de actividades, de acuerdo con sus intereses.	Los alumnos construyen, modifican, diversifican y enriquecen sus esquemas de conocimiento de manera consciente.
3 E V A L U A C I Ó N	3.1	Para calificar.	Para calificar a los alumnos y medir la consecución de los objetivos prefijados.	Para comprobar el interés de los alumnos y mejorar la dinámica del aula.	Para valorar la evolución de las ideas de los alumnos y mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.
	3.2	Centrada en 'reproducir' los contenidos practicados, principalmente los algorítmicos y las aplicaciones mostradas. Atiende, sobre todo al producto.	Centrada en la medición detallada de los aprendizajes. Atiende al producto, pero intenta medir la consecución de los objetivos prefijados.	Centrada en los procedimientos y en las actitudes. Atiende al proceso, aunque no de forma sistemática.	Centrada en la evolución del conocimiento del alumno, la actuación del profesor y el desarrollo del proyecto y de los procesos. Se reconsideran los diversos aspectos metodológicos a partir de las conclusiones.
	3.3	Realizada mediante exámenes escritos.	Realizada mediante exámenes y plantillas específicas de observación.	Realizada mediante la observación directa del trabajo de los grupos de alumnos y su participación éstos y en asambleas.	Realizada con diversidad de Instrumentos de seguimiento: producciones de los alumnos, diario del profesor, observaciones de varios tipos, etc.
	3.4	Al final del proceso.	Al inicio y final del proceso.	Realizada periódicamente.	Realizada de forma continua.
	3.5	El profesor.	El profesor y/o los alumnos.	El profesor y los alumnos.	El profesor y los alumnos.

Cuadro 2. 4. 4: Indicadores del sistema de categorías del problema de investigación

Para concluir, presentamos a continuación un resumen de las conclusiones obtenidas en torno a los contenidos de enseñanza en la Memoria de Investigación presentada para la obtención del DEA, porque nos parece el punto de partida idóneo para este nuevo trabajo.

2. 5 CONCLUSIONES OBTENIDAS EN TORNO A LOS CONTENIDOS DE ENSEÑANZA EN EL DEA

Creemos necesario presentar una síntesis de las conclusiones obtenidas en el trabajo de investigación previo que estaba focalizado en el análisis de las propuestas de contenidos recogidas en los diseños de los tres profesores (Rodríguez, 2005). Muchos de los aspectos relacionados con la metodología y la evaluación, objeto de estudio en la presente investigación, no se pueden entender sin conocer la naturaleza de dichas propuestas de contenido.

Tratamos de hacer una recapitulación de las conclusiones que aporten respuestas, aunque parciales, al problema que presidió aquella investigación: las concepciones de los profesores noveles en relación a unos contenidos concretos de Geometría, en los niveles de 2º o 3º de ESO, que aparecen en el proceso de diseñar una intervención de enseñanza, tanto los planteados explícitamente como los que subyacen en la secuencia de actividades propuestas a sus alumnos para el aprendizaje de los mismos. Hemos dibujado, con la mayor nitidez posible en cada caso, el perfil de nuestros profesores en cuanto a los contenidos que han trabajado.

2. 5. 1 CONCLUSIONES REFERIDAS A CADA PROBLEMÁTICA

En primer lugar, presentamos nuestras conclusiones en torno a cada una de las problemáticas analizadas.

2. 5. 1. 1 FINALIDADES EDUCATIVAS

Con respecto a aquellas relacionadas con las intenciones educativas básicas que se desprenden de los diseños de nuestros profesores, consideramos que:

No aparecen explícitamente unas finalidades educativas claras precediendo el diseño de la intervención educativa. Sin embargo, podemos considerar algunos aspectos como finalidades, siempre estrechamente relacionados con los contenidos que se proponen enseñar.

En lo referente a finalidades generales, todos se proponen aplicar a la vida cotidiana los contenidos que han decidido enseñar, aunque, como veremos más adelante, las actividades diseñadas para llevar a cabo esta intención, se correspondan después con concepciones diferentes de esta aplicación.

Otro aspecto común a los tres profesores está relacionado con los contenidos actitudinales, aunque su mención es bastante escueta en el caso de Marió, ya que esta profesora únicamente indica que valorará actitudes de cooperación. Tanto en el caso de Pascual como en el de Raimundo, lo que se proponen como objetivo está muy relacionado con aspectos metodológicos, ya que lo que quieren lograr, tratan de desarrollarlo mediante el trabajo de los alumnos en pequeños grupos. Ambos profesores muestran una finalidad educativa clara por fomentar valores colaborativos.

En cuanto a los aspectos diferenciadores, señalamos, en primer lugar, que Marió menciona estrategias heurísticas de resolución de problemas, así como utilizar distintas representaciones en situaciones diversas.

Por su parte, Pascual se propone redactar y organizar la información mediante resúmenes para garantizar cierta formalización de los contenidos.

Por último, Raimundo, se propone motivar a sus alumnos y mostrarles una cara '*más amable*' de las Matemáticas que la meramente académica.

Con respecto a los objetivos específicos, se perciben más similitudes que diferencias entre los tres profesores. En primer lugar, que todos han sentido la necesidad de presentar una relación lineal de objetivos específicos, totalmente ligada a los contenidos que van a trabajar. Que tienen estos objetivos mucho más claros que los aspectos generales que antes

hemos apuntado. Que las actividades diseñadas están también más acordes con éstos. Consideramos, por lo tanto, que estos son los objetivos en los que más han puesto el acento a la hora de la realización de dichos diseños.

A la vista de estas observaciones, interpretamos que la principal finalidad educativa de nuestros tres profesores es la adquisición de los contenidos propuestos.

Podemos considerar, además, que los tres profesores están interesados en mostrar la utilidad de dichos contenidos, con distintas manifestaciones de su preocupación en este sentido, como acabamos de ver.

Por otra parte, muestran preocupación hacia lo educativo, ya que no sólo dan importancia a los contenidos conceptuales y procedimentales, sino hacia valores y otros aspectos éticos, aquellos especialmente relacionados con la necesidad que sienten de crear un clima adecuado en clase. Esto se refleja poco en Marió, pero es claro en Pascual y en Raimundo.

Aunque nuestros profesores no han planteado, a modo de marco de su propuesta de intervención, cuál es y cuál debería ser la función social de la escuela obligatoria, o cuál es el papel de las Matemáticas en la formación básica de los ciudadanos, podemos afirmar que estas cuestiones subyacen en sus propuestas, en el sentido que hemos tratado de señalar.

2. 5. 1. 2 TIPOS DE CONTENIDOS

Con respecto a las cuestiones relacionadas con los tipos de contenidos que nuestros profesores trabajan prioritariamente, comenzamos por comentar los conocimientos conceptuales. Los tres tienen en común que dan mucho peso a los aspectos terminológicos del tema en cuestión en cada caso.

Marió centra casi todos sus esfuerzos en la obtención de resultados: las fórmulas de las áreas de las figuras planas. También aparece, tímidamente, el concepto de área y de u^2 . Pascual, además de a la terminología, da cierta importancia a las definiciones, con lo que nos está mostrando su intención de dejar expresados, con la mayor precisión posible, los contenidos conceptuales: las características más significativas de cada movimiento, sus elementos e

invariantes. En el caso de Raimundo, a los aspectos terminológicos, añade el teorema de Pitágoras, más complejo y rico en relaciones.

En los tres profesores predominan claramente los procedimientos, considerando importante señalar que no proponen únicamente ejercicios rutinarios de aplicación inmediata de los contenidos que se acaban de enseñar, - que los acercaría al modelo tradicional - sino que combinan bastantes técnicas, destrezas e introducen algunos razonamientos interesantes, por lo que nuestros profesores avanzan en este aspecto hacia modelos de transición. En cambio proponen pocas estrategias heurísticas, incluso en el caso de Marió, que declaró expresamente en las finalidades la importancia de las estrategias heurísticas y de utilizar las representaciones en situaciones diversas.

Así Marió propone recuentos, construcción de figuras en un geoplano, dibujos, descomposición y composición de figuras, organización de datos y medidas. En relación con los razonamientos, propone estimaciones, introduce procesos de generalización y de expresión, oral y escrita, de los mismos. También recomienda la utilización de alguna estrategia, como la construcción de tablas. Estrategias más generales de resolución de problemas, o el uso de representaciones diversas de los contenidos, que esta profesora plantea entre sus intenciones educativas, no aparecen en las actividades que propone a sus alumnos.

Pascual propone, sobre todo, la construcción de la figura transformada de otras dadas mediante cada movimiento - generalmente mediante dibujos - En este sentido, las destrezas que solicita son menos variadas que en el caso anterior. También pide clasificaciones. Se interesa por el paso de lo intuitivo a lo formal, tal como expresó en las finalidades educativas, pero no propone que sean los propios alumnos quienes hagan el esfuerzo de expresión de esos procesos mediante resúmenes, posiblemente por considerar insuficiente el grado de precisión al que éstos podrían llegar, sino que los aporta él mismo.

Por su parte, Raimundo también trabaja técnicas y destrezas variadas e introduce la idea de demostración matemática, que no han trabajado los profesores anteriores, aunque sin poner énfasis en el rigor, sino más bien con apoyo intuitivo. Como Marió, solicita que el alumnado exprese los aprendizajes obtenidos y los reformule con sus propias palabras.

Podemos destacar en los tres su propuesta de ejercicios de aplicación a la vida cotidiana, tal como expresaron en las finalidades educativas del diseño, que son más “realistas” en el caso

de Marió (por medir objetos reales en el aula, en el patio del Centro y en la propia casa del alumno), más abiertos a lo cultural en el caso de Pascual (especialmente por la visita al Alcázar, donde intenta que se reconozca la presencia de la Geometría) y más artificiales y académicos en el de Raimundo.

En ninguno de los tres acusamos una excesiva presencia del lenguaje formal y de los razonamientos deductivos, propios del modelo tradicional. Pascual no se resiste a dar, con cierta precisión, las definiciones de los movimientos, mientras que Marió y Raimundo trabajan procesos de generalización, que también pretenden llegar a lo formal, sin poner demasiado énfasis en ello.

Con respecto de las actitudes, podemos diferenciar claramente dos tipos: las que están directamente relacionadas con los contenidos conceptuales o procedimentales propuestos, añadiéndoles algún matiz de *gusto por*, *aprecio por*, o *valoración de*, etc. Constatamos que solo se refieren a algunos contenidos, unos muy generales y otros llamativamente concretos, sin justificar la ausencia del resto, dejando la duda de si los consideran menos importantes, van a hacer menos hincapié en ellos o simplemente mencionan sólo algunos a modo de ejemplos.

Los contenidos actitudinales no directamente relacionados con los otros tipos, los hemos recogido y comentado previamente en el apartado de finalidades generales, ante la ausencia de una mención más explícita de las mismas. Como allí indicábamos, Marió es quien menos se expresa en este sentido y no aparecen en el diseño de actividades.

De los datos aportados no podemos extraer que nuestros profesores se hayan planteado un mayor equilibrio y relaciones entre los tipos de contenidos propuestos, ni con qué grado de extensión y profundidad diseñarlos.

Si analizamos los contenidos que nuestros profesores han propuesto en su intervención de enseñanza, en los tres casos parten de un cuerpo matemático externo e independiente del contexto, del profesor y de los alumnos concretos a los que van destinados. En este sentido, se ajustan bastante los tres al modelo tradicional, ya que el principal referente es el saber académico matemático.

Esto no quiere decir que estos profesores hayan olvidado los aspectos que señalaban en las finalidades educativas, pero, como acabamos de ver, los contextos aparecen como

aplicaciones posteriores de los contenidos trabajados. A su vez, tratan de que éstos estén adaptados “al nivel” de los alumnos.

2. 5. 1. 3 ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS

Con respecto a las cuestiones relacionadas con qué criterios seleccionan los contenidos, qué relaciones establecen entre ellos, de qué forma los organizan y si los presentan con cierto grado de apertura y diversos niveles de formulación, consideramos que:

Ninguno de los tres profesores presenta criterios explícitos de selección ni de organización de los contenidos, aduciendo cada uno algunas razones para justificar la selección realizada y presentando una organización siguiendo la lógica matemática, de la que destacamos la inclusión de un mapa conceptual por parte de Raimundo.

En cuanto a las interacciones de los contenidos entre si y con otras áreas, Marió y Raimundo se centran más en las relaciones matemáticas que pueden establecerse entre ellos, aunque Raimundo propone también ciertos contenidos históricos. Pascual no promueve tanto este tipo de relaciones como con otros Departamentos - por ejemplo, el de Educación Plástica, ya que encuentra en el Arte una fuente de motivación importante -, el de Tecnología o Física.

El principal criterio de organización que extraemos de nuestros profesores es el grado de dificultad de los contenidos propuestos y su lógica interna. Estos criterios permanecen implícitos y no se conjugan con los intereses de sus alumnos, ni con su conexión con la vida cotidiana, aunque ambos aspectos están presentes en las preocupaciones y planteamientos de estos profesores.

La organización de los contenidos, como hemos visto, es lineal y cerrada y, en dos de nuestros profesores, con un único nivel de formulación. No se trabaja en torno a problemas y no establecen, para su organización, una hipótesis de progresión sobre la posible evolución del conocimiento de sus alumnos y los posibles obstáculos que se pueden encontrar.

En cuanto al grado de apertura de los contenidos, ninguno de nuestros profesores aporta datos interesantes en este sentido. Con respecto a los niveles de formulación, ni Marió ni Raimundo plantean una gradación de los contenidos por considerarlos al alcance de todos. En su lugar, ofrecen distintos recursos didácticos para favorecer la motivación y permitir que

todos los contenidos propuestos puedan ser trabajados por todos. Sólomente Pascual presenta varios niveles de formulación de los contenidos, que explica muy detalladamente, aportando propuestas valiosas, además de proponer actividades de refuerzo o repaso, ampliación y adaptaciones curriculares.

2. 5. 1. 4 ALGUNOS REFERENTES Y FUENTES DE INFORMACIÓN

Con respecto a las cuestiones relacionadas con sus referentes, la naturaleza del conocimiento matemático que proponen, a qué fuentes recurren prioritariamente para elaborar sus experiencias, consideramos que:

Es llamativo que nuestros profesores apenas hagan mención explícita a las fuentes utilizadas para la realización de sus diseños. En el caso del propio conocimiento por considerarlo, en cierto modo, obvio. No obstante, en el caso de la Geometría, y especialmente en los aspectos didácticos, no tienen, como hemos podido constatar, tanta seguridad.

En lo referente a los aspectos histórico-epistemológicos, podemos sintetizar señalando que, mientras que Marió no le da importancia explícita ni implícita en su diseño, los otros dos profesores introducen actividades donde éstos se trabajan, aunque de distinta forma: Pascual resalta su relación con distintas culturas a lo largo de la historia y nos muestra su interés por aportar a sus alumnos unas Matemáticas más ricas, no ciñéndolas al ámbito puramente académico y formal. Raimundo lo enfoca más hacia la búsqueda y selección de información sobre algunos aspectos históricos relacionados con el tema de su intervención o el trabajo con algún texto histórico e indica su deseo de que los contenidos no se estudien desvinculados de su evolución histórica, aunque en las actividades que propone no se muestre esto con suficiente claridad.

Con respecto a las ideas de los alumnos, ninguno de los tres profesores trata de partir del conocimiento cotidiano del alumno, planteando actividades para descubrir, movilizar o cuestionar sus ideas o que proporcionen cierto contraste con los contenidos que pretenden enseñar, donde se exploren y analicen las ideas, opiniones e intereses de los alumnos sobre la temática concreta que se esté investigando como factores motivadores, como agentes productores de cambio y, a la vez, como estímulo para la transformación de las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y aprendizaje. Realmente, todavía no se está dando

valor a estas ideas y se sigue considerando quizás que el único conocimiento válido en el que se tiene previsto enseñar.

No obstante, nuestros profesores han tenido de otro modo en cuenta los conocimientos de los alumnos. En primer lugar, Marió y Raimundo hacen una prueba inicial para conocer “el nivel” de sus alumnos. Ambos profesores optan por seleccionar contenidos básicos, pensando en su utilidad práctica y usando recursos didácticos novedosos y variados, para atender alumnos diversos. Pascual no se propone una prueba exploratoria porque presupone que, al ser contenidos nuevos, los alumnos los desconocen, pero es consciente de que tienen ideas intuitivas sobre los movimientos y algunos conocimientos sobre ángulos y coordenadas, por ejemplo. Él hace una propuesta con tareas diversificadas pensando en los miembros del grupo que las van a realizar y midiendo su grado de dificultad. A pesar de las diferencias de matices, los tres profesores tienen la misma concepción acerca de las ideas de los alumnos, considerándolas como aprendizajes previos - lo que expresan con el “nivel” de los alumnos - y no como conocimiento alternativo.

Con respecto a los libros de texto, sólo Raimundo hace referencia a él, aunque ninguno de los tres lo utiliza para el diseño. Sin embargo, todos han manejado otros materiales didácticos para su diseño, aunque apenas hay alguna referencia a ellos en el caso de Marió y Pascual, nos indica que ha consultado muchos libros de texto y otros materiales. Como ya hemos indicado anteriormente, no explicitan las fuentes, siendo éstas más de las señaladas. Sin embargo, dan importancia a conocer este tipo de materiales, ya que les aportan ideas nuevas interesantes y otros enfoques, aunque éstas siguen siendo fundamentalmente académicas y, por ahora, lo hacen más bien en casos extraordinarios como el que nos ocupa. Todavía no tienen suficientemente claro la conveniencia de utilizar fuentes variadas como medios para la construcción de un conocimiento escolar más rico e integrador.

Por último, otros referentes juegan un papel muy diferente según los casos: Marió no menciona ninguno. Con respecto a la Programación del Departamento de Matemáticas, Pascual reconoce que en el suyo no se contempla la Geometría, por lo que el hecho de que él se haya decidido a darla es un signo claro de independencia frente al resto de compañeros de Matemáticas del Centro, cosa poco habitual en el profesorado novel. Para Raimundo la situación es distinta, porque la Geometría se da en su Centro, aunque también considera que de modo insuficiente. Es el único profesor que sitúa el tema diseñado en el contexto curricular del propio curso y de la Etapa.

2. 5. 2 CONCLUSIONES REFERIDAS A CADA PROFESOR

Presentamos, en sucesivos subapartados, una síntesis de los datos obtenidos de cada uno de los tres profesores y de las apreciaciones que hemos ido haciendo de cada uno de ellos, con la idea de esbozar un perfil acerca de las concepciones en torno a los contenidos de Geometría que hemos extraído de los datos en cada caso. Este perfil será complementado con el obtenido en esta investigación.

Mostramos también, en primer lugar, sus concepciones más movilizadores hacia modelos didácticos más evolucionados, es decir, elementos que suponen un claro avance respecto a los enfoques tradicionales. En segundo término, algunos aspectos contradictorios, que declaran, porque quieren tenerlos en cuenta, pero que no se reflejan claramente en el diseño propuesto. En tercer lugar, señalamos algunos de los obstáculos detectados que consideramos más significativos, aquellos que dificultan la progresión desde los enfoques más tradicionales.

2. 5. 2. 1 ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE PASCUAL

CATEGORÍA	PASCUAL
Finalidades Educativas	Las finalidades generales están recogidas en el apartado de actitudes. Como objetivos específicos, plantea trabajar algunas capacidades, tales como: <ul style="list-style-type: none"> · De conceptualización: identificar, reconocer, clasificar, repasar. · Reflexiva: distinguir, generalizar · Procedimental: aplicar. Realizar movimientos.
Tipos de contenidos	Conceptos: Da bastante peso a los aspectos terminológicos, referidos a los movimientos en el plano y sus elementos. Presenta definiciones y resúmenes de los contenidos. Elementos característicos e invariantes. Estudio básico de frisos. Los procedimientos más frecuentes en las actividades son: Identificación del(os) eje(s) de simetría de una figura, del centro de giro que lleva de una figura a otra, midiendo su ángulo de giro o del vector que lleva de una figura a su trasladada.

	<p>Dada una figura y los datos necesarios, construcción de su simétrica, de la figura girada o de su trasladada.</p> <p>Manejo de coordenadas cartesianas y de medición de ángulos.</p> <p>También aparecen, pero más superficialmente, la clasificación de los movimientos y algunos tipos de frisos.</p> <p>Las actitudes que señala son:</p> <p>Reconocer la presencia y la utilidad de la geometría en las obras de arte y en la vida cotidiana.</p> <p>Aprender a trabajar en grupo. Para ello, plantea trabajar en pequeños grupos, pero no aparece cómo se trabaja en equipo.</p> <p>Fomentar la colaboración y las actitudes positivas: el respeto, aprender a cooperar, a discutir y defender las ideas propias, estar abiertos a escuchar a los demás y aceptar sugerencias. (No aparecen actividades que muestren cómo va a hacerlo).</p>
<p>Organización de los contenidos</p>	<p>Selecciona estos contenidos porque el profesorado está menos preparado para explicar la Geometría, que queda relegada frente a la Aritmética o el Álgebra.</p> <p>La gran cantidad de materiales que existe asusta más que anima a usarlos.</p> <p>No utiliza un mapa conceptual para la organización de los contenidos.</p> <p>Su organización consiste en identificar cada movimiento, sus elementos e invariantes.</p> <p>Realiza una distribución por bloques de las actividades que va a llevar a cabo para cada movimiento, más uno de refuerzo, otro de ampliación y una visita al Alcázar.</p> <p>Recapitula cada movimiento, mediante resúmenes y con el estudio de los frisos.</p> <p>Integra aspectos estéticos, manipulativos, culturales, matemáticos y extra-escolares, señalando la presencia de los movimientos en la vida cotidiana.</p> <p>Colabora con el Departamento de Plástica y/o Tecnología.</p> <p>Gradúa las dificultades de aprendizaje que comportan los contenidos propuestos.</p> <p>Selecciona las tareas que van dirigidas a cada alumno o grupo, según la complejidad de los contenidos que se trabajan.</p> <p>Prepara tareas de distintos niveles: refuerzo, ampliación y adaptaciones curriculares.</p>
<p>Algunos referentes y fuentes de información</p>	<p>Se siente poco preparado para usar recursos geométricos y para hacer estos diseños.</p> <p>Destaca la presencia de las transformaciones geométricas en las distintas culturas desde los tiempos más remotos.</p> <p>No hace prueba inicial para detectar el 'nivel' de los alumnos.</p> <p>Escoge las tareas pensando en los miembros del grupo que las van a realizar.</p> <p>No usa el libro de texto. Elabora sus propias fichas y resúmenes y usa alguna fotocopia de otros, sin hacer referencia explícita a las fuentes.</p> <p>El departamento quería organizar una visita al Alcázar. Única referencia al mismo.</p>

Cuadro 2. 5. 2. 1: Resumen de los datos correspondientes a Pascual

Por ello, consideramos, a modo de resumen:

- En primer lugar, algunas concepciones de Pascual más movilizadoras hacia el cambio:
 - ✓ No utiliza un libro de texto como único referente.
 - ✓ Da especial importancia a los contenidos procedimentales y actitudinales.
 - ✓ Presenta distintos niveles de formulación de los contenidos, teniendo en cuenta, de modo meticuloso, los que están implicados en cada actividad y midiendo su grado de dificultad.
 - ✓ Establece relaciones entre contenidos matemáticos y otras áreas, así como con otros aspectos culturales.
 - ✓ Enseña Geometría, aunque no esté contemplado en el Departamento.

- En segundo lugar, algunos aspectos contradictorios entre sus intenciones educativas y el resto de su diseño:
 - ✓ Se propone trabajar actitudes de respeto, colaboración, resumiéndolo en aprender a trabajar en grupo, y sólo lo concreta en la distribución de los alumnos para trabajar en pequeños grupos.
 - ✓ Ofrece resúmenes para garantizar cierta formalización de los contenidos, pero al no encomendar a los alumnos esta actividad, no garantiza su comprensión y aprendizaje significativo.

- Por último, los obstáculos centrales, son:
 - ✓ Da mayor peso a los procedimientos y menor a las actitudes.
 - ✗ Su referente fundamental sigue siendo los contenidos matemáticos, aunque reelaborados didácticamente.
 - ✓ No tiene en cuenta las ideas de los alumnos para seleccionar y organizar los contenidos.
 - ✓ Su concepción de las ideas de los alumnos puede identificarse con la de aprendizajes previos.

Consideramos que el modelo didáctico de Pascual está también en transición desde el modelo tradicional - del que aparecen muchos aspectos - a otros intermedios, con elementos del enfoque tecnológico.

2. 5. 2. 2 ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE RAIMUNDO

CATEGORÍA	RAIMUNDO
Finalidades Educativas	<p>Motivar al alumnado con unas Matemáticas más lúdicas y útiles en diversidad de contextos y fenómenos, aplicables a vida cotidiana.</p> <p>Trabajar en pequeños grupos para que los alumnos aprendan a respetar, expresar ideas, defender posturas y a aceptar otras, ayudar a los compañeros, responsabilizarse de las tareas.</p> <p>Como objetivos específicos plantea trabajar algunas capacidades, tales como: conceptualizar de forma retentiva: conocer, clasificar. Capacidad reflexiva: distinguir. Capacidad procedimental: aplicar, cuantificar, demostrar. Generalizar.</p>
Tipos de contenidos	<p>Conceptos y terminología asociados al triángulo y sus clasificaciones.</p> <p>Propiedades de los triángulos, de sus lados y sus ángulos. Teorema de Pitágoras.</p> <p>Procedimientos: comprensión lectora, búsqueda de información, selección de contenidos, realización de un mural. Se proponen, pero no se dan pautas claras para que haya aprendizaje significativo de estos procedimientos.</p> <p>Dibujo de ángulos y triángulos, construcción con varillas, triangulación para el cálculo de áreas.</p> <p>Ejercicios de aplicación del Teorema de Pitágoras, académicos y de la vida cotidiana.</p> <p>Comunicación escrita, organización de datos y construcción de tablas, descripción de propiedades, elaboración de hipótesis y síntesis.</p> <p>Procesos de generalización y formalización algebraica, búsqueda de propiedades, realización de demostraciones manipulativas sencillas.</p> <p>Entre las actitudes que plantea señalamos:</p> <p>Normas de comportamiento aceptable del alumnado.</p> <p>Hábito de uso de las unidades adecuadas: m, m² y presentación ordenada y clara de procesos.</p> <p>Trabajo colaborativo para expresar ideas, aprender a defender posturas y a aceptar la de los demás, a respetar opiniones, a ayudar a los compañeros, responsabilizarse de tareas. No aparecen explícitamente en las actividades.</p>
Organización de los contenidos	<p>Selecciona estos contenidos porque son conocimientos básicos que los alumnos no tienen, porque la Geometría no suele darse, es de utilidad para la vida cotidiana y resuelven problemas prácticos que pueden modelizarse mediante la Geometría. También porque hay muchos recursos didácticos, que permiten dar pasos fundamentados de lo intuitivo a lo formal.</p> <p>Para la organización, presenta un mapa conceptual de los contenidos.</p> <p>Realiza una distribución por sesiones de las tareas, en las que los contenidos están</p>

	<p>implícitos.</p> <p>Está regida por la lógica interna del área, ordenando los contenidos según el grado de dificultad.</p> <p>Considera los aprendizajes previos de los alumnos, pero no plantea una gradación de los contenidos por considerarlos al alcance de todos.</p> <p>Utiliza recursos didácticos para favorecer la motivación.</p> <p>Se propone cambiar las actividades si el nivel de los alumnos lo requiere.</p>
<p>Algunos referentes y fuentes de información</p>	<p>Para la elaboración de los contenidos tiene en cuenta su formación en el Instituto, en la Facultad, en las oposiciones y en el CEP. No se considera preparado para este tipo de diseños.</p> <p>Señala el papel motivador y modelizador, para resolver problemas cotidianos y la importancia de combinar cómo surgieron los contenidos matemáticos, para qué se utilizaron y su evolución.</p> <p>Prepara una prueba inicial para detectar el “nivel” de los alumnos, que no afecta al diseño.</p> <p>Constata niveles de partida diversos, pero se centra en un nivel básico.</p> <p>Indica actividades “para la diversidad”, sin desarrollar este aspecto.</p> <p>La distribución por sesiones y ciertas actividades dependen de la marcha de la clase.</p> <p>Usa el libro de texto, un vídeo, un libro de Historia de las Matemáticas e Internet.</p> <p>La Geometría está presente en todos los cursos de la ESO, pero es la parte más sacrificada.</p> <p>Sitúa los contenidos en el contexto curricular general del curso y específico de Geometría: figuras planas y áreas, relacionados con los de 4º.</p>

Cuadro 2. 5. 2. 2: Resumen de los datos correspondientes a Raimundo

Por ello, consideramos, a modo de resumen:

- En primer lugar, algunas concepciones de Raimundo más movilizadoras hacia el cambio:
 - ✓ No utiliza un libro de texto como único referente.
 - ✓ Plantea principalmente contenidos procedimentales y actitudinales, para fomentar el trabajo colaborativo.
 - ✓ Contempla aspectos histórico-epistemológicos de las Matemáticas, así como de modelización, lúdicos y motivadores.
 - ✓ Tiene en cuenta la utilidad práctica de los contenidos estudiados.
 - ✓ Explicita algunas de las fuentes de información utilizadas.

- En segundo lugar, algunos aspectos contradictorios entre sus intenciones educativas y el resto de su diseño.
 - ✓ Raimundo enfatiza mucho en su declaración de intenciones los aspectos histórico - epistemológicos de las Matemáticas, su carácter modelizador y lúdico. Consideramos que no logra estos objetivos en la medida que se ha

propuesto, aunque da pasos reseñables en esa dirección, ya que propone actividades concretas para trabajar algunos aspectos históricos y utiliza algunos materiales audiovisuales y manipulables para hacer más intuitivos los contenidos.

- ✓ Se propone trabajar actitudes y valores de cooperación y sólo lo concreta en la distribución de los alumnos para trabajar en pequeños grupos.
 - ✓ Sus actividades de aplicación a la vida cotidiana son más bien artificiales y académicas.
- Por último, los obstáculos centrales, son:
- ✓ Mayor peso de los procedimientos y menor de las actitudes en las actividades planteadas (no en sus finalidades educativas, donde podemos considerar que el peso es bastante equilibrado).
 - ✓ No contempla aspectos sociales e histórico-epistemológicos de las Matemáticas. Su referente fundamental sigue siendo los contenidos matemáticos, aunque reelaborados didácticamente.
 - ✓ Su concepción de las ideas de los alumnos puede identificarse con la de aprendizajes previos.
 - ✓ No da participación al alumnado en la selección y organización de los contenidos y ni en la propuesta de actividades, que están muy dirigidas.
 - ✓ No presenta niveles diversos de formulación de los contenidos.

Podemos considerar que el modelo didáctico de Raimundo está, al igual que sus compañeros, en transición desde el modelo tradicional - del que constatamos numerosos aspectos - hacia otros intermedios, con elementos del enfoque tecnológico.

2. 5. 2. 3 ASPECTOS MÁS RELEVANTES DE LA PROPUESTA DE CONTENIDOS DE MARIÓ

CATEGORÍA	MARIÓ
<p>Finalidades Educativas</p>	<p>Contenidos aplicables a la vida cotidiana.</p> <p>Utilización de estrategias heurísticas de resolución de problemas y de distintas representaciones en situaciones diversas.</p> <p>Valoración de actitudes de cooperación.</p> <p>Como objetivos específicos, plantea trabajar algunas capacidades, tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> · De conceptualización: identificar, conocer, comprender. · Reflexiva: confrontar, generalizar. · Procedimental: aplicar, utilizar, cuantificar, estimar.
<p>Tipos de contenidos</p>	<p>Concepto de área y de u^2. Mayor peso a los aspectos terminológicos y a los resultados: fórmulas de las áreas de estas figuras.</p> <p>Los procedimientos más trabajados son:</p> <p>Recuentos, mediciones, construcciones, dibujos, descomposición y/o composición de figuras.</p> <p>Ejercicios de aplicación de dichas técnicas, tanto académicos como de objetos reales.</p> <p>Procesos de generalización y formalización algebraica, organización de datos, construcción de tablas, estimación y medida.</p> <p>Comunicación oral y escrita, descripción de datos, figuras y procesos, elaboración de síntesis. Se solicitan, pero no se enseña cómo hacerlos.</p> <p>Las actitudes que relaciona, pero que no aparecen en el plan de actividades son:</p> <p>Gusto por las estimaciones de áreas.</p> <p>Valoración de las matemáticas como una ciencia que desempeña un importante papel en los distintos ámbitos de la actividad humana.</p> <p>Aprecio de sus propias capacidades matemáticas para afrontar situaciones.</p>
<p>Organización de los contenidos</p>	<p>Selecciona estos contenidos porque son prácticos y aplicables a la vida cotidiana.</p> <p>No utiliza un mapa conceptual para organizar los contenidos.</p> <p>Realiza una distribución por sesiones, en las cuáles especifica los contenidos y las tareas de cada día, así como la metodología a seguir y la evaluación.</p> <p>La lógica de ordenación que utiliza es la dificultad de recuento de las u^2 y de las técnicas de recubrimiento y descomposición.</p> <p>No plantea gradación de los contenidos: los considera al alcance de todos.</p> <p>No plantea tareas diversas, según los conocimientos de los alumnos, salvo algunas de refuerzo, sino recursos variados para favorecer la motivación y que todos trabajen los contenidos.</p> <p>Cambiará las tareas si el proceso lo requiere.</p>

<p>Algunos referentes y fuentes de información</p>	<p>Prueba inicial para detectar el “nivel” de los alumnos y que afecta al diseño. Observa y puntúa las respuestas de los alumnos. Elabora sus propias fichas, utilizando fuentes no referenciadas. Utiliza anecdóticamente la Historia de las Matemáticas. No hay referencias a su propio conocimiento, ni al libro de texto, ni a la programación del Departamento, ni al Currículo Oficial.</p>
---	---

Cuadro 2. 5. 2. 3: Resumen de los datos correspondientes a Marió

- En primer lugar, consideramos, a modo de resumen algunas concepciones de Marió más movilizadoras hacia el cambio:
 - ✓ No utiliza un libro de texto como único referente.
 - ✓ Plantea contenidos procedimentales muy variados, sobre todo técnicas, destrezas y razonamientos inductivos.
 - ✓ Tiene en cuenta la utilidad práctica de los contenidos estudiados, usando objetos reales y actividades en el patio del Instituto.
 - ✓ Comienza a tener en cuenta a los alumnos.

- En segundo lugar, algunos aspectos contradictorios entre sus intenciones educativas y el resto de su diseño. Entre las primeras, menciona que va a:
 - ✓ Trabajar estrategias heurísticas de resolución de problemas.
 - ✓ Utilizar distintas representaciones en situaciones diversas.
 - ✓ Fomentar la comunicación oral y escrita; elaborar síntesis (No aparece ninguna pauta para su realización).
 - ✓ Valorar actitudes de cooperación.

Estas intenciones apenas están desarrolladas en actividades concretas.

- Por último, los obstáculos centrales, son:
 - ✓ Su referente fundamental sigue siendo los contenidos matemáticos, aunque reelaborados didácticamente.
 - ✓ Contenidos de baja jerarquía conceptual (términos y fórmulas). Mayor importancia relativa a los procedimientos y menor a las actitudes.
 - ✓ Su concepción de las ideas de los alumnos se identifica con aprendizajes previos.
 - ✓ No da participación al alumnado en la selección y organización de los contenidos y ni en la propuesta de actividades, que están muy dirigidas.
 - ✓ No presenta niveles diversos de formulación de los contenidos.

Por todo ello, podemos considerar que el modelo didáctico de Marió está en transición desde el modelo tradicional - del que aparecen numerosos elementos - a otros intermedios, con elementos del enfoque tecnológico, modelo de transición en la hipótesis de progresión previamente establecida.

Las transiciones parciales descritas nos muestran unos perfiles de profesores noveles inmersos en procesos de formación que les han permitido superar algunos obstáculos sobre sus concepciones en torno a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria, pero que marcan otros que señalan reduccionismos importantes.

Como nos dice Porlán (1999), la progresiva integración de problemas socio-ambientales como fuente de contenidos y las concepciones, intereses y obstáculos, por otra, junto con los conocimientos disciplinares, podrá señalar el grado de evolución hacia una versión más compleja en la que la educación obligatoria no pretenda tanto la formación disciplinar de los futuros ciudadanos como el enriquecimiento progresivo del conocimiento cotidiano del conjunto de la población, incorporando los conocimientos metadisciplinares

“que cruzan las fronteras entre los distintos campos del conocimiento y permiten desarrollar categorías generales capaces de hacer más complejas las concepciones espontáneas del alumnado sin pretender sustituirlas por el conocimiento disciplinar” (Porlán, 1999: 69).

Creemos, no obstante, que también las Administraciones Educativas han de posicionarse en este sentido, cambiar el enfoque del currículo oficial en el tramo obligatorio y promover una formación inicial y permanente del profesorado de Educación Secundaria más acorde con estos planteamientos.

También consideramos, citando a Porlán (2005), que la sociedad debe cambiar su imagen estereotipada de la profesión docente. Enseñar es una actividad compleja que requiere el manejo experto de competencias, habilidades y conocimientos de naturaleza muy diversa (racional, emocional, ética, etc.). El reconocimiento de esta complejidad y de que el ‘oficio’ de enseñar (no sólo el dominio de los contenidos) no se aprende por mera intuición, sino que debe ser el resultado de una adecuada formación profesional, son cambios sociales imprescindibles para el éxito de cualquier reforma de la educación.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS DE PASCUAL

En este Capítulo presentamos los resultados obtenidos por el profesor novel Pascual, en su segundo año de profesión cuando ha realizado la intervención de enseñanza, como hemos indicado con anterioridad. Es funcionario, del Cuerpo de profesores de Educación Secundaria, en expectativa de plaza definitiva en un IES de Sevilla, durante la misma y participante, por segundo año consecutivo, en un Curso de Formación para profesorado novel en el CEP de Sevilla (Curso-P).

En primer lugar, presentamos los resultados obtenidos del conocimiento declarativo, a partir de su propio diseño de la experiencia educativa y de una primera entrevista, realizada antes de llevarla cabo en el aula, ambos descritos en el Apartado 2. 3. 4. En segundo lugar, presentamos aquellos datos que corresponden al conocimiento en la acción, procedentes de la observación de su práctica, la grabación en vídeo y en audio de las sesiones y de una segunda entrevista, realizada después de la experiencia, en la que hemos obtenido su propia valoración de la misma. Estas fuentes están también descritas en Apartado mencionado anteriormente.

3. 1 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO

Presentamos estos resultados organizados por categorías, teniendo en cuenta el sistema emergente que ha surgido del tratamiento de los datos, descrito con anterioridad en el Apartado 2. 4. 3. 2. Se ha realizado una primera reducción de los datos (recogido completos en los Anexos correspondientes) para no hacer excesivamente larga y redundante su exposición, pero están todos los que hemos considerado relevantes.

3. 1. 1 RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA

3. 1. 1. 1 RESULTADOS DE LAS ACTIVIDADES Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES

Pascual ha seleccionado un total de 98 Actividades para que las realicen los alumnos, de modo que éstos aprendan los contenidos que él se propone enseñar mediante la realización de las mismas, aunque cada alumno no tiene que hacerlas todas. La secuencia propuesta se presenta agrupada en: un primer bloque que contiene '*Actividades de Iniciación*' y una '*presentación de información*' a partir de un resumen elaborado por el profesor (1-6, Cuadro Pa. 1), seguido de otros bloques, bien definidos, para cada uno de los movimientos: Actividades 7-13 para las simetrías (Cuadro Pa. 2), Actividades 14-17 para las traslaciones (Cuadro Pa. 3) y 18-23 para los giros (Cuadro Pa. 4) en las que Pascual va introduciendo progresivamente los distintos contenidos implicados y una introducción al estudio de los frisos, (Actividades que no aparecían incluidas en el diseño del Grupo G_1 y que solo él introdujo (Cuadro Pa. 5). En un último bloque, presentamos las Actividades que también ha diseñado únicamente él del G_1 , para realizar durante y después de la visita que tiene prevista hacer al Alcázar de Sevilla. Se trata de determinadas Actividades que siguen un mismo esquema, por grupos y que quedan representadas por las diseñadas para uno de ellos: Actividades 47-51 (Cuadro Pa. 6). A continuación propone Actividades de ampliación o refuerzo: 24-33 en el primer caso (Cuadro Pa. 7) y 34-42 en el segundo (Cuadro Pa. 8), incluyendo una adaptación curricular no significativa en las Actividades 43-46 (Cuadro Pa. 9).

Pascual ha elaborado esta propuesta tras una selección de Actividades extraídas de diversas fuentes, fundamentalmente de distintos libros de texto, aunque el material consultado ha sido mucho más amplio:

Hemos planteado una serie de Actividades procedentes de distintas fuentes. En nuestras mentes estaba el reunir una serie de Actividades que nos permitieran explicar los contenidos propuestos y que fuesen acordes con nuestros alumnos (DisPa, 45-7).

Nuestro profesor subraya el hecho de haber seleccionado dichas Actividades de modo que se puedan estudiar los distintos elementos y aspectos a considerar de cada movimiento a partir de ellas. También incluye un análisis de las mismas, que no queremos dejar de reseñar en nuestros resultados, cuestiones que retomaremos en el Apartado 3. 1. 1. 3 correspondiente a los relativos a la secuencia de actividades. También indica qué objetivos se propone con cada Actividad y los diversos aspectos concretos de cada movimiento que pueden trabajarse con ellas:

Al consultar tanto y tan diverso material, las Actividades que manejamos permiten que, en cada una de ellas, se haga hincapié en un aspecto concreto de cada movimiento (DisPa, 84-6).

ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES: Analicemos pues una a una las distintas Actividades propuestas: cómo hemos decidido la secuenciación y qué objetivos nos proponemos con cada una de ellas (DisPa, 100-2).

A continuación presentamos los resultados de Pascual en relación a las actividades en los Cuadros mencionados, organizados por sesiones, en los que aparecen también la intencionalidad con la que las ha proyectado y los contenidos que se trabajan. Hemos añadido también una última columna en la que caracterizamos el tipo de actividad de que se trata. Ésta no incluye, pues, resultados del caso, sino nuestro análisis del mismo. Para esta clasificación de las Actividades seguimos la tipología mostrada en el Apartado 2. 4. 3. 1:

➤ **Primera sesión**

En esta primera sesión, Pascual propone algunas Actividades para los estudiantes, de tipología variada, como introducción a la temática que van a trabajar durante la experiencia. A continuación presentamos un primer Cuadro sobre ellas:

PRIMERA SESIÓN PROPUESTA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDADES INICIALES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p><i>Actividad 1.- Agrupa las siguientes figuras según el criterio que consideres más adecuado.</i></p> <p><i>a) ¿Qué criterio has empleado?</i></p> <p><i>b) ¿Qué opinas de los criterios utilizados por tus compañeros?</i></p> <p>(DisPa, 317-20).</p>	<p><i>En la introducción proponemos una Actividad consistente en agrupar distintas figuras. Distintos alumnos las agruparán atendiendo a diversos criterios: número de lados, tamaño...</i></p> <p>(DisPa, 103-5).</p> <p>Para preparar la segunda Actividad.</p>	<p>Clasificación de figuras planas según los criterios elegidos por el alumno.</p>	<p>De expresión de conocimientos previos.</p>

<p>Puesta en común y corrección de la Actividad 1.</p>	<p><i>Será corregida y comentada en gran grupo. Realizaremos una puesta en común de los resultados después de cada Actividad y sacaremos conclusiones (DisPa 128-30).</i></p>	<p>Debate sobre los criterios elegidos por los alumnos.</p>	<p>De contraste.</p>
<p><i>Actividad 2.- Indica con qué transformación podemos llevar cada figura en su pareja correspondiente. ¿Serías capaz de poner nombre a cada una de las transformaciones que has utilizado? (DisPa, 321-4).</i></p>	<p><i>En una segunda Actividad, en la introducción, pretendemos que los alumnos clasifiquen los tres movimientos que vamos a estudiar (simetría, giro y traslación). Pensamos que al ser aspectos muy intuitivos pueden quedar bien diferenciados todos. Es más, creemos que preguntados convenientemente pueden distinguir entre movimientos directos e inversos. Preguntaremos los distintos movimientos que aparecen en cada figura (DisPa, 112-6).</i></p>	<p>Identificación de distintas transformaciones. Identificación de los distintos movimientos.</p>	<p>De expresión de ideas intuitivas. De identificación y reconocimiento.</p>
<p>Puesta en común y corrección de la Actividad 2.</p>	<p><i>Será corregida y comentada en gran grupo. Realizaremos una puesta en común de los resultados después de cada Actividad y sacaremos conclusiones (DisPa 128-30).</i></p>	<p>Debate sobre los movimientos ejercidos entre las parejas de figuras dadas.</p>	<p>De contraste. De presentación de información.</p>
<p>Resumen escrito (*)</p>	<p><i>Presentamos un resumen con la definición de movimiento y los distintos movimientos que vamos a estudiar (DisPa 117-8).</i></p>	<p>Terminología sobre los movimientos.</p>	<p>De presentación de información.</p>
<p><i>A continuación proyectaremos varias transparencias con distintos edificios y obras de arte (DisPa, 118-9).</i></p>	<p><i>A la vez que motivamos el estudio del tema, reconocemos la presencia de los movimientos en nuestra vida cotidiana (DisPa, 119-20).</i></p>		<p>De motivación.</p>
<p><i>Actividad 3.- En un almacén de construcción han automatizado la recogida de materiales mediante la utilización de un robot. Indícale al robot en qué lugar exacto se encuentra cada material. Observa la representación de los puntos $P(2,3)$, $Q(-2,1)$, $R(-1,-3)$ y $S(3,-2)$ (DisPa, 341-5).</i></p>	<p><i>Realizaremos tres Actividades dedicadas al repaso de las coordenadas cartesianas. En primer lugar recordamos las coordenadas en el primer cuadrante, para después representar puntos con coordenadas negativas (DisPa, 124-6).</i></p>	<p>Coordenadas cartesianas. Identificación de coordenadas de puntos dados, mediante la observación de casos.</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p>

<p>Actividad 4.- Dibuja en un sistema de ejes coordenados, los puntos A (1,3), B (-2,-3) y C (3,-1). Si estos tres puntos son vértices de un paralelogramo ¿cuáles son las coordenadas del cuarto vértice? (DisPa, 346-8).</p>	<p style="text-align: center;">“</p>	<p>Destreza de dibujo. Representación de puntos en ejes coordenados.</p>	<p>De aplicación combinada de información</p>
<p>Actividad 5.- Escribe las coordenadas de tres puntos que formen un triángulo rectángulo. (Si lo necesitas, haz el dibujo en un sistema de ejes coordenados) (DisPa, 349-51).</p>	<p style="text-align: center;">“</p>	<p>Destreza de dibujo. Escribir las coordenadas cartesianas de puntos ya representados</p>	<p>De aplicación combinada de información</p>
<p>Actividad 6.- Indica las coordenadas de los vértices de la siguiente figura: (DisPa, 352).</p>	<p style="text-align: center;">“</p>	<p>Identificación de coordenadas cartesianas.</p>	<p>De simple aplicación directa de información</p>
<p>(*) RESUMEN</p> <p><i>Las transformaciones geométricas que aparecen se llaman Movimientos, porque conservan las dimensiones. Dentro de los movimientos se pueden distinguir dos tipos:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Movimientos Directos, cuando se conserva la orientación.</i> - <i>Movimientos Inversos, cuando no se conserva la orientación.</i> <p><i>Existen otro tipo de transformaciones geométricas que no conservan las dimensiones (ej homotecias) y que no se van a estudiar en este tema.</i></p> <p><i>Los movimientos que aparecen en la Actividad anterior son:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Traslaciones</i> - <i>Simetrías</i> - <i>Giros.</i> <p><i>Al estudio de estos distintos movimientos dedicaremos el tema.</i></p> <p><i>Las transformaciones geométricas han estado presentes en las distintas culturas desde los tiempos más remotos. Su presencia se hace notar en los elementos decorativos de las primeras vasijas, en los tejidos, adornos, ornamentos, etc. Importantes muestras de esta belleza, se encuentran en los mosaicos y ornamentaciones del arte musulmán.</i></p>			

Cuadro Pa. 1: Actividades de Iniciación

Como podemos constatar, la sesión diseñada tiene dos partes bien diferenciadas, en cuanto a los contenidos. En la primera, Pascual propone Actividades relacionadas con los movimientos en el plano, temática de la unidad. En la segunda, pretende hacer un repaso de las coordenadas cartesianas que, sin ser necesarias para un breve estudio como el que Pascual

pretende hacer, se ha decidido a trabajarlas, ya que la mayor parte de los libros de texto consultados estudian los movimientos utilizando coordenadas.

En distinto sentido, distinguimos dos tipos de propuestas en el Cuadro anterior: las precedidas por la denominación de '*Actividad*', cuyo desarrollo lo protagonizará el alumno y aquellas que son más bien actividades del profesor, desde luego también encaminadas al aprendizaje del alumnado: el resumen que aporta y la proyección de diapositivas previstas, como imágenes motivadoras e introductorias de los movimientos. Parece, pues, que para este profesor sólo es actividad lo que realiza el alumno.

Con respecto a la cuantificación de la tipología de las Actividades, hemos constatado una de '*motivación*' y dos de '*expresión de conocimientos previos e ideas intuitivas*' por parte de los estudiantes, como primera aproximación al tópico. También dos de '*presentación de información*', una mediante la exposición oral del profesor y otra recogida en un texto, escrito por él. Creemos que este texto podría ser elaborado por los propios estudiantes, como resumen o síntesis final del trabajo realizado. Además, presentamos dos de '*contraste*', de las que no conocemos bien la intención de Pascual. Finalmente, hemos considerado una de '*identificación y reconocimiento*', dos de '*aplicación combinada de información*' y una de '*simple aplicación directa*'; en los dos últimos tipos, se trata de aplicar conocimientos previos adquiridos por los estudiantes el curso anterior: dibujar puntos, construir un paralelogramo o un triángulo y hallar las coordenadas de los vértices no dados. Como podemos observar, esta clasificación no es disjunta.

En cuanto a las características de las Actividades, la primera puede favorecer la exploración por parte del profesor de las ideas intuitivas de los alumnos, no matematizadas, en torno a los movimientos en el plano, ya que es la primera vez que se introducen académicamente hablando, al tratar de establecer criterios de clasificación de figuras y un primer acercamiento a las transformaciones en el plano. Los criterios elegidos pueden ser diversos, por lo tanto es una actividad abierta. Se propone, a continuación, '*corregir*' esta actividad mediante una puesta en común para debatir los criterios elegidos por los alumnos.

Pascual considera que los aspectos que se trabajan en la segunda Actividad son muy intuitivos y piensa ir preguntando para ayudar a los estudiantes a distinguir los movimientos entre sí e incluso entre directos e inversos. Se trata de una Actividad abierta, que requiere cierto nivel cognitivo.

Ambas tienen contexto en parte cotidiano y en parte académico, con un único modo de representación, el gráfico y su planteamiento está alejado de los intereses de los alumnos, aunque se pongan en juego ideas intuitivas sobre las figuras y los movimientos.

Salvo la presentación de diapositivas, que suponemos de contextos variados y extraescolares, todas las demás actividades se presentan en contexto académico, con algunos dibujos de objetos familiares para los estudiantes, con modo de representación gráfico, además de utilizar en las últimas, lógicamente, coordenadas.

➤ **Segunda sesión**

En esta sesión Pascual comienza propiamente con el estudio de cada movimiento, especificando claramente qué quiere conseguir con el tratamiento de cada uno de ellos:

En cada movimiento pretendemos que los alumnos identifiquen los elementos que caracterizan a dicho movimiento, primero de forma intuitiva y poco a poco racionalizándolas. Llegar así a la noción de eje de simetría, vector de traslación, ángulo y centro de giro. Además en cada movimiento proponemos Actividades para el estudio de los elementos invariantes (DisPa, 142-7).

SEGUNDA SESIÓN: SIMETRÍAS PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>Actividad 7.- Observa las siguientes figuras. Son simétricas ¿respecto de qué recta? (DisPa, 353-4).</i>	<i>Reconocer figuras simétricas y llegar intuitivamente a la noción de simetría y eje de simetría. Comprobar que existen figuras con diversos ejes de simetría (DisPa, 148-50).</i>	Identificación del (os) ejes de simetría de figuras dadas. Destreza de dibujo: representar ejes de simetría.	De identificación y reconocimiento. De búsqueda y elaboración de respuestas.
<i>ACTIVIDAD 8.- Comprueba si las siguientes figuras son simétricas, y si no lo son, modifícalas para que lo sean. Dibuja los ejes de simetría (DisPa, 355-6).</i>	<i>Actividades 8 y 9.- Reconocer ejes de simetría usando espejos, modificar o completar figuras para que sean simétricas, muchas de estas figuras son imágenes de la vida cotidiana: una botella, una mariposa... (DisPa, 151-3).</i>	Identificación de figuras simétricas o no. Conocer algunos recursos didácticos: espejos y miras. Destreza de dibujo para modificar figuras para que sean simétricas y representar ejes de simetría.	De búsqueda y elaboración de respuestas
<i>ACTIVIDAD 9.- Completa los siguientes dibujos para que sean simétricos y dibuja el eje</i>	“	Destreza de dibujo para: · Completar figuras,	De búsqueda y elaboración de respuestas.

<p>de simetría (DisPa, 362-3).</p>		<p>para que sean simétricas. · Representar el eje de simetría.</p>	
<p>ACTIVIDAD 10.- Dibuja el simétrico del triángulo ABC respecto de la recta e. ¿Cuáles son las coordenadas de sus vértices? (DisPa, 364-5).</p>	<p>Actividades 10 y 11.- En estas actividades trabajamos con figuras geométricas, que exigen una mayor abstracción, y con ejes coordenados. (DisPa, 154-5).</p>	<p>Destreza de dibujo para representar el transformado de un punto y de una figura por una simetría axial. Hallar las coordenadas de algunos puntos y de sus transformados.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas</p>
<p>ACTIVIDAD 11.- Halla las coordenadas de los transformados de los vértices del paralelogramo ABCD mediante la simetría de eje r (DisPa, 366-7).</p>	<p>A la vez que repasamos éstas, estudiamos como afecta a las coordenadas la simetría por los ejes coordenados (DisPa, 156-7). [En ambas] el eje de simetría es exterior a la figura (DisPa, 159).</p>	<p>Destreza de dibujo para la construcción de la figura simétrica de una dada, cuando el eje de simetría es exterior a la figura. Identificación de sus coordenadas.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas</p>
<p>ACTIVIDAD 12.- En cada uno de los casos siguientes, hay una figura y un eje. Dibuja la figura simétrica (DisPa, 368-9).</p>	<p>En esta Actividad el eje de simetría usado coincide con uno de los lados de la figura o lo corta y esto complica algo la actividad. Aunque ya en alguna de las primeras actividades los ejes de simetría cortaban a la figura no es lo mismo reconocer un eje de simetría que construir la figura simétrica. Pretendemos que los alumnos reflexionen cómo influye que el eje corte a la figura, que vean que hay puntos dobles (DisPa, 160-5).</p>	<p>Destreza de dibujo para construir la figura simétrica de una dada cuando el eje coincide con uno de los lados de la figura o lo corta.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>ACTIVIDAD 13.- ¿Cuál es el simétrico del punto A respecto de la recta r? ¿Por qué? (DisPa, 373-4).</p>	<p>Con esta última Actividad los alumnos deben reflexionar sobre cómo se construye el simétrico de un punto respecto de un eje. Hasta</p>	<p>Construcción del punto simétrico de uno dado. Razonamiento.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas. De argumentación.</p>

	<p><i>ahora han trabajado utilizando nociones intuitivas pero ahora pretendemos que lleguen a una formalización. De todas formas, al final se la facilitamos en el resumen (DisPa, 166-70).</i></p>		
<p>Resumen elaborado por el profesor. (*)</p>	<p><i>Presentamos un resumen con la definición de figura simétrica, eje de simetría y sus propiedades (DisPa, 164-5).</i></p>	<p>Formalización del concepto de simetría y de eje de simetría, mediante una definición.</p>	<p>De presentación de información.</p>
<p>(*) RESUMEN</p> <p><i>Una figura se dice que es Simétrica, cuando al doblar por una línea que corta a la figura, las partes superpuestas coinciden. La línea por la que se dobla se llama Eje de Simetría (DisPa, 357-9).</i></p> <p><i>La simetría respecto de un eje se llama Simetría Axial, y es un movimiento que no cambia la forma ni el tamaño de las figuras: la distancia entre dos puntos de la figura inicial es igual a la distancia entre sus transformados en la figura final. En este movimiento se cumple:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <i>- El segmento que une un punto con su transformado, es perpendicular al eje de simetría.</i> <i>- Un punto y su correspondiente, están a la misma distancia del eje.</i> <i>- Los puntos del eje coinciden con sus transformados, es decir, son Puntos Dobles o Invariantes. Las rectas perpendiculares al eje también permanecen invariantes por la simetría (DisPa, 360-1).</i> 			

Cuadro Pa. 2: Actividades para el aprendizaje de las Simetrías

En cuanto a la cuantificación de la tipología de las Actividades, hemos considerado una de ‘*identificación y reconocimiento*’ del eje de simetría de unas figuras dadas y siete de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’, que tratan de favorecer el ‘*descubrimiento*’ del concepto de simetría axial, de eje de simetría, reconocer cuándo unas figuras son simétricas o cómo completarlas para que lo sean, construir la figura simétrica de una dada, etc. En una de estas Actividades, la 13, se pide una ‘*argumentación*’ de la respuesta, algo que consideramos que podría pedirse en todas ellas, lo cual sería un enriquecimiento importante de las mismas. Aparece también una Actividad de ‘*presentación de información*’, escrita por el profesor. Como en la sesión anterior, también creemos que el resumen no habría de estar desde el principio a disposición de los estudiantes. Es más, dicho resumen estaría muy bien que lo hiciesen ellos mismos y lo expusiesen a sus compañeros, para favorecer la expresión escrita y la comunicación oral, algo que escasea en esta propuesta, desde nuestro punto de vista.

En cuanto a las características de las Actividades, todas son cerradas, presentadas en contexto académico, salvo la 9, donde aparecen dibujos de contextos más amplios. En relación con las

estrategias de resolución, pueden ser variadas: doblar, dibujar, recortar y doblar, uso de materiales manipulables como espejos o miras, etc.

En todos los casos, su nivel cognitivo es bajo, pues apenas se requiere algo más que tener destrezas de dibujo, quienes opten por esta estrategia, que es la que sugiere el formato de presentación. En este sentido, la última figura de la Actividad 12 es más difícil, teniendo en cuenta que el eje de simetría la atraviesa y no se han hecho suficientes ejemplos con figuras más simples.

Creemos que el nivel cognitivo no tiene que estar relacionado con una gradación inadecuada de la dificultad para dibujar las figuras. Dicho nivel podría aumentarse si después del resumen, Pascual añadiese algo similar a: comprueba todos tus dibujos, expresa lo que puedes observar en ellos y justifica lo que has hecho. Además, con ello daría mayor apertura a estas Actividades, añadiendo a lo gráfico el modo de representación del lenguaje ordinario para la mejora de la expresión matemática de los estudiantes.

➤ Tercera sesión

Para el estudio de las traslaciones, su planteamiento es similar al caso de las simetrías. En el siguiente Cuadro, recogemos las Actividades que propone:

Como ya ha quedado comentado anteriormente, los movimientos son transformaciones en las que el tamaño y la forma quedan invariantes. De entre todos los movimientos, quizás el más fácil de ver o de identificar sea el que pasaremos a ver a continuación. Para esta identificación haremos unas Actividades introductorias (DisPa, 386-90).

TERCERA SESIÓN: TRASLACIONES PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p><i>ACTIVIDAD 14.- ¿Qué es lo que hacemos para llevar cada figura negra en la figura blanca?</i></p> <p><i>En los anteriores recuadros se ha obtenido la figura blanca de diversas formas según el recuadro. ¿Observas diferencias entre las figuras blancas en alguno de estos aspectos?</i></p> <p><i>- Forma, tamaño, orientación, en su distancia a la figura negra, en la dirección en la que se ha trasladado, en el sentido.</i></p>	<p><i>Reconocer figuras trasladadas, estudiar que es necesario indicar la dirección y el sentido en la traslación. A todos les resulta inmediato que es necesario indicar módulo y dirección pero es necesario reflexionar sobre el sentido, así llegaremos a manejar el concepto de vector aún sin haberlo definido (DisPa,</i></p>	<p>Reconocimiento intuitivo del movimiento de traslación y del concepto de vector de traslación.</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p> <p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

<p>¿Qué tendría que ocurrir para que las figuras blancas de los 5 recuadros hubieran coincidido en todas estas características? ¿Qué información habría que conocer antes de trasladar la figura? (DisPa, 391-9).</p>	<p>191-5).</p>		
<p>ACTIVIDAD 15.- Dadas las siguientes figuras, trasladarlas de la siguiente forma, el cuadrado llevarlo 3cm a la derecha y 1 cm abajo, el triángulo llevarlo 2cm arriba y 2cm a la derecha y el rectángulo 3cm abajo y 2 a la izquierda. Observa cómo han quedado las figuras e indica con una flecha la dirección que han seguido las figuras (DisPa, 400-4).</p>	<p>En un primer paso hacia los vectores coordenados, comenzamos trasladando figuras hacia izquierda o derecha, arriba o abajo y llegamos a la definición de vector (DisPa, 196-8).</p>	<p>Construcción de la figura trasladada de una dada, dando la traslación como movimiento intuitivo hacia arriba o abajo, derecha o izquierda. Destreza de dibujo para hacer representaciones.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>ACTIVIDAD 16.- Obtener el transformado del trapecio por la traslación de vector v y por la de vector v' (DisPa, 405-6).</p>	<p>En esta actividad damos el vector de forma gráfica (DisPa, 199).</p>	<p>Idem con vector de traslación de forma gráfica. Destreza de dibujo.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>ACTIVIDAD 17.- Dado el siguiente triángulo trasladarlo en la dirección del vector $(0,0)$ $(3,1)$ (DisPa, 411-4).</p>	<p>Finalmente realizamos una traslación en unos ejes coordenados conocidos el vector por su origen y su extremo. Estudiaremos cómo influye la traslación en las coordenadas de la figura y podemos dar un primer paso en el estudio del espacio afín, por supuesto, sin mencionarlo (DisPa, 200-4).</p>	<p>Idem con vector de traslación dado mediante las coordenadas cartesianas de su origen y extremo. Destreza de dibujo.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

Cuadro Pa. 3: Actividades para el aprendizaje de las traslaciones

En cuanto a la tipología de estas Actividades, hemos cuantificado una de ‘*identificación y reconocimiento*’ de parejas de figuras origen y resultado de traslaciones sencillas y cuatro de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’. Nuevamente predominan en esta sesión las actividades de este tipo.

Como en el caso de las simetrías, podemos insistir en la necesidad de contemplar el trabajo de ‘*argumentación*’ y ‘*justificación*’ y la elaboración de ‘*resúmenes*’ y/o ‘*síntesis*’ de los elementos definitorios de las traslaciones. Así, en la intencionalidad de la Actividad 15, Pascual nos dice que llegarán a la definición de vector de traslación, algo que no aparece en el enunciado de dicha Actividad. Esto mismo falta también en la mayor parte de las Actividades de la propuesta anterior de las Simetrías. Esto nos induce a pensar que Pascual confía en que, realizando la actividad se llega al concepto (empirismo, descubrimiento), obviando que el alumno lo que hace es una interpretación particular, en función de sus propias ideas, intereses, capacidades, etc. Tampoco parece tener en cuenta que este proceso se puede enriquecer mediante la interacción y la negociación de los significados que van construyendo los alumnos. Por eso creemos que no incluye explícitamente actividades de argumentación, contraste, síntesis, etc.

En cuanto a las características de estas Actividades, podemos señalar que las consideramos cerradas y presentadas en contextos académicos.

➤ **Cuarta sesión**

Para el estudio de los giros, Pascual propone las actividades que recogemos en el siguiente Cuadro:

CUARTA SESIÓN: GIROS PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
[Dibujo de los ángulos más frecuentes]. Actividad 18.- <i>¿Cuántos grados se ha girado, en cada caso la figura A para llevarla a la figura B? ¿Qué diferencia hay entre el primer y el cuarto giro?</i> (DisPa, 420-2).	<i>Partimos de que los alumnos tienen la noción intuitiva de giro y de que en un giro influye el ángulo. En primer lugar, pretendemos repasar los ángulos más manejados. Por otra parte ya hacemos mención del centro de giro</i> (DisPa,171-4).	Reconocimiento de ángulos. Sentido de un ángulo.	De presentación de información. De identificación y reconocimiento. De búsqueda y elaboración de respuestas.
Actividad 19.- <i>Gira estas figuras 90º en sentido horario alrededor del centro de giro</i> (DisPa, 423-4).	<i>Comenzamos girando una figura sencilla con el centro de giro en uno de sus extremos y vamos dando</i>	Construcción de figuras mediante el	De búsqueda y elaboración de respuestas.

	<i>pasos intermedios para acabar girando una figura alejada del centro de giro. Los alumnos deben observar cómo cada punto permanece a la misma distancia del centro de giro y basta con girar los vértices (DisPa, 175-9).</i>	giro de una dada, con centro de giro en distintas posiciones. Destreza de dibujo.	
<i>Actividad 20.- ¿Qué ocurre si giro una figura 360º? La figura ABCD se gira hasta llegar a la figura A'B'C'D'. Mide las distancias de cada punto al centro. ¿Qué observas? (DisPa, 425-7).</i>	Aplicación de información. Análisis de información. <i>Para observar que un giro de 360º deja invariante la figura y que el único punto invariante en cualquier giro es el centro (DisPa, 180-1).</i>	Giro de 360º. Puntos invariantes en un giro.	De búsqueda y elaboración de respuestas.
<i>Actividad 21.- Cada una de estas figuras ha sido girada 90º. Decide si el punto señalado es o no el centro de giro y explica por qué (DisPa, 428-9).</i>	<i>Para que reflexionen sobre las propiedades del giro, los alumnos deben identificar si una figura se ha obtenido a partir de la otra por un giro de 90 grados, unas veces varía la distancia al centro y otras la orientación de la figura (DisPa,182-5).</i>	Identificación del centro de giro. Razonamiento .	De identificación y reconocimiento. De argumentación.
<i>Actividad 22.- Una noria de 20 metros de radio tiene 24 cestillas. a) ¿Qué ángulo tiene que girar para que la cestilla que está a ras de suelo se coloque a media altura? ¿Y a máxima altura? b) ¿Qué ángulo tiene que girar para que una cestilla se coloque en el mismo lugar que la que la precede? (DisPa, 430-4).</i>	<i>Proponemos una actividad de síntesis para repasar ángulos (DisPa, 186).</i>	Identificación de ángulos.	De identificación y reconocimiento. De búsqueda y elaboración de respuestas.
<i>Actividad 23.- Hay figuras que son invariantes al realizarles un cierto giro, es decir, aunque en ese giro cada punto cambie de posición la figura en su conjunto no ha variado. ¿Cuántos grados debemos girar cada una de estas figuras para que no varíe? (DisPa, 435-8).</i>	<i>Finalmente introducimos el concepto de orden de giro (DisPa, 187).</i>	Concepto de figura invariante mediante un giro. Concepto de orden de giro.	De presentación de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.

Cuadro Pa. 4: Actividades para el aprendizaje de los Giros

En cuanto a la tipificación de las Actividades de esta sesión, consideramos tres de 'identificación y reconocimiento' de los distintos elementos de un giro, dos de 'presentación de información', una de ellas mediante un dibujo previo al enunciado de la Actividad (la 18), mostrando los ángulos más usuales y otra, la 23, como un texto dentro del propio enunciado, sobre las figuras invariantes. También observamos una de 'argumentación' y cinco de 'búsqueda y elaboración de respuestas'.

Queremos subrayar el hecho de que en las simetrías y las traslaciones aparece información correspondiente a los elementos que las definen, mientras que falta en el caso de los giros. Tal vez, Pascual supone que será más fácil de ser 'descubierta' por los alumnos, al haber ya trabajado los otros dos movimientos.

Con respecto a las características de estas Actividades, seguimos con Actividades cerradas, presentadas en contexto académico (salvo la 22 donde aparece una noria y la 23 con figuras variadas), cuya estrategia de resolución única es la gráfica, o eso es al menos lo que los alumnos pueden percibir en primera instancia y bajo nivel cognitivo, salvo en aquellas cuyas figuras consideramos que son difíciles para lo que se pretende con ellas, al menos sin estar precedidas por otras más simples. Esto ocurre, por ejemplo, en las Actividades 19 y 23.

➤ Quinta sesión

Al término del trabajo con los distintos movimientos, Pascual afirma que va a dedicar una sesión al estudio de los frisos mediante una serie de Actividades que no están en su diseño inicial. Las ha seleccionado posteriormente, durante el desarrollo de la experiencia. Esta improvisación está motivada por el hecho de haber sido el único componente de su grupo G_1 en el Curso-P, que ha decidido llevar a sus alumnos al Alcázar y ha considerado necesario un breve estudio preliminar sobre los frisos. Para ello, nuestro profesor ha preparado una fotocopia de un libro de texto de 4º Opción A de la editorial McGraw Hill, 1995 (Ver DisPa, Anexo II), que no se corresponde con el que los alumnos tienen asignado para el curso. Ésta contiene una clasificación de los frisos en siete tipos y algunas Actividades sobre ellos, de las cuales, incluimos a continuación las que ha previsto que realicen los estudiantes. La numeración que aparece es la de dicho libro y no está en relación con el resto de Actividades que hemos presentado.

Además yo propongo un estudio de los movimientos en los frisos, que culminaría con una visita a los Reales Alcázares. Previamente, en clase, dedicaremos una última sesión al estudio de los frisos, realizaremos Actividades para reconocer qué movimientos existen en un friso, daremos una fotocopia con la clasificación de

los frisos. Podemos realizar alguno y explicaremos en qué consiste el trabajo que vamos a realizar en el Alcázar (DisPa, 235-41).

QUINTA SESIÓN: FRISOS PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
Exposición del profesor sobre los frisos y su tipología.	Preparar para el estudio de algunos de los frisos que aparecen en el Alcázar.		Presentación de información.
Actividad 38. [Numeración del libro] <i>Determina cuál es la región mínima que genera cada uno de los frisos de la columna siguiente</i> (Página 127).	Reconocer qué movimientos existen en los diversos frisos presentados en la Actividad.	Movimientos simples y/o compuestos	De identificación y reconocimiento. De aplicación directa y/o combinada de información.
Actividad 39. [Numeración del libro] <i>Indica a qué tipo pertenecen los frisos de la Actividad anterior</i> (Página 127).	“	“	“
Elaboración por parte de los alumnos de unos apuntes sobre los movimientos.	Para explicarlos al resto de compañeros, exponiendo los trabajos realizados.	Movimientos en el plano.	De resumen y/o síntesis.

Cuadro Pa. 5: Actividades para el aprendizaje de los Frisos

Vemos, pues, que además de las Actividades del libro referido, Pascual pretende que cada alumno elabore su propio resumen de los contenidos trabajados y lo comparta con los demás, aunque previamente nuestro profesor haya realizado los suyos propios. Él es consciente de que posiblemente tendrá que afrontar una especial resistencia de los alumnos a este tipo de iniciativas, pues suelen desconcertarse cuando se trata de hacer algo distinto a lo habitual, que implique salir de las rutinas establecidas.

Previamente, en clase, dedicaremos una última sesión al estudio de los frisos. Podemos realizar alguno y explicaremos en qué consiste el trabajo que vamos a realizar en el Alcázar (DisPa, 236-41).

Al finalizar el tema propondremos un estudio de algún friso y un análisis de los movimientos que aparezcan y que elaboren unos apuntes sobre los movimientos (DisPa, 285-7).

Ellos [los alumnos] son reacios a este tipo de explicaciones y a exponer los trabajos realizados... (DisPa, 260).

En cuanto a la cuantificación de los tipos de Actividades propuestos, hemos considerado una de ‘*presentación de información*’, mediante una exposición oral por parte del profesor sobre qué es un friso y los siete tipos distintos que existen. Además, hemos considerado dos Actividades de ‘*identificación y reconocimiento*’ de los distintos movimientos que componen un friso y el elemento mínimo desde el que se genera. También las hemos considerado de

‘aplicación de información’, ‘simple y directa o combinada’ según del tipo de friso al que corresponde el estudio. Por último, Pascual propone a los estudiantes una Actividad de ‘resumen y/o síntesis’ de los movimientos trabajados.

En cuanto a las características de las Actividades 38 y 39, son cerradas, de solución única y admiten poco margen a la creatividad para su resolución, es decir, se pueden poner en juego pocas estrategias posibles. Su nivel cognitivo es medio o incluso alto en algunos frisos, sobre todo porque se trata de componer movimientos, a veces más de dos, ya que siempre hay uno último obligado que es la traslación, la que convierte en friso la figura de la que se trate. Encontrar el elemento mínimo tampoco es fácil en estos casos para los estudiantes, pues es la primera vez que se enfrentan a ello y, por lo tanto, no están habituados a este tipo de trabajo. Puede ser ilusionante si los dibujan en colores y se esmeran en su estética, pues como aplicación de los movimientos es algo abstracto.

Por último, que los estudiantes elaboren resúmenes y/o síntesis de los movimientos trabajados, es un reto importante y necesario para la asimilación de las ideas más relevantes y un posible buen cierre de una experiencia de este tipo. Se trata de una actividad abierta, de alto nivel cognitivo para aquellos estudiantes que realicen verdaderas síntesis y razonamientos de los procesos seguidos.

➤ **Visita al Alcázar**

Pascual afirma que la visita al Alcázar es muy importante, como cierre del estudio de los frisos y del tema globalmente considerado, además de situar a las matemáticas en un nivel parecido al de otras materias, con respecto a su relación con eventos culturales o el medio que les rodea, algo que no es tan habitual como en otras áreas de conocimiento:

Además yo propongo un estudio de los movimientos en los frisos, que culminaría con una visita a los Reales Alcázares (DisPa, 235-6).

Como parte final de la experiencia estaba prevista una visita al Alcázar con los alumnos de 2º de E.S.O (DisPa, 522).

Una vez el estudio realizado en clase con visitas culturales, propone Actividades extraescolares relacionadas con las Matemáticas, al igual que con Lengua van al teatro o en Ciencias Naturales al campo (DisPa, 243-5).

Abundando en la idea anterior, Pascual enfatiza la presencia y la importancia de las matemáticas en la cultura universal, y elabora una propuesta de Actividades, para ser llevada a cabo por los alumnos, durante y tras la visita al Alcázar:

Los alumnos serán más conscientes de la presencia de las Matemáticas en nuestro entorno y de su importancia en todas las culturas. A partir de esta visita, propondré una Actividad consistente en localizar uno

o dos frisos en el Alcázar, identificar qué tipo de friso es, cuál es el mínimo elemento que se repite, y señalar qué movimientos intervienen en la elaboración de dicho friso. También podemos plantear que los alumnos elaboren sus propios frisos y colaborar con el departamento de Plástica (DisPa, 245-52).

Estas Actividades, (que tampoco aparecían en el diseño del G₁ y que hemos integrado en el de Pascual), están organizadas por grupos de trabajo, en el que cada alumno tiene que realizar las correspondientes al agrupamiento al que pertenezca.

Además, ha realizado un esquema común para todos los grupos:

En primer lugar trataré de las Actividades propuestas. (...) Las Actividades siguen siempre el mismo esquema:

- 1) Calcular el área de una cierta figura (fuente, loseta, habitación).*
- 2) Estudiar un friso.*
- 3) Estudiar los polígonos que aparecían en algún sitio. Una Actividad bastante sencilla, para que miraran alrededor con curiosidad.*
- 4) Buscar elementos geométricos.*
- 5) Hacer alguna fotografía y ponerle un lema matemático (DisPa, 523; 527; 533; 536; 542; 546).*

Cada uno de ellos ha de realizar algunas de estas Actividades durante la propia visita y, sobre el resto, solamente ha de tomar datos *'in situ'*, tales como medidas de objetos o fotos de los mosaicos concretos indicados, para que cada estudiante pueda terminar el estudio correspondiente con posterioridad.

A continuación, presentamos en el siguiente Cuadro las Actividades de uno de ellos:

Lugar de trabajo del Grupo 1: Sala de Justicia a la entrada del Patio de Yeso y la escalera junto al Cuarto del Almirante (Ver fotografía en el diseño, Anexo II).

SEXTA SESIÓN: VISITA AL ALCÁZAR PROPUESTA DE ACTIVIDADES GRUPO 1	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>Actividad 47.- Calcula el área de la fuente circular. Explica cómo lo haces (DisPa, 585-6).</i>	<i>Los alumnos cuentan con ciertos conocimientos sobre áreas del pasado curso, este año aún no se ha tratado este tema, por lo que la información que saque de aquí puede servirme como evaluación inicial del tema siguiente (DisPa, 534-5).</i>	Área de figuras planas.	De aplicación combinada de información De argumentación.
<i>Actividad 48.- En esta sala hay frisos en el suelo, en los bancos y sobre todo en la puerta que lleva de la sala</i>	<i>Esta era la actividad central, escoger un friso, copiarlo esquemáticamente, ver cuál es el</i>	Estudio de un friso: búsqueda del	De identificación y reconocimiento. De aplicación

<p><i>de justicia al patio del yeso. Estudia estos frisos:</i></p> <p><i>a) dibújalos esquemáticamente</i></p> <p><i>b) di cuál es la figura que se repite</i></p> <p><i>c) di de qué tipo es cada uno, estudiando los distintos movimientos que aparecen en él (DisPa, 587-93).</i></p>	<p><i>menor elemento que se repite, clasificar el friso (DisPa, 537-41).</i></p>	<p>elemento mínimo y clasificación, según los movimientos implicados.</p>	<p>combinada de información.</p>
<p><i>Actividad 49.- Nombra los distintos polígonos que aparecen en la puerta de la escalera junto al Cuarto del Almirante. Dibújalos (DisPa, 594-5).</i></p>	<p><i>Una Actividad bastante sencilla, para que miraran alrededor con curiosidad (DisPa, 543-5).</i></p>	<p>Identificación de polígonos.</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p>
<p><i>Actividad 50.- Nombra algunos cuerpos geométricos (en el espacio) que encuentres en el Alcázar (al menos cinco), indicando donde se encuentran (DisPa, 596-7).</i></p>	<p>“</p>	<p>Identificación de cuerpos geométricos.</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p>
<p><i>Actividad 51.- Haz al menos una fotografía que ponga de manifiesto aspectos geométricos de objetos y ponle un lema (DisPa, 598-9).</i></p>	<p><i>La idea era que estas fotografías pudiesen participar en el concurso de fotografía matemática que estábamos realizando en el centro, y alguna en el concurso de la Sociedad Thales (DisPa, 547-50).</i></p>	<p>Reconocimiento de la presencia de la Geometría en el Alcázar</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p>

Cuadro Pa. 6: Actividades para la visita al Alcázar del Grupo 1

Por una parte, consideramos que la visita al Alcázar, en sí misma, tiene unas características especiales, que nos parece interesante resaltar: se trata de que los alumnos salgan del Centro, realicen actividades matemáticas contextualizadas, presentando el contenido en formato no académico y estableciendo relaciones con otros contenidos y materias, lo que creemos que puede ser una actividad altamente motivadora, aunque no la hayamos cuantificado como tal.

Por otra parte, Pascual ha hecho un gran esfuerzo de elaboración de esta propuesta, por una parte, porque las ha diseñado también solo, sin el G₁ y, por otra, porque ha tenido que visitar previamente dos veces el Alcázar, con el objetivo de diseñarlas y de elegir distintos lugares y una distribución de los alumnos en pequeños grupos, de modo que no tengan que estar todos a la vez en el mismo recinto del Alcázar, puesto que han de pasar desapercibidos a la hora de hacer mediciones u otras tareas similares, ni deben agolparse para hacerlas.

Nos parece también reseñable que Pascual piense distribuir a los estudiantes según su nivel de conocimientos, de modo que los que suelen encontrar más obstáculos en su aprendizaje, tengan Actividades que requieran un menor nivel cognitivo, dándoles en estos casos las figuras más sencillas para calcular su área o los frisos con elemento básico más simple y sin composición de movimientos:

Este grupo de Actividades permite realizar fichas de muy distintos niveles. Así, escogí las Actividades pensando ya en los miembros del grupo que la iban a realizar: a unos les encargaba el área de una habitación rectangular, a otros la de un polígono regular y a otros la de una cruz, dentro de una corona circular. O en los frisos, unos estudiaban frisos que sólo tenían traslación o simetría y traslación y otros estudiaban frisos con simetrías con deslizamiento. De esta forma procuraba atender a la diversidad (DisPa, 611-7).

En cuanto a la cuantificación de su tipología, hemos constatado cuatro de ‘*identificación y reconocimiento*’, una de ‘*argumentación*’ y dos de ‘*aplicación combinada de información*’, ya que han de aplicarlas a objetos reales.

Con respecto a las características de estas Actividades, subrayamos que están presentadas en contexto no escolar y fuera del aula. Salvo la última, son cerradas, de bajo nivel cognitivo, si exceptuamos el estudio del friso que elijan, que puede tener mayor exigencia cognitiva. También pueden aportar una nueva mirada a los estudiantes en cuanto a la Geometría y las Matemáticas en general. Se pueden hacer en un ambiente distendido y cambiante, rodeado de belleza y armonía, algo de lo que suelen estar escasos nuestros centros educativos.

Como Pascual ha dicho, todas las Actividades propuestas para la visita al Alcázar a los distintos grupos son muy similares a estas últimas y por lo tanto, no presentaremos el resto de Actividades, hasta llegar a 90, que se corresponden con ellas (Ver DisPa, Anexo II).

➤ **Actividades para hacer en casa: de Ampliación, de Refuerzo o una Adaptación Curricular no significativa**

Pascual ha preparado también una batería de Actividades complementarias a las anteriormente expuestas, para entregar a sus alumnos una vez realizadas las presentadas en los Cuadros anteriores. Según el nivel que adjudique a cada uno, les distribuirá las que ha preparado como ampliación, o las preparadas como refuerzo o una adaptación curricular no significativa que también ha elaborado para los alumnos con ciertas Necesidades Educativas Especiales, que no asisten al aula de apoyo.

Por último, mientras que con ciertos alumnos seguiremos realizando Actividades, encaminadas a reforzar los contenidos tratados, repitiendo alguna de las Actividades anteriores. Con otras, estudiaremos la composición de algunos movimientos (DisPa, 213-6).

Así, con algunos alumnos pretendemos estudiar ciertas composiciones de movimientos, que con otros no. Los más avanzados pueden averiguar el centro un giro que transforma una figura en otra, estudiar con mayor profundidad la visión de la traslación y el giro como composición de simetrías, o algunos problemas reales en los que se aplican los movimientos. En concreto estoy pensando en una que aparece en varios libros sobre construir una carretera de un pueblo a un río y a otro pueblo con longitud mínima... (DisPa, 265-274).

Primero recogemos en el siguiente Cuadro, aquellas que Pascual señala como Actividades de Ampliación:

PROPUESTA DE ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN (PARA HACER EN CASA)	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
Actividad de simetría 24.- Estas figuras son partes de escudos de casas antiguas. Se han partido por sus ejes de simetría. Complétalos indicando las parejas que hay que unir (DisPa, 440-2).	Un ejercicio muy sencillo que consiste en completar una figura sabiendo que es simétrica. Es muy manipulativa para aquellos alumnos que les guste dibujar (DisPa, 205-7).	Reconocimiento de simetrías y del papel del eje de simetría.	De simple aplicación directa de información.
Actividad de simetría 25.- Pepe y Luis están jugando al billar. En un determinado momento las bolas se encuentran en la posición del dibujo. Indica el camino que debe seguir la bola A para que rebotando en la banda MQ golpee la bola B (DisPa, 443-4).	Un clásico ejercicio que consiste en aplicar la simetría al billar (DisPa, 208-9).	Reconocimiento de simetrías.	De aplicación compleja de información.
Actividad de simetría 26.- ¿Qué camino debe seguir la bola A para que rebotando en las bandas QP y PN golpee la bola B? (DisPa, 447-8).	“	Reconocimiento de simetrías.	De aplicación compleja de información.
Actividad simetría 27.- Aplica a la figura primero una simetría de eje e y luego otra de eje e'. ¿De qué otra forma puedes obtener la última figura aplicando un único movimiento a la figura F? (DisPa, 449-51).	Para estudiar la composición de dos simetrías de ejes paralelos y el movimiento resultante.	Composición de simetrías. Destreza de dibujo.	De aplicación combinada de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.
Actividad de simetría 28.- Dibuja el transformado de la figura al aplicarle primero una simetría de eje la recta r y luego otra de eje s.	La composición de dos simetrías cuyos ejes se cortan es un giro. Debemos resaltar que el ángulo de ese giro es el	Composición de simetrías. Reconocimiento del resultado	De aplicación combinada de información. De

<p>a) Comprueba que el resultado es el mismo que si aplicásemos un giro. ¿De qué giro se trata?</p> <p>b) ¿Obtienes el mismo resultado si aplicas primero la simetría de eje s y luego la de eje r? (DisPa, 452-7).</p>	<p>doble del ángulo que forman los ejes y que cualquier giro se puede descomponer como composición de dos simetrías de ejes secantes (DisPa, 219-22).</p>	<p>como un giro. Destreza de dibujo.</p>	<p>comprobación. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Actividad de traslación 29.- a) Busca cuál es vector de la traslación que lleva el punto $A(0, 0)$ al punto $A'(2, 3)$. b) Busca el vector que lleva el punto $B(1, 2)$ al punto $B'(3, 8)$ (DisPa, 457-9)</p>	<p>No especifica si se trata de dibujar el vector de traslación o de hallar las coordenadas de su origen y extremo.</p>	<p>Búsqueda del vector de traslación dado mediante coordenadas.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>Actividad de traslación 30.- Hallar el transformado de la siguiente figura por una traslación de vector $(0, 0)$ $(4, 1)$ y posteriormente la figura resultante por la traslación de vector $(0, 0)$ $(2, -1)$. A esto se le llama composición de traslaciones. Comprueba que haciendo 1º la segunda traslación y después la primera obtenemos el mismo resultado. Busca un vector que lleve directamente la primera figura en la tercera (DisPa, 462-7)</p>	<p>La composición de dos traslaciones es una traslación y ambas conmutan. Repaso de coordenadas. DisPa 225-6</p>	<p>Construcción gráfica del vector de traslación dado mediante coordenadas. Composición de dos traslaciones. Conmutatividad. Vector de la traslación resultante.</p>	<p>De aplicación combinada de información. De presentación de información. De comprobación. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Actividad giro 31.- Encuentra el centro del giro que transforma cada letra en otra igual, y di el ángulo en cada caso (DisPa, 468-9).</p>	<p>Esta actividad creemos que es indicada para todos los alumnos. Consiste en identificar el centro del giro que lleva una figura a otra. (DisPa, 210-2).</p>	<p>Identificación del centro de giro.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p>Actividad de giro 32.- Halla la figura transformada de la dibujada por un giro de centro O y ángulo 90°. Repite la operación con un ángulo de 270° (DisPa, 470-1).</p>	<p>La composición de dos giros de igual centro es un giro del mismo centro. Se estudia cuál es el ángulo final de giro (DisPa, 222-4).</p>	<p>Construcción de la figura girada de una dada, según el ángulo de giro.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>Actividad de giro 33.- Halla la figura transformada del siguiente triángulo por un giro de centro O y ángulo 30° y después un giro de 60° ¿Qué obtienes? (DisPa, 472-4).</p>	<p>La composición de dos giros de igual centro es un giro del mismo centro. Se estudia cuál es el ángulo final de giro. (DisPa, 227-8).</p>	<p>Composición de dos giros con el mismo centro. Giro resultante.</p>	<p>De aplicación combinada de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

Cuadro Pa. 7: Actividades de Ampliación

Creemos que Pascual entiende la ampliación como transferencias y generalizaciones de lo aprendido (aplicaciones combinadas y complejas) o como contenidos nuevos (mediante la identificación y el reconocimiento y, sobre todo, de búsqueda y elaboración de respuestas).

Con respecto a la tipología de estas Actividades es variada y adecuada, salvo la primera de 'simple aplicación directa de información', que nos parece demasiado simple para considerarla de ampliación. Hemos establecido una de 'presentación de información' (un texto integrado en el propio enunciado (Actividad 30), dos de 'comprobación', cuatro de 'búsqueda y elaboración de respuestas' y diez de 'aplicación': de ellas dos son de 'aplicación compleja', cinco 'combinada' y tres de 'simple aplicación directa'.

Sus características y nivel cognitivo son, en algunos casos, similares a las ya presentadas, aunque no hay apenas de simple aplicación directa y aparecen de aplicación compleja, predominando las de aplicación combinada, algo que consideramos lógico, por tratarse de actividades de ampliación. En este conjunto todas son cerradas, presentadas en contexto académico, salvo las tres primeras. La Actividad 24, aunque Pascual dice que es muy manipulativa, se puede hacer mediante la asociación por parejas, adjudicándoles un número y creemos que es lo que hará un alumno sin dificultades. Desde luego posibilita otras estrategias de resolución, como dibujar la mitad que falta en cada una o recortarlas y pegarlas.

A continuación presentamos las Actividades que Pascual propone como Refuerzo:

PROPUESTA DE ACTIVIDADES DE REFUERZO (PARA HACER EN CASA)	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDADES
<i>Actividad simetría 34.- Estas figuras son partes de escudos de casas antiguas. Se han partido por sus ejes de simetría. Complétalos indicando las parejas que hay que unir (DisPa, 475-7).</i>	<i>Refuerzo simetría. Un ejercicio muy sencillo que consiste en completar una figura sabiendo que es simétrica. Es muy manipulativa para aquellos alumnos que les guste dibujar (DisPa, 205-7).</i>	Aplicación de las simetrías.	De simple aplicación directa de información.
<i>35.- Pepe y Luis están jugando al billar en un determinado momento las bolas se encuentran en la posición del dibujo. Indica el camino que debe seguir la bola A para que, rebotando en la banda MQ, golpee a la bola B. (DisPa, 478-81).</i>	<i>Un clásico ejercicio que consiste en aplicar la simetría al billar (DisPa, 208-9).</i>	Aplicación de las simetrías.	De aplicación compleja de información.

<p>Actividad simetría 36.- Aplica a la figura primero una simetría de eje e y luego otra de eje e'. ¿De qué otra forma puedes obtener la última figura aplicando un único movimiento a la figura F (DisPa, 482-4).</p>	<p>Para estudiar la composición de dos simetrías de ejes paralelos y cuál es el movimiento resultante.</p>	<p>Composición de simetrías. Destreza de dibujo.</p>	<p>De aplicación combinada de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Actividad simetría 37.- Dibuja el transformado de la figura al aplicarle primero una simetría de eje la recta r y luego otra de eje s. Comprueba con el compás que el resultado es el mismo que si aplicásemos un giro. ¿De qué giro se trata? (DisPa, 485-8).</p>	<p>La composición de dos simetrías, cuyos ejes se cortan, es un giro. Debemos resaltar que el ángulo de ese giro es el doble del ángulo que forman los ejes y que cualquier giro se puede descomponer como composición de dos simetrías de ejes secantes (DisPa, 219-22).</p>	<p>Composición de simetrías. Comprobación del resultado como un giro. Destreza de dibujo.</p>	<p>De aplicación combinada de información. De comprobación. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Actividad traslación 38.- Hallar el transformado de la siguiente figura por una traslación de vector $(0,0)$, $(4,1)$ y posteriormente la figura resultante por la traslación de vector $(0,0)$, $(2,-1)$. Comprueba que haciendo 1º la segunda traslación y después la primera, se obtiene el mismo resultado. Dibuja una flecha, también se llama vector, que lleve directamente la primera figura en la tercera (DisPa, 489-95).</p>		<p>Utilización del vector de traslación dado mediante coordenadas. Composición de dos traslaciones. Conmutatividad. Vector de la traslación resultante. Destreza de dibujo.</p>	<p>De aplicación combinada de información. De presentación de información. De comprobación. De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Actividad de giro 39.- Representa en unos ejes coordenados el punto $A(3,4)$. Halla las coordenadas de los transformados de este punto, mediante los siguientes giros, todos ellos con centro el origen de coordenadas: a) 90° en sentido positivo. b) 90° en sentido negativo. c) 180° d) 270° (DisPa, 496-9).</p>	<p>Actividades 39 y 41.- Cómo afecta un giro de centro el origen a las coordenadas. (DisPa, 217-8).</p>	<p>Obtención de las coordenadas de un punto que ha girado diferentes ángulos, con centro de giro en el origen de coordenadas.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>

<i>Actividad de giro 40.- Encuentra el centro del giro que transforma cada letra en otra igual y di el ángulo en cada caso (DisPa, 500-1).</i>	<i>Esta actividad creemos que es indicada para todos los alumnos. Consiste en identificar el centro del giro que lleva una figura a otra (DisPa, 210-2).</i>	Obtención del centro y ángulo de giro, dada una figura y su girada.	De aplicación combinada de información.
<i>Actividad giro 41.- Halla la figura transformada de la dibujada por un giro de centro O y ángulo 90°. Repite la operación con un ángulo de 270° (DisPa, 502-3).</i>	<i>Actividades 39 y 41.- Cómo afecta un giro de centro el origen a las coordenadas. (DisPa, 217-8).</i>	Construcción de la figura girada de una dada, dado el centro y ángulo de giro. Destreza de dibujo.	De simple aplicación directa de información.
<i>Actividad giro 42.- Halla la figura transformada del siguiente triángulo por un giro de centro O y ángulo 30° y después un giro de 60° ¿Qué obtienes? (DisPa, 505-7).</i>	<i>La composición de dos giros de igual centro es un giro del mismo centro. Se estudia cuál es el ángulo final de giro (DisPa, 227-8).</i>	Composición de dos giros con el mismo centro. Giro resultante. Destreza de dibujo.	De aplicación combinada de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.

Cuadro Pa. 8: Actividades de Refuerzo

Si observamos el Cuadro anterior, lo primero que llama la atención es que hay pocas diferencias con el relativo a las Actividades de Ampliación. Aparece una Actividad nueva y sencilla y excluye una de las Actividades del billar y las Actividades 26 y 29 del conjunto anterior, que suponían aplicaciones combinadas o/y complejas, decisiones que consideramos adecuadas. Sin embargo, aunque simplifica el enunciado en algunas (las 37 y 38 respecto a las 28 y 30), las mantiene iguales en lo fundamental. No se han suprimido tampoco las relativas a composiciones de los tres movimientos que, aunque sencillas, complican más que simplifican lo ya realizado en clase. En definitiva, no parece muy claro qué es lo que el profesor considera refuerzo o qué pretende reforzar.

Además, añade la siguiente intención que no se corresponde con ninguna Actividad de las presentadas y que sería de cierta complejidad, que creemos inapropiada precisamente para los alumnos que necesitan un refuerzo:

Un ejercicio de refuerzo, presenta la composición de una simetría y un giro y repasa coordenadas (DisPa,223-4)

En cuanto a la cuantificación de la tipología de las Actividades, constatamos una de ‘presentación de información’, dos de ‘comprobación’, cuatro de ‘búsqueda y elaboración de respuestas’, propiciando las mismas estrategias de resolución que en las actividades previas y ocho de ‘aplicación de la información’: dos, de ‘simple aplicación directa de información’, seis de ‘aplicación combinada’, que predominan también en este caso. Consideramos que la única actividad de ‘aplicación compleja’ podría suprimirse, así como la 36, 38, 40 y 42, aportando en cambio otro tipo de actividades con los mismos objetivos pero con figuras más sencillas o favoreciendo otras estrategias de resolución.

En cuanto a las características de estas Actividades, están comentadas para el caso de Ampliación (a partir del Cuadro Pa. 7). Su nivel cognitivo es el mismo, salvo las que hemos señalado que ha simplificado, lo que conlleva cierto descenso.

Por último, también presenta Pascual una Adaptación Curricular no significativa, destinada a los estudiantes con Necesidades Educativas Especiales:

ACTIVIDADES PARA UNA ADAPTACIÓN CURRICULAR NO SIGNIFICATIVA (PARA HACER EN CASA)	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDADES
Actividad simetría 43.- Estas figuras son partes de escudos de casas antiguas. Se han partido por sus ejes de simetría. Complétalos indicando las parejas que hay que unir (DisPa, 508-10).	Ejercicio muy sencillo de completar una figura sabiendo que es simétrica. Es muy manipulativa para aquellos alumnos que les guste dibujar. (DisPa, 205-7).	Reconocimiento de simetrías.	De simple aplicación directa de información.
Actividad simetría 44.- Aplica a la figura primero una simetría de eje e y luego otra de eje e' (DisPa, 511-2)		Composición de simetrías: destreza de dibujo.	De aplicación combinada de información.
Actividad traslación 45.- Halla el transformado de la siguiente figura por una traslación de vector v y posteriormente la figura resultante por la traslación de vector v' . Escribe las coordenadas de los vértices de la figura: A, B, C, D, E y F. Comprueba que haciendo 1ª la segunda traslación y después la primera obtenemos el mismo resultado (DisPa, 513-8).	La composición de dos traslaciones es una traslación y ambas conmutan. Repaso de coordenadas (DisPa, 225-6). [Es similar a la propuesta para ampliación y refuerzo. Sólo se diferencia en que el vector no viene dado por coordenadas].	Composición de dos traslaciones. Conmutatividad. Destreza de dibujo.	De aplicación combinada de información. De comprobación. De búsqueda y elaboración de respuestas.

<p>Actividad giro 46.- Usando el compás, la escuadra y el transportador de ángulos, halla la figura transformada de la dibujada por un giro de centro O y ángulo 90° (DisPa, 519-21).</p>	<p>Mientras que esta actividad tiene la intencionalidad expresada por Pascual de <i>cómo afecta un giro de centro el origen a las coordenadas</i>, en su propuesta de ampliación y refuerzo, en el caso actual pone el énfasis en la utilización de los instrumentos de dibujo, es decir, en su construcción gráfica.</p>	<p>Destreza en el uso de instrumentos de dibujo para hallar la transformada de una figura dada mediante un giro.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
--	---	--	---

Cuadro Pa. 9: Actividades con una adaptación curricular no significativa

En este caso vuelve a suceder lo ya expuesto: Pascual ha seleccionado algunas de las Actividades anteriores, pero no ha tomado todas las simples, ni suprimido todas las combinadas, de un modo que nos parece algo arbitrario.

La Actividad 43, aunque es la misma de los casos de ampliación y refuerzo, podría indicar al alumno que hay varias estrategias y que utilice cuantas más mejor: emparejar numéricamente, doblar, dibujar, etc. En el caso de la Actividad 45, ha cambiado un poco la redacción, añadiendo la búsqueda de las coordenadas de los vértices de una figura, cuyo dibujo no tiene las letras del enunciado, ni los dos vectores que nombra, sino sólo uno. Esto añade dificultad innecesaria al ejercicio desde nuestro punto de vista.

Se percibe su voluntad de atender alumnos diversos, pero por improvisación ante la falta de tiempo o por otras razones, que desconocemos, esta diferenciación no se ha plasmado adecuadamente. Por ejemplo, no nos parece adecuado introducir la composición de dos movimientos a este tipo de alumnos, pues suelen tener dificultades incluso con contenidos simples. Además, estas Actividades las realizará cada alumno individualmente en casa y serán entregadas al término del estudio completo del tema, sin tantas ayudas del profesor ni de sus compañeros.

En cuanto a la cuantificación de su tipología, hemos constatado una Actividad de ‘comprobación’ y una de ‘búsqueda y elaboración de respuestas’ y cuatro de ‘aplicación de información’, dos de ellas ‘simple y directa’ y otras dos ‘combinada’. Estas últimas son las que creemos que habría que suprimir, por tratarse de composición de movimientos, sustituyéndolas por otras de ‘simple aplicación directa’.

Nada tenemos que añadir en cuanto a las características y nivel cognitivo de estas Actividades, pues ya están comentadas tras las Actividades de Ampliación y Refuerzo (Cuadros Pa. 5 y 6).

Nuestro profesor no se ha planteado otro tipo de aplicaciones de los movimientos, más allá de su identificación y reconocimiento en distintas situaciones u objetos: en la arquitectura o el arte en general, en la naturaleza, tanto animal como vegetal, en objetos cotidianos como botellas, en edificios, etc.

Sí, en realidad no hemos considerado muchas aplicaciones, sino que los ejemplos que ponemos eran siempre de arquitectura o de alguna cosa así (E1Pa, 152-4).

Con el arte, por ejemplo los giros con un rosetón de una catedral o en simetría en sí hay algunos temas, como todos somos simétricos, bueno, los animales, las mariposas, o sea, alguna cosa así, como que la geometría es algo natural (E1Pa, 156-9).

En las plantas, en los animales, en la naturaleza sí, eso sí está ahí. Que les dé más o menos importancia yo a la hora de dar clase... Pero eso está ahí (E1Pa, 161-3).

En general, las Actividades diseñadas son bastante sencillas, exceptuando algunas, como las del billar, el dibujo de algunas figuras o algún friso que contiene simetrías con deslizamiento. Pascual menciona también que quiere conseguir que los alumnos describan los distintos movimientos y sus elementos, algo que hemos echado en falta en los Cuadros anteriores, aunque él dice que está en los últimos problemas. Hemos constatado en ellos que a veces falta alguna pequeña presentación de información en los enunciados, pero no en todos los movimientos, ni para todos sus elementos esenciales:

Y hay un paso todavía más complicado en los contenidos, que está en los últimos problemas, ya que he propuesto de todo, o sea, el llegar a la descripción (E1Pa, 270-1).

Nuestro profesor quisiera también aportar a sus alumnos la presencia y utilidad de las matemáticas en numerosas situaciones más allá del aula. De ahí la importancia de salir de ella, bien sea físicamente, bien a través de Internet, bien relacionando unas temáticas con otras, bien unas áreas con otras, comprobando que la Geometría nos rodea, que se usa en infinidad de sitios y las matemáticas en general, también:

Con la visita al Alcázar un poco lo mismo que como el otro día, aquí, en la exposición de fotos. Que vieran que las Matemáticas estaban por fuera, aunque yo todas las clases las doy dentro. Alguno ha investigado alguna cosa en Internet o a alguno le he mandado que viera algún caso concreto de algo, algún ejercicio o alguna pequeña cosa de investigación en algún lado de estos y vieran que estaba por fuera [del aula] ¿eh? O las cónicas que aparecen por ahí.

Los mismos aspectos estos que hacemos siempre en clase, comentarios de para qué sirven, que tienen unas ideas vagas... Las sucesiones, la única vez que creo que he tocado suelo, ha sido tocando el tema de las sucesiones, porque les he hablado del crecimiento de poblaciones. Éste que decía que los alimentos crecían en progresión aritmética y la población en geométrica y entonces al final tenían hambre, pues resulta que lo han

visto en Sociales. Bueno, pues es verdad, en Sociales se les ha quedado que unos crecían más rápidos que otros y que lo que este hombre decía es verdad que una era geométrica y otra aritmética.

Intentar que vean que está por otras partes, al sacarlos fuera, porque eso está en nuestro entorno, que la geometría nos rodea, que se usa en infinidad de sitios... En cuadros, en no sé qué... Que cualquiera de los murales que están haciendo normalmente en dibujo lo están siguiendo con un criterio de simetría. Lo tienen que hacer así casi todo: o ponen la foto en redondo y tienen la idea dentro del giro, o que tiene que quedar armónico, o lo que sea... O las traslaciones, que normalmente no van las fotos a voleo unas en lo alto de las otras... Yo espero que algo así les quede (E1Pa, 557-82).

Con estas relaciones damos por terminada la presentación de las Actividades de la experiencia. No obstante, para hacer tanto su recuento como el de las tipologías correspondientes, vamos a considerar de estas tres últimas relaciones de ‘Ampliación, Refuerzo y Adaptación Curricular’, únicamente las Actividades correspondientes a la primera, ya que los otros dos cuadros contienen actividades en su mayoría repetidas. También incluimos en el cómputo las cinco que corresponden a un grupo de la visita al Alcázar, porque sabemos que son similares a las del resto de los grupos, en cuanto a número y sus tipologías correspondientes.

Contabilizamos 46 Actividades de las sesiones del diseño. Para poder calcular porcentajes de las distintas tipologías, hemos de tener en cuenta que en una misma propuesta de Actividad pueden demandarse diferentes actuaciones por parte del alumno, y por ello, en éstas, han sido considerados, en algunas ocasiones, varios tipos de Actividades, por lo que el total de tipologías diferenciadas no coincide con el número de Actividades propuestas, es decir, la suma de todas las tipologías consignadas es:

3 Actividades de Iniciación + 7 Actividades de Obtención de Información + 25 Actividades de Estructuración de Información + 32 Actividades de Aplicación de la información + 1 Actividad de Metarreflexión = 68.

En síntesis, la propuesta de Actividades diseñada por Pascual está concebida para que los estudiantes aprendan los contenidos correspondientes a los movimientos en el plano, mediante su realización. Están presentadas agrupadas según los movimientos a estudiar, precedidas por unas Actividades de iniciación y culminadas con el estudio de frisos, para hacer una visita ‘con mirada geométrica’ al Alcázar de Sevilla.

En total Pascual propone 98 Actividades de tipología variada, de las que ahora computamos únicamente 46, por repetirse el esquema de muchas de ellas, ya que están dirigidas a alumnos diferentes. Esto ocurre para las Actividades de Ampliación, Refuerzo y Adaptación Curricular y para los distintos grupos que forma en la visita al Alcázar. Si cuantificamos esta

propuesta, sin perder de vista que una misma Actividad ha podido clasificarse en más de un tipo, aparecen 68:

- **Actividades de Iniciación: 3 en total → 4.5 %**
 - De motivación: 1 → 1.5
 - De expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas: 2 → 3%
- **Actividades de Obtención de Información: 7 en total → 10.4%**
 - De presentación de información: 7 → 9%
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0
- **Actividades de Estructuración de Información: 25 en total → 35.9%**
 - De organización de la información: 0
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: 16 → 23.9% del total
 - De comprobación: 2 → 3%
 - De argumentación: 3 → 4.5%
 - De resumen y/o síntesis: 1 → 1.5%
 - De contraste: 2 → 3%
- **Actividades de Aplicación de la Información: 32 en total → 47.7% del total**
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 12 → 17.8%
 - De simple aplicación directa: 6 en total → 9% del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 3 → 4.5%
 - ✓ En contextos no académicos: 3 → 4.5%
 - De aplicación combinada → 17.9%
 - ✓ En contextos académicos: 7 → 10.5%
 - ✓ En contextos no académicos 5 → 7.4%
 - De aplicación compleja en contexto: 2 → 3%
- **Actividades de Metarreflexión: 1 → 1.5%**

Constatamos que_ las tipologías que predominan son las de Aplicación de la Información y de Estructuración de la misma, y dentro de ellas, las de aplicación combinada, de identificación y reconocimiento de conocimientos previos y la búsqueda y elaboración de respuestas, respectivamente. Por el contrario, las que están muy poco presentes son las de metarreflexión, motivación, de expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas, de comprobación, de argumentación, de resumen o síntesis y de contraste. Y no se proponen en absoluto la búsqueda y organización de información por parte de los estudiantes.

En cuanto a las características, aunque algunas son abiertas y con posibles estrategias diversas de resolución, abundan las Actividades cerradas. La inmensa mayoría de ellas tienen una estrategia de resolución *'dirigida'*, mediante el dibujo. No obstante, éstas pueden dar mucho juego, si son bien llevadas por el profesor, para la comprensión de los contenidos que se pretenden.

Los contextos son académicos en un 58.3% y no académicos en un 41.7% del total. De entre las actividades de aplicación algo más de la mitad (56.5%) son de contexto académico y el resto, un 43.5%, no académico, es decir, se invierte la mayoría.

Por último, señalamos la gran importancia que Pascual ha dado a la visita al Alcázar, como símbolo del papel de las matemáticas en la cultura universal, que hemos de mostrar a los estudiantes como hecho cultural, estético y de múltiple utilidad.

3. 1. 1. 2 RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Pascual declara en su diseño, a la hora de justificar la elección de su tópico, que le asusta saber que hay tantos recursos didácticos para trabajar la Geometría en la Educación Secundaria Obligatoria, pues siente inseguridad ante este hecho, al no haberlos usado nunca. Aún así, se decide a hacerlo porque cuenta con la ayuda del contexto en el que está inmerso, el Curso-P de Formación, y porque tiene deseos de aprender e innovar.

La gran cantidad de materiales que existe, nos asusta más que animarnos a usarlos (DisPa, 8-9).

Entre los recursos manipulables que ha seleccionado, para el estudio de las simetrías, están los miras, los espejos y los libros de espejos. Al mencionar estos recursos, se refiere también a los contenidos que va a trabajar con ellos: la simetría o la búsqueda de los ejes de simetría de algunas figuras de animales, flores, objetos cotidianos, sobre todo en las primeras Actividades, lo cual no excluye otras figuras geométricas.

Actividades 2 y 3.- Reconocer ejes de simetría usando espejos, completar figuras para que sean simétricas. Muchas de estas figuras son imágenes de la vida cotidiana: una botella, una mariposa... (DisPa,151-3).

Menciona un instrumento construido por sus alumnos el curso pasado, con cuyo uso tuvo una buena experiencia y pretende utilizarlo este año también, aunque en el diseño no lo menciona.

Una especie de astrolabio, ahí los ángulos, bueno, pues algo de eso haremos también. Entonces, más o menos, les gustará (E1Pa, 69-70).

Pascual piensa recoger sus propios materiales en Hojas de Trabajo, a las que a veces se refiere como 'fichas', una por cada movimiento y día, al final de las cuales aparecen unos resúmenes de los contenidos correspondientes a cada movimiento, porque no cree que sus alumnos los busquen en ninguna otra fuente de información. También piensa distribuir fotocopias de un libro de texto, para el estudio de los frisos, así como un plano del Alcázar:

También, al trabajar en fichas, no recurren al libro para completar la información o formalizarla (DisPa, 97-8).

Daremos una fotocopia con la clasificación de los frisos. Podemos realizar alguno (DisPa, 239).

ANEXO 2 Plano del Alcázar. [Adjunta el plano] (DisPa, 733).

Otro tipo de recursos que tiene previsto usar, al inicio del tema, es un retroproyector y transparencias relacionadas con la arquitectura y el arte, para motivar a los alumnos:

A continuación, proyectaremos varias transparencias con distintos edificios y obras de arte (DisPa, 119).

También cuenta con la presencia de una compañera del grupo de trabajo del Curso-P, que actuará como invitada en algunas sesiones. Y si se hace la visita al Alcázar, un cambio de escenario, también es un buen recurso, en este caso excepcional:

Otro aspecto que puede favorecer la dinámica de la clase es que uno de mis compañeros asistirá a algunas sesiones, de forma que podremos atender mejor a los diversos grupos. Esto no lo hemos tenido en cuenta a la hora de la elaboración (DisPa, 78-81).

En cuanto a los modos de representación, el que Pascual propone fundamentalmente es el gráfico. También ha introducido las coordenadas cartesianas, pero no deja claras las posibles relaciones que piensa establecer entre ambos estudios.

Actividades 4 y 5.- En estas actividades trabajamos con figuras geométricas, que exigen una mayor abstracción y con ejes coordenadas (DisPa, 154-5).

En síntesis, Pascual es la primera vez que utiliza recursos manipulables en el aula y, aunque siente inseguridad, paradójicamente, la existencia de numerosos recursos didácticos es uno de los motivos para elegir un tema de Geometría.

Pretende usar retroproyector, transparencias sobre arte y naturaleza, miras y espejos. No menciona instrumentos de dibujo, pero sería lógico usarlos, porque la destreza de dibujo está presente con mucha frecuencia durante toda la experiencia. El modo de representación fundamental es, por lo tanto, el gráfico. Aunque también ha introducido las coordenadas cartesianas, no ha establecido relaciones entre ambos estudios.

Se propone usar, además, el Alcázar de Sevilla y un plano del mismo como recursos didácticos, así como contar con la presencia de una compañera del G₁.

También ha elaborado sus propios materiales, recogidos en Hojas de Trabajo, una por cada movimiento, seguidas de resúmenes sobre los contenidos más básicos. No espera que los estudiantes recurran a otras fuentes de información, ni parece que él piense animarles a ello.

En cuanto al ‘discurso’, no disponemos de datos por el momento. Ni habla de ejemplos o contraejemplos, como recursos propios no materiales, para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

3. 1. 1. 3 RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Pascual dedica la primera sesión de esta unidad a actividades introductorias de distinto tipo. Comienza con un conjunto de actividades dedicadas a explorar las ideas de los alumnos sobre algunos contenidos básicos que se van a trabajar, seguidas por actividades de motivación y de repaso de algunos contenidos trabajados en cursos anteriores y que van a necesitar ahora (coordenadas cartesianas). A continuación, dedica sucesivamente una sesión a cada bloque de movimientos que quiere trabajar (simetrías, traslaciones y giros) y a los frisos, para terminar con otra sesión (que se desarrolla en el Alcázar) en la que incluye principalmente actividades de aplicación de todo lo trabajado. El profesor afirma que estas actividades las pueden hacer todos los alumnos y, finalmente, añade otras para aclarar o profundizar en los contenidos dados (Actividades de Ampliación, de Refuerzo y Adaptación Curricular no significativa) y dirigidas a distintos tipos de alumnos.

Se trata, pues, de una organización en la que se intenta tener en cuenta a los alumnos y, en nuestra opinión, superadora de un enfoque meramente tradicional, en el que la organización de las actividades habría dependido en exclusiva de los contenidos de enseñanza.

Creemos necesario, para profundizar un poco más en esta secuencia, analizar con algo más de detalle cómo se organizan las actividades en cada sesión.

La primera sesión tiene dos partes. Pascual empieza proponiendo dos Actividades para los estudiantes, como introducción a la temática que va a trabajar durante la experiencia. Ambas pretenden explorar las ideas intuitivas de los alumnos, no matematizadas, en torno a los movimientos en el plano, ya que es la primera vez que se introducen académicamente hablando, mediante el establecimiento de criterios de clasificación de figuras y un primer acercamiento a las transformaciones en el plano. Esta propuesta va seguida de una Actividad

de motivación para despertar la curiosidad y el interés de los alumnos y un resumen que recoge la información básica sobre los movimientos en el plano. En la segunda parte, nuestro profesor se propone hacer un repaso de las coordenadas cartesianas que ya han trabajado los alumnos anteriormente.

Pascual ha concebido llegar al concepto de simetría y de eje de simetría mediante la realización de las Actividades presentadas en el Cuadro 2 presentado anteriormente, comenzando en la primera (la 7) por la identificación del(os) eje(s) de simetría de una serie de figuras simétricas dadas y avanzando en las siguientes en el descubrimiento de figuras simétricas o no, transformándolas o completándolas para que lo sean, buscando sus ejes de simetría, para continuar por hallar (Actividades 10 y 11) el transformado de un punto y de una figura por una simetría axial, identificando las coordenadas de algunos de sus puntos (vértices del triángulo, en este caso) y de sus transformados. En la Actividad 12 la dificultad se incrementa un poco al ir variando en sucesivas figuras la posición del eje respecto del cual han de hallar la figura simétrica de una dada: secante de forma simétrica o asimétrica, coincidente con uno de los lados, perpendicular, etc. Por último, en la Actividad 13, además de la identificación del punto simétrico de uno dado, se pide cierto razonamiento, para que el alumno trate de describir por sí mismo cómo ha ido construyendo el simétrico de los puntos y figuras dadas.

Pascual presenta las Actividades ordenadas según el grado de dificultad del contenido y valora mucho este hecho.

Una cosa de la que estoy satisfecho es de la gradación de la dificultad de los problemas (DisPa, 83).

Parece, también, que Pascual pretende que los estudiantes '*descubran*' el contenido mediante el desarrollo de la propuesta de Actividades. Aún así, Pascual presenta su propio resumen sobre la simetría, pensando dar esta información por si los estudiantes no consiguieran alcanzarla por sí mismos, para garantizar cierta formalización del movimiento estudiado.

En la tercera sesión, dedicada al estudio de las traslaciones, Pascual dedica una primera actividad (la 14) a introducir intuitivamente dicho movimiento. En ese sentido confía en que el alumnado ya tiene cierta idea de éste. Además, como tiene planificada para la primera sesión la Actividad 2, (Cuadro Pa. 1), en la que pide dar nombre a las distintas transformaciones, y también introduce la terminología correspondiente en su primer resumen, ya habrán tenido un primer contacto informal con las traslaciones en el momento de enfrentarse a esta nueva Hoja de Trabajo. Aunque si una vez hechas las Actividades de Simetría los estudiantes no han

captado todavía la idea de movimiento, les va a resultar desconcertante la Actividad 14 tal y como está diseñada. Tendrán que leer el enunciado completo muy atentamente y tratar de comprender lo que Pascual trata de decir mediante las diferentes posiciones que presenta.

Aquí da un paso más al pretender que los alumnos se den cuenta, paulatinamente, de la existencia del vector de traslación, cambiando su dirección, su módulo y por último su sentido, para que el estudiante vaya '*descubriendo*' progresivamente estos conceptos. A su vez, comienza por direcciones horizontales o verticales, más sencillas, para acabar con una dirección oblicua. Pascual supone que los estudiantes seguirán elaborando estos conceptos a través de la realización de las Actividades siguientes: la 15, donde no se define el vector de traslación explícitamente, la 16, donde lo presenta de modo gráfico y la 17, donde viene dado de modo gráfico y mediante las coordenadas cartesianas de su origen y extremo. De momento, sólo presenta una Actividad de este tipo.

En cuanto al uso de coordenadas, sigue tratándose de un repaso de las mismas, pero Pascual no menciona la relación entre las coordenadas de un punto y las de su transformado, en ninguno de los movimientos. No es que consideremos que esto sea necesario hacerlo, pero si el estudio utiliza realmente el modo de representación gráfico, las coordenadas no tienen aquí un papel que aporte nada para conocer mejor en qué consisten los movimientos. Además, no aparece en su diseño ninguna propuesta para relacionar un modo de representación y otro.

Parece que la lógica de la secuencia de actividades es la misma que en la sesión anterior, de ir abordando contenidos progresivamente más complejos y promoviendo un descubrimiento muy guiado de los mismos. Esta idea se apoya también en los tipos de actividades que predominan en estas sesiones: de búsqueda y elaboración de respuestas y de aplicación, y en que sean prácticamente inexistentes las de contraste, argumentación y/o justificación.

En la cuarta sesión, dedicada al aprendizaje de los giros, Pascual comienza por una Actividad de identificación de ángulos (la 18), donde introduce también el concepto de sentido de un ángulo, aunque únicamente mediante un ejemplo y una cuestión para que el alumnado se haga consciente de la posibilidad de considerar dos sentidos a un mismo ángulo. En la Actividad 19 aparece, sin más, la introducción de un ángulo en sentido horario. También hace variar en ésta, la posición del centro de giro, cada vez menos intuitiva y no fácil de ver, al pasar del exterior, al borde o interior a la figura que se ha de girar, según los casos.

Así va progresivamente señalando otros aspectos, como la distancia de cada punto y su girado al centro de giro, (en la Actividad 20). En la Actividad 21, pretende reforzar esto, mediante la

observación de casos en los que se pide si el centro de giro dado es correcto o no y el porqué de sus respuestas. Vuelve, por último a trabajar con el ángulo de giro en distintos casos (de nuevo con algunas figuras algo complicadas) e introduce el concepto de figura invariante mediante un giro. Una de estas figuras es un hexágono que no parece regular, aunque tendría que serlo.

Pascual solo ha hecho resúmenes de los movimientos en general y de las simetrías. En el caso de los giros, ha presentado parte de la información en los enunciados de las Actividades. También en las traslaciones la ha ido introduciendo mezclada con las Actividades correspondientes. Falta, de todas formas, la información correspondiente a los elementos que definen los giros, como en los casos de las simetrías y las traslaciones, que seguramente se confía en que sean descubiertos por los propios alumnos al realizar las actividades. En cualquier caso, parece que Pascual confía en un descubrimiento guiado, pero con aporte de información previamente elaborada para garantizar que los estudiantes llegan a lo que él considera adecuado.

En la quinta sesión, observamos en el Cuadro Pa. 5 una secuencia de actividades más próxima a un enfoque tradicional: presentación de información e identificación y aplicación directa de la información previamente presentada, aunque finalizando con una actividad de resumen.

Con respecto a las Actividades que propone Pascual para la sexta sesión, es decir, la visita al Alcázar, señalamos que la primera, la 47, no se corresponde con el tema que se está trabajando, pero es una buena idea aprovechar la presencia de objetos reales y bellos, para ir introduciendo de modo natural el tema siguiente que se ha propuesto estudiar con este grupo: las áreas de las figuras planas. La segunda, la 48, es la que propiamente se corresponde con el objetivo principal de la visita: el estudio de algunos frisos. Esta Actividad puede considerarse de aplicación, al tener que reconocer los movimientos implícitos en cada friso. El resto, son también un pretexto, para educar la mirada del alumno y que aprenda a identificar elementos geométricos (49, 50 y 51) y a descubrir su belleza, sintetizándola en una frase (51).

Si miramos la secuencia '*en horizontal*' está alejada de lo tradicional, ya que pretende tener en cuenta a los alumnos. En cambio, si miramos distintas sesiones '*en vertical*', aparece un protagonismo mayor de los contenidos en la organización de la secuencia, combinado con la creencia de que los alumnos lo pueden descubrir realizando las actividades propuestas. Pascual está alejado de una secuencia basada en la investigación de los alumnos, en las que los contenidos se van elaborando a través de la negociación de significados.

En síntesis, la propuesta de Actividades diseñada por Pascual está concebida para que los estudiantes *'descubran'* los contenidos correspondientes a los movimientos en el plano, mediante su realización. Están presentadas agrupadas según los movimientos a estudiar, precedidas por unas Actividades de iniciación y culminadas con el estudio de frisos, para hacer una visita *'con mirada geométrica'* al Alcázar de Sevilla.

Vemos pues que, por una parte, una primera organización de las Actividades procede de la lógica de los contenidos. Hace un tratamiento de cada movimiento por separado, presentando paulatinamente los elementos esenciales de cada movimiento y algunas aplicaciones de los mismos, los frisos y la visita al Alcázar de Sevilla, para finalizar. Por otra parte, Pascual hace una secuencia de las Actividades ordenándolas según el grado de dificultad. Él valora mucho este hecho, aunque hemos constatado algunos saltos en dicha gradación.

Estas Actividades no tienen distintos niveles de formulación, salvo en algunas, adaptadas como refuerzo, pero presentan grados de complejidad diversos de unas a otras. Nuestro profesor también afirma que primero aparecen las Actividades que pueden hacer todos los alumnos y después otras para aclarar o profundizar en los contenidos dados. Para ello elabora una relación de Actividades de Ampliación, otras de Refuerzo y, así como una Adaptación Curricular no significativa, para los distintos tipos de alumnos.

3. 1. 1. 4 RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

Pascual describe a sus alumnos, un grupo de 2º de ESO, señalando aquellos que tienen buenas aptitudes para las matemáticas, el nivel medio de la clase y los que necesitan adaptaciones curriculares, sin descender a ningún tipo concreto de dificultades aprendizaje o problemas conductuales:

Este grupo es poco homogéneo. Me explico: hay cuatro alumnos con muy buenas aptitudes para las matemáticas, tres con necesidades educativas especiales, que acuden al aula de apoyo (aunque nunca en las horas de clase de matemáticas), un cuarto con una adaptación curricular significativa y, en general, el nivel del grupo en matemáticas es medio-bajo (DisPa, 61-5).

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la vamos a dividir en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo.

➤ **La Organización del Espacio y los Agrupamientos**

En su diseño, Pascual no describe cómo es el aula del grupo donde va a realizar la experiencia. No sabemos si no da importancia al espacio o simplemente lo da por válido sin más. En cambio, para la visita al Alcázar tiene totalmente previsto el lugar en que trabajará cada grupo e incluso si las Actividades previstas han de hacerse dentro del edificio o fuera, según la climatología lo permita a no. Mostramos, a modo de ejemplo, cómo indica el lugar de dos de los grupos:

En el Anexo 1 se recogen las Actividades propuestas a los alumnos. Aparecen Actividades para nueve grupos, ello es debido a que llevaba preparadas algunas alternativas por si llovía y no se podía trabajar en los jardines (DisPa, 557-60).

VISITA AL ALCÁZAR. Grupo 2. Lugar: PALACIO MUDEJAR, el de las dos habitaciones del lado del fondo (ver mapa) (DisPa, 600-1).

VISITA AL ALCAZAR. Grupo 3. Lugar: PALACIO GÓTICO, salón de fiestas. Hay tres salones, los dos primeros con azulejos y el tercero con tapices (DisPa, 618-9).

Sin embargo, explicita con todo detalle como va a ser la distribución de los estudiantes en el aula en cada sesión. Así, para la primera, trabajarán las Actividades de Iniciación en parejas, sin ningún cambio en la posición usual de los pupitres, estableciendo que se corregirán y comentarán en el grupo-clase una vez realizadas, buscando conclusiones comunes. En cambio, para el resto de las sesiones, distribuirá a los alumnos en pequeños grupos, siempre los mismos.

Las Actividades de Iniciación las harán en sus sitios habituales trabajando con el compañero y serán corregidas y comentadas en gran grupo. Realizaremos una puesta en común de los resultados, después de cada Actividad y sacaremos conclusiones. Los siguientes días los alumnos trabajarán en grupos de cuatro. Les iremos repartiendo las Actividades en bloques, uno por cada movimiento (DisPa, 128-32).

El conocimiento que Pascual nos ha expresado sobre sus alumnos le basta para decidir la constitución de los grupos, optando por la formación de grupos heterogéneos. Piensa distribuir a los alumnos con mayor aptitud en grupos diferentes y lo mismo con los de Necesidades Educativas Especiales que, como su asistencia al aula de apoyo no interfiere con las clases de matemáticas, están totalmente integrados en el grupo. En definitiva, trata de constituirlos con alumnos de diferentes niveles cognitivos, según su conocimiento de ellos. Desde su punto de vista, esta distribución heterogénea favorece el trabajo. Además, cuenta con la asistencia de una compañera del grupo del Curso-P, que será un buen apoyo para atender sus dificultades de aprendizaje:

Así, separaré a los cuatro más destacados en un par de grupos y los cuatro con necesidades educativas especiales en cuatro grupos distintos. Otro aspecto que puede favorecer la dinámica de la clase es que uno de

mis compañeros asistirá a algunas sesiones, de forma que podremos atender mejor a los diversos grupos (DisPa, 75-80).

Creemos también que una adecuada distribución de los grupos favorece el trabajo con diversos niveles (DisPa, 275).

No siempre ha realizado Pascual esta organización de los alumnos en pequeños grupos. En cambio, se ha animado a hacerlo para el trabajo durante todas las sesiones de la experiencia, salvo la primera, porque se trata de un grupo al que conoce especialmente, porque ha sido el tutor de una parte de ellos el curso anterior y la disciplina es buena. Además, ha decidido que va a trabajar también en grupos durante el tema de Álgebra, previo a la experiencia, para que le sirva de rodaje, de modo que le permita conocer el funcionamiento de los grupos y, así, pueda redistribuir a los alumnos con más datos y facilitar el trabajo posterior:

Desde un principio tenía en mente que las actividades fuesen tales que me permitiesen trabajar en grupos de cuatro alumnos. A esto me animaba el buen conocimiento que tengo de ese grupo de 2º ESO. Más de la mitad fueron alumnos míos el año pasado en 1º, además de cuatro alumnos que se encuentran repitiendo 2º. El grupo es bastante bueno en cuanto a disciplina, lo cual creo que favorece el trabajo en pequeño grupo. Además, a la altura de curso en la que vaya a realizar esta experiencia, ya habré trabajado con ellos en grupo en algunas Actividades de Álgebra, lo cual espero que me permita distribuir los grupos más acertadamente en esta ocasión y que ellos ya hayan tenido una experiencia de cómo funciona la clase cuando trabajan matemáticas en grupo. Así pues, en principio, espero que, tras una experiencia satisfactoria trabajando en grupos en Álgebra, podamos mejorarla con la Geometría (DisPa, 48-60).

Pascual piensa en un modelo de grupos cooperativos que hemos comentado y trabajado en varias ocasiones a lo largo del Curso-P, en los que los alumnos con más conocimientos pueden ayudar a otros con mayores dificultades de aprendizaje. En ellos, los alumnos se agrupan, en unos casos, heterogéneamente, para ayudarse mutuamente y, en otros, de forma homogénea para hacer Actividades de su nivel más próximo y adecuado, compartiendo también la calificación final. Nuestro profesor ha renunciado a hacer esto en su diseño, por no considerarlo necesario. Por una parte, porque los contenidos son básicos y asequibles a todos los alumnos (por lo que no tienen sentido los grupos homogéneos) y, por otra, porque la experiencia es demasiado corta para poder hacer estos cambios de agrupamientos. Por lo tanto, ha pensado intervenir en la distribución de los estudiantes, como acabamos de presentar, porque cree que acertar con el grado de heterogeneidad es importante para la buena marcha de la experiencia.

También tengo en cuenta que la experiencia va a ser relativamente corta, es decir, no me va a permitir trabajar un par de días en grupos heterogéneos y otro par de días redistribuir todos los grupos para realizar Actividades de refuerzo y ampliación (DisPa, 71-4).

Nuestro profesor considera también que el trabajo en pequeños grupos estimula a aquel que está menos motivado para ello, siempre que lo estén algunos de sus componentes, pero que no se consigue si una mayoría coincide en esa actitud. De ahí la importancia de su constitución:

Que al estar en un grupo donde hay tres trabajando, obliga al cuarto a trabajar. Sin embargo, en una clase, si hay muchos que no quieren trabajar, el grupo no funciona... Es difícil (E1Pa, 597-9).

Pascual entiende que el papel del grupo es desarrollar habilidades sociales, estimular a los alumnos a trabajar y a resolver conflictos, etc. Sin embargo, no habla de la importancia para el aprendizaje del trabajo entre iguales.

Se supone que, al trabajar en grupo, se ponen en juego más habilidades sociales que trabajando individualmente. Entonces, al obligarlos a trabajar en grupo, van a surgir más conflictos y van a surgir mejores conductas positivas. Ahí aprovecharemos para fomentar esto... (E1Pa, 298-301).

Pretende que el trabajo en pequeños grupos no consista en un reparto de las Actividades para acabar antes, sino que las hagan todas entre todos, entrando en una dinámica de discusión y aportaciones mutuas. Da por hecho que coexisten ambas realidades en la clase y, aunque espera que la mayor parte funcione bien, reconoce que no suele ser así, pero no explicita medidas a tomar para que esto no ocurra:

Yo espero que les guste, que estén interesados, que más o menos haya bastantes que entren en la dinámica de trabajo... Siempre que trabajo en grupo pasan dos cosas: o se reparten las Actividades, tú haces la uno, yo la dos, la tres y la cuatro y acabamos antes... Acabar lo antes posible, mejor, y, bueno, ya después las copiamos. No nos las explicamos, sino que vamos cambiando los papeles y las vamos copiando todas y sin problema ninguno. Esos son unos y los otros, lo ideal, que algunos han llegado, es que, bueno, más o menos, se hacen en grupo o empezamos individualmente y rápidamente empezamos a debatir y a discutir a ver cómo se hace, cómo no se hace, a poner en común ideas, algunos están ahí, o sea, en algunos ha llegado a funcionar eso bien (E1Pa, 368-79).

➤ **El Clima del Aula**

Las dificultades fundamentales que Pascual manifiesta sobre la gestión del aula, se refieren, por un lado, a conductas de alumnos concretos que le parecen especialmente negativas, como llegar tarde a clase, salir al servicio, etc. Y, por otro lado, a conductas más generales, como es conseguir que se pongan a trabajar y que se impliquen realmente en las tareas que propone. A esto añade el caso de alumnos que, al saber que no han superado la presente evaluación, es posible que se nieguen a trabajar la próxima semana por considerarlo inútil, en el sentido de que no va a cambiar su calificación en esta evaluación:

¿Dificultades? Bueno, dificultades las mismas de siempre, o sea, el control diario de la clase, el mismo de hoy, la que llega todos los días tarde, yo porque hoy he llegado yo más tarde que ella, es siempre la misma, el que va al servicio... El chaval éste que tengo, en concreto, que dice que está suspenso ya en la evaluación y

entonces, como la segunda ya la tiene suspendida, ya no estudia: dice que va a estudiar a partir de la Semana Santa. Dificultades sobre todo en el manejo de la clase, que se pongan a trabajar (E1Pa, 584-93).

Sin embargo, nuestro profesor no indica explícitamente aquellos factores que se refieren a la forma en que quiere establecer el orden en la clase, ni a estructuras de responsabilidad, ni el modo en que va a llevar sus intervenciones sobre la disciplina, es decir, las normas sociales y matemáticas que podría establecer. Como veremos en el Apartado 3. 1. 2 sobre la Evaluación, la única medida explícita que hemos constatado ha sido su intención de anunciar a los estudiantes desde el comienzo de la experiencia que serán valoradas las actitudes positivas y de cooperación.

Sin embargo, espera conseguir despertar el interés y la implicación en las tareas de los estudiantes en esta experiencia, aún siendo bien consciente de la falta de motivación de muchos alumnos:

Yo espero que esas dificultades de falta de interés, de falta de trabajo, de falta de atención, que en cierta medida, sean más fáciles de corregir en este tema (E1Pa, 600-2).

➤ **Organización del Tiempo**

La propuesta de duración de la intervención de enseñanza está poco precisa en su diseño, es decir, Pascual habla de entre una a dos semanas de duración, aproximadamente. Aunque tiene planificadas previamente las Actividades, da la impresión de no saber calcular bien los tiempos, o de que es flexible en este asunto. Él lo expresa así:

Incidir en algún aspecto de la Geometría, en cuatro o cinco sesiones (DisPa, 3).

TEMPORALIZACIÓN: Nos proponíamos realizarla en cinco o seis sesiones. Creo que la programación final estará más cerca de las ocho sesiones (DisPa, 37-8).

En cuanto a fechas, hemos pedido a todos los participantes del Curso-P, que estén situadas en el segundo trimestre, para poder hacer una valoración conjunta durante el tercer trimestre. Como la realización del diseño ha tardado mucho más de lo previsto en todos los casos, ha quedado poco margen para situarla en dicho trimestre. Pascual ha decidido hacerla antes de las vacaciones de Semana Santa, pero no en vísperas de vacaciones, porque incidiría negativamente en la actitud de implicación de los alumnos, que no suele ser grande, en general, y menos en ese momento, con la segunda evaluación ya realizada.

Pretendemos realizarla tras finalizar la segunda evaluación, antes de Semana Santa, y que cuente para la tercera. Tampoco me gustaría realizarla justo en la última semana, para que los alumnos no faltasen tanto a clase (DisPa, 40-3).

El hacer la experiencia bastante avanzado el curso ofrece algunas ventajas, como conocer mejor a los estudiantes y haber tenido la posibilidad de haber trabajado en pequeños grupos antes de la realización de la experiencia:

A la altura de curso en la que vaya a realizar esta experiencia, ya habré trabajado en grupos (DisPa, 54).

Otro aspecto que Pascual tiene previsto es la entrega sucesiva de las Hojas de Actividades, una en torno a cada movimiento, justificando muy claramente el porqué de esa opción. Con esta medida pretende, por una parte, respetar las posibles diferencias en el ritmo de realización de las mismas, pero garantizando que estén trabajando todos en un mismo movimiento simultáneamente. Por otra parte, desconfía del cuidado del material que los alumnos puedan tener a lo largo de la experiencia, si las entrega todas juntas. Incluso pueden llegar a perderlas.

Les iremos repartiendo las Actividades en bloques, uno por cada movimiento. Si las fuésemos dando de una en una, estaríamos toda la clase repartiendo fotocopias e impediríamos el trabajo continuo de los alumnos y si las entregásemos todas a la vez las podrían perder, olvidar en casa o que cada uno empezase en un orden distinto (DisPa, 131-6).

Algo importante que nuestro profesor pretende hacer es regular el ritmo de trabajo, tratando de garantizar la reflexión sobre lo que están trabajando, para que su objetivo no sea terminar rápidamente las Actividades, sino ser conscientes de lo que están desarrollando y ralentizar más bien su ritmo de trabajo.

En irles frenando, más que en irles ayudando para que corran más, o sea, hacerles que vayan reflexionando más, que no corran, ni hagan todas las cuestiones unas detrás de otras seguidas (E1Pa, 364-6).

Pascual nos comenta cómo va a resolver los distintos ritmos de cada grupo en la realización de las tareas. La manera de que ganen tiempo los que se vayan retrasando será que terminen en casa lo que no hayan podido hacer en clase, proponiendo que contrasten con el resto de componentes del grupo, al día siguiente, el trabajo que han realizado solos.

Por otra parte, queremos que los alumnos realicen la mayor parte del trabajo en clase, trabajando en el grupo, discutiendo y reflexionando pero, al realizarse la experiencia en unas pocas sesiones, no podemos permitir que algunos se queden muy atrasados. Es por ello que, a aquellos grupos que más se retrasen, les animaremos a acabar alguna actividad en casa y que al día siguiente las pongan en común (DisPa, 137-42).

Ha previsto la visita al Alcázar al término del tratamiento del tema en clase, como aplicación y colofón final del mismo.

Como parte final de la experiencia estaba prevista una visita al Alcázar (DisPa, 522).

Otro aspecto diferente de la organización del tiempo, está referido a la coordinación con profesores de otros departamentos, lo cual ve muy difícil y no menciona cómo lo resuelve:

Esto resulta muy complicado [coordinarse con otros Departamentos], ya que, si no nos organizamos apenas los de Matemáticas, cómo hacerlo con otros profesores, cómo organizar los tiempos y cómo se complementan las distintas enseñanzas... (DisPa, 255-7).

En síntesis, Pascual se plantea trabajar durante toda la experiencia, salvo la primera sesión, en grupos heterogéneos de cuatro alumnos, para favorecer la cooperación mutua y las actitudes positivas entre ellos, pensando cuidadosamente en la forma más adecuada de distribución. No señala ninguna relación entre el trabajo en grupo y el aprendizaje de los estudiantes, sino que entiende su papel como estímulo al desarrollo de habilidades sociales en ellos, de actitudes de colaboración y de resolución de conflictos.

Nuestro profesor no indica las normas sociales y matemáticas que va a establecer. A Pascual le preocupa poco el comportamiento de los estudiantes, porque los conoce del curso anterior y no presentan problemas de disciplina.

No precisa mucho la duración de la experiencia, que considera entre cuatro y ocho sesiones, previa a la Semana Santa, aunque no en la última semana porque incide negativamente en la implicación de los alumnos, que no suele ser grande en vísperas de vacaciones, con la segunda evaluación ya realizada.

Con respecto al ritmo de trabajo de los estudiantes, considera que hay que respetarlo e incluso ralentizarlo, para que reflexionen sobre lo que están haciendo. Para ello, entregará sucesivamente las Hojas de Trabajo, una por cada movimiento y día. No obstante, para garantizar que todos los grupos trabajen simultáneamente en el mismo, pedirá que los que queden retrasados, terminen en casa las Actividades que no han podido hacer en el aula y se corrijan en su pequeño grupo al día siguiente.

3. 1. 1. 5 RESULTADOS DEL PAPEL DEL PROFESOR

Una función del profesor, que Pascual reconoce implícitamente, es una estructuración clara de los contenidos, para lo cual ha puesto empeño en el diseño de las Actividades.

Los movimientos están bien diferenciados todos. Es más, creemos que preguntados convenientemente pueden distinguir entre movimientos directos e inversos (DisPa 115-6)

Otra función es la preparación previa de las sesiones. Por ejemplo, nos comenta que ha necesitado dos visitas previas al Alcázar, antes de la que va a realizar con los estudiantes, para preparar la propuesta concreta de Actividades:

Antes de visitar el Alcázar con los alumnos, realicé dos visitas (DisPa, 528).

Para el tema de los movimientos, el que nos ocupa, Pascual ha procurado que el proceso sea muy sencillo por haber graduado mucho la dificultad de las propuestas, por lo que espera no tener que intervenir continuamente contestando preguntas. Piensa que su papel será el de dar vueltas entre los grupos y hacerles reflexionar al ir terminando las Actividades, más que el de resolver las dudas que les vayan surgiendo.

En los temas de Álgebra se quedaban parados prácticamente los grupos en cualquier paso que les dejara dar a ellos. Pero, en éste tema, como todavía no he empezado, pienso que los pasos son bien sencillos, o sea, que yo quiero creer que voy a tener que intervenir menos en cada Actividad, que en muchas Actividades que, aunque yo después me lleve dando vueltas que, yo pienso que les voy a servir, más que para ayudarles a hacer los ejercicios o tener que darles ideas a la hora de hacerlos, para obligarlos después a reflexionar sobre lo que han hecho (E1Pa, 341-8).

Pascual quiere, sobre todo, hacerles reflexionar mediante el planteamiento de cuestiones que les impidan pasar de puntillas por las Actividades, sin hacerse conscientes de lo que están trabajando. Parece que son preguntas genuinas, para que los alumnos caigan en la cuenta de sus propios procesos, aunque tenemos pocos ejemplos.

Yo creo que ahora mismo, lo que más habrá que hacer, es obligarles a pensar, o sea, hacerles preguntas. Bueno ¿y esto por qué lo has hecho así? Fíjate en tal cosa... (E1Pa, 356- 9).

Considera también que al contrastar las Actividades realizadas en casa entre ellos al día siguiente, si no las han resuelto todos de forma similar, implicará que puede haber fallos y tendrán que preguntar, pero si todos las tienen iguales, no habrá tales preguntas, pues las considerarán validadas por el grupo. Pascual se reserva el papel de validación para el caso de que no haya acuerdo tras el debate.

Ahí lo digo, por ejemplo, en la Actividad ésta de la simetría, que puede ser que caiga al final del día en la clase y la acaben en casa y al otro día la tengan que comentar, ellos están muy poco en la dinámica de acabarlo en casa, al otro día lo ponemos en común y si hay fallos, me preguntan, pero si a todos les ha salido igual, entonces es que está bien (E1Pa, 349-54).

Si salen cosas distintas, pues las discutís y si no llegáis a un acuerdo me llamáis y están en el debate y en el llegar a un acuerdo. Entonces o me llaman al principio o no me llaman nunca. Hay algunos que me llaman siempre y otros que no me llaman nunca (E1Pa, 359-61).

Del mismo modo, Pascual asume la función de ayudar a que los alumnos se queden con ideas claras sobre los contenidos aprendidos, para lo que presenta en su diseño resúmenes de los

mismos, para que los lean una vez trabajadas las Actividades, en lugar de ayudarles a que sean ellos quienes sintetizen las ideas obtenidas.

Presentamos a los alumnos pequeños resúmenes con la teoría que vayamos estudiando (DisPa, 93).

Por último, considera que motivar a los alumnos es muy importante y es lo que está procurando con los contenidos y metodología aplicados en este tema:

Yo intento hacer atractivos todos los temas, hay algunos que los hago menos atractivos, en éste en concreto voy a intentar que se enganchen bien (E1Pa, 549-552).

Por todo ello, más allá del objetivo de aprendizaje matemático, Pascual se propone también un objetivo *afectivo*, es decir, que la experiencia sea algo significativa para los alumnos, que el hecho de hacer algo distinto de lo que suelen hacer, e incluso de lo que hacen otros profesores, quede en el recuerdo de los alumnos como algo relevante, memorable y valioso, digno de ser tenido en cuenta en el futuro:

Lo que yo busco, en concreto, es que sé que hay experiencias de éstas así, que después, al cabo de un tiempo, son las que uno recuerda, a nivel afectivo. O sea, haber hecho algo distinto, con tal profesor hice algo distinto, estudié tal cosa de tal manera, por ejemplo, bueno, a alguno les quedará eso (E1Pa, 538-42).

En síntesis, Pascual considera que el papel del profesor, fuera del aula consiste en estructurar bien los contenidos mediante Actividades que tengan bien graduados los niveles de dificultad y preparar bien las sesiones.

Dentro del aula, ha de promover que los alumnos se queden con ideas claras y especialmente hacerles reflexionar sobre lo que están haciendo con preguntas genuinas sobre los procesos seguidos.

Se adjudica un papel de validación del trabajo de los estudiantes en segunda instancia, es decir, para resolver las discrepancias de los estudiantes en sus resultados, que tienen que intentar validar en el grupo en primer lugar, mediante la comparación y el debate, recurriendo a él en caso de duda.

También pretende hacer atractivas las matemáticas para los alumnos siguiendo este tipo de metodología, para que quede en su recuerdo como algo relevante y valioso.

3. 1. 1. 6 RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO

Pascual considera que el papel del alumno consiste en ir '*descubriendo*' los contenidos que se han propuesto, mediante la realización de las Actividades que vayan haciendo y la búsqueda

de respuestas a las cuestiones que se le vayan planteando. Para ello, el trabajo en pequeños grupos los hace más protagonistas del trabajo, ya que la tarea propiamente dicha consiste, precisamente, en hacerlas.

Yo creo que también hacer que tengan ellos más peso en las Actividades, que se centren más en el trabajo, que trabajen más que de otra forma, al estar trabajando en grupo. Lo que hemos hablado siempre ¿no? (E1Pa, 594-6).

Trabajando en grupos heterogéneos, permitir que todos los alumnos puedan ‘descubrir’ los distintos contenidos y sentir que son ellos los que resuelven las distintas cuestiones propuestas (DisPa, 69-71).

También le parece relevante que el profesor fomente la implicación del alumnado en las Actividades, que el tratamiento del tema sea activo, reforzando su participación mediante el trabajo en pequeños grupos. Sin embargo, este protagonismo es relativo, pues, por una parte, ellos no han intervenido en la selección ni en la elaboración de las Actividades, pues la secuencia estará cerrada. Por otra parte, éstas están muy guiadas, muy centradas y dirigidas a una finalidad concreta relacionada con los contenidos, que no les permite ni mucha iniciativa, ni estrategias de resolución diversas, ni las pueden sentir cercanas a sus intereses y problemática. Por ejemplo, en el estudio de los giros:

Y yo creo que también hacer que tengan ellos más peso en las Actividades, que se centren más en el trabajo, que trabajen más que de otra forma, al estar trabajando en grupo. Lo mismo que hemos hablado siempre ¿no? (E1Pa, 594-6).

Girando una figura alejada del centro de giro. Los alumnos deben observar como cada punto permanece a la misma distancia del centro de giro y basta con girar los vértices (DisPa, 177-9).

Por todo ello, cuando se les pide a los alumnos algo a lo que no están acostumbrados, por ejemplo, exponer a los demás sus trabajos, oponen muchas resistencias:

Ellos son reacios a este tipo de explicaciones, a exponer los trabajos realizados (DisPa, 259-60).

Pascual transfiere parte de su papel de validación al pequeño grupo, como hemos visto en el Apartado anterior. Es decir, encomienda a los alumnos consensuar las diferencias de planteamientos o de resultados entre los componentes de cada grupo, de modo que no recurran enseguida al profesor, sino que traten de solucionar las cuestiones entre ellos. Esto contribuye al debate de las ideas entre iguales, estimulándoles a que discutan las distintas respuestas y lleguen a acuerdos.

Si salen cosas distintas, pues las discutís y si no llegáis a un acuerdo me llamáis y lo debatís y llegad a un acuerdo (E1Pa, 356-8).

Otro papel que Pascual asigna al alumno es que tome notas de las aclaraciones que el profesor vaya haciendo durante el desarrollo de la propuesta, consulte el libro de texto y exprese sus propios procesos de trabajo y sus propias conclusiones. No obstante, nos parece entender de

las declaraciones de nuestro profesor, que una dificultad que plantea el trabajo a partir de 'Fichas' de Actividades es que precisamente los estudiantes dejan de usar su cuaderno y el libro de texto, así como de resumir y describir los procesos seguidos.

Con las fichas intentan realizar todas las Actividades en ellas, así no toman apuntes en el cuaderno, ni tan siquiera de los comentarios que les realicemos. También, al trabajar en fichas, no recurren al libro para consultar dudas (DisPa, 95-7).

En síntesis, Pascual considera que el papel del alumno consiste en que éstos puedan ir 'descubriendo' los contenidos que se han propuesto, mediante la realización de las Actividades diseñadas. Para ello, ve como un apoyo el trabajo en pequeños grupos, porque les hace implicarse más y ser más protagonistas del mismo.

Sin embargo, este protagonismo es relativo, pues, por una parte, ellos no han intervenido en la selección ni en la elaboración de las Actividades. Por otra parte, éstas están muy guiadas, dirigidas a una finalidad concreta, relacionada con los contenidos.

Pascual transfiere parte de su papel de validación al pequeño grupo, ya que los estudiantes han de consensuar las diferencias de planteamientos o de resultados entre los componentes del grupo. Esto contribuye al debate de las ideas entre iguales y a que puedan validar sus propios resultados.

3. 1. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

La evaluación no está muy tratada en el diseño de la intervención de enseñanza de Pascual. Como él mismo dice, primero ha hecho el diseño de la experiencia con sus compañeros de grupo del Curso-P y después se ha puesto a reflexionar sobre cómo evaluar, sin haber llegado en este punto a un consenso con ellos. Tiene claro que, como se trata de una intervención especial, quiere evaluar de modo diferente, aunque a la hora de tomar decisiones concretas tiene muchas dudas:

EVALUACIÓN: Este es siempre uno de los aspectos que más descuidamos. Primero elaboramos las Actividades que vamos a trabajar y a posteriori decidimos a ver cómo las evaluamos (DisPa, 280-2).

3. 1. 2. 1 PARA QUÉ EVALUAR

Apenas aparecen referencias en el diseño de la intervención de enseñanza de Pascual en torno a por qué o para qué evaluar. Por ello, en la primera entrevista realizada, planteamos esta

importante cuestión, para hacer aflorar las concepciones de este profesor acerca del papel de la evaluación en el proceso de enseñanza aprendizaje. En un primer momento, la confunde con autoevaluación del alumnado y la concibe como dar respuesta a ciertos cuestionarios que ayuden a tomar conciencia de los aprendizajes adquiridos:

Sí, yo sé adónde vas [cuando me preguntas para qué evaluar], pero hay un cuestionario de autoevaluación, para que ellos sean conscientes de que he aprendido esto o he trabajado más o he aprendido menos, pero cuestionarios estos de autoevaluación que hay, que ellos sean conscientes del aprendizaje que han tenido (E1Pa, 479-83).

Una vez bien centrada la cuestión, Pascual se remite, en primer lugar, a tener como referentes unos criterios de evaluación que, curiosamente, previamente él no ha definido. Creemos que con esto él se refiere a su concepción teórica de la evaluación, de la que nos parece captar que no la ha ejercitado mucho:

Sí, evaluar ¿para qué? Evaluar para saber si..., evaluar atendiendo a los criterios que nos hemos marcado, atendiendo a los criterios de evaluación (E1Pa, 497-9).

Ateniéndose más concretamente a la experiencia diseñada, considera importante comparar los objetivos que previamente se pretenden alcanzar, con los realmente conseguidos, tanto desde el punto de vista del profesor, como la toma de conciencia de este hecho por parte del propio interesado:

Para saber si se han alcanzado los objetivos o no se han alcanzado o en qué medida se han alcanzado esos objetivos, qué objetivos se han alcanzado y cuáles no (E1Pa, 500-2).

A nivel de los alumnos ellos reciben si han alcanzado este objetivo o no lo ha alcanzado (E1Pa, 503-4).

También considera importante valorar la adecuación de las Actividades propuestas a la consecución de dichos objetivos, además de los agrupamientos realizados:

Para evaluar las Actividades, pues yo me quedo en: tales Actividades funcionan bien para alcanzar tales objetivos o tales Actividades no funcionan bien para alcanzar tales objetivos (E1Pa, 505-7).

Tales agrupamientos funcionan bien, en concreto este año, para otros trabajos en grupo futuros, o no funcionan bien (E1Pa, 508-9).

No es frecuente que un profesor en esta etapa de desarrollo profesional, dé más importancia a evaluar la propia experiencia (aquí llamada 'Actividad'), que poner notas a los estudiantes, desligando tan claramente evaluación de calificación:

Yo pienso más en la evaluación de la Actividad que en la evaluación de ellos mismos. ¿Para qué vale, no? ¿Para qué le pongo yo una nota a los niños? Toda la parte de evaluar la Actividad, sí la tengo muy clara (E1Pa, 510-3).

Pascual es consciente de la función social de las calificaciones, aunque no profundiza en ello, considerando que aporta una valiosa información sobre la correlación entre los esfuerzos del

estudiante y sus resultados, y también de la imagen que tienen ellos de su propio aprendizaje y estos resultados. Sin embargo, no toma postura crítica ante el hecho de una posible discriminación de determinados tipos de alumnos, ni pone en cuestión el tipo de medición del aprendizaje que puede dar una nota:

¿Para qué sirve una nota para un niño cuando va a su casa? Pues, eso es a nivel social, a nivel de que se te reconozca el aprendizaje que has tenido, de que tú seas consciente de que el esfuerzo que haces se te valora o de que tú seas consciente de que tú esfuerzo no tiene resultados (E1Pa, 514-8).

Incluso muchos creen que ellos están aprendiendo y se enfrentan a que después no han aprendido y eso pues muchas veces pasa en un examen y lo ven ellos mismos, o sea ¿qué me pasa que me he esforzado y no he aprendido? (E1Pa, 519-22).

Considera, por otra parte, que la evaluación aporta mucha luz sobre aprendizajes deficientes, que considera directamente fallos, los cuales pueden ayudarle a un diagnóstico del momento concreto en el que se encuentra el proceso del estudiante:

¿Qué fallos se pueden corregir a partir de ahí? ¿Hablándolo con ellos, viendo y señalándoles los fallos? (E1Pa, 523-4).

Mira, pues tu fallo es éste, o no estudias bien, o no haces los problemas o estudias la teoría y no estás haciendo problemas... Algunas cosas de éstas se las puedes decir... El evaluar les puede servir para enmendar su aprendizaje, aparte de señalarles los objetivos que no han cubierto en este tema en concreto (E1Pa, 525-9).

Creemos que Pascual piensa que la evaluación puede estimular a hacer mejor determinadas cosas. Por ejemplo, él piensa que si anuncia que va a tener en cuenta en la evaluación las actitudes de los estudiantes, las está fomentando positivamente. En su diseño aparece explícitamente su idea de anunciar al alumnado, desde el comienzo de su realización, que sus actitudes van a ser evaluadas, como única forma que menciona de favorecerlas:

Esto se debe hacer saber a los alumnos, de forma que se fomente la colaboración y las actitudes positivas (DisPa, 284).

En síntesis, Pascual considera que la finalidad principal de la evaluación es valorar la experiencia que va a realizar, lo cual tiene muy claro, aunque no manifiesta en qué sentido. En segundo lugar, aportar datos sobre el proceso de aprendizaje de cada estudiante, lo que puede servir para mejorar su forma de aprender, mostrándoles la correlación entre esfuerzo y resultados y poderles señalar los objetivos que no han cubierto en el tópico concreto. Para nuestro profesor, lo de menos es la calificación del alumno.

La evaluación también aporta datos sobre la adecuación de las Actividades propuestas a la consecución de los objetivos previstos y la contribución de los agrupamientos realizados.

Pascual es consciente de la función social de las calificaciones. Sin embargo, no toma postura crítica ante este hecho: ni sobre la posible discriminación a determinados tipos de alumnos, ni sobre el tipo de medición del aprendizaje que puede aportar una nota.

3. 1. 2. 2 QUÉ EVALUAR

Pascual considera que es importante evaluar los contenidos que se hayan trabajado, que han de evaluarse todos ellos y en todos sus aspectos clave, porque simplifica bastante el proceso.

Entonces, si el examen que pones recoge todos los contenidos y te preocupas de tocar todos los aspectos que tienes que tocar y queda ahí todo reflejado, hace más sencillas las cosas (E1Pa, 410-2).

Dentro de los contenidos, se refiere explícitamente a los actitudinales, ya que la evaluación del resto la da por supuesta, aunque parece que las actitudes están más presentes en el qué evaluar que los otros tipos de contenidos. Menciona que valorará la participación en el trabajo del grupo, su implicación en las tareas y la actitud de cooperación con sus restantes componentes, siendo importante para él la conducta social en el aula.

Al estar trabajando en grupo, tendremos muy en cuenta cómo participan en el trabajo y cooperan unos con otros (DisPa, 282-5).

Sigo valorando la actitud, el comportamiento, el trabajo, todo eso más o menos lo tengo en cuenta en la medida de antes y tengo que poner algo que evalúe al final los contenidos (E1Pa, 415-6).

Veo que me influye mucho el comportamiento que ellos tengan, a lo mejor están aprendiendo, pero a mí el que esté chillando, el que tire un estuche o que tire no sé qué, lo valoro muy negativamente (E1Pa, 425-7).

También va a evaluar la propia percepción y la de los alumnos sobre la experiencia realizada, con sus distintos elementos, tanto de las Actividades propuestas y los recursos utilizados, como el trabajo de cada pequeño grupo en sí mismo y el grado de interés, las habilidades sociales desarrolladas y la colaboración establecida en ellos. Le interesa conocer el punto de vista del alumnado en todos estos aspectos, así como si les ha gustado el contenido y el desarrollo de la experiencia. También él evaluará su propia labor como profesor y los trabajos realizados por los estudiantes. Como ya hemos visto en el Apartado anterior, le parece más importante esta valoración global que la calificación de cada uno de ellos:

Les haremos algunas preguntas, para que las respondan de forma escrita, sobre su apreciación de las Actividades, interés, trabajo en grupo, que diga algo bueno de cada uno de los miembros del grupo, que digan también cómo creen que han colaborado ellos en el aprendizaje de los compañeros, sugerencias.... (DisPa, 296-9).

Evaluaré la visita y las Actividades propuestas y finalmente haré una valoración de la experiencia y de cómo resultaron los trabajos que realizaron los alumnos (DisPa, 524-6).

También nosotros realizaremos una reflexión individual sobre nuestra labor, tanto en el aula como a la hora de realizar la experiencia, las Actividades propuestas, los materiales utilizados... (DisPa, 300-2).

El funcionamiento de los grupos lo considera Pascual como otro factor importante a evaluar, para obtener información que le permita seguir con la misma distribución de alumnos, en futuras propuestas, o establecer las correcciones necesarias para mejorarlo:

Personalmente el profesor deberá evaluar los agrupamientos realizados para futuras actuaciones en clase (DisPa, 304-5).

Hace un relato de aspectos que suele tener en cuenta a la hora de evaluar, mezclando el qué, el cómo y dando distinto peso a cada uno de ellos, mediante porcentajes: los exámenes (que en esta ocasión no hará), el cuaderno (sin especificar qué aspectos valorará de él), el comportamiento (sin especificar a qué se refiere), el trabajo en clase (hacer los ejercicios propuestos, salir a la pizarra, participar preguntando dudas o con sus propias aportaciones sobre algunos puntos del tópico que se esté desarrollando), hacer el trabajo en casa (traer al menos intentados todos los ejercicios propuestos para hacer fuera del aula):

A la nota de los exámenes le damos un 70%, un 10% al cuaderno, un 10% a la actitud, al comportamiento en clase. (...) El otro 10% por el trabajo en clase y en casa, salir a la pizarra, traer hechos los ejercicios... Que el 10% ése no es significativo, porque hay algunos que si fuera por la actitud directamente suspendían (E1Pa, 385-90).

Después a la larga, pues, le damos más importancia a que traigan hechos los ejercicios de casa, intentados, que participen en clase... Valoro mucho el que los alumnos que hay en todas las clases, que hay tres o cuatro que te ayudan a dar la clase, te hacen las preguntas claves para que todo avance y lo tengo en cuenta a la hora de valorar la nota de los exámenes, hacia arriba o lo que sea (E1Pa, 400-3).

Si observamos estos pesos que Pascual declara que tiene en cuenta a la hora de evaluar, podemos considerarlos contradictorios con la importancia que quiere dar a la evaluación de actitudes, ya que el 70% de la calificación del estudiante depende del examen y no de las actitudes que tanto menciona. No obstante, en el presente diseño que estamos analizando, estos porcentajes son distintos, como veremos en el Apartado 3. 2. 3.

En síntesis, Pascual pretende evaluar todos los contenidos trabajados, poniendo especial énfasis en las actitudes de los estudiantes, fundamentalmente en las relacionadas con la implicación en el trabajo en el aula y en casa y de participación y colaboración en gran y pequeño grupo.

3. 1. 2. 3 CÓMO EVALUAR

Pascual quiere evaluar de forma diferente a como suele hacerlo, por lo que se propone no hacer examen. Sin embargo, se cuestiona muchísimo qué hacer y cómo conseguir cierta objetividad que, según él, le garantiza este instrumento de evaluación, a la vez que es un arma poderosa de justificación de objetividad ante el alumnado:

En éste, como no quiero hacer un examen, que esto de no hacer un examen es una cabezonería mía... (E1Pa, 401-2).

Si no hago un examen, qué hago. Sigo valorando la actitud, el trabajo... (E1Pa, 414).

Pero que, en realidad, simplifica mucho todo poner un examen, nadie te va a discutir la nota de un examen más allá de algún puntillo, o sea, si el problema no está hecho, pues ese problema no vale y ahí no discute nadie. Se discute por si el problema valía más o el problema valía menos, pero cuando tú dices el problema vale tanto, tanto y tanto no lo discute nadie y la corrección tampoco la discute nadie (E1Pa, 403-10).

El examen tiene que cumplir unas determinadas condiciones. Por ejemplo, que abarque todos los contenidos, que aparezcan todos los aspectos relevantes. Si esto es así, evaluar es un proceso bien sencillo para Pascual, como hemos recogido en el primer párrafo del Apartado 3. 2. 2. 2. Pero, en el momento en que ha decidido no poner un examen, se siente perdido. Se ha propuesto valorar el trabajo de clase, pero no sabe en qué apoyarse. Parece que no le basta la ficha de observación que se ha propuesto realizar:

No me atrevo a dar una calificación por mi impresión, sólo mirando el trabajo en clase, por ejemplo (E1Pa, 417).

Considera que podría ayudarle la elaboración de unos criterios de evaluación, para ir observando, durante el desarrollo de las sesiones de aula, el aprendizaje de los alumnos según dichos criterios, e ir tomando notas. Como no suele sentarse en clase, sino ir paseando entre los grupos, esto puede ser fácil de llevar a cabo. De hecho nuestro profesor ha manifestado que hay que evaluar de acuerdo a unos criterios previamente marcados. Es también la forma que ha pensado para valorar los contenidos actitudinales, introduciendo en la ficha de observación la implicación en el trabajo, el comportamiento y el progreso grupal e individual:

Elaborar una lista de criterios de evaluación. Si yo observo que los tienen, les pongo crucecitas y si al final tienen más de la mitad con ellas, pues para adelante. Yo no me siento, mirando a la clase. Así ves si cada uno aprende cada una de las cosas que tiene que aprender (E1Pa, 418-24).

Realizaremos algún tipo de ficha que nos permita recoger diariamente el progreso de cada uno de los grupos e individual de cada alumno (DisPa, 290-1).

Quería hacer una ficha de observación, a nivel después de evaluar yo las actitudes... (E1Pa, 456).

No obstante, el sistema de calificación mediante la hoja de observación tampoco le convence mucho. Es muy gráfica la metáfora con la que describe esta inseguridad (*“sin un número al que*

agarrarse”) y cómo le cuesta desprenderse del examen como el instrumento idóneo de calificación.

Y por mucho que yo me obligue a llevar un guión de tomar nota y eso, si al final va a quedar ahí, sin nada escrito, sin un número que yo tenga al que agarrarme, puede que no sea objetivo del todo, por eso me quiero obligar a eso, a un examen o algo que sea completamente objetivo, que no pueda después venir nadie a decir, bueno, con qué prueba lo has hecho, dónde está recogido que estos criterios que tienen marcados sí los ha cogido y los otros no los ha cogido, dónde lo tienes (E1Pa, 428-35).

Entonces opta por pedir a los alumnos que realicen unas cuantas Actividades fuera del aula (con mucha imprecisión respecto de su número), unas en vacaciones y otras tras la visita al Alcázar, para que corrigiéndolas, pueda poner una nota sobre una base objetiva. En cuanto al peso que piensa dar a cada instrumento en la calificación de los estudiantes, lo plantea con una valoración del 50% para el trabajo que realicen en clase y de otro 50% para las Actividades que han de hacer en casa. Unas veces menciona las Actividades que han de hacer en Semana Santa y otras solo nombra las relacionadas con la visita al Alcázar. Como la tarea le parece fácil, considera que es un procedimiento de evaluación que va a permitir aprobar a la mayoría del grupo e incluso sacar buena nota:

Entonces quiero eso, por un lado la visita al Alcázar, y, como también voy justo de tiempo, alguna de las Actividades de refuerzo o ampliación, las voy a dejar para Semana Santa y que me las entreguen el lunes después de vacaciones. Serán tres o cuatro Actividades, o un par de ellas, cinco o seis Actividades y pueden servir como Actividades de evaluación (E1Pa, 436-41).

La evaluación final de este tema será la mitad por el trabajo realizado en clase y la otra mitad se obtendrá al evaluar una Actividad que realicen tras la visita al Alcázar (DisPa, 292-3).

Pascual quiere que estas Actividades sean distintas para los diversos tipos de alumnos y se propone valorar especialmente (sin mencionar cómo) la entrega en el plazo previamente establecido.

Actividades acordes con cada alumno, o sea, hacer varias agrupaciones. Con algunos serán meras repeticiones de lo que hemos estado haciendo, más de lo mismo. Con uno en concreto, con el que tengo hecha la adaptación curricular, será algo más sencillo y con los otros, ayer hablándolo con Pepe y esto, parece que los ejercicios estos del billar, son complicadísimos. Pues también se los quiero poner a algunos, a ver si son capaces de sacarlos. También, en esos mismos trabajos, valorar más que estén bien o que estén mal, que lo entreguen en una fecha, que no lo entreguen después, que no se les olvide, más allá de un tiempo prudencial... (E1Pa, 443-452).

Para su propia valoración sobre lo realizado hará una reflexión personal, además de la que tendrá lugar en el seno del grupo del Curso-P:

También nosotros realizaremos una reflexión individual sobre nuestra labor (...) y realizaremos varias puestas en común también con los otros grupos de compañeros (DisPa, 300; 303).

También diseña un pequeño cuestionario para que los alumnos expresen su punto de vista sobre la visita realizada al Alcázar y otro para que hagan su valoración del desarrollo de la experiencia:

Después les he puesto un cuestionario a ver si les ha gustado, si han trabajado bien en grupo, cómo han trabajado, qué tema han trabajado. El típico cuestionario que estuvimos barajando el año pasado es el que estamos usando, el de escribe algo bueno de cada uno del grupo, no pueden escribir nada malo ¿No puedo poner nada malo? No, no, algo bueno de cada uno, las actitudes o... (E1Pa, 462-7).

Cuestionario de valoración de la visita por los alumnos asistentes (DisPa, 565).

Escribe algo que haya hecho bien cada componente del grupo. Escribe tres cosas que el grupo haya hecho bien trabajando juntos y algo en lo que podáis mejorar.

Valora de 1 a 5 los siguientes aspectos, siendo 1 la mínima puntuación y 5 la máxima.

1. Contribuyo con mis ideas dentro del grupo. 2. Pido a los demás sus ideas. 3. Pido ayuda cuando lo necesito. 4. Ayudo a que los demás de mi grupo aprendan. 5. Cuando no entiendo pregunto. 6. Trato que las personas del grupo se sientan respetadas. 7. Antes de terminar, me aseguro de que entiendo todas las preguntas y respuestas, que estoy de acuerdo con ellas y que los demás también lo están. 8. ¿Crees que has aprendido mejor que con otros métodos? ¿Te ha gustado la experiencia? ¿Por qué? ¿Qué te pareció la visita al Alcázar? ¿Qué te parecieron las actividades propuestas? (DisPa, 566-83).

En síntesis, Pascual no hará examen al finalizar la experiencia, ni ha elaborado una Hoja de Observación de los alumnos durante las sesiones a partir de unos Criterios de Evaluación, ni decidido si la utilizará, aunque la menciona.

Siente la necesidad de tener instrumentos objetivos para calificar a los estudiantes, lo que hará mediante la corrección de una relación de Actividades para hacer en casa durante las vacaciones de Semana Santa y otra tras la visita al Alcázar. Estas propuestas serán diferentes de acuerdo con los niveles de conocimiento que él reconoce en el grupo, valorando especialmente el cumplimiento de la fecha de entrega. Esto supondrá el 50 % de la calificación del alumno, mientras que el 50% restante se basará en el trabajo de clase.

Nuestro profesor también ha diseñado un Cuestionario para que los alumnos evalúen la experiencia y otro de auto-evaluación de sus actitudes ante el grupo y ante su propio aprendizaje.

3. 1. 2. 4 CUÁNDO EVALUAR

Pascual no ha pensado en la evaluación simultáneamente a la planificación de la intervención de enseñanza, sino a posteriori, con lo que su papel queda relegado a un segundo término en dicha planificación.

Nuestro profesor no se ha planteado en esta ocasión hacer una evaluación inicial del tema, porque considera que no es necesaria al tratarse de conocimientos nuevos y sencillos. Es decir, identifica evaluación inicial con averiguar sus conocimientos previos que, según él, no son necesarios para este tópico. En algunas otras ocasiones si ha realizado una prueba y comenta que algunas de las Actividades planteadas para el Alcázar, pueden servirle de evaluación inicial del tema siguiente, las áreas de figuras planas.

Este año aún no se ha tratado este tema [áreas de algunas figuras planas], por lo que la información que saque de aquí [visita al Alcázar] puede servirme como evaluación inicial del tema siguiente (DisPa, 536-8).

