



S.A.E.M.

THALES

Córdoba, 5 y 6
de abril de 2013

CREACIÓN DE ACTIVIDADES AUTOEVALUABLES CON GEOGEBRA

Raúl Manuel Falcón Ganfornina, *ETS Ingeniería de Edificación, Universidad de Sevilla.* rafalgan@us.es

Ricardo Ríos Collantes de Terán, *I.E.S. Sofía, Jerez de la Frontera (Cádiz).*
profesofricardo@yahoo.es

RESUMEN.

En el presente taller se muestra cómo crear ejercicios autoevaluables que se adapten al nivel del alumnado, aprovechando las múltiples herramientas que nos ofrece GeoGebra. Se elaboran actividades que utilizan algunas de las últimas y novedosas posibilidades de la versión 4.2 de *GeoGebra* para crear ejercicios de profundización, de consolidación o de repaso que se adaptan a las respuestas que vaya dando el alumno, aumentando la dificultad si va respondiendo de forma correcta o disminuyéndola en caso contrario.

Nivel educativo: El taller va dirigido a todos los niveles educativos.

1. INTRODUCCIÓN.

A la hora de atender la diversidad del alumnado en el aula de Matemáticas, GeoGebra permite generar plantillas dinámicas que posibilitan tanto conocer el nivel inicial del alumnado ante un nuevo contenido matemático, como una profundización en el mismo de forma autodidacta (FALCÓN y RÍOS, 2012). Para ello se requiere hacer uso de las distintas herramientas de tipo formulario que ofrece el programa: casillas de control, casillas de entrada de texto, botones, operadores booleanos y códigos de guión-script. La combinación de este tipo de utilidades con las herramientas geométricas y algebraicas de GeoGebra favorece visualizar todo tipo de problemas y planteamientos matemáticos de una forma intuitiva y atractiva al alumnado (BARRENA et al., 2011). La incorporación de nuevas herramientas como la hoja de cálculo simbólico CAS o el bosquejo a mano alzada en la reciente versión 4.2, pueden utilizarse para ampliar el tipo de actividades autoevaluables a plantear. En el presente taller nos centramos en estas nuevas posibilidades, creando un par de plantillas relacionadas con la resolución de ecuaciones y la visualización y representación de gráficas asociadas a funciones polinómicas.

2. ELABORACIÓN DEL MODELO.

Vamos a realizar el modelo para una actividad donde el alumno tiene que aprender en distintas fases de dificultad una destreza, como puede ser operar con



números enteros, con decimales o con fracciones, resolver problemas de proporcionalidad, ecuaciones, sistemas de ecuaciones o inecuaciones, aprender las propiedades de las funciones, calcular áreas o perímetros, etc.

En cada fase los alumnos tendrán que resolver un determinado número de ejercicios correctos para pasar a la siguiente fase. Si fallan el mismo número de ejercicios volverán a la fase anterior.

Siguiendo el siguiente esquema para la realización del modelo:

