

Proyecto Fin de Grado

Ingeniería de Tecnologías Industriales

Optimización de las rutas y flota de vehículos de limpieza en una planta termo-solar mediante aproximaciones lineales sucesivas.

Autora: Rocío Mantero Cejudo

Tutores: Pedro L. González Rodríguez

José David Canca Ortiz

**Dep. Organización Industrial y Gestión de
Empresas I**

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2017



Proyecto Fin de Grado
Ingeniería de Tecnologías Industriales

**Optimización de las rutas y flota de vehículos
de limpieza en una planta termo-solar
mediante aproximaciones lineales sucesivas.**

Autora:

Rocío Mantero Cejudo

Tutores:

Pedro L. González Rodríguez

José David Canca Ortiz

Dep. Organización y Gestión de Empresas I

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2017

Proyecto Fin de Carrera: Optimización de las rutas y flota de vehículos de limpieza en una planta termo-solar mediante aproximaciones lineales sucesivas.

Autora: Rocío Mantero Cejudo

Tutores: Pedro L. González Rodríguez

José David Canca Ortiz

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2017

El Secretario del Tribunal

*A mis padres y a mi
hermana Elena.*

AGRADECIMIENTOS

En mi primer lugar, y porque sin ellos este trabajo no hubiera tenido sentido, me gustaría agradecer a mis tutores David y Pedro. Por su ayuda, su paciencia y su atención.

A mis padres, José María y Reposo, porque tener una hija estudiante de ingeniería no ha sido nada fácil.

A mi hermana pequeña Elena por recibirme cada vez que volvía con los brazos abiertos.

Al resto de mi familia, por su apoyo y amor incondicional ante cualquier cosa que me proponga.

A mis amigos y amigas, por tantos cafés y tantas risas. Y a mis compañeros de la escuela, a los que en gran parte puedo incluir en el anterior agradecimiento, sobrevivir a la ETSI ha sido más fácil gracias a ellos.

A todos los que tuvieron una sonrisa en los momentos de flaqueza. Gracias.

Rocío Mantero Cejudo

Sevilla, 2017

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es conseguir una buena solución al problema de diseño de rutas de limpieza de heliostatos en una planta solar. El proyecto incluye una primera parte que permite definir diferentes topologías de campo y distribuir los heliostatos de diferentes formas. El objetivo de esta primera fase es la obtención de un grafo y su respectiva matriz de distancias entre todos los nodos.

La segunda parte contempla la modificación del problema típico de rutas de vehículos, VRP, a fin de diseñar las rutas de limpieza en un campo solar. El modelo no lineal resultante se resuelve mediante una secuencia de problemas lineales enteros utilizando como soporte un solver comercial. Con esto se pretende además comprobar la eficacia del algoritmo de Frank-Wolfe para resolver este tipo de problemas.

Finalmente se realizan diversos experimentos para demostrar la aplicabilidad del método propuesto y se presentan los resultados.

Agradecimientos	9
Resumen	11
Índice de Tablas	17
Índice de Figuras	19
Notación	21
1. Energía Solar	23
<i>1.1 Introducción</i>	23
1.1.1 Energía solar térmica	24
1.1.2 Energía solar fotovoltaica	24
<i>1.2 Aprovechamiento del Sol. Un poco de Historia</i>	24
<i>1.3 Funcionamiento de las centrales solares</i>	26
1.3.1 Central termosolar	26
1.3.2 Instalaciones fotovoltaicas	27
1.3.2.1 Funcionamiento de un panel solar	28
<i>1.4 Tipos de centrales solares</i>	29
1.4.1 Central de canales parabólicos	30
1.4.2 Tecnología de receptor central o de torre con campo	31
1.4.3 Central de reflectores lineales de Fresnel	32
1.4.4 Tecnología de discos parabólicos de Stirling	32
1.4.5 Las centrales más grandes del mundo	33
<i>1.5 Tecnología de receptor central o de torre</i>	35
<i>1.6 Impacto ambiental</i>	36
1.6.1 Uso del suelo	36
1.6.2 Uso del agua	36
1.6.3 Sustancias peligrosas	36
1.6.4 Gases invernadero	37
<i>1.7 Impacto social y económico</i>	37
2. Sistemas de Limpieza	39
<i>2.1 Introducción</i>	39
<i>2.2 Tipos de sistemas de limpieza</i>	39
<i>2.3 Selección del sistema a implantar</i>	44
3. Diseño	45
<i>3.1 Tipos de Campo</i>	45

3.1.1 Campo circular	45
3.1.2 Campo elíptico	46
3.2 Procedimiento para la construcción de topologías de campos solares	49
3.2.1 Parámetros	49
3.2.2 Mensajes de error	50
3.2.3 Estructura de la función.....	51
4. El Problema de Rutas de Vehículos (VRP).....	57
5. El Modelo	63
5.1 <i>El modelo base</i>	63
5.1.1 Índices	64
5.1.2 Datos.....	64
5.1.3 Variables.....	65
5.1.4 La función objetivo	66
5.1.5 Restricciones	66
5.1.6 El modelo final	68
5.2 <i>El problema aplicado</i>	70
6. Resolución de Problemas No Lineales	73
6.1 <i>No linealidad</i>	73
6.2 <i>Algoritmos de aproximación</i>	74
6.3 <i>No linealidad del modelo</i>	74
6.3.1 Aproximación lineal.....	75
6.4 <i>Algoritmo de Frank-Wolfe</i>	76
6.5 <i>Ejemplo del algoritmo Frank-Wolfe</i>	78
6.6 <i>Resolución mediante la función linealizada</i>	81
7. Programación	85
7.1 <i>General</i>	85
7.2 <i>Resolución del problema aplicando Frank-Wolfe</i>	85
7.3 <i>Resolución del problema aplicando linealización de la función objetivo</i>	86
8. Resultados	87
8.1 <i>Primeros experimentos</i>	90
8.1.1 Resultado Experimento 1	90
8.1.2 Resultado Experimento 2	93
8.1.3 Resultado Experimento 3	96
8.1.4 Resultado Experimento 4	99
8.1.5 Resultado Experimento 5	102
8.1.6 Resultado Experimento 6	106
8.1.7 Resultado Experimento 7	109

8.1.8 Resultado Experimento 8	112
8.1.9 Conclusiones de los experimentos 1-8	115
8.2 Estudios 1-3.....	116
8.2.1 Resultados Estudio 1	116
8.2.1.1 Resultado Estudio 1A	116
8.2.1.2 Resultado Estudio 1B	119
8.2.1.3 Resultado Estudio 1C	121
8.2.1.4 Resultado Estudio 1D	122
8.2.2 Resultados Estudio 2	124
8.2.2.1 Resultado Estudio 2A	124
8.2.2.2 Resultado Estudio 2B	125
8.2.2.3 Resultado Estudio 2C	126
8.2.3 Resultados Estudio 3	127
8.2.3.1 Resultado Estudio 3A	127
8.2.3.2 Resultado Estudio 3B	128
8.2.3.3 Resultado Estudio 3C	129
8.2.4 Ruta común	130
8.2.5 Comparativas.....	132
8.3 Estudios 4 y 5	135
8.3.1 Resultado Estudio 4.....	135
8.3.2 Resultado Estudio 5.....	138
8.4 Resolución mediante la función objetivo linealizada.....	141
8.5 Conclusiones finales.....	144
8.5.1 Puntos de mejora	144
8.5.2 Problemas encontrados.....	145
Glosario	147
Referencias	149
Bibliografía	151

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Evolución de la capacidad instalada alrededor del mundo.....	33
Tabla 2. Las plantas solares más grandes del mundo.....	34
Tabla 3. Análisis DAFO Energía Solar.	38
Tabla 4. Parámetros de la función.....	49
Tabla 5. Datos del modelo.....	68
Tabla 6. Variables del modelo.....	69
Tabla 7. Rendimiento energético según cercanía a la torre.	70
Tabla 8. Resultados de los experimentos 1-8.	115
Tabla 9. Resultados de los estudios 1-3.	131
Tabla 10. Variación del beneficio según la capacidad.	133
Tabla 11. Variación del beneficio según nt y nv	133
Tabla 12. Resultados de los dos métodos aplicados en el problema.....	141
Tabla 13. Tabla de tiempos para los dos métodos aplicados en el problema.....	142
Tabla 14. Resultados Ejemplo 5 con el algoritmo FW y con linealización.....	143

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Campo de heliostatos con torre central.....	23
Figura 2. Espejos de Arquímedes.....	25
Figura 3. Placa de Buffon.....	25
Figura 4. Fotografía de la planta solar de Maadi (Egipto).	26
Figura 5. Funcionamiento de una central termosolar.	27
Figura 6. Funcionamiento de una planta fotovoltaica.	28
Figura 7. Ejemplo de placa solar.....	29
Figura 8. Tipos de centrales solares.	30
Figura 9. Central de canales parabólicos.....	31
Figura 10. Central de torre con campo.	31
Figura 11. Central de reflectores lineales de Fresnel.	32
Figura 12. Central de discos parabólicos Stirling.....	33
Figura 13. Kurnool Ultra Mega Solar Park en India.	35
Figura 14. Tecnología de torre central.	35
Figura 15. Limpieza con pértiga y agua.....	40
Figura 16. Limpieza con agua a presión.....	40
Figura 17. Limpieza con vapor de agua.	41
Figura 18. Limpieza por rodillos autopulsado.	41
Figura 19. Limpieza mecánica automatizada.....	42
Figura 20. Limpieza mediante robots.....	43
Figura 21. Limpieza mediante robots sin agua.....	43
Figura 22. Campo circular con torre en el centro.....	45
Figura 23. Campo circular con torre en un extremo.....	46
Figura 24. Campo elíptico con torre en el foco.....	46

Figura 25. Campo elíptico con torre en un extremo.....	47
Figura 26. Caso 1 con radiales.	47
Figura 27. Caso 2 con radiales.	48
Figura 28. Caso 3 con radiales.	48
Figura 29. Caso 4 con radiales.	49
Figura 30. Parámetros a y b de una elipse.....	50
Figura 31. Diseño de los anillos del campo.	51
Figura 32. Diseño de las radiales del campo.....	52
Figura 33. Colocación de nodos de heliostatos.	52
Figura 34. Arcos (i, j) de un nodo.	53
Figura 35. Diseño de un campo circular con torre centrada.....	53
Figura 36. Diseño de un campo circular con torre lateral.	54
Figura 37. Diseño de un campo elíptico con torre en un foco.....	54
Figura 38. Diseño de un campo elíptico con torre lateral.	55
Figura 39. Problema de rutas de vehículos.....	57
Figura 40. Solución sin incluir condiciones de Miller-Tucker.....	60
Figura 41. Selección de la solución inicial en el algoritmo de Frank-Wolfe.	77
Figura 42. Dirección de mejora en el algoritmo de Frank-Wolfe.	78
Figura 43. Ejemplo de problema lineal en algoritmo FW.....	80

NOTACIÓN

e.o.c.	En cualquier otro caso
$<$	Menor que
$>$	Mayor que
$=$	Igual a
\leq	Menor o igual
\geq	Mayor o igual
\neq	Distinto de
Max	Maximizar
Min	Minimizar
s.a.	Sujeto a
\in	Perteneciente a
\emptyset	Conjunto vacío
U	Unión
\forall	Para todo
$\frac{\partial f}{\partial}$	Derivada parcial de una función respecto a
f'	Función derivada
Δ	Incremento

1. ENERGÍA SOLAR

1.1 Introducción

El Sol, como origen del resto de las fuentes de energía, derrama cada año sobre la Tierra cuatro mil veces más energía de la que se consumirá. Esta energía puede ser aprovechada directamente, o bien transformada, por ejemplo, en electricidad mediante paneles solares fotovoltaicos.

La energía solar es la que produce el sol y se convierte a energía útil por el ser humano. Depende de muchos factores como el lugar de la tierra, la altitud, la época del año, la hora, etc.; así como de la orientación del dispositivo receptor.

El uso del sol para la producción de energía es a día de hoy una de las energías renovables más usadas y más desarrolladas, quizás por sus grandes ventajas, puesto que es relativamente barata y no contamina.

La energía se produce en el Sol tras un proceso de fusión nuclear, y llega a la tierra en forma de luz, calor y rayos ultravioleta. Se puede aprovechar mediante conversión térmica de alta temperatura, en la que pasa a energía térmica almacenada en un fluido; o por conversión fotovoltaica, donde se transforma directamente en energía eléctrica usando placas solares con células fotovoltaicas. A continuación se explican estas tecnologías de manera más detallada.



Figura 1. Campo de heliostatos con torre central. Fuente: energiayrenovable.es

Hoy en día, la energía solar se aprovecha principalmente de dos formas:

1.1.1 Energía solar térmica

En la energía solar térmica se usa la radiación del sol para calentar un fluido que se utiliza para producir agua caliente, vapor o energía eléctrica, según su temperatura.

Normalmente, se suelen clasificar en tres grupos los sistemas que aprovechan la energía solar térmica:

- Sistemas a baja temperatura: estos sistemas principalmente se usan para producir agua caliente sanitaria y en climatización. El agua se calienta por debajo de 100°C, su punto de ebullición.
- Sistemas a media temperatura: los equipos que trabajan en media temperatura, que se establece entre 100°C y 300°C, normalmente calientan agua para su uso (vapor) en procesos industriales, suministro, calefacción, etc.
- Sistemas de alta temperatura: para este tipo de sistemas las temperaturas que se necesitan serán superiores a 300°C, siendo el vapor de agua usado principalmente para producir energía eléctrica en centrales termosolares.

1.1.2 Energía solar fotovoltaica

En la energía solar fotovoltaica se produce la energía eléctrica de forma directa a través del efecto fotovoltaico, mediante el uso de células fotovoltaicas.

1.2 Aprovechamiento del Sol. Un poco de Historia

La energía del sol ha venido siendo aprovechada desde el origen de los tiempos. Es curioso conocer cómo nuestros antepasados descubrían los beneficios que la estrella les brindaba, comenzando por usos básicos hasta llegar a las tecnologías de las que hoy disponemos.

Las primeras menciones que se encuentran son en la Antigua Grecia con Arquímedes. Algunos escritos cuentan que durante la batalla de Siracusa (siglo III a.C.), que enfrentó a griegos y romanos, utilizó espejos hexagonales que concentraban los rayos de sol en la flota romana con el objeto de destruirla.

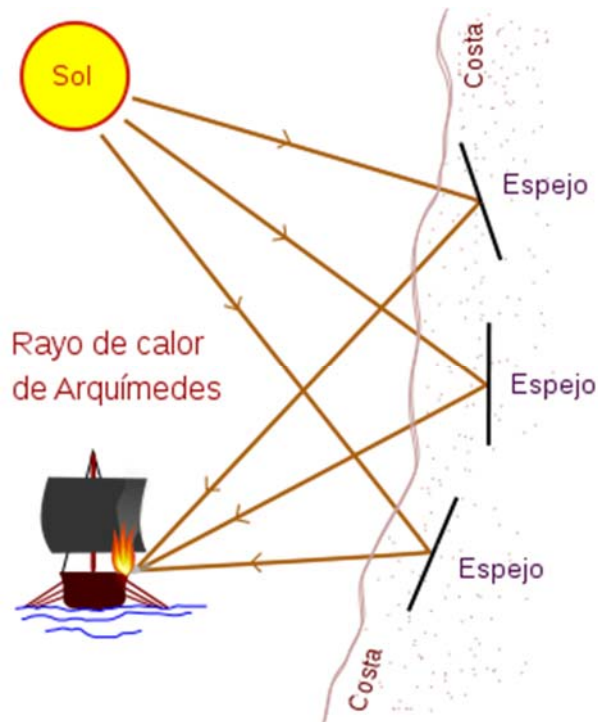


Figura 2. Espejos de Arquímedes. Fuente: leyendasmirdalirs.com

Ya en el siglo XVI, también comenzó un proyecto relacionado con el sol Leonardo da Vinci, aunque será uno de los que nunca llegó a acabar. Consistía en un concentrador de 6 kilómetros de diámetro compuesto de espejos cóncavos que serviría para la producción de vapor industrial.