Precisamente por tratarse de conocimientos sencillos, las dos primeras Actividades que propone en su diseño, están pensadas, en cambio, para que los alumnos expresen sus ideas intuitivas sobre los movimientos.

Quiere hacer un seguimiento diario del progreso de los estudiantes y de los grupos formados, ya que el trabajo de clase constituye el 50% de la calificación del tema. Los trabajos que realicen fuera del aula los calificará al final, así como harán también la valoración experiencia, al término de la misma.

Realizaremos algún tipo de ficha que nos permita recoger diariamente el progreso de cada uno de los grupos e individual de cada alumno. La evaluación final de este tema será la mitad por el trabajo realizado en clase y la otra mitad se obtendrá al evaluar una Actividad que harán en casa (DisPa, 293).

Al finalizar la experiencia, formularemos a los alumnos algunas preguntas, para que las respondan de forma escrita, sobre su apreciación de ésta (DisPa, 295-6).

En síntesis, Pascual pretende hacer una evaluación continua del trabajo de los estudiantes en el aula y al final de la experiencia sobre las Actividades realizadas en casa, tanto las de Ampliación o Refuerzo, como las dedicadas a la visita al Alcázar. También harán una valoración de la experiencia a su término.

3. 1. 2. 5 QUIÉN EVALUA

Pascual plantea en todo momento que la evaluación la realiza el profesor y que los alumnos lo tienen totalmente asumido, según hemos ido viendo en los apartados anteriores. Él será quien evalúe los diversos aspectos que se ha propuesto. Sin embargo, nuestro profesor no parece tener muy claro el papel de los alumnos en la evaluación. Creemos que se contradice un poco con declaraciones anteriores ya presentadas, donde nos ha hablado que lo de menos es la calificación de los estudiantes. Posiblemente en las siguientes afirmaciones está identificando evaluación con calificación y tiene claro que en la calificación interviene solamente él.

Eso de que evalúen los alumnos, de evaluar la Actividad y esto... (E1Pa, 458).

Ellos son participativos pero, en su propia evaluación, ellos se dejan evaluar por mí, que yo soy el profesor (E1Pa, 476-7).

Pascual concibe la posible autoevaluación de los aprendizajes por parte de los propios alumnos, como fruto de la corrección de los exámenes. Al entregarlos corregidos a los alumnos y ellos los revisan, toman conciencia de sus fallos, por lo que pueden mejorar desde sus errores y comprobar lo que han aprendido realmente.

Eso igual que en los exámenes y la corrección de los exámenes, después en el que yo les explico los fallos, les voy corrigiendo los fallos y ellos están ahí autoevaluándose, poniéndose los errores, los trabajos irán corregidos, las notas irán justificadas, los fallos señalados, entonces hay un autocontrol (E1Pa, 484-8).

Tiene una idea positiva de la autoevaluación de los aprendizajes, e incluso las ha hecho siendo alumno, pero no se ha decidido a ello en este caso. Conoce varios cuestionarios pero él ha realizado el suyo propio para evaluar otros aspectos (Apartado 3. 1. 2. 2): los referidos al modo de interrelación entre ellos en los grupos, las actividades propuestas, la metodología seguida, la visita al Alcázar y la experiencia globalmente considerada.

Que no hago una autoevaluación completamente de ellos, que se podía llegar y yo alguna vez lo he hecho siendo alumno, autoevaluaciones. Al final éramos sinceros en la autoevaluación y era un tanto de la nota que ponía el profesor. Yo me acuerdo que en el colegio mismo, corregíamos los ejercicios, los exámenes cambiados y era más crítico un compañero con otro que el propio profesor (E1Pa, 489-95).

Hay un cuestionario de autoevaluación, que ellos sean conscientes de que he aprendido esto o he trabajado más o he aprendido más. Pero cuestionarios estos de autoevaluación que hay, que ellos sean conscientes del aprendizaje que han tenido (E1Pa, 480-3).

El único papel que les adjudica es valorar la experiencia en sí misma:

Al finalizar la experiencia, formularemos a los alumnos algunas preguntas, para que las respondan de forma escrita, sobre su apreciación (DisPa, 295-6).

Después les he puesto un cuestionario a ver si les ha gustado, si han trabajado bien en grupo, cómo han trabajado, qué tema han trabajado... (E1Pa, 462-3).

Sí [ellos van a evaluar la experiencia], yo me voy a llevar una opinión personal de cada uno de ellos, de cómo se ha dado la experiencia. Normalmente lo suelen rellenar, son pocos los que no lo entregan... (E1Pa, 469-71).

Resumiendo, Pascual se propone que tanto él como los estudiantes evalúen los aprendizajes y la experiencia, mientras que solamente él intervendrá en su calificación.

Nuestro profesor tiene una idea positiva de la autoevaluación del aprendizaje de los alumnos, pero no se ha decidido a que participen en su propia calificación.

3. 2 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN

Los resultados correspondientes a la práctica vamos a presentarlos de forma algo diferente a los referidos al conocimiento declarativo, en el sentido de presentar una información más amplia, por tratarse de una realidad mucho más compleja que la anterior. En consecuencia, establecemos dos tratamientos complementarios de los datos, que nos ayuden a una comprensión más profunda de lo que ha ocurrido en la práctica de Pascual.

En primer lugar, presentamos todos los episodios en que hemos dividido las sesiones de su experiencia, cuyos datos proceden de las grabaciones en audio y en vídeo de sus clases, así como de nuestras propias observaciones de las mismas, aunque se trata de una reducción de los mismos. En principio, las categorías que aparecen en ellos son las del sistema de categorías que establecimos inicialmente.

En segundo lugar, organizamos los datos según el sistema emergente del estudio, añadiendo los datos procedentes de la segunda entrevista realizada a Pascual después de su experiencia, lo que puede matizar nuestras propias apreciaciones con su valoración o aclaraciones a lo que ha ocurrido en la práctica, aunque no es propiamente conocimiento en la acción.

3. 2. 1 RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS

La práctica de la experiencia en el aula la hemos estructurado, en primer lugar, por sesiones y éstas, a su vez, las hemos dividido en '*episodios*' (como ya describimos en el Apartado 2. 4. 1), es decir, partes de la sesión que tienen un objetivo claro y/o están basadas en ciertos criterios relacionados, bien con la marcha de las actividades en el aula, bien con límites temporales, espaciales, de conducta, del programa de actividades o del contenido trabajado (Doyle, 1986).

3. 2. 1. 1 RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, ORGANIZADOS EN TRES EPISODIOS: INTRODUCCIÓN AL TEMA DE LOS MOVIMIENTOS

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
1. 1	- Hacer aflorar las ideas de los alumnos	- Clasificación figuras planas	Clasificación de figuras. Puesta en común	25m

1. 2	- Familiarizar a los alumnos con los movimientos en el plano	- Identificación de transformaciones. - Definición de los movimientos en el plano	Presentación de información por parte del profesor. Identificación de transformaciones	15 m
1. 3	- Repasar las coordenadas cartesianas	- Representación de coordenadas cartesianas	Identificación y trabajo con coordenadas Pa resuelve dudas	15 m

[Pa 1]: Episodios de la Primera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 1. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase</p> <p>Objetivo - Permitir que afloren las ideas del alumnado sobre transformaciones en el plano.</p> <p>Contenido - Clasificación de figuras planas según el criterio que cada estudiante considere adecuado. - Identificación de distintas transformaciones.</p> <p>Descripción Pa reparte una hoja a los alumnos recorriendo la clase. Éstos están sentados como lo hacen habitualmente. No introduce el tema, ni da instrucciones específicas (Opa, 5; 7-8). Les indica que hagan la Actividad 1 (DisPa, 317-20), en la que aparecen distintas figuras planas para que el alumno las agrupe por el criterio que le parezca más apropiado. <i>Pa: Tenéis 5 minutos para hacer el primero.</i> <i>A: eso es poco tiempo (TaPa, 8).</i> Pasado un minuto, pregunta en voz alta, desde delante, a una alumna: <i>¿Cómo va tu trabajo? (TaPa, 15).</i> Va pasando por las parejas que lo llaman para preguntarle algo. Las preguntas son del tipo: <i>A: No entiendo, ¿qué hay que hacer? (TaPa, 17).</i> <i>A: ¿Cómo lo hago? (TaPa, 20).</i> Pa responde repitiendo el enunciado de la Actividad con palabras similares: <i>Como quieras. Trata de agrupar las figuras que aparecen como te parezca mejor (TaPa, 21).</i> Pasados unos minutos, Pa dibuja en la pizarra las mismas figuras que los alumnos tienen en su Hoja en la primera Actividad (Opa, 9-14). Desde la pizarra se dirige a toda la clase para exponer las distintas clasificaciones</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De expresión de conocimientos previos. - De contraste.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Primera Hoja de Actividades. Pizarra y tiza.</p> <p>2. 4 Organización y Cima del Aula Los alumnos están sentados en parejas, mirando a la pizarra. El ambiente del aula es de ruido, aunque parecen concentrados en la Actividad propuesta. Cuando Pa habla delante de la pizarra, le prestan poca atención.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Pa comienza diciendo que tienen cinco minutos para hacer la actividad, pero</p>

<p>que ha visto que han hecho los alumnos. Habla deprisa y no todos los alumnos le escuchan. Hay bastante ruido. No pide silencio, ni hace intentos para llamar la atención de los estudiantes. Algunos, al menos, no le prestan atención (Opa, 15-18).</p> <p><i>Pa: Bien. La mayoría habéis agrupado poniendo todos los triángulos juntos, los cuadriláteros juntos, los dos diabólos juntos, las flores juntas, las interrogaciones. ¿Vale? Con los cuadriláteros, habéis separado los romboides de los cuadrados. ¿Vale? Podéis clasificarlos como queráis (TaPa, 21-5).</i></p> <p>A continuación introduce el tema de los movimientos mediante una breve exposición oral, ayudándose de las figuras que ha dibujado en la pizarra:</p> <p><i>La forma en que vamos a hacerlo este año son las transformaciones geométricas ¿vale? A algunos los vamos a llamar movimientos, aquellos en que no va a variar el tamaño. Es decir, yo puedo mover la figura pero no cambiar el tamaño. Por ejemplo, yo puedo mover esta figura a ésta, pero ésta otra la dejo aparte, porque es tan grande que no... (TaPa, 25-30).</i></p> <p>Así, pide de nuevo a todos que clasifiquen ahora las figuras dadas en la Actividad 1, teniendo en cuenta el siguiente criterio: relacionar aquellas figuras que conservan la forma y el tamaño:</p> <p><i>Pa: Si agrupamos por ese criterio ¿cuántos salen? Tienen que conservar la forma y el tamaño. Ponedle otra letra. Tenéis que agrupar los que tengan igual forma e igual tamaño (TaPa, 30-2).</i></p> <p>Vuelve a atender a los alumnos en sus mesas.</p> <p>Pa realiza intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo, dirigiéndose a un alumno concreto: <i>Pa: ¿Tú que has hecho? (TaPa, 39).</i> Otro alumno reclama su atención: <i>Pa: sí, dime.</i> <i>A: profesor ¿pasamos a otra?</i> <i>Pa: No, todavía no hemos pasado a la siguiente. Alberto, siéntate (TaPa, 41-43).</i>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: Por parte de algún alumno: <i>No he entendido lo que hay que hacer, o no lo sé hacer, o cómo lo hago...</i> Por parte del profesor: <i>Pa: ¿estás agrupando por la misma forma y el mismo tamaño? (TaPa, 37).</i> Esto mismo pregunta a varios alumnos al acercarse a ellos: <i>Pa: ¿Has agrupado por tamaños o no?</i> <i>A: si lo que pasa es que me he confundido y voy a hacer esto a lápiz (TaPa, 39-40).</i> <p>Pasados unos minutos se dirige de nuevo a la pizarra. Espera un poco a que haya menos ruido para empezar a hablar y luego dice:</p>	<p>de hecho les deja doce, hasta que va a la pizarra, desde la que habla algo menos de otros cinco minutos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none">- Atiende de forma personal a cada alumno o pareja:- Alienta el trabajo pedido.- Comprueba si entienden la tarea.- Orienta y dirige la resolución de la tarea.- Introduce las diferentes nociones implicadas.- No se arroga ningún papel de garantizar el orden, ni el silencio. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none">- Realiza la Actividad pedida.- Pregunta al profesor o a su compañero las dudas que le surgen.- Participa en la puesta en común, respondiendo voluntariamente a las preguntas que va formulando Pa sobre la marcha de la exposición.
---	--

<p><i>Solo vamos a estudiar este año algunas transformaciones. ¿Vale? Se transforma la figura y sale otra por el estilo. ¿Vale? No vamos a trabajar deformaciones de la figura que pierdan la forma. ¿Vale? Por ejemplo, este triángulo si tú lo tiras de aquí para abajo podría sacar un triángulo como éste. ¿Vale? Esta no la vamos a utilizar. Y la otra que tampoco vamos a utilizar va a ser ésta. Como si fuera un espejo que aumenta el tamaño. ¿Vale? Solo vamos a trabajar con transformaciones que conserven la forma y el tamaño. ¿De acuerdo? A esto le vamos a llamar movimientos (TaPa, 48-55).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Pa concluye la explicación de la primera Actividad desde la pizarra.</p>	
---	--

Tabla [Pa 1. 1]: Resultados del Episodio [Pa 1. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 1. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Pa da comienzo a la segunda Actividad.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Familiarizar a los alumnos con los movimientos en el plano mediante el descubrimiento de las transformaciones que no cambian la forma ni el tamaño. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificación de distintas transformaciones, entre ellas los movimientos en el plano. <p>Descripción</p> <p>Una vez terminada su breve intervención del episodio anterior, Pa pide al alumnado que haga la Actividad 2 (DisPa, 321-4), dándole algunas indicaciones que enlazan con la Actividad anterior y la explicación que acaba de hacer. Repite que sólo van a estudiar los movimientos. Para ello, Pa se refiere a las figuras que aparecen en esta segunda Actividad, es decir, parejas de figuras planas <i>relacionadas</i> entre sí por una traslación, un giro o una simetría.</p> <p>Atiende de nuevo a los alumnos según le van llamando. A continuación presentamos algunas de las interacciones que se producen. Por ejemplo:</p> <p><i>Pa: ¿aquí que pone?</i></p> <p><i>A: no me entero de nada.</i></p> <p><i>Pa lee: El segundo dice: indica que transformación puede llevar cada figura en la otra correspondiente... Para llevar esta figura aquí ¿qué es lo que hace? Se mueve, se empuja para allá.</i></p> <p><i>A: este lado se mueve con éste.</i></p> <p><i>Pa: ¿Para llevar de éste a éste qué hace?</i></p> <p><i>A: se mueve de aquí y se pone aquí.</i></p> <p><i>Pa: Y ésta que hay aquí ¿qué hace?</i></p> <p><i>A: pues se pone encima y ya está. Y ésta se le da la vuelta.</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De identificación y reconocimiento. - De presentación de información. - De contraste. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Primera Hoja de Actividades. Pizarra y tiza.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos continúan sentados en parejas, en sus sitios habituales. Hay bastante ruido de fondo todo el tiempo, pero están concentrados en la tarea.</p> <p>2. 5 Organización del</p>

<p><i>Pa: se le da la vuelta no, porque tiene distinta forma.</i></p> <p><i>A: se pone así, invertida.</i></p> <p><i>Pa: invertida, no. Si fuese invertida estaría así (TaPa, 58-64).</i></p> <p>De la misma manera, en otro grupo:</p> <p><i>A: Profesor ¿ahora qué hay que hacer?</i></p> <p><i>Pa: ¿qué haces con esta figura de aquí a aquí?</i></p> <p><i>A: yo no sé, moverla.</i></p> <p><i>Pa: moverla, vale ¿pero hace lo mismo con ésta, de aquí a aquí, que con ésta?</i></p> <p><i>A: En ésta le da la vuelta.</i></p> <p><i>Pa: Ésta le da la vuelta, vale, ésta la empuja. ¿Y en ésta?</i></p> <p><i>A: la empuja, vamos, la pones encima.</i></p> <p><i>Pa: ¿Y en ésta?</i></p> <p><i>A: le da la vuelta.</i></p> <p><i>Pa: ¿le da la vuelta y la empuja? ¿Y en ésta?</i></p> <p><i>A₁: la empuja.</i></p> <p><i>A₂: la empuja y la gira un poquito.</i></p> <p><i>A₃: profesor, le da la vuelta ¿no?</i></p> <p><i>Pa: si le diera la vuelta caería así. Y tiene la misma postura</i></p> <p><i>A₃: a vale, vale.</i></p> <p><i>Pa: ¿sí? Pues lo escribes: le doy la vuelta, la empujo, la empujo, le doy la vuelta... Así. Lo que tú has dicho. ¿Vale? (TaPa, 65-75).</i></p> <p>Continúa atendiendo las llamadas de los alumnos. El resto de interacciones entre Pa y las distintas parejas son muy parecidas.</p> <p>Cuando considera que la Actividad está hecha, pasados unos diez minutos, va de nuevo a la pizarra, dibuja las figuras de esta segunda Actividad y se dirige a todo el grupo desde ella, preguntando a los alumnos, en general, como se pasa de una figura a otra.</p> <p><i>Pa: Mirad ¿lo veis? Si la giro completamente no cae.</i></p> <p><i>A₁: habrá que levantarla.</i></p> <p><i>A₂: levantándola, profesor.</i></p> <p><i>Pa: le doy la vuelta ¿Y ésta?</i></p> <p><i>A₁: empujando.</i></p> <p><i>A₂: la empujas.</i></p> <p><i>Pa: la empujas. ¿Hay otra forma de llevarla que empujarla?</i></p> <p><i>A: dándole la vuelta.</i></p> <p><i>Pa: dándole la vuelta también ¿vale? Si la empujo y le doy la vuelta, vuelve a quedar la misma. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: ¿se puede doblar el papel? (TaPa, 139-44).</i></p> <p>Pa continúa de forma similar con el resto de las figuras que ha dibujado. Los alumnos siguen respondiendo y él vuelve a preguntar: <i>¿Hay otra forma de hacerlo?</i> Y vuelven a responder.</p> <p>A modo de conclusión, añade: <i>habéis visto que se trata de empujar, girar o darle la</i></p>	<p>Tiempo</p> <p>Pa dedica un par de minutos a enlazar la primera Actividad con la segunda y pide a los alumnos que hagan ésta última, dándoles unos 10 minutos, hasta que decide hacer “la puesta en común” en la pizarra, a la que dedica dos o tres minutos más.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Introduce la Actividad. - Responde a las dudas de los alumnos que no han entendido la tarea, repitiendo de nuevo las instrucciones que dio en la pizarra. - Establece conexiones entre el lenguaje cotidiano y la terminología matemática. - Hace preguntas para conducir el trabajo. - Establece conclusiones. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza la Actividad pedida con el fin de descubrir los distintos tipos de movimientos.
---	--

<p><i>vuelta. Gira, gira, empujo, empujo, y los demás le doy la vuelta, le doy la vuelta, le doy la vuelta, le doy la vuelta, empujo ¿vale? Hemos visto tres movimientos. Todas las transformaciones que había en la pizarra eran de tres formas: o bien giro, o bien darle la vuelta o bien empujarla. Los nombres no se llaman así, empujar o darle la vuelta. Los nombres que le vamos a poner empujar, lo que ustedes llaman empujar, se llama traslación, empujar ¿vale?</i></p> <p><i>A: ¿nos lo tenemos que aprender así?</i></p> <p><i>Pa: el giro, giro y el darle la vuelta, el darle la vuelta le vamos a llamar simetría.</i></p> <p><i>A₁: profesor, ¿eso que estás poniendo para qué es, para las preguntas?</i></p> <p><i>A₂: ¿eso cae en el examen?</i></p> <p><i>A₁: Eso que está escrito ¿qué es? ¿La respuesta a la pregunta a) “¿Serías capaz de poner nombre a cada una de las transformaciones que has utilizado?”</i></p> <p><i>Pa: Sí (TaPa, 152-63).</i></p> <p>Pa tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pasamos a... En el segundo ejercicio todas las figuras que hay por parejas tiene la misma forma y el mismo tamaño. ¿Vale? ¿Pasáis al segundo? (TaPa, 55-7).</i> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: ¡Uy, qué bonito! ¡Has coloreado! (TaPa, 76).</i> <i>Pa: escríbelo. Se gira (TaPa, 113).</i> ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: <ul style="list-style-type: none"> ▪ Mediante devolución con nuevas preguntas: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: ¿Qué haces para llevar ésta de aquí a aquí? ¿Qué haces para transformar esta figura en ésta?</i> <i>A: darle la vuelta y ponerla aquí.</i> <i>Pa: vale. ¿Y ésta?</i> <i>A₁: ponerla inclinada.</i> <i>A₂: no, al revés (TaPa, 90-4).</i> ▪ Corrigiendo: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: si se diera la vuelta estaría al revés (TaPa, 95).</i> ▪ Precisando algún contenido: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: En la página de al lado hay un recuadro donde se explica que los movimientos son: traslación, simetría y giro y lo que hemos hablado antes, que los movimientos conservan la forma y el tamaño. ¿Vale? [Se está refiriendo a su primer resumen] (TaPa, 163-6).</i> <p>Evento final</p> <p>Pa concluye la explicación de la segunda Actividad desde la pizarra.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Pregunta al profesor o a su compañero las dudas. - Participa en la puesta en común, respondiendo por iniciativa propia a las preguntas que Pa lanza al grupo en general.
---	---

Tabla [Pa 1. 2]: Resultados del Episodio [Pa 1. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 1. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Pa pide al alumnado que haga el resto de Actividades de la Hoja entregada.</p> <p>Objetivo - Repasar las coordenadas cartesianas.</p> <p>Contenido - Representación de las coordenadas cartesianas, mediante ejercicios de representación de puntos, dadas sus coordenadas cartesianas, o de escribir las coordenadas de varios puntos ya representados.</p> <p>Descripción Pa presenta las Actividades que los alumnos van a trabajar a continuación. Se trata de las Actividades 3, 4, 5 y 6 (DisPa, 341-52). Pa: <i>Pasamos a la otra página. En la otra página tenéis un repaso, un repaso de las coordenadas. Las coordenadas las disteis el año pasado. ¿Vale? ¿Os acordáis de las coordenadas?</i> A₁: <i>¡ah, si!</i> Pa: <i>primero esto y después esto. ¿Vale? Intentadlo</i> (TaPa, 166-70). La mayoría de los alumnos se pone a trabajar y Pa vuelve a atender su trabajo, cuando le piden ayuda para resolver la tarea. Como ejemplo, presentamos su intervención con alguna de las parejas que atiende: Pa: <i>Empieza por éste. Tienes que ir tantos cuadritos para un lado y para arriba o para abajo.</i> A₁: <i>la arena es 12 para arriba y esto para el lado.</i> A₂: <i>una pregunta, una pregunta.</i> Pa: <i>12 arriba, 2 derecha. ¿Vale? Pues lo escribes.</i> A₂: <i>profesor ¿qué se pone primero, lo vertical o lo horizontal?</i> Pa: <i>primero se pone la parte de lo horizontal. El 2.</i> A: <i>por ejemplo, los ladrillos, sería ...</i> Pa: <i>(2, 12).</i> A: <i>se empieza por...</i> Pa: <i>Cuando tú juegas a los barquitos siempre acabas diciendo... primero el de abajo y después el de arriba. ¿Vale? Primero el de derecha a izquierda y luego el otro.</i> A₃: <i>2 para arriba. ¿Por dónde se empieza, por arriba?</i> Pa: <i>no. Se empieza contando desde abajo. 1, 2, 3, cuadritos para arriba, como si fueran los barquitos.</i> A₃: <i>pero, entonces ¿cómo queda? ¿(4, 3)?</i> Pa: <i>4 derecha, 3 arriba.</i> A: <i>vale, vale.</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De identificación y reconocimiento. - De aplicación simple y combinada de información.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Primera Hoja de Actividades. Lápiz o bolígrafo, siendo este último el más frecuente.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los alumnos continúan sentados en parejas, en sus sitios habituales, aunque casi todos trabajan individualmente. Hay bastante ruido de fondo todo el tiempo, pero están concentrados en la tarea.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Es el último tramo de la sesión. Quedan 15 minutos para que termine la clase y Pa ha pedido que hagan el resto de las actividades que aparecen en la Hoja, advirtiéndoles que las que no puedan terminar, han de hacerlas en casa.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p>

<p><i>Pa: 4 derecha, 3 arriba. ¿Vale? ¿Sí?</i> (TaPa, 173-89).</p> <p>Casi todas las parejas tienen la misma duda: qué coordenada se escribe primero.</p> <p>Pa tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>A: profesor...</i></p> <p><i>Pa: dime.</i></p> <p><i>A: yo no entiendo esto.</i></p> <p><i>Pa: vamos a ver. Es que está la fotocopia al revés.</i></p> <p>Levanta el volumen de voz para dirigirse a toda la clase:</p> <p><i>Empezáis por el 3 ¿vale?</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <p><i>Pa: ahora en éste es que hay algunos que son negativos ¿vale? Haces esto.</i></p> <p><i>Pa: Bueno, éste está hecho, éste está hecho. El B es el (2,3).</i></p> <p><i>A: lo que digo es que si hay que unirlos.</i></p> <p><i>Pa: vale, ponle las rayitas si quieres. No pasa nada. Lo que quiero que hagas es el siguiente, tienes que hacer éste. Pones unos ejes y ahora pinta los puntos estos que yo te digo. Pones los numeritos y lo pones así</i> (TaPa, 203-7).</p> ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: <p><i>Pa: Aquí tenemos el ejemplo del cubo.</i></p> <p><i>A₁: El cubo ¿dónde está el cubo?</i></p> <p><i>A₂: El cubo es (1, 11).</i></p> <p><i>A₃: aquí lo han hecho al revés, aquí lo han hecho al revés.</i></p> <p><i>Pa: esto es (11, 1). Es al revés. ¿Vale? Está mal, no es (1, 11) sino (11, 1). Primero se dice, primero se dice éste. ¿Vale? ¿Vale? (11, 1)</i> (TaPa, 194-9).</p> <p>Terminadlas en casa. No hay más intervenciones generales.</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Finaliza la primera sesión.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Atiende las dudas dando indicaciones precisas y de manera directiva - Orienta la tarea proponiendo analogías (los barquitos) <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza las Actividades propuestas con el fin de recordar y reparar las coordenadas cartesianas. - Pregunta al profesor o a su compañero las dudas.
---	--

Tabla [Pa1. 3]: Resultados del Episodio [Pa 1. 3]

3. 2. 1. 2 RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, ORGANIZADOS EN UN SOLO EPISODIO: SIMETRÍAS

Decidimos no dividirla en episodios porque a lo largo de toda la sesión no se producen cambios significativos.

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
2. 1	Adquirir los conceptos más relevantes referidos a la simetría.	Identificación de ejes de simetría Completar figuras para que	Completar figuras Dibujar ejes de simetría Dibujar figuras simétricas a	No está organizado.

	Dibujar figuras simétricas	sean simétricas. Definición de simetría, figuras simétricas y ejes de simetría. Dibujo de figuras simétricas	otra dada Pa aclara dudas en los grupos.	
--	----------------------------	--	---	--

Tabla [Pa 2]: Episodio de la Segunda Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 2. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Adquirir progresivamente el concepto de simetría, de eje(s) de simetría y de puntos y figuras simétricas respecto de un eje. - Dibujar figuras simétricas a otras dadas respecto de un eje e identificar las coordenadas cartesianas de sus vértices. <p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identificación y dibujo del(os) eje(s) de simetría de figuras dadas. - Completar figuras para que sean simétricas. - Definición de simetría, figuras simétricas y ejes de simetría. (Resumen). - Dibujo de figuras simétricas de figuras dadas. Identificación de las coordenadas de sus vértices. <p>Descripción</p> <p>Pa llega y comienza escribiendo en la pizarra que se sienten en grupos. No se habla sobre la composición de estos grupos. Pa propuso esta forma de trabajar en una sesión anterior a las observadas y grabadas. A lo largo de toda la sesión no se dirige a la clase en general. Hay mucho ruido durante los primeros minutos. La clase comienza después de un recreo. Está lloviendo y los alumnos están muy agitados. Gritan bastante. Arrastran mesas y sillas. El ruido es total. Parece que Pa deja que se vayan apaciguando solos los ánimos. Comienza a repartir por los grupos una nueva Hoja de Actividades, mientras les va diciendo que son para estudiar las simetrías (Opa, 74-80). Se trata de las Actividades 7, 8, 9 10 y 11 (DisPa, 353-67). Faltan algunos detalles en la Hoja: ejes de simetría que se mencionan en el enunciado y no están, ejes coordinados y algunas figuras. Cuando se da cuenta de estas erratas, va diciéndolo por los grupos que le van preguntando. Se sienta en la mesa del profesor y consulta unos papeles. A continuación reparte por los grupos libros de espejos. Hay uno para cada alumno. Comienza a atender las llamadas de los grupos para preguntarle dudas (Opa, 84-6). El resto de la sesión transcurre atendiendo a los alumnos. Presentamos a continuación, a modo de ejemplo, algunos fragmentos de sus intervenciones en los grupos para cada Actividad, muy similares, independientemente del tipo de que se trate, como veremos.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De identificación y reconocimiento. - De búsqueda y elaboración de respuestas <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hoja de Actividades sobre simetrías. Libro de espejos. Miras. Regla.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos se sientan en grupos de cuatro, parece que como ellos quieren. La clase ha comenzado con más ruido del habitual, aunque poco a poco los alumnos se ponen a hacer las Actividades propuestas,</p>

<p>En uno de los grupos, se dirige a uno de los alumnos, que está haciendo la Actividad 7, en la que aparecen algunas figuras de las que se les pide su(s) eje(s) de simetría:</p> <p><i>Pa: ¿Dónde pongo el espejo para que la figura la veas igual? ¿Dónde pongo el espejo? Por ejemplo, si lo pongo aquí, la figura no cambia ¿vale? Si pongo el espejo así ¿cómo ves la figura? ¿Hay más? Pues los pintas también (TaPa, 268-71).</i></p> <p>En otro grupo, donde están haciendo unos la Actividad 8 y otros la 9, en las que dadas unas figuras se trata de ver si son simétricas o modificarlas para que lo sean, dibujando los ejes de simetría:</p> <p><i>Pa: ¿Va bien, Álvaro? La otra (Actividad 8), la de acabar los dibujitos ¿también te sale?</i></p> <p><i>Alvaro: Sí, me ha salido.</i></p> <p><i>Pa: Tienes que acabar el dibujito para que sea simétrico, para que puedas poner el espejo y se vea bien.</i></p> <p><i>A: Profesor, no lo entiendo. ¿En el círculo también tengo que poner el eje de simetría?</i></p> <p><i>Pa: Explícaselo, Álvaro, anda.</i></p> <p><i>A: El 8 no lo entiendo.</i></p> <p><i>Pa: ¿No lo entiendes? ¿Hay alguna figura que sea simétrica?</i></p> <p><i>A: Sí.</i></p> <p><i>Pa: ¿Cuál? Y las que no sean simétricas tienes que ponerles las rayitas que hagan falta para que sean simétricas enteras y así acabas el dibujo. Completad el dibujo. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: Y aquí ¿trazamos por donde son simétricas?</i></p> <p><i>Pa: Aquí hay muchos más ejes de simetría, mira, aquí (en el círculo) vale cualquiera; vale éste, vale éste, todos son ejes de simetría. Aquí hay que acabar la figura para que sea simétrica (TaPa, 308-18).</i></p> <p>Dirigiéndose a otro alumno del grupo:</p> <p><i>A: Profesor, dibujar la botella (Actividad 9) es más difícil.</i></p> <p><i>Pa: Y dibujar la flor ¿es difícil?</i></p> <p><i>A: Es muy difícil dibujar la flor.</i></p> <p><i>Pa: Bueno, hazlo más o menos.</i></p> <p><i>Pa: ¿Qué te falta? Te faltan rayas ¿no? Míralo con éste (se refiere a un mira), a ver qué rayas tienes que pintar en el otro lado para que sea simétrico. ¿Qué rayas te faltan?</i></p> <p><i>A: Ésa de ahí...</i></p> <p><i>Pa: Y ya tienes este eje de simetría. ¿Vale? Ya es simétrico con respecto a este eje. (TaPa, 311-32).</i></p> <p>Presentamos a continuación, a modo de ejemplo, algunos fragmentos de sus intervenciones en los grupos para estas Actividades, en las que se trabaja la construcción de figuras simétricas respecto de un eje dado y se solicitan también las coordenadas cartesianas de sus vértices.</p> <p>Pa atiende a uno de los grupos, donde están trabajando la actividad 10, en la que dado un sistema de ejes coordenados, un triángulo y una recta e, se trata de dibujar el simétrico del triángulo respecto de e y hallar las coordenadas de sus vértices:</p> <p><i>Pa: Ahora aquí (Actividad 10) tenéis que pintar el simétrico. ¿Cómo sería el simétrico? Si yo pongo aquí el espejo ¿qué es lo que se ve al otro lado? (TaPa, 344-5).</i></p>	<p>siempre de forma ruidosa.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Pa no ha fijado un tiempo concreto para la realización de las Actividades. Está con cada grupo los minutos necesarios para atender sus dudas u orientar su trabajo, teniendo también en cuenta las llamadas que recibe de otros grupos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte el material y organiza levemente la tarea. - Atiende a los distintos grupos, bien sea porque lo llaman, bien para comprobar su trabajo y sus dificultades. - Responde a las dudas que surgen, estimulando y orientando el trabajo de forma muy directiva. - Pide a algunos alumnos que ayuden a otros colegas. - Hace continuas
---	--

<p>Pa atiende a un nuevo grupo, donde están trabajando la actividad 11, en la que dado unos ejes (que faltan por error), un paralelogramo y una recta r, se trata de dibujar el simétrico de dicha figura respecto de r y las coordenadas de sus vértices:</p> <p><i>A: Aquí ¿qué hago? A, B, C, D...</i></p> <p><i>Pa: Sí, éste es A ¿cuáles son las coordenadas de A?</i></p> <p><i>Pa: A ver, la figura está aquí, que hay gente que me pinta la figura en medio, en sitios raros. Aquí, aquí y aquí. ¿Vale? Lo copiáis (TaPa, 372-75).</i></p> <p>En otro grupo:</p> <p><i>Pa: Tienes que hacer la simetría respecto de esta recta.</i></p> <p><i>A: ¿Que hay que hacerlo, en los cuatro?</i></p> <p><i>Pa: En los cuatro. Alberto, cálmate. ¿Vale?</i></p> <p><i>Pa: mira, si yo pongo el espejo así se ve el simétrico. ¿No? ¿Lo ves? (TaPa, 378-80).</i></p> <p>A veces los alumnos se resisten a realizar la tarea, cerrándose con intervenciones como: <i>no sé, no lo entiendo, dibujar no es lo mío, etc.</i>)</p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo, aunque esta diversidad no procede casi en ningún caso, del tipo de Actividades que los alumnos están haciendo:</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo:</p> <p>Algunos ejemplos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Al comienzo de la clase, dirigiéndose a un grupo: <p><i>Pa: Gertrudis tenía que estar con vosotras. Toma, empieza a hacer las Actividades. Juan, ayúdame a repartir un folio de estos a cada uno. ¿Vale? (TaPa, 261-3).</i></p> ▪ Dirigiéndose al grupo-clase: <p><i>Pa: empezad por el 7. Ustedes ¿no tenéis más espejos? (TaPa, 280).</i></p> <p><i>Pa: aquí me he olvidado de pintar el paralelogramo. Está aquí y aquí tengo los ejes coordenados. Tienes que hallar el simétrico respecto de esta recta. ¿Vale? (TaPa, 380-2).</i></p> ▪ Cuando la clase va a terminar, Pa reparte una nueva Hoja de Actividades y dice: <p><i>Pa.: Haced en casa sólo la 12 y la 13 ¿vale?</i></p> <p><i>A₁: ¿Solamente la 12 y la 13?</i></p> <p><i>A₂: Profesor, ya he terminado.</i></p> <p><i>Pa: Dejadme los espejos antes de salir. ¿Vale? (TaPa, 384-6).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo:</p> <p><i>Pa: A ver, ¿habéis acabado con éste? ¿Tú lo has entendido bien? ¿Os traigo entonces otra Hoja? ¿Cómo lo veis? ¿No habéis acabado todavía?</i></p> <p><i>A: Profesor, aquí no hace falta poner los numeritos y todo eso ¿no? Las coordenadas ¿no? No hace falta ¿no?</i></p> <p><i>Pa: Sí, pon las coordenadas, a ver qué números son. ¿Vale? ¿Has hecho el de las coordenadas del otro día? ¿Lo has repasado? El que mandé el otro día para casa.</i></p> <p><i>A: Sí, pero...</i></p> <p><i>Pa: ¿Te ha salido?</i></p> <p><i>A: Más o menos.</i></p>	<p>preguntas que suele responder él mismo, a modo de ejemplo, para que luego sigan con otros casos similares.</p> <p>- Pregunta sobre los pequeños pasos inmediatos y concretos que tiene que dar el alumno durante la realización de la Actividad correspondiente, es decir, ayuda a descomponer el problema.</p> <p>- Se interesa por el trabajo que van realizando los alumnos.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Hace las Actividades de la Hoja entregada, en el orden establecido y siguiendo las indicaciones de Pa.</p> <p>- Resuelve solo, a su ritmo, o preguntando al profesor, o a los compañeros del grupo.</p> <p>- Se resiste, a veces a realizar la tarea.</p> <p>- La mayoría de los</p>
---	--

<p><i>Pa: ¿Más o menos? Pregúntame lo que sea.</i></p> <p><i>Pa: ¿Ya habéis acabado? Esto está un pelín cutre ¿no? Vale, hacéis sólo la 12 y la 13. ¿Vale? La otra (Actividad 14) la dejáis para otro día y os traéis la Hoja, no la vayáis a olvidar en casa.</i></p> <p><i>A: ¿Profesor, me puede dar otra Hoja para...?</i></p> <p><i>Pa: No, no, no. Tienes que aprender a hacerlo limpito, venga. Me hacéis sólo la 12 y la 13, la otra no me la hagáis ¿vale? Y el próximo día que no se os olvide la hoja? (TaPa, 400-5).</i></p> <p>➤ <i>Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</i></p> <p><i>Tienes que ver cuál es el eje de simetría. Entonces tienes que poner el espejo para que la figura sea simétrica. Por ejemplo ahí, ¿no? Pues ése es un eje de simetría. Señálalo. ¿Hay más? ¿Hay más sitios donde poner el espejo? Pues ponlo (TaPa, 265-8).</i></p> <p><i>Pa: ¿Cuáles son las coordenadas de este punto?</i></p> <p><i>A: 2 y 2.</i></p> <p><i>Pa: ¿Y las de éste?</i></p> <p><i>A: 2 y 6.</i></p> <p><i>Pa: Pero se escribe al revés, primero se dice la de al lado y después la de para arriba y para abajo. ¿Vale? Primero derecha-izquierda y luego arriba-abajo. Y para este lado ¿cuál sería?</i></p> <p><i>A: (2, 2).</i></p> <p><i>Pa: Es para la izquierda, así que -2. Aquí está el -1 y aquí el -2. Ahora escribe aquí las coordenadas de estos puntos.</i></p> <p><i>Pa: Tres para la derecha y menos tres para la izquierda ¿sabes? (TaPa, 414-20).</i></p> <p>➤ <i>A veces se dan casi simultáneamente varios tipos de intervenciones:</i></p> <p><i>Pa: Gertrudis, tranquilita. Venga, ¿ya sabes lo que tienes que hacer? ¿Cuáles son las coordenadas del punto éste, del punto B?</i></p> <p><i>G: No sé.</i></p> <p><i>Pa: ¿Sabes cómo es lo de las coordenadas? ¿Acabaste el otro día el que mandé para casa? ¿No? Construye el simétrico respecto a esta recta ¿dónde estaría? Estaría por este lado, ¿no? Cuenta los cuadritos... estaría aquí. ¿Cuáles son las coordenadas de este punto? ¿Este punto dónde está? 1, 2 y 3 para la derecha y 2 para arriba. Le llamo el (3, 2). ¿Cuáles son las de éste?</i></p> <p><i>G: 1, 2, 3, 4, 5, 6. El (6, 2). ¿No?</i></p> <p><i>Pa: Vale. Y ¿las de éste? (TaPa, 441-54).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Suena el timbre. Pa recoge los espejos y los mira. Finaliza la segunda sesión.</p>	<p>alumnos no hace la tarea de casa.</p>
--	--

Tabla [Pa 2. 1]: Resultados del Episodio [Pa 2. 1]

3. 2. 1. 3 RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, ORGANIZADOS EN DOS EPISODIOS: TÉRMINO DEL ESTUDIO DE LAS SIMETRÍAS E INICIO DE LAS TRASLACIONES

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDO	ACTIVIDADES	TIEMPO
3. 1	- Finalizar el estudio de las simetrías	- Dibujo de figuras simétricas - Reconocimiento de cuál es el punto simétrico de otro dado	Dibujar figuras simétricas Identificar puntos de simetría Pa aclara dudas en los grupos.	No está organizado.
3. 2	- Introducir el estudio de las traslaciones - Vector de traslación	Traslaciones: - Introducción - Vector de traslación: de forma intuitiva, gráficamente y mediante coordenadas	Reconocer parejas de figuras trasladadas Trasladar figuras según indicaciones dadas Pa resuelve dudas	No está organizado.

Tabla [Pa 3]: Episodios de la Tercera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 3. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Finalizar el estudio de las simetrías.</p> <p>Contenidos - Simetrías: dibujo de figuras simétricas de otras dadas respecto de un eje, dado en posiciones diversas respecto de dichas figuras. - Reconocimiento, entre unos cuantos puntos dados, de cuál es el simétrico de otro.</p> <p>Descripción Pa llega tarde a clase. Entra en el aula y se va directo a un grupo, al que atiende. Después presenta a Berta como una profesora [del G_1] que viene a ayudar y a la que pueden llamar para preguntarle dudas: <i>Pa: Ella se llama Berta, es una compañera mía... (TaPa, 450).</i> <i>A: Profesor, ¿hoy no hay espejos de éstos?</i> <i>Pa: No, los espejos eran para esto y esto ¿no lo habéis acabado en casa? Os dije que acabarais en casa esto. Os dije que lo que no se acabe en el día, se acaba en casa ¿eh? (TaPa, 452-4).</i> A pesar de lo que ha dicho, deja que los grupos vuelvan sobre las Actividades de simetría 12 y 13 (DisPa, 368-74) que, supuestamente tendrían que haber terminado en casa.</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De argumentación.</p> <p>2.2 Tipos de recursos didácticos La Hoja de Actividades que repartió al final de la sesión anterior. Tiene dos Actividades de simetría y las primeras relacionadas con las traslaciones.</p> <p>2.4 Organización y Clima del Aula Los mismos grupos de cuatro alumnos ya constituidos en la sesión anterior. La mayoría no parece concentrarse en el trabajo.</p>

<p><i>Pa: Venga, haced esto. Esta recta, si le doy la vuelta ¿qué le pasa? Yo pongo aquí el espejo, le doy la vuelta pero queda igual ¿no? ¿Y ésta? A ver, imagínate que sólo es el trocito éste ¿cómo sería? ¿Y éste?</i></p> <p><i>A: El muñeco para el otro lado, ¿no?</i></p> <p><i>Pa: Pues venga, pintadlo (TaPa, 455-8).</i></p> <p>Vuelve a ir de grupo en grupo. Se agacha, se concentra con ellos, con quienes está y se olvida del resto. Es amable y paciente. Como ejemplo, presentamos algunas intervenciones en los grupos, en cada una de las Actividades propuestas:</p> <p>En un grupo que está trabajando la Actividad 12, en la que se pide dibujar figuras simétricas de otras dadas respecto de ejes también dados:</p> <p><i>Pa: Primero lo haces a lápiz. Esto está mal</i></p> <p><i>A: ¿por qué?</i></p> <p><i>Pa: Porque los dos puntos éstos, el H y el I no cambian. Cuando yo pongo un espejo el H y el I están junto al espejo, entonces no se mueven (TaPa, 475-7).</i></p> <p>Se dirige a otro alumno del grupo que le pregunta:</p> <p><i>A: ¿El mío está bien?</i></p> <p><i>Pa: Mira, el simétrico de éste, si yo pongo el espejo éste se ve aquí, ¿no? Éste se ve aquí y éste se ve para el otro lado, ¿vale? Y los que están justo en el espejo no cambian como la pierna del muñeco. La pierna del muñeco no cambia, ¿vale?</i></p> <p><i>A: Esto es así ¿no?</i></p> <p><i>Pa: Muy bien. 90º es hasta aquí. Es de aquí a aquí. ¿Vale? (TaPa, 492-530).</i></p> <p>Ahora presentamos un ejemplo de intervención en un grupo que está trabajando la Actividad 13, en la que dado un punto y una recta, se pide identificar su simétrico entre cuatro puntos dados:</p> <p><i>Pa: ¿Cómo andamos?</i></p> <p><i>A: Más o menos.</i></p> <p><i>Pa: El A y el D están a la misma distancia pero también el A y el B están a la misma distancia. ¿Por qué no es el B?</i></p> <p><i>A: Porque está en curva para allá, ¿no?</i></p> <p><i>Pa: Porque está inclinado. Entonces aquí hay que decir que además forman 90º. ¿Vale? Estas dos rectas son perpendiculares. La que une un punto y su simétrico es perpendicular al espejo. ¿Vale? (TaPa, 513-8).</i></p> <p>Los estudiantes realizan las Actividades con poco cuidado, sin usar la regla, ni medir. Las figuras “simétricas” están dibujadas con mucha imprecisión. No parece tampoco que tengan costumbre de usar el lápiz, con lo que es difícil corregir las líneas trazadas con bolígrafo, sin el menor cuidado.</p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo y del aula: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: Gema ¿tienes tu Hoja?</i> <i>Pa: Daniel ¿qué haces? ¿Por qué no te sientas aquí y estáis más juntos?</i> 	<p>Se levantan, se pasean por la clase, charlan, se ríen... Lo pasan bien, pero no se implican. No hay ambiente de trabajo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>No hay una organización explícita del tiempo. Cada grupo va a su ritmo, tratando de realizar todas las Actividades posibles de la Hoja entregada. Las que no les de tiempo a hacer, Pa quiere que las terminen en casa, algo que pocos hacen.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>No se dirige en ningún momento al gran grupo y toda su relación con los alumnos es en el pequeño grupo, al que atiende con un rol similar al de las sesiones anteriores:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Indica cuál es la tarea de la sesión. - Da instrucciones para empezar la tarea. - Da instrucciones concretas y secuenciadas a los grupos para resolver cada tarea por la que se le pregunta. - Anima a hacer la tarea. - A veces resuelve él mismo la tarea. - Corrige lo que está mal explicando por qué lo está. - Controla poco el comportamiento de los alumnos.
--	--

<p>(TaPa, 451-2).</p> <p><i>Pa: Estamos haciendo esto. (Se refiere a las Actividades 12 y 13). Éstas las vimos el otro día. Ahora se refiere a las Actividades sobre coordenadas. Ésta ¿os la di?</i></p> <p><i>A₁: No, éstas no nos la dio. Ésta nos la dio Ernesto. Es que fue dárnosla y tocar.</i></p> <p><i>A₃: Profesor, que no haga ¿qué?</i></p> <p><i>Pa: Andrés, guarda el libro de Historia. ¿Tenéis la ficha? Sacadla (TaPa, 446-9).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo:</p> <p><i>Pa: ¿Qué te pasa? Te veo nerviosa, Raquel.</i></p> <p><i>Raquel: Es que no sé dibujar, profesor.</i></p> <p><i>Pa: No sabes dibujar. Venga, despacito. ¿Qué es lo que has hecho aquí en el triángulo éste? (Actividad 12) Igual que lo que pasaba aquí. Entonces, aquí con el muñeco es igual. Anda, repite esto otra vez. Despacito ¿eh? (TaPa, 494-5).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>Pa: El simétrico de A ¿cuál es? De los cuatro que hay aquí, ¿cuál es el simétrico de A? ¿Por qué no puede ser B? La distancia tiene que ser más o menos igual, por eso no pueden ser ni éste ni éste... Entonces es éste, porque está a la misma distancia y porque la recta que une a un punto con su simétrico es perpendicular. Esto es lo que hay que decir. La recta que une éste con éste forma 90º aquí ¿vale? Y las distancias son las mismas. Pues lo pones: es el A, es el D... porque está a la misma distancia y porque la recta que une a un punto con su simétrico es perpendicular. Este es lo que tienes que poner aquí abajo. La recta que une éste con éste forma 90º. (TaPa, 491-505).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Pa da por finalizadas las actividades de simetría.</p>	<p>- Constata los grupos que no han terminado las Actividades del día anterior en casa.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Lleva a cabo las Actividades propuestas en las Hojas que se le han entregado.</p> <p>-Dibuja las figuras que aparecen en las Actividades.</p> <p>- Pregunta dudas.</p>
--	---

Tabla [Pa 3. 1]: Resultados del Episodio [Pa 3. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 3. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Pa reparte una Hoja de Actividades relacionadas con las traslaciones.</p> <p>Objetivo</p> <p>Introducir el estudio de las traslaciones.</p> <p>Conocer los aspectos básicos de las traslaciones.</p> <p>Contenido</p> <p>Introducción a las traslaciones.</p> <p>Estudio de las traslaciones, introduciendo el vector de traslación, primero de forma</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De identificación y reconocimiento.</p> <p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

<p>intuitiva, después gráficamente y, por último, mediante coordenadas.</p> <p>Descripción</p> <p>Una vez repartida la Hoja de las traslaciones, Pa atiende a los grupos, como ha venido haciendo desde el principio de la sesión.</p> <p>La primera Actividad que contiene es la 14, en la que aparecen unos recuadros con parejas de triángulos relacionadas mediante distintas traslaciones, definidas por su vector de traslación dado gráficamente (DisPa, 389-99).</p> <p>Los alumnos no tienen muy claro lo que tienen que hacer. Según las indicaciones que Pa les va dando, escriben para cada recuadro: trasladar hacia arriba, hacia la izquierda... No todos comienzan a la vez a hacer esta Actividad, ya que algunos aún no han acabado las del episodio anterior.</p> <p>Como ejemplo, presentamos una de sus intervenciones con uno de los grupos, ya que todas son muy similares. En ellas insiste en la misma idea:</p> <p><i>Pa: Si yo te digo que muevas la figura ¿qué es lo que te tengo que decir? ¿Qué información te tengo que dar para mover una figura? Izquierda, derecha, arriba y abajo y la distancia. Pues me hace falta: dirección (vertical, horizontal u oblicua). Dentro de la dirección me hace falta decir si es para arriba o si es para abajo o si es para la derecha o si es para la izquierda y además me hace falta la distancia (no es lo mismo si es un centímetro que dos centímetros). Entonces me hacen falta tres cosas: la dirección, si es para un lado u otro, el sentido y la distancia. ¿Vale? Pues lo escribes: dirección, sentido y distancia. ¿Vale? (TaPa, 459-468).</i></p> <p>Pa sigue yendo de grupo en grupo. Ponemos ahora algunos ejemplos de sus intervenciones relacionadas con las Actividades de traslación, aunque éstas se seguirán produciendo en la sesión siguiente, ya que casi ningún grupo pasa de la Actividad 15: dados un triángulo, un cuadrado y un rectángulo, hay que trasladarlos varios centímetros en sentido horizontal y/o vertical (DisPa, 400-4):</p> <p><i>A: Pa, ¿aquí que tenemos que poner?</i></p> <p><i>A: ¿Lo de traslación, giro y todo eso?</i></p> <p><i>Pa: Sí. El cuadrado llévalo 3cm a la derecha y 1cm para abajo.</i></p> <p><i>Pa: Tú no lo has movido bien. Mídelo. Hay que moverlo 3cm a la derecha y uno para abajo. Quedaría aquí. ¿Sí? El tamaño no puede variar. Primero lo haces a lápiz (TaPa, 518-23).</i></p> <p>Las intervenciones de Pa en los distintos grupos son parecidas.</p> <p>Ni siquiera esta Actividad la llegan a hacer todos. En cambio, algún alumno está haciendo ya la Actividad 17, en la que un triángulo, de cuyos vértices conocemos sus coordenadas, ha de trasladarse según un vector dado mediante las coordenadas de su origen y extremo:</p> <p><i>Pa: A ver, yo lo muevo 3 cuadritos a la derecha y uno para arriba. Aquí. ¿No? La flecha va del (0, 0) al (3, 1). O sea, la flecha lo que indica es 3 a la derecha y uno para arriba ¿no? Ahora me tienes que decir cuáles son las coordenadas de ese punto. ¿Vale? (TaPa, 586- 9).</i></p> <p>No aparece ninguna intervención en torno a la Actividad 16, en la que se pide</p>	<p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Segunda Hoja de Actividades, correspondiente a las Traslaciones.</p> <p>- Regla y/o escuadra y cartabón.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los mismos grupos, de cuatro alumnos, constituidos en la sesión anterior.</p> <p>La mayoría no parece concentrarse en el trabajo. Se levantan, se pasean por la clase, charlan, se ríen... Lo pasan bien, pero no se implican. No hay ambiente de trabajo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Se dedica a estas Actividades una media hora, aunque no todos los grupos, ya que algunos las irán comenzando después.</p> <p>Al leerlas por primera vez, pierden cierto tiempo, ya que inicialmente se desconciertan y esperan a que Pa les vaya aclarando las ideas sobre lo que significan las nuevas Actividades, grupo a</p>
--	---

<p>trasladar un trapecio según dos vectores de traslación dados de forma gráfica Esto nos induce a pensar que no ha ofrecido dificultades para ningún alumno de los que van más adelantados (DisPa, 405-6).</p> <p>Pa sale de clase unos minutos y vuelve con más fotocopias. Se trata de la siguiente Hoja de Actividades. Seguramente no había previsto que alguien fuera mucho más adelantado que el resto. De hecho, es la única intervención que se produce en este episodio en torno a la Actividad 17 (DisPa, 411-4).</p> <p>Por lo tanto, la nueva Hoja de Actividades no la reparte a todos, aunque da varias copias a los alumnos de otro grupo, que también han terminado.</p> <p>Pa va diciendo, grupo a grupo, que traigan regla y compás el próximo día. Parece que evita dirigirse al grupo-clase.</p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>Pa: A ver, yo te hago una regla, ¿vale? Dame una hoja de cuadritos. Mira esto es 1cm, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 (TaPa, 475-491).</i></p> <p><i>A ver, ¿queréis una regla? ¿Tú quieres otra regla? Te hago una regla. Aquí está el cero ¿vale? Dos cuadritos y medio es un centímetro, ¿vale? 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. Y ya puedo medir ¿vale? Para mañana os traéis compás, transportador de ángulos, regla y todo eso ¿vale? Lápiz, goma. (TaPa, 572-6).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo: <p><i>A: ya he acabado esta ficha.</i></p> <p><i>Pa: ¿ya has terminado? Muy bien, ayuda a Carmen.</i></p> <p><i>Pa: esto hay que moverlo para abajo, para el lado. ¿No? (TaPa, 557-8).</i></p> <p><i>A: ¿Esto está bien?</i></p> <p><i>Pa: Un poco cutre. ¿Cuál es el que vale? ¿Cuál es el que has movido? Yo empujo este triángulo según la flechita y ¿a cuál llego? De los tres que hay nada más que vale uno ¿cuál es?</i></p> <p><i>A: Éste ¿no? (TaPa 583- 6)</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: <p><i>Pa: Son todos de traslación, pero ¿dónde está la diferencia?</i></p> <p><i>A: Que éste es para el lado, éste para arriba, éste para abajo, éste para el otro lado y éste diagonal.</i></p> <p><i>Pa: Vale. O sea, que importa tanto si es para arriba o para abajo o si es para derecha o izquierda, si es vertical u horizontal el desplazamiento y dentro de que sea horizontal no es lo mismo éste que éste. ¿No? Porque uno es para la izquierda y el otro para la derecha. Y lo otro que me hace falta, por ejemplo, este boli, si lo muevo para allá lo muevo en horizontal y la muevo para la derecha pero no es lo mismo moverlo un poquito que moverlo mucho ¿vale? Entonces ¿qué tres cosas tengo que decir? Tengo que decir hacia dónde lo muevo, si es en vertical, si es en horizontal o si es en diagonal; tengo que decir si es para un lado o para el otro y tengo que decir la distancia. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: ¿La distancia es medirlo con la regla?</i></p> 	<p>grupo.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Explica con paciencia cómo trasladar las figuras. - Resuelve él mismo la tarea, como ejemplo para que el alumno siga, y hace comentarios sobre lo que ha realizado ya hasta el momento. - Señala lo que no se ha hecho bien, fijándose también en la presentación. - Pide a los alumnos que traigan instrumentos de dibujo para la siguiente sesión, respondiendo a una sugerencia de Berta. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>De modo similar al episodio anterior:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lleva a cabo las Actividades propuestas en las Hojas que se le van entregando. - Cuando no tiene clara la tarea, se vuelve más pasivo, escucha más que hace. - No usa los instrumentos de dibujo, ni mide con precisión las figuras, es decir. realiza las Actividades con poco
---	--

<p><i>Pa: No, hombre. Dice: "¿qué información habría que conocer antes de trasladar la figura?" Tienes que decir para dónde, en qué sentido y qué distancia ¿eh? (TaPa,475-490).</i></p> <p><i>Pa: Empiezo por el cuadrado y lo muevo 3 cm para la derecha y 1 cm para abajo. (TaPa, 571).</i></p> <p><i>Pa: te tengo que decir un par de cosas. Una vez que te diga que es horizontal o en vertical, no es lo mismo que sea para arriba que para abajo ¿no? O sea, te tengo que decir la dirección según sea así o así, para un lado o para otro, el sentido, y también te tengo que decir la distancia, porque no es lo mismo moverlo un poquito que moverlo mucho... Te tengo que dar estos tres datos ¿vale? Dirección, sentido y la distancia. ¿Vale? (TaPa, 564-8).</i></p> <p>Evento final Toca el timbre y termina la clase.</p>	<p>cuidado.</p>
---	-----------------

Tabla [Pa 3. 2]: Análisis del Episodio [Pa 3. 2]

**3. 2. 1. 4 RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, ORGANIZADOS EN UN SOLO EPISODIO:
CONTINUACIÓN DE LAS TRASLACIONES E INICIO DE LOS GIROS**

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
4.1	<ul style="list-style-type: none"> - Completar el estudio de las traslaciones. - Familiarizarse con los giros y los distintos elementos que los definen. 	<p>Traslaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Vector de traslación - Reconocimiento de ángulos. Sentido de un ángulo. <p>Giros:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Centro y ángulo de giro. - Obtención del ángulo de un giro - Construcción de figuras giradas de otras dadas 	<p>Sobre Traslaciones:</p> <p>Hacer traslaciones de figuras dado el vector</p> <p>Sobre Giros:</p> <p>Reconocer ángulos y los elementos de un giro</p> <p>Girar figuras gráficamente</p>	<p>Sin organizar</p>

Tabla [Pa 4]: Episodio de la Cuarta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 4. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre de finalización del recreo y comienzo de la siguiente clase.</p> <p>Objetivos - Completar el estudio de las traslaciones.</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - Sobre Traslaciones:</p>

<p>- Familiarizarse con los giros y los distintos elementos que los definen.</p> <p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Traslaciones: <ul style="list-style-type: none"> - Vector de traslación, dado gráficamente o mediante coordenadas. ▪ Giros: <ul style="list-style-type: none"> - Repaso de ángulos: Reconocimiento de ángulos. Sentido de un ángulo. - Centro y ángulo de giro. - Obtención del ángulo de un giro, dados su centro, una figura y su transformada. - Construcción de figuras giradas de otras dadas, según un giro prefijado, estando el centro de giro en distintas posiciones respecto de la figura dada. <p>Descripción</p> <p>Llega Pa pero no están los alumnos porque no se dan prisa en volver del recreo. Poco a poco van entrando y se colocan en los mismos grupos de las sesiones anteriores. El ruido al colocar mesas y sillas es muy grande. De pronto los alumnos de uno de los grupos de atrás, comienzan a pelearse a gritos, tiran al suelo un libro y papeles. Pa no interviene, en principio. Después de unos minutos Pa se dirige a ellos (este grupo se está comportando todos estos días de modo problemático) y les riñe y amenaza con poner un parte, aunque luego trata de retirarlo. Pa reparte a algunos grupos la misma Hoja de Actividades sobre traslaciones y giros que ya entregó a otros en la sesión anterior. Comienza el trabajo de los grupos. Algunos siguen realizando la Actividad 15, otros hacen las siguientes y los menos, comienzan las relativas a los giros. Como en episodios anteriores, recogemos algunos ejemplos de las intervenciones en los grupos, centrándonos ahora en las referidas a las Actividades 16 (DisPa, 405-6) y 17 (DisPa, 411-4). Éstas consisten, fundamentalmente, en trasladar gráficamente figuras (un trapecio, en la primera y un triángulo en la segunda) dado un vector de traslación, bien gráficamente, bien mediante las coordenadas de su origen y extremo.</p> <p>Pa aclara y supervisa el trabajo:</p> <p><i>Pa: Eduardo, ¿para dónde vamos a echar el cuadrado? Empieza por el primero ¿vale? Tienes que echar el cuadrado 3cm a la derecha... (TaPa, 608-9).</i></p> <p>En torno a la Actividad 16, en la hay que trasladar un trapecio según dos vectores dados gráficamente:</p> <p><i>Pa: Hay que moverlo según las dos flechitas, primero lo muevo según esta flechita que pone 3 para abajo, pone 3 para abajo y ahora lo tienes que mover según la otra flecha.</i></p> <p><i>A: Pero ¿qué es? ¿V pone ahí?</i></p> <p><i>Pa: V', V'.</i></p> <p><i>A: Ah, pero ¿éste o éste?</i></p> <p><i>Pa: Todo, toda la figura entera. La muevo primero 5 cuadritos para la derecha. Uno, dos, tres, cuatro, cinco,..., y después uno para arriba y así todo (TaPa, 746-52).</i></p> <p><i>Pa: Bueno, esto es según esta flecha. Ahora tienes que moverlo según la otra flecha. Ahora lo tienes que echar para allá. ¿Vale?</i></p> <p><i>A. ¿Cuántos cuadritos son?</i></p>	<p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>- Sobre Giros:</p> <ul style="list-style-type: none"> - De identificación y reconocimiento - De búsqueda y elaboración de respuestas. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Segunda y Tercera Hojas de Actividades correspondiente a las Traslaciones y los Giros. - Regla y compás, - Escuadra y cartabón. - Semicírculo graduado <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos se sientan en los mismos grupos, de cuatro componentes, de los días anteriores. Hay mucho ruido, poca concentración y poco ritmo de trabajo. El alboroto inicial del grupo se va calmando poco a poco, aunque no aumenta mucho ni</p>
--	---

<p><i>Pa: Son 5 para el lado y 1 para arriba.</i></p> <p><i>A₁: Yo ya lo he hecho.</i></p> <p><i>A₂: Éste se ha copiado de mí. Este no ha hecho nada.</i></p> <p><i>A₁: ¿Qué dices, chaval? (TaPa, 790-4).</i></p> <p>En otro grupo Pa interviene supervisando si los ejercicios están correctos:</p> <p><i>Pa: Éste está bien, 3 para abajo aquí... y ahora son 5 y uno para arriba, son 5 y uno para arriba, son 5 y uno para arriba, son 5 y uno para arriba. ¿Vale? Pero los otros están mal. Hay que hacerlo poco a poco. ¿Si o no? (TaPa, 840-3).</i></p> <p>Con respecto a la Actividad 17, en la que un triángulo, de cuyos vértices conocemos sus coordenadas, ha de trasladarse según un vector dado mediante las coordenadas de su origen y extremo:</p> <p><i>Pa: ¿Qué hay? ¿Habéis acabado éste? Otras veces el vector, en vez de dártelo con la flechita, te digo las coordenadas y en vez de decirte que el vector es éste, te digo que el vector va del (0, 0) al (3,1). ¿Vale? Tú pintas el vector primero y ahora lo mueves 3 a la derecha... (TaPa, 844-7).</i></p> <p><i>A: (Refiriéndose a otro compañero) Mira lo poco que ha hecho hoy Manuel.</i></p> <p><i>Pa: hoy y ayer... Mañana acabamos. ¿Vale? (TaPa, 850-1).</i></p> <p>Como acabamos comprobar, a veces están muy mezclados unos tipos de intervenciones y otros.</p> <p>Cuando han transcurrido unos treinta minutos de la sesión, la mayor parte de los grupos ha terminado el estudio de las traslaciones. Pa reparte una nueva Hoja con Actividades relacionadas con el estudio de los giros.</p> <p>Muchos alumnos no tienen compás, ni semicírculos graduados, aunque Pa les había pedido el día anterior que los trajeran.</p> <p>La primera Actividad de giros, la 18, está precedida de una especie de medidor de los ángulos más frecuentes.</p> <p>En ella se pide calcular el ángulo de giro de unas cuantas parejas de figuras dadas. También aparecen Actividades que plantean transformar figuras mediante giros de centro y ángulo de giro dados. O bien, dadas dos figuras giradas, identificar el centro de giro. O bien, relacionar algunos puntos y sus transformados (DisPa, 420-2).</p> <p>Presentamos una intervención referida a esta actividad. Por ejemplo, en el caso de la figura 3:</p> <p><i>A: Yo no sé este ejercicio.</i></p> <p><i>Pa: Hay que ver cuánto se ha girado.</i></p> <p><i>A: ¿Desde dónde se ha girado?</i></p> <p><i>Pa: Desde el punto gordo. El punto gordo es el centro...</i></p> <p><i>A: entonces tengo que hacerlo con compás.</i></p> <p><i>Pa: no. Tengo que ver cuánto gira. A ver, éste de aquí ¿dónde va?</i></p> <p><i>Pa: ¿Cuánto es ese ángulo de aquí?</i></p> <p><i>A: 60º o 35º. No, 90º</i></p> <p><i>Pa: a ver, vamos a ver. Yo creo que es de 45º. Este es de 90º. Este está bien.</i></p> <p><i>A: vale, vale.</i></p>	<p>la concentración, ni el ritmo de trabajo. Cada día que pasa el clima de la clase se va deteriorando progresivamente. En gran parte puede ser debido a la proximidad de las vacaciones.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Pa tiene previsto que cada Hoja de Actividades sea para una sesión de clase. Pero como deja a los alumnos que trabajen con su propio ritmo, el desfase entre unos grupos y otros, y entre cada estudiante va siendo cada vez mayor. Puede afirmarse que, en la práctica, no hay organización del tiempo.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>Como en las sesiones anteriores, no se dirige en ningún momento al gran grupo y toda su relación con los alumnos es en los pequeños grupos</p>
---	--

<p><i>Pa: y este no está del todo. La mitad de 90º es 45º ¿vale? ¿Y éste?</i></p> <p><i>A: Ya está. Ella tiene puesto 450.</i></p> <p><i>Pa: No, es el cerito de arriba, el cerito de los grados.</i></p> <p><i>A: ¡ay, ay!... Gracias (TaPa, 778-88).</i></p> <p>Presentamos a continuación un ejemplo de intervención referida a la Actividad 19, en la que se han de girar 90º algunas flechas y un par de triángulos, con centros de giro en distintas posiciones, unos exteriores, otros en el perímetro de la figura y otros en el interior de las figuras dadas (DisPa, 423-4):</p> <p><i>A: Nosotros lo estamos haciendo poquito a poco.</i></p> <p><i>Pa: Dibujo esta línea. Esta figura viene aquí. Y ahora borro la línea ésta que me ha hecho falta. ¿Vale? Miro cada uno en qué círculo se va a mover, en qué circunferencia, y ahora éste mido 90º y para éste también 90º, que es el ángulo que tiene que girar: 90 y 90. ¿Lo veis o no? ¿Vale? Entonces éste también está mal y éste también está mal, fijate que este trozo mide menos y el centro está en el medio. Cuando gire, el punto sigue estando en el medio. Tenéis que repetir éste y éste y éste está un pelín cutre, usa el compás y hazlo en condiciones. Está muy cutre.</i></p> <p><i>A: Pues lo he hecho con la regla (TaPa, 701-13).</i></p> <p>Esta explicación se repite en varios grupos, en unos casos de forma más extensa que en otros.</p> <p>Ahora presentamos un ejemplo de intervención referido a la Actividad 20a), en la que se pregunta qué ocurre cuando se gira una figura 360º:</p> <p><i>Pa: Vamos a ver, si yo tengo esto y lo giro 360º, se queda en el sitio actual. Si yo tengo éste y le doy toda la vuelta, se queda en el mismo sitio. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: Aquí se le da la vuelta 360º...</i></p> <p><i>Pa: si le das 360º se queda igual.</i></p> <p><i>A: ya lo tengo ahí señalado (TaPa, 800-3).</i></p> <p>En otro grupo Pa interviene de modo similar:</p> <p><i>Pa: ¿Qué hay?</i></p> <p><i>A: ¿aquí que hay que hacer ahora?</i></p> <p><i>Pa: Esta figura, cualquier figura, si la giro 360º se queda exactamente igual ¿vale? Cualquier figura si la giro 360º se queda exactamente igual. ¿Vale? (TaPa, 987-9).</i></p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la actitud o el comportamiento de algún alumno: <ul style="list-style-type: none"> <i>Pa: Juan, no te me pongas...</i> <i>J: No, no te me pongas no, profesor, que me tienes manía, que no puede ser... que yo no he hecho nada...</i> <i>Pa: no has hecho nada... (TaPa, 610-1).</i> <i>A: Profe, ¿puedo ir al servicio?</i> <i>Pa: Tú siempre igual. Un día te voy a dejar que... Anda vete al servicio (TaPa, 702-3).</i> <i>Pa: ¿Qué pasa, Eduardo? Eduardo, tranquilo (TaPa, 678).</i> ➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>A: Profesor, ¿este dibujo va a caber aquí?</i> 	<p>donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte la Hoja de Actividades correspondiente, según la van necesitando. - Da instrucciones para resolver la tarea. - Da materiales a los grupos que no tienen. - Explica con paciencia cómo trasladar las figuras. - Resuelve él mismo la tarea, a veces, haciendo comentarios sobre lo que han realizado los alumnos hasta el momento. - Supervisa el trabajo de los alumnos. - Corrige a los estudiantes, señalando lo que no está bien y fijándose también en la presentación. - Pide a los alumnos que traigan instrumentos de dibujo. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lleva a cabo las Actividades propuestas. - Pocos alumnos han
--	---

<p><i>Pa: Dime. Sí, más o menos cabe, porque este viene para acá y para allá y éste... sí, más o menos cabe.</i></p> <p><i>A: Vale.</i></p> <p><i>Pa: Si no, lo haces a lápiz. ¿Vale? (TaPa, 605-7).</i></p> <p><i>Pa: ¿Sale o no sale?</i></p> <p><i>A: Espérate profesor, que me estoy rayando tela.</i></p> <p><i>Pa: Primero vamos a ver cuál vamos a mover (TaPa, 622-3).</i></p> <p><i>Pa: ¿Habéis terminado la Hoja?</i></p> <p><i>A: Mira profesor, lo que he trabajado (TaPa, 780).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con los instrumentos de dibujo y el material:</p> <p><i>Pa: ¿Tienes transportador de ángulos? ¿No? Voy a ver si te encuentro alguno para que veas cómo gira esto (TaPa, 591-2).</i></p> <p><i>Pa: ¿Tenéis regla? ¿Queréis un par de reglas más?</i></p> <p><i>A: ¿La de medir? Sí, mejor. ¿Me das la regla?</i></p> <p><i>Pa: ¿Tú tienes la ficha? (TaPa, 593-5).</i></p> <p><i>A: profesor, cuando puedas.</i></p> <p><i>Pa: ¿Tienes sacapuntas? (TaPa, 701).</i></p> <p><i>Pa: Este se gira 90º y éste... A ver, voy por un compás (TaPa, 637).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>Pa: El cuadrado es éste. 3cm hacia la derecha, ¿no? si quieres le ponemos nombre: A, B, C y D. Muevo A 3cm para acá. ¿Dónde caerá?</i></p> <p><i>A: Aquí, profesor.</i></p> <p><i>Pa: Pero mídelo.</i></p> <p><i>A: no tengo regla.</i></p> <p><i>Pa: te doy otra, espera. Y muévelos todos. (Los vértices del cuadrado) (TaPa, 624-8).</i></p> <p><i>Pa: Este se gira 90º y éste... Éste es el centro, entonces este gira de aquí a aquí. ¿Vale? (TaPa, 638).</i></p> <p><i>Pa: La diferencia entre éste y éste (se refiere a las figuras 1 y 4 de la Actividad 18) es que uno gira 90º en el sentido de las agujas del reloj y el otro 90º en el sentido contrario ¿Has visto? (TaPa, 788-90).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Pa sigue explicando en un grupo unos momentos más.</p>	<p>traído los instrumentos de dibujo que se necesitan. Algunos empiezan a usar el lápiz, pero la mayoría sigue con el bolígrafo y sin usar la regla.</p>
--	--

Tabla [Pa 4. 1]: Resultados del episodio [Pa 4. 1]

3. 2. 1. 5 RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, ORGANIZADOS EN UN SOLO EPISODIO: CONTINUACIÓN DE LOS GIROS

EPISODIO	OBJETIVO	CONTENIDO	ACTIVIDADES	TIEMPO
5. 1	- Finalizar el estudio de los giros	- Relación entre los puntos de una figura dada y sus transformados - Identificación del centro de giro - Cálculo del ángulo de giro - Identificación de figuras invariantes - Orden de giro	Buscar el centro y el ángulo de giro dadas varias figuras y sus transformadas Identificar figuras invariantes	No está organizado.

Tabla [Pa 5]: Episodio de la Quinta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 5. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase</p> <p>Objetivo - Finalizar el estudio de los giros.</p> <p>Contenido - Relación entre los puntos de una figura dada y sus transformados. - Identificación del centro de giro, dada una figura y su transformada. Cálculo del ángulo de giro en distintos casos. - Identificación de figuras invariantes respecto de determinados giros. Orden de giro.</p> <p>Descripción Los alumnos llegan espaciadamente, sueltan la mochila y salen de nuevo. Cuando llega el profesor hay 7 alumnos. Enseguida son 18. Pa saluda en voz baja a quienes están más cerca y comienza a repartir varias Hojas, mientras dice que son Actividades para hacer en casa durante la Semana Santa. Un alumno hace en su grupo un comentario jocoso al respecto. Pa no muestra si lo ha oído. No hay Hojas de trabajo suficientes para todos. Envía a un alumno a hacer fotocopias. Algunos grupos no pueden comenzar a trabajar, ya que han terminado la hoja anterior y no les ha llegado la nueva. Faltan los alumnos de dos grupos casi completos. Pa integra a los alumnos que han quedado sueltos en otros grupos. El grupo que ayer armó tanto jaleo está pacífico, pero charlan todo el tiempo y no trabajan. Siguen con la Hoja de trabajo referida a las traslaciones. Son los únicos que no la han terminado. Pa va pasando por los grupos, les pregunta por lo que han hecho y les reparte las</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De identificación y reconocimiento.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Nueva Hoja de trabajo sobre Giros. - Hojas de Actividades de ampliación y refuerzo para Semana Santa. - Regla, compás, escuadra y semicírculo graduado. Hay pocos semicírculos pero han traído algunos. Pa ha traído escuadras y compases.</p> <p>2. 4 Organización y</p>

<p>Hojas de trabajo para las vacaciones:</p> <p><i>Pa: Estos son los ejercicios para que me los entreguéis después de Semana Santa y los corregimos. ¿Vale? Éstas para ti. ¿Vale? Estas cuatro. Y éstas para ti. Me los entregáis después de Semana Santa.</i></p> <p>Pa hace una intervención relacionada con la evaluación:</p> <p><i>Pa: Os dije que no iba a haber examen del tema este. Entonces, lo que quiero que me hagáis son estos ejercicios en Semana Santa. ¿Vale? (TaPa, 830-2).</i></p> <p><i>Pa: La nota del tema irá con los ejercicios estos y la visita que hagamos al alcázar y cosas de esas (TaPa, 837-8).</i></p> <p><i>A: ¿Y cuándo vamos a hacer la visita al Alcázar, profesor?</i></p> <p><i>Pa: Yo quiero el martes después de Semana Santa.</i></p> <p><i>A: ah, vale, el martes. (TaPa, 839-41).</i></p> <p>En otro grupo:</p> <p><i>Pa: ustedes ¿no habéis hecho todavía nada? ¿Por cuál vais?</i></p> <p><i>A: hemos hecho las tres primeras de la Hoja, nos quedan las últimas.</i></p> <p><i>Pa: vale, vale. Os dije que no iba a haber examen del tema este. Entonces, lo que quiero que me hagáis son estos ejercicios en Semana Santa. ¿Vale? (TaPa, 845-7).</i></p> <p>Una vez repartidas las fotocopias, se dedica, como en días anteriores, a ir por los grupos respondiendo las preguntas que le van haciendo. Como ejemplo, presentamos su intervención en relación con algunas Actividades planteadas, pues no hay datos de todas. En primer lugar, sobre la Actividad 22, en la que se presenta una noria con 24 canastillas y hay que medir distintos ángulos según sus posiciones (DisPa, 430-4):</p> <p><i>A: necesito un transportador para medir los ángulos.</i></p> <p><i>Pa: fíjate en el dibujo. ¿Cuántas canastas hay?</i></p> <p><i>A: 24.</i></p> <p><i>Pa: ¿y cuántos grados hay en total?</i></p> <p><i>A: 360.</i></p> <p><i>Pa: Pues tendré que dividir 360 entre...</i></p> <p><i>A: 24 y sale uno.</i></p> <p><i>Pa: sale uno. Ya después cuento cuantos pasos tengo que dar para llegar desde aquí hasta aquí, hasta la mitad. ¿Vale? Enséñame otro.</i></p> <p><i>A: esto ya lo he hecho yo, mira. Me lo ha estado explicando ella. ¿Qué ángulo tiene que girar para que se coloque a media altura? 90º. ¿Y a máxima altura? 180º. Y ahora ¿qué tiene que girar para...?</i></p> <p><i>Pa: 180º menos este poquito, 180º menos este poquito. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: sí, sí.</i></p> <p><i>Pa: vale, este está claro. ¿Cuál ahora? (TaPa, 951-9).</i></p> <p>En otro grupo interviene en relación con la Actividad 23, en la que se presentan figuras invariantes mediante giros de distintos ángulos y se piden éstos (DisPa, 435-8):</p> <p><i>Pa: ¿Cómo vamos?</i></p> <p><i>A: Yo lo veo muy fácil.</i></p> <p><i>Pa: ¿Lo ves muy fácil?</i></p>	<p>Clima del Aula</p> <p>Vuelven a sentarse en grupos, de cuatro alumnos, del modo ya habitual.</p> <p>El jaleo va aumentando a medida que avanza la clase. Al final son pocos los que están trabajando.</p> <p>2.5 Organización del Tiempo</p> <p>El comienzo de esta sesión ha sido más lento de lo habitual, ya que mientras van llegando los alumnos han transcurrido algo más de 10 minutos. Dedicamos toda la sesión a los giros, puesto que en la próxima va a introducir los frisos. Durante todo el episodio, los alumnos se dedican a hacer las actividades propuestas en la Hoja, cada cuál a su ritmo.</p> <p>2.6 Papel del Profesor</p> <p>Como en las sesiones anteriores, no se dirige en ningún momento al gran grupo y toda su relación con los alumnos es en el pequeño grupo donde:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte nuevas Hojas de Actividades. - Organiza lo que hay
--	---

<p>A: Este no.</p> <p>Pa: ¿Este no ¿qué?</p> <p>A: que no. Que si lo giras, por ejemplo, 90º sigue siendo la misma figura pero ya no es la misma.</p> <p>Pa: Tienes que hacer el giro. Fíjate, si hago el giro... Yo tengo esto, lo tengo así, si lo giro 180º se queda quieto.</p> <p>A: Pero si lo giro así, no.</p> <p>Pa: Claro, depende del giro. Este funciona con varios giros.</p> <p>A: son muchos.</p> <p>Pa: Pon los giros que valen (TaPa, 715-20).</p> <p>El clima del aula vuelve a deteriorarse, pareciéndose a la de los días anteriores, pero se nota que es la 1ª hora de clase y esperan a que toque el timbre para levantarse. Llegan 2 alumnos, evidentemente para la clase siguiente. Les da las fotocopias que ha repartido antes y les explica lo que tienen que hacer.</p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con los instrumentos de dibujo: Yo te traigo un compás. A₁: sí, un compás. ¿No? (TaPa, 721-2). ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: Todo esto guardadlo y poneos a hacer la ficha. Ya lo miraréis. Hay alguno más complicado, no os preocupéis. A: ¿Tenemos que hacerlo todo limpio? Pa: Si veis que lo vais a guarrear le hacéis fotocopia antes. ¿Vale? Lo de la visita al Alcázar, eso ya lo hablaré y os lo digo el lunes. ¿Vale? (TaPa, 848-51). ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: Pa: Por ejemplo, esta figura, si gira 90º, varía, pero si gira 180º se queda igual. ¿Vale? Entonces, en este ejemplo, ésta se queda invariante por un giro de 180º o 360º. Y éstas admiten otros giros. ¿Vale? Aquí, por ejemplo, el vértice éste vuelve entero aquí, 360º. Pero, en este caso puede que venga aquí, puede que venga aquí, puede que venga aquí, puede que venga aquí o puede que venga aquí, ¿qué ángulos son esos? A: ehhh... Yo no lo entiendo. Pa: ¿Qué ángulo es éste? Si éste punto viniera aquí, la figura se quedaría igual. ¿No? Este vendría aquí, éste aquí, éste aquí, éste aquí y éste aquí. ¿Vale? ¿Qué ángulos hay? A: ehhh... Pa: 60º. ¿Por qué? Mira. La circunferencia entera son 360º. ¿Vale? Y aquí tengo seis partes. Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis. 360º entre seis, 60º. ¿Vale? Ahora vamos a ver. Este es el primero y ha venido al dos y ha girado 60º y viene aquí, y viene aquí, y viene aquí, 300º y viene aquí, 360º. ¿Vale? Pues esos son los giros que lo dejan invariante. 60º, 120º, 180º, 240º, 300º y 360º. Se dice que la figura, que tiene orden de giro seis. ¿Vale? Orden de giro, seis, porque hay seis 	<p>que hacer.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Explica con paciencia los detalles de cada Actividad concreta, paso a paso. - Resuelve él mismo la tarea, a veces, haciendo comentarios sobre lo que han realizado los alumnos hasta el momento. <p>En ocasiones sus explicaciones son largas, cuando Pa necesita precisar cómo se realiza el movimiento que se esté trabajando. Si el alumno ha hecho ya algunas Actividades del mismo movimiento, sus preguntas son más cerradas y sus respuestas y explicaciones más escuetas.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lleva a cabo las Actividades propuestas. - No se responsabiliza de traer a clase los instrumentos de dibujo que necesita. - Cada día que pasa parece menos implicado en el trabajo.
---	--

<p><i>movimientos, uno, dos tres, cuatro, cinco y seis. ¿Vale? Esto está en las catedrales en los rosetones, en las flores hay cosas de esas, por todos lados. Eso es lo que quiero que veamos cuando vayamos por ahí ¿eh? Pues jugad con todas, mirad las puntas que hay y ved cuánto se puede girar. Éste, por ejemplo, mirad las puntas y dividid 360º entre... Y éste tiene varias soluciones. Puede ser de 90º en 90º y va aquí, o puede ir a 45º o ... ¿Vale? (TaPa, 990-1012).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Aún así Pa sigue explicando por los grupos. Cuando termina se dirige a su mesa, se sienta y hojea unos papeles.</p>	
---	--

Tabla [Pa 5. 1]: Resultados del Episodio [Pa 5. 1]

3. 2. 1. 6 RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, ORGANIZADOS EN TRES EPISODIOS: FRISOS

Una vez estudiados los distintos movimientos, Pascual introduce los frisos mediante una serie de Actividades que no aparecen en el diseño inicial realizado con los miembros del G₁, habiéndolas seleccionado posteriormente. Esta improvisación está motivada por el hecho de haber sido el único componente de su grupo de trabajo para la planificación de la experiencia, en el Curso de Formación, que decidió llevar sus alumnos al Alcázar:

Además yo propongo un estudio de los movimientos en los frisos, que culminaría con una visita a los Reales Alcázares. Previamente, en clase, dedicaremos una última sesión al estudio de los frisos, realizaremos Actividades para reconocer qué movimientos existen en un friso, daremos una fotocopia con la clasificación de los frisos. Podemos realizar alguno y explicaremos en qué consiste el trabajo que vamos a realizar en el Alcázar (DisPa, 235-41).

EPI-SO-DIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEM-PO
6. 1	- Iniciar el estudio de los frisos para preparar la visita al Alcázar	- Siete tipos de frisos: dado el motivo mínimo, se generan aplicando alguno(s) de los movimientos o/y composiciones diversas de los mismos	Presentación de información sobre los frisos y su tipología. (Exposición por parte del profesor).	8 m
6. 2	- Iniciar activamente a los alumnos en los distintos tipos de frisos y su construcción	- Clasificación de distintos tipos de frisos dados gráficamente - Búsqueda del elemento mínimo en cada caso dado	Identificar el elemento mínimo y a qué tipo pertenece	20 m
6.3	- Recapitular el trabajo realizado.	- Tipos de frisos.	Corrección de las Actividades, en la pizarra. Presentación de información.	10 m

Tabla [Pa 6]: Episodios de la Sexta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 6. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Iniciar el estudio de los frisos para preparar la visita al Alcázar.</p> <p>Contenido Siete tipos de frisos. Dado el motivo mínimo se generan mediante: - Una traslación. - Una simetría vertical y una traslación. - Una simetría horizontal y una traslación. - Una simetría con deslizamiento y una traslación. - Un giro de 180º y una traslación. - Un giro, deslizamiento y una traslación. - Un giro, una simetría vertical y una traslación.</p> <p>Descripción Se trata de la primera sesión después de Semana Santa. Los alumnos van llegando poco a poco. A los cinco minutos de haber comenzado hay 22 y continúan entrando en clase. Pa les pregunta si han tenido problemas con las actividades de ampliación y refuerzo que pidió que hicieran durante las vacaciones. También les pregunta si les ha quedado claro lo que es un giro, una traslación y una simetría. Si saben dibujarlos. Y añade: <i>He estado hablando con el Jefe de Estudios para la visita al Alcázar. Será el próximo jueves o el martes siguiente. Hay que poner dinero para comprar los bonobuses.</i> <i>Para acabar el tema os cuento un poco lo que son los frisos (OPa, 310-3).</i> Pone un libro en alto y muestra una foto. Él está delante, de pie, frente a la clase. Se va a la pizarra para explicar cómo se generan los frisos. Para apoyar la explicación a todo el grupo-clase, Pa no trae preparadas transparencias, sino que hace dibujos improvisados reproduciendo los frisos del libro de texto antes reseñado. Explica cómo se generan los distintos tipos de frisos, uno a uno. Lo hace deprisa. Los alumnos no hacen preguntas. Concluye diciendo: <i>Éstos son, más o menos esquemáticamente, los frisos (OPa, 314-7).</i> Pa tiene intervenciones de diverso tipo: ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: Pa: hay que ir allí... y hay que formar grupos de cuatro.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - Presentación de información.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Fotocopia de una página del libro de texto de 4º Opción A de McGraw Hill, 1995. (No es el habitual de los alumnos). - Tiza y pizarra.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Escrito en la pizarra: Sentados por parejas. Cuesta que se callen. Se ponen contentos con la noticia de la visita al Alcázar, pero siguen gritando.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Espera los diez primeros minutos a que lleguen todos, mientras va preguntando cómo les ha ido con los ejercicios que les dio para que los hicieran durante las vacaciones de Semana Santa. A continuación, dedica unos ocho minutos a exponer el contenido que se ha propuesto. En todo momento, el protagonismo es suyo.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor - Pregunta si han tenido dudas con las Actividades que habían de hacer en Semana Santa. - Recuerda contenidos</p>

<p>Trabajaréis juntos y tomaréis juntos los datos. El trabajo que tenéis que entregar después es individual.</p> <p>El próximo día os voy a traer la fotocopia del trabajo (TaPa, 1114-6).</p> <p><i>Algún alumno pregunta:</i></p> <p>A: ¿Y hay que pagar? ¿Echamos el día entero? (OPa, 318).</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo:</p> <p>Pa: <i>¿Habéis tenido problemas con los ejercicios?</i> (TaPa, 1114) (Se refiere a las Actividades de Ampliación y Refuerzo que pidió que hicieran durante las vacaciones).</p> <p>Pa: <i>¿Os ha quedado claro lo que es un giro, una traslación y una simetría? ¿Sabéis dibujarlos? Os saldrán los ejercicios o no pero tenéis una idea ¿no?...</i> (OPa, 305-8).</p> <p>Evento final</p> <p>Pa termina la explicación al gran grupo y deja la pizarra.</p>	<p>fundamentales y da por válido “tener una idea”.</p> <p>- Informa sobre la visita al Alcázar.</p> <p>- Explica oralmente nuevos contenidos.</p> <p>Durante su exposición, el protagonismo de protagonismo de Pa es total, ya que explica al modo más tradicional, desde la pizarra, sin dar ningún tipo de participación al alumnado.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Escucha la intervención de Pa con poca concentración y silencio. Algunos no saben de qué les está hablando, porque no se le oye bien.</p>
---	--

Tabla [Pa 6. 1]: Resultados del Episodio [Pa 6. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 6. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Pa pide a los alumnos que se pongan a trabajar, en parejas, las Actividades que les indica.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Iniciar activamente a los alumnos en los distintos tipos de frisos y su construcción.</p> <p>Contenido</p> <p>- Clasificación de distintos tipos de frisos dados gráficamente.</p> <p>- Búsqueda del elemento mínimo en cada caso.</p> <p>Descripción</p> <p>Una vez que Pa da por terminada su introducción al tema de los frisos, pide a los alumnos que se pongan a trabajar en parejas:</p> <p>Pa: <i>Haced la Actividad 38 y 39. El primer dibujo no se ve bien. Lo dejamos. Lo hacemos con los otros dibujos.</i></p> <p>La numeración no se corresponde con la de las Actividades del diseño sino con la del libro de texto señalado y el dibujo al que se refiere es el de la fotocopia que acaba de entregarles (Opa, 303-13).</p> <p>Un alumno le pregunta en alto:</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De identificación y reconocimiento.</p> <p>- De simple aplicación directa y combinada (de los distintos movimientos).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Fotocopia para cada uno de la página 127 del libro de texto 4º Opción A de McGraw Hill, 1995.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Comienza el trabajo por parejas.</p>

<p>A: Profesor ¿qué es “región”? (Opa, 314).</p> <p>Vuelve a indagar sobre posibles dudas en torno al trabajo que pidió para Semana Santa y nadie responde.</p> <p>Comienza el trabajo de los alumnos. Durante el resto del episodio no se dirige al grupo-clase, sino que atiende a los alumnos, colocados en parejas.</p> <p>A continuación ponemos algunos ejemplos de sus intervenciones:</p> <p>A: ¿qué hay que pintar?</p> <p>Pa: lo pintas ayudándote de los cuadraditos. ¿Vale?</p> <p>Pa: Bien. Ya has visto que la figura más chica que se puede tomar es ésta. En éste, es ésta de aquí.</p> <p>A: ¿por qué?</p> <p>Pa: míralo, porque esto, moviéndolo, saco el otro y ya tengo estos dos, lo traslado, lo traslado, lo traslado y ya tengo todo. ¿Vale?</p> <p>A: profesor, pero si cojo este, saco éste, que es igual.</p> <p>Pa: con éste, sacas éste, o sea, primero montas la pieza primera que vas a mover, un movimiento, una simetría, un giro, una traslación. ¿Vale? Un movimiento. Una simetría, un giro o lo que sea ¿vale? Y cuando tengo la pieza básica, empiezo a trasladar, trasladar, trasladar ¿vale? Aquí no hace falta todo esto para montarlo, con esto a lo mejor, basta. Le quito esto y se repite, con el trocito este sale todo.</p> <p>A: ¿Con este trozo tan chico?</p> <p>Pa: sale todo. Primero lo muevo para acá, luego lo muevo para allá y luego empiezo a trasladarlo (TaPa, 1027-41).</p> <p>Se dirige hacia otra pareja:</p> <p>A: esto es un giro de 180° y traslación. Porque mira, está al revés y...</p> <p>Pa: primero piensa qué pieza es la que muevo, qué pieza es la que muevo. Ésta no es igual.</p> <p>A: si es igual, pero al revés.</p> <p>Pa: no es igual, está al revés. Es como el pie, este pie es igual que éste, pero no es igual, está al revés.</p> <p>A: ¿lo voy moviendo de dos en dos? ¿Dos círculos?</p> <p>Pa: Moved dos círculos.</p> <p>Pa: ¿Qué movimientos hay ahí?</p> <p>A: ya me estoy liando...</p> <p>Pa: no mires el círculo entero. Mira solo el trocito de dentro.</p> <p>A: ¿Qué trocito?</p> <p>Pa: el trozo alegre. Bueno, no sé, en el dibujo qué trozo sale de verdad, el trozo blanco, si quieres... Al trozo blanco ¿qué es lo que le haces?</p> <p>A: un giro de 180° y una simetría.</p> <p>Pa: o sea, giro de 180° y simetría. ¿No? Giro 180° más deslizamiento.</p> <p>A: se le da la vuelta...</p> <p>Pa: si le das la vuelta al blanco se queda así. Mira, vuelta y simetría. Giro de</p>	<p>Se ha producido cierto silencio.</p> <p>Poco a poco el ruido vuelve a ser grande. Los alumnos no parecen implicados en la tarea, charlan y no trabajan. Hoy están aún menos concentrados que los otros días. (Es el primer día de clase después de vacaciones).</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica unos 20 minutos al trabajo en parejas.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>Atiende a los alumnos de forma similar a la ya presentada varias veces en episodios anteriores:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Da instrucciones sobre la tarea. - Resuelve él mismo la tarea haciendo comentarios sobre lo que han realizado los alumnos hasta el momento. - Señala lo que no se ha entendido bien. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trabaja con su compañero en las Actividades propuestas. - Se preguntan entre si o al profesor cuando lo necesitan. - No usan el lápiz ni los instrumentos de dibujo. - Emborronan los dibujos.
--	---

<p>180º... (TaPa, 1042-53).</p> <p>Pa tiene en este episodio, fundamentalmente, intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea, como acabamos de comprobar.</p> <p>Evento final</p> <p>Pa corta el trabajo de las parejas para corregir en gran grupo el trabajo propuesto.</p>	
--	--

Tabla [Pa 6. 2]: Resultados del Episodio [Pa 6. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 6. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Pa comienza a corregir en el grupo-clase el trabajo realizado por las parejas.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Recapitular el trabajo realizado.</p> <p>Contenido</p> <p>- Tipos de frisos.</p> <p>Descripción</p> <p>Desde delante Pa se dirige a toda la clase y explica, sacando a la pizarra a un alumno:</p> <p>Pa: <i>¿Habéis acabado más o menos? ¿Sí? Lo primero será ver cuál es la pieza que traslado: Sería del tipo 2. Ésta es la pieza que se traslada. ¿Vale? Lo primero que hago es ver cuál es el azulejo, la pieza que voy trasladando. Entonces la pieza que traslado está formada por estos dos trozos juntos. ¿Vale? Y se mueve. Y ahora voy a estudiar cómo se ha formado la pieza primera. ¿Vale? ¿Qué se puede quitar? Primero qué se puede quitar, después la pieza básica y ahora ya la traslado. La región original sería este trozo solo y luego, la pieza base la traslado. ¿Vale?</i> (TaPa, 1088-95).</p> <p>Pa: <i>¿Alguien ha hecho éste?</i> [El segundo].</p> <p>A: yo.</p> <p>Pa: <i>sal, hombre, sal. Escribe o dibuja en la pizarra</i> (TaPa, 1096).</p> <p>El alumno dibuja el motivo mínimo del segundo ejercicio:</p> <p>Pa: <i>esa es la pieza que se repite. Entonces esa es la pieza que voy trasladando y sale todo esto con las traslaciones. Y ahora en la pieza ésta voy a estudiar qué movimientos he hecho para conseguirla. Esa es la región mínima que genera toda la pieza. Simetría vertical, simetría horizontal y después la traslación. Entonces ¿de qué tipo es?</i> (TaPa, 1097-1102).</p> <p>No se entienden las respuestas, pues hablan varios alumnos a la vez.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De contraste (corrección).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos</p> <p>Didácticos</p> <p>- Tiza y pizarra.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos continúan sentados en parejas y Pa está delante de todo el grupo, en la pizarra. Va sacando a distintos alumnos para ver de qué tipo de friso se trata en cada caso, dirigiéndose al gran grupo en general.</p> <p>No hay mucho silencio, se produce cierta participación, pero no todos están atentos a lo que se dice desde la pizarra.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Pa dedica a la corrección de las Actividades lo que queda de sesión, unos diez minutos escasos, salvo los últimos minutos, en los que habla de la visita al Alcázar y cómo organizarse para hacer el</p>

<p>Cada alumno que sale va dibujando en la pizarra el friso correspondiente y Pa explica:</p> <p>Pa: <i>vamos trasladando el trozo éste. ¿Vale? ¿Y dentro de éste, qué es lo que hay? Un giro. Si lo giro 180º me viene aquí. Entonces lo que tengo que hacer es un giro de 180º. Así que giro de 180º y una traslación. ¿Qué tipo es?</i> (TaPa, 1105-8).</p> <p>Varios alumnos responden, pero, de nuevo, de forma ininteligible.</p> <p>Pa: <i>cuando vayamos al Alcázar para verlos, lo que se hace justamente es partir de los frisos y rellenar con ellos la pared entera. No suelen aparecer aislados, sino unidos en filas para cubrir la pared.</i></p> <p><i>Para los trabajos vais a estar repartidos en grupos.</i></p> <p>A: <i>¿qué trabajos?</i></p> <p>Pa: <i>Cada uno vais a hacer un trabajo. En la visita al Alcázar, al final hay que hacer un trabajo. El próximo día os voy a traer la fotocopia del trabajo.</i></p> <p>A: <i>¿qué trabajos?</i> (TaPa, 1110-6).</p> <p>Los alumnos vuelven a hacer la misma pregunta porque no saben de qué está hablando.</p> <p>Sugiere que lleven cámaras digitales. Como son cuatro por grupo, a lo mejor pueden conseguir alguna. Él tiene una.</p> <p>Pa tiene intervenciones de diverso tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>¿Habéis tenido problemas con los ejercicios?</i> (Los que pidió que hicieran en Semana Santa). <i>¿Os ha quedado claro lo que es un giro, una traslación y una simetría?</i> <i>¿Sabéis dibujarlo? Os saldrán los ejercicios o no, pero tenéis una idea.</i> <i>¿No?... (OPa, 305-8).</i> ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea: <ul style="list-style-type: none"> Pa: <i>esa es la pieza que se traslada. ¿Vale? Lo primero que hago es ver cuál es el azulejo, la pieza que voy trasladando</i> (TaPa, 1088-9). <i>Y ahora voy a estudiar la pieza primera cómo se ha formado ¿vale?</i> (TaPa, 1091-3) ➤ Intervenciones relacionadas con la evaluación del tema: <ul style="list-style-type: none"> Un alumno dice: <i>Pues yo no pienso ir (al Alcázar).</i> Pa: <i>Si no vas, haces el examen</i> (TaPa, 1094-5). <p>Evento final</p> <p>Para Pa la clase ha terminado aunque el timbre no ha tocado todavía.</p>	<p>trabajo que tienen que entregarle después de la visita.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>Pa corrige en la pizarra las Actividades propuestas y</p> <ul style="list-style-type: none"> - pregunta sobre las dudas del trabajo realizado - trata de aclarar aquellas ideas de los alumnos sobre los distintos tipos de frisos que aún estuvieran algo confusas - da explicaciones similares a la que hizo en el primer episodio de esta sesión y a las que ha ido repitiendo a los alumnos en las parejas. - requiere la participación del alumnado, haciendo preguntas breves. - Presenta la Actividad del Alcázar. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>Participa en la corrección de las Actividades, saliendo a la pizarra, bien de modo voluntario o no, cuando Pa se lo pide a alguien en concreto, bien respondiendo a las preguntas espontáneamente en cualquier momento.</p>
---	---

Tabla [Pa 6. 3]: Resultados del Episodio [Pa 6. 3]

Con esta sesión se da por concluida la experiencia en el aula.

3. 2. 1. 7 RESULTADOS DE LA SÉPTIMA SESIÓN, ORGANIZADOS EN UN EPISODIO: VISITA AL ALCÁZAR

Sobre la visita a los Reales Alcázares de Sevilla, de la que no disponemos de grabaciones por grupos, dadas las condiciones en las que se ha realizado la actividad, nos apoyamos en los resultados procedentes de la observación propia de la visita.

EPI-SO-DIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEM-PO
7. 1	- Aplicar el estudio realizado en un contexto no académico	- Área de un polígono (extraído de un objeto real) - Identificación del elemento mínimo de un friso elegido. Tipo del friso elegido. - Identificación de elementos geométricos en el entorno.	Presentación de información (organizativa del-profesor). Cálculo de áreas. Elemento mínimo y tipo de friso. Búsqueda de elementos geométricos en un contexto no académico	2h 30m

Tabla [Pa 7]: Episodio de la Séptima Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [PA 7. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Los alumnos y Pa bajan del autobús que los ha traído desde el Instituto al Alcázar.</p> <p>Objetivo - Aplicar el estudio realizado en un contexto no académico.</p> <p>Contenido - Área de un polígono (extraído de un objeto real) - Búsqueda del elemento mínimo de un friso elegido. Tipo del friso elegido. - Búsqueda de elementos geométricos en el entorno.</p> <p>Descripción Han salido del Instituto en torno a las 9:00 de la mañana 11 alumnas y 8 alumnos del grupo de 2º de ESO que estamos observando y han llegado en autobús hasta el Alcázar. Están muy ilusionados y el profesor lo parece aún más que ellos, si cabe. Nada más bajarse del autobús, Pascual les comunica los componentes de cada grupo que ha formado y va repartiendo las Hojas de cada uno de ellos. También les entrega un plano del Alcázar, porque cada uno va a trabajar en un espacio distinto del</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De presentación de información (organizativa). - De aplicación simple y combinada de información. - De identificación y reconocimiento. - De argumentación.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Plano del Alcázar. Hojas de Trabajo. Cintas métricas. - Salas y objetos del Alcázar.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Trabajo Los alumnos primero escuchan más o menos atentos las explicaciones de Pa. Después se van dispersado, en grupos de tres, por las distintas salas adjudicadas a cada grupo. Hacen</p>

<p>Alcázar y les da unas indicaciones de cómo orientarse. El día está radiante. Sin embargo, nuestro profesor había previsto salas cubiertas para todos ellos por si hubiese llovido.</p> <p>Comienza a darles unas ideas generales sobre las Actividades que van a realizar. Les comenta que todas tienen el mismo esquema. Tienen que tomar medidas de distintos objetos especificados en cada actividad, elegir un friso y dibujarlo, buscar objetos geométricos y hacer una fotografía con un lema.</p> <p>Pascual trata de transmitir a los alumnos la belleza del lugar y conforme van pasando por las salas indicadas en las Hojas de Trabajo, el grupo correspondiente se va quedando en ella y comienzan a hacer las mediciones pedidas. Aparece el primer obstáculo: Pascual no ha sabido con anterioridad que tendría que haber solicitado un permiso especial para grupos y para poder realizar mediciones, por lo que los vigilantes no dejan trabajar libremente a los alumnos. El mismo hecho de haberse ido separando para que no hubiese interferencias mutuas, ha dificultado la tarea de Pascual de ayudarlos pues, al estar dispersos por el edificio, no ha podido acudir a los distintos sitios a la vez, con lo que la gestión de la visita, tampoco ha sido fácil para él. Sin embargo, ha tratado de garantizar que los alumnos hayan podido hacer las mediciones previstas, acompañándolos en momentos puntuales, yendo de un lugar a otro infatigablemente.</p> <p>Algo inesperado ha sido la dificultad de realizar determinadas mediciones. Ha resultado interesante constatar cómo han salvado llegar a algunos puntos inaccesibles, ya que hay cuerdas que impiden el paso hasta las paredes de las salas u otros objetos. Pascual les ha ido indicando como hacer estimaciones de las medidas, por ejemplo, mirando las losetas que no podían medir y sus dimensiones.</p> <p>Otra cosa que no había previsto bien ha sido cómo reunirlos a todos al final de la visita, una vez realizadas las Actividades. De hecho, suele ser difícil, en general, conseguir hacer nada en común cuando los grupos ya están hechos, si no está muy claro todo desde el principio. A nuestro profesor le habría gustado dar una vuelta final, todos juntos, ya libres de tareas, para contemplar el recinto. Pero los estudiantes tienen hambre, quieren comerse el bocadillo y allí no puede ser. Así que deciden salir del edificio y culminar la visita gastronómicamente.</p> <p>Evento final</p> <p>Salen todos del edificio y toman el autobús de vuelta al Instituto.</p>	<p>mediciones, están atareados y concentrados.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Los alumnos son muy rápidos en hacer las tareas y acaban pronto.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>Pa explica cómo orientarse por el recinto dando indicaciones en el plano.</p> <ul style="list-style-type: none"> - distribuye los planos y las Hojas de Trabajo. - presenta las Actividades que van a hacer dentro del Alcázar. - da explicaciones a los vigilantes sobre lo que están haciendo. - da ideas para medir puntos inaccesibles. - pregunta sobre las dudas del trabajo que están realizando - trata de aclarar ideas a los alumnos sobre el tipo de friso elegido. - Trata de reunirlos al final del trabajo, sin mucho éxito. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escuchar las indicaciones del profesor. - Tomar las medidas necesarias en los objetos indicados en las Actividades. - Tomar fotografías del friso elegido por si no le da tiempo de hacer todo el trabajo allí. <p>Hacer todas las Actividades posibles allí.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Preguntar dudas al profesor y a sus compañeros. - Hacerse consciente de la belleza del recinto y del papel de las matemáticas en este contexto.
---	---

Tabla [Pa 7. 1]: Resultados del Episodio [Pa 7. 1]

3. 2. 2 RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS

Una vez establecidos los resultados de las sesiones de la experiencia llevada a cabo, presentados por episodios, para mostrar una idea lo más expresiva posible de lo sucedido en el aula, a continuación los hemos reorganizado por categorías, con el fin de facilitar el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de Pascual.

En primer lugar, presentamos los resultados correspondientes a la categoría de metodología, mediante las subcategorías que proceden del sistema emergente descrito en el Apartado 2. 4. 3. 2 para, posteriormente proceder de forma similar con la categoría de evaluación.

3. 2. 2. 1 RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA

Como ya hemos indicado, aparece una primera muestra de todas las categorías relativas a la metodología en los episodios. Ahora recogemos, referenciados, los aspectos más relevantes de los mismos relacionados con esta categoría, complementados y matizados con la valoración, el análisis y los comentarios más significativos que el propio Pascual hace sobre su práctica en la segunda entrevista, realizada recién terminada la experiencia, que aportan su visión de la misma y aclaran, complementan y/o matizan algunos de los aspectos tratados.

3. 2. 2. 1. 1 Resultados de las Características y Tipos de Actividades

Las Actividades realizadas por los estudiantes de Pascual, así como su tipología, pueden verse con toda claridad en el Apartado 3. 2. 1, correspondiente a la observación de sus clases.

En primer lugar, constatamos que las Actividades entregadas a los estudiantes y que han sido realizadas durante las sesiones que han constituido la experiencia, han sido 34, extraídas de las contabilizadas en los resultados del conocimiento declarativo (Apartado 3. 1. 1. 1), de las que hemos excluido, por una parte, la proyección de transparencias con carácter motivador, que no se ha hecho y Pascual no ha solicitado a los estudiantes que elaboren un resumen final del tema. Por otra, hemos excluido también las Actividades que integran las relaciones de '*Ampliación, Refuerzo y Adaptación Curricular*'. Éstas han sido entregadas a los estudiantes para hacer en casa, pero no se han trabajado ni corregido en las sesiones, por lo que no tenemos datos sobre el número de estudiantes que las han hecho, ni sobre la discutible

realización de las mismas, ya que Pascual se queja en la segunda entrevista de los pocos que se la han entregado.

Además, se ha realizado una puesta en común en la última sesión anterior a la visita al Alcázar [Pa 6. 3] y el cuestionario de valoración de la experiencia por parte de los alumnos. Por lo tanto, consideramos, en definitiva, 36 Actividades realizadas en la práctica.

Para poder calcular porcentajes de las distintas tipologías, hemos de tener en cuenta (como hemos indicado en el Apartado 3. 1. 1.) que una misma Actividad puede no ser tipificada unívocamente en algunos casos, por lo que el total de éstos no coincide con su número, lo que implica la necesidad de sumar todas las tipologías consignadas.

En primer lugar, hemos clasificado dos '**Actividades de Iniciación**', ambas de expresión de conocimientos previos e ideas intuitivas de los alumnos. En segundo lugar, hemos considerado siete '**Actividades de Obtención de Información**', todas ellas de '*Presentación de información*', tres mediante exposiciones orales del profesor, una de ellas organizativa; las restantes presentaciones se han producido a través de textos elaborados por él. En tercer lugar, tenemos dieciocho '**Actividades de Estructuración de la Información**', de las cuales la mayoría, doce, son de '*Búsqueda y elaboración de respuestas*', tres de '*argumentación*' y tres de '*contraste*'. También hemos seleccionado veintidós '**Actividades de Aplicación de la información**', de las cuales la mayor parte, doce, son de '*identificación y reconocimiento*', de los distintos movimientos y sus principales elementos. De las diez restantes, tres son de '*simple aplicación directa*' (una en contexto académico y dos en contextos gráficos no académicos), así como siete '**Actividades de aplicación combinada**', dos en contexto académico y cinco en contextos sencillos. No hemos clasificado ninguna como de '*aplicación compleja de información*'. Por último, consideramos una '**Actividad de metarreflexión**', por lo que el cómputo total es de 50.

Para mostrar cómo se han llevado a cabo las Actividades, hacemos un breve recorrido por las distintas tipologías.

➤ En primer lugar, con respecto a las '**Actividades de Iniciación**', que representan el **4% del total**, tenemos dos Actividades de '*expresión de los conocimientos previos de los estudiantes*'. Con la primera Actividad Pascual ha tratado de que los alumnos clasifiquen figuras según algún criterio seleccionado por ellos mismos, con el fin de que expresen las ideas intuitivas y los conocimientos previos de los estudiantes en relación con las transformaciones geométricas en el plano, sin el menor intento de formalización. Con la segunda, ha entrado

algo más en el mundo matemático de las transformaciones geométricas de modo informal y gráfico. Nuestro profesor ha pretendido que los estudiantes busquen nombres para cada movimiento: *'empujar'*, *'dar la vuelta'* y *'girar'*, para las traslaciones, simetrías y giros, respectivamente [Pa 1. 2]. Puede ser interesante usar este tipo de palabras del lenguaje ordinario como paso previo a una introducción de forma más precisa de la terminología matemática de los movimientos.

Además, creemos que la actividad *'motivadora'* por excelencia, considerada globalmente, es la visita al Alcázar, en sí misma. Al no ser de la misma naturaleza que las demás, la hemos excluido de la cuantificación general.

Cuando Pascual se ha sentido defraudado por la marcha de la experiencia, se ha preguntado si tendría que haber realizado más Actividades motivadoras:

No sé, si haber hecho más cosas motivadoras al estilo de haberles dado alguna charla introductoria, un vídeo...
(E2Pa, 700-1).

➤ En segundo lugar, en cuanto a las **siete** *'Actividades de Obtención de Información'*, que representan un **14% del total**, se trata de *'Actividades de Presentación de información'* por parte del profesor. Dos son exposiciones al grupo-clase, sobre contenidos y una organizativa a la llegada al Alcázar de Sevilla. El resto son textos, unos integrados en los propios enunciados de las Actividades y otros bajo el epígrafe *'resumen'* de la información dada. No añadimos sus explicaciones en los pequeños grupos, muy numerosas, porque las consideramos su estilo de interacción constante con los alumnos, que abordamos en el papel del profesor. Esta información grupo a grupo, se ha producido de modo fragmentario y desordenado, cuando Pascual ha ido aclarando sus dudas. En muchos casos esta información ha sido muy relevante y no podemos garantizar que la hayan recibido todos los alumnos.

➤ En tercer lugar, tenemos **dieciocho** *'Actividades de Estructuración de Información'*, que representan un **36% del total** de Actividades. Las más numerosas han sido las **doce** de *'Búsqueda y elaboración de respuestas'*, lo que supone un 24% del total de actividades. Con ellas Pascual ha tratado de que los estudiantes se hayan ido familiarizando con cada movimiento mediante pares de figuras, cada una transformada de otra dada, así como del papel que los distintos elementos juegan en ellos. También han tenido que ir descubriendo cómo se construye gráficamente el transformado de figuras variadas, en distintos casos. Mediante la realización de todas estas Actividades nuestro profesor ha pretendido que el estudiante *'descubra'* los contenidos correspondientes.

También se han realizado tres 'Actividades de argumentación', que corresponden a otras tantas Actividades en las que Pascual pide a los estudiantes que expliquen sus respuestas; y tres de 'contraste' que corresponde a las puestas en común realizadas. En realidad éstas se han reducido más bien una exposición del profesor de la información recogida mediante la observación de lo que han ido haciendo los estudiantes durante la actividad correspondiente [Pa 1.1], [Pa 1.2] y [Pa 6.3]. La participación de los estudiantes ha sido, generalmente a través de las palabras del profesor o con respuestas monosilábicas a las preguntas de Pascual y cuando han intervenido directamente, lo han hecho más bien sin orden, varios a la vez, de forma ininteligible para el conjunto del grupo-clase [Pa 6.3].

Estos contrastes han servido, además, para validar el trabajo realizado. En la última, llevada a cabo en el estudio de los frisos, más bien se ha tratado de corregir las Actividades previamente propuestas de forma rápida, que de una Actividad propiamente de cierre. El resto de correcciones se han realizado siempre en los pequeños grupos, aportando cada alumno sus resultados y buscando la supervisión de Pascual únicamente en caso de discrepancias tras debatirlas. Es en los pequeños grupos donde se ha producido, por lo tanto este tipo de intercambio de ideas, en los casos en que han tenido lugar.

Nuestro profesor se pregunta si tendría que haberles dado unos apuntes propios con los aspectos teóricos. En el G₁, es decir, con sus compañeros Pepe y Berta, han preparado unos resúmenes donde recogen las definiciones y los aspectos que han considerado fundamentales de los distintos movimientos, dos de los cuales están incluidos en el diseño. En la entrevista no se acuerda si los ha incluido o no en las Fichas que ha entregado a los alumnos, (les ha entregado solo dos, Apartado 3.1.1.1). En realidad, no tiene claro si dar a los estudiantes esos resúmenes ha tenido sentido, pues es una simple sustitución del libro de texto, del que ha querido prescindir en esta experiencia.

Sí, una recopilación para transformarle a ellos los apuntes quizá, de habérselo dado escrito... Alguna de esta gente [del G₁] tenía resúmenes de teoría en algunas Actividades, que yo no sé si los quité al final en la ficha que llevaban ellos, los resúmenes esos de teoría que llevaban ellos. Ahora mismo no sé si estaban o no estaban, no sé, haberles dado al final un resumen de teoría y haberles dado un folio escrito con la teoría pura y dura, era de lo que íbamos huyendo un poco, o sea que al final se queda en lo mismo que en el libro de texto que tienen (E2Pa, 227-36).

Yo no sé si con dos folios que les hubiera dado yo o tres folios, como resumen de teoría, o dictado en clase un par de folios de teoría, les hubiera servido de algo más que... (E2Pa, 244-6).

Se plantea, entonces, si habría sido mejor que ellos hubiesen hecho sus propios resúmenes, para clarificar más sus ideas. La decisión de no entregarles él nuevos resúmenes o de no

repetir en el grupo-clase lo ya dicho en los pequeños, no habría sido incompatible con la de pedir a los alumnos que expresasen por escrito las distintas conclusiones que fuesen obteniendo de su trabajo, pero no lo ha hecho.

Lo que no sé si las Actividades que propusimos han servido del todo para fijar las ideas (E2Pa, 159-60).

Sí, yo tenía pensado eso, que ellos recopilaban por escrito las cosas. Pero, al final, no se lo dije. A lo mejor se lo podía haber encargado, eso, que redactaran ellos los apuntes y corregírselos y hubieran tenido constancia escrita de los contenidos trabajados (E2Pa, 301-2).

Yo no sé si con dos folios que les hubiera dado yo o tres folios como resumen de teoría o dictado en clase un par de folios de teoría, les hubiera servido de algo más que... (E2Pa, 244-6).

Cuando al final estuvimos hablando de eso, de si al final no iba a recapitular los contenidos, tampoco sabía muy bien qué hacer con ellos, al final. (E2Pa, 260-2).

La razón de esta dubitación es haber comprobado que no todos los alumnos se han quedado con ideas claras y se ha preguntado si se han alcanzado los objetivos propuestos.

Entonces, no sé si les han quedado claras las Actividades. Yo creía que estaban muy graduadas pero se ve que no. Hacer, a lo mejor, un resumen al final de la teoría... Pero hubiera sido repetir otra vez todo entero, no sé si hubiera servido para fijar las ideas o no, o haberles elaborado unos apuntes, un día habérselos pedido (E2Pa, 165-9).

Además, contemplamos **veintidós** '**Actividades de Aplicación de la información**', que suponen un **44% del total**. De éstas, **doce** han sido '**Actividades de identificación y reconocimiento**' de los distintos movimientos. El objetivo de la mayoría de los casos es ir identificando paulatinamente los principales elementos de cada uno de los movimientos, ya que Pascual ha presentado muy estructuradas las Actividades con este fin, así como para los frisos. También hemos considerado **tres** de '**simple aplicación directa de información**', una en contexto académico y dos en otros contextos más familiares para los estudiantes) y **siete** de '**aplicación combinada de información**', dos de contexto académico y cinco en otros contextos. No hemos clasificado ninguna como de '**aplicación compleja**'. Solamente aparecen dos de ellas en las Actividades de Ampliación y una de las dos en la de Refuerzo, que hemos excluido de nuestros resultados de la práctica, como ya hemos indicado con antelación.

De estas aplicaciones, Pascual señala que no ha trabajado ningún aspecto relacionado con la vida cotidiana. No le parece fácil hacerlo en este tema, más allá de lo que ha planteado con los frisos y mosaicos, por no haberlo previsto con tiempo.

No, no de la vida cotidiana, a nadie le he propuesto... Es el no tenerlo pensado (E2Pa, 451-2).

➤ Por último, consideramos **una** '**Actividad de metarreflexión**', realizada por los estudiantes como valoración de la experiencia y reflexión sobre los aspectos más innovadores que han vivido.

En general, nuestro profesor considera que las Actividades son más sencillas que las desarrolladas en el trabajo anterior de los alumnos, de Álgebra y que, en principio, han sido adecuadas y de fácil comprensión para ellos.

No creo yo que las Actividades fueran difíciles, si comparo aquel trabajo que hicimos en Álgebra en grupo y el que hemos hecho ahora. Quizá fuera más complicado o estuvieran mucho más alejado de lo que ellos podían el de Álgebra que éste, el de Álgebra era más exigente el trabajo (E2Pa, 65-8).

Las hojas, lo que eran las Actividades de las hojas más o menos sí estaban bien. Yo los vi haciendo las fichas y más o menos las entendían y lo cogían bien (E2Pa, 155-7).

Por lo tanto, las Actividades básicas no han supuesto un problema para ningún estudiante, en opinión de Pascual. Sin embargo, describe con cierta minuciosidad cómo, a medida que el grado de abstracción de las Actividades ha ido aumentando, también lo han hecho las dificultades de algunos alumnos para su realización.

Lo que eran los tres movimientos con sus elementos, no han tenido mayor problema. O sea, medir ángulos, hacer un giro, hacer una traslación, un poco más en la parte de vectores, según lo abstracto que estuviera el vector. Ya las dificultades surgían al ir complicando el tipo de Actividad. Por ejemplo, que está pintada la flecha, todo el mundo hace la traslación, sobre todo si la flecha está pintada a continuación de la figura; si ponía la flecha suelta, también; si ponía la flecha en el origen, muchos trasladan la figura pegada a la flecha a partir del origen, en vez de mover la flecha para arriba; si el vector estaba dado por coordenadas, se perdían algunos más (E2Pa, 482-92).

Pascual narra cómo ha preparado cuidadosamente las Actividades para la visita al Alcázar, localizando las distintas salas, mosaicos y viendo cuáles se podían hacer en cada una de ellas. Sin embargo, la gestión de la visita, no ha sido fácil para él:

El día antes, que lo estuve yo viendo, estuve también preparando otras [Actividades] nuevas, para hacerlas bajo techado. Porque yo había estado viendo y había estado localizando distintos mosaicos y eso, para que estuvieran cada uno en una habitación, sin tener que moverse de un lado para otro a buscar las cosas. Más o menos bien. El problema es lo que habíamos hablado aquí alguna vez del Alcázar, que el vigilante llamaba la atención al niño, si está trabajando solo, que quería que el profesor estuviera con ellos, pero como yo los había puesto muy separados para que no se distrajeran unos con otros, pues fue difícil... Había tres grupos en los dos jardines y tres grupos dentro, pero estaban muy separados y yo podía estar dando vueltas, pero no podía estar en todos lados... (E2Pa, 80- 92).

Otra cosa que no había previsto bien ha sido cómo reunirlos a todos al final de la visita, una vez realizadas las Actividades:

Ah, bueno y entonces lo que me falló es que yo, al final, cuando vi que ya iban acabando algunos grupos y eso, intenté reunirlos a todos, quedar con ellos en un sitio. Ya veía yo a mucha gente a partir de las 12 o por ahí, ya había mucha gente en el Alcázar y digo, pues ahora nos reunimos todos juntos con el profesor y eso, estaban los guardas de fuera, y damos una vuelta ya a nivel de ver el edificio, damos una vuelta antes de coger el

autobús para casa. Pero ya no hubo forma de reagruparlos, querían comer, allí dentro no se podía comer, entonces acabamos, salimos afuera y acabamos antes (E2Pa, 131-9).

No obstante, está satisfecho del desarrollo de la visita y del trabajo llevado a cabo en el Alcázar por los alumnos, aunque a veces tenía que acompañarlos para que pudiesen hacer las mediciones.

La excursión al Alcázar pues en su mayoría, a vistas de ver el trabajo de que es lo que han hecho, allí los vi trabajando a casi todos, si quitamos a un par de grupos, estaban trabajando, estuve dando vueltas (E2Pa, 72-4).

Pues bueno, a medir ahora que estáis aquí conmigo y ya después os ponéis a hacer otra cosa y... Entonces, las Actividades sí funcionaron bien (E2Pa, 98-9).

Había que medir por pasos, había que medir por palmos, no se podía llegar hasta el final de la habitación porque había una cuerda y había que contar las losetas, o sea, que por ahí bien (E2Pa, 126-8).

➤ **Actividades para hacer en casa**

Una vez recogidos todos los resultados que hemos considerado relevantes de las Actividades realizadas, pasamos a presentar algunas apreciaciones significativas de la segunda entrevista de Pascual, con respecto a las Actividades para hacer en casa. En primer lugar, las ha tenido que improvisar, porque no las habían hecho con sus compañeros del G₁, Pepe y Berta, ya que ellos iban a hacer un examen al final del tema y habían decidido no ponerles tareas extras. Por ello, tienen aspectos discutibles, como ya hemos comentado extensamente en el Apartado 3. 1. 1. 1. Esta cierta improvisación no lo ha dejado satisfecho, ni valora muy positivamente las Actividades que ha propuesto, algo bastante distinto a lo que ha manifestado respecto de las Actividades ya estudiadas, es decir, las realizadas en el aula y en el Alcázar. Tampoco está convencido de la necesidad de haber hecho esta propuesta a los estudiantes.

Las Actividades para casa, las hice dos días antes, o sea, lo que es el trabajo común, que tenía hecho con Berta y Pepe, eran las Actividades de clase. Luego, como decidí hacer Actividades para casa, las tuve que hacer por mi cuenta y lo del Alcázar también. Entonces, eso casi lo llevaba al día...Casi al día (E2Pa, 376-380).

Yo tampoco he estado a gusto del todo en poner las Actividades (E2Pa, 628).

Porque después las Actividades que tenía para evaluar no eran buenas del todo, hay muchos fallos, por ejemplo en girar una figura, no las giran bien, algunos lo siguen haciendo a mano o sin usar el compás o sin compás (E2Pa, 161-4).

Pascual cree que los estudiantes tendrían que haber tenido muy presentes las Actividades ya realizadas a la hora de hacer éstas, para que hubiesen estado mucho mejor, algo que él cree que no ha ocurrido:

Si las hubieran hecho con las Actividades que hicimos en clase, antes de Semana Santa, al lado. ¡Ah! Ésta se parece a ésta, voy a ver qué he hecho aquí y voy a hacerlo aquí... Pero no, sino que directamente, como si no

hubieran hecho nada antes, me pongo a hacer las nuevas... Había fallos, estaban regular nada más las Actividades, yo pensaba que iban a estar mejor (E2Pa, 176-9).

Tampoco ha conseguido que se las entreguen todos (le faltan ocho estudiantes) por lo que no puede generalizar estos resultados al grupo completo y comprobamos la gran importancia que ha dado a que no lo hayan entregado en las fechas previstas. Sin embargo, en la última sesión de la experiencia, él ha preguntado en dos ocasiones por estos trabajos [Pa 6. 1], [Pa 6. 2], sin haber obtenido ninguna respuesta y sin que él haya afrontado este hecho insistiendo en ello, ante su falta de reacción, para indagar las causas:

El fallo mío fue no haberles insistido en que los trajeran desde antes (E2Pa, 198).

Los resultados de estas Actividades no han sido buenos, entre los alumnos que las han entregado. Las dificultades las ha encontrado Pascual en la composición de algunos movimientos, principalmente en el caso de las simetrías, porque en el de los giros parece que las han comprendido mejor. Nuestro profesor lo describe así:

Ejercicios de componer simetrías: la primera la hacían bien y la segunda ya no sabían si tenían que hacer la simetría. Sin embargo el giro sí, todos giran primero sesenta grados, que hay que girar treinta pues está claro que no volvían a girar la primera, sino la que ya habían girado. Entonces se han perdido en unas Actividades concretas. La Actividad esta del billar, que parecía más complicada, algunos la han intuido bien y otros no (E2Pa, 493- 500).

Pero hay otras Actividades para hacer en casa: las propuestas cada día para el aula y que los estudiantes no han terminado de hacer allí. Pascual les ha dicho, sistemáticamente, al término de cada sesión, que las terminasen en casa. Por ejemplo, en [Pa 1. 3] y [Pa 2. 1]. Luego, constatamos al día siguiente, que hay estudiantes que no las han hecho [Pa 2. 1] y [Pa 3. 1]. Por ejemplo, en este último episodio, para seguir haciendo las Actividades de Simetría, que Pascual quería que ya estuviesen terminadas en casa, los estudiantes le han vuelto a pedir los espejos y, aunque él se ha resistido en un primer momento, los ha repartido de nuevo y ha dedicado la primera parte de la sesión otra vez a las Simetrías [Pa 3. 1]. En días sucesivos la cuestión no ha vuelto a plantearse y cada grupo ha seguido trabajando donde lo dejó el día anterior.

Globalmente considerado, nuestro profesor cree que la finalidad y los objetivos que pretendía se han alcanzado, es decir, en su opinión, los estudiantes han aprendido los contenidos planteados a través de las Actividades y ha podido comprobar, en aquellos que le han entregado los trabajos solicitados, que al menos las básicas están bien.

Sí, yo pienso que sí, [que he conseguido la finalidad que me había propuesto con el estudio del tema]. Que lo que es el estudio de cada movimiento, a nivel de objetivos conceptuales, procedimentales, lo he conseguido (E2Pa, 594-6).

Hay cosas que sí han salido bien. O sea, lo que es estrictamente académico de dar el tema y que las cosas queden claras, esa parte sí creo que está conseguida (E2Pa, 674-6).

Los que me lo trajeron en su fecha son trabajos aceptables, los ejercicios fáciles están bien, los difíciles algunos fallos, pero más o menos. Y veo que se han enterado de las Actividades, o sea, tengo los ejercicios y quitando a uno que le he puesto un 5, o sea que de diez Actividades tenía cinco bien, todos los demás tienen un 6 o un 7, o sea, seis o siete Actividades están bien hechas. Y fallan en las típicas, en las más complicadas: en alguna composición de movimiento (E2Pa, 530-44).

En síntesis, Pascual considera que los objetivos fundamentales de la experiencia, aprender los movimientos en el plano y sus elementos mediante la realización de Actividades, se han alcanzado, al menos en sus aspectos básicos.

En total Pascual propone 98 Actividades de tipología variada, de las que ahora contamos únicamente 36, por haber eliminado del cómputo en la práctica, por una parte, todas las de Ampliación, Refuerzo y Adaptación Curricular, por no haberlas trabajado ni corregido en clase y por otra, la mayor parte de las Actividades diseñadas para los distintos grupos que nuestro profesor forma en la visita al Alcázar, ya que repiten el mismo esquema, tipología y características.

Si cuantificamos la tipología de esta propuesta, sin perder de vista que alguna Actividad ha podido clasificarse en más de un tipo, aparecen 50:

- **Actividades de Iniciación: 2 en total → 4%**
 - De motivación: 0
 - De expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas: 2 → 4%
- **Actividades de Obtención de Información: 7 en total → 14%**
 - De presentación de información: 7 → 14%
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0
- **Actividades de Estructuración de Información: 18 en total → 36%**
 - De organización de la información: 0
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: 12 → 24% del total
 - De comprobación: 0
 - De argumentación: 3 → 6%
 - De resumen y/o síntesis: 0
 - De contraste: 3 → 6%

- **Actividades de Aplicación de la Información: 22 en total → 44% del total**
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 12 → 24%
 - De simple aplicación directa: 3 en total → 6% del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 1 → 2%
 - ✓ En contextos no académicos: 2 → 4%
 - De aplicación combinada: 7 → 14%
 - ✓ En contextos académicos: 2 → 4%
 - ✓ En contextos no académicos: 5 → 10%
 - De aplicación compleja en contexto: 0

- **Actividades de Metarreflexión: 1 → 2%**

Las características de éstas han sido, en su mayor parte, cerradas, utilizando una única estrategia de resolución, más de la mitad en contextos académicos (un 60%). En el caso de las aplicaciones, esta proporción se invierte, ya que algo más de la mitad de las 13 *'actividades de aplicación'* están presentadas en contextos no académicos, lo que se corresponde con un 56.5% de éstas. Las diez restantes se presentan en contextos académicos, un 43.5% de ellas.

Una buena parte de las Actividades presentan un nivel cognitivo bajo, si nos referimos a las planteadas para hacer en clase. La mayor parte de los estudiantes no han realizado en casa las Actividades que no habían terminado en el aula, como Pascual les había solicitado.

No todas las Actividades de las relaciones de *'Ampliación'*, *'Refuerzo'* o *'Adaptación Curricular'* han sido adecuadas, ni han sido llevadas a cabo por un grupo significativo de estudiantes. Esto último también ha ocurrido con las propuestas para hacer tras la visita al Alcázar.

Las actividades más numerosas, con diferencia al resto de tipologías, son las de estructuración (que pretenden que los alumnos descubran el contenido) y las de aplicación.

En las puestas en común, la participación de los estudiantes ha sido más bien pobre, ya que Pascual ha tratado de recoger él mismo lo que ha observado que han hecho los alumnos, más que debatir sus ideas y negociar significados. Muchos no han estado concentrados en lo que se hacía en la pizarra y ante las cuestiones planteadas por Pascual, han respondido atropelladamente, de forma breve y poco personal.

No ha habido apenas Actividades de cierre. Nuestro profesor ha aportado unos resúmenes escritos sobre las transformaciones geométricas y las simetrías, pero no del resto. Tampoco ha pedido a los estudiantes que hagan su propio esfuerzo de síntesis de lo aprendido, de argumentación y justificación de sus procesos, salvo en los pequeños grupos. La puesta en común final en el estudio de los frisos, ha tratado más bien de validar las Actividades previamente propuestas, que de cerrar expresamente la experiencia.

Pascual tiene un alto grado de satisfacción respecto de las Actividades realizadas en el aula y el planteamiento de las que han de hacer tras la visita al alcázar y bajo del resto, por cómo se han llevado a cabo estas Actividades.

3. 2. 2. 1. 2 Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos

Los recursos didácticos que Pascual ha utilizado en la experiencia han sido:

- Materiales manipulables: libros de espejos, miras, regla, escuadra, cartabón, compás y semicírculo graduado.
- Fichas de Actividades, materiales elaborados por los componentes del G₁ y adaptadas a sus alumnos, una por cada movimiento.
- Hoja de Trabajo: estudio de los tipos de frisos. Fotocopia del libro de texto de Matemáticas de 4º de ESO, Opción A. McGraw Hill.
- Fichas de Actividades, realizadas por él mismo
 - ✓ de Ampliación
 - ✓ de Refuerzo
 - ✓ Adaptación Curricular no significativa
 - ✓ Para la visita al Alcázar.

Pascual ha valorado positivamente, una vez realizada la experiencia, la utilización de los recursos e indica que esto ha contribuido a una mayor motivación de los alumnos, aunque él considera que el tratamiento en si mismo del tema, tenía que haberles interesado:

¿Cosas que sí han funcionado bien? Pues bueno, algunas cosas sí han funcionado bien, los alumnos han estado viendo materiales, pues sí estuvieron más interesados, más motivados (E2Pa, 69-71).

Yo la motivación la veía en el tema en sí, que era manipulativo, y eso sí, en cierta medida, el uso de recursos ha motivado un poquito más (E2Pa, 707-8).

También han contribuido a que se comprendan mejor y más fácilmente los contenidos propuestos. Así, en las simetrías han usado los miras [Pa 2. 1] y los espejos [Pa 2. 1] y [Pa 3. 1],

que han ayudado a comprender rápidamente lo que es una simetría y a reconocer figuras simétricas o no. Todos han querido utilizarlos, ilusionados porque no los conocían.

En cambio, los instrumentos de dibujo tendrían que haber sido esenciales para las traslaciones y los giros, ya que su tratamiento ha sido gráfico (regla, escuadra y cartabón para las primeras [Pa 3. 2], [Pa 4. 1] y también para las simetrías [Pa 2. 1] [Pa 3. 1] y compás y semicírculo graduado para los segundos [Pa 4. 1] y [Pa 5. 1]. Sin embargo, Pascual no ha conseguido que estos instrumentos los utilicen en todas las Actividades, porque ya les son familiares y algunos no han puesto en ello el menor interés.

¿Los recursos? Bueno, lo del mira y eso sí lo cogen muy pronto, con el mira cogen muy pronto la simetría, eso sí. A poco que miraran, después siempre había un grupo que veía el reflejo y se lo explicaba a los demás y la regla y el compás y eso, sí estaba. Por ejemplo, ha habido gente que al girar una figura 60º, pues me lo han hecho sin usar la escuadra ni el transportador de ángulos ni el cartabón ni nada, sino que han girado la figura 60º a ojo. Pero bueno... Es el mismo que lo ha hecho sin compás, vamos (E2Pa, 183-90).

Había fallos, por ejemplo en girar una figura, no las giran bien. Algunos lo siguen haciendo a mano o sin usar el compás o sin semicírculo (E2Pa, 163-4).

A la hora de hacer los movimientos, muchos los hacían sin regla, sin usar nada... (E2Pa, 582).

Nuestro profesor no ha conseguido que los alumnos lleven estos instrumentos de dibujo, como les ha pedido [Pa 2. 1], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1]. Hemos tenido que suministrárselos desde el CEP, el tercer día de la experiencia [Pa 3. 1], al comprobar que no los han llevado muchos a la segunda sesión. En principio él solo les había repartido los miras y los libros de espejos. Incluso después de distribuirlos por los pupitres, algunos estudiantes han seguido sin usarlos, como hemos indicado en el párrafo anterior, pero otros muchos sí lo han hecho. Nuestro profesor se recrimina a sí mismo por no haberles insistido suficientemente en que los instrumentos de dibujo hay que llevarlos a clase.

Sí, los estuvieron usando, los espejos se repartieron y los estuvieron usando. Los compases también iban a por ellos y los usaron. El fallo mío fue no haberles insistido en que los trajeran desde antes, se lo comenté pero no, pero es igual, hay que repetirlo durante un par de semanas antes: ¡dentro de dos semanas tenéis que traerme el compás! Hay que insistirles mucho antes, para que al final se lo traigan unos quince o por ahí (E2Pa, 196-202).

En cuanto al uso de estos recursos, desde nuestras observaciones y grabaciones constatamos que no ha hecho una presentación previa de los mismos, ni una explicación al grupo-clase de para qué van a usarlos y cómo hacerlo. En cambio, en los pequeños grupos, para indicar a los estudiantes cómo los han de utilizar, ha colocado él mismo el mira o el libro de espejos en la posición correcta para señalar, concretamente, lo que tienen que comprobar o completar en la figura correspondiente de la Hoja de Trabajo y para que vean el efecto que produce [Pa 2. 1],

[Pa 3. 1], a modo de ejemplo. Algo similar podemos señalar respecto de los instrumentos de dibujo, ya conocidos por todos, pero que no han sabido aplicar bien, por ejemplo, en el caso de los giros [Pa 4. 2], [Pa 4. 3] y [Pa 5. 1].

Hemos constatado el uso habitual del bolígrafo en lugar de usar inicialmente lápiz y goma de borrar, con lo que han dejado las Hojas (sobre las que directamente han hecho los dibujos) poco presentables, con las figuras a veces hechas a mano y con trazos muy deficientes o varios superpuestos, por descuido o desinterés, no siempre por falta de destrezas de dibujo [Pa 3. 2] [Pa 4. 1] [Pa 5. 1]. Pascual les ha insistido en que dibujen a lápiz [Pa 3. 2], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1], pero muchos no han seguido sus indicaciones. Hay alumnos que se bloquean y se quejan de que no saben dibujar y de que hay figuras muy difíciles [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 4. 1]. Nuestro profesor se limita a decirles “*hacedlo más o menos*” o “*despacito*”. Tampoco ha sido muy exigente con la presentación de las figuras, comentándoles únicamente que están un poco ‘*cutres*’ [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1] e incluso les ha construido una regla rudimentaria [Pa 3. 2].

También comenta su visión sobre el libro de texto, considerando que es necesario que lo tengan, como fuente de información complementaria a las explicaciones del profesor, para consultarlo y comprender mejor los contenidos, aunque él no les ha estimulado a usarlo durante la experiencia. En cambio, para el estudio de los frisos, ha usado una fotocopia de un libro de texto que no es el habitual de los alumnos.

Yo explico un tema de funciones, yo explico un tema de Álgebra y la teoría pura y dura la tienen en el libro y el libro no lo usan. Sí, yo veo bien que tengan un libro, obligarles a comprar un libro o si hay uno o dos que no entienden lo que he dicho y les da por mirar el libro (E2Pa 237-41).

No obstante, todos los recursos didácticos no le parecen adecuados para cualquier ocasión. Ha descartado previamente, en el diseño, un vídeo concreto sobre los movimientos, como Actividad de iniciación, porque contiene la información que él pretende que los alumnos vayan adquiriendo paulatinamente mediante la realización de las sucesivas Actividades. Nuestro profesor no ha caído en la cuenta de que tal vez podría haberlo utilizado más adelante o al final, como afianzamiento de lo trabajado hasta el momento de visionarlo:

Lo del vídeo lo descartamos, porque ya contaba la mitad de las cosas que se quería que descubrieran ellos mismos (E2Pa, 702-3).

Tampoco ha usado el retroproyector y transparencias con imágenes motivadoras e introductorias de los movimientos, ni otros recursos, como la escuadra y el cartabón, no lo

hemos constatado durante los días de la experiencia en que ha usado la pizarra [Pa 1. 1], [Pa 1. 2], [Pa 6. 1] y [Pa 6. 3].

Yo lo hacía en la pizarra con escuadra y cartabón (E2Pa, 192).

En cuanto a recursos no materiales, su '*discurso*' en voz alta es rápido y breve, no se ha hecho oír por todos, porque no ha procurado apagar o amortiguar previamente el ruido de los estudiantes. No todos han tratado de escucharlo, por lo que no han comprendido lo que les ha estado explicando. Esto ha pasado también con cuestiones organizativas, con el reparto de las tareas para casa [Pa 5. 1] o cuando ha preguntado si han traído los trabajos después de Semana Santa [Pa 6. 1], [Pa 6. 2]. En voz baja, en los grupos, ha sido distinto, captando mucho más la atención de los estudiantes.

Sus ejemplos, han sido sobre las Actividades que le han estado preguntando, a veces resolviéndolas casi completas [Pa 1. 3], [Pa 2. 1], [Pa 3. 2], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1] y ha usado pocos contraejemplos, si consideramos como tales las figuras que habían de completar para que fuesen simétricas, o la elección del punto simétrico de uno prefijado, respecto de otros dados.

Sus modos de representación han sido sobre todo gráficos, usando también el lenguaje de coordenadas cartesianas, aunque no ha establecido conexiones entre ambos. Otro recurso del que ha dispuesto, ha sido la presencia de su compañera del G_1 , Berta, que se había propuesto acompañar a Pascual para reforzar su trabajo en las sesiones que pudiese, aunque al final solo ha sido un día. Abrir el aula a otros compañeros, dar el paso de compartir la experiencia, es un valor incuestionable pero que suele ser obviado por el profesorado. Sin embargo, como Pascual declara, para él ha sido una ayuda para favorecer mejor el aprendizaje de los alumnos:

Un día estuvo también Berta, y así dábamos abasto a casi todos los grupos (E2Pa, 306).

Además del aula, el grupo ha dispuesto de un fascinante edificio, el Alcázar de Sevilla, otro recurso inestimable.

En resumen, Pascual ha usado recursos manipulables, miras y espejos, así como instrumentos de dibujo para el estudio de los movimientos y los frisos, aunque no ha conseguido que estos últimos los traigan al aula y los utilicen todos, a pesar de que disponen de ellos todos los estudiantes. Los primeros han sido especialmente motivadores y '*transparentes*' para el estudio de las simetrías.

Él tampoco ha usado los instrumentos de dibujo en la pizarra durante la experiencia, aunque declara que suele hacerlo. Tampoco ha usado el retroproyector y las transparencias que había previsto en su diseño.

En cuanto a otro tipo de material didáctico, ha elaborado y puesto en práctica una gran cantidad de Actividades para hacer en el aula, con el G_1 y ha diseñado solo las del trabajo en casa, ya sea como Ampliación o Refuerzo, según los estudiantes. Además, las Actividades que ha preparado para la visita al Alcázar, han sido muy numerosas y le han supuesto también a nuestro profesor una enorme dedicación previa y un esfuerzo añadido considerable. Además, nuestro profesor ha aportado unos resúmenes escritos sobre las transformaciones geométricas en general y las simetrías, pero no del resto de movimientos.

Entre los recursos del profesor no materiales, hemos constatado que su '*discurso*', sobre todo el realizado al grupo-clase, ha sido breve y rápido, sin que haya conseguido ser bien atendido por todos, y en los pequeños grupos, más pausado, más o menos extenso según los casos y con respuestas a las dudas de los alumnos de varios tipos (Apartado 3. 2. 2. 1. 5).

En cuanto al uso de ejemplos y contraejemplos, los primeros han sido las propias Actividades cuando le han preguntado por cómo se hacen, iniciándolas y a veces casi terminándolas también. Los segundos no los ha empleado.

Los modos de representación utilizados han sido el gráfico y las coordenadas cartesianas, sin haber establecido conexiones entre ambos.

El uso de recursos manipulables ha sido algo bastante innovador, ya que no lo había hecho hasta ahora en su práctica habitual, ni los estudiantes los habían utilizado tampoco.

3. 2. 2. 1. 3 Resultados de la Secuencia de Actividades

Nuestro profesor afirma que el tratamiento de los tres movimientos tiene un esquema común, que describe minuciosamente, incluyendo qué aspectos han abordado (reconocer el movimiento y, después, ir construyendo cada uno de los elementos de cada movimiento) y cuáles no (los elementos invariantes de cada movimiento). Los tres han sido tratados por separado, aunque al final han trabajado la composición de algunos de ellos y una aplicación con el estudio de los frisos, en la que pueden intervenir varios movimientos.

Sí, bueno, es verdad que la idea que nosotros teníamos de las Actividades era: reconocer el movimiento, después, ir construyendo cada uno de los elementos de cada movimiento, al final girar las figuras, mover las

figuras. Los tres movimientos se trataban del mismo modo: de forma intuitiva fijábamos los elementos y al final se construía la figura, tampoco creo que a eso le haga falta, o sea, que ya estaba bien montado, que ellos tienen que ser conscientes de que los tres siguen el mismo esquema (E2Pa 207-13).

Entonces, interconectarlo todo al final, no... Hemos tratado los movimientos cada uno por separado, sólo en la parte de frisos han visto movimientos combinados o sólo en las Actividades de ampliación que llevaba cada uno han tenido composición de movimientos (E2Pa 218-21).

Pascual no ha visto la necesidad de introducir el tema [Pa 1. 1], para explorar las ideas de los estudiantes, ni cada movimiento [Pa 2. 1], [Pa 3. 1] y [Pa 4. 1], ni de hacer una síntesis final en el grupo-clase [Pa 5. 1], es decir, establecer conexiones entre todo lo que los estudiantes han ido haciendo y negociar significados, ni exponer él algunos aspectos relevantes de los movimientos una vez estudiados, ni que los estudiantes lo hiciesen al menos para ellos mismos. Sin embargo, nuestro profesor cree que sí ha trabajado las ideas de los estudiantes, creemos que refiriéndose a sus dudas.

Sí, yo trataba de trabajar con las ideas que los alumnos iban teniendo sobre los movimientos. Vamos, más o menos, en un grupo de tres o cuatro, siempre había alguno que preguntaba, o porque alguien lo había hecho de forma distinta, o por lo que fuera (E2Pa, 358-360).

En la última sesión, el primer día después de Semana Santa, sigue un hilo distinto con el estudio de los frisos: primero los introduce y presenta las distintas tipologías [Pa 6. 1], después los alumnos trabajan sobre el contenido explicado, tratando de aplicarlo [Pa 6. 2] y al final de la sesión corrige las Actividades realizadas, tratando de afianzar y cerrar el contenido concreto trabajado [Pa 6. 3], pero no hace un cierre general de la experiencia.

Tampoco creo que a eso le haga falta ninguna introducción del tema, histórica, de motivación, ni de interconexión entre los contenidos y las Actividades, o sea, que ya estaba bien montado, que ellos tienen que ser conscientes de que los tres movimientos siguen el mismo esquema (E2Pa, 212-4).

Pascual considera que esta secuencia de Actividades está bien estructurada y, por lo tanto, no ha necesitado explicaciones complementarias de nexo entre ellas. Considera que los alumnos han ido paso a paso y no ha sido necesario repetir otra vez (en voz alta) lo que ya han visto.

No, no veía necesario introducir de vez en cuando lo que se va a hacer, dándoles unas explicaciones previas o dando unas explicaciones al final de lo que se ha hecho. Eso no (E2Pa, 258).

Hemos hecho una ficha de cada movimiento por separado, hemos visto cada uno de los elementos invariantes, he estado con ellos viendo el giro, un poco cómo se hace, hemos visto cómo se construye el giro de una figura, hemos visto cómo se construye el simétrico de otra, hemos visto cómo se hace una perpendicular, que sí, que no... Grupo por grupo ¿acabo al final otra vez repitiendo eso un día entero? (E2Pa, 264-9).

Pascual no ha presentado ramificaciones en su secuencia para que los alumnos superen posibles dificultades. En ocasiones, para superar estos obstáculos, ha diseñado Actividades con

distintos niveles de dificultad, por ejemplo, las de la visita al Alcázar y con menor acierto, según hemos comentado en el Apartado 3. 2. 2. 1. 1 las de 'Ampliación' y 'Refuerzo'.

[Para la visita al Alcázar] *Había algunas Actividades con diferentes niveles de dificultad, dependiendo del mosaico que estuvieran estudiando o la figura que tuvieran que calcular el área (E2Pa, 100-2).*

En síntesis, la secuencia de Actividades ha seguido una doble lógica:

Por una parte la que rigen los contenidos, un movimiento detrás de otro y, para cerrar, una aplicación de éstos interrelacionados, los frisos. A ello dedica una sesión en el aula y una visita al Alcázar de Sevilla.

Por otra parte, Pascual presenta las Actividades ordenadas según el grado de dificultad, presentando paulatinamente los elementos esenciales de cada movimiento, tratando de seguir la lógica de cómo aprenden los estudiantes. Él valora mucho este hecho.

Sin embargo, hemos constatado la falta de una introducción amplia, para una mejor exploración de las ideas de los estudiantes y de un cierre final de los movimientos, para asegurar los aprendizajes y negociar significados.

Pascual considera que la secuencia de Actividades está bien estructurada, por lo que no son necesarias nuevas explicaciones, sin repetir en el grupo-clase, lo que ya han visto en el pequeño.

Ha diversificado algunas Actividades para prevenir posibles obstáculos de los estudiantes.

3. 2. 2. 1. 4 Resultados del Clima y Organización del Aula y del Tiempo

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la presentamos dividida, como en el caso del conocimiento declarativo, en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo

➤ La Organización del Espacio y los Agrupamientos

El aula habitual del grupo ha sido el espacio donde han transcurrido todas las sesiones, salvo la visita al Alcázar. Ha estado organizado de acuerdo con los agrupamientos de los estudiantes, es decir, en las dos sesiones en que los alumnos han estado sentados en parejas, la primera sesión y en la sexta, los pupitres se han orientado hacia la pizarra y la mesa del profesor, situadas delante de todos ellos [Pa 1. 1], [Pa 1. 2], [Pa 1. 3], [Pa 6. 1], [Pa 6. 2] y [Pa 6. 3].

Salvo en ambas sesiones, Pascual ha tenido bien claro que el modo adecuado de trabajar con los alumnos esta experiencia era distribuirlos en pequeños grupos de cuatro alumnos. En estos casos, ellos han juntado sus pupitres, dejando espacios entre los grupos, para que Pascual pueda moverse entre las mesas [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 3. 2], [Pa 4. 1] y [Pa 5. 1].

Pascual considera que el funcionamiento de los grupos no ha sido bueno y señala como una posible causa de esto su composición durante la práctica. Su distribución no se ha realizado heterogéneamente, de forma bien pensada, sino que la ha dejado a la libre elección de los alumnos, sin garantizar ni homogeneidad ni heterogeneidad, como lo hizo en Álgebra. Pascual cree que incluso ha ido peor la marcha de los grupos que en dicho tema. Por ejemplo, ha habido un grupo con muy mal comportamiento durante todas las sesiones y en una ocasión Pascual ha llegado a reñirles muy duramente [Pa 4. 1].

Hemos estado trabajando en grupos, que lo habíamos hecho ya otra vez en otros temas. Pero bueno, también llevaban un tiempo sin trabajar en grupo, nadie lo sabe, eso sí se lo dejé muy claro desde el principio (E2Pa, 49-51).

Estuve también, por ejemplo, trabajando en grupo en el tema de Álgebra y trabajaron mejor el tema del álgebra en grupo que lo que han trabajado esta vez en grupo (E2Pa 61-4)

[Tenía expectativas] de que la clase funcionara mejor trabajando en grupo, pero ha funcionado peor (E2Pa, 670-1).

O sea, los mismo alumnos que funcionaron bien trabajando en grupo, eso sí, más heterogéneos, sin que los desniveles fueran extremos, sin que estuviera el mejor con el peor, pero estuvieran más o menos para echarse una mano unos a otros, en los grupos donde estaban los que no trabajaban, no se engancharon a trabajar, a preguntar dudas y eso. Y aquí, que se crearon algunos grupos donde estaban todos juntos los que no trabajaban, pues tampoco trabajaron ni más ni menos, o sea, lo mismo de poco que trabajaron en el tema de Álgebra, que sí no es por los otros... (E2Pa, 396-403).

Vamos, yo pienso en algunos en concreto, otro par de ellos que están normalmente en clase trabajando más, al haberse juntado como ellos han querido, pues han estado trabajando menos. Y después, en la clase han estado (...) más alborotadores ahora que otras veces, que también puede ser por lo mismo, por no haber yo formado los grupos, por no haberlos tenido bastante separados, por tanto jaleo de entrar y salir... (EPa, 613-4; 16-8).

También ha ocurrido algo similar en la visita al Alcázar: él ha planteado las Actividades con distintos grados de dificultad, pensando en alumnos concretos y después ellos se han agrupado libremente, sin tener en cuenta ningún criterio. Nuestro profesor reitera la causa del funcionamiento deficiente de los grupos en esta configuración libre, pero intercalándola con la percepción de que es indiferente cómo se distribuyan, pues trabajan los mismos de siempre:

Otro fallo del estilo de distribución... Son cosas que pasan... Pepe tenía los grupos que había formado él y yo los grupos dejé que se formaran, en principio, como estaban en clase y los de la visita al Alcázar también como

ellos quisieron. Pepe los grupos los tenía montados más o menos como estaban sentados en clase, porque como estaban sentados en clase trabajaban bien (E2Pa, 387- 91).

Yo estuve trabajando el tema de Álgebra con grupos mixtos, gente de todos los niveles, después separados y cosas de éstas y no funcionó ni mejor ni peor que esto. O sea, los mismo alumnos que funcionaron bien trabajando en grupo, eso sí, más heterogéneos, sin que los desniveles fueran extremos, sin que estuviera el mejor con el peor, pero estuvieran más o menos para echarse una mano unos a otros, en los grupos donde estaban los que no trabajaban no se engancharon a trabajar, a preguntar dudas y eso y aquí, que se crearon algunos grupos donde estaban todos juntos los que no trabajaban, pues... tampoco trabajaron ni más ni menos, o sea, lo mismo de poco que trabajaron en el tema de Álgebra, que si no es por los otros... Han sido los mismos, más o menos, los que han estado trabajando aquí (E2Pa, 392- 402).

Creemos que esta decisión de dejar que los grupos se formasen espontáneamente, la ha tomado para evitar enfrentarse a la resistencia de los estudiantes a agruparse como él les habría indicado, a que lo tomen como una distribución forzada. Esto nos induce a pensar que existen problemas en las interacciones profesor-alumnos. A partir de ella, da por buena la decisión tomada, interpretándola como dar responsabilidad a los alumnos, lo que considera muy importante. Esta afirmación no está exenta de contradicciones, porque nos da a entender que sus expectativas no se han cumplido al depositar en ellos esta responsabilidad de que funcionen eficazmente y, a la vez, insiste en que los resultados y el funcionamiento de los grupos ha ocurrido de forma similar a otras veces.

Igual la visita al Alcázar, que juntaron los grupos ellos por amistades y más o menos el resultado que ha tenido cada uno es el mismo, e incluso al menos me han evitado los problemas de una distribución forzada (E2Pa, 403-7).

Al poner ellos los grupos, yo pensaba también que iba a ser otra cosa que iba a... Vamos, yo no impongo los grupos, para esta Actividad en concreto, van a ser muy pocos días, "podéis ponerlos como queráis, allá vosotros, es responsabilidad vuestra" (E2Pa, 408- 11).

También es dejarles a ellos un poco la responsabilidad, que sean conscientes de que no me puedo juntar siempre con mi más amiga o amigo para tirar papeles por la clase, sino que si es para trabajar, a lo mejor me tengo que juntar con otra gente... Y, bueno, así, así, ha funcionado, ni mejor ni peor que cuando juntaba los grupos yo (E2Pa, 412-7).

No obstante, Pascual ha estado atento a aquellos alumnos que en la distribución espontánea no han quedado integrados en ningún grupo. Esto parece haberlo hecho sin problemas de ningún tipo, siendo los otros alumnos receptivos y facilitadores de su posterior integración en el grupo propio:

Sí, ellos se han sentado como han querido. Y en general, olvidando dos grupos, los demás han funcionado bien. Vamos, como han querido... Había un par de niñas... Había tres o cuatro alumnos sueltos, que no habían quedado en ningún lado. Hablé con unos y con otros y "sí, sí, sin problemas" (E2Pa, 432-6).

Estaba el que va a apoyo y que también iba a estar unos días saliendo de clase y eso, y lo puse más o menos con el mismo grupo con el que él se relaciona más en clase, con el mismo que estuvo haciendo el trabajo de

Álgebra, unos alumnos que lo conocen y que saben cómo es y que...está bien con ellos. Está la niña que llega todos los días tarde, que quiere salir todos los días al servicio y que es muy inquieta, aunque este año está más tranquilita y hay que dejarla y también la puse con el grupo de las niñas éstas, al principio y, vamos, la acogieron muy bien y... "¿tú quieres trabajar con ellas? Sí". Entonces recoloqué a los tres o cuatro que habían quedado sueltos (E2Pa, 437-47).

En ningún momento Pascual se ha planteado otra dinámica de trabajo: está convencido que había de hacerse en pequeños grupos o que esta distribución fuese más adecuada para unas Actividades que para otras. Sin embargo, considera que les falta rodaje, que quizá tendría que utilizar este tipo de agrupamientos con más frecuencia y reconoce que los alumnos no saben trabajar en grupo. Esto en ningún momento le ha inducido a proponer alguna Actividad que favoreciera estas dinámicas o alguna explicación previa de lo que pretendía conseguir con este tipo de distribución del aula:

Y es verdad que este tema, yo hubiera acabado dándolo en grupo, porque no veo otra forma de que ellos manipulen... Vamos hacer una traslación todos juntos en la pizarra... No, sino que lo tienen que hacer cada uno de ellos por separado y creo que es la forma de darlo. Que haber trabajado con ellos desde mucho antes en grupos, que tengan una dinámica de trabajo en grupo... Que en vez de haber trabajado en grupo sólo dos veces, a lo largo de todo el curso, y ahora sí en grupo y ahora no en grupo... Y no saben trabajar en grupos (E2Pa, 677-85).

Sobre todo, considera que ha conseguido trabajar en grupos, que es un logro en sí mismo:

Otra de las cosas que me proponía al organizar la Actividad, trabajar en grupos, todas esas cosas se han ido consiguiendo (E2Pa, 597-8).

➤ **El Clima del Aula**

En primer lugar, nuestro profesor expresa después de la práctica que el aula ha estado más ruidosa de lo acostumbrado. Sin embargo, en los episodios [Pa 1. 1], [Pa 2. 1], [Pa 4. 1], [Pa 6. 1], [Pa 6. 3], por ejemplo, constatamos que, aunque el ambiente es ruidoso, Pascual está tan concentrado en el trabajo de los grupos que no parece considerarlo así o no se da cuenta de ello. Tiene percepciones contradictorias, ya que por una parte, cree que la experiencia no ha motivado más a los alumnos que en otras ocasiones y que su implicación en las Actividades no ha sido mayor, (creemos que identificando estas actitudes con el ruido) pero por otra parte, a veces tiene una visión más positiva, admitiendo que, al menos en el aula, los alumnos han trabajado más:

¿Que si todo ha transcurrido como yo pensaba? En la dinámica de las clases yo he visto más jaleo de lo que normalmente tenían, o sea, no he visto que los enganchara a trabajar. Me ha costado mucho ponerlos a trabajar al principio (E2Pa 58-60).

Porque la clase ha estado muy alborotada, más de lo que normalmente está (E2Pa, 664).

Por ejemplo, hay dos o tres en clase, que se les va la hora y no han corregido ningún problema o dejas tiempo para hacer un problema y no lo llegan ni a empezar y aquí más que bien todos hicieron algo (E2Pa, 349-50).

Yo he estado descontento en que no he logrado motivar a más gente de la que tengo normalmente motivada, o muy poco, tenía gente que sí que, más o menos, se comportó en clase y otra gente que más o menos en clase están pendientes. Vamos, yo pienso en algunos en concreto, otro par de ellos que están normalmente en clase trabajando más (...), pues han estado trabajando menos. Eso por un lado. Y después, en la clase han estado muy desorganizados, más alborotadores ahora que otras veces (EPa, 609-13; 15-7).

Una de las funciones importantes que nuestro profesor adjudica al trabajo en pequeños grupos ha sido la colaboración y motivación mutua y las interacciones entre iguales. Así como hemos observado que Pascual no ha fomentado la comunicación oral en el grupo-clase, ha insistido en ello en los pequeños grupos, animándoles en numerosas ocasiones a explicar a los compañeros del grupo una Actividad que uno de ellos ha hecho, por ejemplo en casa, y que el resto ha traído sin hacer [Pa 3. 1], o lo que alguien ha entendido mejor que los demás [Pa 2. 1], [Pa 3. 2], [Pa 5. 1]. Todo ello, al menos en parte, ha funcionado.

Si había alguno que medio lo tuviera orientado, a partir de ése salían los demás (E2Pa, 361-2).

En grupos más que bien todos hicieron algo y se ayudaban. A lo mejor, el hecho de estar trabajando en grupo les animaba... Siempre había alguno dispuesto a trabajar y algunos explicaban a otros... Trabajo en clase algo mejor, trabajo en casa igual de mal (E2Pa, 351-4).

Aunque es consciente de que no saben trabajar en grupo, no ha explicitado en el grupo-clase, al menos durante la experiencia, ciertas normas de comportamiento, ni sociales, ni matemáticas. Le gustaría saber cómo podría haber favorecido un clima más adecuado para que los estudiantes se hubiesen implicado más en el trabajo. Niega que un mayor control hubiese servido para ello, ya que los que sienten la presión son precisamente los alumnos que trabajan y no la necesitan. A Pascual le cuesta aceptar, sobre todo, que no se hayan implicado más alumnos que en otras ocasiones.

Y no saben trabajar en grupos (E2Pa, 685).

[Algún modo de que ellos se hubieran implicado más] Haberlos tenido más controlados, quizá (E2Pa, 687)

Creo que hubiera tenido más agobiados, a lo mejor, a los mismos que me trabajan siempre y el que no, no. ¿Que podría haberlos tenido algo más controlados? Bueno (E2Pa, 690-2).

Pascual se siente muy desilusionado, no tanto porque los alumnos hayan respondido peor, sino porque el cuidado que ha puesto en la metodología a seguir y una mayor participación que en otros temas en la realización de las Actividades, suponían para él una garantía de mayor motivación, implicación y aprendizaje, que no ha visto cumplido. No obstante, considera que ha habido modificaciones reseñables, aunque no ha supuesto, para los alumnos, un cambio tan fuerte como él esperaba:

Que, sinceramente, será que estoy más desilusionado por las expectativas que yo tenía que, a lo mejor, que no están ni mejor ni peor que antes, total siguen igual, pero yo estoy más decepcionado de lo normal (E2Pa, 38-41).

Lo que yo estoy desilusionado con ellos es con que no he logrado enganchar a más gente que yo pretendía. A lo mejor era por las expectativas que yo me había creado, de enganchar a cinco o seis en concreto y no les he movido para nada y otros que... "hoy me he dejado el trabajo en mi casa, tú me dejas el tuyo", que no los puedo dejar a los dos juntos, que es normal, vale... (E2Pa, 552-7).

Sí, algo distinto sí ha sido, o sea, no completamente distinto ni de manera absoluta, pero algo distinto sí ha sido (E2Pa, 47-8).

Nuestro profesor estaba seguro de despertar el interés del tema por el tratamiento que le ha dado en su diseño, algo así como que produciría una implicación automática. Le asombra que no se hayan motivado por los movimientos, al menos unos cuantos más que en otras ocasiones. Por ejemplo, el tratamiento del tema de Álgebra es mucho más abstracto, pero la Geometría, tal y como se ha planteado, puede entenderse mucho más fácilmente:

¡Bueno! Podían estar motivados por el interés del tema, que no te interesen las ecuaciones o los sistemas de ecuaciones, pues vale. Pero podía ser que también hubiera alguien que le hubiera interesado hacer un tema distinto de Geometría... (E2Pa, 33-7).

Basta que fuera un cambio de tema, intentar habérselo vendido de otra manera y eso, para que alguno hubiera respondido Creía que bastaba que el tema estuviese presentado de otra manera, para que alguno hubiera respondido, o alguno de los que tiene salvación o alguno de los que... Quitando a esos 5 ó 6 que no lo hacen de ninguna manera... Pero a la media pensaba yo que les iba a llegar y [no ha sido así] (E2Pa, 42-5).

En cambio, tiene una visión más positiva del trabajo llevado a cabo por la mayor parte de los alumnos en la visita al Alcázar, aunque algún grupo no ha funcionado bien. No obstante, está a la espera de los trabajos que los alumnos han de entregarle a partir de lo realizado en ella:

La excursión al Alcázar bien en su mayoría, a vistas de ver el trabajo de que es lo que habían hecho, allí los vi trabajando a casi todos, si quitamos a un par de grupos, estaban trabajando, estuve dando vueltas, cada vez que iba me preguntaban, o sea, yo los vi trabajando (E2Pa, 72-5).

Este comportamiento no ha sido correcto en todos los casos, aunque parte de las reprensiones realizadas por los cuidadores del recinto han sido debidas a que medir o tocar no está permitido, ni traspasar las cuerdas que alejan al visitante de los objetos protegidos:

Entonces, a casi todos les llamaron la atención, pero mucho en realidad no estaban haciendo nada malo... Bueno, hubo algunos que sí empezaron a pegar carreras por los jardines... Pero la mayoría estaba trabajando y les llamaron la atención por ponerse en el suelo a medir y cosas de éstas, que me han reñido. Pues bueno, a medir ahora que estáis aquí conmigo y ya después os ponéis a hacer otra cosa... Entonces las actividades sí funcionaron bien (E2Pa, 93-9).

Yo cuando iba con los grupos estaban trabajando, al menos las partes de áreas y eso sí vi que estaban midiendo, que me preguntaban cómo podían sacar el área cuando no lo tenían muy claro, entonces pues sí necesitaban una ayuda y, bueno, salió bien (E2Pa, 122-5).

Yo las vi y más o menos se entendían y lo cogían bien, estaban trabajando y lo entendían (E2Pa, 157-8).

Una vez terminada la experiencia, Pascual nos ha comentado que las cosas no han mejorado, que los alumnos no están siguiendo sus indicaciones, ni están trabajando. Ha vuelto a retomar el Álgebra donde la dejaron antes de la experiencia. Esta actitud no colaboradora de sus alumnos le repercute en sentir una emoción negativa hacia ellos.

Sino que no están trabajando en el otro tema que llevan entre manos ahora, el de ecuaciones, sistemas de ecuaciones, problemas y eso. No hacen nada, ni me hacen caso... (E2Pa, 20-2).

Para nada los veo motivados, no, en el grupo de 26 que son en realidad los que hay, hay unos 10 que no trabajan en clase nada, de no abrir el cuaderno, y que no trabajan en casa, otros 10. Con esto tenemos unos 6 que más o menos van trabajando y lo van cogiendo todo, pero (...) Es un porcentaje muy pequeño [el que se ha implicado], estoy muy desilusionado con el grupo éste (E2Pa, 24-8; 30-1).

➤ **La Organización del Tiempo**

En cuanto a la organización del tiempo llevada a cabo en el aula, ha sido muy diferente según los casos. En la primera y última sesiones que hemos consignado en los episodios correspondientes (Apartado 3. 2. 1), el profesor ha tomado totalmente la iniciativa. Ha marcado los tiempos de trabajo en parejas y de puestas en común y las Actividades concretas a hacer. En cambio, en el resto de sesiones de la práctica, la organización del tiempo ha sido prácticamente inexistente, es decir, ha dejado completamente a su ritmo a cada grupo de alumnos. Todos ellos han trabajado todas las Actividades propuestas para el aula, aunque no simultáneamente. De hecho, a medida que han ido pasando los días, el desfase producido ha ido siendo cada vez mayor [Pa 3. 1], [Pa 3. 2], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1]. En cuanto al número de sesiones, en la práctica han sido seis en el aula, más la visita al Alcázar, o sea, siete en total.

Este respeto al ritmo de trabajo de los distintos grupos le ha llevado también a tomar, meditada y conscientemente, la decisión de no interrumpir sus tareas con explicaciones generales al grupo-clase, con la clara voluntad de respetar sus propios procesos de pensamiento y aprendizaje. Él considera que si cada cual ha de ir a su ritmo, no es adecuado que el profesor intervenga en el grupo-clase cuando están trabajando, porque interrumpe, más que favorece, lo que están haciendo y no se deben anticipar cuestiones a quienes aún no han podido planteárselas.

Pero aquí sí les daba tiempo a cubrirlo todo y no cortaba la clase continuamente para eso, para no ir interrumpiendo. Porque al que me hacía la pregunta en aquel momento o me la hubiera hecho un poco antes,

bien, pero al que no había llegado todavía lo descolocaba y ya al final no sabía qué hacer. El último día una recopilación final, un resumen... No sabía qué hacer (E2Pa, 309-14).

Entonces yo no estaba por cortar la clase continuamente, ni una vez al día, ni al final de cada clase, cortando algo que estaba haciendo un grupo, para repetir lo mismo que le había dicho ya a tres, sino que al final decidí decírselo uno por uno a cada grupo, en cada Actividad y eso sí lo hice (E2Pa, 286-90).

En la visita al Alcázar, Pascual considera que las Actividades propuestas han sido escasas para el tiempo que él tenía previsto emplear allí. Tampoco ha previsto bien el tiempo de realización de las Actividades diseñadas en los diferentes grupos, con diferentes ritmos de realización, lo que le ha creado ciertos problemas logísticos. Además, se pregunta por el control que, según él, tendría que haber tenido tanto del gran grupo, como de los pequeños, para que las Actividades las hubieran hecho más concienzudamente:

Entonces, después ellos acabaron muy pronto también. Acababan todos muy pronto y cuando iba a un grupo, le ayudaba en lo que fuera y cuando volvía, pues ya lo tenían casi acabado (E2Pa, 114-6).