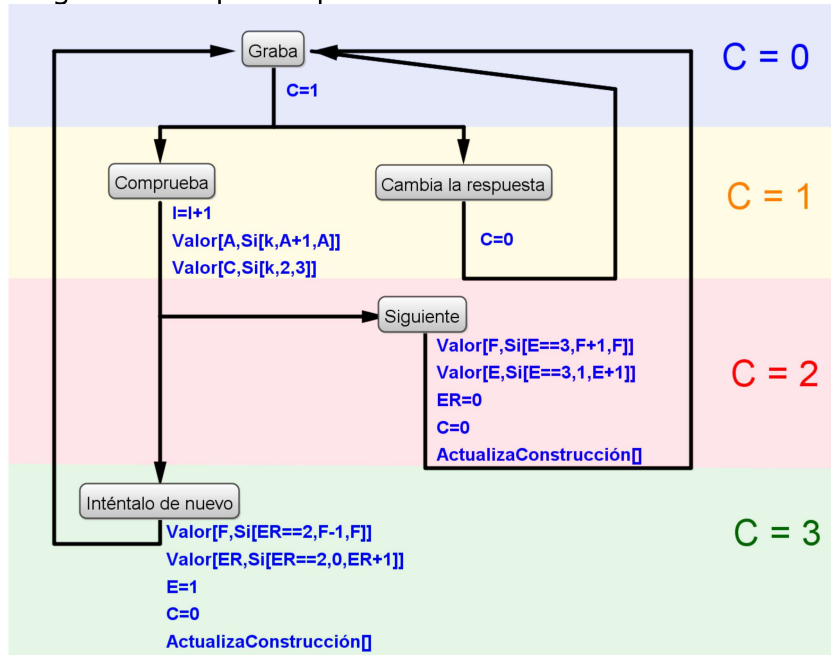



Figura 1. Esquema de los parámetros.

tenemos que crear los siguientes parámetros:

Parámetro	Escribir en la Barra de Entrada
F = número de la FASE	F=1
E = número del EJERCICIO de la fase	E=1
ER = número de errores consecutivos en una fase	ER=0
I = número de INTENTOS	I=0
A = número de ACIERTOS	A=0
C = número de etapa en la comprobación de la respuesta.	C=0

la variable booleana **k**:

Variable Booleana	Escribir en la Barra de Entrada
k = true si la respuesta es correcta	k=true

y los siguiente botones, que se crean con el modo  Botón (ver anexo para la explicación de los comandos del Guión (Script) GeoGebra):



Subtítulo	Guión (Script) GeoGebra	Propiedades Básico/Nombre	Avanzada/Condición Para Exponer Objeto
Empieza	F=1 E=1 ER=0 I=0 A=0 C=0	BEmpieza	
Graba	C=1	BGraba	C==0
Cambia la respuesta	C=0	BCambia	C==1
Comprueba	I=I+1 Valor[A,Si[k,A+1,A]] Valor[C,Si[k,2,3]]	BComprueba	C==1
Siguiente	Valor[F,Si[E==3,F+1,F]] Valor[E,Si[E==3,1,E+1]] ER=0 C=0 ActualizaConstrucción[]	BSiguiente	C==2
Inténtalo de nuevo	Valor[F,Si[ER==2,F-1,F]] Valor[ER,Si[ER==2,0,ER+1]] E=1 C=0 ActualizaConstrucción[]	BRepite	C==3

Por último falta crear la variable que corresponde a la respuesta del alumno
RES:

Variable Booleana	Escribir en la Barra de Entrada
RES	RES=0

su casillas de entrada para que el alumno inserte la respuesta con el modo ^{a=1}
Casilla de entrada asociada a la variable **RES:**

Subtitulo	Objeto Vinculado	Propiedades Básico/Nombre	Avanzada/Condición Para Exponer Objeto
Respuesta:	RES	CERespuesta	C==0

y los textos con el modo ^{ABC} **Texto**, que informen al alumno sobre la situación en que se encuentra la actividad (para insertar las variables **F**, **E** y **RES** se utiliza la pestaña **Objeto**):

Edita	Propiedades Básico/Nombre	Avanzada/Condición Para Exponer Objeto
Fase F	TextFase	
Ejercicio E .	TextEjercicio	
RES	TextRespuesta	C>0
Correcto	TextCorrecto	C==2
Incorrecto	TextIncorrecto	C==3



Edita	Propiedades Básico/Nombre	Avanzada/Condición Para Exponer Objeto
Intentos: <input type="text" value="1"/>	TextRecuento	
Aciertos: <input type="text" value="A"/>		

Guarda el archivo con el nombre **modelo.ggb**.