Dos siglos más tarde, Georges-Louis Leclerc, conde de Buffon, siguió investigando en este mismo campo. Basándose en la guerra de Siracusa y los espejos de Arquímedes, comenzó a experimentar con espejos de cristales de gafas que prendían fuego a varios metros de distancia.

Decidió entonces construir un aparato más efectivo, uniendo una gran cantidad piezas de cristal que dieron como resultado un concentrador de energía solar de gran tamaño y consiguiendo por tanto una mayor distancia del foco concentrador de los rayos. Será este mecanismo una de las primeras referencias que tenemos de las actuales placas solares.

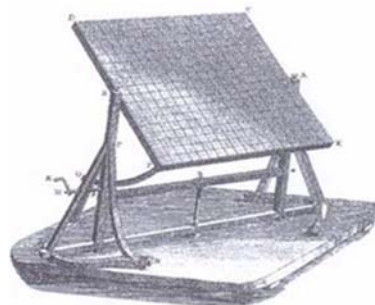


Figura 3. Placa de Buffon. Fuente: recuerdosdepandora.com

Si bien quien comenzó a estudiar de lleno la tecnología solar fue Augustin Mouchot, que desarrolló a finales del siglo XIX los primeros sensores solares. Pocos años después, continuaron

su camino otros como John Ericsson, que diseñó un colector parabólico, y Aubrey Eneas, quien fundó la primera empresa de energía solar (“The Solar Motor Co.”) en el año 1900.

Sin embargo, Frank Schuman se puede considerar el primero de los padres de la energía solar y los campos solares tal y como los conocemos hoy día. Fundó su empresa de tecnología solar, Sun Power Co., en el año 1911. La primera planta se construyó en Estados Unidos (generaba 20 kW) y sólo un año después abrió una segunda planta en Maadi (Egipto) que alcanzó la generación de 88kW, 68kW más que la primera.

Su proyecto más ambicioso fue la construcción de una planta de dimensiones kilométricas en el Sáhara capaz de producir la energía consumida en el mundo entero. Esto sería un total de 198MW a producir en 52.600 kilómetros cuadrados. Para ello, Frank Schuman recibió incluso una subvención de 200.000 dólares al inicio, sin embargo, con el comienzo de la primera guerra mundial, los trabajos fueron paralizados. Además, la gran parte de los operarios de la planta en Egipto tuvieron que regresar a Alemania para combatir, y tras la derrota en la guerra, la pérdida de colonias africanas y la muerte del propio Schuman durante el transcurso de la guerra, este proyecto quedó en el olvido.

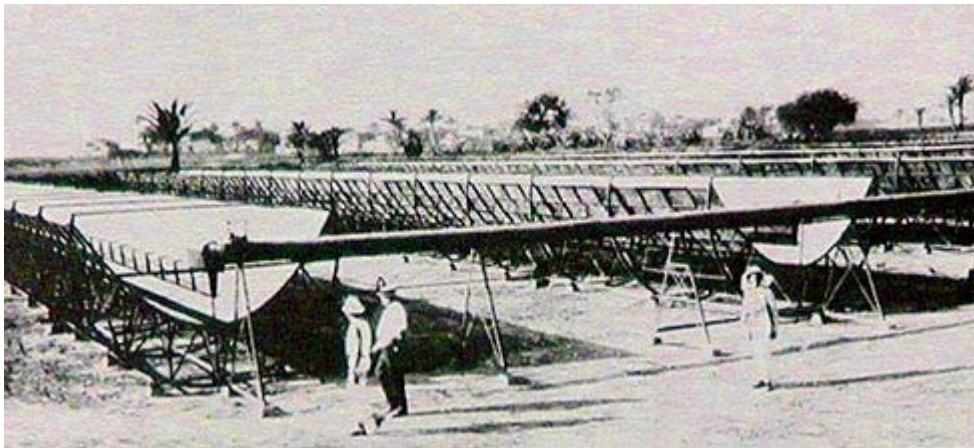


Figura 4. Fotografía de la planta solar de Maadi (Egipto). Fuente: egyptianstories.blogspot.com.es

1.3 Funcionamiento de las centrales solares

Las instalaciones donde se aprovecha la radiación solar con el objetivo de producir energía eléctrica son las centrales solares. Pueden ser clasificadas en dos, según la forma en la que producen dicha energía.

Se conoce como central termosolar aquella en la que se aprovecha la energía solar térmica, es decir, en la que se produce calentamiento del fluido. Dicho fluido mueve, por medio de un ciclo termodinámico, un alternador que es el que finalmente genera la energía.

Por otro lado, las plantas fotovoltaicas son aquellas compuestas por paneles fotovoltaicos en los que se genera electricidad directamente, ya que se transforma la radiación solar en energía sin ningún intermediario con ayuda de células fotovoltaicas.

1.3.1 Central termosolar

Este tipo de instalaciones está compuesto por un campo de paneles de grandes dimensiones, que reflejan los rayos del sol para concentrarlos en un mismo punto, siendo éste una caldera de gran altura que actúa como torre.

El aporte de calor en la caldera es absorbida por un fluido térmico, que se dirige hacia un generador de vapor, en el que normalmente se calienta agua (aunque puede ser otro fluido) con el fin de convertirla en vapor.

Finalmente, el vapor se dirige a una turbina, que gira y transforma su energía mecánica en electricidad por medio del alternador. Además, el vapor se reutiliza en posteriores ciclos, ya que es devuelto en forma de líquido al generador de vapor tras pasar por un condensador.

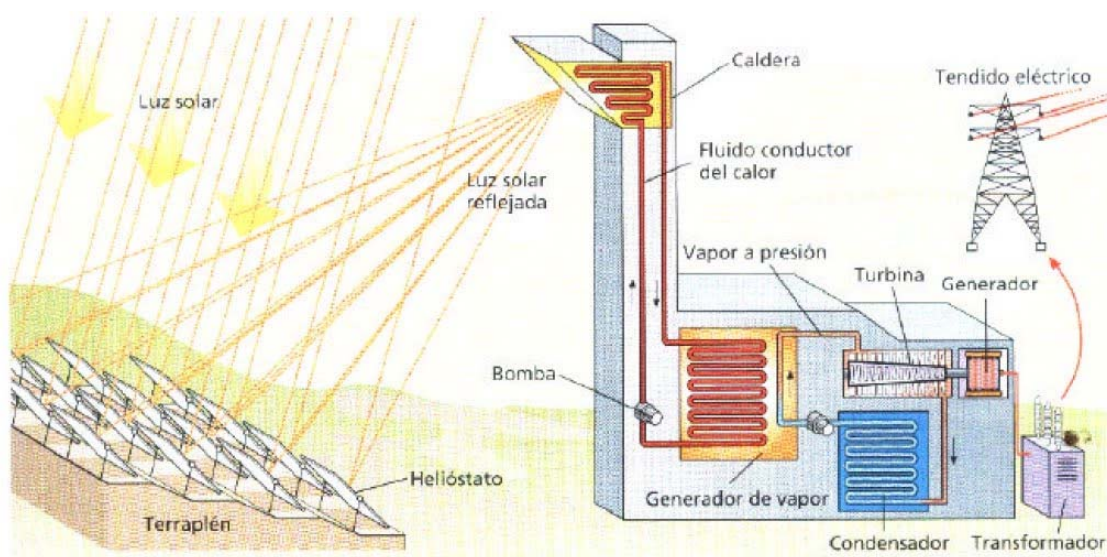


Figura 5. Funcionamiento de una central termosolar. Fuente: cmcblog7.blogspot.com.es

Una de las limitaciones más notables de este tipo de centrales son las horas de sol y la variabilidad de la meteorología, aunque en los últimos tiempos se están desarrollando sistemas que funcionan incluso en horas sin radiación solar. También cabe destacar que estas instalaciones requieren una gran inversión, y que están continuamente en proceso de mejora tecnológica, aunque producen una energía limpia y barata que respeta el medio ambiente.

1.3.2 Instalaciones fotovoltaicas

Se encargan de transformar directamente la energía del sol en energía eléctrica. Los fotones que inciden sobre los paneles (compuestos por células fotovoltaicas), son absorbidos por los electrones de las capas más externas de los átomos de los materiales semiconductores por los que están compuestos, y hace que se cree en el interior de las células fotovoltaicas una corriente eléctrica.

El campo estará formado por paneles fotovoltaicos, que a su vez están compuestos de pequeñas células fotovoltaicas conectadas en serie.

La corriente continua generada en el interior de las células, tras pasar por un armario de protección de corriente y un transformador, se adapta finalmente a las condiciones de intensidad y tensión que soporten las líneas de transporte de la red eléctrica.

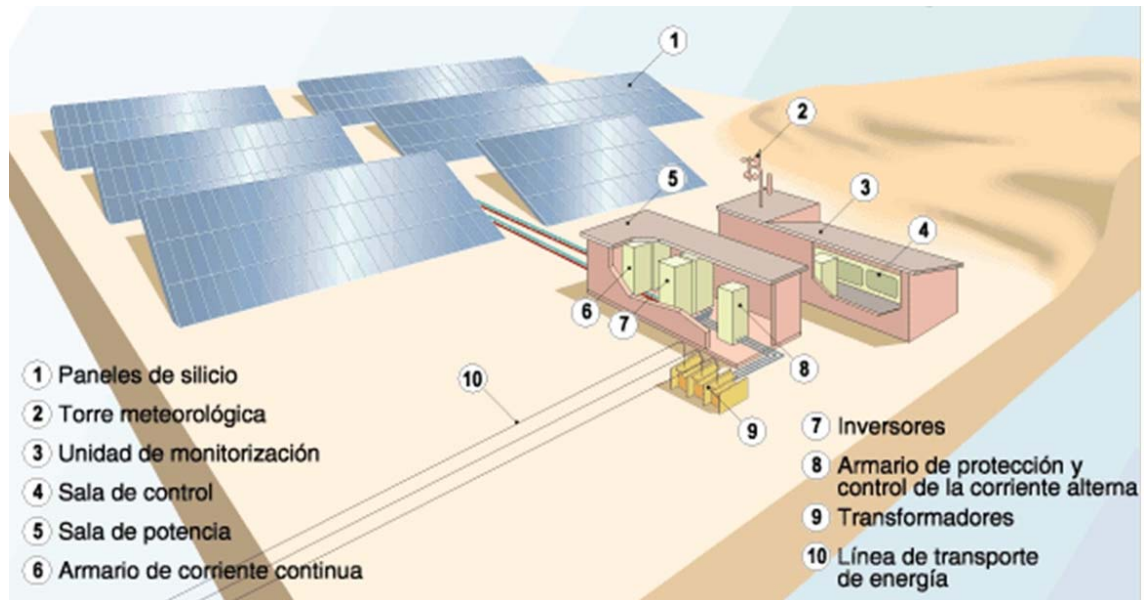


Figura 6. Funcionamiento de una planta fotovoltaica. Fuente: globalelectricity.wordpress.com

Sin embargo, como ocurre en las centrales termosolares, también se sigue investigando y optimizando el uso de estas plantas. Aun así, España, al ser un país con una posición estratégica por su alto número de horas de sol, es uno de los que más usa e invierte en estas tecnologías.

1.3.2.1 Funcionamiento de un panel solar

Los paneles solares están formados por células fotovoltaicas o celdas solares, que son las que se encargan de transformar la energía solar a eléctrica.

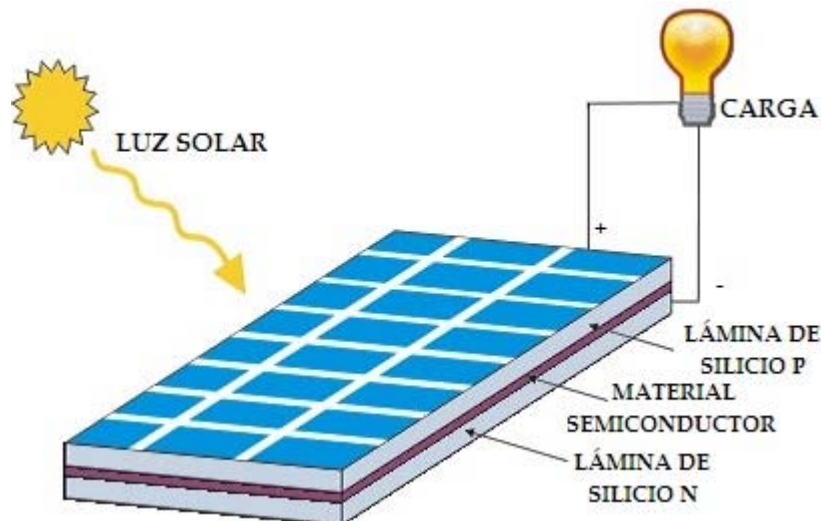


Figura 7. Ejemplo de placa solar. Fuente: energías-renovables-y-limpias.blogspot.com.es

Estas células se fabrican con semiconductores, principalmente silicio debido a su bajo coste. También se usa, en menor medida, arseniuro de galio. Los semiconductores tienen una baja conductividad sin llegar a ser aislantes, luego se conforman de una forma u otra depende del estado en el que se encuentren. Para que tengan cargas positiva y negativa y puedan generar electricidad, se mezclan con otros materiales como el boro o el fósforo.

Cuando la luz del sol incide sobre las células, la energía solar mueve los electrones entre las partes negativa y positiva, y el movimiento de los electrones es justamente la energía eléctrica que se ha conseguido producir.

El funcionamiento de todas las celdas solares conjuntamente produce un campo eléctrico en el panel solar que es lo que produce la energía que se podrá usar como electricidad.

1.4 Tipos de centrales solares

En la actualidad existen cuatro tipos diferentes de centrales solares. En cada una de ellas se utilizan distintas tecnologías que están en continuo desarrollo y mejora. Es por esto que la energía solar es una de las más utilizadas e implantadas en los últimos años, además de por su baja contaminación.

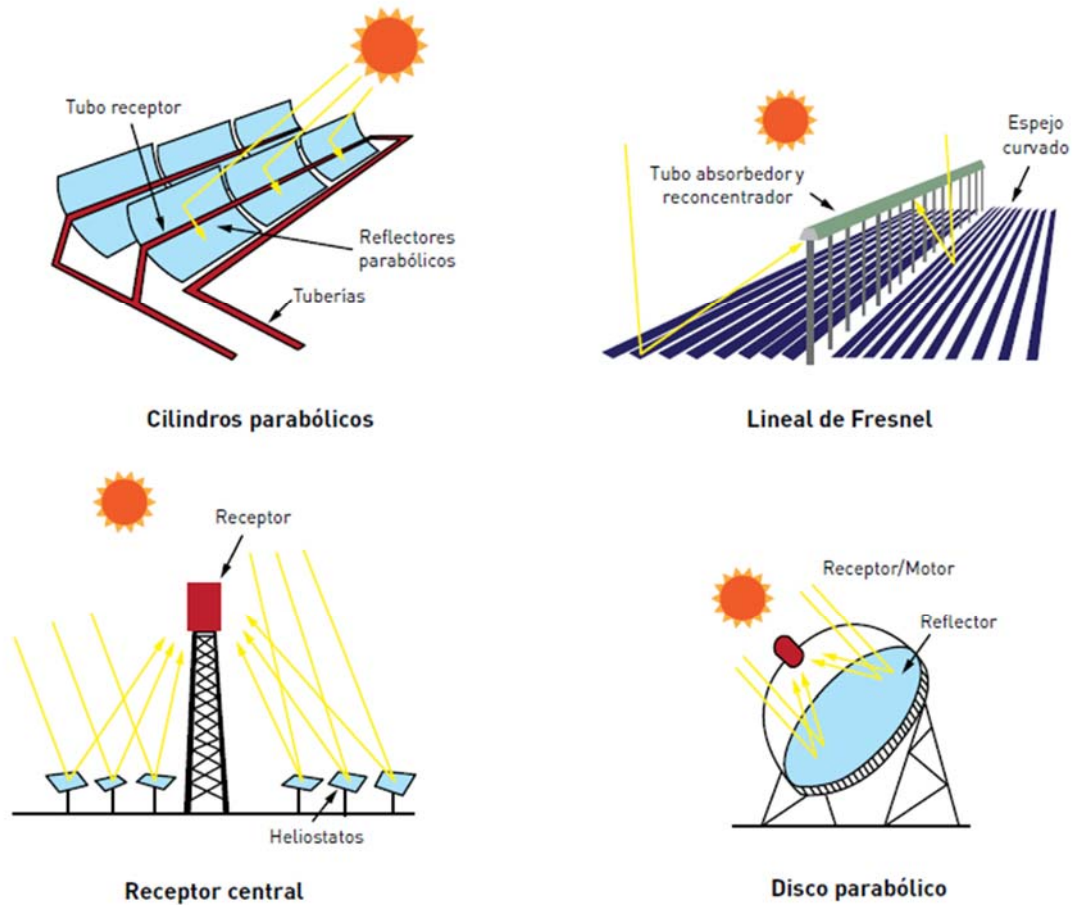


Figura 8. Tipos de centrales solares. Fuente:atmosferis.com

1.4.1 Central de canales parabólicos

Es la más extendida hoy día, y consiste en campos con formas rectas compuestos por carriles de heliostatos parabólicos que concentran el calor en tuberías.