El cálculo, vamos, el problema fue el tiempo que yo había pensado que iban a tardar más en hacer las Actividades y tardaron muy poco. La próxima vez, más Actividades...O menos tiempo o más controlados, tenerlos más juntos y estar más encima de ellos y no dejarlos acabar tan pronto, porque, en realidad, podían haber estado más tiempo volcados en cada una de las Actividades (E2Pa, 145-51).

El haber vuelto al Instituto antes de lo previsto, podría haber favorecido que se aprovechara alguna hora de clase, pero como los alumnos se habían hecho la idea de pasar la mañana de excursión, no han estado dispuestos a hacerlo, por lo que se ha perdido el tiempo restante:

Hicimos la visita, pues, llegamos a las 10, pues a las 12 y media o una menos cuarto, ya estábamos saliendo. Yo pensaba..., entonces cuando volvimos al Instituto todavía quedaba una hora de clase, llegamos que podía haber sido la última hora lo que pasa es que, bueno no hubo manera... (E2Pa, 140-4)

Una vez finalizado el tema, tiene problemas con la entrega de los trabajos que había pedido a los alumnos que realizaran para Semana Santa. No sabe si se ha debido a que no ha insistido suficientemente en la importancia que él ha querido darle a que se hagan responsables de su propio trabajo y de que sean capaces de entregarlo a tiempo; si se ha debido a no haber anunciado la fecha tope con suficiente antelación; o si la razón ha sido no haber recordado la fecha límite por escrito en el calendario que tienen para exámenes; etc. Lo cierto es que algunos alumnos no lo han hecho, por lo que Pascual está desconcertado y muy defraudado, sintiendo que le han fallado. Se mueve entre la esperanza de que aún lo entreguen y perderla completamente.

Sí, por ejemplo otra cosa, que todo el rollo éste de ponerle una fecha de entrega, todo esto que no era por gusto ¿no? Era por...bajo su responsabilidad, lo de marcar el hábito de entrega del trabajo.... Eso fracasa, esos objetivos actitudinales los tachamos todos (E2Pa, 54-7).

El tema éste en clase más o menos ha ido bien, pero al final se les han ido las horas y las fechas de entregar el trabajo (E2Pa, 18-9).

¡Yo es que no sé ser mucho más claro de lo que ya soy, yo no sé decir más veces, ni más claras, las cosas que... ¿Pongo un almanaque en la pizarra y señalo en qué día estoy y en qué día hay que entregarlo? Que es la parte que me ha fallado al final en definitiva. O sea, yo creo que si esta gente me entrega hoy los trabajos y me los entrega bien y los que me han entregado el trabajo de Semana Santa dos o tres días tarde, yo entiendo que no puedo pretender que todo el mundo me lo entregue en la fecha, pero es que hay ocho que no han traído el de Semana Santa (E2Pa, 526-35).

Lo que no sé es que..., yo espero que me traigan el trabajo, vamos (E2Pa, 76).

Nuestro profesor considera que una posible causa de que no haya ido la experiencia tan bien como se esperaba, puede haber sido el momento en el que se ha llevado a cabo, en la semana previa a las vacaciones, después de la segunda evaluación, fechas de especial relax y de casi total abandono de la actividad escolar:

De haber sido en otra fecha, habría ido mejor. De acuerdo, la fecha no era buena... (E2Pa, 619).

Justo antes de vacaciones. Entre que el primer día meto la cámara y se acostumbran, pasan unos días. Estuvieron trabajando bien un par de días y ahora después los tres días era justo a la vuelta de Semana Santa, pues tampoco se trabaja el día después de Semana Santa, porque como están a la vuelta de vacaciones, pues tampoco se trabaja (E2Pa, 621-6).

Por último, constatamos que nuestro profesor se siente incapaz de organizar los tiempos, también en la planificación general. Él ha elegido libremente la fecha de realización, pero se ha sentido presionado por haber tenido que fijarla previamente, con cierta antelación. Para hacer las observaciones de clase de los tres profesores de nuestro estudio, había que compatibilizar con los horarios de trabajo y de clases de los otros compañeros del Curso-P de Formación. También era importante que fuese en el segundo trimestre, por el objetivo formativo de analizar y poner en común la práctica de las experiencias con el resto de compañeros del Curso-P. Todo ello le ha llevado a equivocarse en el cálculo, se ha obligado a interrumpir el tema de Álgebra en medio de su desarrollo, que no habría sido necesario si hubiésemos hecho un reajuste. También la experiencia se ha hecho en vísperas de vacaciones, por lo que la situación temporal del tema no ha sido buena y ha quedado cortada por ellas.

Yo sí, al final soy incapaz de llevar ningún control de fechas, empiezo el curso y cualquier fecha que me fije de un examen, o de lo que sea, soy incapaz de prever los exámenes con más de dos semanas de antelación, de prever cuánto me va a durar un tema. Los he tenido que poner ahora en Cuarto porque me han obligado, pero si no, voy siempre al día, soy el último poniendo los exámenes una semana antes y nunca sé cuánto me va a durar un tema.

Entonces al haberme fijado las fechas éstas, el tema anterior se me quedó colgado y lo he tenido que seguir después, corté ecuaciones y ahora he seguido con sistemas y tuve muy malos resultados con las ecuaciones. Si hubiera seguido un ritmo normal, hubiera acabado ecuaciones en Feria y hubiera empezado las Actividades éstas ahora y hubiera hecho otro bloque de Geometría seguido (E2Pa, 629-41)

Sí, ya habíamos hablado de las fechas y eso y, vamos... (E2Pa, 644).

Y como iba a decir después, pero no sé cuándo, o sea, después, pero no sé cuándo. Sí, dentro de dos semanas o dentro de tres (E2Pa, 648).

No, a ellos [los alumnos] no les ha afectado [el hecho de prefijar una fecha]... (E2Pa, 647-51).

A ellos les ha afectado la fecha en cuanto que era la semana justo antes de Semana Santa, eso sí (E2Pa, 658-9).

Por último, hemos preguntado a Pascual cuándo ha hecho la constitución de los grupos, que no hemos podido observar ni grabar. Nos ha respondido que en sesiones anteriores a la experiencia, previamente al periodo en el que se han observado y grabado las clases.

Ellos tuvieron un examen el lunes, habíamos estado repasando el viernes, pues el viernes fue el día que les comenté que tenían que ir pensando los grupos. Después hubo un primer día en el que la sesión fue normal y ese día fue el que me dijeron cómo iban a estar organizados los grupos. Eso fue el martes. Y el miércoles ya estuvieron trabajando según los grupos que me habían dicho el martes (E2Pa, 423-9).

Cómo se iban a agrupar, se lo había comentado antes del comienzo de la experiencia (E2Pa, 421).

Después hubo un primer día en el que la sesión fue normal y ese día fue el que me dijeron los grupos cómo iban a estar organizados. Eso fue el martes [Primera sesión]. Y el miércoles, ya estuvieron trabajando según los grupos que me habían dicho el martes (E2Pa, 426-9).

En síntesis, el espacio ha estado organizado en dos sesiones con los estudiantes sentados en parejas, mirando a la mesa del profesor. El resto en pequeños grupos de cuatro, de composición libre, decidida por ellos mismos.

Pascual tiene sentimientos encontrados y opiniones contradictorias sobre cómo ha sido el comportamiento de los grupos y el clima del aula. Considera que ha habido más ruido y falta de atención que en otras ocasiones y que no ha conseguido implicar a más alumnos en las Actividades. El funcionamiento de algunos grupos ha sido incluso peor que en el tema de Álgebra, única ocasión previa de trabajo en grupos.

Sin embargo, también afirma que han colaborado entre ellos, que unos han explicado a otros lo que han entendido, que en el aula se han implicado bastante, aunque no en las Actividades de casa, ni en cumplir con las fechas de su entrega.

El número total de sesiones, incluida la visita al Alcázar, ha sido de siete, de las cuales han trabajado en grupo de la segunda a la quinta, ambas incluidas. En ellas no ha organizado el tiempo.

Ha respetado el ritmo de trabajo de los estudiantes en los grupos. Esto le ha conducido a un desfase cada día mayor entre lo que estaban trabajando en los distintos casos.

A pesar de ello, no ha querido cortar los procesos que cada cual iba siguiendo, procurando no interrumpir con intervenciones generales sus procesos de pensamiento, lo que ofrece rasgos de una enseñanza innovadora, como el trabajo en grupos y el fomento de las interacciones entre iguales.

3. 2. 2. 1. 5 Resultados del Papel del Profesor

El papel fundamental que Pascual ha jugado durante la mayor parte de la experiencia ha sido el de estimular y orientar el trabajo de los estudiantes. Este rol ha tomado dos formas bien distintas según su distribución grupal. Cuando los alumnos han estado sentados en parejas, durante la primera y última sesiones, Pascual ha tenido un papel de mucho mayor protagonismo, que cuando los grupos han tenido cuatro componentes, en las sesiones consecutivas segunda a quinta.

En el primer caso, ha presentado al grupo-clase la información necesaria sobre qué son las transformaciones geométricas [Pa 1. 1], los distintos movimientos [Pa 1. 2] o los frisos [Pa 6. 1], ha marcado claramente los tiempos y las tareas, decidiendo cuándo empezar y terminar cada Actividad, así como las puestas en común, que han sido tres en la primera sesión y una en la sexta [Pa 6. 3]. En todos estos casos, sus intervenciones han sido rápidas, casi siempre mirando a la pizarra, donde ha dibujado sin mucha precisión las figuras correspondientes a la Actividad de turno, en unos casos tomando la palabra en nombre de los alumnos cuyos resultados ha observado [Pa 1. 1], [Pa 1. 2], o sacando a la pizarra alumnos que han hecho esa Actividad [Pa 6. 3], quien ha dibujado las figuras y nuestro profesor ha dado las explicaciones, siempre muy concisas y cerradas, haciendo *'preguntas de comprobación'* a los estudiantes, obteniendo respuestas muy breves, a veces, atropelladas y simultáneas, es decir, de forma ininteligible, sin comprobar si realmente está comunicándose con los estudiantes y éstos entre sí. En las puestas en común, su papel ha sido de introducción de contenidos o, en los últimos casos [Pa 1. 2], [Pa 6. 3], de validación de lo que previamente han hecho.

Durante el trabajo en parejas, su papel ha sido muy similar a la de los grupos de cuatro componentes, que presentamos a continuación.

En el segundo caso, los pequeños grupos, el papel del profesor ha sido muy diferente, desde el episodio [Pa 1. 3] hasta las vacaciones de Semana Santa (quinta sesión incluida). Una vez distribuidas las Hojas de Trabajo y los recursos necesarios para hacer las Actividades [Pa 1. 1], [Pa 2. 1], [Pa 3. 2], etc., no ha sido él quien, en casi ningún caso, ha tomado la iniciativa de a

qué grupo atender. Han sido los alumnos quienes lo han ido llamando, según les han ido surgiendo sus dudas. Entonces, él se ha acercado al grupo, se ha inclinado hacia alguno de ellos, se ha concentrado en sus preguntas y se ha olvidado del resto [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 3. 2], etc. Es amable y paciente. Sus respuestas han sido, a veces, *'evaluadoras'* [Pa 1. 2], [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 4. 1], etc., en bastantes ocasiones, *'preguntas de comprobación'* [Pa 1. 2], [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], en algún caso ha respondido con nuevas preguntas *'genuinas'* [Pa 1. 2], en otros muchos casos dándoles casi terminados los resultados que habían de trabajar los estudiantes [Pa 1. 3], [Pa 2. 1], [Pa 3. 2] [Pa 4. 1], [Pa 5. 1], [Pa 6. 2], o usando de manera ejemplificadora el recurso de turno sobre la figura concreta que le ha preguntado el alumno [Pa 1. 1], [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], [Pa 3. 2], etc. Y así, grupo a grupo.

También él ha tomado la iniciativa de acercarse a un grupo, cuando se ha quedado libre, rara vez, para supervisar el trabajo que han estado realizando y controlar de cerca su comportamiento social: *'¿Cómo va tu trabajo?'*, *'¡Alberto, siéntate!'* [Pa 1. 1], *'¡Uy, qué bonito! ¡Lo has coloreado!'* [Pa 1. 2], *'¿Habéis acabado con éste? ¿Lo habéis entendido?'*, *'Esto está un pelín cutre, ¿no?'* [Pa 2. 1], *'anda, repite esto otra vez despacito'* [Pa 3. 1].

Además tiene un papel evaluador, corrigiendo las Actividades y señalando fallos [Pa 1. 3], [Pa 3. 1], [Pa 3. 2]. *'Éste está bien. Pero los otros están mal'* [Pa 4. 1], etc. Sin embargo, Pascual no ha hecho observaciones y una recogida sistemática de determinados aspectos del trabajo y comportamiento de los estudiantes, alegando que no puede atender a tantos frentes simultáneamente.

Bueno, no he recogido esos datos. Que sí, que debería haberlos recogido, pero te sobrepasa: reparte fichas, reparte reglas, reparte no sé qué, se lo explicas a uno y se lo explicas a otro. E ir tomando notas (E2Pa, 584-7).

Pascual compara su planteamiento de atención a los grupos con el de Pepe, uno de los compañeros del G₁. Éste prefiere dirigirse al grupo-clase cuando detecta dudas parecidas en varios alumnos, parando momentáneamente el trabajo que cada cual esté realizando. En cambio, Pascual ve esto contraproducente. Él prefiere no adelantarse a los que aún no se hayan enfrentado con la duda en cuestión o a los que ni siquiera han llegado a plantársela. Una vez dadas las explicaciones pertinentes en cada grupo en el que él ha detectado que ha sido necesario, le parece inútil e incluso absurdo repetirlo a posteriori a toda la clase.

Lo he ido comentando todo grupo por grupo. Grupo por grupo, o sea, lo que era de fijar ideas y de ponerse a pensar. Hablamos con Pepe, él lograba parar la clase y comentarles lo que fuera. Él decía que paraba la clase cuando surgía la dificultad, unos habían llegado y otros no habían llegado (E2Pa, 270-7).

Yo, cuando he estado trabajando en grupo y cortan la clase, entre que consigues que luego te vuelvan a prestar atención y normalmente explicas la cosa cuando les ha surgido el problema a tres o cuatro, se lo explicaba a dos o tres, te pregunta un tercero y dices, bueno, todos tienen el mismo problema lo voy a explicar. Pero hay tres o cuatro que todavía están en la Actividad anterior y les descoloco completamente la Actividad que están haciendo para explicarles la siguiente (E2Pa, 278-85).

Pascual tiene claro cuál ha sido su papel, qué aspectos ha desarrollado bien: hacer pensar al alumnado, animarles a seguir trabajando, mediante preguntas ‘genuinas’ que les ayuden a avanzar, sin dar resultados acabados, para que ellos reflexionen sobre su propio proceso y se hagan conscientes de lo que están haciendo, según su declaración en la segunda entrevista, que en parte se contradice con nuestra propia constatación. También es consciente de lo que no ha conseguido: motivarlos, implicarles en las tareas, especialmente para el trabajo en casa y su entrega en fecha.

Les puedes dinamizar, decirles: venga, ánimo, vamos a hacer esta Actividad, vamos a hacer otra (E2Pa, 327-8). Eso sí lo hice, o sea, a ese nivel de hacerlos pensar, hacerles fijar las ideas, lo que había en cada una de ellas [las Actividades] escondido. Que lo vieran, eso era lo que yo estaba haciendo cuando me arrimaba a cada uno de ellos, no decirles el resultado sino... Incluso si ya habían pasado, a ver, la anterior, enseñármela, ¿os habéis fijado aquí en esto y esto? Sí. Y tú ¿te has fijado? Sí. Y esto ¿cómo lo has hecho? Así, y ¿éste por qué no? Así. (E2Pa, 289-96).

Mi papel como profesor ha sido el de hacerles recapacitar, en pensar qué hacían en cada una de las Actividades. Ahí más o menos me he visto bien, he fallado en toda la parte de motivación, en toda la parte de dejarles claro la evaluación, dejarles clara la fecha de entrega... ¡Tampoco sé yo cómo decírselo más claro! Colgar carteles en la paredes, no sé, la fecha de entrega de tal cosa, no sé, a lo mejor igual que tienen puestas las fechas de los exámenes haberle puesto en el cartel... (E2Pa, 317-325).

Algunas de sus intervenciones se han reducido a remitir a los alumnos a Actividades previamente realizadas. En otras, como señalamos en el párrafo anterior, contradiciéndolo, ha llegado a dar casi todos los pasos del proceso. Esto quiere decir, que en ocasiones, ha ido más allá de su intención previa, contestando de modo que ‘casi’ ha dado los resultados, según sus propias palabras.

Si estaban todos igualmente perdidos pues, a lo mejor, se veía cómo se había hecho el ejercicio anterior o había que darles unas indicaciones... Por ejemplo, traslaciones: traslada la figura tanto y tanto, según la flecha ésta, pues había veces que había que darles el paso casi dado... (E2Pa, 363-7).

Con su presencia e insistencia ha conseguido que todos los alumnos trabajen en el aula, aunque unos lo hayan hecho mejor que otros, pero sigue preguntándose de qué modo podría haber conseguido implicarlos más. No ha sido muy exigente con los resultados, muchos dibujos han estado hechos deprisa y sin cuidado, a bolígrafo, sin posibilidad de corrección [Pa 1. 2], [Pa 2. 1], [Pa 3. 1], aunque Pascual les ha insistido en que los hagan a lápiz [Pa 3. 2], [Pa 4.

1], [Pa 5. 1], etc. Si un alumno le ha pedido otra Hoja, Pascual no se la ha dado de nuevo, por haber advertido que las hiciese a lápiz [Pa 3. 1], pero le ha recomendado que hagan fotocopias los que crean que van a emborronarlas [Pa 5. 1]. Si un alumno le ha dicho que una figura es difícil (la botella, la flor) le ha contestado: '*hazlo más o menos*' [Pa 2. 1], [Pa 4. 1]. Al entregarles las Hojas para hacer durante la Semana Santa, les ha comentado que no se preocupen con las Actividades un poco más complicadas [Pa 5. 1].

Bien, incluso en los días de clase, por mucha lata que dieron, hasta los alumnos más problemáticos, que más veces se distraen y eso, las Actividades las estuvieron realizando (E2Pa, 329-31).

Sí. La alumna ésta que se levantaba y cogía la cámara de vídeo, por ejemplo, pues quieras que no, las Actividades las estuvo haciendo, por mucho que se levantara y quisiera salir todos los días... Porque los otros estuvieron hablando, pero las Actividades, más o menos, las fueron haciendo. Tardaron más que los otros, porque se distrajeron mucho, pero las hacían. Más cutres también, pero más o menos las iban haciendo. Claro, ¡estamos allí todo el tiempo encima! (E2Pa, 333-9).

La decisión de nuestro profesor de no hacer intervenciones generales al grupo-clase durante las cuatro sesiones señaladas, le ha llevado a repetir hasta la extenuación lo mismo en todos los grupos: la necesidad de traer al aula los instrumentos de dibujo; cómo utilizar los recursos; qué Actividades hay que hacer en casa, al final de cada sesión; que las Actividades de Ampliación o Refuerzo son para casa y serán evaluadas, etc. Resaltamos especialmente las referidas al contenido, ya que va intercalando información nueva sobre los distintos movimientos y sus elementos, incluida las básicas y las más relevantes [Pa 3. 1], [Pa 3. 2], [Pa 4. 1], [Pa 5. 1], [Pa 6. 2]. Esto tiene el riesgo de que no obtengan toda la información completa, ya que hemos constatado que unas veces sus intervenciones sobre el mismo contenido son mucho más breves que otras y además no es posible que haya podido tener en cuenta a qué grupo ha dicho cada aspecto, dado el ritmo permanente de cambio de uno a otro que ha llevado.

Grupo por grupo, o sea, lo que era de fijar ideas y de ponerse a pensar... (E2Pa, 275).

Pascual se pregunta si al final de cada sesión o al final de la experiencia habría de haber realizado alguna síntesis o explicación de lo trabajado en los pequeños grupos también en el grupo-clase. Pero como ha ido respondiendo cada cuestión y repitiendo en cada grupo, paso por paso, cada movimiento, tiene dudas sobre la necesidad de hacerlo, e incluso considera que puede ser reiterativo y, por lo tanto, contraproducente. No se plantea la necesidad de hacer aflorar oralmente los aprendizajes de los alumnos para contrastarlos, resumirlos, repasarlos, relacionarlos, ampliarlos... En definitiva, para negociar significados.

Lo iba diciendo grupo por grupo ¿acabo al final otra vez repitiendo eso un día entero? (E2Pa, 268-9).

¿Cómo? ¿Haber hecho al final un par de Actividades todos juntos, en voz alta en la pizarra o corregir todas las fichas en la pizarra? Es que no sé muy bien qué es lo que hay que recopilar (E2Pa, 250-2).

Le ha desconcertado que le preguntemos si no ha visto necesario hacer un cierre final del tópico estudiado. En el último episodio [Pa 6. 3], Pascual ha corregido las Actividades sobre los frisos y ha hablado de la visita al Alcázar. Pero siendo la última sesión le hemos cuestionado por qué no ha hecho un cierre del conjunto de la experiencia, más aún cuando han estado intercaladas las vacaciones de Semana Santa. No tiene claro en qué consiste ‘*cerrar el proceso*’: si se trata de corregir todas las Actividades en la pizarra, si de hacer alguna Actividad nueva todos juntos o resúmenes de lo trabajado, etc.

Él considera que la buena estructuración y orden de las Actividades ha hecho innecesaria su intervención en cualquier momento del desarrollo. No obstante, se cuestiona si quizás no ha controlado bien el proceso, si podría haberles indicado que hicieran ellos sus propios resúmenes o que tomaran notas de lo que el profesor les estaba explicando y haberlos controlado más, diariamente.

Y esto ¿cómo lo has hecho? Así, y ¿éste por qué no? Así. Que sí, que lo ideal sería que ellos pues ¡ea! ahora coge todo esto y lo copias por escrito o no, tomad apuntes ahí al lado, de lo que os he dicho... (E2Pa, 297-9).

A lo mejor tendría que haberles pedido diariamente las tareas, haberles pedido que fueran haciendo resúmenes y me los fueran entregando (E2Pa, 688-9).

Durante la visita al Alcázar, Pascual se había adjudicado a sí mismo el papel de guía de los procesos de los grupos, así como del edificio pero, según él nos declara, no ha conseguido transmitir bien a sus alumnos lo que ha pretendido con dicha visita, ni que los grupos hayan tenido una actitud muy reflexiva, pues terminaban rápidamente, seguramente movidos por el deseo de acabar cuanto antes, para desentenderse de lo matemático y lo artístico, ‘*pensando en comerse el bocata*’:

La visita sí funcionó bien. ¿Cosas para otra vez? Pues, por ejemplo, yo intenté que me siguieran durante todo el recorrido, para enseñarles dónde estaban todas las habitaciones y después dejarles a cada uno trabajar en un sitio, diciéndoles dónde iba a estar yo colocado y más o menos conforme les iba diciendo ustedes vais a estar trabajando aquí, se iban quedando y ya no me seguían. Después ellos acabaron muy pronto, también, acababan todos muy pronto y cuando iba a un grupo le ayudaba en lo que fuera y cuando volvía pues ya lo tenían casi acabado (E2Pa, 108-116).

Ah, bueno y entonces lo que me falló es que yo al final cuando vi que ya iban acabando algunos grupos y eso, intenté reunirlos a todos, quedar con ellos en un sitio. Ya veía yo a mucha gente, a partir de las 12 o por ahí, ya había mucha gente en el Alcázar y digo: pues ahora nos reunimos todos juntos con el profesor y eso, y damos una vuelta ya a nivel de ver el edificio antes de coger el autobús y para casa (E2Pa, 131-6).

En síntesis, nuestro profesor, ha tenido fundamentalmente dos tipos de roles, relacionados con los agrupamientos. El primero, en el grupo-clase, durante la primera y última sesiones, ha organizado el trabajo, lo ha presentado y lo ha dirigido, controlando el tiempo y las Actividades que se han ido realizando y haciendo puestas en común de sus resultados. En ambas sesiones, los estudiantes han trabajado en parejas.

En las puestas en común, ha hablado deprisa, erigiéndose a veces en portavoz de los resultados de los estudiantes que ha observado, haciendo intervenir con frecuencia a los estudiantes con '*preguntas de comprobación*', breves y sin fuerza comunicadora. Algunos alumnos han participado espontáneamente, también con respuestas cortas y solapándose mutuamente. No ha habido auténtico debate, ni negociación de significados.

Durante el resto de las sesiones, de la segunda a la quinta, los estudiantes han trabajado en pequeños grupos. Su principal papel, en estas sesiones, ha sido atender los procesos de realización de las Actividades en los grupos: mostrando cómo utilizar los recursos; presentando el contenido, intercalando información nueva sobre los distintos movimientos y sus elementos; señalando Actividades para casa, al final de cada sesión; supervisando el trabajo que han estado realizando los estudiantes en el aula. Todo ello, grupo a grupo.

Sus respuestas a las dudas planteadas han sido, a veces, '*evaluadoras*'; algunas otras con nuevas preguntas '*genuinas*'; en bastantes ocasiones, con '*preguntas de comprobación*'; en otros muchos casos, explicando cómo hacer la tarea concreta preguntada y dando prácticamente los resultados; incluso ha presentado la información necesaria para seguir trabajando. Esto tiene el riesgo de todos no hayan conseguido obtener la información completa.

Su estilo de enseñanza en la primera situación se acerca, desde nuestro punto de vista, a una enseñanza tradicional, en transición hacia un modelo tecnológico. Cuando ha favorecido el intercambio entre iguales dentro del pequeño grupo, tratando de no interrumpir los procesos de los estudiantes, se aproxima más a una enseñanza innovadora, más cercana al modelo espontaneísta en su falta de control sobre algunos aspectos de la gestión del aula.

3. 2. 2. 1. 6 Resultados del Papel del Alumno

En primer lugar, Pascual ha dado protagonismo a los alumnos adjudicándoles el papel de ir obteniendo los contenidos mediante la realización de las Actividades que ha diseñado.

La implicación de los alumnos en las Actividades y la responsabilidad sobre su propio aprendizaje, ha formado parte de la idea que tiene nuestro profesor sobre una actitud esencial de los estudiantes en este tema. Pascual también ha pretendido que los alumnos trabajen en este tema de forma más autónoma que en Álgebra y cree que lo ha conseguido, por considerar mucho más asequible para ellos el tema de los movimientos.

Yo vi que en el tema de Álgebra sí estaban más perdidos los grupos y dependían más de mí (E2Pa, 307-8).

Pascual pretendía también fomentar en sus alumnos una actitud de responsabilidad ante el trabajo, a la que considera que sus alumnos no han respondido, lo cual siente como un fracaso personal:

Lo había dejado bajo su responsabilidad, lo de marcar el hábito de entrega del trabajo.... Eso fracasa, esos objetivos actitudinales los tachamos todos (E2Pa, 56-7).

Sinceramente, vamos, yo pondría la mano en el fuego que muy pocos se han puesto a hacer las Actividades que les mandé para Semana Santa (E2Pa, 174-5).

Ha echado de menos más interés por parte de los alumnos, lo que les hubiese llevado a leer atentamente las propuestas, a usar los instrumentos requeridos y a reflexionar un poco sobre lo que han estado haciendo. Con esta actitud, los alumnos solo han conseguido hacer bien los ejercicios fáciles, pero Pascual parece contentarse con esta realidad.

Sí. Actividad simetría 1: calcula dónde tiene que rebotar la bola para que choque en esto. Pues que no se lean sólo dónde tiene que chocar la bola sino que lean 'Actividad Simetría 1' y que vean que si pone simetría, a lo mejor tiene que ver con el tema que están dando... (E2Pa, 506-9).

Los movimientos, a la hora de hacerlos, muchos los hacían sin regla, sin usar nada... (E2Pa, 580-1).

O sea, el tipo de hacer las Actividades y no pararse a leer todas las preguntas que había, fallos que eran de despiste y falta de interés (E2Pa, 547-8).

Los que me lo trajeron en su fecha son trabajos aceptables, los ejercicios fáciles están bien, los difíciles algunos fallos, pero... más o menos (E2Pa, 536-8).

También quería nuestro profesor esta implicación respecto del trabajo realizado en casa. Pero no solo del propuesto para el final de la experiencia, con el objetivo de aplicar y evaluar todo lo estudiado durante el desarrollo de la misma, sino también del referido al día a día. Es decir, que los alumnos terminasen en casa aquellas Actividades que no les había dado tiempo a hacer en la sesión correspondiente. Él lo considera también muy importante. Sin embargo, lo han hecho únicamente los que normalmente suelen trabajar, pero la inmensa mayoría no [Pa 2. 1], [Pa 3. 1]. Incluso él ha claudicado enseguida, en la tercera sesión, dando de nuevo libros de espejos a aquellos estudiantes que no habían terminado las Actividades del día anterior, sobre las simetrías [Pa 3. 1]. A partir de ese hecho, cada cual ha seguido en las sesiones sucesivas por donde lo había dejado en clase el día anterior [Pa 4. 1], [Pa 5. 1].

Implicados en el trabajo diario en el aula sí. Implicados de trabajar en casa, de acabar, no. Me imagino que será igual que si comparo con el sistema tradicional, de dar las clases, trabajar en clase y al final estudiar para el examen. Al final, los mismos que no suelen estudiar para el examen, son los que no han hecho el trabajo en casa y se han quedado con lo que tenían en clase. En clase sí los he visto trabajar más. No he tenido a ninguno parado. (...) A lo mejor, el hecho de estar trabajando en grupo... Siempre había alguno dispuesto a trabajar y algunos trabajan pero... Trabajo en clase algo mejor, trabajo en casa igual de mal (E2Pa, 342-8; 51-4).

Y bien, o no lo he explicado yo muy claro, o bien lo que sea, que también está el no trabajar y no, que no quieren trabajar en casa (E2Pa, 16-7).

En cuanto a la participación de los estudiantes en la marcha de la clase, su protagonismo se ha reducido a hacer las Actividades propuestas, salir a la pizarra a corregir las Actividades en una sola ocasión, de forma voluntaria [Pa 6. 3], a preguntar dudas y responder a las cuestiones planteadas por el profesor, generalmente en los pequeños grupos y, en pocas ocasiones, en el grupo-clase. Apenas han intervenido y lo han hecho de forma breve [Pa 1. 1], [Pa 1. 2] e incluso, a veces, en cierto modo ‘atropellándose’ unos a otros, es decir, hablando varios a la vez [Pa 6. 3]. En cambio, en los pequeños grupos la comunicación oral entre iguales ha sido totalmente libre y potenciada y la relación con el profesor relajada y cordial, preguntando y expresando todo tipo de dudas (desde la segunda sesión a la quinta), incluso objeciones sobre la dificultad de hacer algunos dibujos [Pa 2. 1], [Pa 3. 1].

Cada vez que han recibido una nueva Hoja de Trabajo, referida a un nuevo movimiento, los alumnos se han desconcertado siempre, por no ver claro en qué consistían las tareas, recurriendo a Pascual desde el primer momento, sin concederse un tiempo para leer los enunciados y pensar [Pa 1. 1], [Pa 1. 2], [Pa 2. 1], [Pa 3. 2], [Pa 4. 1], [Pa 6. 2]. Curiosamente, por ejemplo en [Pa 1. 2] y [Pa 6. 2], Pascual ha explicado previamente a los estudiantes lo que tenían que hacer a continuación, pero constatamos que se han sentido tan perdidos como en los casos que no han estado precedidos por explicaciones.

Nuestro profesor considera a posteriori que los alumnos podrían haberse parado más a reflexionar y dejar recogido lo más importante haciendo resúmenes y/o tomando notas, aunque él no se lo ha pedido. Parece que duda si habría sido conveniente haberles dicho que redactasen sus propias conclusiones para, con ello, haber reflexionado sobre lo hecho y haber fijado mejor las ideas:

Y al final no se lo dije, a lo mejor se lo podía haber encargado, eso, que redactaran ellos los apuntes y corregírselos y hubieran tenido que pararse un poco más a pensarlo, todo lo que yo les hubiera ido diciendo que quedara más recogido, o sea, lo de fijar ideas, eso... (E2Pa, 301-5).

En síntesis, Pascual ha adjudicado a los alumnos el papel principal de ir obteniendo los contenidos mediante la realización de las Actividades que ha diseñado.

Quiere que los estudiantes se impliquen en el trabajo de aula y de casa. Sin embargo, esto último, lo han hecho únicamente los que normalmente suelen trabajar, pero no el resto. Los estudiantes se han desconcertado siempre que se han enfrentado a las Actividades correspondientes a un nuevo movimiento, por no entender la tarea y han recurrido inmediatamente al profesor, con poca autonomía.

En cuanto a la participación de los estudiantes en la marcha de la clase, su protagonismo se ha reducido a hacer las Actividades propuestas, salir a la pizarra a corregir las Actividades en un solo episodio, a preguntar dudas y responder a las cuestiones muy concisas y rápidas planteadas por el profesor, con frecuencia en los pequeños grupos y en pocas ocasiones en el grupo-clase.

El profesor ha insistido en la cooperación entre los componentes de los pequeños grupos, con responsabilidad y autonomía sobre su propio aprendizaje. Sin embargo, ha echado de menos más interés por parte de los alumnos, que les hubiese llevado a leer atentamente las propuestas, a llevar al aula y usar los instrumentos requeridos y a reflexionar sobre lo que han estado haciendo. Ellos han respondido a sus expectativas de modo insuficiente.

3. 2. 2. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

Tenemos muy pocos datos de la evaluación realizada por Pascual. En primer lugar, porque no ha hecho una presentación explícita de la propuesta de evaluación a los estudiantes. En segundo lugar, únicamente hemos estado presentes en los momentos de validación de actividades, bien en el grupo-clase, en las puestas en común y en una única corrección en la pizarra, bien en los pequeños grupos, detectando errores, subsanándolos y/o validando Actividades. En cambio, nos faltan datos sobre cómo ha calificado. Sin embargo, disponemos de las opiniones de nuestro profesor, extraídas de la segunda entrevista. Teniendo en cuenta todo ello, presentamos al final una síntesis única de la misma, globalmente considerada.

Por una parte, Pascual se plantea, a posteriori, que no ha presentado la evaluación con suficiente claridad a los alumnos, porque ha dado por supuesto que, el mero hecho de eliminar el examen tradicional a la finalización del tema, iba a producir un efecto automático de motivación para su aprendizaje y no ha sido así:

He fallado en toda la parte de dejarles clara la evaluación (E2Pa, 321).

Será que me había ilusionado, de verdad, pensaba que iba a servir para enganchar a lo mejor a algunos alumnos con el rollo de que no iba a haber exámenes y teoría (E2Pa, 327-9).

Por otra parte, no comprende como la posibilidad de poder aprobar en esta ocasión prácticamente todos con poco esfuerzo, no ha despertado su interés y su implicación:

En teoría, sacar un 6 o sacar un 7 o sacar incluso buena nota en el trabajo, era algo que estaba a la altura de todo el mundo, incluso de gente que no hubiera hecho nada en Números y en Álgebra, que jamás en su vida fuera a aprobar. Aquí podrían haber hecho algo con nada que hubieran trabajado, o sea, aquí el trabajo tenía recompensa inmediata (E2Pa, 10-5).

3. 2. 2. 2. 1 Resultados de para qué evaluar

Pascual no hace una evaluación inicial porque dice que los contenidos del tópico son muy básicos y no requieren conocimientos previos. Sin embargo, ha explorado las ideas de los estudiantes a través de las dos primeras Actividades que les ha planteado, tratando de que afloren algunos de los aspectos intuitivos que ofrece este tema en esta primera aproximación.

En cuanto a la evaluación en general, en la práctica no ha hablado de sus finalidades.

3. 2. 2. 2. 2 Resultados de qué evaluar

En primer lugar, podemos considerar que Pascual ha evaluado los contenidos, a través de las Actividades realizadas, tanto en el aula como en casa (una relación de Actividades entregada para hacer durante las vacaciones Cuadros Pa 7, Pa 8, Pa 9 y [Pa 5. 1]), así como la forma en que los estudiantes han utilizado los recursos didácticos que ha promovido durante la experiencia. Sus expresiones nos inducen a pensar que no está muy satisfecho del aprendizaje de los alumnos en ambos aspectos:

Hay muchos fallos, por ejemplo en girar una figura, no las giran bien, algunos lo siguen haciendo a mano o sin usar el compás o sin compás (E2Pa, 161-4).

Sí, es verdad que para corregir las Actividades que tenían que hacer solo una traslación, ha habido gente que ha fallado y en realidad era el mismo tipo de Actividades que habían estado trabajando en clase (E2Pa, 170-3).

En alguna composición de movimiento o en alguna que pedía un giro de 60º y un giro de 30º y me hacían los giros y después ¿bueno, y qué es? Y me han contestado que un giro de 90º (E2Pa, 545-6).

Eso, a la hora de hacer los movimientos, muchos los hacían sin regla, sin usar nada (E2Pa, 581-2).

Sin embargo, nuestro profesor considera que la mayor parte del alumnado del grupo ha entendido los contenidos básicos del tema, aunque cree que no son capaces de expresarlos, con lo que este aprendizaje queda incompleto, más allá de que no capten los aspectos más abstractos. Es decir, los estudiantes no se han apropiado de los significados.

De que para hacer una traslación hace falta dar una flecha que depende del vector, pues eso sí, que depende de la distancia, eso sí; que sean capaces de decírtelo todo de corrido, “de qué depende la traslación”, pues no, no te van a decir que depende de la dirección, del sentido y del módulo, pero la idea la tienen (E2Pa, 513-7).

En esta experiencia concreta ha valorado también el trabajo que les ha pedido tras la visita al Alcázar [Pa 6. 3]. Él no ha visto que los estudiantes hayan hecho *‘in situ’* el estudio del friso que les ha propuesto. Tampoco está seguro de que le hayan hecho fotos para trabajar el friso después de la visita, en casa. Si no ha sido así, ya no podrán hacerlo, porque les faltan los datos sobre el friso observado, aunque confía en que realmente los hayan tomado:

No sé cómo van a estar los trabajos ¿sabes? No sé si hicieron fotos de los frisos, entonces lo tienen completamente, está en la foto y están confiados en la foto y no se iban a dedicar allí a hacer el estudio geométrico del friso, porque tengo la foto y me la llevo a mi casa o no sé en qué ha quedado, porque no lo he podido evaluar todavía (E2Pa, 117-21).

Pascual da mucha importancia en la evaluación a que los alumnos le entreguen los trabajos solicitados, que lo hagan en fecha y que estén bien, aunque no será lo único que valore, pues también tendrá muy en cuenta el trabajo de aula durante las sesiones de la experiencia, como antes hemos indicado, pero solo tenemos de todo ello datos declarativos:

O sea, yo creo que si esta gente me entrega hoy los trabajos y me los entrega bien y los que me han entregado el trabajo de Semana Santa dos o tres días tarde, yo entiendo que no puedo pretender que todo el mundo me lo entregue en la fecha, pero es que hay ocho que no lo han traído, el de Semana Santa (E2Pa, 531-5).

Al final voy a puntuarles el trabajo éste de Semana Santa, la ficha, voy a puntuarles el trabajo del Alcázar y en parte cómo han estado trabajando en clase, cómo los he visto yo trabajar en clase. Vamos si yo pido la ficha de estos días de clase, todos tienen las fichas completas. Hacerlas las han hecho y lo que tienen hecho en la ficha está bien hecho (E2Pa, 572-6).

Vamos, los trabajos están aceptables, entonces yo creo que los objetivos que pretendía transmitir, con las Actividades que hemos hecho y el trabajo que hemos hecho han quedado claros (E2Pa, 549-51).

Sabemos que Pascual da también mucha importancia a las actitudes de cooperación entre los estudiantes e implicación en el trabajo, pero tenemos únicamente datos declarativos, como en el aspecto anterior, para sustentar que las ha incluido en la evaluación.

No se han conseguido las más profundas: las de motivación, voluntad de trabajo... Cosas de ésas (E2Pa, 600).

3. 2. 2. 2. 3 Resultados de cómo evaluar

Pascual ha tenido especial interés en no hacer un examen tradicional al finalizar la experiencia, como parte de la innovación que ha pretendido introducir y como opción motivadora para la implicación de los estudiantes en su trabajo. No obstante, no ha tenido claro en ningún momento cómo evaluar algunos aspectos, por ejemplo, las actitudes. Ha echado en falta algún instrumento que le hubiera permitido observarlas y valorarlas mejor,

pero ha sido consciente de esto desde el principio y ha optado por no usar una Hoja de Observación de unos Criterios de Evaluación establecidos de antemano (Apartado 3. 1. 2. 3):

Cómo evalúo la parte de actitud. Vamos, algo más objetivo pero aplico una base o... (E2Pa, 568-9).

Lo de no ponerles un examen y ponerles trabajo yo pensaba que iba a ser algo que les iba a animar (E2Pa, 672).

Por poner un ejemplo, ha llegado a concretar un poco algunos aspectos de las actitudes de los alumnos que le habría gustado observar mejor, como haber hecho anotaciones sobre la implicación en el trabajo de los grupos y lo que cada cual ha llevado a cabo o no y ahora se reprocha no haberlo hecho, a la vez que considera que no puede abarcar tantos frentes, que con atender a los distintos grupos ya ha tenido bastante tarea:

Una cosa que sí llevaba yo planteada en la Actividad, era recoger una ficha de observación de cada grupo y de cada alumno y de eso no he llevado nada. No he tenido constancia, ni para recogerlo un día, ni nada. Me he quedado con las impresiones generales de cada uno, de cómo han estado trabajando, pero no con notas... (E2Pa, 381-4).

De la evaluación echo de menos [datos objetivos sobre las actitudes de los alumnos] o de haber ido en clase con una ficha tomando anotaciones, porque todo me ha quedado un poco en el aire y en la impresión general que a mí me han causado los grupos y el trabajo de cada uno que, claro, eso al final es muy subjetivo... (E2Pa, 564-6).

Tampoco percibe si los instrumentos de evaluación que ha elegido, los trabajos de casa, han sido especialmente estimulantes para los alumnos, como él pensaba antes de proponerlos a los estudiantes. No conocemos el peso que ha dado a cada relación de Actividades ni a sus percepciones del comportamiento e implicación de los trabajos del aula. De lo que tal vez no es consciente es de la forma en que ha presentado estos instrumentos de evaluación a los estudiantes.

En la quinta sesión, última previa a la Semana Santa, Pascual ha ido entregando por los grupos la Hoja de Actividades que había preparado para que hicieran en casa durante las vacaciones. A cada alumno le va dando según su nivel y les va diciendo: *‘Como no hay examen, para la nota, hacéis estas Actividades en Semana Santa’* [Pa 5. 1]. En la sexta sesión, primera clase después de vacaciones y última de la experiencia, les ha ido preguntado si han tenido dudas sobre dichas Actividades [Pa 6. 1] y [Pa 6. 2], pero no se ha detenido a saber más a fondo qué ha pasado con ellas, si las han hecho, dónde han estado los principales obstáculos, pues nadie ha respondido nada y es extraño que no hayan tenido ninguna duda. Y al final de la sesión, les ha dicho que para los trabajos que han de hacer en el Alcázar, el próximo día les entregará otra Hoja. Son varios los estudiantes que preguntan *‘¿Qué trabajos?’* Aunque él les explica en qué consistirán y cómo han de hacerlos, consideramos que no ha quedado suficientemente claro

que estas Actividades, junto con las anteriores, constituyen los únicos instrumentos de evaluación, unidos a su percepción sobre la realización de las tareas y las actitudes que los alumnos han tenido durante la experiencia.

Lo de no ponerles un examen y ponerles trabajos, yo pensaba que iba a ser algo que les iba a animar y tampoco veo que les haya animado (E2Pa, 672-3).

Me he creado tantas expectativas de interesar a alguno. No he conseguido interesar a muchos más (E2Pa, 668-9).

Para los alumnos que no han ido al Alcázar, al final, después de dudar sobre varias posibilidades, ha renunciado a pedirles que hagan un examen, como les había anunciado inicialmente [Pa 6. 3] y también a que le entreguen nuevas Actividades similares a las correspondientes a la visita:

Ha habido dos sólo que no vinieron a la visita del Alcázar y sí, como es una Actividad ideal, en un principio pensé hacerles a ellos dos un examen solo. Después pensé en ellos dos pedirles un trabajo en el que buscaran cualquier tipo de cosa por otro lado del mismo tipo de la Actividad: de calcula el área de tu habitación, de yo qué sé qué, y de un friso búscalo en tu cuarto de baño y al final he quedado con ellos (son gente que todavía no me ha traído el trabajo de Semana Santa) en que me traigan el trabajo de Semana Santa y con eso se van a aviar (E2Pa, 454-61).

3. 2. 2. 2. 4 Resultados de cuándo evaluar

En general, Pascual tiene problemas con la distribución de los tiempos; por lo tanto, también para la evaluación:

Yo sí, al final soy incapaz de llevar ningún control de fechas, empiezo el curso y cualquier fecha que me fije de un examen, o de lo que sea, soy incapaz de prever los exámenes con más de dos semanas de antelación, de prever cuánto me va a durar un tema. Los he tenido que poner ahora en Cuarto porque me han obligado, pero sí no voy siempre al día, soy el último poniendo los exámenes, una semana antes y nunca sé cuánto me va a durar un tema (E2Pa, 629-35).

No ha tomado notas de lo observado durante las sesiones de la experiencia ni durante, ni después de las clases.

De la evaluación echo de menos el seguimiento de los grupos, que no he tenido constancia para (...) ponerme todos los días un ratito después de clase a apuntar cómo ha estado trabajando cada grupo, o de ir en clase con una ficha tomando anotaciones (E2Pa, 560; 562-3).

No ha conseguido que le entreguen los trabajos en los plazos establecidos:

El tema éste en clase más o menos ha ido bien, aunque al final se les hayan ido las horas y las fechas de entregar el trabajo (E2Pa, 19).

Esto lo ha hecho juzgarse duramente y preguntarse cómo debería haber actuado para conseguirlo, sin obtener respuesta:

He fallado en toda la parte de dejarles claro la evaluación, dejarles clara la fecha de entrega. ¡Tampoco sé yo cómo decírselo más claro! Colgar carteles en la paredes, no sé, la fecha de entrega de tal cosa, no sé, a lo mejor igual que tienen puestas las fechas de los exámenes haberle puesto en el cartel... (E2Pa, 321-5).

¿Pongo un almanaque en la pizarra y señalo en qué día estoy y en qué día hay que entregarlo? Que es la parte que me ha fallado al final en definitiva. O sea, yo creo que si esta gente me entrega hoy los trabajos y me los entrega bien y los que me han entregado el trabajo de Semana Santa dos o tres días tarde, yo entiendo que no puedo pretender que todo el mundo me lo entregue en la fecha, pero es que hay ocho que no lo han traído el de Semana Santa (E2Pa, 528- 35).

Por ejemplo, la fecha de entrega y es que tanta vara les di con la entrega del de Semana Santa, “lo tenéis que entregar, lo tenéis que entregar”, que yo esperaba que antes de Feria lo trajeran, porque... Pero no... (E2Pa, 601-4).

3. 2. 2. 2. 5 Resultados de quién evalúa

No hay datos sobre este Apartado. Él es quien ha corregido las Actividades y quien ha calificado y no tenemos ninguna constancia sobre la evaluación de la experiencia, que había previsto hacer a los estudiantes (Apartado 3. 1. 2. 5).

En síntesis, nuestro profesor ha evaluado los contenidos a través de las Actividades realizadas, poniendo énfasis en las actitudes de implicación en el trabajo y la cooperación entre iguales. Él considera que la mayor parte del alumnado del grupo ha entendido los contenidos básicos del tema, aunque cree que no son capaces de expresarlos.

Pascual, que había tomado previamente la decisión de no hacer un examen sobre los movimientos y sus aplicaciones a los estudiantes, creemos que no ha sabido presentarla con claridad y de forma motivadora a los estudiantes. Tampoco ha explicado eficientemente los nuevos instrumentos que ha introducido: dos trabajos para hacer en casa, uno relacionado con el nivel cognitivo de cada alumno, con Actividades de Ampliación o Refuerzo y otro tras la visita al Alcázar, con datos tomados en dicho edificio. Estos trabajos han constituido el 50% de la calificación del alumno, siendo la otra mitad correspondiente a los trabajos del aula y a las actitudes practicadas en ella durante la experiencia. Esta parte de la evaluación ha sido bastante asistemática.

Su propuesta, que consideramos, al menos en la primera parte, innovadora, no ha contado con el apoyo de los estudiantes que no suelen trabajar en casa, que son mayoría y al no estar acostumbrados a no hacer exámenes y no haber comprendido la naturaleza de la evaluación que se ha efectuado, la han tomado de forma contraria a lo pretendido y se han implicado menos en el trabajo.

La evaluación ha sido continua, como estaba prevista y quien ha evaluado es el propio profesor. No tenemos constancia de que los estudiantes hayan valorado ni sus propios aprendizajes, ni la experiencia.

Pascual también ha hecho una valoración de la experiencia llena de contradicciones. Esta disparidad de juicios de valor podría ser debida a la proximidad de la entrevista respecto del término de la experiencia, cuando aún ni siquiera ha recibido todos los trabajos solicitados. Esto le ha impedido tener cierto distanciamiento y objetividad. En cambio, tiene un fuerte sentimiento de insatisfacción, porque su desarrollo no se ha correspondido con sus expectativas durante la planificación de esta intervención de enseñanza.

3. 3 CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN DE PASCUAL

3. 3. 1 LA METODOLOGÍA

A continuación presentamos el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de la metodología planificada y llevada a cabo por Pascual, mostrando los aspectos que han permanecido y las discrepancias más relevantes que hemos detectado.

3. 3. 1. 1 CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES

La propuesta de Actividades diseñada por Pascual está concebida para que los estudiantes aprendan, mediante su realización, los contenidos correspondientes a los movimientos en el plano. Están presentadas agrupadas según los movimientos a estudiar, precedidas por unas Actividades de iniciación y culminadas con un estudio sobre los frisos, para hacer una visita '*con mirada geométrica*' al Alcázar de Sevilla.

En general, las Actividades realizadas ofrecen pocas diferencias con las diseñadas inicialmente. Su tipología es muy variada, abundando la '*búsqueda y elaboración de respuestas*', mediante procedimientos gráficos, principalmente destrezas de dibujo y las '*aplicaciones*' de los contenidos trabajados, de las que las más frecuentes son las de '*simple aplicación directa*'. También son numerosas las de '*identificación o reconocimiento de conocimientos previos*'. Sin embargo, las Actividades de '*argumentación y/o justificación*', '*resumen y/o síntesis*', son

mucho menos abundantes y no se ha realizado ninguna de 'motivación', 'búsqueda y organización de información' y 'comprobación'.

¿En el diseño de las Actividades? No, no ha habido ninguna dificultad añadida a lo que ya haya dicho, ni ha habido alguna cosa que haya sido diferente a lo previsto (E2Pa, 591).

Presentamos a continuación las tipologías de las actividades realizadas y planificadas, para que se vea clara y numéricamente las diferencias surgidas entre diseño y práctica, que han sido mínimas. De la propuesta inicial, únicamente se han desarrollado 36, por repetirse el esquema de muchas de ellas. Esto ha ocurrido para las Actividades de Ampliación, Refuerzo y Adaptación Curricular y para los distintos grupos que ha formado en la visita al Alcázar. Si comparamos la propuesta inicial con la realizada, tenemos como diferencias:

- **Actividades de Iniciación:** $3 - 2 = 1$ en total $\rightarrow 5.9\%$
 - De motivación: $1 - 0 = 1 \rightarrow 5.8\%$
 - De expresión de conocimientos previos o ideas intuitivas: $2 - 2 = 0$
- **Actividades de Obtención de Información:** $7 - 7 = 0$ en total
 - De presentación de información: $7 - 7 = 0$
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0
- **Actividades de Estructuración de Información:** $24 - 18 = 6$ en total $\rightarrow 35.4\%$
 - De organización de la información: 0
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: $16 - 12 = 4 \rightarrow 23.7\%$ del total
 - De comprobación: $2 - 0 = 2 \rightarrow 11.7\%$
 - De argumentación: $3 - 3 = 0 \rightarrow \%$
 - De resumen y/o síntesis: $1 - 0 = 1 \rightarrow 5.9\%$
 - De contraste: $2 - 3 = -1 \rightarrow -5.9\%$
- **Actividades de Aplicación de la Información:** $32 - 22 = 10$ en total $\rightarrow 58.8\%$ del total
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: $12 - 12 = 0$
 - De simple aplicación directa: $6 - 3 = 3$ en total $\rightarrow 17.6\%$ del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: $3 - 1 = 2 \rightarrow 11.7\%$
 - ✓ En contextos no académicos: $3 - 2 = 1 \rightarrow 5.9\%$
 - De aplicación combinada: $12 - 7 = 5 \rightarrow 29.5\%$
 - ✓ En contextos académicos: $7 - 2 = 5 \rightarrow 29.5\%$
 - ✓ En contextos no académicos $5 - 5 = 0$
 - De aplicación compleja en contexto: $2 - 0 = 2 \rightarrow 11.7\%$
- **Actividades de Metarreflexión:** $1 - 1 = 0$

La mitad de las actividades de aplicación, diez en total, son de aplicación combinada. Por otra parte, siete (70%) están presentadas en contextos no académicos y tres (30%), en contextos académicos.

La única Actividad nueva ha sido una puesta en común más de las previstas [Pa 6. 3], que se ha tratado de un debate simple, es decir, con un carácter de validación de lo trabajado [Pa 6. 3]. En realidad, todas las puestas en común realizadas han tenido también esa finalidad, aunque la corrección de las Actividades, se ha llevado a cabo con mayor frecuencia en los grupos.

Las únicas que no se han realizado han sido: en primer lugar, una introducción que tenía prevista con transparencias de edificios y obras de arte, algo que sirviese de motivación inicial de los estudiantes [Pa 1. 1]. Lo planificado había sido la presentación con retroproyector de imágenes motivadoras.

Estaba planificado poner unas transparencias, era también en plan motivación al principio, de ver cómo surgían los movimientos en distintos sitios: piezas arquitectónicas, flores... y alguna de estas cosas. Y al final no lo hice. Porque no tenía preparado el material. (E2Pa, 372-5).

No sé, cosas motivadoras al estilo de haberles dado alguna charla introductoria, un vídeo... Lo del vídeo lo descartamos, porque ya contaba la mitad de las cosas que se quería que descubrieran ellos mismos (E2Pa, 700-3).

Para nuestro profesor, el simple hecho de seguir este tipo de metodología, que hace partícipes a los estudiantes de su propio aprendizaje mediante la realización de las Actividades, algunas singularmente estimulantes como la visita al Alcázar, convierte en motivador el tema en sí mismo, hace atractivas las matemáticas para los alumnos. Es más, da por supuesto que quedará en el recuerdo de los alumnos como algo relevante y valioso. Sin embargo, Pascual ha reconocido que los alumnos no se han implicado en las tareas como él esperaba y es ahora cuando ha sentido más necesaria que antes una actividad introductoria motivadora.

En segundo lugar, el resumen de los contenidos que habrían de hacer los estudiantes al término de la experiencia, y que expondrían a los demás, no se ha realizado. Esto supone una merma en las tipologías de 'resumen' y 'argumentación'. Pascual se ha lamentado en varias ocasiones de no haber realizado esta Actividad, no sin contradicciones, cuando ha comprobado que los estudiantes han adquirido los conocimientos básicos pero no saben expresarlos. Él, por su parte, había aportado unos resúmenes escritos sobre las transformaciones geométricas y las simetrías, pero no del resto de los movimientos.

En cuanto a las características de las actividades y su nivel cognitivo, podemos constatar, de forma global, que también ha sido muy similar a lo planificado, es decir, aunque las hay

abiertas y con posibles estrategias diversas de resolución, sobre todo las de la visita al Alcázar, abundan las Actividades cerradas, de contexto académico y con una estrategia de resolución '*dirigida*', mediante el dibujo.

No ha habido apenas Actividades de cierre. La última puesta en común se ha producido en el estudio de los frisos, en la última sesión, [Pa 6. 3], pero solamente se ha centrado en esos contenidos, no en general y en ella ha tratado de corregir las Actividades previamente propuestas, sin llegar a ser una Actividad propiamente de cierre.

Cuando no han dado tiempo de terminar las Actividades durante la clase, Pascual ha pedido que las hiciesen en casa, tras cada sesión. La mayor parte de los estudiantes no las han realizado, lo ha subsanado, continuando con ellas en el aula en las sesiones sucesivas. Por ello podemos garantizar que se han hecho todas y se han validado en los pequeños grupos. En cambio, la relación de Actividades de '*Ampliación o Refuerzo*', según los casos, que han tenido que hacer también en casa, no han sido llevadas a cabo por un grupo significativo de estudiantes, o al menos no las han entregado al profesor. Esto último también ha ocurrido con las propuestas para hacer tras la visita al Alcázar. Como no se han corregido en clase, ni se han comentado en ella, desconocemos su aprovechamiento para el aprendizaje.

Pascual quería, por una parte, afrontar con ellas aspectos no tan básicos como los trabajados en el aula, tales como la composición de movimientos y nuevas aplicaciones de la información dada, incluyendo algunas de '*aplicación combinada*' y '*compleja*' de procedimientos de simetrías. Esto, que podemos considerar válido para las que aparecen en la relación de '*Ampliación*', no nos ha parecido tan adecuado para las de '*Refuerzo*', lo cual puede deberse, al menos en parte, a la improvisación con la que él ha diseñado estas Actividades, así como las de la visita al Alcázar. Podríamos decir que el diseño se ha elaborado en dos circunstancias diferentes: el conjunto de Actividades planificadas para el trabajo en el aula (salvo las de los frisos), elaboradas en el G₁ del Curso-P de Formación, y el resto, elaboradas únicamente por él, menos reflexionadas, por la premura de tiempo, y no contrastadas con los demás miembros del grupo, porque éstos habían optado por otro tipo de cierre de la experiencia. Podemos añadir, además, que las Actividades para el Alcázar, han sido muy numerosas y le han supuesto a nuestro profesor una enorme dedicación previa y un esfuerzo añadido considerable.

Para finalizar, señalamos la gran importancia que Pascual ha dado a la visita al Alcázar, por la que incluyó el estudio de los frisos, como símbolo de las múltiples conexiones de las

matemáticas con la cultura, el arte, la historia, la belleza, etc., que hemos de mostrar a los estudiantes.

Pascual ha expresado percepciones y sentimientos contradictorios en cuanto a su grado de satisfacción por cómo han realizado los estudiantes estas Actividades.

3. 3. 1. 2 TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Pascual ha utilizado todos los recursos didácticos previstos para ser manipulados por los estudiantes, los mira y los libros de espejos (que ha llegado a distribuir en dos sesiones seguidas, en lugar de en una, como estaba previsto), e incluso ha añadido instrumentos de dibujo que no mencionaba en su planificación, aunque no ha conseguido que todos los estudiantes, que disponían de ellos, los hayan traído al aula y los hayan usado. Es la primera vez que ha introducido en su enseñanza recursos manipulables y, del mismo modo, los alumnos se han estrenado en este tipo de trabajo en el aula. Para ellos ha sido un hecho muy motivador.

En cambio, pretendía usar retroproyector, transparencias sobre arte y naturaleza, para mostrarlas a los alumnos como presentación de información motivadora y no lo hizo, por no haber preparado con tiempo el material necesario.

Nuestro profesor ha mostrado, en principio, cierta inseguridad por ello, a la vez que ha sido, paradójicamente, uno de los motivos por los que ha elegido un tema de Geometría: la existencia de numerosos recursos didácticos, el no conocerlos bien, ni saber usarlos y tener la oportunidad de hacerlo en un marco favorable como es el Curso-P. Comprobar el interés de los estudiantes por ellos, ha sido un hecho satisfactorio para él.

En cuanto a su uso, Pascual no ha hecho una presentación de los recursos desconocidos para los alumnos, los miras y libros de espejos, mostrando en el grupo-clase cómo utilizarlos y para qué. Lo ha ido haciendo sobre la marcha, como el resto de informaciones, grupo a grupo, cuando los ha ido atendiendo posteriormente. Consideramos que habría sido necesaria e importante esa presentación previa de su finalidad e instrucciones de uso.

Creemos que los miras y los libros de espejos han sido recursos '*transparentes*' con los que los estudiantes se han aproximado y comprendido el concepto de simetría y de eje de simetría. En

cambio, los instrumentos de dibujo han ayudado bastante menos por su falta de precisión en el uso que le han dado los alumnos y tal vez por su falta de interés, por no ser tan novedosos.

También ha elaborado, como hemos visto, sus propios materiales, recogidos en hojas de trabajo, una por cada movimiento, seguidas de resúmenes sobre los contenidos más básicos. Ni esperaba, ni los estudiantes han recurrido a otras fuentes de información, ni parece que él les haya animado a ello.

Entre los recursos del profesor no materiales, hemos constatado que su *'discurso'*, sobre todo el realizado al grupo-clase, ha sido breve y rápido, poco organizado y sin poder comunicador, y en los pequeños grupos, más pausado, más o menos extenso según los casos (lo que conlleva riesgos de no garantizar que todos lleguen a la misma información) y con respuestas a las dudas de los alumnos de muchos tipos.

En cuanto al uso de ejemplos y contraejemplos, que no había previsto, los primeros han sido las propias Actividades cuando le han preguntado cómo se hacen, iniciándolas y a veces casi terminándolas también. Los segundos no los ha empleado.

El modo de representación más utilizado ha sido el gráfico y la destreza de dibujo ha sido la estrategia más empleada. Aunque también ha introducido las coordenadas cartesianas, Pascual no ha establecido relaciones entre ambos estudios, lo que conlleva un interrogante sobre el sentido de este último, usado paralelamente, sin ninguna conexión entre ambos.

La visita de una compañera del G_1 y su colaboración en la práctica de esta experiencia, se ha producido en una sola sesión, por dificultades de la profesora. Pascual ha valorado mucho esta posibilidad de ayuda en la atención de los grupos, algo muy reseñable en un profesor novel, cuando, en general, las aulas suelen ser impenetrables para los compañeros de trabajo u otro tipo de colaboradores.

Disponer para culminar el estudio de los frisos de un edificio tan bello y sugerente, ha sido un gran lujo, también al alcance de muchos profesores y no aprovechado suficientemente.

El propio hecho de haber usado estos recursos manipulables, por primera vez y venciendo temores, sacar fuera del aula a los estudiantes y permitir la entrada de una compañera, nos ofrece varios rasgos innovadores en nuestro profesor novel Pascual.

3. 3. 1. 3 SECUENCIA DE ACTIVIDADES

La secuencia de Actividades ha sido la misma prevista, sin variaciones sustanciales. Por una parte, una primera organización de las Actividades procede de la temática de los contenidos, tanto en su planificación como en su realización: cada movimiento por separado y, al finalizar, una aplicación de los mismos, el estudio de los frisos y una visita al Alcázar de Sevilla. Por otra parte, se han realizado las Actividades ordenadas según el grado de dificultad, presentando paulatinamente los elementos esenciales de cada movimiento. Él valora mucho este hecho, aunque hemos percibido ciertos saltos en este gradiente más amplios de lo recomendable, en nuestra opinión.

Esto quiere decir, desde nuestro punto de vista, que la doble lógica que teje la secuencia del diseño, se ha mantenido en la práctica. Hemos constatado, además, la ausencia de una introducción amplia, en la que se exploren las ideas de los estudiantes y un cierre final de los aprendizajes realizados, para el debate, contraste y negociación de significados, que tampoco estaban claros previamente en su diseño.

Por su parte, Pascual considera que la secuencia de Actividades está bien estructurada y, por lo tanto, no ha necesitado explicaciones complementarias. Por lo tanto, los alumnos han ido paso a paso sin percibir obstáculos importantes y no ha sido necesario repetir otra vez, en el grupo-clase, lo que ya han visto en el pequeño. Tampoco ha visto necesario que ellos hagan síntesis de lo que han estudiado, para una asimilación más profunda de los contenidos trabajados.

Parece que nuestro profesor superpone dos fases muy significativas del aprendizaje: la elaboración de las ideas básicas y esenciales de los contenidos a aprender y su aplicación en la realización de las actividades. Más bien considera que los estudiantes *'descubren'* el conocimiento mediante la realización de las actividades, concibiendo ambas fases como simultáneas.

Su secuencia básica, la que se realiza en el aula, no presenta distintos niveles de formulación. En cambio, las que ha elaborado para casa, tanto las Actividades de *'Ampliación'*, otras de *'Refuerzo'*, así como una *'Adaptación Curricular no Significativa'*, como las de la visita al Alcázar, están concebidas y distribuidas de acuerdo con los distintos tipos de alumnos que Pascual considera que coexisten en el grupo completo. En éstas, Pascual pretendía ofrecer grados de complejidad diversos entre sí y entre las distintas relaciones, trabajando primero las Actividades que pueden hacer todos los alumnos en el aula y después otras para aclarar o profundizar, según los casos, en los contenidos dados, algo no muy bien conseguido.

3. 3. 1. 4 CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

➤ El **espacio** ha estado organizado como Pascual tenía previsto, es decir, en la mayoría de las sesiones el aula ha sido la habitual y en la última, se ha realizado una salida del centro.

En cuanto a la **distribución de los alumnos** en el espacio del aula, ha sido también la prevista, es decir, se han sentado en parejas en la primera y última sesiones realizadas en ella y en grupos de cuatro componentes, permanentes, en el resto de sesiones intermedias. También se han agrupado en la visita al Alcázar, pero la distribución ha cambiado.

Sin embargo, una de las discrepancias relevantes en la práctica de Pascual y su diseño procede del agrupamiento de los estudiantes. En el primero, nuestro profesor había pensado intervenir en la distribución de los estudiantes, estudiándola concienzudamente, para que tanto los alumnos con mayores aptitudes hacia las matemáticas, como los de Necesidades Educativas Especiales, pasando por toda la gama intermedia, estuviesen equitativamente repartidos. Argumentaba con fuerza que acertar con el grado de heterogeneidad es muy importante para garantizar la buena marcha de la experiencia, es decir, para favorecer la cooperación mutua y las actitudes positivas entre ellos.

Se supone que, al trabajar en grupo, se ponen en juego más habilidades sociales que trabajando individualmente. Entonces, al obligarlos a trabajar en grupo, van a surgir más conflictos y van a surgir mejores conductas positivas. Ahí aprovecharemos para fomentar esto... (E1Pa, 298-301).

A pesar de todo ello, en la práctica, Pascual ha permitido que los estudiantes se agrupen como quieran. No lo ha dejado totalmente a su espontaneidad, ya que les pidió antes del comienzo de la intervención propiamente dicha que lo pensasen y le facilitasen una relación con los integrantes de los agrupamientos, pero ha respetado completamente su decisión. Creemos que no ha querido forzar situaciones imponiendo sus propios criterios, lo que nos induce a pensar que tiene interacciones con los estudiantes que muestran cierta dubitación o debilidad. Esto le ha conducido después a sentirse, en cierto modo, responsable del funcionamiento deficiente de algunos grupos.

➤ Con respecto del **clima del aula**, nuestro profesor no ha previsto, ni indicado después, normas sociales y matemáticas que ayuden a establecer un clima adecuado de implicación y aprendizaje y no lo ha conseguido.

Una razón para no haber presentado ningún tipo de propuesta de normas ha podido ser que a Pascual le preocupaba poco el comportamiento de los estudiantes del grupo, porque los conocía bien del curso anterior y no presentaban problemas de disciplina. A pesar de ello, la

descripción que nos ha hecho del grupo de estudiantes tras la práctica, difiere mucho de la que hizo inicialmente. Pascual tiene sentimientos encontrados y opiniones contradictorias sobre cómo ha sido el comportamiento de los grupos y el clima del aula.

Por una parte, considera que ha habido más ruido y falta de atención que en otras ocasiones, que no ha conseguido implicar a más alumnos en las Actividades que en otras ocasiones y que el funcionamiento de algunos grupos ha sido incluso peor que en el tema de Álgebra, la única otra ocasión de trabajo en grupos que había realizado, donde la distribución había sido heterogénea. Por otra parte, afirma que han colaborado entre ellos, que unos han explicado a otros lo que han entendido, que en aula se han implicado bastante, aunque no en las Actividades de casa, ni en cumplir con las fechas de su entrega.

➤ En cuanto a la **organización del tiempo**, también hay ciertas discrepancias entre diseño y práctica. Con respecto al número de sesiones, en la práctica ha añadido una a las planificadas, porque él tenía preconcebido dedicar una sesión a cada movimiento y se ha extendido más de lo previsto. Tampoco él había sabido precisar con mucha exactitud la duración de la experiencia. Este aumento de una sesión más no podemos considerarlo una incoherencia con su diseño, no solo por su falta de precisión inicial, sino por la flexibilidad mostrada tanto en lo declarativo como en la acción.

Con respecto al ritmo de trabajo de los estudiantes, consideraba y ha llevado fielmente a la práctica respetarlo profundamente, en el sentido de no hacer interrupciones en el grupo-clase para explicar aspectos generales, por considerar este respeto de suma importancia. Incluso se proponía ralentizar su ritmo, para ayudarles a reflexionar sobre las tareas en curso. Creemos que esto último no lo ha favorecido sobre la marcha, al menos tanto como él considera, pues al ser llamado por los grupos, inmediatamente ha dado respuestas y, en bastantes ocasiones, resultados.

Dado este respeto del ritmo de trabajo de los estudiantes, para garantizar que todos los grupos trabajasen simultáneamente en el mismo movimiento, nuestro profesor pretendía que los que quedasen retrasados, terminasen en casa las Actividades que no habían podido hacer en el aula. Esto, que podía tener el serio inconveniente de dejar solos para finalizar las tareas a los alumnos precisamente menos aventajados, no ha llegado a producirse, ya que en la práctica, la mayoría de los estudiantes no ha trabajado en casa y han seguido en las sesiones sucesivas desde el mismo punto dejado el día anterior. Todo lo cual le ha conducido a un desfase cada día mayor entre lo que estaban trabajando en los distintos grupos. A pesar de

ello, no ha querido cortar los procesos que cada cual iba siguiendo. En realidad, esto ha implicado, que no ha organizado el tiempo de estas sesiones.

Tanto el respeto mostrado al ritmo de trabajo de los estudiantes, como el trabajo en grupos y el fomento de las interacciones entre iguales, en nuestra opinión lo acerca a posiciones innovadoras, con ciertas connotaciones del modelo espontaneísta, tales como la falta de aplicación de criterios para los agrupamientos, su dificultad para organizar los tiempos y su falta de control sobre algunos otros aspectos de la gestión del aula.

3. 3. 1. 5 PAPEL DEL PROFESOR

Pascual considera que el papel del profesor, fuera del aula consiste en estructurar bien los contenidos mediante Actividades que tengan bien graduados los niveles de dificultad.

Dentro del aula, nuestro profesor cree que el papel del profesor es estimular y promover la comprensión de los contenidos, ayudando a los alumnos a '*descubrirlos*', mediante la realización de las actividades, haciéndoles reflexionar sobre los procesos seguidos. En la práctica ha tratado de llevarlo a cabo de dos formas distintas según los agrupamientos. En el grupo-clase, durante la primera y última sesiones, presenta información, organiza el trabajo y lo dirige, controla el tiempo y las Actividades que se realizan y hace puestas en común de sus resultados. En ambas sesiones, los estudiantes han trabajado en parejas.

Las puestas en común han sido cerradas y muy breves, con poca fuerza de comunicación por parte de nuestro profesor y con una participación de los estudiantes muy pobre, ya que muchos no han estado concentrados en lo que se hacía en la pizarra. Ante las preguntas de Pascual, han respondido también de forma breve, desordenada y poco personal, sin pedir la palabra, ni escucharse mutuamente y con salidas a la pizarra en las que el alumno ha tenido un papel subsidiario y el profesor se ha erigido en portavoz de lo observado en las parejas. Estas puestas en común han tenido más bien una función de validación de las Actividades previamente realizadas, algo no mencionado en el diseño. Nuestro profesor no parece concebirlas como posibilidad de auténticos debates, ni de negociación de significados.

Su idea de cómo se produce el aprendizaje, no parece estar relacionada con el contraste, ni la reformulación de ideas. A pesar del valor que ha dado a las habilidades grupales y las actitudes

positivas, Creemos que las ve más relacionadas con el intercambio de información y la validación de resultados, que con la construcción social del conocimiento.

Pascual ha dejado estos aspectos tan relevantes depositados en los pequeños grupos, en los que los estudiantes han trabajado el resto de las sesiones pero, sin embargo, raramente se han producido en ellos. El principal papel de Pascual, entonces, ha sido atender los procesos de realización de las Actividades en los grupos, ayudando mucho más detalladamente en los diversos aspectos implicados: en el uso de los recursos, con la presentación de información necesaria, mediante la supervisión del trabajo, señalando al final de cada sesión las Actividades para hacer en casa, etc.

Durante este periodo no se han producido intervenciones generales de ningún tipo: Pascual no se ha dirigido al grupo-clase, ni ha promovido ninguna puesta en común, para no interrumpir los procesos de los grupos. Esto no implica que no se hayan producido otro tipo de interrupciones del pensamiento de los estudiantes en los propios pequeños grupos. Es cierto que, generalmente Pascual ha acudido cuando le han llamado, pero sus respuestas a las dudas de los estudiantes, aunque algunas veces han sido nuevas preguntas '*genuinas*', en bastantes ocasiones no ha sido así: a veces se ha limitado a '*preguntas de comprobación*' de los conocimientos que van adquiriendo y respuestas también '*evaluadoras*'. En otras ocasiones se ha demorado en explicar detalladamente cómo hacer la tarea concreta preguntada, dando prácticamente los resultados, en lugar de hacer preguntas '*provocadoras*' que los ayuden a avanzar y pensar autónomamente por ellos mismos.

El papel evaluador de Pascual no podemos llegar a decir que ha cambiado en la práctica respecto del diseño, puesto que no quedó en éste bien definido. Durante las sesiones de la intervención de enseñanza, no ha efectuado una observación sistemática de la cooperación mutua e implicación en las tareas de los estudiantes, como en principio se había propuesto, aunque él ha estado atento a estos comportamientos y actitudes. Les había propuesto que antes de recurrir al profesor para resolver sus dudas, tendrían que intentar validar previamente sus resultados en el grupo, mediante el debate y contraste de resultados, recurriendo a él después, en los casos de discrepancia. Constatamos que esto no se ha cumplido en la mayoría de los grupos, que no han sabido actuar con suficiente responsabilidad y autonomía y han recurrido a él, antes de dar estos pasos, sin comprometerse realmente con su propia tarea de aprendizaje.

Su estilo de enseñanza en la primera situación, es decir, el planteamiento realizado del trabajo en parejas, se acerca, desde nuestro punto de vista, a una enseñanza tradicional, en transición hacia un modelo tecnológico. En cambio, cuando favorece el intercambio entre iguales dentro del pequeño grupo, tratando de no tener protagonismo en el aula, aunque sin conseguirlo auténticamente, lo aproxima a una enseñanza innovadora, más cercana al modelo espontaneísta, por la falta de control sobre los procesos seguidos por los estudiantes.

3. 3. 1. 6 PAPEL DEL ALUMNO

Pascual considera que el papel del alumno consiste en que éstos puedan ir *'descubriendo'* los contenidos que se han propuesto, mediante la realización de las Actividades diseñadas. Para ello, ve el trabajo en pequeños grupos como un aspecto clave, porque los hace más protagonistas del trabajo, ya que la realización de la propuesta no tiene que estar precedida por explicaciones del profesor.

Sin embargo, este protagonismo es relativo, pues, por una parte, ellos no han intervenido en la selección ni en la elaboración de las Actividades. Por otra parte, éstas están muy guiadas, dirigidas a una finalidad concreta, relacionada con los contenidos y lejos de sus intereses.

Quiere que los estudiantes se impliquen en el trabajo de aula y de casa. Sin embargo, esto último, lo han hecho únicamente los que normalmente suelen trabajar. En cuanto a la participación de los estudiantes en la marcha de la clase, su protagonismo se ha reducido a hacer las Actividades propuestas, salir a la pizarra a corregir las Actividades en una sola ocasión, a preguntar dudas y responder a las cuestiones muy concisas y rápidas planteadas por el profesor, con frecuencia en los pequeños grupos y en pocas ocasiones en el grupo-clase.

También ha insistido en la cooperación entre los componentes de los pequeños grupos, la responsabilidad sobre su propio aprendizaje y que trabajen con más autonomía. En la práctica, ha echado de menos más interés por parte de los alumnos, que hubiesen leído más atentamente las propuestas, llevado al aula y usado los instrumentos de dibujo requeridos y reflexionado sobre lo que han estado haciendo. Siendo esto muy posiblemente cierto, también hemos constatado en algunos casos, que los estudiantes han recurrido al profesor por el desconcierto que han sentido cada vez que se han enfrentado a las Actividades de un nuevo movimiento, por no entender la tarea, ante la dificultad de algunas figuras y/o el obstáculo que supone la falta de cierta información previa, necesaria en ocasiones.

Los estudiantes han tenido también cierto papel de *'validación'* pues habían de consensuar las diferencias de planteamientos o de resultados entre los componentes del grupo, de modo que no recurrieran al profesor en primera instancia, sino que trataran de solucionar las cuestiones entre ellos. Esto, que estaba pensado para contribuir al debate de las ideas entre iguales, para que pudieran validar sus propios resultados y contribuir al reparto de resolución de dudas con el profesor, es decir, que no fuera él el único en dar la última palabra, no se ha cumplido, en una parte significativa de los casos, por falta de autonomía, responsabilidad e interés de los estudiantes, según manifiesta el profesor.

Los alumnos han respondido de modo insuficiente a sus expectativas, por lo que se ha sentido defraudado e insatisfecho, tal vez por haberlas puesto muy altas en la planificación de esta intervención de enseñanza.

3.3.2 EVALUACIÓN

La evaluación realizada por Pascual difiere poco de la planificada, aunque hemos de adelantar que, en el caso de este profesor, tenemos pocos datos sobre la misma, tanto en su diseño (donde está poco elaborada y los instrumentos únicamente mencionados), como de la práctica.

Con respecto a las **finalidades** de la evaluación, no tenemos constancia de cómo han contribuido los datos aportados sobre el proceso de aprendizaje de cada estudiante, ni si ha servido para enmendar su forma de aprender, hacerles ver la correlación entre esfuerzo y resultados y poderles señalar los objetivos que no han cubierto en el tema concreto. Estas finalidades eran consignadas por nuestro profesor en su planificación.

No hemos podido observar ninguna de estas devoluciones a los estudiantes, si se han producido, ni lo ha aportado en la segunda entrevista realizada después de la práctica. Tampoco nos ha parecido muy convincente su afirmación, antes de llevar a cabo esta intervención de enseñanza, de que la calificación del alumno es lo de menos, o no lo hemos visto relacionado, con suficiente coherencia, con la obligación que se ha impuesto de suplir el examen (que había decidido previamente no hacer para este tópico) con la realización de otras muchas Actividades, preocupado por la objetividad en la calificación que adjudique a cada uno.

En cuanto al **qué evaluar**, su intención ha sido seguir centrándose en los contenidos a través de las Actividades realizadas, tanto en el aula como en casa. Ha puesto especial énfasis en las actitudes de implicación en el trabajo y de cooperación entre iguales, también sin diferencias reseñables con lo planificado. Él considera que la mayor parte del alumnado del grupo ha entendido los contenidos básicos del tema, aunque cree que no son capaces de expresarlos.

Los **instrumentos** que ha utilizado en lugar del examen han sido dos trabajos para hacer en casa, con Actividades similares a las llevadas a cabo en el aula durante esta intervención educativa. En ambos trabajos ha tratado de introducir Actividades acordes con el nivel cognitivo de cada alumno, es decir, '*Actividades de Ampliación o Refuerzo*', según los casos. Y un segundo trabajo, para realizar tras la visita al Alcázar, con datos tomados en dicho edificio.

A pesar de que nuestro profesor ha puesto especial énfasis en la supresión del examen, ha sentido gran inseguridad por este hecho. Es decir, subyace la idea de que el examen es la solución más sencilla para la objetividad y la justificación realmente fundamentada de la nota ante cada estudiante.

En cuanto al peso concedido a cada instrumento, en su diseño aparece recogido el 50% para la calificación de las Actividades realizadas en casa y la otra mitad corresponde a los trabajos del aula y a las actitudes practicadas en ella durante la experiencia. En la práctica ha sido también así, según nos ha confirmado nuestro profesor posteriormente.

Sin embargo, no ha utilizado una Plantilla de Observación de los alumnos durante las sesiones a partir de unos Criterios de Evaluación, a los que ha aludido en su diseño, sin haber llegado a formularlos, ni allí, ni en la práctica. No haber redactado ni observado dichos Criterios es coherente con la decisión tomada en aquel momento, porque se ha sentido con demasiadas tareas a llevar a cabo simultáneamente e impotente para añadir alguna más. Esto no le ha impedido lamentarse después de no disponer de anotaciones sistemáticas de las actitudes de los estudiantes.

En cuanto a **cuándo evaluar**, no se han efectuado cambios reseñables respecto de su diseño (Aparatado 3. 1. 2. 4). Al ser una intervención de enseñanza tan breve es muy lógico que haya tratado de llevar a cabo una evaluación continua de los aprendizajes de los estudiantes. Él no ha efectuado ninguna prueba inicial, pues ha considerado que no se necesitan conocimientos previos para el estudio de este tópico por ser muy intuitivo y conectado con su conocimiento cotidiano, por lo que ha optado por Actividades iniciales de exploración de estas ideas, que contribuyesen a centrar el tema.

En cuanto a los trabajos finales, cuyos resultados han sido algo menos positivos de lo que nuestro profesor esperaba, podrían haberse sustituido, desde nuestro punto de vista, por sesiones de cierre de los contenidos trabajados, por la expresión escrita y oral, para una mejor asimilación personal y ante el grupo-clase, respectivamente, de modo que aprendan a comunicar mejor sus conocimientos matemáticos, para establecer y socializar significados.

Por último, creemos que ha quedado claro que es Pascual **quien ha evaluado**, sin haber efectuado tampoco cambios respecto del diseño (Aparatado 3. 1. 2. 5). Los estudiantes, en la intención de nuestro profesor solo iban a valorar la experiencia propiamente dicha, y así lo han hecho, aunque no sus propios aprendizajes.

Creemos que no se ha decidido a aplicar una auto-evaluación del aprendizaje de los alumnos, aunque tiene una idea positiva sobre ello. Quizás sea una falta de confianza en un compromiso de objetividad por parte de los estudiantes en este aspecto, algo que nos parece coherente, en este caso, con el sentimiento de insatisfacción que le ha producido lo que él ha considerado como un deterioro inexplicable del clima del aula, por la escasa implicación y responsabilidad personal que algunos han mostrado a lo largo de la intervención de enseñanza.

Todo ello, junto con haber realizado la entrevista muy próxima en cuanto al tiempo a la finalización de la experiencia, le ha impedido cierto distanciamiento y objetividad.

En su intención, Pascual también adjudicaba funciones motivadoras a esta forma de evaluar. Su razonamiento ha sido: si no hay examen y estas actividades son fáciles de hacer, todos los estudiantes se implicarán con entusiasmo en ellas para, al menos, obtener una calificación positiva y superar la evaluación.

Creemos que no ha sabido presentar su propuesta de evaluación con claridad y de forma motivadora a los estudiantes. Tampoco consideramos que haya explicado eficientemente los nuevos instrumentos que ha introducido en lugar del examen.

Su propuesta, que consideramos innovadora, al menos en cuanto a la supresión del examen se refiere, no ha contado con el apoyo de los estudiantes que no suelen trabajar en casa, que son mayoría. Además, al no estar acostumbrados a no hacer exámenes y no haber comprendido la naturaleza de la evaluación que se ha efectuado, la han tomado de forma contraria a lo pretendido y se han implicado menos en el trabajo que en las temáticas anteriores.

3. 3. 3 PERFIL DEL PROFESOR

Para nuestro profesor, el simple hecho de seguir una metodología que hace partícipes a los estudiantes de su propio aprendizaje mediante la realización de las Actividades, algunas singularmente estimulantes como la visita al Alcázar, convierte en motivador el tema en sí mismo y hace atractivas las matemáticas para los alumnos.

La propuesta de Actividades diseñada por Pascual está concebida para que los estudiantes aprendan los contenidos correspondientes a los movimientos en el plano. En general, ofrecen pocas diferencias con las diseñadas inicialmente. Su tipología es muy variada, abundando la *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, mediante destrezas de dibujo y las *'aplicaciones'* de los contenidos trabajados.

Su secuencia ha sido la misma prevista, sin variaciones sustanciales, con una doble lógica. Por una parte, una primera organización de las Actividades procede de los contenidos, tanto en su planificación como en su realización. Por otra parte, las Actividades se han realizado según el grado de dificultad. Esto quiere decir, desde nuestro punto de vista, que la secuencia del diseño, se ha mantenido en la práctica.

Parece que nuestro profesor superpone dos fases muy significativas del aprendizaje: la elaboración de los contenidos a aprender y su aplicación en las actividades. Él considera simultáneas ambas fases: los estudiantes *'descubren'* el conocimiento mediante la realización de las actividades.

Su secuencia básica, la que se realiza en el aula, no presenta distintos niveles de formulación. En cambio, las que ha elaborado para casa, contemplan grados de dificultad para diversos estudiantes.

En cuanto a las características de las actividades y su nivel cognitivo, también ha sido muy similar a lo planificado: las hay abiertas y que admiten estrategias diversas de resolución, sobre todo las de la visita al Alcázar, pero abundan las Actividades cerradas, de contexto académico y con una estrategia de resolución *'dirigida'*, mediante el dibujo.

La mayor parte de los estudiantes no han realizado las que habían de terminar en casa, tras cada sesión, con lo que se ha ido produciendo un desfase cada día mayor, ya que Pascual ha respetado el ritmo de los estudiantes en la realización de Actividades evitando interrupciones en el grupo-clase cuando el trabajo se ha efectuado en pequeños grupos.

A pesar de ello, no ha querido cortar los procesos que cada cual iba siguiendo. En realidad, esto ha implicado una falta de organización del trabajo y del tiempo de estas sesiones. Su papel en estos casos ha consistido en atender la realización de las Actividades en los grupos, estimulando y promoviendo la comprensión de los contenidos, ayudando a los alumnos a realizarlas y dándoles la información que ha considerado necesaria en cada caso. Durante este periodo no se han producido intervenciones generales de ningún tipo.

En cambio, cuando los estudiantes han trabajado en parejas, durante la primera y última sesiones, se ha dirigido con frecuencia al grupo-clase, presentando información, organizando el trabajo y dirigiéndolo, controlando el tiempo y las Actividades que se realizan y haciendo frecuentes puestas en común de sus resultados. Éstas han sido cerradas y muy breves y con una participación de los estudiantes muy pobre, con respuestas también concisas y desordenadas. En estas puestas en común no se han producido auténticos debates, ni de negociación de significados. Su idea de cómo se produce el aprendizaje, no parece estar relacionada con el contraste, ni la reformulación de ideas. Han tenido más bien una función de validación de los resultados de las Actividades realizadas, no mencionada en el diseño.

Nuestro profesor ha dado un gran valor a las habilidades grupales y las actitudes positivas, depositando su mejora en el trabajo en los pequeños grupos. Ha tratado de fomentar las relaciones entre iguales, para el intercambio de información y la validación de resultados, más que para la construcción social del conocimiento.

Pascual ha dado también gran importancia al uso de los recursos didácticos previstos, especialmente a los manipulables, añadiendo los instrumentos de dibujo que no mencionaba en su planificación. Es la primera vez que ha introducido en su enseñanza estos recursos y para los alumnos ha sido un hecho muy motivador y para él una innovación relevante. No se ha planteado, en cambio, el uso de software matemático de geometría dinámica.

Fuera del aula su papel ha consistido en estructurar bien los contenidos mediante Actividades que tengan bien graduados los niveles de dificultad.

El papel evaluador de Pascual no ha cambiado en la práctica respecto del diseño, en el que no estaba muy definido. Durante las sesiones de la intervención de enseñanza, no ha efectuado una observación sistemática de la cooperación mutua e implicación en las tareas de los estudiantes, como en principio se había propuesto, aunque él ha estado atento a estos comportamientos y actitudes.

Ha querido evaluar todos los contenidos trabajados mediante la corrección de dos relaciones de Actividades encomendadas para casa con la finalidad de valorar los aprendizajes alcanzados por estudiantes. Además, ha hecho una valoración de la experiencia en la que han intervenido también los estudiantes, aunque no en su calificación. No ha efectuado ningún examen, aspecto también innovador a tener en cuenta.

Creemos que con todos estos datos podemos apreciar un perfil de profesor en transición del modelo de enseñanza tradicional hacia otros intermedios, tecnológico en algunos aspectos, como las actividades y su secuencia, con ciertos matices espontaneístas en su falta de control de los tiempos y de organización del desarrollo de las actividades durante las sesiones de trabajo en pequeños grupos. También podemos percibir en él una visión absolutista de las matemáticas, al pretender que los alumnos '*descubran*' el contenido a través de la realización de las tareas.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DE RAIMUNDO

En este Capítulo presentamos los resultados obtenidos por el profesor novel Raimundo, que como hemos indicado con anterioridad, está desarrollando su segundo año de profesión cuando ha realizado la experiencia. Es funcionario, del Cuerpo de profesores de Educación Secundaria, en expectativa de plaza definitiva en un IES de Sevilla durante la misma y participante, por segundo año consecutivo, en un Curso de Formación para profesorado novel en el CEP de Sevilla (Curso-P).

En primer lugar, presentamos los resultados obtenidos del conocimiento declarativo, a partir de su propio diseño de la intervención educativa y de una primera entrevista, descritos en el Apartado 2. 3. 4, realizada antes de llevar a cabo la experiencia en el aula. En segundo lugar, presentamos aquellos datos que corresponden al conocimiento en la acción, procedentes de la observación de su práctica, la grabación en vídeo y en audio de las sesiones y de una segunda entrevista, realizada después de la experiencia, de la que hemos obtenido su propia valoración de la misma. Estas fuentes están también descritas en dicho Apartado.

4. 1 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO

Presentamos estos resultados organizados por categorías, teniendo en cuenta el sistema emergente que ha surgido del tratamiento de los datos, descrito con anterioridad en el Apartado 2. 4. 3. 2. Si bien no están recogidos en su totalidad (obviamente si lo están en los Anexos correspondientes) para no hacer excesivamente larga y farragosa su exposición, sí están todos aquellos que hemos considerado relevantes.

4. 1. 1 RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

4. 1. 1. 1 RESULTADOS DE LAS ACTIVIDADES Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES

Raimundo presenta, en primer lugar, Actividades de distintos tipos y características, para la realización de la experiencia, distribuidas en sesiones, de las que menciona brevemente, los contenidos y las Actividades que se trabajarán en cada una de ellas y/o los recursos didácticos que se usarán, siendo estos últimos los que, en cierto modo, protagonizan algunas de las sesiones, la segunda, tercera y cuarta, fundamentalmente:

Primera sesión: Actividades Iniciales. Presentamos otras Actividades relacionadas con la introducción histórica del tema y se pide un mural relacionado con el tema (DisRi, 256-9).

Segunda sesión: Dibujar algunos ángulos, Actividades con las varillas de mecano y construcciones con regla y compás (DisRi, 260-2).

Tercera sesión: Visionado del vídeo de la Fundación Serveis de cultura popular "Triángulos y círculos" (Sólo la parte relacionada con el Teorema de Pitágoras) y Actividades sobre el mismo (DisRi, 263-4).

Cuarta sesión: Ver algunas de las demostraciones más sencillas del Teorema de Pitágoras, una mediante la construcción de un puzzle, otra mediante la realización de una ficha de trabajo (DisRi, 265-6).

Quinta sesión: Actividades sobre aplicaciones a problemas de la vida cotidiana (DisRi, 267).

Sexta sesión: Evaluación final de la unidad, mediante la realización de un cuestionario y evaluación de la experiencia (DisRi, 268-9).

A continuación de esta distribución, Raimundo explicita bastante más lo que va a realizar cada día, pero estas apreciaciones las presentamos por sesiones, para dar una visión más ordenada de los datos y el sentido de la secuencia y de los recursos seleccionados.

Selección de Actividades: Hemos tenido en cuenta, fundamentalmente, a la hora de seleccionar las Actividades, el tipo de metodología que vamos a seguir (DisRi, 237-40).

Hay que distribuir las tareas teniendo en cuenta la disponibilidad de recursos del CEP y la del propio IES, pues éstas se basan en el empleo de estos materiales (DisRi, 378-81).

Para la clasificación de las Actividades seguimos la tipología adoptada definitivamente, descrita en el Apartado 2. 4. 3. 1. Así mismo, recogemos la propuesta de Actividades de Raimundo en Cuadros, uno para cada sesión, en los que aparecen en una primera columna el enunciado de la Actividad, en la segunda, la intencionalidad con la que las ha proyectado, en la tercera, los contenidos que se trabajan y, por último, la clasificación de la Actividad propuesta, en función de la tipología formulada.

En una sesión anterior a las propiamente consideradas de la experiencia, Raimundo ha entregado a los alumnos una propuesta de Actividades, para que la hagan en casa y se pongan en común sus respuestas en la primera sesión que forma parte de la misma.

Concretando un poco más vamos a desarrollar Actividades Iniciales, con lo que pretendemos conocer los conocimientos previos de nuestros alumnos (DisRi, 212-4).

PRUEBA DE EVALUACIÓN INICIAL PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA I (PARA RESPONDER EN CASA)	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>ACTIVIDAD 1. Un ángulo es agudo si: mide 90°, mide menos de 90° o mide más de 90° (DisRi, 518-9).</i>	Averiguar los conocimientos previos de los alumnos	Ángulo agudo	De identificación y reconocimiento.
<i>ACTIVIDAD 2. ¿Cuánto suman los tres ángulos de un triángulo? (DisRi, 520).</i>	“	Suma de los ángulos de un triángulo	“
<i>ACTIVIDAD 3. Un triángulo escaleno es aquel que cumple: que tiene un ángulo recto, que tiene dos lados iguales o que tiene todos los lados de distinta longitud (DisRi, 521-3).</i>	“	Triángulo escaleno.	“
<i>ACTIVIDAD 4. La hipotenusa al cuadrado de un triángulo rectángulo es igual: a la suma de los catetos, al perímetro del triángulo o a la suma de los catetos al cuadrado (DisRi, 523-6).</i>	“	Teorema de Pitágoras.	“
<i>ACTIVIDAD 5. Observa estos triángulos e indica si las frases son verdaderas (V) o falsas (F): El triángulo 1 es rectángulo. El triángulo 2 es equilátero. El triángulo 2 es obtusángulo. El triángulo 3 es acutángulo.</i>	“	Clasificación de triángulos según sus lados y ángulos.	“

El triángulo 1 es escaleno. El triángulo 1 es isósceles (DisRi, 527-31).			
ACTIVIDAD 6. Calcula el área de un triángulo, sabiendo que su base mide 10cm y su altura es 5cm (DisRi, 533-4).	“	Área del triángulo.	De simple aplicación directa de información
ACTIVIDAD 7. Aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, sabiendo que los catetos miden 3cm y 4cm (DisRi, 535-6).	“	Aplicación del Teorema de Pitágoras.	“

Cuadro Ri. 0: Actividades Iniciales

Como vemos, se trata de cinco ‘*actividades de iniciación*’, de ‘*identificación de los conocimientos previos*’ más básicos de los estudiantes sobre el tema y dos ‘*actividades de simple aplicación directa*’ del área del triángulo y del Teorema de Pitágoras con la finalidad de comprobar si los recuerdan. También podemos considerarlas de ‘*identificación de conocimientos previos*’ de tipo procedimental, comprobando si el alumno conoce el enunciado del Teorema de Pitágoras y sabe aplicarlo.

Las características de estas actividades son claras: cerradas, de solución única, de nivel cognitivo mínimo, que no requieren más que conocimientos memorísticos, no admiten estrategias diversas de resolución y en contextos exclusivamente académicos.

➤ Primera sesión

En ella, Raimundo quiere dedicar una parte de la misma a poner en común las Actividades de Iniciación que acabamos de describir. Una vez sondeados los conocimientos previos de los alumnos, en una segunda parte, Raimundo se propone hacer una introducción histórica del tópico, cuyo objetivo fundamental es motivar al alumnado hacia éste, mediante una exposición breve. También quiere pedir a los alumnos que hagan un mural relacionado con el estudio que van a realizar:

Hombre, yo nunca les he hablado de la Historia de las Matemáticas. Bueno sí, a lo mejor les he hablado alguna vez, pero de forma aislada, no tan conscientemente como voy a hacer ahora y también lo vamos a [recoger en un mural]. La tarea esa de hacer el mural supongo que también a ellos les ayudará un poco para conectarla (DisRi, 186-90).

PRIMERA SESIÓN: ACTIVIDADES DE INICIACIÓN INTRODUCCIÓN HISTÓRICA. CONSTRUCCIÓN DE UN MURAL PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA I (Cuadro Ri. 0) Y II	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
Puesta en común de las Actividades de la Prueba Inicial (recogidas en el Cuadro Ri. 0).	Averiguar los conocimientos previos de los alumnos	Clasificación de triángulos. Teorema de Pitágoras.	De contraste.
Introducción histórica.	<i>También hemos intentando que las primeras Actividades sean motivadoras (DisRi, 234).</i>	Pitágoras y los pitagóricos	De motivación. De presentación de información.
Dado un texto con contenido histórico: <i>ACTIVIDAD 1. Contesta a las siguientes preguntas:</i> <i>a) ¿Cuántos años hace que nació Pitágoras de Samos?</i> <i>b) ¿Qué otros personajes eran coetáneos de Pitágoras?</i> <i>c) ¿Qué actividades hacían los miembros de la escuela pitagórica?</i> <i>d) ¿Cuál es el símbolo de la escuela? (DisRi, 592-7).</i>	Para trabajar la comprensión lectora.	Ligada a la pequeña introducción histórica.	De presentación de información. De búsqueda y elaboración de respuestas.
<i>ACTIVIDAD 2. Hacer con tu grupo un mural dibujando un triángulo en el centro y en cada vértice desarrollar una parte relacionada con Pitágoras (DisRi, 598-600). Otra parte de cosas sobre los triángulos en la vida real y la tercera parte algún contenido del tema que vamos a dar (DisRi, 197-202).</i>	Para motivar. Para buscar, seleccionar y sintetizar información.	Selección de contenidos ya trabajados y búsqueda de más información.	De motivación. De búsqueda de información. De búsqueda y elaboración de respuestas. De resumen.

Cuadro Ri. 1: Primera Sesión

La siguiente afirmación de Raimundo nos induce a pensar que está interesado en dar una visión más dinámica de las matemáticas:

Además vamos a hacer que los alumnos trabajen un poco la historia de las Matemáticas para que vean que las matemáticas están en continuo proceso y se va desarrollando a la vez que la vida humana (DisRi, 147-50).

Que tengan conciencia de que las matemáticas es una ciencia viva que está siendo construida por las personas (DisRi, 158-9).

Nuestro profesor quiere, además, dedicar un tiempo de la sesión a la comprensión lectora:

De comprensión lectora. Esta Actividad la realizamos, ya que éste es un problema generalizado en el alumnado del Instituto. Esta Actividad estará ligada a la pequeña introducción histórica (DisRi, 215-7).

Por último, Raimundo propondrá a los alumnos obtener información complementaria sobre el tema e investigar por su cuenta, para elaborar un mural que les pedirá al final de la experiencia.

Los alumnos van a hacer un pequeño mural con una parte de la Historia de las Matemáticas (DisRi, 174-5)

De búsqueda de información en libros, Internet, revistas, periódicos... Con esta información los alumnos comprenderán un mural relacionado con Pitágoras, los triángulos y la vida cotidiana (DisRi, 218-20).

Los murales que realicen se utilizarán para decorar el aula (DisRi, 405).

Piensa que este mural servirá también para seleccionar, relacionar y sintetizar la información que reciban en clase y la que recojan en otras fuentes. Podrá ser un complemento de los contenidos que no dé tiempo a que se vean directamente en el aula y dará una mayor participación de los alumnos en la selección propiamente dicha de los mismos:

Sí, de hecho lo van a hacer, van a suplir lo que falta por ellos mismos, con el mural... (E1Ri, 301-2).

Van a tener cierta parte de protagonismo en el mural, un pequeño aparte, que tienen que buscar algo relacionado con el papel de los triángulos en la vida real. Si alguno encuentra algo y encuentra un problema y se puede resolver, pues también sería una buena idea (E1Ri, 322-6).

Se trata de actividades variadas: la primera de ‘*contraste*’, mediante una puesta en común de las respuestas de los estudiantes a la prueba inicial. Dos de ‘*presentación de información*’ por parte del profesor, mediante una exposición oral y a través de un texto, ambos sobre historia de las matemáticas y que también consideramos como ‘*actividades de motivación*’ para los alumnos. Una de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’ por parte de los estudiantes, bastante simple, ya que únicamente han de partir de la información que les ofrece el propio texto. Y una última actividad de ‘*búsqueda de información*’ en diversas fuentes, entre ellas Internet, de la que los alumnos han de hacer también un ‘*resumen*’ y una ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’, todo ello recogido en un mural.

Con respecto a la primera dimensión, las características de estas Actividades, la elaboración del mural descrito por Raimundo, es la actividad más abierta, en la que se puede recurrir a las tecnologías de la información, que puede conectarse con el conocimiento cotidiano de los estudiantes, aunque en una parte el contexto sea académico. Para ser uno de los primeros contactos con el tema, subrayamos que su abordaje puede hacerse de formas variadas y flexibles, que la búsqueda de información, su selección y su resumen, puede ofrecer oportunidades amplias de aprendizaje para ellos y también puede proporcionar cierto grado de incertidumbre a los estudiantes.

Las presentaciones históricas, al ser poco frecuentes, aportan motivación y riqueza, a la vez que una de ellas contribuye a la comprensión lectora, aspecto que no suele cultivarse desde

las clases de matemáticas, pero necesario e importante. Es una actividad cerrada, de bajo nivel cognitivo, pero cuyo contexto va más allá de las puras matemáticas.

Con respecto a la segunda dimensión, el nivel cognitivo, se trata de actividades de diferente nivel, ya que, mientras que las primeras pueden considerarse de muy poca complejidad, sin diversidad en su formulación y con posibles estrategias de resolución bien escasas, el mural puede llegar a requerir un alto nivel cognitivo, dependiendo del enfoque de cada estudiante.

➤ **Segunda sesión**

Esta sesión Raimundo la dedica al estudio de las propiedades de los triángulos. Está diseñada en dos partes bien diferenciadas: una primera parte, más larga, que dedicará a Actividades con varillas de mecano y, una segunda parte, destinada a la construcción de triángulos con instrumentos de dibujo. El nuevo recurso didáctico protagonizará esa parte de la sesión, aunque el objetivo sea idéntico en la sesión completa: que el alumno pueda trabajar la clasificación de triángulos e investigar las propiedades de sus lados y ángulos:

Pasamos entonces a las Actividades preparadas con las varillas de mecano (DisRi, 289).

De manipulación. Pretendemos que, utilizando las varillas, los alumnos descubran las propiedades de los triángulos (DisRi, 221-2).

Posteriormente tenemos preparadas Actividades de construcción de triángulos con regla y compás (DisRi,300-1).

También reforzaremos la construcción de triángulos con regla, compás y transportador (DisRi, 221-3).

<p align="center">SEGUNDA SESIÓN PRIMERA PARTE: CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS CON VARILLAS DE MECANO PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA III</p>	<p align="center">INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD</p>	<p align="center">CONTENIDOS</p>	<p align="center">TIPO DE ACTIVI- DAD</p>
<p><i>ACTIVIDAD 3: TRES LONGITUDES NO SIEMPRE FORMAN UN TRIÁNGULO</i></p> <p><i>a) Coge tres varillas e intenta construir un triángulo cuyos lados midan 8, 2 y 2. Haz lo mismo para lados de 8, 4 y 2, para 8, 4 y 4, para 8, 8 y 4 y para 4, 4 y 2. Dibuja en tu cuaderno lo que ocurre en cada caso.</i></p> <p><i>b) Inventa tú otras longitudes, en centímetros, que no formen un triángulo. Dibuja en tu cuaderno, con la regla y el compás, lo que ocurre. c) Inventa longitudes, en centímetros, que sí formen un triángulo. Dibújalo en el cuaderno con la regla y el compás. d) Escribe tus conclusiones. <u>Nota:</u> Para hacer esta actividad utiliza la ficha adjunta* (DisRi, 602-11).</i></p>	<p><i>Por ello y a través de actividades manipulativas con varillas de mecano, (...) se les va a pedir que demuestren algunos resultados y que formulen hipótesis que tendrán que comprobar (DisRi, 56; 58-9).</i></p>	<p>Propiedades de las medidas de los lados de un triángulo. Relación entre los lados de un triángulo.</p>	<p>De organización de información. De búsqueda y elaboración de respuestas. De argumentación. De síntesis.</p>

<p>[*Tabla para recoger los datos que obtengan los alumnos con los siguientes epígrafes]</p> <p><i>Longitud de los lados</i></p> <p><i>¿Puedes formar un triángulo? Dibuja uno igual</i></p> <p><i>Efectúa estas sumas $a + b =$, $a + c =$, $b + c =$</i></p> <p><i>Compara cada suma con el valor del lado que falta (DisRi, 628-31).</i></p>			
<p>ACTIVIDAD 4: RELACIÓN ENTRE ÁNGULOS Y LADOS DE UN TRIÁNGULO (Utiliza la ficha adjunta*)</p> <p>a) Construye con tres varillas rojas de 9 agujeros, un triángulo cuyos lados contengan 9, 9 y 3 agujeros. ¿Cómo son los ángulos del triángulo? ¿Hay ángulos iguales? ¿Qué nombres recibe este triángulo?</p> <p>c) Moviendo sólo un vértice de este triángulo consigue otros triángulos isósceles en los que el lado menor contenga 4, 5, 6, ... agujeros ¿Qué le pasa al ángulo que está enfrente? (Si lo necesitas copia esos ángulos en el cuaderno)</p> <p>d) ¿Para qué triángulo consigues el mayor ángulo?</p> <p>e) Construye ahora un triángulo cuyos lados contengan 9, 7 y 5 agujeros ¿Cómo son los ángulos del triángulo? ¿Cómo se llama a este triángulo?</p> <p>f) Escribe la relación que hay entre lo que miden los lados y la amplitud del ángulo opuesto a cada uno.</p> <p>g) Escribe tu conclusión de todo lo anterior (DisRi, 612-27).</p>	<p>Estas actividades son asequibles al conjunto de la clase, si bien llegar a una conclusión en las actividades no lo sea para los alumnos menos aventajados. En este caso se les explicará a ellos, utilizando más ejemplos si fuese necesario.</p>	<p>Relación entre los lados y ángulos de un triángulo.</p>	<p>De organización de información.</p> <p>De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>De argumentación.</p> <p>De síntesis.</p>
<p>SEGUNDA PARTE: CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS CON REGLA Y COMPÁS</p> <p>PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA IV</p>			
<p>ACTIVIDAD 5. Construir con regla, compás y transportador un:</p> <p>a) Triángulo ABC equilátero</p> <p>b) Triángulo PQR isósceles</p> <p>c) Triángulo DEF escaleno (DisRi, 633-6).</p>	<p>Reforzar la construcción de distintos tipos de triángulos con regla, compás y transportador de ángulos.</p>	<p>Construcción de triángulos clasificando-los según sus lados.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 6. Construir con regla, compás y transportador los siguientes triángulos:</p> <p>a) Triángulo KLM rectángulo</p> <p>b) Triángulo RST acutángulo</p> <p>c) Triángulo UVW obtusángulo (DisRi, 637-41).</p>	<p>“</p>	<p>Construcción de triángulos clasificando-los según sus ángulos.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 7. Construye un triángulo cuyos lados tengan las siguientes medidas:</p>	<p>“</p>	<p>Construcción de triángulos.</p>	<p>De simple aplicación directa de</p>

<p>a) 4cm; 6cm; y 8cm. b) 10cm; 7cm; y 5cm. c) 6cm; 9cm; y 2cm (DisRi, 642-6).</p>			información.
<p>ACTIVIDAD 8. Compara los triángulos con tus compañeros. ¿Puedes construir siempre el triángulo? Explica por qué. Da varios ejemplos de triángulos que no se puedan construir. ¿Qué has tenido en cuenta al elegir la medida de sus lados? (DisRi, 647-50).</p>	<p>Formular hipótesis que tendrán que comprobar y justificar.</p>	<p>Algunas propiedades de los lados de un triángulo. Algunas relaciones entre lados y ángulos.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 9. Dibuja un triángulo cuyos ángulos interiores midan: a) 30º; 70º y 80º b) 45º; 75º y 60º ¿Son necesarios todos los datos? ¿Cuántos triángulos distintos puedes obtener con los mismos datos del ejercicio? (DisRi, 651-5).</p>	<p>“</p>	<p>Algunas relaciones entre lados y ángulos.</p>	<p>De simple aplicación directa de información. De argumentación.</p>
<p>ACTIVIDAD 10. Construye un triángulo [dados los datos de diferentes casos, los cuales aparecen en una tabla] (DisRi, 656-7).</p>	<p>Dados diferentes elementos, construir los triángulos</p>	<p>Construcción de triángulos.</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 11. Construye el triángulo ABC que tiene como medidas: a) $c = 4\text{cm}$, $a = 5\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$. b) $c = 8\text{cm}$, $A = 60^\circ$, $a = 7\text{cm}$. c) $B = 50^\circ$, $C = 60^\circ$ d) $B = 50^\circ$, $c = 4\text{cm}$, $a = 7\text{cm}$. e) $C = 80^\circ$ $A = 20^\circ$ f) $c = 5\text{cm}$; $a = 4\text{cm}$; $b = 3\text{cm}$ (DisRi, 658-64).</p>	<p>“</p>	<p>“</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>Puesta en común para repasar los contenidos trabajados en sesiones anteriores. Es importante, también, el debate con los restantes grupos y con el profesor. Enriquecerá la experiencia una puesta en común de las conclusiones (DisRi, 389-91).</p>	<p>Para que los alumnos consoliden sus aprendizajes.</p>	<p>Clasificación de triángulos, relaciones entre sus lados y ángulos.</p>	<p>- De síntesis. - De contraste.</p>

Cuadro Ri. 2: Segunda Sesión

La tipología de estas actividades es la siguiente: en la primera parte, las dos Actividades (3 y 4, con el apoyo de la tabla dada para organizar los datos) son de ‘organización de la información’ y de ‘búsqueda y elaboración de respuestas’, es decir, ciertas propiedades generales de los lados de los triángulos, formuladas como hipótesis, a partir de varios casos particulares. El

proceso es manipulativo, algo totalmente novedoso en las clases de Raimundo. Para explicar las conjeturas efectuadas y llegar a conclusiones razonadas, también han de *'argumentar'* y *'sintetizar'*. El conjunto de las siete Actividades de la Ficha de construcción de triángulos (Actividades 5 a 11, ambas incluidas) las hemos considerado de *'simple aplicación directa de información'*, bien sea que la reciban los estudiantes en la sesión o que únicamente cuenten con la que ya han obtenido en Educación Plástica y Visual.

Aunque esta propuesta está muy guiada y, por lo tanto, no podemos considerar que sean de característica abierta, ni tienen múltiples soluciones, ni pueden usar varias estrategias para su resolución, al elaborar hipótesis, argumentarlas, comprobarlas y justificarlas, permiten a los estudiantes seguir caminos más personales e implicativos, con cierto grado de incertidumbre si no consiguen verificarlas bien, al no saber en este caso, si aceptar o rechazar las hipótesis formuladas. En cuanto al nivel cognitivo, éste podría llegar a ser alto, dependiendo del enfoque que cada estudiante le dé. De este modo, pueden ir haciéndose una idea sobre las demostraciones matemáticas, actividades características de *'hacer matemáticas'*.

Las características de las Actividades que son meras construcciones, son cerradas, ofrecen poca incertidumbre a los estudiantes y tienen bajo nivel cognitivo, pero les permiten actuar directamente sobre los objetos. Ellos ya han trabajado este tipo de construcciones en el área de plástica, aunque es importante que establezcan conexiones entre unas materias y otras. Las dos actividades en las que han de elaborar respuestas, partiendo de hipótesis, comprobarlas en los casos particulares, argumentarlas y demostrarlas, según las palabras de Raimundo, no son abiertas -puesto que su respuesta es única-, pero pueden llevarse a cabo con razonamientos de mayor nivel cognitivo y usar estrategias algo más diversificadas que en los otros casos.

El hecho de usar instrumentos de dibujo, es decir, modos de representación gráficos, así como materiales manipulables, las varillas de mecano, en la primera parte de la sesión, significa por un lado restringir dichas estrategias pero, por otro, puede contribuir, al hacer más concreta la búsqueda, a que puedan llegar por sí mismos a las generalizaciones pretendidas, las propiedades de los lados de un triángulo y las relaciones entre lados y ángulos, una mayoría de alumnos, algo muy difícil en el caso de una búsqueda de tipo formal, aunque considera que ya deberían conocerlas de cursos anteriores:

No es muy evidente, pero... También es verdad que lo que vemos son las relaciones que hay ahí entre los ángulos y los lados. Vamos, las primeras Actividades son para que tengan muy claro lo que son los triángulos, cómo son, su clasificación. Vamos, que deberían saberlo, deberían saberlo, pero no lo saben (DisRi, 268-72).

Raimundo duda si preparar alguna Actividad específica para aquellos alumnos que no recuerden la construcción de ángulos, o si hacer despacio una de las primeras Actividades diseñadas, para que sirva de ejemplificación de cómo hacer el resto:

Si es necesario comenzaremos pidiéndoles que dibujen, con el transportador, algunos ángulos (recto, llano, agudo y obtuso) (DisRi 285-6).

O más bien que, a la hora de hacer las Actividades, les diré: cuánto mide ese ángulo, qué tipo de ángulo es. No hacer una Actividad especial sino, digamos, que hacer una Actividad un poco más despacio, en eso era en lo que yo estaba pensando (E1Ri, 153-6).

Para finalizar esta sesión, Raimundo se propone un repaso en gran grupo de los contenidos trabajados hasta el momento, es decir, los relacionados con la clasificación de triángulos y las propiedades de sus lados y ángulos, con las varillas de mecano y los instrumentos de dibujo, para reforzar, sobre todo, las relaciones más significativas entre algunos elementos de los triángulos. Según nos declara, se propone hacerlo mediante una puesta en común, para que puedan debatirse las ideas y enriquecerse unos grupos a otros. Se trata, por lo tanto de una actividad de ‘*síntesis*’ para elaborar conclusiones y de ‘*contraste*’ para debatir las ideas y negociar significados.

Al final de estas Actividades se hará un pequeño resumen de todo lo que se lleva estudiado (DisRi, 303-4).

Es importante, también, el debate con los restantes grupos y con el profesor. Enriquecerá la experiencia una puesta en común de las conclusiones (DisRi, 389-91).

➤ Tercera sesión

En esta sesión, el recurso didáctico dominante es un vídeo sobre el Teorema de Pitágoras. Su visionado se irá alternando con la realización de Actividades relacionadas con los fragmentos de vídeo que vayan viendo:

De observación. Le pondremos un vídeo sobre el teorema de Pitágoras con sus correspondientes Actividades (DisRi, 225-6).

Para el Teorema de Pitágoras, haremos el visionado del vídeo “Triángulos y Círculos”, como ya se ha dicho antes, sólo la parte relacionada con el Teorema (DisRi, 305-7).

TERCERA SESIÓN: TEOREMA DE PITÁGORAS PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA V	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p><i>ACTIVIDAD 12. En el vídeo aparece el siguiente pavimento. Señala un triángulo rectángulo e indica cuál es el ángulo recto (90°).</i></p> <p><i>Como aparece en el vídeo, dibuja de rojo los dos cuadrados que tienen las bases en cada</i></p>	<p>Observar y expresar lo que han visto.</p>	<p>Introducción al Teorema de Pitágoras.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - De presentación de información. - De búsqueda y elaboración de respuestas.

<p>cateto del triángulo. Colorea de azul el cuadrado cuyo lado es la hipotenusa del triángulo. ¿Cómo puedes comprobar que el área del cuadrado azul es igual a la suma de las áreas de los cuadrados rojos? ¿Qué dice el teorema de Pitágoras? (DisRi, 666-72).</p>			
<p>ACTIVIDAD 13. Mide con el transportador los ángulos desiguales de los siguientes triángulos isósceles y dibuja los cuadrados que corresponden a cada lado.</p> <p>Dibujo de tres triángulos isósceles, a cuyo lado aparece: Triángulo isósceles cuyo lado desigual mide... (DisRi, 673-7).</p>	<p>Para que los alumnos recojan y organicen datos.</p>	<p>Recogida de datos sobre los lados y ángulos de triángulos cualesquiera.</p>	<p>De búsqueda de información. De búsqueda de respuestas.</p>
<p>ACTIVIDAD 14. Recorta los cuadrados de los lados iguales. Comprueba si es mayor la suma de las áreas de los cuadrados de los lados iguales o al área del cuadrado de la base: (DisRi, 678-80).</p>	<p>“</p>	<p>Relación entre los cuadrados contruidos sobre los lados de triángulos cualesquiera.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas. De comprobación.</p>
<p>ACTIVIDAD 15. A partir de los resultados que hemos obtenido ¿cómo podemos saber si un triángulo isósceles es acutángulo, rectángulo u obtusángulo, conociendo la medida de los lados? (DisRi, 681-3).</p>	<p>Observar y expresar lo que han visto.</p>	<p>Relación entre los cuadrados contruidos sobre los lados de triángulos cualesquiera.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas. De comprobación.</p>
<p>ACTIVIDAD 16. Observa el siguiente triángulo rectángulo.</p> <p>a) ¿Qué lado tiene mayor longitud?</p> <p>b) ¿Cuál es el lado opuesto al ángulo recto?</p> <p>c) ¿Cómo se llaman los lados que forman el ángulo recto?</p> <p>d) ¿Qué clase de ángulos son los ángulos opuestos a los catetos? (DisRi, 684-8).</p>	<p>“</p>	<p>Reconocimientos de los elementos de un triángulo rectángulo.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas. De comprobación.</p>
<p>ACTIVIDAD 17. Contesta a las siguientes preguntas:</p> <p>a) En el vídeo se fija la longitud de la hipotenusa y se va variando un ángulo ¿Qué ocurre con los cuadrados de los catetos?</p> <p>b) ¿Por qué se intuye que el Teorema de</p>	<p>“</p>	<p>Teorema de Pitágoras.</p>	<p>De búsqueda y elaboración de respuestas. De argumentación.</p>

<i>Pitágoras es cierto?</i> (DisRi, 689-92).			
<i>ACTIVIDAD 18. ¿Cómo se demuestra en el vídeo que el Teorema de Pitágoras es cierto para cualquier triángulo rectángulo?</i> (DisRi, 693-4).	“	“	De argumentación y justificación.
<i>ACTIVIDAD 19. Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 3cm y 4cm. Mide la hipotenusa y comprueba que se cumple el Teorema de Pitágoras</i> (DisRi, 699-700).	Expresar resultados obteniendo datos y cálculos adecuados.	“	De búsqueda de respuestas. De comprobación.

Cuadro Ri. 3: Tercera Sesión

En esta sesión Raimundo plantea una actividad de ‘*presentación de la información*’ mediante el visionado de un vídeo seleccionado previamente por él, una de ‘*búsqueda de información*’, , tres de ‘*búsqueda de respuestas*’, cuatro de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’, cuatro de ‘*comprobación*’ del Teorema de Pitágoras, es decir, una vez obtenida la medida de la hipotenusa del triángulo dado, sustituir los tres datos en la expresión: $a^2 = b^2 + c^2$ y transformarla en una identidad. Además, hay dos más de ‘*argumentación*’, una de las cuales es también de ‘*justificación*’, ya que se pide una demostración visual y gráfica del Teorema de Pitágoras.

Las características de todas estas Actividades son bastante similares: cerradas, muy guiadas por preguntas sucesivas, que van dirigiendo el proceso estrechamente, sin estrategias diversificadas, ya que aparece un nuevo recurso, el vídeo, como soporte de la búsqueda. Aquellas que requieren una argumentación, tienen mayor exigencia cognitiva que las que solo repiten los procedimientos mostrados en el vídeo, y aún más la que solicita que se haga una demostración del teorema de Pitágoras.

No obstante, constatamos que en el enunciado de todas las Actividades no se expresa con claridad que el objetivo de Raimundo sea que formulen hipótesis, las argumenten, justifiquen y hagan síntesis de las propiedades obtenidas, tal y como él lo expresa en sus intenciones generales, refiriéndose a las Fichas de Actividades correspondientes (Fichas III y V):

Se les pedirá que demuestren algunos resultados y que formulen hipótesis que tendrán que comprobar(DisRi,56)

➤ **Cuarta sesión**

Raimundo diseña esta sesión de modo que se dedique a demostraciones sencillas del Teorema de Pitágoras, de forma gráfica y manipulativa. Por la numeración de las Actividades,

también podríamos suponer que se trata de la última sesión, después de la que presentamos como quinta:

Ver algunas de las demostraciones más sencillas del teorema de Pitágoras, una mediante la construcción de un puzzle. Otra mediante la realización de una ficha de trabajo (DisRi, 103-5).

CUARTA SESIÓN: OTRAS DEMOSTRACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA VIII	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>Demostración del Teorema de Pitágoras mediante la construcción de un puzzle (DisRi, 104).</i>	Facilitar la comprensión del Teorema de Pitágoras.	Comprobación manipulativa del Teorema de Pitágoras.	- De comprobación (manipulativa)
<p>ACTIVIDAD 33</p> <p>a) Dibujar un triángulo rectángulo y sobre cada uno de los lados, construimos un cuadrado.</p> <p>b) Dibujamos en un cartoncillo la plantilla completa. Se recortan, en cartulina y por las líneas punteadas, los cuadros rosado y celeste.</p> <p>c) Se pide al alumno que coloque las piezas recortadas sobre el cuadro gris, de tal forma que agote toda el área. (DisRi, 776-82: Ver Ficha VIII, Anexo II).</p>	Facilitar la comprensión del Teorema de Pitágoras. Hoja de Trabajo 1. (DisRi, 105).	Comprobación gráfica del Teorema de Pitágoras.	- De comprobación (gráfica).
<p>ACTIVIDAD 34</p> <p>¿Se puede calcular el área del cuadrado amarillo, conociendo solamente la medida de los catetos del triángulo rosa? [Figura 1]</p> <p>Para investigar sobre la cuestión anterior vas a trabajar con tu grupo:</p> <p>a) Cada uno debe dibujar en la hoja de trabajo 1 un triángulo igual al de la Figura 1.</p> <p>b) Dibujad después un cuadrado cuyo lado mida la suma de las longitudes de los catetos del triángulo anterior. ¿Cuál es su área?</p> <p>c) Ahora vais a hacer dos descomposiciones distintas de ese cuadrado. [Descomposición 1 y 2]</p> <p>d) ¿Qué relación deduces de las áreas de los cuadrados?</p> <p>e) En general, dado un triángulo rectángulo cualquiera, ¿qué relación existe entre sus lados? Hoja de Trabajo 1. (DisRi, 783-97: Ver Ficha VIII, en Anexo II).</p>	“	“	- De comprobación (gráfica).

Cuadro Ri. 4: Cuarta Sesión

Estas tres Actividades de ‘*comprobación*’ están muy guiadas, lo que no permite elegir estrategia de resolución. Son además cerradas, de solución única y no requieren un alto nivel cognitivo. Pero pueden facilitar la comprensión del Teorema de Pitágoras, bastante poco intuitivo. El visionado del vídeo que Raimundo tiene previsto para presentar el Teorema y para que los alumnos tengan los primeros contactos con él, es muy probable que no sea suficiente para aquellos que suelen tener dificultades ante la abstracción.

➤ **Quinta sesión**

Raimundo se propone dedicar esta sesión a la resolución de problemas de aplicación del Teorema de Pitágoras a la vida cotidiana. También quiere iniciar la temática sobre áreas y uno de los procedimientos más comunes, la triangulación, pero piensa proponer estas Actividades solamente si el nivel del curso lo permite:

Las tradicionales Actividades de resolución de problemas matemáticos, sobre todo, los relacionados con la vida cotidiana (DisRi, 227-8).

<p>QUINTA SESIÓN: APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE LA VIDA COTIDIANA. PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA VI</p>	<p>INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD</p>	<p>CONTENIDOS</p>	<p>TIPO DE ACTIVIDAD</p>
<p>ACTIVIDAD 20. Una escalera de 5m de largo está apoyada en la pared. Su extremo inferior está a 1,2m de la misma. ¿Qué altura alcanza su extremo superior? (DisRi, 703-5).</p>	<p>Yo voy a intentar que lo cotidiano tenga su tiempo, darle importancia (DisRi, 194-5).</p>	<p>Aplicaciones del Teorema de Pitágoras.</p>	<p>De simple aplicación directa de información</p>
<p>ACTIVIDAD 21. El siguiente esquema muestra las dos rampas construidas en un puente. Observa el esquema y calcula la longitud de cada rampa (DisRi, 706-7).</p>	<p>Aplicar el Teorema de Pitágoras a situaciones cotidianas.</p>	<p>“</p>	<p>“</p>
<p>ACTIVIDAD 22. Alberto ha utilizado un alambre de 10m para sujetar una antena de televisión de 6m de altura. ¿A qué distancia de la base de la antena ha tenido que clavar el alambre? (DisRi, 708-10).</p>	<p>“</p>	<p>“</p>	<p>“</p>
<p>ACTIVIDAD 23. El teleférico de la ciudad A sale de la base de una montaña hasta su cima. Observa el siguiente esquema y calcula cuántos metros recorre el teleférico desde la ciudad A y desde la</p>	<p>“</p>	<p>“</p>	<p>“</p>

ciudad B (DisRi, 711-3).			
ACTIVIDAD 24. El tamaño de las pantallas de televisión viene determinado por la longitud (en pulgadas) de la diagonal de la pantalla. (1 pulgada = 25,4mm) Calcula en pulgadas el tamaño de cada una de las siguientes pantallas: (DisRi, 714-7).	“	“	“
ACTIVIDAD 25. La ciudad de Roval está situada en el punto de coordenadas (50, 90) y la ciudad de Kirna está situada en el punto de coordenadas (90, 60). Calcula la distancia entre las dos ciudades (DisRi, 718-20).	“	“	De aplicación combinada de información

Cuadro Ri. 5a: Quinta Sesión

Las cinco primeras Actividades propuestas son de ‘*simple aplicación directa de información*’ pues solo necesitan el procedimiento de aplicar la fórmula del Teorema de Pitágoras. La Actividad 25, la hemos considerado de ‘*aplicación combinada*’, pues necesita más de un procedimiento, aún siendo éstos muy simples. Aunque Raimundo declara que se trata de aplicaciones a la vida cotidiana, más bien parece una relación de ejercicios de aplicación del Teorema de Pitágoras. No podemos asegurar tampoco que los contextos son académicos, pero se acercan bastante a ellos, es decir, son muy similares a los que suelen aparecer en cualquier libro de texto. Él insiste en la importancia de aplicar los conocimientos trabajados a la vida cotidiana y se propone dedicar a ello un par de sesiones, ésta y la siguiente. Puede estar influido por la preocupación que le produce la siguiente pregunta:

Los alumnos no le encuentran sentido a nuestras clases y preguntan constantemente: ¿eso, para qué sirve? (DisRi, 368-9).

Posteriormente se trabajarían Actividades relacionadas con las aplicaciones a la vida cotidiana (...) y si el nivel del curso lo permite Actividades relacionadas con el cálculo de áreas y la triangulación (...) y con otras demostraciones del Teorema de Pitágoras (DisRi 312-3; 315-6; 318: Ficha VIII).

No obstante, duda si los alumnos relacionarán esos contenidos con la vida cotidiana:

Eso es una cosa que gusta...Y lo voy a intentar, no sé si lo conseguiré. De hecho en los contenidos, en la parte conceptual, al principio teníamos la vida cotidiana y digo eh, al final, lo he puesto en negrita y todo, para darle importancia (DisRi, 517-20).

En cualquier caso, se trata de actividades cerradas, de solución y estrategia de resolución única, de nivel cognitivo bajo, muy similares entre sí. Aunque cambien los contextos, todos ellos son bastante artificiales.

Para completar el trabajo desarrollado en las últimas sesiones, Raimundo pretende que los alumnos realicen Actividades de Refuerzo relacionadas, en parte, con el Teorema de Pitágoras y, en parte, con perímetros y áreas de algunas figuras planas sencillas, para hacer en casa:

Actividades sobre áreas y triangulación y sobre aplicación del Teorema a problemas de la vida cotidiana (DisRi, 106-7).

No obstante, se van a desarrollar más actividades de las necesarias, por si observamos que determinados alumnos pueden profundizar más. De refuerzo, para hacerlas en casa. De síntesis. Finales (DisRi, 229-31).

ACTIVIDADES DE REFUERZO Y AMPLIACIÓN: APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS. ÁREAS. TRIANGULACIÓN. PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA VIII	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p><i>ACTIVIDAD 26. En un triángulo rectángulo, los catetos miden 4,5m y 6m; en otro triángulo rectángulo, un cateto mide 7,2m y la hipotenusa 7,5m. ¿Cuál de los dos tiene mayor perímetro? ¿Cuál tiene mayor área?</i></p> <p><i>Para la diversidad:</i></p> <p><i>Recuerda que la manera más fácil de calcular el área de un triángulo rectángulo es colocando la base sobre uno de sus catetos. (De esta forma, ¿qué sería la altura: el otro cateto o la hipotenusa?) (DisRi, 721-6).</i></p>	<p>Aplicar el Teorema de Pitágoras a situaciones cotidianas.</p>	<p>Aplicaciones del Teorema de Pitágoras.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p><i>ACTIVIDAD 27. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 4m.</i></p> <p><i>Para la diversidad:</i></p> <p><i>Calcula el área de los dos triángulos rectángulos que se muestran en la figura: Si pegamos los dos triángulos por su altura ¿qué figura se obtiene? ¿Cuánto miden sus lados? ¿Cuánto mide su área sabiendo el área de los dos trozos por separado?</i></p> <p><i>Hacer lo mismo para un triángulo isósceles (DisRi, 727-33).</i></p>	<p>Aplicar el Teorema de Pitágoras al cálculo de áreas.</p>	<p>“</p>	<p>“</p>
<p><i>ACTIVIDAD 28. ¿Sabrías calcular el área de un rectángulo de lados 2m y 4m? Si no te acuerdas de la fórmula que nos da el área de un rectángulo, ¿cómo se podría calcular? (Puedes hacerlo dividiendo el rectángulo en dos triángulos rectángulos) (DisRi, 734-7).</i></p>	<p>Aplicar conocimientos adquiridos al cálculo de áreas.</p>	<p>Área del rectángulo por triangulación</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>

<p>ACTIVIDAD 29. El método que se ha utilizado en el ejercicio anterior se llama triangulación: dividir una figura en triángulos. Este método nos permite calcular el área de una figura hallando el área de los triángulos que lo componen y sumándolas. Calcula por triangulación el área y el perímetro del hexágono regular siguiente: [Dibujo] ¿Sabrías obtener una fórmula, donde aparezca el lado, l y la apotema, a, que nos dé el área de un hexágono regular? Dibuja un heptágono regular. Llámale a cada lado, l. Traza la apotema, a. La fórmula del área es similar a la anterior ¿sabrías darla? ¿Y la de un polígono regular de n lados?</p> <p>Para diversidad: Calcula el área de la siguiente figura: Si enrollas la figura haciendo coincidir los vértices superiores, todos en uno. ¿Qué figuras obtienes? ¿Cuál sería su área? Hacer lo mismo si le añades un séptimo triángulo (DisRi, 742-55).</p>	<p>Aplicar conocimientos adquiridos al cálculo de áreas. Conocer la estrategia de triangulación.</p>	<p>Método de triangulación</p>	<p>De presentación de información. De aplicación combinada de información. De elaboración de respuestas. De argumentación y síntesis.</p>
<p>ACTIVIDAD 30. Por triangulación, calcula el área del paralelogramo siguiente:</p> <p>Para diversidad: Al igual que en los ejercicios anteriores, dar la triangulación, y ellos calculan por separado el área de cada figura (DisRi, 756-9).</p>	<p>“</p>	<p>Área de un paralelogramo por triangulación</p>	<p>De simple aplicación directa de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 31. Este pentágono se ha formado haciendo coincidir la base mayor de un trapecio isósceles con la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles. Halla el área y el perímetro.</p> <p>Para diversidad: a) Calcula el área del triángulo rectángulo calculando previamente x. (Recuerda que si un triángulo es rectángulo, su área puede calcularse fácilmente poniendo como base uno de los catetos) b) Calcula el área de la figura sabiendo que antes tienes que dividirla en trozos apropiados. (DisRi 760-8)</p>	<p>“</p>	<p>Área de figuras planas por triangulación.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p>ACTIVIDAD 32. Juan, Luis y Antonio poseen cada uno una parcela de tierra según la siguiente figura: [Un cuadrado dividido en tres triángulos, dos de ellos rectángulos] El metro cuadrado se vende a 1200€. ¿Cuál de los tres sacará mayor beneficio?</p> <p>Para diversidad: Calcular: El área del cuadrado. El área de los dos</p>	<p>“</p>	<p>Área de figuras planas por triangulación.</p>	<p>“</p>

<p>triángulos. El área de gris a partir de los cálculos anteriores mediante una operación aritmética básica ¿restar, multiplicar o dividir? Calcular los beneficios de cada uno (DisRi, 769-75).</p>			
--	--	--	--

Cuadro Ri 5. b: Actividades de Refuerzo y Ampliación

De estas siete Actividades que Raimundo presenta como Refuerzo y Ampliación, todas podemos considerarlas de aplicación de información sobre el Teorema de Pitágoras y sobre áreas (procedimiento de triangulación) y perímetros, fundamentalmente, aunque esta segunda parte no trate propiamente de la información dada previamente, sino en los mismos enunciados. De ellas, dos son de ‘simple aplicación directa’ y las cinco restantes de ‘aplicación combinada’. Sería discutible que pudiésemos considerar compleja la Actividad 29, por tratarse de la generalización del área de un polígono regular, partiendo de su triangulación, sin mucha relación con el trabajo realizado hasta ese momento, por lo que prevemos que los alumnos pueden encontrar en ella ciertos obstáculos. Además, hemos tipificado esta Actividad 29, como de ‘elaboración de respuestas’, de ‘argumentación’ de la fórmula de un polígono regular y de ‘síntesis’, pues todo ello podría practicarse con dicha Actividad, aunque no se pida explícitamente. Creemos que habría sido una buena oportunidad de solicitar esto mismo en todas ellas, dada la intención inicial de Raimundo.

En cuanto a las características de este listado, podemos constatar, a priori, lo mismo que hemos ya indicado varias veces: como aplicación de información son cerradas, de solución única, que admiten muy pocas estrategias de resolución. En cuanto a las de simple aplicación directa, tienen un grado de incertidumbre mínimo y bajo nivel cognitivo. Las de aplicación combinada requieren un esfuerzo mayor, sobre todo porque se trata en casi todos los casos de enunciados largos, que describen procesos algo farragosos, lo que añade obstáculos a los propiamente matemáticos. No es que requieran un alto nivel cognitivo, pero la lectura y la presencia de varias tareas, puede perder a más de un estudiante. Los contextos son todos académicos.

Como actividades de argumentación son abiertas, se refieren más a procesos que a resultados y pueden ayudar a la estructuración del conocimiento. Es una pena que no haya pedido que hagan hipótesis en todas las propuestas que lo permitan y que argumenten y justifiquen todas sus conclusiones.

Por otra parte, señalamos algo curioso en este listado. Después de cada enunciado aparece la frase: “Para la diversidad”, o bien “Para la diversificación”, seguida de unas indicaciones que suponemos que son para aquellos alumnos que no entiendan suficientemente el enunciado o no sepan cómo abordar su resolución. Creemos que es por ello por lo que las considera también Actividades de Refuerzo. Pero al dar este tipo de sugerencias a todos, impide la posibilidad de que otros estudiantes, con menos dificultades de aprendizaje, tengan una propuesta distinta.

Como siempre, Raimundo cuenta con el trabajo en casa, porque considera imprescindible que el alumno siga aprendiendo, autónomamente, fuera de las sesiones en el aula, de lo cual habla en numerosas ocasiones:

Los alumnos tienen que trabajar en casa como algo necesario. Exactamente, sí. Porque no son niños que tengan, salvo casos particulares, no son niños que tengan dificultades (DisRi, 368-70).

El alumno lo tiene que hacer él por su cuenta. Claro. Vamos, ése es el valor del trabajo en casa, porque yo quiero que trabajen en casa. Eso es lo que falla en esta clase (DisRi, 462-4).

Los alumnos tienen que trabajar en casa como algo necesario. Exactamente, sí. Porque no son niños que tengan, salvo casos particulares, no son niños que tengan dificultades (DisRi, 368-70).

El alumno lo tiene que hacer él por su cuenta. Claro. Vamos, ése es el valor del trabajo en casa, porque yo quiero que trabajen en casa. Eso es lo que falla en esta clase (DisRi, 462-4).

➤ Sexta sesión

Raimundo dedicará esta sesión a hacer a los estudiantes un examen escrito y a pedirles que respondan a un Cuestionario de Autoevaluación. Consideramos más adecuado presentar la propuesta correspondiente en la Categoría de Evaluación (Apartado 4. 2. 2. 2). No obstante, hemos decidido incluirlas en el cómputo total. También hemos incluido en éste las Actividades que aparecen en la Prueba Inicial ya que, además de adjudicarle Raimundo un papel de evaluación, tiene también funciones de iniciación, mediante la ‘*identificación y/o reconocimiento*’ de conocimientos previos de los alumnos.

Con el examen del tema y el Cuestionario que Raimundo llama de Autoevaluación (Ficha XI), él da por concluido el diseño de su experiencia que, en principio cuenta con seis sesiones. Esta segunda Actividad la consideramos de ‘*Metarreflexión*’ ya que con ella nuestro profesor pretende que los estudiantes reflexionen sobre los propios aprendizajes y sobre las modificaciones metodológicas que tiene previsto realizar en esta experiencia.

Con todo ello, el total de Actividades ha sido: 34 numeradas por Raimundo, más las siete de la Prueba Inicial, más dos puestas en común anunciadas por él, más otras dos Actividades no

numeradas (Introducción histórica y demostración del Teorema de Pitágoras mediante la construcción de un puzzle), más una Actividad de Metarreflexión (Cuestionario de Autoevaluación), es decir, un **total de 46 Actividades**. De ellas, seis están situadas en contextos no académicos sencillos y 40 en contextos académicos.

Para poder calcular porcentajes de las distintas tipologías, hemos de tener en cuenta que en una misma propuesta de Actividad pueden demandarse diferentes actuaciones por parte del alumno, y por ello, en éstas, han sido considerados, en ocasiones, varios tipos de Actividades, por lo que el total de tipologías diferenciadas no coincide con el número de Actividades propuestas, es decir, la suma de todas las tipologías consignadas es:

7 Actividades de Iniciación + 5 Actividades de Obtención de Información + 35 Actividades de Estructuración de Información + 21 Actividades de Aplicación de la información + 1 Actividad de Metarreflexión = 69.

En síntesis, Raimundo propone 45 Actividades de tipologías variadas. Si cuantificamos éstas, sin perder de vista que alguna Actividad ha podido clasificarse en más de un tipo, aparecen 69:

- **Actividades de Iniciación: 7 en total → 10.15%**
 - **De motivación: 2 → 2.9%**
 - **De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 5 → 7.25%**
- **Actividades de Obtención de Información: 5 en total → 7.25%**
 - **De presentación de información: 4 → 5.8%**
 - **De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 1 → 1.45%**
- **Actividades de Estructuración de Información: 35 en total → 50.7%**
 - **De organización de la información: 2 → 2.9%**
 - **De búsqueda de respuestas 3 → 4.35% del total**
 - **De elaboración de respuestas: 1 → 1.45% del total**
 - **De búsqueda y elaboración de respuestas: 8 → 11.55% del total**
 - **De comprobación: 7 → 10.15%**
 - **De argumentación: 7 → 10.15%**
 - **De resumen y/o síntesis: 5 → 7.25%**
 - **De contraste: 2 → 2.9%**
- **Actividades de Aplicación de la Información: 21 en total → 30.45% del total**

- De simple aplicación directa: 16 en total → 23.2% del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 11 → 15.95%
 - ✓ En contextos no académicos: 5 → 7.25%
 - De aplicación combinada: 5 → 7.25%
 - ✓ En contextos académicos: 4 → 5.8%
 - ✓ En contextos no académicos: 1 → 1.45%
 - De aplicación compleja: 0
- Actividades de Metarreflexión: 1 → 1.45%

Constatamos que las tipologías que predominan son las de *'estructuración de Información'* y de *'Aplicación'* de la misma. Respecto de las primeras, las mayoritarias son: de *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, de *'comprobación'*, de *'argumentación y/o justificación'* y de *'síntesis'*. Con respecto de las segundas, son más frecuentes las de *'simple aplicación directa'*, algo más del doble que las *'combinadas'*, abundando los contextos académicos. Por el contrario, las que están muy poco presentes son las de *'motivación'*, de *'búsqueda de información'* por parte del alumno en distintas fuentes, de *'contraste'* y de *'metarreflexión'*. Y no se proponen en absoluto aplicaciones complejas de información.

En cuanto a sus características más relevantes, creemos que el tipo de actividades en las que propone plantear hipótesis, argumentarlas y llegar a conclusiones, que tienen que justificar, aunque no sean abiertas en cuanto a resultados, sí lo son en los procesos de argumentación y comunicación y pueden tener un alto nivel cognitivo, aunque no suele ser frecuente. En cambio, la mayor parte de las aplicaciones son actividades cerradas, de solución única, que admiten pocas estrategias de resolución, aunque las hay de aplicación combinada de la información, pero de bajo nivel cognitivo.

Respecto del total de Actividades la inmensa mayoría está situada en contextos académicos (87%), a pesar de que Raimundo expresa su especial interés por relacionar el tema con la vida cotidiana y la utilidad de las matemáticas. Dentro de las Actividades de aplicación, el porcentaje de Actividades contextualizadas aumenta, el 28.6%, aunque es mucho mayor el porcentaje (71.4%) de las que tienen contexto académico.

Raimundo muestra ciertos rasgos tradicionales en el diseño de algunas de las Actividades propuestas, por su peso académico y sus características cerradas y ajenas al conocimiento cotidiano de los estudiantes. Sin embargo, su intención de estimular que los éstos formulen

hipótesis y conjeturas, las argumenten y justifiquen, de introducir la Historia de las Matemáticas, etc., le confiere ciertos rasgos del buen *'hacer matemáticas'*. No obstante, el hecho de que la resolución de auténticos problemas abiertos, de múltiples soluciones, contextualizados, no sea la base de la propuesta de actividades, nos confirma que no está próximo al modelo investigativo, sino que podemos concluir que estos elementos lo aproximan más bien a la tendencia tecnológica.

4. 1. 1. 2 RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Raimundo se propone utilizar diversos recursos manipulables a lo largo del desarrollo de la experiencia:

Es un tema del cuál tenemos mucha variedad de recursos matemáticos (DisRi, 207).

Materiales manipulables (varillas de mecano, instrumentos de medida y dibujo, geoplanos, espejos, etc.) (DisRi, 21-3).

En cambio, no va a utilizar los ordenadores, por dificultades de infraestructura en los centros de los otros componentes del G₃ que han diseñado con Raimundo esta experiencia en el Curso de Formación:

Aunque en la actualidad se dispone de gran cantidad de software que facilita la presentación de propiedades geométricas (...) no vamos a utilizarlo, debido a que la mayor parte del equipo no dispone de estos recursos (DisRi, 60-1; 65).

Raimundo reflexiona sobre la idoneidad de dichos recursos con respecto a lo que pretende conseguir, tanto en lo que se refiere al aprendizaje del alumnado, como para el propio:

La selección de los recursos que vamos a utilizar lo hacemos, primero, porque creemos que son adecuados para nuestros alumnos. Después para experimentar nosotros mismos y poder ampliar nuestros recursos en el aula (DisRi, 208-11).

Hasta ahora no los había utilizado antes, por lo que también es un elemento de motivación para él mismo, así como de experimentación, ya que ha de estudiar cómo presentarlos a los alumnos de forma que sean realmente un medio adecuado que favorezca su aprendizaje:

Será la primera vez que el alumno realiza las tareas empleando recursos didácticos como las varillas de mecano, construcción de puzzles, visionado de vídeos, etc. (DisRi, 336-8).

De lo contrario, se pondrán a jugar con ellos [los recursos didácticos] y serán inútiles (DisRi, 341-2).

No he utilizado nunca las varillas de mecano, los alumnos tampoco, por lo que no sé cómo resultará (DisRi, 460-2).

Tampoco he utilizado nunca el vídeo del Instituto, es difícil de localizar pues el cuadrante no se respeta mucho, el primero que llega lo coge (DisRi, 464-6).

También pretende con el uso de este tipo de recursos didácticos incrementar la motivación de los alumnos:

Concretamente, pretendemos que los alumnos se enganchen al tema con la utilización de las varillas y la presentación histórica (DisRi, 235-6).

Raimundo tiene muy clara la relación de recursos que va a utilizar en cada Actividad y lo va mencionando al presentarlas:

Recursos: Se les pedirá a los alumnos que traigan los siguientes materiales: regla, compás, transportador de ángulos, folios de colores y tijeras (DisRi, 417-9).

Se emplearán además cinco juegos de varillas de mecano, una cinta de vídeo titulada "Triángulos y círculos" de la fundación Serveis de Cultura Popular y el libro "Pitágoras: El Filósofo del número" (DisRi, 420-3).

Material: varillas de mecano, regla, compás y transportador (DisRi, 432).

Material: vídeo (DisRi, 434).

Material: puzzle (DisRi, 436).

Material: Calculadora (DisRi, 442).

Matemáticas. Tercer curso de la ESO. Hoja de Trabajo. Pitágoras y las áreas (DisRi, 796-7).

Además de las varillas de mecano, utilizará otros recursos para que los estudiantes, formulen hipótesis, las argumenten y comprueben:

Por ello y a través de Actividades manipulativas con varillas de mecano, materiales de dibujo (regla, compás, transportador), puzzles o plantillas, se les van a pedir que demuestren algunos resultados y que formulen hipótesis que tendrán que comprobar (DisRi, 56-9).

También está previsto cuándo los va a utilizar, aunque de un modo flexible que dependerá del ritmo de los alumnos:

El vídeo lo usamos el tercero o cuarto día, depende como vayan. Las varillas a lo mejor también las introduzco mañana (E1Ri, 535-8).

Evidentemente, también ha influido en su selección y distribución en las sesiones, conocer de antemano los recursos didácticos de los que dispone el Centro del Profesorado de Sevilla y cuándo iban a llevárselos sus compañeros de grupo, ya que su Centro no dispone de muchos de ellos:

También he tenido en cuenta los recursos disponibles en el CEP (DisRi, 242).

A pesar de la relación de recursos didácticos que aparece en el diseño y que hemos señalado anteriormente, en un momento dado Raimundo señala que sólo va a utilizar las varillas y el vídeo, aunque al hacer el recuento, explicita otros que usa habitualmente:

Me voy a llevar una cuerda con doce nudos también para explicar un poco el triángulo rectángulo que se forma y no quería meter más, aunque está por ahí lo del geoplano y los puzzles, etc. etc. Pero yo no creo que debamos utilizar algo más, aparte de eso (E1Ri, 383-7).

Sí, pero eso [el semicírculo, el compás] siempre lo he utilizado (E1Ri, 388-9).

Bueno, la calculadora también, la regla por supuesto. Me estaba refiriendo a recursos que no había utilizado antes (E1Ri, 392-3).

El uso de estos recursos le requiere un esfuerzo mayor y, en cierto modo, le produce inseguridad, ya que el contenido y el ritmo de trabajo dependen más de él que en sus clases habituales. También le da miedo no usar el libro de texto durante la experiencia porque, hasta ahora, siempre se ha apoyado en él, lo que le permite liberarse del trabajo de tener que hacer en cada ocasión un diseño propio. Tampoco se considera aún preparado para seleccionar y elaborar los materiales didácticos, que los encuentra hechos en el libro de texto y para usar los recursos didácticos que va a utilizar, pues apenas los conoce:

Todo lo cual es un esfuerzo por mi parte: que no se descontrolen, no sé, a lo mejor en eso soy demasiado cuadrulado, que no quiero que se me escape nada. Con el libro me siento mucho más seguro que así, que llevando el grupo, el ritmo y eso (E1Ri, 126-9).

Bueno, supongo que hay que conocer los recursos (E1Ri, 380).

Después tengo miedo a que no llevo la guía del libro, llevo otra guía, pero no me siento tan seguro, no sé por qué (E1Ri, 542-4).

Pero yo veo que en el libro están mucho más explícitas las conclusiones... (E1Ri, 548).

Yo tengo pensado sacar unas conclusiones, pero no las tengo escritas. De hecho, me estoy haciendo un guión de las cosas que tengo que sacar y con el libro está todo escrito (E1Ri, 550-2).

Por otra parte, esta inseguridad no impide que dé un paso importante usando dichos recursos, algo muy reseñable por ser un profesor novel, aunque sigue pesándole que esto pueda conducirle a un descontrol mayor de la clase y a un mal comportamiento de los alumnos:

Exactamente, se puede uno arriesgar y luego ver por qué no ha funcionado, si no ha funcionado (E1Ri, 397-8).

¿Dificultades? Lo que más le temo, un poco, es que se me vaya la clase de las manos, con esto de los materiales, para arriba, para abajo. Sobre todo el vídeo (E1Ri, 523-6).

Por último, Raimundo señala también lo complicada que resulta la utilización de determinados recursos, como el vídeo, que le supondrá gestiones de diverso tipo e incluso un ensayo previo:

Primero tengo que reservarlo [el vídeo]. Yo he hecho un cuadrante allí, lo he hecho yo, porque no había ninguno, he hecho un cuadrante y he puesto mi nombre, lo cual no me asegura que vaya a estar el vídeo, eso lo primero. Después lo tengo que llevar allí y después tengo que ir a por el mando y llevarlo a la clase, todo eso es un jaleo. Además, habría que ensayarlo... (E1Ri, 528-34).

Él mismo no utiliza ningún recurso físico, por ejemplo, transparencias o al menos no lo menciona. Como recursos no materiales, comenta que pondrá ejemplos de las Actividades que piensa proponer, presentará y ejemplificará los recursos didácticos que trabajarán los estudiantes y explicará cómo utilizarlos durante la experiencia, así como el uso de ellos que considera adecuado, para que sirva de ayuda al aprendizaje del alumno y no de mera

distracción de su trabajo o un juego. También declara que observará qué alumnos traen a clase los materiales que se les soliciten (por ejemplo, los instrumentos de dibujo) y lo anotará en su diario de sesiones, cosa que se ha propuesto hacer cada día:

Dibujaré en la pizarra un triángulo con la notación adecuada (DisRi, 294).

Presentaremos esta Actividad explicando cómo se utilizan los materiales, formando, por ejemplo, un triángulo, mientras que los alumnos se familiarizan con el material (DisRi, 291-3).

Por tanto, el profesor debe conseguir que el empleo de estos materiales no distraiga al alumno de su tarea (DisRi, 339-40).

Gestión de recursos: en el diario de las sesiones, se llevará el control de los grupos que traigan o no los materiales solicitados (DisRi, 454-5).

En síntesis, Raimundo decide introducir recursos manipulables durante la experiencia: varillas de mecano y puzzles. También ha elaborado Actividades y Hojas de ejercicios, con su grupo del Curso-P, es decir, materiales didácticos propios para las sesiones.

Aunque menciona los ordenadores, y conoce mucho software dedicado a la geometría, ha decidido no usarlos. En cambio, el vídeo didáctico será otro de los recursos que ha planificado utilizar, junto con las calculadoras, que forman parte de su práctica habitual, así como los instrumentos de dibujo, regla, compás, semicírculo graduado, escuadra y cartabón, cartulinas de colores y tijeras.

Él piensa presentarlos y explicar cómo usarlos, porque considera que los estudiantes han de hacer un uso adecuado de los mismos, es decir, dirigido a los aprendizajes pretendidos, no a que los conviertan en un juego.

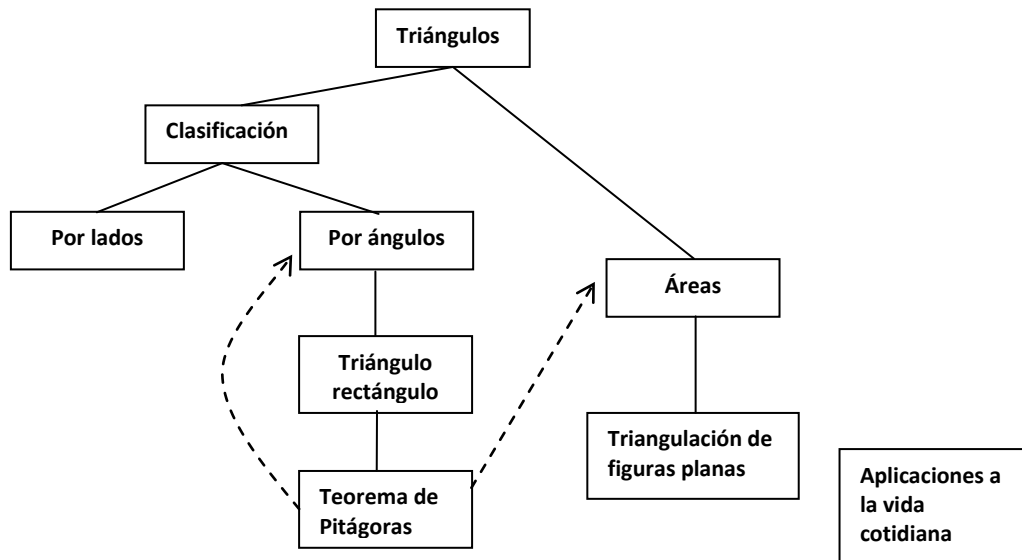
Quiere superar el temor de perder el control sobre el clima de trabajo en el aula por un uso inadecuado de los nuevos recursos por parte de los alumnos, así como de perder la seguridad de seguir el libro de texto.

Todo ello le confiere cierto carácter innovador respecto de su práctica habitual.

4. 1. 1. 3 RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Raimundo es el único que presenta un mapa conceptual en su diseño y afirma que las Actividades están pensadas coherentemente con el mismo:

La organización de las Actividades se va realizando en consonancia con el mapa conceptual (DisRi, 232-3).



Como ya comentamos en el Apartado 4. 1. 1. 3, su secuencia de Actividades incluye una distribución por sesiones, siguiendo los contenidos, afirmando que presupone un nivel de partida mínimo:

Su distribución por sesiones es la siguiente, suponiendo que el nivel de partida de los alumnos es mínimo:

Primera sesión: Realización del cuestionario de evaluación inicial.

Introducción histórica del tema, construcción de un ángulo recto y se les pide un mural relacionado con el tema.

Segunda sesión: Dibujar algunos ángulos, Actividades con las varillas de mecano y construcciones con regla y compás.

Tercera sesión: Visionado del vídeo de la fundación Serveis de cultura popular Triángulos y círculos (Sólo la parte relacionada con el Teorema de Pitágoras) y Actividades sobre el mismo.

Cuarta sesión: Ver algunas de las demostraciones más sencillas del Teorema de Pitágoras, una mediante la construcción de un puzzle, otra mediante la realización de una ficha de trabajo.

Quinta sesión: Actividades sobre aplicaciones a problemas de la vida cotidiana.

Sexta sesión: Evaluación final de la unidad mediante la realización de un cuestionario y evaluación de la experiencia (DisRi 253-70).

Previamente al visionado, recordaremos los conceptos relacionados con los triángulos rectángulos (DisRi, 310).

Posteriormente, se trabajarían Actividades relacionadas con las aplicaciones a la vida cotidiana (DisRi, 312-3).

Para concluir la unidad se haría una Evaluación Final (DisRi, 319).

Raimundo reitera varias veces en su diseño que la secuencia de Actividades prevista, que expone de nuevo, se llevará a cabo en la práctica, de una forma u otra, dependiendo del nivel de los alumnos y que están organizadas en torno a los contenidos diseñados:

Se desarrollarán las siguientes Actividades, según el nivel de partida de los alumnos (DisRi, 91).

Las Actividades están estructuradas básicamente por bloques de contenidos previstos (DisRi, 245-6).

Por último, el mural que solicitará es una recopilación de los temas tratados, una ayuda para estructurar los contenidos, por lo que está previsto que sea la última Actividad a entregar:

El mural se entregará al terminar el tema (DisRi, 600).

Hay, además, otra lógica interna. Si nos fijamos en la primera sesión, Raimundo se propone plantear ‘*actividades de iniciación*’, de ‘*presentación de información*’ y de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’. En la segunda y la tercera, el mayor número de propuestas son de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’, de ‘*argumentación y/o de justificación*’ (tratando de ‘*demostrar*’ gráficamente ciertas relaciones entre lados y/o ángulos de un triángulo y la relación entre los lados de un triángulo rectángulo) y de ‘*síntesis*’, aunque también presenta información. La cuarta comienza con una intención clara de ‘*estructuración de los contenidos*’ trabajados hasta el momento y vuelve a insistir en una tipología de actividades similares a las de las dos sesiones previas. En cambio, en las dos últimas sesiones, tienen un peso mayor las ‘*actividades de aplicación*’, tanto ‘*directa*’ como ‘*combinada*’, aunque también las hay de las tipologías anteriores, o sea, que no hay un seguimiento claro de esta segunda lógica. Pero podemos afirmar que Raimundo presenta otro hilo conductor que lleva a los alumnos en la forma que él considera que se aprende, es decir, no sólo sigue la lógica del contenido, aunque ésta puede verse más claramente en el conjunto de sesiones.

Por otra parte, dentro de las sesiones donde trabaja procesos de generalización, el tratamiento que presenta va de lo particular a lo general, de lo más simple a lo más complejo y pretende que los estudiantes se ayuden de materiales manipulables o tecnológicos, es decir, no se propone que ellos utilicen procesos formales.

También es verdad que lo que vemos son las relaciones que hay ahí entre los ángulos y los lados. Vamos, las primeras Actividades son para que tengan muy claro lo que son los triángulos, cómo son, su clasificación. Vamos, que deberían saberlo, deberían saberlo, pero no lo saben (E1Ri, 269-72).

Raimundo también considera que el hilo conductor podría haber sido otro: haber comenzado, por ejemplo, en torno a problemas de la vida cotidiana. Pero ha decidido no hacerlo así, porque, aunque le parece una opción lógica, no tiene nada claro que sea una opción mejor, ya que la escuela está enfocada de otra manera, con muchos contenidos que enseñar, por lo que esa opción no le parece viable. No obstante, estaría dispuesto a partir de algún problema cotidiano en otra ocasión, en una hipotética futura experiencia, aunque sigue cuestionándose esta posibilidad, dada su gran preocupación por los conocimientos académicos:

Hombre, tal como se ha hecho, sí, la secuencia de contenidos se le podría haber dado la vuelta, haberla hecho de otra manera. Además, de hecho, me habría gustado... (E1Ri, 209-1).

Es lo más lógico, es lo más lógico, y yo supongo, que no sé si lo comenté allí, el otro día, pero me supongo que, inicialmente, las escuelas se quedan así y los alumnos tendrían problemas y se irían sin resolver tal y como está planteada la educación, ahora mismo, con todos los contenidos que hay que dar, eso yo lo veo un poco inviable (E1Ri, 212-7).

Sí, sí, sí, se podría partir de un problema real. Se podría hacer, se podría hacer. Lo que pasa es que, tú sabes, yo con mis contenidos soy muy estricto y me cuesta trabajo dejar de dar algunos (E1Ri, 236; 239-41).

Aunque el hilo conductor de la secuencia no sea una situación cotidiana, Raimundo quiere dar especial relevancia a la relación de los contenidos con la vida de los estudiantes y que ellos vean su utilidad. Para ello, contempla Actividades de aplicación, no para iniciar el tema, sino al final, como aplicación del mismo, asegurando que es su objetivo principal:

Objetivo principal es que intenten ver que se puede aplicar esto a la vida real y ése es otro procedimiento, ése es mi objetivo principal, que (...) no saben nada de eso, bueno se va a relacionar un poco con la historia, la vida real en el pasado, digamos y después lo voy a terminar con aplicaciones... (E1Ri, 292-6).

De hecho he metido algunas cosas en el diseño, relacionadas con aplicaciones a la vida cotidiana (E1Ri, 557-8).

A pesar de no haber planificado distintos itinerarios, reconoce gran diversidad de nivel académico en el alumnado del grupo donde va a llevar a cabo la experiencia, por lo que, además de diseñar un conjunto único de Actividades para todos los alumnos, hace otra relación que él llama Actividades de Refuerzo y Ampliación, para que las hagan en casa. En ellas, se plantea presentar dos formulaciones de las mismas para distintos alumnos, pues considera que, aunque las propuestas requieren contenidos básicos que son asequibles para todos, algunos estudiantes tienen obstáculos que superar, por lo que actuará de modo acorde con el nivel de partida de los alumnos. Por otra parte, dados los recursos didácticos que va a utilizar, cree que éstos facilitan a todos la comprensión de las tareas:

En las clases, aunque no hay alumnos problemáticos, hay una gran diferencia de nivel educativo (DisRi, 76-7).

Se desarrollaran las siguientes Actividades, según el nivel de partida de los alumnos: (DisRi, 91-2).

Sin embargo, esta afirmación de Raimundo solo se traduce en que en el enunciado de algunas Actividades añade un párrafo “Para la diversidad” o “para la diversificación”, como ya señalamos en el Apartado 4. 1. 1. 1, donde pretende dar más pistas a los alumnos menos aventajados pero que, en realidad, aparecen en los enunciados generales y están, por lo tanto, a disposición de todos. También tratará de ayudar a los alumnos con dificultades de aprendizaje, cuando no consigan llegar a conclusiones por sí mismos, con explicaciones y ejemplos:

Secuencia de Actividades y tareas: Vamos a proponer Actividades con diferentes características, para atender a la diversidad (DisRi, 205-6).

No obstante, se van a desarrollar más Actividades de las necesarias, por si observamos que determinados alumnos pueden profundizar más (DisRi, 130-1).

De refuerzo, para hacerlo en casa (DisRi, 229).

Si bien llegar a una conclusión en las Actividades no sea fácil para los alumnos menos aventajados, en este caso se les explicará a ellos, utilizando más ejemplos, si fuese necesario (DisRi, 296-9).

El profesor (...) ayudará a los alumnos que tengan más dificultades para resolver las Actividades (DisRi, 332-5).

Sintetizando, existe una doble lógica en la secuencia de actividades de nuestro profesor: una, que constituye el hilo conductor general, que son los contenidos, y otra, más próxima a cómo concibe que aprenden los alumnos, es decir, más centrada en su aprendizaje, con la identificación de sus conocimientos previos sobre el tema, mediante una la prueba inicial, con actividades de iniciación en la primera sesión, de estructuración fundamentalmente, en las sesiones centrales, y de aplicación los últimos días.

Esta doble secuencia nos señala el peso tradicional que tiene la metodología de Raimundo, dada su preocupación por llegar a los contenidos prefijados, por una parte, y sus esfuerzos por tener en cuenta cómo aprenden los estudiantes, por otra, donde podemos percibir ciertos rasgos tecnológicos.

4. 1. 1. 4 RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la vamos a dividir en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo.

➤ La organización del espacio y los agrupamientos

Raimundo realiza su diseño para un grupo concreto de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. Considera que el espacio del aula es muy favorable, pues ésta es amplia y permite el movimiento entre los grupos con facilidad. Parece sensible a su aspecto, le da su importancia y planea utilizar los murales de los alumnos para decorarla:

El desarrollo de esta unidad didáctica se realizara en el tercer curso de la ESO (DisRi, 71).

Organización del aula: Las aulas disponibles son espaciosas y permiten distribuir a los alumnos en grupos (DisRi, 399-400).

Se trabaja de manera cómoda en ellas y se puede tener fácil acceso a los grupos (DisRi, 401-2).

Los murales que realicen, se utilizarán para decorar el aula y convertirla en un espacio más agradable (DisRi, 405-6).

En esta misma aula pueden visionar el vídeo y utilizar todos los recursos didácticos previstos, por lo que no tendrán que desplazarse a un aula específica con el consiguiente descontrol que

podría producir. Por ello, no es esa la razón por la que le preocupa su utilización, aunque le dé más trabajo, sino la conducta de los estudiantes, como ya hemos visto:

No se necesita ningún aula específica para el uso de estos materiales, pero sí reservar la hora de utilización del vídeo (DisRi, 456-8).

En cuanto a la organización de los estudiantes, Raimundo tiene previsto, para la mayor parte de la experiencia, que los alumnos trabajen en pequeños grupos y ha pensado previamente en el número más adecuado de componentes y su distribución en cada caso, que pretende que sea heterogénea, para que los que más saben puedan ayudar a los demás. Considera, además, que es una buena medida a tomar para el tratamiento de la diversidad:

Hay 22 alumnos, aunque dos de ellos no aparecen por clase. Resultan 5 grupos de 4 alumnos (DisRi, 403-4).

Por esta razón, vamos a trabajar en grupos heterogéneos, para que aquellos que entiendan y trabajan, expliquen y motiven a los que no trabajan (DisRi, 80-2).

No es la primera vez que los distribuye de esta forma, aunque tampoco tiene mucha experiencia de trabajar con este tipo de agrupamientos, ni los alumnos tampoco:

Será la segunda vez, a lo largo del curso, que el alumno realiza las tareas en grupo (DisRi, 352-3).

No están habituados a trabajar en grupo (DisRi, 394).

➤ El clima del aula

A Raimundo le preocupa que el clima del aula se deteriore y le cueste más controlar el orden de la clase durante la experiencia, por la utilización de recursos novedosos, aunque confía en que la hora de la clase le ayude:

¿Dificultades? Lo que más le temo, un poco, es que se me vaya la clase de las manos, con esto de los materiales, para arriba, para abajo (E1Ri, 523-5).

Sí. Más bien le temo a eso, a la disciplina, pero siendo a las ocho y media, están dormidos (E1Ri, 539-40).

Está muy interesado en ir introduciendo en su aula el trabajo cooperativo, lo que conlleva un fuerte compromiso entre los estudiantes (Apartado 1. 2. 1. 4), porque considera que puede ayudar a la mejora de las actitudes de los alumnos, al contribuir unos al aprendizaje de otros y tener más oportunidades de expresar sus ideas, aunque en esta ocasión se queda a medio camino, es decir, constituye los grupos, pedirá a los alumnos que se ayuden, pero no establecerá otras condiciones u otro tipo de planteamientos más exigentes de cooperación:

Teníamos previsto organizar una especie de trabajo cooperativo, pero debido al tiempo invertido, se quedará en trabajo en colaboración (DisRi, 83-4).

De ahí la importancia del trabajo colaborativo, el alumno de un grupo que ya sepa realizar la tarea, ayuda a sus compañeros de grupo (DisRi, 411-3).

Trabajo colaborativo. El trabajo en grupo va a permitir que el alumno exprese sus ideas (DisRi, 382-3).

Desde el punto de vista actitudinal, queremos enseñar a respetar las opiniones de los demás (...) más aún cuando se trabaja en grupo (DisRi, 150-1; 160).

➤ **Organización del Tiempo**

Raimundo prevé desarrollar su diseño en las dos semanas anteriores a las vacaciones de Semana Santa:

Las dos últimas semanas antes de Semana Santa (para que la Semana Santa no corte) (DisRi, 90).

También tiene calculadas exactamente el número de sesiones que va a utilizar, aunque no tiene seguridad de haber planificado bien:

Las Actividades están pensadas para su realización durante dos semanas como mínimo, es decir, unas seis horas lectivas (DisRi, 251-2).

Es difícil así planear el tiempo que se necesitará (DisRi, 463).

Distribuye los contenidos por sesiones, teniendo en cuenta la disponibilidad de recursos didácticos, especialmente para el visionado del vídeo:

Su distribución por sesiones es la siguiente (DisRi, 253).

Pero sí, reservar la hora de utilización del vídeo, de lo contrario, habría que modificar el diseño de las sesiones (DisRi, 458-9).

Por otra parte, él pretende distribuir equitativamente el tiempo de atención a los grupos, tratando de ser justo repartiendo el tiempo a todos por igual:

Se procurará dedicar, en cada sesión, el mismo tiempo a cada grupo (DisRi, 410).

En cuanto a la distribución del tiempo dentro de cada sesión, por una parte, Raimundo quiere dedicar los primeros momentos de inicio de una temática, por ejemplo, el trabajo con ángulos, a realizar una primera Actividad más despacio, para que todos puedan entender de qué se trata y puedan continuar el trabajo autónomamente, dentro de los pequeños grupos:

O más bien que, a la hora de hacer las Actividades, les estoy diciendo: cuánto mide ese ángulo, qué tipo de ángulo es. No hacer una Actividad especial sino, digamos, que hacer una Actividad un poco más despacio, en eso era en lo que yo estaba pensando (E1Ri, 153-6).

El propio Raimundo declara que su ritmo de trabajo en el aula suele ser rápido o que, al menos, eso es lo que piensan y le comentan sus alumnos. No obstante, Raimundo no se plantea aminorar este ritmo, sino que más bien piensa que si los alumnos no obtienen los resultados requeridos en el tiempo prefijado, entonces se los explicará él mismo, es decir, no piensa concederles más tiempo:

A pesar de todo se quejan de mí, porque voy muy rápido, me dicen todos (E1Ri, 447-8).