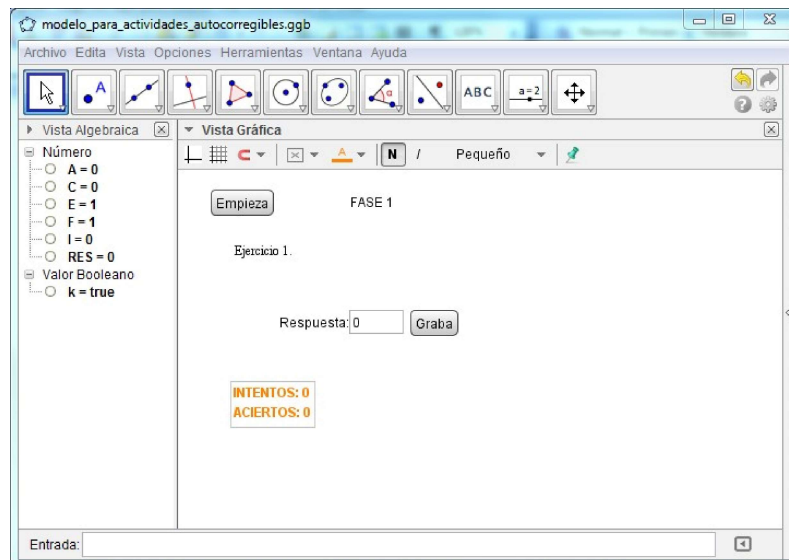


Figura 2. Modelo

3. ELABORACIÓN DE LAS ACTIVIDADES.

Una vez creado el modelo, elaboremos los ejercicios con sus soluciones para desarrollar una destreza concreta, teniendo en cuenta:

1. El diseño de la actividad y el grado de dificultad en cada fase.
2. El uso del comando *AleatorioEntre*[*m,n*] para que los alumnos dispongan de un mismo tipo de ejercicio con distintos datos.
3. La distinción entre enunciado y ejecución de la actividad. Así por ejemplo, para crear un plantilla para la resolución de ecuaciones de primer grado, por un lado tenemos que crear un texto de la siguiente forma:

$$x + \boxed{a} = \boxed{b}$$

donde **a** y **b** son variables aleatorias, siendo el **CAS** el lugar donde se resuelve la ecuación.



4. El momento concreto en el que cada enunciado tiene que aparecer en la Vista Gráfica. Una manera sencilla de hacer que los enunciados aparezcan en el momento adecuado, es crearlos en la fila de la **Hoja de Cálculo** correspondiente al número de la fase **F**. Después seleccionándolos todos y utilizando del menú contextual **Crea/Lista**, crear una lista **lista1** y añadir al **TextEjercicio** el como *Elemento[lista1,F]*:

Ejercicio

5. El tipo de objeto que es la variable **RES**. Dependiendo de la actividad puede ser un número, una función, una lista, un texto...

Os proponemos que elaboréis alguna actividad que os pueda ser de utilidad en vuestra labor docente, como puede ser los de la siguiente lista. En ella se adjunta algunos consejos a tener en cuenta.

a. Operaciones con números enteros.

b. Operaciones con fracciones.

Para expresar un número o valor numérico en un texto en forma de fracción se utiliza el comando:

TextoFracción[<Número (o valor numérico)>]

que se expone, con el correspondiente formato, como objeto de texto LaTeX en la Vista Gráfica.

c. Operaciones con decimales.

Hay que tener en cuenta el ítem **Redondeo** del menú **Opciones** que permite establecer el número de lugares decimales o cifras significativas expuestas en pantalla.

d. Proporcionalidad.

Tened en cuenta el comando *TextoFracción[]*, comentado anteriormente. O utilizar la etiqueta de Latex $\frac{\{\}\{\}}$.

e. Operaciones algebraicas.

Utiliza las funciones como polinomios, y los comandos *Desarrolla[]* o *Factoriza[]*.

f. Resolución de ecuaciones de primer grado.