Figura 9. Central de canales parabólicos. Fuente: textoscientificos.com

Algunos ejemplos en España de este tipo de central son Andasol 1 y Andasol 2 (RREEF/ANTIN/COBRA, 50 MW cada una), en Aldeire-Granada o Ibersol Puertollano (Iberdrola, 50 MW), en Puertollano-Ciudad Real.

1.4.2 Tecnología de receptor central o de torre con campo

La central con torre es otra de las más habituales, y está formada por un campo curvo (circular, elíptico...) en el que los paneles se disponen en anillos y sus rayos se concentran en una torre situada en algún punto del mismo.



Figura 10. Central de torre con campo. Fuente: eldiario.es

PS10 y PS20 del complejo Solúcar (Abengoa, 10 y 20 MW respectivamente) en Sanlúcar la Mayor son dos de las plantas españolas más destacables de este tipo. Además, de entre las 10 plantas termosolares más importantes del mundo, gran parte son de torre central, entre ellas la más grande: Ivanpah (NRG Energy, BrightSource Energy y Google, 392 MW), en Estados Unidos, que produce por sí sola el 30% del total de energía solar producida en su país.

1.4.3 Central de reflectores lineales de Fresnel

Este tipo de central no es muy habitual porque es novedosa, pero ya se encuentra en fase comercial y conocemos algunos ejemplos en España, como las plantas de Puerto Errado I y II en Calasparra-Murcia (Novatec, EBL, IWB, EWZ, EKZ y EWB, 1.4 y 30 MW respectivamente).



Figura 11. Central de reflectores lineales de Fresnel. Fuente: solar-energia.net

Al igual que las centrales de torre, concentran la radiación solar, pero en este caso a lo largo de una línea. Esta “línea” en realidad es un tubo absorbedor situado a varios metros de altura.

1.4.4 Tecnología de discos parabólicos de Stirling

Se encuentra aún en fase de pruebas, con vistas a una pronta implantación a nivel comercial.

Los campos de este tipo se componen de unidades independientes de discos parabólicos que concentran la energía en un punto y producen de 5 a 25 MW de potencia unitaria.

En la Plataforma Solar de Almería, por ejemplo, cuentan con varias unidades prototipo de estos discos parabólicos con motor Stirling (Proyectos DISTAL I, DISTAL II y EURODISH).

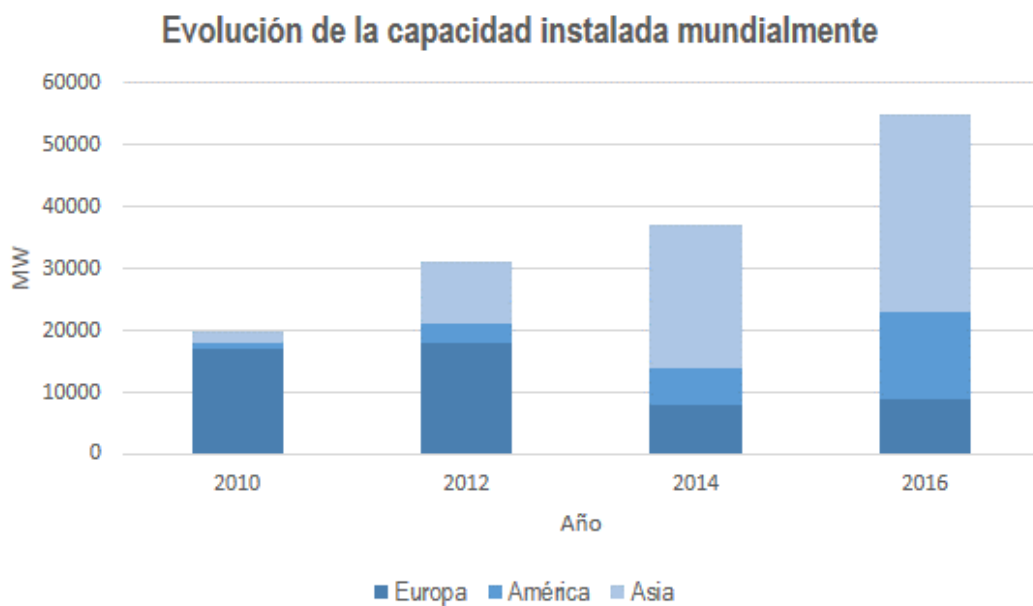


Figura 12. Central de discos parabólicos Stirling. Fuente: solar-energia.net

1.4.5 Las centrales más grandes del mundo

Según el informe del último trimestre realizado por la consultora **IHS Markit** ^[1], “se confirma el crecimiento durante una década de la demanda solar, y el total de capacidad instalada mundialmente ha alcanzado una cifra récord de 77 GW, suponiendo un 34% de subida anual.”

Tabla 1. Evolución de la capacidad instalada alrededor del mundo. Fuente: elperiodicodelaenergia.com



^[1] Von Aichberger, S., & Berg, J., «Solar Thermal Electricity,» *Informe*, vol. Q1, 2017.

En la siguiente tabla se muestran las principales características de las centrales solares más grandes del mundo, siendo **Kurnool Ultra Mega Solar Park** la más importante. Con sus 1000 MW de capacidad y sus más de 4 millones de paneles solares, ha supuesto con una inversión de alrededor 1100 millones de dólares, cofinanciada por los desarrolladores y la empresa propietaria, estando también una parte subvencionada por el Gobierno.

Tabla 2. Las plantas solares más grandes del mundo. Fuente: *elperiodicodelaenergia.com*

Nombre	Lugar	Empresa constructora	Potencia	Área
Kurnool Ultra Mega Solar Park	Panyam Mandal (India)	Andhra Pradesh Solar Power Corporation Private Limited (APSPCL)	1.000 MW	24 km ²
Longyangxia Hydro- Solar PV Station	Qinghai (China)	Powerchina	850 MW	9,16 km ²
Kamuthi Solar Power Project	Kamuthi (India)	Adani Green Energy (Adani Group)	648 MW	10 km ²
Solar Star Solar Farm I y II	Rosamond, California (Estados Unidos)	SunPower	597 MW (Conjuntamente)	13 km ²
Copper Mountain Solar	Nevada (Estados Unidos)	Sempra Generation	552 MW	6 km ²
Desert Sunlight	Desierto de Mojave, California (Estados Unidos)	First Solar	550 MW	16 km ²
Topaz Solar Farm	San Luis Obispo, California (Estados Unidos)	First Solar	550 MW	26 km ²



Figura 13. Kurnool Ultra Mega Solar Park en India. Fuente: *elperiodicodelaenergia.com*

1.5 Tecnología de receptor central o de torre

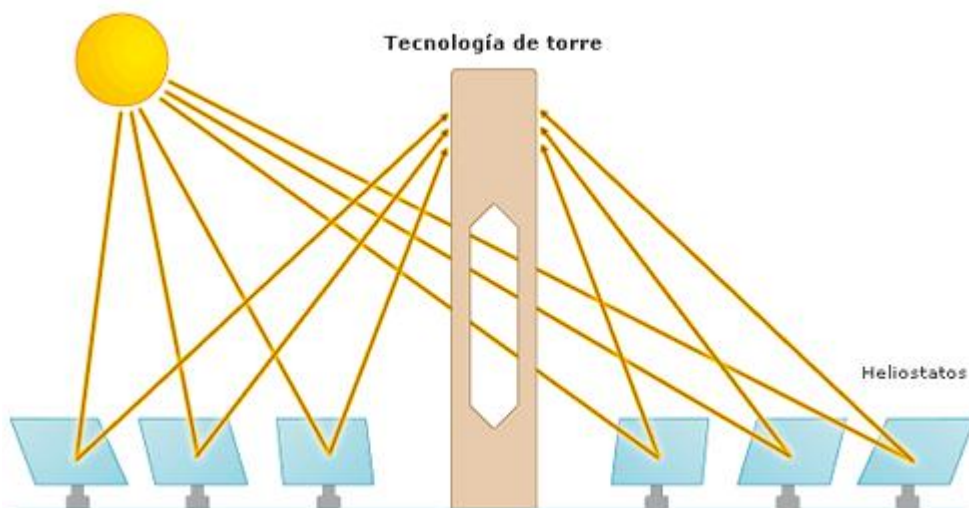


Figura 14. Tecnología de torre central. Fuente: *microsiervos.com*

Aunque ya se ha hablado de este tipo de plantas en apartados anteriores, éste se centra en ellas más detalladamente puesto que es el tipo que se ha considerado para el trabajo.

Como ya se ha dicho, los campos pueden ser circulares o elípticos, y están formados por heliostatos situados en anillos que se orientan (con movimiento independiente) todos a la misma dirección, en este caso una torre. La torre estará situada en algún punto del campo, bien puede ser el centro, algún extremo, o por ejemplo un poco de la elipse.

En muchos de los casos, sobre todo en las centrales más antiguas, se usa el calor de los rayos que enfocan a la torre para calentar agua, y el vapor de agua resultante impulsa una turbina que produce energía.

Nuevas tecnologías utilizan sodio líquido, o bien sales fundidas (compuestas por nitrato de potasio y nitrato de sodio). Su alta capacidad calorífica permite que almacenen energía antes de usarla para calentar el agua que generará el vapor para impulsar las turbinas. Permiten la generación de electricidad incluso cuando el sol no incide sobre el campo, puesto que parte de las sales se almacenan en un tanque caliente capaz de conservar el calor para utilizarlo en ese caso.

Un buen ejemplo de este último tipo de torre, torre con sales, lo tenemos en la Planta *Gemasolar* de la empresa Torresol en Fuentes de Andalucía, Sevilla, donde se producen 20 MW.

1.6 Impacto ambiental

Bien sabido es que el sol es fuente de energía limpia, que no emite contaminación y produce electricidad de manera sostenible. Sin embargo, también tiene algunas desventajas, que teniendo en cuenta el alcance del proyecto puede tener sus consecuencias respecto al impacto ambiental que puedan producir. En los siguientes subapartados se exponen algunos de estos riesgos.

1.6.1 Riesgos relacionados con la ubicación de la planta

Dependiendo del lugar de construcción, y también del tamaño de la planta, las centrales solares pueden generar degradación del suelo y pérdida de hábitats. Además, la naturaleza reflectiva de los heliostatos y el aire supercalentado existente encima de las plantas se tienen en cuenta a menudo como riesgos ecológicos para los pájaros y otra fauna.

1.6.2 Consumo de agua

En las plantas solares se utiliza una gran cantidad de agua tanto para su funcionamiento como para su enfriamiento. También se usa agua para la limpieza de los paneles, siendo este el eje conductor de este trabajo. Algunas centrales pueden gastar hasta 3000 litros por MW-hora de electricidad productiva.

Todo ello depende, como ya se ha dicho, del tipo de planta, del sistema de refrigeración que utilice, de sus dimensiones y su localización.

Para evitar este problema, existe la tecnología de enfriamiento en seco, que reduce en un 90 % la necesidad de agua; aunque es obvio que los costes son mayores y se pierde eficiencia.

1.6.3 Uso de sustancias perjudiciales para el medio

Primeramente, en la fabricación de las células solares intervienen gran cantidad de sustancias químicas, tales como ácido clorhídrico, ácido sulfúrico, ácido nítrico, fluoruro de hidrógeno, 1,1,1-tricloroetano y acetona. Es por ello que los trabajadores están expuestos en gran medida a este tipo de sustancias, que variarán en tipo y cantidad según la célula concreta con la que se esté trabajando.

En los paneles de capa fina se usan otras sustancias muy tóxicas como arseniuro de galio, diseleniuro de cobre, indio, galio y telurio de cadmio, que deben ser desechadas correctamente para evitar que produzcan un problema de contaminación medioambiental.

1.6.4 Emisión de gases a la atmósfera

La energía solar es una energía limpia, aunque se produce algo de CO₂ asociado al ciclo completo de producción. Las emisiones están ligadas principalmente a la fabricación, transporte, instalación, mantenimiento, etc...

Aun así, los aportes de dióxido de carbono son muchísimo menores que en el caso del gas o el carbón, como sucede en cualquier fuente de energía renovable.

1.7 Impacto social y económico

Como tecnología relativamente nueva, y en continuo desarrollo, la energía solar genera buenos datos económicos año tras año. El volumen anual de mercado en todo el mundo es de unos 3000 millones de dólares, y mientras que hace 10 años la capacidad instalada mundialmente era de 0.5 GW, ahora ronda los 5 GW.

En Andalucía ya se dispone de un amplio tejido empresarial con alrededor de 1000 MW repartidos en la veintena de plantas ubicadas en la comunidad.

El uso de la energía solar puede conllevar el aumento de empleo en algunas regiones donde se concentren las plantas, así como una mayor reducción de los gases invernadero emitidos a la atmósfera.

En algunos informes consultados de **GreenPeace**^[2], se añade que *“la energía solar termoeléctrica podría suministrar el 6% de la demanda de electricidad global para 2030 y alcanzar el 12% en 2050, si se dan las condiciones adecuadas”* y *“podría generar 2.7 millones de empleos para 2030”*. Otra aportación llamativa es que *“las emisiones de CO₂ asociadas a la fabricación, instalación y funcionamiento de una central solar a lo largo de 20 años se recuperan en los 3 o 6 primeros meses de funcionamiento”*.

Con estos datos se puede concluir que el futuro es esperanzador, ya que el perfeccionamiento de la tecnología y su producción en masa harán que los precios bajen, aumente la demanda y que sea finalmente una energía más accesible y barata para nuevos usuarios; lo cual da lugar a un impacto social y económico positivo.

^[2] GreenPeace, SolarPaces, & STELA, «Solar Thermal Electricity,» *Informe*, p.5, Febrero 2016.

Tabla 3. Análisis DAFO Energía Solar.

Fortalezas	Debilidades
<ul style="list-style-type: none"> -Gran cantidad de horas de sol en buena parte del planeta -Disponibilidad de terrenos adecuados -Apoyo de administraciones y sociedad 	<ul style="list-style-type: none"> -Número limitado de proveedores -Necesidad de terrenos adecuados -Necesidad de grandes recursos hídricos
Oportunidades	Amenazas
<ul style="list-style-type: none"> -Disminuye la dependencia energética de los países -Reducción de gases invernaderos -Expansión internacional -Creación de empleo -Atracción de inversores -I+D 	<ul style="list-style-type: none"> -Indefinición del marco legal -Impacto ambiental -Falta de nuevas tecnologías

2. SISTEMAS DE LIMPIEZA

2.1 Introducción

Los heliostatos son parte fundamental de las centrales solares. Su rendimiento depende de factores tales como su buena orientación o su adecuado mantenimiento.