Sí, bueno, el protagonismo intentan sacarlo ellos en los resultados y si no da tiempo a sacarlo en el tiempo que tengo previsto, entonces se lo haría yo, pero en ese sentido (E1Ri, 317-9).

Raimundo, que está muy preocupado por los contenidos y que se debate continuamente en la duda de cuáles son los más adecuados y cuáles preparan mejor para la vida laboral, quiere enseñar cuanto más mejor y esto le exige que el ritmo de enseñanza no sea lento, pues habría que sacrificar muchos de ellos, olvidando el de aprendizaje:

También es verdad que actualmente hay cargos, trabajos que necesitan mucho conocimiento y si se va a ese ritmo a lo mejor se adquieren conocimientos mucho más profundos pero no sé, no llegan a otros conocimientos... Yo que sé (E1Ri, 228-32).

En síntesis: por una parte, Raimundo ha pensado distribuir a los alumnos en pequeños grupos, de modo heterogéneo, durante toda la experiencia, trabajando siempre en su aula habitual, que considera muy espaciosa.

El clima de aula parece preocupar a este profesor por lo que, con la distribución en grupos, quiere enseñarles a respetar las ideas de los demás, a que cooperen unos con otros, compartiendo los conocimientos asimilados, etc. Es consciente de que no están habituados a trabajar en equipo, pero no constatamos que piense aplicar otras medidas para que los alumnos aprendan a compartir sus ideas en torno al trabajo, ni estrategias para crear un ambiente de implicación. Tampoco se ha detenido a explicar los criterios de los agrupamientos usados, relacionándolos con los objetivos que pretende alcanzar, etc.

Con respecto a la organización del tiempo, declara fijo el número de sesiones en principio y afirma que el ritmo de trabajo no puede ser lento, pues hay que dar el máximo de contenidos posible lo que, en este sentido, nos da una idea tradicional de este profesor.

Si tenemos en cuenta que es un profesor novel y que está preocupado por mantener el control de la clase, podemos pensar que el paso dado en cuanto a agrupamientos, le acerca a una tendencia innovadora. Además, el hecho de que las Actividades están muy dirigidas, es otro aspecto que podemos considerar característico de la tendencia tecnológica. No obstante, en lo que se refiere a la organización del tiempo, dando a todos los estudiantes el mismo, no contemplando distintos ritmos de aprendizaje, en nuestra opinión, está más próximo al modelo tradicional.

4. 1. 1. 5 RESULTADOS DEL PAPEL DEL PROFESOR

Raimundo considera que su tarea es guiar a los grupos de alumnos: orientar la realización de las Actividades que les ha encomendado, observándolos, acompañándolos en el proceso de búsqueda de conclusiones y resolviendo las dudas que les surjan, ayudando especialmente a los que más lo necesitan, aunque tratando de ser equitativo en dicha atención.

El papel del profesor, durante la realización de tareas, es el de guía del proceso de enseñanza-aprendizaje (DisRi, 323-4).

El profesor se limita a conducir el trabajo, explicar dudas sobre el desarrollo de la Actividad y a esperar que el alumno llegue a la conclusión deseada (DisRi, 329-31).

Al mismo tiempo, el profesor hará una observación detallada del trabajo de los grupos y ayudará a los alumnos que tengan más dificultades para resolverlas (DisRi, 332-5).

Pues el profesor habrá sido un simple ayudante (DisRi, 351).

Esta orientación del aprendizaje la concibe, en general, mediante el lanzamiento o devolución de preguntas a los alumnos sobre el contenido que se está trabajando durante la realización de una Actividad concreta. Se trata de preguntas cerradas:

Más bien que a la hora de hacer las Actividades les preguntaré: ¿cuánto mide ese ángulo?, ¿qué tipo de ángulo es? (E1Ri, 153-4).

Sin embargo, no considera tan importante conseguir que todos los alumnos comprendan los contenidos trabajados o las Actividades que llevan a cabo, sino que pretende seguir un ritmo preestablecido, independientemente de lo que ocurra respecto de la comprensión de los mismos, aunque no encuentra una justificación para ello. Al menos, así ha actuado en temas anteriores, según nos ha declarado. Posiblemente sea debido a que considera que quien no se ha enterado es porque no ha puesto de su parte, porque a los que tienen otra actitud, a los que estudian y trabajan, en clase y en casa, si está dispuesto a ayudarlos:

No, si yo... Eso es una cosa que no sé por qué, pero voy para adelante y el que no se haya enterado pues... (E1Ri, 419-20).

Yo lo que veo es que no estudian, pero a lo mejor, puede ser que hay uno o dos que ya lo han estudiado, pero no se han enterado. Entonces yo intento también captar eso y es una cosa que valoro ¿no? Una buena actitud y este año estoy valorando también esto (E1Ri, 421-4).

Bueno, no es que lo presupongo, es que yo digo que lo tienen que hacer [el trabajo de casa] y el que no lo haga pues se va a quedar atrás. Yo sé que hay muchos que no lo hacen, pero sé que hay otros que lo hacen y siguen para adelante (E1Ri, 466-8).

También quiere escribir un diario de las sesiones de la experiencia, que recoja lo ocurrido durante ellas, fijándose especialmente en el trabajo de los grupos, las dificultades propias y de los estudiantes y la reflexión sobre mejoras futuras. Con esto pretende hacer un seguimiento

pormenorizado de lo que ocurra en el aula, que contribuirá a la evaluación de los alumnos y la de la práctica:

El profesor realizará un diario, analizando el trabajo de los grupos, anotando las dificultades encontradas y estudiando posibles propuestas de mejora (DisRi, 407-9).

En síntesis, Raimundo contempla algunos aspectos del papel del profesor:

- **Planificar la intervención de enseñanza.**
- **Guiar y acompañar el trabajo de los estudiantes, orientar la realización de las Actividades que les ha encomendado, observándolos, acompañándolos en el proceso de búsqueda de conclusiones y resolviendo las dudas que les surjan, mediante nuevas preguntas, ayudando especialmente a los que más lo necesitan, aunque tratando de ser equitativo en dicha atención.**
- **Hacer un seguimiento y evaluación de los estudiantes, de la propia práctica y de la experiencia realizada.**

Raimundo tiene ciertos rasgos tradicionales en su papel como profesor. Por ejemplo, cuando pretende ejemplificar cómo se hace la primera Actividad en cada caso, adelantar resultados si los alumnos tardan en encontrarlos, el ritmo rápido que piensa imponer, independientemente de que sea suficiente o no para los alumnos, etc. Sin embargo, tiene algunas características innovadoras, como cuestionar a los estudiantes, ayudarles a una estructuración final del conocimiento mediante puestas en común, recoger en un diario de sesiones el trabajo y reflexionar sobre posibles mejoras, lo que conlleva un seguimiento detallado de los estudiantes y de su propia práctica.

4. 1. 1. 6 RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO

Raimundo nos muestra explícitamente en el diseño su intención de dar a los alumnos el protagonismo de su aprendizaje durante esta experiencia, que no suele ser lo habitual en su enseñanza. Esto significa para él, que los estudiantes no se van a dedicar únicamente a escuchar las explicaciones del profesor, sino que los conocimientos los irán adquiriendo fundamentalmente mediante la realización, propiamente dicha, de las Actividades, buscando conclusiones, con la posible ayuda de la información que aparece en el libro de texto. De todos modos cree que si los estudiantes tardan en encontrar los resultados que se pretenden, es decir, si considera que el ritmo de trabajo es muy lento, los adelantará él mismo.

Se proponen Actividades que están diseñadas para que sea el alumno quien, a partir de lo que ya conoce y ayudándose del libro de texto, descubra nuevos conocimientos, participando de manera activa (DisRi, 325-8).

Papel del alumno durante la realización de las tareas: El papel del alumno pasará de ser receptivo, limitándose a escuchar las explicaciones del profesor y a realizar Actividades de consolidación y refuerzo de lo aprendido, a ser activo, es decir, el alumno será el protagonista de su propio aprendizaje. A partir de lo que ya sabe, incorporará a sus esquemas cognitivos lo que ha descubierto por sí solo (DisRi, 343-50).

Exactamente, protagonismo en cuanto a la resolución de las Actividades. Y eso si lo hacen rápido. Si no, los corto, ja, ja (E1Ri, 332-4).

Sí, bueno, el protagonismo intentan sacarlo ellos en los resultados y si no da tiempo sacarlo en el tiempo que tengo previsto, entonces se lo haría yo, pero en ese sentido (E1Ri, 317-9).

Sí, intento que ellos saquen sus cosas y bueno... Van a hacer mucho más de lo que hacen normalmente conmigo (E1Ri, 311-2).

No obstante, no queda del todo claro si “*el alumno será el protagonista de su propio aprendizaje*” es una frase hecha del constructivismo, así como algunas otras de las afirmaciones que hace, introducidas en el diseño por una de sus compañeras del G₃, en el Curso de Formación, porque, a la vez, declara que no se siente capaz de hacerlo, sin justificar el porqué. Esto nos induce a pensar que Raimundo no ha personalizado del todo esta parte de su diseño:

I: ¿No dices que ellos son protagonistas del aprendizaje?

Ri: ¿Eso lo he dicho yo? Eso lo ha dicho mi compañera (E1Ri, 303-4).

Pero después es que yo no veo cómo pueden tener protagonismo desde mi conocimiento y desde mi experiencia. No me veo con voluntad de ánimo a darles más protagonismo. Se les dan unas Actividades, se intenta que ellos investiguen, se les guía en las Actividades, están muy guiadas. (E1Ri 327-31)

Nuestro profesor considera que este protagonismo en el aprendizaje se va a dar especialmente en algunas Actividades. Por ejemplo, con las que se han concebido para usar varillas de mecano, o las que se van a intercalar con el visionado del vídeo, o la construcción de los murales, completamente pensada para que lo hagan los estudiantes:

Sólo comentar que las dos Actividades que veo más enfocadas a que sea el alumno quien obtenga los resultados son: las Actividades de las varillas de mecano (el alumno puede deducir que tres longitudes cualesquiera no forman un triángulo y la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo) y las primeras Actividades del vídeo y la Actividad que lleva adjunta la ficha de las demostraciones del Teorema (E1Ri, 313-6).

Sí. Van a tener cierta parte de protagonismo en el mural, un pequeño aparte, que tienen que buscar algo relacionado con los triángulos en la vida real. Si alguno encuentra algo y encuentra un problema y se puede resolver, pues también sería una buena idea. Bueno, esto se me acaba de ocurrir ahora mismo, lo estaba pensando aquí (E1Ri, 322-6).

Otra forma de dar protagonismo a los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, durante la experiencia, es que trabajen en pequeños grupos para ayudarse unos a otros,

intercambiando sus ideas y los modos de resolución que se les ocurran de las Actividades propuestas. En un principio tenía en mente plantear un trabajo cooperativo más comprometido, pero, al finalizar su diseño, Raimundo no ha dado ese paso:

Teníamos previsto organizar una especie de trabajo cooperativo, pero debido al poco tiempo que vamos a invertir se quedará en trabajo en colaboración (DisRi, 83-4).

En clase discutirán los alumnos sobre sus respuestas (DisRi, 278).

Este profesor considera que el papel principal de los alumnos es estudiar y realizar las Actividades que se les piden para hacer en clase y en casa. La diferencia fundamental que establece entre unos estudiantes y otros es que cumplan estos requisitos o no. Ésta es su forma de entender la implicación de los alumnos y de asumir su responsabilidad en el aprendizaje y según esto los *'clasifica'* y considera si avanzarán en los conocimientos o no y si superarán positivamente las evaluaciones o no:

Alumnos que estudian con buen rendimiento y alumnos que no hacen nada en casa (DisRi, 78-9).

Tengo muy claro que un niño en una clase puede estar entendiendo perfectamente lo que se dice, pero si después no lo trabaja, no es capaz de aprenderlo. Eso lo tengo clarísimo, no es lo mismo escuchar, que luego ponerse a hacerlo, eso lo tengo clarísimo (E1Ri, 457-61).

Bueno, no es que lo presupongo, es que yo digo que lo tienen que hacer y el que no lo haga pues se va a quedar atrás. Yo sé que hay muchos que no lo hacen, pero sé que hay otros que lo hacen y siguen para adelante y sacan sus buenas notas y hay alumnos que son muy listos y que no hacen nada y también sacan sus notas, pero hay otros alumnos que no son tan listos y que hacen su trabajo y que aprueban. Eso lo tengo clarísimo. Bueno, eso me pasa a mí, niños que escuchan algo, que lo están entendiendo, pero que al día siguiente no me acuerdo de nada, porque no lo he trabajado, eso le pasa a todo el mundo, eso está clarísimo (E1Ri, 466-73).

Aunque en las siguientes frases Raimundo está hablando de otro curso y otro tema, es significativo lo que piensa sobre el papel del alumno en el aprendizaje y refuerza lo que decíamos en el párrafo anterior: el profesor explica, los alumnos que pueden le siguen, otros no, pero los que no completan la labor del profesor en el aula, trabajando en casa por la tarde, no lograrán un verdadero aprendizaje. En este caso, Raimundo elude toda responsabilidad sobre éstos y denuncia que ni los alumnos ni la sociedad se implican:

Y luego tengo otro 4º de ESO que los que me siguen se enteran de algo, no mucho, pero los que no me siguen no se enteran de nada. Vamos, hay gente que se entera de cosas y es una clase que se puede dar clase. Como por ejemplo hoy, como es el primer día después de la evaluación, está todo el mundo más atento y hemos empezado las funciones y yo creo que se han enterado todos de las funciones, de las prácticas, de las tablas... Aunque si esta tarde no trabajan se les olvidará. Pero, vamos, que si no trabajan en casa, yo no me responsabilizo de su aprendizaje (E1Ri, 359-67).

Pero estos niños que no hacen nada, es porque no quieren. Porque no quieren y porque están en una sociedad que no se implica (E1Ri, 372-4).

También da a los alumnos la posibilidad de trabajar con recursos manipulables, para que les ayuden en los procesos de descubrimiento de las propiedades de los elementos de los triángulos en los que pretende embarcarlos y para que construyan estos conocimientos más activamente y con mayor facilidad:

El empleo de estos recursos también facilita al alumno que recuerde lo que ha aprendido pues lo ha trabajado él mismo (DisRi, 375-7).

En síntesis, Raimundo concibe que los alumnos son protagonistas de su propio aprendizaje mediante:

- **La realización de las Actividades.**
- **El ‘descubrimiento’, por sí mismos, de algunos contenidos matemáticos.**
- **La ayuda de unos a otros en los pequeños grupos.**

Sin embargo, a lo largo de estos resultados se percibe, en cierto modo, una concepción de los estudiantes como ‘cabezas vacías’ o ‘mentes en blanco’ que se van llenando automáticamente del contenido que van trabajando, como si los alumnos no fuesen agentes activos, con sus propias ideas y obstáculos. Esto nos muestra una imagen cercana a la tendencia tradicional.

4. 1. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

Raimundo parte de unas consideraciones generales sobre evaluación, en principio, no muy precisas, pero que demuestran que tiene en cuenta y valora todos los elementos que conlleva el proceso de evaluar. Más adelante, resalta la necesidad de concretar lo más posible dichos aspectos de la evaluación:

Evaluación: Consideramos que la evaluación es un aspecto importante en la docencia y, en la medida del tiempo que se disponga, se debe realizar de una manera más concreta, especificando qué, cómo, cuándo y para qué evaluar (DisRi, 467-71).

Con este diseño que estamos haciendo, estamos intentando determinar de manera más precisa -y por otro lado experimentar- qué, cómo y cuándo evaluar (DisRi, 478-80).

4. 1. 2. 1 RESULTADOS DE PARA QUÉ EVALUAR

Raimundo considera que la finalidad de la evaluación inicial es recabar qué conocimientos previos tienen los alumnos sobre el tema. De este modo, podrá revisar la propuesta de Actividades con más datos sobre ellos:

Explicándoles que la Evaluación Inicial será muy útil al profesor para conocer cuáles son sus conocimientos previos sobre el tema (DisRi, 274-5).

Estaremos pendientes de los comentarios [que hagan los estudiantes en la puesta en común de la Prueba Inicial] para saber qué Actividades de las preparadas podemos obviar porque ya las conocen los alumnos (DisRi, 489-91).

El objetivo es replantear posibles contenidos y Actividades de los diseñados para suprimirlos o afianzarlos, (menciona expresamente distintos tipos de ángulos y la clasificación de los triángulos) de modo coherente con las carencias y los conocimientos detectados en la puesta en común de la Prueba Inicial, insistiendo o suprimiendo algunas de ellas según los casos. También le ayudará a conocer el ritmo necesario, para detectar errores y para precisar lo que saben o expresan los alumnos. En cambio, no cree que la evaluación inicial sea para calificar a los alumnos.

¿Qué voy a hacer con ese conocimiento de los alumnos? Eso es una buena pregunta. Yo pienso escucharlos a unos, anotar algún comentario, más que anotarlos en ese momento, intentar quedármelo en la cabeza y luego al final de la clase, pues tenerlo apuntado. Si no me da tiempo durante la clase y según como vea yo, hay muchos problemas de ángulos agudos, de triángulos, de distinguir y si veo yo que ya saben distinguir los triángulos, pues no lo damos... (E1Ri, 138-45).

Sí, muchos nombres. Si saben distinguir los triángulos, pues no pongo tanto énfasis en todo eso, en hacer la clasificación y si viera que es que no tienen ni idea de lo que es un ángulo agudo, ni recto, ni obtuso, pues habrá que recortar un poco, dar menos Actividades o las más esenciales (E1Ri, 146-50).

La evaluación inicial me va a servir para el ritmo de la clase y para ver si o desecho unas porque son muy básicas o desecho otras porque son demasiado profundas para sus conocimientos (E1Ri, 158-60).

Yo no les pongo calificación. Yo simplemente veo, observo los errores más graves y si alguno me escribe algo pues intento ver lo que me intenta decir, pero que no evalúo (E1Ri, 502-5).

Aunque Raimundo insiste varias veces en esta idea, no está seguro de la utilidad de la evaluación inicial, afirmando que suele realizarla en cada tema y luego no sabe manejar bien los datos que obtiene:

Pero no lo tengo muy claro, porque yo hago evaluaciones iniciales de todos los temas y no consigo yo sacarles provecho. Lo más que hago en las evaluaciones iniciales es decirles: esto lo habéis puesto mal ahí, es de otra manera. Pero tampoco estoy yo muy seguro de su utilidad (E1Ri, 161-4).

Raimundo, además de tener claro que en la evaluación inicial lo que detecta son los conocimientos previos de los alumnos, piensa vagamente en otra posible finalidad, la de averiguar las ideas de los alumnos sobre el tema, por lo que va a intentar hacer, en esta ocasión, algo distinto a lo habitual, más basado en el diálogo, para intentar conocerlas:

Pero yo interpreto que esa investigación [de las ideas de los alumnos] es lo que voy a hacer mañana, interpreto (E1Ri, 174-5).

Más que corregir papeles podría entablar un diálogo para que salieran afuera esas ideas que tienen... Ése es el cambio que voy a hacer ahora. No sé, me lo comentó Viki y voy a ver cómo funciona (E1Ri, 496-500).

No obstante, vislumbra que puede ser útil para los alumnos, no solamente para el profesor. Así, considera que, aunque realmente no sabe manejarse bien con los datos que obtiene de la evaluación inicial, otra finalidad positiva de la misma puede ser introducir a los alumnos en el tema concreto de que se trate, de modo que, a lo largo del desarrollo del mismo, se establezcan relaciones que progresan a medida que lo hace el tópico en estudio y le pueda dar pie para repasar y afianzar conocimientos o detectar los aprendizajes que no se han producido, consultando el libro o formulando dudas y cuestiones:

Yo lo que he notado al hacer la evaluación inicial es que están un poco más conectados con el tema, eso sí lo he notado yo. Lo que te comenté antes es que a mí no sé si me sirve o no me sirve, me sirve para corregir pequeños detalles, pero no para una idea global, sino para conectar un poquito. De hecho, a mitad del tema, hay algunos que dicen ¡ah, pero eso es el problema que hubo en la evaluación inicial! Que les sirve a ellos para eso (E1Ri, 483-88).

Además yo se lo digo, coged el libro, echad un vistazo, contestad lo que queráis, si tenéis alguna duda ponedme una frase entera diciendo que no entiendo esto, que en el libro no viene. No sé, que me pidan cosas y eso lo he visto muy positivo. Pero, después, todavía no he conseguido manejar eso, que también es mucha información, que son muchos niños, trabajo con todos los temas, hay evaluaciones iniciales que ya está, ya está, me da miedo porque no tengo más tiempo (E1Ri, 489-95).

Con respecto de la evaluación en general, las principales finalidades son calificar los aprendizajes de los alumnos y mejorar la enseñanza.

Para qué evaluar lo tenemos bastante claro: para calificar el proceso de aprendizaje de nuestros alumnos y para intentar mejorar nuestros aspectos profesionales (DisRi, 481-3).

La evaluación final nos servirá para completar y aumentar la calificación dada con los criterios de evaluación (DisRi, 503-4).

Para Raimundo ambas finalidades están relacionadas fuertemente entre sí. Declara explícitamente que la mejora de la práctica docente está claramente vinculada a los aprendizajes de los alumnos, de modo que si éstos no progresan, la práctica docente en realidad no ha mejorado:

Evidentemente mientras más consciente se haga [el profesor], se supone que podrá mejorar más su práctica docente (DisRi, 476-7).

Mejorar al profesorado implica que tú el año que viene vas a mejorar el aprendizaje de los alumnos. Y este año los alumnos ya no se van a beneficiar (E1Ri, 413-5).

Pero que eso, que la evaluación, en fin, que al decir que para el propio educador, pues ya, si tú mejoras ¿tú cuándo mejoras? Cuando se mejora el aprendizaje de los alumnos, si no tú no mejoras ¿No? (E1Ri, 435-8).

Que... todo eso conlleva mejoras. Es decir, tanto para evaluar a los niños, para ver si han aprendido o no, con lo cual si ves que no han aprendido, pues se supone que hay un fallo (E1Ri, 407-9).

Raimundo también menciona la necesidad de sacar conclusiones de todas las evaluaciones parciales que se propone hacer, es decir, valorar todos los aspectos que hemos mencionado anteriormente y la de calificar definitivamente a los estudiantes:

A partir de estos documentos [los instrumentos de evaluación una vez aplicados y conocidos sus datos], tendremos que sacar conclusiones, con lo cual daremos por terminado este trabajo (DisRi, 516-7).

En síntesis, Raimundo considera que la finalidad de la 'evaluación inicial' es recabar los conocimientos previos de los alumnos sobre el tema que se va a estudiar, para replantearse, suprimir o afianzar posibles contenidos y Actividades. Además, menciona otras finalidades positivas de la misma: bien para introducir a los alumnos en el tema concreto, dándole pie para repasar y afianzar conocimientos, bien para detectar los aprendizajes que no se han producido, bien para corregir posibles errores, bien para ayudar a precisar lo que saben o expresan los alumnos y no para calificarlos. Expresa confusamente otra posible finalidad, la de averiguar las ideas de los alumnos sobre el tema.

Con respecto de la evaluación en general, nuestro profesor añade a la calificación de los alumnos otra finalidad importante: su contribución a la mejora de la práctica docente, que vincula íntimamente a sus aprendizajes.

4. 1. 2. 2 RESULTADOS DE QUÉ EVALUAR

Raimundo en la Evaluación Inicial pregunta sobre los contenidos que va a tratar a lo largo de la experiencia, para comprobar cuáles son los conocimientos previos de los alumnos sobre ellos, como ya hemos indicado anteriormente:

Les pregunto lo que voy a explicar después. No todo, pero lo básico de lo que voy a explicar después (E1Ri, 166-7).

Pues supongo que sí, que se podría hacer una evaluación inicial de otro tipo, pero a nosotros no se nos ha ocurrido (E1Ri, 479-81).

Para precisar qué pretende evaluar Raimundo señalamos, en primer lugar, los Criterios de Evaluación que establece, concebidos en términos de una observación pormenorizada de la obtención, por parte de los alumnos, de los aprendizajes de los contenidos que pretende:

Centrándonos en la evaluación del aprendizaje de los alumnos (DisRi, 484).

"Criterios de Evaluación:

- C1.** *Clasificar correctamente los triángulos según sus lados y sus ángulos.*
- C2.** *Construir con regla, compás y transportador triángulos.*

- C3.** *Comprobar que siguen la demostración geométrica del teorema de Pitágoras y que son capaces de reproducirla.*
- C4.** *Ver si el alumnado sabe resolver un triángulo rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras.*
- C5.** *Constatar que el alumnado conoce y utiliza correctamente el teorema de Pitágoras para la resolución de problemas de la vida cotidiana.*
- C6.** *Evaluar si son capaces de calcular perímetros y áreas.*
- C7.** *Valorar si son capaces de calcular el área de un polígono a partir del área de un triángulo.*
- C8.** *Comprobar si saben tomar decisiones para realizar el cálculo del área de un polígono.*
- C9.** *Ser ordenados y rigurosos en la presentación y realización de actividades y trabajos propuestos.*
- C10.** *Colaborar con los compañeros en la realización de trabajos y respetar las opiniones de los demás”*
(Ficha XI, DisRi, 848).

Como podemos comprobar, los ocho primeros criterios se refieren directamente a los contenidos concretos del tema, siendo casi todos ellos procedimentales, abarcando destrezas y razonamientos, así como de aplicación de los conceptos trabajados, haciendo un recorrido por los que se ha propuesto enseñar. El octavo criterio es una mezcla de procedimientos y actitudes, puesto que pretende comprobar la toma de decisiones en la búsqueda de estrategias de resolución de áreas de polígonos.

Raimundo dedica dos de estos criterios a valorar actitudes generales de los alumnos. El noveno criterio, está dedicado a la presentación de los trabajos y el décimo a la relación con los compañeros de grupo y al respeto mutuo:

Valoraremos la actitud en el grupo, de hecho uno de los criterios es “Colaborar con los compañeros en la realización de trabajos y respetar las opiniones de los demás” (DisRi, 85-8).

Verás, ahí se valoran dos actitudes. Me parece que son, no me acuerdo yo cómo las he puesto... Trabajar en grupo y la de presentar ordenados los trabajos (E1Ri, 426-8).

Nuestro profesor nos comenta que tiene muy en cuenta estas actitudes en la calificación de los estudiantes. Así, nos pone un ejemplo de no haber aprobado a un estudiante por ello en una situación anterior. Sin embargo, en la reacción que menciona de los estudiantes, se percibe cierta tensión en las relaciones profesor-alumno, que afectan a la evaluación.

Ha hecho pleno: insuficiente. Pero es que fue por la actitud que es que ya me tienen a mí crucificado, se creen que estoy en contra de ellos... (E1Ri, 356-8).

A pesar del esfuerzo que posiblemente le supondrá la observación continua del cumplimiento de los criterios anteriores, Raimundo no renuncia a apoyarse en una prueba al final de la experiencia, es decir, un examen que recorre, al igual que los criterios de evaluación, contenidos sobre todo procedimentales, aunque incluye la comprensión de algunos conceptos.

Los contenidos concretos se recogen en la Evaluación Final y en el Cuestionario que él llama de de Autoevaluación, que presentamos a continuación:

SEXTA SESIÓN PRIMERA PARTE: EVALUACIÓN FINAL PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA IX	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
1. Indica tres medidas que no formen un triángulo y otras tres que sí. ¿Qué condición deben cumplir tres longitudes para que formen un triángulo? (DisRi, 798-800).	Comprobar si los alumnos han aprendido la propiedad estudiada sobre los lados de un triángulo.	Propiedad sobre los lados de un triángulo.	De simple aplicación directa de información. De justificación. De síntesis.
2. Dibuja con regla y compás un triángulo cuyos lados midan 4cm, 6cm y 8cm, respectivamente (DisRi, 801-2).	Comprobar si los alumnos han aprendido a construir triángulos dados sus lados.	Construir un triángulo conocidos sus lados.	De simple aplicación directa de información.
3. Enuncia el teorema de Pitágoras e indica las aplicaciones que conozcas del mismo (DisRi, 803-4).	Comprobar si los alumnos han aprendido a enunciar el Teorema y recuerdan algunas de sus aplicaciones.	Enunciado y aplicaciones del Teorema de Pitágoras	De síntesis.
4. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado dos (DisRi, 805).	Comprobar si los alumnos han aprendido a aplicar el Teorema y el área de un triángulo.	Aplicación del Teorema de Pitágoras y área de un triángulo.	De aplicación combinada de información.
5. Clasifica en rectángulos, acutángulos u obtusángulos los triángulos de lados: a) 5m, 6m, y 7m b) 13m, 15m y 20m c) 45m, 27m y 36m (DisRi, 806-7).	Comprobar si los alumnos han aprendido una de las aplicaciones del Teorema.	Una aplicación del Teorema de Pitágoras.	De simple aplicación directa de información.
6. En un triángulo rectángulo, los catetos miden 4,5m y 6m; en otro triángulo rectángulo, un cateto mide 7,2m, y la hipotenusa 7,5m. ¿Cuál de los dos tiene mayor perímetro? (Ver dibujo: (DisRi, 808-10).	Comprobar si los alumnos han aprendido a aplicar el Teorema de Pitágoras.	Aplicar el Teorema de Pitágoras.	De aplicación combinada de información.
7. Desde la parada del autobús a la casa de María se pueden seguir dos caminos: Si observas la figura, se ve claramente	Comprobar si los alumnos han aprendido a aplicar el Teorema de Pitágoras.	Aplicar el Teorema de Pitágoras.	De aplicación combinada de información.

<p>que el camino 2 es el más corto. Calcula la longitud de cada uno de los caminos (DisRi, 811-3).</p>			
<p>SEGUNDA PARTE: CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN PROPUESTA DE ACTIVIDADES: FICHA X</p>	<p>INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD</p>	<p>CONTENIDOS</p>	<p>TIPO DE ACTIVIDAD</p>
<p>Acabas de terminar el tema de triángulos y aplicaciones, donde has trabajado con distintos materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Regla, compas y transportador. - Varillas de mecano. - Video... <p>Explica en cuatro líneas lo fundamental que consideras haber aprendido del tema (DisRi, 817-20).</p>	<p>Conocer qué ha aprendido el alumno sobre el tema de Triángulos y aplicaciones.</p>	<p>Triángulos y aplicaciones</p>	<p>De síntesis.</p>
<p>Indica del 1 al 5, el grado de conocimiento adquirido en la siguiente tabla:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. No lo sé, no lo entiendo, no sabría cómo empezar. 2. Sabría decir algo, pero poco. No lo comprendo muy bien. 3. Me atrevo a hablar sobre el tema. Tengo algunas ideas. Ya es suficiente. 4. Tengo ideas bastante claras, aunque no sabría explicarlo bien. Creo que es bueno. 5. Lo sabría explicar muy bien. Creo que lo tengo muy claro. Me siento seguro (DisRi, 821-30). 			
<p>Sabrías... Aspecto-Contenido</p>	<p>Grado de Conocimiento</p>	<p>¿Qué no ha quedado claro? ¿Qué se puede hacer para mejorar? ¿En qué podría ayudar el profesor?</p>	
<p>Distinguir los distintos tipos de triángulos según los lados y los ángulos (DisRi, 833-4).</p> <p>Calcular áreas de triángulos y de otros polígonos (DisRi, 835).</p> <p>Enunciar el teorema de Pitágoras (DisRi, 836).</p> <p>Aplicar los conocimientos a problemas de la vida cotidiana (DisRi, 837).</p> <p>Respetar la opinión de los demás al trabajar en grupo (DisRi, 838).</p>			
<p>Contesta a las siguientes preguntas por detrás del folio:</p>			

¿Qué te ha gustado más, la introducción histórica que ha realizado tu profesor o lo que has descubierto investigando en internet? ¿Por qué? (DisRi, 841-2).

¿Crees que es útil el teorema de Pitágoras en la vida real? Di una situación en la que lo utilizarías (DisRi, 843-4).

¿Prefieres que el profesor sea el que te dé los resultados del tema o ser tú quien lo averigüe con las actividades? (DisRi, 845-6).

¿Qué puedes destacar del trabajo con tus compañeros? (DisRi, 847).

Cuadro Ri. 6: Sexta sesión

Centrándonos en la primera parte de la sesión, la Evaluación Final, podemos comprobar que las Actividades que Raimundo plantea en este examen de los estudiantes son muy similares a algunas de las trabajadas con anterioridad. La tipología recogida es: tres de 'estructuración' y cuatro de 'aplicación de información'. De las primeras, dos son de 'búsqueda de respuestas', una de ellas también de 'elaboración de respuestas', que hemos clasificado también como dos de 'síntesis', una de 'resumen' y una de 'justificación'. En cuanto a las segundas, tenemos una de 'simple aplicación directa' y tres de 'aplicación combinada de información'.

Esta variedad tipológica en sólo seis Actividades, podría darnos una idea de una propuesta muy rica en esta prueba final. Sin embargo, si las analizamos más detenidamente, podemos constatar que se trata de mera repetición de los contenidos ya trabajados, en parte de forma memorística (propiedad de los lados del triángulo, enunciado del teorema, enumerar aplicaciones del mismo) y en parte como aplicaciones directas del Teorema o del perímetro y el área de un triángulo. En dos casos se necesita recurrir a dos procedimientos, por lo que podríamos considerarlos de aplicación combinada de información. Todos son ejercicios clásicos descontextualizados, de enunciado puramente académico, cerrados, con posible estrategia de resolución previamente utilizada en el aula, sin disponer en el examen de las varillas de mecano, ni de otros recursos didácticos que los instrumentos de dibujo y la calculadora. El resumen, las síntesis y la justificación pueden ser totalmente memorísticos, aunque siga existiendo la posibilidad de la creatividad, pero lo consideramos muy difícil en Actividades ya realizadas y establecidas. En este sentido, el nivel cognitivo y la posibilidad de 'hacer matemáticas' bajan considerablemente y esto es lo que valora Raimundo en un examen final, lo que nos induce a pensar en rasgos tradicionales sobre el concepto de evaluación.

Con respecto a la segunda parte de la sesión, vemos como a continuación de la prueba final, Raimundo entregará a los alumnos otro Cuestionario, llamado de Autoevaluación, donde pretende recoger los aspectos del tema que más les hayan gustado a los alumnos, la utilidad

de los contenidos trabajados y la experiencia del trabajo en equipo y del papel del profesor y de los estudiantes. Su objetivo es estimularles a pensar sobre lo realizado, los recursos utilizados y las lagunas y dudas que les han quedado, introduciéndolos en un proceso de reflexión, sobre su propio aprendizaje. Las cuestiones son abiertas, requieren 'argumentación' (aunque no está suficientemente explícito), así como 'resumen y/o síntesis', tipologías de gran interés para finalizar la experiencia. La hemos considerado de 'metarreflexión'. Es realmente una evaluación de la intervención de enseñanza, aunque falten aspectos significativos, que no contribuirá a la calificación de los estudiantes.

Por último, Raimundo está además interesado en evaluar él mismo su propia práctica docente, aunque considera que eso suele hacerlo todo el profesorado. Tal y como lo expresa, nos induce a pensar que piensa que con la mera experiencia se aprende:

Personalmente, pienso que todos los profesores siempre hemos hecho evaluaciones de nuestra práctica docente, consciente o inconscientemente. De hecho esa frase que se suele decir "con la experiencia se aprende", es un reflejo de que esa evaluación siempre se ha hecho (DisRi, 472-5).

En síntesis, Raimundo ha planificado evaluar el aprendizaje de los estudiantes respecto de todos los contenidos trabajados durante la experiencia, explicitados muy concretamente en los Criterios de Evaluación, que sobre todo incluyen procedimientos y actitudes.

No menciona la evaluación de actitudes más generales, como su implicación en las tareas, tanto en el aula como en casa.

También pretende que tanto los alumnos como él mismo valoren la intervención de enseñanza realizada, considerando que es importante reflexionar sobre la propia práctica. Él piensa que todos los profesores lo hacen y aprenden de la experiencia, aunque sea inconscientemente.

4. 1. 2. 3 RESULTADOS DE CÓMO EVALUAR

Raimundo resume explícitamente cómo realizará la evaluación de la experiencia. Piensa utilizar un cuestionario de evaluación inicial, otro de de evaluación final, un examen de los contenidos trabajados, su diario de sesiones, su apreciación personal y los comentarios de la investigadora, si asiste a las clases. El Cuestionario que llama de Autoevaluación, no lo considera incluido en la evaluación. Curiosamente, entre los instrumentos que él menciona no

están incluidos los Criterios de Evaluación que, como hemos visto en el Apartado anterior, pretende observar si cumplen los alumnos a lo largo de las sesiones de la experiencia.

Para la evaluación de la experiencia tendremos los siguientes instrumentos: Diario de las sesiones en el aula. Cuestionario para los alumnos en la última sesión. Las evaluaciones inicial y final, que compararemos. Comentarios de Ana, si nos acompaña en las sesiones. Apreciación personal. A partir de estos documentos, tendremos que sacar conclusiones, con lo cual daremos por terminado este trabajo (DisRi, 508-17).

Evaluación Inicial: Ficha I (DisRi, 273).

Examen Final: Ficha IX (DisRi, 320).

Autoevaluación: Ficha X (DisRi, 322).

Sin embargo, no parece tener claro si ha de presentar previamente a los estudiantes cómo los va a evaluar:

No sé si explicarles muy bien cómo los voy a evaluar... (E1Ri, 132).

Con respecto a la Evaluación Inicial, quiere poner en común las respuestas al Cuestionario que los alumnos habrán realizado en casa, para lo que piensa dedicar una parte de la primera sesión. Raimundo no tiene la intención de corregir ninguna de sus afirmaciones, sólo escuchar para comprobar los conocimientos previos de sus alumnos.

Mañana veremos lo que pasa. Mañana empezaremos con la evaluación inicial (E1Ri,131).

Esta evaluación Inicial ha sido entregada el día anterior como tarea para casa (DisRi, 277).

Durante esta Actividad, daremos libertad a los alumnos, sin aserir que afirmaciones son ciertas y cuales son falsas (DisRi, 487-8).

Ficha I: Cuestionario de Evaluación Inicial

Raimundo nos muestra cómo va utilizar los Criterios de Evaluación. En primer lugar, mediante la observación directa en el aula de su cumplimiento por parte de cada alumno. En segundo lugar, calificándolos y haciendo anotaciones que podrán ir mejorando a lo largo del proceso. Por último, contabilizando el número de criterios alcanzados, habiendo cuantificado minuciosamente todos ellos y tomando decisiones con respecto a la calificación de cada estudiante:

Durante el desarrollo de la unidad, observaremos también si los alumnos superan los criterios de evaluación que fijaremos (DisRi, 492-4).

Siempre tendremos una ficha [XI] con los nombres de los alumnos y los distintos criterios, donde apuntaremos en que medida los alumnos superan los criterios. Valoraremos mal, regular, bien o muy bien cada criterio. Las anotaciones podrán modificarse si vemos que los alumnos, a lo largo de las sesiones o en la evaluación final van consiguiendo superar los criterios. Las modificaciones nunca serán para disminuir lo ya observado (DisRi, 495-502).

Evaluación según los criterios. Consideramos que un alumno ha alcanzado de manera suficiente los objetivos, si la mitad de los criterios están calificados como bien o muy bien (DisRi, 504-7).

Raimundo considera que la evaluación de los dos últimos criterios, dedicados a contenidos referentes a las actitudes, necesita una explicación mayor, por no ser para él habitual que formen parte de la evaluación. Y plantea que la actitud ante el trabajo que tienen los alumnos, especialmente las tareas de casa, hace que muchos salgan adelante o se queden atrás, también en el sentido de aprobar o no.

Y se les dejará claro cómo se les va a evaluar su actitud (DisRi, 416).

Y explicarles cómo puede influir en su evaluación (DisRi, 398).

El que no haga el trabajo de casa, pues se va a quedar atrás. Yo sé que hay muchos que no lo hacen pero sé que hay otros que lo hacen y siguen para adelante y sacan sus buenas notas y hay alumnos que son muy listos y que no hacen nada y también sacan sus notas, pero hay otros alumnos que no son tan listos y que hacen su trabajo y que aprueban. Eso lo tengo clarísimo... (E1Ri, 467-71).

Raimundo ha establecido un porcentaje para la calificación global final de las actitudes del alumno anteriormente mencionadas, de modo que, en el caso de que se implique en el trabajo, incluyendo explícitamente el de casa, suele aportar la puntuación que le falta para superar positivamente la evaluación. Sin embargo, estos aspectos no parecen incluidos en los Criterios de Evaluación, aunque él considera que sí. Al decir “*Presentar ordenados los trabajos*” nos parece que pone el énfasis en ‘*la forma*’ de presentación, mientras que lo que Raimundo declara a continuación parece más bien que valora que hayan hecho los trabajos:

Trabajar en grupo y presentar ordenados los trabajos. Son actitudes que son un 20% del total, que probablemente será más, porque hay dos criterios que seguramente no llegaremos a ellos y que los tengo, los estoy teniendo muy en cuenta este año, que hay niños que yo noto que trabajan, puede que me estén engañando o no, me traen las Actividades [de casa], mal hechas o sin hacer, pero las traen escritas, me preguntan algunas dudas y eso y yo, por mis métodos exactos, sacan sus suficientes al final (E1Ri, 428-35).

Raimundo concibe el examen final como un dato más de calificación de los alumnos, que complementará al aportado por las observaciones del cumplimiento de los Criterios de Evaluación, realizadas durante el proceso. Por otra parte, aunque las cuestiones que planteará en el examen final las tiene ya previstas (está incluido en el Diseño), estaría dispuesto a hacer modificaciones, aunque no explicita en qué sentido y en qué caso.

La evaluación final nos servirá para completar y aumentar la calificación de los criterios (DisRi, 503-4).

El examen ya está hecho, pero se puede modificar... (E1Ri, 176).

Ficha XI: Criterios de Evaluación: (DisRi, 848).

En síntesis, los instrumentos de evaluación diseñados por Raimundo son variados y complementarios: un Cuestionario de Evaluación Inicial y otro Final (un examen de todos los contenidos), diez Criterios de Evaluación recogidos en una plantilla de observación, con el nombre de todos los alumnos del grupo y otro Cuestionario, considerado de Autoevaluación,

para que cada estudiante valore sus propios aprendizajes y la experiencia. También menciona su diario de sesiones, su apreciación personal y comentarios de la investigadora.

En cuanto al peso que dará a cada instrumento, no queda del todo claro, ya que nos induce a pensar que serán los Criterios de Evaluación los que determinen la calificación, con un 20% concedido a las actitudes, o más, si no llega a trabajar áreas y perímetros de figuras planas. Un alumno superará positivamente la evaluación si obtiene al menos un 50% de los criterios de evaluación como bien o muy bien. En cuanto al peso del examen final (ya que la Prueba Inicial no interviene), servirá para completar y aumentar la calificación de dichos Criterios.

En nuestra opinión, podemos encontrar en todo ello elementos claros de la tendencia tecnológica.

4. 1. 2. 4 RESULTADOS DE CUÁNDO EVALUAR

Raimundo pone en marcha el proceso de evaluación desde el principio de la experiencia. No sólo le dedicará parte de la primera sesión, sino que pedirá a los alumnos, el día anterior al comienzo de la misma, que contesten el cuestionario como tarea de casa, pensando poner en común las respuestas al día siguiente:

Primera sesión: Realización del cuestionario de evaluación inicial (DisRi, 255).

En primer lugar, se propone a los alumnos la realización de la Evaluación Inicial (DisRi, 272).

Primeramente haremos una evaluación inicial en la primera sesión (DisRi, 485).

Raimundo ha diseñado la evaluación como un proceso continuo. Esto estará garantizado por las observaciones de los Criterios de Evaluación que realizará a lo largo de toda la experiencia:

Durante el desarrollo de la unidad, observaremos también si los alumnos superan los Criterios de Evaluación que fijaremos. Siempre tendremos una ficha (XI) con los nombres de los alumnos y los distintos criterios, donde apuntaremos en que medida los alumnos superan los criterios (DisRi, 492-7).

No obstante, Raimundo no renuncia a una prueba final, que realizará en la última sesión prevista. Los alumnos, según declara Raimundo, están descontentos por la rapidez con la que él plantea este tipo de exámenes:

Sexta sesión: Evaluación final de la unidad mediante la realización de un cuestionario y evaluación de la experiencia (DisRi, 268-9).

Para concluir la unidad se haría una Evaluación Final (DisRi, 319).

Porque voy muy rápido, me dicen todos. Que voy muy rápido a la hora de poner los exámenes. Como voy dando de todo un poco, yo cada dos semanas hago un examen y ellos lo ven muy precipitado (E1Ri, 450-3).

La evaluación se completa con lo que Raimundo llama la 'Autoevaluación' de los alumnos, pero que, según nos dice, no afecta a su calificación. Suele hacerla al término de cada trimestre, y este segundo coincide con la finalización de la experiencia.

Bueno, hay una, al final se les da una autoevaluación, en la que ellos mismos se valoran (E1Ri, 442-3).

Sí, vamos, de hecho lo he hecho al final de los dos trimestres, en todos los cursos, darles la ficha de autoevaluación (E1Ri, 445-6).

En síntesis, la evaluación que Raimundo ha planteado es continua, con observaciones diarias de los estudiantes sobre unos Criterios de Evaluación y con dos momentos especiales, uno inicial y otro al final, con un examen y un cuestionario de valoración de la experiencia. En nuestra opinión, podemos encontrar en todo ello elementos de la tendencia tecnológica.

4. 1. 2. 5 RESULTADOS DE QUIÉN EVALÚA

En todo momento es Raimundo quien evalúa, en el sentido de valorar los aprendizajes y calificar a los alumnos. No obstante, les da participación en la valoración de su propio aprendizaje (aunque no tenga función calificadora alguna) y la evaluación de la experiencia, en el sentido que aparece en la Ficha XI, recogida y comentada en el Apartado 4. 1. 2. 3:

Sí, no sólo voy a evaluar yo sino también ellos. Vamos, de hecho lo he hecho al final de los dos trimestres.

Por último, las de evaluación de la experiencia por parte del alumno (DisRi, 249).

Resumiendo, Raimundo es quien evalúa los aprendizajes y califica a los alumnos. No obstante, les da participación en la valoración de su propio aprendizaje y de la experiencia, no en su calificación, sobre la que también reflexiona él mismo. En nuestra opinión, también podemos encontrar, en este aspecto de la evaluación, elementos de la tendencia tecnológica.

4. 2 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN

Los resultados correspondientes a la práctica vamos a presentarlos de forma algo diferente a los referidos al conocimiento declarativo, en el sentido de presentar una información más amplia, por tratarse de una realidad mucho más compleja que la anterior. En consecuencia, establecemos dos tratamientos complementarios de los datos, que nos ayuden a una comprensión más profunda de lo que ha ocurrido en la práctica de Raimundo.

En primer lugar, presentamos en el siguiente Apartado todos los episodios en que hemos dividido sus sesiones de la práctica, cuyos datos proceden de las grabaciones en audio y en vídeo de sus clases, así como de nuestras propias observaciones de las mismas. Se trata de una primera reducción de éstos que nos permite, por una parte, mantener visibles los más relevantes y, por otra, dar una idea detallada de la práctica. En principio, la categoría utilizada en ellos es la referida a la metodología, con las subcategorías que aparecen en el sistema que establecimos inicialmente. Exceptuamos la subcategoría 2. 3, que hemos omitido en todos los casos, ya que no tiene sentido hablar de secuencia en fragmentos tan pequeños de la práctica.

En segundo lugar, en el Apartado 4. 2. 2, organizamos los datos según el sistema de categorías emergente del estudio de los mismos y, a los resultados procedentes de los instrumentos mencionados en el párrafo anterior, añadimos los de la segunda entrevista realizada a Raimundo, después de su experiencia. Aunque no podemos considerarlo propiamente conocimiento en la acción, las apreciaciones, valoración y aclaraciones de nuestro profesor sobre lo que ha ocurrido en la práctica, pueden matizar nuestros propios resultados.

4. 2. 1 RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS

La práctica de la experiencia en el aula, que hemos estructurado, en primer lugar, por sesiones, a su vez, está subdividida en ‘*episodios*’, en el sentido que describimos en el Apartado 2. 4. 1, es decir, en partes de la sesión que tienen un objetivo claro y/o están basadas en ciertos criterios relacionados con la marcha del programa de actividades en el aula o con límites temporales, espaciales, de conducta o del contenido trabajado (Doyle, 1986).

4. 2. 1. 1 RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS: INTRODUCCIÓN HISTÓRICA DEL TEMA

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
1. 1	- Determinar conocimientos previos	- Ángulos y triángulos - Clasificación y área - Teorema de Pitágoras	- Puesta en común del Cuestionario de Evaluación Inicial	25 m
1. 2	- Motivar a los alumnos	Introducción histórica sobre los orígenes de la Geometría	- Exposición del profesor sobre Pitágoras y la Escuela pitagórica.	5 m

1.3	- Trabajar la comprensión lectora y dar participación	- Pitágoras y la Escuela Pitagórica	- Lectura de un texto en pequeños grupos - Trabajo sobre el texto	15 m
1.4	- Compartir el trabajo en gran grupo - Aclarar dudas	- Pitágoras y la Escuela Pitagórica	- Puesta en común - Presentación del mural	10 m

Tabla [Ri 1]: Episodios de la Primera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 1. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la sesión. Llega Ri y saluda.</p> <p>Objetivo - Determinar los conocimientos previos de los alumnos sobre los contenidos del tema, con el fin de insistir más o menos en ellos durante el desarrollo de la experiencia.</p> <p>Contenidos - Ángulos y triángulos. Clasificación según lados y ángulos. - Área de un triángulo. - Teorema de Pitágoras. Estos contenidos son los mismos que se van a trabajar durante la experiencia.</p> <p>Descripción Pasa lista sentado en la mesa del profesor. Al comenzar la clase solo hay 17 alumnos (ORi, 2). Al llegan varios más, les dice que llegan tarde y los pone a copiar. Sigue pasando lista, sentado (ORi, 3-4). Recoge un trabajo de Estadística, pendiente de la sesión anterior (ORi, 5-6). Recoge varios boletines de notas acercándose a las mesas de delante. Recuerda que el viernes es el último día de devolución. Corta a un alumno que responde mal (ORi, 7-8). Dice que van a empezar el Tema 6. Escribe "Tema 6" en la pizarra. Añade que se verán triángulos, su clasificación según lados y ángulos, el Teorema de Pitágoras y aplicaciones a la vida real. Para empezar, dice que van a corregir el Cuestionario de Evaluación Inicial que les dio hace unos días (DisRi, 518-36)- <i>Ri: Vamos a empezar el tema número 6. Este tema lo vamos a dar de una forma especial. No obstante, el libro os puede servir de apoyo por si tenéis alguna duda. Lo primero que vamos a hacer es corregir en clase la evaluación inicial que os entregué el otro día. Vamos a ir corrigiendo de uno en uno y yo no voy a decir si está bien o mal. Simplemente voy a escuchar para saber cuál es vuestro conocimiento inicial. O sea, yo</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De identificación y reconocimiento. - De simple aplicación directa de información. - De expresión de conocimientos previos</p> <p>2.2 Tipos de Recursos Didácticos Cuestionario de Evaluación Inicial.</p> <p>2.4 Organización y Clima del Aula Ri se sienta en la mesa del profesor para pasar lista. Los alumnos están sentados de uno en uno. Coloca algunos alumnos en parejas. Silencio general ante las preguntas. De vez en cuando hay algún espontáneo que responde o pregunta</p>

<p><i>no voy a decir si está bien o mal, simplemente voy a conocer lo que vosotros sabéis</i> (TaRi, 3-9).</p> <p>Los alumnos tienen delante el Cuestionario de Evaluación Inicial, que han tenido que contestar como tarea para casa (ORi, 9-13).</p> <p>Lee la primera pregunta y se dirige a un alumno concreto para que la conteste (ORi, 14). Siempre llama por el nombre correspondiente, añadiendo a veces el apellido (ORi, 21-2):</p> <p><i>Ri: El número 1, Andrés.</i></p> <p><i>Andrés: "Un ángulo es agudo si mide 90º, menos de 90º o más de 90º".</i></p> <p><i>He puesto si mide 90º.</i></p> <p><i>Ri: ¿Mide menos o más? No me entero.</i></p> <p><i>Andrés: El primero.</i></p> <p><i>Ri: Un ángulo es agudo si mide 90º</i> (TaRi, 10-2).</p> <p>Se dirige a todos para ver si alguno quiere añadir algo o si están o no de acuerdo con la respuesta dada:</p> <p><i>Ri: ¿Alguien quiere hacer algún comentario sobre este ejercicio?</i></p> <p><i>A: Es el b): un ángulo es agudo si tiene menos de 90º.</i></p> <p><i>Ri: ¿Alguien quiere hacer algún comentario más?</i> (TaRi, 13-5).</p> <p>Llama la atención de forma cortante a un alumno que incordia:</p> <p><i>Ri: Rafael.</i></p> <p><i>Rafael: Estoy copiando</i> (TaRi, 16).</p> <p>Ri se dirige a otro alumno:</p> <p><i>Ri: Pablo, la segunda pregunta.</i></p> <p><i>Pablo: "¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo?" 180º.</i></p> <p>Ante su respuesta, pregunta de nuevo a todos:</p> <p><i>Ri: Pablo dice que los ángulos de un triángulo miden 180º. ¿Hay alguien que no lo sabía? ¿Alguien quiere decir algo más?</i> (TaRi 16-8)</p> <p>Hace la misma pregunta a otros alumnos concretos, nombrándolos. La mayor parte del tiempo el silencio es casi total, salvo la intervención del interpelado de turno. Puede que influya en esto que la clase es a primera hora de la mañana (8:30). Ri continúa de modo similar hasta terminar todas las preguntas:</p> <p><i>Ri: Eva, la tercera.</i></p> <p><i>Eva: El c)</i></p> <p><i>Ri: Y si un triángulo tiene un ángulo recto ¿cómo se llama?</i></p> <p><i>Eva: Triángulo rectángulo.</i></p> <p><i>Ri: Y si tiene dos lados iguales ¿cómo se llama?</i></p> <p><i>Eva: Isósceles</i> (TaRi, 19-21).</p> <p><i>Ri: Ester, la cuarta.</i></p> <p><i>Ester: "La hipotenusa al cuadrado de un triángulo rectángulo es igual a: la suma de los catetos, al perímetro del triángulo o a la suma de los catetos al cuadrado". La c).</i></p> <p><i>Ri: La c). A la suma de los catetos al cuadrado. ¿Alguien quiere hacer algún comentario sobre este ejercicio?</i></p>	<p>alguna duda.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica unos cinco minutos a las tareas preliminares y unos 20 al resto.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pasa lista. - Reprende a los alumnos que llegan tarde y les pide que copien. - Pregunta de forma lineal y escueta acerca de los mismos contenidos que se van a trabajar en los días siguientes. - No hace correcciones ni comentarios sobre las respuestas. - Si hay distintas respuestas, no las comenta, ni las contrasta. - Añade a casi todas ellas si alguien quiere hacer algún comentario más. - Alguien dice que no entiende, pero no lo atiende porque ha llegado tarde. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Responde escuetamente a las
---	---

<p>Rafael: Yo no entiendo eso.</p> <p>Ri: ¿Qué es lo que no entiendes, Rafael? Tú has llegado tarde ¿verdad? Pues termina de copiar.</p> <p>¿Cuál es el perímetro de un triángulo, Ester?</p> <p>Ester: La suma de sus lados (TaRi, 22-8).</p> <p>Ri: Pedro, actividad 5.</p> <p>Pedro: Obtusángulo</p> <p>Ri: ¿Por qué?</p> <p>Pedro: Porque tiene un ángulo obtuso.</p> <p>Ri: ¿Cuál es el ángulo obtuso? ¿Qué es un ángulo obtuso?</p> <p>Pedro: El que tiene más de 90°.</p> <p>Ri: Y éste de aquí ¿tiene más de 90°? ¿Lo has mirado con el transportador? Dice Pedro que este ángulo tiene 90° y éste de aquí es más chico. Os recuerdo ya que tenéis que traer el compás, el transportador y las tijeras (TaRi, 23-34).</p> <p>Ri continúa así hasta la última cuestión. No se pronuncia sobre las respuestas, no asume su validación, solo trata de constatar lo que saben sus alumnos sobre el tema. De lo anterior, Ri deduce que hay muchos alumnos que tienen los conocimientos básicos para abordar el tema con más profundidad. Pero hay otros que no saben, por ejemplo, lo que es un ángulo agudo. Muchos confunden las unidades (DRi, 5-7).</p> <p>Evento final</p> <p>Da por finalizada la puesta en común del Cuestionario de Evaluación Inicial.</p>	<p>preguntas que Ri les hace directamente.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha las respuestas de otros compañeros. - No pide aclaraciones, ni debate las respuestas, aunque sean contradictorias. - Ha de estar en silencio.
--	--

Tabla [Ri 1. 1]: Resultados del Episodio [Ri 1. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 1. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Ri empieza una presentación del tema.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Motivar a los alumnos. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Introducción histórica: los orígenes de la Geometría. Los agrimensores egipcios. La matemática griega (DisRi, 537-91). <p>Descripción</p> <p>Ri comienza su exposición, a la vez que pide a los alumnos que se distribuyan en grupos:</p> <p>R.i: Bueno, ahora vamos a hacer una pequeña introducción del tema y nos vamos a colocar en grupos. En este tema vamos a ver lo que son los triángulos, su clasificación, su área, su perímetro... (TaRi, 59-61)</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>De motivación.</p> <p>De presentación de información por parte del profesor.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Cuerda con 12 nudos.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos se distribuyen con rapidez en grupos de 3 o 4. Son los mismos grupos establecidos en el tema anterior, Estadística. Se ve que no es la primera vez que lo hacen.</p>

<p>Cuenta como un relato lo que ha preparado, pero sin poner calor en sus palabras (ORi, 31-2):</p> <p><i>Ri: Lo primero que vamos a hacer es una pequeña introducción histórica. No sé si sabréis que las Matemáticas no son una cosa de ahora mismo, sino que han ido evolucionando a lo largo del tiempo. Quizá los primeros matemáticos relacionados con este tema procedan de hace muchísimo tiempo, cuando la gente se ponía al lado de los ríos. Entonces los ríos crecían y después volvían a decrecer. Por ejemplo, el Nilo.</i></p> <p><i>A alguien se le ocurrió utilizar una cuerda con doce nudos que están aproximadamente a la misma distancia, formando un ángulo recto. Más adelante apareció Pitágoras y la Escuela Pitagórica (TaRi, 62-9).</i></p> <p>Esta Actividad está recogida en su diseño (DisRi, 537-91).</p> <p>Un alumno dice: <i>esto no parece Matemáticas.</i></p> <p>Ri contesta: <i>es Historia de las Matemáticas (TaRi, 70).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Final de la exposición.</p>	<p>Todos escuchan en silencio.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica a la exposición unos cinco minutos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Distribuye a los alumnos en grupos. - Hace una breve exposición oral. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se coloca en el grupo que Ri le ha indicado. - Escucha el relato de Ri con atención. - Puede preguntar dudas y pedir aclaraciones, pero no lo hace. - Hace algún comentario al final de la exposición.
--	--

Tabla [Ri 1. 2]: Resultados del Episodio [Ri 1. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 1. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Ri reparte un texto para que los alumnos amplíen la información recibida.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trabajar la comprensión lectora y dar participación a los alumnos en la presentación de la Historia. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pitágoras y la Escuela Pitagórica. Cómo en aquella época estaban unidos las ciencias, la filosofía y el saber, en general. La importancia del deporte y de la presencia de la mujer en la escuela pitagórica. <p>Descripción</p> <p>Ri reparte un texto para que hagan una Actividad:</p> <p><i>Os voy a dar un texto, os lo vais a leer y vais a contestar las preguntas de la Actividad 1 (DisRi, 592-7). Leed primero el texto y luego contestad la pregunta (TaRi, 70-1).</i></p> <p>Pide silencio a varios alumnos por su nombre.</p> <p>Ofrece un diccionario por si quieren consultar el significado de alguna palabra:</p> <p><i>Aquí hay un diccionario por si alguien quiere hacer alguna consulta.</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>De presentación de información.</p> <p>De búsqueda de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Texto sobre Pitágoras y la Escuela Pitagórica. - Diccionarios. <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos siguen sentados en los grupos de 3 o 4 en los que se han distribuido en el episodio anterior.</p> <p>El ruido es mínimo. Los alumnos hablan bajito.</p>

<p><i>Escribidlo todo en el cuaderno. Actividad 1 en el cuaderno (TaRi, 72-3).</i></p> <p>Vuelve a pedir silencio. Ruega que se lea el texto antes de contestar a las preguntas. Ante la insistencia de algunos alumnos, dice ORI, 37-8):</p> <p>Ri: <i>Leemos el texto y punto. Ahora no voy a contestar preguntas ((TaRi, 74).</i></p> <p>Pasea por los grupos y comienza a contestar preguntas o a devolvérselas con otras preguntas. Algunos alumnos se concentran poco en el trabajo, pero la mayoría lo está haciendo. Tienen dificultades para resolver alguna de las tareas. Por ejemplo, para calcular cuántos años hace que nació Pitágoras, un alumno le pregunta ORI, 39-45):</p> <p>A: <i>¿Por qué van para detrás los años y no van para adelante? (TaRi, 80-1)</i></p> <p>Ri responde de forma rápida y cerrada: <i>porque son antes de Cristo (ORI, 46-7).</i></p> <p>Un par de alumnos utilizan el diccionario para buscar la palabra ‘contemporáneo’.</p> <p>Un grupo comenta que si esa es toda la información que hay sobre Pitágoras. Ri les enseña el libro ‘<i>Pitágoras, el filósofo del número</i>’ de la editorial Nivola. Los alumnos lo hojean con interés (ORI, 48-50).</p> <p>Riñe a un grupo que está armando jaleo.</p> <p>A: <i>Profesor, no me eche la bronca a mí.</i></p> <p>Sigue acudiendo a los grupos que lo llaman y contestando a sus preguntas diciendo que lean el texto despacio. Comprueba si los alumnos van terminando la tarea. No les había anunciado previamente el tiempo que tendrían para hacerla. Posiblemente su duración haya dependido de cómo él ha ido observando el desarrollo de la Actividad por parte de los grupos.</p> <p>Al cabo de un cuarto de hora, corta pidiendo silencio para comentar en gran grupo (ORI, 51-6).</p> <p>Evento final</p> <p>Ri propone cortar el trabajo de los grupos para comentar algo sobre el texto.</p>	<p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica quince minutos a esta actividad, sin anunciarlo previamente a los alumnos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte el texto y diccionarios. - Supervisa la tarea. - Contesta preguntas de forma rápida y cerrada. - Responde cuando los alumnos han leído el texto. - Controla el comportamiento de los alumnos. - Riñe a algunos alumnos. - Controla el tiempo que tardan los grupos en terminar la tarea. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lee el texto. - Contesta las preguntas que aparecen al final del mismo. - Hace preguntas a los compañeros y a Ri.
--	--

Tabla [Ri 1. 3]: Resultados del Episodio [Ri 1. 3]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 1. 4]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienzo del comentario del texto en gran grupo.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Compartir en gran grupo lo trabajado y aclarar dudas. <p>Contenido</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p><u>Puesta en común:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - De contraste. <p><u>Mural:</u></p> <ul style="list-style-type: none"> - De motivación.

<p>- Pitágoras y la Escuela Pitagórica. Es el mismo contenido del episodio anterior.</p> <p>- Presentación del mural.</p> <p>Descripción</p> <p>Ri propone exponer en gran grupo lo que más les ha llamado la atención sobre el texto:</p> <p><i>Ri: Bueno, vamos a parar un momentito y vamos a ver las Actividades. Si queréis comentar algo... La Escuela Pitagórica no era solamente una escuela matemática, era también una escuela filosófica, deportiva... Era más bien una secta (TaRi, 74-7).</i></p> <p>Vuelve a hacer las preguntas del texto a alumnos concretos que va nombrando, formulándoles cuestiones similares a las que hacía en el primer episodio con el Cuestionario de Evaluación Inicial (ORi, 57-8):</p> <p><i>Ri: ¿Algún comentario más? ¿Qué es lo que más te ha llamado la atención del texto, Rafael?</i></p> <p><i>Rafael: ¿Conoció a Buda?</i></p> <p><i>Ri: Probablemente Buda y Pitágoras no se conocieron. Vivieron en la misma época pero en distinto sitio con lo cual no se conocieron (TaRi, 78-9).</i></p> <p>Comentan que por qué Pitágoras conocía a los personajes que nombra el texto. Hablan sobre la primera mujer científica. Les extraña que hicieran atletismo. Señalan el pentagrama místico:</p> <p><i>Ri: ¿Qué es lo que más te ha llamado la atención?</i></p> <p><i>A: El símbolo de la Escuela Pitagórica... (TaRi, 78-9).</i></p> <p>Responde a las preguntas que le hacen. Incluso empieza a extenderse en los comentarios (ORi, 59):</p> <p><i>A: Profesor, ¿por qué van para atrás los años y no van para adelante?</i></p> <p><i>Ri: Porque se cuentan desde Cristo (TaRi, 80-1).</i></p> <p>Dice cómo se calcula, por ejemplo, el tiempo que hace desde 2004 al 625 a. C.: 2004 - (- 625).</p> <p><i>A: ¿Qué tiene que ver la religión oriental con las matemáticas?</i></p> <p><i>Ri: Lo he dicho antes. La Escuela Pitagórica no era sólo de matemáticas, sino de religión, de filosofía, de historia... Para ellos todas las ciencias estaban unidas. Consideraban que el deporte era muy importante para tener una mente sana, para poder pensar bien.</i></p> <p><i>A: ¿Participaban las mujeres?</i></p> <p><i>Ri: No se sabe seguro. Se cree, pero no se sabe seguro. Eso es una pregunta importante porque en aquella época las mujeres estaban en casa, no se les daba ningún valor. Digamos que fue la primera institución que le dio valor a la mujer. ¿Algo más? (TaRi, 82-90).</i></p> <p>Como no hay más intervenciones, Ri pasa al siguiente punto que tiene programado en su diseño: la realización de un mural. Explica rápidamente las instrucciones de los contenidos del mismo. Esta información también está recogida, por escrito, en el texto que han estado trabajando en el episodio</p>	<p>- De búsqueda de información.</p> <p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>- De resumen.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>El mismo texto del episodio anterior sobre Pitágoras y la Escuela Pitagórica.</p> <p>El trabajo realizado en los grupos.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>La misma de los dos últimos episodios: distribuidos en pequeños grupos de 3 o 4 alumnos.</p> <p>Aunque el trabajo es en gran grupo, los alumnos no cambian de lugar, solo se giran un poco hacia delante. Están atentos y participan moderadamente.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica unos cinco minutos a esta puesta en común y unos dos o tres minutos para que los alumnos discutan sobre el mural que han de hacer.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>- Pregunta a alumnos concretos sobre el trabajo realizado.</p> <p>- Aclara dudas y aporta nueva información.</p>
---	---

<p>anterior (ORi, 60-5):</p> <p>Ri: La siguiente Actividad es hacer un mural por grupo. El mural tiene que tener en el centro un triángulo y en cada vértice un contenido distinto: El primer contenido es algo de la Historia de las Matemáticas, relacionado con la Escuela Pitagórica. Buscáis información en Internet, en libros...</p> <p>En el segundo vértice ponéis algo relacionado con la vida cotidiana.</p> <p>En el tercer vértice, desarrolláis alguno de los contenidos que vamos a ver en el tema.</p> <p>Este mural tenéis que presentarlo al final del tema, el viernes de la semana que viene, el Viernes de Dolores. ¿Vale?</p> <p>Os doy dos minutos para que os pongáis de acuerdo y organicéis el mural. Dos minutos.</p> <p>A: ¿Dos minutos para qué? (TaRi, 90-8).</p> <p>Bastantes alumnos parece que no se han enterado bien. Ri comenta que las instrucciones están en el texto que les ha repartido antes. Se corre la voz entre los grupos.</p> <p>A algunos grupos que están más adelantados, Ri les da varillas de mecano para que se vayan familiarizando con ellas para el día siguiente.</p> <p>Sigue atendiendo a los grupos, incluso después de tocar el timbre (ORi, 69-74).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Ri da por terminada la sesión.</p>	<p>- Plantea oralmente la Actividad del mural.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Comenta lo que le parece curioso o interesante.</p> <p>- Pregunta las dudas que le surgen.</p> <p>- Contesta a las cuestiones que Ri plantea.</p> <p>- Trata de ponerse de acuerdo con los componentes de su grupo sobre cómo hacer el mural solicitado.</p>
---	--

Tabla [Ri 1. 4]: Resultados del Episodio [Ri 1. 4]

4. 2. 1. 2 RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: PROPIEDADES DE LOS LADOS DE UN TRIÁNGULO. RELACIÓN ENTRE LADOS Y ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO

EPISODIO	OBJETIVO	CONTENIDO	ACTIVIDADES	TIEMPO
2. 1	- Encontrar relaciones entre lados y ángulos de un triángulo	- Relaciones entre lados y ángulos de un triángulo	- Trabajo con varillas de mecano y tabulación de medidas	10 minutos para iniciar la clase 20 minutos de desarrollo
2. 2	- Extraer conclusiones	“	- Puesta en común	5 minutos
2. 3	- Encontrar nuevas propiedades	“	- Continúa el trabajo con varillas de mecano y tabulación de medidas	15 minutos

Tabla [Ri 2]: Episodios de la Segunda Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 2. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Encontrar relaciones entre lados y ángulos de un triángulo.</p> <p>Contenido - Propiedades de los lados de un triángulo. - Relación entre lados y ángulos de un triángulo.</p> <p>Descripción Ri saluda y reparte varillas de mecano. Mientras los alumnos van familiarizándose con las varillas, manipulándolas, reparte los ejercicios que van a hacer (Actividades 3 y 4 del Anexo III del Diseño). Explica a toda la clase las medidas de cada varilla (ORi, 75-8): <i>Ri.: A ver, escuchadme un momento. Tenemos tres varillas. La grande es de 8, ésta es la mitad, de 4 y ésta otra de 2. ¿De acuerdo? Vais a hacer la actividad 3 y la 4 (TaRi, 99-100).</i> Le cuesta mucho trabajo conseguir que los grupos inicien las Actividades, ya que se dedican a hacer sus propias construcciones y hablar sobre la tarea del mural. Al fin, Ri consigue que los alumnos inicien la Actividad 3, que trata sobre las posibilidades de construir triángulos con tres varillas de distintas medidas (DisRi, 604-11). Los alumnos preguntan si tienen que hacerla en el cuaderno. El profesor les responde (ORi, 79): <i>Ri: En el cuaderno (TaRi, 101).</i> Solamente hay un grupo que utiliza la tabla que aparece en la ficha entregada para hacer la Actividad. Este grupo llega a la conclusión antes de terminar la Actividad. Una de las alumnas dice que esta propiedad ya la conocía (ORi, 65-6). Los demás van contestando a las preguntas de la Actividad sin observar la relación entre la suma de dos lados y el tercero. Otro grupo enseña un pentágono y preguntan si es eso lo que tienen que hacer, puesto que la Actividad dice que “no forman un triángulo”. Ri les explica en qué consiste la Actividad. En ese momento uno de los alumnos del grupo llega a la conclusión que Ri pretende (ORi, 80-2). Los otros tres grupos funcionan peor. De uno de los grupos Ri expulsa a uno de los alumnos y en el otro manda copiar a un alumno, por interrumpir la clase, diciéndole (ORi, 83-4): <i>Ri: ¿Te aburren los buenos modales? (TaRi, 105).</i> Los alumnos de diversificación también están en la clase ya que está de baja su profesor. Ellos tienen una tarea diferente. También a ellos les manda copiar, por molestar (ORi, 85-6).</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De organización de información. - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De argumentación. - De síntesis.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Varillas de mecano.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los alumnos se colocan en grupos de 3 o 4 alumnos, con la misma configuración de la sesión anterior. Hay cierto jaleo y falta de concentración.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Dedican unos 20 minutos al trabajo de los grupos, aunque tardan unos diez minutos en comenzar propiamente el trabajo.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor - Aclara dudas sobre la tarea y, solo de tarde en tarde, sobre el contenido. - Mantiene el orden. - Procura que los grupos trabajen. - Corrige a los alumnos. - Marca el ritmo de las Actividades.</p>

<p>Una de las principales dudas que han surgido es si se podía formar un triángulo con las varillas 8, 4 y 4. Teóricamente no se puede formar un triángulo pero como las deforman un poco sí lo consiguen ((ORi, 87-9).</p> <p>Apenas utilizan el compás para simbolizar que no se pueden formar los triángulos (ORi, 90).</p> <p>Un grupo indica que un lado mide 4, porque atraviesa en diagonal cuadro cuadritos del cuaderno. Ri les explica con el compás que esto no es así (ORi, 91).</p> <p>Algunos alumnos hacen comentarios sobre cómo va funcionando el grupo:</p> <p><i>A₁: profe, Antonia va para profesora.</i></p> <p>O bien:</p> <p><i>A₂: Estoy haciendo las Actividades</i></p> <p><i>A₃: La única que trabaja soy yo.</i></p> <p><i>A₄: Es mentira, profe (TaRi, 110-2).</i></p> <p>Ri considera que ya se le ha dedicado suficiente tiempo a la Actividad 3 y quiere poner en común el trabajo desarrollado (ORi, 92-3).</p> <p>Evento final</p> <p>Ri para el trabajo de los grupos para poner en común las conclusiones de la Actividad 3 desarrollada (ORi, 94).</p>	<p>-Tiene más dificultades que en otras sesiones para que los alumnos sigan sus indicaciones.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Realiza las Actividades propuestas.</p> <p>- Utiliza las varillas de mecano.</p> <p>- Anota en la Tabla dada los datos que obtiene.</p>
--	--

Tabla [Ri 2. 1]: Resultados del Episodio [Ri 2. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 2. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienzo de la puesta en común.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Extraer conclusiones de la Actividad realizada.</p> <p>Contenido</p> <p>- Propiedades de los lados de un triángulo.</p> <p>Descripción</p> <p>Ri pide a los estudiantes que paren el trabajo en grupo para hacer una breve puesta en común (ORi, 95):</p> <p><i>Ri: Vamos a ver, vamos a parar dos minutos para concluir la Actividad número 3. ¿Algún voluntario quiere decir cuál es la conclusión de la Actividad número 3?</i></p> <p><i>A: Yo. Que la medida de dos de los lados tiene que ser mayor que la base.</i></p> <p><i>Ri: ¿Por qué?</i></p> <p><i>A: Porque así me sale el triángulo.</i></p> <p><i>Ri: Si la medida de dos lados no suma más que el tercero</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De contraste.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Varillas de mecano (sin uso durante el episodio).</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos continúan en grupos, con la misma configuración del episodio anterior. Únicamente cambia que se vuelven hacia el profesor para hacer una puesta en común.</p> <p>Hay cierto jaleo y falta de concentración.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedican unos cinco minutos a la puesta en común, aunque Ri había anticipado que serían dos minutos.</p>

<p><i>no se puede hacer un triángulo. Queda abierto, ¿vale? Pero no sólo que la base sino cualquiera, que la suma de dos lados tiene que ser mayor que el tercero. ¿De acuerdo?</i> (TvRi, 107-13).</p> <p>Mientras se expone en gran grupo la conclusión de la Actividad, Ri tiene que llamar la atención varias veces para que los alumnos dejen su trabajo y copien la conclusión a la que han llegado en gran grupo (ORi, 96-8).</p> <p>Después añade:</p> <p><i>Ri: El que no haya llegado que lo escriba en el cuaderno. Repito: la medida de dos lados tiene que ser mayor que el tercer lado para poder formar un triángulo. ¿De acuerdo?</i></p> <p><i>¿Alguna pregunta sobre esta Actividad?</i> (TvRi, 116-23).</p> <p>Evento final</p> <p>Ri da por concluida la puesta en común.</p>	<p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mantiene el orden y llama la atención de los que se comportan mal. - Sintetiza, es decir, formula la respuesta de la Actividad. - Pide a los alumnos que expliquen su respuesta. - Amplía la respuesta de los alumnos. - Marca el tiempo de la Actividad. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha a Ri y a los demás compañeros. - Se puede ofrecer voluntario para responder las cuestiones que Ri plantea. - Contesta cuando se le pregunta. - Justifica sus respuestas de forma muy concisa y breve. - Copia en su cuaderno lo que Ri dice, si no ha llegado por sí mismo a la conclusión prevista.
--	--

Tabla [Ri 2. 2]: Resultados del Episodio [Ri 2. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 2. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienza de nuevo el trabajo de los grupos.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Encontrar relaciones entre lados y ángulos de un triángulo. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Relación entre lados y ángulos de un triángulo. <p>Descripción</p> <p>Una vez finalizada la puesta en común, Ri comenta (ORi, 99):</p> <p><i>Ri: Haced ahora la Actividad 4</i> (TvRi, 124).</p> <p>En ella, continuando con las varillas, se trabajan algunas relaciones entre las medidas de los lados y los ángulos (DisRi, 612-27).</p> <p>Los alumnos inician dicha Actividad. Les cuesta trabajo entender qué se puede hacer con tres varillas de 9 agujeros (ORi, 100).</p> <p>Preguntan al profesor si tienen que decir que los ángulos del triángulo son agudos o que tiene dos lados iguales y uno desigual (ORi, 101)</p> <p>Algunos grupos siguen con la Actividad anterior (ORi, 102).</p> <p>Después de unos diez minutos de trabajo en grupo, Ri riñe, otra vez a</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De organización de información. - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De argumentación. - De síntesis. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Varillas de mecano. <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos siguen en grupos de 3 o 4 componentes, con la misma configuración de los episodios anteriores.</p> <p>Hay cierto jaleo y falta de concentración.</p>

<p>todos, invitando a los grupos a que sigan trabajando.</p> <p>La clase está terminando y Ri no tiene claro qué poner de tarea para casa.</p> <p>En principio tenía previsto mandar las Actividades de construcción con regla y compás que no se hubiesen terminado en clase. Pero no ha dado tiempo ni siquiera a empezar ninguna de estas Actividades.</p> <p>Por otro lado, según los conocimientos demostrados en la Evaluación Inicial, parecen Actividades elementales, aunque seguro que hay alumnos a los que les cuesta trabajo. Decide pedirles a todo el mundo, para corregirlas en grupo al siguiente día (ORi, 103-6):</p> <p><i>Ri.: Bueno, vamos a parar un momentito. Estas Actividades las que no las hayan terminado las termináis en casa y el próximo día las terminaremos de corregir y haremos las conclusiones de esas Actividades. Terminar la Actividad 4 y hacer las Actividades 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11 (TvRi, 128-9).</i></p> <p>También les recuerda la Actividad del mural ((ORi, 107).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre y termina la clase.</p>	<p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedican unos 15 minutos, hasta que toca el timbre.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aclara dudas sobre la tarea y, de tarde en tarde, sobre el contenido. - Mantiene el orden - Procura que los grupos trabajen. - Corrige a los alumnos. - Marca el ritmo de las Actividades. - Manda tareas para casa. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza la Actividad propuesta. - Utiliza las varillas de mecano. - Anota en la Tabla dada los datos que obtiene.
--	--

Tabla [Ri 2. 3]: Resultados del Episodio [Ri 2. 3]

4. 2. 1. 3 RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
3. 1	- Encontrar propiedades de los lados y ángulos de un triángulo	- Construcción de triángulos - Algunas relaciones entre sus lados y ángulos	- Continúa el trabajo con varillas de mecano. - Comparar con los compañeros y corregirlas.	10 m
3. 2	- Poner en común y extraer propiedades	- Propiedades de los lados y ángulos de un triángulo	- Puesta en común para comunicar conclusiones	5m
3. 3	- Terminar y corregir las Actividades de construcción de triángulos con regla y compás	- Construcción de triángulos con regla y compás	- Dibujo de triángulos con regla y compás - Comparar y corregir con los compañeros construcciones de triángulos.	15 m
3. 4	- Conocer el Teorema de Pitágoras	- Teorema de Pitágoras	- Visionado de un vídeo - Reconocimiento de conceptos	15 m

Tabla [Ri 3]: Episodios de la Tercera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 3. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la sesión. Ri entra y saluda diciendo: <i>buenos días a todos</i>.</p> <p>Objetivo - Encontrar propiedades de los lados y ángulos de un triángulo.</p> <p>Contenido - Construcción de triángulos con varillas, regla, compás y semicírculo graduado. - Algunas propiedades de los lados de un triángulo. Algunas relaciones entre lados y ángulos.</p> <p>Descripción Ri se coloca delante, de pie en el centro de la clase. Solo han llegado 18 alumnos. Dice que van a continuar con el trabajo del día anterior, que va a distribuir de nuevo las varillas y que tienen media hora para terminar el trabajo: corregir en los grupos las tareas hechas, aunque primero tienen que terminar la Actividad 4, pues necesitan las varillas (ORi, 109-11). Ri distribuye las varillas por los grupos. Va a la mesa y coge la hoja de observación de alumnos. Una alumna sale de la clase. Enseguida vuelve y se incorpora a su grupo. Un alumno está sentado solo: es de diversificación. Su profesor sigue de baja y se queda en la clase con todos (ORi, 112-13). Llaman a la puerta. Está cerrada con un pestillo. Un alumno llega tarde. Lo deja pasar. Antes le ha dicho algo bajito. Vuelve a echar el pestillo (ORi, 114-5). Ri pasa por los grupos, observando el trabajo, dirigiendo qué Actividades han de hacer en ese momento y cuáles no y aclarando dudas, generalmente mediante nuevas preguntas. Constata que muchos alumnos se ponen a hacer otras Actividades en vez de la 4. O bien, no les quedó claro que ésta era lo primero que tenían que hacer, o bien están más interesados en seguir con las que estaban haciendo. Lo van llamando diciendo: “<i>profesor</i>”. Esta palabra se repite mucho a lo largo de la clase, pero de forma no estridente. Una alumna lo llama por su nombre (ORi, 116-21). Ri: venga, la actividad número 4, corregidla. A: pero... Ri: el profesor no tiene que hablar de ella. Tenéis que hablar vosotros. ¿Habéis corregido ya la actividad 4? A: pero si no sabemos. Ri: lee el enunciado otra vez. A: es que no entiendo lo que dice. Ri: pues pregunta a los demás. A: ellos tampoco lo saben y usted no nos echa cuenta. Ri: tenéis que hacerlo entre vosotros. Si no te sale, me llamas otra vez. Varios alumnos presentan a Ri los documentos y recortes que han encontrado para el mural. Pedro le enseña un montón de fotos de matemáticos, María le enseña los</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De argumentación. - De síntesis.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Hoja de Actividades con varillas de mecano. (Ficha III). Una hoja y una ficha para construir triángulos. (Ficha IV). (Ambas entregadas en la sesión anterior). Varillas de mecano. Regla, compás y semicírculo graduado. Algunas escuadras y cartabones.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Se distribuyen en los mismos grupos de 3 o 4 alumnos de las sesiones anteriores. Los alumnos tardan en empezar a trabajar, pero luego</p>

<p>recortes de figuras geométricas...</p> <p>Después de unos minutos, Ri consigue que todos los grupos trabajen la Actividad 4, aunque observa que algunos alumnos se dedican a hacer las Actividades de construcción de triángulos con regla y compás, de la 5 a la 11, que tendrían que haber hecho en casa, o están hablando sobre el mural:</p> <p>Ri: <i>¿Qué pasa Pedro, Antonio?</i></p> <p>Antonio: <i>que estamos esperando a Andrés que no ha terminado.</i></p> <p>Ri: <i>Pero ¿estáis de acuerdo en todo?</i></p> <p>Antonio y Pedro: <i>en todo.</i></p> <p>Andrés: <i>esto yo no sé hacerlo.</i></p> <p>Ri: <i>Espérate, estamos en la Actividad 4. Y voy a repartir más Actividades. Actividad 4 (TaRi, 207-10).</i></p> <p>Juan: <i>¿No nos ha mandado un trabajo?</i></p> <p>Ri: <i>De Estadística.</i></p> <p>Juan: <i>No. ¿No nos ha mandado un trabajo para el viernes de la semana que viene?</i></p> <p>Ri: <i>¿Yo he mandado un trabajo de esto?</i></p> <p>Juan: <i>Lo de buscar información.</i></p> <p>Ri: <i>Un mural.</i></p> <p>Juan: <i>Bueno, pero yo puedo pegar algunas cosas ¿no?</i></p> <p>Ri: <i>Claro.</i></p> <p>Juan: <i>Yo puedo pegar esto ¿no?</i></p> <p>Ri: <i>Claro.</i></p> <p>Juan: <i>Es que yo he encontrado algunas cosas. He buscado Historia de las Matemáticas, profesor, y me ha salido esto, hasta la página 23.</i></p> <p>Ri: <i>Bueno, pero ahora tienes que seleccionar alguna información, la que tú veas más interesante. No vayas a pegar todo eso. Selecciónalo.</i></p> <p>Juan: <i>Yo he comprado una cartulina.</i></p> <p>Ri: <i>¿Sí?</i></p> <p>Juan: <i>Yo digo que si puede ser más grande y ahora lo grapo a la cartulina.</i></p> <p>Ri: <i>No, hombre. No puedes poner todo esto. Porque ¿todo lo que viene aquí lo entiendes? ¿Lo has leído?</i></p> <p>Juan: <i>Lo he leído, pero hay algunas cosas que no las entiendo porque no las he dado.</i></p> <p>Ri: <i>Por eso. Entonces tú lo que entiendas bien es lo que pones en el mural, lo que te haya llamado más la atención. ¿De acuerdo? (TaRi, 174-87)</i></p> <p>A continuación transcribimos unas cuantas intervenciones en otro grupo de alumnos:</p> <p>Andrés: <i>El lado opuesto al menor es éste.</i></p> <p>Antonio: <i>¿El opuesto? ¿Ese cual es? ¿El contrario?</i></p> <p>Andrés: <i>De éste es éste.</i></p> <p>Ri: <i>Claro, éste es el lado, Andrés. Venga, sigue (TaRi, 219-21).</i></p> <p>Muchos alumnos utilizan bien los instrumentos de dibujo.</p> <p>Ri tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo:</p>	<p>lo hacen relajadamente.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Los alumnos trabajan en grupos la Actividad 4 durante unos diez minutos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Organiza y controla el trabajo de los grupos. - Aclara dudas. - Hace preguntas relacionadas con el contenido - Responde cuestiones relacionadas con la organización de la tarea y otras sobre el contenido. - Ayuda a los alumnos, mediante preguntas dirigidas a alguno concreto a extraer las conclusiones que ha previsto del trabajo realizado. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> -Realiza las Actividades propuestas con muy poca autonomía.
--	---

<p>Ri: <i>Actividad 4, ahora. Que vais retrasados.</i></p> <p><i>En el mural pones lo que entiendas y a ti te llame más la atención.</i></p> <p>Ri: <i>Pero sobre los triángulos, no sobre cualquier otra cosa. ¿Vale?</i> (TaRi, 201-3).</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo:</p> <p>Ri: <i>Y en el punto de intersección ¿cuánto da? Pincho aquí en la de abajo y ¿cuánto da?</i></p> <p>A: <i>85º.</i></p> <p>Ri: <i>34º y 85º. Entonces ¿cuál es más grande?</i></p> <p>A: <i>Éste.</i></p> <p>Ri: <i>¿Y éste?</i></p> <p>A: <i>Es más chico.</i></p> <p>A₂: <i>Aquí dice: "Escribe tu conclusión de todo lo anterior"</i></p> <p>Ri: <i>Pues hazlo</i> (TaRi, 239-42).</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p>A: <i>Esto yo no lo entiendo.</i></p> <p>Ri: <i>¿Qué....?</i></p> <p>A: <i>Si todo esto ya lo hemos escrito aquí. Que cuanto mayor es el ángulo del triángulo...</i></p> <p>Ri: <i>¿Qué ángulo?</i></p> <p>A: <i>El opuesto.</i></p> <p>Ri: <i>Pues esa es la conclusión.</i></p> <p>A: <i>Entonces hay que escribirlo.</i></p> <p>Ri: <i>Eso es.</i></p> <p>A: <i>¿Y ya está?</i></p> <p>Ri: <i>Ya está. Es que esto era para el triángulo de antes, los de 90º y esto es ya para todos los triángulos.</i></p> <p>A: <i>Pero es lo mismo.</i></p> <p>Ri: <i>Es lo mismo</i> (TaRi, 242-8).</p> <p>Solamente dos grupos llegan a las conclusiones que Ri pretende, antes de que él corte el trabajo que están realizando para que las expongan en voz alta al resto de la clase.</p> <p>Evento final</p> <p>Ri para el trabajo de los grupos.</p>	<p>- Pregunta dudas.</p> <p>- Ayuda a sus compañeros.</p>
--	---

Tabla [Ri 3. 1]: Resultados del Episodio [Ri 3. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 3. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Ri comienza la puesta en común de las conclusiones derivadas de la Actividad 4.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De contraste.</p>

<p>Objetivo</p> <p>- Poner en común y resumir las propiedades encontradas.</p> <p>Contenido</p> <p>- Propiedades de los lados y ángulos de un triángulo.</p> <p>Descripción</p> <p>Ri comienza la puesta en común del trabajo realizado por los grupos:</p> <p><i>Ri: Bueno, vamos a parar un momentito para sacar la conclusión de la Actividad 4 y ver qué grupos habéis llegado a ella. Entonces, parad un momentito, por favor y escuchadme. Paramos, Juan, paramos Marta, Javier, Pablo...</i></p> <p><i>Ri: Marta ¿cuál es la conclusión de la Actividad número 4?</i></p> <p><i>Marta: Cuanto más miden los lados...</i></p> <p><i>Ri: Cuanto más miden los lados, más amplios son los ángulos opuestos. ¿Alguien no entiende esta conclusión? ¿Alguien no lo entiende? El que no haya llegado a ella, que la copie y pasamos a las Actividades de regla y compás. Por ejemplo Juan, en este triángulo, ¿cuál es el mayor ángulo? Escuchad un momentito. Juan, en este triángulo ¿cuál es el mayor ángulo?</i></p> <p><i>Juan: El A.</i></p> <p><i>Ri: El A. Como A es el mayor ángulo ¿qué le pasa al lado opuesto?</i></p> <p><i>Juan: Que es el más grande.</i></p> <p><i>Ri: Que es el más grande. ¿Cuál es el lado más pequeño?</i></p> <p><i>Juan: El b.</i></p> <p><i>Ri: Como b es el lado más pequeño ¿qué ocurre?</i></p> <p><i>Juan: Que el ángulo B es el más pequeño.</i></p> <p><i>Ri: ¿De acuerdo?</i></p> <p>Evento final</p> <p>Termina la puesta en común del trabajo desarrollado y la conclusión que se obtiene de la Actividad 4.</p>	<p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Hoja de Actividades de la Ficha III.</p> <p>- Varillas de mecano.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Están distribuidos en los mismos grupos, de 3 o 4 estudiantes, del episodio anterior.</p> <p>El ambiente es de trabajo y de intercambio de opiniones entre los alumnos y con el profesor.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Cinco minutos para la puesta en común.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>- Hace y recibe preguntas.</p> <p>- Elabora las respuestas y las expone oralmente a los alumnos.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Escucha las preguntas de Ri y las respuestas de sus compañeros.</p> <p>- Contesta a las preguntas que le dirige el profesor.</p> <p>- Pregunta dudas.</p>
---	--

Tabla [Ri 3. 2]: Resultados del Episodio [Ri 3. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 3. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Ri da por terminada la puesta en común de la Actividad 4 y pide a los estudiantes que</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p>

<p>vuelvan a trabajar en grupos.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Terminar y corregir las Actividades de construcción de triángulos con regla y compás.</p> <p>Contenido</p> <p>- Construcción de triángulos con regla y compás.</p> <p>Descripción</p> <p>Ri pide a los estudiantes que revisen las Actividades de Construcción de triángulos con semicírculo graduado, regla y compás. En la sesión anterior Ri les había pedido que las hiciesen como tarea para casa. En ese caso, se trataría de corregirlas en los grupos. Si no las han hecho o no las han terminado, tendrán que hacerlo ahora:</p> <p><i>Ri: Venga, pasamos a las Actividades con regla y compás (TaRi, 267-81).</i></p> <p>Vuelve a pasear por los grupos, atendiendo sus preguntas.</p> <p><i>Pablo: ¿Cómo se puede hacer esto?</i></p> <p><i>Ri: ¿Alguien lo sabe?</i></p> <p><i>Marta: Con el compás (TaRi, 267-10).</i></p> <p>Mientras los alumnos están realizando las correcciones de estas Actividades en sus grupos, Ri se dedica a preguntar cómo las han hecho a algunos alumnos. Lleva una Hoja donde están recogidos los Criterios de Evaluación que estableció en su Diseño (DisRi, Ficha XI). Ri está tratando de comprobar si estos estudiantes superan en concreto, el C2, que requiere que el alumno sepa construir triángulos con regla, compás y transportador de ángulos:</p> <p><i>Ri: A ver, por ejemplo, Actividad 7, Apartado a) ¿Cómo lo has hecho?</i></p> <p><i>Ángeles: ¿Yo?</i></p> <p><i>Ri: Sí. Vamos a escuchar, Ángeles, Actividad 7, Pablo, escucha.</i></p> <p><i>Ángeles: He cogido las medidas y el que mide más lo he puesto abajo... Ya después, lo he buscado...</i></p> <p><i>Ri: ¿Y cómo lo has buscado?</i></p> <p><i>Ángeles: Con la regla.</i></p> <p><i>Ri: ¿Te sale exacto? Este mide 4cm. Éste está hecho a ojo ¿no? Esto no está tan perfecto ¿eh? ¿Cómo se puede hacer esto? ¿Alguien lo sabe?</i></p> <p><i>Marta: Con el compás. A ver, explícaselo a Manuel.</i></p> <p><i>Manuel: Si yo lo sé, ¡con el compás! Haces así y donde se corten...</i></p> <p><i>Ri: Pues vale, y ahora con el compás. Tienes que buscarte un compás ¿eh, Manuel? (TaRi, 301-10).</i></p> <p>De vez en cuando los alumnos le preguntan sobre las temáticas del mural:</p> <p><i>A: Lo de Pitágoras, es que lo ha buscado Ester, ha encontrado un montón de nombres.</i></p> <p><i>Ri: ¿Qué nombres? Lo que entendáis lo ponéis, ¿vale? (TaRi, 291-2).</i></p> <p>Se oye el murmullo de la clase y un alumno cantando.</p> <p>Al cabo de un cuarto de hora, Ri interrumpe el trabajo de los grupos, diciendo:</p> <p><i>Ri: Bueno, vamos a parar un momentito. Estas Actividades los que no las hayáis terminado todavía, las termináis en casa y el próximo día las terminaremos de</i></p>	<p>- De simple aplicación directa.</p> <p>- De contraste (Corrección).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Hoja de Actividades de la Ficha IV.</p> <p>- Regla, compás, semicírculo graduado.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Están distribuidos en los mismos grupos del episodio anterior.</p> <p>El ambiente es de trabajo y de intercambio de opiniones entre los alumnos y con el profesor.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedican un cuarto de hora a corregir las Actividades de construcción de triángulos con regla y compás.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>- Aclara dudas en los grupos.</p> <p>- Hace y recibe preguntas.</p> <p>- Pasa las preguntas de un alumno a otro.</p> <p>- Controla el trabajo</p>
--	--

<p><i>corregir y sacaremos las conclusiones de ellas</i> (TaRi, 341-4).</p> <p>Ri tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>Ri: ¿Por qué no lo habéis hecho en casa? ¿Por qué no lo habéis visto con ellos, a ver si estáis de acuerdo o no?</i> <i>A: Sí, lo están haciendo, lo están corrigiendo.</i> <i>Ri: Pero ayudadles a hacerlo</i> (TaRi, 299-301). ➤ Intervenciones relacionadas con el ‘control’ del trabajo y con el contenido de la tarea: <ul style="list-style-type: none"> <i>Ri: ¿Cuánto mide este ángulo?</i> <i>A: Éste 50º, éste ¿qué lado es?</i> <i>Ri: Míralo ahí. Espérate, que a lo mejor Marta sabe hacerlo. ¿Habéis hecho las Actividades en casa?</i> <i>A: No.</i> <i>Ri: Para variar.</i> <i>A2: Yo sí. Mira, esto tiene que estar mal ¿A que sí? Porque...</i> <i>Ri: ¿Quién me sabe explicar la actividad 9 a)?</i> (TaRi, 310-5). <p>Ri decide no dedicar más tiempo a estas Actividades y pasar a las relacionadas con el visionado de un vídeo.</p> <p>Evento final</p> <p>Ri corta el trabajo de los grupos.</p>	<p>de los alumnos y el tiempo.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Observa si cumplen los Criterios de evaluación previamente establecidos. - Rellena una Hoja de observación. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contesta a las preguntas del profesor. - Realiza las Actividades que el profesor propone, sin apenas autonomía. - Utiliza los recursos didácticos previstos. - Pregunta dudas. - Ayuda a otros alumnos de su grupo.
--	---

Tabla [Ri 3. 3]: Resultados del Episodio [Ri 3. 3]

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 3. 4]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Un alumno trae el vídeo y Ri comienza a explicar en qué va a consistir esta actividad.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Conocer el Teorema de Pitágoras. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Teorema de Pitágoras. <p>Descripción</p> <p>Ri le pide a un alumno que vaya por el vídeo y éste sale de la clase. Al cabo de unos minutos, aparece en la clase el alumno arrastrando una mesa con un televisor. Ri lo coloca delante de la clase y lo enchufa. Los alumnos, que siguen distribuidos en pequeños grupos, se colocan donde les parece con total libertad para ver el vídeo.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De presentación de información. - De búsqueda de respuestas. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Vídeo didáctico: <i>Triángulos y círculos.</i> - Hoja de trabajo sobre

<p>No se dan mucha prisa, ni se les ve con mucha curiosidad (ORi, 136-45).</p> <p>Ri comenta a los alumnos que van a pasar al estudio del Teorema de Pitágoras:</p> <p><i>Ri: Ahora vamos a pasar a un siguiente punto. Vamos a pasar al Teorema de Pitágoras. El Teorema de Pitágoras es para el triángulo rectángulo. Francisco ¿qué es un triángulo rectángulo?</i></p> <p><i>Francisco: Es...</i></p> <p><i>Ri: A ver, Rocío.</i></p> <p><i>Rocío: Es un triángulo que uno de sus ángulos tiene 90º.</i></p> <p><i>Ri: Que uno de sus ángulos tiene 90º ¿es o no es? ¿De acuerdo? Para explicar el Teorema de Pitágoras vamos a ver un vídeo y además os voy a dar una ficha que tiene relación con lo que aparece en el vídeo. Por eso, lo pararemos de vez en cuando... Lo que tenéis que hacer es situaros en la clase de manera que el vídeo lo veáis bien. Estas Actividades no se hacen en el cuaderno, se hacen en el folio que os voy a repartir. Nos callamos (TaRi, 316-9).</i></p> <p>Pasa por los grupos repartiendo una Hoja y diciendo:</p> <p><i>Ri: Las Actividades se hacen en el folio.</i></p> <p><i>A: Pero ¿en los cuadernos?</i></p> <p><i>Ri: No se hacen en el cuaderno, en el folio, insisto.</i></p> <p><i>A₁: Pero ¿esto no se parece a lo de plástica? Mira, lo recortas y lo pegas en el folio...</i></p> <p><i>A₁: Profesor, ¿esto lo tenemos que hacer mientras que estamos viendo el vídeo?</i></p> <p><i>Ri: Vemos el vídeo, pararemos... ¿Nos callamos? (TaRi, 320-2).</i></p> <p>Bajan las persianas y apagan la luz:</p> <p><i>A₁: ¡Ay, qué sueño!</i></p> <p><i>A₂: ¡No cierres los ojos!</i></p> <p><i>A₃: ¡Échate para allá! (TaRi, 323-4).</i></p> <p>Se visiona el trozo elegido, perfectamente localizado previamente, que dura un minuto o dos. Lo para y deja como imagen fija un triángulo rectángulo con los cuadrados correspondientes construidos sobre los tres lados.</p> <p>Ri comenta:</p> <p><i>Ahora vamos a hacer la Actividad primera ¿de acuerdo? Las Actividades se hacen en el folio, no en el cuaderno. Leedla bien antes de hacerla. (TaRi, 325-6).</i></p> <p>Vuelve a atender el trabajo de los grupos. Está comprobando si lo están haciendo bien, observando que hay muchos alumnos que no leen el enunciado y hacen la tarea siguiendo los pasos de sus compañeros (ORi,146-7):</p> <p><i>Ri: Hay que leer la Actividad antes de hacerla. ¿Has leído la Actividad, Rocío? ¿Habéis leído esto? ¿Qué pone?</i></p> <p><i>A: La pregunta ésta también ¿no?</i></p> <p><i>Ri: ¿Cuál es el ángulo recto? (TaRi, 359-61).</i></p> <p>Mira el reloj para calcular el tiempo que le queda de clase. Ri vuelve a parar el trabajo y ven un poco más el vídeo para que los alumnos puedan hacer en casa la siguiente Actividad (ORi, 148-9):</p> <p><i>Vamos a terminar la clase viendo la última parte del vídeo para que, los que van</i></p>	<p>el Teorema de Pitágoras (Ficha V).</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos, que estaban distribuidos en pequeños grupos de 3 o 4 componentes, como en los episodios anteriores, cambian de sitio o se vuelven para visionar la grabación. Después de unas bromas, el silencio es total. Están atentos al vídeo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>En total emplea en estas Actividades algo más de un cuarto de hora, aunque en el visionado propiamente dicho, apenas tarda tres minutos entre las dos partes en que lo ha presentado.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte una nueva Hoja de trabajo. - Pone en marcha y para el vídeo. Previamente ha seleccionado los trozos que se van a visionar. - Controla el tiempo. - Anuncia los momentos de hacer las Actividades o de parar.
--	--

<p>más adelantados, puedan hacer la Actividad 13 en su casa. Es un minuto. Nos llamamos otra vez y escuchamos (ORi, 150-2).</p> <p>Proceden al visionado de la segunda parte elegida.</p> <p>Ri para de nuevo y termina la clase habiendo visto el trozo elegido. La imagen que queda fija es un triángulo acutángulo isósceles con los lados desiguales muy diferentes. Ri le pide al mismo alumno que lo trajo que lleve el vídeo a su sitio (ORi, 153-5).</p> <p>Ri recoge algunos cuadernos para evaluarlos (ORi, 156).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre y termina la sesión habiendo visionado el trozo de vídeo elegido.</p>	<p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se recoloca en el aula para ver mejor. - Visiona el vídeo. - Está en silencio durante el visionado. - Hace las Actividades propuestas.
--	---

Tabla [Ri 3. 4]: Resultados del Episodio [Ri 3. 4]

4. 2. 1. 4 RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
4. 1	- Repasar contenidos anteriores	- Repaso de los contenidos ya desarrollados	- Síntesis del profesor, intercalando preguntas a los alumnos	10 m
4. 2	- Estudiar la relación entre los cuadrados construidos sobre los lados de triángulos rectángulos y cualesquiera	- Demostración gráfica del Teorema de Pitágoras - Relación entre los cuadrados construidos sobre los lados de triángulos cualesquiera	- Visionado del vídeo - Explicación del contenido del vídeo - Trabajo en grupo	40 m

Tabla [Ri 4. 1]: Episodios de la Cuarta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 4. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Toca el timbre. Comienzo de la sesión.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Repasar y clarificar dudas sobre los contenidos trabajados hasta el momento. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Repaso de los contenidos ya desarrollados. <p>Descripción</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De organización de la información. <p>2. 2 Tipos de Recursos</p>

<p>Ri entra y saluda:</p> <p><i>Ri: Buenos días.</i></p> <p>Se sienta y pasa lista. Han llegado 9 alumnos. Cuando pasa un par de minutos, hay 15 en total. Ri sigue sentado. Los alumnos que van entrando tarde se acercan a su mesa a darle explicaciones. Habla bajo con ellos y a continuación se sientan en sus grupos (ORi, 185-8).</p> <p>El profesor de diversificación sigue de baja. Por lo tanto, los alumnos de diversificación están en clase y siguen aislados, sin participar en ninguna de las Actividades que se proponen (ORi, 189-91).</p> <p>Ri se pone de pie al lado de la pizarra, mirando a la clase (ORi, 192). Dice:</p> <p><i>Ri: Bueno, vamos a hacer un pequeño repaso de lo que llevamos hecho hasta ahora del tema 6. Os voy a dejar la Semana Santa para terminar un poco con la experiencia que estamos llevando y el jueves vamos a hacer una pequeña prueba final de todo lo que llevamos hecho ¿de acuerdo?</i> (TvRi, 165-8).</p> <p>Los alumnos se quejan de que él había dicho que no habría examen y preguntan si será oral. Él responde solo a lo último (ORi, 195-6):</p> <p><i>Ri: Oral, no. Escrito. Vamos a repasar... Por ejemplo, Pedro, de lo que hicimos con las varillas sacamos una conclusión sobre los lados de los triángulos. [Pedro no contesta] ¿Álvaro? Vamos a escuchar, ¿eh, Manuel?</i></p> <p><i>Álvaro: Que la suma de dos lados tiene que ser mayor que el tercero.</i></p> <p><i>Ri: Que la suma de dos lados tiene que ser mayor que el tercero. ¿De acuerdo? Esta era la conclusión de la primera ficha que hicimos. Juan, después hicimos una Actividad que relacionaba los ángulos con los lados de un triángulo. ¿Qué relación había?</i></p> <p><i>Juan: ¿Qué cómo pueden ser?</i></p> <p><i>Ri: Que qué relación había. ¿Alguien sabe qué relación hay entre los ángulos y los lados?</i></p> <p><i>Pablo.</i></p> <p><i>Pablo: Que cuanto más grandes son los lados más grandes son los ángulos opuestos.</i></p> <p><i>Ri: Cuanto más grandes son los lados más grandes son los ángulos opuestos y cuanto más chicos son los ángulos más chicos son los lados opuestos. ¿De acuerdo? Y después estuvimos haciendo Actividades con regla y compás</i> (TvRi, 169-80).</p> <p>Al estar situados en grupos los alumnos están más pendiente de terminar las tareas que no han hecho en casa que de escuchar el repaso. Además, parece que los alumnos no se han enterado de lo tratado hasta ahora salvo las excepciones de siempre y alguno más (ORi, 207-8):</p> <p><i>Ri: Ángel, ¿nos podemos callar y atender?</i></p> <p>Otro alumno pide que repita. Ri dice:</p> <p><i>Ri: Eso ya lo hemos dicho en clase y está en tu cuaderno. Ahora vamos a repasar la clasificación de los triángulos. Rocío, ¿cómo pueden ser los triángulos según sus lados?</i></p> <p><i>Rocío: Según sus lados, rectángulo, escaleno e isósceles.</i></p> <p><i>Ri: Rectángulo, escaleno e isósceles. ¿Qué es un triángulo rectángulo, Rocío?</i></p> <p><i>Rocío: El que tiene un ángulo recto.</i></p> <p><i>Ri: Un ángulo recto. Entonces esa clasificación es según sus ángulos y no según sus lados. Equilátero, isósceles y escaleno. ¿Qué es un triángulo equilátero, Rocío?</i></p>	<p>Didácticos</p> <p>El cuaderno y las anotaciones realizadas sobre el tema en las sesiones anteriores.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Muchos alumnos llegan tarde. Hacen mucho ruido con las mesas y sillas al reordenarse en los grupos, de 3 o 4 componentes, de la semana anterior. Los dos alumnos de diversificación están aislados.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Emplea unos diez minutos en la presentación de estas conclusiones.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Repasa y sintetiza los contenidos desarrollados. - Hace preguntas a alumnos concretos. - Repite las
--	---

<p>Rocío: El que tiene los tres lados iguales. Ri.: ¿Y escaleno? Rocío: El que tiene los lados desiguales. Ri: ¿Isósceles? Rocío: El que tiene dos lados iguales y uno desigual. R: Sonia, según sus ángulos ¿cómo clasificas los triángulos? Sonia: Acutángulo, que tiene menos de 90º; rectángulo, que tiene un ángulo de 90º y obtusángulo, que tiene uno de más de 90º. Ri: ¿Estáis de acuerdo con esto? ¿Puedes repetir la definición de acutángulo, Sonia? Sonia: Acutángulo, un triángulo que tiene un ángulo de menos de 90º. Ri: ¿Estáis de acuerdo con esto? Eva: No. Que tiene dos. Ri: Que tiene dos ángulos de menos de 90º. Acutángulo es el que sus tres ángulos miden menos de 90º ¿de acuerdo? Los tres. Esta clasificación viene en el libro, en el tema 6. ¿De acuerdo? (TvRi, 181-99). Ri: Bueno, ahora vamos a seguir con el Teorema de Pitágoras. Álvaro, ¿qué dice el Teorema de Pitágoras? El alumno lee lo que tiene escrito. Ri: No me he enterado con el ruido que hay. Álvaro vuelve a responder: Que en un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los catetos al cuadrado (TvRi, 200-1). Evento final Termina el repaso de lo dado hasta ahora y decide reanudar el trabajo de la sesión anterior (ORi, 209).</p>	<p>respuestas recibidas, completando lo que falta o corrigiendo. - Controla el comportamiento de los alumnos. - Anuncia que habrá un examen escrito.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Responde a las preguntas Ri. - Escucha sus explicaciones. - Se queja de que haya examen.
--	---

Tabla [Ri 4. 1]: Resultados del Episodio [Ri 4. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 4. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Empieza el visionado del vídeo continuando donde se dejó en la sesión anterior.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Estudiar la relación entre los cuadrados construidos sobre los lados de triángulos rectángulos y cualesquiera. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Demostración gráfica del Teorema de Pitágoras primero para triángulos rectángulos isósceles. Después para todo tipo de triángulos rectángulos. - Relación entre los cuadrados construidos sobre los lados de triángulos cualesquiera. <p>Descripción</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De presentación de información. - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De comprobación.

<p>El mismo alumno del otro día trae el televisor en su carrito (ORi, 210).</p> <p><i>Ri: Entonces, seguid haciendo la Actividad 12, en la que había que dibujar un triángulo rectángulo y comparar los cuadrados que estaban en rojo con los cuadrados que estaban en azul.</i></p> <p><i>Ahora seguiremos haciendo esa Actividad, después veremos el vídeo, pararemos y haremos la Actividad 13. ¿De acuerdo? Así que ahora mismo lo que vamos a hacer es seguir con el vídeo del Teorema de Pitágoras.</i></p> <p><i>Si alguien no ve bien, que se cambie de sitio, pero luego para hacer las Actividades que vuelva con su grupo. ¿De acuerdo?</i> (TvRi, 203-8).</p> <p>Pone el vídeo desde el principio para repasar. Continúa con la demostración gráfica del Teorema de Pitágoras (ORi, 211-2):</p> <p><i>Ri: Voy a empezar el vídeo desde el principio, para recordar lo que ya habíamos visto la semana pasada</i> (TvRi, 209-10).</p> <p>Una vez visionadas las dos partes de la última sesión, vuelve a cortar en el mismo lugar del otro día. Va a la pizarra y explica, muy deprisa, lo que se muestra en el vídeo (ORi, 213-4):</p> <p><i>Ri: Voy a explicar un poco lo que hemos visto, en general. Lo que ha hecho es comparar el área de estos dos cuadrados con el área de éste. Lo que hace es dividir esto por la mitad y según el ángulo sea mayor o menor de 90º ocurre una u otra cosa, ¿vale? Bueno, paramos y hacemos la Actividad número 13</i> (TvRi, 211-3).</p> <p>A continuación, invita a los estudiantes a continuar el trabajo, mientras él va parando el vídeo según las Actividades que estén haciendo los alumnos. Mientras las hacen, deja el vídeo en pausa, para que se puedan apoyar en la imagen parada (ORi, 215-7):</p> <p><i>Ri: Hacemos ahora la Actividad número 13, todos en grupo</i> (TaRi, 368).</p> <p>A: El cuadrado ése ¿hay que copiarlo?</p> <p>Ri: Hay que completarlo.</p> <p>A: Pero eso...</p> <p>Ri: Lo completas en tu casa.</p> <p>A: Yo es que no lo sé y por eso no lo he hecho.</p> <p>Ri: pues pregunta a tus compañeros.</p> <p>A: no tienen ni idea y usted no nos explica...</p> <p>Empieza a moverse por los grupos. La mayoría de los alumnos ha traído los instrumentos de dibujo necesarios y tijeras. Un alumno le dice que no tiene la Hoja de Actividades correspondiente y se va a la mesa por una copia para él. Vuelve a atender a un grupo. Continúa esta tarea un buen rato (ORi, 218-20).</p> <p><i>A: ¿Éste no es mayor que éste?</i></p> <p><i>Ri: Lo tenéis que cortar ¿no?</i></p> <p><i>A: Ah, que lo tenemos que cortar.</i></p> <p><i>Ri: La Actividad 13 y ahora la 14 ¿vale? Habéis puesto aquí los ángulos... Lee lo que pone en la Actividad 14.</i></p> <p><i>A₁: Recorta los cuadrados de lados iguales. Comprueba si es mayor que...</i></p> <p><i>A₂: Que lo corto por la mitad y...</i></p> <p><i>Ri: Exactamente</i> (TaRi, 369-74).</p>	<p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Partes del vídeo <i>Triángulos y círculos</i>, seleccionadas por Ri.</p> <p>- La misma Hoja de Actividades que entregó en la sesión anterior. (Anexo V)</p> <p>- Regla, compás, tijeras y semicírculo graduado.</p> <p>- Algunas escuadras y cartabones.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Durante el visionado, Ri se queda detrás. Los alumnos que estaban de espaldas, vuelven el cuerpo, no cambian las mesas ni las sillas.</p> <p>Durante el visionado hay silencio absoluto. Mientras hacen</p>
--	---

<p>Se preocupan mucho por tener que cortar el folio y porque algunos de los cuadrados se tienen que dibujar encima de los párrafos siguientes. La mayor parte de los alumnos están concentrados en el trabajo. Algunos, no. Uno silba, otros se estiran, pero hay poco nivel de ruido (ORi, 221-3).</p> <p>Utilizan el semicírculo con soltura y dibujan con cierto cuidado.</p> <p>Mientras tanto, Ri evalúa a algunos alumnos, haciendo anotaciones en la Hoja de Observación que contiene los criterios de Evaluación. Esta tarea le exige mucho esfuerzo y concentración (ORi, 224-5).</p> <p>Al ir pasando por los grupos Ri observa que algunos no han hecho las Actividades. Siguen sin leer los enunciados y tiene que repetirles varias veces que los lean. Ellos se enfadan porque creen que no los escucha. Ri atiende con amabilidad y cuidado. Pero ni una sola vez se dirige a los dos alumnos de diversificación (ORi, 226-8).</p> <p>A: Profesor, ¿cómo se hacen los cuadrados?</p> <p>Ri: Así.</p> <p>A: Pues yo lo estoy haciendo con la regla, ahí, al tun tun.</p> <p>Ri: Coge el transportador. Escuchadme, ¿Cuánto mide el ángulo del cuadrado?</p> <p>A: 90º.</p> <p>Ri: 90º. Entonces pones aquí 90º y ahora, tiene que tener la misma longitud y con el compás coges esto y lo cortas por ahí. Álvaro, escucha, por favor. Ester. Lo cogemos aquí, ponemos 90º ¿vale? Y trazamos una línea. Y ahora, ¿cómo llevamos esta medida de aquí a allí? Pues con el compás, cogemos esta medida y la llevamos allí. ¿Vale? Con el compás es más exacto.</p> <p>Ri: ¿Y tu material, Manuel? (TaRi, 399-407).</p> <p>Va al vídeo y lo enciende de nuevo. Deja fija la pantalla en una imagen del Teorema de Pitágoras. Sigue atendiendo dudas.</p> <p>Ri: Rosa y Juan, ¿está bien o no está bien?</p> <p>Rosa: Lo recortamos ¿no?</p> <p>Ri: Haced uno cada uno y comparad lo que ocurre ¿vale? En la Actividad 14. Un triángulo cada uno, ¿vale, Rosa? (TaRi, 425-7).</p> <p>A: Profesor ¿puede venir? Cada uno recorta el suyo ¿no?</p> <p>Ri: Manuel, no te quiero ver hablando con ese grupo.</p> <p>Manuel: A mí me han quitado mi regla (TaRi, 435-6).</p> <p>A: Profesor, no tengo tijeras.</p> <p>Ri: Hacerlo sin tijeras.</p> <p>A: ¿Y cómo?</p> <p>A: ¿Esto lo pegamos?</p> <p>Ri: No hace falta pegarlo, comparadlo con los otros.</p> <p>A₁: Profesor, éste no me sale a mí. Éste, profesor, se sale.</p> <p>A₂: Y éste sobra (TaRi, 439-43).</p> <p>Ri se coloca en el centro de la clase y se dirige a todos:</p> <p>Ri: Vamos a ver. Vamos a seguir un momentito con el vídeo para poder hacer las Actividades 16 y 17. ¡Todos vemos el vídeo!</p> <p>Continúan con el visionado de otro trozo del vídeo. Como las demostraciones son visuales,</p>	<p>las Actividades el nivel de ruido es bajo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Utiliza unos 40 minutos, intercalando el vídeo con la realización de las Actividades.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Controla los trozos de vídeo que se ven sucesivamente. - Controla el tiempo que se dedica a cada Actividad. - Controla el comportamiento de los alumnos y que no hablen entre si los distintos grupos. - Responde a las preguntas con nuevas preguntas, breves y cerradas. - Repite las respuestas. - Pregunta, a veces, si está de acuerdo el resto del grupo.
---	--

<p>con pocos comentarios, Ri añade los suyos propios:</p> <p><i>Ri: Vamos a hacer la Actividad número 17 (TvRi, 220-2).</i></p> <p>Vuelve al trabajo de los grupos, atendiendo preguntas (ORi, 237):</p> <p><i>A: Profesor, el ángulo que está variando ¿cuál es?</i></p> <p><i>Ri: Si el ángulo se hace más grande ¿qué le pasa al lado opuesto?</i></p> <p><i>A: Que se hace más grande.</i></p> <p>Va hacia delante y dice:</p> <p><i>Ri: Vamos a ver, escuchad un momentito.</i></p> <p>Explica las conclusiones que se obtienen de la Actividad 17:</p> <p><i>Ri: Cuanto mayor es el ángulo, mayor es el lado opuesto (TvRi, 230).</i></p> <p>Y continúa:</p> <p><i>Ri: Entonces, ahora vamos a seguir con el vídeo y luego hacemos la Actividad 18 (TvRi, 231).</i></p> <p>Visionan otro trozo del vídeo. Como Ri tenía previsto acabar hoy con el vídeo para dedicar la próxima sesión a las aplicaciones, corta el trabajo de los alumnos para poner la última parte del vídeo y terminar con la fórmula del teorema de Pitágoras. Repite el visionado del último trozo que se vio y añade una demostración visual del Teorema de Pitágoras (ORi, 239-41). Al terminar, dice:</p> <p><i>Ri: Vamos a hacer en un momentito las Actividades 18 y 19 (TvRi, 232).</i></p> <p>Vuelve a explicar a un grupo lo del vídeo:</p> <p><i>Ri: ¿Cómo se demuestra? ¿No sabes por qué? ¿Cómo lo demuestra en el vídeo?</i></p> <p><i>A: Poniendo muchos ejemplos.</i></p> <p><i>Ri: Eso es.</i></p> <p><i>A: Entonces ¿cómo se demuestra?</i></p> <p><i>Ri: ¿Cómo lo ha demostrado? Dividiendo el cuadrado del cateto en cuatro partes y...</i></p> <p><i>A: Yo ya lo he puesto.</i></p> <p><i>Ri: Hay que dibujarlo.</i></p> <p>Toca el timbre y dice:</p> <p><i>Ri: Vamos a ver, para el próximo día termináis estas Actividades en vuestras casas y hacéis las Actividades 20 y 21.</i></p> <p>Ri tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>A: ¿Número cuál?</i></p> <p><i>Ri: La 17.</i></p> <p><i>A: ¿Y la 15?</i></p> <p><i>Rafael: ¿Y la 14 y la 15?</i></p> <p><i>Ri: Vamos a ver, Rafael, yo creo que está claro que tenemos que hacer la 17 ¿no? (ORi, 234-6).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <p><i>Ri: Actividad 15. Los tres triángulos que habéis hecho, ¿cómo son? Alberto y Eva, vamos a escuchar.</i></p> <p><i>Alberto: Tienen dos lados iguales.</i></p> <p><i>Ri: Eso según sus lados ¿y según sus ángulos, Alberto?</i></p> 	<p>- Controla el uso de los instrumentos de dibujo.</p> <p>- Corrige cuadernos.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Visiona el vídeo.</p> <p>- Hace las Actividades que se le encomiendan en cada momento, con muy poca creatividad y autonomía.</p> <p>- Pregunta dudas a sus compañeros o al profesor.</p> <p>- Ayuda a sus compañeros de grupo.</p> <p>- Recorta figuras.</p> <p>- Dibuja, usando los instrumentos de dibujo.</p>
--	---

<p><i>Alberto: Acutángulo.</i></p> <p><i>Ri: Y ¿éste?</i></p> <p><i>Alberto: Obtusángulo (TaRi, 443-6).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos:</p> <p><i>Juan, la última vez que te llamo la atención.</i></p> <p><i>Juan: ¿Yo he hecho algo?</i></p> <p><i>Ri: Ven conmigo, ponte ahí.</i></p> <p><i>Ri: Vamos a ver. ¡No quiero ver a nadie hablando con otra persona que no sea de su grupo! ¡Es la última vez que lo digo! (TaRi, 216-8).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>Ri: Dejando fija la hipotenusa, el cuadrado construido sobre ella tiene área constante. Hay que demostrar que la suma de los otros dos es, por lo tanto, constante (ORi, 241-3).</i></p> <p><i>La respuesta de la Actividad 17 es que a medida que va variando el ángulo, el cateto opuesto se hace más grande y el otro cateto se hace más pequeño. Como este cateto aumenta y éste otro disminuye, la suma de los dos es siempre constante. Ahora hay que demostrar que es igual a esto, que es el siguiente paso (TvRi, 223-8).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Ri termina la sesión poniendo la tarea, entregando sus cuadernos a unos cuantos alumnos y recogiendo cuatro cuadernos para evaluarlos (ORi, 243-4).</p>	
---	--

Tabla [Ri 4. 2]: Resultados del Episodio [Ri 4. 2]

4. 2. 1. 5 RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: APLICACIONES DEL TEOREMA DE PITÁGORAS Y DE OTROS CONTENIDOS ANTERIORES

EPISODIO	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
5. 1	- Aplicar el Teorema de Pitágoras	- Aplicación del Teorema de Pitágoras a una Actividad concreta	- Actividad 20 en gran grupo, en diálogo interactivo profesor-un alumno voluntario	15 m
5. 2	- Aplicar el Teorema de Pitágoras a ejercicios de la vida cotidiana	- Actividades de aplicación del Teorema de Pitágoras a la vida cotidiana	- Corrección del resto de Actividades de la Hoja, realizada en pequeños grupos	20 m
5. 3	- Aplicar los contenidos tratados en sesiones anteriores	- Repaso y aplicación de todos los contenidos dados	- Corrección de Actividades del libro, realizada en pequeños grupos	20 m

Tabla [Ri 5]: Episodios de la Quinta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 5. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la sesión. Ri pasa lista mientras los alumnos se colocan en grupos.</p> <p>Objetivo - Aplicar el Teorema de Pitágoras.</p> <p>Contenido - Aplicaciones del Teorema de Pitágoras a la vida cotidiana.</p> <p>Descripción Hoy Ri tiene previsto corregir en los grupos las Actividades y terminar las correspondientes a las aplicaciones a la vida cotidiana (ORi, 246-7). Para comenzar propone resolver primero un problema en gran grupo, la Actividad 20, para lo que pide un voluntario. Ri va escribiendo en la pizarra lo que el alumno le va diciendo. Plantea bien el problema, pero resuelve mal al aplicar el Teorema de Pitágoras. Ri lo corrige y explica cómo se despeja la incógnita (ORi, 249-52): <i>Ri: Bueno, vamos a corregir alguno de los ejercicios que mandamos ayer. Concretamente, vamos a corregir la Actividad número 20. ¿Hay algún voluntario que quiera hacer la Actividad número 20?</i> <i>Martín: No me he enterado absolutamente de nada.</i> <i>Ri: Venga vamos a escuchar.</i> <i>Martín: “Una escalera de 5m de larga está apoyada en la pared. Su extremo inferior está a 1,2m de la misma ¿qué altura alcanza su extremo superior?”</i> <i>Ri: ¿Qué es lo que has hecho Martín?</i> <i>Martín: Yo he hecho el teorema de Pitágoras.</i> <i>Ri: El teorema de Pitágoras. Para aplicar el teorema de Pitágoras, lo primero que hay que encontrar es un triángulo rectángulo. ¿Hay un triángulo rectángulo en el problema? ¿Cuál?</i> <i>Martín: El formado por la pared, la escalera y el suelo.</i> <i>Ri: Eso es. Haceros un gráfico. Con la pared, la escalera y el suelo hay un triángulo rectángulo, con lo cual, lo que sabemos sobre el triángulo rectángulo, lo podemos aplicar a esta situación real. ¿De acuerdo? ¿Cuál es el ángulo recto de este triángulo rectángulo?</i> <i>Martín: El que está entre la pared y el suelo.</i> <i>Ri: ¿Cuál es la hipotenusa?</i> <i>Martín: La escalera.</i> <i>Ri: ¿Y los catetos?</i> <i>Martín: La pared y el suelo.</i> <i>Ri: Entonces, ¿qué es lo que nos piden?</i> <i>Martín: Que sepamos la pared ¿no?</i> <i>Ri: ¿Qué conocemos?</i> <i>Martín: Que la escalera mide 5 m y que tiene que estar separada de la pared 1,2 m.</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De simple aplicación directa de información. - De contraste (corrección).</p> <p>2.2 Tipos de Recursos Didácticos - Hoja de Actividades. (Anexo VI)</p> <p>2.4 Organización y Clima del Aula Los alumnos están distribuidos en grupos, aunque miran todos hacia la pizarra y el trabajo es general. Hay silencio relativo.</p> <p>2.5 Organización del Tiempo En corregir esta Actividad se emplean unos quince minutos.</p> <p>2.6 Papel del Profesor - Controla y guía el trabajo del alumno en la pizarra. - Hace preguntas</p>

<p>Ri: Con lo cual falta hallar el otro cateto. Entonces, ¿qué aplicamos?</p> <p>Martín: El teorema de Pitágoras.</p> <p>Ri: ¿Qué dice el teorema de Pitágoras?</p> <p>Martín: Que $a^2 = b^2 + c^2$</p> <p>Ri: ¿Quién es a, quién es b y quién es c?</p> <p>Martín: c y b son los catetos y a la hipotenusa ¿no?</p> <p>Ri: Muy bien. ¿Lo veis, entonces, el cateto? ¿Ves este cateto? ¿Ves la hipotenusa? ¿Eso dice el teorema de Pitágoras?</p> <p>Ri: $a^2 = b^2 + c^2$. Os hablé ayer que el área del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los catetos. ¿Vale? Y ahora, ¿qué hacemos Martín?</p> <p>Martín: $c^2 = 5^2 - 1,2^2$.</p> <p>Ri: ¿Vale, Martín? ¿Tú quieres hallar c? Entonces, ¿qué es lo que haces? Dejar la c sola. Entonces el que está sumando lo pasas restando ¿vale? Y ahora el cuadrado ¿cómo lo pasamos? La raíz cuadrada. Entonces $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.</p> <p>Sustituimos los valores... ¿de acuerdo?</p> <p>Martín: $5^2 - 1,2^2$ Después $25 - 1,44 = 23,56$.</p> <p>Ri: $\sqrt{23,56}$ ¿te sale?</p> <p>Martín: 4,85m.</p> <p>Ri: ¿De acuerdo? Venga, preguntas.</p> <p>A₁: La c ésa es...</p> <p>A₂: Yo he puesto la recta ésa, la he puesto al lado...</p> <p>A₃: La raíz cuadrada...</p> <p>Ri: ¿Alguna pregunta más? (TaRi, 472-512).</p> <p>Evento final</p> <p>Ri da por terminado el trabajo en gran grupo.</p>	<p>breves y concretas.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Repite las respuestas recibidas. - Pide a los alumnos que le pregunten sobre lo trabajado en la pizarra. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Un alumno voluntario hace en la pizarra la Actividad propuesta. - Responde a las preguntas del profesor. - El resto escucha y copia en el cuaderno.
---	--

Tabla [Ri 5. 1]: Resultados del Episodio [Ri 5. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 5. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienza el trabajo de los grupos.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aplicar el Teorema de Pitágoras a ejercicios de la vida cotidiana. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ejercicios de aplicación del Teorema de Pitágoras a la vida cotidiana. <p>Descripción</p> <p>Ri advierte a la clase que no se estaba trabajando bien en grupo y que esto forma parte de la evaluación. Nuevamente la gran mayoría de los alumnos no ha hecho las tareas (ORi, 253-5; 157).</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De simple aplicación directa de información. - De aplicación combinada de información. - De contraste (corrección)

<p><i>Ri: Bueno, pues a partir de ahora, vamos a volver a trabajar en grupos. Entonces, lo primero que vamos a hacer es corregir en los grupos las tareas que habéis hecho en casa. Los que no las hayan hecho que estén escuchando. Después haced las Actividades de las aplicaciones del Teorema de Pitágoras. ¿De acuerdo? Corregid las de casa ahora, en grupo, y yo iré pasando. Venga, vamos a corregir las tareas de ayer. No quiero veros hablar con otro grupo, ¿eh?</i></p> <p><i>Ri: ¿Cuál fue la primera?</i></p> <p><i>A: La 21. "Se quiere sujetar una antena de 6m de altura, con un alambre de 10m, pidiéndose a qué distancia de la base de la antena ha de clavarse el alambre" (DisRi, 708-10).</i></p> <p><i>Ri: La 21, pues venga, vamos a corregir la Actividad número 21. ¿Alguien la ha hecho de los cuatro?</i></p> <p><i>Álvaro: Yo.</i></p> <p><i>Ri: Pues venga, intenta explicar a los demás lo que has hecho.</i></p> <p><i>Álvaro: He hecho el teorema de Pitágoras...</i></p> <p><i>Ri: A ellos, no a mí. Díselo a ellos.</i></p> <p><i>Álvaro: No sé qué decirles. Que he aplicado el teorema de Pitágoras para averiguar cada rampa, que es fácil.</i></p> <p><i>A: ¿Pero hay que hacer lo mismo que en el 20?</i></p> <p><i>Ri: Porque hay dos triángulos rectángulos. Aquí ya están dibujados, hay que hacer lo mismo que en el 20. ¿Lo veis? ¿Vale? (TaRi, 513-28).</i></p> <p>Ri pide a los que han hecho la tarea en casa, que expliquen a sus compañeros como lo han hecho y después, si tienen alguna duda, la pregunten al profesor:</p> <p><i>Ri: Pues venga ahora veis si están bien hechos los pasos que ha hecho Álvaro y lo corregís. Si tenéis alguna duda levantáis la mano y voy ¿vale? (TaRi, 529-31).</i></p> <p>Él, mientras tanto, aprovecha para ir pasando por los grupos e ir evaluando a los alumnos. Salvo los alumnos de un grupo, que no han trabajado en casa y ahora tampoco hacen nada, en los demás hay al menos un alumno que aplica bien el Teorema de Pitágoras y sabe despejar la incógnita. El resto de alumnos se dedica a copiar las soluciones, a pesar de que Ri insiste mucho en que primero las entiendan y luego las copien (ORi, 257-166).</p> <p>Jaleo de clase, murmullos, ruidos de papeles... Ri sigue ayudando al trabajo de corrección de los grupos:</p> <p><i>María: Profesor, Antonio y yo hemos hecho el ejercicio éste y no nos cuadra.</i></p> <p><i>Ri: Pues mira, te voy a decir la solución. Una rampa es 15,81 m y la otra 25,60 m.</i></p> <p><i>Antonio: Te has equivocado.</i></p> <p><i>Ri: Vamos a ver esta rampa. Aquí ¿tú has hecho los mismos pasos que aquí? Aquí está la hipotenusa, entonces esto al cuadrado más esto al cuadrado es igual a esto al cuadrado.</i></p> <p><i>Marta: Sí, yo sé eso, pero es que a mí me sale aquí en la raíz...</i></p> <p><i>Ri: Escúchame, Marta. Esto no es igual. Esto es al cuadrado. Entonces esto es a, a es igual a esto.</i></p> <p><i>Marta: Vale.</i></p> <p><i>Ri: Ahora aquí ¿la hipotenusa cuál es? 5^2...</i></p> <p><i>María: Pero es que a mí me sale...</i></p> <p><i>Ri: A ver, escuchadme, que estoy aquí ¿eh? Esto es 5^2, es $55^2 + 5^2$, raíz cuadrada, 25,50</i></p>	<p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hoja de Actividades. (Anexo VI) - Regla, compás, tijeras y semicírculo graduado. Algunas escuadras y cartabones. <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos están sentados en pequeños grupos de 3 o 4 componentes, los mismos de sesiones anteriores. El ambiente es de trabajo relajado.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>En contrastar y corregir estas Actividades emplean unos veinte minutos.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Controla el trabajo de los alumnos, qué Actividad hacen y el ritmo que llevan. - Controla el
---	--

<p>¿vale?</p> <p>Marta: <i>Eso ¿lo hago yo ahora?</i> (TaRi, 538-48).</p> <p>En otro grupo aclara aspectos del mural que les pidió que hicieran:</p> <p>A: <i>Profesor ¿esto está bien?</i></p> <p>Ri: <i>¿Esto qué es?</i></p> <p>A: <i>Eso se supone que es el resumen de todo lo que hemos dado.</i></p> <p>Ri: <i>Eso está muy bien para estudiar, no para trabajar. Venga, vamos a ver. El mural, no sé cómo lo lleváis, son tres partes. Un mural es en cartulina y tú no vas a poner todo esto en la cartulina.</i></p> <p>A: <i>¿Entonces qué pongo?</i></p> <p>Ri: <i>Pon una parte, por ejemplo, pon clasificación según sus ángulos, y pones acutángulo, rectángulo y obtusángulo y un ejemplo de cada uno. O el Teorema de Pitágoras, o aplicaciones del Teorema de Pitágoras.</i></p> <p>Ri se dirige a un alumno de otro grupo:</p> <p>Ri: <i>No quiero veros hablar con otro grupo ¿eh?</i></p> <p>A: <i>Le estaba preguntando una duda.</i></p> <p>Ri: <i>Dudas.</i></p> <p>A: <i>En el 21, aparece el siguiente esquema y muestra dos rampas. Calcula la longitud de cada rampa... ¿qué es esto?</i> (TaRi, 549-60).</p> <p>Ri pretende que los grupos trabajen autónomamente, pero sus componentes no siempre saben por dónde tirar:</p> <p>Ri: <i>Esto es un esquema ¿eh? No es la realidad. Si tú dibujas un triángulo que mide 15m y 5m... A ver si te sale.</i></p> <p>A: $a^2 + b^2$</p> <p>Ri: <i>¿Cuánto sale? 15,81 y 25,50, ¿vale? ¿Lo habéis visto ya todos?</i></p> <p>A: <i>Yo se lo acabo de explicar. ¿Te lo explico a ti?</i></p> <p>Ri: <i>Venga, explícaselo.</i></p> <p>A: <i>¿Qué es lo que no sabes hacer?</i></p> <p>A₂: <i>Es que me pierdo cuando ya llego aquí...</i></p> <p>A: a^2 <i>es lo que es la rampa, esto Rafa, entonces...</i></p> <p>Ri: <i>a es esto, lo puedes poner aquí, esto es a. A₂: Yo he puesto c.</i></p> <p>Ri: <i>Da igual que lo llames a o que lo llames c.</i></p> <p>A: <i>Ahora, b^2 puede ser por ejemplo 15 pero al cuadrado y c^2 será 5^2</i></p> <p>Ri: <i>Esto es a, esto es b y esto es c. ¿Qué dice el Teorema de Pitágoras? Que éste al cuadrado es igual a éste al cuadrado más éste al cuadrado.</i></p> <p>A: <i>Entonces ahora averigua el cuadrado de 15, $15 \cdot 15$ que es 225 y el cuadrado de 5, 5 es... Lo sumas...</i></p> <p>Ri: <i>Eso es al cuadrado, luego tienes que hacer la raíz cuadrada.</i></p> <p>A: <i>Después haces la raíz y ya está</i> (TaRi, 576-90).</p> <p>Evento final</p> <p>Ri da por terminadas las Actividades diseñadas para la experiencia.</p>	<p>comportamiento de los alumnos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace preguntas para guiar el trabajo. - Repite respuestas para afianzar los contenidos. - Evalúa el funcionamiento de los grupos y el trabajo de los alumnos. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace las Actividades propuestas. - Explica a los demás las tareas de casa, si las ha hecho, lo que ha entendido. - Escucha las explicaciones de los que han hecho la Actividad correspondiente. - Pregunta dudas, al compañero que explica y/o al profesor. - Contrasta las Actividades realizadas con los demás miembros del grupo, valida sus respuestas o las corrige.
--	---

Tabla [Ri 5. 2]: Resultados del Episodio [Ri 5. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 5. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Trabajo en los grupos con Actividades del libro de texto.</p> <p>Objetivo - Aplicar los contenidos tratados en todas las sesiones de la experiencia.</p> <p>Contenido - Repaso y aplicación de todos los contenidos estudiados. Actividades 1 a 5 del tema. - Área de un triángulo.</p> <p>Descripción Ri invita a los alumnos a centrarse ahora en las Actividades del libro para corregirlas. Estas Actividades no aparecen en su diseño. Los alumnos, que aún no han terminado las Actividades anteriores, se lo plantean, pero Ri es categórico: las que no se hayan terminado, hay que dejarlas para casa. <i>Ri: Venga, vamos a hacer las Actividades éstas. Las del libro ¿las habéis corregido?</i> <i>A: No.</i> <i>Ri: Pues venga, corregid las del libro y después seguimos.</i> <i>A: Pero ¿seguimos con esto [el mural]? ¿Podemos seguir después?</i> <i>Ri: Eso tenéis que hacerlo en vuestras casas, cada uno una parte ¿vale? (TaRi, 591-4).</i> <i>Ri: Venga, corregid los ejercicios 1, 2 y 5 (TaRi, 598).</i> Puede apreciarse el murmullo de una clase trabajando. Ri sigue controlando si los alumnos han hecho las Actividades en casa y pide a los que las han hecho que las expliquen a sus compañeros y a éstos que escuchen. Se pasea por las mesas y se acerca a cada grupo: <i>Ri: Las Actividades del libro ¿las habéis hecho? ¿Las habéis corregido ya? Pues venga, ¿a qué esperáis? No las habéis hecho ¿no? Pues venga, leedlas y los que no las habéis hecho, escuchad a Marta, a ver si están bien.</i> <i>Marta: Pero profesor, yo sola no las voy a corregir ¿no?</i> <i>Ri: Venga, Actividad número 1.</i> <i>A: Yo es que no me he traído el libro.</i> <i>Ri: El libro hay que traerlo.</i> <i>A: Me lo he llevado al campo.</i> <i>Ri: Venga, Actividad 1, leedla y...</i> <i>A: Si estamos haciendo la fotocopia...</i> <i>Ri: El libro es fundamental, siempre.</i> <i>A: ¿Por qué el libro, si tengo una fotocopia?</i> <i>Ri: Venga, Actividad número 1, vamos a leerla. ¿Quién la ha hecho? (TaRi, 601-10).</i> En otro grupo: <i>Ri: ¿Habéis hecho las Actividades 1 y 2 del libro?</i> <i>A: No.</i> <i>A₂: Yo es que no he podido, es que fui ayer por la tarde a probarme las lentillas y no pude...</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De simple aplicación directa de información. - De contraste (Corrección).</p> <p>2.2 Tipos de Recursos Didácticos - Libro de texto. - Regla, compás y semicírculo graduado. - Algunas escuadras y cartabones.</p> <p>2.4 Organización y Clima del Aula Los alumnos están sentados en pequeños grupos, de 3 o 4 componentes. El ambiente es de trabajo relajado.</p> <p>2.5 Organización del Tiempo En corregir estas Actividades emplean entre veinte y veinticinco</p>

<p>Ri: ¿Toda la tarde probándote las lentillas?</p> <p>Álvaro: Profesor.</p> <p>Ri: Dime.</p> <p>Álvaro: Éste, sumo los tres lados ¿no? Pero es que no es exacto. Mire, ¿lo ve? Eso da igual ¿no?</p> <p>Ri: A ver, ¿vamos en grupo o no vamos en grupo, Álvaro?</p> <p>Álvaro: Es que, profesor, vamos en grupo, pero es que ellos no han hecho esto. Entonces, yo no me voy a quedar esperando a que lo hagan ¿no?</p> <p>Ri: Vale, muy bien. Las Actividades del libro nada más que las ha hecho Álvaro ¿no?</p> <p>Álvaro: Eso parece.</p> <p>Ri: Bueno, vamos a corregir la 1 y, los que no la hayan hecho, escuchad y luego copiadla en vuestras casas ¿vale? Venga, escuchad la Actividad número 1, a ver si estáis de acuerdo con lo que ha hecho Álvaro. Si no, me preguntáis, venga.</p> <p>Ri insiste en la necesidad de justificar los procedimientos seguidos:</p> <p>Álvaro, ¿puede existir un triángulo de lado 2cm, 4cm y 7cm?</p> <p>Álvaro: Yo lo he hecho y además puedo decir porque es que dos lados tienen que sumar más que uno.</p> <p>Ri: Exactamente, eso es, Álvaro. ¿Pero tú lo has hecho?</p> <p>Álvaro: El triángulo no, pero es que pone: tú hazlo en caso de si se puede y como no se puede...</p> <p>Ri: Vale, pero ella ha seguido las instrucciones que ponía ahí. No se puede hacer, pero pon por qué. No se puede porque $2 + 4$ no es mayor que 7. Ponlo. ¿Lo entendéis, Ester y Rafael? Lo apuntáis aquí en el libro y después lo pasáis a limpio en vuestra casa. Apúntalo, porque $2 + 4$ suman menos de 7.</p> <p>Álvaro: Pero si yo he puesto esto ¿no?</p> <p>Ri: Pero la razón... también vale, Álvaro, pero tú deberías contestar otra cosa: $2 + 4$ no es mayor que 7. ¿Vale?</p> <p>Ri: Venga, el segundo. ¿Y uno de lados 2, 4 y 6 cm?</p> <p>Álvaro: Yo he puesto que no, porque como la base tiene que ser la mayor...</p> <p>Ri: ¿Tiene que ser mayor? Normalmente no, porque $2 + 4$ no es mayor que 6.</p> <p>Álvaro: Yo he puesto que sí, pero es que la base tiene que ser 6.</p> <p>Ri: No.</p> <p>Álvaro: Que no ¿por qué? Vamos a ver, la base siempre es la más grande ¿no?</p> <p>Ri: No tiene por qué.</p> <p>Álvaro: ¿no?</p> <p>Ri: No siempre.</p> <p>Álvaro: Pero es que entonces...</p> <p>Ri: Pero esto realmente no mide 2, 4 y 6. Con exactitud no. ¿Cuánto mide? Entonces por aquí es más largo que por aquí ¿verdad?</p> <p>Álvaro: Sonia, ¿tú te acuerdas de lo que hicimos con las cositas rojas (las varillas de mecano), que se formó una raya?</p> <p>Ri: Si eran 2 y 4, al hacerlo se forma una línea.</p> <p>Ri: Tú mira ahí, a ver si mide exactamente 2cm. A lo mejor mide un poquito más. Entonces, los dos lados más chicos tienen que medir más que el lado mayor, porque si no, no se puede formar</p>	<p>minutos.</p> <p>2.6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Controla el trabajo de los alumnos, qué Actividad hacen y el ritmo que llevan. - Controla el comportamiento de los alumnos. - Hace preguntas para guiar el trabajo. - Repite respuestas para afianzar los contenidos. - Explica en pequeño grupo, cuestiones que surgen sobre la marcha. - Delega explicaciones en los alumnos que han realizado en casa las Actividades propuestas. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace las Actividades propuestas. - Pregunta dudas a sus compañeros de grupo y al
---	---

<p><i>el triángulo y quedaría una línea ¿vale?</i> (TaRi, 617-54).</p> <p>Ri trata de que el grupo se centre exactamente en las Actividades que él ha indicado y siempre está ‘peleando’ por conseguirlo. También insiste en que el alumno que ha trabajado lo explique a los demás.</p> <p>Ri interviene en otro grupo, al que indica la importancia de hacer un dibujo en Geometría. Al alumno le preocupa más si entra o no en el examen que la utilidad del esquema:</p> <p><i>Ri: Francisco, ¿Ya viste todas las Actividades? Vamos a ver, ¿qué estamos haciendo ahora, Rafael?</i></p> <p><i>Rafael: El 2.</i></p> <p><i>Ri: El 2 lo ha hecho Álvaro.</i></p> <p><i>Rafael: ¡Ah! Entonces...</i></p> <p><i>Ri: Vamos a ver lo que ha hecho Álvaro y después seguimos con la Actividad siguiente, porque estáis atrasando el trabajo. El trabajo que ha hecho Álvaro en su casa, lo estáis atrasando. El 1 está completo ¿no?</i></p> <p><i>Ri: Pero explica un poco lo que has hecho. Álvaro lo que ha hecho es dibujar el triángulo y, después, lo que ha hecho es medir los ángulos ¿no? Entonces el mayor es c y el más chico es a ¿vale? Yo creo que eso lo podéis hacer ¿Vale? ¿Hay otra manera de verlo sin dibujar el triángulo?</i></p> <p><i>Álvaro: Yo primero me lo imaginé así de cabeza y yo lo sabía, lo contesté antes, pero digo lo voy a escribir...</i></p> <p><i>Ri: ¿Hemos visto alguna propiedad que relacione ángulos con lados?</i></p> <p><i>Álvaro: Sí, el lado más largo, el mayor, es el que tiene el ángulo opuesto es el más grande.</i></p> <p><i>Ri: Entonces, ¿cuál es el lado más grande?</i></p> <p><i>Álvaro: 14.</i></p> <p><i>Ri: ¿Cuál es el ángulo opuesto al más grande?</i></p> <p><i>A: Yo lo sabía pero yo...</i></p> <p><i>Ri: ¿Vale? Apuntadlo ahí y después lo pasáis al cuaderno</i> (TaRi, 688-706).</p> <p>Otra intervención más, donde Ri insiste en la importancia de hacer un dibujo en Geometría y enseña al grupo a despejar:</p> <p><i>Ri: Hacer un dibujo es importante. Haced siempre un gráfico de lo que estéis haciendo porque así se ve claramente que la base es... ¿Cuánto es la base?</i></p> <p><i>A: 12. Y la altura, 7.</i></p> <p><i>Ri: Es un triángulo rectángulo y si lo pones de esta manera, la base es uno de los catetos y la altura el otro. Entonces, calcular el área de un triángulo rectángulo es sencillo, sabiendo los catetos. ¿Vale?</i></p> <p><i>A: Profesor, una pregunta. La fórmula es base por altura entre dos. Ri: Sí.</i></p> <p><i>A: Entonces, el área es 60, $60m^2$. Entonces es $60 \cdot 60$. Ri: No, no. 60 y la unidad son m^2</i></p> <p><i>A: O sea, 60 entre la base y dividido por el 2 ¿no?</i></p> <p><i>Ri: Y multiplicado por 2. Es despejarlo. ¿No sabéis despejar una incógnita? A: No.</i></p> <p><i>Ri: ¿Dónde puedo escribir sin que nadie se enfade? Vamos a ver: el área es igual a la base por la altura partido entre dos ¿vale? Vamos a despejar la altura. ¿Cómo despejamos esto? El 2 está dividiendo ¿Cómo pasa al otro lado? A: Multiplicando.</i></p>	<p>profesor.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Explica a los demás las Actividades que ha hecho en casa y que ha entendido. - Escucha a los que han hecho las Actividades en casa. - Anota en su cuaderno lo que le falta. - Corrige lo que no está correcto.
--	--

<p>Ri: Y la base ¿qué está haciendo? A: Multiplicando.</p> <p>Ri: ¿Pasa? A: Dividiendo.</p> <p>Ri: Dividiendo. Área entre base, no base entre área. Luego, ¿a qué es igual la altura? La altura es igual a 2 por el área partido por 2. ¿Vale? A: Vale.</p> <p>Ri: Esto es despejar: lo que está dividiendo pasa multiplicando y lo que está multiplicando pasa dividiendo. Lo que está sumando pasa restando. ¿De acuerdo?</p> <p>Ri: Alberto, ¿por qué no lo estás copiando en el cuaderno?</p> <p>Alberto: Porque tengo que mirar y escuchar para no liarme, profesor, después ya los paso todos.</p> <p>Ri: La hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto. Haced un dibujo para saber cómo es. Los dibujos son importantes en los problemas de matemáticas... Aquí tenemos un triángulo rectángulo (TaRi, 749-70).</p> <p>Parece que la advertencia de que no están trabajando bien en grupo ha cumplido su objetivo, ya que hoy han trabajado mejor (ORi, 255-6).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre y termina la sesión.</p>	
---	--

Tabla [Ri 5. 3]: Resultados del Episodio [Ri 5. 3]

4. 2. 1. 6 RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: EVALUACIÓN DE LOS CONTENIDOS TRABAJADOS Y DE LA EXPERIENCIA

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
6. 1	- Evaluar los contenidos trabajados	- Examen escrito sobre los contenidos trabajados a lo largo de la experiencia - Cuestionario de 'Auto-evaluación'	- Examen - Auto-evaluación de la experiencia	45 m
6. 2	- Conocer lo que piensan los alumnos sobre la experiencia	- Valoración de la experiencia	- Puesta en común de la auto-evaluación	10 m

Tabla [Ri 6]: Episodios de la Sexta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [RI 6. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Toca el timbre.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Evaluar los contenidos trabajados a lo largo de la experiencia.</p> <p>Contenido</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades</p> <p><u>Evaluación:</u></p> <p>- De simple aplicación directa de información.</p> <p>- De síntesis.</p>

<p>- Examen escrito sobre los contenidos trabajados a lo largo de la experiencia.</p> <p>- Cuestionario de "Auto-evaluación" de la experiencia realizada.</p> <p>Descripción</p> <p>Hoy es la prueba final del diseño. Entra Ri y saluda(ORi, 289):</p> <p><i>Ri: Buenos días. Guardad los libros y todo lo demás (TaRi, 771).</i></p> <p>Han llegado 13 alumnos. Uno de ellos pregunta (ORi, 291):</p> <p><i>A: ¿Qué necesitamos?</i></p> <p><i>Ri: Lápiz, regla, compás, calculadora y semicírculo graduado (TaRi, 772-3).</i></p> <p>Reparte la hoja del examen y les dice que tienen cinco minutos para leer todos los ejercicios y hacer preguntas en voz alta. Reparte un folio en blanco a cada uno:</p> <p><i>Ri: Tenéis unos 45 minutos para hacer los problemas. Si tenéis alguna duda, levantáis la mano y me hacéis la pregunta. Lo primero que tenéis que hacer es poner el nombre, la fecha y el grupo. Leyendo el enunciado, por si tenéis alguna duda y mientras lo leéis os voy a repartir un folio...</i></p> <p><i>Ri: Cuando terminéis la prueba que os voy a repartir ahora os voy a dar una hoja para que me digáis lo que os ha parecido la experiencia que hemos hecho con el tema éste de Geometría (TaRi, 774-93).</i></p> <p>Ri pasa lista desde su mesa en silencio. Llegan tarde dos alumnos. A continuación otra más. Ri les pide explicaciones y se resiste un poco a darles el examen. En principio les reparte el copiado que tienen que hacer por llegar tarde pero, pasados unos minutos, se lo da. Varios minutos después llega un cuarto alumno.</p> <p>Al principio dio a entender que solo iba a contestar dudas los diez primeros minutos, pero no ha habido límite de tiempo (ORi, 295-6).</p> <p>Parece un examen de Facultad. El silencio es total y si un alumno necesita algo de la mochila, pide permiso para sacarlo. Levantan en silencio el brazo para preguntar dudas. Ri se dirige inmediatamente a ellos, los escucha y hablan. Hoy no dicen en alto: "profesoor" Un alumno pregunta a Ri en voz alta qué aplicaciones tiene que poner en la Actividad 3. El se acerca y le contesta en voz baja. El resto del tiempo está detrás o atendiendo las preguntas de los alumnos (ORi, 297-99).</p> <p>Aproximadamente a los 40 minutos de empezar la sesión, termina el examen el primer alumno. Ri le da un Cuestionario, que él llama de auto-evaluación, para que valore la experiencia realizada (ORi, 300-2).</p> <p>Terminan cuatro estudiantes más. Se levantan y entregan el examen. A la vez, Ri les da la Hoja de auto-evaluación para que la rellenen. Van entregando casi todos. Se repite el trueque de hojas (ORi, 303-4).</p> <p>Sólo quedan dos alumnos por entregar. Uno de ellos tiene un enfrentamiento verbal con Ri, quien le riñe por haber pintado la mesa, mientras que el alumno lo niega. Se pone chulo y habla bastante alto. Este</p>	<p>- De resumen.</p> <p>- De aplicación combinada de información.</p> <p><u>Auto-evaluación:</u></p> <p>- De metarreflexión.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Lápiz, regla, compás, calculadora y semicírculo graduado.</p> <p>- Hoja del examen.</p> <p>- Hoja de auto-evaluación.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los estudiantes están sentados de uno en uno, bastante separados y en filas ordenadas.</p> <p>Levantan en silencio el brazo para preguntar dudas.</p> <p>Ri se dirige inmediatamente a ellos, los escucha y les responde.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Concede 45 minutos a la realización de la prueba. Durante los cinco primeros, pueden hacer preguntas en voz alta.</p> <p>2. 6 Papel del Profesor</p> <p>- Reparte el examen, un folio en blanco y la auto-evaluación.</p> <p>- Responde a las dudas que los alumnos le plantean.</p> <p>- Controla que los alumnos no copien, ni hablen en alto.</p> <p>- Controla el tiempo.</p> <p>- Reprende a un alumno por pintar, supuestamente, la mesa.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>- Responde a las cuestiones planteadas.</p> <p>- Pregunta las dudas que le surgen.</p> <p>- Expresa por escrito lo que piensa y</p>
--	---

<p>alumno es el mismo que traía el televisor en las sesiones anteriores y que parecía encantador. Hoy resulta estridente y fuera de lugar en medio del silencio del resto (ORi, 305-7).</p> <p>Pasados 10 minutos más, todos los alumnos han terminado.</p> <p>Evento final</p> <p>Todos los alumnos han terminado el examen escrito y la auto-evaluación.</p>	<p>siente acerca de la experiencia realizada.</p> <p>- Se enfada cuando le reprende el profesor.</p>
---	--

Tabla [Ri 6. 1]: Resultados del Episodio [Ri 6. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [Ri 6. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienza la puesta en común de la opinión de los alumnos en torno a la experiencia realizada.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Conocer lo que piensan y sienten los alumnos en torno a la experiencia realizada.</p> <p>Contenido</p> <p>- Valoración de la experiencia.</p> <p>Descripción</p> <p>Ri dice: <i>vamos a comentar lo que habéis escrito sobre la experiencia</i> (ORi, 308).</p> <p>En un primer momento propone que algún voluntario comente algo. Al principio nadie dice nada. Empieza a dirigirse a alumnos concretos (ORi, 309-10):</p> <p><i>Ri: Si queréis vamos pregunta a pregunta, dais vuestra opinión... ¿Qué dice la primera pregunta?</i></p> <p><i>A: “¿Qué te ha gustado más sobre la introducción histórica del tema?”</i></p> <p><i>Ri: ¿Te ha gustado? ¿Sí?</i></p> <p><i>A: La introducción que ha hecho el profesor. En Internet no he encontrado nada.</i></p> <p><i>Ri: ¿Por qué te ha gustado? (ORi, 311-2).</i></p> <p>En general les ha gustado la introducción histórica, aunque no saben dar razones del porqué. Una alumna dice que por ser algo diferente a las clases de Matemáticas:</p> <p><i>A: Porque es algo nuevo, distinto, no sólo dar Matemáticas. Pitágoras, la cuerda con nudos, que era como una secta, la Escuela Pitagórica... (ORi, 313-4).</i></p> <p>Estas son algunas de las aportaciones hechas por unos y otros.</p> <p><i>Ri: Juan, la segunda pregunta: “Algún ejemplo de utilidad del Teorema de Pitágoras en la vida cotidiana”.</i></p> <p><i>Juan: para construir el plano de una casa, para las pirámides... (ORi, 317-9).</i></p> <p>Sobre la utilidad del teorema de Pitágoras, todos opinan un poco forzados que era útil, salvo una alumna que comenta que no cree que la gente se entretenga en aplicar el teorema:</p> <p><i>Ri: María, ¿no te ha parecido útil el Teorema de Pitágoras?</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De metarreflexión.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Cuestionario de auto-evaluación (entregado en el episodio anterior).</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Siguen sentados de uno en uno, como en el episodio anterior. Aunque no desde el comienzo, hay más participación que en otros episodios.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Diez minutos para comentar la auto-evaluación.</p> <p>Los alumnos que terminaron antes la prueba del episodio</p>

<p><i>María: no, no creo que nadie se vaya a parar a pensar en el Teorema de Pitágoras.</i></p> <p><i>Ri: ¿Alguien ha puesto algo más? (ORi, 319-21).</i></p> <p><i>Ri: Manuel, ¿qué has puesto en la tercera?</i></p> <p><i>Manuel: “Si prefieren que el profesor de los resultados o que los averigüemos por nosotros mismos”. Que el profesor te de los resultados del tema.</i></p> <p><i>Ri: ¿Por qué?</i></p> <p><i>Manuel: Porque es más fácil (ORi, 322-5).</i></p> <p>La respuesta a la tercera pregunta resulta más variada, ya que hay alumnos que piensan que es más cómodo que les den los resultados y otros alumnos que aunque consideran más laborioso buscar las respuestas por si mismos, se enteran mucho mejor de los contenidos:</p> <p><i>A₁: porque soy muy flojo.</i></p> <p><i>A₂: pues yo prefiero hacerlo yo, porque así me entretengo.</i></p> <p><i>A₃: yo también, porque así aprendo más.</i></p> <p><i>A₄: para como usted explica, prefiero hacerlo yo.</i></p> <p><i>Ri: ¿y si el profesor es otro? A₄: según como sea.</i></p> <p><i>Ri: Francisco... Álvaro... Silencio. Rosa, la cuarta: “¿Qué destacarías del trabajo con los compañeros?” A ver, Rosa, ¿te ha gustado?</i></p> <p><i>Rosa: es más divertido que estar sola (ORi, 322-8).</i></p> <p>Sobre el trabajo en grupo los que están a favor señalan que las clases son más entretenidas y el profesor está menos pendiente del comportamiento de los alumnos. Otra alumna dice que al trabajar en grupo se pica para hacer los ejercicios. Por el lado contrario, los alumnos que no quieren trabajar en grupo argumentan que no les gusta tener que adaptarse al modo de trabajar de otros compañeros, que prefieren ir a su ritmo:</p> <p><i>A₁: Es más interesante porque escuchas otras opiniones.</i></p> <p><i>Ri: Alberto, nos callamos. (Riña). A₂: Con la gente me motivo.</i></p> <p><i>Ri: Pedro, ¿a ti te gusta? Pedro: Sí, porque es más fácil. Te lo hacen todo. (Risas).</i></p> <p><i>A₃: Si no lo sabes, te ayudan.</i></p> <p><i>A₄: Prefiero solo, porque así voy a mi ritmo.</i></p> <p><i>Ri: ¿Alguien más quiere dar su opinión? Bueno, pues os recuerdo que mañana me tenéis que entregar el mural. El que me lo quiera entregar hoy que lo haga, con lo cual terminamos ya esta parte de Geometría y después de Semana Santa cambiaremos... El trabajo hay que entregarlo en el recreo.</i></p> <p><i>Los trabajos de Estadística no los he corregido (ORi, 329-36).</i></p> <p>Un grupo ya tiene hecho el mural y una de las alumnas lo entrega (ORi, 337).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Ri da por terminada la sesión.</p>	<p>anterior, han tenido tiempo para reflexionar sobre ella. Los últimos, apenas.</p> <p>2.6 Papel del Profesor</p> <ul style="list-style-type: none"> - Favorece la participación de todos para que expresen oralmente lo que piensan y sienten en torno a la experiencia que acaba de finalizar. - Pregunta ordenadamente por cada cuestión. - “Rompe el hielo” preguntando a alumnos concretos cuando no hay voluntarios. - Recuerda que el plazo para entregar el mural acaba al día siguiente. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Expresa oralmente lo que piensa y siente acerca de la experiencia realizada. Se percibe libertad para expresar todo tipo de opiniones.
---	---

Tabla [Ri 6. 2]: Resultados del Episodio [Ri 6. 2]

Con esta sesión se da por concluida la experiencia.

4. 2. 2 RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS

Una vez establecidos los resultados de las sesiones de la experiencia llevada a cabo, presentados por episodios, para mostrar una idea lo más expresiva posible de lo sucedido en el aula, vamos a reorganizarlos por categorías a continuación, con el fin de facilitar el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de Raimundo. Ya aparece una primera muestra de todas las categorías en dichos episodios, por lo que ahora mostramos solamente una síntesis de todo lo expuesto en ellos, complementado y matizado con la valoración y el análisis que el propio Raimundo aporta sobre su práctica en la segunda entrevista realizada nada más terminar la intervención de enseñanza experimentada.

4. 2. 2. 1 RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

En primer lugar, presentamos los resultados correspondientes a la metodología, mediante las subcategorías que proceden del sistema emergente descrito en el Apartado 2. 4. 3. 2.

4. 2. 2. 1. 1 Resultados de las Características y los Tipos de Actividades

Las Actividades realmente llevadas a cabo por Raimundo, así como su tipología, pueden verse con toda claridad en el Apartado 4. 2. 1, correspondiente de la observación de las clases de Raimundo. Ahora recogemos, sintetizados, los aspectos más relevantes de los episodios relacionados con esta categoría y algunos de los comentarios de nuestro profesor más significativos realizados en la segunda entrevista, que ha tenido lugar al término de la experiencia.

En primer lugar, constatamos que las Actividades entregadas a los estudiantes han sido las siete incluidas en la Prueba Inicial, más las 34 escritas en las diferentes Fichas de Trabajo del diseño de Raimundo. Esto no garantiza que los estudiantes las hayan realizado todas, ya que muchas de ellas se han remitido para hacer en casa. Además de éstas, se han realizado cuatro de '*presentación de información*' por parte del profesor (Episodios [Ri 1. 2], [Ri 4. 2], [Ri 5. 1], [Ri 5. 3], cinco puestas en común (Episodios [Ri 1. 1], [Ri 1. 4], [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], [Ri 6. 2], una exposición del profesor para organizar la información trabajada hasta el momento y cinco que proceden del libro de texto (Episodio [Ri 5. 3]), todas ellas de '*simple aplicación directa*', de las cuales dos requieren además ser justificadas. También se han corregido muchas Actividades en los pequeños grupos, al menos en tres ocasiones (Episodios [Ri 3. 3], [Ri 5. 2], [Ri 5. 3]) y una en el grupo-clase (Actividad 20, Episodio [Ri 5. 1]) por parte de un estudiante en la pizarra,

ayudado por el profesor. También hemos considerado una actividad de autoevaluación, que los alumnos han realizado primero individualmente por escrito y después han puesto en común [Ri 6. 2]. En total, hemos contabilizado **60 Actividades**. De éstas, 49 están presentadas en contextos académicos y once en otros contextos de los que es sencillo extraer una modelización matemática.

Para poder calcular porcentajes de las distintas tipologías, hemos de tener en cuenta (como en el Apartado 4. 1. 1. 1) que en una misma propuesta de Actividad pueden demandarse diferentes actuaciones por parte del alumno, y por ello, en éstas, han sido considerados varios tipos de Actividades, por lo que el total de tipologías diferenciadas no coincide con el número de Actividades propuestas, es decir, la suma de todas las tipologías consignadas es:

7 (Actividades de Iniciación) + 5 (Actividades de Obtención de Información) + 41 (Actividades de Estructuración de Información) + 21 (Actividades de Aplicación de la información) + 2 Actividades de Metarreflexión = **76 Actividades**.

Para mostrar cómo se han llevado a cabo los distintos tipos de Actividades, hacemos un breve recorrido por dichas tipologías.

➤ En primer lugar, con respecto a las ocho '**Actividades de Iniciación**', que representan el **10.4% del total** de tipologías, constatamos que se han concentrado en las cinco de la Prueba Inicial, constituida por actividades de '*identificación o reconocimiento*' de alguna terminología y propiedades de los triángulos, lo que han realizado propiamente los alumnos en la sesión ha sido una actividad de '*expresión de conocimientos previos*', en el grupo-clase. Las dos restantes, son presentaciones de información histórica, que hemos considerado de '*presentación de información*' para los estudiantes: una breve exposición histórica por parte de Raimundo al concluir la puesta en común de la Prueba Inicial y otra en la que también se presenta información a partir de un texto, cuya lectura ha sido realizada inmediatamente después de dicha exposición. Estas presentaciones históricas, al ser poco frecuentes, han aportado, además de información, motivación y riqueza.

Respecto de las Actividades de la Prueba Inicial, no podemos garantizar que las hayan hecho todos los alumnos, ni si las han hecho con o sin ayuda, dado que Raimundo ha pedido a los estudiantes que las hagan en casa. En la puesta en común, la participación ha sido muy escasa y, fruto de ello, el ambiente demasiado silencioso, con muy pocas iniciativas de los alumnos, dando la impresión de estar muy poco involucrados en la tarea [Ri 1.1]. Así llevada a cabo,

creemos que no ha sido útil para lo que se supone que sirve una actividad de este tipo: para que el profesor explore las ideas de los estudiantes y conozca lo que saben y para que ellos sean conscientes de lo que piensan en torno al tópico, así como de las coincidencias y/o diferencias entre unos y otros, para comprobar si hay distintos puntos de vista, para poner en cuestión algunas ideas, etc.

Raimundo no ha dado sentido a lo que se ha dicho, organizándolo y reelaborándolo. Ni siquiera ha hecho una síntesis sobre en qué hay acuerdos y en qué no, ni los alumnos han preguntado quien tiene razón cuando han surgido discrepancias. Es decir, no ha habido debate y, por lo tanto, no podemos considerarla de *'contraste'*, si siquiera en su modalidad más simple de mera corrección de la propuesta, ya que ésta tampoco se ha realizado. Así pues, creemos que este sistema ha aportado poco, ni a los alumnos ni al profesor (así opina él también).

Yo creo que en el fondo, no me ha servido la evaluación inicial. Yo creo que no, que no he sido capaz de sacarle partido. Es una cosa que no consigo yo... (E2Ri, 161-3).

No me ha ayudado mucho, la verdad. No he sacado ideas significativas de los alumnos como para trabajar a partir de ellas (E2Ri, 186-7).

Hay cosas que no me gustaban, lo que pasa siempre, que hablaban los mismos, los que trabajaban (E2Ri, 167-8).

Tampoco ha retomado los resultados de esta primera puesta en común más adelante. Él ha pretendido luego comparar los conocimientos que surgieron en ella con los que tienen los estudiantes al finalizar el tema, pero tampoco esto ha podido hacerlo, porque no tomó notas y no los recuerda.

Luego cometí el fallo de, me di cuenta luego, de intentar comparar lo que sabían con lo que no sabían, lo que se vio en la evaluación inicial. Si ellos me la hubiesen dado por escrito y pudiese comparar... (E2Ri, 172-7).

➤ Con respecto a las cinco ***'Actividades de Obtención de Información'***, que representan el **6.5% del total** de tipologías, ya hemos mencionado dos de *'presentación de información'*. Aunque la primera exposición de Raimundo ha sido poco cálida y demasiado breve [Ri 1. 2], junto con el texto histórico trabajado [Ri 1. 3], han suscitado cuestiones interesantes en la segunda puesta en común [Ri 1. 4], como la relación entre mujer y matemáticas en la comunidad pitagórica, el papel del deporte, la unidad del saber en la antigüedad, etc. Aunque en principio son actividades cerradas, de bajo nivel cognitivo, al estar su contexto más allá de las puras matemáticas, han interesado realmente a los estudiantes y les ha hecho participar con una viveza que no hemos podido constatar en otras puestas en común, por lo que hemos considerado ambas de *'motivación'* además de presentar información de modo expositivo el profesor en la primera. De hecho, nuestro profesor está satisfecho de la introducción histórica

y considera que ha gustado a los alumnos y que ha sido útil para situar el tema y lamenta no saber más Historia de las Matemáticas para poder utilizarla de una forma más relevante y estructuradora:

Sí, ha sido útil, a los alumnos les ha gustado la introducción histórica del tema (E2Ri, 188-9).

Sí, creo que la Historia de las Matemáticas podría tener un papel que no fuera sólo añadido, sino que sirviera para el planteamiento de cómo dar el tema, pero no sabemos mucha Historia de las Matemáticas (E2Ri,190-2)

Otro tipo de ‘*presentación de información*’ se hace a los estudiantes mediante el visionado de un vídeo didáctico, que se lleva a cabo durante dos episodios, el [Ri 3. 4] y el [Ri 4. 2], acompañado de la realización de varias actividades relacionadas con su contenido. Además, Raimundo realiza otra exposición, con distintas características, en el episodio [Ri 4. 2], resumiendo lo que los estudiantes acaban de visionar de forma muy rápida y sin provocar intervenciones por su parte, ni en realidad aportar nueva información. Todas ellas se caracterizan por ser muy breves.