Se utiliza el modo **Resolver** del **CAS**. Se crearán dos listas de textos desde la hoja de cálculo con cada miembro de la igualdad

g. Resolución de ecuaciones de segundo grado.

h. Sistemas de ecuaciones.

i. Inecuaciones.

j. Funciones lineales.



k. Cálculo de áreas y de perímetros.

l. Parámetros estadísticos...

Finalizamos con la presentación de la creación paso a paso de dos propuestas de actividades. La primera para que el alumno desarrolle la destreza de resolver ecuaciones de primer grado, y la segunda para que aprendan a representar funciones.

ACTIVIDAD 1: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

PASO 1. Diseño de la actividad.

La actividad va a estar compuesta de 8 fases.

FASE 1. Ecuaciones del tipo $ax=b$ con $a \neq 0$.

FASE 2. Ecuaciones del tipo $ax+c=b$ con $a \neq 0$ y $c \neq 0$.

FASE 3. Ecuaciones del tipo $ax+c=b+dx$ con $a \neq 0$, $c \neq 0$ y $d \neq 0$.

FASE 4. Ecuaciones del tipo anterior con seis términos.

FASE 5. Ecuaciones con paréntesis sencillas.

FASE 6. Ecuaciones con paréntesis más complicadas.

FASE 7. Ecuaciones con denominador sencillas.

FASE 8. Ecuaciones con denominador más complejas.

PASO 2. Miembros de la primera ecuación.

Si bien se podría hacer uso del comando *PolinomioAleatorio[]*, éste no distinguiría entre las distintas fases anteriores. Por ello, en **modelo.ggb** creamos las variables aleatorias **a** y **b** con $a \neq 0$, escribiendo en la **Barra de Entrada**:

```
a=(2AleatorioEntre[0,1]-1)*AleatorioEntre[1, 9]
b=AleatorioEntre[-9, 9]
```

A continuación se escribe en la celda **A1** de la **Hoja de Cálculo** la primera parte de la ecuación $x + a$ y en la celda **B1** la segunda parte $B1(x):=b$. Es necesario escribir " $B1(x):=$ " para que el programa sepa que se refiere a una función.

PASO 3. Miembros del resto de ecuaciones.

Repetimos el paso anterior para cada una de las ecuaciones de cada fase, creando las variables necesarias, y escribiendo el primer miembro de la ecuación en la columna **A** y el segundo en la columna **B**, en forma de función.

PASO 4. Enunciados

Seleccionamos las 8 celdas de la columna **A** de la **Hoja de Cálculo**, y utilizando del menú contextual **Crea/Lista**, creamos la **lista1**, de los primeros miembros de las ecuaciones.



Hacemos lo mismo con la columna **B** y, por último, se modifica el **TextEjercicio** utilizando el comando `Elemento[<lista>,<número>]` con la casilla **Fórmula Latex** marcada:

```
\text{Ejercicio E. Resuelve: Elemento[lista1,F]= Elemento[lista2,F].}
```

Para insertar la ecuación utilizamos la pestaña **Objeto**, seleccionando (**casilla vacía**), y escribimos dentro de la casilla.

PASO 5. Soluciones con CAS.

Desde el menú **Vista** abrimos **CAS-Cálculo Simbólico**. Escribimos en la primera celda:

```
lista3:=Resuelve[Elemento[lista2,F]=Elemento[lista3,F]]
```

Tras pulsar **intro** aparece una nueva lista **lista3** con la solución de la ecuación.

PASO 6. Variables RES y K.

CAS nos da la solución de la ecuación en una lista que contiene una recta. Por tanto la variable **RES** debe ser una recta. Escribimos en la **Barra de Entrada**:

```
RES:=x=0
```

Finalmente, modificamos la definición de la variable Booleana:

```
Elemento[lista3,F]==RES
```

Guarda el archivo con el nombre **ecuacionesprimergrado.ggb**. Y lo único que falta es resolver un pequeño inconveniente: ¿Qué ocurre cuando la ecuación no tiene solución o cuando todos los números son solución?