Además, estas plantas normalmente se sitúan en grandes terrenos arenosos y polvorientos, por lo que el rendimiento de los paneles y por tanto, de la central generadora, puede ser también gravemente perjudicado si no se realizan limpiezas periódicas. Otros residuos que cubren los paneles, dependiendo de la ubicación exacta, pueden ser el polen, hojas, depósitos salinos en áreas cercanas al mar y excrementos de aves.

Dicha suciedad irá acumulándose sobre la superficie del heliostato, haciendo que llegue menos luz a las células fotovoltaicas y con la consiguiente pérdida de energía que eso supone.

Las pérdidas por la acumulación de suciedad en la superficie de las placas están entre el 10 % y el 15 %, aunque dependen del tipo de captadores y sus características (sensibilidad, precisión...)

Por todo esto, deben planificarse las tareas de limpieza periódicas con objeto de tener la mayor parte de los paneles funcionando en perfecto estado y en óptimas condiciones.

Sin embargo, ningún factor indica con qué frecuencia se debe hacer, lo que dependerá en gran medida de la ubicación de la central solar, viéndose afectadas en mayor medida las que se encuentren en zonas montañosas, cercanas a zonas industriales o agrícolas...

Además, el factor de ensuciamiento es un parámetro que se suele tener en cuenta a la hora de estimar las pérdidas monetarias de las empresas, ya que pueden reducir hasta un 5% la producción total de energía en la planta. Teniendo en cuenta estas pérdidas en un buen horizonte temporal, suponen a largo plazo un razonable descenso de los beneficios.

2.2 Tipos de sistemas de limpieza

A continuación, con vistas a analizar las ventajas y desventajas de cada uno de ellos, se realiza una clasificación de los diferentes métodos de limpieza existentes en el mercado según las siguientes características: con o sin rozamiento, limpieza en agua o en seco y manual o mecanizado.

- Limpieza con pértiga y agua

Es un método con rozamiento, de limpieza en agua y manual. Las pértigas contienen un cepillo en su extremo, normalmente de poliéster, de tal forma que no causen daños en el heliostato. El agua es proporcionada por una máquina (manguera de hasta 100 metros) que impulsa el agua, de manera que la suciedad desprendida por el roce del cepillo va siendo arrastrada. Sin embargo, solo puede usarse en superficies de hasta 20 metros de altura.



Figura 15. Limpieza con pértiga y agua. Fuente: limpiezaplacassolares.com

- Limpieza con agua a presión

Nos encontramos ante un caso sin rozamiento, con agua y mecanizado. Consiste en un equipo de limpieza a presión que normalmente incorpora una plataforma en la que se sitúa el operario, que se encargará de las tareas de limpieza con la manguera a presión. También puede ser dirigido por un sistema automático. Una de las más notables desventajas de este sistema es que requiere de mucho tiempo, lo cual sería inviable en campos de grandes dimensiones.



Figura 16. Limpieza con agua a presión. Fuente: infobae.com

- Limpieza con vapor de agua

Utiliza el vapor de agua para la limpieza de los heliostatos, siendo el sistema muy parecido al anterior. Además del mecanismo anterior, dispondrá de un equipo calefactor que proporcione el vapor, y de una campana que lo dirija hasta la superficie del panel.



Figura 17. Limpieza con vapor de agua. Fuente: ECOTicias.com

- Limpieza por rodillo autopropulsado

Sistema por rozamiento, con agua y mecanizado. Está formado por un mecanismo con un rodillo que gira en su extremo, y que al aproximarse al heliostato lo limpia. El operario se encarga desde la máquina de dirigirlo, sin necesidad de estar subido en la plataforma como en otros casos, lo que hace este método más seguro. Sin embargo, si el rodillo no se dirige adecuadamente, puede causar daños graves en el panel.



Figura 18. Limpieza por rodillos autopropulsado. Fuente: playser.com

- Limpieza mecanizada automática

Optimización de las rutas y flota de vehículos de limpieza en una planta termo-solar mediante aproximaciones lineales sucesivas.

Se trata de la limpieza por medio de rodillos o sistemas de pulverización automáticos colocados en las estructuras de los paneles, que se encargan de limpiar periódicamente sin la necesidad de personal dedicado.



Figura 19. Limpieza mecánica automatizada. Fuente: Google

- Limpieza mediante robots

Uno de los métodos más novedosos es el uso de pequeños robots para la limpieza de manera totalmente automática. Se utilizan en zonas de difícil acceso, tales como cubiertas de edificaciones o naves, y también se han implantado en el caso de los paneles solares. Estos robots usan muy poca agua, lo que reduce el gasto de forma considerable.



Figura 20. Limpieza mediante robots. Fuente: diariorenovables.com

Además, existen varios modelos en funcionamiento que ni siquiera usan agua, sino que limpian la superficie de la placa con ayuda de brochas de microfibra y sopladores que van retirando la suciedad con gran eficacia.



Figura 21. Limpieza mediante robots sin agua. Fuente: ecoinventos.com

No obstante, la mayoría de los anteriores métodos también pueden automatizarse total o parcialmente usando robots.

Finalmente, destacar otro método, que consiste en dejar una capa antiadherente en la superficie del panel de forma que con la lluvia se limpien, lo que consigue optimizar el rendimiento en un 5 %.

Se elegirá de entre todos estos sistemas el más apropiado según las características de cada planta.

2.3 Selección del sistema a implantar

Finalmente se selecciona, de entre todos los métodos anteriores, el más adecuado a implantar en la planta desarrollada en este trabajo, partiendo de que la pérdida de rendimiento de las placas no debe ser superior al 5%.

Se tendrán en cuenta varios factores, que afectan a la hora de poner en funcionamiento la planta, por ejemplo, el método de limpieza elegido no debe producir daños en la superficie de los paneles, que puedan desviar los rayos de sol o disminuir su reflectividad. Es por ello que se descartan los métodos basados en limpieza con pértigas, manuales, a presión, etc.

Además estos métodos implican mucho tiempo, ya que en algunos casos se usan vehículos con elevación y aproximación, y la repetición del proceso en un gran número de heliostatos supone unos ciclos de trabajo más amplios que en otros casos.

El sistema basado en pértigas está limitado además por la altura, y al ser manejadas por operarios, se necesitaría una gran plantilla para cubrir toda la extensión del campo en breves espacios de tiempo. Esto ocurre para cualquier método manual que se contemple.

El método de capa antiadherente tampoco parece ser una opción factible, ya que las zonas en las que se instalan este tipo de campos solares suelen ser escasas en precipitaciones.

En conclusión, los métodos más viables a la hora de elegir uno son el sistema de limpieza mecanizada automática y el sistema de limpieza mediante robots. Sin embargo, el sistema de limpieza mecánica automática debe instalarse en la totalidad de los heliostatos, lo cual no supone a primera impresión una buena solución desde el punto de vista económico.

Se elige por tanto el método de limpieza por robots.

El nuevo objetivo será el de establecer rutas de limpieza óptimas usando el menor número de robots y haciéndolo en el menor tiempo posible.

3. DISEÑO

3.1 Tipos de Campo

Al comenzar este proyecto se contempla, antes que cualquier cosa, el diseño de una central de receptor central o torre con campo. Inicialmente se analizan cuatro tipos de diferentes disposiciones de éstos elementos, entre los que se distinguirá la forma del campo entre circular o elíptica, situando la torre en distintos puntos como son el centro de la circunferencia o el foco de la elipse. De esta forma se podrán realizar diferentes experimentos utilizando distintos escenarios.

A continuación se describen los distintos modelos a diseñar.

3.1.1 Campo circular

Es necesario conocer las dimensiones del campo, en este caso el radio, y el número de anillos (que también serán circulares) entre los que se quieran situar los heliostatos. Cabe destacar que la numeración de los nodos comenzará a partir de la circunferencia menor y el ángulo 0 grados, siendo el primero nodo el número 1.

- *Caso 1:* Con torre en el centro.

La torre se situará en el centro y los distintos anillos serán circunferencias concéntricas a ésta.

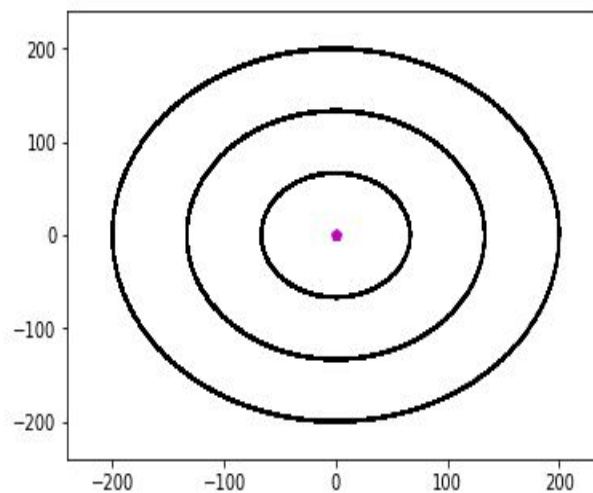


Figura 22. Campo circular con torre en el centro. Fuente propia.

- *Caso 2:* Con torre en un extremo lateral.

La torre se situará en un extremo del campo, y los anillos serán circunferencias tangentes interiores al punto en el que se encuentra ésta.

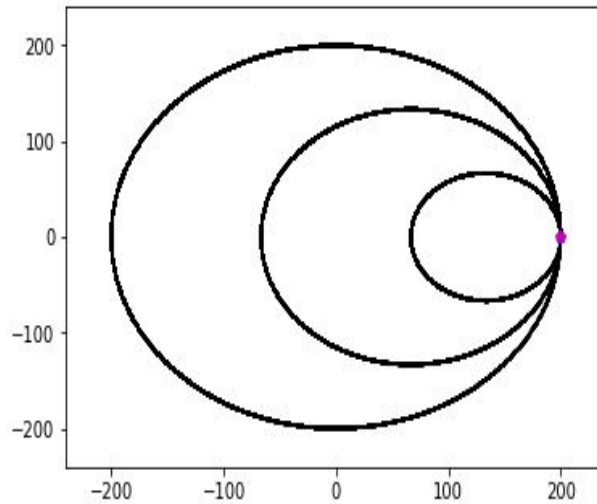


Figura 23. Campo circular con torre en un extremo. Fuente propia.

3.1.2 Campo elíptico

Para el diseño de un campo elíptico se establecerán las dimensiones 'a' y 'b' de la elipse, así como el número de carriles interiores en los que se vayan a colocar paneles. En este caso, los nodos también comenzarán a numerarse en 1 desde la elipse más pequeña y a partir de 0 grados.

- *Caso 3:* Con torre en el foco

El punto en el que se encontrará la torre será el foco de la elipse, y las elipses serán concéntricas a partir del foco de la primera.

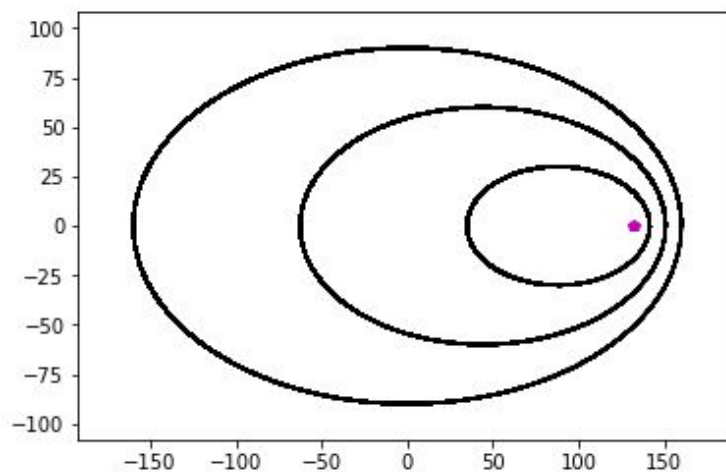


Figura 24. Campo elíptico con torre en el foco. Fuente propia.

- *Caso 4:* Con torre en un extremo lateral

En este último caso la torre se sitúa en un extremo del campo, sin embargo, no es arbitrario el lugar. Se debe tomar uno de los dos extremos superior o inferior (en este caso, en el cual la

elipse está “tendida”), ya que mientras más cerca se encuentre la torre de un mayor número de heliostatos, mayor será su eficiencia. Las elipses interiores serán tangentes a este punto.

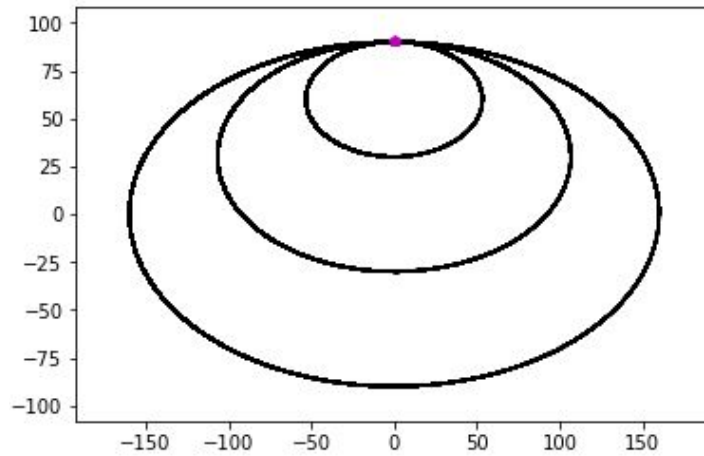


Figura 25. Campo elíptico con torre en un extremo. Fuente propia.

Además, para facilitar el paso de personal y camiones, se establecen una serie de carriles a lo largo de todo el campo que conecten unos anillos o zonas con otras. Cada distribución, por tanto, incluirá las radiales que se deseen a partir de la posición en la que se sitúe la torre. Se pueden ver todos los casos en las siguientes figuras:

➤ *Caso 1*

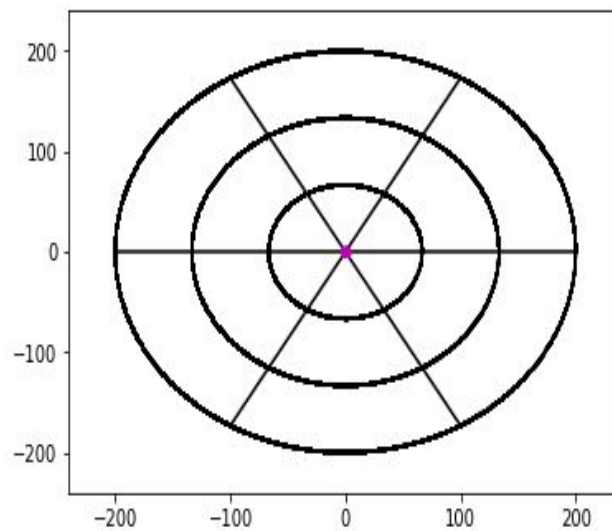


Figura 26. Caso 1 con radiales. Fuente propia.

➤ *Caso 2*

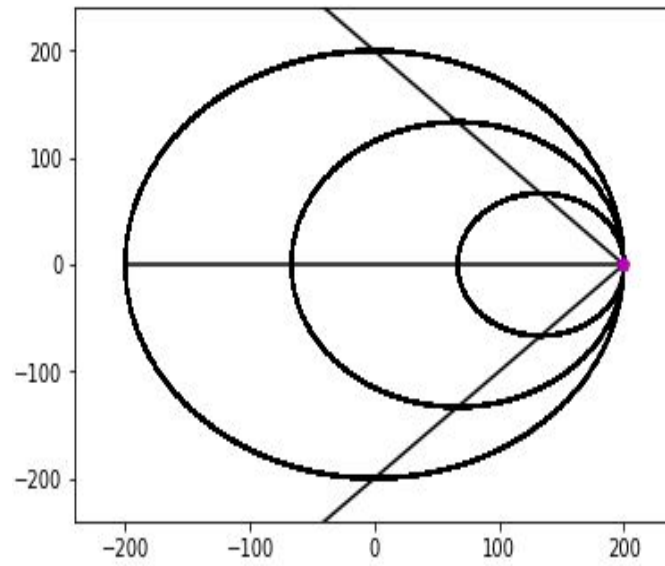


Figura 27. Caso 2 con radiales. Fuente propia.