Raimundo únicamente ha propuesto una Actividad de ‘*búsqueda de información*’, la realización de un mural, aunque la hemos considerado además de otras tipologías. El mural podría haber sido muy útil a los estudiantes, no solo para buscar información, sino también para seleccionarla y relacionarla con la que han recibido en clase y la que han recogido de otras fuentes. Se trata de una actividad abierta, en la que los alumnos han podido recurrir a las tecnologías de la información y que puede conectarse con su conocimiento cotidiano, aunque el contexto sea académico en una de sus tres partes. No obstante, constatamos que su planteamiento ha sido bastante escueto [Ri 1. 4], su seguimiento bastante similar [Ri 2. 1], [Ri 3. 1], [Ri 3. 3], [Ri 5. 3] y su recogida [Ri 6. 2], escasa y un poco frustrante para el profesor. Hasta el momento de la entrevista, únicamente le han entregado dos murales, de los cuales, solo uno le ha convencido, lo que en su opinión implica mucha menor participación e interés de los alumnos de lo que él esperaba. Pero no parece consciente de que les pide que busquen información pero no les enseña a buscarla, ni se trabaja en clase y se espera que lo hagan solos, sin retomarlos en el aula, salvo cuando preguntan dudas, muy brevemente también (episodios anteriores).

Creo que fue el primer día y después había momentos en los que ellos hablaban del mural (E2Ri, 278-9).

También me preguntaban mucho por el mural, qué es lo que tenían que hacer... (E2Ri, 274-5).

El mural me lo han entregado dos grupos nada más. (...) Hay uno que me ha gustado mucho (E2Ri, 236; 246).

➤ Con respecto a las ‘**Actividades de Estructuración de Información**’, las más numerosas (ya que representan el **53.3% del total** de tipologías), hemos constatado una gran variedad de demandas y estrategias. Las más abundantes son las de ‘*búsqueda y elaboración de*

respuestas’, un 10.4% del total, una en modo formal y el resto de forma manipulativa, visual o gráfica. También destacamos las siete de *‘argumentación’*, un 9.1% del total, al igual que de *‘comprobación’* y de *‘contraste’*. Con un porcentaje algo menor, señalamos las cinco de *‘resumen y/o síntesis’*, que representan un 6.5% del total y las tres de *‘organización de la información’* (dos mediante uso de tablas y una por parte del profesor de lo trabajado hasta el momento), un 3.9% del total.

Desde nuestro punto de vista, señalamos que nuestro profesor podría haber pedido que los alumnos hicieran hipótesis en más propuestas, así como argumentar y justificar todas sus conclusiones y sobre todo, haberles permitido que lo hicieran realmente con procesos personales y pausados, requisitos necesarios para que se produzca pensamiento creativo.

Respecto de las estrategias de resolución, destacamos:

- Las realizadas con varillas de mecano (Cuadro Ri. 2), [Ri 2. 1], [Ri 2. 2], [Ri 2. 3], [Ri 3.1]. Se han iniciado en algunos casos con la *‘organización de la información’* en tablas y, en otros, con la *‘búsqueda elaboración de respuestas’* de modo manipulativo. Éstas Actividades, que están fundamentalmente dirigidas a hacer hipótesis, argumentarlas y darles forma de *‘síntesis’*, solo han podido trabajarlas unos pocos estudiantes. *“El que no haya llegado a ella [la conclusión], que la copie y pasamos a las Actividades de regla y compás.”* [Ri 3. 2]. Hemos observado que, en general, en Actividades de los tipos que acabamos de mencionar, más abiertas, los estudiantes apenas disponen de tiempo para llevarlas a cabo [Ri 2. 1], [Ri 3. 1].

- Las puestas en común, con capacidad de estructuración del conocimiento, mediante el *‘contraste’* de ideas, resultados y conclusiones, para negociar significados y socializarlo. En ellas, salvo la segunda, ya comentada [Ri 1. 4], hemos constatado la escasa participación de los estudiantes, la brevedad de las intervenciones de todos, tanto la de ellos como de Raimundo, mediante *‘preguntas de comprobación’* respondidas lacónicamente, sin que nuestro profesor haya hecho aportaciones propias, ni organizado las respuestas, ni extraído de los estudiantes distintas hipótesis y/o conclusiones, ni buscado puntos de vista diferentes. No ha habido realmente debate, ni negociación, salvo algún comentario como: *“¿estáis todos de acuerdo? ¿Alguien quiere hacer alguna aportación? ¿Alguien no entiende esta conclusión?”* [Ri 2. 2], [Ri 3. 2]. Simplemente ha repetido la conclusión que esperaba, mejorando mínimamente lo expresado por algún estudiante voluntario y ha seguido mostrándose tan parco en sus intervenciones, como en las ya consignadas en la primera puesta en común. Han servido más bien de corrección de las Actividades [Ri 3. 3], una de ellas con un alumno en la pizarra, el

único caso que se ha dado durante la experiencia [Ri 5. 1]. Algunas otras actividades de ‘*contraste*’ en este sentido de simple corrección, se han hecho en los grupos [Ri 5. 2] [Ri 5. 3].

- También señalamos las actividades realizadas en relación con el visionado del Teorema de Pitágoras, de forma intercalada, que han ayudado a la comprensión, justificación y/o comprobación del teorema con modos de representación numéricos, visuales y gráficos, interconectados entre sí.

- Por último, retomamos el mural, actividad que también ha podido contribuir a la estructuración del conocimiento, pero que creemos que Raimundo no ha aprovechado para enriquecer y establecer conexiones entre los contenidos más relevantes estudiados, para favorecer su asimilación por parte de los alumnos, ya que apenas se ha trabajado en clase.

➤ Continuando el recorrido por las distintas tipologías, consideramos las veintiuna ‘**Actividades de Aplicación de la información**’, que representan el **27.3% del total** de tipologías. Se trata de dieciséis actividades de ‘*simple aplicación directa*’, un 20.8% sobre el total y de cinco actividades de ‘*aplicación combinada de la información*’ recibida, un 6.5%. También aquí hemos de incluir el mural, porque les había pedido que buscasen para él nuevos aspectos de aplicación a la vida cotidiana: “En el segundo vértice, ponéis algo relacionado con la vida cotidiana” [Ri 1.4], pero no lo ha conseguido. Raimundo declara no haber planteado con suficiente claridad lo que ha pretendido conseguir con esta Actividad, transversal a todas las tipologías y, sobre todo, no haber orientado mejor el trabajo de los alumnos sobre ella.

[En el mural] *No hay aplicaciones a la vida cotidiana. Aplicaciones eran las figuras... Después cometí el fallo de no orientarles mejor* (E2Ri, 250-1).

No les he estimulado a que investiguen algunas aplicaciones, no. Yo les he dicho que recorten figuras geométricas (E2Ri, 211-2).

A las aplicaciones solamente les ha dedicado una sesión y las que no han podido realizarse en el aula, han quedado para hacer en casa, por ejemplo, las de regla y compás, así como las de ‘*Refuerzo*’ y ‘*Ampliación*’, que también son fundamentalmente de estas tipologías. Se trata, en ambos casos, de ejercicios de lápiz y papel. También el mural tiene aspectos de aplicación de información, ya presentado con anterioridad. Dentro de las ‘*Actividades de Aplicación*’, casi las tres cuartas partes de las mismas, el 71.4%, tienen contextos académicos.

Añadimos un comentario sobre las construcciones con regla y compás (Cuadro Ri. 2), [Ri 2. 3] y [Ri 3. 3]. Son las Actividades que menos le han convencido, porque ya las habían trabajado en otra materia. A pesar de haber enfatizado en varias ocasiones la importancia de dibujar en

Geometría [Ri 4. 2], [Ri 5. 3], e incluso en algún momento se ha puesto a enseñarles a dibujar [Ri 4. 2], las ha mandado directamente para hacer en casa [Ri 2. 3], al darse cuenta que no 'han cabido' en la segunda sesión y que muchos estudiantes las 'dominan' (las han trabajado en Educación Plástica y Visual), aún cuando no todos sabían hacerlas. Sólo se han corregido en pequeños grupos en el aula, sin ninguna supervisión en común, dedicándoles únicamente un cuarto de hora, sin un seguimiento por parte del profesor adecuado para comprobar cómo han sido realizadas [Ri 3. 3]. Tampoco se ha planteado que puede ser interesante dar una misma temática desde materias distintas o con estrategias o recursos diversos.

Las Actividades con regla y compás no se las mandaría, [si tuviera que hacer la experiencia otra vez]. No, porque según me han dicho ellos, llevan haciéndolas dos años. También es verdad que hay alumnos que no sabían (E2Ri, 89-92).

Hay alumnos que parece que ya se lo sabían todo [de las construcciones con regla y compás] (E2Ri, 97).

A la construcción con regla y compás, como veía que muchos alumnos sabían, quizá casi no las he corregido, he dicho que las corrijan ellos en grupo (E2Ri, 32-4).

En cualquier caso, para Raimundo no ha sido fácil encontrar aplicaciones de estos contenidos. Ahora le parecen forzadas e inadecuadas las que ha propuesto (Cuadros Ri. 5a y Ri. 5b). Más bien se trataría de partir de situaciones más prácticas, de fomentar las estimaciones o aproximaciones de medidas, antes de aplicar el Teorema de una forma tan artificial:

Yo no he encontrado, al nivel de ellos, una aplicación del Teorema de Pitágoras, por decirlo de alguna manera (E2Ri, 218-9).

Pero todo eso de preguntar cosas más prácticas: [cuánto cable compro, si un palo cabe o no cabe en el ascensor, cosas de ese tipo...] se puede explicar también sin el Teorema de Pitágoras (E2Ri, 206-8).

Realmente todas las aplicaciones eran un poco forzadas (E2Ri, 209-10).

Yo pienso que todas las aplicaciones no eran adecuadas, tampoco a mí me han convencido demasiado. Yo pienso que de una manera o de otra, es lo que decía Marta, no hace falta conocer el Teorema de Pitágoras para saber resolver este tipo de situaciones. No creo que nadie se ponga a hacer el Teorema de Pitágoras para hallar la distancia de un lado a otro, se hace una aproximación. Yo no he encontrado una aplicación, al nivel de ellos, que la resolución necesite el Teorema de Pitágoras, por decirlo de alguna manera (E2Ri, 213-9).

Nuestro profesor se plantea algunos cambios si realizase esta experiencia en un futuro, introduciendo nuevas Actividades que relacionen más unos contenidos con otros y revisando también cómo aplicarlos más adecuadamente a la vida cotidiana. A esta reflexión ha contribuido la crítica de una alumna que le ha señalado, al final de la experiencia [Ri 6. 2], que realmente esas Actividades no son propiamente cotidianas, ni la gente, en general, se plantea así los problemas. En cambio, señala que otros estudiantes no son nada críticos, ni independientes de lo que dice el profesor:

Yo también le daría un repaso a las Actividades que les hemos mandado, a las aplicaciones sobre todo (E2Ri, 400-1).

Sí, sí, Marta me lo dijo, que realmente no eran Actividades propias de la vida cotidiana (E2Ri, 200-1).

Sin embargo, otros han contestado: “yo creo, porque eso es lo que dices tú” (E2Ri, 220).

Yo tenía totalmente fe en las aplicaciones que presentaba, pero ahora lo dudo (E2Ri, 380-1).

Que a lo mejor centrándome en las Actividades que había que meter, me he olvidado un poco de las situaciones en la vida cotidiana (E2Ri, 194-5).

➤ Por último, contemplamos dos **‘Actividades de Metarreflexión’**, que representan un **2.6 % del total** de tipologías. Por una parte, la diseñada, que los estudiantes han respondido por escrito, a través del Cuestionario de Autoevaluación y, por otra, su puesta en común oralmente, donde han compartido sus reflexiones sobre lo que han aprendido y sobre las modificaciones metodológicas con las que han trabajado en esta experiencia, que más le han llamado la atención.

Una vez realizado este repaso de las distintas tipologías utilizadas, señalamos, a continuación algunas características generales de las Actividades, para terminar con este estudio de las mismas: están intrínsecamente muy dirigidas; cerradas en su mayoría, es decir, de solución única; admiten pocas estrategias de resolución, por el modo en que Raimundo exige que sean llevadas a cabo. No obstante, en las tipologías de *‘argumentación’*, *‘justificación’*, hacer *‘resúmenes y/o síntesis’*, creemos que, aunque tampoco son abiertas en cuanto a resultados (obtener conclusiones determinadas), pueden serlo en el propio proceso de búsqueda de argumentos y justificaciones. Esto no ha sido posible para muchos alumnos porque Raimundo interrumpe con frecuencia sus procesos de pensamiento, organizando la puesta en común de lo que se está realizando cuando él lo cree conveniente.

Señalamos también que no solamente las Actividades son muy dirigidas intrínsecamente, sino que en varias sesiones hemos constatado que el profesor se ha mostrado muy empeñado en fijar lo que los alumnos han de hacer en cada momento. Por ejemplo, han de dedicarse exactamente a tal Actividad concreta [Ri 3. 2], [Ri 4. 2], copiar lo que está diciendo el compañero [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], dónde: *“en el cuaderno no, en la Hoja de Trabajo”* [Ri 3. 3] o al revés, etc. De este modo creemos que la realización de las Actividades de forma rígida, no ha permitido elegir a los estudiantes las estrategias a seguir, ni que el pensamiento se desarrolle con suficiente fluidez.

Desde otra perspectiva, no existen Actividades que ofrezcan o permitan en sí mismas conexiones entre varias ramas matemáticas, con otras ciencias y/o con el conocimiento cotidiano. La inmensa mayoría han sido situadas en contextos académicos (54 de 60, es decir,

el 90%), a pesar de que Raimundo ha expresado en muchas ocasiones su especial interés por relacionar el tema con la vida cotidiana y la utilidad de las matemáticas.

Las actividades que ha propuesto Raimundo, en general, podrían haber exigido un alto nivel cognitivo y haber sido retadoras para ellos, si realmente él hubiese favorecido su propia propuesta de hacer conjeturas, comprobaciones, argumentaciones, justificaciones y contrastes. Por ejemplo, en el caso de las propiedades de los triángulos o sobre el Teorema de Pitágoras, los estudiantes las han realizado de forma rápida (los que han podido) y superficial. Observamos que han quedado restringidas a pocos estudiantes, no por planteamiento, sino por su ritmo de ejecución, lo que consideramos que ha dificultado la comprensión de las mismas por una parte importante de estudiantes [Ri 1. 3], [Ri 2. 1], [Ri 3. 1], [Ri 5. 3], etc. No obstante, al realizarse mediante estrategias novedosas, aunque en forma sencilla y muy guiada, ha sido representativo, aunque en pequeña medida, de *'hacer matemáticas'*.

El hecho de que la resolución de auténticos problemas abiertos, contextualizados, de múltiples soluciones, no sea la base de la propuesta de actividades, nos induce a pensar que Raimundo no tiene este relevante rasgo de la tendencia investigativa en su metodología de enseñanza. En cambio, la presencia de las características antes señaladas en algunas de ellas, su intención de estimular que los estudiantes formulen hipótesis y conjeturas, las argumenten y justifiquen, etc., le distancian del modelo tradicional. Desde otro punto de vista, la estructuración del conocimiento, que podría haber garantizado la gran cantidad de Actividades de los tipos referidos, así como probar o refutar, hacer síntesis o resúmenes, etc., ha quedado empobrecida por el tratamiento que ha dado a este tipo de actividades.

En definitiva, las actividades propuestas por Raimundo nos indican que se trata de un profesor innovador, en transición entre el modelo tradicional y el investigativo e influenciado por un modelo tecnológico.

En síntesis, Raimundo propone 60 Actividades de tipología variada. Si cuantificamos las tipologías de esta propuesta, sin perder de vista que alguna Actividad ha podido clasificarse en más de un tipo, aparecen 77:

- **Actividades de Iniciación: 8 en total → 10.4%**
 - **De motivación: 2 → 2.6%**
 - **De identificación o reconocimiento de conocimientos previos: 5 → 6.5%**
 - **De expresión de conocimientos previos: 1 → 1.3%**

- **Actividades de Obtención de Información: 5 en total → 6.5%**
 - De presentación de información: 4 → 5.2%
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 1 → 1.3%
- **Actividades de Estructuración de Información: 41 en total → 53.3%**
 - De organización de la información (dos mediante uso de tablas y una por parte del profesor de lo trabajado hasta el momento): 3 → 3.9%
 - De búsqueda de respuestas 3 → 3.9% del total
 - De elaboración de respuestas: 1 → 1.3% del total
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: 8 → 10.4% del total
 - De comprobación: 7 → 9.1%
 - De argumentación: 7 → 9.1%
 - De resumen y/o síntesis: 5 → 6.5%
 - De contraste: 7 → 9.1%
- **Actividades de Aplicación de la Información: 21 en total → 27.3% del total**
 - De simple aplicación directa: 16 en total → 20.8% del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 11 → 14.3%
 - ✓ En contextos no académicos: 5 → 6.5%
 - De aplicación combinada: 5 → 6.5%
 - ✓ En contextos académicos: 4 → 5.2%
 - ✓ En contextos no académicos: 1 → 1.3%
 - De aplicación compleja: 0
- **Actividades de Metarreflexión: 2 → 2.6%**

De este recuento podemos extraer que las tipologías más frecuentes que Raimundo a propuesto a sus estudiantes han sido las de *'estructuración'* y *'aplicación de la información'*. De entre las primeras destacamos las de *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, las de *'comprobación'*, las de *'argumentación'*, de *'contraste'* (corrección de Actividades en su mayoría) y las de *'síntesis'*. De entre las segundas, las más utilizadas han sido las de *'simple aplicación directa'*, fundamentalmente en contextos académicos. Entre las propuestas con menor frecuencia destacamos las de *'búsqueda de información'* por parte del alumno en distintas fuentes, que solo se ha requerido para la elaboración del mural y fuera de las sesiones y las de *'aplicación compleja de información'* como no propuestas.

Las características generales de las Actividades, pueden resumirse en: son muy dirigidas intrínsecamente y en su forma de ejecución. La mayoría son cerradas en cuanto a resultados, aunque pueden ser abiertas en los procesos de argumentación, justificación y comunicación en aquellas en que Raimundo lo ha solicitado. Estas actividades, más creativas por su enunciado, han podido ser culminadas por pocos estudiantes, ya que ha interrumpido con frecuencia sus procesos de pensamiento y muy probablemente de forma bastante superficial, dada la rapidez con que se han resuelto.

El 80.4% de las Actividades desarrolladas se han presentado en contexto académico y el resto, 19.6%, en otros contextos sencillos.

El nivel cognitivo implicado en la realización de las Actividades creemos que ha sido más bien bajo, en general, por ser tan dirigidas y no haber permitido diversificar las estrategias para su desarrollo. Sin embargo, las estrategias ofrecidas por Raimundo han sido variadas, solo que previamente elegidas por él, en ningún caso por los estudiantes.

Estos aspectos metodológicos aquí señalados acercan bastante a nuestro profesor a una tendencia tecnológica. Por ejemplo, dirige mucho su desarrollo, cierra oportunidades de terminarlas, los contextos son académicos, etc. También son aspectos innovadores que la resolución de actividades por parte de los estudiantes ocupe un lugar tan esencial, que les pida que expresen sus hallazgos, etc.

4. 2. 2. 1. 2 Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos

Raimundo ha utilizado por primera vez en clase los siguientes recursos didácticos:

- Cinco juegos de varillas de mecano, una cinta de vídeo titulada “*Triángulos y círculos*” de la fundación Serveis de Cultura Popular, el libro “*Pitágoras: El Filósofo del número*” y diccionarios de lengua castellana.
- Cartulinas de colores, tijeras e instrumentos de dibujo.
- Hoja de Trabajo: Pitágoras y las áreas. Adaptado del propio libro de texto de Matemáticas de 3º de ESO. Editorial Vicens Vives.
- Todas las Fichas de Actividades, realizadas en el grupo de trabajo del Curso-P y recogidas en el diseño.

Entre los instrumentos de dibujo ha utilizado: regla, compás, escuadra, cartabón, semicírculo graduado, etc. Nuestro profesor asegura que suele utilizarlos con frecuencia en clase, así como la calculadora básica o científica.

En cuanto a su uso, hacemos algunos comentarios. Por ejemplo, mientras los alumnos se familiarizan con las varillas de mecano, Raimundo les ha presentado las medidas de cada varilla y les ha indicado qué Actividades concretas han de hacer [Ri 2. 1]. A esto se ha reducido la presentación de este recurso y todo lo referente a su uso. Sin embargo, ha permitido, además, que algunos alumnos se familiaricen con ellas con anterioridad [Ri 1. 4], algo que consideramos conveniente para un uso adecuado del recurso de que se trate.

Yo creo que lo de las varillas ha quedado bien. Ayuda el que vean las cosas (E2Ri, 362-3).

Señalando otro ejemplo, ha sido modélica la preparación minuciosa del vídeo: ha cronometrado totalmente y marcado los trocitos que han visionado los alumnos, los ha intercalado con las actividades diseñadas para ello y ha vuelto a ponerlo en funcionamiento para seguir [Ri 3. 4] y [Ri 4. 2]. Incluso lo había ensayado con otro curso, porque tenía mucho miedo al descontrol de los alumnos si no dominaba los tiempos y las paradas, algo que no solo no se ha producido, sino que los alumnos han estado bastante implicados en las tareas propuestas en torno al visionado del vídeo.

De hecho te comenté que me lo llevé a la otra clase también, que por cierto funcionó bien (E2Ri, 350-1).

Los alumnos han trabajado motivados por haber utilizado recursos novedosos para ellos [Ri 2. 1], [Ri 3. 4], etc., al menos en matemáticas. Si analizamos la idoneidad de estos recursos, creemos que han favorecido a un mayor número de estudiantes, facilitándoles hacer y comprobar sus conjeturas. También han podido comprender con mayor profundidad las propiedades de los triángulos que han estudiado. Consideramos que estos recursos han sido *'transparentes'*, es decir, a partir de ellos los alumnos han podido abstraer estas propiedades matemáticas. A esto también ha contribuido, sin duda, el dibujo de triángulos con regla y compás, aunque es muy probable que, como Raimundo ha pasado de puntillas por estas Actividades, no hayan establecido suficientes conexiones entre un modo de construcción y otro, en relación con las propiedades mencionadas, algo bastante importante para favorecer la estructuración del conocimiento.

En cuanto al uso de recursos no materiales, *'su discurso'* ha sido muy escueto. Por ejemplo, en sus presentaciones de información [Ri 1. 2] y en las puestas en común ([Ri 2. 2], [Ri 3. 2], [Ri 4. 1]...), es breve y conciso y rara vez consigue una participación rica y comprometida de los estudiantes [Ri 1. 4]. Sin embargo, ha cuidado la exposición sobre el Teorema de Pitágoras,

llevando una cuerda de 12 nudos, que usaban los egipcios para construir un triángulo rectángulo y les ha presentado un libro sobre Pitágoras, logrando interesar a los estudiantes y con el vídeo también.

En cuanto a otros modos de representación, él las ha utilizado de distintos tipos: visuales, con la utilización del vídeo [Ri 3. 4] y [Ri 4. 2]; gráficas, en las construcciones de triángulos con regla y compás y en algunas de las actividades de aplicación [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], [Ri 5. 1], [Ri 5. 2], [Ri 5. 3], etc.; manipulativas, con las varillas de mecano [Ri 2. 1], [Ri 2. 3], [Ri 3. 1], fundamentalmente. También ha pretendido fomentar la expresión oral de conjeturas y comprobaciones en las puestas en común [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], [Ri 4. 1], aunque no haya logrado mucha participación; el lenguaje para la expresión de las conclusiones [Ri 2. 2], [Ri 3. 2] y el mural. Ha usado pocas notaciones algebraicas, aunque en varias sesiones los alumnos han manejado la expresión del teorema de Pitágoras ' $a^2 = b^2 + c^2$ ' [Ri 5. 1], [Ri 5. 2], [Ri 5. 3]. En cambio no se ha propuesto, ni usado dicha notación en el caso de las propiedades de los triángulos [Ri 2. 1], [Ri 2. 3], [Ri 3. 2], [Ri 4. 1], quedándose con el lenguaje común para expresarlas.

No ha jugado con el uso de ejemplos inductivos y de contraejemplos, como recursos conceptuales del profesor. Pero algunas de las Actividades propuestas, por ejemplo en el caso de las varillas de mecano, han sido en sí mismas casos particulares para ayudar a los estudiantes a llegar a la generalización. Esto no lo he hecho de forma trivial ni arbitraria, sino bien pensados y ordenados, lo cual no garantiza que todos los estudiantes hayan dado realmente el salto a la abstracción por sí mismos, por lo que las puestas en común no han tenido el mismo poder de estructuración del conocimiento para ellos.

Es muy relevante que Raimundo se haya decidido a utilizar estos recursos, venciendo su propia inseguridad, sobre todo en la utilización del vídeo. Se ha visto recompensado por la motivación de los alumnos durante su visionado, aunque duda si ha ayudado realmente a la comprensión del Teorema de Pitágoras. A posteriori, se siente satisfecho de haber sido capaz de introducir estos recursos didácticos, que nunca había utilizado.

Al vídeo le tenía miedo pero al final ha salido más o menos bien. Estoy contento (E2Ri, 349).

Lo del vídeo también, no sé si porque estaban atentos, pero los vi enganchados. No sé si porque era un vídeo o porque realmente iban entendiendo lo que iba diciendo, porque también es complicado, el vídeo segundo es complicado (E2Ri, 367-70).

Lo de las varillas también me daba miedo y lo he visto positivo (E2Ri, 395).

Otro aspecto positivo a resaltar es que Raimundo ha conseguido hacer responsables a los estudiantes de traer a estas sesiones algunos recursos que ya tienen: semicírculos graduados, reglas, escuadras y cartabones, compás, tijeras, calculadoras, etc., aún cuando algunos han fallado [Ri 3. 3], [Ri 3. 4], [Ri 4. 2], etc .

No obstante, Raimundo se queja de que todo esto le ha supuesto mucho trabajo, que el libro de texto ya da elaborado todo el material necesario y es una guía que le da seguridad, aunque no ha renunciado a seguir con el libro en momentos puntuales, como un recurso más.

Todo lo cual es un esfuerzo por mi parte: buscar los recursos y que no se descontrolen... Con el libro me siento mucho más seguro que con mis propias actividades, los grupos, el televisor... (E2Ri, 261-4).

Sin embargo, Raimundo no da demasiada importancia a haber renunciado a utilizar los ordenadores con sus estudiantes, siendo la geometría dinámica un aspecto especialmente potente y motivador a tener muy en cuenta. Además, contaba con los medios informáticos en su centro y él tiene los conocimientos necesarios para hacerlo. A tomar esta decisión le llevó el hecho de que ningún otro miembro de su grupo del Curso-P, podía hacerlo en sus respectivos institutos y no se animó a diseñar él solo Actividades con TIC.

No obstante, el hecho en sí del uso de materiales didácticos manipulables, de permitirles que se familiaricen con ellos, es un aspecto innovador, aunque su utilización haya sido restringida.

En síntesis, Raimundo ha utilizado recursos manipulativos -varillas de mecano-, tecnológicos - vídeo, calculadora-, instrumentos de dibujo, una biografía y sus propios materiales –Fichas de Actividades. En cambio, no ha usado ordenadores, a pesar de disponer de ellos y saber usarlos.

Está muy satisfecho de haber introducido todos estos recursos en su enseñanza, aunque al principio se sentía muy inseguro.

Duda haber logrado elegir los recursos más apropiados para los aprendizajes que pretende.

En cuanto al uso de recursos no materiales, por ejemplo, ‘su discurso’ ha sido muy escueto y apenas ha conseguido una participación amplia y rica de los alumnos, más allá de respuestas muy breves.

Ha utilizado distintos modos de representación: visuales, gráficos y manipulativos, fundamentalmente, lo que aporta a este profesor ciertos rasgos tecnológicos. También la

expresión de conjeturas y comprobaciones. Ha usado pocas notaciones algebraicas, salvo la expresión del teorema de Pitágoras.

El hecho en sí del uso de materiales didácticos manipulables, de haberles permitido familiarizarse primero con ellos, es un aspecto innovador, aunque su utilización haya sido restringida.

4. 2. 2. 1. 3 RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Raimundo considera que la secuencia de Actividades seguida en la práctica de la experiencia ha sido, fundamentalmente, la prevista. Hemos constatado que ha existido una doble lógica en la secuencia de actividades: una que ha constituido el hilo conductor general, que son los contenidos y otra, más próxima a cómo concibe este profesor que aprenden los alumnos, es decir, más centrada en su aprendizaje, pretendiendo la identificación de los conocimientos previos de los alumnos sobre el tema, en la Prueba Inicial, con actividades de iniciación en la primera sesión, de estructuración fundamentalmente, en las sesiones centrales y de aplicación, en la quinta sesión. Sin embargo, en la práctica, no ha conseguido identificar los conocimientos previos de los alumnos sobre el tópico, las actividades de estructuración no han alcanzado lo pretendido en un número significativo de estudiantes, según hemos comentado en el Apartado 4. 2. 2. 1. 1 y la aplicación ha resultado insuficiente. Hemos observado, pues, que la lógica del contenido ha prevalecido sobre la otra.

Nuestro profesor cree que las Actividades tienen un hilo conductor, pero duda si ha sido capaz de transmitirlo con claridad a sus alumnos y si éstos lo han asimilado, ya que, al ser el contenido el hilo conductor, extraño a los estudiantes, no puede garantizar que éstos lo hayan comprendido:

Sí, el orden entre las tareas y la interconexión entre ellas, ha sido como lo tenía previsto, sí, más o menos, sí (E2Ri, 23-6).

¿De tarea a tarea? Yo sí, más o menos he visto un hilo conductor. Lo que no sé es si he sido capaz de expresarlo, eso es lo que no sé si he sido capaz de ir llevando ese hilo conductor, si ellos lo habrán asimilado, pero yo sí lo tenía previsto tal y como lo he hecho (E2Ri, 59-63).

Eso es lo que no sé, si he sido capaz de transmitirles [a los alumnos] (...) y entonces que estén un poco desconectados (E2Ri, 64; 68).

Raimundo ha constatado desde el principio la diferencia de conocimientos previos entre los alumnos del grupo [Ri 1. 1], pero ha enfocado el trabajo con el nivel que considera que tiene la mayoría de sus estudiantes, en lugar de plantear actividades más abiertas, distintos itinerarios, o cualquier otra estrategia para intentar atender a la diversidad. Su razonamiento parece

excluir a algunos estudiantes, por el hecho de que los demás ya han trabajado esos temas con anterioridad, por lo que Raimundo no considera necesario dedicarse a ello:

De hecho, muchos de los alumnos, cuando llego a cosas que hemos dado, ya se las sabían todas (...) Pero ha habido varios alumnos que me han dicho de esto no sabemos nada. Entonces, tampoco veía yo que necesitara parar más (E2Ri, 82; 85-6).

Como veía que muchos de ellos sabían construir, aunque había otros que apenas sabían, eso lo he pasado un poquito por alto (E2Ri, 35-7).

En cierto sentido, ha pretendido que las Actividades tengan distintos niveles de formulación, añadiendo al enunciado '*Para la diversidad*', como ya hemos constatado en el Apartado 4. 2. 2. 1. 1, dando algunas pistas que faciliten su resolución.

Raimundo también ha observado que el Teorema de Pitágoras es el que mayores dificultades de aprendizaje ha presentado, al menos para algunos alumnos, pero no les ha reforzado ese contenido. Sin embargo, él considera que sí, por haber puesto Actividades de Refuerzo o Ampliación, para que las hagan en casa. Reconoce que tal vez a este tipo de alumnos les habría ayudado trabajarlos con otros recursos didácticos, como cualquiera de los numerosos puzzles que existen para demostrar el Teorema y que, por tratarse de demostraciones manipulables, facilitan mucho la comprensión.

El Teorema de Pitágoras, hay gente que no ha llegado a entender la demostración (E2Ri, 257-8).

Seguramente [les hubiera venido bien a esos alumnos hacer el puzzle. Haber tocado, haber manejado un poco....] (E2Ri, 260).

En el grupo donde se está desarrollando la experiencia, hay dos alumnos de diversificación, que tienen sus propias tareas y no han participado en ningún caso, en el trabajo general de la clase. Tampoco Raimundo les ha dedicado atención en todo el desarrollo de la experiencia. Considera que es labor del profesor de apoyo.

En definitiva, la lógica que predomina en la secuencia de actividades, su rigidez y uniformidad, sitúan a este profesor en un estado de transición (transición orientada por un enfoque tecnológico), pero aún próximo a un enfoque tradicional.

En síntesis, Raimundo ha seguido una doble lógica: la que marcan los contenidos trabajados y su intuición de cómo aprenden los alumnos, aunque ha prevalecido la primera.

A posteriori, nuestro profesor duda si ha sido capaz de transmitir con suficiente claridad a los alumnos este hilo conductor existente y si éstos han sido conscientes de la conexión entre

las diversas Actividades, al presentar una propuesta ajena a los estudiantes, lo que le hace perder sentido.

La secuencia propuesta ha sido uniforme para todos los alumnos, con muy poca atención a la diversidad de los estudiantes.

4. 2. 2. 1. 4 Resultados del Clima y Organización del Aula y del Tiempo

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la presentamos dividida, como en el caso del conocimiento declarativo, en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo.

➤ La organización del espacio y los agrupamientos

El espacio ha estado organizado durante la experiencia de dos formas: en el primer episodio de la primera sesión y en la última -la sexta-, los pupitres han estado orientados hacia la pizarra y la mesa del profesor; en el primer caso, sentados en parejas, como es lo habitual en las clases de Raimundo [Ri 1. 1], aunque se ha tratado de una puesta en común de las respuestas al cuestionario inicial. En el segundo caso, durante la última sesión, los estudiantes han estado sentados individualmente, con cierta separación entre los pupitres, en filas y columnas ordenadas, como suelen hacerlo en los exámenes [Ri 6. 1], [Ri 6. 2]. El resto del tiempo dedicado a la experiencia, los alumnos han estado distribuidos en pequeños grupos, siempre los mismos. En ninguna sesión se ha cambiado de aula, que Raimundo considera amplia y adecuada para la distribución de los estudiantes y permite usar los recursos previstos, incluido el visionado del vídeo.

Al distribuirlos en la primera sesión [Ri 1. 2], nuestro profesor no ha explicitado el porqué de los agrupamientos a los estudiantes. Éstos han reorganizado sus mesas, uniéndolas entre sí, con lo cual algunos estudiantes de cada grupo no han estado orientados hacia la pizarra. Cuando el profesor ha explicado mientras ellos están situados así, unas veces han vuelto solamente la cabeza o, si la explicación se prolonga o él dibuja alguna figura en la pizarra, mueven las sillas, por ejemplo, en [Ri 2. 1]. Esto también ha ocurrido durante el visionado del vídeo, que se ha realizado en varias etapas y recogido en varios episodios, reorientando las sillas hacia el televisor lo mejor posible durante el evento, trasladándolas más cerca, pero sin cambiar los pupitres de lugar, ni de orientación [Ri 3. 4], [Ri 4. 2].

Analizando lo que ha ocurrido, nuestro profesor reflexiona sobre la necesidad de modificar la configuración del aula en función de la tarea, puesto que ha detectado algunas disfunciones en el hecho de estar siempre en grupos. Por ejemplo, cuando el profesor ha decidido presentar alguna información, ellos han seguido trabajando en sus Actividades y no le han escuchado. Esto ha ocurrido, por ejemplo, cuando ha presentado la Actividad del mural [Ri 1. 4] o al hacer el repaso del trabajo de las primeras sesiones [Ri 4. 1], con la finalidad de afianzar los conocimientos trabajados. Para mejorar esta situación, ha considerado que habría de presentar la información con los alumnos orientados hacia la pizarra y sentados individualmente y, después, cuando él haya terminado, distribuirlos en grupos:

El hecho de estar en grupo les hace hablar más (E2Ri, 132).

Yo me he dado cuenta que, muchas veces, cuando estaba hablando al principio de la clase, sobre todo cuando estaba hablando a todos para organizarnos y todo eso, muchos de ellos están copiando o están corrigiendo, o algo así, y a lo mejor ahí no he sido capaz yo de que me escuchen (E2Ri, 65-8).

Yo intentaría explicar un poco mejor cómo tenían que hacerlo. Quizá sería mejor que estuvieran sentados individualmente al principio y después de explicarlo, distribuirlos en los grupos (E2Ri, 253-5).

Raimundo ha realizado los agrupamientos con el objetivo de no ser él quien presente la información, sino que ellos mismos la busquen, generalmente en los enunciados de las propias Actividades o en el libro de texto y la compartan entre ellos. Ha comprobado que esto no lo ha conseguido con varios grupos [Ri 2. 1], [Ri 5. 2], advirtiéndole que esta actitud influiría negativamente en la evaluación [Ri 5. 2], esforzándose por conseguir de ellos un mejor funcionamiento, diciéndoles frecuentemente que se pregunten entre sí [Ri 4. 1], [Ri 4. 2], etc.

En lugar de explicarles yo las cosas, decirles: preguntaos siempre entre vosotros, hablad entre vosotros. Por ejemplo, el grupo que estaba delante de la mesa, yo veía que funcionaba más o menos bien, pero los demás grupos, que veía que no funcionaban bien, intentaba que funcionaran bien (E2Ri,106-9).

Raimundo considera más importante, durante esta experiencia, que se ayuden unos a otros, que resolverles él mismo las dudas. Así concibe él que les está enseñando a trabajar en grupo, quizás un poco ingenuamente.

Es importante que sepan trabajar en grupo, que intenten relacionarse entre ellos (E2Ri, 126-7).

Considero antes ese papel, el de intentar enseñarles a que sepan trabajar en grupo, que intenten relacionarse entre ellos y ya después el segundo papel, el de explicar (E2Ri, 126-8).

Yo espero que se les haya quedado algo, por mi insistencia (E2Ri, 404).

Este 'relacionarse entre ellos' lo ha aplicado Raimundo sólo a los grupos consigo mismos, pero no ha sido partidario de la interacción con los miembros de los grupos restantes, algo que ha ocurrido con cierta frecuencia y que ha reprimido inmediatamente [Ri 4. 2], [Ri 5. 2].

Aún con sus esfuerzos, no todos los grupos han funcionado bien [Ri 2. 1], [Ri 5. 2], etc., e incluso en la sesión dada a última hora, ha expulsado a un alumno de clase [Ri 2. 1]. A veces, como hemos constatado tanto nosotros como Raimundo, algunos se han aprovechado del trabajo de los otros: en lugar de haberlo hecho con la ayuda de los demás compañeros, directamente lo han copiado de ellos [Ri 1. 1], [Ri 4. 1], [Ri 5. 2], etc.

Me acercaba a los grupos para ver si lo leían y lo entendían pero había muchos que no lo leían y lo que hacían los que no lo leían, era ver lo que hacían los que lo leían y hacer lo mismo (E2Ri, 20-2).

Con frecuencia, Raimundo ha respondido a los alumnos que le han preguntado dudas, diciéndoles que vuelvan a leer los enunciados más atentamente, en lugar de explicarles él, en primera instancia. Esta actitud de Raimundo no implica que se haya negado a aclarar dudas cuando lo ha considerado oportuno o necesario, pero ha intentado que primero se ayuden entre ellos. Esto los ha desconcertado bastante, por no estar habituados a trabajar con menor dependencia del profesor. Es decir, estar sentados en grupo y recibir consignas sobre que han de compartir la información, no ha hecho que, automáticamente, trabajen de manera cooperativa y aumente su grado de autonomía, que ha sido escaso.

De hecho, muchos se enfadaron conmigo porque los he puesto a leer [los enunciados de las Actividades], que no explicaba nada (E2Ri, 109-11).

Se enfadaron conmigo porque los he puesto a leer, que no explicaba nada, porque les decía que lo miraran en el libro o que se preguntaran entre ellos, entonces no hacían nada, porque no explicaba nada (E2Ri, 111-3).

Como normalmente trabajan individualmente, no saben hacerlo (E2Ri, 134-5).

No, no, eso no quiere decir que no explique nunca a los grupos. Yo al grupo éste que estaba delante de la mesa les explicaba muchas cosas (E2Ri, 115-6).

Raimundo sabe que ellos no están entrenados para esto y que es difícil hacerlo con sólo poner voluntad e interés. A veces se pregunta si podría haberles orientado mejor.

Después cometí el fallo de no orientarles mejor (E2Ri, 251)

También es verdad que en casi todas las sesiones digo: en la siguiente sesión lo primero que les tengo que decir es que estuvimos hablando de un trabajo en grupos, que es muy importante... Pero cuando estoy allí (...) se me olvida. (E2Ri, 405-9).

De lo que tal vez no es consciente es que necesitan el aprendizaje de estrategias concretas y habilidades sociales y matemáticas para llevar a cabo el trabajo en grupos medianamente orientados. O tal vez se le olvida orientarles mejor a trabajar en grupo porque Raimundo parece que no considera que trabajar así produzca más aprendizaje, o que sea una estrategia válida para todos los alumnos. Es decir, las interrelaciones entre iguales son para él más un cambio de forma de presentar la información, que una riqueza y condición necesaria para que se produzca conocimiento, y puede ser útil para unos estudiantes y no para otros:

Un cambio de forma que, a lo mejor, a unos enganchaba y a otros no (E2Ri, 151).

Por ejemplo, hay un alumno que de hecho está trabajando en un grupo, no ha sacado tanta nota como cuando él trabaja solo. A algunos les ha ayudado y a otros les ha perjudicado (E2Ri, 152-4).

No, no, es que el alumno del que yo estoy hablando, en su grupo no trabaja bien. Ha habido momentos, ha habido clases, pero, en general, no estaba a gusto (E2Ri, 157-8).

➤ **El Clima del Aula**

El ambiente de la clase es diferente cuando los estudiantes están trabajando en su grupo, en el que hablan continuamente entre ellos, respecto de los momentos de puesta en común, en los que con frecuencia se hacen silencios [Ri 1. 1] e intervienen generalmente los mismos estudiantes [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], etc., es decir, la participación es más bien escasa.

Hay cosas que no me gustaban, lo que pasa siempre, que hablaban los mismos, los que trabajaban (E2Ri, 167-8).

Nuestro profesor ha tratado de estimular a los estudiantes para que hablen entre ellos, intercambien información, ideas y resultados, insistiendo continuamente en esto, pretendiendo también que tuviesen mayor autonomía, sin conseguirlo.

A veces les explicaba algo, pero lo primero que intentaba es que hablaran entre ellos y que vieran cosas positivas de unos a otros (E2Ri, 122-3).

En lugar de explicarles yo las cosas, decirles: preguntad siempre vosotros, hablad entre vosotros. Por ejemplo, el grupo que estaba delante de la mesa, yo veía que funcionaba más o menos bien, pero los demás grupos, que veía que no funcionaban bien, intentaba que funcionaran bien (E2Ri,106-9).

Sí, y me preguntaban: qué hay que hacer (E2Ri, 263).

Raimundo no ha explicitado al comienzo de la experiencia [Ri 1. 1], [Ri 1. 2] [Ri 1. 3], [Ri 2. 1], etc., ningún tipo de normas, ni sociales ni matemáticas. Sin embargo, hemos observado que los alumnos han estado usualmente con un nivel de ruido muy bajo y, al menos aparentemente, bastante concentrados, salvo en una sesión a última hora. A pesar de esto, Raimundo parece descontento de la conducta de los estudiantes, en general:

Los alumnos han tenido cierta falta de disciplina, como siempre. Descontrol, muchas cosas. (E2Ri, 130-1).

Por una parte, reconoce que algo ha mejorado la implicación de los alumnos durante esta experiencia, sobre todo en el aula, aunque sólo sea por haber presentado actividades y recursos distintos a otras ocasiones y haber sido menos rutinario:

Sí, sí, no se portaron mal, no se portaron mal, pero me gustaría que se portaran mejor, como siempre (E2Ri, 136-7).

Sí, los alumnos se han aplicado más que en otros temas: primero, por el hecho de que se ha cambiado de rutina (E2Ri, 146-7).

No sé, yo no estoy disgustado con la experiencia y no estoy contento. Pero, también es lo que pensaba yo, que no iba a ser lo mejor del mundo, que iba a ser un cambio de forma (E2Ri, 148-50).

Por otra parte, sin embargo, Raimundo considera que ha fracasado un poco en su función motivadora porque no ha conseguido que todos hayan trabajado como él habría querido [Ri 5. 1]. Destaca, sobre todo, el aspecto del trabajo en casa, al que él da mucha importancia y que no ha logrado que hagan una gran parte de ellos, lo que ha ocurrido todos los días. Es algo que parece obsesionarle. No considera en absoluto suficiente que los estudiantes se hayan implicado en el aula. Lo que Raimundo pretende, siempre que los alumnos no han terminado las actividades propuestas, es que las hagan en casa, aunque sabe que solo una parte de ellos las hace. Lo constatamos por ejemplo, en [Ri 2. 3], [Ri 3. 3]. Aún así, considera que ha ayudado a pensar a algunos alumnos y esto le ha producido bastante satisfacción:

No, del todo no los he enganchado. Hay algunos que les ha gustado, otros al contrario, ya me lo dijeron en clase (E2Ri, 143-4).

No, en clase sí están implicados, pero es que luego, como quiero que trabajen en casa... (E2Ri, 354-5).

Puede ser que les ponga demasiadas actividades para casa, pero yo quiero que las hagan (E2Ri, 358-9).

Pero bueno, simplemente el hecho de que Marta haya pensado, eso ya vale por todo el trabajo... (E2Ri, 229-30).

Por nuestra parte, hemos constatado que no ha atendido a los dos alumnos que tienen Necesidades Educativas Especiales. Durante el desarrollo de la experiencia, han estado siempre en el aula por circunstancias excepcionales y, aunque tienen encomendadas otras tareas matemáticas, con frecuencia han recurrido a Raimundo, que no los ha atendido [Ri 4. 1], [Ri 4. 2], por considerar que no es función suya, sino del profesor de apoyo y no se siente responsable de ellos. Sin embargo, cuando su conducta ha sido inadecuada, les ha reñido y los ha puesto a copiar del libro de texto, lo mismo que ha hecho siempre que algún alumno ha llegado tarde a clase [Ri 1. 1], [Ri 4. 1], etc. Casi todos los días le ha pasado a alguien, pues cinco de las seis sesiones han sido a primera hora de la mañana.

Nuestro profesor se ha hecho consciente de que la implicación de los estudiantes es muy superficial. Efectivamente, en la medida en que Raimundo no ha dado protagonismo real al alumno, no hay verdadera implicación. Sólo ha habido un cambio de formas.

Se portaron bien, pero no hacían las Actividades, no las hacían. Se portaron bien desde el punto de vista de que no hacían ruido, pero las Actividades... Se ponían a charlar entre ellos (E2Ri, 138-41).

Me preguntaste antes por las dificultades: estaba pensando un poco en el orden, que no consigo que trabajen (E2Ri, 351-3).

➤ La Organización del Tiempo

Raimundo ha realizado el trabajo en seis sesiones. Afirma haber puesto el mismo énfasis en todas las Actividades que se ha propuesto, en el sentido de dedicarles un tiempo parecido, aunque su intención previa había sido dar un mayor papel a las relacionadas con la vida cotidiana:

Bueno yo creo que le he dado a todo el mismo énfasis: A las varillas su tiempo, al vídeo su tiempo, a las Actividades de clase también, a la construcción con regla y compás, como veía que muchos alumnos sabían, quizá casi no las he corregido, he dicho que las corrijan ellos en grupo (E2Ri, 32-4).

Yo tenía interés en lo de las aplicaciones a la vida cotidiana, o sea, tal y como se iban desarrollando las Actividades, me di cuenta de que al final solo estuve una hora con esas Actividades. Quizá no le puse el énfasis que yo pretendía al principio (E2Ri, 39-42).

El que las clases hayan sido en su mayoría a primera hora de la mañana es posible que haya influido en el buen comportamiento de los estudiantes, ya que la única sesión que se ha hecho al final, la segunda, su conducta ha sido muy distinta, más ruidosa y desmotivada, con mucha menor implicación en las tareas [Ri 2. 1], [Ri 2. 2], [Ri 2. 3].

En cada sesión, hemos observado que ha ido cambiando de Actividad con gran frecuencia, interrumpiendo los procesos de los alumnos que no han terminado la tarea [Ri 1. 3], [Ri 3. 1] [Ri 4. 2], [Ri 5. 3], etc., y que les ha dedicado a cada una muy poco tiempo. Esto se constata especialmente en el episodio [Ri 4. 2], en el que llega a pedir que hagan hasta siete actividades. Las puestas en común de sus resultados también se han desarrollado de forma muy rápida y concisa, la mayor parte de ellas han durado unos cinco minutos [Ri 1. 4], [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], etc. En alguna ocasión [Ri 4. 2] hace él mismo un resumen para ganar tiempo. Quizás el caso más paradigmático sea el del mural, cuya presentación ha durado tres minutos [Ri 1. 4] y únicamente en momentos puntuales ha atendido algunas cuestiones sobre él, planteadas por algún grupo concreto de estudiantes [Ri 2. 1], Ri 3. 1], Ri 3. 3], [Ri 5. 2].

Esta rapidez con la que cambia de Actividades y la brevedad de las puestas en común, pueden llegar a ser serios obstáculos para que los alumnos hagan una buena apropiación de significados y los interioricen y estructuren. Todo transcurre de modo que es poco probable que pueda consolidarse el conocimiento vislumbrado y difícilmente adquirido por una mayoría, salvo aquellos estudiantes que tienen gran facilidad para las matemáticas, que podrían trabajar aspectos más profundos e interesantes. Raimundo ha creado un clima favorable a terminar lo antes posible cada Actividad y pasar a la siguiente, sin dejar tampoco tiempo a la reflexión. Creemos que nuestro profesor no ha puesto fácil que siga implicado en las tareas el resto de estudiantes.

En cambio, constatamos que la percepción de Raimundo es más bien la contraria, es decir, que el ritmo ha sido lento en algunas Actividades:

Todo nunca puede transcurrir como uno prevé, pero bueno, pensaba ir un poquito más rápido en algunas Actividades y he ido más lento, pero yo creo que sí, que más o menos... No un sí absoluto, pero sí, más o menos, ha ido como estaba previsto, aunque con Actividades que han durado más de lo que pensaba y tampoco es que tuviera previsto mucho más... (E2Ri, 4-8).

Todo ha transcurrido como lo tenía previsto, sí más o menos, sí. Lo que no ha sido, es lo que hemos visto antes, que pensaba ir más rápido en las Actividades (E2Ri, 26-7).

Ha tenido algunas dudas sobre la utilización de recursos didácticos [Ri 2. 1], [Ri 2. 3], [Ri 2. 1] y [Ri 3. 1], ya que, mientras que a veces considera que los ha usado en su justa medida, en otra ocasión afirma que le han quitado tiempo para hacer otras actividades. Otras veces, los ha retirado antes de tiempo, porque le ha dado la impresión de que ya saben utilizarlos [Ri 2. 3] y [Ri 3. 3]. También le ha costado mucho adaptarse al ritmo de los alumnos cuando están usando los recursos previstos.

Por otra parte, como ya hemos comprobado en reiteradas ocasiones, otra de sus formas de ganar tiempo, es pedir que hagan en casa todo lo que no han terminado durante la sesión en curso, para compensar su presunta lentitud en el aula con su trabajo personal [Ri 2. 3], [Ri 3. 4] [Ri 5. 3], etc., además de la relación completa que les ha pedido directamente para hacer en casa (Ficha VIII). Esto le preocupa especialmente. En su opinión, los estudiantes trabajan con lentitud porque no afianzan los conocimientos ya dados, estudiando y haciendo las actividades de casa. Considera, además, que es un tema conocido por la mayoría, por lo que no es normal que hayan tenido un ritmo tan lento al hacer las Actividades relativas al mismo.

Porque pensaba que los niños lo iban a hacer más rápido y lo iban a hacer en sus casas (E2Ri, 11-2).

No obstante, reconoce que ha dedicado poco tiempo a Actividades que considera de especial relevancia, como son las de aplicación a la vida cotidiana [Ri 5. 1] y [Ri 5. 2]. El lo justifica por la utilización de otros recursos didácticos y su insistencia en el trabajo grupal, que también han necesitado su tiempo. Procurar que el funcionamiento de los grupos haya sido bueno, también ha ralentizado el trabajo. Reflexionando sobre lo que ha ocurrido, se da cuenta de no haber sido consecuente con sus propias finalidades, al dedicarles un tiempo claramente insuficiente a estas aplicaciones, habiéndolas considerado previamente fundamentales:

Me ha faltado tiempo en lo de las aplicaciones a la vida cotidiana, o sea, tal y como se iban desarrollando las Actividades, me di cuenta de que al final solo estuve una hora con esas Actividades. Quizá no le puse el énfasis que yo pretendía al principio, pero el hecho de utilizar las varillas y utilizar el video, pues ya supongo que eso me condicionó un poco y sólo tuvieron una hora para poderlas hacer (E2Ri, 40-5).

Pretendía lo de las aplicaciones, que se enteraran bien, pero como tampoco le hemos dedicado tiempo... (E2Ri, 376-8).

Raimundo, en este sentido, se debate entre cumplir el tiempo previsto, dejándose llevar por la prisa y hacer cuantas más Actividades mejor, que él comprende que no puede ser el objetivo más importante, y tener en cuenta otras consideraciones:

No, cumplir el tiempo previsto no es más importante que otras cosas. Sin embargo, veía que el tiempo no era suficiente de una Actividad a otra, pero pasaba a la siguiente (E2Ri, 71-4).

No, el ritmo que marco no es el adecuado, no, yo no... Pero es el que me propongo yo y el que intento cumplir (E2Ri, 80-1).

Raimundo podría reflexionar sobre estas declaraciones subrayadas, en la posible contradicción en la que ha incurrido y si a todos los estudiantes se les puede aplicar rígidamente el ritmo que se ha propuesto. Lo que expresa a continuación nos induce a pensar que Raimundo, implícitamente, considera que los alumnos no se han esforzado, ni han trabajado lo suficiente y que esa es la causa por la que no han seguido el ritmo que él ha pretendido establecer.

No sé, yo voy a un ritmo ¿no? que quizá era demasiado rápido para algunos alumnos, particularmente cuando en casa, luego, no habían trabajado lo que había que trabajar. Pero no considero que haya ido demasiado rápido, considero que los alumnos van más lentos de lo que debían ir (E2Ri, 75-9).

Algo curioso es que Raimundo expresa en una ocasión que el ritmo de trabajo no afecta a los aprendizajes, pero en otras parece afirmar lo contrario. Consideramos que no es muy consciente de lo que todo esto supone de posibles obstáculos para los estudiantes:

Pero con respecto al ritmo, yo creo que no hemos ido deprisa, ni tampoco creo que haya influido mucho en algunos alumnos para que aprendan más o menos (E2Ri, 97-9).

Yo pretendía lo de las aplicaciones, que se enteraran bien, pero como tampoco le hemos dedicado tiempo... (E2Ri, 376-8).

No, eso lo que quería era centrarme más en las aplicaciones, pero si no he conseguido que apliquen el Teorema... Sí, llegó la sexta sesión y se acabó el tiempo. Entonces, sólo vimos en qué consistía el Teorema y cómo demostrarlo... (E2Ri, 382-6).

Tal vez en otras circunstancias, Raimundo hubiese añadido una sesión más para completar aquello que se había propuesto, pero el corte que suponen las vacaciones, le ha 'obligado' a tomar la decisión de dar por terminada la experiencia con las seis sesiones previstas:

No quería que el tiempo [dedicado a la experiencia] pisara la Semana Santa, porque es que si añadía otra sesión, después venía la Semana Santa y no podía hacer la evaluación final antes de vacaciones (E2Ri, 49-51).

Sí, llegó la sexta sesión y se acabó el tiempo. Vimos en qué consistía el Teorema y cómo demostrarlo. Pero las aplicaciones apenas (E2Ri, 386).

Tenía tanta prisa en terminar por las vacaciones (E2Ri, 295).

En otro orden de cosas, Raimundo ha exigido el cumplimiento de las fechas de entrega del mural que pidió hacer a los alumnos. En un primer momento, les ha asegurado que el plazo ha vencido y no recogerá ningún mural más (hasta el momento, solo ha recibido dos). Ahora, durante la entrevista, está reconsiderando su afirmación y duda si al final los recogerá. No reconoce que tal vez el tiempo concedido haya sido escaso, por una parte, para plantear con más claridad qué pretendía conseguir con esta Actividad [Ri 1. 4] y, sobre todo, para orientar, en los días sucesivos, al menos sobre la marcha, el trabajo de los alumnos sobre el contenido del mural. Aún así, no considera que haya suficientes razones para que se hayan retrasado:

Se les ha pasado el plazo. Lo tenían que traer el viernes. (...) No se les puede dar otra oportunidad. Porque no, porque ya ha cumplido el plazo. (...) No es lo más importante pero, vamos a ver, si les dije que había que entregarlo como muy tarde el viernes en el recreo, si no lo entregan... No, si después se los recogeré. Yo no diré nada y se los recogeré (E2Ri, 238-44).

Creo que si les di tiempo suficiente para que se organizaran, para que pensarán en el contenido del mural] (...) Creo que fue el primer día y, después, había momentos en los que hablaban del mural (E2Ri, 276-9).

Ana: *A las 9:27 de la primera sesión, aproximadamente, les dijiste a los estudiantes: “vamos a hacer un mural”. La sesión terminaba a las 9:30 ¿Es que el tiempo que consideras que hay que dedicarle a las cosas es el que ellos necesitan? Raimundo: No (E2Ri, 281-3).*

Resumiendo, durante casi toda la experiencia los alumnos han estado organizados en los mismos grupos heterogéneos, fuese cual fuese la actividad, salvo en la primera y en la última sesión. El profesor se plantea, al finalizar la experiencia, que es más adecuado organizar a los alumnos según la actividad a realizar.

La cooperación entre los estudiantes y el respeto mutuo ha sido un objetivo muy importante para él, instando continuamente a la ayuda mutua, a explicar unos a otros lo que saben, a enriquecerse con las opiniones compartidas y absteniéndose frecuentemente de contestar él, en primera instancia, a las dudas de los miembros del grupo. Pero el estar sentados en grupo no ha implicado que trabajen de forma cooperativa. Por otro lado, aunque Raimundo ha intentado estimular mucho la ayuda mutua en el interior de los respectivos grupos, ha reprimido firmemente cualquier interacción entre grupos.

Salvo excepciones, hemos observado que han estado bastante concentrados y con un nivel de ruido muy bajo, aunque la implicación de todos en las tareas no siempre ha sido considerada suficiente por el profesor, y el ambiente en los debates ha sido, en general, muy poco participativo. Raimundo cree que la mayor parte de los alumnos se han implicado más de lo habitual durante el desarrollo de la experiencia, aunque no se encuentra satisfecho. Hubiese deseado una mayor implicación en las tareas dentro y, sobre todo, fuera del aula.

En cuanto a la organización del tiempo, le ha resultado escaso pero no ha aumentado el número de sesiones, por el corte que han supuesto las vacaciones de Semana Santa. Considera que el ritmo de los estudiantes es lento, porque no trabajan lo suficiente. Sin embargo, constatamos que cambia continuamente de Actividad y que no espera a que hayan terminado la que acaba de proponerles para hacer la puesta en común de sus conclusiones, a las que solo consiguen llegar algunos grupos. Sus intervenciones son muy breves y concisas, así como la de los estudiantes, pasando de nuevo rápidamente a la siguiente Actividad. Si no da tiempo en clase a trabajar lo que tenía previsto, siempre pide que lo terminen en casa, pero no reajusta la propuesta.

Aunque ha considerado fundamentales las actividades de aplicación, sólo les ha dedicado una sesión. Entonces se replantea el trabajo con recursos variados y su dedicación a la buena marcha de los grupos, porque quita tiempo para otros aspectos.

Aunque la práctica de Raimundo presenta, en esta categoría, aspectos innovadores, tales como la organización, aunque rígida, de los alumnos en grupo y el fomento de las interrelaciones entre los miembros de un mismo grupo, también contiene otros elementos que lo aproximan bastante a un enfoque tradicional: ritmo de trabajo inadecuado a los estudiantes, ambiente muy poco participativo, etc.

4. 2. 2. 1. 5 Resultados del Papel del Profesor

Raimundo considera que su primer y principal cometido es el de explicar. En cambio, este rol se ha transformado durante la experiencia en estimular a los estudiantes, cuando trabajan en pequeños grupos, para que hablen entre ellos, para que intercambien información y resultados [Ri 3. 1], [Ri 4. 2], [Ri 5. 2], [Ri 5. 3]. Realmente, en su práctica ha tenido muy pocas exposiciones para dar información a toda la clase directamente [Ri 1. 2].

Bueno, la primera función es intentar explicar, que casi siempre es la principal de la clase. Luego, al ir con los grupos, he intentado antes de explicarles yo las cosas, decirles: preguntad siempre vosotros, hablad entre vosotros (E2Ri, 104-7).

Los estudiantes, en cambio, no asumen esta forma de responderles, pues ellos consideran que el papel del profesor es explicarles todo lo que no entienden y se enfadan con él cuando no responde directamente a sus dudas y los remite a que lean de nuevo el enunciado o que pregunten a sus compañeros de grupo [Ri 3. 1], [Ri 4. 1], [Ri 4. 2].

En otro orden de cosas, Raimundo ha repartido por los grupos las varillas de mecano [Ri 2. 1], [Ri 3. 1], las Fichas de Trabajo [Ri 3. 4], [Ri 4. 2], cuadernos ya corregidos [Ri 4. 2], el examen final [Ri 6. 1], etc. Ha controlado quienes han traído los instrumentos de dibujo y/o las tijeras [Ri 4. 2], etc. También ha preparado los recursos didácticos que ha utilizado con sumo cuidado. Por ejemplo, ha reservado los aparatos, ha localizado en el vídeo los trozos a visionar con los alumnos [Ri 3. 4] y [Ri 4. 2], ha elaborado las Actividades que han hecho los estudiantes en los intermedios y lo ha ensayado previamente varias veces en otros grupos, para que no fallara. También es el que pone en marcha y para el vídeo.

Cuando les entregaba las hojas los alumnos me preguntaban antes de leerlo, eso es una dificultad que tienen. (...) Que en vez de leer los enunciados me hacían las preguntas sobre lo que tienen que hacer y yo insistía muchas veces en que leyeran, que leyeran, se enfadaban conmigo porque no se lo explicaba, pero yo insistía en que lo leyeran. Pero es que no lo leen, no sé si es porque no saben o porque... Yo creo que es por falta de costumbre (E2Ri, 13-9).

Sí, estaba muy seleccionado el momento, lo había visto cuatro veces, tenía ya el vídeo estudiadísimo... (E2Ri, 372).

Ha llevado un gran control del tiempo que ha dedicado a las Actividades diseñadas, sin negociarlo con los estudiantes y creemos que sin respetar el ritmo de los alumnos, como hemos visto en el Apartado 4. 1. 1. 4. Raimundo se ha ocupado de que trabajen todos simultáneamente en la misma Actividad [Ri 3. 2], [Ri 4. 2], [Ri 5. 3] y les ha insistido y obligado a dejar la Actividad propuesta unos minutos antes [Ri 3. 1], [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], aunque no estuviese terminada.

Ha controlado también otras tareas, creemos que con cierta rigidez: “copiad lo que está diciendo el compañero” [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], “en el cuaderno no, en la Hoja de Trabajo” [Ri 3. 3], el comportamiento de los alumnos [Ri 2. 2], [Ri 5. 1], [Ri 5. 3], etc.

Otra función ha sido la de recoger –y suponemos que supervisar- los cuadernos [Ri 4. 2] y los murales [Ri 6. 2], así como recordar y controlar la fecha de entrega [Ri 6. 2]. Este papel evaluador, lo ha traducido, en parte, en observar los conocimientos de los alumnos [Ri 3. 2], [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], etc., con los Criterios de Evaluación de los contenidos elaborados en su diseño, recogidos en la tabla de observación que ha construido. Esta tarea le ha desbordado en la mayoría de las ocasiones, pues no le ha dado tiempo de observar a todos los alumnos, ni todos los Criterios de Evaluación que ha considerado:

Observar, también, si saben construir con el compás, si saben clasificar. Eso sí, ha habido momentos que yo veía que iba funcionando, pero no me ha dado tiempo a verlos a todos. Si un grupo me preguntaba, a raíz de la pregunta yo le contestaba y a la vez veía si sabía lo de la clasificación, a raíz de ciertas preguntas veía si

sabían... A ver, cómo construiste esto... Y, entonces, comprobaba si lo sabía. Yo me sentía muy agobiado en este sentido y eran muchos criterios (E2Ri, 309-15).

Ha protagonizado las puestas en común [Ri 1. 4], [Ri 2. 2], [Ri 3. 2], etc., y el repaso y síntesis de los contenidos desarrollados en las tres primeras sesiones [Ri 4. 1], con el fin de cerrar y estructurarlos y también en la última sesión, en el cierre de la experiencia [Ri 6. 2], siempre brevísimamente.

Otro rol importante que también ha asumido Raimundo es el de hacer preguntas que guíen el trabajo de los alumnos. En general, han sido *'preguntas de comprobación'* o una mera invitación a que busquen ellos mismos la información o la pregunten a sus compañeros [Ri 3. 3], [Ri 5. 2], [Ri 5. 3]. En otras ocasiones ha repetido a los alumnos sus propias respuestas, añadiendo nuevas preguntas, breves y cerradas [Ri 1. 1], [Ri 3. 2], [Ri 3. 4]. También ha preguntado, a veces, si el resto del grupo está de acuerdo con una intervención concreta de otro alumno [Ri 1. 1], [Ri 2. 2], [Ri 4. 1]. E incluso ha contestado de vez en cuando a sus dudas, más de tipo organizativo que sobre contenidos. Nuestro profesor considera que ha cumplido bien este papel, que suele responder siempre con nuevas preguntas, aunque no de modo consciente o controlado en todos los casos.

Sí, soy capaz de devolverles sus preguntas con otras preguntas que les ayuden a ellos. Lo hago muchas veces: qué pone ahí, léemelo... Sí, lo hago muchas veces, pero yo eso no lo controlo, me sale espontáneamente, mis técnicas particulares... A veces me sale y a veces no (E2Ri, 264-9).

Pero no les ha dirigido preguntas *'genuinas'* que les planteen un reto o un conflicto, que no tengan una solución única, etc., que los anime a trabajar y a elaborar ideas.

En síntesis, Raimundo muestra, en general, un papel estimulador del trabajo de los estudiantes, animándolos a ayudarse unos a otros y no respondiendo inmediatamente a sus preguntas, aunque duda de haberlo hecho bien.

Ha ejercido un fuerte control sobre todo lo que ha ocurrido en el aula: las actividades, los agrupamientos, el ritmo de trabajo y la organización general de espacios y tiempos, el comportamiento de los alumnos, el cierre de los contenidos, etc.

Sus preguntas son, con frecuencia, de *'comprobación'*, cerradas y breves, con las que trata de contribuir a que el alumno avance en la dirección prevista. Sus respuestas a las preguntas de los alumnos suelen ser también muy concisas, bien mediante nuevas preguntas de *'comprobación'* y/o *'evaluadoras'*, bien remitiendo a los compañeros o al libro de texto. No plantea preguntas *'genuinas'* ni *'provocadoras'*, ni suele enriquecer los debates, bien con

aportaciones propias, bien llevando a un nivel más elevado las intervenciones de ellos, ni han ocurrido procesos de negociación de significados.

Su papel evaluador ha sido permanente, como observador de los Criterios de Evaluación que ha establecido.

Raimundo no ha querido abundar en explicaciones propias durante la experiencia y lo ha conseguido, lo cual lo aleja de un modelo tradicional. Su protagonismo absoluto en numerosos aspectos, tales como el ritmo de trabajo, el cierre de los contenidos, etc., lo alejan de un modelo investigativo y nos indican que su innovación está orientada por una tendencia tecnológica. Desde luego se ha tratado en estos aspectos de una metodología más centrada en el profesor que en el estudiante, aunque no ha sido su intención consciente.

4. 2. 2. 1. 6 Resultados del Papel del Alumno

El papel fundamental que han desarrollado los estudiantes durante esta experiencia ha sido la realización de las Actividades propuestas, según hemos podido constatar en la mayor parte de los episodios. Esto ha implicado:

➤ En los pequeños grupos

Han realizado las actividades propuestas por el profesor, han contrastado las Actividades realizadas con los demás miembros del grupo y validado sus respuestas [Ri 3. 3], [Ri 4. 2] o las ha corregido en las puestas en común y en una ocasión en la pizarra [Ri 5. 2]. Han tratado de ponerse de acuerdo con los componentes de su grupo sobre cómo hacer el mural solicitado [Ri 1. 3], [Ri 4. 1], etc.

También, en ocasiones, han explicado a los demás las Actividades que ha hecho en casa y/o en clase y que ha entendido [Ri 5. 2]; o bien han escuchado a los que están explicando, ya sean compañeros o el profesor [Ri 1. 2], [Ri 1. 4], [Ri 4. 2]; han preguntado dudas o pedido aclaraciones, en la mayoría de los episodios; han comentado lo que les ha parecido curioso o interesante [Ri 1. 4]. También han tenido estos roles en el grupo-clase, pero con menor participación. Más bien hacen comentarios en su grupo al final de una exposición [Ri 1. 2].

➤ En el grupo-clase:

Los alumnos se han ofrecido voluntariamente para responder a las cuestiones que el profesor ha planteado [Ri 1. 1], [Ri 2. 2], [Ri 5. 1], etc. Han participado con sus propias conclusiones en

las puestas en común [Ri 1. 4], [Ri 3. 2], [Ri 3. 4], [Ri 4. 1], etc. A veces han corregido en el grupo-clase las Actividades, tanto las realizadas en el aula como en casa [Ri 3. 3], [Ri 5. 2], etc. O bien ha anotado frecuentemente en su cuaderno [Ri 2. 2], [Ri 5. 1], o en la Ficha de Trabajo repartida [Ri 4. 2], o bien ha añadido lo que ha comprobado que le falta o ha corregido lo que no está correcto, o bien ha organizado los datos que ha obtenido en una Tabla dada [Ri 2. 1]. Ha recortado figuras [Ri 4. 2] y/o ha dibujado [Ri 3. 3], usando los instrumentos de dibujo y ha utilizado con motivación el resto de recursos didácticos que Raimundo ha previsto [Ri 1. 3], [Ri 2. 1], [Ri 2. 3], [Ri 3. 4], [Ri 4. 2], etc. Aún así la participación ha sido escasa.

Raimundo valora mucho que los alumnos piensen por sí mismos y reflexionen sobre lo que están haciendo. Sin embargo, considera que solo algunos alumnos lo han logrado:

Pero bueno, simplemente el hecho de que Marta haya pensado, eso ya vale para todo el trabajo... A mí me gustó la respuesta que dio, a mí me encantó (E2Ri, 229-31).

A mí, cuando vea que un alumno está pensando... Yo creo que eso es muy importante (E2Ri, 232-3).

Marta me lo dijo. Esa persona se ve que estaba dudando y es un gustazo dar clase con ella, porque piensa, va diciendo lo que piensa y va trabajando. No me sorprendió nada el hecho, porque suele hablar así (E2Ri, 201-4).

Sin embargo, otros han contestado: yo creo porque eso es lo que dices tú y eso... Esto es lo que hay que contestar, porque lo ha dicho el profesor y la única que ha pensado un poco es Marta (E2Ri, 220-2).

No obstante, desde nuestro punto de vista, nuestro profesor no ha facilitado precisamente que piensen los estudiantes, al cambiar de Actividad continuamente y dejar muy poco tiempo para la reflexión sobre lo que están haciendo o acaban de terminar, como hemos visto con anterioridad. Esto ha ocurrido tanto en pequeño como en gran grupo, en las puestas en común. Aunque es cierto que una parte de los estudiantes ha sido capaz de sacar conclusiones sobre el trabajo realizado y compartirlas con su grupo y con toda la clase.

El alumno no ha tenido protagonismo en elegir situaciones problemáticas de su interés, que vertebran el trabajo, ni en proponer ninguna Actividad de las que han desarrollado. Tampoco la mayoría ha usado el que le han dado para hacer el mural, seguramente por falta de costumbre en tomar iniciativas y desarrollarlas con pensamiento propio. Raimundo ha alabado el papel de los que han buscado por sí mismos información en Internet para hacer el mural y luego la han reelaborado:

Me ha gustado [uno de los murales entregados], porque las figuras que han traído son muy originales, han bajado cosas de Internet, pero lo han escrito, no como otros que lo han pegado... (E2Ri, 247-9).

Parece que no siempre los alumnos han sido capaces de expresar lo que han estudiado, incluso habiéndolo entendido. Por ejemplo, las propiedades de los lados de un triángulo, que han trabajado con las varillas de mecano.

Sí, lo han visto. No es que sepan explicarlo, pero lo han visto (E2Ri, 363-4).

A veces, cuando Raimundo ha preguntado a un alumno, si éste ha dudado o no ha respondido inmediatamente, rápidamente se ha dirigido a otro, nombrándolo [Ri 1. 1], [Ri 4. 1], etc. Esto lo ha hecho con cierta frecuencia. En cualquier caso, ellos suelen responder bastante escuetamente a las preguntas que el profesor les hace directamente, aunque muy especialmente en el primer episodio [Ri 1. 1].

➤ **En casa**

Los alumnos han hecho, en la medida que han podido, sabido o querido las Actividades propuestas para casa o, al menos así lo ha pretendido su profesor [Ri 2. 3], [Ri 4. 2], [Ri 5. 3], que las considera indispensables, y, a veces, las han corregido en el aula, como ya hemos indicado.

En síntesis, el papel de los estudiantes ha sido, en ciertos aspectos, participativo pues han estado realizando Actividades durante todo el desarrollo de la experiencia, aunque con algunos problemas. Han trabajado motivados por haber utilizado recursos manipulativos y visionado un vídeo y una parte de ellos ha sido capaz de sacar conclusiones sobre el trabajo realizado y compartirlas con su grupo y con toda la clase.

Su rol ha sido pasivo en cuanto a proponer contenidos o Actividades, responsabilizarse de su propio aprendizaje y trabajar con cierta autonomía. Incluso las pequeñas tareas han sido controladas por el profesor. Han preguntado continuamente lo que tienen que hacer, tomando pocas iniciativas, porque están muy poco habituados a ello y no saben hacerlo.

No ha habido un auténtico protagonismo de los estudiantes en la elaboración de los aprendizajes. Ni en las puestas en común, donde no ha habido negociación de significados, ni en los pequeños grupos, en los que sus procesos de pensamiento han sido frecuentemente interrumpidos por el profesor.

4. 2. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

Presentamos al final una síntesis única de la evaluación, globalmente considerada, por disponer de muy pocos datos correspondientes a esta categoría en la práctica. Hemos constatado cierto contraste entre las valoraciones realizadas por Raimundo –extraídas de su

segunda entrevista –y su ejecución o puesta en práctica–, según hemos podido constatar en los episodios mostrados en el Apartado 4. 2. 1.

4. 2. 2. 1 Resultados de para qué Evaluar

No podemos hacer muchas afirmaciones acerca de para qué ha servido la evaluación en la práctica pues, como decíamos, tenemos pocos datos. Recorriendo todos los episodios, no encontramos ninguna información significativa que dé cuenta de la realización de algo concreto en el aula debido a informaciones extraídas de la evaluación. Por ejemplo, apenas ha cambiado nada respecto a lo que el profesor tenía previsto a raíz de la evaluación inicial, o de los datos que ha ido recogiendo mediante su observación.

En efecto, no está muy claro para qué ha servido la Evaluación Inicial, dado cómo se ha hecho ([Ri 1. 1] y Apartado 4. 2. 2. 1. 1). Raimundo piensa lo mismo.

Yo creo que en el fondo, no me ha servido la evaluación inicial. Yo creo que no, que no he sido capaz de sacarle partido. Es una cosa que no consigo yo... (E2Ri, 161-3).

No me ha ayudado mucho, la verdad. No he sacado ideas significativas de los alumnos como para trabajar a partir de ellas (E2Ri, 186-7).

Aunque es contradictorio, pues también afirma que mediante dicha Prueba ha conocido lo que saben los estudiantes.

No leí los cuestionarios contestados por ellos, pero yo me enteré de quiénes sabían y quiénes no sabían. Yo es que me enteré allí en la clase (E2Ri, 177-8).

Al terminar la experiencia, nuestro profesor ha querido comparar lo que cada estudiante había demostrado saber al principio, en dicha evaluación inicial y al final, pero le han faltado los primeros datos necesarios para poder hacerlo. Raimundo no había recogido inicialmente las respuestas de los alumnos, sino que sólo las había escuchado, en la primera sesión, pensando tomar notas después, algo que no llegó a hacer. Sin embargo, él afirma que mediante dicha Prueba, ha conocido lo que saben los estudiantes.

Luego cometí el fallo de, me di cuenta luego, de intentar comparar lo que sabían con lo que no sabían, lo que se vio en la evaluación inicial. Si ellos me la hubiesen dado por escrito y pudiese comparar... (E2Ri, 172-6).

Como la finalidad de esta Evaluación Inicial ha sido detectar los conocimientos previos de los alumnos, cuando ha querido usarla para otro fin, comparar los primeros conocimientos con los finales, para ver la evolución de sus aprendizajes, no ha podido por no tener los datos iniciales necesarios. Es posible que la causa de no recoger esta información de manera más sistemática pueda ser que, realmente, no confía mucho en ella.

Sí. Para haber visto realmente lo de cada uno. Lo que pasa es que, normalmente, lo que hacen es copiarse unos de otros. En la evaluación inicial, lo que hacen es copiarse, con lo cual tampoco me sirve (E2Ri, 179-81).

Raimundo continúa reflexionando sobre la finalidad de la Evaluación Inicial, comprendiendo que tal vez habría sido más lógico concebirla como una Actividad exploratoria de las ideas de los alumnos, aunque no se cuestiona la forma en que la ha llevado a cabo, sino el hecho de no haber tomado notas. Sin embargo, considera que se ha cumplido el objetivo de que sirva de introducción del tema, aunque no haya conseguido una mayor motivación de los alumnos.

Sí hubieran sido unas Actividades exploratorias, que ellos hubieran dicho mucho más espontáneamente lo que sabían, me habría ayudado más, pero yo no recogí la información por escrito (E2Ri,181-3).

Yo lo hago siempre, en todos los temas. Evidentemente, no he conseguido toda la motivación e información que se puede extraer de ella, pero yo lo hago siempre y lo veo muy positivo, en el sentido de que ellos se introducen en el tema. Y la autoevaluación final también, porque es como hacer un resumen (E2Ri, 340-4).

Lo mismo opina de la autoevaluación final, que le sirve de repaso de todo lo estudiado:

De todas formas, también veo muy positiva la autoevaluación, porque cogen los libros y “a ver qué era esto”. Es un poco un repaso final y la evaluación inicial está muy bien, porque se introducen en el tema (E2Ri, 336-9).

4. 2. 2. 2. Resultados de qué Evaluar

Raimundo ha querido evaluar los aspectos principales de los contenidos que han trabajado durante la experiencia, conceptuales, de actitudes y, sobre todo, procedimentales. Estos contenidos están concretados en siete de los diez Criterios de Evaluación que ha tratado de observar en los estudiantes durante la práctica: la clasificación de los triángulos, las destrezas en la construcción de triángulos con regla y compás, la comprensión, comprobación y aplicación del Teorema de Pitágoras, su capacidad de buscar y encontrar respuestas, de resumir y sintetizar, de elaborar conclusiones y de aplicar la información en Actividades simples y combinadas en contextos académicos. No ha podido observar los Criterios C₆, C₇ y C₈, porque no le ha dado tiempo a trabajar los contenidos correspondientes a áreas y perímetros.

Por otra parte, el examen final está compuesto por siete Actividades en las que se evalúan los mismos procedimientos contenidos en los Criterios de Evaluación.

Además de los contenidos, también ha valorado la experiencia propiamente dicha mediante la autoevaluación de los estudiantes y sus propios diarios, que no hemos utilizado.

La autoevaluación era más bien una evaluación de la experiencia (E2Ri, 319).

No. Su autoevaluación la considero más bien para la evaluación de la experiencia que para la evaluación de su aprendizaje (E2Ri, 326-8).

4. 2. 2. 2. 3 Resultados de cómo Evaluar

Raimundo ha utilizado como instrumentos de evaluación una Plantilla de Observación de diez Criterios de Evaluación, un examen y un Cuestionario de autoevaluación.

La observación de los Criterios de Evaluación (Apartado 4. 1. 2. 3), la ha realizado diariamente, mientras ha ido paseando entre los pupitres atendiendo el trabajo de los grupos. Ha anotado en su Plantilla de Observación lo que ha ido constatando de los contenidos y actitudes de cada alumno a través de preguntas que les ha ido haciendo, generalmente ‘preguntas de comprobación’ en relación con cada uno de los Criterios [Ri 3. 2], [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], etc. Esta tarea le ha llevado más tiempo del que suponía y le ha producido bastante agobio. Raimundo no está satisfecho, aunque no explicita mucho cómo perfeccionarlo, aún creyéndolo necesario. Considera que son demasiados alumnos, demasiados criterios y poca claridad sobre cómo hacer las observaciones, pero no llega a explicitar cuáles suprimir. Duda si incluso rechazar el instrumento completo.

Que yo no sé si realmente los criterios, no sé si tienen sentido. Observar a alumnos me resultó muy difícil. Son 22 alumnos. Muchos criterios. A lo mejor otra vez puede ser más sencillo (E2Ri, 301-4; 306).

Uno de los criterios era si trabajaban, si colaboraban. Observar también si saben construir con el compás, si saben clasificar. Eso sí, ha habido momentos que yo veía que iba funcionando, pero no me ha dado tiempo a verlos a todos. Si un grupo me preguntaba, a raíz de la pregunta yo le contestaba y a la vez veía si sabía lo de la clasificación, a raíz de ciertas preguntas veía si sabían... A ver, cómo construiste esto, y entonces comprobaba si lo sabía. Yo me sentía muy agobiado en este sentido y eran muchos criterios (E2Ri, 308-15).

He ido observando todo el tiempo a los alumnos... Quizá por el hecho de que, como quería ir terminando también... Tenía demasiados frentes, demasiados (E2Ri, 291-4).

De los instrumentos de evaluación o sobra, por ejemplo, ese de la observación o hay que perfeccionarlo. No sé en qué sentido perfeccionarlo, no sé si es por mí, que tengo que mejorar yo profesionalmente o... Que no es el método apropiado (E2Ri, 296-300).

También ha realizado un examen al final de la experiencia, aunque esto ha implicado la pérdida de una sesión que habría podido añadir a las aplicaciones de Teorema de Pitágoras a la vida cotidiana, una de sus finalidades fundamentales en el tema.

La autoevaluación la ha realizado mediante un Cuestionario (Apartado 4. 1. 2. 3), entregando una copia a cada alumno cuando ha terminado de hacer el examen [Ri 6. 1]. Tiene dos partes: en la primera, Raimundo quiere conocer qué ha aprendido el alumno sobre el tema de los triángulos y sus aplicaciones, con una gradación de 1 a 5. En la segunda parte, ha pedido a los estudiantes una valoración de la experiencia con respecto a la utilidad de los contenidos trabajados, la metodología seguida y los agrupamientos, haciendo una brevísima puesta en

común sobre ella [Ri 6. 2]. Raimundo ratifica, después de la práctica, que la autoevaluación no influye en la calificación, aunque no lo diga con esas palabras:

Sí, que no era una autoevaluación en sí (E2Ri, 320-1).

Sí, pero no considero la autoevaluación yo dentro de la evaluación (E2Ri, 325).

El peso que ha dado a cada instrumento ha sido el siguiente: los Criterios de Evaluación han determinado la calificación, que, como han disminuido en tres los relacionados con procedimientos, ha dedicado en la práctica un 71,4% a los aspectos procedimentales y un 28.6% a las actitudes. Un alumno ha superado positivamente la evaluación si ha obtenido al menos en la mitad de los Criterios de Evaluación 'bien' o 'muy bien'. En cuanto al peso del examen final -ya que la Prueba Inicial no ha intervenido en la calificación, ni tampoco la autoevaluación-, ha servido para completar y aumentar, si se ha realizado bien, la calificación de dichos Criterios, salvo en aquellos alumnos y/o Criterios que no ha podido observar, cuya información ha extraído directa y únicamente del examen.

A pesar de su intención de introducir innovaciones en la evaluación, al final parece haberse quedado satisfecho sólo con el instrumento de siempre, el examen al final del tema.

De la evaluación me quedo con el examen y poco más (E2Ri, 345).

Yo, el método que hemos utilizado, no lo veo práctico para llevarlo a cabo (E2Ri, 346).

4. 2. 2. 4 Resultados de cuándo Evaluar

Creemos poder afirmar que no ha existido realmente una evaluación inicial, pues la prueba, que sí que se ha realizado, no ha servido para la evaluación, como hemos comentado en el Apartado 4. 2. 2. 1.

Raimundo ha dedicado la sexta y última sesión a hacer un examen final ([Ri 6. 1] y Apartado 4. 1. 2. 3):

Podía haberle añadido alguna sesión más, pero es que no quería que el tiempo pisara la Semana Santa, porque es que si añadía otra sesión, después venía la Semana Santa y no podía hacer la evaluación final antes de vacaciones (E2Ri, 48-52).

Bueno, después de Semana Santa no nos queda nada de ese tema (E2Ri, 55-6).

Así que ha habido una evaluación diaria, mediante observaciones de clase [Ri 3. 2], [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], etc., de acuerdo con los criterios de evaluación planificados y una evaluación final [Ri 6. 1], mediante un examen sobre distintos tipos de contenidos trabajados y una autoevaluación,

para que los estudiantes valoren sus propios aprendizajes y la experiencia realizada, que se ha puesto en común como cierre de la misma [Ri 6. 2].

4. 2. 2. 5 Resultados de quién Evalúa

En opinión de Raimundo, el profesor es quien evalúa los aprendizajes de los alumnos. Esta afirmación nos induce a pensar que confunde evaluación con calificación, ya que en la práctica han evaluado tanto el profesor como los alumnos y tanto el aprendizaje de los estudiantes como la propia experiencia. En cambio, sólo ha calificado el profesor.

En los episodios [Ri 3. 2], [Ri 3. 3], [Ri 4. 2], constatamos las observaciones de Raimundo de los Criterios de Evaluación y en el [Ri 6. 1] les hace un examen, que solamente corregirá él y que contribuye a su calificación, con el peso y la forma indicados de cada instrumento. En una de sus declaraciones, parece dar a entender que los alumnos intervienen en la evaluación de los contenidos, pero situada esa declaración en su contexto, ellos valoran sus aprendizajes en términos de opinión sobre su comprensión de los distintos tipos de contenidos trabajados, pero no de calificación de los mismos. Nuestro profesor se interroga si esto es coherente o no, pero no influye en su decisión definitiva: es él quien ha calificado. Una de las razones que Raimundo esgrime para ello, es que los alumnos no son objetivos a la hora de calificarse, sobrevalorándose, al menos respecto de sus propios criterios:

Sí, ellos sí se evalúan, en cuanto a contenidos y procedimientos... Sí, pero la autoevaluación no la considero yo dentro de la evaluación (E2Ri, 323-4).

No, la considero más bien para la evaluación de la experiencia, que para la evaluación de su aprendizaje (E2Ri, 327-8).

Pero por las notas que he visto, ellos normalmente se sobrevaloran. De hecho califico siempre muy por debajo (E2Ri, 332-3).

Raimundo muestra, en definitiva, bastantes dudas en algunos aspectos de la evaluación. Considera que ha sido mucho esfuerzo para, sin embargo, no haber obtenido buenos resultados. Nos comenta que los exámenes que ha corregido de la prueba final hasta el momento, no le han producido satisfacción:

La evaluación, sí, ha sido un gran esfuerzo (E2Ri, 290).

La mayoría de las evaluaciones que he hecho no están bien (E2Ri, 288-9).

En síntesis, en cuanto a la evaluación, en general, su finalidad en la práctica ha sido calificar los aprendizajes de los estudiantes y hacer una valoración final de la experiencia realizada, puesto que no se han producido modificaciones en la enseñanza,. Definitivamente, la prueba

inicial no ha sido útil para la evaluación, aunque sí para motivar a los estudiantes e introducirlos en el tema.

Raimundo ha evaluado mediante una plantilla de observación, un examen final y una autoevaluación de los aprendizajes y de la experiencia. Mediante la plantilla de observación ha evaluado los conocimientos, fundamentalmente procedimentales, contenidos en los Criterios de Evaluación. En el examen ha evaluado fundamentalmente su capacidad de *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, de *'justificación'*, de *'síntesis'* y de *'aplicación de información de forma simple y/o combinada'*. Mientras que en la autoevaluación, con dos partes bien diferenciadas, Raimundo ha tratado de conocer, en la primera, qué ha aprendido el alumno. En la segunda parte, ha pedido a los estudiantes, argumentada y sintéticamente, una valoración de la experiencia.

Raimundo ha otorgado el peso mayor de la calificación a la observación diaria de los siete Criterios de Evaluación que ha podido trabajar en el aula, sirviendo el examen para complementar la calificación y aportar los datos correspondientes de aquellos alumnos y/o Criterios que no ha podido observar.

Con respecto a cuándo evaluar, ha habido una evaluación diaria, mediante observaciones de clase de acuerdo con los criterios de evaluación planificados, una evaluación final y una autoevaluación.

Desde nuestro punto de vista, la evaluación realizada ha sido uno de los aspectos innovadores de la evaluación llevada a cabo por Raimundo, en la parte referida a la observación de los criterios planificados, algo de lo que nuestro profesor no está satisfecho. Sin embargo, subrayamos el inmenso esfuerzo de observación que ha realizado. En nuestra opinión, podemos encontrar en ello elementos de la tendencia tecnológica.

En cambio, nos ha parecido más cercano a aspectos más tradicionales, al conservar el examen final, al no influir la autoevaluación de los estudiantes en su calificación y haber hecho una prueba inicial de forma que no ha podido ser utilizada como evaluación inicial, según reconoce el mismo Raimundo, lo que ha impedido una visión de la evaluación como informe del progreso realizado por los estudiantes, y sobre todo, el no utilizar la evaluación para mejorar la enseñanza, haciendo cambios en su intervención coherentes con sus resultados.

4. 3 CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN

En primer lugar destacamos que Raimundo sigue *'fielmente'* el diseño en la práctica sin apenas reformulación, es decir, podemos hacer la consideración general de que su estilo de enseñanza está centrado en el profesor. Su intención previa no era ésta, según lo que dejaba entrever como una de las finalidades de la Prueba Inicial.

4. 3. 1 LA METODOLOGÍA

A continuación presentamos el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de la metodología planificada y llevada a cabo por Raimundo, mostrando los aspectos que han permanecido y las discrepancias más relevantes que hemos detectado.

4. 3. 1. 1 CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES

Las actividades han sido, fundamentalmente, las consignadas en las Fichas de Trabajo del diseño, aunque muchas de ellas han sido desarrolladas en casa, por falta de tiempo. Sin embargo, hacen más actividades de las previstas, fundamentalmente puestas en común, correcciones y algunas no planificadas de simple aplicación directa.

En cuanto a su tipología, presentamos el siguiente recuento de la diferencia entre las planificadas (en primer lugar) y las realizadas (en segundo término):

7 - 8 (Actividades de Iniciación) + 5 - 5 (Actividades de Obtención de Información) + 35 - 41 (Actividades de Estructuración de Información) + 21 - 21 (Actividades de Aplicación de la información) + 1 - 2 Actividad de Metarreflexión = 69 - 77.

Mientras que Raimundo propone 45 Actividades, se han desarrollado 51, de tipología variada. Si las cuantificamos, sin perder de vista que alguna Actividad ha podido clasificarse en más de un tipo, aparecen 69 en su diseño y 77 realizadas, distribuidas de la siguiente forma:

- **Actividades de Iniciación: 7 - 8 en total**
 - De motivación: 2 - 2
 - De identificación o reconocimiento de conocimientos previos 5 - 5

- De expresión de conocimientos previos: 0 – 1
- **Actividades de Obtención de Información: 5 – 5 en total**
 - De presentación de información: 4 – 4
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 1 – 1
- **Actividades de Estructuración de Información: 35 – 41 en total**
 - De organización de la información: 2 - 3
 - De búsqueda de respuestas 3 – 3
 - De elaboración de respuestas: 1 – 1
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: 8 – 8
 - De comprobación: 7 – 7
 - De argumentación: 7 – 7
 - De resumen y/o síntesis: 5 – 5
 - De contraste: 2 – 7
- **Actividades de Aplicación de la Información: 21 en total**
 - De simple aplicación directa: 16 – 16 en total
 - ✓ En contextos académicos: 11 – 11
 - ✓ En contextos no académicos: 5 – 5
 - De aplicación combinada: 5 – 5
 - ✓ En contextos académicos: 4 – 4
 - ✓ En contextos no académicos: 1 – 1
 - De aplicación compleja: 0 – 0
- **Actividades de Metarreflexión: 1 – 2**

Según este recuento se han realizado seis actividades más de las previstas, que hemos clasificado en varias tipologías. El peso mayor ha sido para las ‘*actividades de estructuración*’, por el aumento de las puestas en común respecto del diseño, con su correspondiente incremento del tipo de ‘*Actividades de contraste*’ de las conclusiones presentadas. Sin embargo, no se produce en la mayor parte de ellas un verdadero debate de las ideas, ni negociación de significados, como ya hemos mostrado en el Apartado 4. 2. 2. 1. 1 correspondiente a la práctica. Antes bien, en la mayor parte de los casos se trata de una mera corrección de actividades, en algunos casos únicamente en los pequeños grupos.

Esta corrección de las actividades tampoco aparece explícitamente en su diseño y se ha producido, la mayor parte de las veces, en los pequeños grupos, sin una revisión asegurada por parte de Raimundo, salvo en la medida que le ha sido posible hacerles el seguimiento. Sólo en

una ocasión se ha realizado en el grupo-clase la corrección de una actividad por un alumno en la pizarra, aunque todas las puestas en común han tenido también una función validadora del trabajo previo inmediatamente realizado. Éste se ha hecho solamente en el caso de algunas actividades concretas.

No podemos garantizar si todas las actividades han sido desarrolladas, ni corregidas, ni por cuántos alumnos. Todas las que no se terminaban en clase se han remitido a hacerlas en casa, sin ningún tipo de criterio para seleccionarlas. Las únicas previamente diseñadas para ello han sido el mural y las que Raimundo ha llamado de '*Refuerzo y Ampliación*'. Pero la mayoría se han hecho fuera del aula –los que las hayan hecho– y se han tratado de corregir como decíamos, en muchos casos sin garantías.

También se han añadido cinco actividades nuevas, procedentes del libro de texto, que hemos considerado de '*simple aplicación directa*', dos de las cuales requieren una '*justificación*' de las respuestas. Nuestro profesor ha pedido a los alumnos que hagan estas nuevas actividades, que no aportan nada nuevo a las ya realizadas e incluso todas están formuladas en contextos académicos. No nos parece coherente con el ritmo acelerado de trabajo, ni con el hecho de haber dedicado menos tiempo del que deseaba a las aplicaciones a la vida cotidiana, en las que tanto empeño ha mostrado declarativamente hablando.

No se ha realizado la actividad de '*comprobación*' con puzzles del teorema de Pitágoras, dejando solo las que ha aportado el vídeo.

A pesar de constatar Raimundo que no da tiempo a realizar todas las Actividades diseñadas, no hace y ni siquiera se plantea hacer, una reformulación de la propuesta. Es más, hemos visto que incluso ha aumentado el número de Actividades. Tampoco ha hecho una clasificación de qué Actividades son las más idóneas para hacer en casa, porque ya se han trabajado otras similares en el aula, garantizando que puedan afrontarlas solos, sino que pide que hagan las que no se han terminado en clase, indiscriminadamente. Únicamente en el caso de las Actividades de construcciones con regla y compás había detectado que muchos sabían hacerlas. Pero no ha tenido presentes a los alumnos restantes, los que no sabían.

Hay que tener en cuenta también, que dejar para casa determinadas actividades implica que no se asegure la estructuración de conocimientos de todos aquellos estudiantes que no las hacen, por falta de implicación o inseguridad ante los propios conocimientos. Son precisamente los alumnos menos aventajados matemáticamente hablando y/o los más lentos, quienes menos actividades terminan en el aula y quienes tienen que realizarlas después sin

ayuda. Además, ciertas Actividades requieren el uso de los mismos recursos didácticos utilizados en el aula, de los que los alumnos no disponen en casa.

Sin embargo, él piensa que los estudiantes tendrían que haberse comprometido a terminar fuera del aula las Actividades que no han podido finalizar durante cada sesión. Terminar las tareas en casa lo considera imprescindible para afianzar los contenidos trabajados durante las sesiones. Parece que el profesor concibe que el aprendizaje se produce repitiendo actividades; superpone dos fases distintas, la elaboración de un significado y la automatización de esa idea, en una sola, mediante la aplicación reiterada.

No da importancia a la elaboración de una idea como fase de aprendizaje. Parece obviar que el conocimiento ha de ser construido y que esa construcción es, a la vez, personal -puesto que puede haber interpretaciones diferentes- y social, lo que hace necesaria su negociación. Parece entender, en cambio, que el conocimiento es más bien descubierto a través de la actividad: lo que hay que aprender está implícito en ella y lo único que hay que hacer es extraerlo. Esto nos indica una idea absolutista del conocimiento matemático. El siguiente ejemplo puede ilustrar lo que decimos: Tras la búsqueda de información, un alumno plantea a Raimundo en clase si puede usar una cartulina más grande para que quepan en el mural las 20 páginas de información encontradas en Internet. Él le contesta: *“¿Lo entiendes todo?”* Ante la respuesta negativa del alumno, le responde: *“Pon únicamente lo que hayas entendido”*.

Las puestas en común, en las que no se han producido auténticos debates para contrastar las ideas de los estudiantes, se han llevado a cabo sin la negociación de significados, ni han ayudado como se esperaba a la estructuración del conocimiento. Han tenido, en cambio, un carácter de validación de las actividades realizadas, como ya hemos indicado.

La mayor parte de las actividades planteadas y realizadas han seguido siendo actividades cerradas, de solución única, que admiten variadas estrategias de resolución, pero que no se ha permitido a los alumnos elegir las, tal y como estaba previsto. Al no haber cambiado los enunciados de la mayoría de ellas, las características de las actividades propuestas tendrían que ser lógicamente cercanas a las diseñadas. Sin embargo, creemos que se han convertido en más cerradas, aún más guiadas, debido a que el profesor ha ido marcando en todo momento qué hay que hacer, cómo y cuándo.

Por similares razones, el nivel cognitivo de las Actividades y su grado de complejidad e incertidumbre, ha bajado considerablemente respecto del diseño, es decir, por haber sido muy

dirigidas en cuanto a las estrategias a seguir y por la interrupción continua de los procesos de pensamiento personales.

4. 3. 1. 2 TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Con respecto a los recursos didácticos, consideramos que Raimundo ha mostrado bastante coherencia entre lo que ha diseñado y lo que ha llevado a cabo en el aula y cierta libertad de elección. Algunos de los recursos que aparecen en el primero, no los ha usado después, como los puzzles para la ‘comprobación’ del teorema de Pitágoras, habiendo consignado en la primera entrevista, antes de llevar a cabo la práctica, que siendo tantos recursos, tal vez podrían considerarse, incluso, demasiados.

En cambio, ha introducido otros recursos no mencionados en su diseño, como una cuerda con 12 nudos, para la exposición de la introducción histórica [Ri 1. 2] y diccionarios para trabajar el texto histórico [Ri 1. 3]. En ellos se ha permitido modificar un poco el diseño.

Desde el principio nuestro profesor ha tenido la preocupación de elegir los recursos que considera que favorecen más los aprendizajes que pretende y, en ese sentido, él cree que las varillas de mecano han contribuido a que los alumnos ‘vean’ las propiedades de los triángulos que han abordado, a modo de hipótesis y comprobaciones. En cambio, duda si el vídeo, que también cree que ha motivado e implicado a los alumnos en la sesión, ha sido lo más apropiado para que comprendan todos los estudiantes la demostración del teorema de Pitágoras, ya que los puzzles dedicados a esto, previstos en principio, al poderse manipular, quizás les habrían ayudado más a comprender el teorema a aquellos alumnos para los que la abstracción es aún un gran obstáculo. Pero esto se lo ha planteado a posteriori.

Puede ser que haya sido más visual que manipulativo, que haya faltado la parte manipulativa (E2Ri, 387-8).

Seguramente les hubiera venido bien a esos alumnos [los que tienen obstáculos para la abstracción] hacer el puzle [de la demostración del teorema de Pitágoras] (E2Ri, 260).

A pesar del miedo a perder el control del aula por la utilización de recursos manipulativos y el vídeo, nuestro profesor está muy satisfecho del uso de este tipo de recursos, sin por ello haber renunciado a seguir contando con el libro de texto en momentos puntuales. El hecho de haberse atrevido a hacer cosas nuevas con ellos le ha aportado seguridad, a la vez que considera que ha sido positivo, como acabamos de mostrar.

Sin embargo, no da demasiada importancia a no haber utilizado los ordenadores con sus estudiantes, siendo la geometría dinámica un aspecto formidable a tener en cuenta y teniendo él los medios en su centro y conocimientos suficientes para hacerlo. Esto no es una incoherencia con su diseño, pues no están incluidos en él, pero sí una carencia importante que hemos constatado, ya que se trata de un aspecto especialmente potente y motivador que hay que tener muy en cuenta en la sociedad del conocimiento.

En cuanto al uso de otros tipos de materiales, por ejemplo, *'su discurso'*, apenas se ha extendido en presentar, aclarar, recoger, cerrar, las aportaciones de los estudiantes, como él pretendía y tampoco ha dado pie a los alumnos a que se expresen ampliamente, más allá de respuestas muy breves, después de declarar la importancia de debatir sus aportaciones. La idea que emerge de su diseño contrasta mucho con la que surge de la práctica, donde todo ha sido brevísimo, superficial, rápido y conciso.

Con respecto a otros modos de representación, ha sido coherente con el diseño, aunque ha descuidado la forma gráfica, a pesar de insistir en su importancia en Geometría y ha utilizado menos de lo propuesto la manipulativa, al no incluir, en la práctica, los puzzles mencionados. El resto de formas de representación, numérica y algebraica fundamentalmente, los ha usado tal y como había previsto.

4. 3. 1. 3 SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Después de la práctica, el hilo conductor ha permanecido inalterado respecto de la planificación realizada. No obstante, hemos observado que la lógica del contenido ha prevalecido sobre la del aprendizaje de los alumnos. Nos basamos en el hecho de que, por una parte, cada actividad trabaja un contenido y su secuencia sigue un orden respetuoso con la organización matemática de esos contenidos. Por otra parte, esta afirmación se ve reforzada por la obsesión de Raimundo de *'salvar'* la secuencia de actividades completa, mandando hacer en casa todas aquellas que no ha sido posible hacer en el aula.

Una de las finalidades de la Prueba Inicial recogidas en su diseño era detectar y tener en cuenta el nivel de conocimientos previos de los estudiantes para hacer una transformación de la propuesta acorde con los resultados obtenidos. La única consecuencia de dicha Prueba ha sido según sus palabras, *'agilizar'* las Actividades de construcción de triángulos con regla y compás, al detectar que la mayoría de los alumnos las habían trabajado previamente en otra materia, dejándolas todas para hacer en casa y retomarlas en el aula únicamente para corregirlas en los pequeños grupos, sin garantías de supervisión. Como vemos, no ha servido

para establecer la sencilla secuencia de explorar las ideas de los estudiantes, elaborarlas más profundamente mediante la construcción de los nuevos aprendizajes, para automatizarlos después a través de su aplicación, en una última fase.

En realidad, la secuencia más básica de tomar como punto de partida la exploración de las ideas de los estudiantes, favorecer la construcción de los conocimientos pretendidos, para automatizarlos después a través de diversas aplicaciones, no es por la que ha optado Raimundo. Hace una prueba inicial para detectar los conocimientos previos de los alumnos. Se ponen en común algunas actividades, se exponen y se comentan brevemente, pero no se contrastan suficientemente las conclusiones de todos los estudiantes, ni se negocian significados para que se produzca realmente aprendizaje. También podemos constatar que pretende hacer aplicaciones de la información dada, simultáneamente a la construcción de nuevo conocimiento por parte de los alumnos.

Se propone una secuencia única, sin ramificaciones, a pesar de nombrar una relación de Actividades como de *'Refuerzo'* y *'Ampliación'* y acompañar sus enunciados de frases tales como *"Para la diversidad"* o *"Para la diversificación"*. Tras ellas, lo que ofrece son pistas para facilitar su resolución, es decir, disminuye el nivel cognitivo de estas actividades, paradójicamente para todos, incluidos aquellos estudiantes que podrían haberlas hecho sin dichas aclaraciones. Y esta propuesta uniforme es la que ha llevado a la práctica, sin modificación alguna.

4. 3. 1. 4 CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

El espacio ha estado organizado durante toda la experiencia como ha sido planificado, así como la distribución de los alumnos. Ésta ha sido en pequeños grupos en todas las sesiones salvo la primera, en la que se comienza por una puesta en común de la Prueba Inicial y la última, donde los estudiantes hacen un examen de los contenidos trabajados.

Aunque Raimundo es consciente de que no saben trabajar en equipo y no ha dado por supuesto que si están sentados juntos, saben trabajar unidos, no hemos constatado que haya aplicado ninguna medida especial para que los alumnos aprendan a compartir sus ideas en torno al trabajo. Por ejemplo, no ha hecho una presentación clara sobre la importancia de la colaboración entre iguales, como se había propuesto en su diseño y se recordaba a sí mismo cada día.

Constatamos la rigidez con la que nuestro profesor interpreta la idea de trabajar en grupos, algo que difícilmente podríamos haber vislumbrado en el diseño. Por ejemplo,

- manteniendo esa disposición de los alumnos aún en actividades que no lo requerían (las puestas en común, el visionado del vídeo), aunque es cierto que en la entrevista final se lo replantea.
- impidiendo todo contacto intergrupal, es decir, con los componentes de otros grupos.

La implicación de los estudiantes ha sido aproximadamente la esperada en el aula, es decir, mayor de lo habitual, pero no en casa.

El número total de sesiones se ha mantenido en seis, el previsto. Raimundo afirma que lo que ha sufrido mayor modificación de todo lo planificado para esta experiencia, ha sido el tiempo empleado en la misma, en lo que se refiere al ritmo en el que se han ido desarrollando las Actividades, mucho más lento de lo esperado. Él considera que el ritmo de los estudiantes ha sido demasiado lento porque no se esfuerzan suficientemente.

No obstante, reconoce que no ha concedido todo el tiempo deseado a actividades que, en principio, quería dar especial relevancia, como son las de aplicación a la vida cotidiana (a las que ha dedicado una única sesión), porque se ha dejado llevar por el diseño, tal y como lo tenía previsto. Esto no es del todo cierto, pues ha añadido nuevas actividades.

Coincidimos con Raimundo en que en este aspecto es quizás donde se establece la mayor diferencia entre diseño y práctica, aunque nuestras razones son diferentes. Desde nuestro punto de vista, el ritmo de realización de las actividades ha sido muy rápido y a la mayor parte de los estudiantes no se les ha permitido terminarlas por sí mismos, lo que consideramos que ha dificultado dar garantías de comprensión a bastantes estudiantes, ya que corta antes de su finalización, interrumpiendo, muy probablemente, sus procesos de pensamiento: en cuanto un par de grupos ha llegado a la conclusión buscada, inicia la puesta en común correspondiente, que se lleva a cabo, en casi todos los casos, también muy rápidamente, en unos cinco minutos.

En nuestra opinión, la rapidez de ejecución ha contribuido a que el nivel cognitivo de esos tipos de actividades y su grado de complejidad e incertidumbre, haya bajado respecto de lo esperado. Algo similar ha ocurrido con la estructuración del conocimiento, que podrían haber garantizado estas actividades, previstas para conjeturar, argumentar y justificar, probar o refutar, así como para hacer síntesis o resúmenes. Creemos que no han sido tan potentes como esperábamos, ni ha llegado a todos los estudiantes, por el ritmo llevado.

También le preocupa a nuestro profesor que el uso de los nuevos recursos didácticos ha conllevado más tiempo del deseado, así como la dedicación a mejorar el funcionamiento de los grupos, lo que le ha impedido trabajar más otro tipo de actividades, por ejemplo, las ya mencionadas de aplicación a la vida cotidiana. Estamos, en nuestra opinión, ante un punto muy delicado en el desarrollo profesional de este profesor novel. El conflicto que se le plantea puede resolverlo en el sentido de hacer más flexibles los tiempos, intentando adecuarse a los estudiantes, avanzando y consolidando sus innovaciones, o por el contrario, prescindir del uso de recursos didácticos variados, trabajos en grupos, etc., porque *'consumen mucho tiempo'*, afianzándose en una metodología más tradicional.

4. 3. 1. 5 PAPEL DEL PROFESOR

Raimundo ha mostrado, en general, un papel protagonista y *'controlador'* de todo lo que ha ocurrido en el aula: los contenidos, las actividades, los agrupamientos, el ritmo de trabajo y la organización general de espacios y tiempos, el comportamiento de los alumnos, etc. También ha ejercido este control, que en ocasiones nos ha parecido férreo, sobre lo que tienen que hacer los alumnos en cada momento.

Nuestro profesor nos había presentado a través de su diseño y la primera entrevista algunos aspectos del papel que él considera que va a tener: guiar y acompañar el trabajo de los estudiantes, orientar la realización de las Actividades que les ha encomendado, observándolos, acompañándolos en el proceso de búsqueda de conclusiones y resolviendo las dudas que les surjan, mediante nuevas preguntas, ayudando especialmente a los que más lo necesitan, aunque tratando de ser equitativo en dicha atención.

Comparando ambos párrafos, creemos que no casan muy bien. Por ejemplo, creer en la colaboración entre iguales, favorece que puedan compartir ideas y conocimientos, promoviendo sus interacciones en los pequeños grupos y en las puestas en común. En la práctica, estas interacciones han sido pobres, no se ha producido debate, ni intercambio rico de ideas, como él pretendía en su diseño. Desde luego, en estos aspectos, se ha tratado de una metodología más centrada en el profesor que en el estudiante.

Raimundo, sin embargo ha sido coherente en otros aspectos: no ha abundado en explicaciones propias durante la experiencia, tal y como se había propuesto; y ha hecho un seguimiento de los estudiantes (mediante la observación sistemática de los criterios de evaluación) y de la

propia experiencia (mediante la autoevaluación). Esto lo acerca a un papel del profesor más acorde con la idea que él ha expresado en su diseño sobre ello.

4. 3. 1. 6 PAPEL DEL ALUMNO

Raimundo considera que la principal responsabilidad de los alumnos es estudiar y realizar las actividades. Él espera que los alumnos sean protagonistas en '*descubrir*' los contenidos matemáticos implícitos en las actividades y los irán adquiriendo mediante la realización de las mismas, con ayuda del libro de texto, los recursos didácticos previstos y de sus compañeros.

Por lo tanto, considera muy importante que trabajen y se impliquen a fondo en las actividades, tanto en el aula como en casa, y en ello consiste el protagonismo que él concibe para los estudiantes. Pero los estudiantes se han implicado menos en casa de lo que él esperaba.

El rol de los estudiantes ha sido activo en cuanto a realizar actividades para '*descubrir*' el conocimiento matemático, en lugar de escuchar al profesor. Ha sido bastante consecuente con este planteamiento que aparece desde la planificación. Pero los estudiantes no han tenido un auténtico protagonismo, se ha tratado de una enseñanza centrada en el profesor, no en el alumno.

Su rol ha sido pasivo en cuanto a proponer contenidos o actividades, marcar ritmos, responsabilizarse de su propio aprendizaje y comportarse de modo autónomo. En esto Raimundo no se ha distanciado de su propósito inicial.

Unos alumnos han sido capaces de llegar a '*conclusiones*' y otros no. Nuestro profesor se ha sentido satisfecho cuando algunos lo han logrado, sin preocuparse mucho del resto. Por ejemplo, en cuanto uno o dos grupos han resuelto una actividad, ha hecho la puesta en común y ha pasado a la siguiente; si una parte sabe hacer construcciones con regla y compás, las deja para casa; y así en varias ocasiones.

Raimundo ha querido fomentar constantemente el intercambio entre iguales y la colaboración mutua dentro de los grupos. Él espera que los alumnos intercambien y debatan sus ideas, contrasten y validen sus resultados, etc. Pero los alumnos no han sabido hacerlo. Necesitan que les enseñe a intercambiar cuestiones más precisas y menos frecuentes, con preguntas '*genuinas*' y '*provocadoras*', así como respuestas menos evasivas por parte del profesor.

El propósito de Raimundo de que los estudiantes descubran los contenidos matemáticos nos muestra su visión absolutista de las matemáticas. Tiene algunas otras características cercanas a la tendencia tecnológica, tales como dirigir las Actividades y su ritmo de realización, favorecer la cooperación mutua y las interrelaciones entre iguales, etc. Sin embargo, otros aspectos, como el papel imprescindible de los deberes en casa, sin suficientes apoyos en el trabajo de aula, nos muestran una imagen más cercana al modelo tradicional.

Para terminar, hacemos una reflexión en torno a las interrelaciones entre profesor- alumnos. En primer lugar, Las intervenciones de Raimundo, en los pequeños grupos, podrían haberse enriquecido mucho más si nuestro profesor hubiese establecido y nutrido los diálogos, lo que es central para una adecuada estructuración del conocimiento. Ha dado un brevísimo espacio para iniciar en los grupos la búsqueda de las respuestas propuestas y elaborarlas, lo que ha conducido a que pocos estudiantes hayan podido llegar a ellas. En segundo lugar, creemos que no ha escuchado en profundidad a los estudiantes y no se ha adaptado a las reacciones de los alumnos ante sus respuestas evasivas. Sabemos que la escucha es una actividad que precisa de tiempo para imaginar cómo piensan los estudiantes y cómo enfocan un problema específico, lo que requiere una profunda y minuciosa comprensión de las matemáticas y una actitud a preguntar, cuestionar, como opuesta a responder (Ferreira, 2004).

Nuestro profesor no ha actuado interviniendo rápida y evaluativamente a las preguntas de los estudiantes, al menos en las primeras sesiones, pero tampoco ha dado suficiente tiempo para que se desarrolle su pensamiento. No ha planteado preguntas '*exploratorias*', algo esencial para comprender la '*perspectiva de los otros*' y habría sido necesario que Raimundo propusiese otros tipos de cuestiones con el fin de descubrir el conocimiento no explicitado de sus estudiantes. Es cierto que nuestro profesor no ha caído muchas veces en la tentación de dar inmediata retroalimentación basada en la '*corrección*' de las respuestas, por ejemplo, en la puesta en común de la prueba inicial, pero tampoco ha aportado nada en esa ocasión. Ha aplicado muchas veces estrategias '*fijas*', tales como, lee el enunciado, pregunta a tus compañeros, sin más orientaciones. Su forma de escuchar no ha conllevado, desde nuestro punto de vista, hacer verdadero caso al pensamiento de los estudiantes, el origen de sus ideas particulares y su potencial como una fuente más de conocimiento.

Sabemos que el proceso de escuchar está relacionado con concepciones profundamente enraizadas sobre el conocimiento, los estudiantes, el aprendizaje y el papel del profesor. A Raimundo le ha costado durante la experiencia convertirse en un buen oyente porque creemos que no está convencido de que el aprendizaje es un proceso largo y no lineal en el

que las interacciones sociales, especialmente aquellas entre el profesor y los estudiantes deben respetar sus ideas (a veces peculiarmente sofisticadas) y sus ritmos e incorporarlos en el proceso.

En segundo lugar, la forma en que nuestro profesor ha dirigido las contribuciones orales de los alumnos en el grupo-clase, desde sus asientos o desde la pizarra, ha sido una oportunidad de compartir con la clase la actividad del estudiante que habla. De este modo toda la clase ha seguido el desarrollo de la actividad. Desde esta perspectiva, la fragmentación de las actividades, es también una forma de conseguir que todos los alumnos estén haciendo la misma actividad para mantener el control de la clase completa. Pero esta fragmentación de la búsqueda de las propiedades en pequeñas y precisas Actividades ha contribuido también a que el profesor haya dirigido a los estudiantes a través de una ruta cognitiva muy predeterminada, a la vez, que esto ha rebajado considerablemente su nivel cognitivo (Robert & Rogalski, 2005). También garantiza mejor el control de lo que hacen los estudiantes y nuestro profesor ha querido estar seguro, en todo momento, de que el tiempo que les ha dado se emplea en aprender el contenido que él ha establecido y que puede confiar en que lo están haciendo bien.

Creemos, sin embargo, que el papel de nuestro profesor, en las puestas en común, habría de referirse sobre todo, a cómo dirigir el proceso de negociación y el establecimiento de significados conjuntamente. Cuando ha preguntado en el grupo-clase *“cuál era la conclusión”* correspondiente, ha repetido las palabras del estudiante participante y se ha dirigido al grupo diciendo: *“¿Estáis todos de acuerdo? ¿Alguien quiere añadir algo más?”* Si la aportación realizada es *‘correcta’* él no ha sentido necesidad de aportar nada más. En todo caso, ha reformulado escuetamente la intervención del estudiante para reforzar la idea. Por eso las puestas en común han sido tan breves y las intervenciones de todos tan concisas. Si el profesor no está muy pendiente de qué tipo de preguntas ha de hacer para facilitar el pensamiento de los alumnos y hacerlo evolucionar, se pierde algo fundamental en la construcción conjunta del conocimiento. Nuestro profesor no ha sabido suscitar una gran participación para haber obtenido aportaciones variadas y más extensas, donde se exprese el pensamiento personal y no las respuestas esperadas y poder construir desde ellas sus propios aprendizajes.

De todo lo anterior deducimos que Raimundo ha querido favorecer, claramente, las interacciones entre los estudiantes para que compartan sus aprendizajes, pero como profesor novel que es, le ha costado crear un clima para que muestren diferentes aportaciones, crear un verdadero contraste y debate entre ellas, señalando las dudas de grupo, las discrepancias y

coincidencias, organizando los acuerdos y, desde ahí, elevar a un nivel superior el conocimiento expresado, sin que se pierdan los alumnos, estructurarlo y socializarlo, aunque ha dado pequeños pasos significativos en esa dirección.

4.3.2 EVALUACIÓN

Constatamos que existen pocas diferencias entre el conocimiento declarativo y en la acción correspondiente a esta categoría, por lo que señalamos las discrepancias y presentamos una valoración global de la misma, sin separar cada subcategoría. A esto también contribuye el hecho de tener pocos datos referidos a la práctica de la evaluación, más allá de la observación de los Criterios de Evaluación que se ha llevado a cabo en el aula y de la realización del examen y la auto-evaluación de los estudiantes.

Para comenzar, señalamos que, desde nuestro punto de vista, la evaluación inicial se ha llevado a cabo de una forma muy pobre, rígida, cerrada y con nulo significado educativo y de aprendizaje, especialmente su puesta en común, considerando que nuestro profesor ha perdido una buena oportunidad de explorar las ideas de los estudiantes. El mismo Raimundo reconoce que no ha aportado ninguna información relevante y que esto suele pasarle, en general, con las evaluaciones iniciales que ha hecho hasta ahora.

Así mismo, consideramos un poco absurdos el modo y el momento en que se ha realizado dicha Prueba, si atendamos a las finalidades que nuestro profesor ha declarado: en primer lugar, en cuanto a *“recabar los conocimientos previos de los alumnos sobre el tema que se va a estudiar, para replantearse, suprimir o afianzar posibles contenidos”*, nos cuestionamos cómo puede haberse propuesto esto si, como consecuencia, no ha variado su diseño y por qué la ha hecho en la primera sesión, sin margen de tiempo para introducir cambios reflexionados.

En segundo lugar, con respecto a *“introducir a los alumnos en el tema concreto, dándole pie para repasar y afianzar conocimientos”*, como ha pedido a los estudiantes que hagan la Prueba en casa, nos preguntamos cuántos habrán recurrido al libro de texto y habrán dedicado el tiempo adecuado a *‘afianzar conocimientos’*.

En tercer lugar, en cuanto a *“detectar los aprendizajes que no se han producido o posibles errores”*, consideramos que se ha tratado de una detección muy difusa y genérica, ya que, por una parte, no ha devuelto ninguna valoración de las aportaciones de los alumnos para que

ellos puedan situarse ante el tema, ayudándoles “a precisar lo que saben o expresan” ni, por otra parte, ha tomado nota, ni ha podido obtener ninguna información relevante referida a alumnos concretos, para sacar provecho de ésta, al menos él. Cuando Raimundo ha pretendido ampliar las finalidades previstas de la evaluación inicial, comparando los conocimientos previos con los obtenidos durante la experiencia, no ha podido hacerlo por falta de precisión en los datos iniciales. Por otro ello, hemos dejado de considerarla como parte de la evaluación, en la práctica.

Creemos, sin embargo, que la evaluación posteriormente realizada ha tenido algunos los aspectos innovadores, en el contexto de la metodología llevada a cabo por Raimundo. Por ejemplo, en la parte referida a la observación de los criterios planificados. No obstante, es precisamente en esto donde nuestro profesor se ha mostrado menos satisfecho, pues se ha sentido desbordado a la hora de ponerlo en práctica tal y como él lo ha concebido: ir preguntando de forma ‘comprobadora’, alumno por alumno, los contenidos reflejados en dichos criterios que estuviesen trabajando en cada momento, lo que le impedía otras formas de atención posiblemente más convenientes para su aprendizaje.

En realidad el número de Criterios de Evaluación observables ha disminuido en tres en la práctica, por no haber trabajado los contenidos correspondientes en el aula. Aún así, la dificultad de llegar a todos los alumnos y comprobar que se habían alcanzado los aprendizajes de todos los criterios observados, ha seguido existiendo. Raimundo la ha suplido en la práctica dando un mayor papel calificador al examen, en el sentido de obtener de él más información complementaria sobre los criterios y alumnos que no ha podido observar.

A la vista de estos obstáculos, nuestro profesor se ha preguntado si volver a usar este tipo de instrumentos en futuras intervenciones. Sin embargo, subrayamos el inmenso esfuerzo de observación que ha realizado, que habría que simplificar, para conseguir, mediante preguntas ‘genuinas’ y ‘provocadoras’, aportaciones más ricas y relevantes para nuestro profesor y más estimulantes y orientadoras para los estudiantes.

Raimundo nos ha parecido cercano a aspectos más tradicionales en el hecho de mantener un examen final, a pesar de todos los datos obtenidos y de tratarse de una intervención de enseñanza tan breve. Esta impresión se refuerza con la nula influencia de la auto-evaluación de los aprendizajes de los estudiantes en su calificación. No obstante, el acto en sí de plantear y haber hecho una auto-evaluación de ese tipo (Apartado 4. 1. 2. 3), así como la observación de los Criterios de Evaluación, nos parecen aspectos próximos a la tendencia tecnológica.

Para concluir, presentamos una valoración global de Raimundo, realizada al final de su segunda entrevista. Tiene una percepción positiva del trabajo realizado. Aunque no muestra un entusiasmo especial, está, fundamentalmente, satisfecho, no tanto por los aprendizajes conseguidos por los alumnos, como por haber sido capaz llevar a cabo otra metodología diferente e introducir elementos nuevos, tales como recursos didácticos que nunca había utilizado:

A mí me ha gustado la experiencia, pero no me ha sorprendido como se ha desarrollado. Más o menos era lo que me esperaba. Ha habido momentos en que estaba muy contento. Me ha gustado por el hecho de atreverme a hacer cosas distintas (E2Ri, 389-94).

Yo creo que mi grado de satisfacción es bueno, ha sido un cambio, tiene su parte positiva, que siempre había trabajado de otra manera (E2Ri, 397-8).

4. 3. 3 PERFIL DEL PROFESOR

Raimundo sigue *'fielmente'* el diseño en la práctica sin apenas reformulación, es decir, podemos hacer la consideración general de que su estilo de enseñanza está centrado en el profesor.

Las Actividades desarrolladas han sido las planificadas, aunque muchas de ellas han tenido que ser desarrolladas en casa. Las tipologías son variadas, con algunas modificaciones respecto del diseño. Ha aumentado el número de puestas en común (lo que conlleva un incremento de las tipologías de síntesis y comunicación oral), así como correcciones y actividades de aplicación directa.

Lo que consideramos que han cambiado, fundamentalmente, han sido algunas características de las Actividades de argumentación, justificación y comunicación, más abiertas y creativas, en principio, pero en la práctica restringidas a pocos estudiantes y que no han conseguido llegar a ser respuestas ricas, personales y con cierta profundidad, debido a que Raimundo interrumpe los procesos de los estudiantes cada vez que cree conveniente poner en común sus resultados, lo que es muy frecuente y algo solo posible para alumnos muy aventajados. Por similares razones, el nivel cognitivo de esos tipos de Actividades y su grado de complejidad e incertidumbre, muy probablemente ha bajado considerablemente respecto de las posibilidades que los enunciados permiten.

Raimundo ha sido coherente con respecto al uso de los recursos entre lo que ha planificado y lo que ha llevado a cabo en el aula, aunque es cierto que algunos de los que aparecen en el diseño, no los ha usado después y ha introducido algunos otros no previstos. Es un paso innovador importante para él haber usado recursos manipulables y un vídeo didáctico. Ha usado diversos modos de representación, aunque ha descuidado el modo de representación gráfico. El profesor se siente muy satisfecho por haber usado recursos diversos.

Después de la práctica, el hilo conductor ha permanecido inalterado respecto de la planificación realizada, con una doble lógica, la de los contenidos que engarza todas las Actividades y otra más relacionada con cómo concibe Raimundo que aprenden los alumnos. No obstante, hemos observado que la lógica del contenido ha prevalecido sobre la del aprendizaje de éstos. Esta afirmación se ve reforzada por la obsesión de Raimundo de '*salvar*' la secuencia de actividades completa, mandando para hacer en casa las Actividades que no ha dado tiempo de hacer en clase. Propone y hace una secuencia única, sin ramificaciones.

También ha mantenido los espacios, número de sesiones y agrupamientos planificados, con un grado de implicación de los estudiantes mayor del habitual, pero no en las actividades pedidas para hacer en casa. No ha respetado el ritmo de trabajo de los estudiantes, cambiando rápidamente de actividades y haciendo las breves puestas en común sin esperar a que terminen la tarea todos los alumnos.

Constatamos que las interrelaciones en el aula han sido más pobres que las vislumbradas en su diseño por la falta de escucha de las ideas de los alumnos, de preguntas genuinas y provocadoras por parte del profesor, de auténticos debates y negociación de significados en las puestas en común, además de por lo reseñado en el párrafo anterior.

Los alumnos no han sido verdaderos protagonistas, ni se han responsabilizado suficientemente de su propio aprendizaje, aunque la intención de Raimundo ha sido siempre la de que ellos '*descubran*' los conocimientos a través de la realización de las actividades. Él las ha guiado muy estrechamente, '*controlando*' en todo momento lo que tenían que hacer, cómo y cuándo, marcando un ritmo rápido y cambiante que impide los procesos pausados de pensamiento de la mayor parte de los alumnos.

Ha introducido instrumentos de evaluación novedosos, pero no ha sido capaz de adaptarlos a sus propias necesidades y de prescindir del examen en una experiencia tan acotada y breve. También se ha asignado el papel exclusivo de calificación de los estudiantes aunque les ha

concedido a ellos cierto papel evaluador, tanto de sus propios aprendizajes como de la experiencia.

De todo lo reseñado, creemos que el tratamiento del tiempo es el mayor obstáculo de nuestro profesor para avanzar desde una enseñanza tradicional a otra más flexible e innovadora.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS DE MARIÓ

En este Capítulo presentamos los resultados obtenidos por la profesora novel Marió, que como hemos indicado con anterioridad, está desarrollando su segundo año de profesión cuando ha realizado la experiencia. Es funcionaria, del Cuerpo de profesores de Educación Secundaria, en expectativa de plaza definitiva en un IES de la provincia de Sevilla, durante la misma y participante, por segundo año consecutivo, en un Curso de Formación, para profesorado novel en el CEP de Sevilla (Curso-P).

En primer lugar, presentamos los resultados obtenidos del conocimiento declarativo, a partir de su propio diseño de la intervención educativa y de una primera entrevista, descritos en el Apartado 2. 3. 4, realizada antes de llevar a cabo la experiencia en el aula. En segundo lugar, presentamos aquellos datos que corresponden al conocimiento en la acción, procedentes de la observación de su práctica, la grabación en vídeo y en audio de las sesiones y de una segunda entrevista, realizada después de la experiencia, de la que hemos obtenido su propia valoración de la misma. Estas fuentes están también descritas en dicho Apartado.

5. 1 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO DECLARATIVO

Presentamos estos resultados organizados por categorías, teniendo en cuenta el sistema emergente que ha surgido del tratamiento de los datos, descrito con anterioridad en el Apartado 2. 4. 3. 2. No están recogidos en su totalidad -lo están en los Anexos correspondientes- para hacer más ligera y comprensible su exposición, pero sí todos los que hemos considerado relevantes.

5. 1. 1 RESULTADOS DE LA METODOLOGÍA

5. 1. 1. 1 RESULTADOS DE LAS CARACTERÍSTICAS Y LOS TIPOS DE ACTIVIDADES

Marió presenta en su diseño distintos tipos de Actividades para la realización de la experiencia, mediante una distribución por sesiones, en la que especifica, además, los contenidos que se trabajarán cada día, así como la metodología a seguir y la evaluación:

En cada sesión se especifica la metodología a seguir: el agrupamiento de los alumnos, el papel del profesor, el material utilizado... Incluiremos los contenidos a trabajar y la evaluación de los mismos (DisMo, 96-101).

Recogemos la propuesta de Actividades de Marió en Cuadros organizados por sesiones, que presentamos a continuación, en los que aparecen también la intencionalidad con la que las ha proyectado, los contenidos que se trabajan y en la última columna caracterizamos el tipo de actividad propuesta. Para la clasificación de las Actividades seguimos la tipología mostrada en el Apartado 2. 4. 3. 1.

➤ Prueba inicial

Marió planifica hacer una prueba inicial con bastante antelación al comienzo de la experiencia. Para ello, piensa plantearles una serie de cuestiones que recogemos en el siguiente Cuadro:

PRUEBA INICIAL	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
1. ¿Qué entiendes por el área de una figura? (DisMo, 389).	Explorar las ideas de los alumnos sobre el concepto de área.	Concepto de área	De identificación y reconocimiento.
2. Calcula el área de la siguiente figura: [Figura irregular que puede	Conocer si los alumnos saben usar la estrategia de	Área de una figura por des-	De aplicación combinada de

descomponerse en rectángulos y cuadrados] (DisMo, 390).	descomposición de figuras para hallar su área.	composición.	información.
3. Explica qué procedimiento has seguido para calcular el área (DisMo, 391).	Comprobar cómo expresan los alumnos el proceso seguido.	Expresión escrita.	De argumentación.
4. ¿Sabes qué es un metro cuadrado (m^2)? (DisMo, 392).	Explorar la idea de los alumnos sobre la unidad de área.	Unidad de área.	De identificación y reconocimiento.
5. Nombra algunos objetos que pienses que tienen un área de $1m^2$ aproximadamente (DisMo, 393-4).	Explorar las ideas de los alumnos sobre la estimación de áreas.	Estimación de áreas.	“
6. ¿Crees que un cuadrado y un rectángulo pueden tener la misma área? (DisMo, 395).	Explorar las ideas de los alumnos sobre el concepto y el cálculo de áreas.	Comparación de áreas.	De aplicación combinada de información.
7. ¿Y un cuadrado y un triángulo? (DisMo, 396).	“	“	“

Cuadro Mo. 0: Prueba Inicial

Marió trata de explorar los conocimientos previos de los alumnos con el objetivo de adaptar su diseño al nivel que detecte. Es por ello, por lo que tiene la intención de pasarles la prueba con bastante anterioridad:

Realizamos una prueba exploratoria con los alumnos para así determinar los contenidos y elaborar las actividades teniendo en cuenta sus conocimientos acerca del tema y los posibles niveles dentro del aula (DisMo, 61-6).

Como podemos comprobar, hemos caracterizado estas Actividades como de ‘Iniciación’ por tratarse de un primer contacto con el tema de estudio, aunque algunas requieren cierta ‘estructuración de información’ y ‘aplicación’ de la misma. Así, cuantificamos tres de ‘identificación y reconocimiento’ en este caso sobre el concepto de área y de unidad de área. Ha diseñado una actividad que consideramos de ‘argumentación’, ya que los alumnos han de describir el procedimiento seguido para realizar la anterior y tres de ‘aplicación combinada’, puesto que requieren más de un procedimiento, aunque estos sean muy simples.

Marió quiere conocer lo que los estudiantes saben sobre el concepto de área y el cálculo no convencional de áreas, en el sentido que propone estimaciones de algunas, comparación de otras, sin nombrar las fórmulas, ni comprobar si ellos las recuerdan de años anteriores. Constatamos que, al menos en las dos últimas actividades, podría haber solicitado también

una argumentación de sus respuestas, pues esto podría ayudarles a estructurar mejor lo que saben.

Con respecto a la primera dimensión, las características de estas Actividades, podemos señalar que ofrecen cierta apertura en cuanto a las estrategias a seguir para desarrollarlas y en algún caso, como en la 5, con posibles soluciones distintas. Para ser el primer contacto con el tema, subrayamos su abordaje de forma abierta y flexible, (que posiblemente los alumnos no hayan visto con anterioridad), más rica que la mera comprobación de qué fórmulas recuerdan. También puede proporcionar este planteamiento, por el mismo hecho, cierto grado de incertidumbre a los estudiantes.

Con respecto a la segunda dimensión, el nivel cognitivo, se trata de actividades de nivel bajo, con poca complejidad y ninguna diversidad en su formulación. En su mayor parte, se proponen en contextos académicos, exceptuando la 5, que puede ser respondida en contextos familiares para los alumnos, ya que la búsqueda de objetos de área dada, puede contestarse en ese sentido.

Las cuestiones planteadas no las consideramos propiamente como resolución de problemas procedentes de las inquietudes de los estudiantes, ni han surgido de alguno de sus puntos de interés. Pueden servir como incitadoras de la curiosidad/motivación para abordar el tema de las áreas, aunque se presentan de forma ajena a sus posibles intereses.

➤ Primera sesión

En esta primera sesión Marió plantea una especie de concurso sobre terminología de figuras planas y sus elementos:

PRIMERA SESIÓN PROPUESTA DE ACTIVIDADES: ACTIVIDADES INTRODUCTORIAS	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>Nosotros hemos empezado desde lo primero, bueno también, la primera Actividad que le hacemos es una especie de concurso, que les damos una hoja con muchas figuras planas tanto regulares como irregulares, incluso</i>	<i>...para saber por dónde andan, también para ver las ideas iniciales que tienen ello. (E1Mo, 243-4). Les ponemos primero eso para ver lo que saben, yo por</i>	Terminología básica de figuras planas.	De identificación y reconocimiento.

<p><i>hemos puesto elipses, que la elipse no la vamos a trabajar (E1Mo, 238-42). En la ficha común los componentes del grupo [que serán cuatro en cada uno de ellos] deberán especificar lo más detalladamente posible el nombre de cada una de las figuras planas que aparecen (DisMo, 114-6).</i></p>	<p><i>supuesto les iré diciendo y completando lo que no hayan sabido completar, diciéndoles lo que no hayan sabido decir, porque habrá algunos que no sepan decirlo (E1Mo, 263-7).</i></p>		
<p><i>Una vez finalizada esta primera prueba les pediremos que, usando las mismas fichas, señalen y escriban el nombre de todos los elementos que conozcan en esas figuras (DisMo, 126-8).</i></p>	<p><i>Conocer los elementos de las figuras planas, porque como luego nos va a hacer falta para las áreas (E1Mo, 268-70). Nosotros el primer día pues eso, vamos a tratar más que nada ver como andan en nomenclatura, etc. (E1Mo, 281).</i></p>	<p>Terminología básica de figuras planas.</p>	<p>De identificación y reconocimiento.</p>
<p><i>Si da tiempo, leer y comentar la historia que aparece en el libro de 1º de ESO de Alambra Longman (DisMo, 134-5).</i></p>	<p><i>Aportar una anécdota histórica como introducción al cálculo de áreas (DisMo, 136).</i></p>	<p>Introducción al cálculo de áreas.</p>	<p>De motivación.</p>

Cuadro Mo. 1: Primera Sesión

En esta primera sesión Marió planifica dos ‘*actividades de identificación y reconocimiento*’ y una ‘*de motivación*’, mediante las que trata, fundamentalmente, de comprobar el nivel que tienen los alumnos en cuanto a la terminología básica relativa a figuras planas, pretendiendo que la recuerden y aporten con la mayor precisión posible. Nuestra profesora pide, al mismo tiempo, que registren el máximo número de elementos que identifiquen en las mismas. Esta es su forma de entender y hacer la exploración de ideas de los alumnos.

Por ejemplo, yo les puedo poner un triángulo rectángulo y si ponen triángulo estará bien pero no estará completo. Lo completo será poner triángulo rectángulo o un pentágono regular, porque habrá pentágonos que no sean regulares (E1Mo, 252-4).

Merce, su compañera de grupo para la elaboración del diseño en el Curso de Formación, que ya había realizado la experiencia, le comentó que sus alumnos se habían desorientado en algunos momentos, lo que Marió tratará de suplir poniéndoles ejemplos que les ayuden a proseguir la tarea. Veremos que ésta es una forma característica de Marió en lo que se refiere a ayudar a que los estudiantes afronten lo que no entienden:

Me ha dicho Merce que eso les desconcertó un poco, que no sabían ‘¿elementos?’, no sabían a que nos referíamos con ‘elemento’. Bueno, pues yo les pondría un ejemplo, el lado es un elemento, el centro, la diagonal, les pondría un ejemplo con algunas y así... La apotema estoy segura de que no la van a conocer, pero

como luego nos va a hacer falta para las áreas pues, por ejemplo, les explicaré yo, que me imagino que no lo pondrá ninguno, les explicaré lo que es una apotema y también para eso, para saber qué elementos conocen de la figura (E1Mo, 263-75).

En cualquier caso, por una parte, se trata de una actividad completamente cerrada y de respuesta ‘correcta’ única, que no requiere ningún tipo de estrategia de resolución, que se remite al recuerdo de los estudiantes y que pretende ser motivadora por la forma en la que quiere llevarla a cabo, aunque no se presenta en contextos familiares para los alumnos. Por otra parte, el nivel cognitivo que se requiere para responder es mínimo, ya que solo se pone en juego la memoria de los alumnos.

➤ **Segunda sesión**

En esta sesión Marió pretende introducir el concepto de área, de unidad de área y que los estudiantes obtengan la fórmula del área del rectángulo y del cuadrado:

SEGUNDA SESIÓN: FÓRMULA DE LAS ÁREAS DE RECTÁNGULOS, CUADRADOS Y TRIÁNGULOS PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p>Dadas varias figuras planas, rectángulos y cuadrados, se les pide que las construyan en su geoplano y que cuenten las unidades cuadradas que contiene dichas figuras. En ese momento anotarán el resultado obtenido y pasaremos a otra figura distinta. Deben deducir al final la fórmula del área de esa figura (DisMo, 152-6).</p>	<p><i>Luego el siguiente día usaremos los geoplanos para introducirlos un poco en el cálculo de áreas simplemente contando cuadraditos y de ahí deduciremos el área del triángulo y del rectángulo que lo verán de una manera muy clara calculando (E1Mo, 282-7). Ahí queremos más o menos introducirlos en el cálculo de áreas, así, sin muchas fórmulas, sino simplemente contando (E1Mo, 293-5).</i></p>	<p>Concepto de u^2 y de área. Obtención de la fórmula del área del rectángulo y del cuadrado.</p>	<p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>Recuento de las unidades cuadradas que forman triángulos isósceles rectángulos, triángulos no isósceles rectángulos y triángulos acutángulos (DisMo, 161-2). Evitaremos ponerles triángulos obtusángulos ya que estos no se</p>	<p><i>Deben deducir al final la fórmula del área de esa figura (DisMo, 163). Deben intuir que el área de un triángulo es la mitad de la del rectángulo que lo contiene</i></p>	<p>Obtención de la fórmula del área del triángulo, partiendo de triángulos</p>	<p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

<p>contienen en un rectángulo con el doble del área del triángulo, sino en un romboide, figura de la que aún no conocen el área. De todas formas si algún alumno plantease este problema le propondríamos que estudiase de qué otra forma podría calcular el área de este tipo de triángulos.</p> <p>Es más si vemos que algún alumno se le da bien calcular áreas usando el geoplano podemos ser nosotros los que le propongamos el problema (DisMo, 166-73).</p>	<p>(DisMo, 164-5).</p>	<p>rectángulos, isósceles y acutángulos (E1Mo,288-90).</p>	
<p>Por ejemplo: construye una figura de área $11 u^2$ (E1Mo 292)</p> <p>Pueden practicar con el geoplano y pintar la figura solución en la trama de puntos (DisMo: 186-9)</p>	<p>Quizás no sea necesario que las dibujen todas, pero si algunas que les indique el profesor. Para que les quede constancia escrita del trabajo de construcciones en el geoplano (DisMo, 192-3).</p>	<p>Concepto de área. Construcción de figuras de área determinada.</p>	<p>- De simple aplicación directa de información</p>
<p>Pasamos al estudio del área del rombo, que puede hacerse como hasta ahora (contando cuadrados) o bien conducirlos para que lo incluyan dentro de un rectángulo y deduzcan su fórmula (DisMo, 174-7).</p>	<p>Se trata de que intuyan que el área de un rombo es la mitad de la del rectángulo que lo contiene.</p>	<p>Obtención de la fórmula del área del rombo.</p>	<p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p>También les construiremos la figura que apareció en la prueba inicial para que hallen su área (DisMo, 178).</p>	<p>La cual la gran mayoría de los alumnos no supo calcular el área y seguro que ahora les es mucho más sencillo calcularla (DisMo, 179-80).</p>	<p>Cálculo del área de una figura irregular dada.</p>	<p>- De aplicación combinada.</p>
<p>Todas las figuras que construyamos en el geoplano y hallemos sus áreas, deberán dibujarlas los alumnos también en la trama de puntos (DisMo, 182-8).</p>	<p>Para que lo tengan luego por ahí porque, claro, el geoplano luego quitas las gomas y no les queda nada. Entonces queremos que los plasmen en papel y lápiz y eso también me lo entregarán y también lo valoraré, a ver si es verdad que han cogido o que se han dedicado a construir figuras y luego no pasan nada a papel y lápiz (E1Mo, 468-73).</p>	<p>Dibujo de las figuras hechas en el geoplano en la trama de puntos.</p>	<p>- De organización de la información</p>

<p><i>Se les pedirá a los alumnos que, como tarea de casa, deben elaborar un diario en el que vayan explicando todo lo que han hecho en la sesión anterior: fórmulas deducidas, procedimiento para deducirlas, si les ha parecido fácil o difícil, etc. (DisMo, 210-13).</i></p>	<p>Iniciar un proceso de reflexión sobre la propia práctica del alumnado.</p>	<p>Expresar por escrito los contenidos y procesos de la sesión.</p>	<p>- De resumen.</p>
--	---	---	----------------------

Cuadro Mo. 2: Segunda sesión

En este Cuadro aparecen cinco actividades de ‘*estructuración de información*’: tres de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’ y una de ‘*argumentación*’ y de ‘*resumen*’, mediante la introducción de una nueva actividad: llevar a cabo un diario de cada una de las sesiones donde cada estudiante recoja todo lo relevante de la misma. Señalamos la importancia de esta propuesta, ya que inicia un proceso de descripción de la práctica del alumno.

La quinta actividad de este tipo consiste en dejar constancia mediante dibujos en las tramas de puntos de las figuras formadas en los geoplanos. Este tipo de material, permite la representación de figuras, lo que facilita también el cambio de representación de lo manipulativo a lo gráfico, lo cual puede ayudar a los alumnos a afianzar el trabajo realizado con ellos. Además, han de tomar nota de sus dimensiones y áreas, para que vayan pasando a través de estos ejemplos de lo particular a lo general. De esta forma, pueden hacerse más conscientes de lo que han trabajado y volver a ello cuando lo necesiten.

También aparecen dos actividades de ‘*aplicación*’, una ‘*directa*’, ya que se trata de contar unidades cuadradas, utilizando cualquier forma posible en el geoplano, y otra ‘*combinada*’, ya que requiere que se descomponga en rectángulos la figura irregular de la que se trata en este caso (DisMo, en Anexo II), para hallar su área, lo que puede hacerse de forma muy sencilla.

Pasando a las características de estas actividades, las de ‘*búsqueda y elaboración de respuestas*’ son cerradas en cuanto a resultados, pero los estudiantes pueden aplicar distintas estrategias para la obtención de las fórmulas, aunque se subraya especialmente en esta sesión la de contar cuadraditos. Son de muy bajo nivel cognitivo, e incluso podrían considerarse también ‘*actividades de identificación y reconocimiento*’, ya que a la mayoría de los estudiantes les ‘*suenan*’ el área del rectángulo y del cuadrado y las ‘*han visto*’ con anterioridad. Apoyamos esta afirmación en la constatación de que el tratamiento previsto es motivador y los contenidos muy básicos para alumnos de 3º de ESO.

En cuanto a la actividad que usa la trama cuadrada de puntos, es también cerrada y de bajo nivel cognitivo, pero el diario, al describir con sus propias palabras el trabajo realizado, los alumnos tienen la oportunidad de reflexionar sobre su propio proceso, cuya característica más significativa es ser una actividad abierta y personal, de nivel cognitivo más exigente, pues podrían hacerse descripciones de procesos, síntesis, comunicación de percepciones personales, etc., algo muy valioso y no realizado hasta el momento por ninguno de los protagonistas de esta experiencia.

Con respecto al segundo tipo de actividades, construir una figura de área $11 u^2$, tiene como característica más significativa que es abierta, aunque de bajo nivel cognitivo, por la ayuda que ofrece el geoplano y algo similar podemos decir de la figura de la prueba inicial, solo que al tener que descomponer en cuadrados y/o rectángulos y hallar sus áreas, podemos considerar que realizan más de un procedimiento, cada uno de los cuales es muy simple.

Todo se plantea en contexto académico y en ningún momento planifica algún problema que permita poner en relación este trabajo con las ideas o problemáticas cotidianas de los alumnos.

➤ **Tercera sesión**

En ella, Marió continúa el proceso iniciado de obtención de las fórmulas de nuevas figuras planas:

TERCERA SESIÓN: FÓRMULA DEL ÁREA DE ROMBOIDES, ROMBOS, TRIÁNGULOS Y TRAPECIOS PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<i>Deduce la fórmula del área del romboide, del rombo, del triángulo y del trapecio, con la ayuda de estas figuras y unas tijeras (DisMo, 215-6).</i>	<i>Se les entregan fotocopias con romboides, rombos, triángulos y trapecios, repetidas varias veces, para que puedan practicar, cuantas veces necesiten, hasta obtener el área correspondiente (DisMo, 217-8).</i>	Deducción del área del triángulo, romboide, trapecio y rombo.	Búsqueda y elaboración de respuestas.
<i>Además de conseguir la fórmula del área de esas figuras deberán</i>	Expresar por escrito lo que el alumno está haciendo,	Procesos de obtención de	De resumen.

<i>describir, con palabras y dibujos, el proceso seguido</i> (DisMo, 223-4).	permitiéndole reflexionar sobre los procesos que sigue y comprender mejor el contenido.	las fórmulas.	
<i>El trabajo para casa consistirá en sintetizar el trabajo de la sesión</i> (DisMo, 227-8).	Ayudar a que el alumno haga síntesis por escrito del trabajo realizado.	Síntesis del trabajo de la sesión.	De síntesis.

Cuadro Mo. 3: Tercera Sesión

En esta sesión las tres actividades planificadas son de ‘*estructuración de información*’, la primera de ‘*búsqueda de información*’ previa para la elaboración de las fórmulas pedidas, otra con la finalidad de descripción y ‘*resumen*’ del proceso seguido, mientras que la última solicita una ‘*síntesis*’ de todo lo trabajado en clase, para hacerla en casa.

Entre las características más destacables de la actividad de deducción de las fórmulas pedidas, está la utilización de posibles estrategias distintas según los casos, ya que no son abiertos sus resultados. Aunque no son de alto nivel cognitivo, los procesos de generalización no son nada fáciles para estos estudiantes, que no suelen hacerlo habitualmente, lo que puede producirles también incertidumbre y dudas. Es además remarcable el hecho de que la profesora no pretende aportarles la información a priori, sino que tiene la intención de que indaguen por sí mismos.

En cuanto a las otras dos actividades de estructuración que propone en su diseño, “*describir, con palabras y dibujos, el proceso seguido*” y “*sintetizar todo lo trabajado en la sesión*”, es decir, el diario, destacamos que son relativamente abiertas, ya que no ha establecido previamente cómo tienen que hacerlas y pretende que cada alumno refleje su propio proceso y los resultados obtenidos durante la sesión. Aunque tampoco pueden considerarse objetivamente de alto nivel cognitivo, exigen un esfuerzo importante de los estudiantes ya que no están acostumbrados a expresar con sus propias palabras lo que hacen en matemáticas.

El nivel cognitivo requerido es mayor que en la sesión anterior, ya que se trata de llegar a la generalización de las fórmulas que, aunque pueda parecer lo mismo que en la primera, aquella es, por una parte, más intuitiva por el uso de los geoplanos y, por otra, es muy posible que los alumnos recuerden la fórmula del área del rectángulo y cuadrado, mientras que es dudoso que tengan memorizadas otras fórmulas, lo que les puede permitir una búsqueda más auténtica de las mismas.

➤ **Cuarta y quinta sesiones**

En estas sesiones Marió continúa el proceso iniciado de obtención de las fórmulas de las áreas de nuevas figuras planas, incorporando también el cálculo de perímetros:

Después de esa sesión pasaremos a los polígonos regulares. Les vamos a sacar por ejemplo, al principio un hexágono... ¿Cómo calculáis esta área? No sabemos si alguno lo divide por la mitad y construye dos trapecios o a alguno se le ocurre triangularlo, vamos a ver cómo se les ocurre calcularlo en principio. Luego nosotros, si ninguno dice triangulación pues, les diríamos: mira este método, ¿no os parece interesante? (E1Mo, 320-5).

Explicarles... Y luego... Y así ya una vez que vean la triangulación del hexágono, cualquier polígono regular lo podrán hacer por ese método... A algunos les hemos puesto una tabla para que vayan poniendo las fórmulas, hasta que al final las generalicen, un polígono de n lados. Hombre, habrá algunos que yo sé que no las van a generalizar, pero con eso siempre tendré que contar y explicarles, vamos a ver, y explicárselo más despacito. Otros no, otros... (E1Mo, 326-31).

CUARTA Y QUINTA SESIONES: FÓRMULA DEL ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA Y ÁREA DEL CÍRCULO PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
<p><i>El profesor entrega a cada alumno una fotocopia con polígonos regulares para que experimenten y plantea a los alumnos la siguiente cuestión ¿cómo se os ocurre calcular el área de esta figura? (DisMo, 243-4).</i></p>	<p><i>Dejamos unos minutos para que reflexionen y si no se les ocurre le damos la siguiente pista: intentarlo por recubrimiento o/y contención de figuras de área ya conocidas. Si a nadie se le ha ocurrido por triangulación, lo hará el profesor, con idea de que conozcan otra herramienta útil para la deducción del área de cualquier otro polígono regular (DisMo, 245-56).</i></p>	<p>Obtención del área de polígonos regulares. Procedimiento de triangulación. Proceso de generalización.</p>	<p>Búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p><i>Construcción de una tabla para deducir la fórmula del área de un polígono regular de n lados (DisMo, 261-3).</i></p>	<p><i>Para facilitarles esta generalización le indicaremos que elaboren una tabla para recoger ordenadamente las fórmulas conseguidas según el número de lados (DisMo, 261-3).</i></p>	<p>Área de polígonos regulares. Construcción de una tabla.</p>	<p>Organización de información. Búsqueda y elaboración de respuestas.</p>
<p><i>Deducir la fórmula del área del círculo (DisMo, 270-1).</i></p>	<p><i>Usando lo anterior y con la ayuda del profesor deducirán la fórmula del área del círculo (DisMo, 270-1).</i></p>	<p>Área del círculo.</p>	<p>Búsqueda y elaboración de respuestas.</p>

Deducir el perímetro de una circunferencia (DisMo, 275).	Usando recipientes circulares de distinto diámetro, una cuerda, regla, escuadra, cartabón, etc. (DisMo, 276).	Longitud de la circunferencia.	Búsqueda y elaboración de respuestas.
Plantear a los alumnos que determinen mediante el uso de las fórmulas que conocen el área de las figuras que aparecen en la fotocopia de la primera clase incluso las figuras irregulares (DisMo, 277-81).	(...) intentarlo por recubrimiento o/y contención de figuras de área ya conocidas (DisMo, 251-2).	Proceso de triangulación para el cálculo de áreas de figuras planas. Cálculo de cualquier figura plana por recubrimiento.	Simple aplicación directa de información, (en unos casos), y combinada (en otros).

Cuadro Mo. 4: Cuarta y Quinta Sesiones

Los tipos de cuatro de las actividades que se incluyen en esta sesión están relacionados con la estructuración del conocimiento, mediante la *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, a través de procesos de generalización. Una de ellas también podemos considerarla de *'organización de la información'*, mediante el uso de una tabla y una última de *'simple aplicación directa'* para unos casos y *'combinada'* en otros, según que las figuras sean algunas cuya área ya las hayan visto los alumnos en ese momento, o necesiten descomponerse, de forma más o menos fácil, en otras figuras cuya fórmula del área también han estudiado previamente los alumnos y de complejidad dependiente del grado de dificultad para componerlas o descomponerlas (DisMo, en Anexo II).

En la mayoría de los casos se trata de actividades de cierto nivel cognitivo, ya que la generalización suele ser un proceso costoso para muchos estudiantes. Marió así lo considera y prevé en su diseño que tendrá que ayudarles, mostrándoles estrategias tales como construir una tabla, en un caso o la descomposición de una figura plana por triangulación, en otro. Las actividades de estructuración parecen destinadas a facilitar el descubrimiento, aunque si no lo consiguen los alumnos, ella se lo explicará, según nos indica.

Para la obtención de las fórmulas de los polígonos regulares Marió trata de dar libertad al alumno para que indague qué procedimiento le puede llevar más fácilmente a ellas o, al menos, cuál se le ocurre. No obstante, ella piensa presentar el de triangulación en cualquier caso, porque lo considera muy importante, tanto si llegan por ellos mismos como si no.

En cuanto al área del círculo, ella es consciente de que la dificultad para obtener su fórmula es mucho mayor que en los casos anteriores y aunque propone su obtención como una Actividad más, piensa tomar la iniciativa y dar una explicación previa:

Al área de la circunferencia también llegaremos el día que tratemos las figuras regulares o formas regulares. Al final llegaremos hasta la circunferencia, que ésa más bien la deduciríamos nosotros porque es un poco más complicada, es decir, la explicaría más bien el profesor, intentando hacerlo lo más fácil posible, pero intentando que llegasen a ella (E1Mo, 341-6).

Los contextos de las Actividades siguen siendo académicos y la resolución de problemas que involucren cuestiones más familiares para los estudiantes, está completamente ausente.

➤ **Sexta sesión**

En esta sesión, Marió propondrá una relación de Actividades de aplicación de las fórmulas obtenidas:

6ª sesión: Trabajan en parejas la relación de problemas del cálculo de áreas de figuras planas (DisMo, 297-8).

La intencionalidad de todas ellas podemos resumirla en la frase siguiente:

Utilizar los nuevos aprendizajes junto con los de temas anteriores para la resolución de problemas de áreas en distintos contextos de la realidad y confrontar los resultados con estimaciones previas para modelar la intuición (DisMo, 57-60).

SEXTA SESIÓN : EJERCICIOS DE APLICACIÓN PROPUESTA DE ACTIVIDADES	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
1. Sabemos que la cantidad de luminosidad que entra por un cristal cada cm^2 es una constante "k" cuyo valor conocemos. ¿Cuánta luminosidad entra por la siguiente vidriera? (DisMo, 409-411).	Aplicar el cálculo de áreas.	Cálculo del área de un rectángulo y un triángulo.	Simple aplicación directa de información.
2. Cada una de las siguientes figuras representa la forma de una porción de terreno. Calcula la expresión algebraica del área de cada una de ellas (DisMo, 412-4).	Relacionar el contenido trabajado con el álgebra. Es un objetivo meramente académico	Multiplicación de binomios. Cálculo de áreas.	Simple aplicación directa de información.
4. Calcula el área de las figuras anteriores cuando x vale $8cm$ (DisMo, 415).	Relacionar el contenido trabajado con el álgebra.	Valor numérico de un polinomio.	Simple aplicación directa de información.

<p>5. Calcula el área de la siguiente cometa (DisMo, 416).</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>Simple aplicación directa de información.</p>
<p>6. Supongamos que tenemos un pequeño portafotos de forma circular como el de la figura. Sabemos que el diámetro marcado por la flecha mide 4cm. ¿Qué área puede ocupar el retrato? ¿Y el marco? (DisMo, 417-20).</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>Simple aplicación directa de información.</p>
<p>7. Calcula el área de la parte rayada en cada una de las siguientes figuras sabiendo que el lado de los cuadrados es de 4cm (DisMo, 421-2).</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>Simple aplicación directa, en unos casos, y combinada en otras figuras.</p>
<p>8. Se desea construir un estanque para peces de forma pentagonal, como el que aparece en la figura; la parte central está plantada de césped. La cantidad óptima de peces es de 10 individuos por metro cuadrado. Calcula el número de peces que hemos de colocar en el estanque si la línea que parte del centro mide 1'5cm y la que separa los bordes de los dos pentágonos mide 1cm (DisMo, 423-8).</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas. Manejo de unidades cuadradas.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p>9. Se necesita un mantel redondo para una mesa circular de 80 cm de diámetro y se quiere que caiga unos 12cm. a) ¿Qué cantidad de tela hay que comprar si el ancho de la pieza es de 1'5cm? b) Calcula el área del mantel. c) Si se quiere poner en el borde un fleco, ¿cuántos metros hay que comprar? (DisMo, 435).</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas en situaciones reales. Cálculo de la longitud de una circunferencia en una situación práctica. Manejo de unidades cuadradas. (Hay un error en el ancho de la pieza).</p>	<p>Cálculo de áreas. Cálculo de la longitud de una circunferencia</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p>10. ¿Cuál será el área del recinto encerrado entre dos circunferencias</p>	<p>Aplicar el cálculo de áreas a nuevas figuras planas.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>De aplicación compleja.</p>

<p>tangentes, una de las cuales está en el interior de otra, sabiendo que la circunferencia pequeña pasa por el centro de la mayor y que la superficie del círculo mayor es de 64cm^2? (DisMo, 436-9).</p>			
<p>11. Queremos pintar una "X" como la representada en la figura. Por cada m^2 de superficie se necesita medio litro de pintura. ¿Cuántos litros de pintura emplearemos si la línea punteada mide 2cm? (DisMo, 440-2).</p>	<p>Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.</p>	<p>Cálculo de áreas.</p>	<p>De aplicación combinada de información.</p>
<p>Tras la sexta sesión les plantearemos como tarea extra fuera del aula que dibujen el plano de su casa, indicando en cada estancia el área de la misma (DisMo, 277-81).</p>	<p>Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.</p>	<p>Uso de escalas. Cálculo de áreas.</p>	<p>De aplicación compleja de información.</p>

Cuadro Mo. 5: Sexta Sesión

Para completar el proceso iniciado y ayudar a la asimilación y utilización de las fórmulas obtenidas, Marió presenta la relación del Cuadro anterior, donde todas las actividades son de aplicación, las seis primeras de 'simple aplicación directa de la información' trabajada hasta el momento y el resto con cierta complejidad, tres de ellas de 'aplicación combinada', por tratarse de figuras de las que no se conoce la fórmula del área directamente, sino que hay que aplicar algunas de las estrategias también estudiadas con anterioridad. Además, dos de ellas podemos considerarlas de 'aplicación compleja' para estos alumnos, aunque en el primer caso más bien es por falta de conocimientos previos y en el segundo porque interviene una situación real, es posible que necesite ayuda para medir, implica el uso de escalas, etc. En uno de los casos, coincide una misma actividad de las cuantificadas como directa y combinada, ya que intervienen muchas figuras, cuyo cálculo del área tiene en cada caso dificultad diversa (DisMo, Anexo II). Marió plantea sus dudas sobre el grado de dificultad de algunas de ellas y su idoneidad para proponerlas a todos:

Y luego también tenemos Actividades con lápiz y papel de calcular distintas áreas de distintas figuras, que tendrán formas un poco más extrañas, que tengan que descomponer o que, por ejemplo, algunas son cuadrados y dentro tienen circunferencias y tendrán que calcular el área (E1Mo, 337-40).

También está interesada en proponer Actividades cercanas a la vida cotidiana, para contribuir a la funcionalidad y utilidad de las Matemáticas, algo que ella se ha propuesto también, pero que no aparece en la relación anterior, salvo la última Actividad -en la que establece un contexto bastante familiar para los estudiantes, hacer un plano de su vivienda- ya que más bien se trata de ejercicios con contenido académico, como en las sesiones anteriores, aunque algunos de los enunciados tengan otra apariencia, por mencionar, por ejemplo, un estanque o un mantel, pero que en realidad son bastante artificiales.

Una tarea que llevarían para casa es que calculasen, primero pensamos en la habitación, luego hemos pensado en su cuarto, en su piso, en su casa entera, que calculen el área, ya viendo las distintas irregularidades que tenga, a ver cómo las salvan. Vamos, ninguno va a tener una casa que sea muy rara, que son figuras conocidas (E1Mo, 347-53).

Las características de todas las actividades numeradas del Cuadro anterior son muy similares: se trata de actividades cerradas, de solución única, que pueden admitir algunas estrategias diferentes de resolución, pero sin muchas variaciones. El nivel cognitivo que requieren es bajo en su mayoría, posiblemente bastaría un poco de concentración e interés para ordenar los pasos que hay que dar, ya que se trata de procedimientos elementales, aunque es previsible que un número significativo de estudiantes encuentren obstáculos para resolver la mayor parte de ellas, dada la falta de hábitos para afrontar situaciones que requieran más de un algoritmo o dos. Ofrecen también cierto nivel de incertidumbre, especialmente al inicio, al plantearse qué estrategias seguir.

➤ Séptima sesión

Para esta sesión, Marió tiene una idea clara sobre las Actividades que quiere proponer para hacer fuera del aula, cuya intencionalidad recoge en su diseño:

Actividades de búsqueda de distintos polígonos que localicen para dibujarlos y calcular su área. Determinar el número de baldosas necesarias para recubrir una zona determinada y calcular el precio del enlosado de la zona sabiendo el precio del m^2 ... (DisMo, 326-8).

Mide o calcula las dimensiones de tal zona, describiendo el proceso seguido. Calcula su superficie (DisMo, 321-2).

Determina el número de baldosas necesarias para su recubrimiento. En el caso de que sea una zona no enlosada, le daremos las dimensiones de unas losas ficticias (DisMo, 323-5).

Calcular el precio del enlosado de la zona sabiendo el precio del m^2 (DisMo, 326-8).

Para ello, antes de la realización de la sesión, Marió estudia en el patio del Instituto qué objetos o zonas pueden servir para aplicar los contenidos trabajados, añadiendo nuevas

Actividades para hacer allí, que no preparó con el grupo del Curso- P y que presentamos, numeradas, en el siguiente Cuadro:

SÉPTIMA SESIÓN PROPUESTA DE ACTIVIDADES FUERA DEL AULA	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
1) <i>Escribe las fórmulas que me dan el área de las siguientes figuras: Rectángulo, triángulo, rombo, romboide, trapecio, polígono regular de n lados y círculo. Además escribe la fórmula del perímetro de la circunferencia (DisMo, 453-6).</i>	Para que el alumno haga una recopilación útil y manejable de las fórmulas obtenidas y las tenga presentes.	Listado de las fórmulas	De resumen (recopilatorio de las fórmulas estudiadas).
2) <i>¿Qué tiene mayor área, la puerta de fuera del servicio de las niñas o el círculo central de uno de los campos de baloncesto? Di cuánto mide cada una de las áreas (DisMo, 457-9).</i>	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.
3) <i>¿Cuál es la superficie de una cancha de baloncesto?(DisMo, 460)</i>	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.
4) <i>Hay un mural en el patio del instituto en el que aparece la palabra PAZ. La letra A forma un triángulo negro en su interior. Calcula su área (DisMo, 461-2).</i>	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.
5) <i>Por el patio hay varios cubos de basura negros, ¿cuánto mide el área del círculo superior del cubo? ¿Y el perímetro? (DisMo, 463-4).</i>	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas y perímetros.	De aplicación combinada de información.
6) <i>En el patio hay unas barandas verdes próximas a la fuente, y si las miras desde la fuente tienen la siguiente forma: [trapecio] ¿Qué figura forma la parte de la baranda que señala la flecha? Calcula su área.</i>	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Reconocimiento de figura plana. Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.

AYUDA: Si te la imaginas girada te será más fácil (DisMo, 465-9).			
7) En una rampa del patio pegada al edificio del instituto hay una tapadera cuadrada y marrón en el suelo, que tiene dibujados rombos. Calcula el área de uno de dichos rombos y también de la tapadera (DisMo, 470-2).	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.
8) Dentro del instituto, en la entrada, hay una especie de cartel que tiene dibujado una casa roja con esta forma: Calcula su área (DisMo, 473-4).	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.
9) Las pistas deportivas están rodeadas por una valla: En la esquina marcada por la flecha la verja forma un trapecio con la siguiente forma: ¿Cuál será su área? (DisMo, 475-9).	Que el alumno aplique los conocimientos adquiridos en situaciones reales.	Cálculo de áreas.	De aplicación combinada de información.

Cuadro Mo. 6: Séptima Sesión

Como podemos comprobar, las nueve actividades de esta sesión son de 'aplicación' y, aunque podrían considerarse como de 'simple aplicación directa' de las fórmulas obtenidas, por tratarse de figuras sencillas que han trabajado previamente, el hecho de aparecer en situaciones reales nos ha llevado a caracterizarlas como 'combinadas'. Hemos de tener en cuenta que las aplicaciones de fórmulas directas necesitan la medición previa de las dimensiones de las figuras indicadas e incluso, en ocasiones, la altura de algunas de las figuras no está explícita en el objeto correspondiente y la necesitan para el cálculo del área, o bien han de girar las figuras que encuentran para reconocerlas como las han estudiado, etc.

La Actividad 1 la hemos considerado de estructuración, aunque se trata de una recopilación de todas las fórmulas trabajadas. Constatamos que es la única demanda que podemos considerar abierta en esta colección de Actividades. El resto podemos caracterizarlo como propuestas de solución única y con poca diversificación de estrategias de resolución.

Además resaltamos que Marió da un paso más en su deseo de acercar el trabajo a los conocimientos cotidianos de los alumnos, sacando a los estudiantes del aula durante esta

sesión, para que el contacto con objetos reales, que ya tuvieron al medir objetos circulares, sea ahora in situ, rompiendo la barrera del aula, paso que muy difícilmente da la mayor parte de los profesores:

Bueno, y el último día me los quiero llevar al patio, que todavía eso lo tengo que organizar un poco más y que tengan que hacer medidas y cosas en el patio (E1Mo, 354-5).

No obstante el contexto externo, no logra proponer Actividades con menos peso académico, ni con cierta variedad, ya que se trata de encontrar figuras y medir los elementos necesarios para calcular su área.

➤ **Actividades de Refuerzo**

Aunque estas Actividades no se diseñaron tampoco en el grupo del Curso-P, ni se han concebido para todos los alumnos del grupo, sino para las clases de Refuerzo, que también lleva Marió (con 20 alumnos del grupo, durante dos horas en la semana de la experiencia), también las presentamos en el siguiente Cuadro, aunque no las recogemos en el recuento final:

PROPUESTA DE ACTIVIDADES DE REFUERZO SOBRE CÁLCULO DE ÁREAS	INTENCIONALIDAD DE LA ACTIVIDAD	CONTENIDOS	TIPO DE ACTIVIDAD
1) <i>Escribe la fórmula que nos da el área de las siguientes figuras:</i> - <i>Rombo de diagonales D y d.</i> - <i>Triángulo de base b y altura h.</i> - <i>Trapecio de bases B y b y altura h.</i> - <i>Romboide de base b y altura h.</i> - <i>Rectángulo de lados l y L (DisMo, 444-9).</i>	Reforzar los contenidos trabajados en sesiones anteriores con todos.	Área del rombo, triángulo, trapecio, romboide y rectángulo.	De resumen (recopilatorio de algunas de las fórmulas trabajadas).
2) <i>Calcula las siguientes áreas:</i> [Presenta varias figuras de distinta complejidad] (DisMo, 450).	Reforzar los contenidos trabajados en sesiones anteriores con todos.	Área de figuras planas.	Simple aplicación directa (en unas figuras), y combinada (en otras).

Cuadro Mo. 7: Actividades de Refuerzo

Como podemos comprobar se trata de afianzar los aspectos básicos trabajados mediante el cálculo de áreas muy similares a las más sencillas ya realizadas. Las hemos tipificado de ‘resumen’ recopilatorio de algunas de las fórmulas trabajadas y de ‘simple aplicación directa’,

en unas figuras y 'combinada' en otras y su caracterización es la misma que las de la sesión anterior, ya descrita.

En síntesis, Marió propone 52 Actividades, 45 recogidas en los Cuadros anteriores y los siete diarios de sesiones que piensa solicitar a sus estudiantes. Esta propuesta tiene tipologías variadas. Si cuantificamos éstas, sin perder de vista que alguna Actividad se ha clasificado en más de un tipo, aparecen 56.