ACTIVIDAD 2: REPRESENTACIÓN GRÁFICA.

PASO 1. Diseño de la actividad.

En cada fase **F**, el alumno deberá bosquejar a mano alzada la gráfica de una función polinómica de grado **F+1**.

PASO 2. Funciones polinómicas.

En **modelo.ggb** hacemos visibles los ejes, que centramos convenientemente en la pantalla. A continuación, creamos en la **Barra de Entrada** la función $p(x)=\text{PolinomioAleatorio}[F+1,-9,9]$, que ocultamos. Creamos un botón **Limpia** en cuyo guión-script añadimos las líneas $f(x)=0$ y `Elimina[f]`.

PASO 3. Enunciados.

Indicamos como fórmula Latex el texto **TextEjercicio**:

```
\text{Esboza la gráfica de la función } f(x)=\left\{P\right\} \text{ en el intervalo } [-5,5].}
```



PASO 4. Corrección por aproximación.

Añadimos en el guión del botón **Graba** la línea $RES=Suma[Secuencia[abs(f(i)-p(i)),i,-5,5]]$. Bastará decidir la cota de error con la cual se dará por buena la representación del alumno.

En esta actividad surgen problemas cuando aparecen funciones con mucha variación, habría que afinar un poco más para poder utilizarla con los alumnos, restringiendo los coeficientes de la función, o los mismos polinomios, o creando una lista de polinomios fáciles de dibujar.

4. CONCLUSIONES.

En el presente trabajo se ha presentado un modelo en GeoGebra para generar una serie de actividades autoevaluables que posibilite tanto conocer el nivel inicial del alumnado ante un nuevo contenido matemático como una profundización en el mismo de forma autodidacta. Como ejemplo se han esbozado los pasos a seguir a la hora de generar actividades relacionadas con resolución de ecuaciones y representación gráfica de funciones, haciendo uso para ello de nuevas herramientas de la versión 4.2, como son el CAS y el bosquejo a mano alzada.

REFERENCIAS.

1. Barrena, E., Falcón, R.M., Ramírez, R. y Ríos, R. (2011). *Presentación y resolución dinámica de problemas mediante GeoGebra*, Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática 25, 161-174.
2. Falcón, R.M. y Ríos, R. (2012). GeoGebra y la diversidad en el aula de matemáticas. XIV Congreso de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.
3. M. HOHENWARTER. *Geogebra. Comandos de Guiones - Scripting* [en línea] http://wiki.geogebra.org/es/Comandos_de_Guiones_-_Scripting [Consulta: febrero de 2013]



5. ANEXO.

- $\langle \text{Objeto} \rangle = \langle \text{Objeto} \rangle$:
Establece para el primer *objeto*, el valor del segundo.
- Valor[$\langle \text{Objeto} \rangle$, $\langle \text{Objeto} \rangle$]:
Establece para el primer *objeto*, el valor del segundo.
- Si[$\langle \text{Condición} \rangle$, $\langle \text{Objeto Modelo o Valor} \rangle$]
Crea un nuevo objeto, copia del *modelo* o acorde al *valor* indicado, si la condición resulta verdadera (*true*), y uno **indefinido** si se la evalúa falsa (*false*).
- Si[$\langle \text{Condición} \rangle$, $\langle \text{Objeto Modelo o Valor} \rangle$, $\langle \text{Objeto Modelo o Valor} \rangle$]
Crea un nuevo objeto, copia del correspondiente *modelo* o *valor* indicados para una condición verdadera -*true*- o falsa -*false* - respectivamente.
- ActualizaConstrucción[]
Actualiza (al igual que pulsar F9 o Ctrl + R) la construcción recalculando todos los objetos, generando nuevos número aleatorios y reestableciendo tal índole de valores y posiciones, sin afectar a los rastros presentes.
- Elimina[$\langle \text{Objeto} \rangle$]
Elimina el objeto.