- *Caso 3*

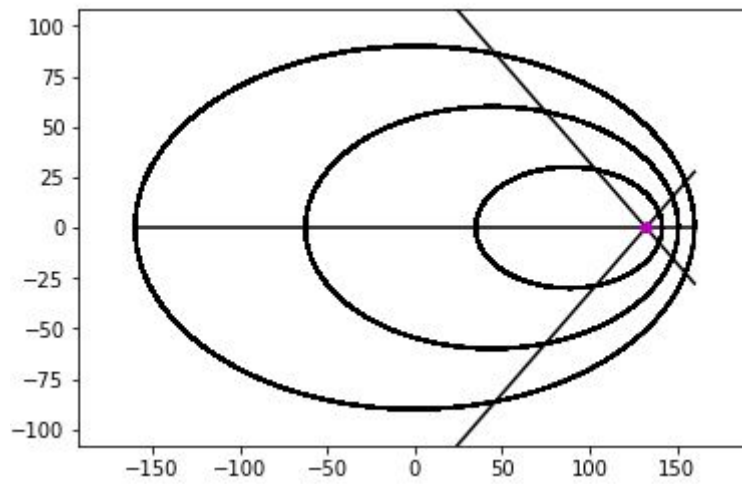


Figura 28. Caso 3 con radiales. Fuente propia.

- *Caso 4*

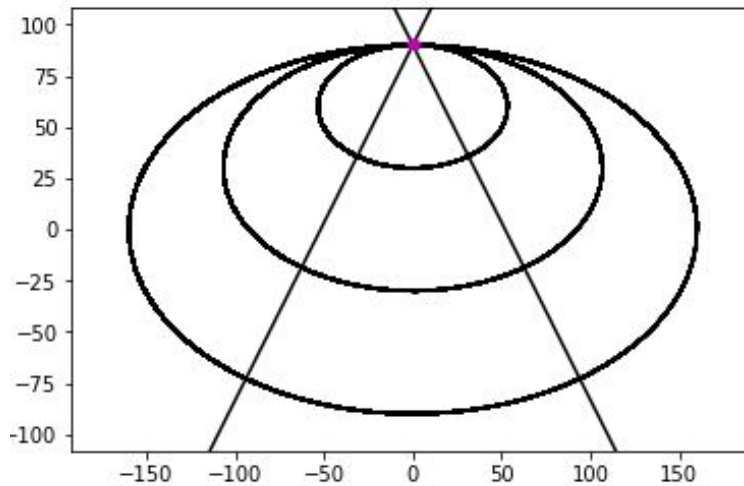


Figura 29. Caso 4 con radiales. Fuente propia.

3.2 Procedimiento para la construcción de topologías de campos solares

3.2.1 Parámetros

Además de los parámetros referidos al campo que ya se han mencionado anteriormente, las funciones que crean la matriz de distancia entre nodos incluyen algunos datos más que hay que introducir, tales como:

Tabla 4. Parámetros de la función.

NOTACIÓN	DESCRIPCIÓN
<i>Torre</i>	A elegir entre 'casoX' para los 4 casos existentes, se puede escribir también entre comillas simples.
<i>n</i>	Número de calles concéntricas a la forma elegida.
<i>r</i>	En el caso de que se tome forma circular, radio mayor del campo.
<i>a</i>	En el caso de que se tome forma elíptica, parámetro a de la elipse (distancia en el eje Y).

b	En el caso de que se tome forma elíptica, parámetro b de la elipse (distancia en el eje X).
$anchopanel$	Dato del ancho que tendrán los paneles seleccionados.
rad	Número de calles radiales a la forma seleccionada.
$densidad$	En torno a 0.005 heliostatos/metro lineal –Se consideran paneles de 10 metro de largo agrupados de 20 en 20.

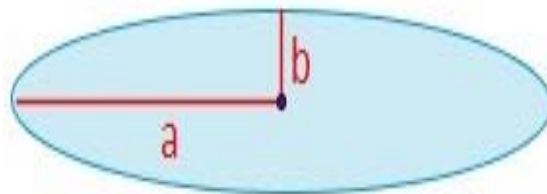


Figura 30. Parámetros a y b de una elipse. Fuente: universoformulas.com

3.2.2 Mensajes de error

Se incluyen también varios mensajes de error dentro de la función en el caso en el que se produzca algún fallo. Para ello se utilizan variables ‘bandera’. La función devuelve diferentes mensajes de error cuando:

- I. Los datos de entrada no son correctos (Ejemplo: introducir un radio si se elige forma elíptica).
- II. La disposición de torre no coincide con la forma del campo (Ejemplo: no existe 'caso3' para campo 'circular').
- III. Se introduce una forma que no está contemplada (Ejemplo: 'cuadrada')
- IV. No caben los paneles porque:
 - a) Se ha tomado un alto número de calles.
 - b) La holgura que se toma es demasiado "conservadora".
 - c) Los paneles son excesivamente grandes.

3.2.3 Estructura de la función

A continuación se explica de forma breve el esquema que sigue la función con que la se obtiene la matriz de distancias entre los nodos del campo. Las imágenes que se muestran corresponden a un campo circular de torre centrada con 2 anillos y 3 radiales, y con una densidad muy pequeña para mayor claridad.

La función comienza a establecer el campo según la forma elegida, sus diferentes anillos interiores, y la torre en la posición correspondiente. En todo momento, como ya se ha visto, aparecen una serie de banderas que interrumpen el código en el caso de que se produzca alguna incoherencia.

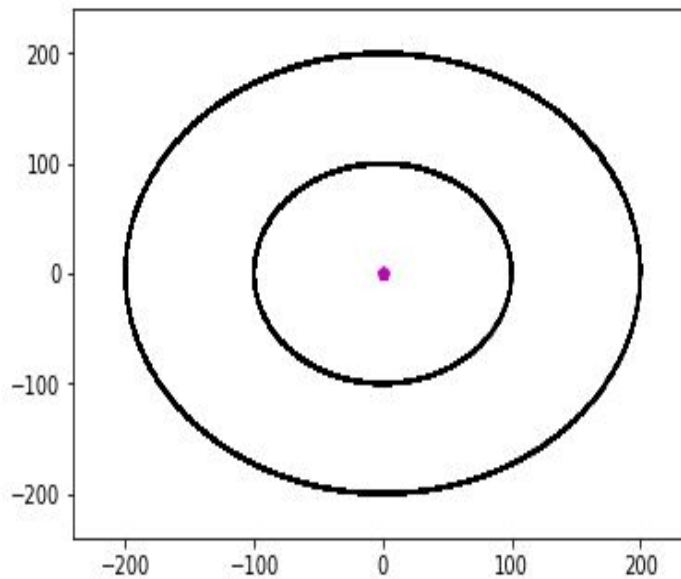


Figura 31. Diseño de los anillos del campo. Fuente propia.

Seguidamente, se introducen las ecuaciones de las radiales, y se hallan los puntos de corte entre los anillos y las radiales, que serán considerados nodos de la malla. Los nodos de “cruce” se representan mediante puntos azules en la figura.

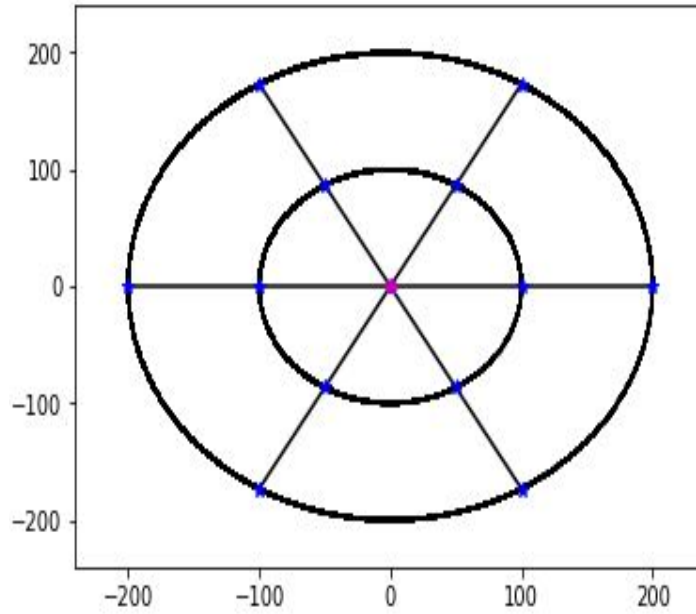


Figura 32. Diseño de las radiales del campo. Fuente propia.

Después se colocan los heliostatos agrupados en nodos a partir de la densidad, y se forma el vector de nodos. En la siguiente imagen los nodos de heliostatos se corresponden con los puntos amarillos.

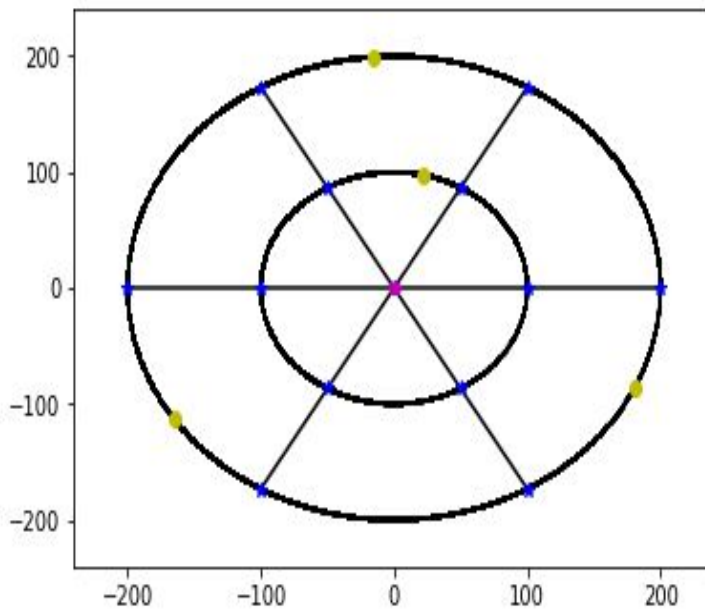


Figura 33. Colocación de nodos de heliostatos. Fuente propia.

El vector nodos agrupa tanto a los nodos de “cruce” como a los nodos de heliostatos, y todos éstos se unirán mediante arcos a sus nodos contiguos, tanto en el mismo anillo como en el resto. Se calculan para ellos las distancias simples. En el siguiente ejemplo se pueden ver los “vecinos” del nodo 1, que serán $\{2, 3, 4\}$, formándose los arcos (1,2), (1,3) y (1,4).

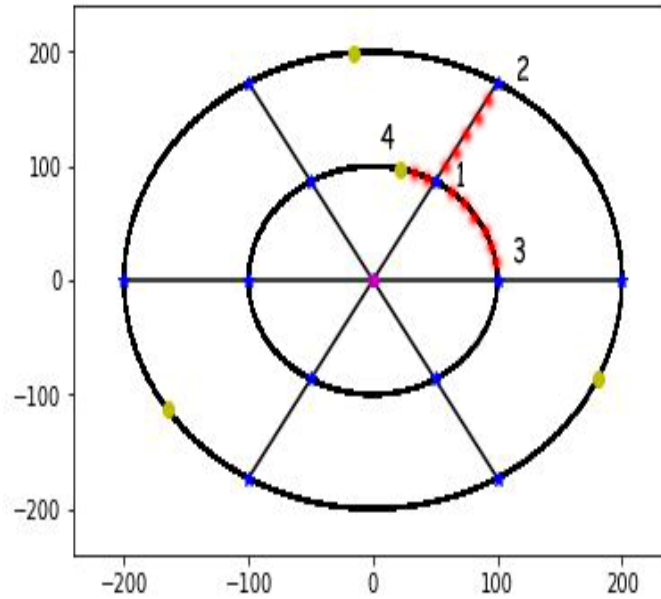


Figura 34. Arcos (i, j) de un nodo. Fuente propia.

Finalmente, se obtiene la matriz de distancias entre todos los nodos de la red con ayuda de la librería de grafos *networkx*.

Para concluir, se muestra cómo quedarían los 4 tipos distintos de diseño de campo, incluyendo todos los elementos: torre, anillos, radiales y nodos. Como anteriormente, la densidad de los heliostatos se toma baja para mayor sencillez de la figura.

- Campo circular con torre en el centro.

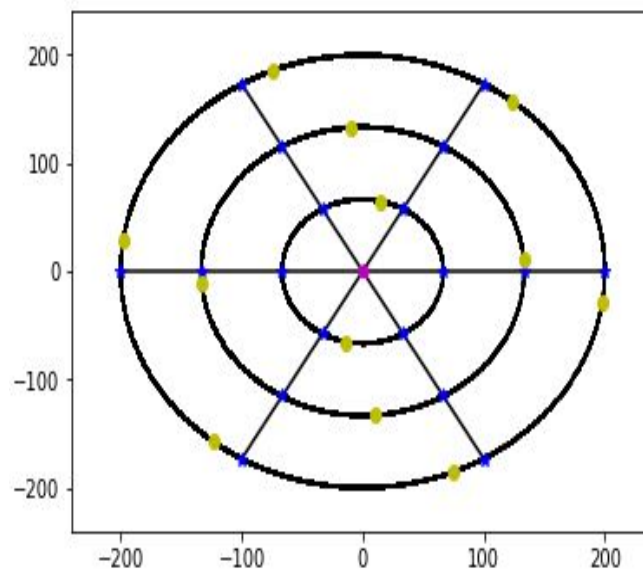


Figura 35. Diseño de un campo circular con torre centrada. Fuente propia.

- Campo circular con torre en un extremo lateral.

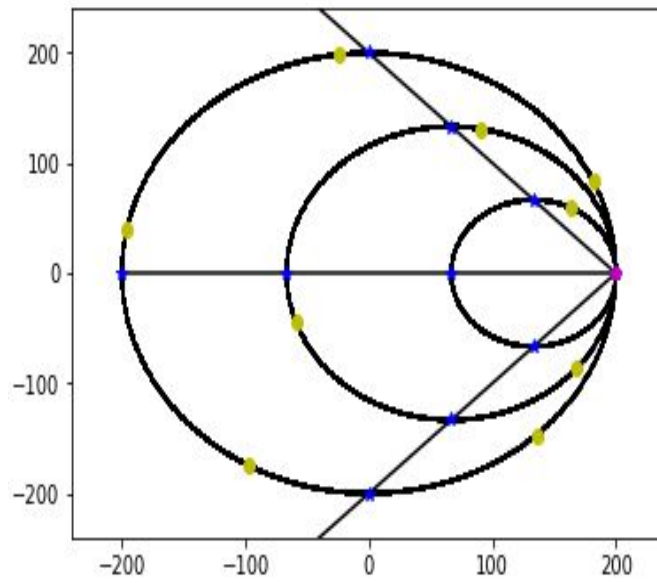


Figura 36. Diseño de un campo circular con torre lateral. Fuente propia.

- Campo elíptico con torre en el foco.