- **Actividades de Iniciación: 6 en total → 10.7%**
 - De motivación: 1 → 1.8%
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 5 → 8.9%
 - De expresión de conocimientos previos: 0

- **Actividades de Obtención de Información: 0 en total**
 - De presentación de información (exposición del profesor: organizativa, relativa al contenido; un texto; un vídeo; otras fuentes): 0
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0

- **Actividades de Estructuración de Información: 22 en total → 39.3%**
 - De organización de la información (hacer tablas o esquemas, ciertos dibujos, exposición del profesor del contenido ya trabajado): 2 → 3.6%
 - De búsqueda y elaboración de respuestas 8 → 14.3% del total
 - De comprobación: 0
 - De argumentación: 2 → 3.6%
 - De resumen: 3 + 7 (diarios) = 10 → 17.8%
 - De contraste (corrección, debate de ideas, negociación de significados, etc): 0

- **Actividades de Aplicación de la Información: 28 en total → 50% del total**
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 0
 - De simple aplicación directa: 8 en total → 14.3% del total (% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 6 → 10.7%
 - ✓ En contextos no académicos: 2 → 3.6%
 - De aplicación combinada: 18 en total → 32.1%
 - ✓ En contextos académicos: 6 → 10.7%
 - ✓ En contextos no académicos: 12 → 21.4%

- De aplicación compleja: 2 en total → 3.6%
 - ✓ En contextos académicos: 1 → 1.8%
 - ✓ En contextos no académicos: 1 → 1.8%

➤ Actividades de Metarreflexión: 0

Podemos observar que las Actividades más frecuentes son las de *'aplicación de la información'*, la mitad del total. De éstas, las más abundantes son las de *'aplicación combinada de la información'*, no solo por los casos en que se han de utilizar más de un procedimiento, sino por haber planteado en ocasiones el trabajo sobre objetos reales. Le siguen en abundancia las actividades de *'estructuración de la información'*, de las cuales las más frecuentes son las de *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, pues ha dado mucho peso a los procesos de generalización de las fórmulas de figuras planas.

En cambio, creemos que faltan propuestas de actividades que fomenten que los estudiantes hagan hipótesis y conjeturas, aunque Marió trata de potenciar la reflexión sobre lo realizado, al planificar que los estudiantes hagan sus propios diarios de sesiones, donde describan los procesos seguidos, aunque no solicita explícitamente que comprueben, argumenten, verifiquen justificadamente o rechacen las fórmulas obtenidas, teniendo en cuenta que pretende promover procesos de generalización. Algunos alumnos, también podrían hacer síntesis en estos diarios, lo cual tampoco se les pide.

El peso mayor lo tienen las actividades de contexto académico, 37, es decir, un 71.15% del total de Actividades, aunque procura que haya una representación de propuestas en contextos en cierto modo familiares para los estudiantes (15, es decir, el 28.85% restante).

En cuanto a las características de las Actividades que ha planificado no las consideramos abiertas, ni presentan soluciones múltiples, pero muchas de ellas admiten distintas estrategias de resolución y no es fácil establecer el grado de incertidumbre que conllevan. Aquí podemos considerar, por una parte, el conjunto de *'Actividades de estructuración del conocimiento'*. Como nos indica The National Council of Teachers of Mathematics, las Actividades *"llevan mensajes sobre qué son las matemáticas y lo que supone hacer matemáticas"* (1991: 24). En el caso de Marió, constatamos que las actividades en las que sus alumnos *'hacen matemáticas'* son, fundamentalmente, las que conllevan procesos de generalización, que han realizado mediante la *'búsqueda y elaboración de respuestas'*, la *'argumentación'* por escrito de estos procesos, etc.

La resolución de auténticos problemas abiertos, de múltiples soluciones, contextualizados, no es la base de la propuesta de actividades de Marió, por lo que no podemos considerarla próxima a la tendencia investigativa. En cambio, la presencia de ciertas estrategias diversificadas de resolución, el interés por la argumentación de los procesos, etc., son rasgos innovadores que la aproximan a la tendencia tecnológica.

5. 1. 1. 2 RESULTADOS DE LOS TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

Marió introduce en la experiencia el uso de algunos materiales didácticos, siendo ésta una de las innovaciones más significativas respecto de su práctica habitual. En las indicaciones metodológicas que ella incorpora a todas las sesiones planificadas en su diseño, no falta la mención explícita a dichos recursos didácticos:

En cada sesión se especifica la metodología a seguir: (...) el material utilizado (DisMo, 96; 99).

Así, por ejemplo,

- En la **primera sesión**, Marió tiene previsto entregar por duplicado una fotocopia de una de las Actividades iniciales ya presentadas, una para cada alumno y otra grupal. La primera es para que el alumno la conserve después y la segunda para que el grupo la entregue a la profesora:

Proporcionaremos a cada alumno una fotocopia con distintas figuras planas. Cada grupo tendrá otra copia aparte que será la que entreguen al profesor (DisMo, 103-5).

La ficha usada en esta sesión es "primera sesión" (DisMo, 143).

- Para la **segunda sesión** incluye, no solamente los recursos didácticos que emplearán los estudiantes, geoplanos y tramas de puntos, sino también los que ella misma va a utilizar, es decir, un retroproyector y un geoplano transparente:

Un geoplano y una trama de puntos, donde recoger por escrito las conclusiones (DisMo, 145-6).

Pueden practicar con el geoplano y pintar la figura solución en la trama de puntos (DisMo, 184-5).

Usando un geoplano transparente o una trama en una transparencia fotocopiabile y un proyector de transparencias (DisMo, 150-1).

- Para la **tercera sesión**, tiene previstas fotocopias que contienen polígonos diversos para recortar, así como tijeras:

Repartimos tijeras y una fotocopia donde aparecerán las figuras de un romboide, rombo, triángulo y trapecio repetidas varias veces (DisMo, 215-6).

Las fichas usadas en esta sesión se recogen en "tercera sesión" (DisMo, 229).

A continuación aparecen dibujos de varios romboides iguales, rombos, triángulos, trapecios, hexágonos, polígonos regulares, pentágonos, octógonos (DisMo, 401-3).

- Para la **cuarta y quinta sesiones** no necesita nuevos recursos:

4ª y 5ª sesiones: Retomar la fotocopia trabajada el primer día para ver las figuras cuyo área ya hemos deducido (DisMo, 237-8).

El profesor pinta en la pizarra un hexágono (o usa una transparencia) (DisMo, 240).

Presenta el dibujo de un hexágono y el de tres posibles soluciones:

1. Por triangulación 2. Como suma de dos trapecios 3. Contenido en un cuadrado (DisMo, 250-2).

A continuación tiene prevista una tabla de dos columnas en las que aparecen:

Nombre del polígono según el número de lados [y la] Fórmula del área. Tanto las fichas de polígonos regulares como la de sus fórmulas se adjuntan con los nombres de "Polígonos Regulares" y "Fórmulas polígonos regulares" (DisMo, 264-9).

Además pretende:

Deducir el perímetro de una circunferencia usando recipientes circulares de distinto diámetro, una cuerda, regla, escuadra, cartabón, etc. (DisMo, 275-6).

Para 'demostrar' el área del círculo, cuenta con un círculo dividido en 8 sectores circulares iguales y un rectángulo dividido en ocho triángulos equiláteros iguales, siete completos y un octavo, dividido en dos partes por la mitad, colocadas en los extremos (DisMo, 272-4).

- La **sexta sesión** la quiere dedicar a ejercicios de aplicación recogidos en tres folios, que también pretende fotocopiar y repartir:

Adjunto estos ejercicios en los archivos "ejercicios áreas 1" y "ejercicios áreas 2" (DisMo, 307-8).

Fórmulas de polígonos regulares [Tabla de dos columnas encabezadas por]: Nombre del polígono según el número de lados y Fórmula del área (DisMo, 406-7).

- Para la **séptima sesión**, quiere entregar a los alumnos un plano del instituto y pedirles que traigan cintas métricas y otros instrumentos de dibujo:

Entregar a cada grupo una fotocopia con un plano del instituto. Para la realización de las Actividades podrán disponer entre otros materiales de cinta métrica, metro, escuadra, cartabón, regla,.. Además de los que ellos estimen oportunos y a su alcance (DisMo 311-4).

Marió considera que la utilización de estos recursos didácticos puede facilitar el trabajo a realizar:

Sí, pero el geoplano no lo habíamos usado nunca y vimos [en el grupo de trabajo del Curso-P] que a partir de ahí se podían hacer muchas figuras y que contando cuadraditos podían obtener una primera aproximación al área, nos parecía que era una buena idea (E1Mo186-8).

No obstante, Marió tiene una postura crítica ante el uso de recursos y no opta por cualquiera de ellos indiscriminadamente. Así el vídeo que han visionado en la preparación del diseño, no lo ha considerado adecuado y lo ha descartado:

El vídeo que vimos, sobre todo nosotros, de áreas de polígonos y figuras planas daba poquito, eran 5 ó 6 minutos y se lo podíamos haber puesto. Lo que pasa es que el vídeo era antiguo, los personajes que salían vestían con ropas antiguas, entonces yo creo que se iba a generar más risa entre los alumnos, aunque a lo mejor viesan interesante lo que dan, pero tú sabes cómo son ellos, si sale una profesora con una ropa de hace 15 años, pues ellos no escuchan lo que está diciendo sino que se ríen del vestido. Entonces no lo vi muy adecuado, no tanto como usar el geoplano, usar tijeras, papel y pegamento para que recorten y manipulen... (E1Mo, 208-18).

Muy al contrario, tratará de hacer un seguimiento y valoración de estos cambios metodológicos que piensa introducir en esta experiencia, respecto a su enseñanza habitual, y concretamente los recursos y materiales didácticos utilizados, comprobando si contribuyen o no a incrementar la motivación de su alumnado y a favorecer su aprendizaje:

Para ver si realmente esta nueva forma de explicarles las cosas y estos procedimientos, estos nuevos materiales, si les sirven un poco más para aprender (E1Mo, 484-5).

Otro aspecto a señalar es que Marió se propone pedir a sus alumnos que traigan al aula algunos de estos recursos que están a su alcance y no puede proporcionárselos ella:

Cuerdas o... Bueno, ya el día antes les haré hincapié en que traigan cintas métricas y reglas (E1Mo, 537-8).

Marió se siente insegura ante la introducción de estos materiales por miedo, por una parte, al comportamiento de algunos alumnos y, por otra, de no conseguir que los alumnos que están menos motivados habitualmente, se interesen más:

Lo que me da más miedo es, como voy a usar materiales nuevos, sobre todo los geoplanos, que es lo que me tiene todavía un poco preocupada. Que no sé yo cómo irá esto de tener gomitas y esto en clase, pero sobre todo el no enganchar a los que están desenganchados (E1Mo, 542-5).

En cuanto a modos de representación, tiene previsto utilizar numéricos, algebraicos, gráficos y manipulativos.

Con respecto a los ejemplos, ella muestra habitualmente ejemplos previos al trabajo de los alumnos, para darles pautas sobre lo que ellos tendrán que hacer a continuación, aportándoles dibujos, la estructura de las tablas que necesitan para organizar la información, etc.

No sabían a que nos referíamos con 'elemento'. Bueno, pues yo les pondría un ejemplo, el lado es un elemento, el centro, la diagonal, les pondría un ejemplo de algunos y así... (E1Mo, 264-6).

La profesora les propone una figura (usando un geoplano transparente o una trama en una transparencia fotocopiada y un proyector de transparencias) (DisMo, 149-51).

El profesor pinta en la pizarra un hexágono (o usa una transparencia), entrega a cada alumno una fotocopia con polígonos regulares, para que ellos trabajen a continuación (DisMo, 240-1).

En síntesis, la profesora decide introducir recursos manipulables durante la experiencia, lo que supone una innovación respecto de su práctica habitual, superando el temor de perder el control sobre el clima de trabajo en el aula.

No menciona cómo va a usarlos y presentarlos a los estudiantes.

También ha elaborado Actividades y Hojas de ejercicios, tablas para rellenar y polígonos para recortar, es decir, sus propios materiales didácticos para las sesiones.

En ningún momento menciona el uso de ordenadores o de calculadoras, pero sí el del vídeo didáctico, aunque no ha encontrado uno que considere adecuado a sus alumnos.

Utiliza con frecuencia modos de representación gráficos, numéricos y algebraicos.

Muestra ejemplos previos al trabajo de los alumnos.

5. 1. 1. 3 RESULTADOS DE LA SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Como ya comentamos en el Apartado 5. 1. 1. 1, Marió estructura las Actividades por sesiones, especificando además los aspectos metodológicos y de evaluación correspondientes a las mismas:

ACTIVIDADES SECUENCIADAS POR SESIONES

En cada sesión se especifica la metodología a seguir: el agrupamiento de los alumnos, el papel del profesor el material utilizado incluiremos los contenidos a trabajar, la evaluación de los mismos (DisMo, 95-101).

Para ordenar las sesiones, nos parece que la lógica que ha usado es la de favorecer el aprendizaje de los alumnos de la forma que ella considera que se aprende:

Por una parte, planea empezar con sesiones dedicadas a actividades de iniciación, para seguir con sesiones dedicadas a la obtención y estructuración de información y finalizar con sesiones de aplicación. Es una lógica que pretende tener en cuenta a los alumnos.

Por otra parte, ordena las Actividades de las sesiones de acuerdo con la dificultad de la obtención de las fórmulas de las áreas de las distintas figuras, es decir, en función del contenido. Por ejemplo, el grado de dificultad en:

- el recuento de las u^2 en ciertos polígonos.
- las técnicas de recubrimiento y/o descomposición de unas figuras con respecto a otras.

Nosotros empezamos primero el área del cuadrado y del rectángulo, luego romboides..., o sea, calculando áreas de menos a más, hasta que al final se calcula cualquier... Incluso pensamos ir luego a las fichas que el primer día les dimos, con muchas figuras que no sabían de muchas ni el nombre y ver que de todas vamos a saber calcular el área menos de la elipse, no la vamos a tocar el área de la elipse, les hemos puesto una elipse pero no vamos a [hallar su área]. Pero, bueno, les diremos que ésa se puede calcular, porque los datos son un poco más raros y el que quiera yo le busco la fórmula, que yo no me la sé, la buscaría, se la daría. Bueno, eso, ir complicando un poquito, poquito a poco, lo que acabamos de explicar. Incluso las Actividades que hay de cálculo de áreas con lápiz y papel algunas serán más fáciles y otras más difíciles. Sobre la marcha veré cuáles son más sencillas y cuáles más difíciles... (E1Mo, 362-74).

Por último, dentro de cada sesión, y relacionada con el tipo de figuras, hay otra lógica interna. Si nos fijamos, por ejemplo, en la sesión que planea usar geoplanos, lo hace para ayudar a los estudiantes a identificar y reconocer el concepto de área, pues los cuadrados y rectángulos son los más sencillos para contar unidades cuadradas, es decir, los quiere utilizar para comprender la unidad de área y obtener las fórmulas más sencillas del cálculo de áreas: desde actividades de recuento de unidades, hasta actividades de estructuración -de búsqueda y elaboración de las fórmulas. Con ello, en cada sesión, a partir de las fórmulas de las figuras ya obtenidas con anterioridad, han de generalizar los resultados que vayan consiguiendo en sus indagaciones, tratando de 'demostrar' gráficamente la relación entre unas figuras y otras y sus áreas respectivas. A continuación, propone actividades de estructuración, mediante la elaboración de un diario de sesiones, que ayude a los alumnos a interiorizar lo que han aprendido y a dejar constancia escrita de lo que han trabajado en clase. Esta lógica interna aparece en las sesiones intermedias.

Algunas sesiones son diferentes: la primera, porque sólo pretende identificar y reconocer la terminología básica de figuras planas y sus elementos. Y las figuras que han de nombrar no tienen un orden lógico, ni aparece una secuencia clara. Podemos decir algo parecido de las Actividades correspondientes a las sesiones sexta y séptima, que siendo las últimas tiene su lógica que sean mayoritariamente actividades de aplicación, unas 'directas', otras 'combinadas' y algunas 'complejas', pero que tampoco aparecen ordenadas por su grado de complejidad, ni por ningún otro criterio detectable, ni declarado por Marió.

No planifica distintos itinerarios: Marió diseña un conjunto único de Actividades para todos los alumnos. No se plantea presentar diversas formulaciones de las mismas pues considera que las propuestas requieren contenidos básicos, que son asequibles para todos y, dados los recursos didácticos que va a utilizar, manipulativos, facilitan a todos la comprensión de las tareas:

O sea, que nuestra atención a la diversidad es más la ayuda que les vamos dando, porque como tampoco vamos a dar muchas cosas por supuestas... no es que... pueda bajar el nivel... (E1Mo, 332-4).

Pensamos que no es necesaria la realización de una misma Actividad a distintos niveles, pues han sido elaboradas al alcance de todos y con recursos manipulativos (DisMo, 336-40).

En cualquier caso, su intencionalidad es muy clara: se trata de que conozcan procedimientos que sean fáciles de recordar y aplicar para que les sean útiles en un futuro y no solo aprender fórmulas:

No queremos soltarles unas fórmulas que se tengan que aprender de memoria sino que ellos buscan la fórmula y si algún día dentro de cinco años no se van a acordar del área del triángulo, está claro, que a lo mejor se acuerdan de cómo lo hicimos, del procedimiento que usamos o la del rombo y piensan un poco y pueden llegar a deducir esa fórmula. Bueno, yo me imagino que alguno, como luego tendremos muchas actividades, pues que a alguno se les quede grabada un poquito más esa fórmula, pero vamos, sobre todo a nosotros nos interesa que recuerden los procedimientos y además..., no sé que sea algo diferente a lo que usan habitualmente que a ver si así conseguimos que trabajen más en clase. (E1Mo 380-90)

Por lo tanto, la finalidad de la obtención de estas fórmulas no es su aprendizaje memorístico, sino que adquieran destrezas para deducirlas cuando les sean necesarias:

Pues no sé, por ejemplo, que si le dan una figura cualquiera que no se acuerden de la fórmula, porque está claro que, a lo mejor, por mucho que la hayan usado muchas veces la del triángulo se les va a olvidar o la del hexágono o la del... pues que bueno, que se acuerden, por ejemplo, de la triangulación, triangulando o dividiendo en cuadraditos a lo mejor, recubriéndolo con cuadraditos o... no sé, procedimientos. A mí lo que me... no que se aprendan de memoria la fórmula, sino procedimientos, que les suene algo, que ellos, pensando un poquito, puedan calcular un área, o también que cuando les pregunten a qué distancia está Continente o Carrefour no les digan a 10km cuando está a kilómetro y medio, o sea, las nociones de medida, de área... (E1Mo, 516-26).

Sintetizando, en cierto modo coexisten tres lógicas en la secuencia de actividades. En primer lugar, para ordenar las sesiones, la lógica usada es la de tratar de ayudar a los alumnos de la forma que Marió considera que se aprende: empieza con sesiones dedicadas a actividades de iniciación, seguidas por sesiones dedicadas a la obtención y estructuración de información y finaliza con sesiones de aplicación. Es una lógica que tiene en cuenta a los alumnos.

En segundo lugar, ordena las Actividades de las sesiones de acuerdo con la dificultad del contenido. En tercer lugar, dentro de cada sesión, hay otra lógica interna, del paso de lo manipulativo, intuitivo o gráfico, a lo formal, de los casos particulares a las generalizaciones.

Esta triple lógica nos señala, por una parte, sus esfuerzos por tener en cuenta cómo aprenden los estudiantes, donde percibimos rasgos tecnológicos y, por otra, aspectos tradicionales por el peso que tienen los contenidos.

5. 1. 1. 4 RESULTADOS DEL CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la vamos a dividir en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo.

➤ La Organización del Espacio y los Agrupamientos

El aula donde se ha de llevar a cabo la experiencia tiene suficiente espacio para los 27 alumnos del grupo, es luminosa y se parece bastante a las aulas de cualquier Instituto de Educación Secundaria de la comunidad andaluza. Los pupitres suelen estar en filas de dos, orientados hacia la pizarra y la mesa de la profesora.

Marió contempla en su diseño los agrupamientos que va a realizar en cada sesión. En dos de ellas, el trabajo será en grupos pequeños de cuatro alumnos y en el resto estarán sentados y trabajarán en parejas (en principio lo entendemos así, aunque no declara nada respecto de la cuarta y quinta sesiones), menos en la segunda sesión, que será individual:

En cada sesión se especifica la metodología a seguir y el agrupamiento de los alumnos (DisMo, 96-7).

Primera sesión: Trabajarán en grupos de cuatro, con un portavoz en cada grupo (DisMo, 102).

Segunda sesión: Trabajo individual (DisMo, 144).

Tercera sesión: Trabajo en parejas (DisMo, 214).

Sexta sesión: Trabajan en parejas la relación de problemas del cálculo de áreas de figuras planas (DisMo, 297-8).

Séptima sesión: Actividades fuera del aula. Formar grupos de cuatro alumnos (DisMo, 309-10).

Marió no explicita qué criterios ha seguido para la distribución elegida, ni justifica esta decisión, relacionándola con la que pueda favorecer sus objetivos de enseñanza y aprendizaje, en cada caso.

Además las parejas no son homogéneas (DisMo, 341).

Para relacionar de algún modo el tipo de agrupamiento con el tipo de actividad, podemos deducir que las dos sesiones que ha señalado que va a trabajar en grupos son especiales: la primera parece un concurso o un juego (donde pretende que los alumnos se ayuden unos a otros a recordar la terminología de las figuras planas y para que se estimulen unos a otros a hacerlo) y la última, fuera del aula, el trabajo en grupos facilita las mediciones de las figuras pedidas y la organización de los sitios donde han de hacerlo para que no se agolpen todos.

En cambio, la propuesta de trabajo individual coincide con la sesión en la que los geoplanos tienen especial protagonismo, aquella en que Marió tiene más miedo a una mala conducta de los alumnos. El resto de las sesiones, el trabajo en parejas, le permite controlar su comportamiento sin que tengan que trabajar solos, es decir, permite la colaboración e interrelación entre iguales, pero de forma muy controlada. Esto nos induce a pensar que el trabajo habitual del aula es individual o en parejas, lo que conlleva, en principio, una distribución usual del espacio en filas de dos, mirando a la pizarra y a la mesa de la profesora.

El trabajo en grupos, pues, parece ser considerado válido por Marió para actividades 'especiales', de carácter 'extra', más lúdicas, pero no en aquéllas en las que se trabaja el contenido fundamental. El grupo, entonces, parece más relacionado con mejorar la dinámica del aula que con facilitar realmente un aprendizaje entre iguales.

➤ El Clima del Aula

En la anterior descripción de sus alumnos Marió parece más preocupada por la implicación de los estudiantes en las actividades de clase y en casa que en su comportamiento. Sin embargo, la conducta de los alumnos y el clima de aula que se genera, influye mucho en sus decisiones sobre la realización de experiencias de este tipo, en la elección de unos materiales didácticos u otros para llevarlas a cabo y en los agrupamientos, como hemos visto. Por ello, se ha propuesto valorar las actitudes de los estudiantes y selecciona aspectos concretos cada día:

En esta clase qué valorar de los alumnos: ¿Prestan atención a las indicaciones de la profesora o están jugando con las gomitas y el geoplano? (DisMo, 194-6).

Este año estoy mucho más segura, porque tengo más confianza en mí misma que el año pasado y creo que en el futuro podré dar muchas más Actividades de este tipo. ¡Si veo que funcionan! (E1Mo, 564-5).

No obstante, no aparece en su diseño ninguna mención a estrategias específicas que conduzcan a facilitar y/o a crear un buen clima de aula, ni ha previsto nada para procurar mejorarlo en caso negativo. Únicamente menciona instrucciones en la primera sesión, refiriéndose a cómo han de realizar los grupos el trabajo del día:

Durante toda la sesión [primera] el papel del profesor será el de coordinar y vigilar por el cumplimiento de las instrucciones dadas para la realización de las pruebas (DisMo, 138-40).

A pesar de ello, se propone observar el grado de implicación del alumnado en la Actividad en curso. Marió piensa encargarse especialmente de los que tienen más dificultades de aprendizaje, diferenciando el grado de ayuda según los casos. También quiere animar a que trabajen más, ya que el problema de algunos es que no se centran ni se implican en el trabajo:

El profesor estará dando vueltas por la clase para ayudar a los grupos que lo precisen y para ir observando el grado de implicación de los alumnos en las distintas Actividades (DisMo, 299-302).

Y siempre estará presente el profesor para ayudar a los que presenten mayor dificultad (DisMo, 342-3).

Yo también veré al alumno que le tengo que dar empujones, al alumno que le tengo que decir: Andrés, ponte a trabajar. Ya verás cómo vas a escuchar muchas veces: Andrés, ponte a trabajar... Habrá a quienes tendré que dar más empujones y a quienes no (E1Mo, 480-3).

Señalamos como algo curioso, que el diseño de Marió tiene un epígrafe que titula gestión del aula (DisMo, 349), pero no va seguido de ninguna aportación sobre ello. Por lo tanto, no indica aquellos factores que incluyen la forma en que quiere establecer el orden en la clase, ni estructuras de responsabilidad, ni el modo en que va a intervenir ante sus comportamientos, es decir, las normas sociales y matemáticas que podría establecer.

Tampoco menciona en ningún momento si va a fomentar la autonomía de los estudiantes, o sea, en qué medida piensa estimular que ellos asuman la responsabilidad de su propio aprendizaje y que piensen independientemente. Ni se manifiesta acerca de si las interacciones sociales de los estudiantes tienen el propósito de que negocien significados y construyan consensos, pues únicamente habla de cooperación mutua.

➤ **Organización del Tiempo**

Marió realiza una distribución temporal bastante pormenorizada de las Actividades diseñadas, ya que indica cuáles son las correspondientes a cada sesión y calcula el número de sesiones, con un pequeño margen de días, según el ritmo que lleven los alumnos, mostrando flexibilidad en este sentido:

ACTIVIDADES SECUENCIADAS POR SESIONES (DisMo, 95).

TEMPORALIZACIÓN PREVISTA: Seis o siete sesiones de clase (DisMo, 12).

No sé si me cabe en el sexto día o tendré que usar un séptimo día... Depende de lo rápido que vayamos. Vamos, a mí no me importa usar siete u ocho días si hacen falta (E1Mo, 357-9).

Determinar [el profesor] si es preciso dedicar otra sesión más para su terminación (DisMo, 305-6).

Esta misma flexibilidad la muestra también a la hora de plantear el tiempo que dedicará al desarrollo de cada sesión o de una Actividad concreta, aunque promoverá que las diferencias de ritmo de los diferentes grupos, no constituyan un problema a la hora de seguir el trabajo general. En la cita que sigue, Marió se refiere al trabajo de la primera sesión:

Una vez finalizado el tiempo, (que se le dirá a los alumnos que es fijo, pero que realmente el profesor lo adaptará al que necesiten, pero nunca extendiéndose demasiado para evitar que unos grupos acaben mucho antes que otros) los portavoces darán los resultados (DisMo, 114-8).

También podemos señalar que hay actividades a las que Marió adjudica un momento de realización muy preciso, mientras que otras, en cambio, se harán o no, según como se vaya desarrollando todo:

Las fotocopias individuales no deberán rellenarlas hasta el final del Juego (DisMo, 106-7).

Este diario lo tendrán que entregar al día siguiente al profesor (DisMo, 211).

Si da tiempo, leer y comentar la historia que aparece en el libro Alambra Longman (DisMo, 134-5).

Marió da importancia a que los alumnos dediquen tiempo a reflexionar sobre lo que están haciendo y los procesos que están siguiendo:

Dejamos unos minutos para que reflexionen (DisMo, 245).

Sintetizando: por una parte, Marió ha pensado cambiar la distribución de alumnos en pequeños grupos y el espacio del aula solamente en dos sesiones, cuando lo considera más apropiado para el trabajo que van a desarrollar. El resto de la experiencia lo harán de forma individual o en parejas heterogéneas, para que se ayuden mutuamente.

El clima de aula parece preocupar a Marió, pero no menciona medidas para garantizarlo. Sin embargo, se propone observar su grado de implicación en las actividades y encargarse especialmente de los que tienen más dificultades de aprendizaje, ya que pretende que los estudiantes se interesen y se impliquen más, tanto en el aula como en casa.

Con respecto a la organización del tiempo, se declara dispuesta a adaptarse a la marcha de la clase en el número de sesiones y en la duración del desarrollo de las actividades, lo que nos da una idea flexible de nuestra profesora.

Podemos pensar que en cuanto a agrupamientos está próxima a la tendencia tradicional y se aleja más de ella en la organización del tiempo. Hemos de tener en cuenta que es una profesora novel y está preocupada por mantener el control de la clase.

5. 1. 1. 5 RESULTADOS DEL PAPEL DE LA PROFESORA

Marió muestra algunos aspectos de su concepción del papel del profesor en el aula. En la primera sesión se considera a sí misma garante del cumplimiento de las instrucciones que previamente ha formulado para la realización de las actividades de la sesión (aunque solo se refiere a la primera), así como responsable de su coordinación:

Durante toda la sesión el papel del profesor será el de coordinar y vigilar por el cumplimiento de las instrucciones dadas para la realización de las pruebas (DisMo, 138-40).

Marió se autodefine como moderadora y guía del aprendizaje de los alumnos por descubrimiento propio y/o en colaboración con sus colegas:

El profesor actúa mayoritariamente, como ya se ha ido describiendo en cada sesión, como moderador y guía, favoreciendo que los alumnos aprendan por descubrimiento propio, con la ayuda de su compañero (DisMo, 350-3).

Otra función importante es la evaluadora, supervisando el trabajo que los alumnos están desarrollando en el aula, aportándoles pautas e ideas a aquellos que lo necesitan. No tenemos una idea clara de qué tipo de ayuda y de pistas va a proporcionarles.

El profesor estará dando vueltas por la clase supervisando el trabajo de los alumnos y aportando pistas y animando a los grupos más despistados (DisMo, 225-7).

Y si no se les ocurre [después de unos minutos de reflexión] le damos la siguiente pista: (DisMo, 246-7).

Esta ayuda será particular cuando se trate de atender a los estudiantes, bien individualmente, bien a un grupo, convirtiéndose en general, al grupo-clase, cuando considere que no han conseguido determinado objetivo y que ha de aportarlo globalmente a todos. Entonces, es posible que explique a toda la clase aquello que vea que los alumnos no han sido capaces de resolver por ellos mismos:

Quizás en la del triángulo les tengamos que echar una mano (DisMo, 219-20).

Si a nadie se le ha ocurrido por triangulación, lo hará el profesor (DisMo, 253).

Fuera del aula, señalamos su papel en la planificación de la experiencia y también en la evaluación de la misma, lo que puede permitirle extender este tipo de diseños a otros núcleos temáticos, siempre que valore positivamente esta intervención de enseñanza después de su desarrollo:

Pues, no sé, a ver cómo sale, a ver si les gusta a ellos tanto como a mí y, nada, que si veo que ésta sale muy bien, muy bien, pues haré otra para la estadística, otra para la probabilidad y a ver si en un futuro, dentro de varios años, pues puedo hacer las clases así (E1Mo, 556-9).

Reconozco que hasta ahora, aunque de vez en cuando les meta algún juego, algo como un puzle o algún trabajo en grupo, son pocos días (E1Mo, 560-1).

En síntesis, Marió contempla muchos aspectos del papel del profesor: coordinar y vigilar por el cumplimiento de las instrucciones dadas para la realización de las pruebas (en la primera sesión), supervisar su trabajo, aportando ayuda individual, grupal o general, según los casos, moderando y guiando los procesos de aprendizaje de los alumnos. Con la responsabilidad añadida de la planificación de todo ello.

Se considera, también, protagonista del diseño de la enseñanza (aspecto que aún parece considerar tarea exclusivamente suya, sin compartir con los estudiantes) y de la evaluación de la misma y asume que éste es el camino para ir modificando su práctica de manera cada vez más general. En esta categoría es claramente innovadora, con rasgos próximos al enfoque tecnológico.

5. 1. 1. 6 RESULTADOS DEL PAPEL DEL ALUMNO

Lo único que Marió menciona en su diseño sobre el papel del alumno es que éste ha de experimentar y descubrir por sí mismo los contenidos que ella pretende que trabajen con esta experiencia, lo cual no impide que contemple también la ayuda del profesor y/o la de sus compañeros:

[El profesor] entrega a cada alumno una fotocopia con polígonos regulares para que experimenten (DisMo, 241-2).

El profesor actúa (...) favoreciendo que los alumnos aprendan por descubrimiento propio con la ayuda de su compañero (DisMo, 352-3).

En este sentido, subraya que uno de los principales objetivos de la experiencia es conseguir una mayor participación de los alumnos, bien mediante actividades más lúdicas o manipulativas, bien mediante el trabajo en grupos pequeños, lo que considera completamente unido al sentimiento de seguridad en sí misma que va aumentando con el transcurso del tiempo:

En el futuro me gustaría que las clases fueran más participativas... Lo que pasa es que, sí claro, este año estoy más segura, porque tengo más confianza en mí misma que el año pasado y creo que en el futuro podré dar muchas más actividades de este tipo. Si veo que funciona (E1Mo, 562- 5).

Sin embargo, no vemos claro si su enseñanza va a estar centrada en el estudiante y en qué medida el aprendizaje de los alumnos lo entiende como una experiencia personal de resolución de problemas (Beswick, 2007).

En síntesis, Marió pretende que los alumnos sean participativos y experimenten y descubran por sí mismos los contenidos, lo que la sitúa ante una concepción innovadora del papel de los estudiantes, aunque todavía parece circunscribir ese protagonismo al momento de la realización de las tareas propuestas.

5. 1. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

5. 1. 2. 1 PARA QUÉ EVALUAR

Marió realiza una prueba inicial, con mucha antelación al comienzo de la experiencia para conocer lo que sus alumnos saben en torno a los contenidos del tema que va a trabajar y para tener tiempo suficiente de incorporar al diseño los aspectos que considere significativos, entre ellos las Actividades a realizar y los niveles de conocimiento que detecte en los alumnos:

PRUEBA EXPLORATORIA

Realizamos una prueba exploratoria con los alumnos para así determinar los contenidos y elaborar las Actividades, teniendo en cuenta sus conocimientos acerca del tema y los posibles niveles dentro del aula (DisMo, 61-6).

De dicha prueba Marió ha obtenido la información que, según declara, le ha sido muy útil para reformular el diseño, ya iniciado, de la experiencia:

De estas pruebas obtuvimos información, tal como: que confunden área con perímetro, no tienen clara la definición de área, no saben la fórmula del área de un triángulo, pero sí la del cuadrado y el rectángulo, se pierden al tratar con figuras de igual área... (DisMo, 67-70).

También la primera sesión de la intervención pretende dedicarla a una Actividad que sirva para explorar las ideas de los alumnos, aunque más bien parece tratarse de sondear sus conocimientos previos en torno a la terminología de figuras planas:

Nosotros hemos empezado desde lo primero, bueno también, la primera Actividad que le hacemos es una especie de concurso, que les damos una Hoja con muchas figuras planas, tanto regulares como irregulares. Incluso hemos puesto elipses, que la elipse no la vamos a trabajar, pero bueno, para saber por dónde andan, también una pequeña, también para ver las ideas iniciales que tienen ellos, también nos va a servir ahí (E1Mo, 238-43).

También explicita, respecto de la evaluación en general, que se trata de comprobar si los alumnos están aprendiendo y si conseguirá el objetivo marcado, es decir, adquirir los conocimientos previstos en torno al cálculo de áreas de figuras planas básicas:

La evaluación es, entre otras cosas, para ver si realmente están aprendiendo o no están aprendiendo (E1Mo, 475-6).

Evaluar para conseguir el objetivo marcado en estas clases: Cálculo del área de los polígonos regulares, del círculo y perímetro de la circunferencia (DisMo, 292-3).

Por último, también quiere evaluar, la validez de la propia experiencia, su aportación a la mejora del aprendizaje de los alumnos y si los nuevos materiales didácticos utilizados contribuyen a un mayor aprendizaje:

Todo para ver si realmente esta nueva forma de explicarles las cosas y de estos procedimientos, estos nuevos materiales, pues si les sirven un poco más para aprender. Si realmente los conocimientos ésos se les están quedando y además para ver si los han trabajado, si realmente les queda algo... (E1Mo, 484-7).

En resumen, Marió evalúa para ajustar el diseño al nivel de los alumnos, para ver si ellos están aprendiendo y si esta propuesta de enseñanza mejora el aprendizaje, lo que la sitúa ante rasgos de la tendencia investigativa.

5. 1. 2. 2 RESULTADOS DE QUÉ EVALUAR

Para la prueba inicial, Marió se centra únicamente en los contenidos conceptuales y procedimentales. Concretamente, quiere conocer si el alumno tiene el concepto de área, si sabe calcular áreas de figuras sencillas, pero no identificables con las más conocidas, sobre las unidades de área y la estimación de las mismas y, por último, si identifican un área concreta con formas determinadas. Se trata del Cuestionario que aparece en el Cuadro Mo. 0, del Apartado 5. 1. 1.

Marió incluye en el diseño lo que evaluará en cada sesión, que presentamos a continuación:

- En **la primera sesión** se calificará la prueba que van a hacer en grupos de una forma muy precisa.
- En **la segunda sesión** valorará si los alumnos prestan atención a sus indicaciones, si utilizan adecuadamente la trama de puntos que se les ha facilitado, cómo expresan el trabajo realizado en la sesión en su diario y algunas actitudes de tipo general, como respetar el turno de palabra. Esto quiere decir, que valorará el aprendizaje de los conceptos y procedimientos

que pretende enseñar y también de las actitudes que permiten que haya un clima de trabajo adecuado y no sólo en relación a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, sino a aspectos más generales:

En esta clase qué valorar o evaluar en los alumnos:

¿Prestan atención a las indicaciones de la profesora o están jugando con las gomitas y el geoplano?

Por cada área deducida deben redactar cómo se ha obtenido. ¿Usan sólo palabras o también dibujos?

¿Se expresan y usan argumentaciones correctas?

¿Realizan las anotaciones indicadas en la trama de puntos que se les proporciona?

¿Respetan el turno de palabra y las opiniones de los compañeros?

Capacidad de generalización a partir de lo concreto (DisMo, 194-203).

[El diario] contará en la evaluación de la experiencia (DisMo, 212).

▪ En **la tercera sesión** Marió se propone evaluar los resultados correctos, la presentación en la puesta en común y la descripción escrita del proceso seguido. En esta ocasión (y en alguna otra, como la primera sesión), identifica evaluar con calificar:

Evaluación de los alumnos: Cada pareja, como el día primero, obtendrá hasta un punto por cada resultado correcto, otro por la presentación en la puesta en común y hasta otro punto por la descripción del proceso por escrito (DisMo, 230-3).

▪ En **las sesiones cuarta y quinta** señala que observará la participación del alumnado y calificará el cálculo de áreas de polígonos regulares, del círculo y el perímetro de la circunferencia y el escrito de todo lo trabajado en clase:

En estas sesiones [4ª y 5ª], para la evaluación de los alumnos, será muy importante la participación en clase (...) las aportaciones de cada alumno para conseguir el objetivo marcado en estas clases: Cálculo del área de los polígonos regulares, del círculo y del perímetro de la circunferencia. Además de la puntuación que recibirán de todo lo trabajado en estas clases. También recogerá y puntuará el trabajo del plano de sus casas (DisMo, 288-9; 291-4).

▪ En **la sexta sesión** no dice qué pretende evaluar.

▪ En **la séptima sesión**, destacan especialmente algunas actitudes:

Para la evaluación de esta actividad [de la 7ª sesión], una vez finalizada la clase, cada grupo deberá entregar el trabajo realizado en el que se valorará:

Presentación.

Argumentación y precisión a la hora de responder.

Ejemplos de polígonos localizados y descritos.

Adecuación de los recursos utilizados y si lo hacen correctamente o no.

Actitud-comportamiento ante el trabajo cooperativo y fuera del aula (DisMo, 326-33).

Lo que Marió va exponiendo para cada sesión, lo presenta después globalmente como Criterios de Evaluación, los cuales recogen aspectos conceptuales, procedimentales y, en el caso de los referidos a las actitudes, son de tipo general, relacionados con el clima de aula:

CRITERIOS DE EVALUACIÓN EN EL APRENDIZAJE DE LOS ALUMNOS

Como ya se ha ido contando en las distintas sesiones y a groso modo son:

Los alumnos deben expresarse correctamente y argumentar por escrito y verbalmente las respuestas a las Actividades propuestas, además de demostrar la asimilación de los contenidos propuestos, tanto en el desarrollo de las clases, como en las Actividades a realizar en casa.

También se valorará el respeto a las distintas opiniones de los demás compañeros, la conducta en clase y la atención a las indicaciones del profesor (DisMo, 354-65).

Nuestra profesora quiere valorar no solo los conocimientos, sino también el trabajo realizado por los alumnos, su atención en clase, lo hecho en casa, dando mucha importancia a sus diarios de sesiones, que servirá por una parte como procedimiento de razonamiento y expresión de los procesos seguidos durante la sesión y, por otra, como instrumento de evaluación de la misma:

Estudiar un poquito más alguna formulilla o algo... No lo hacen, pero son muy inteligentes y yo sé que ellos se van a acordar a lo mejor del área del triángulo dentro de más tiempo que otros, pero a lo mejor, seguramente, la mitad de los niños van a traer los diarios hechos y valoro también mucho que a un alumno que le cueste más trabajo, me traiga todos los días su diario hecho y que preste más atención en clase, no sé (E1Mo, 493-9).

Que la evaluación yo quiero contar tanto con los conocimientos que vayan adquiriendo, como el trabajo que hagan, que también... cuenta. Y hay que pensar que trabajan en casa... (E1Mo, 500-1).

Ésa [cómo hacen el diario de cada sesión] es una de las cosas a la que también les voy a dar bastante importancia (E1, 441).

Usamos un diario de clase en el que anotamos lo que tenemos programado para cada sesión, lo más detalladamente posible, lo que ha sucedido en el aula y las impresiones al final de cada una (DisMo, 378-80).

Marió insiste en la entrevista realizada en lo que pretende evaluar, por si no lo ha dejado suficientemente claro en el diseño: el interés de los alumnos por el trabajo y los recursos didácticos que van a usar, el contenido del diario de sesiones que van a escribir, su grado de detalle en la descripción y su grado de reflexión sobre lo ocurrido en las sesiones y sobre su propio aprendizaje, que ella pretende que sea muy amplio:

No sé si ha quedado muy claro [qué evaluar] en el diseño... Lo primero el interés que pongan, eso... Quiero ver el interés que muestran ante las Actividades que les estamos poniendo, a ver si eso, si les va el geoplano, si hacen lo que les estamos proponiendo o si se van a dedicar a jugar con la gomita (E1Mo, 427-31).

Eso es una de las cosas que queremos evaluar. Luego, cada día yo quiero que ellos hagan en casa un diario, un pequeño diario explicando: hoy hemos hallado el área del triángulo, del rombo, del trapecio y del romboide. Del trapecio me ha costado más trabajo, no lo veía, al final... No sé, explicando cómo ellos se han sentido ese día, cómo les ha salido y que luego que expliquen, que plasmen ellos, al final hemos llegado que la fórmula es

tal, que recojan todo lo que han hecho, cómo lo han hecho, lo que he hecho es duplicar el triángulo... o no me salía, la profesora me dijo tal cosa, no sé, que quiero que allí me plasmen en una carilla o carilla y media por día... Ésa es una de las cosas que también les voy a dar bastante importancia (E1Mo, 432-41).

Vuelve a insistir en que va a dar mucha importancia al trabajo en casa y a hacer los deberes, y que va a fomentar la implicación de los estudiantes y va a ayudarles a que no se auto-justifiquen diciendo que no lo saben hacer. Ella no aporta sus propias razones sobre el porqué y el para qué es necesario hacer los deberes, pero lo considera imprescindible.

Quiero que..., yo normalmente, los días normales de clase yo les suelo mandar siempre algo de tarea, porque una de las cosas en los primeros años que es que no hacen... El año pasado, por ejemplo, me di cuenta de que no hacían nada en casa, que no estaban acostumbrados a hacer... Bueno, en clase trabajaban, pero luego tú les mandabas algo de tarea y nadie lo hacía. Entonces yo los días normales, todos los días, paso, de uno en uno, a ver si me han hecho los deberes o no (E1Mo, 442-7).

Marió también valora las respuestas correctas, cerradas, por ejemplo de terminología, como hemos visto respecto de la primera sesión o el trabajo fuera del aula, en la última:

Luego, por ejemplo el día primer día del concurso valoro también eso, el que vean más o menos cosas. Luego, el último día, que los sacaré al patio y tendrán que hacer como una especie de gymkhana, también valoraré el que lo haya hecho mejor, el que lo haya hecho peor y luego en general... Bueno, aquí están las pautas puestas... (E1Mo, 461-5).

También valorará que dejen constancia del trabajo en los geoplanos, mediante dibujos en unas tramas de puntos que piensa darles, para que puedan volver a él cuando sea necesario:

Cuando yo les diga construir una figura de área 12 y ellos la construyan [en el geoplano], aunque luego la pasen a la trama... Que lo tengan luego por ahí, porque, claro, el geoplano luego quitas las gomas y no les queda nada. Entonces, queremos que los plasmen en papel y lápiz y eso también me lo entregarán y también lo valoraré, a ver si es verdad que han cogido o que se han dedicado a construir figuras y luego no pasan nada a papel y lápiz (E1Mo, 468-74).

Si consideramos el instrumento de evaluación que han preparado (recogido en su diseño, Anexo II), sus apartados nos indican también qué pretende evaluar mediante dicho instrumento:

Alumno, Grupo, Puntuación (grupal e individual)

Trabajo cooperativo

Argumentación en la exposición, Interés. Participación, Comportamiento

Sigue las indicaciones del profesor

Entrega los trabajos de clase (Presentación de los trabajos, y Argumentación de procesos por escrito)

Trabajo en casa (Presentación de los trabajos y Argumentación de procesos por escrito) (DisMo, 370-6).

De la misma forma, el contenido de otra tabla de recogida de datos para valorar la experiencia, también nos aporta información sobre el qué evalúa, lo que nos muestra que no se conforma con evaluar a los alumnos:

Agrupamientos, Gestión del aula, Papel del Profesor, Actividades, Puesta en común, Actitud o reacción de los alumnos

Podríamos resumir lo que Marió va a evaluar, mediante su propia declaración: por una parte, si los aprendizajes realizados son correctos, tanto los conceptos, como los procedimientos utilizados y cómo los expresan, así como el comportamiento del alumno. Por otra parte, el trabajo llevado a cabo, tanto en clase como en casa, y el interés del alumno ante el mismo.

5. 1. 2. 3 RESULTADOS DE CÓMO EVALUAR

Marió ha optado por no hacer un examen tradicional, ya que si la metodología va a ser distinta, la evaluación considera que también deberá serlo, sobre todo teniendo en cuenta que la observación y seguimiento del trabajo de cada alumno van a ser continuos:

No les queremos hacer un examen, ésos que se hacen normalmente, porque creemos que, como hemos cambiado la forma esas dos semanas de dar clase, pues incluso sobraría un poco el examen. Que como vamos a estar pendientes de ellos... (E1Mo, 476-9).

Marió valora, en primer lugar, las respuestas correctas de terminología en la primera sesión, calificando con puntos concretos cada tipo de respuesta: correcta, semi-correcta o errónea, que menciona como pautas de corrección. Es más, le dará un premio al grupo que saque más puntuación global.

Por cada figura plana se le dará un punto cuando la solución sea correcta, medio punto si es correcta pero podría ser más completa y ningún punto si es incorrecta; con las alegaciones y razonamientos que se den y sean oportunos (DisMo, 120-3).

Se contabilizarán todos los puntos conseguidos por cada grupo (evaluación), el grupo vencedor obtendrá un pequeño obsequio (bolsita con chucherías) (DisMo, 131-3).

No solo utiliza puntuaciones en la primera sesión, sino en algunas otras:

Los pondré en grupos de tres o cuatro, no lo sé todavía, y tienen que escribir todos los nombres que sepan de esas figuras planas y lo más completo posible. Por ejemplo, yo les puedo poner un triángulo rectángulo y si ponen triángulo, estará bien pero no estará completo, lo completo será poner triángulo rectángulo o un pentágono regular porque habrá pentágonos que no sean regulares, entonces los vamos a puntuar, si lo ponen

mal les daremos cero puntos, si lo ponen lo más completo posible les daremos un punto, si ponen triángulo, en vez de triángulo rectángulo, les daremos medio punto (E1Mo, 246-54).

Evaluación de los alumnos: Cada pareja, como el día primero, obtendrá hasta un punto por cada resultado correcto, otro por la presentación en la puesta en común y, hasta otro punto, por la descripción del proceso por escrito, que recogerá la profesora al final (DisMo, 230-4).

En cuanto a los instrumentos de evaluación, uno poco sistematizado, consiste en preguntar a los estudiantes por los aprendizajes adquiridos, al finalizar las clases. Esto, que es poco preciso, se complementa muy bien con la información obtenida a partir del diario de la sesión correspondiente, pues al ser personal, aunque hayan trabajado en grupos o en parejas, recoge el proceso de cada alumno:

Preguntar a los alumnos al final de la clase qué han aprendido en esa sesión (DisMo, 204-5).

[El diario] Será individual (DisMo, 213). ... y lo voy a evaluar (E1Mo, 441).

Marió calificará también todos los trabajos de cada alumno, recogidos a diario, y pretende supervisar, también diariamente, los trabajos encomendados para hacer en casa:

Además de la puntuación que recibirán tras la supervisión del trabajo por escrito de todo lo trabajado en estas clases, también recogerá y puntuará el profesor el trabajo del plano de sus casas (DisMo, 294-6).

Los días normales, todos los días, paso, de uno en uno, a ver si me han hecho los deberes o no, si no lo han hecho les pongo un negativo, a ver si así consigo que trabajen más en casa (E1Mo, 448-9).

Además, luego la nota... Yo siempre tengo mi tanto por ciento para los deberes y para eso y entonces no quiero quitarles las tareas de casa (E1Mo, 458-9).

Al geoplano luego le quitas las gomas y no les queda nada entonces queremos que los plasmen en papel y lápiz y eso también me lo entregarán y también lo valoraré, a ver si es verdad que han cogido o que se han dedicado a construir figuras y luego no pasan nada a papel y lápiz (E1Mo, 470-4).

Estas actividades [aquí se refiere a las de la sexta sesión] las recogerá al final de la clase el profesor para ser evaluadas y determinar si es preciso dedicar otra sesión más para su terminación (DisMo, 298-300).

Marió, junto con Tony y Merce, los componentes de su grupo, el G₄, en el Curso-P, ha construido una plantilla de observación presentada también en el diseño, como otro instrumento importante de evaluación, donde irán recogiendo la información correspondiente mediante observaciones de clase, no sabemos si diariamente. Su contenido aparece en el Apartado anterior:

Para recoger esta información [los aspectos a valorar] elaboramos una ficha, donde aparecen todos los alumnos, acompañados de una casilla para cada uno de los aspectos que queremos tener en cuenta (DisMo, 366-8).

El profesor irá observando y puntuando las aportaciones de cada alumno (DisMo, 290-1).

Marió también contará con su propio diario de cada sesión, para recoger su propia valoración de la experiencia y dónde tal vez, recoja también las observaciones anteriores, aunque tampoco aquí lo especifica:

Usamos un diario de clase en el que anotamos lo que tenemos programado para cada sesión lo más detalladamente posible, lo que ha sucedido en el aula y las impresiones al final de cada una (DisMo, 378-80).

Así mismo, ha elaborado otra tabla en cuyas columnas aparecen los epígrafes ya recogidos también en el Apartado anterior y que será otro instrumento de recogida de la información que ella considera necesaria para su valoración, aunque tampoco aclara si hará anotaciones diarias o lo usará de otra forma:

Fecha, Plan previsto, Actividades realizadas

Evaluación (Agrupamientos, Gestión del aula, Papel del Profesor, Actividades, Puesta en común, Actitud o reacción de los alumnos)

Modificaciones oportunas para futuras experiencias. Impresiones (DisMo, 381-7).

En síntesis, los principales instrumentos de evaluación son: un cuestionario de observación, los deberes de casa y los trabajos de clase, el diario de cada sesión, las calificaciones por respuestas correctas de terminología o aspectos similares y por las respuestas a cuestiones sobre el aprendizaje al final de cada sesión.

Lo más significativo es que no habrá examen.

Para valorar la experiencia, contará con su propio diario y una tabla de recogida de información de la experiencia.

5. 1. 2. 4 RESULTADOS DE CUÁNDO EVALUAR

Marió se plantea una evaluación continua del proceso de enseñanza y del aprendizaje de los alumnos y una valoración de la experiencia al finalizarla. No obstante, hay unos cuantos momentos especialmente significativos, o al menos, explícitos, en su diseño. En primer lugar, hace una prueba inicial, recogida en el Apartado 5. 1. 1. 1, aproximadamente un mes antes de iniciar la experiencia, para que sus resultados afecten al propio diseño.

Prueba inicial (DisMo, 388).

Se propone también realizar observaciones durante el desarrollo de cada sesión, pero señala en varias ocasiones un momento fundamental, al final de la clase, donde preguntará por el aprendizaje efectuado y recogerá los trabajos realizados, aunque los revisará fuera del aula:

Preguntar a los alumnos al final de la clase qué han aprendido en esa sesión (DisMo, 204-5).

Y hasta otro punto por la descripción del proceso por escrito que recogerá la profesora al final (DisMo, 233-4).

Estas Actividades las recogerá al final de la clase el profesor para ser evaluadas (DisMo, 303-4).

Para la evaluación de esta Actividad [de la 7ª sesión], una vez finalizada la clase, cada grupo deberá entregar el trabajo realizado (DisMo, 326-8).

Marió plantea una evaluación continua del proceso de enseñanza y del aprendizaje de los alumnos, aunque señala algunos momentos especiales: el de la Evaluación Inicial, durante el desarrollo de todas las sesiones y principalmente al finalizarlas.

5. 1. 2. 5 RESULTADOS DE QUIÉN EVALÚA

En su diseño, Marió no explicita quién evaluará, aunque declara en su primera entrevista que es ella quién evalúa el aprendizaje de los alumnos, mediante todos los instrumentos que hemos mencionado con anterioridad. No obstante, comenta que los alumnos también realizarán la valoración de la experiencia, fundamentalmente a través del diario de sesiones, y posiblemente preguntándoles oralmente a su término. No lo tiene diseñado. También reflejará cada estudiante en el diario su valoración sobre su propio aprendizaje, los obstáculos que han tenido y en qué medida el trabajo desarrollado les ayuda, les hace sentirse bien, etc.

¿Quién evalúa? Lo peor lo haré yo. Luego, a lo mejor, no lo he preparado, pero al final me gustaría preguntarles, hacerles incluso, a lo mejor, oralmente, no por escrito, qué les ha parecido esta experiencia, qué cambiarían, qué no cambiarían. Porque ellos también harían una pequeña valoración de la experiencia... (E1Mo, 502-6).

[Los evalúo yo, pero] también ellos en su diario pondrán: me ha costado esto más trabajo, se evaluarán ellos, su trabajo, lo que han estado haciendo, lo que no les ha gustado. También les diré, eso, que me pongan: la clase de hoy me ha gustado mucho menos que la de ayer o..., no sé, cómo se han sentido... (E1Mo, 508-12).

Los aprendizajes de los alumnos los evalúa la profesora, aunque éstos valorarán la experiencia en sus diarios, a lo largo de su desarrollo y una vez finalizada.

Como síntesis global, consideramos que los planteamientos de evaluación de Marió, la sitúan cercana a la tendencia tecnológica, ya que ha diseñado instrumentos de observación variados y muy elaborados, las finalidades son amplias y los contenidos son el motivo principal de dicha evaluación, sobre todo los procedimientos y las actitudes, con escasa participación de los alumnos en todo el proceso.

5. 2 RESULTADOS DEL CONOCIMIENTO EN LA ACCIÓN

Los resultados correspondientes a la práctica vamos a presentarlos de forma algo diferente a los referidos al conocimiento declarativo, en el sentido de aportar una información más amplia, por tratarse de una realidad mucho más compleja que la anterior. En consecuencia, establecemos dos tratamientos complementarios de los datos, que nos ayuden a una comprensión más profunda de lo que ha ocurrido en la práctica de Marió.

En primer lugar, presentamos todos los episodios en que hemos dividido sus sesiones de la experiencia, cuyos datos proceden de las grabaciones en audio y en vídeo de sus clases, así como de nuestras propias observaciones de las mismas. Las categorías que aparecen en ellos son las del sistema que establecimos inicialmente (Apartado 2. 4. 2).

En segundo lugar, organizamos los datos según el sistema de categorías emergente del estudio (Apartado 2. 4. 3. 2) y, a los datos procedentes de los instrumentos anteriores, añadimos los de la segunda entrevista realizada a Marió después de llevar a cabo su experiencia pues, aunque no es propiamente conocimiento en la acción, puede matizar nuestras propias apreciaciones con su valoración, opiniones o aclaraciones a lo que ha ocurrido en la práctica.

5. 2. 1 RESULTADOS ORGANIZADOS POR EPISODIOS

La práctica de la experiencia en el aula la hemos estructurado, en primer lugar, por sesiones y éstas, a su vez, las hemos dividido en ‘*episodios*’ (como ya describimos en el Apartado 2. 4. 1), es decir, partes de la sesión que tienen un objetivo claro y/o están basadas en ciertos criterios relacionados, bien con la marcha de las actividades en el aula, bien con límites temporales, espaciales, de conducta, del programa de actividades o del contenido trabajado (Doyle, 1986).

5. 2. 1. 1 RESULTADOS DE LA PRIMERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: TERMINOLOGÍA DE FIGURAS PLANAS

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
1. 1	- Introducir brevemente la experiencia - Organizar el trabajo de	- Breve presentación de la experiencia que se va a llevar a cabo.	- Presentación de la experiencia y del trabajo de la sesión	15 m

	la sesión - Distribuir a los alumnos en grupos	- Repaso de la terminología de figuras planas y de algunos de sus elementos.	por parte de la profesora	
1. 2	- Reconocer y nombrar algunas figuras planas - Identificar sus elementos	- Terminología básica de distintas figuras planas, tales como polígonos, circunferencias y elipses	- Trabajo en grupos para reconocer y recordar terminología	10 m
1. 3	- Recordar los nombres de las diferentes figuras planas - Identificar sus elementos	- Terminología básica de las distintas figuras planas - Rápida descripción de algunas de las figuras que van apareciendo	- Puesta en común para corregir el trabajo de los grupos	20 m

Tabla [Mo 1]: Episodios de la Primera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 1. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Toca el timbre. Mo espera unos minutos para empezar la sesión porque apenas han llegado cinco o seis alumnos.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Introducir brevemente la experiencia. - Organizar el trabajo de la sesión. - Distribuir a los alumnos en grupos. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Breve presentación de la experiencia que se va a llevar a cabo. <p>Descripción</p> <p>Hasta ahora han llegado 23 alumnos. Mo comienza la clase explicando que, durante unos días, van a trabajar las áreas de figuras planas. Menciona una prueba que hicieron hace algún tiempo, que ha considerado como evaluación inicial del tema y comenta cómo va a ser la evaluación: no hará examen y va a tener muy en cuenta las actitudes (OMo, 23-8).</p> <p><i>Mo: No hace falta que saquéis los libros. Con que saquéis bolígrafo y lápiz, vale. En estas dos semanas vamos a hacer una experiencia... Entonces, para empezar, vamos a hacer ¿os acordáis que os di una prueba inicial hace tiempo? Hará un mes o dos meses (TvMo, 2-6).</i></p> <p>Enseguida se centra en la Actividad concreta que van a iniciar</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>Presentación de información (exposición organizativa de la profesora).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hoja de trabajo: 1ª sesión. Un ejemplar individual y uno grupal.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Cuando comienza la clase los estudiantes están sentados en parejas. Una vez explicado lo que van a hacer, se forman cuatro grupos de tres alumnos y dos grupos de cuatro alumnos, distribuyéndose de esta forma sin mucho ruido.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Cinco minutos iniciales de espera a que llegue la mayor parte de los alumnos.</p>

<p>inmediatamente, comentando también que trabajarán en grupos:</p> <p><i>Mo: Hoy nos vamos a poner en grupos. Ahora os diré cómo van los grupos y repartiré una ficha de éstas a cada componente del grupo y luego, además, cada grupo tendrá otra ficha más.</i></p> <p><i>Vamos a ver, escuchadme. Os voy a dar la ficha. En la ficha que es para el grupo os voy a dar un tiempo, cinco o seis minutos (TvMo, 6-11).</i></p> <p>Nombra a los componentes de cada grupo y los alumnos se distribuyen.</p> <p>Reparte una hoja de trabajo y asigna una letra a cada grupo: A, B,...,G (OMo, 29-31).</p> <p><i>Mo: Hay muchas figuras planas. Tenéis que ponerles el nombre. Por cada figura que deis el nombre correcto y completo os daré un punto. Si lo dais correcto pero, podría ser, por ejemplo, si hay un triángulo y ponéis triángulo nada más, estará bien a la mitad porque no habéis puesto qué tipo de triángulo es, ¿vale? Entonces, si está medio bien, le doy medio punto y si está bien o perfecto, un punto (TvMo, 12-7).</i></p> <p><i>Id pensando también quién va a ser el representante del grupo, ¿vale? (TvMo, 18).</i></p> <p>La propuesta incluye 'un premio', un paquete de chucherías, para el grupo que obtenga mejor puntuación.</p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por terminada la explicación de la propuesta de trabajo.</p>	<p>Unos diez minutos para la explicación inicial de la actividad que van a realizar.</p> <p>Unos cinco minutos para la redistribución de los alumnos según los agrupamientos indicados y para el reparto de la Hoja de trabajo.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Presenta la experiencia y la organización del trabajo. - Da instrucciones precisas de cómo se han de agrupar, lo que han de hacer y cómo se va a calificar el ejercicio que propone. <p>El protagonismo de este episodio es exclusivamente suyo.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha la explicación de la profesora - Se coloca en el grupo que Mo le indica.
---	--

Tabla [Mo 1. 1]: Resultados del Episodio [Mo 1. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 1. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienzo del trabajo de los grupos.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconocer y nombrar las diferentes figuras planas. - Identificar sus elementos. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Terminología básica de distintas figuras planas entre las que hay polígonos regulares, irregulares, cóncavos y convexos, circunferencias y elipses. - Repaso de la terminología de figuras planas y de algunos de sus elementos. <p>Descripción</p> <p>Mo da comienzo al trabajo de los grupos y se pasea entre las mesas para atender sus dudas. A continuación presentamos algunos ejemplos de sus intervenciones:</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De identificación y reconocimiento. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hoja de trabajo grupal de la 1ª sesión.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p>

<p>En un grupo:</p> <p><i>Mo: Rellenad la del grupo primero, ¿vale, Genaro? Luego, cuando ya diga la respuesta, es cuando tiene que rellenar cada uno la suya (TaMo, 2-3).</i></p> <p>En otro grupo comenta algo similar:</p> <p><i>Mo: Rellenáis ésta. Ésta no la rellenáis hasta que yo no diga en la pizarra cuáles son las respuestas verdaderas. Vosotros tenéis que rellenar cómo creéis que se llaman aquí, ¿vale?</i></p> <p><i>A: ¿Aquí? ¿Y ésta no?</i></p> <p><i>Mo: Éstas todavía no, sólo las del grupo, pero rápido. Manuela, te quiero colaborando ¿eh? (TaMo, 5-8).</i></p> <p>Los estudiantes, aún no se aclaran de lo que han de hacer:</p> <p><i>A: ¿Están en el libro?</i></p> <p><i>Mo: En el libro no vienen... Quiero que pongáis lo que sepáis vosotros. Id pensando también quién va a ser el representante del grupo, ¿vale? (TaMo, 9-10).</i></p> <p>Marió da indicaciones para facilitar el trabajo de los alumnos:</p> <p><i>Mo: Intentad rellenarlo todo, aunque pongáis en lo que no sepáis alguna barbaridad, pero por lo menos poned algo. Rellenáis primero los fáciles... (TaMo, 12-4).</i></p> <p>Después de un rato de trabajo, Mo comienza a dirigirse más a toda la clase, puesto que los alumnos ya tienen claro en qué consiste la tarea. De todos modos, alterna comentarios al gran grupo con otros a alumnos concretos, pero sin referirse a los contenidos:</p> <p><i>Mo: Venga, pensad, inventaros algo, a ver cómo creéis que se pueden llamar esas figuras.</i></p> <p><i>A₁: Maestra, ¿éste era trapecio o trapezoide?</i></p> <p><i>A₂: ¿Éste es triángulo...?</i></p> <p><i>Mo: Triángulo y qué más, ponedle un apellido. Antonio, colaborando (TaMo, 38-9).</i></p> <p>Empieza a preguntar, grupo por grupo, si van terminando, para cortar y dar por terminado su trabajo:</p> <p><i>Venga, ¿os queda mucho? ¿Cómo vais? ¿Habéis acabado todos?</i></p> <p><i>A: Nos falta la estrella, que no sabemos como se llama.</i></p> <p><i>Mo: Ponedle un nombre, ponedle... no sé, estrella por lo menos, ponedle algo (TaMo, 40-2).</i></p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>Mo: Rellenad la [ficha] del grupo primero, ¿vale, Genaro? Luego cuando ya diga la respuesta es cuando tiene que rellenar cada uno la suya.</i></p> <p><i>Mo: ¡Señores, quedan cinco minutos, así que venga! (TaMo, 5-7).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el "control" del trabajo: <p><i>Mo: Id rellenando los que sepáis y luego los que no sepáis, en esos, os paráis un poquito más. Ya los que os quedan ¿no sabéis ponerlos?</i></p> <p><i>Especificad lo máximo que podáis en cada figura ¿eh? (TaMo, 25-7)</i></p> 	<p>Los estudiantes se colocan en pequeños grupos de tres o cuatro alumnos como Mo les ha indicado.</p> <p>El ambiente es relajado y de trabajo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Unos diez minutos de trabajo en grupo.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aclara dudas prácticas (qué ficha se rellena y cuál no). - No responde a las preguntas sobre el contenido. - Anima a que respondan todas las cuestiones, aunque no estén seguros. - Invita a que colaboren unos alumnos con otros, aunque de forma algo impositiva. - Controla el tiempo que falta para terminar y lo anuncia en varios momentos, pidiendo a los alumnos que se den prisa en la tarea. - Trata de acelerar al máximo el ritmo de trabajo de los alumnos. - Controla su comportamiento.
--	--

<p>En otro grupo:</p> <p><i>Mo: ¿No sabéis nada? Pensad un poquito. ¿Esto, no sabéis lo que es?</i></p> <p><i>A: Un triángulo al revés ¿no?</i></p> <p><i>Mo: Ponedlo, poned lo que penséis que es. A lo mejor acertáis, tenéis suerte. Si no lo ponéis bien del todo, tenéis medio punto nada más, pero más vale tener algo que no tener nada, porque si lo dejáis en blanco es cero puntos en esa figura (TaMo, 16-20)</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos:</p> <p><i>Mo: Antón, Manuela, matemáticas, no hablando de lo que habéis hecho en Semana Santa, así que venga.</i></p> <p><i>Mo: Antonio, ahora matemáticas.</i></p> <p><i>Mo: Andrés, os quiero colaborando a todos (TaMo, 4-5).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>A: ¿Hay dieciseistágono?</i></p> <p><i>Mo: ¿Dieciseistágono? ¿Que si hay? ¿Cuál dices tú que lo sería? ¿Cómo se llamaría? O ponedle ese nombre... Yo no te lo puedo decir.</i></p> <p><i>A₂: Éste es el mismo que éste ¿no?</i></p> <p><i>A₃: No, éste mide menos de 90º.</i></p> <p><i>A₄: ¿Éste cómo era?</i></p> <p><i>A₅: Trapecio y éste, el trapezoide. Y éste, rombo.</i></p> <p><i>Mo: Id rellenando los que sepáis... (TaMo, 21-6).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Mo se dirige a la pizarra dando por finalizado el trabajo de los grupos.</p>	<p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trabaja en el grupo correspondiente, limitándose a aportar la terminología que recuerda. - Ha de hacerlo rápidamente y con la mayor precisión posible. - Solicita frecuentemente la ayuda de la profesora, haciendo preguntas muy concretas sobre cada caso.
---	--

Tabla [Mo 1. 2]: Resultados del Episodio [Mo 1. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 1. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo se dirige a la pizarra y pide a todos que la miren y escuchen.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recordar los nombres de las diferentes figuras planas. - Identificar sus elementos y corregir los nombres usados incorrectamente. <p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Terminología básica de las distintas figuras planas. - Rápida descripción de algunas de las figuras que van apareciendo. <p>Descripción</p> <p>Mo tiene en su mano las fichas rellenas por los distintos grupos y va diciendo en cada figura cuál es el nombre correcto que apuntarán todos en su hoja:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver. Ahora voy a ir viendo qué ha puesto cada grupo y luego diré cuál es</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De contraste (corrección) <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hojas del trabajo grupal de la 1ª sesión, rellenas por cada grupo, para poner en común el trabajo realizado y</p>

<p>la respuesta correcta y apuntaremos los puntos y luego sumaré (TvMo, 23-5).</p> <p>Mo va mencionando ordenadamente cada figura, una a una. Lee desde la pizarra, en cada caso, las respuestas de los grupos y va anotando en la pizarra la puntuación correspondiente 0, 0.5 o 1 punto (OMo, 42-3).</p> <p>Describe algunas de las figuras que van apareciendo de forma rápida. Otras no. Se extiende más en las figuras menos conocidas por los alumnos. Procede así hasta llegar a la última, la decimoséptima. Como son tantas, el trabajo se hace largo y tedioso, por lo que sólo presentamos algunos de los que consideramos más interesantes.</p> <p>Por ejemplo, los alumnos no conocen el término elipse. Usan óvalo, ovoide... Cuando Mo menciona la trayectoria de los planetas, les suena la palabra elíptica:</p> <p><i>Mo: El cuarto. El equipo A ha puesto que es un óvalo, el B que es un ovoide, el C que es un círculo, el D que es un óvulo, el grupo E ha puesto que es un círculo, el grupo F ha puesto que es un óvalo y el G un óvalo. Nadie ha acertado. ¿A nadie se le ocurre? ¿No conocéis la palabra elipse?</i></p> <p>A: No.</p> <p><i>Mo: ¿Nunca habéis estudiado una elipse? Apuntad que esta figura se llama elipse. En Física o en Ciencias Naturales, ¿no habéis dado que los planetas describen alrededor del Sol una órbita? ¿Qué forma tiene? Elíptica. ¿Vale? No apunto nada porque tenéis cero puntos todos, ¿vale?</i></p> <p>Dice algunas diferencias entre circunferencia, círculo y esfera. La última tiene volumen, el segundo rellena la primera:</p> <p><i>Mo: En el 6, el equipo A ha puesto que es una circunferencia, el B una circunferencia, el C un círculo, el D ha puesto que es una esfera, el E ha puesto que es un círculo, el F una circunferencia y el G una circunferencia. Vamos a ver. Una esfera tiene volumen, como un balón de fútbol, cuando es plano no puede ser una esfera. ¿Qué diferencia hay entre círculo y circunferencia? Circunferencia es la línea de fuera y círculo es lo de dentro también. ¿Estáis escribiendo, Andrés y Juan las respuestas correctas? (TvMo, 67-73).</i></p> <p><i>Mo: Seguimos. El 14: El equipo A ha puesto que es un trapecio, el B trapecio regular, el C trapezoide, el equipo D cuadrilátero isósceles, el E trapecio, el F paralelogramo y el G un trapecio. Vamos a verlo poquito a poco. Vamos a ver. Paralelogramo no es porque hay dos lados que no son paralelos. Trapecio sí es. Es un cuadrilátero porque tiene cuatro lados. Es un cuadrilátero, pero un cuadrilátero especial que se llama trapecio. Ahora... Este trapecio tiene los lados iguales ¿verdad? Y estos ángulos iguales. A este tipo de trapecio se le llama trapecio isósceles. (TvMo, 126-33).</i></p> <p>Continúa, del mismo modo, hasta que ha nombrado las 17 figuras dadas.</p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la 'calificación' del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> <i>Entonces, el que ha puesto cuadrilátero isósceles tendrá medio punto, porque es verdad que es un cuadrilátero y que es isósceles. El que ha puesto trapecio tendrá medio punto y el que ha puesto trapecio regular, medio punto, porque es</i> 	<p>corregir lo que no esté correcto.</p> <p>Ejemplar de cada alumno para escribir todas las respuestas correctas.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Una vez realizado el trabajo de los grupos, los alumnos que están de espaldas a la pizarra se dan la vuelta cuando Mo empieza a explicar de nuevo al gran grupo. Están en relativo silencio.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Mo dedica a corregir y puntuar las respuestas dadas por los grupos unos veinte minutos, alargando un poquito la sesión, después de tocar el timbre, para dejar finalizada la Actividad.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <p>- De validación y calificación de las respuestas de los alumnos.</p> <p>Mo solo permite al alumno escuchar pasivamente lo que va diciendo en cada figura y escribir la</p>
---	---

<p><i>trapezio pero se llama isósceles. Entonces, todo el mundo tiene medio punto menos el F, ¿vale? Ya nos queda menos (TvMo, 134-8).</i></p> <p><i>Mo: Ahora sumo los puntos y le doy al que ha ganado... Id sumando cada uno lo vuestro... (TvMo, 165-6).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo y del tiempo:</p> <p><i>Mo: Venga, rápido, que quedan dos minutos y hay que acabar (TvMo, 157).</i></p> <p><i>Mo: ¡Señores, quedan cinco minutos, así que venga! (TaMo, 32).</i></p> <p><i>Mo: si toca el timbre y no hemos terminado, me llevo el premio (OMo, 44).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver. El cuarto. Andrés ¿podemos seguir? (TvMo, 52).</i></p> <p><i>Mo: Luego voy a ver la cinta y veré los que estáis haciendo tonterías o no me están echando cuenta (OMo, 51-2).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea, que en este episodio son muy frecuentes:</p> <p><i>Mo: Ahora viene el 15, que el equipo A lo ha llamado estrella, el equipo B lo ha llamado polígono de 16 lados irregular, el equipo C no lo ha llamado nada, el equipo D lo ha llamado dieciseistágono regular, el equipo E, estrella, el equipo F, polígono multilado y el equipo G estrella. Estrella, no se le llama estrella. Es un polígono regular de 16 lados, eso está bien pero hay otra forma... A estos polígonos de esta forma se les llama polígonos estrellados de 16 lados o polígonos estrellados de 8 puntas, porque tienen 8 puntas, ¿vale? (TvMo, 139-46).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Mo continúa corrigiendo y los alumnos siguen también anotando las respuestas correctas hasta que acaban todas las figuras dadas.</p> <p>El grupo B es el que más puntuación ha conseguido y se le entrega 'el premio' (OMo, 57-8).</p>	<p>terminología que ella da como correcta, ahora en su hoja personal, anotando la puntuación correspondiente a respuesta correcta, semi-correcta o errónea.</p> <p>En este episodio su protagonismo es total, aunque cuenta con las respuestas dadas por los grupos.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha. - Escribe en su Hoja personal las respuestas correctas que da Mo desde la pizarra. - Hace pequeños comentarios a los componentes de su grupo, pero en voz baja.
--	---

Tabla [Mo 1. 3]: Resultados del Episodio [Mo 1. 3]

5. 2. 1. 2 RESULTADOS DE LA SEGUNDA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN TRES EPISODIOS: OBTENCIÓN DE LAS FÓRMULAS DEL ÁREA DE RECTÁNGULOS, CUADRADOS Y TRIÁNGULOS

EPISODIO	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
2. 1	- Introducir el concepto de área	- Concepto de área a partir de rectángulos, cuadrados y triángulos - Unidades cuadradas	- Explicación de la profesora Intercalando preguntas a los alumnos y respuestas de ellos y propias	15 m
2. 2	- Obtener la fórmula	- Área del rectángulo, del	- Trabajo por parejas,	12 m

	del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo	cuadrado y del triángulo	intercalado de explicaciones y preguntas de la profesora	
2. 3	- Obtener la fórmula del área del triángulo	- Bases y alturas de un triángulo - Área del triángulo	- Explicación de la profesora Intercalando preguntas a los alumnos y respuestas de ellos y propias	15 m

Tabla [Mo 2]: Episodios de la Segunda Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 2. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Llega Mo y pone delante de la pizarra un retroproyector, sin encenderlo.</p> <p>Objetivo - Introducir el concepto de área.</p> <p>Contenido - Concepto de área a partir de rectángulos, cuadrados y triángulos. Unidades cuadradas.</p> <p>Descripción Mo lleva un retroproyector al aula. Se dirige al grupo para exponer lo que van a hacer y les dice: <i>Mo: Bueno, os voy a repartir a cada uno una trama cuadrada, que se llama así. Cada uno pone su nombre... Además de la trama cuadrada, voy a repartir un geoplano. ¿Qué es esto? Es igual que la trama cuadrada sólo que en ella se pinta y aquí se usan gomillas de colores para construir las figuras, en vez de pintar con el lápiz. Entonces, os los voy a repartir a cada uno... Señores ¿puedo seguir explicando? Cada uno se va a hacer responsable de su geoplano, ¿vale?... (OMo, 183-8).</i> Enciende el retroproyector y pone sobre él un geoplano transparente en el que trae ya formadas distintas figuras con gomillas. Se trata de ocho figuras planas, numeradas del 1 al 8: cinco rectángulos y tres cuadrados, de distintas dimensiones (OMo, 88-90). Las irá mencionando en el transcurso de la sesión, desordenadamente. Explica las Actividades que han de hacer, dónde tienen que anotarlas y que busquen cómo hallar el área del rectángulo: <i>Mo: Lo primero que quiero que hagáis es ese rectángulo en el folio, contando los cuadraditos. Los colores dan igual... En el geoplano no, en el folio (TvMo, 190-2).</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - Presentación de información (exposición de la profesora relativa al contenido). - Búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Retroproyector y geoplano transparente para Mo. - Geoplanos y gomillas para cada alumno. - Tramas de puntos.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Sentados de dos en dos. Dos alumnos están solos y no les pide que se sienten juntos. Los alumnos trabajan relajadamente, concentrados en el trabajo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Mo utiliza en esta explicación, intercalando el trabajo de los alumnos, algo más de un cuarto</p>

<p>Un alumno hace una especie de tirachinas con la goma. Es solo un momento, porque, en general, todos toman este nuevo recurso con ilusión y naturalidad. Mo solicita también hacer un diario de cada sesión:</p> <p><i>Mo: Estos días tenéis que traer un pequeño diario explicando todo lo que hemos hecho hoy, ¿vale? Con vuestras propias palabras: hoy hemos hecho el área del rectángulo... Si os ha gustado, si no os ha gustado... (TvMo, 193-5).</i></p> <p>Indica que empezará por calcular el área de la figura 1 que se muestra en el geoplano del retroproyector, para lo que propone contar los cuadraditos que contiene:</p> <p><i>Mo: Tenéis que contar los huecos. El que vaya acabando coge su folio y por detrás pone 1, 2, 3, 4, 5, 6, hasta el 8. ¿Vale? Y me ponéis... ¿Os acordáis que en la prueba inicial la mayoría no sabía lo que era el área y muchos me poníais barbaridades? (TvMo, 196-9).</i></p> <p>Dice a varios alumnos que se callen y continúa:</p> <p><i>Mo: El área es la medida de la superficie de la figura, ¿vale? Lo que mide lo de aquí. Entonces, quiero que me pongáis por detrás -parad un momentito y me atendéis- por ejemplo, el 1. ¿Qué área tiene la figura 1? Lo más fácil es contar los cuadraditos que hay en medio, ¿no? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 y 15. Área = 15. ¿Vale? ¿15 qué?</i></p> <p><i>A: 15 cuadritos.</i></p> <p><i>Mo: Vale, 15 cuadritos. Como no sabemos si son centímetros o lo que son, ponéis 15... La medida de las áreas será cm^2, m^2...</i></p> <p><i>A: ¿Entonces, qué ponemos?</i></p> <p><i>Mo: Pues por ejemplo, vamos a ponerles unidades cuadradas. Como no sabemos qué unidad es, pues u^2. Y además de eso, quiero que me pongáis cuánto mide este lado y cuánto mide este otro lado. Entonces, yo pondría: el área es $15 u^2$. Un lado, por ejemplo, l chica, es 3 u y el otro, vamos a llamarle L grande, es 5u, ¿vale? Esto lo hacéis por detrás de la hoja de la trama ésta. Ponéis el 1: su área es 15, tiene un lado que mide esto y otro lado que mide esto, ¿vale? (TvMo, 202-14).</i></p> <p>Su explicación va intercalada de preguntas a los alumnos, de las que a veces espera la respuesta y a veces contesta ella misma:</p> <p><i>Mo: El área del rectángulo es lado por lado ¿verdad? Le he puesto l al lado chico y L al lado grande, ¿vale? El área del rectángulo la sabe, entonces, ya todo el mundo, ¿no?</i></p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por terminada esta primera tarea.</p>	<p>de hora.</p> <p>Cuando trabajan los alumnos, les pide rapidez.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <p>Mo presenta y dirige el trabajo:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Explica desde la pizarra lo que van a hacer. - Relaciona el trabajo con la prueba inicial que hicieron hace tiempo. - Comenta negativamente las respuestas de la prueba inicial. - Presenta una primera Actividad. - Da instrucciones muy concretas sobre la tarea de los alumnos, primero a todos, desde el retroproyector y, posteriormente, a alumnos concretos mientras pasea entre los pupitres. - No propone a los alumnos que indaguen otras formas de hacer la tarea. - Plantea preguntas cerradas y breves, para que los alumnos respondan. - A veces responde ella misma a dichas preguntas. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Va haciendo las pequeñas tareas que Mo les va pidiendo. - Le pregunta dudas concretas. - Responde a las preguntas de Mo.
---	---

Tabla [Mo 2. 1]: Resultados del Episodio [Mo 2. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 2. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo del trabajo individual.</p> <p>Objetivo - Obtener la fórmula del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo.</p> <p>Contenido - Área del rectángulo, del cuadrado y del triángulo de forma inductiva y manipulativa.</p> <p>Descripción Mo les indica que ahora trabajen solos y que hagan lo mismo con cada una de las figuras que aparecen en el retroproyector, que ha vuelto a encender de nuevo, hasta la última. Empieza a pasear entre las mesas para controlar el trabajo y atender a los alumnos. Mo sigue hablando durante todo este tiempo para conducir su trabajo y les propone que hagan lo mismo con los otros rectángulos, con el fin de que se den cuenta de la fórmula del área del rectángulo. Aunque acaba de explicarlo a todos, cuando se acerca a los alumnos, constata que algunos no lo ha entendido. Uno de ellos no tiene claro cómo usar las unidades. Otra alumna no cuenta bien las unidades, algo que a Mo le parece muy elemental. Algunos confunden los conceptos de área y perímetro. Otros unidades cuadradas y lineales: <i>Mo: Vamos, María. Ese 15 ¿de dónde sale? De haber contado todos los cuadraditos, es decir, el área.</i> <i>María: Pero ¿qué cuento? ¿Los puntos?</i> <i>Mo: No, no, no. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8... Los cuadraditos, ¿vale? Lo de dentro. Hay 15, pues pones 15 u². Y luego cuentas el lado y éste mide 3 y éste mide 5. Pues pon ahí un lado mide 3 y el otro 5.</i> <i>A: El lado 6.</i> <i>Mo: 6, no. El lado mide 3, ese lado mide 3 ¿no? 3u. Cuéntalas. 1, 2 y 3.</i> <i>A: Pero yo veo 4.</i> <i>Mo: No, pero tú cuentas los puntitos y tú lo que tienes que contar es la distancia (TaMo, 59-66).</i> Y con otra alumna: <i>Mo: El área se mide en u² pero los lados no, los lados en unidades lineales. Gema... ¿Qué te pasa?</i> <i>Gema: Aquí es 5 en el lado ¿no?</i> <i>Mo: ¡Claro! ¡Ea, pues haced esto rapidito, que es muy fácil (TaMo, 67-9).</i> Mo considera que está clara el área de este rectángulo y pide que se pase a los siguientes: <i>Mo: Pues quiero que ahora, la siguiente tarea que tenéis que hacer es: en la trama de puntos, en el folio, los rectángulos que yo tengo en rojo, o sea, el 2 y el 7... Bueno, una</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De búsqueda y elaboración de respuestas. - De organización de la información (por parte de los alumnos).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Retroproyector y geoplano transparente. - Fotocopias de tramas de puntos. - Geoplanos y gomas de colores para cada alumno.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Están sentados en parejas, del modo habitual, es decir, mirando a la pizarra, pero el trabajo es individual. Los alumnos trabajan relajadamente y están bastante concentrados. De vez en cuando se levantan con libertad, pero están haciendo la tarea encomendada.</p> <p>2. 5 Organización del</p>

<p><i>cosa, porque el 7, el 8 y el 9 ¿qué diferencia tienen con los otros?</i></p> <p><i>A: Son cuadrados.</i></p> <p><i>Mo: Que son cuadrados, ¿verdad? ¿Y cómo se halla el área de un cuadrado?</i></p> <p><i>A: Lado por lado.</i></p> <p><i>Mo: Igual ¿no? Pero ¿qué diferencia hay? Que los dos lados son iguales ¿no? No tienen ninguna diferencia respecto al rectángulo. Entonces, quiero que me copiéis en la trama de puntos el 2 y el 7, que son los únicos que van en rojo. Los copiáis aquí, les ponéis a cada uno lo que miden sus lados y después ponéis lo que mide el área ¿vale? ¿Entendéis lo que os quiero decir? Sólo los que yo he puesto en rojo. Por ejemplo, pintáis el 2 y ponéis: el área es $10u^2$, este lado es $2u$ y éste otro $5u$ ¿vale? Lo hacéis aquí, en la trama, porque en los geoplanos vamos a representar los cuadrados, ¿vale? (TvMo, 227-40).</i></p> <p>En un principio los alumnos se concentran en la construcción de los rectángulos dibujados en el geoplano. Después se trabajarán los cuadrados y, por último, los triángulos.</p> <p>Mo trata de controlar el tiempo que tardan unos estudiantes y otros en realizar las Actividades y les anima a que las vayan terminando y preparen el geoplano para la siguiente Actividad.</p> <p><i>Mo: Antonio ¿has acabado ya con las áreas? Venga. Id acabando que lo quito.</i></p> <p><i>A: ¿Hay que pintarla ahora? ¿En el cole?</i></p> <p><i>Mo: Sólo hay que pintar, Pablo, el 2 y el 7.</i></p> <p><i>Pablo: Pero, ¿cómo están ahí, maestra?</i></p> <p><i>Mo: Da igual. El sitio donde los pongáis da igual. El 2 y el 7 los pintáis y ponéis cuánto es su área y cuánto son sus lados ¿vale? Los rectángulos son muy fáciles, ahora lo vamos a complicar un poquito así que... venga (TaMo, 103-8).</i></p> <p>Llama la atención sobre los cuadrados que tiene construidos sobre el geoplano transparente, para que obtengan su área y la fórmula.</p> <p>A los que van terminando éstos, los pasa a trabajar con triángulos. Para ello, quita el geoplano transparente del retroproyector y pone una transparencia con una trama y varios triángulos dibujados. También están numerados, del 10 al 16.</p> <p>Deja visibles solamente los dos primeros triángulos, tapando con un folio los restantes.</p> <p><i>Mo: ¿Sabéis contar para hallar el área? Pues ya está.</i></p> <p><i>Mo: Sí, vamos a ver. Como os caen encima de los puntitos a lo mejor no os sale el triángulo perfecto, pero bueno, más o menos...</i></p> <p><i>Mo: El que haya acabado que construya el 12 y el 13. Lo que hay que hacer con esos triángulos es apuntarme cuánto es el área, cuánto la base y cuánto la altura ¿vale?</i></p> <p>Sigue atendiendo a los alumnos y llama la atención a los que no están trabajando:</p> <p><i>Mo: Señores ¿os calláis los dos?</i></p> <p>Mo considera que ya se le ha dedicado tiempo suficiente a esta Actividad y se dirige a toda la clase para que vayan terminando.</p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: 	<p>Tiempo</p> <p>Dedica unos 12 minutos a estas actividades.</p> <p>Mo trata de acelerar el ritmo de los alumnos más rezagados.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> -Da instrucciones muy concretas sobre el trabajo que han de realizar los alumnos. - Plantea preguntas breves y cerradas relacionadas con la Actividad. - Reclama la atención de los alumnos mientras están haciendo la tarea o les pide que dejen de hacerla para que se concentren en escucharla. - Controla el tiempo que emplean en realizar las Actividades y les anima a acelerar el ritmo del trabajo. - Trata de que lleven un ritmo rápido. - Se propone que cada estudiante llegue a la fórmula del área del rectángulo y del cuadrado, a modo de conclusión.
---	---

<p><i>Mo: Venga señores, haciendo eso, que voy a seguir con otra cosa y no vais a tener hecho todavía lo que tenéis que tener hecho. Mientras seguís haciéndolo, voy a ir hablando (OMo, 100-1).</i></p> <p><i>Mo: ¿Ha terminado ya todo el mundo el 2 y el 7? El que haya acabado que vaya pintando los cuadrados porque ahora... Vamos a ver. El que haya acabado va a construir el 4, el 6 y el 8. En el geoplano (TvMo, 250-2).</i></p> <p><i>Mo: Me ponéis el área, la base y la altura de cada triángulo ¿vale?</i></p> <p><i>Mo: El que haya acabado que vaya quitando las gomas, que vamos ahora a construir otra cosa (OMo, 115-6).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el ‘control’ del trabajo:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver, mientras lo vais haciendo, yo me imagino que todo el mundo se está dando cuenta de la fórmula (TaMo, 74-5).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos:</p> <p><i>Mo: Señores ¿dejamos de silbar? (OMo, 91)</i></p> <p><i>Mo: Carmen, vamos a ver, yo quiero que estéis trabajando y, mientras que yo vaya hablando, me tenéis que escuchar. Carmen, si estás hablando con Juan, no te enteras, ¿vale? (TaMo, 75-7).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relacionadas con la forma de hacer concretamente el trabajo: <p><i>Mo: Tienes que contar los cuadraditos que tiene, que eso será su área y poner: el área es $15 u^2$. Luego cuentas lo que tiene de lado, 1, 2, 3...</i></p> <p><i>A: Que son 3cm ¿no?</i></p> <p><i>Mo: No sé si son centímetros, tú pones unidades. Y luego el otro lado.</i></p> <p><i>A: Entonces, ¿qué cuento? ¿Todos los espacios estos que hay?</i></p> <p><i>Mo: Claro.</i></p> <p><i>A: Y pongo: ¡ igual a todos los espacios que haya ¿no?</i></p> <p><i>Mo: Claro (TaMo, 52-7).</i></p> • Intervenciones relacionadas con la fórmula del área del rectángulo: <p><i>Mo: Si os fijáis, el número de cuadraditos que hay dentro, no hace falta casi ni contarlos cada vez ¿no? ¿Cómo podéis saber cuántos cuadraditos hay ahí dentro, sin contarlos? Multiplicando el lado por el lado ¿verdad, Domi? Domi, vamos a ver: si yo quiero saber cuántos cuadraditos hay aquí y no los quiero contar ¿cómo lo puedo hacer? Domi: Hacemos 3 por 5.</i></p> <p><i>Mo: Vale, porque cada unidad... Entonces, el área del rectángulo ¿cómo se calcula? ¿Cómo será el área del rectángulo? Domi: Base por altura.</i></p> <p><i>Mo: Lado por lado o base por altura (TaMo, 77-87). ¿Cómo se calcula? (TvMo, 220-5).</i></p> <p><i>Mo: ¿Los habéis contado ya todos? ¿A todo el mundo le ha quedado claro cómo se halla el área del rectángulo? (TvMo, 225-6).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por terminado el trabajo individual.</p>	<p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha las instrucciones de Mo. - Realiza las Actividades propuestas. - Sigue las instrucciones de Mo, sin plantearse otras maneras de solucionar la tarea. - Indaga cuáles son las fórmulas del área del rectángulo y del cuadrado, como conclusión de las relaciones entre los datos que va obteniendo. - Pregunta dudas, tanto referidas a los contenidos, como de índole práctica. - Responde a sus preguntas.
--	--

Tabla [Mo 2. 2]: Resultados del Episodio [Mo 2. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 2. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Mo explica con el retroproyector para dirigir el trabajo de todos a la vez.</p> <p>Objetivo - Obtener la fórmula del área del triángulo de forma inductiva y manipulativa.</p> <p>Contenido - Bases y alturas de un triángulo. - Área del triángulo.</p> <p>Descripción Mo decide volver a dirigirse a todos desde el retroproyector, ya que muchos alumnos le están haciendo las mismas preguntas y prefiere responderlas explicando en general. Para afrontar la búsqueda de la fórmula del área del triángulo, comienza por hacerles caer en la cuenta de las posibles posiciones de la base y su correspondiente altura: <i>Mo: Vamos a ver... Imaginaos este triángulo. Lo único que quiero que os acordéis de los triángulos es que tienen tres lados que los vamos a llamar a, b y c y tres ángulos que los llamamos con letras mayúsculas, A, B y C, ¿vale? Si yo os pregunto ¿cuál es la base de este triángulo? ¿Qué es lo que me decís? a, b o c. Vale. Vamos a considerar que a es la base.</i> <i>¿La altura de este triángulo sabe decirla alguien? Desde el vértice A a la base, se traza una perpendicular. La altura se designa con la letra h. Si este triángulo lo giro, lo pongo por ejemplo así, la base será ésta y la altura de aquí a aquí, ¿vale?</i> <i>O sea, que depende de cómo lo pongamos tendremos una base y una altura, ¿vale? Por ejemplo, si pinto un triángulo rectángulo, con un ángulo recto, ¿la altura cuál sería? Coincide con el lado, ¿vale? Y si por ejemplo pinto... ¿Este triángulo cómo se llama?</i> <i>A: Obtusángulo.</i> <i>Mo: Obtusángulo porque tiene un ángulo obtuso. Si yo considero ésta la base, ¿cuál es la altura? Prolongamos esto y ahora desde aquí arriba trazamos la altura. ¿Esto lo habéis entendido todos? (TvMo, 168-83).</i> Los estudiantes trabajan y, de vez en cuando, Mo pide a alguno de ellos que comente a los demás cómo ha realizado un caso concreto: <i>Mo: Isidro os va a explicar cómo se le ha ocurrido a él calcular el área del 12.</i> <i>Isidro: Pongo dos juntos y formo un rectángulo y luego lo divido entre dos.</i> <i>Mo: Construís el rectángulo, que aquí sí se pueden contar los cuadraditos enteros y luego lo dividís entre dos ¿vale? (TaMo, 182-6).</i> Después de un rato de trabajo, Mo quiere cerrar la sesión dejando clara la fórmula del área del triángulo, para lo que vuelve a recurrir a lo que han hecho los alumnos: <i>Mo: Muchos no os acordabais de la fórmula del área del triángulo, porque se os olvida de un año para otro. Pero por ejemplo, Domi y Pascual me han dicho que daba la casualidad, por ejemplo, en el triángulo 12... ¿Cuánto mide la base del 12?</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades -De presentación de información (exposición de la profesora relativa al contenido). - De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Retroproyector y geoplano transparente. - Fotocopias de tramas de puntos. - Geoplanos y gomas de colores para cada alumno.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los alumnos siguen sentados en parejas, mirando a la pizarra. Están atentos a las preguntas de Mo y participan dando respuestas.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Dedica a esta parte un cuarto de hora, aproximadamente.</p>

<p>Ahora quiero que me escuchéis un momento, dejad los geoplanos y me escucháis. La base del 12 ¿cuánto mide?</p> <p>A: 4u.</p> <p>Mo: ¿Y la altura?</p> <p>A: 6u.</p> <p>Mo: ¿Y el área?</p> <p>A: El área 12.</p> <p>Mo: Y me ha preguntado Domi: y ¿por qué siempre si yo multiplico 4 por 6 me da 24 y lo divido entre dos y me da esto? Porque el área del triángulo... Vamos a escribir la fórmula del área del triángulo. Vamos a ver, Domi ¿cuál será el área de un triángulo?</p> <p>Domi: La base por la altura, dividido entre dos.</p> <p>Mo: Si os fijáis sale siempre eso: la base por la altura dividido entre dos. Ya nos sabemos dos fórmulas.</p> <p>A: Maestra, pero este triángulo no es recto.</p> <p>Mo: No, no es recto.</p> <p>A: ¿Y cómo lo calculo?</p> <p>Mo: Pues piensa, piensa un poquito, a ver cómo puedes contar los cuadraditos.</p> <p>Mo: ¿Habéis acabado ya todos?</p> <p>A: No.</p> <p>Mo: Venga, el 14 todavía no se lo he visto hecho a nadie. Nadie me ha dicho cómo calcular el área del 14. ¿Alguien ha calculado esta área sin usar la fórmula? ¿Quién me calcula el área del 14 sin usar la fórmula? ¿Cómo, Domi?</p> <p>Domi: contando todos los cuadrados y dividiendo entre dos.</p> <p>Mo: Domi ya sabe calcularla sin usar fórmula. ¿Alguien más? ¿A nadie se le ocurre? ¿Cómo calcular esta área?</p> <p>Pepi: quito esta parte del triángulo y la coloco aquí y ya cuento todo esto...</p> <p>Mo: Muy bien. Me han dicho dos formas distintas de calcular el área. A Domi se le ha ocurrido construir esto, contar todos los cuadrados y dividirlo entre dos. Pero, por ejemplo, a Pepi se le ha ocurrido otra cosa. Pepi ha dicho: quito esta parte del triángulo y la coloco aquí y ya cuento todo esto... (TvMo, 280-303).</p> <p>Para terminar, se recoge el material y Mo vuelve a recordar que cada uno escriba el diario de la sesión:</p> <p>Mo: Recoged los geoplanos, metéis las gomillas ahí y me los devolvéis ¿vale? Para el viernes me tenéis que traer un diario escrito con lo que habéis hecho hoy, las fórmulas que habéis conocido y explicarme si os ha gustado o si no os ha gustado ¿vale? (TvMo, 304-7).</p> <p>Mo: Si queréis clases como la de hoy o como siempre. A: Noooooo...</p> <p>Evento final</p> <p>Suena el timbre. Recogida del material y fin de la sesión</p>	<p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Dirige el trabajo intercalando aportaciones continuamente. - Hace preguntas, casi siempre cerradas y breves, dirigidas al grupo en general, para que conteste el alumno que quiera, - Se propone que cada estudiante llegue a la fórmula del área del triángulo, a modo de conclusión. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Sigue las instrucciones de Mo. - Participa activamente respondiendo a las preguntas que Mo plantea. - Busca la fórmula del área del triángulo, a partir de los ejemplos ya realizados y las orientaciones de la profesora. - Explica a los compañeros la forma en que ha conseguido hacer una Actividad concreta.
---	---

Tabla [Mo 2. 3]: Resultados del Episodio [Mo 2. 3]

**5. 2. 1. 3 RESULTADOS DE LA TERCERA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS:
CONSTRUCCIÓN DE FIGURAS DE ÁREA DADA. OBTENCIÓN DE LAS
FÓRMULAS DEL ÁREA DEL ROMBOIDE Y DEL ROMBO**

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
3. 1	- Profundizar en el concepto de área	- Refuerzo del concepto de área	- Construcción de figuras de área dada	20 m
3. 2	- Obtener por composición y descomposición de figuras el área del rombo y del romboide	- Área del romboide y del rombo	- Descomposición y composición de rombos y romboides para encontrar las fórmulas de sus áreas relacionándolas con la de los rectángulos	35 m

Tabla [Mo 3]: Episodios de la Tercera Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 3. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Profundizar en el concepto de área.</p> <p>Contenido - Construcción de figuras de área dada.</p> <p>Descripción Lo primero que Mo ha hecho hoy ha sido recoger los diarios de la sesión anterior, menos los de cinco alumnos, aunque con el primer vistazo se ha dado cuenta de que hay unos bastante mejor que otros (OMo, 168-70). La Actividad por la que ha comenzado hoy ha consistido en construir figuras de áreas dadas. Para ello, Mo les ha pedido que saquen la trama cuadrada de puntos que les había dado el día anterior. Antonio y Andrea no la habían traído, así que les dio otra, al igual que a todos los que no asistieron a la segunda sesión. Aprovechó para repartir también la ficha del primer día a los que no vinieron a esa sesión, y les que la completaran con los nombres de las figuras ayudándose de la ficha de algún compañero que sí hubiese venido ese día (OMo, 171-7). Les ha pedido que construyan figuras de áreas 6, 7, 8, 9 y 10 u², pero les ha especificado que no pueden ser rectángulos. Les ha puesto en la pizarra un ejemplo de figura de 6 u² (OMo, 178-80).</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De simple aplicación directa de información. - De organización de la información (por parte de los alumnos).</p> <p>2.2 Tipos de recursos didácticos - Tramas de puntos.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los alumnos trabajan individualmente. Los estudiantes hacen bastante jaleo y están poco concentrados.</p> <p>2.6 Organización del tiempo Unos 20 minutos.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p>

<p>Al darse cuenta de que hay gente que busca figuras bastante complicadas y sin embargo otros se conforman con algunas muy simples, les ha dicho que cuanto más complicada sea la figura, mejor puntuación tendrán (OMo 181-3).</p> <p>No sé si ha sido porque es viernes a cuarta hora, pero la clase ha estado más alborotada que de costumbre, sobre todo un grupo de alumnos, subiendo el tono más de la cuenta. Tras reñirles varias veces y ver que algunos en vez de trabajar ha seguido molestando, ha tenido que sacar a uno de ellos de la clase (OMo, 184-8).</p> <p>Después de unos 20 minutos con esta Actividad, cuando la mayoría ha acabado (OMo, 189), ha decidido pasar a otro tipo de Actividades.</p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por finalizada esta actividad.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Comenta el contenido de los diarios realizados. - Controla qué alumnos no han asistido a las sesiones anteriores, darles las hojas de trabajo correspondientes y pedirles las tareas atrasadas. - Propone una Actividad, poniendo un ejemplo inicial, para que los alumnos hagan otros de forma similar. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace la Actividad propuesta. - Se espera de él cierta creatividad y complejidad en el trabajo.
---	--

Tabla [Mo 3. 1]: Resultados del Episodio [Mo 3. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 3. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo reparte nueva hoja de trabajo para hacerla durante el resto de la sesión.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obtener las fórmulas del área del rombo y del romboide mediante la composición y descomposición de figuras. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Área del romboide y del rombo. <p>Descripción</p> <p>Dando por finalizada la Actividad anterior, les ha entregado una ficha para el cálculo del área de romboides y rombos (OMo, 190-1).</p> <p>Les ha recordado a los estudiantes que hasta ahora saben la fórmula para el cálculo de áreas de triángulos y rectángulos. Les ha explicado que el ejercicio consiste en recortar uno de los romboides y formar con él una de las figuras de las que ya conocen la fórmula del área, para así concluir cuál es su área.</p> <p>La mayoría se ha dado cuenta de que lo más fácil era transformarlo en un rectángulo, pero no ha entendido muy bien lo de generalizar el área del romboide. Queremos decir, una vez construido el rectángulo, ella les ha preguntado: <i>¿Cuánto miden los lados de este rectángulo?</i>, y ellos no contestan h y</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De presentación de información (exposición de la profesora relativa al contenido). - De búsqueda y elaboración de respuestas. <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hoja con diversos rombos y romboides, para recortar. - Tijeras. <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Sentados en parejas, en los lugares habituales, mirando</p>

<p>b, sino que su primera intención es coger una regla y medir los lados para poder así calcular el área (OMo, 192-201).</p> <p>Uno a uno les ha ido explicando que no hace falta medir los lados y les hace ver que miden h y b. Lo han entendido fácilmente, pero a ninguno se le ha ocurrido sin la ayuda de la profesora (OMo, 202-4).</p> <p>En este momento se ha visto un poco desbordada, porque muchos no saben qué hacer y no le da tiempo a explicar a cada uno de ellos el ejercicio. Quizás uno de los fallos es que los ha puesto a trabajar individualmente, ya que, si hubiesen trabajado en grupo, además de ayudarse entre ellos, hubiese tenido menos trabajo: sólo tendría que haber explicado en cada uno de los grupos y no alumno por alumno (OMo, 205-10).</p> <p>Finalmente ha optado por pedirles a todos que la atiendan y que miren a la pizarra. Les ha explicado que una vez construido el rectángulo es fácil ver que sus lados miden h y b y por lo tanto todos me han dicho que el área de este rectángulo es $h \cdot b$, y como el área del rectángulo era la misma que la del romboide inicial todos se han dado cuenta de que el área de un romboide es base \cdot altura (OMo, 211-6).</p> <p>Les ha pedido a continuación que todo este razonamiento lo plasmen en el folio, al lado de la construcción del rectángulo (OMo, 217-8).</p> <p>Este ejercicio, bajo su punto de vista, no ha salido tan bien como esperaba. El problema es que ellos no entienden lo que les pide que hagan, y no le da tiempo para ir dándole a cada uno el empujoncito necesario para que puedan seguir (OMo 219-22).</p> <p>A los que por fin lo han ido entendiendo y lo han acabado, les ha pedido que hagan lo mismo con el rombo (OMo, 223-4).</p> <p>A un alumno se le ha ocurrido dividir el rombo en dos triángulos. Mo le ha tenido que echar una mano para que vea que la base de estos triángulos es d y que la altura es $D/2$, pero rápidamente él le ha dicho que entonces el área es:</p> $2 \cdot (D/2 \cdot d)/2$ <p>Luego le ha preguntado si se puede simplificar el 2. Finalmente, el alumno ha deducido, con ayuda, que la fórmula es $A = (D/2) \cdot d$ (OMo, 225-30).</p> <p>Otros dos alumnos, de manera independiente, han construido un rectángulo con el rombo. No les ha costado mucho ver que los lados del rectángulo miden d y $D/2$ y que por tanto el área es $d \cdot D/2$ (OMo, 231-3).</p> <p>A la mayoría no les ha dado tiempo de acabar, así que Mo ha optado por dejar el ejercicio del rombo de deberes, en vez del diario, esperando que habiendo hecho ya el ejercicio del romboide, el del rombo les sea más fácil (OMo, 234-7).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Finaliza la sesión. Está un poco desilusionada. Es viernes y cuesta más dar clase (Omo, 240).</p>	<p>a la pizarra.</p> <p>Como no entienden bien la tarea, se impacientan, llaman continuamente a Mo y no trabajan hasta que ella les aclara la tarea.</p> <p>La clase está más alborotada que de costumbre.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedican a estas Actividades unos 35 minutos.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Plantea las Actividades - Reparte las hojas - Atiende las dudas de los alumnos. - Controla el comportamiento de los alumnos. - Sugiere a los alumnos que utilicen la estrategia de inspirarse en ejemplos anteriores. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Realiza las Actividades planteadas. - Pregunta las dudas a sus compañeros o a Mo. - Utiliza estrategias creativas y/o inspiradas en ejemplos anteriores. <p>Durante la realización de las Actividades, se supone que el protagonismo es de los alumnos, pero no trabajan autónomamente.</p>
---	--

Tabla [Mo 3. 2]: Resultados del Episodio [Mo 3. 2]

5. 2. 1. 4 RESULTADOS DE LA CUARTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS: OBTENCIÓN DE LA FÓRMULA DEL ÁREA DEL TRAPECIO

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
4. 1	- Dar a conocer a los alumnos un ejemplo de cómo hacer el diario de las sesiones	- Aspectos a considerar en el diario de sesiones	- Comentarios de la profesora sobre los diarios de sesiones de los alumnos	10 m
4. 2	- Repasar las fórmulas de las áreas ya obtenidas y obtener la del trapecio	- Repaso de las áreas ya obtenidas y sus fórmulas - Diferentes descomposiciones para deducir la fórmula del rombo - Área del trapecio	- La profesora organiza la información del trabajo ya desarrollado y contrasta ejemplos de los alumnos	20 m
4. 3	- Obtener de forma inductiva por descomposición - composición el área del trapecio	- Obtención de la fórmula del área del trapecio a partir de la del triángulo	- Construcción de romboides y otras figuras de área ya conocida, a partir de trapecios, para deducir la fórmula de su área	20 m
4. 4	- Obtener la fórmula del área del trapecio	- Obtención de la fórmula del área del trapecio a partir de la del triángulo	La profesora - Sintetiza el trabajo sobre los trapecios, contrastando ejemplos de los alumnos - Expone nueva información	10 m

Tabla [Mo 4]: Episodios de la Cuarta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [4. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Dar a conocer a los alumnos un ejemplo de cómo hacer el diario de las sesiones.</p> <p>Contenido - Aspectos a considerar en el diario de sesiones.</p> <p>Descripción</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De presentación de información (exposición de la profesora relativa al contenido).</p> <p>2.2 Tipos de Recursos Didácticos Diarios de los alumnos sobre la segunda sesión de la experiencia.</p>

<p>Hoy Mo no trae recursos didácticos especiales.</p> <p>Hay 12 alumnos. Van llegando de dos en dos más o menos. Llamen a la puerta y entran sin esperar respuesta. Ella está de pie en su mesa, esperando callada, con los brazos cruzados.</p> <p>Siguen llegando alumnos, hasta 27 (OMo, 252-6).</p> <p>Mo recoge los diarios de la sesión anterior y trata de hablar para comenzar la clase y devolver, con comentarios, los diarios de la segunda sesión, pero no la dejan:</p> <p><i>Mo: Vamos a callarnos. ¿Podemos empezar la clase? (OMo, 257).</i></p> <p>Cuando consigue silencio, comenta los diarios de la segunda sesión de la experiencia que recogió el día anterior (OMo, 259):</p> <p><i>Mo: Vamos a ver. Os voy a entregar los diarios que hicisteis el otro día, con la nota. Ponedle el nombre, tenéis que ponerle el nombre.</i></p> <p><i>Hay diarios que están bastante bien, hay diarios que están regular y hay diarios que están bastante mal. Os voy a leer un diario de una persona, si a ella no le importa, para que os hagáis una idea de lo que yo quiero que me pongáis en el diario.</i></p> <p><i>Vamos a ver. Carmen ha puesto en el diario... ¿Te importa que lo lea, Carmen?</i></p> <p><i>Empieza el diario diciendo qué le pareció la clase, si le gustó o no le gustó, que es una cosa que yo dije que se dijese. Segundo, los contenidos que se dieron ese día, los dibujos y las fórmulas. Tercero los recursos. Ella no pone que traje retroproyector y geoplanos. Otros si lo han puesto.</i></p> <p><i>Ahora pone las conclusiones y pone las fórmulas ¿vale? Y ahora aquí me pone los dibujos de cómo lo hicimos y un ejemplo del área del triángulo y del área del rectángulo. Quizá lo que le falta es lo de los recursos, que lo ha puesto otra gente...</i></p> <p><i>Entonces, lo que yo quiero que me expliquéis es qué hicimos, qué materiales usamos, qué os pareció. Todo eso, ¿vale?</i></p> <p><i>Voy a entregar los diarios de lo que hicimos el otro día (TvMo, 381- 94).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Mo cierra el asunto del diario de las sesiones.</p>	<p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos están sentados de dos en dos, mirando a la pizarra, como en las dos últimas sesiones. Algún alumno está solo.</p> <p>Mientras Mo reparte los diarios, los alumnos están charlando de sus cosas.</p> <p>2.5 Organización del Tiempo</p> <p>A esta exposición dedica algo menos de los diez primeros minutos de la clase.</p> <p>2.6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte los diarios de la segunda sesión. - Los ha calificado. - Lee uno a modo de ejemplo, para dar nuevas ideas a aquellos que los han hecho incompletos. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - De escucha. <p>Durante la lectura del diario algunos alumnos charlan, pero la mayoría atiende.</p>
--	--

Tabla [Mo 4. 1]: Resultados del Episodio [Mo 4. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 4. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo retoma los contenidos de la sesión anterior desde la pizarra.</p> <p>Objetivo</p>	<p>2.1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De organización

<p>- Repasar las fórmulas de las áreas ya obtenidas y obtener la fórmula del área del trapecio.</p> <p>Contenido</p> <p>- Repaso de las áreas ya obtenidas: romboide, rectángulo, triángulo y rombo. Fórmulas de dichas áreas.</p> <p>- Diferentes descomposiciones para obtener la fórmula del rombo.</p> <p>- Área del trapecio a partir de la del triángulo: recortando dos triángulos iguales y/o dando la vuelta a uno y anexionándolos para construir un romboide.</p> <p>Descripción</p> <p>Mo comienza ahora a resumir el contenido de la sesión anterior, para situar a los alumnos en el punto en que se habían quedado, ya que no pudieron terminar lo que tenía previsto y había pedido que lo hicieran como tarea para casa:</p> <p><i>Mo: El último día estuvimos explicando el área del romboide. Vamos a ver. Ahora... Quiero que me escuchéis, un momentito... Todas las fichas que os doy quiero que las vayáis guardando ¿vale? El otro día vimos... Lo primero que vimos era el área de un romboide, ¿vale? Ésta era la base y ésta la altura. ¿Cuál será el área de este romboide? Si yo tengo un romboide así, ¿cuál será el área?</i></p> <p><i>A: Base por altura (TvMo, 390-4).</i></p> <p>Lo explica en la pizarra, recortando dos triángulos iguales, dando la vuelta a uno y anexionándolos para construir un romboide.</p> <p><i>Mo: Base por altura, ¿vale? Sabemos ya ¿qué fórmulas? El área del rectángulo, lado por lado, el área del triángulo y el otro día vimos el área del romboide, que lo que hicimos fue trazar un rectángulo. ¿Os acordáis que trazábamos un rectángulo así? Y decíamos: éste mide b y éste mide h, y como el área del rectángulo ya la sabemos, que es base por altura, y como la base de este rectángulo es la misma que la de este romboide, pues la de este romboide también es base por altura (TvMo, 395-405).</i></p> <p>Una vez que considera que la fórmula del área del romboide ha quedado clara, pasa a la del rombo:</p> <p><i>Vamos a ver, la siguiente figura que yo os di era un rombo. Nos daban como datos: a esta línea que va de aquí a aquí se la llama diagonal y a ésta también. Una será la diagonal mayor y otra la diagonal menor.</i></p> <p><i>Vamos a ver. Yo quiero, por ejemplo, Domi, yo lo vi el otro día en clase y lo hizo de una forma que estaba bastante bien. Pascual también lo hizo de otra forma en clase. Yo quiero que todo el que tenga una idea que me la cuente. Vamos a ver cuál es el área de un rombo, ¿vale? Domi, ¿puedes venir a explicarnos cómo lo has hecho tú? (TvMo, 407-14).</i></p> <p>Domi sale a la pizarra y lo explica. Mo da su propia explicación para todos:</p> <p><i>Mo: Domi formó un rectángulo, ¿vale, Antonio? Domi recortó este triángulo y lo cortó en dos partes y llevó esta parte aquí y esta parte aquí. ¿Entendéis lo que ha hecho Domi? Recortó este triángulo y lo pegó aquí, ¿vale? Y luego recortó estos dos triángulos más pequeños y pegó uno aquí y otro aquí formando un rectángulo. ¿Cuánto mide el lado de este rectángulo? ¿Está todo el mundo de acuerdo en que este rectángulo tiene este lado... Y el otro lado, ¿cuánto va a medir? Pues medirá de aquí a aquí. Entonces, el área de este</i></p>	<p>de información (exposición de la profesora del contenido ya trabajado).</p> <p>- De contraste.</p> <p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hoja de Actividades.</p> <p>Tijeras y pegamento.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Como en el episodio anterior, los alumnos, están sentados de dos en dos, mirando a la pizarra.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>A esta exposición dedica unos 20 minutos.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <p>- Estructura el trabajo realizado en la sesión anterior.</p> <p>- Expone los aspectos más</p>
--	--

<p><i>rectángulo, ¿cuál es? ¿Vale? (TvMo, 416-23).</i></p> <p>A continuación señala el modo en que lo ha realizado otro alumno:</p> <p><i>Mo: Hay otra forma de hacerlo. ¿Alguien me lo explica? (TvMo, 425).</i></p> <p>Otro alumno comenta cómo lo ha hecho él y a continuación Mo vuelve a repetir el modo en que éste lo ha hecho, partiéndolo por la mitad en dos triángulos.</p> <p>Pide a todos que anoten los resultados que van obteniendo y que vayan construyendo su propio formulario.</p> <p>Antes de iniciar el trabajo individual de los alumnos, les explica otra forma de obtener el área del triángulo, que puede servirles de ejemplo para la siguiente que han de abordar:</p> <p><i>Mo: Os voy a repartir una ficha en la que hay triángulos y trapecios, ¿vale? El área del triángulo ya la sabéis ¿verdad? Nos falta por saber la del trapecio. Yo os voy a enseñar primero una forma con la que podéis... Imaginaos que no sabéis cómo se calcula el área de un triángulo. Nosotros la aprendimos cómo era con los geoplanos y con todos los cuadraditos. (TvMo, 437-41).</i></p> <p>Utilizando una de las formas en que han obtenido la fórmula del área del triángulo, Mo quiere ponerla como ejemplo para obtener la del trapecio:</p> <p><i>Mo: Primero, aquí me vienen muchos triángulos. Imaginaos que yo no sé la fórmula, que no sé que el área del triángulo es base por altura partido por dos ¿vale? Imaginaos que he recortado otro triángulo exactamente igual. Lo recorto, le doy la vuelta y lo pego aquí con el otro. ¿Entendéis lo que he hecho? ¿Qué figura he formado? Un romboide, ¿vale? El área del romboide ¿cuál es?</i></p> <p><i>A: Base por altura.</i></p> <p><i>Mo: Base por altura. ¿Cuál es la base de este romboide? b. ¿Cuál es la altura de este romboide? h. b por h. Ésta será la fórmula del área del romboide. ¿Qué es lo que pasa? ¿El romboide con cuántos triángulos lo he formado?</i></p> <p><i>A: Con dos.</i></p> <p><i>Mo: Con dos, ¿vale? Entonces, el área del triángulo, ¿cuál será? Esta área ¿partido por cuánto?</i></p> <p><i>A: Por dos.</i></p> <p><i>Mo: Por dos. ¿Y esto no coincide con la que ya sabía?</i></p> <p><i>Entonces, otra forma de calcular la fórmula del área del triángulo es formando un romboide y como del romboide ya sabemos el área, la ponemos aquí y como son dos triángulos la dividimos entre dos, ¿vale? Es muy fácil, ¿no? (TvMo, 446-60).</i></p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>Mo: Yo quiero que en algún sitio vayáis apuntando todas las fórmulas que vamos viendo, ¿vale? Porque al final voy a pedir un papelito que me hagáis como un formulario con todas las fórmulas, ¿vale? Si las sabéis, estupendo pero si no, quiero... (TvMo, 434-6).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <p><i>Mo: Quiero un momentito que atendáis cómo hago yo esta fórmula porque la del</i></p> 	<p>interesantes que ha detectado del trabajo de los alumnos.</p> <p>- Da oportunidad a los alumnos para que la expresen al resto de compañeros su forma de resolver las cuestiones.</p> <p>- Continúa con la estrategia de preguntar y validar, para dar participación.</p> <p>- Hace preguntas cerradas y breves, mientras que sus explicaciones son más extensas.</p> <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <p>Durante la explicación en la pizarra algunos alumnos siguen charlando, pero la mayoría:</p> <p>- Atiende, escucha y participa respondiendo a las preguntas de Mo.</p> <p>- Formula preguntas, por propia iniciativa. Con frecuencia se trata de dudas sobre las</p>
---	--

<p><i>trapezio va a ser de una manera muy similar y muy fácil. Si entendéis esta fórmula vais a entender la del trapezio. Si no entendéis la del triángulo no vais a entender la del trapezio, ¿vale?</i> (TvMo, 442-5).</p> <p><i>Mo: Pues ahora quiero que hagáis una que es un poquito más complicada: la del trapezio. Un trapezio es de esta forma...</i> (TvMo, 461-2).</p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>Mo: El área del romboide es también base por altura</i> (TvMo, 406).</p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por terminada la explicación preparatoria e indica que se comience el trabajo: <i>Señores, tenéis un cuarto de hora para hacer la Actividad</i> (OMo, 283).</p>	<p>instrucciones de Mo.</p>
---	-----------------------------

Tabla [Mo 4. 2]: Resultados del Episodio [Mo 4. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 4. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo del trabajo individual.</p> <p>Objetivo - Obtener la fórmula del área del trapezio de forma inductiva por descomposición - composición.</p> <p>Contenido - Obtención de la fórmula del área del trapezio a partir de la del triángulo.</p> <p>Descripción A continuación, Mo dibuja un trapezio, llama B a la base mayor, b a la menor, h a la altura y les pide que deduzcan el área del trapezio. Da un cuarto de hora para realizar la Actividad y comienza a atender a las parejas: <i>Mo: ¿No tenéis tijeras por aquí?</i> <i>A: No.</i> <i>Mo: Bueno, pues cuando acaben las traigo para acá.</i> <i>Mo: Los que vayan acabando con las tijeras que se las presten a alguien que no tenga</i> (TaMo, 225-8). En otro caso: <i>A: ¿Cómo lo hago?</i> <i>Mo: Intenta usar dos. A lo mejor con dos sale más fácil, ¿no? ¿Que no tienes pegamento? Ahora se lo pides a alguno de tus compañeros cuando acabe. ¿Tú ya sabes cómo lo vas a hacer?</i> <i>A: Mira, aquí hay un triángulo, aquí dos triángulos y aquí un rectángulo.</i> <i>Mo: Si lo divides así, un rectángulo, un triángulo y un triángulo ¿tú vas a saber cuánto mide la base? De éste sí, pero ¿la base de éste?</i> <i>A: La mido.</i></p>	<p>2.1 Tipos de Actividades - De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Hoja de Actividades. Tijeras y pegamento.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los alumnos siguen sentados de dos en dos, en los sitios habituales, con algún alumno solo. Todos miran a la pizarra. Hay bastante más ruido, algunas voces y menos concentración. No están tan interesados como en la segunda sesión.</p>

<p><i>Mo: No, no, no. Yo no quiero que me la midáis en centímetros sino que me digáis...</i> (TaMo, 233-40).</p> <p>Reprende a los estudiantes, porque comprueba que no han traído los instrumentos que necesitan y tiene que cuidar de que los vayan pasando de unos a otros:</p> <p><i>Mo: Señores, cuando os diga que traigáis tijeras y pegamento tenéis que traer tijeras y pegamento. Pablo, son de Noelia, cuando acabéis se las pasáis</i> (TaMo, 241-3).</p> <p>Continúa atendiendo a las parejas de alumnos:</p> <p><i>Mo: Pero ¿tú ahora vas a saber cuánto mide la base de este triángulo? ¿Y la base de este otro? Tú tienes que dividirlo en figuras que tú sí sepas calcular el área porque te vengán dados los datos. Tú conoces esto, esto y esto pero tú no sabes lo que mide esto. Fíjate cómo lo he hecho yo allí, he usado dos triángulos ¿verdad? Pues mira si usando dos trapecios te sale.</i></p> <p><i>Mo: ¿Esto que figura es? ¿El área de un romboide cuál es?</i></p> <p><i>A: Base por altura.</i></p> <p><i>Mo: ¿Cuánto mide esta base? ¿Cuánto mide la altura? ¿Cuánto medirá el área de este romboide?</i></p> <p><i>Mo: Bueno, y ahora ¿cómo lo haces? Mira lo que yo he hecho en la pizarra, José. Yo he usado dos romboides ¿verdad?</i></p> <p><i>Mo: ¿Ésta qué figura es?</i></p> <p><i>José: Un romboide.</i></p> <p><i>Mo: ¿Tú sabes calcular el área de un romboide? Lo ves ahí ¿no? Dime cuál es.</i></p> <p><i>José: Base por altura.</i></p> <p><i>Mo: ¿Cuánto mide la base de este romboide? Mira qué datos tienes. Tú sabes que esto es B y esto b. ¿Cuánto mide la base de este romboide?</i></p> <p><i>José: B mayúscula.</i></p> <p><i>Mo: ¿Cuánto mide esto de aquí, Elvira?</i></p> <p><i>Elvira: B mayúscula.</i></p> <p><i>Mo: ¿Y esto?</i></p> <p><i>Elvira: b minúscula.</i></p> <p><i>Mo: Y ¿cuánto va a medir esto?</i></p> <p><i>Elvira: B mayúscula más b minúscula.</i></p> <p><i>Mo: Entonces, la base mide B + b y la altura ¿cuánto? Vale, has formado un rectángulo, lo que te sobra de aquí lo has puesto aquí. Vale. ¿Cuánto mide la base de ese rectángulo? Fíjate, ¿esto cuánto mide? Y esto más esto, ¿cuánto mide?</i></p> <p><i>Elvira: La B mayúscula.</i></p> <p><i>Mo: Muy bien. Y la altura ¿cuánto es?</i></p> <p><i>Elvira: h.</i></p> <p><i>Mo: Pues ya puedes calcular el área.</i></p> <p><i>Elvira: B mayúscula por b minúscula...</i></p> <p><i>Mo: La base ¿cuánto es? Si esto mide b minúscula y estos dos, B mayúscula... ¿Cuánto medirá esto? Pégallo</i> (TaMo, 244-67).</p>	<p>El ruido sigue aumentando.</p> <p>Hay varios alumnos deambulando por la clase.</p> <p>2.5 Organización del Tiempo</p> <p>Aunque les ha dicho que les dará un cuarto de hora para hacer la Actividad, después de varios avisos para recogerla, en total dedica unos 20 minutos.</p> <p>2.6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Facilita el trabajo de los alumnos. - Suministra tijeras o pegamento cuando no tienen. - Insiste en que los alumnos tienen que traer lo necesario cuando ella lo pide. - Conduce mucho los procesos. - Solicita que se expliquen los pasos seguidos y los resultados obtenidos. -Pide a varios alumnos que expliquen el proceso que han seguido. - Da muy pequeño margen a la creatividad de sus
---	---

<p>Cuando comprueba que ya han dedicado el tiempo previsto, se dirige a la parte de delante de la clase y espera:</p> <p><i>Mo: Señores, ¿estáis acabando? Os quedan cinco minutos (TaMo, 306).</i></p> <p>Varios se acercan a ella para que vea sus trabajos.</p> <p><i>Mo: Explica que has recortado dos trapecios, los has pegado de tal forma... explícalo. ¿Habéis acabado? El nombre y me lo dais. Antonio ¿has hecho algo? ¿Tú crees que en una hora es normal que hayas hecho esto nada más? Luego querrás aprobar este tema también... Álvaro ¿has acabado? ¿Me has explicado bien lo que has hecho? ¿Le has puesto el nombre? Venga, Álvaro... ¿Quién más ha acabado? Venga, poned el nombre. ¿Quién falta? ¿Por aquí quién no me lo ha dado? Venga. Dos minutos y termino de recoger. ¿Quién falta? Por aquí ¿quién no me lo ha dado? (TaMo, 312-8).</i></p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>Mo: ¿No tienes tijeras, Elvira? ¿Ninguno de los dos tenéis tijeras?</i></p> <p><i>Mo: El que no tenga tijeras que vaya pensando cómo lo va a hacer cuando tenga tijeras.</i></p> <p><i>A: Cortar esto por aquí y ponerlo por aquí...</i></p> <p><i>Mo: ¿Tú crees? Bueno, pruébalo cuando tengas tijeras, a ver qué te sale.</i></p> <p><i>Mo: Andrea, hay que hacer la del trapecio, no la del triángulo (TaMo, 229-33).</i></p> <p><i>Mo: Venga señores, voy recogiendo (TaMo, 311).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <p><i>A: ¿Cómo lo hago, maestra? Yo no sé hacerlo.</i></p> <p><i>Mo: Yolanda, ¿cuántos triángulos has usado?</i></p> <p><i>Yolanda: Aquí dos.</i></p> <p><i>Mo: Pues intenta usar dos trapecios. A: ¿Dos? ¿Aquí?</i></p> <p><i>Mo: Sí, recorta otro e intenta formar con los dos una figura que tú conozcas (TaMo, 268-71).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea y el proceso seguido: <p><i>Mo: Cuando nos dan un trapecio los datos que nos dan... Se dice que tiene dos bases, una menor y otra mayor. Aquí la base mayor sería la de abajo y la base menor será ésta y la altura pues será ésta, ¿vale? Entonces, imaginaos que nos dan estos datos. Pues para calcular el área del trapecio... ¿Sabréis hacerlo cada uno? La del triángulo no la tenéis que hacer, que ya la he hecho yo; tenéis que hacer la del trapecio (TvMo, 462-7).</i></p> <p><i>Mo: Vale, pero explica cómo lo has hecho, explica el proceso y por qué has deducido eso. Explícame primero: he formado un romboide y el área del romboide es... Luego lo he partido por dos, porque he usado dos... Explícamelo detalladamente (TaMo, 307-10).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Mo termina de recoger los trabajos realizados.</p>	<p>alumnos a la hora de componer las figuras.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Trata, de vez en cuando, de poner orden, pero no da importancia al ruido creciente. <p>2. 7 Papel del alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace las tareas propuestas. - Pregunta dudas. - Trae los instrumentos y recursos que se necesitan para la sesión. (No lo hacen todos) - Expresa el proceso seguido. - Extrae conclusiones sobre la fórmula del área del trapecio.
---	---

Tabla [Mo 4. 3]: Resultados del Episodio [Mo 4. 3]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 4. 4]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Mo explica desde la pizarra.</p> <p>Objetivo - Obtener la fórmula del área del trapecio, exponiendo y comentando las formas que han encontrado los alumnos en el episodio anterior.</p> <p>Contenido - Recopilación de las formas encontradas para la obtención de la fórmula del área del trapecio a partir de la del triángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Recortando dos triángulos iguales, dando la vuelta a uno y anexionándolos para construir un romboide. • Recortando dos trapecios iguales, dando la vuelta a uno y anexionándolos, se forma un romboide. • Dividiendo el trapecio en dos triángulos por una de sus diagonales, formando dos triángulos desiguales, cuya suma de áreas da, operando, la fórmula del área del trapecio. <p>- Preparación para hallar la fórmula del área del hexágono. Apotema de un polígono regular.</p> <p>Descripción Mo llama la atención de los alumnos desde la pizarra: <i>Mo: ¿Me escucháis? ¿Nos sentamos? Mientras he atendido vuestro trabajo, he visto tres formas distintas de deducir la fórmula. Vamos a ver. ¿Ya?</i> A continuación explica, una detrás de otra, dichas formas: <i>Mo: He visto... Hay gente que lo ha hecho de tres formas distintas y las tres están bien, ¿vale? Hay gente que lo que ha hecho es: ha cogido el trapecio, luego ha recortado otro igual y lo ha puesto aquí y ha formado un romboide (TvMo, 474-7).</i> Pide silencio: <i>Señores, quiero que estéis callados, Guillermo...</i> (TvMo, 478). Y continúa la explicación: <i>Mo: Esta base de este romboide ¿cuánto mide?</i> <i>A: $B + b$.</i> <i>Mo: $B + b$. Y la altura mide h. Por lo tanto, el área de este romboide será $b + B$, pongo paréntesis... Multiplico por h... Y como he usado dos trapecios, pues lo divido entre dos ¿vale? Ésta sería el área del trapecio.</i> <i>Mo: Hay gente que lo que ha hecho es: hago un trapecio, otro lo ha recortado y ha pegado aquí una parte y aquí otra parte y ha formado este rectángulo. La base de este rectángulo sigue siendo $B + b$. El área de este rectángulo será $B + b$ por h y luego lo divido entre dos, porque hemos usado dos trapecios.</i> <i>Mo: Y de otra manera, la única persona que lo ha puesto de esta forma es Eva: ha</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De contraste.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Pizarra y tiza.</p> <p>2. 4 Organización y Cima del Aula Los alumnos siguen sentados de dos en dos, en los sitios habituales, con algún alumno solo. Todos miran a la pizarra. Escuchan en relativo silencio.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo Los diez minutos finales de la sesión, aproximadamente.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora - Recoge y expone las distintas formas que los alumnos han usado para hallar la fórmula del área del trapecio. - Da participación en la explicación a los alumnos que han obtenido resultados. - Hace preguntas</p>

<p><i>cogido el trapecio, lo ha cortado en dos triángulos, ¿verdad, Eva? Ella sólo ha usado una figura, no ha usado dos. Vamos a calcular primero el área de éste de aquí. ¿Cuánto mide la base de este triángulo?</i></p> <p><i>Eva: B.</i></p> <p><i>Mo: B. ¿Y la altura? h. El área de este triángulo es B por h partido por dos. Vamos a ver éste de aquí. Vamos a considerar que la base es ésta. ¿Qué base tiene?</i></p> <p><i>Eva: b.</i></p> <p><i>Mo: b, ¿verdad? ¿Y qué altura tiene? La altura será ésta. ¿Qué altura es ésta?</i></p> <p><i>Eva: h.</i></p> <p><i>Mo: Pues h. Pues ella dice: sumo el área de este triángulo y la de este triángulo. Será... Lo sumo y sale lo mismo... Entonces ya podemos añadir otra fórmula más a las que tenemos... ¿Vale? (TvMo, 478-98).</i></p> <p>Vuelve a indicar a sus alumnos que añadan la nueva fórmula a las ya que ya habían obtenido anteriormente:</p> <p><i>Mo: Ya podemos añadir otra fórmula a las que ya tenéis.</i></p> <p><i>De deberes quiero que me hagáis dos cosas: además de escribir en el diario lo de hoy, quiero que me hagáis una cosa. Imaginaos que tenéis... (TvMo, 498-9).</i></p> <p>Dibuja un hexágono en la pizarra, llama <i>l</i> al lado, explica lo que es la apotema, la llama <i>a</i>, la dibuja y les pregunta:</p> <p><i>Mo: ¿Qué figura es ésta?</i></p> <p><i>A: Un hexágono.</i></p> <p><i>Mo: Un hexágono, ¿verdad? Cuando tengo un hexágono. ¿Qué datos os van a dar? Os acordáis que cuando os dan un triángulo os dan la base y la altura, cuando os den un rectángulo, los dos lados. Cuando os den un hexágono os van a dar el lado, lo que mide ¿vale? El centro del hexágono está en el medio ¿verdad? Pues os van a dar también lo que mide la apotema. ¿Qué es la apotema? La apotema es una recta que va desde el centro y va de forma perpendicular a uno de los lados, ¿vale? ¿Vale o no vale? Pues cuando os den un hexágono os van a dar lo que mide el lado y lo que mide la apotema.</i></p> <p><i>Pues quiero que además de hacerme el diario, cuando terminéis con el diario me hacéis una rayita y seguís con esto. Me pintáis un hexágono, ponéis que de aquí a aquí sea <i>a</i> y el lado mida <i>l</i>, y a ver a quien se le ocurre cómo podéis calcular el área de este hexágono, ¿vale? Conociendo la apotema y conociendo el lado <i>l</i>.</i></p> <p><i>Cómo lo podéis descomponer en figuras que conozcáis, porque el área del hexágono no la sabéis. Sabéis las áreas aquellas de allí, y la del trapecio también, que no la hemos puesto todavía. Pues con aquellas figuras de allí se puede conocer el área del hexágono.</i></p> <p>Mo invita a los alumnos a que busquen cómo obtener el área:</p> <p><i>Mo: Pensadlo, ¿vale? ¿Entendéis lo que tenéis que hacer? ¿Sí? ¿No? El diario y pensar cómo calcular el área de este hexágono para el próximo día ¿vale? (TvMo, 500-20).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre y Mo da por terminada la clase.</p>	<p>intercalándolas en su explicación.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pide silencio y/o atención a los estudiantes. - Presenta la información que considera necesaria para que los alumnos continúen el trabajo en clase y/o en casa. - Pide que expresen por escrito todo lo realizado en la sesión. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha la explicación de Mo. - Responde a sus preguntas. - El que ha hecho bien su trabajo participa en la explicación de Mo. - Entrega su trabajo.
---	--

Tabla [Mo 4. 4]: Resultados del Episodio [Mo 4. 4]

**5. 2. 1. 5 RESULTADOS DE LA QUINTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN CUATRO EPISODIOS:
PERÍMETRO Y ÁREA DE POLÍGONOS REGULARES. PROCEDIMIENTO DE
TRIANGULACIÓN. LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA. RADIO Y DIÁMETRO**

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
5. 1	- Obtener la fórmula del área del hexágono regular por descomposición	- Apotema de un polígono - Concepto de perímetro - Área del hexágono regular - Característica del hexágono regular: $r = l$ - Procedimiento de triangulación	- Exposición de la profesora relativa a nuevos contenidos, contrastando ejemplos de los alumnos	20 m
5. 2	- Preparar la obtención de las fórmulas del área de los polígonos regulares y de la longitud de la circunferencia	- Perímetro y área de polígonos regulares. Generalización - Longitud de la circunferencia. Radio y diámetro	- Explicación de la profesora sobre los nuevos contenidos - Dibujo de tablas en la pizarra	5 m
5. 3	- Obtener las fórmulas del área de los polígonos regulares y de la longitud de la circunferencia	- Perímetro y área de polígonos regulares. - Longitud de la circunferencia. Radio y diámetro	- Hacer una tabla con las áreas de los distintos polígonos regulares, para generalizar su fórmula - Medir y tabular objetos circulares	15 m
5. 4	- Recapitular las fórmulas del área y perímetro de los polígonos regulares y la longitud de la circunferencia	- Perímetro y área de polígonos regulares. - Longitud de la circunferencia. Radio y diámetro. Número π	- Exposición de la profesora sobre estos contenidos, contrastando ejemplos de los alumnos	10 m

Tabla [Mo 5]: Episodios de la Quinta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 5. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Comienzo de la sesión.</p> <p>Objetivo</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De contraste.</p>

<p>- Obtener la fórmula del área del hexágono regular por descomposición.</p> <p>Contenido</p> <p>- Apotema de un polígono. Concepto de perímetro.</p> <p>- Área del hexágono regular.</p> <p>- Característica del hexágono regular: $r = l$.</p> <p>- Procedimiento de triangulación.</p> <p>Descripción</p> <p>Hay 23 alumnos en la clase. Mo recoge los diarios de la sesión anterior yendo por las mesas y haciendo algunos comentarios anecdóticos (OMo, 342-3):</p> <p><i>Mo: Vamos a ver. Lo primero... recoger los diarios y lo del hexágono... ponedle el nombre. Vamos a ver, ¿nadie sabe dónde está el cuaderno de Jose?</i></p> <p><i>A₁: En su casa.</i></p> <p><i>Mo: ¿Nos sentamos bien? (TvMo, 522-4)</i></p> <p>Una vez recogidos los diarios, Mo explica la tarea de la sesión:</p> <p><i>Mo: Hoy vamos a trabajar en grupos, pero antes de hacer los grupos voy a decir lo que vamos a hacer ¿vale? Vamos a ver primero cómo se calculan las áreas de todos los polígonos regulares. Polígonos regulares: os acordáis que eran los hexágonos, octógonos..., ¿vale? (TvMo, 525-8)</i></p> <p>Indica que se estudiarán, en primer lugar, los polígonos regulares y a continuación la longitud de la circunferencia:</p> <p><i>Mo: Vamos a hacer primero los polígonos regulares y luego vamos a estudiar el área de la circunferencia, pero antes de estudiar el área de la circunferencia vamos a estudiar, a calcular, el perímetro de la circunferencia. Es el perímetro del círculo, no el área. No confundamos (OMo, 346-7).</i></p> <p>Señala la diferencia entre área y perímetro:</p> <p><i>Mo: Sabéis que el perímetro es lo que hay alrededor, lo que mide lo de alrededor, ¿vale? Igual que el perímetro de un cuadrado es la suma de sus lados, ¿vale? No confundáis perímetro con área. Entonces, hoy vamos a estudiar el área de los polígonos regulares y el perímetro de la circunferencia ¿vale? (TvMo, 531-5).</i></p> <p>Dibuja un hexágono regular y su apotema en la pizarra y pregunta a quién se le ha ocurrido cómo hallar su área:</p> <p><i>Mo: Primero, os dije que un hexágono regular tiene l como lado y ¿qué otro dato os di?</i></p> <p><i>A: La apotema.</i></p> <p><i>Mo: La apotema, que iba desde el centro hasta aquí. Vamos a ponerle una a de apotema, ¿vale? Juan, ¿te acuerdas de cómo lo calculaste?</i></p> <p>Juan explica lo que ha hecho: dividir el hexágono en dos trapecios y multiplicar por dos su área.</p> <p><i>Mo: Juan ha hecho esto ¿vale? Y ha construido dos ¿qué?</i></p> <p><i>Juan: Dos trapecios.</i></p> <p><i>Mo: Dos trapecios, ¿vale? Ha construido dos trapecios. Entonces, Juan, ¿tú sabes la altura del trapecio?</i></p>	<p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Dibujo en la pizarra de hexágonos y distintas descomposiciones realizadas por alumnos.</p> <p>2. 4 Organización y Cima del Aula</p> <p>Los alumnos están sentados en la forma habitual, es decir, en parejas.</p> <p>Escuchan en relativo silencio.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>En esta explicación emplea unos 20 minutos.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recoge los diarios de la sesión anterior. - Da una idea general de lo que se va a hacer en la sesión. - Expone las distintas formas de hallar el área de un hexágono que han encontrado los alumnos. - Intercala preguntas para que se expresen algunos alumnos sobre su trabajo. - Acoge todas las
--	--

<p>Juan: La apotema.</p> <p>Mo: La apotema, vale. ¿Cuánto mide la base pequeña del trapecio?</p> <p>Juan: El lado.</p> <p>Mo: El lado. ¿Cuánto mide la base grande del trapecio?</p> <p>Juan: La apotema por dos... El doble.</p> <p>Mo: Vamos a ver. Este polígono tiene una característica que no la van a tener los demás polígonos regulares, ¿vale? Que es que si yo hago así, estos triángulos son equiláteros. Entonces, los lados van a medir lo mismo que esto. Éste mide 1 y éste mide 1. Entonces, éste medirá ¿cuánto?</p> <p>Juan: 1 + 1.</p> <p>Mo: ¿cuánto vale 1 + 1?</p> <p>Juan: 2l.</p> <p>A₂: l².</p> <p>Mo: 1 + 1, 2l. Voy a ponerlo aquí: éste mide 2l, éste mide 1 y la altura mide la apotema, ¿vale? Ya podemos calcular el área de este trapecio. ¿Cómo era el área del trapecio? Base mayor, que es 2l, más base menor, por la altura que es la apotema, partido por dos, ¿vale? 2l + 1, ¿cuánto es? 3l. Pues 3l por a partido por 2 ¿vale? (1 + 2l) · a/2</p> <p>Mo: Bueno, una cosa, esto es de un trapecio nada más, pero ¿cuántos trapecios hay?</p> <p>Juan: Dos.</p> <p>Mo: Habrá que multiplicar por dos ¿no? Entonces me queda... 3l por a... el área del hexágono... Se puede simplificar el 2 o dejar: A = 6 · l · a/2. Ya veremos por qué.</p> <p>Bueno, ésta es la forma a la que ha llegado Juan (TvMo, 536-57).</p> <p>Al señalar la diferente forma en que lo ha hecho otra alumna, le pone adjetivos como más interesante y fácil.</p> <p>Mo: Pero he visto que Eva lo ha hecho dividiendo en triangulitos ¿no, Eva? Lo que ha hecho es dividirlo en seis triángulos. Esta forma es más interesante, vamos a escuchar esta forma, ¿vale? y además es más fácil. Estos triángulos son iguales ¿verdad? Sí, porque todos sus lados son iguales, son iguales. ¿Cuánto mide la base de cada uno de los triángulos?</p> <p>Eva: l.</p> <p>Mo: l. ¿Cuánto mide la altura de cada uno de los triángulos?</p> <p>Eva: La apotema.</p> <p>Mo: La apotema, vale. Entonces, para calcular el área de los triángulos... Es muy fácil, ¿no? Base por altura partido por dos. ¿Cuántos triángulos hay?</p> <p>Eva: 6.</p> <p>Mo: 6, pues lo multiplicamos por 6, ¿vale? (TvMo, 558-66).</p> <p>Esta forma de hacerlo es más interesante y sencilla. El área del hexágono será:</p> $6 \cdot A_7 = 6 \cdot l \cdot a/2 \text{ (OMo, 361-3).}$ <p>Sigue preguntando ahora si alguien más lo ha hecho de otra forma:</p> <p>Mo: ¿A alguien se le ocurre otra forma? ¿No?</p> <p>A: Formando tres rombos.</p>	<p>formas que han encontrado, aunque destaca la que considera más apropiada.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Pone adjetivos a los resultados de los alumnos. - Clarifica conceptos. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Entrega el diario de la sesión anterior. <p>La mayoría lo ha hecho.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Atiende a la explicación. - Copia los dibujos de la pizarra. - Anota las explicaciones de Mo. - Responde las preguntas de Mo sobre su procedimiento si ella lo considera interesante o diferente.
--	--

<p>Mo: <i>Formando tres rombos, ¿cómo, Iván? Vale, lo que pasa es que para calcular la diagonal mayor...</i> (TvMo, 567-9).</p> <p>Iván lo ha dividido en tres rombos iguales. Mo no sigue con ese procedimiento porque dice que es difícil calcular la diagonal mayor. Mo continúa con el modo anterior:</p> <p>Mo: <i>Yo creo que la forma más fácil es haciendo triangulitos. Esta forma se llama triangulación. Calcular un área descomponiendo en triángulos se llama triangulación, ¿vale?</i> (TvMo, 570-2)</p> <p>Evento final</p> <p>Mo termina la explicación.</p>	
---	--

Tabla [Mo 5. 1]: Resultados del Episodio [Mo 5. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 5. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo divide a los alumnos en grupos y éstos se reorganizan.</p> <p>Objetivo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obtener las fórmulas del área de los polígonos regulares de forma inductiva. - Preparar el terreno para obtener la fórmula de la longitud de la circunferencia. <p>Contenido</p> <ul style="list-style-type: none"> - Perímetro y área de polígonos regulares. - Longitud de la circunferencia. Radio y diámetro. <p>Descripción</p> <p>Mo distribuye a los alumnos en siete grupos y nombra a los que formarán parte de cada uno de ellos (OMo, 382-3).</p> <p>Mo: <i>Entonces, me vais a construir una tabla de esta forma: aquí me vais a poner el nombre del polígono al que vais a calcular el área</i> (TvMo, 573-5).</p> <p>A continuación Mo dibuja en la pizarra una tabla con tres columnas para rellenar el nombre, perímetro y área de los polígonos regulares, empezando por el pentágono (OMo, 430).</p> <p>La propuesta de trabajo consiste en ir rellenando la tabla hasta que sean capaces de decir cuál es el perímetro y el área de un polígono de n lados:</p> <p><i>El primero que vamos a calcular es el pentágono, ¿vale? Es el de cinco lados. Después el hexágono que es el que acabamos de calcular, quiero que hagáis... por lo menos hasta el decágono.</i></p> <p><i>Tenéis que poner: aquí el nombre del polígono, ¿vale? Por ejemplo, pentágono; aquí el perímetro y aquí el área. ¿Entendéis lo que hay que hacer? Poner el nombre del polígono, el perímetro y el área. Pero vamos a ir poco a poco. Primero el pentágono, luego el hexágono, el heptágono, el octógono... Hasta que veáis que se puede generalizar a una fórmula que digamos: vamos a ver, si tengo un</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De presentación de información (exposición organizativa de la profesora). <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Tiza y pizarra. En ella aparece:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Una tabla para recoger perímetros y áreas de polígonos regulares. - Una tabla para recoger las medidas de los diámetros, d, de objetos dados, lo que ella llama el perímetro de las circunferencias, P y el cociente P/d. - Objetos circulares de diversos tamaños. <p>2. 4 Organización y Cima del Aula</p> <p>Los alumnos se distribuyen en siete pequeños grupos,</p>

<p><i>polígono de n lados, no sé de cuántos lados, el área será ésta (TvMo, 575-81).</i></p> <p>El objetivo está claro: que generalicen la fórmula para n lados. Cuando termina de explicar esta primera propuesta, muestra a todos distintos objetos circulares que ha traído, para que, al repartirlos en cada grupo, vayan midiendo el diámetro y el perímetro de la circunferencia en cada caso, tomando nota de ambas medidas en otra tabla (OMo, 375-7).</p> <p>Un alumno considera que esto de medir objetos es una niñería: <i>Iván: Vamos a hacer cosas de parvulitos (OMo, 378).</i></p> <p>Mo le hace caer en la cuenta de que no es así: <i>Mo: Pero vamos a aprender cosas que no son de párvulos (OMo, 379).</i></p> <p>Dibuja la nueva tabla en la pizarra y dice que le tienen que entregar rellenas las dos (en referencia a la de los polígonos regulares y a la de la circunferencia), al final de la sesión (OMo, 380-1): <i>Mo: Por otro lado, voy a repartir a cada grupo un trozo de cuerda. A cada grupo le tocará una de estas piezas. ¿Qué va a tener que hacer cada grupo? Cada grupo, cuando yo le dé, por ejemplo, si le doy esta tapadera tendrá que coger -cada grupo tendrá que tener una regla, si no, alguno tendrá más de una, que la preste- y tendrá que medir el diámetro de la circunferencia.</i></p> <p><i>Sabéis lo que es el diámetro, ¿no? De aquí a aquí, lo medís con la regla y decís: me sale... 7cm. Pues pongo: el diámetro es 7cm.</i></p> <p><i>El perímetro de la circunferencia ¿cómo se mide el perímetro? Lo lío con la cuerda, hago así alrededor y luego mido la cuerda con la regla. Y entonces tenéis que poner: aquí lo que ha medido el diámetro, aquí lo que ha medido el perímetro y aquí también tenéis que poner lo que mide el perímetro dividido entre el diámetro, ¿vale? ¿Todo el mundo ha entendido lo que hay que hacer?</i></p> <p><i>Entonces, a cada grupo os iré dando los objetos... Iré cambiando los objetos, ¿vale?</i></p> <p><i>Entonces, tenéis que hacer dos tablas: ésta y ésta (TvMo, 586-601).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Solicita a los grupos que se pongan a rellenar las tablas indicadas.</p>	<p>formados por 2, 3 o 4 alumnos.</p> <p>Forman un poco de jaleo al recolocarse, pero no demasiado.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica unos cinco minutos a explicar lo que han de hacer los alumnos.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Propone la construcción de tablas como estrategia para obtener las fórmulas del área de los polígonos regulares y para ordenar los datos de la medición de objetos circulares. - Dibuja las tablas en la pizarra. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se distribuye en los grupos que indica Mo. - Escucha a la profesora.
--	---

Tabla [Mo 5. 2]: Resultados del Episodio [Mo 5. 2]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 5. 3]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo invita a los alumnos a comenzar las tabulaciones propuestas, en los pequeños grupos formados en el episodio anterior.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Obtener las fórmulas del área de los polígonos regulares por inducción. 	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De búsqueda y elaboración de respuestas.