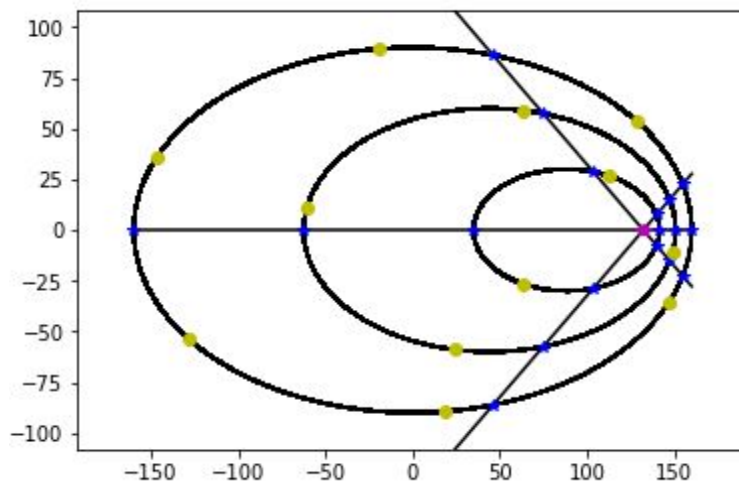


Figura 37. Diseño de un campo elíptico con torre en un foco. Fuente propia.

- Campo elíptico con torre en un extremo lateral.

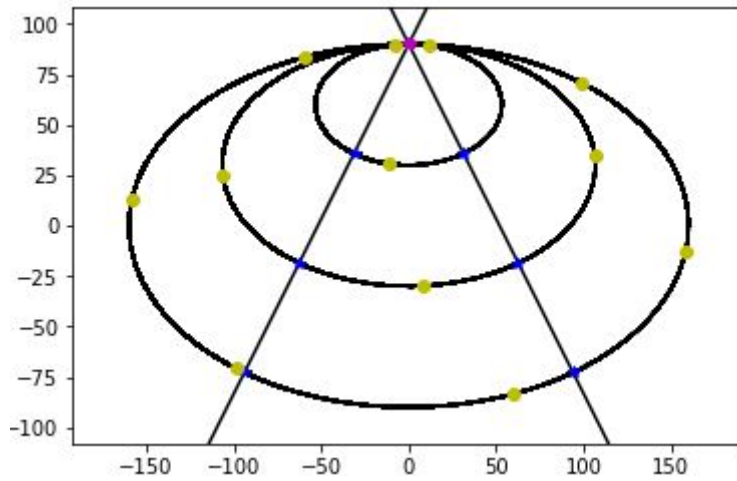


Figura 38. Diseño de un campo elíptico con torre lateral. Fuente propia.

4. EL PROBLEMA DE RUTAS DE VEHÍCULOS (VRP)

El problema de rutas de vehículos (Vehicle Routing Problem) es uno de los problemas más conocidos de optimización combinatoria y programación entera. Se planteó hace más de 50 años, siendo la evolución del también conocido Problema del Viajante.

Principalmente trata de establecer las rutas óptimas de los vehículos para repartir una mercancía entre un conjunto dado de clientes, estando sujeto a una serie de restricciones:

- ✓ Los clientes se visitan una sola vez y por un solo vehículo.
- ✓ Todas las rutas comienzan y terminan en el mismo punto.
- ✓ Los vehículos tienen una capacidad, que es conocida, y no puede ser superada por la demanda que se cubre en la ruta.
- ✓ La longitud de la ruta también tendrá un valor máximo que deberá ser respetado.

En cuanto al objetivo del problema, depende de los datos que se conocen y la tipología del problema, aunque normalmente se usarán las funciones típicas de este tipo de casos: maximizar beneficios, minimizar el coste total, minimizar la distancia o el tiempo, equilibrar los recursos...

En la figura se puede observar gráficamente el funcionamiento del VRP.

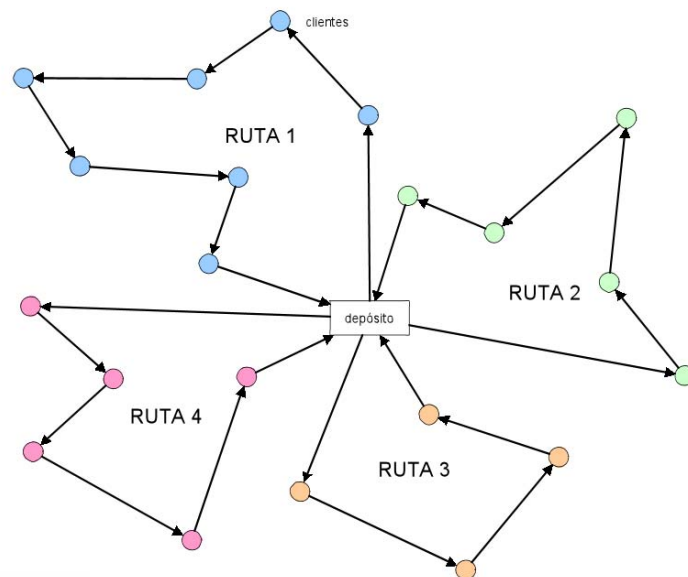


Figura 39. Problema de rutas de vehículos. Fuente: Wikipedia

La descripción del problema es la siguiente:

Se dispone de una flota homogénea de vehículos, con capacidad U conocida, que parten todos desde el mismo punto, supondremos desde el nodo 1 (depósito). Así mismo, existe un conjunto de clientes con tamaño $N-1$ y una demanda D_j ($j=2, \dots, N$).

El problema, por tanto, será encontrar las rutas que satisfagan las demandas de los clientes y, en este caso, que minimicen la suma de costes C_{ij} de viajar de unos nodos a otros.

✓ *Variables:*

$$x_{kij} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ viaja por el arco } (i, j) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si algún vehículo viaja por el arco } (i, j) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

✓ *Función objetivo:* Minimizar el coste total.

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j \in A} C_{ij} x_{ij} \quad (4-1)$$

✓ *Restricciones:*

- Los vehículos deben visitar al cliente i comenzando por el primer nodo, y deben salir hacia otro cliente j .

$$\sum_{i=1}^N y_{ij} = 1, \quad j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (4-2)$$

$$\sum_{j=1}^N y_{ij} = 1, \quad i = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (4-3)$$

- El número de vehículos que deben salir y regresar del nodo 1 deben ser igual al total de la flota, K .

$$\sum_{j=2}^N y_{1j} = K \quad (4-4)$$

$$\sum_{i=2}^N y_{i1} = K \quad (4-5)$$

- La demanda D_j que cubre cada ruta no debe superar la capacidad U del vehículo que la sirva.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_j x_{kij} \leq U, \quad \forall k; \quad \forall i \neq j \quad (4-6)$$

- Cada cliente debe ser visitado por un único vehículo.

$$\sum_{k=1}^K x_{kij} = y_{ij}, \quad \forall i, j; \quad \forall i \neq j \quad (4-7)$$

- Para terminar, se añaden las condiciones de Miller-Tucker, que relacionan los nodos a pares (exceptuando el primero) y evitan las subrutas. Las variables u son continuas y representan el orden en el que son visitados los distintos nodos de la red.

$$u_i - u_j + U \cdot y_{ij} \leq U - D_j, \quad i, j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (4-8)$$

Las subrutas son aquellas que no empiezan en el nodo depósito o que no incluyen todos los nodos a pesar de empezar en el depósito. Por ejemplo, para un caso de 6 nodos y 2 vehículos, el siguiente resultado cumpliría todas las restricciones pero no sería una solución correcta:

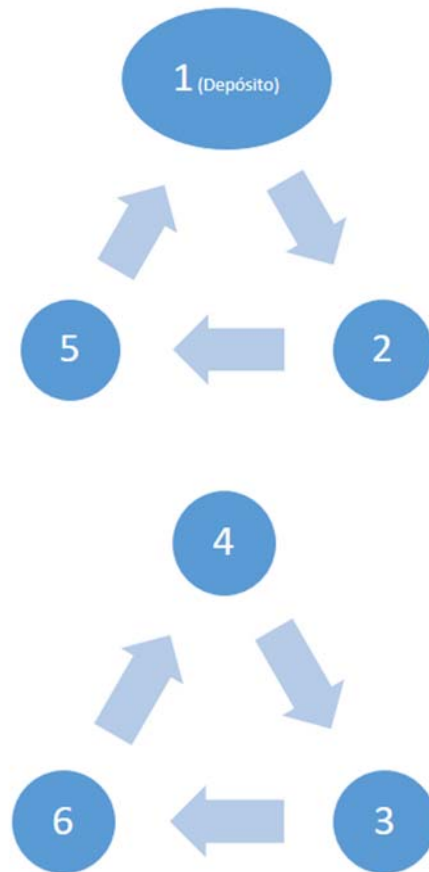


Figura 40. Solución sin incluir condiciones de Miller-Tucker. Fuente propia.

Al añadir las condiciones de Miller-Tucker se evitan éstas soluciones erróneas.

Finalmente, el modelo final de rutas de vehículos completo queda así:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{k=1}^K \sum_{i,j \in A} C_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ij} = 1, \quad j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^N y_{ij} = 1, \quad i = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{j=2}^N y_{1j} = K$$

$$\sum_{i=2}^N y_{i1} = K$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_j x_{kij} \leq U, \quad \forall k; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{k=1}^K x_{kij} = y_{ij}, \quad \forall i, j; \quad \forall i \neq j$$

$$u_i - u_j + U \cdot y_{ij} \leq U - D_j, \quad i, j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$x_{kij} \in [0,1] \quad \forall k, i, j$$

$$y_{ij} \in [0,1] \quad \forall i, j$$

5. EL MODELO

El modelo que se aplica a este trabajo es una adaptación del VRP explicado anteriormente, por lo que se pasa ahora a comentar las características del nuevo problema y a ilustrar el modelo que resulta de éste.

5.1 El modelo base

Una vez definidos los objetivos principales del problema, se muestran las simplificaciones de partida, comenzando por la clasificación de las variables en distintos grupos, según su naturaleza. El modelo parte del descrito en el PFC de Marina Lucena Aguilar ^[3].

- Relacionadas con el campo y los heliostatos

El campo será diseñado con una forma a elegir, contando con un determinado número de heliostatos que serán agrupados en nodos según una densidad dada.

La red estará formada tanto por nodos de heliostatos agrupados como por nodos de cruce entre carriles, y el objetivo será optimizar las rutas de limpieza usando las distancias entre ellos.

Los valores que guardan relación con el campo y los heliostatos afectan principalmente a la energía que se puede obtener, y por tanto, incrementarán el beneficio en mayor medida.

La posición en la que se encuentre cada panel será un dato muy a tener en cuenta, ya que mientras más cerca se encuentren de la torre solar, mayor será su eficiencia y por tanto se conseguirán mejores resultados. Del mismo modo, el rendimiento de cada placa solar también se verá afectado por la suciedad, reduciéndose su reflectividad y con la consecuente pérdida de energía, por lo que debe garantizarse una limpieza periódica parara evitarlo.

- Relacionadas con el combustible y el agua

Todos estos valores actuarán como costes en la función objetivo, minorando el beneficio total que se puede obtener. Se refieren al combustible necesario por los vehículos, así como al agua que se usa tanto en la limpieza como en el funcionamiento general de la planta.

- Relacionadas con los vehículos

El número de vehículos de los que se disponga será una variable a analizar, ya que mientras mayor número de vehículos que se tengan, menor será el tiempo en completar la limpieza de toda la planta solar. Sin embargo, cada vehículo supone unos costes importantes a la empresa, la clave está en valorar ambas opciones y elegir el número de vehículos adecuado para que la solución sea óptima.

^[3] LUCENA AGUILAR, M. (2010). Análisis y optimización de la limpieza de helióstatos de un campo solar. Sevilla: Universidad de Sevilla.

- Relacionadas con los operarios

Tal y como sucede en el caso de los vehículos, mientras mayor número de operarios trabajen en la planta, más cortos serán los ciclos de limpieza de la central completa, y menos tiempo estarán los paneles “sucios”. Esto supone incrementar su rendimiento y como consecuencia, el beneficio total de la planta.

No obstante, el coste del sueldo de los empleados implica una razonable disminución de los beneficios anuales obtenidos por la empresa.

Además, debe tenerse en cuenta que el horario de trabajo, el número de turnos y el clima laboral serán factores que afecten al rendimiento de los trabajadores, y que, por tanto, influyen en el rendimiento general de la planta.

5.1.1 Índices

Se trabajará con los índices i, j, k y z , que se explican a continuación.

i : representa el número de heliostatos del campo, desde 1 hasta N , siendo N el número de nodos obtenidos del campo diseñado.

j : representa el número de heliostatos del campo, desde 1 hasta N .

k : representa el número de vehículos disponibles, es decir, la flota que posee la empresa, hasta un máximo de n_v (ver en *datos*).

z : representa el número de zonas en las que se divide el campo, en este caso se decide que cada anillo del campo (dato necesario para el diseño) sea considerado una zona distinta. Por tanto, existirán tantas zonas como anillos tenga el parque solar. Además, el índice se inicia en el anillo de menor extensión aumentando hasta el que abarca todo el campo.

5.1.2 Datos

N_z : Número de nodos de heliostatos en la zona z .

η_z : Rendimiento energético de la zona z .

E_{max} : Energía máxima que se obtiene en cada zona.

α : Factor de ensuciamiento diario.

p : Precio del MW.

c_{uct} : Consumo unitario de combustible en operaciones de transporte.

c_{uci} : Consumo unitario de combustible en operaciones de limpieza.

p_{uc} : Precio unitario del litro de combustible.

c_{uc} : Consumo unitario de agua.

p_{ua} : Precio unitario por litro de agua.

Q : Número máximo de heliostatos que puede limpiar un vehículo en una ruta, es decir, su capacidad.

D_j : Demanda de heliostatos por ruta.

n_v : Número de vehículos.

c_{uv} : Coste unitario del vehículo.

c_v : Coste del vehículo.

$$c_v = c_{uv} \cdot n_v \quad (5-1)$$

n_0 : Número de operarios por turno, siendo $n_{0 \text{ mín}}$ el número de operarios necesarios para manejar un vehículo.

$$n_0 = n_{0 \text{ mín}} \cdot n_v \quad (5-2)$$

c_{u0} : Coste unitario del operario.

c_0 : Coste de operario.

$$c_0 = c_{u0} \cdot n_0 \cdot n_t \quad (5-3)$$

n_t : Número de turnos por día.

n_{horas} : Número de horas del día que está produciendo la planta

5.1.3 Variables

C : Duración del ciclo de limpieza, es decir, tiempo que se tarda en limpiar todo el campo de heliostatos completo. Vendrá dada en días.

x_{kij} : Variable binaria que indica:

$$x_{kij} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ viaja por el arco } (i, j) \\ 0 & \text{e. o. c} \end{cases}$$

y_{ij} : Variable binaria que indica:

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si algún vehículo viaja por el arco } (i, j) \\ 0 & \text{e. o. c} \end{cases}$$

c_c : Coste del combustible total que genera la planta durante el año, se muestra en la siguiente fórmula:

$$c_c = \left[\left(\sum_{i,j} d_{ij} x_{kij} \right) \cdot c_{uct} + \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot c_{ucl} \right] \cdot \frac{365}{C} \cdot p_{uc}, \quad \forall k \quad (5-4)$$

Donde d_{ij} son las distancias, x_{kij} las variables binarias asociadas a los arcos, C la duración del ciclo, c_{uc} el coste unitario de combustible y p_{uc} el precio unitario de combustible.

c_a : Coste anual del agua, que viene dado por la expresión:

$$c_a = \left(\frac{365}{C} \cdot c_{ua} \cdot \sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot p_{ua} \quad (5-5)$$

Donde C es la duración del ciclo, c_{ua} el coste unitario del agua, N_z es el número de heliostatos por zona y p_{ua} el precio unitario del agua.

u : Variable asociada a las condiciones de Tucker-Miller.

5.1.4 La función objetivo

El objetivo del problema será maximizar los beneficios, teniendo en cuenta las ganancias y los gastos. En el primer término se muestran los ingresos derivados de la producción, apareciendo variables de energía, rendimiento, horas de producción; teniendo en cuenta las pérdidas referidas al factor de ensuciamiento. En los sucesivos términos, se restan los costes asociados al agua, combustible, vehículos y operarios.

Cabe destacar que, a la hora de implementar el modelo en el software, se sustituyeron directamente las fórmulas de los dos primeros costes c_a y c_c , con el objeto de que la única expresión no lineal fuera la función objetivo para aplicar a continuación el método de Frank-Wolfe.

$$\max \left\{ \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2 \cdot n_v \cdot n_t} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) - c_a - c_c - c_v - c_0 \right\} \quad (5-6)$$

5.1.5 Restricciones

- Con esta primera restricción se garantiza que ningún nodo de heliostatos quede sin limpiar, comenzando por el primer nodo que será el punto de arranque. Además, se visita una única vez.

$$\sum_{i=1}^N y_{ij} = 1, \quad j = 2, 3, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (5-7)$$

- Así mismo, al terminar de limpiar un nodo, se debe avanzar a limpiar el siguiente. Estas dos primeras restricciones se relacionan con las rutas de limpieza.

$$\sum_{j=1}^N y_{ij} = 1, \quad i = 2, 3, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (5-8)$$

- A continuación, se garantiza el uso de todos los vehículos disponibles en la flota, imponiendo que salgan del depósito los n_v vehículos de la flota.

$$\sum_{j=2}^N y_{1j} = n_v \quad (5-9)$$

- Igualmente deben ser n_v los vehículos que regresen al depósito.

$$\sum_{i=2}^N y_{i1} = n_v \quad (5-10)$$

- La demanda que cubre cada vehículo en su ruta debe ser como máximo igual a la capacidad del vehículo.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_j x_{kij} \leq Q, \quad \forall k; \quad \forall i \neq j \quad (5-11)$$

- Se añade una restricción de continuidad asociada a cada nodo, imponiendo que el vehículo que llega es el mismo que el que sale.

$$\sum_{j=1}^N x_{kij} = \sum_{j=1}^N x_{kji}, \quad \forall k, i; \quad \forall i \neq j \quad (5-12)$$

- La siguiente restricción relaciona las variables de los arcos, teniendo en cuenta que, si los arcos no están vacíos (variables y_{ij}), deben estar llenos con alguno de los vehículos (variables x_{kij}).

$$\sum_{k=1}^K x_{kij} = y_{ij}, \quad \forall i, j; \quad \forall i \neq j \quad (5-13)$$

- Las condiciones de Miller-Tucker, como ya se añadió anteriormente, sirven para evitar que se produzcan subrotas entre nodos.

$$u_i - u_j + Q \cdot y_{ij} \leq Q - D_j, \quad i, j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j \quad (5-14)$$

- Finalmente, se añaden restricciones para que las variables definidas como binarias lo sean.

$$x_{kij} \in [0,1] \quad \forall k, i, j$$

$$y_{ij} \in [0,1] \quad \forall i, j$$

5.1.6 El modelo final

Finalmente, se muestra el modelo completo, quedando de esta forma.

✓ *Datos*

Tabla 5. Datos del modelo.

Notación	Descripción
N_z	Número de heliostatos en la zona z.
η_z	Rendimiento energético de la zona z.
E_{max}	Energía máxima que se obtiene en cada zona.
α	Factor de ensuciamiento diario.
p	Precio del MW.
c_{uct}	Consumo unitario de combustible en operaciones de transporte.
c_{ucl}	Consumo unitario de combustible en operaciones de limpieza.
p_{uc}	Precio unitario del litro de combustible.
c_{ua}	Coste unitario del agua.
p_{ua}	Precio unitario por litro de agua.
Q	Capacidad del vehículo.
D_j	Demanda de heliostatos por ruta.
n_v	Número de vehículos.
c_{uv}	Coste unitario del vehículo.
c_v	Coste del vehículo.
n_0	Número de operarios por turno.
$n_{0\text{ mín}}$	Número de operarios necesarios para manejar un vehículo.
c_{u0}	Coste unitario del operario.
c_0	Coste de operario.
n_t	Número de turnos por día.
n_{horas}	Número de horas del día que está produciendo la planta.

✓ Variables

Tabla 6. Variables del modelo.

Notación	Descripción
C	Duración del ciclo de limpieza.
x_{kij}	Si el vehículo k viaja por el arco (i, j).
y_{ij}	Si algún vehículo viaja por el arco (i, j).
c_c	Coste del combustible total.
c_a	Coste anual del agua.
u	Variable asociada a las condiciones de Tucker-Miller.

✓ Modelo completo:

$$\max \left\{ \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) - c_a - c_c - c_v - c_0 \right\}$$

s.a:

$$\sum_{i=1}^N y_{ij} = 1, \quad j = 2, 3, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^N y_{ij} = 1, \quad i = 2, 3, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{j=2}^N y_{1j} = n_v$$

$$\sum_{i=2}^N y_{i1} = n_v$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N D_j x_{kij} \leq Q, \quad \forall k; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{j=1}^N x_{kij} = \sum_{j=1}^N x_{kji}, \quad \forall k, i; \quad \forall i \neq j$$

$$\sum_{k=1}^K x_{kij} = y_{ij}, \quad \forall i, j; \quad \forall i \neq j$$

$$u_i - u_j + Q \cdot y_{ij} \leq Q - D_j, \quad i, j = 2, \dots, N; \quad \forall i \neq j$$

$$x_{kij} \in [0,1] \quad \forall k, i, j$$

$$y_{ij} \in [0,1] \quad \forall i, j$$

5.2 El problema aplicado

En los siguientes apartados se describen los valores usados a la hora de diseñar e implementar el modelo para el problema objeto de este trabajo.

- Sobre el campo y los heliostatos

El número de heliostatos en la zona z , N_z , vendrá dado por la función de diseño del campo mediante un vector. Así mismo, el rendimiento energético de la zona z , η_z , es un dato conocido a priori, y será mayor cuanto más cerca se encuentre la zona de la torre.

Por tanto, los anillos o zonas con índices más bajos tendrán mayor rendimiento, y éste irá disminuyendo a medida que aumente el índice.

Se considerarán los siguientes rendimientos para un máximo de 6 anillos, recordando que el anillo 1 será el que más cerca se encuentre de la torre, y por tanto, con mayor rendimiento.

Tabla 7. Rendimiento energético según cercanía a la torre.

Número de anillo	Rendimiento η_z (%)
6	50
5	55
4	60
3	70
2	80
1	85

Para cualquier caso con menos de 6 anillos, simplemente se tomarán los rendimientos correspondientes a éstos. Por ejemplo, para 2 anillos, los rendimientos serán de 85% y 80% en el primer y segundo anillo respectivamente.

La energía máxima E_{max} en la zona con rendimiento del 100% se fija en $11,448 \cdot 10^{-3}$ MW/hora, haciendo un total de 0.2747 MW/día.

El factor de ensuciamiento diario α es el mismo para todo el campo y se establece en un 2% de pérdidas.

El precio de venta del MW p se toma de los datos actuales existentes en el mercado, quedando en 60 €/MW.

- Sobre costes de combustible

El consumo unitario del combustible referido al transporte c_{uct} se fija en 8 litros/km, mientras que el referido a limpieza c_{ucl} es de 8 litros/km. Sin embargo, al venir la matriz de distancias dada en m, c_{uct} será igual a 0,008 litros/metro. El precio unitario del litro de combustible p_{uc} se toma como 0,75 €/litro.

- Sobre costes de agua

El consumo unitario de del agua por heliostato c_{ua} se establece en 30 litros/heliostato y el precio unitario por litro p_{ua} , al igual que el del combustible, será de 0,75 €/litro.

- Sobre los vehículos

El número máximo de nodos de heliostatos que puede limpiar un vehículo en una ruta, es decir, su capacidad Q , será variable según las características del robot utilizado. Se podrán tomar distintos escenarios a la hora de trabajar con el problema. Además, para facilitar la comprensión, se considerará la misma capacidad para todos los vehículos.

D_j es el número de heliostatos que se agrupan en una ruta, y será también una constante para todas las rutas. Su valor vendrá definido por el valor que se le dé a la capacidad, teniendo en cuenta que cada nodo está compuesto por la agrupación de 20 heliostatos. Para simplificar el problema D_j tendrá un valor constante de 1.

La flota que posee la empresa, es decir el número de vehículos n_v , podrá ser un número relativamente indefinido, aunque se han de tener en cuenta los costes que esto supone.

Los costes unitarios c_{uv} asociados a los vehículos serán de 20000 €/año.

- Sobre los operarios

En cuanto a los operarios, para simplificar, $n_{0\text{ mín}}$ se fija en 1 operario, luego el número de operarios será el mismo que el de vehículos $n_0 = n_v$.

El coste unitario del operario c_{u0} está cifrado en 26500 €/año.

En cuanto al número de turnos por día n_t , podrá tomarse 1 si la planta está en funcionamiento 8 horas, 2 si lo está durante 16 horas, y si funciona las 24 horas del día serán 3 los turnos. Por convenio se establecen 2 turnos de 8 horas cada uno, 16 horas en total.

Finalmente, se selecciona el número de horas del día n_{horas} que está produciendo la planta. A pesar de que la planta funciona durante 16 horas al día, no se produce en todo momento. Aplicando una reducción de tiempo por motivos varios (set up, avería, paradas programadas, mantenimiento...), se podrían tomar un total de 12 horas al día de producción de energía. Como dato, la productividad será entonces del 75%.

6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS NO LINEALES

Existen gran cantidad de problemas que son difíciles de resolver por métodos exactos, bien por el tiempo necesario de resolución o por el gran abanico de soluciones que presentan. Es por ello que los métodos aproximados y las heurísticas se presentan como una primera opción para abordarlos.

Estos algoritmos buscan buenas soluciones inspirados en la naturaleza, así como en la experiencia y la intuición de quienes los idearon; y aunque no garantizan la solución óptima, sí que aseguran una lo suficientemente buena. Además, los tiempos de resolución son mucho menores, y se pueden abordar problemas con elevado número de nodos y diversos tipos de restricciones de forma sencilla.

Sin embargo, en la resolución de problemas de optimización tipo NP-Hard es poco probable encontrar algoritmos eficientes que los resuelvan en un tiempo polinómico. Se opta entonces por encontrar soluciones no óptimas pero en tiempo polinomial, y las heurísticas sólo proporcionan soluciones razonablemente buenas.

Por este motivo, para resolver el problema no lineal planteado se usarán algoritmos de aproximación, en los que se busca encontrar soluciones de calidad en tiempos acotados. La solución de estos algoritmos suele ser muy próxima al óptimo (en torno al 5% de margen).

6.1 No linealidad

Las ecuaciones no lineales son aquellas que no cumplen el principio de superposición.

Teorema 1 (Principio de superposición)

El principio de superposición es una herramienta que permite descomponer una ecuación lineal en dos o más ecuaciones más sencillas, siendo la superposición de los resultados igual al resultado final.

Se deben cumplir dos propiedades:

- Aditividad: $f(a + b) = f(a) + f(b)$
- Proporcionalidad: $f(\gamma \cdot a) = \gamma \cdot f(a)$

La no linealidad se relaciona, por ejemplo, con el hecho de que las variables estén elevadas a una potencia distinta de 1 o a que se multipliquen entre ellas. Entre otras, son no lineales las siguientes ecuaciones:

- Funciones exponenciales $y = 3^x$

- Funciones cuadráticas $y = x^2$
- Funciones de variación inversa $y = \frac{cte}{x}$

Las no linealidades están presente en la mayoría de los problemas físicos de la naturaleza, siendo su resolución de gran interés para los investigadores. Por citar algunos casos conocidos, son no lineales las ecuaciones de campo gravitatorio de Einstein (Teoría de la relatividad), las de Navier-Stokes en dinámica de fluidos o la de Schrödinger en mecánica cuántica.

A continuación se muestra y se explica por qué en el modelo abordado la función objetivo no es lineal y cómo se solucionará este hecho.

6.2 Algoritmos de aproximación

Los algoritmos de aproximación se presentan como alternativa ante otros métodos exactos para buscar soluciones muy buenas en un tiempo polinomial.

Estos algoritmos surgen en la década de los 70, en la que se pensó que no existían algoritmos de tiempo polinomial que fueran capaces de resolver problemas NP-Hard. Como consecuencia, muchos investigadores comenzaron a trabajar en la relajación de estos problemas de manera que estas versiones pudieran ser abarcadas de manera más sencilla proporcionando buenos resultados.

Nace entonces la primera consideración, que se conocerá como condición de “optimabilidad” y que permitió enunciar algoritmos de aproximación que calculan soluciones muy cercanas al óptimo en un tiempo pequeño, es decir, soluciones que garantizan estar en un factor multiplicativo del óptimo.

Se considera también analizar cómo de buenas son estas soluciones y cuánto de cerca están del óptimo, existiendo una métrica que valora la calidad del algoritmo, y que se describe así:

- $s^*(x)$ es el valor de la solución óptima.
- $s_a(x)$ es el valor que se consigue al aplicar el algoritmo de aproximación.

Se dice que un algoritmo tiene un ratio de aproximación igual a $\alpha(n)$ si $s_a(x)$ está contemplado en un factor $\alpha(n)$ de $s^*(x)$.

Además, existen distintos tipos de algoritmos de aproximación; por ejemplo, los hay que resuelven los problemas de cobertura de vértices (Vertex-Cover), modelo de cobertura (Set-Cover), del viajante, de la mochila... etc.

En concreto, el algoritmo de Frank-Wolfe es un algoritmo de múltiples aproximaciones lineales.

6.3 No linealidad del modelo

Teniendo ya planteado el modelo, se pasa a resolverlo. Sin embargo, la función objetivo es no lineal. Esto se debe a que la variable C se encuentra en varios términos dividiendo, que es

equivalente a estar elevado a la potencia -1. Además, en algún momento también se encuentra multiplicando a las variables x_{kij} .

$$FO = \left\{ \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) - \left(\frac{365}{C} \cdot c_{ua} \cdot \sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot p_{ua} - \right. \\ \left. - \left(\frac{365}{C} \cdot c_{ua} \cdot \sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot p_{ua} - \left[\left(\sum_{i,j} d_{ij} x_{kij} \right) \cdot c_{uct} + \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot c_{ucl} \right] \cdot \frac{365}{C} \cdot p_{uc} - c_v - c_0 \right\}$$

Se produce por tanto una incompatibilidad en la ecuación, ya que si C en algún momento vale 0, la función objetivo tomará valor infinito.

A pesar de que la función objetivo es no lineal, las restricciones del modelo sí que son lineales, lo que facilita la resolución del problema frente a un problema completamente no lineal.

En este caso, en el que únicamente la función objetivo es no lineal, se puede optar por relajar la ecuación, transformándola en lineal, de manera que se consiga una solución cercana al óptimo.

Aun así, se ha de tener en cuenta que se trabajará con soluciones discretas, por lo que la solución que se obtenga puede no ser la óptima. De igual forma, con estos métodos de múltiples aproximaciones existe cierta garantía de que la solución sí sea muy buena a pesar de no ser la mejor.

6.3.1 Aproximación lineal

Una aproximación lineal es la aproximación de una función derivable cualquiera en otra que se supone más sencilla que la anterior, usando una transformación lineal.

Normalmente se utiliza el desarrollo de Taylor, de forma que para cualquier función $f(x)$, su aproximación será:

$$f(x) \approx f(y) + f'(y)(x - y)$$

Sin embargo, esta aproximación sólo es válida para valores de y cercanos a x , por lo que también se conoce como aproximación de la recta tangente.

Ejemplo 1. Aproximación de la función no lineal e^x :

$$f(0.1) = e^{0.1} = 1.10517$$

Si se toma 0 como un valor cercano,

$$f(0.1) \approx e^0 + e^{0.1} \cdot (0.1 - 0) = 1.1105$$

Concretamente, el método elegido para resolver el modelo utiliza múltiples aproximaciones lineales y se conoce como algoritmo de Frank-Wolfe. Su funcionamiento se describe en el siguiente apartado.