<p>- Preparar el terreno para obtener la fórmula de la longitud de la circunferencia.</p> <p>Contenidos</p> <p>- Perímetro y área de polígonos regulares. Generalización.</p> <p>- Radio y diámetro de la circunferencia.</p> <p>Descripción</p> <p>Mo comienza a repartir los objetos circulares por los grupos. Cuando termina, comienza a ir, de grupo en grupo, atendiendo sus dudas y respondiendo a sus preguntas (OMo, 384-6):</p> <p><i>A: Maestra ¿puede venir un momento?</i></p> <p><i>Mo: ¿No tienes regla? Baja a ver si tienen una regla para dejarte. Y vosotros, id haciendo mientras la otra tabla.</i></p> <p><i>A: Es que es muy difícil ponerle la cuerda al disco. Siempre nos tocan los más complicados.</i></p> <p><i>Mo: Os van a tocar todos, no os preocupéis. Aprieta el disco para abajo (TaMo, 320-4).</i></p> <p>Los alumnos de algunos grupos se concentran al principio en medir el objeto, pero tardan poco tiempo y se quedan parados, charlando (OMo, 388). Aunque tienen que rellenar también la otra tabla, no parecen acordarse. Mo tarda mucho en llevarles otro objeto, ya que sigue también atendiendo las dudas de los grupos (OMo, 389):</p> <p><i>A: Maestra ¿cómo hacemos para calcular esta área?</i></p> <p><i>Mo: Como lo ha hecho Eva. ¿Qué ha hecho Eva para calcular el área de un hexágono? Pues venga, haced triangulitos, a ver qué pasa (TaMo, 325-7).</i></p> <p>Trata de animar a todos a que se concentren en el trabajo y piensen. A la vez trata de ayudarles, mediante preguntas cortas, a que lo hagan:</p> <p><i>Mo: No os veo pensando. ¿Cómo calculáis el área de eso? Venga. Venga, señores, pensando ¿cómo calculáis el área de un pentágono? (TaMo, 330-1).</i></p> <p><i>Mo: Álvaro, te sientas ahí (señala detrás, enfadada). Álvaro no le hace caso, vuelve a sentarse tranquilamente en su grupo y Mo ni se da cuenta, ni vuelve a acordarse, concentrada de nuevo en responder preguntas de otro grupo (OMo, 390-2).</i></p> <p>También anima a acelerar el ritmo de trabajo:</p> <p><i>Mo: No os va a dar tiempo. Señores, quedan 25 minutos y yo cuando falten 10 minutos corto, que tengo que explicar una cosa (TvMo, 602-6).</i></p> <p>Los alumnos miden pronto su objeto y ella facilita el intercambio de objetos de un grupo a otro, pero le falta tiempo y muchos alumnos están parados. El ruido de la clase, que va en aumento, la interrumpe. Se dedica de nuevo al intercambio de objetos, preguntando al grupo:</p> <p><i>Mo: ¿Esto lo habéis medido ya? (OMo, 395).</i></p> <p>Mo se coloca de pie, delante y dice:</p> <p><i>Mo: Cuando acabéis de medir lo que estáis midiendo ahora, paráis y me escucháis ¿vale? (TvMo, 606-7).</i></p> <p>Va por las mesas recogiendo las tablas rellenas (TvMo, 402).</p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p>	<p>- De organización de información ((por parte de los alumnos, mediante tablas).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>- Dibujo de dos tablas en la pizarra:</p> <p>- Una para recoger perímetros y áreas de polígonos regulares.</p> <p>- Otra para recoger las medidas de los diámetros, d, de objetos dados, lo que ella llama el perímetro de las circunferencias, P y el cociente P/d.</p> <p>- Objetos circulares de diversos tamaños: tapas de frascos, cajas, un CD,...</p> <p>- Trozos de cuerda.</p> <p>- Reglas.</p> <p>2. 4 Organización y Cima del Aula</p> <p>Los alumnos están distribuidos en siete pequeños grupos, como Mo los ha organizado en el episodio anterior. Grupos formados por 2, 3 o 4 alumnos. El ambiente es distendido, el ruido cada vez mayor. Muchos alumnos están midiendo</p>
---	---

<p>➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo y del tiempo:</p> <p><i>Mo: ¿Todos habéis hallado esta fórmula o sólo Pedro la ha puesto? Venga, ponedla todo el mundo y ahora vengo para acá, cuando todo el mundo la tenga puesta. Pedro, explícale por qué son estas fórmulas a tus compañeras y ahora vengo para acá (TaMo, 348-51).</i></p> <p><i>Mo: Señores, en 3 minutos empezamos a recoger, así que medid todos los que podáis (TvMo, 604).</i></p> <p><i>Mo: Señores y señoritas, paráis y me lo entregáis. Ponéis el nombre ya. Venga (TvMo, 608).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el control del trabajo:</p> <p><i>A: Maestra ya hemos acabado.</i></p> <p><i>Mo: ¿Cuántos habéis medido? ¿Ya tenéis estos dos?</i></p> <p><i>A: Todos.</i></p> <p><i>Mo: Es más fácil dividirlo en triángulos. ¿Cuántos triángulos hay en ese caso? Y ¿cuánto es el área de cada triángulo? (TaMo, 408-11).</i></p> <p><i>Mo: Venga ¿cómo va eso?</i></p> <p><i>A₁: Fatal.</i></p> <p><i>A₂: Si mide 25,2 ¿se puede redondear?</i></p> <p><i>Mo: No redondees, pon 25,2. Pon lo que mide el perímetro, luego el diámetro y luego lo que mide el perímetro entre el diámetro. Da igual, si no da exacto no pasa nada.</i></p> <p><i>Mo: Medid esto y cuidado que esto para medirlo se mete para dentro la cuerda así que hay que apretarla y, entre todos, ir midiendo el perímetro (TaMo, 395-400).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos:</p> <p><i>Mo: Domi, tú no te has enterado de lo que he dicho. ¿Quieres dejar de hacer tonterías? (TaMo, 371-2).</i></p> <p><i>Mo: Y el perímetro ¿lo habéis calculado? Domi, yo veo al que trabaja y al que no trabaja y al que no trabaja lo apunto ahí.</i></p> <p><i>Domi: Es que se me han olvidado las cosas.</i></p> <p><i>Mo: Pero si tú no necesitas nada, nada más que echar cuenta a tus compañeros.</i></p> <p><i>Domi: Pero si ellos no me echan cuenta a mí, no les voy a echar yo cuenta a ellos (TaMo, 353-7).</i></p> <p><i>Mo: Vamos a ver. Alvaro, a callarse ya (OMo, 374).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea:</p> <p><i>Mo: Vamos, a ver, escuchad un momentito. Déjame un lápiz, Carmen. El pentágono, habéis llegado a esta fórmula ¿no?</i></p> <p>$A = 5l \cdot a/2.$</p> <p><i>Mo: Perfecto. El hexágono habéis llegado a esta fórmula, perfecto. El octógono a ésta, el decágono a ésta, el eneágono a ésta. Si yo os digo un polígono que tiene n lados, no sé cuántos, n ¿cuál será la fórmula para saber su área?</i></p> <p><i>Carmen: $n \cdot l \cdot a/2.$</i></p>	<p>objetos. Otros están charlando gran parte del tiempo.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Dedica unos 15 minutos a medir los objetos y completar las dos tablas.</p> <p>Mo va recordando el tiempo que les queda, para que aceleren el ritmo.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lleva a cabo el intercambio de objetos de un grupo a otro. - Invita a pensar. - Contribuye a que el alumno avance en la dirección prevista mediante preguntas breves y cerradas. - Llama la atención de algún alumno, por su comportamiento, de vez en cuando. <p>2.7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mide objetos circulares. - Hace cálculos simples. - Rellena las tablas dibujadas por Mo con los datos obtenidos. - Sigue las
---	--

<p><i>Mo: Perfecto. Pues ahora cuando me hagáis la tabla ponéis punto, punto, punto y aquí ponéis polígono regular de n lados, me ponéis cuál sería el perímetro y cuál sería el área ¿vale?</i> (TaMo, 358-65).</p> <p>Evento final</p> <p>Termina de recoger los trabajos realizados.</p>	<p>instrucciones de Mo.</p> <p>- Trata de generalizar la fórmula del perímetro y área de un polígono regular de n lados.</p>
--	--

Tabla [Mo 5. 3]: Resultados del Episodio [Mo 5. 3]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 5. 4]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Mo explica en la pizarra para contrastar el trabajo realizado por los estudiantes.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Poner en común, en el grupo-clase, cómo han obtenido los pequeños grupos las fórmulas del área y perímetro de los polígonos regulares, así como la de la longitud de la circunferencia.</p> <p>Contenido</p> <p>- Perímetro y área de polígonos regulares.</p> <p>- Longitud de la circunferencia. Radio y diámetro. Número π.</p> <p>Descripción</p> <p>Mo, en la pizarra, señala la primera tabla y pregunta:</p> <p><i>Mo: Cuando el polígono tiene n lados ¿cuál será el área?</i> (OMo, 404-5)</p> <p>Hablan varios alumnos a la vez y no se les entiende bien. Mo escribe en la pizarra:</p> <p>$n \cdot l \cdot a/2$ (OMo, 406-7).</p> <p><i>Mo: Vamos a ver... Venga, señores... Hasta que yo no acabe no os vais a ir, ¿vale? Vamos a ver. Aquí todo el mundo ha llegado a que un polígono de n lados su área sería...</i> (Señala, de nuevo, la fórmula escrita en la pizarra). <i>Ésta sería el área de un polígono de n lados.</i></p> <p><i>¿Cuál sería el perímetro? El perímetro de un polígono de n lados ¿cuál será?</i></p> <p>A: $n \cdot l$.</p> <p><i>Mo: Claro, $n \cdot l$, ¿vale? Entonces, vamos a ver. Cuando yo os pida la fórmula de un polígono de n lados o bien me dais esta fórmula o bien si pongo $n \cdot l$ ¿qué es? El perímetro, ¿verdad? En vez de poner $n \cdot l$ yo puedo sustituirlo y poner el perímetro. Poned perímetro por apotema partido por dos, ¿vale?</i> (TvMo, 609-17).</p> <p>En esta exposición Mo ha querido llegar hasta la forma más conocida de la fórmula, aunque no era necesario. Repite lo que acaban de hacer:</p> <p><i>Mo: Hay dos formas de sacar la fórmula del área de un polígono de n lados:</i></p> <p><i>$n \cdot l$ partido por dos por apotema o perímetro por apotema partido por dos. Una de las dos ¿vale? Es lo mismo</i> (TvMo, 618-20).</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <p>- De contraste.</p> <p>- De búsqueda y elaboración de respuestas.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Tiza y pizarra. En ella aparecen:</p> <p>- Fórmulas escritas en la pizarra del área de un polígono de n lados.</p> <p>- Tablas, para rellenar con los datos que aportan los alumnos.</p> <p>- Dibujo de una circunferencia y su diámetro horizontal.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Los alumnos siguen sentados en pequeños grupos, como estaban en el episodio anterior, pero todos se han vuelto hacia la pizarra.</p>

<p>Mo señala la segunda tabla que está dibujada en la pizarra y va preguntando:</p> <p><i>Mo: ¿qué número os ha dado aquí? (OMo, 411-2).</i></p> <p>Los alumnos le van dando los datos de las medidas realizadas y ella los anota en el lugar correspondiente de la tabla (OMo, 412-3):</p> <p><i>Mo: Ahora aquí. Vosotros habéis calculado el perímetro y lo habéis dividido entre el diámetro. Vamos a ver. ¿Qué número os ha dado aquí, Cari?</i></p> <p><i>Cari: 3,16; 3,23; 3,23 y 2,72.</i></p> <p><i>Mo: Por aquí, ¿qué os ha dado?</i></p> <p><i>Damián: 2,94; 3,15; 3,23...</i></p> <p><i>Mo: Por ahí.</i></p> <p><i>Pedro: 3,09; 3,17... (TvMo, 620-8).</i></p> <p>Les pide que observen los cocientes obtenidos de p/d y les pregunta a qué número les recuerda:</p> <p><i>Mo: Paramos, paramos. Si os fijáis salen números muy parecidos siempre, ¿verdad?</i></p> <p><i>A: Sí.</i></p> <p><i>Mo: Números en torno a tres, tres con algo. ¿Vosotros conocéis algún número...?</i></p> <p><i>A: al número π.</i></p> <p><i>Mo: El número π ¿cuánto es?</i></p> <p><i>A: 3,14.</i></p> <p><i>Mo: 3,14. Si os fijáis, todos los números son muy aproximados al π, a 3,14, ¿vale?</i></p> <p><i>Entonces, vamos a ver de qué forma lo podemos sacar. Si divido el perímetro por el diámetro me sale π. Entonces, si yo quiero despejar el perímetro... El perímetro es igual a π por d, π por diámetro, ¿vale?</i></p> <p><i>Esto sería... $p/d = \pi \rightarrow p = \pi \cdot d$ o $\pi \cdot 2r$ o $2\pi r$, es igual.</i></p> <p><i>Si tenéis que calcular el perímetro de una circunferencia... Vamos a ver... María, habrá que... (TvMo, 620-35).</i></p> <p>Dibuja una circunferencia y un diámetro, al que llama $d = r + r$ (OMo, 420)</p> <p><i>Mo: Si yo tengo una circunferencia, el diámetro es esto, ¿verdad? ¿Verdad que éste es el diámetro? ¿Qué será el radio?</i></p> <p><i>María: La mitad.</i></p> <p><i>Mo: El radio es la mitad, ¿verdad? ¿Verdad que en vez del diámetro yo puedo poner $2r$, dos radios?</i></p> <p><i>María: Sí.</i></p> <p><i>Andrés: radio al cuadrado.</i></p> <p><i>Mo: No Andrés, r^2, no, $2r$. La fórmula es o ésta o ésta, una de éstas dos: $p = \pi \cdot d$ o $2\pi r$.</i></p> <p>Deberes para el próximo día, el diario de la sesión (TvMo, 635-40).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. A Mo no le ha dado tiempo de entregar los diarios de la sesión anterior. Da por terminada la sesión.</p>	<p>Tardan mucho en callarse cuando Mo les pide los datos de las mediciones, para recogerlos en la tabla de la pizarra. Cuando consigue que lo hagan, el silencio es bastante aceptable.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Últimos 10 minutos de la clase.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Rellena las tablas de la pizarra. - Ayuda a los alumnos a que saquen conclusiones, a la vista de los datos así organizados. La iniciativa es suya. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aporta los datos que cada grupo ha conseguido midiendo los objetos. - Escucha la explicación de Mo. - Participa en las preguntas que hace.
---	--

Tabla [Mo 5. 4]: Resultados del Episodio [Mo 5. 4]

**5. 2. 1. 6 RESULTADOS DE LA SEXTA SESIÓN, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS:
FÓRMULA DEL ÁREA DEL CÍRCULO. EJERCICIOS DE APLICACIÓN**

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
6. 1	- Mostrar una explicación lógica de la fórmula del área del círculo	- Fórmula del área del círculo	- Explicación oral de la profesora	30 m
6. 2	- Aplicar mediante ejercicios los contenidos de las sesiones anteriores	- Resolución de ejercicios de aplicación de los contenidos de las sesiones anteriores	Ejercicios de aplicación directa o algo más compleja de los contenidos desarrollados	25 m

Tabla [Mo 6]: Episodios de la Sexta Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 6. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Comienzo de la sesión.</p> <p>Objetivo - Mostrar una explicación intuitiva, pero lógica de la fórmula del área del círculo.</p> <p>Contenido - Fórmula del área del círculo.</p> <p>Descripción Apenas hay alumnos. En los tres primeros minutos han llegado 15 alumnos y a los cinco minutos hay 24. Siguen llegando hasta 27 (OMo, 524-6). Mo espera, pregunta si han hecho los diarios de la clase anterior a los que ya han llegado y los recoge. Va por las mesas y vuelve al centro de la clase, parándose delante, de pie. Mo pide a los estudiantes, varias veces, que se callen, pero sin mucha convicción y menor éxito (OMO, 462-5). Sitúa a los alumnos en el punto en que dejaron el trabajo en la sesión anterior: <i>Mo: El último día medimos perímetros y diámetros y obteníamos números aproximados a π. Ahora queremos hallar el área del círculo (OMo, 466-8).</i> Pide ayuda a un alumno que acaba de entrar en clase para extender una figura que ha construido con cartulina roja (OMo, 469-70). Quiere encontrar la fórmula del área del círculo (Mo dice de la circunferencia) ayudándose de dicha construcción. Para ello calcula, en primer lugar, el área</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De presentación de información (exposición de la profesora relativa al contenido)</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos - Dibujo en la pizarra de una circunferencia y su diámetro horizontal, al que llama d. - Un círculo recortado en cartulina roja, dividido en dos partes iguales y subdividido en figuras planas muy parecidas a triángulos isósceles iguales, cuya altura es el radio del círculo.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Los estudiantes están sentados en las parejas habituales,</p>

<p>de la mitad como el área del rectángulo cuya base mide $p/2$ y altura r:</p> <p>Mo: <i>¿Qué figura es ésta?</i></p> <p>A: <i>Un rectángulo.</i></p> <p>Mo: <i>¿Un rectángulo? ¿El área del rectángulo la conocéis?</i></p> <p>A: <i>Sí.</i></p> <p>Mo: <i>Sí, ¿verdad? ¿Cuánto mide esta altura del rectángulo?</i></p> <p>A: <i>El radio.</i></p> <p>Mo: <i>El radio. Sujeta tú esta parte. Si os fijáis la altura del rectángulo es esta parte de aquí. Esta parte es el radio de la circunferencia, ¿verdad? Lo pongo así, es el radio. Vamos a pintar aquí un rectángulo que tenga de altura el radio. Vamos a ver. Y ahora hay que hallar el otro lado del rectángulo. ¿Cuánto medirá? Calculamos el perímetro porque es una circunferencia abierta así, ¿vale? Pues si el perímetro es $2 \cdot r \cdot \pi$, la mitad será partido por dos. ¿Qué pasa con los 2? Los puedo quitar ¿no? Uno arriba y otro abajo, los puedo quitar y me queda $r \cdot \pi$.</i></p> <p>Entonces, el lado de aquí es $r \cdot \pi$, ¿vale? ¿Todo el mundo ha visto por qué este lado es $r \cdot \pi$ y por qué éste es r? ¿Sí? ¿Entendéis que esto es la mitad de una circunferencia? ¿Y que la altura del rectángulo era el radio de la circunferencia? ¿Vale?</p> <p>Entonces, todo el mundo está de acuerdo en que el área de este rectángulo que hemos construido es la misma que la de la circunferencia, ¿verdad? Porque he cogido la circunferencia y la he encajado y he construido el rectángulo. El área de este rectángulo será lado por lado, ¿verdad? Entonces, si un lado es r y el otro lado $p/2$ o lo que es lo mismo, $2 \pi r/2$ ¿cuánto es el área? El área de la circunferencia será:</p> <p>$A = r \cdot p/2 = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r/2 = \pi \cdot r^2$ ¿Vale? (TvMo, 642-64).</p> <p>Cuando considera que se ha entendido, da por concluido el trabajo de obtención de las distintas fórmulas</p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por finalizada su explicación sobre el área del círculo.</p>	<p>mirando a la pizarra.</p> <p>Mo explica desde la pizarra y hace de vez en cuando un dibujo o muestra una figura, también desde delante, aunque no se ve muy bien desde la parte de atrás del aula.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Primera media hora de la clase, aproximadamente.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recoge los diarios de la sesión anterior. - Explica al gran grupo una forma de obtener la fórmula del área del círculo. Para ello utiliza una curiosa “demostración” partiendo de una triangulación aproximada del círculo. - Intercala preguntas cerradas, de ‘comprobación’, para mantener la atención. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha la explicación. - Responde a las preguntas que Mo le plantea.
---	--

Tabla [Mo 6. 1]: Resultados del Episodio [Mo 6. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 6. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Comienza el trabajo de los alumnos.</p> <p>Objetivo</p> <p>- Aplicar mediante ejercicios los contenidos de las sesiones anteriores.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De simple aplicación directa de información. - De aplicación

<p>Contenido</p> <p>- Resolución de ejercicios de aplicación de los contenidos de las sesiones anteriores.</p> <p>Descripción</p> <p>Mo da paso a ejercicios de aplicación de los contenidos trabajados, a los que tiene previsto dedicar el resto del tiempo de la experiencia (TvMo, 471-3).</p> <p>Para introducirlos comenta:</p> <p><i>Os voy a entregar unas hojas nuevas en las que hay ejercicios de perímetros y áreas. Son tres pero no hace falta que las terminéis hoy. Vienen escritos 11 ó 12 ejercicios de calcular áreas. Hay algunos más fáciles, algunos más complicados. Empezad por el uno y me preguntáis las dudas que tengáis. Si alguno no sabéis hacerlo lo dejáis para el final, ¿vale? Os saltáis los que no sepáis. Los hacéis en una hoja del cuaderno que podáis arrancar.</i></p> <p><i>Antes de hacer todos los ejercicios, Andrés, quiero que me pongáis arriba todas las fórmulas que hemos estudiado desde la del rectángulo que empezamos hasta el triángulo, el rombo, el romboide, el trapecio, polígonos regulares... También está el área de la circunferencia y el perímetro de la circunferencia, ¿vale? Primero ponéis arriba todas las fórmulas y luego empezáis con los ejercicios, ¿vale?</i> (TvMo, 665-76).</p> <p>Mientras reparte las hojas repite una y otra vez las instrucciones:</p> <p><i>Mo: Los ejercicios... Id poniendo las fórmulas. Os entrego tres hojas de ejercicios. Empezad a hacerlos hasta lo que dé tiempo, no hay que acabarlo hoy todo. Ya sabéis que antes de hacer los ejercicios ponéis las fórmulas</i> (TvMo, 677-9).</p> <p>Mientras va repartiendo las hojas, también entrega los diarios de una sesión anterior. Como no había terminado de recoger los diarios de la última clase, está completando también esa tarea (OMo, 474-6).</p> <p>Antes de que comience el trabajo personal, e incluso antes de que los alumnos manifiesten alguna duda, Mo considera necesario explicarlos previamente:</p> <p><i>Mo: Señores, un momentito y os digo cómo se hacen: El primero es muy fácil. Os dicen que es una vidriera triangular. Una vidriera, Magdalena, es lo que hay, por ejemplo, en las iglesias, así de colores. Vamos a ver, nos dicen "por cada cm^2 de vidriera entra una constante k de luz", ¿vale? Imaginaos $90cm^2$, ¿cuánta luz entrará? Daniel, estoy explicando. ¿Cuánta luz entrará? Pues si tiene $90cm^2$ entrará $90 \cdot k$ de luz, ¿vale? Si tiene 120, pues $120 \cdot k$. Entonces, éste es el área de lo rayado. El área de un triángulo sabéis calcularla todo el mundo, ¿no? ¿Sí o no?</i> (TvMo, 681-9).</p> <p>Para el segundo repasa cómo se multiplican dos polinomios sencillos:</p> <p><i>Mo: Es muy fácil. Ahora, en el segundo hay varias figuras pero en vez de decirnos que el rectángulo tiene de lados, por ejemplo, 8 y 10, nos dicen: x y $x + 4$. ¿Vosotros habéis dado alguna vez los polinomios? Si nos dan por ejemplo $(x + 8) \cdot (x - 5)$ se multiplica...</i> (TvMo, 690-3).</p> <p>Continúa haciendo en la pizarra este producto hasta completarlo.</p> <p><i>¿Vale? Habrá figuras... Domi, Andrés... Señores, ¿me queréis escuchar o no lo explico?</i></p>	<p>combinada de información.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Hojas de ejercicios de cálculo de áreas de figuras planas.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula</p> <p>Todos los estudiantes siguen sentados en las parejas habituales, aunque alguno se levanta de vez en cuando.</p> <p>El ruido no es muy grande.</p> <p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Segunda mitad de la sesión.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reparte nuevas hojas de ejercicios. - Da instrucciones para hacer los ejercicios. - Explica previamente cómo plantear los ejercicios. - Repite las instrucciones varias veces. - Atiende las dudas de los alumnos, cuando la llaman o por iniciativa propia.
---	--

<p><i>Por ejemplo, estas áreas no las habéis dado, ¿verdad? Entonces, ¿qué es lo que tenéis que hacer? Descomponerlas en figuras de las que ya sepáis calcular el área, por ejemplo, en rectángulos. No sé, en lo que vosotros sepáis calcular el área, ¿vale? Así los tres primeros...</i></p> <p><i>Luego, el cuarto nos dice: calcula las áreas anteriores si x valiese 8. Pues lo único que tenéis que hacer es poner donde aparecía x poner 8, ¿vale?</i></p> <p><i>Venga, pues empezar a trabajar. Y antes de empezar quiero que me copiéis todas las fórmulas que hemos visto hasta ahora (TvMo, 694-702).</i></p> <p>Escribe en la pizarra: rectángulo, triángulo, rombo, romboide, trapecio, polígono regular de n lados, perímetro circunferencia, área circunferencia (OMo, 489-91).</p> <p><i>Mo: Hacedlo en una hoja aparte. Tenéis que poner... Os pongo aquí todas las fórmulas que hay. Aquí están todas las fórmulas que tienen que aparecer, ¿vale? (TvMo, 703-5).</i></p> <p>Comienza a atender las dudas de los alumnos que la llaman:</p> <p><i>A: maestra, ven. Mo: Andrés, trabajando (OMo, 492-3).</i></p> <p>Mo atiende a los alumnos que la llaman. Al cabo de unos minutos, se dirige de nuevo a todos:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver, señores, escuchad todos un momento. Nos callamos. Hay gente que ya está calculando el área del hexágono. Cuando salga el hexágono regular os dan sólo lo que mide el lado; os dicen que el lado mide x y me han preguntado "es que no sé cuánto mide la apotema". ¿Cómo se puede calcular la apotema? (TvMo, 706-9)</i></p> <p>Se dirige a la pizarra y dibuja un hexágono regular, lo divide en 6 triángulos y dibuja en el de abajo la apotema, sombreando uno de los triángulos rectángulos que se obtienen. Llama x al radio, a a la apotema y x/2 al otro cateto y aplica el Teorema de Pitágoras para calcularla. Anima a los alumnos a que la atiendan y anoten el resultado, aunque aún no hayan llegado a ese ejercicio (OMo, 520-4):</p> <p><i>Mo: Venga, María, que esto es un poco complicado, por eso lo estoy haciendo yo, ¿vale? (TvMo, 730-1).</i></p> <p><i>El que no haya llegado todavía, que lo copie por algún lado, porque cuando llegue no se va a acordar ¿vale? No lo borro, lo dejo aquí puesto.</i></p> <p><i>Señores, trabajando que os he dicho que voy a poner examen y de esto va a caer mucho ¿vale? (TvMo, 735-9).</i></p> <p>Una vez que Mo ha calculado la apotema en la pizarra, atiende nuevamente a los alumnos, hasta el final de la sesión (OMo, 509).</p> <p>Cuando queda un minuto para terminar, vuelve a indicar a todos:</p> <p><i>Mo: Vamos a tener hoy y el próximo día para acabar los ejercicios. Los que no dé tiempo a hacer, los tendréis que acabar en casa, así que el que esté aburrido en casa se pone a hacer ejercicios de éstos ¿vale? La fotocopia la lleváis vosotros y no la perdáis (TvMo, 740-3).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Finaliza la sesión.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - A veces explica antes de que surjan las dudas, desde la pizarra, lo que considera más difícil. - Interrumpe el trabajo de los alumnos para dar nuevas indicaciones, presentar alguna información o hacer cálculos. - Comenta que en el examen habrá ejercicios similares. - Recoge los diarios de la última sesión y devuelve los anteriores. - Pone tarea para casa. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Hace un formulario de las áreas de las figuras estudiadas. - Hace los ejercicios encomendados. - Pregunta dudas a su compañero o a Mo. - Responde a las cuestiones que Mo plantea. - Ayuda a su compañero cuando puede.
---	---

Tabla [Mo 6. 2]: Resultados del Episodio [Mo 6. 2]

5. 2. 1. 7 RESULTADOS DE LA SÉPTIMA SESIÓN DE MARIÓ, DISTRIBUIDOS EN UN SOLO EPISODIO: EJERCICIOS DE APLICACIÓN

EPISODIO	OBJETIVO	CONTENIDO	ACTIVIDADES	TIEMPO
7. 1	- Aplicar a nuevas situaciones los contenidos de las sesiones anteriores	- Aplicación de los contenidos de las sesiones anteriores a la resolución de ejercicios de cálculo de áreas	Ejercicios de aplicación directa o de elaboración, algo más compleja, de los contenidos desarrollados.	Toda la sesión: 55 m

Tabla [Mo 7]: Episodios de la Séptima Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 7. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Comienzo de la clase.</p> <p>Objetivo - Aplicar a nuevas situaciones los contenidos de las sesiones anteriores.</p> <p>Contenido - Aplicación de los contenidos de las sesiones anteriores a la resolución de ejercicios de cálculo de áreas.</p> <p>Descripción Mo comienza la sesión indicando a los alumnos que ésta será la última que dedican a los ejercicios de aplicación que comenzaron a hacer en la sesión anterior, recordándoles que si no los terminan en clase, habrán de hacerlos en casa: <i>Mo: Vamos a ver, señores, vamos a ver... Antonio, te sientas en tu sitio ya. Vamos a ver. Quiero que saquéis las hojas de ejercicios del día anterior. Os explico. Hoy va a ser el último día que vamos a hacer esto en clase. El que no acabe esta ficha hoy aquí, la tiene que acabar en casa. (TvMo, 745-9).</i> <i>El próximo lunes, que hay clase de matemáticas, yo la recogeré.</i> <i>A: ¿Que la recoge el lunes?</i> <i>Mo: Eso, el lunes. Daniel, trabaja lo máximo posible aquí, que en tu casa vas a hacer muy poquito.</i> <i>Daniel: No, en mi casa no voy a hacer nada, porque soy muy flojo (TaMo, 617-20).</i> <i>Mo: Cada uno me la entregará con lo que tenga hecho ¿vale? (TvMo, 755).</i> Indica que en la próxima sesión volverán a usar el libro de texto y el cuaderno: <i>Mo: El lunes que viene os traéis ya vuestro libro y vuestro cuaderno de matemáticas ¿vale? (TvMo, 750-1).</i> También les comenta, por primera vez, que van a dedicar un día a hacer ejercicios en el patio del centro.</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De simple aplicación directa de información. - De aplicación combinada de información. - De aplicación compleja de información.</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Hojas de ejercicios repartidas en la sesión anterior.</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Continúan sentados en las parejas habituales, como en sesiones anteriores.</p>

<p>Reparte las hojas de ejercicios del día anterior a los que no vinieron o la han perdido:</p> <p><i>Mo: ¿Alguien no la tiene, además de Andrés? Pues el que no la tenga que lo diga.</i></p> <p><i>¿Quién más no la tiene? ¿Todo el mundo tiene? Os la voy a repartir... (TvMo, 756-8).</i></p> <p>Está muy pendiente de quien trabaja y quien no y pide a todos que lo hagan, dirigiéndose a alumnos concretos en varias ocasiones:</p> <p><i>Quiero veros a todos trabajando. Vamos a ver, señores. Andrés ¿quieres sacar tu hoja y ponerte a trabajar?</i></p> <p><i>Señores, trabajando (TvMo, 759-62).</i></p> <p>Pero, sobre todo, se dedica a atender las dudas de los alumnos:</p> <p><i>A: Maestra, yo lo que tengo que hacer es hallar el área del cuadrado y después restarle...</i></p> <p><i>Mo: Vamos a ver, ¿tú qué área quieres hallar? Lo sombreado. Si tú hallas la del cuadrado, la del cuadrado es todo esto. ¿Qué le tendrás que restar?</i></p> <p><i>A: no sé. Maestra, hago así: $4 \cdot 4$.</i></p> <p><i>Mo: $4 \cdot 4$ ¿cuánto es? Bien, pues ése es el área del cuadrado.</i></p> <p><i>A: Y ahora le resto esto, pero yo no sé cómo se hacía esto.</i></p> <p><i>Mo: ¿Cómo era el área de una circunferencia? Buscas aquí y el área de la circunferencia es $r^2 \cdot \pi$. ¿Esto cuánto mide? Y ¿cuánto va a medir el radio, entonces?</i></p> <p><i>A: 2.</i></p> <p><i>Mo: Pues ya sabes que r es 2 y π es 3,14.</i></p> <p><i>A: $2 \cdot 3,14$</i></p> <p><i>Mo: No. $2^2 \cdot 3,14$. Y luego se lo restas al área del cuadrado ¿eh? (TaMo, 635-47).</i></p> <p>Como en otras sesiones, Mo deja de atender a los grupos cuando varios le hacen la misma pregunta. Entonces llama la atención de todos y comenta en torno a las dificultades detectadas:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver. Hay varios ejercicios... Cuando lleguéis a éste de aquí, el 7, hay que calcular el área de lo sombreado. Entonces, por ejemplo, la primera es una especie de marco: se trata de un cuadrado y un círculo en medio y hay que calcular el área de lo que está alrededor. ¿Cómo se os ocurriría calcular esta área de aquí? Que levante la mano...</i></p> <p><i>A: El área del cuadrado y se le resta la del círculo.</i></p> <p><i>Mo: Muy bien. Calcula el área del cuadrado y la del círculo y se restan (TvMo, 763-9).</i></p> <p>Cuando las cosas se complican, como en el cálculo de la apotema del hexágono del ejercicio, ella lo resuelve totalmente, (ya lo hizo en la sesión anterior) consciente de que es difícil.</p> <p><i>A: Maestra, la apotema...</i></p> <p><i>Mo: Dije el otro día, lo calculé usando el teorema de Pitágoras y dije que salía:</i></p> <p><i>$x \cdot \sqrt{3} / 2$. En vez de la apotema, pon eso (TaMo, 664-6).</i></p> <p>Algunos alumnos no saben muy bien lo que están haciendo:</p> <p><i>Mo: Es al revés, hijo. Al grande le restas el chico, a lo del cuadrado le restas lo de la circunferencia.</i></p> <p><i>A: Mira, ya lo he hecho.</i></p> <p><i>Mo: Perfecto, pues ya está. Esos qué son ¿cm²? (TaMo, 668-70).</i></p>	<p>2. 5 Organización del Tiempo</p> <p>Toda la sesión se dedica a la resolución de los ejercicios, cada cual a su ritmo.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Atiende las dudas de los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> · individual-mente · en pareja · en gran grupo cuando las preguntas se repiten. - Responde usualmente mediante la formulación de nuevas preguntas, invitando a los estudiantes a pensar o a volver sobre las dudas más tarde. - Con frecuencia se adelanta a que los alumnos le formulen las dudas, presentando la información que considera necesaria previamente. - Recuerda alguna explicación de la sesión anterior. - Controla el comportamiento de
--	---

<p>De nuevo toma la iniciativa para explicar en gran grupo otro ejercicio:</p> <p><i>Mo: Vamos a ver, ¿me escucháis todos un momento? Es que me ha preguntado mucha gente que cómo se hacía éste de aquí que tiene... (Se refiere al c, del ejercicio 7). Y lo explica a todos (TvMo, 781-2).</i></p> <p>También los alumnos tienen dificultades con las unidades, aunque a esto se añade que hay errores en los propios enunciados:</p> <p><i>A: Aquí ¿qué ponemos? Unidades cuadradas ¿no?</i></p> <p><i>Mo: A ver. Pone cm, pero son cm² (TaMo, 657-8).</i></p> <p>Pero que explique algo en gran grupo, no garantiza que lo entiendan todos. Así podemos ver que son más de uno los alumnos que no han entendido la detenida explicación que Mo había dado en la sesión anterior sobre el cálculo de la apotema:</p> <p><i>A: La apotema ¿qué es, 3,14?</i></p> <p><i>Mo: ¿La apotema? No, 3,14 es π. La apotema es... El otro día lo expliqué, hice el teorema de Pitágoras y dije que la apotema salía $x \cdot \sqrt{3} / 2$, ¿vale? (TaMo, 764-6).</i></p> <p>Mo recuerda a algunos alumnos que si no terminan los ejercicios en clase, tendrán que hacerlos en casa:</p> <p><i>Mo: Vosotros, con lo aficionados que sois a hacer deberes... Como no los acabéis aquí, no los vais a hacer.</i></p> <p><i>Mo: ¿Te sale más o menos? Venga, ponte a trabajar (TaMo, 799-801).</i></p> <p>También les reprocha que no pongan más interés, pues no los va a examinar:</p> <p><i>Mo: Digo, no voy a hacer examen para que puedan aprobar los que nunca aprueban los exámenes ¡y ni por ésas! (TaMo, 802-3).</i></p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con la organización del trabajo: <p><i>Mo: Queda por hacer, además de corregir esto, una Actividad que vamos a hacer en el patio, una especie de gymkhana o algo así, pero lo vamos a dejar para el miércoles ¿vale? Entonces, el lunes daremos clase normal y el miércoles haremos lo que nos queda que es acabar esto y otra actividad más. Así que cuanto más hagáis aquí, mejor, porque menos tendréis que hacer en casa (TvMo, 751-3).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el 'control' del trabajo: <p><i>Mo: Vamos a ver, si os veis muy atrancados en uno, pasad al siguiente y luego, cuando acabéis toda la hoja volvéis a los que no os hayan salido ¿vale? (TaMo, 620-2).</i></p> <p><i>Mo: ¿Por dónde vais? ¿Os ponéis a trabajar? Antonio ¿trabajas? (TvMo, 780).</i></p> <p><i>Antonio: Yo no sé calcular esto.</i></p> <p><i>Mo: ¿Que no sabes calcular esto? ¿Éste lo has hecho? ¿Y éste? Pues acaba los que sabes hacer y ahora te pones a pensar en los que no sabes (TaMo, 658-60).</i></p> ➤ Intervenciones relacionadas con el comportamiento de los alumnos: <p><i>Mo: Domi, te sientas, que no te va a dar tiempo (TaMo, 753-4).</i></p> <p><i>Mo: Domi, ¿te puedes sentar en tu sitio y dejar de dar paseítos?</i></p> <p><i>Domi: Es que no sé hacerlo.</i></p> 	<p>los alumnos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Controla continuamente si trabajan o no, interpeándolos personalmente. - Corrige erratas de los enunciados de los ejercicios y fallos de los estudiantes. - Pide que se trabaje más deprisa. - Comenta que no habrá examen. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Resuelve los ejercicios con ayuda de su compañero. - Ayuda a otros cuando sabe hacer una tarea. - Pregunta dudas a Mo, si es necesario. - Participa en gran grupo, preguntando dudas o respondiendo a las cuestiones que Mo plantea a todos.
--	--

<p><i>Mo: Pues me llamas a mí (TaMo, 793-4).</i></p> <p><i>Mo: Con la grabación veo quién se porta mejor en la clase, quien se porta peor... (TaMo, 762-3).</i></p> <p>➤ Intervenciones relacionadas con el contenido de la tarea, en las que suele intercalar preguntas cerradas que conducen el trabajo:</p> <p><i>Pedro: ¿Esto cómo es? ¿El área de la circunferencia? Pero el radio es éste.</i></p> <p><i>Mo: Vamos a ver, ¿esto cómo lo harías tú? ¿Qué radio tiene esto? Vamos a ver, ¿tú qué vas a hacer, hallar el área del cuadrado y restarle la parte de la circunferencia? Tú calcula el área de la circunferencia entera, pero luego la divides entre 4 y te sale el área de esto y ya se lo puedes restar.</i></p> <p><i>Pedro: ¿Y esto cuánto mide?</i></p> <p><i>Mo: ¿Esto? El único dato que te dan es que esto mide 4.</i></p> <p><i>Pedro: Pero ¿cuánto mide esto? ¿Qué tengo que hacer? ¿Hago el área de esto y lo divido entre 4?</i></p> <p><i>Mo: No, no, vamos a ver, Pedro. Vamos a trabajar igual que antes. ¿Qué has hecho aquí? Calcular el área del cuadrado y restarle la de la circunferencia ¿vale? ¿Aquí qué vas a hacer? Calcula la del cuadrado...</i></p> <p><i>Pedro: Ah, 16 menos lo que te dé.</i></p> <p><i>Mo: Claro, ¿vale? (TaMo, 741-52).</i></p> <p>Evento final</p> <p>Suena el timbre. Mo da por terminada la clase.</p>	
---	--

Tabla [Mo 7 .1]: Resultados del Episodio [Mo 7 .1]

5. 2. 1. 8 RESULTADOS DE LA OCTAVA SESIÓN DE MARIÓ, DISTRIBUIDOS EN DOS EPISODIOS: EJERCICIOS DE APLICACIÓN EN EL PATIO DEL INSTITUTO

EPISODIOS	OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	TIEMPO
8. 1	- Presentar la Actividad que se va a hacer en el patio	- Breve explicación introductoria de la Actividad que se realizará en el patio	- De presentación de información	15 m
8. 2	- Recordar las fórmulas de las áreas estudiadas y del perímetro de la circunferencia - Aplicar estos contenidos a situaciones y objetos reales, en su contexto natural	- Uso de las fórmulas de las áreas estudiadas y del perímetro de la circunferencia. - Ejercicios de aplicación de estas fórmulas	- Ejercicios de aplicación, algo compleja, ya que trabajan con objetos reales	40 m

Tabla [Mo 8]: Episodios de la Octava Sesión

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 8. 1]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial Toca el timbre. Comienzo de la sesión.</p> <p>Objetivo - Presentar la Actividad que se va a hacer en el patio.</p> <p>Contenido - Breve explicación introductoria de la Actividad que se realizará en el patio.</p> <p>Descripción Mo tarda en conseguir callar al grupo. Los estudiantes saben que van a bajar al patio y están especialmente revueltos (OMo, 546-7): <i>Mo: Venga, escuchadme todos. Andrés, ya. Hoy vamos a hacer una Actividad en el patio ¿vale? Os voy a poner en grupos primero, va a haber grupos de dos y grupos de tres. No puedo alzar más la voz, vamos a esperar que se callen... Pero Domi, si tú no te callas no os enteráis de lo que yo digo (TaMo, 814-7).</i> Comienza a dar instrucciones sobre lo que van a realizar, los grupos que va a formar y los recursos que van a necesitar: trabajaran en grupos de dos o tres personas y cada grupo necesita un folio en blanco y bolígrafo, para contestar a las cuestiones que se plantean en la Hoja de trabajo que va a entregarles, una cinta métrica que va a repartir y que bajen también la regla todos los que la tengan, porque en algunas cintas métricas no aparecen los milímetros y pueden necesitarlos para medir algún objeto pequeño (OMo, 548-54): <i>Vamos a ponernos por grupos. Va a haber grupos de dos y grupos de tres. Yo tengo hechos los grupos y ahora voy a decir cómo van los grupos. Cada grupo... Paco, Luís, sentaos... Si no me dejáis explicarlo no lo hacemos ¿eh? ¿Ya? A cada pareja o a cada trío le voy a dar una hoja de éstas. En cada hoja hay nueve pruebas ¿vale? No están ordenadas igual en cada grupo, cada uno va a empezar por un lado (TaMo, 818-24).</i> Mo les advierte: <i>Bajaremos al patio, donde hay un grupo con el profesor de Educación Física. Si molestáis al grupo, restará puntos. También tendré en cuenta para puntuar, el tiempo que tarde cada grupo en terminar las tareas (OMo, 555-7).</i> También les pide: <i>Mo: no se copien unos de los otros, no copiaros de otro grupo y no dejaros que se copien de vosotros. Otra cosa: también contaré el</i></p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades - De presentación de información (exposición organizativa de la profesora).</p> <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos Se hace entrega de los recursos que necesitarán para el episodio siguiente: Cada grupo necesita un folio en blanco y bolígrafo, cinta métrica y regla. Nueva Hoja de ejercicios de aplicación, distinta para cada grupo. (No estaba en el diseño)</p> <p>2. 4 Organización y Clima del Aula Sentados en parejas como es habitual. Asisten 26 alumnos. Bastante ruido y falta de concentración. Los alumnos saben que van a bajar al patio y están especialmente revueltos.</p> <p>2. 5 Organización del Tempo En la presentación de la Actividad Mo emplea un cuarto de hora, aunque parte del tiempo tiene que emplearla en hacerse escuchar.</p> <p>2. 6 Papel de la Profesora - Introduce la actividad que van a realizar. - Trata de controlar el comportamiento de los alumnos. - Pide que se comporten bien en el patio.</p>

<p><i>tiempo, cuanto antes acabes más puntos tendrás ¿vale?</i> (TaMo, 833-5)</p> <p>Va a nombrar a los componentes de los distintos grupos y les va a entregar la Hoja de trabajo y las cintas métricas (OMo, 558-9):</p> <p><i>Mo: Entonces, voy a decir los grupos. Ir sacando ya una hoja cada uno. Los grupos: cuando yo los diga vais a venir y os doy el metro ¿vale? Bueno, vamos a ver. Primer grupo...</i> (TaMo, 836-8).</p> <p>Y nombra a los componentes de cada grupo (OMo, 560).</p> <p>Evento final</p> <p>Mo da por terminada la explicación y pide a los alumnos que no armen jaleo al salir. ¡Por fin, bajamos al patio! (OMo, 561).</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Suministra y distribuye los recursos necesarios para el siguiente episodio. - Añade que los alumnos tomen un folio y regla. - Explica cómo evaluará el trabajo de la sesión. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Escucha la explicación de Mo. - Recoge la Hoja de ejercicios y los recursos que necesita.
--	---

Tabla [Mo 8. 1]: Resultados del Episodio [Mo 8. 1]

RESULTADOS DEL EPISODIO [MO 8. 2]	2. METODOLOGÍA: SUBCATEGORÍAS
<p>Evento inicial</p> <p>Llegada al patio: los estudiantes comienzan a leer las Actividades de la Hoja de trabajo entregada en el aula.</p> <p>Objetivos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recordar las fórmulas del área del rectángulo, triángulo, rombo, romboide, trapecio, polígono regular de n lados y círculo. También del perímetro de la circunferencia. - Aplicar a situaciones y objetos reales, en su contexto natural, los contenidos de las sesiones anteriores. <p>Contenidos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recordar las fórmulas del área del rectángulo, triángulo, rombo, romboide, trapecio, polígono regular de n lados y círculo. También del perímetro de la circunferencia. - Ejercicios de aplicación de estas fórmulas, previa medición de objetos reales situados en el patio. <p>Descripción</p> <p>Ya en el patio, los alumnos comienzan a leer la Hoja de trabajo y a plantear algunas dudas (OMo, 562).</p> <p><i>A: ¿Las hacemos entre todos o de uno en uno?</i></p> <p><i>Mo: Hacedlo en un papel entre todos</i> (OMo, 567-8).</p> <p>En la Hoja se indican los objetos que tendrán que medir: la cancha de baloncesto, el círculo central de la cancha, la puerta del servicio de alumnas, el diámetro de la tapa del cubo de basura, un trozo de baranda, el triángulo que forma la letra A en la palabra PAZ de un mural del patio, una casa dibujada en un cartel de la entrada del Instituto, etc. (OMo, 616-20).</p> <p>Lo primero que Mo les ha pedido es que escriban las fórmulas de las áreas que van a</p>	<p>2. 1 Tipos de Actividades</p> <ul style="list-style-type: none"> - De resumen (recopilatorio de todas las fórmulas dadas). - De aplicación combinada de información (con objetos reales). <p>2. 2 Tipos de Recursos Didácticos</p> <p>Cada grupo necesita la nueva Hoja de ejercicios de aplicación, un folio en blanco, bolígrafo, cinta métrica y regla.</p> <p>2. 4 Organización y Clima en el Patio</p> <p>Los alumnos, reunidos en los pequeños</p>

<p>necesitar después. Comienzan a llamar a Mo para preguntarle directamente las fórmulas que no recuerdan (OMo, 563-4):</p> <p><i>A₁: maestra ¿el área del rombo cuál es? ¿$B \cdot b/2$? (TaMo, 858)</i></p> <p><i>A₂: ¿La de los polígonos regulares?</i></p> <p><i>A₃: ¿La del círculo?</i></p> <p><i>A₄: ¿Cómo era el perímetro de la circunferencia?</i></p> <p><i>A₅: Andrés me ha dado un puñetazo al pasar.</i></p> <p><i>A₆: este metro se ha atascado, no funciona. Seguro que es de un todo a 100 (OMo, 565-72).</i></p> <p>Mo comenta que ha tenido bastantes dificultades para conseguir las cintas métricas: cinco le ha prestado el departamento de Física, una el de Tecnología, otras son personales de distintos profesores y la suya propia (OMo, 573-6).</p> <p>Mo quiere presionarlos un poquito con el tiempo, para que pongan interés y les pide rapidez (OMo, 578-9).</p> <p>Se han repartido las tareas dentro de cada grupo: unos miden y otros hacen las cuentas (OMo, 580-1).</p> <p>Mo va dando vueltas por los grupos, interesándose por dónde van y si tienen dudas. También le preguntan a veces dónde está algún objeto que no encuentran, aunque todo está muy bien indicado en la Hoja de trabajo (OMo, 582-4).</p> <p>Tienen problemas con las unidades:</p> <p>Si las dimensiones son 1,5m y 45cm, mezclan ambas medidas sin pensárselo dos veces.</p> <p>También preguntan por las unidades de π.</p> <p>Les parece un trabajo inmenso medir la cancha de baloncesto:</p> <p><i>A: Maestra ¿qué tengo que medir, la cancha entera? (OMo, 585-6).</i></p> <p>Otros no se aclaran mucho con la hoja de respuestas, que consideran que está muy desordenada:</p> <p><i>A: maestra, está todo 'reliao' (OMo, 588).</i></p> <p>Mo también comenta, riendo, que unos alumnos le han dado un susto diciéndole que han roto la casa del cartel de la entrada.</p> <p>Ella les ha preguntado: <i>¿Roto?</i></p> <p>Y uno de ellos le ha contestado: <i>Bueno, 'descomponió' (OMo, 592).</i></p> <p>Además, cuando fue previamente al patio para preparar los ejercicios, buscar y medir los objetos de la Hoja de trabajo, otro alumno le dijo que parecía una 'arquitectónica' (OMo, 593-5).</p> <p>Al primer grupo que entrega la Hoja de respuestas, Mo les pide que pongan un 1 en ella (OMo, 596).</p> <p>Entrega el 2º grupo y a continuación el 3º. Mo pide que pongan un 2, un 3, etc, en la Hoja de respuestas (OMo, 597-8).</p> <p>Entrega el 4º grupo. Unos acusan a otros de haber usado el móvil como calculadora (OMo, 600).</p>	<p>grupos que Mo ha formado, se sientan o se agachan en un espacio reducido del patio, para leer la Hoja de trabajo. Están concentrados en enterarse de lo que tienen que hacer.</p> <p>Comienzan a moverse con libertad por el patio, buscando los objetos que tienen que medir, para hallar su área o perímetro, como indique la Hoja de trabajo.</p> <p>De vez en cuando se pegan, se meten unos con otros, protestan, se amenazan, incluso uno va cantando, pero dentro de una gran normalidad.</p> <p>Se quejan de que tienen frío y preguntan si se suspende el trabajo si llueve. Porque hay nubarrones negros y un vientecillo fresco...</p> <p>Pero, a pesar de los elementos adversos, se les ve disfrutando.</p> <p>2. 5 Organización del Tempo</p> <p>Unos 40 minutos, aproximadamente.</p> <p>2. 6 Papel de la</p>
---	---

<p>Ellos dicen: <i>lo hemos hecho de cabeza y para comprobar, hemos usado el móvil</i> (OMo, 602).</p> <p>Mo afirma que tendrá en cuenta quién ha usado el móvil y pide al resto de los grupos que entreguen el trabajo. El tiempo ha venido bastante justo, tal vez escaso para algunos (OMo, 603-5).</p> <p>Mo tiene intervenciones de distinto tipo:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Intervenciones relacionadas con los agrupamientos: <ul style="list-style-type: none"> Mo: <i>Éste lo he puesto en un grupo de tres porque me imaginaba que no iba a venir y ha venido. Algunos que sé que no hacen casi nada los he puesto con los más o menos...</i> (TaMo, 933, 4). Mo: <i>También he puesto a alguno que tire del grupo porque hay alumnos que son buenos...</i> (TaMo, 937, 8). ➤ Intervenciones relacionada con la organización del trabajo y localización de objetos: <ul style="list-style-type: none"> Mo: <i>La primera sí es igual para todo el mundo: les he puesto que pongan todas las fórmulas de las áreas y luego ya que empiecen a hacer... Lo que he hecho es desordenárselo para que no vayan todos a la vez al mismo sitio</i> (TaMo, 860, 2). Mo: <i>Las pistas deportivas están rodeadas por una valla. En la esquina marcada por la flecha, esta de aquí...</i> A: <i>¡Ah, vale, vale!</i> Mo: <i>Venga. Hay que seguir el mapa. ¿Qué te pasa Gema?</i> Gema: <i>¿Las papeleras, qué son? ¿Éstas nada más?</i> (TaMo, 889, 91). ➤ Intervenciones relacionada con el 'control' del trabajo: <ul style="list-style-type: none"> Mo: <i>¿Por cuál vais? Ten en cuenta que lo tienes que poner todo en centímetros o en metros</i> (TaMo, 910-1). Mo: <i>¿Por dónde vais, Pepe?</i> Pepe: <i>Por el 4, pero ya tenemos las medidas del 6 y del...</i> Mo: <i>Unos se van a medir y les dan los datos al otro, pensé en decirles que tenía que ir todo el grupo junto, pero vamos, tampoco es importante</i> (TaMo, 927-30). ➤ Intervenciones relacionada con el comportamiento de los alumnos: <ul style="list-style-type: none"> Mo: <i>Andrés, ¡ayudando a tu grupo!</i> (TaMo, 859). Domi, <i>¿quieres ayudar a Manuel?</i> (TaMo, 877). ➤ Intervenciones relacionada con el contenido de la tarea: <ul style="list-style-type: none"> A: <i>El área del trapecio...</i> Mo: <i>¿Te acuerdas que tenía una base grande y una base chica? Píntalo, pinta el trapecio.</i> A: <i>B más b por h partido por dos</i> (TaMo, 867-9). A: <i>Maestra el área del romboide... ¿Cómo era el área del romboide?</i> Mo: <i>Acuérdate cómo lo calculamos, pinta aquí el romboide y acuérdate que recortamos aquí en un lado y pegamos en el otro</i> (TaMo, 863-5). A₁: <i>¿Cómo era el perímetro de la circunferencia?</i> 	<p>Profesora</p> <ul style="list-style-type: none"> - Espera a que se acerquen a ella los alumnos, aunque de vez en cuando se dirige a alguno de los grupos para ver cómo va y si tiene algún problema. - Hace algunas recomendaciones, previendo posibles dificultades. - Trata de acelerar el ritmo de trabajo de algunos grupos. - Orienta sobre la situación de algunos objetos. <p>2. 7 Papel del Alumno</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se ayudan para medir los objetos. - Preguntan sus dudas acercándose a Mo. - Usan el móvil como calculadora. - Discuten de vez en cuando, para aclararse cómo se hace alguno de los ejercicios o cómo medir alguno de los objetos. - Se reparten las tareas. Mientras unos miden, otros calculan con los datos de las mediciones anteriores. - Se sorprenden por
---	--

<p><i>A₂: Yo qué sé. Apotema por...</i></p> <p><i>Mo: ¿Te acuerdas que nosotros medíamos el perímetro y lo dividíamos entre el diámetro? ¿Y cuánto daba?</i></p> <p><i>A: Daba π.</i></p> <p><i>Mo: Apunta ahí. Perímetro partido diámetro es igual a π.</i></p> <p><i>A: Perímetro es igual a diámetro por π.</i></p> <p><i>Mo: Claro (TaMo, 884-8).</i></p> <p><i>Mo: Una cosa, Paco, ten en cuenta que para poner las medidas si lo ponéis en centímetros, en centímetros todo ¿eh? Venga, vamos. Pepe, ven para acá: si lo ponéis en centímetros todo en centímetros ¿eh? por ejemplo, un metro y medio son 150cm, no me vayáis a poner una cosa en centímetros y otra en metros ¿eh? (TaMo, 913-8).</i></p> <p>¡Empieza a llover! Murphy, por esta vez, y sin que sirva de precedente, no se ha ensañado con el grupo (OMo, 606-7).</p> <p>Evento final</p> <p>Toca el timbre. Junto con la Hoja de trabajo rellena, cada grupo devuelve la cinta métrica que Mo le dio al comienzo.</p>	<p>tener que medir la cancha de baloncesto, dadas sus dimensiones.</p>
--	--

Tabla [Mo 8. 2]: Resultados del Episodio [Mo 8. 2]

Con esta sesión Marió da por concluida la experiencia.

5. 2. 2 RESULTADOS ORGANIZADOS POR CATEGORÍAS

Una vez establecidos los resultados de las sesiones de la experiencia llevada a cabo, presentados, en primer lugar, por episodios para mostrar una idea lo más descriptiva posible de lo sucedido en el aula, procedemos a continuación a presentarlos por categorías, con el fin de facilitar el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de Marió. Ya aparecen unos primeros resúmenes categorizados en dichos episodios, extraídos de sus datos más significativos, por lo que ahora mostramos solamente una síntesis global de todo lo expuesto en ellos, complementado y matizado con la valoración y el análisis que la propia Marió aporta sobre su práctica en la segunda entrevista realizada nada más terminar la intervención de enseñanza experimentada.

5. 2. 2. 1 RESULTADOS DE LA MEDOLOGÍA

En primer lugar, presentamos los resultados correspondientes a la categoría de metodología, mediante las subcategorías que proceden del sistema emergente presentado en el Apartado 2. 4. 3. 2.

5. 2. 2. 1. 1 Resultados de las Características y los Tipos de Actividades

Las Actividades llevadas a cabo por los estudiantes, así como su tipología, pueden verse detalladamente por episodios en el Apartado 5. 2. 1, correspondiente de la observación de las clases de Marió. Aquí recogemos los aspectos más significativos de la práctica relacionados con esta categoría y algunos comentarios realizados por nuestra profesora en la segunda entrevista que realizamos al finalizar la experiencia.

En primer lugar, constatamos que las Actividades entregadas a los estudiantes han sido las siete incluidas en la Prueba Inicial, más 37 de las escritas en las diferentes Fichas de Trabajo del diseño, más seis diarios solicitados (no ha solicitado hacer los correspondientes a la tercera y última sesiones). Además hemos contabilizado, a partir de los episodios, siete Actividades más de ‘*obtención de información*’ por parte de los alumnos a partir de exposiciones de la profesora (tres organizativas [Mo 1. 1], [Mo 5.2] y [Mo 8. 1] y cuatro relativas al contenido [Mo2. 1], [Mo 2. 2], [Mo 4. 1] y [Mo 6. 1]); ocho Actividades más de ‘*estructuración de la información*’ (una de ‘*organización de la información*’ por parte de la profesora del contenido ya trabajado [Mo 4. 2], otra de rellenar una tabla no mencionada previamente [Mo 5. 3], una no prevista de organización de la información mediante el dibujo en tramas [Mo 3. 1] y cinco de contraste [Mo 1. 3], [Mo 4.2], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1] y [Mo 5. 4]. Es decir, el número total de Actividades ha sido de 65.

En cuanto al número de tipos de Actividades, ya sabemos que no coincide con el anterior, puesto que clasificamos, en ocasiones, una misma Actividad con más de una tipología. Hemos contabilizado 69, que presentamos a continuación, así como la forma en que se han llevado a cabo las Actividades correspondiente y la valoración de Marió en torno a ellas, haciendo un breve recorrido por ellas.

➤ En primer lugar, con respecto a las ‘**Actividades de Iniciación**’, que representan el **7.2% del total** de tipologías, constatamos que todas son de ‘*identificación o reconocimiento*’ de conocimientos previos terminológicos y que no hay ninguna específica de ‘*motivación*’, aunque

en principio había una de historia planificada. Del episodio [Mo 1. 3] deducimos que apenas ha dado tiempo a terminar la actividad referida a la terminología de figuras planas. En ningún momento parece haberse planteado nuestra profesora retomar la actividad histórica en una sesión posterior, porque no la considera adecuada.

De historia hemos pensado... vimos una historieta que contaba no sé si en Mesopotamia o no sé dónde era que le planteaban a alguien que calculase el área de una superficie y le daban un mapa pero era muy irregular. Entonces, se le ocurrió cortar un cuadradito del mapa, pesarlo y luego pesando el mapa total ver qué área tenía. Lo que pasa es que no lo vimos claro. Pensamos que, a lo mejor, esa historia los descolocaba un poco y la dejamos por si sobraba tiempo. Claro, no sobró tiempo ninguno (E2Mo, 341-47).

No obstante, de algún modo, podríamos considerar todas las Actividades de la segunda sesión como motivadoras, ya que la utilización de los geoplanos lo ha sido, indudablemente. Pero no las hemos contabilizado como tales.

➤ En segundo lugar, con respecto a las '**Actividades de Obtención de Información**', que representan el **10.1% del total** de tipologías, constatamos que todas ellas proceden de '*exposiciones de la profesora*'. No son de la misma naturaleza, ya que mientras que en unos casos son más bien organizativas, tanto de la distribución de alumnos como del tipo de tareas que va a encomendar [Mo 1. 1], [Mo 5. 1] y [Mo 8. 1], en otros presenta los contenidos que los alumnos van a trabajar a continuación [Mo 2. 1], [Mo 2. 2]; o pone un ejemplo de cómo quiere que se realice una actividad [Mo 4. 1], en este caso el diario de sesiones; o se adelanta a explicar aquello que considera más difícil y prefiere hacerlo ella misma, como la '*demostración*' del área del círculo [Mo 6. 1]. También es muy frecuente que sus exposiciones relativas al contenido estén intercaladas por preguntas y respuestas breves de los estudiantes [Mo 2. 1], [Mo 2. 3], etc.

Podemos resaltar la total ausencia de Actividades de '*búsqueda de información*' en distintas fuentes por parte del alumno, ya que nuestra profesora les suministra en cada momento toda la que ella considera que necesitan.

➤ En tercer lugar, con respecto a las '**Actividades de Estructuración de Información**', que representan el **42.1%**, es decir, casi la mitad del total de tipologías. Subrayamos de entre ellas la '*búsqueda y elaboración de respuestas*', que suponen el 11.7% del total de tipologías. Éstas incluyen los procesos de generalización de las fórmulas de las figuras planas, que constituyen el núcleo fundamental del trabajo. En ellas han aparecido también los mayores obstáculos del

proceso, constatando nuestra profesora las grandes dificultades que han encontrado los alumnos en la obtención de las fórmulas, por no estar habituados a este tipo de procesos:

Tú les dices: ¿cuánto mide...? A lo mejor yo les daba un trapecio y yo les ponía que la base chica medía b , la base grande B , la altura h y ellos, vale, construían un romboide o algunos construían un rectángulo, que eso más o menos sí lo cogieron rápido. Pero yo les decía: ¿cuánto mide este lado? Y lo primero que hacían era sacar una regla para medirlo y yo les decía: no, no, no, vamos a ver, si esto mide B y esto b , ¿cuánto mide este lado? Entonces ya poquito a poco... Sí, pero que eso de trabajar con letras... no están ellos acostumbrados a generalizar, entonces, les cuesta... eso de deducir la fórmula les ha costado bastante. Ya luego ya los últimos sí les iban saliendo pero les ha costado al principio eso de deducir fórmulas... (E2Mo, 70-80).

El problema es más bien generalizar, el hecho es generalizar (E2Mo, 383).

Yo creo que el mayor problema ha sido el trabajo que les ha costado deducir algunas fórmulas (E2Mo, 551-2).

Avanzado el proceso, algunas generalizaciones les han resultado más fáciles:

Bueno, por ejemplo, el día que calculamos el área de los polígonos regulares lo vieron muy fácilmente, vieron que el pentágono era $5 \times l$, que el lado por la apotema partido por dos, lo iban haciendo y yo les decía, bueno si el polígono tiene n lados y me dijeron rápidamente: $n \times l \times a$ y partido por 2. Eso sí lo vieron rápido (E2Mo, 396-400).

A la vista de lo que ha sucedido, Marió se plantea que tendría que haber comenzado por casos de generalización aún más sencillos, o hacer más casos, o usar otros recursos didácticos como ayuda, o dar más tiempo para que los estudiantes fuesen capaces de hacerlo por ellos mismos:

O bien, hacer esas actividades más sencillas para que les salga más de ellos, para que lo vean. Yo creo que en cualquier actividad eso de poner letras en vez de números no saben... Como no lo han visto nunca no les sale, entonces no sé yo si usando el geoplano o usando otro tipo de cosa o teniendo más tiempo y calculando más áreas de esa forma, entonces que ellos lleguen a generalizar más fácilmente. Bueno, por ejemplo, el día que calculamos el área de los polígonos regulares lo vieron muy fácilmente, vieron que el pentágono era $5 \times l$, que el lado por la apotema partido por dos, lo iban haciendo y yo les decía, bueno si el polígono tiene n lados y me dijeron rápidamente: $n \times l \times a$ y partido por 2. Eso sí lo vieron rápido. No sé si, a lo mejor, empezar con generalizaciones más sencillas y no sé... (E2Mo, 390-402).

Otra tarea de estructuración que Marió encomienda de vez en cuando a sus estudiantes, en este caso mucho más simple y que representa un pequeño porcentaje, el 4.4%, es empezar determinadas Actividades copiando previamente las fórmulas de las áreas ya obtenidas hasta ese momento, para que las tengan delante a la hora de aplicarlas [Mo 5. 4], [Mo 6. 2], [Mo 8. 2]. Esta reiterada petición pretende lograr, no tanto que memoricen dichas fórmulas, como que las tengan siempre presentes y aprendan a seleccionar la que necesiten en cada caso:

Yo muchas veces, tanto en la gymkhana final que la primera pregunta era: pon la fórmula del área de todo lo que hayamos visto, les pregunté que me escribiesen el área en la hoja que me tuvieron que poner con los ejercicios. Y en las tres hojas que les di con actividades de áreas lo primero que les pedí es que me volvieran a copiar todas las fórmulas de las áreas... (E2Mo, 442-7).

Bueno, entonces yo creo que sí, que como tampoco son muchas cosas, sino calcular áreas, pues bueno al final han quedado más o menos todas las fórmulas que se saben y aplicarlas al cálculo de áreas (E2Mo, 458-60).

Consideramos que Marió pretende que los alumnos aprendan una serie de procedimientos generales que les ayuden al cálculo de áreas y perímetros sin tener que recurrir a la memoria como único recurso:

Sí, eso, ayer y además, por ejemplo, no se acordaban muchas veces del perímetro de la circunferencia y yo les decía: vamos a ver, ¿os acordáis de cuando estuvimos midiendo las tapaderas? Si, es verdad. ¿Qué hacíais? Dividíais el perímetro entre el diámetro ¿verdad? Sí es verdad. Y ¿qué os salía siempre? Nos salía siempre pi, maestra. Bueno, pues entonces poned: perímetro partido por diámetro igual a pi. Despejad el perímetro y ya lo despejaban y decían: ¡ah, es verdad! Entonces, yo he intentado cuando me preguntaban alguna de esas fórmulas que se acordasen de cómo la habían deducido y entonces llegasen a la fórmula porque yo tampoco pretendo que se acuerden toda la vida de esa fórmula (E2Mo, 448-7).

Yo espero... por supuesto las fórmulas no se van a acordar, pero eso, que alguno, al menos alguno si le preguntan la fórmula del área del rombo y no se acuerda pues que piense: voy a descomponerlo en dos triángulos o voy a pensar... El hecho de deducir, de modificar una figura para construir una de las que tú te sepas el área, que el cálculo de un área, aunque sea de una figura muy rara, bueno, pues descompones o quitas de un lado y pegas en otro (E2Mo, 579-85).

El resto de Actividades de resumen, un 8.4%, corresponde a los diarios, actividad muy interesante, con la que Marió trata de que los alumnos expresen por escrito todo lo trabajado en cada sesión. Además, pueden reconocer y compartir sus sentimientos ante la experiencia, todo ello muy novedoso. Conseguir estos objetivos ha implicado un trabajo sobre cómo elaborar los diarios, para irlos mejorando progresivamente:

También por ejemplo los diarios, los primeros diarios son más pobres, los hacen peores, luego ya van haciendo diarios mejores, ya van explicando más lo que yo quería. Al principio no tenían muy claro lo que [tenía que escribir en el diario], aunque yo les dije que quería que me pusieran sus sentimientos, si les había gustado o no, qué les había costado trabajo, qué habíamos hecho y qué fórmulas, al final lo iban reflejando... Al principio algunos se basaban nada más en: me ha gustado, no me ha gustado, sí me ha gustado. Y otros: hemos calculado esto, nada más, y otros me ponían: la maestra ha traído esto, esto y esto, pero ninguno recogía todo y ya al final sí, hay algunos que ya sí han hecho mejores diarios (E2Mo, 105-14).

A pesar de dar tanta importancia a esta Actividad, en ninguna ocasión se ha planteado que los alumnos escriban los diarios en el aula, al menos las primeras veces, sino que siempre ha pedido a los estudiantes que lo hagan en casa, dándoles unas instrucciones mínimas [Mo 2. 3], [Mo 4. 4], [Mo 5. 4], etc. De hecho, ha dedicado un ratito de alguna sesión a leer un diario que le ha parecido más completo, para que sirva de ejemplo y lo mejoren [Mo 4. 1]. También ha dejado de pedir que lo hagan en alguna sesión, porque no han terminado el trabajo que se ha

propuesto en el aula y ha sustituido el diario por la finalización en casa de las tareas inacabadas [Mo 3. 2].

Para llevar a cabo la *'búsqueda y elaboración de respuestas'* Marió ha utilizado a veces *'Actividades de Organización de la información'* bien mediante la realización de tablas por parte de los alumnos [Mo 5. 3], bien mediante el dibujo en la trama cuadrada de puntos de todas las figuras que los alumnos han ido construyendo en el geoplano [Mo 2. 2], con el fin de que les quede a los estudiantes constancia de ellas, bien supliendo los geoplanos con este material [Mo 3. 1], cuando ya no dispone de ellos, recurriendo de nuevo a la trama de puntos para trabajar algunas actividades similares a las que no pudo hacer con los geoplanos en la sesión anterior, por falta de tiempo. Esto lo consideramos un cambio de representación, de lo manipulativo a lo gráfico:

No todo lo tenía pensado. Por ejemplo, un día usamos la trama de puntos en el papel y les dije que dibujasen figuras de áreas determinadas. Entonces, lo estuvieron haciendo, fue una cosa que hicimos sobre la marcha más que nada porque no habían usado todavía las tramas de puntos (E2Mo, 495-8).

Dentro de estas Actividades de *'Organización de la información'*, también incluimos una exposición de la profesora del contenido ya trabajado [Mo 4. 2].

Consideramos que los estudiantes han realizado pocas actividades de formulación de hipótesis, *'argumentación y/o justificación'* (solamente un 2.9% del total), puesto que los procesos de generalización podrían haber ido acompañados por este tipo de propuestas, especialmente representativas de *'hacer matemáticas'*.

Por último, pero no las menos significativas, reseñamos también las *'Actividades de contraste'*, que representan un 7.2% del total de actividades. En ellas, Marió ha pretendido que los alumnos que han terminado, en su opinión, de modo interesante y correctamente una actividad, las expongan al resto de compañeros [Mo 4. 4], [Mo 5. 1] y [Mo 5. 4]. También hace una modalidad intermedia, ayudándose de preguntas y respuestas muy breves de los estudiantes. Sin embargo, no se trata de verdaderos debates de ideas, sino que sirven más bien de corrección de las actividades realizadas y en algunos casos, el *'contraste'* se reduce a esto [Mo 1. 3]. Sólo en este episodio se ha visto claramente que está corrigiendo e incluso calificando las respuestas de los estudiantes. El recuento de este tipo de intervenciones es solo aproximado ya que continuamente nuestra profesora entra en la dinámica preguntas-respuestas cortas, que son difíciles de contabilizar y que no hemos incluido en esta tipología.

➤ Con respecto de las **'Actividades de aplicación'**, que representan un **40.6% del total**, podemos afirmar que se han realizado al final de la intervención de enseñanza, que en ellas ha estado equilibrado el número de actividades en contextos sencillos (un **46.4%** de las actividades de aplicación) y académicos (el **53.6%** de éstas).

Marió no ha cambiado el enunciado de las *'Actividades de Aplicación'* diseñadas, pero algunas *'Actividades de aplicación combinada'* y de *'aplicación compleja'*, han quedado reducidas a *'simples aplicaciones directas'* por el modo de llevarlas a la práctica, lo que ha supuesto el 50% de este tipo de Actividades al llevarlas al aula.

Marió ha sido consciente desde el principio de la dificultad de algunas actividades de aplicación (especialmente una de *'aplicación compleja'*, de contexto académico, que ha realizado prácticamente ella) y de los posibles obstáculos que los estudiantes podrían encontrar y que, de hecho, han encontrado en éstas. Nuestra profesora cree que en estos casos los alumnos se derrotan de antemano y/o que les faltan conocimientos previos para que traten de acometer e implicarse más en estas actividades, además de ser totalmente ajenas a sus intereses y destrezas habituales. Ella duda entre adaptarlas a estas circunstancias o explicarlas previamente y ha optado por lo segundo. Por ejemplo, cuando las cosas se complican en un ejercicio con el cálculo de la apotema de un hexágono, ella lo resuelve totalmente, consciente de que no recuerdan el Teorema de Pitágoras [Mo 6. 2]. Otras posibles opciones habrían sido evitar ese ejercicio o pararse el tiempo necesario para trabajar mejor el teorema [Mo 7. 1]. En general, ha optado por fragmentar las actividades de aplicación combinada, convirtiéndolas en simples.

También, de todas formas, (...) había algunas bastante complicadas, que yo sabía que no las iban a saber hacer. Había una en concreto de hallar el área que encerraban unas circunferencias tangentes interiores, que eso yo sabía que era imposible, que eso no... La puse por si alguno era capaz. Pero sabía que no les iba a salir a ellos solos, que iban a necesitar mucha ayuda (E2Mo, 32-7).

No sé si esperar todo el tiempo que ellos hubiesen necesitado para sacar eso. O bien, hacer esas actividades más sencillas para que les salga más de ellos, para que lo vean (E2Mo, 390-1).

Nuestra profesora reflexiona sobre esta relación de actividades de aplicación entregadas al grupo completo de alumnos en los últimos días de la experiencia. Ella las llama de *'lápiz y papel'* y da muestras de ciertas dudas sobre su adecuación en todos los casos al grupo, por lo que se plantea que tendría que haber introducido cambios en ellas. Fueron diseñadas por Tony y consensuadas con Merce, sus compañeros del G₄. Podría haberlas modificado, pero ni los hizo al personalizar su diseño, ni los ha hecho sobre la marcha en la práctica, aún con esa falta

de convencimiento, reafirmado tras la experimentación. Considera que tienen diferentes grados de dificultad y que no están redactadas de forma suficientemente clara e inteligible para todos. Se propone modificarlas en el futuro, pues no le ha dado tiempo en esta primera ocasión:

También yo hubiera hecho las actividades... Los tres folios que les di de actividades de cálculo de áreas, yo hubiera incluido muchas más y además me gustaría haberlas elaborado yo (E2Mo, 171-2).

Lo que pasa es que me hubiera gustado más personalizarlas a mi clase, porque, claro, yo no sé cómo son los niños de Tony o de Merce, entonces... Había algunas actividades que aunque las teníamos incluidas, yo sé que ellos no iban a llegar a hacerlas (E2Mo, 175-8).

Sí, lo que pasa que, bueno, las he dejado, las que he visto que tenían más dificultad las he dejado por si acaso, que tampoco me parecían... Si no las hacían no pasaba nada, porque sabía que eran demasiado complicadas. Otras, sin embargo, las he visto demasiado fáciles, en otras los enunciados no estaban demasiado bien explicados... Hombre, yo las volvía a explicar. Claro, una de las cosas, la relación de esos problemas me gustaría ampliarla, modificarle alguna cosa. Además eso, ampliarla más, porque cuando están cogiendo ya el truco a ese tipo de problemas ya se han acabado (E2Mo, 181-7).

Al realizar los alumnos estas Actividades Marió ha podido medir aún mejor el grado de dificultad de cada una de ellas para el futuro. No da mucha importancia a que no lleguen a hacerlas todas, aunque posiblemente esto haya influido en el creciente desinterés de algunos alumnos, ya que estas actividades eran muy académicas y artificiales, poco relacionadas con el conocimiento cotidiano de los alumnos y ajenas a sus intereses e inquietudes.

Sí, lo que pasa que, bueno, las he dejado, las que he visto que tenían más dificultad las he dejado por si acaso, que tampoco me parecían tan difíciles... Si no las hacían no pasaba nada, porque sabía que eran demasiado complicadas. Otras sin embargo, las he visto demasiado fáciles, otras que no estaban demasiado bien explicadas. Claro, una de las cosas, la relación de esos problemas me gustaría ampliarle o modificarle alguna cosa. Además eso, ampliarla más porque cuando están cogiendo ya el truco a ese tipo de problemas ya se han acabado (E2Mo, 181-9).

Sin embargo, Marió también aprende sobre ellas al recibir las mismas preguntas numerosas veces, además de tener su propia percepción sobre los posibles obstáculos de los alumnos ante estas actividades. Todo ello le hace pensar que ahí hay una dificultad especial que ha de considerar, tratar adecuadamente y ser tenida en cuenta en futuras planificaciones de intervenciones de enseñanza:

Es curioso que muchos te hicieran la misma pregunta y las anotaba en los diarios míos para tener constancia, es decir, tengo que hacer más hincapié en eso o que es normal que te hagan esa pregunta, que muchas veces... Bueno, si te lo preguntan todos pues... no sé (E2Mo, 423-6).

Echa de menos haber trabajado más la utilidad práctica del cálculo de áreas para la vida cotidiana, haber usado más la cinta métrica y haber medido más objetos reales, aunque

reconoce que algunas sí han hecho, e incluso ha sorprendido a los alumnos en algún caso, por ejemplo, al pedirles que midiesen la cancha de baloncesto [Mo 8. 2]. También se plantea nuevas Actividades que podría proponer en futuras ocasiones:

Sí, me fijaba más en el hecho de que fueran con el metro... De que fueran a medir y eso, pero tampoco han visto... bueno, ¿para qué les puede servir calcular un área? (E2Mo 358-61).

A mí, por ejemplo, me hubiera gustado también que hubiesen hecho más cosas aplicadas a la vida, o sea, el ir y medir cosas y ver... (E2Mo, 130-1).

O calcularon también la del patio, las pistas, les di también cintas métricas y les salía un número muy alto y decían: cómo iba a ser tan grande, es que no es tan grande es que eso es esto, equivale a esto, o sea, que ellos tuviesen medidas aproximadas de lo que era cada cosa (E2Mo, 141-5).

Se me ocurre darles una cartulina y decirles que tienen que construir tal cosa y que tengan ellos que apañarse de cómo utilizar la cartulina porque... a lo mejor... Me refiero: que tengan que construir varias figuras y varias cosas recortando la cartulina pero que dependiendo de cómo las coloquen les va a faltar sitio o les va a sobrar sitio, y que tengan que pensar cómo dibujar las figuras para que les entren, no sé, algo más... que ellos noten que las áreas son útiles, que sirven para muchísimas cosas y que... no sé (E2Mo, 362-8).

Eso sería para pensarlo un poquito más, pero la verdad que aplicaciones, aplicaciones, como tales, tampoco les he dado demasiado (E2Mo, 369-70).

Sí, [añadirías más cosas de la vida cotidiana], hemos medido cosas del patio pero tampoco para una utilidad sino simplemente calcular áreas por calcular áreas que, vale, pero que no es suficiente (E2Mo, 355-7).

Después de este recorrido por las tipologías más relevantes, comentamos las características generales de las actividades realizadas. Salvo los diarios y los casos de 'argumentación', se trata de Actividades cerradas, de solución única, en las que Marió no ha fomentado una variedad de estrategias de resolución. Sin embargo, las actividades de 'búsqueda y obtención de respuestas', por ejemplo, las de composición o descomposición de figuras, han dado a los estudiantes varias posibilidades de usar estrategias diferentes para obtener los resultados requeridos, que, en ocasiones, han utilizado. No obstante, Marió, ha marcado con frecuencia los pasos que los alumnos han de dar, lo que no permite tantas opciones para diversificar los caminos de solución, ya que están bastante dirigidas. Así, por ejemplo, puede verse esto claramente en los episodios [Mo 2, 1], [Mo 5. 3] y [Mo 6. 2], aunque podríamos mencionar algunos otros.

A mí las sesiones de recortar y pegar, nosotros cuando realizábamos el diseño, pensábamos, por ejemplo, que el rombo iban a cortar, iban a poner este trocito aquí y, con el mismo rombo, formar un rectángulo y no, ni mucho menos, han construido de otras formas que no se nos habían ocurrido a nosotros, pero, bueno, que están bien (E2Mo, 84-8).

En cuanto al nivel cognitivo de las actividades, podemos considerar que muchas de ellas, especialmente las de estructuración y aplicación combinada y compleja, tienen un nivel medio

que, en los casos de ‘argumentación y/o justificación’ y ‘resumen o síntesis’ podrían haber llegado a ser alto, para los estudiantes que se implicasen bastante. Pero, en general, los alumnos no están acostumbrados a actividades de alto nivel cognitivo y a la primera dificultad se rinden. La profesora ha tratado de ayudarles inmediatamente, fragmentando las tareas, disminuyendo considerablemente su grado de dificultad y bajando automáticamente el nivel cognitivo de las mismas, a veces incluso adelantándose a las posibles dudas, eliminando obstáculos, con la intención de facilitarles el camino. Parece dejarles poca iniciativa en estos casos [Mo 4. 2] y [Mo 4. 3], [Mo 6. 2], [Mo 7. 1]. La lectura de los episodios nos induce a pensar, en este sentido, que Marió no considera que sus alumnos puedan realizar autónomamente actividades de alto nivel cognitivo. Como sus explicaciones las dirige frecuentemente al grupo-clase, no es que haga esto con algún alumno concreto que tiene más dificultades, sino con el grupo completo, globalmente considerado.

Creemos que habría sido preferible animarles y retarles a afrontar el obstáculo encontrado o no habérselo propuesto. Otro escollo añadido es que, si en general suelen tener dificultades con las operaciones, aún aparecen más cuando tienen que hacer cálculos con expresiones algebraicas. En estos casos, Marió ha permitido que los alumnos prueben e intenten hacerlo aunque se equivoquen, ya que cuenta con que tienen numerosas lagunas en procedimientos formales, aunque rápidamente les ha explicado cómo han de hacerlo. También ha procurado prever otros posibles errores, por ejemplo, en el uso de las unidades y la posible confusión de los alumnos entre lineales y cuadradas.

Claro, porque como yo les decía: tened cuidado [con las unidades a utilizar] (E2Mo, 432).

Si, por ejemplo, tienen que sumar dos fracciones con letras y eso... Era un poco complicado, pero bueno, se equivocaban pero lo intentaban (E2Mo, 414-5).

En algunas [fórmulas] se equivocaban, porque sumar fracciones en las que no hay números sino letras, eso ya es el no va más para ellos, o sea que muchas veces calculaban el área, dividían una figura en dos triángulos y ahora, claro, tienen que sumar dos fracciones con letras y eso era un poco complicado, pero bueno, se equivocaban pero lo intentaban (E2Mo, 411-5).

A Antonio se le ocurrió dividir el rombo en dos triángulos. Le tuve que echar una mano para que viese que la base de estos triángulos era d y que la altura era $D/2$, pero rápidamente él me dijo que entonces el área sería $2 \cdot (D/2 \cdot d)/2$ (OMo, 225-8).

Al principio... no sé lo que fue que les salió, me parece que era el aula que podía tener, bueno, ellos decían que tenía $5 \times 7,35 \text{ m}^2$ y al principio decían metros. O sea, que no tenían ni idea.... O calcularon también el área del patio, las pistas, les di también cintas métricas y les salía un número muy alto y decían que cómo iba a ser tan grande, es que no es tan grande es que eso es esto equivale a esto, o sea, quería que ellos tuviesen medidas aproximadas de lo que era cada cosa (E2Mo, 137-45).

Este tipo de intervenciones de Marió hace que los estudiantes recurran a ella en todos los momentos de atasco y solo adquieren autonomía cuando han hecho actividades muy similares varias veces, lo que ella denomina 'cogerles el truco'. También puede contribuir a ello, bien que las actividades no ofrecen soluciones varias, bien que la profesora les pide la fórmula y no se conforma con las propuestas intermedias o diferentes a lo esperado que muchas veces le ofrecen los alumnos y de las que tendría que seguir 'tirando del hilo' hasta que consigan por sí mismos el nivel de abstracción posible para ellos. Esto se ha repetido en las actividades que ella llama de 'recortar y pegar', de las que duda entre suprimirlas o ampliarlas en futuras experiencias, para que lleguen a comprenderlas mejor.

Luego sí les iba saliendo, que cuando vieron de qué se trataba... Es que al principio no sabían qué es lo que le pedía, qué es lo que tenían que hacer. Yo les decía, bueno, entonces ¿qué área tiene este romboide? Y ellos me medían las cosas pero no sabían que lo que yo quería era que me usaran las letras que había... (E2Mo, 405-8).

Las últimas [fórmulas], cuando íbamos avanzando y haciendo más, sí algunos, no todos, iban realizándolas (E2Mo, 409-10).

Por ejemplo, las actividades de recortar y pegar no salieron tan bien como yo pensé, bueno, luego ya las primeras les cuesta más trabajo, luego las otras ya sí le van cogiendo el truco (E2Mo, 12-5).

Cuando he recogido las fichas, las últimas fichas que les he hecho de cálculo de área, que eran tres folios con actividades, hay gente que no les ha cuajado demasiado bien algunas cosas (E2Mo, 15-7).

¿Modificar te refieres a quitar alguna o cambiarla? Yo, por ejemplo, lo de recortar y pegar no me ha dejado muy convencida. También está bien, porque se podrían incluir más actividades de ese tipo -de recortar y pegar- para que luego ya les cuesten menos, porque ya al final sí les iban cogiendo el truco de cómo hacerlas (E2Mo, 378-82).

Podemos decir algo bastante similar de las actividades de aplicación combinada, que sólo han conseguido hacerlas por repetición y fragmentación de las tareas, lo que disminuye así la posible complejidad de estas actividades y el nivel cognitivo que requieren. A veces, incluso anima a los alumnos a que la atiendan y anoten el resultado de un ejercicio, aunque aún no hayan llegado a él [Mo 6. 2].

Calcular el área de un trapecio, de un triángulo y todo eso sí, pero cuando ya tienen que empezar a descomponer y todo eso... El problema lo vamos a aplicar a la vida real, a un estanque, les cuesta trabajo (E2Mo, 18-21).

Ese es el problema que tienen siempre con los problemas, que en lo que no es cálculo puro y duro se atrancan más (E2Mo, 22-3).

Yo me imagino que, porque habiendo una parte, eran varios cuadrados y en dos cuadrados con círculos y eso formaban figuras y tenían que calcular el área. Y eso la primera vez les costó, pero luego cuando ya vieron muchas le iban cogiendo el truco (E2Mo, 25-9).

Marió no ha planteado ningún tipo de diferencias en las actividades que dirige a los alumnos. Sin embargo, da clase a parte del grupo en la optativa de Refuerzo de Matemáticas y prepara

también actividades para estos estudiantes. No obstante, su propuesta, no difiere tampoco de lo trabajado anteriormente, sino que más bien trata de insistir en aspectos similares, repitiendo cálculos de áreas de otras figuras planas, de características análogas a las trabajadas con toda la clase. Sin embargo, subrayamos el hecho de que han sido dos horas, intercaladas entre las sesiones ordinarias de la experiencia, pero en ellas, ni están todos los alumnos, ni han sido observadas ni grabadas, ni sus Actividades estaban incluidas inicialmente en el diseño, es decir, no fueron diseñadas con el resto de componentes del G_4 del Curso-P, sino que las ha ido improvisando sobre la marcha, aunque optamos por presentarlas también en el Apartado 5. 1. 1, ya que han tenido cierta influencia en el conjunto de alumnos y en su valoración de la experiencia, no las hemos contabilizado:

Por ejemplo, lo que no he pensado... que he tenido que...improvisar, haciéndolo sobre la marcha o el día antes me preparaba los refuerzos, las clases de refuerzo que les he tenido que organizar. Les he hecho una ficha de cálculo de áreas, etc. Lo que pasa es que eso no lo habíamos preparado, (...) era una cosa que tenía que hacer yo y lo fui dejando y lo he hecho de un día para otro, viendo qué áreas sabían en ese momento y les construía unas fichas en las que tuviesen que calcular áreas usando las fórmulas que ellos ya sabían (E2Mo, 52-60).

Más o menos la mitad de la clase tiene refuerzo de Matemáticas conmigo. Entonces éstos sí han calculado muchas áreas, que yo les construía figuras, que eran trapecios, triángulos... Tenían que hacer el cálculo de áreas, descomponiendo (E2Mo 471-3).

De todos modos, al hacer con estos alumnos estas actividades, acaba afrontando aspectos novedosos respecto al resto de la clase, como hacer estimaciones de áreas concretas, verificándolas después midiendo los objetos y/o zonas consideradas, insistir en el cálculo de áreas de figuras que han de descomponer en otras para poder aplicar las fórmulas, así como medir nuevos objetos reales. También les ha insistido en el uso de las unidades adecuadas, distinguiendo las medidas lineales de las correspondientes a áreas. Todo ello da a los alumnos de Refuerzo más soltura que a los demás en estos aspectos, algo que podemos considerar un logro paradójico, puesto que estos alumnos son los que suelen tener más dificultades. Este tipo de actividades, que en principio quería hacer con todos, aunque no lo ha hecho, son especialmente interesantes, pues relacionan el conocimiento escolar con el cotidiano, de forma sencilla y eficaz. Pero al tratar de poner el acento con la misma fuerza en los distintos aspectos que se ha planteado trabajar, simplemente no han cabido.

Yo, conscientemente, no he intentado ponerle más énfasis a una cosa que a otra, no sé si se la he puesto sin darme cuenta, hombre. Yo siempre... a mí, por ejemplo, me hubiera gustado también que hubiesen hecho más cosas aplicadas a la vida, o sea, el ir y medir cosas y ver... Yo, por ejemplo, en refuerzo de Matemáticas les hice un día unas actividades que fue aproximar áreas, aproximar en el sentido de que yo les decía: bueno, cuánto creéis que mide la superficie de la clase y ellos tenían que aproximar y luego llevé un metro y medimos y vimos quien se había acercado más. O ¿cuánto creéis que es el área de la pizarra? (E2Mo, 128-38).

Por ejemplo, en refuerzo de Matemáticas les hice un día unas actividades que fue aproximar áreas, aproximar en el sentido de que yo les decía: bueno, cuánto creéis que mide la superficie de la clase y ellos tenían que aproximar y luego llevé un metro y medimos y vimos quien se había acercado más. O ¿cuánto creéis que es el área de la pizarra? (E2Mo, 132-6).

Entonces yo, porque al principio... no sé lo que fue que les salió, me parece que era el aula que podía tener... les salía..., bueno, ellos decían que tenía 5 por 7,35 metros cuadrados y ellos al principio decían metros (E2Mo, 137-40).

Por último, constatamos que Marió no ha planteado a sus alumnos actividades de metarreflexión, aunque podrían haberlo sido los diarios. Al pedirles solamente descripciones de los procesos seguidos, sin insistir en el aspecto reflexivo, no las hemos considerado como tales.

Para finalizar, recogemos la valoración que Marió hace de la propuesta, contrastando sus expectativas con lo que ha ocurrido en la práctica:

No todo ha transcurrido como pensaba. Lo de los geoplanos que no pensé yo que iba a salir tan bien, que se iban a portar tan bien y tan... Pero, por ejemplo, las actividades de recortar y pegar no salieron tan bien como yo pensé, bueno, luego ya las primeras les cuesta más trabajo, luego las otras ya sí le van cogiendo el truco y, por ejemplo, cuando he recogido las fichas, las últimas fichas que les he hecho de cálculo de área, que eran tres folios con actividades, hay gente que no les ha cuajado demasiado bien algunas cosas y no... Calcular el área de un trapecio, de un triángulo y todo eso sí, pero cuando ya tienen que empezar a descomponer y todo eso... El problema lo vamos a aplicar a la vida real, a un estanque...Les cuesta trabajo, pero, vamos, ése es el problema que tienen siempre con los problemas, que en lo que no es cálculo puro y duro se atrancan más. (E2Mo 9-23).

Los aprendizajes no han sido todo lo profundos que ella pretendía, pues en los ejercicios de aplicación se perciben ciertas lagunas y aspectos poco asimilados, ya que una cosa es calcular áreas rutinariamente y otra cuando han de utilizar estrategias de composición o descomposición o traspasar los conocimientos académicos a otros contextos más cotidianos:

Por ejemplo, cuando he recogido las fichas, las últimas fichas que les he hecho de cálculo de área, que eran tres folios con actividades, hay gente que no les ha cuajado demasiado bien algunas cosas y no... Calcular el área de un trapecio, de un triángulo y todo eso sí, pero cuando ya tienen que empezar a descomponer y todo eso... El problema lo vamos a aplicar a la vida real, a un estanque...les cuesta trabajo, pero, vamos, ése es el problema que tienen siempre con los problemas, que en lo que no es cálculo puro y duro se atrancan más (E2Mo, 15-23).

Sin embargo, la sesión en el patio ha gustado a alumnos y profesora, aunque se ha tratado también de hacer ejercicios de aplicación. Está claro que el estímulo de hacerlo en otro contexto y sobre objetos reales, ha sido muy motivador para todos. Esto también ha ocurrido en la sesión de los geoplanos que, aunque no se ha trabajado en un contexto cotidiano, al

utilizarse un recurso didáctico novedoso y fácil de usar, también ha motivado a estudiantes y profesora:

Pero eso, por ejemplo, las actividades, la última que hicimos la de la gymkhana en el patio me gustó, creo que más o menos salió bien y a ellos más o menos les gustó. Ésa es otra de las sesiones que también más me han gustado y sobre todo me gustó mucho la sesión de los geoplanos y a ellos también (E2Mo, 38-41).

En síntesis, Marió propone en la práctica 65 Actividades, 50 de entre las previstas más siete nuevas de 'obtención de información' y ocho de 'estructuración de la información'. Esta propuesta, al igual que la diseñada, tiene tipologías variadas. Si las cuantificamos, sin perder de vista que alguna Actividad se ha clasificado en más de un tipo, aparecen 69.

- **Actividades de Iniciación: 5 en total → 7.2%**
 - **De motivación: 0**
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 5 → 7%
 - De expresión oral de conocimientos previos: 0

- **Actividades de Obtención de Información: 7 en total → 10.2%**
 - De presentación de información (exposición del profesor: organizativa, relativa al contenido; un texto; un vídeo; otras fuentes): 7 → 10.1%
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0

- **Actividades de Estructuración de Información: 29 en total → 42.3%**
 - De organización de la información (hacer tablas o esquemas, ciertos dibujos, exposición del profesor del contenido ya trabajado): 5 → 7.2%
 - De búsqueda y elaboración de respuestas: 8 → 11.7% del total
 - De comprobación: 0
 - De argumentación: 2 → 2.9%
 - De resumen: 9 → 13.3%
 - De contraste (corrección, debate de ideas, negociación de significados, etc.): 5 → 7.2%

- **Actividades de Aplicación de la Información: 28 en total → 40.8% del total**
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 0
 - De simple aplicación directa: 14 en total → 20.4% del total (50% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 7 → 10.2%
 - ✓ En contextos no académicos: 7 → 10.2%

- De aplicación combinada: 13 en total → 18.9% (46.4% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 6 → 8.8%
 - ✓ En contextos no académicos: 7 → 10.1%
- De aplicación compleja: 1 en total → 1.5% (3.6% de las de aplicación)
 - ✓ En contextos académicos: 0
 - ✓ En contextos no académicos: 1 → 1.5%

➤ **Actividades de Metarreflexión: 0**

Las características generales de las Actividades, pueden resumirse en: una gran mayoría de ellas son cerradas, es decir, tienen solución única, están muy dirigidas y admiten pocas estrategias de resolución. En cambio, una parte de las actividades de estructuración podemos considerarlas abiertas, personales y que han permitido cierta diversificación de estrategias en los procesos de generalización.

Así mismo, podemos observar que ha conducido estrechamente los procesos de resolución de los alumnos, lo que nos induce a pensar que, aunque éstos han utilizado estrategias diferentes en aquellas actividades que lo permiten, posiblemente sus opciones de hacerlo han sido menores de lo posible.

El 76.9% de las Actividades desarrolladas se han presentado en contexto académico y el resto, 23.1%, en otros contextos sencillos.

El nivel cognitivo implicado en la realización de las Actividades creemos que ha sido más bien bajo, en general, por haber sido muy fragmentadas y dirigidas. Así, las actividades de aplicación combinada, han quedado reducidas a simples eslabones de aplicación directa. En cambio, encontramos una mayor exigencia cognitiva en las actividades de estructuración antes mencionadas.

Estos aspectos metodológicos aquí señalados acercan bastante a nuestra profesora a una tendencia tecnológica.

Los tipos de Actividades han sido los mismos previstos, pero señalamos que las Actividades de aplicación combinada, han quedado reducidas a simples eslabones de aplicación directa, en el momento que Marió ha ido fragmentado las tareas y afrontando las dificultades surgidas a los estudiantes, al ir explicando continuamente cómo hacerlas, lo que ha bajado considerablemente, en nuestra opinión, el nivel cognitivo de dichas actividades y su grado de

complejidad e incertidumbre. Para ello, la profesora ha utilizado con frecuencia exposiciones orales, algo no mencionado explícitamente en su diseño.

La estructuración del conocimiento podría haber sido mucho más fuerte a partir de las Actividades de búsqueda y obtención de las fórmulas, si hubiese estimulado a los alumnos a hacer conjeturas, argumentarlas y justificarlas, probándolas o refutándolas etc. No obstante, se ha centrado en que obtengan las fórmulas de forma inductiva, tratando de que generalicen sin pasar por esos procesos previos. Las principales actividades de argumentación de los procesos realizados, los diarios de sesiones, se han hecho en casa, aún siendo consciente de que pocos trabajan en ella.

Consideramos que una característica de la profesora es que dedica más tiempo a que los alumnos automaticen y apliquen las ideas que a elaborarlas.

Podemos señalar que numerosos aspectos metodológicos de los aquí señalados se acercan bastante a una enseñanza tecnológica, más aún que en el diseño. Por ejemplo, dirige mucho el desarrollo de las actividades, cierra algunas oportunidades de diversificar las estrategias de resolución, la mayor parte de los contextos son académicos, etc. Los aspectos innovadores más atractivos nos parecen, por ejemplo, el lugar tan esencial que ocupan las actividades de los estudiantes, su estímulo a que los alumnos expresen sus hallazgos y describan los procesos seguidos, etc.

5. 2. 2. 1. 2 Resultados de los Tipos de Recursos Didácticos

En primer lugar constatamos que Marió ha usado los siguientes recursos y materiales didácticos: geoplanos y gomillas, fotocopias de figuras para recortar y pegar, tijeras, pegamento, cintas métricas, cuerdas, objetos circulares, una cartulina preparada para 'demostrar' el área del círculo, así como Hojas de Trabajo elaboradas por ella en colaboración con el G₄ y otras Hojas de Trabajo correspondientes a las horas de la optativa de Refuerzo y a la salida al patio, elaboradas únicamente por ella, sobre la marcha. La propia profesora ha usado por primera vez retroproyector, transparencias y un geoplano transparente proyectable.

Además he usado muchos materiales que ellos jamás habían usado: ni el retroproyector, ni el geoplano, ni tijeras, ni pegamento... Bueno, los metros sí los habían usado (E2Mo, 627-9).

Consideramos llamativo señalar, en primer lugar, que precisamente la sesión a la que más temía Marió, por el posible uso indebido de los geoplanos y sus gomillas, es una de las que más

satisfacción le ha producido a posteriori. Tanto es así, que una sesión le parece que ha sido insuficiente, y evidentemente lo ha sido, pues se ha dejado sin hacer actividades interesantes previstas en su diseño [Mo 2. 3]. Incluso desearía incrementar el número de actividades a realizar con este material en el futuro, tal vez a costa de la siguiente técnica utilizada, la de 'recortar y pegar' que comenta que han sido de mucha dificultad [Mo 3. 2], como hemos visto en el Apartado anterior. Marió resalta como positivo, en sí mismo, el hecho de usar estos recursos, aunque tal vez por el temor inicial ya mencionado, no permite que los estudiantes se familiaricen con ellos, mediante un primer contacto más informal y libre, sino que todo el trabajo es completamente dirigido. Tampoco tiene del todo claro, dada su poca experiencia de trabajar con recursos didácticos, ni cómo ni cuál utilizar en posteriores experiencias, ya que no sabe los que podrían ser más adecuados en cada caso concreto:

Quizá me gustaría cambiar, por ejemplo, como he visto que ha salido muy bien..., que me gustó por lo menos a mí y además creo que a ellos también les gustó mucho el día de los geoplanos, quizá intentaría que dedujesen más áreas usando los geoplanos, quizá más que recortando y pegando, no sé (E2Mo, 163-6)

U otro recurso, pero, por ejemplo, como vi que el geoplano salió bien, tiene una cosa que yo le temía, porque no sabía cómo iba a salir, que nunca los había usado, quizá a lo mejor una sesión más de geoplano no hubiera venido mal (E2Mo, 168-70).

Entonces no sé yo si usando el geoplano o usando otro tipo de cosa (E2Mo, 394).

Se le ocurre también que podría haber trabajado con otros recursos manipulables, por ejemplo con cuerdas, algunas actividades que se han quedado en el tintero, como las figuras isoperimétricas. Se trata de un aspecto muy importante, puesto que los alumnos suelen tener bastante confusión entre área y perímetro de cualquier figura plana. Aunque duda si está o no incluido en su diseño, constatamos que esta idea no está contemplada en él, ni en la sesión que menciona, la de los geoplanos, ni en ninguna otra:

También por ejemplo con lo de los geoplanos, lo que pasa que no sé si iba incluida en esa sesión o no, si no lo llegué ni a incluir, pero una de las ideas era trabajar con gomillas, pero también con cuerdas fijas para que las figuras fuesen isoperimétricas, lo que pasa que no ha dado tiempo (E2Mo, 371-4).

Marió facilita el uso de los diferentes recursos, distribuyendo entre los alumnos en cada caso lo necesario: las Hojas de Actividades a diario, los geoplanos [Mo 2. 1], tijeras y pegamento [Mo 4. 3], objetos circulares y cuerdas para medirlos [Mo 5. 3], los diarios ya leídos, las cintas métricas [Mo 8. 1], etc. Así mismo recoge a diario todas las actividades desarrolladas por los estudiantes, incluidas las de casa [Mo 1. 2], [Mo 3. 1], [Mo 4. 1], [Mo 4. 1], [Mo 5. 1], etc.

En cuanto a otro tipo de recursos, es reseñable el uso de múltiples representaciones: gráficas, numéricas y algebraicas, principalmente, que podemos observar en muchos episodios.

Con respecto de los recursos que Marió misma ha utilizado para la enseñanza, además de la novedad del retroproyector y el geoplano transparente, tanto para ella como para los estudiantes, podemos señalar el tipo de ejemplos y demostraciones a los que ha recurrido. Con respecto a los primeros, no se ha tratado de ejemplos inductivos solicitados a los estudiantes, sino ejemplos aclaratorios aportados por ella, para facilitar la realización de las actividades. La opción que ha tomado, muy frecuentemente, ha sido hacer ejemplificaciones previas de las Actividades siguientes, desarrollando la primera en muchos casos, para clarificar a sus estudiantes cómo han de hacer el resto de propuestas y que ellos actúen de forma similar ([Mo 3. 2], [Mo 4. 2], [Mo 6. 2], etc.

Incluso les sugiere como una buena estrategia que se inspiren en ejemplos anteriores. Así, lee uno de los diarios a modo de ejemplo, para que los alumnos se den cuenta de los aspectos que han de reflejar [Mo 4. 1]. Para cerrar los procesos y para *'corregirlos'*, usa también algunos de sus desarrollos, en ocasiones todas las propuestas diferentes y otras veces, los que considera más interesantes [Mo 5. 1], pero no se mencionan en el gran grupo los procesos inconclusos, los caminos que no conducen a resultados o los considerados *'erróneos'*.

En cuanto a las *'demostraciones'*, el objetivo es que los estudiantes obtengan las fórmulas de las áreas, pero ella se adelanta en los casos que considera más difíciles, sin dejarles un primer momento para pensarlo. Así, por ejemplo, ocurre con el área del círculo [Mo 6. 1], explicándola ella. Sin embargo, podemos subrayar el hecho de que no se trata de una demostración formal, sino una exposición con cartulina de una intuitiva y no rigurosa *'triangulación'* del círculo, para que los alumnos entiendan de modo gráfico una explicación, imprecisa pero clarificadora, de la fórmula.

Marió, con este tipo de propuesta, ha tenido muchas oportunidades de transferir la autoridad de la validación a la justificación de generalizaciones obtenidas por los estudiantes y al contraste entre las distintas aportaciones, algo que ha aprovechado escasamente.

Resumiendo, es la primera vez que Marió usa recursos manipulables innovadores y ha elaborado varias Hojas de trabajo, de lo que está muy satisfecha. Sin embargo, tiene ciertas dudas sobre qué recurso puede ser más adecuado para algunas actividades concretas, sobre todo, por falta de práctica, aunque se va decantando especialmente por los geoplanos.

En cuanto a su uso, comienza con cierto miedo, por lo que no permite un primer contacto libre e informal con ellos, sino que el trabajo está muy dirigido. Ha usado materiales

manipulables solo en una sesión, a pesar de que suelen favorecer el paso de lo concreto a la abstracción.

Los modos de representación ha sido variados: gráficos, numéricos y algebraicos, principalmente.

En cuanto al tipo de recursos que ha utilizado la profesora, el retroproyector y el geoplano transparente le han permitido dirigir completamente el orden y modo de realización de las actividades de la sesión correspondiente. Entre los recursos no físicos, destacamos los ejemplos y demostraciones. En el primer caso, Marió ha realizado con frecuencia la primera Actividad que han de desarrollar los estudiantes, para que vean cómo se hace, lo que disminuye el nivel cognitivo del resto. Para estructurar el conocimiento trabajado, ha presentado en varias ocasiones algunas de las estrategias seguidas por ellos una vez que las han terminado. También para que las *'corrijan'*. Pretende que los alumnos obtengan las fórmulas de modo inductivo e intuitivo, manipulativa o gráficamente. Ella se adelanta a hacerlo, en las más complicadas, usando material ingenioso.

El hecho en sí del uso de materiales didácticos manipulables, es un aspecto innovador, aunque su utilización haya sido restringida. El no uso de tecnologías, no lo es. Aún teniendo en cuenta las prácticamente inexistentes infraestructuras para ello en su centro, el mero hecho de no justificarlo es una señal de no darle tanta importancia como creemos que tiene.

5. 2. 2. 1. 3 Resultados de la Secuencia de Actividades

Para ordenar las sesiones, parece que Marió ha usado una lógica que le permita ayudar a los alumnos en la forma que ella considera que aprenden: por una parte, ha empezado con sesiones dedicadas a actividades de iniciación, ha seguido con sesiones dedicadas a la obtención y estructuración de información y ha finalizado con sesiones de aplicación. Es una lógica que ha tenido en cuenta a los alumnos.

Señalamos que, además, ha ordenado las Actividades de las sesiones de acuerdo con la dificultad de la obtención de las fórmulas de las áreas de las distintas figuras, es decir, en función del contenido. Por último, dentro de cada sesión, y relacionada con el tipo de figuras, hay otra lógica interna. Por ejemplo, en la segunda sesión, el uso de geoplanos ha sido, en sí mismo, motivador para los estudiantes, les ha ayudado a identificar y reconocer el concepto de área, pues los cuadrados y rectángulos son los más sencillos para contar unidades

cuadradas, los ha utilizado para que comprendan la unidad de área y obtengan las fórmulas más sencillas del cálculo de áreas, desde simples recuentos de unidades hasta actividades de estructuración -de búsqueda y elaboración de respuestas. Así, en cada sesión, a partir de las fórmulas de las figuras ya obtenidas con anterioridad, han generalizado los resultados que han ido consiguiendo en sus indagaciones, tratando de '*demostrar*' gráficamente la relación entre unas figuras y otras, y sus áreas respectivas. A partir de ello, le han seguido actividades de estructuración, concretamente de '*resumen*', mediante la expresión en un diario de sesiones de los procesos seguidos, que han ayudado a los alumnos a interiorizar lo que han aprendido y a dejar constancia escrita de lo que han trabajado en clase. Marió ha propuesto esta lógica interna en las sesiones segunda, tercera, cuarta y quinta, en las que los estudiantes han ido de lo particular a lo general, de lo más simple a lo más complejo.

Marió ha tratado de organizar las actividades de modo que los estudiantes alcancen una profunda comprensión de los aspectos matemáticos que están trabajando. Creemos que ha establecido conexiones claras entre unos modos de representación y otros, lo que muy posiblemente ha ayudado a los estudiantes a hacer las generalizaciones requeridas, una actividad de amplio significado matemático, favoreciendo también la estructuración del conocimiento.

Nuestra profesora ha procurado también enlazar unas actividades con otras, para que el hilo conductor sea visible al alumnado y está satisfecha de haberlo establecido, al considerar que ha logrado que los estudiantes conecten las ideas trabajadas, entre otras cosas porque son pocas:

Yo espero que no, que no hayan quedado aisladas. Yo, por ejemplo, cuando hacíamos las actividades de recortar y pegar, que hacíamos, por ejemplo la del trapecio y yo les hacía referencia a la que habíamos hecho del triángulo antes para que... o sea, qué vamos deduciendo. Además las áreas, hemos empezado desde un área muy básica que es la del triángulo... Bueno, primero la del rectángulo, luego la del triángulo, la del romboide la usamos para el trapecio, calculando áreas usando áreas que ya conocíamos, o sea, que yo espero que haya quedado todo bastante ordenado y... no sé, por lo menos eso es lo que yo he intentado y espero que no haya quedado ninguna clase así aislada (E2Mo, 150-9).

Yo creo que ellos han construido la conexión entre unos contenidos y otros, que ellos se han hecho una idea más o menos del conjunto de lo que se pretendía porque el tema era muy reducido: cálculo de áreas y fórmulas (E2Mo, 438-41).

Tal vez ha faltado una mayor interconexión del trabajo con otros núcleos temáticos de las propias matemáticas, con otras áreas y con el conocimiento cotidiano de los estudiantes. Podemos señalar que algunas de las actividades más interesantes que ha propuesto en este

sentido, como la estimación de longitudes y áreas, las ha realizado únicamente con los alumnos de refuerzo, que disponían de dos horas más, como si tareas tales como medir objetos reales, hacer estimaciones previamente de los mismos, etc., fuesen de segunda categoría.

No obstante, sería injusto no reconocer que ha propuesto algo similar en la última sesión realizada en el patio. Sin embargo, una actividad diseñada de una potente virtualidad de interconectar contenidos como habría sido que cada alumno construyese el plano de su casa y calculase las áreas de sus habitaciones, donde podría entrar en juego, proporciones geométricas, es decir, escalas, dibujo, sentido común y conocimiento cotidiano para salvar obstáculos (muebles o puntos inaccesibles, por ejemplo), inexplicablemente se ha quedado en el tintero, no por falta de tiempo, porque estaba concebida como tarea para casa.

En cuanto a establecer distintos itinerarios o grados diversos de dificultad, creemos que, aunque no los ha ofrecido, podría haber resuelto muy fácilmente este importante aspecto de la secuencia, respetando en profundidad el trabajo de los estudiantes, sin forzarles a llegar a la meta final de la formalización algebraica. Después de haber terminado la experiencia se cuestiona sobre la idoneidad de las actividades finales y es cuando reflexiona sobre esa posibilidad. Sin embargo, creemos que no es consciente, de que ha bajado considerablemente el nivel cognitivo de las Actividades que han presentado estas dificultades, en lugar de haberlo resuelto con propuestas diversificadas. Tampoco hay que olvidar que ha dado dos horas de refuerzo, independientes a esta intervención de enseñanza, pero que ha ayudado a reforzar y trabajar, con los alumnos menos aventajados, aspectos relevantes de la propuesta de todos:

A lo mejor era demasiado para todos. Pues no todos los alumnos pueden alcanzar ese objetivo. (...) Claro, para nosotros era muy fácil. Nosotros nos poníamos, y lo veíamos todo sencillo. Pero ellos no (E2Mo, 554; 556).

En síntesis, han coexistido tres lógicas en la secuencia de actividades. En primer lugar, para ordenar las sesiones, el hilo conductor usado es el de tratar de ayudar a los alumnos de la forma que Marió considera que aprenden: ha empezado con una sesión dedicada a actividades de iniciación, seguida por varias sesiones en las que se han dedicado a la obtención y estructuración de información y han finalizado con sesiones de aplicación. Es una lógica que ha tenido en cuenta a los alumnos.

En segundo lugar, ha presentado las Actividades de las sesiones de acuerdo con la dificultad del contenido. En tercer lugar, dentro de cada sesión, subyace otra lógica interna, con la que

ha favorecido el paso de lo manipulativo, intuitivo o gráfico, a lo formal, de los casos particulares a las generalizaciones.

Esta triple lógica nos señala, por una parte, sus esfuerzos por tener en cuenta cómo aprenden los estudiantes, donde percibimos rasgos tecnológicos y aspectos tradicionales por el peso que tienen los contenidos.

5. 2. 2. 1. 4 Resultados del Clima y la Organización del Aula y del Tiempo

Para ayudarnos a una mejor comprensión de esta subcategoría la presentamos dividida, como en el caso del conocimiento declarativo, en sus tres aspectos fundamentales: la organización de espacios y alumnos, el clima del aula y la organización del tiempo.

➤ La Organización del Espacio y los Agrupamientos

El espacio ha estado organizado durante toda la experiencia de acuerdo con los agrupamientos realizados. Siempre que el trabajo ha sido individual o en parejas, los pupitres han estado en filas de dos, orientados hacia la pizarra y la mesa de la profesora, como es lo habitual en las clases de Marió. En los casos en que parte de la sesión se ha realizado en pequeños grupos, los alumnos han reorganizado sus mesas, uniéndolas entre sí, con lo cual algunos estudiantes de cada grupo no han estado orientados hacia la pizarra [Mo 1. 2], [Mo 5. 2]. Cuando Marió ha explicado mientras ellos están situados así, unas veces han vuelto las sillas, si la explicación se prolonga o si ella dibuja alguna figura o tabla en la pizarra y otras veces no, moviendo en todo caso un poco las sillas. Esto ha sido así únicamente en el episodio [Mo 5. 2], ya que en primer caso que los alumnos se han agrupado Marió no se ha expresado dirigiéndose al grupo-clase y en la siguiente ocasión de agrupamientos, han estado en el patio, moviéndose libremente.

Con respecto a su distribución en el aula, Marió los ha colocado con mayor frecuencia en parejas que con otros tipos de agrupamientos durante la experiencia, salvo en contadas ocasiones: las agrupadas que acabamos de describir y la segunda sesión, de trabajo individual. Sin embargo, a posteriori comprende que, al menos en algunos casos [Mo 3. 2], habría sido más adecuado distribuir a los alumnos en pequeños grupos, porque podrían haberse ayudado mutuamente mejor y también a ella le habría sido más fácil atenderlos. Sin embargo, ella no partía de esa idea, pues consideraba que el trabajo individual puede ser más provechoso para ellos, pues se centran más:

Que los tenía que haber puesto en un grupo y así yo daba una explicación para el grupo y además se hubieran ayudado entre ellos más. Que quizá para la próxima vez que lo haga, los ponga más a trabajar en grupos, más que en individual (E2Mo, 252-5).

Así, entre que yo nada más que lo explico una vez y se enteran todos, luego se pueden ayudar entre ellos. Que como he hecho bastantes actividades en individual pues no ha habido toda la colaboración que debería, pero bueno... (E2Mo, 255-8).

Lo de recortar y pegar yo no lo tenía muy claro al principio si hacerlo individual o en grupo. Pensé que si lo hacía individual iban a poner más atención ellos en su trabajo, no sé, que cada uno hacía lo suyo (E2Mo, 267-9).

Nuestra profesora no ha explicado los criterios de los tipos de agrupamientos que ha usado, ni si sus decisiones en este aspecto metodológico tienen alguna relación con sus objetivos de aprendizaje. Tampoco ha manifestado su convencimiento de la importancia del aprendizaje entre iguales, ni de la dimensión social de la construcción del conocimiento. Según hemos constatado, se trata más bien de la necesidad de ayuda para resolver dudas que no puede atender por falta de tiempo, que de una valoración profunda del papel de las interacciones entre iguales en el aprendizaje. Éstas han ocurrido, sin embargo, en algunos casos, independientemente de los agrupamientos:

A Pedro no lo daba por perdido entonces, Pedro sí ayudaba a algunos compañeros, veía yo que... Maestra, voy a ir un momento allí, que le voy a explicar a fulanito tal cosa. Entonces sí se ayudaban unos a otros (E2Mo, 244-8).

Pero... me equivoqué, creo que lo debería haber hecho en grupos... Porque esa sesión fue un poco caótica, en el sentido de que estaban un poco [perdidos]... que no sabían qué es lo que tenían que hacer, me preguntaban, yo se lo explicaba a uno y tenía que explicar lo mismo quince veces (E2Mo, 270-3).

Entonces, pues, me hubiera ayudado tanto a mí como a ellos hacerlo en grupos. Eso es que tampoco lo teníamos muy cerrado. De hecho no recuerdo qué es lo que pone en el diseño, si pone que esa actividad es en grupo o es en pareja. Quizá pusiera en pareja, quizá lo pusiera en pareja, pero... (E2Mo, 274-7).

Marió, considera que no tiene mucho sentido repetir lo mismo a cada alumno, y que si el trabajo es grupal, le será más fácil atender sus dudas. En cualquier caso, cuando varios estudiantes le hacen la misma pregunta, Marió ha dejado de atenderlos individualmente, llamando la atención de todos y comentando, al grupo-clase, cómo superar las dificultades detectadas [Mo 2. 3], [Mo3. 2], [Mo 6. 2], [Mo 7. 1], etc.

Yo se lo explicaba a uno y tenía que explicar lo mismo quince veces. Entonces, pues, me hubiera ayudado tanto a mí como a ellos hacerlo en grupos. Eso es que tampoco lo teníamos muy cerrado (E2Mo, 272-5).

Les pedía que lo hicieran, y yo no daba abasto para ir dándole a cada uno el empujoncito necesario para que pudiesen seguir ([Mo 3. 2]: OMo, 221-2).

Entonces, si lo tengo que explicar nada más que a la mitad de la clase, pues mejor (E2Mo, 467).

Su mejor experiencia con los grupos ha sido cuando éstos han estado constituidos por dos o tres alumnos, porque cuando son grandes no consigue que todos trabajen, e incluso ni aún en el caso de los grupos pequeños, lo consigue con todos. Se decanta por este número como el más adecuado, viendo que se han repartido las tareas adecuadamente y que han funcionado mejor:

El día del patio sí. Ese día yo creo que casi todos... menos alguno, menos Andrés que tengo que ir Andrés, Andrés, porque Andrés es horroroso, pero en ese sí. Yo creo que acerté haciendo grupos pequeñitos, porque otras veces que he hecho actividades de este tipo he hecho grupos más grandes, de cuatro y ahí sí que trabajaban dos y los otros dos no hacían nada (E2Mo, 303-7).

Observamos y comentamos las dos que se han repartido las tareas en el grupo: unos miden y otros hacen las cuentas ([Mo 8. 2]: OMo, 580-1).

Entonces al ser grupos de dos y algunos de tres, que también se vio qué tres había puesto, funcionaban bastante bien, salvo alguna excepción (E2Mo, 308-10).

Por otra parte, esto implica a veces más trabajo, puesto que, en el caso de la sesión en el patio [Mo 8. 2], ha tenido que proponer las actividades con distinto orden para cada grupo, lo cual ha permitido que no se agolpasen todos los alumnos en el mismo punto, lo que habría hecho inviables las mediciones de objetos. Pero le ha merecido la pena el esfuerzo al ver que ha funcionado muy bien la sesión con la distribución de alumnos realizada:

Sí claro, pero luego es una tarea, porque yo que no domino la informática tenía que ir cortando y pegando, variando el orden, que me llevó un rato grande, pero luego vi que salió bien, pues mira te vas por lo menos contenta. Si hubiera salido un desastre me hubiera tirado de los pelos (E2Mo, 338-41).

➤ **El Clima del Aula**

El ambiente del aula ha sido, en general, relajado, en un relativo silencio y centrado en el trabajo [Mo 1. 2], [Mo 2. 1], [Mo 2. 2], etc. Esto no quiere decir que podamos afirmarlo constantemente. Es más, en ocasiones, el ruido ha llegado a ser grande y la concentración mucho menor [Mo 3. 1], [Mo 5. 3], [Mo 5. 4], [Mo 8. 1]. En esos casos, Marió se siente responsable de controlar el comportamiento de los alumnos, aunque no es algo que le preocupe excesivamente, ni es estricta exigiendo silencio. Lo solicita siempre cuando va a hacer una presentación de información, aunque a veces no lo consigue. A veces, ha tardado un poco en acallarlos, lo que suele intentar suavemente [Mo 2. 2], [Mo 3. 2], [Mo 4. 4] y después los estudiantes se concentran bien o la escuchan con atención, participando en sus preguntas con respuestas espontáneas [Mo 6. 2] o ella los anima a una mayor participación [Mo 5. 1], aunque a veces contesta ella misma a sus propias preguntas [Mo 2. 1]. Hay un ambiente de confianza, se han movido poco, pero con libertad por el aula y la profesora generalmente se

siente cómoda con ellos. Solo en alguna ocasión se ha quejado de su comportamiento [Mo 3. 2], [Mo 4. 3].

Marió no ha dedicado ningún momento de esta intervención de enseñanza a establecer normas sociales o matemáticas, ni ha preparado a los estudiantes para el trabajo en grupos con algunas actividades específicas para ello, sino que ha dado por supuesto que si están sentados juntos, saben trabajar cooperativamente y lo hacen. Desconocemos si lo ha hecho con anterioridad a la experiencia. A pesar de ello, Marió ha tratado de fomentar, a su manera, la comunicación y el intercambio de ideas entre iguales, ya que unos alumnos han ayudado a otros [Mo 1. 2], [Mo 6. 2], [Mo 8. 2], etc., dejando en esos casos que ellos tomaran la iniciativa de cómo acometer el trabajo y cómo desarrollarlo:

En esa sesión no les dije nada de cómo tenían que calcular ningún área sino simplemente ellos iban... A alguno se le iba ocurriendo y ya aprovechaban esa idea los demás y fue saliendo todo bastante bien (E2Mo, 228-30).

Con respecto al grado de implicación de los alumnos en clase, una de las mayores expectativas de nuestra profesora ha sido que esta experiencia involucre fuertemente a todos los alumnos o a una gran mayoría de ellos en el trabajo. Sin embargo, constata apesadumbrada que no ha sido así, sino que la mayor parte de los alumnos ha seguido actuando con patrones parecidos al resto del curso. No obstante, Marió reconoce también que cuando ha planteado actividades especialmente novedosas, como las realizadas con los geoplanos o las del patio del Instituto, la actitud de los alumnos que normalmente no suelen hacer nada, ha cambiado positivamente. Cuando las actividades son más convencionales y académicas, han vuelto a comportarse del modo habitual. También es verdad que ella incluye en esa implicación el trabajo fuera del aula, que no consigue que muchos de ellos hagan, ya que durante el transcurso de las sesiones si se han centrado mejor en el trabajo:

Los que estaban desenganchados han seguido estando desenganchados. A lo mejor, en alguna actividad, en la actividad de los geoplanos sí, porque era de las primeras y era muy facilita, pero en cuanto se complicaba otra vez la cosa... Y eso de traer deberes de casa, tampoco se hace (E2Mo, 197-200).

Yo creo que los de siempre. Normalmente los que ayudan a los demás son los mismos para una clase normal y tradicional como para una clase de éstas. (...) Que, no sé, que quizá... Algunos se han implicado mucho, pero porque se implican siempre. En ese curso hay algunos alumnos muy buenos, otros (...) son niños bastante inteligentes pero que son muy flojos y no hacen casi nada en casa. Ellos en clase sí se implican todo lo que haga falta, pero como les pidas tú una tarea para casa, olvídate. Intentan aprobar los exámenes, porque son niños de estos que levantan la cabeza y se quedan al momento con el contenido... Y éstos no es que se hayan implicado especialmente en hacer más tareas en casa... (E2Mo, 282-4; 291-8).

Ella reconoce que, en general, los alumnos se han comportado bien en el aula durante todo el desarrollo de la experiencia. Resalta especialmente la sesión de los geoplanos, que Marió tanto temía, por si hacían un uso inadecuado de las gomillas y en la que, sin embargo, la implicación fue total:

Estoy satisfecha porque, por ejemplo, el día de los geoplanos que se portaron bastante bien, que estuvimos con las luces apagadas, con gomitas en las mesas, con gomitas de las que un día normal se tiran unos a otros, y no hubo...estuvieron todos... trabajaron todos, porque ese día trabajaron todos, haciéndome preguntas, más o menos bien. Además hemos usado muchos materiales que ellos jamás habían usado: ni el retroproyector, ni el geoplano, ni tijeras, ni... bueno, los metros sí los habían usado (E2Mo, 623-9).

Sin embargo, también comenta la actitud no muy positiva, de algunos alumnos ante el aprendizaje, apreciando que su implicación no ha sido especial durante la misma, aunque parece olvidar que, al menos, ha habido dos sesiones en las que si se han implicado bastante prácticamente todos, según ha comentado anteriormente:

Tampoco he notado yo, salvo excepciones como, por ejemplo Damián -algunos días, porque otras veces no, porque también ha faltado un par de días- y poco más, no es que haya habido una excesiva implicación más en este tema que, a lo mejor, en otros (E2Mo, 298-302).

El día del patio sí [se implicaron]. Ese día yo creo que casi todos... Menos alguno, menos Andrés que tengo que ir Andrés, Andrés, porque Andrés es horroroso, pero en ese sí se implicaron (E2Mo, 303-5).

En cualquier caso, Marió destaca el cambio de un alumno que si ha mostrado claramente un comportamiento diferente a lo largo de la experiencia. Este alumno, Damián, formaba parte del grupo que recibía clases de Refuerzo de Matemáticas y, al haber trabajado aspectos novedosos respecto a los generales, como antes hemos mencionado, se ha sentido útil y con gran motivación para explicar a compañeras cómo hacer estas actividades, dándose la paradoja de que ellas suelen destacar más en las clases habituales de matemáticas:

Por ejemplo, Damián sí, al principio cuando él veía que entendía las cosas, que es un niño que normalmente le cuesta más trabajo, sí le decía al de al lado: que no, ¿no ves que es así?... (E2Mo, 285-7).

Por ejemplo, el día de la gymkhana Damián y Rosa estaban en el mismo grupo, bueno, a Damián le cuesta trabajo, pero Rosa es una niña de sobresaliente y notables, pero no tiene refuerzo de Matemáticas. Y Verónica tampoco. Entonces, una de las áreas que tenían que calcular era una especie de casita que había en un mural en el instituto y, claro, esa casita no tenía forma de ninguna de las figuras que yo les había enseñado y Damián, como sí tenía refuerzo, que se ha hartado de calcular áreas descomponiendo, pues... fue el que me dijo: pues he roto la casa. Damián ¿qué has roto, qué? No, que lo he 'descomponío'. Entonces fue a Damián al que se le ocurrió... porque claro, las otras no... (E2Mo, 474-83).

Con respecto a cómo ha presentado a los estudiantes el trabajo que se ha a hacer en cada sesión, señalamos algunos ejemplos, en los que constatamos que es bastante escueta introduciéndolos. Sin embargo, parece necesario ilusionarles y comprometerlos más con las

tareas, dada la importancia que concede a una mayor implicación de todos los alumnos, incluso aquellos que no suelen hacerlo. Ella trata de aprovechar el trabajo de unos compañeros para que ayuden a otros, a la vez que cuida la autoestima de los alumnos, reforzando sus logros [Mo 2. 3], [Mo 4. 2], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1], [Mo 5. 3], etc.

Entonces, hombre, los tuve que guiar, pero bueno, también lo que hice mucho en esa sesión fue resaltar lo que iban descubriendo los alumnos. Por ejemplo, cuando Inés se dio cuenta de que para calcular el área de un triángulo había que construir un rectángulo y dividirlo entre dos el área, pues en ese momento les dije: mirad lo que Inés ha hecho (E2Mo, 220-4).

Hay formas, eso, lo que se iban dando cuenta unos y otros, pues les decía: explícale a los demás cómo... No tanto de guiarlos, porque en esa sesión [Mo 5. 2] no les dije nada de cómo tenían que calcular ningún área, sino simplemente ellos iban haciéndolo, a alguno se le iba ocurriendo y ya aprovechaba esa idea a los demás y fue saliendo todo bastante bien (E2Mo, 225-30).

Luego decía: vamos a ver, a Pedro se le ha ocurrido construir dos triángulos, venga Pedro explícalo. Yo intentaba que ellos explicaran, que tampoco están muy acostumbrados a explicar cómo han hecho las cosas (E2Mo, 97-9).

Nuestra profesora ha disfrutado con algunos aspectos y se siente satisfecha de ellos, aunque con sentimientos ambiguos, de cansancio y desazón, en otros, porque los alumnos han estado más alterados, la han acosado a preguntas y ella se ha sentido desilusionada y confusa, cuestionándose si la práctica estaba funcionando bien. 'Es viernes y cuesta más dar clase' [Mo 4. 4]. Ella reconoce que algunas sesiones habrían salido mejor si hubiese podido atender bien a los estudiantes, es decir, si su número no la hubiese desbordado en ocasiones:

Al final, el grado de satisfacción final, muy bien. Estoy muy contenta con la experiencia. Ha habido unas sesiones que me han gustado mucho más que otras. Por eso algunos días me sobrepasaba un poco, si hubiera tenido quince alumnos me hubieran ido muy bien todas las sesiones... Pero muchas veces no podía ir uno a uno dándole el empujoncito que hubiesen necesitado. Pero, bueno, haciendo un balance general, sí que estoy contenta aunque algunas sesiones no, algunas puntualmente (E2Mo 611-8).

➤ La Organización del Tiempo

Marió declara que la mayor dificultad que ha encontrado en la práctica del diseño ha sido el tiempo. Ha sacrificado actividades en casi todas las sesiones, aunque considera que eran actividades prescindibles [Mo 1. 3] y [Mo 2. 3], que no se ha dejado nada de lo que ella considera fundamental en el tintero. Solamente en el caso de los geoplanos, dedicaría dos sesiones si vuelve a realizar la experiencia en otro curso académico:

La mayor dificultad que creo que ha aparecido en la práctica del diseño ha sido el tiempo. La mayoría de las sesiones no me ha dado tiempo a acabarlas; muchas no me importaba seguir las al día siguiente pero, bueno, las del geoplano, por ejemplo, muchas cosas se quedaron en el tintero que me hubiesen gustado... Por ejemplo, si lo hago otra vez le dedicaré dos sesiones a los geoplanos, está claro. Y, bueno, que a mí no me

importaba dedicarle más tiempo a la experiencia, lo que pasa es que tampoco... no sé, más o menos yo creo que he ido... aunque quitaba cosas, he ido desechando cosas, me iban quedando bien cerraditas las sesiones, no se me quedó nada así suelto, por lo menos nada que yo sea consciente (E2Mo, 567-75).

Vamos, que no me ha costado trabajo eso de cortar antes y meter... que creo que no queda ninguna sesión descuadrada, que aunque no hayan hecho todas las actividades... Sí, igual que en el diseño, tampoco han quedado mal cuadradas (E2Mo, 62-64).

Sin embargo, encontramos algunas contradicciones en este sentido, ya que reconoce que los aprendizajes se habrían consolidado más si hubiese dedicado más tiempo a algunos aspectos de los tratados. Por ejemplo, en la mayoría de las ocasiones en las que ha entregado una Hoja de Trabajo nueva, al principio los alumnos se han desconcertado mucho, no sabiendo cómo iniciarlas. Poco a poco, después de practicar, han ido entendiendo los procedimientos, que Marió les ha ido suministrando rápidamente, pero para entonces se ha acabado el tiempo de trabajo con ellos:

Lo que pasa es que quizá hubiera sido mejor dedicarle más tiempo (E2Mo, 101-2).

Si hubiera tenido más tiempo hubiera hecho más cosas, pero no ha podido ser (E2Mo, 145-6).

Quizá, les hubiera ayudado dedicar a eso más tiempo. Yo me imagino que, porque habiendo una parte, no sé si has visto las actividades que eran cuadrados, eran varios cuadrados y en dos cuadrados con círculos y eso formaban figuras y tenían que calcular el área. Y eso la primera vez les costó, pero luego cuando ya vieron muchas, le iban cogiendo el truco. En fin, les iban saliendo y quizá si hubiéramos hecho más actividades pues lo hubiesen pillado... Al final, yo me imagino que les hubiesen salido bastante mejor (E2Mo, 25- 31).

Abundando en el mismo sentido, Marió afirma que algunos aspectos no han sido tan bien tratados como podrían haberlo sido. Por ejemplo, las actividades de generalización son muy complejas para ellos y no ha sido posible que lo hayan hecho por sí mismos en la mayoría de los casos:

Sí, pero es que tenías siete días para dar el tema de áreas, es que tampoco podías extenderte demasiado. A lo mejor lo tenía que haber dejado más tiempo para reposar y que cuajase eso y les saliese a ellos generalizar, pero es que también tú sabes que tenemos el tiempo... Que tampoco podía esperar todo el tiempo que ellos hubiesen necesitado para sacar eso (E2Mo, 386-90).

Quizás, teniendo más tiempo y calculando más áreas de esa forma, entonces que ellos lleguen a generalizar más fácilmente (E2Mo, 395-6).

Por todo ello, Marió duda si no habría sido preferible dedicar alguna sesión más de las realizadas, ocho en total, pues considera que algunos aspectos han podido quedar insuficientemente tratados. Pero como hemos visto en el párrafo anterior, la profesora no ha querido dedicar demasiado tiempo al tema. Con ello detectamos que se da cuenta de que el aprendizaje necesita más tiempo, pero no se lo ha dado. Quizás crea que tampoco es necesario *'que lo saquen los alumnos'*, que lo pueden aprender más o menos igual si *'se lo da*

ella'; o quizás no importa tanto que los alumnos aprendan realmente, sino que los temas sean *'enseñados'*, para cumplir las expectativas mayoritarias de alrededor (de otros profesores, de los propios alumnos...). O quizás lo que se ha quedado en el tintero tampoco lo considera tan importante....

Su solución en todos los casos ha sido terminar el trabajo en casa. Algunas actividades han sido concebidas así desde el inicio, incluido el diario, que no todos han hecho o le han dedicado el tiempo que habría merecido y Marió es consciente de ello.

La mayoría de las sesiones no me ha dado tiempo a acabarlas; muchas no me importaba seguir las al día siguiente pero, bueno, las del geoplano, por ejemplo, muchas cosas se quedaron en el tintero que me hubiesen gustado... (E2Mo, 568-70).

Yo tenía en el diseño siete (sesiones) y creo que han sido ocho (E2Mo, 45).

Yo intentaba darles tiempo, lo que pasa es que tampoco me quería extender demasiado. Si me paraba mucho tiempo, también se me iban los días. Hubiera tenido que coger muchas sesiones (E2Mo, 93-4).

Entonces, quizá dedicarle más tiempo, porque ellos en casa trabajan muy poquito, han trabajado muy poquito el diario y eso. Entonces, quizá dedicarle más tiempo porque ellos en casa no hacen nada (E2Mo, 188-90).

No hacíamos más de recortar y pegar, que las que hacíamos en clase... como no daba tiempo, es que el problema era ése, que como no me daba tiempo en clase de dar muchas veces todo lo que quería, pues les dejaba para casa... Bueno, pensad cómo haríais la de tal figura (E2Mo, 504-7).

Renunciar a dedicar más tiempo a estos aspectos, implica no retomar cuestiones que han quedado sin resolver en su momento, algunas incluso procedentes de la prueba inicial y que habría sido muy interesante reconsiderar para establecer conexiones y asimilar contenidos:

Por ejemplo, el día de los geoplanos, la sesión estaba preparada para ser mucho más larga, lo que pasa es que no nos dio tiempo. Íbamos a construir además de una especie de rectángulo y de triángulo y sacarles las áreas contando cuadraditos, yo pensaba construirles figuras más raras. Entonces, una de las figuras que les quería yo haber construido en el geoplano era una figura que les pusimos en la prueba inicial y que la mayoría no tenían ni idea de calcularle el área porque no era conocida. Yo pensaba haberles dicho que construyesen esa figura en el geoplano y que me dijiesen el área, que seguro que todos hubieran calculado fácilmente el área, lo que pasa es que me quedó corta de tiempo la sesión y como no volví a hacer otra sesión de geoplano no lo pude comentar (E2Mo, 328-39).

Estos resultados se refieren a las sesiones globalmente consideradas. A continuación presentamos algunos ejemplos de cómo Marió controla el tiempo durante el desarrollo de una actividad o una sesión. Aunque fija con antelación los tiempos para hacer las actividades que va proponiendo, les deja siempre un poco más, presionándolos suavemente para que terminen [Mo 4. 4]. En ocasiones, fuerza un poco dicho ritmo, para que terminen el trabajo que están realizando, animándoles a acelerar la finalización de la actividad correspondiente y recoger el trabajo realizado [Mo 1. 2], [Mo 4. 4], [Mo 5. 2]. Cuando esto ocurre al término de la

sesión, unas veces se queda unos minutos más y en otros casos, indica que lo terminen en casa o plantea nuevas cuestiones para casa, ganando así tiempo [Mo 1. 3], [Mo 3. 3], [Mo 4. 4], [Mo 6. 2].

Como no daba tiempo, es que el problema era ése, que como no me daba tiempo en clase de dar muchas veces todo lo que quería, pues les dejaba para casa... Bueno, pensad cómo haríais la de tal figura (E2Mo, 504-6)

Marió controla e incluso trata de acelerar el ritmo de trabajo de los alumnos, para no dedicar más sesiones de las previstas y para que puedan trabajarse todos los contenidos propuestos. Otra de sus razones para presionarlos un poquito con el tiempo, es que pongan interés y concentración en el trabajo [Mo 8. 2] e incluso piensa calificar con más puntuación a quienes acaben más rápidamente [Mo 8. 1]. No siempre se siente satisfecha de cómo ha resuelto la organización del tiempo, pues se ha dado cuenta de la dificultad que ha entrañado para los alumnos, por ejemplo, encontrar las fórmulas. A veces, incluso se queda preocupada, tanto pensando en los alumnos, por si el tiempo ha sido insuficiente para desarrollar bien sus tareas, como en las suyas propias como profesora, que siente que no ha podido atender bien:

Las fórmulas les han costado bastante. Ya luego ya los últimos sí les iban saliendo pero les ha costado al principio eso de deducir fórmulas que... No sé. Algunos, más o menos, al final, por eso las últimas, me parece que dos sesiones o dos sesiones y media han sido recortando y pegando ya las últimas más o menos les salían (E2Mo, 79-83).

Quizás en lo de recortar y pegar hubiera explicado más cosas y más detenidamente (E2Mo, 463-4).

Lo que pasa es que quizá hubiera sido mejor dedicarle más tiempo (E2Mo, 101-2).

En síntesis, con respecto a la distribución de los alumnos en clase, Marió los coloca habitualmente en parejas, aunque considera que se concentran mejor si el trabajo es individual. Sin embargo, a posteriori comprende que, al menos en algunas ocasiones, habría sido más adecuado distribuirlos en pequeños grupos, porque podrían haberse ayudado mutuamente mejor y también a ella le habría sido más fácil atenderlos. Sin embargo, esto tampoco impide que, al estar los alumnos sentados en parejas, intercambien ideas y comenten entre ellos su trabajo. Esto no implica que Marió se plantee la necesidad del trabajo entre iguales y la importancia de las interacciones entre ellos o, al menos, no lo menciona.

El clima de la clase ha sido distendido, los alumnos han trabajado a gusto e implicados en las tareas, aunque sus demandas, a veces, han desbordado a Marió. Ella ha tratado de controlar su conducta, reprendiéndolos suavemente por su nombre, animándolos a que se centren en el trabajo, a que lo terminen, a que participen en las puestas en común. No ha dado

importancia a pequeñas incidencias, como que se muevan del pupitre en alguna ocasión, aunque no es lo habitual. Se ve que tienen confianza con ella, menos en sí mismos, pues preguntan continuamente, sobre todo cuando empieza una tarea nueva. Tienen poca iniciativa para afrontarla por sí mismos y poca autonomía.

No parece, sin embargo, que se hayan cumplido las expectativas de Marió durante el desarrollo de la experiencia, al considerar que se han implicado los de siempre, aunque creemos haber observado algunos cambios de actitud ante el trabajo.

Fomenta la reflexión de los alumnos sobre lo que han hecho, mediante los diarios de las sesiones, a lo que ha dado mucha importancia. Sin embargo, no les ha dejado tiempo en el aula para escribirlos, con lo que no ha garantizado que lo hagan todos, aunque ha dedicado algún tiempo a comentarlos, dándoles pistas, en días sucesivos, para que recojan más aspectos y vayan enriqueciéndolos.

En cuanto a la organización del tiempo, en primer lugar, ha dedicado ocho sesiones. En segundo lugar, le ha resultado escaso en cada sesión para hacer todas las Actividades que había previsto para cada una de ellas, lo que le ha llevado a cortar algunas o a pedirles para hacer en casa. Para Marió, el tiempo ha sido la mayor dificultad que ha encontrado en la práctica, en el sentido de experimentar una contradicción entre lo que le habría gustado lo que *'se permite dedicarle'* a esta experiencia.

Consideramos, además, que Marió ha interrumpido continuamente los procesos de pensamiento de los alumnos y su ritmo de trabajo, por considerar que sus explicaciones son ayudadoras y que presionándolos se centran y avanzan más rápidamente en las propuestas y no serán necesarias demasiadas sesiones. Pero de esta forma, no ha concedido suficiente tiempo para la exploración, la indagación, la incertidumbre y la reflexión.

En este sentido, en la práctica de nuestra profesora hemos visto aspectos controladores, que reconocemos en la tendencia tradicional.

5. 2. 2. 1. 5 Resultados del papel de la profesora

Mientras que Marió se concibe a sí misma como profesora con un papel de guía, coordinadora, observadora del grado de implicación de los estudiantes y supervisora de su trabajo, nos ha mostrado, en la práctica, un papel protagonista y *'suavemente'* controlador de todo lo que ocurre en el aula, así como de la preparación de su gestión: se ha responsabilizado

de la planificación del contenido y de la selección de las Actividades, de los agrupamientos, de los recursos didácticos a utilizar, de la organización del trabajo y del tiempo [Mo 1. 1], [Mo 5. 2], [Mo 8 1]. Ella ha presentado a los estudiantes cada día lo que van a hacer en la sesión en curso o en parte de ella [Mo 1. 1], [Mo 5. 1], [Mo 8. 1], etc., dando frecuentemente instrucciones muy concretas [Mo 2. 1], [Mo 4. 3], etc., orientando sobre cómo han de hacerlo [Mo 1. 2], [Mo 2. 1], etc., aportando explicaciones sobre la marcha ante sus dudas y respuestas ‘correctas’ o conduciéndolos hacia ellas, adelantando incluso información aún no solicitada, indicando cuándo terminarlo, etc .

Con respecto de lo primero, Marió considera que forma parte de su papel esta preparación rigurosa de las sesiones, que se ha intensificado para algunas de ellas, sobre las que sentía mayor inseguridad, para prever posibles dificultades de gestión del aula y de comportamiento de los alumnos:

Por ejemplo, tengo grabadas algunas sesiones así más..., las de los geoplanos, hombre la de los geoplanos es que era una sesión que como le tenía tanto pánico la tenía muy, muy, muy preparada ¿sabes? Me preparé las transparencias, lo tenía todo muy organizado para que no se me escapara nada, para tener todo el tiempo controlado, no sé, que creo que fue una de las clases que más preparada llevaba (E2Mo, 214-9).

Como decíamos, ella considera que ha desempeñado el rol de guía de los alumnos. En algunos casos más que en otros, pues mientras que en ciertas actividades unos se han mostrado bastante perdidos o reticentes a implicarse en las tareas, en otros han sido capaces de extraer sus propias ideas y estrategias.

Los distintos papeles que he jugado como profesora han dependido de la actividad porque, por ejemplo, había actividades que sí he tenido que guiarlos mucho, en las de recortar y pegar he tenido que darles más empujones de los que me hubiese gustado (E2Mo, 204-5).

Por ejemplo, en la actividad de la gymkhana, me preguntaban bastantes pocas cosas, era más que nada empujar a los que no trabajaban, si había algunos grupos que eran de dos, pues al que iba sin hacer nada le tenía que achuchar un poquito para que ayudase al compañero, pero.... en esa actividad fue más de los que yo veía que no trabajaban tanto e incitarles a que ayudasen a los compañeros. Tampoco tenía que guiarlos tanto (E2Mo, 207-13).

También considera natural que los estudiantes le hagan preguntas, creando un clima de confianza e intercambio. Lo que hay que analizar es qué tipo de preguntas son las que hay que fomentar y de qué modo contestarlas.

O no está tan claro o es natural que te hagan esa pregunta. Muchas veces tienen que surgirles preguntas (E2Mo, 427).

Pero también es bueno que le surjan a ellos preguntas y que te las pregunten; que a lo mejor hay gente que no necesita explicaciones y les sobra que yo las dé (E2Mo, 465-6).

Me preguntó Ramón que qué unidades ponían al número π . Claro, porque como yo les decía: tened cuidado, porque, claro, ellos te median la puerta: mide un metro y medio de ancho y 47cm de largo. Y ahora multiplicaban un metro y medio por 47cm. Y yo les dije: ¡todo en las mismas unidades! Claro, y ellos dirían: 3,1416 ¿qué unidades tiene? (E2Mo, 430-5).

En este sentido, analizando la forma más característica de Marió de presentar información [Mo 4. 4] [Mo 5. 1] [Mo 6. 1]), constatamos que ha sido mediante explicaciones con preguntas–respuestas, intercaladas continuamente en sus exposiciones. Esto ha ocurrido tanto cuando se ha dirigido al grupo-clase, como cuando lo ha hecho atendiendo individualmente o en pequeños grupos, para aclarar dudas sobre las actividades en curso. Como podemos observar en numerosos episodios [Mo 1. 3] [Mo 4. 1] [Mo 4. 2] [Mo 4. 4] [Mo 5. 1] [Mo 5. 2] [Mo 6. 1] [Mo 7. 1], se trata generalmente de preguntas breves y cerradas [Mo 2. 1], [Mo 2. 2], [Mo 2. 3], [Mo 4. 2], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1], etc., ‘comprobadoras’ de lo que saben los estudiantes, aunque a veces contesta ella misma [Mo 2. 1], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1], etc., o en otros casos responde de forma ‘evaluada’. No obstante, también solicita, algunas veces, que los alumnos expliquen las estrategias que han seguido [Mo 4. 3], [Mo 5. 1], [Mo 5. 4] o los invita a pensar [Mo 5. 3], aunque sin ayudarles con preguntas ‘genuinas’ y ‘provocadoras’ que despierten su creatividad.

Mientras seguís haciéndolo voy a ir hablando [Mo 2. 2]

Marió sabe que hace esto pero, desde nuestro punto de vista, al intervenir continuamente, interrumpe los procesos de pensamiento de los estudiantes o incluso no permite a veces que puedan iniciarse, los dirige y condiciona mucho y prácticamente elimina cualquier complejidad de las actividades, rebajando considerablemente el nivel cognitivo de las mismas, el grado de incertidumbre y de implicación profunda en ellas. Las tareas se vuelven superficiales y repetitivas, aunque su voluntad completa está puesta al servicio de su aprendizaje y los procesos que conlleva, por lo que creemos que no es consciente de ello. Es curioso observar cómo se expresa ante su actuación en este sentido durante las actividades de aplicación:

Entonces en esa sesión tuve que darles más empujones en la de las actividades que hicieron de fichas de calcular áreas sí les tenía que ir... que no le cogían el truco, por ejemplo a eso de, por ejemplo, les decía: calcular el área de la parte sombreada quitándoles trozos. Pues hasta que no descubrían ellos eso... Es que como es una cosa totalmente nueva, que no han calculado un área en su vida, bueno, la de un rectángulo y un triángulo, como mucho, entonces es algo muy nuevo para ellos (E2Mo, 231-8).

Consideramos que tampoco es consciente del hecho de no dar voz a los procesos que no han llegado hasta el final o cuyo camino no conduce a los resultados esperados por ella. Esta falta de oportunidades de expresión oral y de escucha de aquellos estudiantes que no culminan las

actividades o cuyos resultados no son suficientemente tenidos en cuenta, creemos que ocurre durante el desarrollo de la experiencia en algunas ocasiones, porque muy posiblemente Marió no sabe lo relevante y fundamental que es la comunicación también en este tipo de casos.

Otro aspecto importante del rol de Marió ha sido el evaluador, consistente en la revisión de los trabajos de los alumnos, e incluso su calificación, bien sobre la marcha en el aula [Mo 1. 3], bien después de cada sesión. A nuestra profesora le ha interesado ver cada día los distintos procesos y estrategias que han seguido en las actividades propuestas, para señalar los más interesantes, según su criterio. Así, ha interpelado a los alumnos que han conseguido hacer lo que ella considera adecuado y les ha pedido que lo expliquen a los demás [Mo 4. 2], [Mo 5. 3], para acostumbrarlos a expresarse oralmente sobre las matemáticas. A la hora de resumir en la pizarra los trabajos que ha visto bien hechos, (solo ha comentado éstos, los que han llegado bien hasta el final), a veces los ha resumido ella, para ayudar a estructurar los contenidos y cerrar los procesos [Mo 5. 4]. En esos casos, mediante *'preguntas comprobadoras'*, pretende involucrar en la explicación a los estudiantes que las han realizado, cuestiones que ellos contestan con monosílabos. En otras ocasiones, son los estudiantes quienes comunican, algo más extensamente, la estrategia seguida. A veces, ésta le parece complicada a Marió y no permite que se desarrolle [Mo 5. 1] o pone adjetivos como *"la estrategia de triangulación es más interesante"*, etc.

Los veo una vez que yo los he recogido y veo lo que han hecho ellos o yo voy mirando y veo cómo lo van haciendo (E2Mo, 95-6).

A fulanita se le ha ocurrido de tal forma... E intentaba decirles las distintas formas que se les habían ocurrido y cómo llegábamos a lo mismo (E2Mo, 99-100).

En cambio, no ha valorado el trabajo incompleto de otros estudiantes, no ha escuchado sus aportaciones, ni pedido que las expresen ante los demás. La escucha de los estudiantes no ha jugado un fuerte papel en su actuación, menos aún una escucha hermenéutica, interpretativa de ideas no bien formuladas o inacabadas de los estudiantes. Esto nos conduce a la idea de una visión absolutista de las matemáticas, donde los aspectos que podrían considerarse *'falibles'* no son interesantes desde su punto de vista, ni es bueno que se expresen en voz alta, se discutan, se contrasten y se negocien significados.

Una vez que ha supervisado los trabajos de los alumnos, se los ha devuelto. No obstante, le gustaría conservar los más significativos que han realizado, porque los considera interesantes y le aportan modelos que a ella no se le habían ocurrido y que puede tener en cuenta en futuras experimentaciones.

Los tienen ellos, yo se los he devuelto todos, pero les he dicho... Yo a la gente que he visto que tienen mejores trabajos se los voy a pedir todos, es que me gustaría tener una copia o incluso quedármelos porque ellos... [los van a tirar]. Porque ellos, yo sé cómo son y... no sé, a alguna gente sí les quiero pedir los trabajos que han hecho para tener yo... para calcular algunas áreas que algunos han descompuesto de una forma y otros de otra, pues tener varios modelos para ver yo qué se les ha ocurrido a cada uno. (E2Mo, 117-25).

En síntesis, Marió muestra, en general, un papel ‘suavemente’ controlador de todo lo que ocurre en el aula: los contenidos, las actividades, los agrupamientos, el ritmo de trabajo y la organización general de espacios y tiempos, el comportamiento de los alumnos, etc. La profesora ejerce este control sobre lo que tienen que hacer los alumnos en cada sesión, interviene con explicaciones continuas, solapándolas con las oportunidades de búsqueda de estrategias propias de los estudiantes e interrumpiendo sus procesos de pensamiento.

Sus preguntas son, con mucha frecuencia, ‘comprobadoras’, cerradas y breves, con las que pretende contribuir a que el alumno avance en la dirección prevista. Sus respuestas a las preguntas de los alumnos son, a veces organizativas, a veces dan el producto que han de encontrar los propios estudiantes (siempre con el ánimo de ayudarles) y, en otras ocasiones, son ‘evaluadoras’. Sin embargo, a veces responde mediante la formulación de nuevas preguntas, invitando a los estudiantes a pensar o a volver sobre las dudas más tarde.

No obstante, suele pedir a los alumnos que han llegado hasta el final de los procesos de búsqueda de las fórmulas exitosamente, que expliquen las estrategias utilizadas a sus compañeros. En otras ocasiones es ella la que lo hace, intercalando ‘preguntas de comprobación’ con frecuencia, que ellos contestan muy brevemente. Esto no impide que ella misma complete sus aportaciones en cualquier momento, recogiendo, estructurando y mostrando las distintas formas que los alumnos han usado para hallar las fórmulas de las áreas.

Marió ha tenido numerosas intervenciones en las que ha tomado frecuentemente el protagonismo del aula, lo que la aproxima a planteamientos metodológicos tecnológicos, muy dirigistas. Desde luego, en muchos momentos, se ha tratado de una metodología más centrada en el profesor que en el estudiante, aunque no ha sido su intención consciente.

5. 2. 2. 1. 6 Resultados del Papel del Alumno

El rol que Marió ha adjudicado principalmente a los alumnos ha sido realizar las actividades que ella les ha ido proponiendo progresivamente, tratando de darles gran

participación en el descubrimiento de los contenidos por ellos mismos. Ha tenido en cuenta su nivel de conocimientos previos, aunque en la Prueba Inicial no había contemplado ningún proceso de generalización. En ellos los estudiantes han encontrado más obstáculos, por no estar habituados, puesto que no los habían trabajado con anterioridad. En cambio, no les ha concedido ningún papel en la formulación ni en selección de las actividades, ni ha contemplado sus inquietudes o intereses.

Eso de deducir la fórmula les ha costado bastante. Ya luego ya los últimos sí les iban saliendo pero les ha costado al principio eso de deducir fórmulas que... no sé. Algunos, más o menos, me parece que dos sesiones o dos sesiones y media han sido recortando y pegando ya las últimas más o menos les salían (E2Mo, 79-83).

Yo les decía, bueno, entonces ¿qué área tiene este romboide? Y ellos me medían las cosas, pero no sabían que lo que yo quería era que me usaran las letras que había. Luego, cuando íbamos avanzando y haciendo más, algunos sí, no todos, las últimas las iban realizando (E2Mo, 408-11).

Aunque Marió no se ha propuesto como un objetivo explícito estimular la búsqueda de estrategias diversas, por parte de los alumnos, para resolver las actividades planificadas, los alumnos han sido más creativos de lo esperado a la hora de componer y descomponer figuras y a ella este hecho le ha agradado bastante. Esto aún podría haber ocurrido más veces, de haberles permitido pensar más tiempo y guiarles menos directivamente en esos procesos:

Para calcular algunas áreas algunos han descompuesto de una forma y otros de otra (E2Mo, 124).

Lo bueno que tiene es que, por ejemplo, en esas actividades se les han ocurrido mil formas, no a todos se les ha ocurrido la misma, porque claro, ellos... “resuelve ecuaciones de primer grado”, las resuelven como yo se las he explicado, con el método que yo uso; “resuelve o haz tal cosa”, lo hacen como yo... Sin embargo, aquí a mí a lo mejor se me ocurría calcular el área para mí de la manera más fácil y, sin embargo, ellos me decían: ¿la puedo calcular así o así? Y sí, se podía, a lo mejor era un poco más complicado pero, bueno, la mayoría sí que han encontrado otras posibilidades (E2Mo, 597-605).

Los estudiantes han dedicado bastante tiempo a escuchar a la profesora, aunque, como acabamos de mencionar no estaban previstas tantas intervenciones suyas [Mo 1. 1], [Mo 1. 3], [Mo 6. 2], [Mo 7. 1], [Mo 8. 3], etc. Unas veces su atención ha sido máxima y en relativo silencio, en algunos casos no han comprendido lo que ella ha tratado de explicar y ella solo lo ha constatado después, cuando se ha puesto a atender a los grupos [Mo 2. 2], [Mo 6. 2], etc., y en otras ocasiones han seguido centrados en lo que estaban haciendo o charlando de otra cosa [Mo 3. 2], [Mo 6. 2], etc. Pero la mayoría de las veces, han participado preguntando sus dudas, pero sobre todo, contestando a las ‘preguntas de comprobación’ que Marió hace continuamente mientras explica, como hemos ya señalado.

Otro rol de los alumnos ha sido explicar sus estrategias de resolución, sus logros y sus propias soluciones. Marió sabe lo mucho que les cuesta, pues tampoco están habituados a ello y ha intentado promoverlo, pero ofreciéndolo a muy pocos alumnos y creemos que con ciertas deficiencias, retomando ella frecuentemente la palabra. En cambio la participación de un considerablemente mayor número de estudiantes ha sido en dar respuestas espontáneas a las ‘preguntas de comprobación’ de Marió. Parece ser que los monosílabos no les cuestan tanto [Mo 2. 1], [Mo 2. 2], [Mo 2. 3], [Mo 4. 2], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1], etc. Tampoco les cuesta plantear dudas concretas a la profesora, lo que constatamos que también hacen continuamente [Mo 2. 1], [Mo 2. 2], [Mo 4. 2], [Mo 4. 3], [Mo 4. 4], [Mo 5. 1], [Mo 5. 4], [Mo 7. 1], etc. Sin embargo, no han sido suficientemente activos, como antes comentábamos. También es cierto que muchos ratos de las sesiones los han pasado escuchando las explicaciones de la profesora.

Yo intentaba que ellos explicaran, que tampoco están muy acostumbrados a explicar cómo han hecho las cosas y a fulanita se le ha ocurrido de tal forma e intentaba decirles las distintas formas que se les habían ocurrido y cómo llegábamos a lo mismo (E2Mo, 96-8).

Este protagonismo se lleva también a cabo con la expresión escrita de los procesos seguidos, principalmente en sus diarios de las sesiones. Aquí sí han participado todos los estudiantes, en la medida que han ido implicándose en sus diarios progresivamente y han ido clarificando lo que la profesora esperaba de ellos. Han ido mejorando y enriqueciéndose con la visión particular de cada uno, al menos en algunos casos. Creemos que lo habría conseguido de todos (o de una gran mayoría) si no los hubiese encomendado siempre para hacer en casa:

Y también por ejemplo los diarios, los primeros diarios son más pobres, los hacen peores, luego ya van haciendo diarios mejores, ya van explicando más lo que yo quería. Al principio no lo tenían muy claro, aunque yo les dije que quería que me pusieran sus sentimientos, si les había gustado o no, qué les había costado trabajo, qué habíamos hecho y qué fórmulas habíamos trabajado. Al principio algunos se basaban nada más en: me ha gustado, no me ha gustado, sí me ha gustado. Y otros: hemos calculado esto, nada más, y otros me ponían: la maestra ha traído esto, esto y esto, pero ninguno recogía todo y ya al final sí, hay algunos que ya sí han hecho mejores diarios (E2Mo, 105-14).

Los alumnos han podido preguntar en todo momento sus dudas, en algunos casos incluso de forma excesiva, ya que Marió se ha sentido impotente para atenderlos a todos. Esto ocurre cuando están desarrollando las actividades, no mientras explica la profesora. Los alumnos tienen claramente asumido el papel de hacer preguntas que, en la mayoría de los casos, se repiten y serían innecesarias si se centrasen e implicasen más. Se trata de preguntas relacionadas con cómo empezar el trabajo, cómo seguir, a veces típicas de quien no quiere molestarse en pensar nada, de quien no se responsabiliza de su propio aprendizaje. No han sido capaces de iniciar por sí mismos una actividad que consideran completamente nueva. En

ese sentido, esto nos induce a pensar que están acostumbrados a que todo se les dé acompañado de muchas explicaciones previas y de tener que hacer exactamente lo que la profesora pretende que hagan:

Hubo una actividad, a lo mejor fue una de recortar y pegar, (...) que me preguntaban continuamente cada paso (E2Mo, 248; 251).

Pues hasta que no descubrían ellos eso... Es que como es una cosa totalmente nueva, que no han calculado un área en su vida, bueno, la de un rectángulo y un triángulo, como mucho, entonces es algo muy nuevo para ellos (E2Mo, 234-8).

Que luego sí les iba saliendo, que cuando vieron de qué se trataba... Es que al principio no sabían qué es lo que le pedía, qué es lo que tenían que hacer (E2Mo, 405-7).

Realmente, me preguntaban la mayoría las mismas cosas, que son preguntas muy típicas. (...) Te preguntaba lo mismo la mayoría (E2Mo, 417; 21).

Los alumnos han podido trabajar en un clima de confianza, de poder preguntar todas sus dudas, sin la presión de no poder cometer errores, ya que su papel ha consistido en buscar, intentar, comprobar, preguntar, compartir, posiblemente poco conscientes de sus lagunas en procedimientos formales:

[En el cálculo de] algunas [áreas] se equivocaban, porque sumar fracciones en las que no hay números sino letras, eso ya es el no va más para ellos, o sea que muchas veces calculaban el área, dividían una figura en dos triángulos y ahora, claro, tienen que sumar dos fracciones con letras y eso... era un poco complicado, pero bueno, se equivocaban pero lo intentaban (E2Mo, 412-15).

El papel de los estudiantes ha sido, en cierto modo, participativo, en el sentido de implicarse en las Actividades que Marió les ha planteado. No obstante, no podemos afirmar esto totalmente, ya que han jugado un papel bastante pasivo en cuanto a responsabilizarse de su propio aprendizaje y se han comportado de forma muy poco autónoma. Han preguntado continuamente cómo empezar, cómo seguir, en la mayor parte de las Actividades, sobre todo al comienzo de cada Hoja de Trabajo, tomando pocas iniciativas, posiblemente porque están muy poco habituados a hacerlo.

No obstante, algunos han utilizado estrategias creativas o inspiradas en ejemplos anteriores, se han ayudado mutuamente y han participado en gran grupo, preguntando dudas o respondiendo a las cuestiones que Marió les ha planteado.

En general, Marió está bastante contenta de lo realizado, sobre todo de las innovaciones metodológicas. La mejor prueba de ello es que pretende, no solo repetirla en cursos sucesivos, sino ir preparando otros núcleos temáticos con una metodología similar:

Al final, el grado de satisfacción final, muy bien. Estoy muy contenta con la experiencia, aunque ha habido unas sesiones que me han gustado mucho más que otras (E2Mo, 613).

Pero, bueno, haciendo un balance general, sí que estoy contenta, aunque de algunas sesiones no, algunas puntualmente (E2Mo, 617-8).

Pues nada, que espero repetirla, cambiando algunas cosas pero quiero poder repetirla. Me gustaría, a lo mejor, un tema que también me gusta mucho que es la probabilidad, organizar como una unidad didáctica de probabilidad, así también distinta, que no sea sólo [lo tradicional]... (E2Mo, 644-7).

5. 2. 2. 2 RESULTADOS DE LA EVALUACIÓN

Disponemos de pocos datos sobre los resultados de la evaluación, por lo que presentamos al final una síntesis única de la misma, globalmente considerada.

5. 2. 2. 2. 1 Resultados de para qué Evaluar

Marió solo menciona explícitamente para qué evaluar refiriéndose a la prueba inicial. Después de realizada ésta, se reafirma en su utilidad para la realización del diseño, en el sentido de haberle aportado datos a tener en cuenta: que los estudiantes apenas tienen conocimientos previos sobre áreas de figuras planas, sobre la descomposición y composición de figuras y la estimación de áreas, entre otros aspectos a considerar, lo que le ha movido a trabajarlos:

[El cuestionario que pasamos al principio] nos sirvió para hacer el diseño porque nosotros la prueba inicial esa la hicimos hace muchísimo tiempo, antes de empezar casi a ver qué actividades y qué íbamos a ver (...) Para saber dónde teníamos que empezar y ver que teníamos que empezar desde lo más básico, porque no sabían... (E2Mo, 314-7; 24-5).

Claro, nos sirvió para ver que tenían muy poquita idea, que sabían áreas de rectángulos y poco más y que les dabas una figura un poco rara y sólo algunos, bueno, más de los que yo pensaba, se les ocurrió descomponerla, a lo mejor, en cuadraditos y contar los cuadraditos. También que tenían poquita idea de aproximar áreas, de decirles qué área tendrá tal cosa (E2Mo, 318-22).

Pero vamos, a nosotros la evaluación inicial nos sirvió sobre todo para ver la poquita idea que tenían y que teníamos que empezar desde muy abajo, muy abajo (E2Mo, 559-63).

Constatamos que esto se contradice con su declaración de no ser consciente a priori de las dificultades de los estudiantes, por ejemplo, ante los procesos de generalización, aunque lo es en el caso de las actividades de aplicación. Esto puede ser debido a que la prueba inicial apenas contempla estos aspectos.

Quizá, lo que pasa es que tampoco se nos iba a ocurrir al hacer [el diseño] haberles puesto algo más sencillo. Si hubiese sido yo consciente, de haber sabido algo que me hubiera hecho a mí consciente de que no tenían ni idea de cómo se generalizaban las cosas, o sea, de abstraerse un poco... (E2Mo, 547-50).

Especial hincapié hace Marió en la dificultad para generalizar que ha detectado en los alumnos y que le ayuda a adaptar mejor futuros diseños para salvar estos obstáculos:

Nosotros lo vemos muy rápido y a ellos les cuesta. No sé, algo que nos pusiera los pies en la tierra a nosotros de que eso es un mundo para ellos, eso de abstraer (E2Mo, 559-61).

5. 2. 2. 2 Resultados de qué Evaluar

Marió decide sobre la marcha evaluar el contenido de todas las actividades que han realizado los alumnos durante cada sesión, a las que añade las que los alumnos hacen en casa, lo que significa que ha revisado y valorado todos los contenidos trabajados y cómo los han llevado a cabo. Estos contenidos son, fundamentalmente, procedimentales, destrezas y razonamientos, expresión oral y escrita. De entre ellos destacamos el diario de sesiones realizado por los estudiantes, cuyo contenido también supervisa y califica. Marió ha valorado, cómo expresan los procesos que han realizado, no sólo al final de la experiencia, sino tras cada sesión. Además, está interesada en las actitudes de los alumnos:

Por ejemplo, un día, (...) usamos tramas de puntos, para dibujar lo que hacían en el geoplano, y las recogí también (E2Mo, 495-6).

Digo, bueno, vamos a hacer que calculen... y les recogí esas fichas, por ejemplo, y las evalué también (E2Mo, 499-500).

Pensad cómo haríais la de tal figura. Entonces, claro, ésas se las recogía después y las valoraba también (E2Mo, 506-8).

Me falta también apuntar, que le quiero dar un valor también a la actitud que han tenido, que no tengo una nota numérica todavía pero que la pondré y también la contaré (E2Mo, 517-9).

No es como normalmente que tú le valoras las veces que han salido a la pizarra, los deberes, el comportamiento, pero luego el examen es lo que tiene el mayor peso. Pero ahí, aunque le dé más peso a unas actividades que a otras, no hay una que se lleve el peso grande (E2Mo, 538-43).

5. 2. 2. 3 Resultados de cómo Evaluar

Marió ha construido sobre la marcha una ficha en el ordenador donde ha ido recogiendo todas las calificaciones de las actividades supervisadas:

Las estoy haciendo en el ordenador y les voy metiendo las notas. En esas tablas recogemos qué es lo que les pensábamos valorar, pero como han surgido más fichas, más cosas que me daban... entonces terminé por hacerme una ficha para mí que es la que he ido valorando (E2Mo, 528-31).

Cada día ha recogido los trabajos realizados, así como el diario de la sesión del día anterior.

Marió, por lo tanto, ha usado todas las fuentes posibles de información sobre los datos:

Digo, bueno, vamos a hacer que calculen... y les recogí esas fichas, por ejemplo, y las evalué también -que no había pensado evaluarlas- y muchas más... que me fueron surgiendo, que muchas actividades no había pensado yo recogerlas (E2Mo, 499-502).

Tenía más o menos pensado qué les iba a recoger, que... pero muchas han surgido, sobre todo las de recortar y pegar, que las que hacíamos en clase me las llevaba (E2Mo, 502-4).

Marió también comenta que, aunque el diseño ha sido fácil de elaborar por haberlo hecho en el G₄, la evaluación le ha supuesto mucho más trabajo que la de otros temas, precisamente por tener tantos datos al supervisar todos los trabajos realizados por los alumnos. No se refiere de la dificultad de valorar los trabajos, sino a la cantidad de material que se ha propuesto corregir:

No mucho, porque tampoco era muy laborioso, ni muy... porque eran cositas... Lo que pasa que, por ejemplo, me ha supuesto mucho más trabajo que unas clases normales. Yo lo sabía, porque además me llevaba todo el día corrigiendo (E2Mo, 510-3).

5. 2. 2. 2. 4 Resultados de cuándo Evaluar

Marió ha evaluado prácticamente a diario y no ha realizado un examen final, como suele hacer en el resto de los temas:

Es que la evaluación era... todos los días tenían algo que entregarme y, bueno, comportamiento por supuesto todos los días veía quien participaba más, quien menos, pero que no ha habido, por ejemplo, un examen final... (E2Mo, 535-7).

5. 2. 2. 2. 5 Resultados de quién Evalúa

No tenemos datos explícitos sobre quién ha evaluado, pero se puede inferir de lo anterior que solamente ha evaluado la profesora, en el sentido de adjudicar a cada estudiante una calificación. Además, comenta la actitud no muy positiva de algunos alumnos ante la evaluación y el aprendizaje durante la experiencia, apreciando que su implicación no ha sido especial durante la misma:

Intentan aprobar los exámenes, porque son niños de estos que levantan la cabeza y se quedan al momento con [lo que estás explicando]... Pero éstos no es que se hayan implicado especialmente en hacer más tareas en casa (E2Mo, 295-8).

En síntesis, subrayamos que la evaluación se ha llevado sobre el conjunto completo de actividades encomendadas, tanto los realizados en el aula, como las hechas en casa como deberes, mediante su corrección diaria por parte de la profesora, anotando las calificaciones

en una ficha en el ordenador, así como la observación en clase de las actitudes de participación en las actividades grupales y su implicación en el trabajo.

Creemos que la evaluación realizada es uno de los aspectos innovadores de la metodología llevada a cabo por Marió, ya que las finalidades han sido amplias, también el qué, el cómo y el cuándo evaluar. Además, señalamos el paso de suprimir los exámenes como instrumento de evaluación y el inmenso esfuerzo de supervisión de trabajos que ha realizado.

Creemos que ha hurtado un cierto papel evaluador al alumno, aunque ha declarado que harán una valoración de la experiencia, de la que no hemos tenido constancia.

5. 3 CONTRASTE ENTRE EL CONOCIMIENTO DECLARATIVO Y EN LA ACCIÓN

Marió ha sido fiel a su diseño en la mayor parte de los aspectos considerados en él. Esto la sitúa, a priori, ante una enseñanza centrada en la profesora.

5. 3. 1 LA METODOLOGÍA

A continuación presentamos el contraste entre el conocimiento declarativo y en la acción de la metodología planificada y llevada a cabo por Marió, mostrando los aspectos que han permanecido y las discrepancias más relevantes que hemos detectado.

5. 3. 1. 1 CARACTERÍSTICAS Y TIPOS DE ACTIVIDADES

Con respecto a las Actividades desarrolladas, éstas han sido, fundamentalmente, las planificadas, con algunos pequeños cambios. Entre las que no se han realizado señalamos: una Actividad introductoria, relacionada con la Historia, prevista para la primera sesión; en la segunda, no le ha dado tiempo a plantear todas las Actividades planificadas con geoplanos, como hallar el área de la figura irregular que aparece en la prueba inicial [Mo 2. 3]. Algunas de

éstas propuestas las ha cambiado por dibujos en tramas, en la tercera sesión, porque ya no disponía de los geoplanos.

Está claro que las sesiones nosotros teníamos muy bien definida cada sesión y no, no he tenido que ir cambiándolas y cortándolas, o sea, algunas me cogían más, otras me duraban menos que no es... Si te fijas en lo que es el diseño y cómo han sido las actividades no está, cada día no está lo que resultaron cortas pero, vamos, más o menos (E2Mo, 47-52).

Marió menciona una propuesta como relevante, el trabajo con figuras isoperimétricas, en la entrevista después de la práctica, que en realidad no ha llegado a proponer. Tampoco aparece en su diseño, por lo que no hay contradicción entre éste y su práctica. Ni ha pedido el diario de sesiones todos los días, cuando los alumnos no han logrado terminar en el aula las tareas encomendadas; en esas ocasiones, Marió les ha solicitado que las hiciesen en casa, retomándolas al día siguiente, de forma resumida, a modo de corrección. En principio, solamente tenía previstas para hacer fuera del aula, el dibujo del plano de las propias casas de los estudiantes y el diario de sesiones, actividad ésta muy significativa, donde los estudiantes han expresado sus hallazgos y han descrito los procesos seguidos. En la práctica ha aumentado el número de Actividades para casa, pero ha sido en una pequeña proporción.

Otra diferencia, con respecto al diseño, es haber añadido algunas Actividades más. De entre ellas destacamos las intervenciones no previstas de nuestra profesora, las correcciones en la pizarra y las exposiciones por parte de los estudiantes. Las primeras han afectado al nivel cognitivo de las Actividades, habiéndose producido una disminución notable del mismo sobre el esperado. Respecto de las segundas, no solo ha habido correcciones –de las que nada aparece explícitamente en su diseño- sino la puesta en común de las diversas estrategias usadas por los alumnos, lo que tampoco estaba previsto. Estas Actividades han conllevado cierto contraste, aunque no se ha producido verdadero debate de ideas, porque su objetivo fundamental ha sido la validación de las mismas.

Marió afirma que ha cambiado las actividades que llama de ‘recortar y pegar’, aunque no hemos detectado los cambios concretos a los que se refiere. El resto han sido planteadas en la práctica tal cual fueron diseñadas. Esto no implica que su realización haya transcurrido como era previsible *a priori* para todas ellas.

La única que creo que he cambiado lo que ponía en el diseño a como lo hice ha sido la de recortar y pegar (E2Mo, 278-9).

En cuanto a los tipos de Actividades, han sido similares a los previstos, con las modificaciones que conllevan las exclusiones y las nuevas actividades señaladas. Presentamos su recuento a continuación, donde el primer dato corresponde a lo planificado y el segundo a lo realizado:

El número de Actividades diseñadas ha sido de **52**, de las cuales, en la práctica, han faltado algunas de las diseñadas, como ya hemos indicado, y han surgido quince nuevas, siete de 'obtención de información' y ocho de 'estructuración de la información', con lo que el nuevo total ha sido de **65** Actividades.

En cuanto al número de Tipos de Actividades, hemos cuantificado, **56** en el primer caso y **69** en el segundo, perder de vista que alguna Actividad se ha clasificado en más de un tipo. Según las diferentes tipologías, el resumen es el siguiente, estando referido el primer dato al diseño y el segundo a la práctica:

- **Actividades de Iniciación: 6 – 5 = 1 (ha faltado una de motivación)**
 - De motivación: 1 – 0
 - De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 5 – 5
 - De expresión oral de conocimientos previos: 0 – 0
- **Actividades de Obtención de Información: 0 – 7 = 7 (ha realizado nuevas)**
 - De presentación de información (exposición del profesor: tres organizativas y cuatro relativas al contenido); 0 – 7 = 7 (ha realizado nuevas)
 - De búsqueda por parte del alumno en distintas fuentes: 0 – 0 = 0 nuevas
- **Actividades de Estructuración de Información: 22 – 29 = 7 (8 han sido nuevas)**
 - De organización de la información (hacer tablas o esquemas, ciertos dibujos, exposición del profesor del contenido ya trabajado): 2 – 5 = 3 nuevas
 - De búsqueda y elaboración de respuestas 8 – 8
 - De comprobación: 0 – 0
 - De argumentación: 2 – 2
 - De resumen: 3 + 7 (diarios) = 10 – 9 = 1 (dos diarios menos en la práctica, pero se ha añadido una sesión)
 - De contraste (corrección, debate de ideas, negociación de significados, etc): 0 – 5 = 5 (ha realizado nuevas)
- **Actividades de Aplicación de la Información: 28 – 28 en total**

- De identificación y reconocimiento de conocimientos previos: 0 – 0
- De simple aplicación directa: 8 – 14
 - ✓ En contextos académicos: 6 – 7
 - ✓ En contextos no académicos: 2 – 7
- De aplicación combinada: 18 – 13 en total
 - ✓ En contextos académicos: 6 – 6 = 0
 - ✓ En contextos no académicos: 12 – 7
- De aplicación compleja: 2 – 1
 - ✓ En contextos académicos: 1 – 0
 - ✓ En contextos no académicos: 1 – 1

➤ **Actividades de Metarreflexión: 0 – 0**

Además de la inclusión y/o exclusión de algunas Actividades, observamos que se han producido cambios en algunas tipologías, por el modo de llevarlas a la práctica, no porque Marió haya cambiado el enunciado de las diseñadas. Así, algunas '*Actividades de aplicación combinada*' y de '*aplicación compleja*', han quedado reducidas a '*simples aplicaciones directas*', porque Marió las ha ido fragmentado, como la forma de ayuda a los alumnos que ha empleado usualmente durante esta intervención de enseñanza, afrontando y tratando de salvar los obstáculos que les han ido surgiendo a los estudiantes, mediante el aporte de muchas pautas de resolución, que consideramos demasiadas. A veces incluso ha dado los resultados. Todo ello ha implicado una mayor dirección del trabajo por parte de la profesora - que no se podía presuponer desde el diseño- y ha disminuido las posibilidades de que los alumnos diversifiquen, en la práctica, las estrategias de resolución. También ha contribuido a bajar considerablemente, en nuestra opinión, el nivel cognitivo de este tipo de actividades y su grado de complejidad e incertidumbre.

La estructuración del conocimiento podría haber sido más fuerte a partir de las Actividades de '*búsqueda y obtención de las fórmulas*', si Marió hubiese estimulado a los alumnos a hacer conjeturas, refutándolas o probándolas, etc. Es una pena que haya perdido esta oportunidad de ofrecer a los estudiantes estos tipos de Actividades de alto nivel cognitivo, sin esfuerzos añadidos por su parte; es decir, sin necesidad de haber diseñado Actividades diferentes, éstas habrían podido ser más abiertas, personales, implicativas, simplemente enriqueciendo los enunciados, por una parte, y no cayendo en la trampa de atender inmediatamente los requerimientos imperativos de los estudiantes, por otra.

En cambio, ha fomentado, tal vez menos de lo que se había propuesto, el uso del diario de las sesiones por parte de los alumnos, como medio de expresión de lo que han hecho cada día.

Respecto de las características generales, que aún no hemos señalado, de las Actividades, añadimos que una mayoría de ellas tienen solución única, están muy dirigidas desde su propuesta y admiten pocas estrategias de resolución. No obstante, Marió ha permitido cierta diversificación en las estrategias de los procesos de generalización. Además, podemos considerar abiertas, ricas y personales una buena parte de las ‘*actividades de estructuración*’.

Por último, Marió ha añadido algunas Hojas de Trabajo correspondientes a las horas de la materia Optativa de Refuerzo (que no forman parte de la experiencia, aunque se han relacionado con ella). Estas Actividades nuevas no las había seleccionado ni redactado con el G₄, sino que las ha ido elaborando sobre la marcha. Aunque las hemos incluido en su diseño, no las hemos cuantificado.

También, por ejemplo, lo que no he pensado... que he tenido que... bueno, improvisar haciéndolo sobre la marcha o el día de antes me preparaba los refuerzos, las clases de refuerzo que les he tenido que organizar. Les he hecho una ficha de cálculo de áreas, etc. lo que pasa es que eso no lo habíamos preparado porque Merce no tenía refuerzo y entonces no tenía ese problema, era una cosa que tenía que hacer yo y lo fui dejando y lo he hecho de un día para otro, viendo qué áreas sabían en ese momento y les construí unas fichas que tuviesen que calcular áreas usando las fórmulas que ellos ya sabían (E2Mo, 53-60).

Para terminar, señalamos que algunos aspectos metodológicos de los aquí mostrados le aportan ciertos rasgos más cercanos aún que en el diseño a la enseñanza tradicional. Por ejemplo, la reducción del nivel cognitivo de las actividades, la fuerte dirección de su desarrollo, el recorte de oportunidades que conlleva una escasa diversificación de las estrategias de resolución, la presentación de las mismas en contextos académicos en su mayor parte, entre otros. Los aspectos más innovadores están relacionados con el lugar tan esencial que ocupa el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes, con su interés de que expresen sus hallazgos y describan los procesos seguidos, con el uso de ciertas estrategias diversificadas de resolución, etc.

5. 3. 1. 2 TIPOS DE RECURSOS DIDÁCTICOS

En primer lugar constatamos que Marió ha usado todos los recursos y materiales didácticos que ha planificado. Aunque menciona que no ha utilizado cuerdas para el estudio de figuras

isoperimétricas, pero esto no ha sido una incoherencia de nuestra profesora con su diseño, puesto que hemos constatado que, aunque tuvo una primera intención de hacerlo, no está recogido en el mismo. Ella querría haber trabajado más estos contenidos, dada la habitual confusión que tienen muchos alumnos entre área y perímetro de figuras, lo que habría necesitado una dedicación mayor de la que le ha dado. Creemos que no se ha facilitado suficientemente a los estudiantes una más profunda asimilación de estos conceptos, cuyos obstáculos están siempre presentes incluso en cursos tan avanzados de Secundaria Obligatoria como éste.

Hemos echado de menos que no haya dado relevancia a haber prescindido de los ordenadores con sus estudiantes, aunque tampoco esto es una incoherencia con su diseño, ya que no está previsto en él.

En ningún momento ha recogido en su planificación cómo va a usar estos materiales, ni tampoco lo ha mencionado en la práctica. Consideramos, además que, quizás por temor al descontrol de los estudiantes, Marió ha guiado rígidamente el trabajo, por ejemplo, con los geoplanos, no permitiendo una familiarización previa con el material ni cierta indagación o búsqueda de conjeturas o hipótesis de forma más creativa y libre.

Salir del aula ha sido un recurso inestimable, ajeno a su práctica habitual, mencionado aunque no decidido en su diseño.

Entre los recursos no físicos, destacamos los ejemplos y demostraciones, que han jugado un papel importante en su forma de enseñar, aunque no han sido mencionados previamente. Su modo habitual de afrontar el primer aspecto ha sido mediante la realización de una primera Actividad o parte de ella. En cuanto a las demostraciones, aunque han sido todas realizadas de forma gráfica, han jugado un papel fundamental en el trabajo propuesto a los estudiantes, mediante procesos informales de generalización.

Sin embargo, no ha usado contraejemplos, que habrían aportado luz sobre algunos obstáculos, por ejemplo, para la distinción área-perímetro. Tampoco ha hecho uso de definiciones y, solo en un primer momento de terminología, aunque de forma algo confusa, por ejemplo, en el caso del círculo y la circunferencia.

Con respecto a los modos de representación que ha usado, ha estado muy interesada en llegar a la notación algebraica de las áreas, obteniendo las fórmulas mediante la composición y

descomposición de figuras, fundamentalmente, además de otras estrategias, como su triangulación. También ha tratado de que las justifiquen, concatenando unas con otras, mediante representaciones gráficas de las figuras planas, generalizando casos particulares y estableciendo conexiones entre este modo de representación y el numérico, como había previsto en su diseño.

Nuestra profesora se ha afianzado en la idea de que, por ejemplo, los geoplanos han sido muy adecuados para el aprendizaje del concepto de área y para dar sentido al área de cuadrados y rectángulos. Creemos que han sido *'transparentes'*, es decir, han logrado conducir realmente a los aprendizajes que Marió quería lograr con ellos, sin que los estudiantes se hayan quedado en el caso particular que ofrecen.

También ha comprobado, en la práctica, que el uso de estos materiales, no solo no ha descontrolado a los alumnos, sino que los ha motivado y les ha hecho implicarse más en las actividades, superando su temor previo de perder el control sobre su comportamiento en el aula.

Creemos que la decisión de la profesora de introducir, por primera vez, recursos manipulables durante esta intervención de enseñanza ha supuesto una innovación respecto de su práctica habitual, confiriéndole ciertos rasgos del modelo tecnológico. Le ha faltado una presentación explícita a los alumnos sobre cómo usarlos y sobre su aportación particular al estudio emprendido, así como haberles concedido una mayor libertad para trabajar con ellos.

5. 3. 1. 3 SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Marió tiene claramente definida, por sesiones, la secuencia de actividades en su diseño y no ha realizado cambios significativos en ella, sino que la única diferencia constatada ha sido añadir o suprimir algunas Actividades, sin modificar su hilo conductor inicial y la triple lógica que hemos señalado en el conocimiento declarativo y en la acción (Apartados 5. 1. 1. 3 y 5. 2. 1. 3)

Tras esta secuencia subyacen las lógicas que sustentan los contenidos como conductores fundamentales de la misma y las que están dirigidas por las concepciones de nuestra profesora sobre cómo aprenden los estudiantes.

En realidad, la secuencia más básica de partir de la exploración de las ideas de los estudiantes, contribuir a la construcción de conocimientos elaborados desde ellos mismos, para su posterior automatización en aplicaciones variadas, no preside la de nuestra profesora. Su prueba inicial está concebida como detección de conocimientos previos. Aunque se corrigen las actividades, se exponen y se comentan distintas estrategias, no se contrastan suficientemente las ideas de todos los estudiantes, ni se negocian significados. Se aplica la información dada antes de haber asegurado esta construcción de nuevo conocimiento por parte de los alumnos.

Por último, señalamos que Marió no ha diseñado ramificaciones de su secuencia, ofreciendo distintos itinerarios, niveles cognitivos diversos o propuestas que ofrezcan diferentes grados de complejidad. Creemos que ella ha dado por supuesto que se trata de conocimientos básicos al alcance de todos. A pesar de que los procesos de generalización han sido muy costosos para buena parte de los estudiantes, ella no lo había intuido previamente. Sin embargo, el que una parte de estos estudiantes, haya contado con horas de Refuerzo en la materia optativa, ha contribuido a una mayor comprensión de aspectos importantes como la estimación de áreas y un número mayor de actividades realizadas en contextos cotidianos. Pero esto no ha formado parte, propiamente, de la intervención de enseñanza estudiada, ya que no ha sido observada ni grabada.

Podemos concluir, a la vista de todo lo señalado, que la secuencia estudiada nos indica, por una parte, el peso tradicional que ha tenido el indiscutible papel de los contenidos en el hilo conductor de Marió y, por otra, sus esfuerzos por tener en cuenta cómo aprenden los estudiantes, en los que podemos percibir ciertos rasgos tecnológicos.

5. 3. 1. 4 CLIMA Y ORGANIZACIÓN DEL AULA Y DEL TIEMPO

➤ *El espacio y los agrupamientos* han estado **organizados** durante toda la experiencia como han sido planificados, salvo en el episodio [Mo 5. 3] en el que los estudiantes se han distribuido en grupos, sin haber estado previsto. Esto se ha debido al tipo de actividad que tenían que realizar, aquel en que los estudiantes habían de medir objetos circulares para tabular los datos de la longitud de cada circunferencia y sus diámetros respectivos. Nos parece un paso importante que Marió haya adecuado la distribución de los estudiantes a la actividad en curso, en este caso, aunque pueda parecer obvio.

La distribución habitual en parejas y especialmente en la segunda sesión, en el que el trabajo estaba planificado y ha sido individual, está relacionada con la convicción de Marió de que los alumnos se concentran mejor trabajando individualmente. Sin embargo, consideramos que tal vez esta decisión tenga una mayor conexión con su temor a perder el control de la clase, que a razones relacionadas con el aprendizaje. Porque, a posteriori, ha reflexionado que, al menos en algunas otras ocasiones, habría sido más adecuado distribuirlos en pequeños grupos, porque podrían haberse ayudado mutuamente y a ella le habría sido más fácil atenderlos. No obstante, el hecho de creer que solos aprenden más, nos induce pensar que no tiene claro el papel social de la construcción del conocimiento y, por lo tanto, no es lo que influye en sus decisiones sobre los agrupamientos.

La opción de distribuirlos en pequeños grupos durante la primera sesión [Mo 1. 2] y la última [Mo 8. 2] estaba prevista y también se ha realizado. Hizo esta elección al personalizar su diseño, pues el resto de compañeros del G₄ lo habían planteado de forma diferente y ella ha tomado sus propias decisiones. Lo mismo ha ocurrido en relación con la salida fuera del aula:

Algunas cosas las he cambiado. También es que lo habíamos dejado un poco abierto [en el diseño]. Entonces, a veces (...) yo necesitaba trabajar en grupos en media sesión que fue la vez ésa que hicimos un pequeño concurso, ése de decir los nombres. Lo tuve que hacer en grupos un poco más grandes que Merce... Entonces, lo dejamos un poco abierto (E2Mo, 261-7).

➤ Con respecto del **clima del aula**, Marió ha tratado, durante toda la experiencia, de crear un ambiente de implicación y trabajo, animando a los estudiantes a concentrarse en las actividades, resolviendo sus dudas permanentemente y proponiendo estrategias de resolución. Hemos constatado que al menos en el aula, esto lo ha logrado, pues las interacciones entre la profesora y los alumnos han sido cordiales y relajadas y con un ambiente de movimientos y de intercambios libre, dentro de un cierto orden. Presuponemos que trabajan con normas preestablecidas a la experiencia, ya que Marió no las ha propuesto, ni sociales ni matemáticas, ni en su diseño ni en la práctica.

Creemos que tendría que haber fomentado más el intercambio entre iguales, no sólo porque la profesora lo necesita para poder atenderlos mejor, lo que ella misma ha reconocido. Por una parte, enseñándoles a hacerse preguntas y a escucharse mejor mutuamente, a recurrir a ella después de un trabajo previo con los demás compañeros. Por otra, sus respuestas como profesora habrían de ser menos extensas y cargadas de información, sin tener que acudir al recurso de dirigirse continuamente al grupo-clase, como única solución para no sentirse tan desbordada.

Sin embargo, no ha cubierto sus expectativas en el número de alumnos implicados. Ella afirma que solo lo han hecho los de siempre. Esto es cierto en relación con el trabajo en casa y en el caso de las sesiones de aula donde han trabajado las *'Actividades de aplicación'*. Éstas incluyen tareas más abstractas, algunas no bien formuladas y que necesitan conocimientos previos no adquiridos por todos los estudiantes, lo que ha producido una disminución de la motivación de algunos estudiantes que empezaron la experiencia con gran interés.

➤ En la **organización del tiempo**, es donde hemos observado una mayor contradicción entre el conocimiento declarativo y en la acción. En el primer caso, se muestra dispuesta a ser flexible y a adaptarse a la marcha de la clase en el desarrollo de las actividades y en el número de sesiones. En el segundo, podríamos decir que a Marió le ha costado respetar los procesos de pensamiento de los alumnos y su ritmo de trabajo, precipitándose frecuentemente en sus intervenciones. Ella ha considerado que presionándolos se centran y avanzan más rápidamente en las propuestas y no serán necesarias demasiadas sesiones. Pero, de este modo, no ha concedido suficiente tiempo para establecer procesos más profundos de aprendizaje y estructuración del conocimiento. Ella es consciente de esto, pero acepta su propia decisión, pues considera *'que tampoco podía esperar todo el tiempo que ellos hubiesen necesitado para sacar eso'*.

A pesar de haber querido claramente fomentar en los alumnos que hagan descripciones de su propia práctica, mediante los diarios de las sesiones, no ha dedicado tiempo en el aula para hacerlos, ni siquiera ha planteado previamente, salvo muy someramente, cómo llevarlos a cabo. Ahí tendrían los estudiantes una oportunidad privilegiada de describir minuciosamente los procesos seguidos, sus conjeturas sobre las áreas, sus argumentaciones y justificaciones sobre las fórmulas, etc. Nada de eso se les ha indicado previa y explícitamente, además de no garantizar que lo hagan todos. Es cierto que ha comentado algunos, a posteriori, leyéndolos, para darles pistas de cómo han de recoger más aspectos y enriquecer sus expresiones, es decir, usando un ejemplo (un diario *'bien'* realizado), como ha actuado con otras Actividades.

Sin embargo, ha sido flexible en aumentar en uno el número previsto de sesiones, coherentemente con su diseño, que indicaba esta posibilidad. A partir de la tercera sesión, si vamos comparando los episodios con su planificación por sesiones, se ha producido un desfase progresivo con las Actividades diseñadas para cada una de ellas, no de los estudiantes entre sí, que las han ido haciendo casi simultáneamente. Esto se ha debido a las dificultades que han encontrado los alumnos en la obtención de las fórmulas, por no estar habituados a los

procesos de generalización y también por los obstáculos encontrados en algunas actividades de aplicación, lo que ha conducido al aumento de una sesión sobre las previstas inicialmente. De hecho, en la cuarta lleva ya una sesión de retraso respecto de lo planificado, que Marió resuelve dejando para casa las actividades de aplicación que no puedan hacerse en el aula.

En este sentido, su enseñanza en la práctica nos parece que ha sido más tradicional que la planificada, sobre todo por la gran cantidad de explicaciones añadidas, aunque hemos visto en ella aspectos innovadores del modelo tecnológico, como permitir la distribución en pequeños grupos en algunas sesiones. Si tenemos en cuenta que es una profesora novel y está preocupada por mantener el control de la clase, podemos pensar que en cuanto a agrupamientos, su perfil se acerca más a una tendencia innovadora que a la tradicional.

5. 3. 1. 5 PAPEL DE LA PROFESORA

Marió define en su diseño, bajo el epígrafe de *'gestión del aula'*, el papel del profesor como *'moderador y guía'*, favoreciendo que los alumnos aprendan por *'descubrimiento'* propio, con la ayuda de su compañero. En la práctica hemos constatado que nuestra profesora ha ejercido un fuerte control sobre el aprendizaje de los alumnos en el aula, mucho mayor del que se vislumbraba en su diseño. Lo que más lo ha diferenciado ha sido el gran número de intervenciones no planificadas en su diseño, con explicaciones continuas, que se han solapado con las oportunidades de búsqueda de estrategias propias de los estudiantes y que han interrumpido frecuentemente sus procesos de pensamiento, impidiéndoles llegar a sus propias justificaciones y síntesis.

En sus explicaciones ha usado con frecuencia la técnica de continuas *'preguntas de comprobación'* y ha dado *'respuestas evaluadoras'*. Comunica con seguridad y claridad. Creemos que le cuesta bastante más una verdadera escucha de los estudiantes y en su afán de ayudarles, se adelanta a sus obstáculos, aporta resultados, en lugar de plantear *'preguntas genuinas'* y/o *'provocadoras'*, que les ayuden a avanzar por sí mismos.

Cuando ha realizado puestas en común, su objetivo principal ha sido la corrección y validación de las Actividades realizadas, algo no previsto en su diseño al menos explícitamente. También ha fomentado en ellas la comunicación de las estrategias seguidas por algunos estudiantes, señalando que han sido diversas en algunos casos, aunque decantándose por la que ha

considerado más interesante o más habitual en el mundo de las matemáticas. Constatamos, en cambio, que no ha buscado el contraste de las ideas, pues solo han expuesto alumnos que han encontrado estrategias que les han llevado los resultados finales '*acceptables*' para la profesora. En ningún caso ha dado voz a estudiantes que no han seguido estrategias '*acertadas*' o que no han llegado hasta el final del proceso, para debatir obstáculos y propuestas distintas y establecer consensos de significados. Creemos que su razón para esto es no crear confusión o ambigüedades, tratando de cerrar los procesos dejando muy claros, a su modo de entender, los contenidos estudiados.

Todo ello nos induce a pensar en una visión absolutista de las matemáticas y en sus consecuencias en su enseñanza y aprendizaje, ya que la meta está en que descubran los contenidos matemáticos, no en detectar e implicar en profundidad las ideas de los estudiantes, para que puedan reconstruirlas desde ellos mismos. Y nos confirma que su enseñanza está más centrada en el profesor que en los estudiantes.

5. 3. 1. 6 PAPEL DEL ALUMNO

El papel de los estudiantes, en la práctica, podemos considerar que ha sido participativo, en el sentido que Marió pretendía en su diseño, es decir, que los estudiantes se interesen y se impliquen más en las actividades, tanto en el aula como en casa y experimenten y traten de '*descubrir*' por sí mismos los contenidos.

En la práctica han sido bastante menos protagonistas de lo previsto. A esto podemos añadir que los estudiantes han actuado de forma poco autónoma, según hemos observado, acudiendo siempre a la profesora con preguntas desde el primer contacto con la Actividad correspondiente. Tampoco creemos que ella les haya ayudado mucho en este aspecto de llegar a ser menos dependientes, porque rápidamente les ha transmitido más información de la deseable, desde nuestro punto de vista, si quería favorecer que ellos '*descubriesen por sí mismos*' los contenidos. En este sentido, creemos que Marió ha tenido cierta incoherencia con sus planteamientos previos.

No obstante, algunos alumnos han utilizado estrategias creativas y/o inspiradas en ejemplos anteriores, se han ayudado mutuamente y han participado animada y espontáneamente en el grupo-clase, preguntando dudas o respondiendo a las cuestiones que Marió les ha planteado.

Ella no ha dado a los estudiantes un papel evaluador de sus propios aprendizajes y no tenemos datos si lo han ejercido sobre la experiencia. Tampoco les ha encomendado la validación conjunta de las Actividades. Lo han hecho siempre en el grupo-clase y ella ha asumido el papel de validación de todo lo trabajado.

Así que podemos considerar que el protagonismo fundamental ha sido de la profesora, lo que la acerca más a tendencias tradicionales, aunque hemos visto que no en todos los aspectos. A nivel declarativo se sitúa, al menos en la parte de darles mayor participación, ante una concepción innovadora del papel de los estudiantes. Y el hecho de pretender que los estudiantes *'descubran'* los contenidos nos vuelve a transmitir la idea de una visión absolutista de las matemáticas y su aprendizaje por parte de nuestra profesora.

5.3.2 EVALUACIÓN

La evaluación se ha llevado a cabo como estaba prevista, en sus aspectos fundamentales, si exceptuamos los instrumentos planificados y utilizados.

En primer lugar, en cuanto a sus **finalidades**, destacamos que han sido amplias. Marió considera que la Prueba Inicial ha sido útil para la realización del diseño, en el sentido de haberle aportado datos sobre los conocimientos previos de los estudiantes en torno al tópic de la experiencia, que ha tenido en cuenta para el propio diseño de la misma.

Sobre la evaluación en general, su finalidad es comprobar si los alumnos han aprendido y han conseguido el objetivo marcado por el profesor, es decir, adquirir los conocimientos previstos en torno al tema. Añade también como finalidad para la evaluación comprobar la validez de la propia experiencia, su aportación a la mejora del aprendizaje de los alumnos y si los nuevos materiales didácticos utilizados contribuyen o no a un mayor aprendizaje.

En segundo lugar, con respecto a **qué evaluar**, Marió quiere incorporar, y constatamos que lo ha procurado en la práctica, procedimientos generales y de un nivel cognitivo más alto que los meramente memorísticos, es decir, destrezas de composición y descomposición de figuras, justificaciones informales de procesos de generalización y sus correspondientes descripciones y posibles argumentaciones. También han jugado un papel importante algunas actitudes, muy especialmente la implicación de los estudiantes en las actividades y su participación en los momentos en los que ha intervenido toda la clase. En cambio, ha dado poca relevancia a la

valoración de los conceptos, a los que ha dedicado poco tiempo. En general, los aspectos que Marió quería evaluar, no han cambiado del diseño a la práctica.

En tercer lugar, en relación a **cómo evaluar**, Marió no ha utilizado la plantilla de observación recogida en su diseño y que presentamos en el Apartado 5. 1. 2. 3. Ella la ha considerado demasiado sofisticada y muy complicado rellenarla y en su lugar ha construido sobre la marcha una cuadrícula en el ordenador, en la que ha recogido la calificación de los contenidos trabajados a través de todas las Actividades realizadas por los estudiantes. Con ello, ha aumentado considerablemente el conjunto de fuentes de información sobre las que hacer las valoraciones. Esto le ha supuesto un esfuerzo ingente de supervisión, que podría agotarla prematuramente en el proceso de uso de nuevos instrumentos de evaluación, de ahí la importancia de que sean viables. No haber utilizado la plantilla de observación está relacionado con haberla incorporado al diseño sin haberla hecho ella, sino una compañera del G₄ y no haberla hecho tampoco suya, es decir, no parece que haya gran incoherencia entre diseño y práctica en este punto, aunque habría quedado más clara su intención, si no la hubiese presentado en aquel.

Aquellos instrumentos, aquellos recuadros tan sofisticados que aparecen en el diseño los hizo Merce, pero yo no los he utilizado. Yo me he hecho una tabla, con mis alumnos he ido poniendo: diario sesión 1, diario sesión 2... Y apuntando todo allí... Que me he ido yo construyendo una tabla más particular mía... (E2Mo, 520-5).

He introducido muchísimos [datos para la evaluación], más de los que pensaba porque, por ejemplo, lo de recortar y pegar, muchos no los acabamos en clase y los dejamos para casa. He recogido muchos más datos de lo que yo pensaba, en el sentido de que me han entregado muchísimas fichas, muchos diarios -bueno los diarios sí tenía pensado recogerlos-, muchas actividades que no tenía pensado (E2Mo, 490-4).

En cuanto al peso concedido a los distintos tipos de Actividades no tenemos datos ni en el diseño, ni en la práctica. Tampoco ha mencionado criterios de calificación en un caso ni en otro. Como no ha efectuado una observación sistemática en el aula, no tenemos datos del lugar que han ocupado las actitudes de los estudiantes durante el proceso y de cómo las ha evaluado.

Es importante consignar y tener en cuenta que esta cantidad de correcciones no ha conducido a una devolución detallada a los estudiantes, más allá de las que ha realizado en clase, debido a la extensión de datos, por lo que la finalidad de mejorar los aprendizajes, en nuestra opinión, se ha diluido y ha perdido significado, al menos en parte.

Destacamos, sin embargo, el paso tan significativo para una profesora novel de secundaria, de haber suprimido el examen como instrumento de evaluación de este tema. Curiosamente, esta

sea posiblemente la causa del trabajo tan extenso de corrección que se ha impuesto, para sentirse avalada ante esta decisión, algo que nos muestra lo profundamente enraizados que están los exámenes en los profesores de matemáticas de Educación Secundaria como el instrumento de evaluación objetivo y justo por excelencia.

En cuarto lugar, con respecto a **cuándo evaluar**, todo ha transcurrido como estaba previsto (Apartado 5. 1. 2. 4), es decir, se ha tratado de una evaluación continua del proceso de enseñanza y del aprendizaje de los alumnos, aunque ha coexistido con algunos momentos especiales: el de la Evaluación Inicial, un mes antes aproximadamente de realizarse esta intervención de enseñanza y durante el desarrollo de las sesiones, al ir recogiendo todas las Actividades realizadas.

Por último, respecto a **quién evalúa**, comentamos que los aprendizajes de los alumnos los ha evaluado la profesora, aunque éstos han volcado su valoración de la experiencia en sus diarios, a lo largo de su desarrollo. No disponemos de datos sobre si ha tenido lugar una valoración global de la misma una vez finalizada esta intervención de enseñanza, como previamente ella había indicado.

Podemos considerar que los planteamientos de evaluación de Marió, la sitúan próxima al modelo tecnológico, ya que las finalidades han sido amplias. Los contenidos han sido el motivo principal de dicha evaluación, fundamentalmente procedimientos y actitudes. Y en la práctica, se ha mantenido bastante fiel a lo fundamental de todo ello, salvando la exclusión de los instrumentos de observación y la falta de datos sobre cómo ha evaluado las actitudes de los alumnos.

5. 3. PERFIL DE LA PROFESORA

Marió ha sido fiel en la práctica a su diseño en sus principales aspectos, lo que la sitúa ante un estilo de enseñanza centrado en la profesora.

Con respecto a las Actividades desarrolladas, éstas han sido, fundamentalmente, las planificadas, con algunas exclusiones poco significativas y el añadido de algunas Actividades más. De entre ellas, destacamos la gran cantidad de intervenciones no previstas de ella, las correcciones en la pizarra y las exposiciones orales por parte de los estudiantes. El aumento tan considerable de explicaciones al grupo-clase, ha implicado interrupciones continuas de los

procesos de pensamiento de los estudiantes, ha fragmentado muchas de las tareas propuestas y ha disminuido considerablemente el nivel cognitivo de las mismas.

En cuanto a los tipos de Actividades, han sido similares a los previstos, con las modificaciones que conllevan las exclusiones y las nuevas actividades señaladas, así como por la forma de realizar algunas de ellas. Esto se ha notado especialmente en las '*Actividades de aplicación combinada de información*', algunas de las cuales han quedado reducidas a '*simple aplicación directa*'.

La inmensa mayoría de las Actividades desarrolladas se han presentado en contextos académicos y, el resto, en otros contextos sencillos, no siempre suficientemente relacionados con el conocimiento cotidiano de los alumnos.

Marió podría haber estimulado más a los alumnos a hacer conjeturas, argumentarlas y justificarlas, probándolas o refutándolas, etc., Actividades de alto nivel cognitivo y propias del '*hacer matemáticas*'. Sin embargo, ha fomentado el uso del diario de las sesiones por parte de los alumnos, como medio de expresión de lo que han hecho cada día.

Respecto de las características generales de las Actividades, una mayoría de ellas tienen solución única, están muy dirigidas y admiten pocas estrategias de resolución. En cambio, Marió ha permitido cierta diversificación en algunas estrategias de los procesos de generalización, aunque en otros casos han sido muy guiadas y reducidas en su posible variedad. También podemos considerar abiertas, ricas y personales una parte de las actividades de estructuración, por ejemplo, los diarios de sesiones de los estudiantes.

Destacamos que Marió ha usado todos los recursos y materiales didácticos que ha planificado, algo nuevo respecto de su práctica habitual. Sin embargo, ha prescindido del uso de los ordenadores, algo no planteado ni realizado.

Tampoco ha recogido en su planificación cómo iba a usar estos materiales, ni lo ha mencionado en la práctica. Consideramos que, quizás por temor al descontrol de los estudiantes, Marió ha guiado rígidamente el trabajo con estos materiales, no permitiendo una familiarización previa con ellos, ni cierta búsqueda de conjeturas más creativa y libre.

Un recurso inusual en su práctica ha sido introducir el patio del Instituto como escenario de una sesión, lo cual no estaba decidido, aunque sí mencionado, en su diseño.

Entre los recursos no físicos, destacamos los ejemplos y demostraciones, que han jugado un papel importante en su forma de enseñar, aunque no los mencionaba en su diseño. Su modo habitual de hacerlo ha sido mediante la realización de una primera Actividad o parte de ella. En cuanto a las demostraciones, realizadas de forma gráfica, han jugado un papel fundamental en los procesos informales de generalización. Sin embargo, no ha recurrido a contraejemplos, ni a definiciones y solo en un primer momento a terminología matemática del tópico.

Con respecto a los modos de representación, ha usado la notación algebraica de las fórmulas de las áreas y ha tratado de que las justifiquen mediante representaciones gráficas de las figuras planas, generalizando casos particulares y estableciendo conexiones entre estos modos de representación y el numérico, como había previsto en su diseño.

También ha comprobado, en la práctica, que el uso de estos materiales ha motivado a los alumnos y les ha hecho implicarse más en las actividades, a pesar del temor de Marió de perder el control sobre su comportamiento en el aula.

Marió tiene claramente definida la secuencia de Actividades en su diseño y no ha realizado modificaciones significativas en el planteamiento inicial. Tras ella subyace una triple lógica, la que tienen los contenidos como hilo conductor fundamental, la que aportan las concepciones de nuestra profesora sobre cómo aprenden los estudiantes y el modo como lo ha tenido en cuenta dentro de cada sesión.

Constatamos también que Marió no ha diseñado ramificaciones de su secuencia, ofreciendo distintos itinerarios, niveles cognitivos diversos o propuestas que ofrezcan diferentes grados de complejidad. Creemos que ella ha dado por supuesto que se trata de conocimientos básicos, al alcance de todos los alumnos.

El espacio y los agrupamientos han estado organizados durante toda la experiencia como han sido planificados, si exceptuamos un par de episodios. Esto se ha debido al tipo de actividad que tenían que realizar, pareciéndonos un paso importante adecuar la distribución de los estudiantes a la actividad en curso.

La distribución habitual en parejas y especialmente la sesión segunda, en el que el trabajo estaba planificado y ha sido individual, está relacionada con la convicción de Marió de que los alumnos se concentran mejor trabajando así. Este hecho nos induce pensar que no ha contemplado el papel social de la construcción del conocimiento.

Creemos que tendría que haber fomentado más el intercambio entre iguales y haber dado respuestas menos extensas y cargadas de información, dirigiéndose continuamente al grupo-clase.

Con respecto del clima del aula, Marió ha creado un ambiente de implicación y trabajo, animando a los estudiantes a concentrarse en las actividades, resolviendo sus dudas y proponiendo estrategias de resolución. Sin embargo, ella cree que se han implicado los de siempre, sobre todo en el trabajo para casa.

En la organización del tiempo, es donde hemos observado una mayor contradicción entre el conocimiento declarativo y en la acción. En el primer caso, se muestra dispuesta a ser flexible y a adaptarse a la marcha de la clase en el desarrollo de las actividades y en el número de sesiones. En el segundo, podríamos decir que a Marió le ha costado respetar los procesos de pensamiento de los alumnos y su ritmo de trabajo, precipitándose frecuentemente en sus intervenciones.

Tampoco ha dedicado el tiempo necesario en el aula a los diarios de sesiones de los estudiantes, a pesar de haber querido claramente fomentar la reflexión de los alumnos sobre su propia práctica.

Sin embargo, ha sido flexible en aumentar en uno el número previsto de sesiones, coherentemente con su diseño, que indicaba esta posibilidad.

Marió define el papel del profesor como *'moderador y guía'*, favoreciendo que los alumnos aprendan por *'descubrimiento'* propio, con la ayuda de su compañero. En la práctica hemos constatado que nuestra profesora ha ejercido un mayor control sobre el aprendizaje de los alumnos del que se vislumbraba en su diseño. Lo que más lo ha diferenciado ha sido el gran número de intervenciones no planificadas, con explicaciones continuas, que se han solapado con las oportunidades de búsqueda de estrategias propias de los estudiantes y que han interrumpido frecuentemente sus procesos de pensamiento, impidiéndoles llegar a sus propias justificaciones y síntesis.

En sus explicaciones ha usado continuas *'preguntas de comprobación'* y ha dado *'respuestas evaluadoras'*. Ha comunicado con seguridad y claridad y le ha costado escuchar a los estudiantes. Para ayudarles, se ha adelantado a sus obstáculos, aportando resultados, en lugar de plantear *'preguntas genuinas'* y/o *'provocadoras'*, que les ayuden a avanzar por sí mismos.

El objetivo principal de las puestas en común ha sido la corrección y validación de las Actividades realizadas, algo no previsto en su diseño al menos explícitamente. Ha fomentado en ellas la comunicación de las estrategias seguidas por algunos estudiantes, aunque subrayando la que ha considerado más habitual. En cambio, no ha buscado el contraste de las ideas, tal vez para no crear confusión, tratando de cerrar con claridad los procesos.

Marió pretendía en su diseño que los estudiantes se implicasen en las actividades, tanto en el aula como en casa y experimentasen y trataran de '*descubrir*' por sí mismos los contenidos. En la práctica han sido bastante menos protagonistas de lo previsto: los estudiantes han actuado de forma poco autónoma, acudiendo siempre a la profesora con sus dudas y ella les ha transmitido, demasiado pronto, más información de la deseable.

No obstante, algunos alumnos han utilizado estrategias creativas, se han ayudado mutuamente y han participado en las puestas en común, preguntando dudas o respondiendo a las cuestiones que Marió les ha planteado.

Ella no ha dado a los estudiantes un papel evaluador de sus propios aprendizajes ni les ha encomendado la validación conjunta de las Actividades. Lo han hecho siempre en el grupo-clase y ella ha asumido siempre el papel de validación de todo lo trabajado. Únicamente ha calificado la profesora y lo ha hecho sobre todas las actividades realizadas y todos los contenidos trabajados, como únicos instrumentos de evaluación, lo que difiere de su diseño inicial. Ha dado el paso de renunciar a hacer un examen, de acuerdo con lo planificado, algo innovador en una profesora novel.

Resumiendo, podemos considerar que el protagonismo fundamental ha sido de Marió, lo que la acerca más a tendencias tradicionales, aunque hemos visto que no en todos los aspectos. También descubrimos en ella una visión absolutista de las matemáticas y en sus consecuencias en su enseñanza y aprendizaje, ya que la meta está en que descubran los contenidos matemáticos, no en detectar, escuchar e implicar en profundidad las ideas de los estudiantes, para que puedan reconstruirlas desde ellos mismos.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES. PERSPECTIVAS DE

FUTURO

6. 1 CONCLUSIONES EN TORNO AL CONOCIMIENTO PROFESIONAL DEL PROFESORADO NOVEL ESTUDIADO

Presentamos las conclusiones de esta investigación, relativa a tres profesores noveles, inmersos en un proceso de formación de profesores, que se han propuesto hacer una intervención de enseñanza innovadora. Analizamos los elementos más relevantes que han introducido en sus propuestas, tanto los que han surgido en sus respectivos diseños, como en la práctica realizada. En esta síntesis final presentamos el contraste de lo planificado y lo desarrollado por los tres profesores, indicando sus aspectos coincidentes y sus discrepancias más significativas.

6. 1. 1 CONCLUSIONES SOBRE LOS RESULTADOS

Nuestros tres profesores han sido bastante fieles en su práctica a sus respectivos diseños, pues en ella no se han detectado variaciones sustanciales, presentando una breve distancia entre lo propuesto y lo realizado. Pensamos que el gran avance realizado por estos tres profesores se reflejó fundamentalmente en el propio diseño. Como hemos indicado en capítulos anteriores, al tratar un tema novedoso para ellos, la Geometría, ya en el diseño intentaron introducir nuevas estrategias y recursos que, en algunos casos, fueron luego matizados en la práctica.

➤ En relación con **la detección de las ideas de los alumnos**, Marió y Raimundo se han propuesto hacer, con anterioridad a la experiencia, una prueba inicial con la finalidad de detectar los conocimientos previos de los estudiantes y así poder introducir modificaciones en el diseño, si los resultados lo señalan como necesario. Solamente Marió ha sido coherente con este objetivo, al hacer la prueba con un mes de antelación al inicio de la experiencia, para que sus resultados realmente pudiesen contribuir a la elaboración del diseño. Raimundo, en cambio, al proponerla la víspera del inicio, no ha efectuado cambios en el diseño y su influencia en la práctica ha sido mínima. Pascual no se ha planteado ninguna prueba de este tipo por considerar que los contenidos de su propuesta de enseñanza son tan básicos que no requieren conocimientos previos específicos.

Raimundo también considera útil esta prueba inicial como una primera puesta en contacto de los alumnos con el tema, que puede despertar su curiosidad e interés e incluso servir de introducción al mismo. En la práctica, constatamos que, tal y como se ha realizado, se ha transformado en una actividad que creemos pobre y carente de sentido.

Ninguno de los tres se ha planteado hacer una exploración previa de las ideas de los estudiantes, de sus intereses y problemáticas, para que sean los ejes vertebradores de su propuesta. Consideramos que nuestros tres profesores están ajenos a esta posibilidad, aunque Pascual ha tratado de algún modo de partir de las ideas intuitivas de los estudiantes sobre el tópico.

➤ En relación con **la secuencia de Actividades**, los tres profesores han intentado desarrollar con sus estudiantes el total de las actividades planificadas y en el orden previamente organizado, lo que han conseguido en un porcentaje muy alto. El sentido de éstas es, en gran medida, que los alumnos *'descubran'* los contenidos programados, aunque de una manera bastante guiada y pautaada. Es por ello que los tres se han propuesto que sus propias

presentaciones de información tengan un papel secundario durante toda la intervención de enseñanza.

La secuencia de actividades de nuestros tres profesores tiene una doble lógica: la que marcan los contenidos, siempre muy presentes y que realmente constituyen el hilo conductor general, así como la que señala su idea de cómo aprenden los estudiantes. Es decir, la preocupación por el aprendizaje de los estudiantes, y no solo por la enseñanza de los contenidos, ha entrado a formar parte de sus prioridades a la hora de diseñar una intervención de enseñanza.

Ninguno de los tres profesores ha propuesto ramificaciones de la secuencia en distintos itinerarios para seguir en el aula, ni ha presentado actividades con formulaciones diferentes o grados de complejidad diversos. Para prevenir posibles obstáculos de los estudiantes, Pascual ha diversificado algunas actividades, pero solamente en las que los alumnos han realizado en casa. Raimundo ha intentado poco efectivamente hacer algo similar y Marió no ha propuesto nada en este sentido.

Pascual y Raimundo han pretendido iniciar la experiencia con una actividad motivadora e introductoria, aunque sólo este último la ha llevado a la práctica. Marió y Raimundo han presentado mínimamente la propuesta y los recursos correspondientes, pero sin aportar una idea clara sobre qué se pretende con ellos, cómo usarlos, etc.

En el caso de Marió ésta es sustituida por una presentación a los estudiantes de la propuesta que van a llevar a cabo. No obstante, podemos afirmar que ninguno de los tres ofrece una mínima visión global y clara del proceso, describiendo su finalidad, el tipo de actividades que van a hacer, el porqué de los agrupamientos que van a realizar, su papel durante la experiencia, así como los aspectos más relevantes de la evaluación que pretenden llevar a cabo. De esta forma, y como es habitual, sólo los profesores son conscientes de en qué consiste globalmente la propuesta; los estudiantes carecen de esa visión global, no saben qué se pretende hacer ni por qué.

➤ Con respecto a **la tipología de actividades** propuesta y desarrollada, ésta ha sufrido pocos cambios, aunque algunos han sido bastante significativos. Ha sido diversificada y amplia en los tres casos, aunque cada uno de nuestros profesores ha puesto el énfasis y ha insistido principalmente en algunos tipos concretos. Los tres han dado fundamental relevancia a la *'búsqueda y elaboración de respuestas'*. En el caso de Marió y Raimundo mediante procesos de

generalización y Pascual más bien caracterizando los elementos básicos que definen los distintos movimientos.

También han planificado actividades de aplicación de los contenidos trabajados. Nuestros profesores, a veces, han procurado contextualizar este tipo de propuestas, mediante la incorporación de elementos del entorno, aunque de distinta forma cada uno. Así, Raimundo los ha introducido en algunos de sus enunciados, Marió ha ido más allá, llevando objetos cotidianos al aula y sacando a los alumnos al patio del Instituto durante la última sesión para que trabajasen con objetos situados en él y Pascual ha realizado una visita a los Reales Alcázares de Sevilla, para que, mediante los frisos allí existentes, los alumnos aplicasen los contenidos trabajados. No obstante, esta contextualización de las aplicaciones se ha producido en la mitad aproximadamente de este tipo de actividades, en los casos de Pascual y Marió y algo más de un tercio en el caso de Raimundo. Esta proporción no se mantiene en el conjunto de actividades, siendo en todos los casos las actividades contextualizadas mucho menor.

En cambio en otras tipologías ha habido bastantes discrepancias. Así, mientras que Marió y Raimundo han dado cierta importancia a las actividades de *'argumentación y/o justificación'*, de *'resumen y/o síntesis'*, Pascual apenas ha incidido en ellas. Él ha insistido mucho previamente a la práctica en la necesidad de ralentizar el trabajo de sus alumnos para que sean conscientes de lo que están haciendo, pero ha sido Marió quien más ha insistido en que los estudiantes describan su propia práctica, mediante la realización de diarios de sesiones, con la inclusión de estrategias, procesos y conclusiones, así como las emociones vividas y las impresiones diarias sobre la experiencia.

No aparecen algunos tipos de actividades que en principio habíamos previsto en nuestro marco teórico inicial, como la comunicación oral o escrita. Aunque nuestros noveles han querido darle importancia, ni en el diseño ni en la práctica, aparecen propuestas que tengan explícitamente esta finalidad. Lo mismo podemos decir de la búsqueda de información, que solamente ha pedido en una ocasión Raimundo para la construcción de un mural. Así mismo, aunque ha habido puestas en común, no han jugado tanto el papel de contraste de ideas, (que Raimundo se proponía explícitamente, aunque únicamente él), como de corrección de las actividades realizadas y han sido muy escasas en los casos de Pascual y Marió.

En cuanto a las características de las actividades podemos indicar que, en la mayoría de los casos, se ha tratado de actividades cerradas, es decir, de solución única, de bajo nivel cognitivo, en contextos académicos, sin interconexiones con otros aspectos de las

matemáticas u otras ramas del saber, aunque, como hemos indicado, se han incluido algunos elementos del entorno, a veces bastante artificiales y similares a los que ofrecen los libros de texto; es decir, muchos ejercicios, más bien rutinarios, de aplicación directa o combinada de los contenidos trabajados. Desde luego no es lo que han aportado las investigaciones de Gooya & Zangeneh (2005) y Gooya (2007).

No obstante, en el caso de Raimundo y Marió, las actividades de las tipologías de argumentación y resumen, ya indicadas, han sido más abiertas y personales, admitiendo más estrategias de resolución, con nivel cognitivo que podría haber llegado a ser alto, en función de su desarrollo en el aula. Sin embargo, en la práctica, en el caso de Raimundo, se han convertido en mucho más dirigidas, ya que en todo momento ha señalado qué, cómo y cuándo hacer cada actividad y, aunque en menor medida, también lo ha hecho Marió. Ella ha pedido que los diarios de sesiones se hagan en casa, por lo que apenas ha interferido en los procesos de elaboración.

En relación con **el uso de Recursos**, los tres profesores han puesto muchas expectativas en la utilización de recursos didácticos variados, decidiéndose a usar, por primera vez, recursos didácticos manipulables. Han conocido su existencia a través de la formación y el hecho de saber que hay tantos, les abruma. No obstante, quieren experimentar con ellos y aprender a usarlos en la práctica. Lo consideran un reto porque tienen dudas sobre el comportamiento de los alumnos al usarlos: temen perder el control de la clase. Como nos muestra la investigación de Simmons y su equipo (1999), los profesores noveles estudiados por ellos, al principio se consideraban más idealistas pero la *'realidad'* les hacía aterrizar, tendiendo a estilos de enseñanza que reflejasen un mayor dominio del aula.

En nuestro caso, el miedo al descontrol es un escollo para dar este paso, así como para embarcarse en otros cambios metodológicos. Sin embargo, en la realidad, estos tres profesores lo han vencido claramente y se han lanzado. Por lo tanto, aunque parece que es un obstáculo importante, y lo es para empezar, los tres lo han superado, lo que no corrobora en este aspecto dicha investigación.

De los muchos recursos existentes, cada uno ha seleccionado y utilizado los que ha considerado más adecuados para los aprendizajes previstos. Además de recursos manipulables, han usado instrumentos de dibujo y en el caso de Raimundo, audiovisuales y calculadoras. En cambio, ninguno se ha decidido a integrar software matemático didáctico en su intervención. Tratándose de la Geometría, habría sido un gran avance por su parte trabajar

la geometría dinámica, que habría motivado muchísimo al alumnado, aportándoles una visión muy interesante y facilitándoles el estudio.

Las hojas de trabajo han sido elaboradas por ellos mismos en el seno de sus respectivos grupos de trabajo del Curso de Formación, personalizando y añadiendo nuevas actividades, numerosas en el caso de Pascual y, en menor medida, en el de Marió.

Ambos han previsto y realizado una sesión fuera del aula, ella en el patio del Instituto y él en los Reales Alcázares de Sevilla. Esto es un logro importante para ellos, puesto que ninguno lo había hecho con anterioridad. Pascual ha permitido también que una compañera le acompañe y ayude en una sesión, algo que difícilmente admiten, en general, los profesores de Educación Secundaria.

Los tres noveles se sienten satisfechos por haber incorporado nuevos recursos a la enseñanza y reconocen que su uso no ha provocado desorden o descontrol del aula (a lo que temían bastante, como ya hemos indicado). También han pretendido con la utilización de estos recursos que los alumnos se impliquen más en las actividades, aunque coinciden en que no han conseguido que trabajen más alumnos en casa. En cambio, respecto del trabajo en el aula, tienen opiniones y sentimientos contradictorios: por una parte afirman que se han implicado más, indiscutiblemente, mientras que, por otra, concluyen que se han implicado los de siempre.

Consideramos que ambas cosas son ciertas ya que, cuando por ejemplo, los alumnos han trabajado con recursos novedosos, se han sentido muy motivados e interesados en las tareas. Sin embargo, en las sesiones en que las actividades han sido más académicas o los recursos más conocidos, la falta de significado real de la propuesta para ellos, es decir, su falta de relevancia y sentido, les ha llevado a una disminución clara de su implicación en las mismas.

➤ En relación con **la Gestión del Aula**, los tres han planificado qué contenidos van a trabajar en cada sesión, qué recursos van a utilizar, con qué agrupamientos, etc. Marió y Raimundo señalan con mucha precisión incluso qué actividades han de hacer cada día los alumnos. Ambos profesores son bastante fieles, en la práctica, a los tiempos previstos, aunque ella se muestra más flexible y añade una sesión a las planificadas, que tendrá una duración aproximada de dos semanas, en los tres casos.

En cuanto a las actividades realizadas en el aula, han tenido una gestión similar en los tres profesores en algunos aspectos y diferente en otros. Así, los tres han ido entregando sucesivas hojas de trabajo, a veces acompañadas de recursos didácticos, manipulativos o no, para facilitar su labor o como única estrategia para la resolución de las actividades contenidas en estas hojas.

La gestión de las actividades desarrolladas en el aula, está muy relacionada con el tipo de agrupamientos de los alumnos. En primer lugar, nuestros profesores no dan por supuesto el modo habitual de distribución de los alumnos en el aula, lo cual es un primer paso importante en sus planteamientos metodológicos. Raimundo y Pascual han optado claramente por los pequeños grupos, trabajando fundamentalmente con esta distribución, si exceptuamos la primera y última sesiones. En cambio Marió lo ha planteado y realizado al revés, es decir, el trabajo se ha desarrollado en pequeños grupos únicamente el primer día y el último, mientras que durante el resto de la experiencia, el trabajo ha sido individual, aunque sentados en parejas, del modo habitual, orientados a la pizarra y a la mesa de la profesora.

Una de las razones para esta decisión, en los dos profesores, es su especial interés en fomentar la cooperación y el respeto mutuo entre los estudiantes. Otra justificación importante está relacionada con el papel de intercambio de información, colaboración y comparación de resultados que ambos profesores quieren dar a los estudiantes. En cambio, nuestra profesora considera que los alumnos se concentran mejor en las tareas trabajando individualmente. Quizás también se ha dejado llevar por el miedo al descontrol de la clase para no distribuirlos en grupo en más ocasiones.

En la práctica, los tres profesores han utilizado tres tipos de distribución de los alumnos en el espacio del aula: grupo-clase, pequeños grupos y sentados en parejas, aunque con trabajo individual. Pero la frecuencia y adecuación de estas distribuciones ha diferido bastante de unos profesores a otros. Raimundo y Marió han recurrido en numerosas ocasiones al grupo-clase para dar explicaciones de lo que había que hacer y sobre todo para poner en común el trabajo previo de los alumnos.

Pascual solo en dos sesiones ha recurrido al trabajo en el grupo-clase, pero no ha sabido implicar apenas en ellas a los alumnos ni ha conseguido una gran participación para poner en común lo trabajado, mientras que Raimundo lo ha hecho con frecuencia, pero demasiado rápidamente como para permitir una participación rica y amplia de los estudiantes. Marió es quien ha conseguido un clima de participación e implicación mayor en estos casos.

Ninguno de los tres ha promovido verdaderos debates, el contraste de ideas y estrategias, la negociación de significados para una construcción social del conocimiento. Creemos que ninguno de los tres se lo ha planteado siquiera y que tampoco conciben el trabajo en el pequeño grupo para la construcción conjunta de significados, sino para que se ayuden, compartan información mutuamente y corrijan entre sí las actividades. Así, los profesores tienen una mayor posibilidad de atender sus dudas, lo que también repercute positivamente en ellos.

Constatamos, además, que las distribuciones grupales, no están planificadas ni realizadas en función de los tipos de tareas que realizan los estudiantes, ni asociadas adecuadamente a las finalidades previstas.

Pascual ha centrado el trabajo de 2/3 de las sesiones en los pequeños grupos sin interrupciones de ningún tipo, es decir, sin tratar de presentar al grupo-clase información, ni promover en esas sesiones puestas en común, sino que ha ido aportando en ellos, sobre la marcha, toda la información complementaria que ha ido considerando necesaria, de forma asistemática, resolviendo las dudas que han ido surgiendo y sacando las conclusiones oportunas.

En las sesiones prácticas se podía observar que los alumnos no conocen otras formas de aprendizaje que no sea la transmisiva. En cierto modo, los tres profesores son conscientes de que los estudiantes no saben trabajar en grupo, porque apenas lo han hecho, pero no lo son sobre sus consecuencias, es decir, que tampoco saben pensar conjuntamente, discutir, reflexionar, compartir ideas, porque nadie les ha enseñado a expresarlas, escucharlas y valorarlas, puesto que ni siquiera el profesor suele hacerlo. Además, lo que han planteado en todo momento es trabajo *'en grupo'*, no *'de grupo'*.

Los profesores noveles manifiestan cierto miedo al comportamiento de los alumnos al hacer una experiencia innovadora, como hemos reflejado anteriormente. Raimundo y Marió lo relacionan con la utilización de un recurso concreto que consideran que puede trastornar más la marcha de la clase: el vídeo y los geoplanos, respectivamente. Pascual conoce bien a sus alumnos, pero aún así teme algunas conductas poco apropiadas, relacionándolo más con el trabajo en pequeños grupos. Todos temen la pérdida del control de la clase. Esto corrobora las investigaciones de Simmons y su equipo (1999), las de Solís y colaboradores (2002, 2003, 2004), así como las de Cuesta (2003), con el matiz ya mencionado de que nuestros profesores han logrado superarlo en algunos aspectos.

Sin embargo, ninguno de ellos ha establecido normas previas, aunque no sabemos si lo han hecho con anterioridad a la experiencia, ni han preparado a los estudiantes para el trabajo en grupos con algunas actividades específicas para ello, sino que han dado por supuesto que si están sentados juntos, trabajarán unidos.

En general, el comportamiento de los alumnos ha sido casi siempre bueno. Los tres profesores tratan de tener cierto control del mismo, reprendiendo con suavidad, especialmente Marió, que llama la atención a alumnos concretos con mucha frecuencia. El nivel de ruido que admiten es también diferente. Raimundo es el más exigente en este sentido. Pascual parece tolerar bien el grado de ruido de sus estudiantes, tal vez por su gran concentración en la atención a los grupos, mientras el resto de la clase está alborotada. El ambiente de trabajo suele ser adecuado y la implicación en las tareas también, aunque va disminuyendo de día en día en el caso de Pascual y en la penúltima sesión de Marió, en algunos estudiantes que se van desenganchando a medida que se complican o son más académicas las actividades a realizar.

Nuestros tres profesores hablan en sus diseños del ritmo de trabajo de los alumnos pero, mientras que Marió y Pascual dicen que lo tendrán en cuenta y tratarán de ser flexibles y suplir las diferencias mediante los deberes de casa, Raimundo manifiesta que si los alumnos tardan mucho en llegar a las conclusiones que él espera de algunas actividades, las presentará él mismo. También manifiesta que los alumnos se quejan de que suele ir demasiado rápido.

Marió y Raimundo informan con antelación a los estudiantes del tiempo que disponen para hacer las actividades. Pascual también lo hace en la primera y última sesiones, pero en el resto se olvida de su previsión de tiempos y deja a cada grupo de alumnos seguir su propio ritmo de trabajo, desapareciendo todo tipo de organización, ya que deja de coordinarlos y llevar cierto control del trabajo global. Sin embargo, su respeto del ritmo de los estudiantes es más bien aparente, como veremos. Los otros dos profesores tratan de cumplir con los tiempos concedidos. Constatamos cierto gradiente:

- El caso más estricto es el de Raimundo, que marca un ritmo de trabajo que solamente pueden seguir los alumnos más rápidos y son los únicos que pueden llevar hasta el final sus propios procesos de pensamiento. Al resto se les interrumpe, al no darles suficiente tiempo para pensar, obteniendo los resultados *'prefabricados'* por otros en las puestas en común. También es Raimundo quien más presiona el ritmo de los alumnos para que pasen de una actividad a otra, cambiándolas continuamente, además de dejar de hacer en el aula bastantes de las actividades previstas, pidiéndolas para hacer en casa sin selección ni reformulación

alguna. Podríamos considerar que el tiempo ha sido un factor determinante en Raimundo y un gran obstáculo para que esta innovación se haya desarrollado plenamente y ha forzado en gran medida los procesos de aprendizaje.

- El caso intermedio podría ser el de Marió, que da más tiempo que Raimundo para terminar las tareas, aunque suele interrumpir frecuentemente los procesos de pensamiento de los estudiantes durante su realización, aportando al grupo-clase nueva información, pistas y estrategias para la resolución de las tareas o incluso adelantándose a resolver dudas, también en gran grupo, que solo unos cuantos le han planteado. En ella podríamos decir que el tiempo ha sido un factor importante de su enseñanza, porque ha influido en el aprendizaje promovido. Es consciente de que a veces los alumnos necesitan más tiempo para aprender, pero no se lo ha dado.

- Pascual es, aparentemente el más respetuoso con el ritmo de los alumnos, ya que se ha propuesto no interrumpir los procesos grupales y lleva a absoluto cumplimiento no cortar, ni acelerar, en ningún momento, el trabajo de los equipos. Esto no implica, que dentro de los pequeños grupos, de forma similar a Marió en la clase completa, aporte información y resuelva dudas, haga actividades de modo ejemplarizante o ilustrativo, llegando, en ocasiones, incluso hasta los resultados. En general deja que el proceso se desarrolle libremente, es decir, cada equipo va a su ritmo, a partir de la primera sesión, pero no puede hacer durante esas sesiones puestas en común y concluir conjuntamente de forma significativa los aprendizajes, porque cada grupo va por una actividad diferente, a veces incluso con bastante distancia.

Los alumnos tienen que trabajar en casa fuertemente para poder aprender, sin que el número de actividades se consensue con el resto de profesores, ni siempre se corrijan en clase, ni se calibre bien el grado de dificultad que entrañan.

Marió y Raimundo dejan para casa lo que no da tiempo a terminar en clase, pero mientras que la profesora suele retomar ese trabajo al día siguiente, Raimundo apenas lo hace, encomendando su corrección en los pequeños grupos, en algunos casos. En cambio Pascual, que pretendía regular también tareas y tiempos con el trabajo en casa, en la práctica ha dejado continuar a los distintos grupos de alumnos, en días sucesivos, por donde se han quedado el día anterior en cada caso.

De esta forma, Marió y Raimundo consiguen en casi todo momento que los alumnos estén trabajando simultáneamente en lo mismo, mientras que los de Pascual se van desfasando,

unos de otros, cada vez más. Los primeros lo necesitan para ir sacando conclusiones comunes en el grupo-clase del trabajo individual o de los pequeños grupos, mientras que Pascual solo pretende y hace esto en la primera y última sesiones. Cuando los alumnos trabajan en el grupo pequeño, este profesor considera que repetir en el grupo-clase lo dicho y trabajado, grupo a grupo, es absurdo e interrumpirlos, contraproducente. Él considera que en cada grupito ha quedado suficientemente clarificado el conocimiento.

➤ En relación a **su Papel en el proceso**, nuestros tres noveles se consideran guías y orientadores del trabajo en el aula. En la práctica, no hay una interpretación uniforme de este papel. Sus intervenciones están fundamentalmente encaminadas a ayudar a los estudiantes a resolver las tareas.

No obstante, no se han planteado que responder inmediatamente a las preguntas de los estudiantes puede disminuir el nivel cognitivo de las actividades, fragmentándolas, ni tampoco en esto han respetado sus procesos de pensamiento, salvo Raimundo, que les señala constantemente que lean de nuevo los enunciados y pregunten primero a sus compañeros.

Es cierto que frecuentemente han usado preguntas comprobadoras y Pascual, en algunos casos, genuinas, para favorecer el avance de sus procesos. Pero más frecuentemente aún, los tres han dado respuestas informativas y/o evaluadoras y han tratado de orientarles ejemplificando o incluso haciendo ellos mismos las tareas, más que estimulándoles a pensar autónomamente, mediante preguntas provocadoras y genuinas y aportaciones abiertas. Tampoco han sabido escuchar en profundidad a los alumnos.

Más que una función de cierre mediante la negociación de significados, nuestros tres profesores se adjudican un papel de validación del conocimiento. Pascual y Raimundo han pretendido compartirlo en parte también con los estudiantes, mediante el contraste en los pequeños grupos de sus resultados, como una primera instancia antes de recurrir al profesor, aunque, en cualquier caso, debían coincidir con los que el profesor tenía previsto, con lo *'correcto'*.

Los tres noveles consideran que son ellos los que deciden qué contenidos y actividades se trabajan y sobre la evaluación. En la práctica son totalmente coherentes, ya que los alumnos no proponen ni deciden nada relacionado con todo ello. Su enseñanza está centrada en el profesor, no en el alumno, aunque su intencionalidad ha sido darle un gran protagonismo. Esto es corroborado por las escasas diferencias constatadas entre sus diseños y sus propuestas en

la práctica, con independencia de lo que ha ido sucediendo en su transcurso. Todo ello refuerza las ideas aportadas por la investigación de Simmons y su equipo (1999) de que, aunque verbalmente, el sistema de creencias de sus noveles era coherente con el estilo de enseñanza '*centrado en el alumno*', en las observaciones de aula se iba percibiendo, una tendencia a la separación de ese estilo hacia otro centrado en el profesor, abandonando la idea del alumno como protagonista. Esto es debido a la influencia de la cultura profesional dominante en la escuela y a la necesidad de control de lo que pasa en el aula. También han sido corroboradas por las investigaciones de Roehrig (2002) y Patterson (2002), que han llegado a conclusiones muy similares. Como nos han mostrado Artzt & Armour-Thomas (1999), la experiencia juega un rol importante en el desarrollo del profesor y, aunque es posible que un principiante enseñe con los alumnos como foco de su enseñanza, ha sido en un caso particular. En cambio, las investigaciones de Agudelo-Valderrama (2006, 2008) y sus colaboradores (Agudelo-Valderrama, Clarke & Bishop, 2007), no dan mayor importancia al hecho de ser novel.

Nuestros profesores han querido, sin embargo, darles protagonismo en el '*descubrimiento*' del contenido mediante la realización de las actividades y esto han pretendido traducirlo en no precederlas con presentaciones de información y explicaciones por parte del profesor. Tal vez esta decisión les haya limitado también para dar sentido, adecuada y previamente a cada ocasión, a las actividades que van a hacer y a los recursos que van a utilizar, así como para hacer partícipes a los alumnos de sus finalidades en cada caso, por querer evitar un mayor protagonismo por su parte con exposiciones innecesarias. En la práctica, nuestros profesores las han llevado a cabo con distintos matices:

- Para Pascual, dicho descubrimiento ha sido muy guiado y muy simple: desde su diseño las actividades están sumamente estructuradas y no ofrecen diversas estrategias de resolución. Además, en la práctica, él ha ayudado a los alumnos a resolver las tareas en los pequeños grupos.
- Para Marió que, salvo excepciones puntuales, también presenta en su diseño bastantes actividades contando con que van a ser muy guiadas, la ayuda a los estudiantes en sus tareas se ha traducido, en la práctica, en intervenciones continuas al grupo-clase dando nueva información, pistas y estrategias de resolución, en cuanto ha detectado una duda en más de un estudiante.

- Para Raimundo, cuyas intervenciones particulares han sido escasas, remitiendo continuamente a la ayuda grupal, ha permitido la realización de las actividades durante un tiempo tan escaso, que solamente los estudiantes muy rápidos y con buenas aptitudes en matemáticas pueden concluirlos y seguir su ritmo de permanentes cambios de actividad.

Solamente Pascual habla de la dificultad para coordinarse con el propio Departamento y con otros a la hora de plantear aspectos interdisciplinarios o salidas del Centro, o incluso para dar un tema que, aun estando en el currículo oficial, no suele darlo el resto de profesores de su Instituto. Raimundo, en cambio, habla de la dificultad de disponer en el momento preciso de los recursos didácticos necesarios, lo que le obliga a planificar también este aspecto con antelación y le condiciona los tiempos de puesta en práctica de las actuaciones previstas.

➤ Con respecto a **la Evaluación**, nuestros profesores quieren valorar fundamentalmente procedimientos y actitudes, poniendo el énfasis en éstas, como un aspecto innovador de especial relevancia.

Los tres pretenden evaluar para conocer y calificar los aprendizajes de los estudiantes y valorar la experiencia. Pascual recalca que la finalidad principal no es calificar a los alumnos, sino mejorar su enseñanza, puesto que se trata de una intervención de enseñanza muy breve. Sin embargo, ninguno de ellos se propone hacer cambios en sus diseños sobre la marcha, es decir, no se plantean reformularlos a medida que van constatando cómo funcionan, sino que en los tres casos lo consideran como un aprendizaje propio para incluir en futuras intervenciones.

Nuestros noveles quieren evaluar todos los contenidos trabajados, aunque a través de los instrumentos solo se constatan procedimientos y actitudes, en Raimundo, mientras que en los otros dos profesores las actitudes quedan para una observación asistemática en el aula. En este sentido, los tres quieren valorar la implicación de los alumnos en las tareas, tanto en clase como en casa y su participación en el aula, aunque Raimundo y Pascual ponen también un empeño especial en valorar la colaboración entre alumnos y el respeto mutuo.

Los tres profesores han diversificado los instrumentos de evaluación y les han dado distintos pesos para la calificación de los alumnos. Marió y Pascual eliminan el examen, considerando que una experiencia innovadora tiene que tener una evaluación diferente. No obstante, tratan de compensarlo imponiéndose nuevas tareas.

El instrumento más novedoso para ellos es una Plantilla de Observación que recoge, por una parte, los criterios de Evaluación que han considerado previamente y, por otra, la relación de alumnos del grupo. En el diseño de Raimundo y Marió aparecen dichos Criterios y Plantilla, mientras que Pascual únicamente recoge su intención de hacerla.

Solamente Raimundo lo ha llevado a la práctica, sintiéndose desbordado por la cantidad de alumnos y criterios que ha pretendido observar. Marió descarta la Plantilla desde el principio, haciendo una rejilla más simple para recoger las calificaciones de sus correcciones y Pascual no llega a elaborarla, aunque después se siente insatisfecho por faltarle una observación sistemática de las actitudes de los alumnos en el aula.

Los tres han tratado de que sea una evaluación continua, aunque Raimundo ha fijado dos momentos especiales al inicio y al final. El examen, en su caso, ha jugado un papel complementario a las observaciones diarias de los Criterios de Evaluación, por considerarlas incompletas.

Nuestros profesores han pretendido dar un papel evaluador a los estudiantes sobre la experiencia y Raimundo también sobre su propio aprendizaje, pero ninguno de los tres ha permitido que intervengan en su calificación, pues todos consideran que es una función clara del profesor.

6. 1. 2 CARACTERIZACIONES FINALES

➤ **Los tres profesores han estado totalmente abiertos a la innovación.** Han formado parte de dos cursos consecutivos de formación de larga duración, para compartir sus problemáticas y aprender desde ellas; han permitido que observemos y grabemos sus clases, así como ser entrevistados y han compartido la experiencia con sus compañeros de curso; y han realizado innovaciones importantes, tanto a nivel de diseño como de práctica:

- Han renunciado para esta intervención de enseñanza al libro de texto y han realizado ellos mismos su planificación. Esto ha sido posible por el apoyo recibido en el curso de formación, donde se han interrogado sobre su propio estilo de enseñanza, se han planteado hacer una experiencia innovadora, han trabajado en equipo y con ayuda constante.

- Han renunciado a explicar los contenidos y han apostado por intentar que los alumnos los *'descubran'*, sobre todo en el diseño. Mantener esto les ha sido difícil en la práctica, como señalamos en el siguiente apartado.
- Han salido fuera del aula, algo ajeno a su dinámica habitual, con la excepción de Raimundo. Pascual, además, ha dado entrada a otra profesora en una sesión, la única en la que ella ha podido, lo cual implica un grado de apertura relevante para el colectivo de Educación Secundaria.
- Han incluido en su enseñanza el uso de recursos novedosos, venciendo su temor a perder el control del aula y sintiendo posteriormente por ello una gran satisfacción.
- Han organizado a los estudiantes en grupo durante casi toda la experiencia, salvo Marió, que lo ha hecho más puntualmente. También con ello han superado su miedo a incrementar la dificultad de la gestión del aula.
- Han renunciado al examen, salvo Raimundo, aunque éste tampoco lo ha utilizado como instrumento básico de evaluación. En su lugar, han incrementado las fuentes de datos para ser valorados, incluyendo en todos los casos actitudes, tanto ante las matemáticas y el grado de implicación en las tareas, como ante ciertos valores de respeto y colaboración, fundamentalmente.
- Se han propuesto, con más claridad en el diseño que en la acción, evaluar la enseñanza y el aprendizaje, destacando la finalidad de mejorar la práctica docente en aras de un mayor aprendizaje por parte de los alumnos.

Todas estas actuaciones reflejan que los profesores están en una etapa de innovación, ya que no se trata de una enseñanza puramente tradicional, lo que supone un paso decidido en el desarrollo profesional de estos profesores.

Constatamos, sin embargo, que la innovación no es fácil: la elaboración de materiales supone mucho trabajo añadido y les da menos seguridad que el libro de texto; se proponen dar menos información a sus estudiantes desde ellos mismos, pero esto ha conllevado una presentación escasa, pobre o inexistente de lo que pretenden hacer, para darle sentido; los agrupamientos no siempre se corresponden con el tipo de tarea, lo que les crea ciertos desajustes de gestión del aula; les cuesta atender tanta demanda de los alumnos; les desbordan algunas de sus

propias propuestas y no reaccionan sobre la marcha para adaptarlas a lo que ocurre en el aula; etc.

Por su parte, los alumnos tampoco están preparados para recibir la innovación y son poco autónomos; se desconciertan ante las nuevas actividades y reclaman atención inmediata; se enfadan si el profesor no les atiende rápidamente y les resuelve completamente las dudas y tareas; no saben escuchar, compartir, contrastar y darse mutuamente información, ya que no están habituados a trabajar en grupos; tampoco validan adecuadamente entre sí resultados, tendiendo a copiarse unos a otros, ni saben negociar significados; etc.

Las innovaciones introducidas por nuestros tres profesores noveles podemos considerarlas, en cierto modo '*primarias*', en el sentido de que los contenidos se han mantenido como eje vertebrador de sus secuencias, de no haber dado un paso relevante en cuanto al papel que han concedido a los estudiantes –que '*descubran*' el conocimiento de forma guiada e incompleta- y el papel validador del profesor. Podríamos considerarlos como primeras tentativas de cambios metodológicos. No obstante, han supuesto para ellos un gran salto desde la perspectiva de la que han partido.

➤ Detectamos en los profesores algunas ideas que representan, en nuestra opinión, **obstáculos para avanzar en la innovación:**

- Una visión dirigista de la enseñanza. Las planificaciones son detalladas y está finamente pautado lo que los estudiantes tienen que ir '*descubriendo*' sucesivamente. En la práctica, además, ni siquiera permiten totalmente que los alumnos realicen ese descubrimiento. En el caso de Raimundo, porque no les deja tiempo suficiente para realizar las actividades y, en los casos de Marió y Pascual, por sus constantes intervenciones (ya sean dirigidas al grupo-clase como hace nuestra profesora, o en cada uno de los pequeños grupos, como hace Pascual), dando en la práctica, a menudo, más información de la necesaria y de la que habían previsto en sus diseños.

- Una visión absolutista. Los alumnos no pueden descubrir cualquier cosa, sino que todo va dirigido a que los estudiantes aprendan '*lo que hay que aprender*'. Esto se ve apoyado por varias características que predominan en las actividades propuestas: son cerradas, están acompañadas por una posible estrategia de resolución, contextualizadas en muy pequeña proporción, etc. En cuanto a la tipología, las de búsqueda y elaboración de respuestas son las más abundantes, seguidas de las de aplicación.

- Una visión simplista y pobre de las matemáticas escolares, es decir, de lo que implica la comprensión matemática y *'hacer matemáticas'*. Predominan las actividades de bajo nivel cognitivo. En los casos de Raimundo y Marió más en la práctica que en el diseño, ya que el primero, que tiene planteamientos ricos en el sentido de que los alumnos hagan conjeturas, las refuten o comprueben, las argumenten, justifiquen y las debatan, en la práctica quedan muy empobrecidas por el ritmo *'acelerado'* que trata de imponer en las sesiones. Mientras que Marió, con su forma de intervenir continuamente, fragmenta las actividades planificadas, tanto las de búsqueda y elaboración de respuestas, como las actividades de aplicación combinada, que convierte en simples y directas, transformando y rebajando su nivel cognitivo por su forma de intervenir en los procesos de pensamiento de los estudiantes.

- La idea de que los alumnos aprenden mediante la realización inmediata de actividades de aplicación, sin una previa y sosegada elaboración de los contenidos y una adecuada incorporación de significados.

- El aprendizaje lo entienden nuestros profesores como un proceso principalmente individual, sin tener en cuenta su dimensión social, ni le dan importancia a la negociación de significados. Por ello, escasean en el diseño las actividades de contraste, argumentación o síntesis (éstas últimas no en el de Raimundo). En la práctica, además, las puestas en común han sido muy escasas en Pascual y, en todos los casos se han convertido en momentos de corrección de actividades y de recopilación de lo que se ha hecho en los grupos. No han tratado de considerarla como una actividad para contrastar puntos de vista, negociar ideas, elaborar conjuntamente una respuesta, etc., salvo en alguna ocasión en el caso de Marió, donde ella recoge y/o los alumnos exponen distintas estrategias de resolución de una actividad.

- Coherentemente con ello, el trabajo en grupos se ha entendido y desarrollado como una estrategia para fomentar la colaboración entre los estudiantes y la ayuda mutua, para crear mejor ambiente o incluso para poder atender mejor sus dudas, pero no para facilitar la negociación de sus ideas, ni como una estrategia imprescindible para el aprendizaje. También es coherente con esta idea el que los profesores hayan encomendado como trabajo para casa todo lo que no da tiempo de realizar en clase, sin replantearse en ningún caso reformular la propuesta, o al menos seleccionar el tipo de actividades cuyo desarrollo se deja al trabajo individual del estudiante.

- Un protagonismo escaso de los estudiantes. El profesor acapara todo el protagonismo en cuanto a la planificación de la enseñanza, el desarrollo y la validación de lo que se considera correcto (tanto a lo largo del desarrollo de la enseñanza, como a la hora de calificar el aprendizaje de los estudiantes). Este protagonismo está limitado al desarrollo de las actividades propuestas, siendo Pascual quien ha dejado que los alumnos intervengan algo más en marcar el ritmo en el que se van haciendo las actividades. La falta de implicación, autonomía o responsabilidad que los profesores detectan en los estudiantes, no la relacionan con esta desigualdad en su protagonismo en la planificación y el desarrollo de las actividades.

- Una dificultad para la escucha de las cuestiones y procesos planteados por los estudiantes. Sus preguntas rara vez son genuinas, provocadoras de reflexión y avance, sino más bien comprobadoras de sus conocimientos, seguidas de respuestas evaluadoras y/o de aportación de información, a veces excesiva, por prematura.

- Una valoración mayor del tiempo de la enseñanza que el tiempo del aprendizaje (salvo Pascual, en parte, aunque también cae en dar respuestas rápidas, tanto de aportación de información, como evaluadoras). La auto-imposición que ellos mismos se hacen del tiempo disponible para enseñar, les conduce a no ser coherentes, a veces, con sus propias intenciones de flexibilidad y de tener en cuenta a los alumnos.

- La evaluación la entienden como un proceso asistemático, en el caso de Pascual o demasiado detallado y técnico, sobre todo en Raimundo. Estas visiones, que han sido elaboradas para esta experiencia en concreto, no creemos que sean muy estables, pues no han resultado satisfactorias en todos sus aspectos para nuestros profesores.

La caracterización que acabamos de hacer nos permite decir que están alejados de nuestro modelo de referencia y que su estado de transición parece orientado por un enfoque tecnológico, aunque en el caso de Pascual también detectamos algunos aspectos más propios de la tendencia espontaneísta.

6. 2 CONCLUSIONES SOBRE EL PROPIO ESTUDIO REALIZADO

6. 2. 1 APORTACIONES RESPECTO A OTROS ESTUDIOS

A lo largo de esta investigación hemos obtenido información sobre los diferentes aspectos que caracterizan una propuesta metodológica y la interrelación entre ellos nos ha permitido configurar una imagen del hacer de los profesores y sus tendencias didácticas.

La mayor parte de las investigaciones sobre la práctica docente han puesto siempre el énfasis en el contenido que se enseña. Siendo éste de crucial importancia, nuestro trabajo se ha centrado en la metodología de enseñanza, como una forma de planificar, de hacer, de cuestionar, de escuchar, aspectos todos que juegan un papel relevante en la enseñanza y el aprendizaje.

Diferentes autores (García & Cañal (1995); González, (1995); Azcárate, 1999; Cañal, 1997, 1998, 2000; Sullivan & Mousley, 2001; Wamba, 2001; Luna, 2007) otorgan un papel esencial a la metodología en el proceso educativo a la hora de llevar a cabo la construcción de conocimientos en el aula, situándola como uno de los problemas clave al desarrollar la intervención educativa. Consideramos, pues, que la reflexión sobre las decisiones metodológicas permite un mejor conocimiento de la profesión docente y en concreto de las responsabilidades que deben asumir los profesionales de la enseñanza, como ya presentamos en nuestro marco teórico.

Desde nuestra perspectiva de formadores, hemos considerado necesario otorgar a la metodología la importancia que debe tener en la práctica docente y dentro del campo de la investigación, considerando ésta como una herramienta esencial para desarrollar el conocimiento profesional desde un marco teórico-práctico fundamentado y con una visión innovadora y de mejora de la calidad de los procesos de enseñanza, basados en la reflexión y la colaboración.

Al plantearnos inicialmente la pregunta *'cómo enseñar'* hemos puesto el énfasis en algunos aspectos relacionados con su formulación genérica, que intervienen y favorecen las actuaciones tendentes a construir conocimiento en el aula, constituyendo con ellos nuestro sistema de categorías, aunque hemos sido conscientes en todo momento de su profunda interconexión.

Por ello, cuando abordamos esta problemática, hemos puesto en juego las interrelaciones que existen entre cómo enseñar y cómo se aprende y hemos considerado imprescindible estudiar explícitamente aquellos aspectos en los que se basa la actuación docente, habiéndonos centrado en aquellos que hemos considerado más relevantes, más allá de las actividades, en las que se focalizan numerosas investigaciones, aunque también lo hemos hecho en éstas.

Muchas innovaciones educativas no reflejan convenientemente la complejidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, proponiendo cambios poco profundos, como producto de una

concepción simple de la metodología, regida por un esquema causal mecánico y lineal, según la cual la enseñanza produce directamente el aprendizaje e ignora el papel fundamental de la metodología en la construcción del conocimiento, pudiendo convertirse en un obstáculo importante para el cambio.

Con respecto a las actividades, hemos tomado diferentes aportaciones de otros estudios realizados (Cañal, 2000; García Díaz & Martínez, 2001; Kilpatrick et al., 2001; Sierpiska, 2004; Azcárate & Castro, 2006; Luna, 2007), de las que extraído dos dimensiones fundamentales para las mismas: sus características (aquellos aspectos de las actividades que los educadores matemáticos han identificado como consideraciones importantes para el desarrollo de la comprensión matemática, el razonamiento y la búsqueda de significado, incluyendo estrategias de solución múltiple, múltiples representaciones y comunicación matemática) y su nivel cognitivo (la clase de procesos de pensamiento implicados en resolver la actividad, que tienen un rango desde la memorización, para el uso de procedimientos y algoritmos, hasta el pensamiento complejo y estrategias de razonamiento típicas de *'hacer matemáticas'*, tales como conjeturar, justificar o interpretar).

A esta clasificación en nuestro estudio hemos aportado una tipología que consideramos en consonancia con una secuencia de actividades acorde con las ideas constructivistas. Esta parte del estudio ha enriquecido las investigaciones de las que hemos partido, porque consideramos que las actividades matemáticas son centrales para el aprendizaje de los alumnos. De este modo la naturaleza de las actividades puede influir potencialmente y estructurar la forma en que piensan los estudiantes y puede servir para limitar o ampliar sus puntos de vista sobre las matemáticas. Los alumnos desarrollan su sentido de lo que significa *'hacer matemáticas'* (NCTM, 1991b), desde sus experiencias reales con ellas.

Así, hemos conocido qué tipos de actividades han fomentado o ignorado nuestros profesores, el nivel cognitivo por el que han optado en cada caso, tanto desde el conocimiento declarativo como en la práctica, su relación con la resolución de problemas, los contextos utilizados, las posibles estrategias a tener y/o tenidas en cuenta, su grado de apertura en cuanto a ofrecer varias soluciones, así como el tipo de secuencia que han planificado y llevado a la práctica, contrastando ambos momentos en los tres profesores.

Hemos constatado, además, que no hay muchas investigaciones sobre el *'clima de aula'* necesario para apoyar la realización de actividades de este tipo, aunque nos hemos apoyado, fundamentalmente, en los trabajos de Artzt & Armour-Thomas (1999), además de los de

Beswick (2007) y Potari & Georgiadou–Kabouridis (2008). Así, otro de los aspectos que hemos estudiado es la *'organización del aula'* llevada a cabo por nuestros tres profesores, tanto en lo que se refiere a la distribución física, como la forma de motivar a los estudiantes para que se interesen por su aprendizaje y de crear un clima adecuado que lo favorezca, así como una adecuada *'distribución de los estudiantes'* según las tareas encomendadas y la *'organización del tiempo'*. Ha quedado claramente mostrada la importancia de tener en cuenta las implicaciones mutuas de los ritmos establecidos por el profesor, si respeta o no el seguido por los estudiantes y sus consecuencias en el nivel cognitivo de las actividades de aprendizaje que se favorece o dificulta según se pone en juego o no el respeto al ritmo personal.

De la misma forma, al haber considerado que los conceptos fundamentales de las matemáticas tienen que formarse desde la experimentación, al menos en las etapas educativas obligatorias (Ahmed, Clark-Jeavons & Oldknow, 2004), hemos incorporado a nuestro estudio el uso de *'materiales didácticos'*, que ha jugado también un importante papel en la visualización y expresión de las relaciones que nuestros profesores han establecido en el aula entre conocimiento y actividades, así como para apoyar los procesos de pensamiento de los estudiantes, aportándoles una variedad de caminos que las hace más accesibles. Teniendo en cuenta su importancia, hemos conocido qué *'tipos de recursos'* han utilizado en las actividades diversas que han planteado, su frecuencia de uso, cuales han considerado más adecuados, el modo de presentación de los mismos, el trabajo que han desarrollado con ellos, etc. Así mismo, *'el discurso'* establecido en el aula lo hemos considerado de vital importancia, de acuerdo con las autoras Artzt & Armour-Thomas (1999), así como con Llinares (2000a), Mack (1990) y Behr et al. (1992).

Hemos constatado que es determinante el papel que juega el profesor y el alumno en estos procesos para una verdadera construcción del conocimiento. El protagonismo que han ejercido ambos, el tipo de preguntas efectuadas (Ferreiras, 2004), las que únicamente cierran los procesos de pensamiento de los estudiantes o los validan y las que provocan el avance y la reflexión, así como la importancia trascendental de la escucha del profesor hacia los estudiantes (Arcavi & Isoda, 2007) y entre ellos, así como sus distintas formas de entenderla, nos parecen aspectos novedosos a ser tenidos en cuenta en futuros estudios. Así mismo, la forma de entender las actividades de contraste, la ausencia de debate de las ideas de los estudiantes y la negociación de significados en algunos de nuestros profesores, consideramos que han de formar parte ineludible de este tipo de investigaciones.

Del mismo modo, la evaluación constituye un valioso cierre de los procesos metodológicos y creemos que, en ningún caso, debe desligarse de ellos.

6. 2. 2 LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN UTILIZADA

En cuanto a ésta, podemos destacar como un primer aspecto significativo, la gran cantidad de información obtenida inicialmente que nos ha obligado a seleccionar alguna y descartar otra que, siendo muy interesante, se desviaba de nuestra intención. Así, hemos renunciado a los diarios de los tres profesores durante su práctica pues eran muy descriptivos y aportaban poca información novedosa en relación con las grabaciones disponibles.

No obstante, la selección de instrumentos realizada nos ha permitido hacer una valiosa radiografía de lo ocurrido, tanto durante la planificación de la intervención de enseñanza como durante su puesta en práctica en el aula.

Para estudiar la planificación, nos ha parecido más clarificador centrarnos en los diseños terminados, puesto que el trabajo previo fue tortuoso y largo, con numerosos vaivenes, que en sí mismo podría aportar datos para dar respuesta a otro tipo de cuestiones de investigación. Esta fuente de información ha sido complementada adecuadamente por la primera entrevista realizada a cada profesor que ha sido suficientemente clarificadora de sus concepciones a nivel declarativo.

En cuanto a la práctica, consideramos que las grabaciones de vídeo de las clases nos han aportado luz sobre los agrupamientos, el clima de aula, el modo de moverse el profesor entre los estudiantes, sus gestos, etc. Pero han sido las grabaciones de audio la que nos han ofrecido la mayor riqueza en cuanto a la clase de preguntas y respuestas realizadas por parte del profesor y de los alumnos, cómo se ha ido introduciendo el conocimiento matemático, el tipo de ayuda ofrecido o reclamado en cada momento, cómo han presentado a los alumnos las actividades y los recursos didácticos utilizados, etc.

Otra herramienta fundamental ha sido la división de las sesiones por '*episodios*'. Ésta, junto con la selección de los datos que hemos considerado más relevantes de los mismos, nos ha permitido hacer un análisis manejable de los resultados obtenidos, a la vez que nos ha aportado una valiosa información sobre la práctica. Seguir criterios diferentes para esta fragmentación de las sesiones, también nos ha parecido especialmente ayudador: hemos

considerado algunos *'episodios'* en términos de límites temporales, espaciales, de conducta, del programa de actividades o del contenido trabajado (Doyle, 1986; Stodolsky, 1988; Leinhardt & Greeno, 1986; Schoenfeld et al., 1998 a, b y Escudero, 2003). Así, en unos casos, el criterio ha sido el cambio de distribución de los estudiantes en el aula, bien espacialmente o referido a que la actividad pase de estar trabajándose individualmente a hacerlo en pequeños grupos o en el grupo-clase; en otros casos ha sido el cambio de contenido, etc.

6. 2. 3 LIMITACIONES ENCONTRADAS

Señalamos brevemente algunos aspectos que consideramos que pueden mejorar o complementar la información obtenida.

Una de las dificultades encontradas ha sido la clasificación de cada unidad de información en una sola categoría, dada la profunda interrelación existente entre ellas. Numerosos datos podían enriquecer el clima del aula, el papel del profesor o del alumno, lo que ha reforzado nuestra idea de una realidad sistémica.

Otra limitación importante que hemos tenido ha sido la realización de la segunda entrevista a cada uno de nuestros profesores, tan cercana a la finalización de su práctica, que a ellos les ha faltado un mínimo distanciamiento reflexivo sobre la misma y a nosotros tiempo para detectar lagunas en los datos previamente obtenidos para poder complementarlos con ellos. Si la cercanía a la práctica era un requisito importante para la frescura y viveza de sus matizaciones, una tercera entrevista, a mayor distancia temporal tal vez habría aportado ese adecuado complemento a los datos que hemos echado en falta.

El aspecto menos documentado ha sido el de la práctica de la evaluación ya que, al terminar las grabaciones con las intervenciones de enseñanza, y no haber tenido posteriormente un nuevo contacto para subsanarlo con nuestros profesores, nos han quedado estos datos un poco escasos, especialmente los de Marió.

Otras limitaciones detectadas, están referidas a la ausencia de un estudio longitudinal más prolongado, lo que habría requerido una mayor inmersión en las aulas de nuestros profesores, algo que no ha podido permitirse esta investigadora por sus condicionamientos profesionales. Esta circunstancia restrictiva, nos ha hecho además decantarnos por una perspectiva cognitiva

para el análisis de la práctica, proponiendo enfoques socio-culturales para posteriores profundizaciones del presente estudio.

6.3 PERSPECTIVAS FUTURAS

A la vista de las conclusiones que hemos obtenido a partir de nuestro trabajo de investigación, queremos hacer a continuación algunas consideraciones.

No están muy claras las conclusiones que podríamos adjudicar a nuestros profesores por el hecho en sí de ser noveles en la profesión docente. En nuestro caso, además, están ya situados en el segundo año de docencia, es decir, ha transcurrido ya el primer curso académico, el periodo que podríamos considerar de '*supervivencia*', aunque no creamos que el segundo esté exento de una problemática similar.

Sin embargo, podemos inferir, que el hecho de tratarse de profesorado novel, nos induce a pensar que es una etapa privilegiada para la formación y la innovación, a pesar de los obstáculos que encuentran, afirmación que corroboran numerosas investigaciones que nos han antecedido (González, 1999, Solís et al., 2002, 2003, 2004; Cuesta, 2003; Azcárate & Cuesta, 2005; Krainer, 2005). La fuerza emocional con la que muchos de ellos viven y afrontan sus problemas en el inicio de la profesión, les empuja a la búsqueda de apoyos externos y soluciones, recibéndolos con una actitud abierta, humilde y generosa, que es más difícil encontrar en otras etapas del desarrollo profesional.

Por lo tanto, remarcamos la necesidad de ofrecer al profesorado novel procesos de formación vinculados a la práctica docente. En ello insisten, además de los autores que acabamos de señalar, por ejemplo, Goos & Bennison (2008). La investigación de estos últimos autores se centra en la creación y apoyo de una comunidad de práctica focalizada en llegar a ser profesor de matemáticas de Educación Secundaria durante un programa de formación inicial y cómo se sostiene online después de la graduación de los estudiantes y comienzan su primer año completo como profesores de enseñanza secundaria. Los participantes analizan las discusiones en los términos con los que Wenger (1998) define las características de una comunidad de práctica: implicación mutua, negociación de una iniciativa común y desarrollo de un repertorio compartido por los participantes para la creación de significado. Estas investigadoras facilitan el diálogo profesional, la naturaleza voluntaria y no estructurada de la participación, un

encuentro inicial presencial para crear familiaridad y confianza y la conveniencia de usar el correo electrónico. El diseño que emerge de la comunidad contribuye a la sostenibilidad, al permitir a los estudiantes y profesores noveles definir sus propios objetivos profesionales y valores.

Las investigaciones mencionadas, nos parecen de vital importancia, dada nuestra experiencia de formación con un profesorado novel que suele ser dispersado al obtener plaza definitiva, lo que hace muy difícil continuar con programas de formación que requieran una continuada presencia física, aunque abogamos porque ésta sea posible y se mantenga en el tiempo, al menos en los primeros cursos escolares.

Todos estos estudios reafirman la importancia de programas de apoyo al profesorado novel, aunque deben ser configurados de forma que aporten distintos tipos de ayuda en función de sus diferentes necesidades, procedentes de diferentes programas de preparación y de diferentes fundamentaciones (Roering, 2002).

El uso de casos de enseñanza en la formación de profesores ofrece la posibilidad de examinar lo particular para focalizar aspectos de la práctica, para reflexionar críticamente sobre el caso con respecto a la propia práctica y dibujar conclusiones generales sobre el acto de enseñar (Sykes & Bird, 1992). Un camino para facilitar el pensamiento reflexivo y la generalización, cuando un grupo de profesores examinan juntos la práctica a través de los casos de enseñanza, es crear un clima donde se compartan libremente las ideas, mediante un discurso rico y ayudándose mutuamente (Simon, 1995; Zaslavsky 1995, 2007; Simon & Tzur, 1999; Jaworsky, 1999; Stigler & Hiebert, 1999; Tzur, 2001; Arbaugh, 2003; Lampert et al, 2010).

Este tipo de propuestas nos sugiere la utilidad y oportunidad de nuestro propio estudio de casos, tanto de nuestra recogida de datos, mediante la observación y grabación de clases, entre otros instrumentos, como del análisis efectuado de la práctica, mediante '*episodios*' de aula. Esta herramienta de análisis de fragmentos relevantes de sesiones en el aula (Simon & Tzur, 1999), puede contribuir de forma muy concreta y precisa a la mejora de la enseñanza, dejando aflorar, desde las imágenes y la propia palabra de los profesores implicados, lo que se planifica, lo que se realiza, lo que se pretende hacer y la coherencia y las discrepancias detectadas con lo que realmente se ha llevado a cabo.

CAPÍTULO 7

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRANTES, P. (2001). Mathematical competence for all: options, implications and obstacles. *Educational Studies in Mathematics* 47, 125–143. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

ADLER, J. (1999). The Dilemma of Transparency: Seeing and Seeing Through Talk in the Mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (1), 47-64.

ADLER, J. (2000). Conceptualising Resources as a Theme for Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, 205-224.

AGUIRRE, J. M. & SPEER, N. M. (1999). 'Examining the relationship between beliefs and goals in teacher practice', *Journal for Mathematical Behavior* 18 (3).

AGUDELO-VALDERRAMA, C. (2006). The growing gap between Colombian education policy, official claims and classroom realities: insights from mathematics teachers' conceptions of beginning algebra and its teaching purpose. *International Journal of Science and Mathematics Education* 4, 513-544.

AGUDELO-VALDERRAMA, C. (2008). The power of Colombian mathematics teachers' conceptions of social/institutional factors of teaching. *Educational Studies in Mathematics* 68, 37–54.

AGUDELO-VALDERRAMA, C., CLARKE, B. & BISHOP, A. J. (2007). Explanations of attitudes to change: Colombian mathematics teachers' conceptions of the crucial determinants of their teaching practices of beginning algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 69–93.

AHMED, A., CLARK-JEAVONS, A. & OLDKNOW, A. (2004). How can teaching aids improve the quality of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 56, 313–328.

AINLEY, J. (1988). 'Perceptions of teachers' questioning styles', *Proceedings of the 12th International Conference, Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1, Veszprém, Hungary, 92–99.

AJZEN, I. & FISHBEIN, M. (1980). *Understanding Attitudes and Predicting Social Behaviour*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.

ALTHEIDE, D. L. & JOHNSON, J. M. (1994). Criteria for assessing interpretive validity in qualitative research. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.) *Handbook of qualitative research*, 485-499. Thousand Oaks, CA: SAGE.

AMETLLER, J. (2008). Metodologías relacionadas con la utilización del video en la didáctica de las Ciencias. En M. R. Jiménez (Eds.). *Actas del XXIII Encuentro de Didáctica de las Ciencias Experimentales*. Almería: Editorial Universidad de Almería.

AMETLLER, J. & SCOTT, P. (2007). What constitutes 'dialogic teaching' in upper elementary and lower secondary science classrooms? Artículo presentado en *ESERA Conference, Malmö, Agosto 2007*.

ANONYMOUS (2002). Editorial. *Journal for Research in Mathematics Education* 33 (5), 313-317.

ARBAUGH, F. (2003). Study groups as a form of professional development for secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 6, 139–163. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

ARCAVI, A. & ISODA, M. (2007). Learning to listen: from historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics* 66, 111–129.

ARIAS, J. M; MAZA, I; RODRÍGUEZ, A. (2004). Formación e Investigación sobre el uso de las TIC en Matemáticas para ESO y Bachillerato. *Actas del XI Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Huelva, marzo de 2004.

ARMOUR-THOMAS, E. & SZCZESIUL, E. (1989). *A Review of the Knowledge base of the Connecticut Competency Instrument*, Connecticut State Department of Education, Bureau of Research and Teacher Assessment, Hartford.

ARTIGUE, M. (1998). L'évolution des problématiques en didactique de l'Analyse. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 18 (2), 231-262.

ARTZT, A. F (1999). A structure to enable pre-service teachers of mathematics to reflect on their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 2, 143–166.

ARTZT, A. & ARMOUR-THOMAS, E. (1999). A cognitive model for examining teachers' instructional practice in mathematics: a guide for facilitating teacher reflection. *Educational Studies in Mathematics* 40, 211–235.

ARTZT, A. & ARMOUR-THOMAS, E. (2002). *Becoming a Reflective Mathematics Teacher*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

ASTOLFI, J. P. & DEVELAY, M. (1989). *La didactique des sciences*. Paris. Presses Universitaires de France.

AUBREY, C. (1996). An investigation of teacher's mathematical subject knowledge and the processes of instructions in reception classes. *British Educational Research Journal* 22 (2), 181-197.

AUSTRALIAN CURRICULUM STUDIES ASSOCIATION (1996). *From Alienation to Engagement: Opportunities for Reform in the Middle Years of Schooling* 1–3, ACSA, Canberra.

AZAD, G. S. & GOOYA, Z. (2006). The place of proof in school mathematics (In Farsi). *Ros^{hd} Mathematics Education Journal* 24 (1). Teaching-Aids Publications Office: Ministry of Education. Tehran, Iran.

AZCÁRATE, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Cádiz.

AZCÁRATE, P. (1996). *Proyecto docente del Área de Didáctica de la Matemática*. Documento inédito. Universidad de Cádiz.

AZCÁRATE, P. (1998). La formación inicial del profesor de matemáticas: Análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico profesional. *Revista Interuniversitaria del Profesorado* 32, 129-142.

AZCÁRATE, P. (1999a). Conocimiento profesional. Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Quadrante* 8, 111-138.

- AZCÁRATE, P. (1999b). Metodología de enseñanza. *Cuadernos de Pedagogía* 276, 72-78.
- AZCÁRATE, P. (2001). *El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de los maestros*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- AZCÁRATE, P. & CARDEÑOSO, J. M. (1998). La formación inicial de profesores de matemáticas: finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la Escuela* 35, 75-86.
- AZCÁRATE, P, CARDEÑOSO, J. M. & SERRADÓ, A. (2003). El practicum en la formación inicial del profesorado de magisterio y Educación Secundaria: avances de investigación, fundamentos y programas de formación. (Coord.) M. Coriat, A. Romero & J. Gutiérrez Pérez, 139-150.
- AZCÁRATE, P., MARTÍN DEL POZO, R. & PORLÁN, R. (1998). Una perspectiva epistemológica para analizar y transformar la formación inicial del profesorado. En Banet y De Pro (Ed.). *Investigación e Innovación en la Enseñanza de las Ciencias*.
- AZCÁRATE, P. & CASTRO, L. (2006). La evolución de las ideas profesionales y la reflexión: Un binomio necesario. *Cuadrante XV* (1), 33-64.
- AZCÁRATE, P. & CUESTA, J. (2005). El profesorado novel de secundaria y su práctica. Estudio de un caso en las áreas de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias* 23 (3), 393-402.
- AZCÁRATE, P, RODRÍGUEZ, A, RIVERO, A. (2007). Formación del profesorado y práctica de la enseñanza. *Investigación en la Escuela* 61, 37-51.
- BAENA, M. D. (1993). Interacción teoría-práctica en el profesorado de ciencias. Dos estudios de caso. *Curriculum* 6-7, 121-135.
- BAENA, M. D. (1995). *Tareas académicas y teorías implícitas del profesorado. Estudio de casos en la enseñanza de las ciencias*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de La Laguna.
- BALL, D. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal* 93 (4), 373–397.
- BALL, D. L. & EVEN, R. (2004). The international commission on mathematical instruction (ICMI) – the 15th ICMI STUDY: the professional education and development of teachers of mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7, 279–293.
- BALL, D. & WILSON, S. (1990). *Knowing the Subject and Learning to Teach it: Examining the Assumptions about Becoming a Mathematics Teacher*, East Lansing, USA, Research Report 90-7, National Center for Research on Teacher Education.

- BALL, D., LUBIENSKI, S. & MEWBORN, D. S. (2001). 'Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge', in V. Richardson (ed.), *Handbook of Research on Teaching*, 433–456. Washington, D C: American Educational Research Association.
- BALLENILLA, F. (1999). *Enseñar investigando. ¿Cómo formar profesores desde la práctica?* Sevilla: Diada Editoras.
- BALLENILLA, F. (2003). *El practicum en la formación inicial del profesorado de ciencias de enseñanza secundaria*. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla.
- BAPTISTE, I. (2001). Qualitative data analysis: Common phases, strategic differences. *Forum Qualitative Social Research*. (On-line journal 2, 3. <http://www.qualitative-research.net/fqs-texte/3-01/3-01baptiste-s.htm>).
- BARKATSAS, A. & MALONE, J. (2005). 'A Typology of Mathematics Teachers' Beliefs about Teaching and Learning Mathematics and Instructional Practices. *Mathematics Education Research Journal* 17 (2), 69–90.
- BARONA, E., CABALLERO, A., BLANCO, L. & MERO, B.M. (2008). The attitudes, beliefs, and emotions about mathematics of primary education students of the University of Extremadura. *The International Journal of Psychology* 43, Issue.
- BARRANTES, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje*. Tesis doctoral Inédita. Departamento de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Universidad de Extremadura.
- BARRANTES, M. & BLANCO, L. J. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias* 22 (2), 241–250.
- BARWELL, R. (2003). 'Discursive psychology and mathematics education: Possibilities and challenges'. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 35 (5), 201–207.
- BARTLETT, F. C. (1932). *Remembering*. Cambridge: Cambridge University Press.
- BEGINNING EDUCATOR SUPPORT AND TRAINING (BEST Program). (1989). *Connecticut Competency Instrument*. Hartford: Connecticut State Department of Education.
- BEGLE, E. G. (1979). *Critical variables in mathematics education: Findings from a survey of the empirical literature*. Washington, DC: Mathematical Association of American and National Council of Teachers of Mathematics.

BEIJAARD, D. & VERLOOP, N. (1996). Assessing teachers' practical knowledge. *Studies in Educational Evaluation* 22, 275-286.

BESWICK, K. (2002). 'Teacher beliefs: Probing the complexities', in B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch and M. O. J. Thomas (eds.), *Mathematics in the South Pacific: Proceedings of the 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, MERGA, Sydney, 139-146.

BESWICK, K. (2003). 'Accounting for the contextual nature of teachers' beliefs in considering their relationship to practice', in L. Bragg, C. Campbell, G. Herbert and J. Mousley (eds.), *Mathematics Education Research: Innovation, Networking, Opportunity: Proceedings of the 26th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 152-159. Melbourne: Deakin University.

BESWICK, K. (2004). 'The impact of teachers' perceptions of student characteristics on the enactment of their beliefs', in M. J. Hoines and A. B. Fuglestad (eds.), *Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 111-118. Bergen: Bergen University College.

BESWICK, K. (2005). 'The beliefs/practice connection in broadly defined contexts', *Mathematics Education Research Journal* 17 (2), 39-68.

BESWICK, K. (2007). Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics* 65, 95-120.

BLANCO, L. J. (2008). Analizar y comprender es el primer paso para resolver problemas y tomar decisiones. En Berenguer, L. y otros (2008) *Actas de las XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. CD 3. Presentada en las *XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Celebrado en Granada del 4 al 7 de Julio de 2007.

BLANCO, L. J; CABALLERO, A. & GUERRERO, E. (2009). El dominio afectivo en la construcción del conocimiento didáctico del contenido sobre resolución de problemas de matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VIII Congreso Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias*, 362-365. Barcelona.

BLANCO, L. J; GUERRERO, E; CABALLERO, A; BRÍGIDO, M. & MELLADO, V. (2009). The affective dimension of learning and teaching mathematics and science. En Caltone, M. P. *Handbook of Lifelong Learning Developments*. Cap. 10. Nova Science Publishers.

BOLÍVAR, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y Didácticas Específicas.

Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado, 9 (2), 1-39.

BORASI, R. (1992). *Learning mathematics through inquiry*. Portsmouth, NH: Heinemann Educational Books.

BORKO, H. & PUTNAM, R. T. (1996). 'Learning to teach', in D.C. Berliner and R.C. Calfee (eds.), *Handbook of Educational Psychology*, 673–708. New York: Macmillan.

BOURDIEU, P. & WACQUANT, L. (1992). *An Invitation to Reflexive Sociology*. Chicago: University of Chicago Press.

BROMME, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Enseñanza de las Ciencias* 6 (1), 19-29.

BROMME, R. (1994). Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. En Biehler y col. (Eds.). *Didactics of Mathematics a Scientific Discipline*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

BROUSSEAU, G. (1983).

BROWN, J. S, COLLINS, A. & DUGUID, P. (1989). 'Situated cognition and the culture of learning', *Educational Researcher* 18 (1), 32–42.

BROWN, S., COONEY, T. & JONES, D. (1990). 'Mathematics teacher education', in R. Houston, M. Haberman & J. Sikula (eds.), *Handbook of Research on Teacher Education*, 639–656. New York: Macmillan.

BURTON, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education* 15, 35-49.

BURTON, L. (2004). 'Confidence is everything' – perspectives of teachers and students on learning mathematic. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7, 357–381.

CABALLERO, A; BLANCO L. J; GUERRERO, E. & BRÍGIDO, M. (2009). ITC as an information gathering tool in education research. En Méndez, A. et al. *Research, Reflections and Innovations in Integrating ICT in Education, 2. Actas de la V International Conference on Multimedia and ICT in Education (m-ICTE2009)*, 750 – 753. Lisboa.

CABALLERO, A; GUERRERO, E; BLANCO, L J; PIEDEHIERRO, A. (2009). Resolución de Problemas de Matemáticas y Control Emocional. *Investigación en Educación Matemática XIII*. 151 – 160.

CALDERHEAD, J. (1996). 'Teachers: Beliefs and knowledge', in D.C. Berliner and R.C. Calfee (eds.), *Handbook of Educational Psychology*, 709–725. New York: Macmillan.

- CALVINO, I. (1989). *Seis propuestas para el próximo milenio*. Madrid: Siruela.
- CAMPANARIO, J. (1999). La ciencia que no enseñamos. *Enseñanza de las Ciencias* 17 (3), 397-410.
- CAÑAL, P. (1997). ¿Cómo analizar y evaluar las estrategias de enseñanza de las ciencias? En *Investigación en innovación en la Didáctica de las Ciencias. V Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias*, 87-88. Murcia.
- CAÑAL, P. (1998). *Investigación escolar y enseñanza de las Ciencias. Un marco teórico y metodológico para el estudio de la práctica de la enseñanza de las Ciencias por investigación*. Memoria de Investigación Inédita. Universidad de Sevilla.
- CAÑAL, P. (2000a). *El análisis didáctico de la dinámica del aula: tareas, actividades y estrategias de enseñanza*. En F. J. Perales & P. Cañal (Directores). *Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 209-237. Alcoy: Marfil.
- CAÑAL, P. (2000b). Las actividades de enseñanza. Un esquema de clasificación. *Investigación en la Escuela* 40, 5-21.
- CAÑAL, P., LÓPEZ, J. I., VENERO, C. & WAMBA, A. (1993). El lugar de las actividades en el diseño y desarrollo de la enseñanza. ¿Cómo definirla y clasificarla? *Investigación en la escuela* 19, 7-13.
- CARDEÑOSO, J. M. (1998). *Las creencias y conocimientos de los profesores de Primaria sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Cádiz.
- CARDEÑOSO J. M. (2000). Grupo 8: Formación inicial y permanente del profesor de matemáticas: una estrategia en la formación de profesor basada en la reorganización del conocimiento sobre las matemáticas. *Matemáticos y matemáticas para el tercer milenio, de la abstracción a la realidad* : San Fernando, 7, 8, 9 y 10 de septiembre de 2000, 219-222.
- CARDEÑOSO J. M. (2006). La evaluación como elemento de instrucción y sus peculiaridades en el área de matemáticas. *Enfoques actuales en la didáctica de las matemáticas*. (Coord.) José M^a Chamoso Sánchez & Jesús Durán Palmero, 157-186.
- CARDEÑOSO J. M. & AZCÁRATE, P. (1994). La naturaleza de la matemática escolar: problema fundamental de la didáctica de la matemática. *Investigación en la escuela* 24, 79-88.
- CARDEÑOSO J. M. & AZCÁRATE, P. (1998). La formación inicial de profesores de matemáticas, finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la escuela* 35,75-85.

- CARDEÑOSO J. M. & AZCÁRATE, P. (2002). Una estrategia de formación de maestros de matemáticas, basada en los ámbitos de investigación profesional (AIP). Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente . (Coord) L. C. Contreras González, L. J. Blanco, 181-224.
- CARRILLO, J. (1997). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones*. Tesis Doctoral de la Universidad de Sevilla. Publicada por la Universidad de Huelva.
- CARTER, K. (1990). Teacher knowledge and learning to teach. In W. R. Houston (eds.). *Handbook of Research on teaching Education*. New York: McMillan, 291-310.
- CASTRO, L. (2005). Trabajo de Investigación presentado para la obtención del DEA (Inédito). Universidad de Cádiz.
- CHAPIN, S. H. & EASTMAN, K. E. (1996). 'External and internal characteristics of learning environments'. *The Mathematics Teacher* 89 (2), 112–115.
- CHAPMAN, O. (2002). 'Belief structure and inservice high school mathematics teacher growth', in G. Leder, E. Pehkonen and G. Törner (eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?*, 177–193. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- CHARMAZ, K. (2000). Grounded theory: Objectivist and constructivist methods. In N. Denzin and Y. S. Lincoln (Eds.). *Handbook of Qualitative Research*, 509-535. Thousand Oaks: Sage Publication.
- CHEVALLARD, Y. (1985). *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage. (Traducción al castellano: La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aiqua, 1991)
- CHEVALLARD, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie antropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19 (2), 221-266.
- CHI, M. (1978). 'Knowledge structures and memory development.' in R. Siegler (ed.), *Children's Thinking: What Develops?*, 73–96. New York: Erlbaum, Hillsdale.
- CHRISTIANSEN, B. & WALTHER, G. (1986). Task and activity. In B. Christiansen, G. Howson, & M. Otte (Eds.). *Perspectives in mathematics education*, 243–307. Dordrecht: Reidel.
- CLANDININ, D. J. (1986). *Classroom practice: Teacher images in action*. London: Falmer Press.

CLARK, C. M. & PETERSON, P. L. (1986). 'Teachers' thought processes', in M. C. Wittrock (eds.). *Handbook of Research on Teaching* (3rd ed.), 255–296. New York: Macmillan.

CLARKE, D. (1987). 'A rationale for assessment alternatives in mathematics'. *Australian Mathematics Teacher* 43 (3), 8–10.

CLARKE, D. (1996). 'Assessment', in A.J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (eds.). *International Handbook of Mathematics Education*, 327–370. Dordrecht: Kluwer.

CLARKE, D. & LOVITT, C. (1987). 'MCTP assessment alternatives in mathematics'. *Australian Mathematics Teacher* 43 (3), 11–12.

COBB, P. (1999). 'Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis', *Mathematical Thinking and Learning* 1 (1), 5–43.

COBB, P. & MCCLAIN, K. (1999). Supporting teachers' learning in social and institutional context. In Fou-Lai Lin (Eds.). *Proceedings of the 1999 International Conference on Mathematics Teacher Education*, 7-77. Taipei, Taiwan: National Taiwan Normal University.

COBB, P., WOOD, T., YACKEL, E. & MCNEAL, B. (1992). 'Characteristics of classroom mathematics traditions: An Interactionist Analysis'. *American Educational Research Journal* 29 (3), 573–604.

COBB, P. & YACKEL, E. (1996). 'Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research', *Educational Psychologist* 31 (3-4), 175–190.

COBB, P. et al. (2000). 'Conducting teaching experiments in collaboration with teachers', in A.E. Kelly & R.A. Lesh (eds.). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*, 307–333. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

COBO, P. & FORTUNY, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics* 42, 115–140. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

COHEN, E.G. (1994). Restructuring the classroom: conditions for productive small groups. *Review of educational research* 64, 1–35. Washington, DC.

COHEN, L. & MANION, L. (1990). *Métodos de Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla SA.

COLEMAN, H. & UNRAU, Y. A. (2005). *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches*. In R. M. Grinnell & Y. A. Unrau (Eds.). 403-420. New York: Oxford University Press.

- COLES, A. (2001). 'Listening: A case study of teacher change'. *Proceedings of the 25th International Conference, Psychology of Mathematics Education 2*, 281–288. Utrecht: The Netherlands.
- CONNELLY, F. M. & CLANDININ, J. (1986). Stories of experiences and narrative inquiry. *Educational Research* 19 (5), 2-14.
- CONFREY, J. (1991). Learning to listen: A student's understanding of powers of ten. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education*, 111–138. Dordrecht: Kluwer.
- CONTRERAS, L C. (1998). *Resolución de problemas. Un análisis exploratorio de las concepciones de los profesores acerca de su papel en el aula*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Huelva.
- CONTRERAS, A., FONT, V., LUQUE, L. & ORDÓÑEZ, L. (2005). Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis infinitesimal. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 25 (2), 151-186.
- COONEY, T. J. (1999). 'Conceptualising teachers' ways of knowing', in D. Tirosh (ed.), *Forms of mathematical knowledge: Learning and Teaching with Understanding*, 163–188. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- COONEY, T. & KRAINER, K. (1996). Inservice mathematics teacher education: The importance of listening. In Bishop, A. Clements, K. Keitel, C. Kilpatrick, J. & Laborde C. (Eds.). *International handbook of mathematics education*, 1155–1185. Dordrecht: Kluwer.
- COONEY, T. J. & WILSON, M. R. (1993). Teachers' thinking about functions: Historical and research perspectives. In T. A. Romberg, E. Fennema, & T. P. Carpenter (Eds.). *Integrating research on the graphical representation of functions*, 131–158. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- COONEY, T. & SHEALY, B. (1997). 'On understanding the structure of teachers' beliefs and their relationship to change,' in E. Fennema and B. S. Nelson (eds.), *Mathematics Teachers in Transition*, 87–110. New York: Erlbaum, Mahwah.
- COONEY, T., SHEALY, B. & ARVOLD, B. (1998). 'Conceptualising belief structures of preservice secondary mathematics teachers', *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (3), 306–333.
- CRESWELL, J. (2005). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative Research*. Upper Saddle River: Pearson Education Inc.

CUBAN, L. (1984). *How Teachers Taught: Constancy and Change in American Classrooms, 1890–1980*. New York: Longman.

CUESTA, J. (2003). *La formación del profesorado novel de Secundaria de Ciencias y Matemáticas. Estudio de un caso*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Cádiz.

DAVIS, B. (1994). 'Mathematics teaching: Moving from telling to listening', *Journal of Curriculum and Supervision* 9 (3), 267–283.

DAVIS, B. (1997). Listening for differences: An evolving conception of mathematics teaching. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (3), 355–376.

DAVIS, P. J. & HERSH, R. (1980). *The mathematical experience*. Boston: Birkhauser.

DE VILLIERS, M. (1998). To teach definitions in geometry or to teach to define? In A. Olivier & K. Newstead (Eds.). *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 2*, 248–255. Stellenbosch: RSA.

DELANDSHERE, G. & PETROSKY, A.R. (1998). 'Assessment of complex performances: Limitations of key measurement assumptions'. *Educational Researcher* 27 (2), 14–24.

DEKKER, R. & ELSHOUT-MOHR, M. (2004). Teacher interventions aimed at mathematical level raising during collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics* 56, 39–65. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

DENZIN, N. K. (1994). The art and politics of interpretation. In N.K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.) *Handbook of qualitative research*, 500-515. Thousand Oaks: Sage Publications.

DEWEY, J. (1933). *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. Boston: D.C. Heath & Co.

DILLON, J. T. (1990). *The Practice of Questioning*. London, United Kingdom: Routledge.

DOERR, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics* 62, 3–24.

DOYLE, W. (1986). Classroom Organization and Management. En Wittrock (eds.) *Handbook of Research on Teaching*. New York: McMillan.

DUIR, R. & TREAGUST, D. F. (2003). Conceptual change a powerful framework for improving science teaching and learning. *Internacional Journal of Science Education* 25 (6), 671-688.

DUVAL, R. (2000). Basic Issues for Research in Mathematics Education. (Plenary adress). In Taddao Nakahara an Masataka Koyama (Eds.). *Proceedings of the 24th Conference of the*

International Group for the Psychology of Mathematics Education 1, 55-69. Japan: Hiroshima University.

ECCLES, J. S. & TEMPLETON, J. (2002). 'Extracurricular and other after-school activities for youth'. *Review of Research in Education* 26, 113-180.

EDWARDS, D. & MERCER, N. (1987). *Common Knowledge. The Development of Understanding in the Classroom*. London: Methuen.

ELBAZ, F. (1981). The teacher's practical knowledge: Report of a case study. *Curriculum Inquiry* 11 (1), 43-71.

ELBAZ, F. (1983). *Teacher Thinking. A Study of Practical Knowledge*. London: Crom Helm.

ERAUT, M. (1994). *Developing professional knowledge and competence*. London: Falmer Press.

ERICKSON, F. (2006). Definition and analysis of data from videotape: Some research procedures and their rationales. In J. L. Green, G. Camilli, & P. B. Elmore (Eds.). *Handbook of complementary methods in education research*, 177-205. Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

ERNEST, P. (1988). *The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics*. Paper prepared for ICME VI. Budapest, Hungary.

ERNEST, P. (1989). 'The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: A model'. *Journal of Education for Teaching* 15 (1), 13-33.

ERNEST, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. Lewes: Falmer Press.

ESCUADERO, J. M. (1998). Consideraciones y propuestas sobre la formación permanente del profesorado. *Revista de Educación* 317, 11-29.

ESCUADERO PÉREZ, I. (2003). *La relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria y su práctica. La semejanza como objeto de enseñanza aprendizaje*. Tesis Doctoral Inédita. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla.

ESPINOZA, L. & AZCÁRATE, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto 'límite de función': una propuesta metodológica para el análisis. *Enseñanza de las Ciencias* 18 (3), 355-368.

ESTEVE, J. M. (1993). El choque de los principiantes con la realidad. *Cuadernos de Pedagogía* 220, 58-63.

ESTEVE, J. M. (1997). *La formación inicial de los profesores de Secundaria*. Barcelona: Ariel.

EVEN, R. (2005). Integrating knowledge and practice at manor in the development of providers of professional development for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, 343–357.

EVEN, R. & BALL, D. L. (2003). Preface: connecting research, practice and theory in the development and study of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 54, 139–146.

EVEN, R. & SCHWARZ, B. B. (2003). Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 54, 283–313.

EVEN, R. & WALLACH, T. (2004). Between student observation and student assessment: A critical reflection. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education* 4 (4), 483–495.

FEIMAN-NEMSER, S. & FOLDER, R. (1986). The culture of teaching. In M. C. Wittrock (Eds.). *Handbook of Research on Teaching*. McMillan: New York.

FEIMAN-NEMSER, S. & PARKER, M. B. (1990). Making subject matter part of the conservation in learning to teach. *Journal of teacher Education* 41 (3), 32-43.

FENNEMA, E., CARPENTER, T. P. & PETERSON, P. L. (1989). 'Teachers' decision making and cognitively guided instruction: A new paradigm for curriculum development,' in N. F. Ellerton & M. A. (Ken) Clements (eds.) *School Mathematics: The Challenge to Change*, 174–187. Geelong, Victoria, Australia: Deakin University Press.

FENNEMA, E. & ROMBERG, T. A. (Eds.). (1999). *Classrooms that promote mathematical understanding*. Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

FERNÁNDEZ, J & NIETO, P. (2003). La atención a la diversidad en el aula de Matemáticas. *Actas del II Encuentro del profesorado de Matemáticas de Sevilla*. Sevilla, noviembre 2003.

FERNÁNDEZ, J; RODRÍGUEZ, A. (2005). Cómo atender la diversidad en la enseñanza de Matemáticas. *Actas del III Encuentro del profesorado de Matemáticas de Sevilla*. Sevilla, noviembre 2005.

FERNÁNDEZ-ALISEDA, A; HANS, J. A; MUÑOZ, J; RODRÍGUEZ, A. (2005). Atención a la diversidad en el área de Matemáticas. *Actas de las XII JAEM*. Albacete, julio de 2005.

FERREIRA, R. A. T. (2004). Classroom Teaching Modes. *Actas del X Congreso Internacional de Educación Matemática*. Copenhague, Dinamarca, julio 2004.

- FERRERES, V., JIMÉNEZ, B., BARRIOS, R. & VIVES, M. (1998). Reflexiones y propuestas en torno a la formación del profesorado de Educación Secundaria. *Revista de Educación* 317, 121-142.
- FINDLAY, J. (1987). 'Criteria-based assessment in Queensland'. *Australian Mathematics Teacher* 43 (3), 4-6.
- FIRESTONE, W A, WINTER, J. & FITZ, J. (2000). 'Different assessments, common practice? Mathematics testing and teaching in the USA and England and Wales'. *Assessment in Education* 7 (1), 13-37.
- FISCHBEIN, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. Dordrech, The Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- FLORES, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Investigación durante las Prácticas de enseñanza*. Colección Mathema. Granada: Comares.
- FLORES, P. (2003). *Humor gráfico en el aula de matemáticas*. Granada: Arial.
- FLORES, P. (2006). Los materiales y recursos didácticos en la formación de profesores de matemáticas. *Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas* 41, 77-97.
- FLORES, P. & BLANCO, L. (2007). Humor gráfico y enseñanza de las Matemáticas. En Martos, E., Suárez, A. y Vivas, A. (Coords) (2007). *Lecturas y Universidad*. Ed. Universidad de Extremadura. 111-114.
- FONT, V. (1999). *Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de gràfiques. Aplicacions a les derivades*. Tesis Doctoral, Departament de Didàctica de les Ciències Experimentals i de la Matemàtica. Universitat de Barcelona.
- FOURNIER, J. Y. (1999). *À l'école de l'intelligence. Comprendre pour apprendre*. Paris: ESF Editeur.
- FRANKLIN, C. & BALLAU, M. (2005). Reliability and validity in qualitative research. In R. M. Grinnell and Y. A. Unrau (Eds). *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches*, 438-449. New York: Oxford University Press.
- FRASER, B. J. (1991). 'Two decades of classroom environment research'. In B.J. Fraser and H.J. Walberg (eds.), *Educational Environments: Evaluation, Antecedents and Consequences*, 3-27. Oxford: Pergamon Press.
- FREUDENTHAL, H. (1983). *The didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.

FULLAN, M. (2002a). *Los nuevos significados del cambio en la educación*. Barcelona: Octaedro.

FULLAN, M. (2002b). *Las fuerzas del cambio explorando las profundidades de la reforma educative*. Madrid: Akal.

FURINGHETTI, F. & PEHKONEN, E. (2002). 'Rethinking characterizations of beliefs', in G.C. Leder, E. Pehkonen and G. Torner (eds.), *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* 31, 39–58. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

GARCÍA, J. J. & CAÑAL, P. (1995). ¿Cómo enseñar? Hacia una definición de las estrategias de enseñanza por investigación. *Investigación en la Escuela* 25, 5-16.

GARCÍA BLANCO, M. (1997). *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. GIEM. Universidad de Sevilla (Eds.). Sevilla: Kronos, S. A.

GARCÍA BLANCO, M. (1999). *Proyecto Docente*. Dto. De Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla.

GARCÍA BLANCO, M. & LLINARES, S. (1999). Procesos interpretativos y conocimiento profesional del profesor de matemáticas: Reflexiones desde la perspectiva de la enseñanza como diseño. *Quadrante. Revista teórica e de Investigaçao* 8, 61-83.

GARCÍA BLANCO, M. & LLINARES, S. (2001). Los procesos matemáticos como contenido. El caso de la prueba matemática. En E. Castro (Eds.). *Didáctica de la Matemática en Educación Primaria*. Síntesis: Madrid.

GARCÍA DÍAZ, J. E. (1988). Fundamentos para la construcción de un modelo sistémico de aula. En R. Porlán, J. E. García y P. Cañal (Comps.). *Constructivismo y enseñanza de las ciencias*. Sevilla: Díada.

GARCÍA DÍAZ, J. E. (1995a). *Epistemología de la complejidad y enseñanza de la Ecología. El concepto de ecosistema en la Educación Secundaria*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.

GARCÍA DÍAZ, J. E. (1995b). La transición desde un pensamiento simple hacia un pensamiento complejo en la construcción del conocimiento escolar. *Investigación en la Escuela* 27, 7-20.

GARCÍA DÍAZ, J.E. (2001). Los ámbitos de investigación del alumno. En F. Pozuelos y G. Travé (Eds.). *Entre pupitres. Razones e instrumentos para un nuevo marco educativo*. Publicaciones Universidad de Huelva.

GARCÍA DÍAZ, J.E. (2002). *Educación Ambiental*. Proyecto Docente Inédito. Universidad de Sevilla.

GARCÍA DÍAZ, J. E. (2003). Activismo y conocimiento profesional. Ponencia presentada en el *III Congreso Andaluz de Educación Ambiental*. Córdoba, 23, 24 y 25 de octubre de 2003. Actas, 28-33.

GARCÍA DÍAZ, J.E. (2004). Los contenidos de la Educación Ambiental: una reflexión desde la perspectiva de la complejidad. *Investigación en la Escuela* 53, 31-51.

GARCÍA DÍAZ, J. E. & PORLÁN, R. (1990). Cambio escolar y desarrollo profesional: un enfoque basado en la investigación en la escuela. *Investigación en la Escuela* 11, 25-37.

GARCÍA DÍAZ, J. E. & GARCÍA PÉREZ, F. F. (1997). Lo común en lo diverso: la construcción de un conocimiento escolar descontextualizado y general. Comunicación en el *Tercer Seminario sobre Constructivism y Educación*. Sevilla, 20-22 de noviembre, 1997.

GARCÍA PÉREZ, F. F. (2000). Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. *Biblio 3W. Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales*, Nº 207. Universidad de Barcelona. (ISSN 1138-9796).

GATES, P. (2006). Going beyond belief systems: exploring a model for the social influence on mathematics teacher beliefs. *Educational Studies in Mathematics* 63, 347–369.

GAVILÁN BOUZAS, P. (2001). *Aprendizaje cooperativo en matemáticas en el nivel de educación secundaria obligatoria. Proceso global de aprendizaje*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica, Organización Escolar y Didácticas Especiales. Universidad Complutense. UNED.

GAVILÁN IZQUIERDO, J. M. (2005). *El papel del profesor en la enseñanza de la derivada. Análisis desde una perspectiva cognitiva*. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla.

GAVILÁN IZQUIERDO, J. M, GARCÍA BLANCO, M. & LLINARES, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemáticas. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de las Ciencias* 25 (2), 157–170.

GEERTZ, C. (1988). Thick description: Toward an interpretive theory of culture. In R. M. Emerson (Eds.). *Contemporary field research: A collection of readings*. Waveland: Prospect Heights, IL.

GELLERT, U. (2001). Research on attitudes in mathematics education: A discursive perspective. *In Paper presented at the 25th meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 33–40. Utrecht: PME-XXV.

GIL, D. (1990). ¡Por una autoformación permanente efectiva! (Reflexiones nada desapasionadas en torno a la formación permanente del profesorado de Ciencias). En D. Gil. *La formación de formadores en Didáctica de las Ciencias*. Valencia: Nau-Llibres.

GIL, D. (1993). Aportaciones de la investigación en didáctica de las ciencias a la formación y actividad del profesorado. *Qurrriculum 6-7*, 45-66.

GIL, N., BLANCO, L. J. & GUERRERO, E. (2007). Creencias, actitudes y reacciones emocionales de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Chilena de Psicología Clínica* 1 (2), 6-10. <http://www.revistachilenadepsicologiaclinica.cl/numeroactual.html>

GIMENO, J. & PÉREZ GÓMEZ, A. I. (1987). *El pensamiento pedagógico de los profesores*. Madrid: CIDE.

GIMENO, J. & PÉREZ GÓMEZ, A. I. (1993). *Comprender y transformar la enseñanza*. Barcelona: Morata.

GODINO, J. D. (2002). Un enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22 (2/3), 237-284.

GODINO, J. D. (2004). *Teoría de las funciones semióticas en Didáctica de las Matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. (Disponible en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)

GODINO, J. D. & BATANERO, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 14 (3), 325-355.

GOEZE, J. P. & LECOMPTE, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

GOLDSMITH, L. T. & SHIFTER, D. (1997). 'Understanding teachers in transition: Characteristics of a model for the development of mathematics teaching'. In E. Fennema & B. S. Nelson (eds.). *Mathematics Teachers in Transition*, 19–54., New Jersey: Erlbaum, Mahwah.

GÓMEZ CHACÓN, I. M^a. (2000). Affective influences in the knowledge of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 43 (2), 149-168. Holand: Kluwer Academic Publishers.

GÓMEZ CHACÓN, I. M^a. (2001). The emotional dimension in Mathematics Education: A bibliography. *Statistical Education Research Newsletter-Journal* 2 (2), 20-35. USA.

- GÓMEZ CHACÓN, I. M^a. (2003). La tarea intelectual en Matemáticas. Afecto, Meta-afecto y Sistemas de Creencias. *Boletín Asociación Venezolana, Edición Especial Educación Matemática. Monografía*, 20-35. Asociación Matemática Venezolana. Caracas, Venezuela.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M^a (2004). Investigar las influencias afectivas en el conocimiento de la Matemática. Enfoques e instrumentos. *Luengo, R. Líneas de Investigación en Didáctica de las Matemáticas* 10 (2), 225- 249. Extremadura: FESPM y Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper”.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M^a. (2005). Affect, mathematical Thinking and Intercultural learning; A Study on Educational practice. In M: M.Bosh y otros (eds.). *Proceedings of CERME 4: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, European Society for Reseach in Mathematics Education*. Cataluña: Spain.
- GÓMEZ CHACÓN, I. M^a., OP'TYNDE, P. & DE CORTE, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las Ciencias* 24 (3), 40-56.
- GONZÁLEZ, M. (1995). ¿Cómo enseñan y aprenden a enseñar los futuros profesores? Análisis de los procesos de aula. *Investigación en la Escuela* 25, 27-42.
- GONZÁLEZ, M. (1999). La formación del profesorado novel. En V.S. Ferreres y F. Imbernón (Eds.). *Formación y actualización para la función pedagógica*. Madrid: Síntesis, 201-224.
- GOOS, M. E. & BENNISON, A. (2008). Developing a communal identity as beginning teachers of mathematics: Emergence of an online community of practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 11, 41–60.
- GOOYA, Z. (2007). Mathematics teachers' beliefs about a new reform in high school geometry in Iran. *Educational Studies in Mathematics* 65, 331–347.
- GOOYA, Z. & ZANGENEH, B. Z. (2005). How teachers conceive geometry teaching in Iran. In M. Kourkoulos, G. Troulis & C. Tzanakis (Eds.). *Proceedings of the 4th International Colloquium on the Didactics of Mathematics II*, 247–254. University of Crete, Department of Education.
- GREEN, T. F. (1971). *The Activities of Teaching*. New York: McGraw-Hill.
- GREENO, J. G. (1989). 'A perspective on thinking'. *American Psychologist* 44, 134–141.
- GREGG, J. (1995a). 'Discipline, control, and the school Mathematics Curriculum'. *Teaching and Teacher Education* 11 (6), 579–593.
- GREGG, J. (1995b). 'The tensions and contradictions of the school mathematics tradition'. *Journal for Research in Mathematics Education* 26 (5), 442–466.

GRIMISON, L. (1992). Assessment in Mathematics – Some Alternatives. Mathematics Education Research Group of Australasia 15th Annual Conference, University of Western Sydney.

GRINNELL, R. M. (1997). *Social work research and evaluation: Quantitative and qualitative approaches*. Ítaca: E. E. Peacock Publishers.

GROSSMAN, P., WILSON, S. & SHULMAN, L. (1989). Teachers of substance: Subject matter knowledge for teaching. In R. Reynolds (Eds.). *Knowledge Base for the Beginning Teacher*. New York: Pergamon Press.

GRUGNETTI, L. & JAQUET, F. (1996). Senior Secondary School Practices. En Bishop, A. J., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (Eds). *International Handbook of Mathematics Education*, 615-645. Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

GRUGNETTI, L. & JAQUET, F. (2005). A mathematical competition as a problem solving and a mathematical education experience. *The Journal of Mathematical Behavior* 24 (3-4), 373-384.

GRUPO INVESTIGACIÓN EN LA ESCUELA (1991). *Proyecto Curricular IRES* (Doc. I, II, III, IV). Sevilla: Diada.

GUBA, E.G. & LINCOLN, Y. S. (1989). *Fourth Generation Evaluation*. Newbury park, California: Sage.

GUERRERO, E., BLANCO, L J., LÓPEZ, M., CABALLERO, A., GIL, N. & ESPEJO, E. (2009). La integración de la dimensión afectivo-emocional en el aprendizaje de las Matemáticas. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*. Año XXI 1 (2), 207 - 216.

HACHE, C. (2001). 'L'univers mathématique proposé par le professeur en classe'. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21 (1-2), 81- 98.

HACHE, C. & ROBERT, A. (1997). 'Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait fréquenter les mathématiques à ses élèves pendant la classe'. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 17 (3), 103–150.

HAIMES, D. H. (1996). The implementation of a function approach to introductory algebra: A case study of teacher cognitions, teacher actions, and the intended curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (5), 582-602.

HANNA, G. (1983). Rigorous proof in mathematics education. Toronto, Ontario: OISE.

HANNA, G. (1990). Some pedagogical aspects of Proof. *Interchange* 2 (1), 6–13.

- HANNA, G. (1996). Proof and Proving. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Eds.). *International handbook of mathematics education*, 877–908. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- HANNA G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics* 44, 5–23.
- HANNULA, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics* 49, 25–46. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- HAREL, G. (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction. Part I: focus on proving. *ZDM* 40 (3), 487-500. Springer Berlin/ Heidelberg. SpringerLink, 3 de julio de 2008.
- HASHWEH, Z (2005). Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching: theory and practice*, 11(3), pp. 273–292.
- HENNINGSEN, M. & STEIN, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (5), 524-548. Washington.
- HEINZ, K., KINZEL, M., SIMON, M. & TZUR, R. (2000). Moving students through steps of mathematical knowing an account of the practice of an elementary mathematics teacher in transition. *Journal of Mathematical Behavior* 19, 83-107.
- HERNÁN, F. (1991). *Retrato de una profesión imaginada*. Granada: Proyecto Sur.
- HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ-COLLADO, C. & BAPTISTA, P. (2008). *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill/Interamericana.
- HERSHKOWITZ, R. & SCHWARZ, B. (1999). The emergent perspective in rich learning environments: some roles of tools and activities in the construction of sociomathematical norms. *Educational Studies in Mathematics* 39, 149–166. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- HIEBERT, J. & CARPENTER, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 65–97. New York: MacMillan.
- HIEBERT, J. & WEARNE, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. *American Educational Research Journal* 30, 393–425.

HILL, P., HOLMES-SMITH, P. & ROWE, K. (1993). *School and Teacher Effectiveness in Victoria: Key Findings from Phase 1 of the Victorian Quality Schools Project*. Centre for Applied Educational Research. Melbourne.

HILLER, J. (1993). Computers algebra Systems as Cognitive Technologies: Implication for the Practice of Mathematics Education. En C. Keitel y K. Ruthven (Eds.) *Learning from Computers: Mathematics Education and Technology*, 18-47. Berlin: Springer-Verlag.

HOGUE, R. D. & COLADARCI, T. (1989). 'Teacher-based judgments of academic achievement: A review of literature'. *Review of Educational Research* 59 (3), 297–313.

HOYLES, C. (1992). 'Mathematics teaching and mathematics teachers: A meta-case study'. *For the Learning of Mathematics* 12 (3), 32–44.

HOYLE, E. & JHON, P. D. (1995). *Professional Knowledge and professional practice*. Londres: Cassel.

HUBERMAN, M. (1989). The professional life cycle of teachers. *Teachers College Record* 91 (1), 31-57.

HUNTING, R. P. (1997). Clinical Interview Methods in Mathematics Education Research and Practice. *The Journal of Mathematical Behavior* 16 (2), 145-165.

ICMI (THE INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICS INSTRUCTION) (1994). Perspectives on teaching of geometry for the 21st century. *Educational Studies in Mathematics* 28, 91–98.

IMBERNÓN, F. (1994). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado. Hacia una nueva cultura profesional*. Barcelona: Graó.

ISODA, M., STEPHENS, M., OHARA, Y. & MIYAKAWA, T. (2007). *Japanese lesson study in mathematics*. Singapore: World Scientific.

JANESICK, V. (1998). *Exercises for qualitative researchers*. Thousand Oaks: Sage.

JAWORSKI, B. (1994). *Investigating mathematics teaching: A constructivist enquiry*. London: Falmer Press.

JAWORSKI, B. (1999). What does it mean to promote development in teaching? In O. Zaslavsky (Eds.) *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 1, 185-193. Haifa: Israel Institute of Technology.

JAWORSKI, B. (2007). Tasks: a fitting end to an era. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 201–204.

JEWITT, C. (2006). *Technology, Literacy and Learning: A Multimodality Approach*. London: Routledge.

JEWITT, C. & VAN LEEUWEN, T. (Eds.). (2001). *A Handbook of Visual Analysis*. London: Sage.

JOHNSTON, K. (1992). Image: A way of understanding the practical knowledge of students teachers. *Teaching and Teacher Education* 8, 123-136.

JORGENSEN, D. L. (1989). *Participant observation: A methodology for human studies*. Newbury Park: Sage Publications.

JOSUHA, S. & DUPIN, J. J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris: Presses Universitaires de France.

KAWANAKA, T. & STIGLER, J. W. (1999). 'Teachers' use of questions in eighth-grade mathematics classrooms in Germany, Japan, and the United States'. *Mathematical Thinking and Learning*, 1 (4), 255–278.

KEMMIS, S. (1985). 'Action research and the politics of reflection'. In D. Boud, R. Keogh & D. Walker (Eds.). *Reflection: Turning Experience into Learning*. London: Kogan Page.

KIERAN, C. (2001). The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. *Educational Studies in Mathematics* 46, 187–228. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

KIERAN, C., FORMAN, E., & SFARD, A. Eds. (2003). *Learning discourse: Bridging the individual and the social: discursive approaches to research in mathematics education*. Dodrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Press. Also published as the special issue of *Educational Studies in Mathematics*, 46 (1-3).

KILPATRICK, J., SWAFFORD, J. & FINDELL, B. (eds.) (2001). *Adding it Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

KIRSHNER, D. & WHITSON, J. A. (1997). *Situated Cognition: Social, Semiotic, and Psychological Perspectives*. New Jersey: Lawrence Erlbaum, Mahwah.

KLINE, M. (1985). *La pérdida de la certidumbre*. Madrid: Siglo XXI.

KNUTH, E. J. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* 5 (1), 61–88.

KRAINER, K. (1993). 'Powerful tasks: A contribution to a high level of acting and reflecting in mathematics instruction'. *Educational Studies in Mathematics* 24, 65–93.

KRAINER, K. (2005). Editorial: What is "Good" Mathematics Teaching, and How Can Research Inform Practice and Policy? *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, 75–81.

KRAINER, K. (2007) Diversity in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 65–67.

KRAMARSKI, B. & MEVARECH, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom; The effects of cooperative learning and meta-cognitive training. *American Educational Research Journal* 40, 281-310.

KRAMARSKI, B., MEVARECH, Z.R. & ARAMI, M. (2002). The effects of meta-cognitive training on solving mathematical authentic tasks. *Educational Studies in Mathematics* 49, 225-250.

KUHS, T. M. & BALL, D. L. (1986). *Approaches to teaching mathematics: Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*, Michigan State University, Center on Teacher Education. East Lansing, MI.

KUMPULAINEN, K. & MUTANEN, M. (2000). 'Mapping the dynamics of peer group interaction: A method of analysis of socially shared learning processes,' in H. Cowie & G. Vander Aalsvoort (eds.), *Social Interaction in Learning and Instruction: The Meaning of Discourse for the Construction of Knowledge*, 144–160. New York: Pergamon.

LACEY, C. (1995). Professional socialization of teachers. En L. W. Anderson (Eds.). *International Encyclopedia of Teaching and Teacher Education*, 616-620. Cambridge: Pergamon.

LACEY, C. & LAWTON, D. (1981). *Issues in Evaluation and Accountability*. Methuen, London.

LAKATOS, I. (1978). *Pruebas y Refutaciones (la lógica del descubrimiento matemático)*. Madrid: Alianza Universidad.

LAMPERT, M. L. (1986). 'Knowing, doing, and teaching multiplication'. *Cognition and Instruction* 3, 305–342.

LAMPERT, M. L. (2001). Teaching problems and the problems of teaching. Yale University Press. M. L. Lampert, & M. E. Blunk (Eds.). (1998). *Talking mathematics in school: Studies of teaching and learning*. Cambridge: Cambridge University Press.

LAMPERT, M., BEASLEY, H., GHOUSSEINI, H., KAZEMI, E. & FRANKE, M. (2010). *Instructional Explanations in the Disciplines. Parte II*. In M. K. STEIN & L. KUCAN (Eds.). Chapter 9: Using

Designed Instructional Activities to Enable Novices to Manage Ambitious Mathematics Teaching, 129-141. US: Springer.

LAMPERT, M. & BLUNK, M. L. (1998). Talking Mathematics in School: Studies of Teaching and Learning (Learning in Doing: Social, Cognitive and Computational Perspectives). Cambridge University Press.

LAVE, J. & WENGER, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

LEDER, G. C., BREW, C. & ROWLEY, G. (1999). 'Gender differences in mathematics achievement – Here today and gone tomorrow?' In G. Kaiser, E. Luna & I. Huntley (Eds.). *International Comparisons in Mathematics Education*, 213–224. London: Falmer Press.

LEDER, G. C., PEHKONEN, E. & TORNER, G. (eds.). (2002). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* 31. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

LEIKIN, R. & LEVAV-WAYNBERG, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics* 66, 349–371.

LEIKIN, R. & WINICKY-LANDMAN, G. (2000). On equivalent and nonequivalent definitions II. *For the Learning of Mathematics* 20 (2), 24–29.

LEIKIN, R. & WINICKY-LANDMAN, G. (2001). Defining as a vehicle for professional development of secondary school mathematics teachers. *Mathematics Teacher Education and Development* 3, 62–73.

LEINHARDT, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education* 20 (1), 52-57.

LEINHARDT, G. (1993). On Teaching. En R. Glaser (Eds.) *Advances in Instructional Psychology* 4, 1-54. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

LEINHARDT, G. & FIENBERG, J. (1988). Integration of lesson structure and teacher's subject matter knowledge. *Paper presented at the annual meeting of the AERA*. Washington, D. C.

LEINHARDT, G. & SMITH, D. A. (1985). Expertise in Mathematics Instruction: Subject Matter Knowledge. *Journal of Educational Psychology* 77 (3), 247-271.

LEINHARDT, G. & GREENO, J. G. (1986). The Cognitive Skill of Teaching. *Journal of Educational Psychology* 78 (2), 75-95.

LEINHARDT, G., ZASLAVSKY, O. & STEIN, M. K. (1990). 'Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching', *Review of Educational Research* 60 (1), 1–64.

LEPLAT, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris: PUF.

LERMAN, S. (1990). 'Alternative perspectives of the nature of mathematics and their influence on the teaching of mathematics'. *British Educational Research Journal* 16 1, 53–61.

LERMAN, S. (2001). Cultural, discursive psychology: a sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 46, 87-113.

LITTLE, J. W. (1993). Teachers' professional development in a climate of educational reform. *Educational Evaluation and Policy Analysis* 15 (2), 129-151.

LIVINGSTON, C. & BORKO, H. (1990). 'High school mathematics review lessons: Expertnovice distinction', *Journal for Research in Mathematics Education* 21, 372–387.

LLINARES, S. (1991). *La formación del profesor de matemáticas*. Sevilla: GID. Universidad de Sevilla.

LLINARES, S. (1998). La investigación 'sobre' el profesor de matemáticas: aprendizaje del profesor y práctica profesional. *Aula, Revista de Enseñanza e Investigación Educativa* 10, 153-179.

LLINARES, S. (1999). Conocimiento y práctica profesional del profesor de matemáticas. Características de una agenda de investigación. *Zetetike-Cempem-Fe/Unicamp* 7 (12), 9-36.

LLINARES, S. (2000a). Comprendiendo la práctica del profesor de matemáticas. En J. P. Ponte, & L. Sarrazina (Eds.). *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verão-1999*, 109-132. Lisboa: Sección de educación Matemática Sociedad Portuguesa de Ciencias de la Educación/Sociedad de Educación y Matemática.

LLINARES, S. (2000b). Secondary School Mathematics Teacher's Professional Knowledge: a case from the teaching of the concept function. *Teachers and teaching: theory and practice* 6 (1), 41-62.

LLINARES, S. (2002a). 'Participation and reification in learning to teach: The role of knowledge and beliefs'. In G. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (eds.). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education*, 195–209. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

LLINARES, S. (2002b). La práctica de enseñar y aprender a enseñar matemáticas. La generación y uso de instrumentos de la práctica. *Revista de Enseñanza Universitaria* 19, 115-124.

LLINARES, S. & SÁNCHEZ, M. V. (1990). El Conocimiento profesional del profesor y la enseñanza de las matemáticas. En Llinares & Sánchez, M. V. (Eds.). *Teoría y Práctica en Educación Matemática*, 67-116. Sevilla: Alfar.

LLINARES, S. & KRAINER, K. (2005). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutiérrez & P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. Rotterdam, B V.

LLOYD, G. M. & WILSON, M. (1998). Supporting Innovation: The Impact of a Teacher's Conceptions of Functions on his Implementation of a Reform Curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (3), 248-274.

LOBO, C; LUNA, M. & RODRÍGUEZ, A. (2005). Los primeros años de la práctica docente en el profesorado de Educación Secundaria (una experiencia de formación inicial en las áreas de Ciencias Experimentales, Matemáticas y Lengua y Literatura). *Jornadas de Formación sobre Innovación Educativa y Función Asesora*. Mojácar (Almería), 14 y 15 de marzo de 2005.

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/formacion_profesorado/documentos/experiencias_singulares/noveles_sevilla.pdf

LÓPEZ, J. I. (2000a). Abriendo puertas. Los estudios de casos desde un enfoque innovador y formativo. *Investigación en la Escuela* 41, 103-111.

LÓPEZ, J. I. (2000b). *Aprendizaje docente e innovación curricular. Dos estudios de caso sobre el constructivismo en la escuela*. Málaga: Aljibe.

LORTIE, D. (1975). *School Teacher. A Sociological Study*. Chicago: University of Chicago Press.

LOWYCK, J. (1986). Pensamiento del profesor: una contribución al análisis de la complejidad de la enseñanza. *Actas del I Congreso Internacional sobre Pensamiento de Profesores y Toma de Decisiones*. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

LUNA, M. (2007). Caracterización del modelo didáctico del profesorado innovador de Ciencias de Secundaria. Tres estudios de caso. Tesis Doctoral Inédita. Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales. Universidad de Sevilla.

MACK, N.K. (1990). Learning fractions with understanding: building on informal knowledge. *Journal for research in mathematics education* 21, 16–32. Reston, VA.

MARCELO, C. (1990). Profesores principiantes y programas de inducción a la práctica profesional. *Enseñanza* 6, 61-80.

MARCELO, C. & PARRILLA, A. (1991). El estudio de caso: una estrategia para la formación del profesorado y la investigación didáctica. En C. Marcelo y otros (Eds.). *El estudio de caso en la formación del profesorado y la investigación didáctica*, 3-35. Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.

MARTÍN DEL POZO, R. (1994). *El conocimiento profesional del cambio químico en la formación inicial del profesorado. Estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de los estudiantes de Magisterio*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.

MARTÍN DEL POZO, R. & PORLÁN, R. (1999). Tendencias en la formación inicial del profesorado sobre los contenidos escolares. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado* 35, 115-128.

MARTÍN DEL POZO, R. & RIVERO, A. (2001). Construyendo un conocimiento profesionalizado para enseñar ciencias en la Educación Secundaria: los ámbitos de investigación profesional en la formación inicial del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado* 40, 63-79.

MARTÍNEZ, C. A. (2000). *Las propuestas curriculares de los profesores sobre el conocimiento escolar. Dos estudios de caso en el área del conocimiento del medio*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

MARX, R. W. & WALSH, J. (1988). Learning from academic tasks. *The Elementary School Journal* 88 (3), 207-219.

MASON, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: Necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teacher Education* 1 (3), 243–267.

MASON, J., BURTON, L. & STACEY, K. (1982). *Thinking Mathematically*, Addison-Wesley, London. (Edición en Castellano: *Pensar matemáticamente* (1982). Barcelona: Editorial Labor & M.E.C.

MASON, J. & SPENCE, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: the importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics* 38, 135–161. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

MAXWELL, J. A. (1996). *Qualitative research design an interactive approach*. Thousands Oaks, CA: Sage.

McLEOD, D. & McLEOD, S. (2002). 'Synthesis – Beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching, and research'. In G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Torner (eds.). *Beliefs: A*

Hidden Variable in Mathematics Education? 31, 115–126. Dordrecht/Boston/ London: Kluwer Academic Publishers.

McNAIR, R. E. (2000). Working in the mathematics frame: maximizing the potential to learn from students' mathematics classroom discussions. *Educational Studies in Mathematics* 42, 197–209. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

MEIRA, L. (1998). Making Sense of Instructional Devices: The Emergence of Transparency in Mathematical Activity. *Journal for Research in Mathematics Education* 29 (29), 121- 142.

MELLADO, V. (1998). El estudio de aula en la formación continua del profesorado de ciencias. *Alambique* 15, 39-46.

MERTENS, D. M. (2005). *Research and evaluation in Education and Psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods*. Thousand Oaks: Sage.

MEVARECH, Z. R. & FRIDKIN, S. (2006). The effects of IMPROVE on mathematical knowledge, mathematical reasoning and meta-cognition. *Meta-cognition Learning*, 1, 85-97.

MICHENER, E. (1978). Understanding mathematics. *Cognitive Science* 2, 361–383.

MIYAZAKI, M. (2000). Levels of proof in lower secondary school Mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 41, 47–68. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

MONEREO, C. (1995). De los procedimientos a las estrategias: implicaciones para el proyecto curricular IRES. *Investigación en la Escuela* 27, 21-38.

MOSCHKOVICH, J. N. (2004). Appropriating mathematical practices: A case study of learning to use and explore functions through interaction with a tutor. *Educational Studies in Mathematics* 55 (1–3), 49–80.

MOSCHKOVICH, J. N. & BRENNER, M. (2000). Integrating a naturalistic paradigm into research on mathematics and science cognition and learning. In A. Kelly & R. Lech (Eds.). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science education*. London: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

MOYER, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 47, 175–197. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

MUÑOZ, J., FERNÁNDEZ, J., NIETO, P. & RODRÍGUEZ, A. (2001). L'atenció a la diversitat i les matemàtiques. *GUIX Elements d'Acció Educativa* 280, 61-67.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, Virginia: NCTM. (Edición en Castellano: Estándares curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática (1991). Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas 'Thales').

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1991a). Professional standards for teaching mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (1991b). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Geometry from multiple perspectives: Addenda Series, Grades 9 - 12. Reston, Virginia: NCTM.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. (Edición en Castellano: *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (2003). Granada: Servicio de Publicaciones de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas 'Thales').

NAVARRETE, A. (2003). *Obstáculos y dificultades en la evolución de las estructuras conceptuales y epistemológicas de los futuros maestros: un estudio de casos sobre el fenómeno de las estaciones*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz.

NAVARRETE, A, CARDEÑOSO, J. M, CUESTA, J. & AZCÁRATE, P. (1994). Presupuestos iniciales para un trabajo de investigación sobre formación del profesorado. *Investigación en la escuela* 22, 85-90.

NESPOR, J. (1987). 'The role of beliefs in the practice of teaching'. *Journal of Curriculum Studies* 19 (4), 317–328.

NEWELL, A. (1980). 'Physical symbol systems'. *Cognitive Science* 4, 135–183.

NICOL, C. (1999). 'Learning to Teach Mathematics: Questioning, listening and responding'. *Educational Studies in Mathematics* 37 (1), 45–66.

NISS, M. (1993). 'Assessment in mathematics education and its effects: An introduction'. In M. Niss (eds.). *Investigations into Assessment in Mathematics Education*, 1–30. Dordrecht: An ICMI Study, Kluwer.

NISS, M. (1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics* 40, 1–24.

OLIVA, A. (1995). Ideas de educadores preescolares españoles sobre desarrollo y educación infantil. *Revista de Educación* 306, 375-394.

- OLSON, M. R. & OSBORNE, J. W. (1991). Learning to teach: The first year. *Teaching and Teacher Education* 7 (4), 331- 343.
- PAJARES, M.F. (1992). 'Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct'. *Review of Educational Research* 62 (3), 307–332.
- PATTERSON, N. C. (2002). Impacts of teacher induction: A longitudinal cross-case comparison of beginning teachers in a content-specific program. *Digital Dissertations*, Nº AAT3050318. Universidad de Arizona.
- PATTON, M. Q. (1980). *Qualitative evaluation methods*. Londres: Sage Publications.
- PATTON, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. Newbury Park: Sage Publications.
- PEA, R. D. (1993). *Practices of distributed intelligences and design for education*. In G. Solomon (Eds.). *Distributed cognitions: Psychological and educational considerations*, 47-87. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- PELED, I. & ZASLAVSKY, O. (1997). 'Counter-Examples that (only) Prove and Counter-Examples that (also) Explain', *FOCUS on Learning Problems in Mathematics* 19 (3), 49–61.
- PÉREZ GÓMEZ, A. I. (1990). La formación del profesor ante la reforma del sistema educativo. Nuevas exigencias, viejas y pobres soluciones. *Cuadernos de Pedagogía* 181, 84-88.
- PÉREZ GÓMEZ, A. I. (1999). *La cultura escolar en la sociedad neoliberal*. Madrid: Morata.
- PÉREZ GÓMEZ, A. I. & GIMENO, J. (1992). El pensamiento pedagógico de los profesores: un estudio empírico sobre la incidencia de los Cursos de Aptitud Pedagógica (CAP) y de la experiencia profesional en el pensamiento de los profesores. *Investigación en la Escuela* 17, 51-73.
- PÉREZ GÓMEZ, A. I. & SOLA, M. (2003). Las contradicciones de la ESO. *Cuadernos de Pedagogía* 320, 77-82.
- PERKINS, D. N. & SALOMON, G. (1989). 'Are cognitive skills context bound?' *Educational Researcher* 18 (1), 16–25.
- PERRY, B., HOWARD, P. & TRACEY, D. (1999). 'Head mathematics teachers' beliefs about the learning and teaching of mathematics'. *Mathematics Education Research Journal* 11 (1), 39–53.
- PIAGET, J. (1972). *The principles of genetic epistemology*. (Traducción: Mays, W.). London: Routledge & Kegan Paul.

PIAGET, J. (1985). *The Equilibration of Cognitive Structures*. Chicago, I L: University of Chicago Press. (Original work published 1975).

PIERCE, R. & BALL, L. (2009). Perceptions that may affect teachers' intention to use technology in secondary mathematics classes. *Educational Studies in Mathematics*. Published online: 16 January 2009.

PIMM, D. (1993). Just a matter of definition. *Educational Studies in Mathematics* 25, 261–277.

PIRIE, S. & KIEREN, T. (1992). 'Creating constructivist environments and constructing creative mathematics'. *Educational Studies in Mathematics* 23 (5), 505–528.

POLKINGHORNE, D. E. (1998). *Narrative knowing and the human sciences*. Albany, New York: SUNY.

PONTE, J. P. (1994) Mathematics teacher's professional knowledge. *Proceedings of 18th PME Conference*. Lisboa. I, 195-210.

PONTE, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. En GTI (Eds.). *Reflexir e investigar sobre a prática profissional*, 5-28. Lisboa: APM.

PORLÁN, R. (1989). *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional. Las concepciones epistemológicas del profesorado*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.

PORLÁN, R. (1993). *Constructivismo y Escuela*. Sevilla: Diada.

PORLÁN, R. (1994). Las concepciones epistemológicas de los profesores: el caso de los estudiantes de magisterio. *Investigación en la Escuela* 22, 67-84.

PORLÁN, R. (1999). Investigar la práctica. *Cuadernos de Pedagogía* 276, 48-49.

PORLÁN, R. (2005). Una asignatura siempre pendiente. La formación del profesorado. *El País*, 19 de abril, Nº 10.180. Suplemento Andalucía, 10.

PORLÁN, R., AZCÁRATE GODED, P., MARTÍN DEL POZO, R., MARTÍN TOSCANO, J. & RIVERO, A. (1996). Conocimiento profesional deseable y profesores innovadores: fundamentos y principios formativos. *Investigación en la Escuela* 29, 23-38.

PORLÁN, R. & MARTÍN TOSCANO, J. (1994). El saber práctico de los profesores especialistas. Aportaciones desde las didácticas específicas. *Investigación en la Escuela* 24, 49-58.

PORLÁN, R. & RIVERO, A. (1998). *El conocimiento de los profesores*. Sevilla: Diada.

- PORLÁN, R., RIVERO, A. & MARTÍN DEL POZO, R. (1997). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (I): Teoría, métodos e instrumentos. *Enseñanza de las Ciencias* 15 (2), 155-171.
- PORLÁN, R., RIVERO, A. & MARTÍN DEL POZO, R. (1998). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (II): Estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las Ciencias* 16 (2), 271-289.
- PORLÁN, R., RIVERO, A. & MARTÍN DEL POZO, R. (2000). El conocimiento del profesorado sobre la ciencia, su enseñanza y aprendizaje. En F. J. Perales Palacios y P. Cañal de León (Directores). *Didáctica de las Ciencias Experimentales*, 507-533. Alcoy: Marfil.
- POTARI, D. & GEORGIADOU-KABOURIDIS, B. (2008). A primary teacher's mathematics teaching: the development of beliefs and practice in different "supportive" contexts. *Journal of Mathematics Teacher Education*. Published online: 9 December 2008.
- POWELL, A. B., FRANCISCO, J. M. & MAHER, C. A. (2003). An analytical model for studying the development of learners' mathematical ideas and reasoning using videotape data. *Journal of Mathematical Behavior* 22, 405-435.
- PRESMEG, N. (2006). Semiotics and the "connections" standard: significance of semiotics for teachers of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 61, 163-182.
- QUEENSLAND BOARD OF SENIOR SECONDARY SCHOOL STUDIES (1992). *Syllabus in Senior Mathematics*. QBSSS, Brisbane.
- RADFORD, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics* 70,111-126. Published online: 12 August 2008.
- RAYMOND, A. (1997). 'Inconsistency Between a Beginning Elementary School Teacher's Mathematics Beliefs and Teaching Practice'. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (5), 550-576.
- RENSHAW, P. & VAN DER LINDEN, J. L. (2004). *Dialogic learning: shifting perspectives to learning, instruction, and teaching*. In J. Van Der Linden & P. Renshaw. Dordrecht, London: Kluwer Academic Publisher.
- RESNICK, L. B. (1987). *Education and learning to think*. Washington, DC: National Academy Press.

REYNOLDS, A. (1992). What is competent beginning teaching? A review of the literature. *Review of Educational Research* 62 (1), 1-35.

RICHARDSON, V. (1996). 'The role of attitudes and beliefs in learning to teach'. In D.C. Berliner & R. C. Calfee (eds.). *Handbook of Educational Psychology*. New York: Macmillan Library Reference USA, Simon and Schuster Macmillan.

RICHARDSON, V. (2003). 'Constructivist pedagogy'. *Teachers College Record* 105 (9), 1623–1640.

RICO, L. & CORIAT, M. (1992). La asignatura Didáctica de la Matemática en el Bachillerato en la Universidad de Granada. *Comunicación presentada en la 1ª Conferencia Internacional de las Didácticas Específicas en la Formación del Profesorado*. Santiago de Compostela, julio 1992.

RIVERO, A. (1996). *La formación permanente del profesorado de Ciencias de la ESO: un estudio de caso*. Tesis Doctoral Inédita. Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales. Universidad de Sevilla.

RIVERO, A. (2003). *Proyecto Docente*. Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales. Universidad de Sevilla.

ROBERT, A. & ROGALSKI, J. (2005). A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics* 59, 269–298.

RODRIGO, M. J. & CUBERO, R. (2000). *Constructivismo y Enseñanza de las Ciencias*. *Didáctica de las Ciencias Experimentales. Teoría y Práctica de la Enseñanza de las Ciencias*, 85-107. Alcoy: Marfil.

ROGERS, G. & BOUEY, E. (2005). Participant observation. In R. M. Grinnell & Y. A. Unrau (Eds.). *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches*, 231-244. New York: Oxford University Press.

ROCHA, R. (2005). *La Enseñanza de las Ciencias Naturales desde el Análisis Cognitivo*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Huelva.

RODRÍGUEZ, A. (2003a) ¿Hacia dónde encaminar la formación? Una experiencia con profesorado novel. *Actas del I Encuentro Provincial del profesorado de Matemáticas de Sevilla*. Sevilla: SAEM Thales y Centros del Profesorado de Sevilla.

RODRÍGUEZ, A. (2003b) ¿Qué contenidos de Álgebra enseñar al alumnado de 3º de ESO? Relato de caso con profesorado novel. *Épsilon* 57, 379-390.

RODRÍGUEZ, A. (Coord.), ALEGRE, P & RODRÍGUEZ, M. (2004). Proceso seguido por profesores noveles en una experiencia de Geometría. *Actas del XI Congreso Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Huelva, marzo de 2004.

RODRÍGUEZ, A. (2005). *Las concepciones del Profesorado Novel de Matemáticas de Educación Secundaria en torno a unos contenidos de Geometría en ESO. Estudio de Caso*. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito. Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y sociales. Universidad de Sevilla.

RODRÍGUEZ, A. (2006). Un itinerario de formación para profesorado novel de Matemáticas de Educación Secundaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas* 41, 52-60.

RODRÍGUEZ, A. (2007). El profesor novel de matemáticas: ¿una etapa privilegiada? ¿Nos incumbe a todos? *Actas de las XIII JAEM: Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. Granada, julio de 2007.

RODRÍGUEZ, A, AZCÁRATE, P, RIVERO, A. (2006a). Concepciones del profesorado novel de matemáticas de Educación Secundaria con relación al contenido de enseñanza. Primera Parte. *Épsilon* 63, 21 (3), 313-328.

RODRÍGUEZ, A, AZCÁRATE, P, RIVERO, A. (2006b). Concepciones del profesorado novel de matemáticas de educación secundaria con relación al contenido de enseñanza. Segunda Parte. *Épsilon* 64, 22 (1), 39-58.

ROEHRIG, G. H. (2002). The induction experience of beginning science teachers from different teacher preparation programs: Does one size fit all? *Digital Dissertations* Nº AAT3053912. Universidad de Arizona.

ROMBERG, T. A. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. In D. A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 49-64. New York.

ROMBERG, T. A. (1992). Perspectives on scholarship and research methods. In D. A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and Learning*, 49-64. New York: McMillan.

ROMBERG, T. A. (1994). *Classroom instruction that fosters mathematical thinking and problem solving: Connections between theory and practice*. In A. H.

ROMBERG, T. & CARPENTER, T. (1986). 'Research on teaching and learning mathematics: two disciplines of scientific inquiry'. In M. Wittrock (eds.). *The Handbook of Research on Teaching*, 850-873. New York: Macmillan.

ROZADA, J. M. (1996). Los tres pilares de la formación: estudiar, reflexionar y actuar. Notas sobre la situación en España. *Investigación en la Escuela* 29, 7-22.

RUMELHART, D. E. (1975). 'Notes on a schema for stories'. In D. G. Bobrow & A.M. Collins (eds.). 211–236. New York: N Y Academic Press.

RUST, F. O'C. (1994). The first year of teaching: It's not what they expected. *Teaching and Teacher Education* 10 (2), 205-217.

SÁENZ, C. (2008). The role of contextual, conceptual and procedural knowledge in activating mathematical competencies (PISA). *Educational Studies in Mathematics*. Published online: 22 November 2008.

SANDÍN, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw Hill/Interamericana.

SARRAZY, B. (2002). Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. *Educational Studies in Mathematics* 49, 89–117. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

SCHEMPP, P. G., SPARKES, A. C. & TEMPLIN, T. J. (1993). The micropolitics of teacher induction. *American Educational Research Journal* 30 (3), 447-472.

SCHOENFELD, A. H. (1987). What all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Eds.). *Cognitive Science and Mathematics Education*, 189-215. New Jersey: Erlbaum.

SCHOENFELD, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Eds.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334-371. New York: Macmillan.

SCHOENFELD, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior* 13, 55–80.

SCHOENFELD, A. H. (1998a). On Modelling Teaching. *Issues in Education* 4 (1), 149-162.

SCHOENFELD, A. H. (1998b). Toward a Theory of Teaching-in-Context. *Issues in Education* 4 (1), 1-94.

SCHOENFELD, A. H. (2002). A Highly Interactive Discourse Structure. *Social Constructivist Teaching* 9, 131-169. Elsevier Science Ltd.

SCHÖN, D. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books.

SCHÖN, D. (1987). *Educating the reflective practitioner: Towards a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco: Jossey-Bass.

SCHWAB, J. J. (1974). 'The practical: Arts of eclectic'. In I. Westbury & N. Wilkof (eds.). *Science, Curriculum, and Liberal Education: Selected Essays*. Chicago: University of Chicago Press.

SEEGER, F. (2001). Research on discourse in the mathematics classroom: a commentary. *Educational Studies in Mathematics* 46, 287–297. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

SERRADÓ, A. (2000). *Diseño de las unidades dedicadas al 'tratamiento del azar' en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria*. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito. Universidad de Cádiz.

SFARD, A. (1994). What history of mathematics has to offer to psychology of mathematical thinking. In J. P. da Ponte, & J. F. Matos (Eds.). *Proceedings of the 18th international conference for the psychology of mathematics education* 1, 129–132. Lisbon, Portugal.

SHERIN, M. G. (2002a). A balancing act: developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education* 5, 205–233. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

SHERIN, M. G. (2002b). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction* 20 (2), 119–150.

SHUELL, T. J. (1996). 'Teaching and learning in the classroom context'. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (eds.). *Handbook of Educational Psychology*, 726–764. New York: Simon & Schuster Macmillan.

SHULMAN, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher* 15 (2), 4–14.

SHULMAN, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review* 57, 1-22.

SHULMAN, J. H. (1992). Case methods in teacher education. In J. H. Shulman (Eds.). *Case methods in teacher education*, 1- 30. New York: Teacher College Press.

SIERPINSKA, A. (2004). 'Research in mathematics education through a keyhole: Task problematization'. *For the Learning of Mathematics* 24 (2), 7–15.

SILVER, E. A. (1985). 'Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions'. In E. A. Silver (eds.). *Teaching and Learning*

Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives, 247–266. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

SIMMONS, P. E. et al. (1999). Beginning Teachers: Beliefs and Classroom Actions. *Journal of Research in Science Teaching* 36 (8), 930-954.

SIMON, A. M. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics education* 26 (2), 114-145.

SIMON, A. M. (1997). Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. In E. Fennema & B. Scott-Nelson (Eds.). *Mathematics teachers in transition*, 55–86. Mahwah, New Jersey: Erlbaum.

SIMON, M. A. (2000). 'Constructivism, mathematics teacher education, and research in mathematics teacher development'. In L. P. Steffe & P. W. Thompson (eds.). *Radical Constructivism in Action: Building on the Pioneering Work of Ernst von Glasersfeld*, 213–230. London: Routledge Falmer.

SIMON, M. A. & FORGETTE-GIROUX, R. (2000). 'Impact of a content selection framework on portfolio assessment at the classroom level'. *Assessment in Education* 7 (1), 83–101.

SIMON, M. A. & ZURT, R. (1999). Explicating the Teacher's Perspective From the Researchers' Perspectives: Generating Accounts of Mathematics Teachers' Practice. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (3), 252-264.

SIMON, M. A. & ZURT, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning* 6 (2), 91-104.

SIMON, M. A., TZUR, R., HEINZ, K., KINZEL, M., & SMITH, M. S. (2000). Characterizing a Perspective Underlying the Practice of Mathematics Teachers in Transition. *Journal for Research in Mathematics Education* 31 (5), 579-601.

SKEMP, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics*. Hillsdale, New Jersey: Erlbaum.

SKOTT, J. (2001). 'The emerging practices of a novice teacher: The roles of his school mathematics images'. *Journal of Mathematics Teacher Education* 4 (1), 3–28.

SMITH, T. J. (2003). Pedagogy as conversation: A metaphor for learning together. In Invited keynote address. Mathematics Association of Victoria Annual Conference, Monash University: Melbourne, available at http://www.mav.vic.edu.au/pd/confs/2003/papers/Smith_paper.pdf

SOLÍS, E. (1998). Análisis de las opiniones e impresiones de los asistentes a un Curso de Formación Inicial de Profesores de Secundaria. *Investigación en la Escuela* 35, 87-98.

SOLÍS, E. (2005). *Concepciones curriculares del profesorado de Física y Química en Formación Inicial*. Tesis Doctoral Inédita. Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y sociales. Universidad de Sevilla.

SOLÍS, E., LUNA, M. & RIVERO, A. (2001). La formación del profesorado novel de ciencias. Avances de una investigación en curso. *Actas del VI Congreso Internacional sobre investigación en la Didáctica de las Ciencias*. Tomo I, 497-498. Barcelona.

SOLÍS, E. (Coordinador); LUNA, M; MONTERO, L; NIETO, P; RIVERO, A; RODRÍGUEZ, A. (2002). Memoria Proyecto Investigación: *Investigación sobre una propuesta de formación para profesores/as noveles en diversas áreas de Educación Secundaria*. Referencia 12/00. Inédita. Consejería de Educación y Ciencia. Junta de Andalucía.

SOLÍS, E. (Coordinador); LUNA, M; MONTERO, L; NIETO, P; RIVERO, A; RODRÍGUEZ, A. (2004). La formación y el asesoramiento del “profesorado novel” de E Secundaria. *Perspectiva CEP* 7, 17-37.

SOONHYE, P. & STEVE, J. O. (2008). Revisiting the Conceptualisation of Pedagogical Content Knowledge (PCK): PCK as a Conceptual Tool to Understand Teachers as Professionals. *Research in Science Education*, 38, 261–284.

SPEER, N. M. (2000). *Examining how beliefs shape instruction: Case studies of teaching assistants in calculus*. In Paper presented at the 22nd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Tucson, AZ.

SPEER, N. M. (2001). *Connecting beliefs and teaching practices: A study of teaching assistants in collegiate reform calculus courses*. Doctoral Dissertation. University of California, Berkeley: Berkeley, CA.

SPEER, N. M. (2005). Issues of methods and theory in the study of mathematics teachers' professed and attributed beliefs. *Educational Studies in Mathematics* 58, 361–391.

STAKE, R. (2000). Case Studies. En N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.). *Handbook of qualitative research*, 236-247. Thousand Oaks: Sage Publications.

STEELE, M. D. (2005). Comparing knowledge bases and reasoning structures in discussions of mathematics and pedagogy. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, 291–328.

STEIN, M. K. & LANE, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation* 2, 50–80.

STEINBRING, H. (1998). Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education* 1 (2), 157–189.

STENHOUSE, L. (1997). *Cultura y educación*. Sevilla: Publicaciones MCEP.

STEPHENS, M. (1987). 'Towards an AAMT policy on assessment and reporting in school mathematics'. *Australian Mathematics Teacher* 43 (3), 2–3.

STEPHENS, M. (1988). 'AAMT discussion paper on assessment and reporting in school mathematics'. *The Australian Mathematics Teacher* 44 (1), 16a–16c.

STIGLER, J.W. & HIEBERT, J. (1997). Understanding and improving classroom mathematics instruction: An overview of the TIMSS video study. *Phi Delta Kappan* 79 (1), 14–21.

STIGLER, J. W. & HIEBERT, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press.

STODOLSKY, S. S. (1988). *The Subject matters. Classroom Activity in Math and Social Studies*. Chicago & London: The University of Chicago Press.

SULLIVAN, P. & MOUSLEY, J. (2001). 'Thinking teaching: Seeing mathematics teachers as active decision makers', in F.-L. Lin and T. J. Cooney (eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 147–163.

SULLIVAN, P., ZEVENBERGEN, R. & MOUSLEY, J. (2003). The contexts of Mathematics Tasks and the context of the classroom: Are we including all the students? *Teaching Mathematics* 15 (2), 107-121.

SULLIVAN, P., TOBIAS, S. & McDONOUGH, A. (2006). Perhaps the decision of some students not to engage in learning mathematics in school is deliberate *Educational Studies in Mathematics* 62, 81–99.

SYKES, G. & BIRD, T. (1992). Teacher Education and Case Idea. In G. Grant (Eds.). *Review in Research in Education*, 457-521. Washington: American Educational Research Association.

TALL, D. & VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics* 12 (2), 151–169.

TAYLOR, P., FRASER, B. J. & FISHER, D. L. (1993). 'Monitoring the development of constructivist learning environments'. Paper presented at the annual convention of the National Science Teachers Association, Kansas City.

THOMPSON, A. (1984). 'The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice'. *Educational Studies in Mathematics* 15 (2), 105–128.

THOMPSON, A. (1985). 'Teachers conceptions of mathematics and the teaching of problem solving', in E. Silver (eds.). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives*, 281–294. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

THOMPSON, A. (1992). 'Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research'. In D. Grouws (eds.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 127–146. New York: Macmillan.

TIROSH, D. & EVEN, R. (1997). To define or not to define: The case of $(-8) \frac{1}{3}$. *Educational Studies in Mathematics* 33 (3), 321–330.

TORNER, G. (2002). 'Mathematical beliefs – A search for a common ground: Some theoretical considerations on structuring beliefs, some research questions, and some phenomenological observations'. In G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Torner (eds.). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education?* 31, 73–94. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

TZUR, R. (1999). An integrated study of children's construction of improper fractions and the teacher's role in promoting that learning. *Journal for Research in Mathematics Education* 30 (4), 390-417.

TZUR, R. (2001). Becoming a Mathematics Teacher-Educator: Conceptualizing the Terrain through Self-reflective Analysis. *Journal of Mathematic Teacher Education* 4, 259-283.

TZUR, R., SIMON, M. A., HEINZ, K. & KINZEL, M. (2001). An Account of a Teacher's Perspective on Learning and Teaching Mathematics: Implications for Teacher development. *Journal of Mathematic Teacher Education* 4, 227-254.

VAN DORMOLEN, J. & ZASLAVSKY, O. (2003). The many facets of a definition: the case of periodicity. *Journal of Mathematical Behavior* 22 (1), 91–106.

VAN DRIEL, J., BEIJAARD, D. & VERLOOP, N. (2001). Professional development and reform in science education: the role of teachers' practical knowledge. *Journal of Research in Science Teaching* 38 (2), 137-158.

VAN DRIEL, J., VERLOOP, N. & De VOS, W. (1998). Developing science teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Science Teaching* 35 (6), 673-695.

VAN ZOEST, L. R., JONES, G. A. & THORNTON, C. A. (1994). 'Beliefs about mathematics teaching held by pre-service teachers involved in a first grade mentorship program'. *Mathematics Education Research Journal* 6 (1), 37-55.

VAN BOXTEL, C., VAN DER LINDEN, J. & KANSELAAR, G. (1997). Collaborative construction of conceptual understanding: interaction processes and learning outcomes emerging from a concept mapping and a poster task. *Journal of Interactive Learning Research* 8, (3-4), 341-361.

VEENMAN, S. (1984). Perceived problems of beginning teachers. *Review of Educational Research* 54, 143-178.

VEENMAN, S. (1988). El proceso de llegar a ser profesor: Un análisis de la formación inicial. En A. Villa (Coord.). *Perspectivas y problemas de la función docente*, 39-68. Madrid: Narcea.

VERA, J. (1988). *El profesor principiante*. Valencia: Promolibro.

VILA, A. & CALLEJO, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.

VYGOTSKY, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press, Cambridge, MA.

VON GLASERSFELD, E. (1987). 'Learning as a constructive activity'. In C. Janvier (eds.). *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, 3-17. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

WALKER, R. (1989). *Métodos de investigación para el profesorado*. Madrid: Morata.

WAMBA, A. (2001). *Modelos didácticos personales y obstáculos para el desarrollo profesional: estudios de caso con profesores de Ciencias Experimentales en Educación Secundaria*. Tesis doctoral inédita. Universidad de Sevilla.

WATSON, A. (2000). 'Mathematics teachers acting as informal assessors: Practices, problems and recommendations'. *Educational Studies in Mathematics* 41, 69-91.

WATSON, A. & DE GEEST, E. (2005). 'Principled teaching for deep progress: Improving mathematical learning beyond methods and materials', *Educational Studies in Mathematics* 58 (2), 209-234.

- WATSON, A. & MASON, J. (2007). Taken-as-shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 205–215.
- WALKERDINE, V. (1988). *The Mastery of Reason: Cognitive Developments and the Production of Rationality*. New York: Routledge.
- WATT, H. M. G. (2005). Attitudes to the use of alternative assessment methods in mathematics: a study with secondary mathematics teachers in Sydney, Australia. *Educational Studies in Mathematics* 58, 21–44.
- WEBB, N.M. (1989). 'Peer interaction and learning in small groups'. *International Journal of Educational Research* 1, 21–39.
- WEBER, K. (2003). Students Difficulties With Proof, Retrieved September 2003. From: http://www.maa.org/t_and_l/sampler/rs_8.html.
- WENGER, E. (1998). *Communities of Practice. Learning Meaning and Identity*. New York: Cambridge University Press.
- WIERSMA, W. & JURIS, S. G. (2005). *Research methods in education*. Boston: Pearson.
- WILLIAMS, M., GRINNELL, R. M. & UNRAU, Y. A. (2005). The qualitative research approach. En R. M. Grinnel & Y. A. Unrau (Eds.). *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches*, 75-87. New York: Oxford University Press.
- WILLKE, H. (1999). *System theorie II: Interventions theorie*. Stuttgart: Lucius & Lucius, UTB.
- WILSON, S., SHULMAN, L. & RICHERT, A. (1987). '150 different ways' of knowing: Representation of knowledge in teaching. In J. Calderhead (Eds.). *Exploring Teachers' Thinking*. London: Cassel Education.
- WILSON, M. S. & COONEY, T. J. (2002). 'Mathematics teacher change and development. The role of beliefs'. In G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Torner (eds.). *Beliefs: Hidden Variable in Mathematics Education?* 31, 127–148. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.
- WILSON, T., COONEY, T. & STINSON, D. (2005). What constitutes good mathematics teaching and how it develops: Nine high school teachers' perspectives. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, 83–111.
- WINICKY-LANDMAN, G. & LEIKIN, R. (2000). On equivalent and nonequivalent definitions I. *For the Learning of Mathematics* 20 (1), 17–21.

WOOD, T. (2002). Editorial: demand for complexity and sophistication: generating and sharing knowledge about teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 5, 201–203.

YACKEL, E. & COBB, P. (1996). 'Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics'. *Journal for Research in Mathematics Education* 27, 458–477.

YACKEL, E., COBB, P. & WOOD, T. (1991). Small-group interactions as a source of learning opportunities in second-grade mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 22 (5), 390-408.

ZANGENEH, B. Z., & GOOYA, Z. (1995). New perspective of geometry education. In A. Rejali (Eds.). Proceedings of the special workshop on mathematics education at the 26th Annual Iranian Mathematics Conference, Kerman-Iran, 58–66. Isfahan, Iran: Isfahan University of Technology.

YIN, R. K. (2003). *Case study research; Design and methods*. Thousand Oaks: Sage.

ZASLAVSKY, O. (1995). Open-ended tasks as a trigger for mathematics teachers' professional development. *For the Learning of Mathematics* 15 (3), 15–20.

ZASLAVSKY, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 60, 297–321.

ZASLAVSKY, O. (2007). Mathematics-related tasks, teacher education, and teacher educators. The dynamics associated with tasks in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education* 10, 433–440.

ZASLAVSKY, O. & RON, G. (1998). 'Students' understandings of the role of counter-examples'. In A. Olivier & K. Newstead (eds.). *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* 4, 225–232. Stellenbosch, South Africa: University of South Africa.

ZASLAVSKY, O. & SHIR, K. (2005). Students' conceptions of a mathematical definition. *Journal for Research in Mathematics Education* 36 (4), 317–346.

ZAZKIS, R. & CHERNOFF, E. J. (2008). What makes a counterexample exemplary? *Educational Studies in Mathematics* 68, 195–208. Published online: 26 January 2008.

ZAZKIS, R. & HAZZAN, O. (1999). Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions. *The Journal of Mathematics Behavior* 17 (4), 429-439.

ZAZKIS, R. & LEIKIN, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square. *Educational Studies in Mathematics* 69, 131–148. Published online: 30 July 2008.

ZEICHNER, K. M. & GORE, J. M. (1990). Teacher socialization. En R. Houston (Comp.). *Handbook of Research on Teacher Education*, 329-348. New York: MacMillan Pub. Co.

ZEICHNER, K., TABACHNICK, R. & DENSMORE, K. (1987). 'Individual, institutional and cultural influences on the development of teachers' craft knowledge'. In J. Calderhead (eds.). *Exploring Teachers' Thinking*, 21-59. London: Cassell.

ZUCKERMAN, J. T. (1999). Students science teachers constructing practical knowledge from inservice science supervisors' stories. *Journal of Science Teacher Education* 10 (3), 235-245.