6.4 Algoritmo de Frank-Wolfe

El algoritmo de Frank y Wolfe es una heurística iterativa que se usa para resolver problemas convexos con restricciones lineales. Fue propuesto en el año 1956 por Marguerite Frank y Philip Wolfe, matemáticos especializados en optimización convexa y programación matemática.

Básicamente este método descompone la función objetivo según la serie de Taylor de primer orden, y resuelve el nuevo modelo lineal hasta intentar aproximarse a una solución buena. A continuación se muestran los pasos a seguir en la aplicación de éste algoritmo.

Considerando el problema:

$$\text{Min } f(x)$$

$$\text{s. a: } x \in S$$

Donde S es un poliedro y donde la función f es continua y diferenciable.

0. Elegir una solución inicial $x_0 \in S$ que sea factible. Además se hace $k = 0$.

Suele ser una solución factible arbitraria, normalmente un punto extremo.

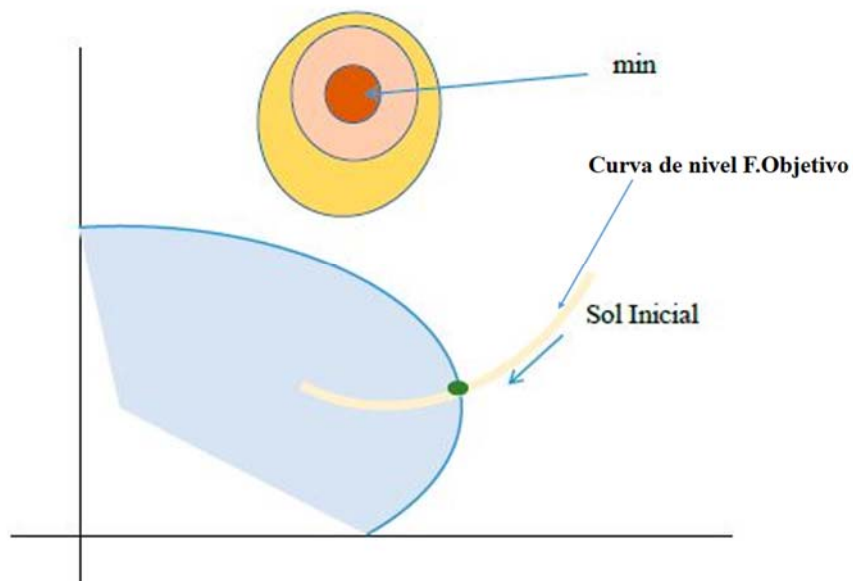


Figura 41. Selección de la solución inicial en el algoritmo de Frank-Wolfe. Fuente: González Rodríguez, P.

1. Determinar la dirección de búsqueda y mejora p_k .

Se averigua el valor de p_k a través de la aproximación del problema que se obtiene al sustituir la función no lineal por el polinomio de Taylor de primer grado, resolviendo el siguiente caso:

$$\begin{aligned} \text{Mín } g_k(y) &= f(x_k) + f(x_k)^T(y - x_k) \\ \text{s. a: } &y \in S \end{aligned}$$

Como se puede ver, éste es un problema lineal, y proporciona una solución factible y_k factible y óptima. La dirección de búsqueda será entonces $p_k = y_k - x_k$, dirección factible ya que tanto x_k como y_k son factibles y pertenecientes a S , y S es convexa.

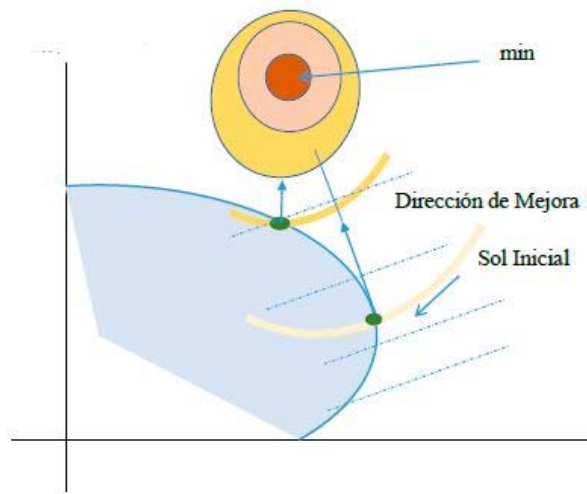


Figura 42. Dirección de mejora en el algoritmo de Frank-Wolfe. Fuente: González Rodríguez, P.

2. Encontrar la longitud del paso α_k , tal que:

$$f(x_k + \alpha_k p_k) < f(x_k)$$

Se resolverá el siguiente problema:

$$\begin{aligned} & \text{Min } f(x_k + \alpha_k p_k) \\ & \text{s. a: } \alpha \in [0,1] \end{aligned}$$

3. Calcular un nuevo punto de iteración:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$$

4. Si se cumple el criterio de parada, la encontrada es una muy buena solución. En otro caso, continuar iterando con $k = k + 1$ a partir del punto (1).

6.5 Ejemplo del algoritmo Frank-Wolfe

En este apartado se procederá a resolver un ejemplo sencillo para mayor comprensión del algoritmo de Frank-Wolfe.

Ejemplo 3. $Min \quad f = x^2 - 3y + x + y^2$

$$s.a: \quad x + y \leq 4$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Se comienza escogiendo un punto inicial $x^0 = (0,0)$, el cual se puede comprobar claramente que es admisible para el modelo (**punto 0** del algoritmo).

Seguidamente se deriva la función objetivo, que como puede verse, es no lineal. A continuación se sustituirá en ella el punto inicial x^0 (**punto 1** del algoritmo).

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -3 + 2y$$

Por tanto,

$$f'(y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (2x + 1, -3 + 2y)$$

Y sustituyendo el punto inicial,

$$f'(0,0) = (2 \cdot 0 + 1, -3 + 2 \cdot 0) = (1, -3)$$

Ahora se resuelve el modelo, con la función objetivo relajada mediante el desarrollo de Taylor y respetando las restricciones iniciales. Es posible hacerlo mediante un solver cualquiera, en este caso se utilizó el complemento de Excel.

$$Min \quad x - 3y$$

$$s.a: \quad x + y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

El óptimo viene dado por $x_{PL}^0 = (0,4)$. En algunas ocasiones, como en este ejemplo, es sencillo verlo gráficamente.

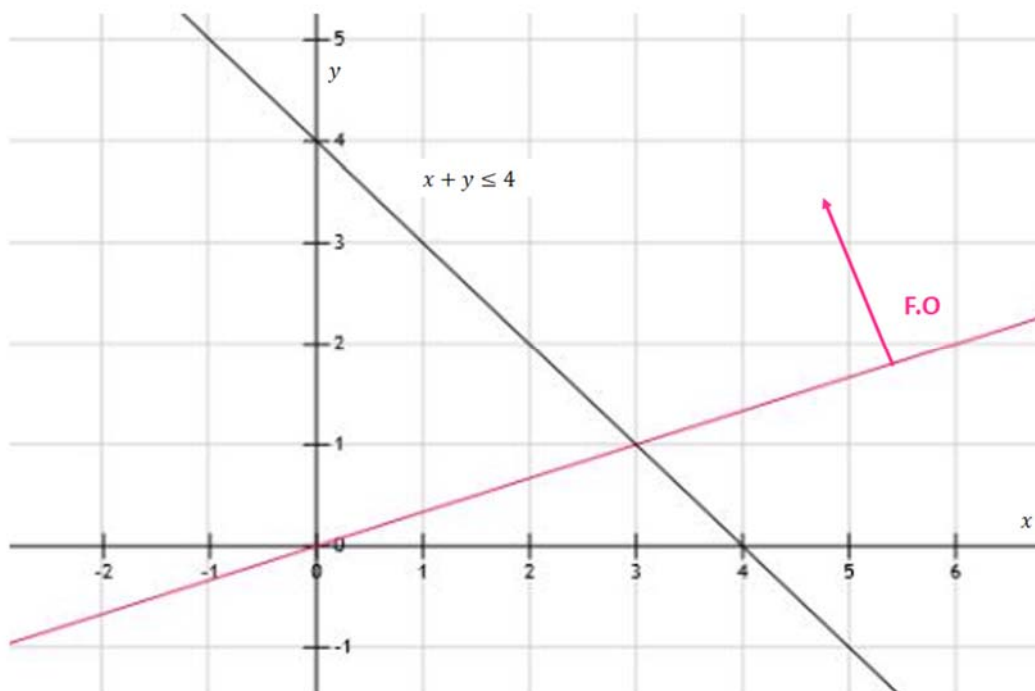


Figura 43. Ejemplo de problema lineal en algoritmo FW. Fuente propia

A partir del óptimo del problema lineal se calcula un nuevo punto de iteración, dependiente del paso α .

$$x^1 = x^0 + \alpha(x_{PL}^0 - x^0) = (0,0) + \alpha[(0,4) - (0,0)] = (0, 4\alpha)$$

El paso α se obtendrá como el mínimo de la función no lineal inicial en el nuevo punto, teniendo en cuenta que será un valor entre 0 y 1 (**punto 2** del algoritmo).

$$f(0, 4\alpha) = 0 - 3 \cdot 4\alpha + 0 + (4\alpha)^2 = 16\alpha^2 - 12\alpha$$

Quedando el modelo de la siguiente forma:

$$\text{Min } 16\alpha^2 - 12\alpha$$

$$\text{s. a: } 0 \leq \alpha \leq 1$$

Y el paso con un valor de:

$$16\alpha^2 - 12\alpha = 0$$

$$\alpha = 0.75$$

Finalmente, se puede calcular el valor del punto para la próxima iteración (**punto 3** del algoritmo).

$$x^1 = (0, 4\alpha) = (0, 4 \cdot 0.75) = (0, 3)$$

Este es el primer punto de iteración, que permite continuar iterando al tomarlo esta vez como punto inicial, o bien parar el método si se considera que es una solución lo suficientemente buena según el criterio de parada (**punto 4** del algoritmo).

6.6 Resolución mediante la función linealizada

Frente a resolver el problema con un algoritmo, se plantea la posibilidad de linealizar la función objetivo original y utilizar *Gurobi* para resolver el modelo, ya que en ese caso sería posible abordarlo. A continuación se muestra cómo se linealiza la función, y en el apartado *Resultados*⁽⁴⁾ se analizarán las comparativas de ambos métodos.

Anteriormente se mencionó que los dos motivos por los cuales la función objetivo es no lineal eran, por una parte, variables dividiendo, y por otra, multiplicándose entre sí.

Para evitar la no linealidad por las variables dividiendo (potencia -1), se realiza un simple cambio de variable, por lo que se tiene:

$$\hat{C} = \frac{1}{C}$$

Al realizar este cambio de variable, han de añadirse al modelo dos juegos de restricciones:

R1:

$$C = \sum_{p=1}^P p \cdot \delta_p$$

$$\hat{C} = \sum_{p=1}^P \frac{1}{p} \cdot \delta_p$$

R2:

$$\sum_{p=1}^P \delta_p = 1$$

Donde P es un valor pesimista de la variable C que puede obtenerse tras los primeros experimentos y δ_p es una variable binaria.

La función objetivo queda de tal forma:

$$\max \left\{ \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) - \left(365 \cdot \hat{C} \cdot c_{ua} \cdot \sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot p_{ua} \right. \\ \left. - \left[\left(\sum_{i,j} d_{ij} x_{kij} \right) \cdot c_{uct} + \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot c_{uct} \right] \cdot 365 \cdot \hat{C} \cdot p_{uc} - c_v - c_0 \right\}$$

No obstante, la función objetivo sigue siendo no lineal, ya que ahora existen dos variables multiplicándose entre sí.

Analizando más detalladamente el término problemático, se puede ver que sustituyendo en él el valor de \hat{C} se obtiene:

⁽⁴⁾ Apartado 8.4, página 127.

$$CTE \cdot \sum_{i,j} d_{ij} x_{kij} \cdot \underbrace{\sum_{p=1}^P \frac{1}{p} \cdot \delta_p}_{\hat{C}}$$

$$(CTE = p_{uc} \cdot c_{uct} \cdot 365)$$

Se puede seguir modificando la ecuación tal que así:

$$CTE \cdot \sum_{i,j} \sum_{p=1}^P \frac{d_{ij}}{p} \cdot \boxed{x_{kij} \cdot \delta_p}$$

Se crea una nueva variable $Z_{ij}^p = x_{ij} \cdot \delta_p$ que lógicamente será también binaria, y añade una serie de requisitos al problema que se muestran a continuación. Simplemente se asocian al hecho de que la nueva variable binaria sea la multiplicación de otras dos ya binarias.

$$\begin{cases} \text{si } \delta_p = 1 & Z_{ij}^p = x_{ij} \\ \text{si } \delta_p = 0 & Z_{ij}^p = \emptyset \end{cases}$$

Y traducidos en ecuaciones que se deben añadir al modelo inicial, resultan:

R4:

$$Z_{ij}^p \leq \delta_p \quad \forall i, j; \quad \forall p$$

R5:

$$x_{ij} - M(1 - \delta_p) \leq Z_{ij}^p \leq x_{ij} + M(1 - \delta_p) \quad \forall i, j; \quad \forall p$$

(Donde M es un valor cualquiera, por ejemplo 1).

Por lo que el modelo final con función objetivo linealizada que se resuelve directamente con **Gurobi** es:

$$FO = \max \left\{ \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) - \left(365 \cdot \hat{C} \cdot c_{ua} \cdot \sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \right. \\ \left. \cdot p_{ua} - c_{uct} \cdot 365 \cdot p_{uc} \left(\sum_{i,j} \sum_{p=1}^P \frac{d_{ij}}{p} \cdot Z_{ij}^p \right) + \left[\left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \right) \cdot c_{ucl} \cdot 365 \cdot \hat{C} \cdot p_{uc} \right] \right. \\ \left. - c_v - c_0 \right\}$$

Restricciones:

$$C = \sum_{p=1}^P p \cdot \delta_p$$

$$\hat{C} = \sum_{p=1}^P \frac{1}{p} \cdot \delta_p$$

$$\sum_{p=1}^P \delta_p = 1$$

$$Z_{ij}^p \leq \delta_p \quad \forall i, j; \quad \forall p$$

$$x_{ij} - M(1 - \delta_p) \leq Z_{ij}^p \leq x_{ij} + M(1 - \delta_p) \quad \forall i, j; \quad \forall p$$

$$\delta_p \in [0,1]$$

$$Z_{ij}^p \in [0,1]$$

Además, se incluirán las restricciones habituales del modelo que ya se desarrollaron en el capítulo 5⁽⁵⁾.

⁽⁵⁾ Apartado 5.2, página 70.

7. PROGRAMACIÓN

7.1 General

Para la programación de las funciones referidas al diseño de los campos, se usa el software **Python**, acompañado de las librerías que incluye y que son muy importantes en el desarrollo y creación del código.

Sabido es de sobra que estas librerías tienen multitud de aplicaciones, aunque en este trabajo solo se ha usado una pequeña parte de ellas.

Las principales librerías utilizadas, junto con sus ventajas, son:

Math, que incluye expresiones trigonométricas tales como son el seno, coseno, tangente; y otras expresiones como puede ser la constante π .

Sympy, que utiliza el lenguaje simbólico y permite manejar las ecuaciones: calcula derivadas, resuelve, etc.

Numpy adapta la interfaz de Python para poder trabajar de manera más sencilla con vectores y matrices.

matplotlib.pyplot, dibuja y muestra en pantalla los gráficos, es muy útil a la hora de visualizar gráficamente cómo queda el campo diseñado.

networkx permite, entre otras cosas, la creación de grafos y el cálculo de la matriz de distancias, la cual será un requisito indispensable para la resolución del modelo.

Más tarde, para la implementación y posterior resolución del modelo, **Python** sigue manteniéndose como base, además de utilizarse la librería **Gurobi** que permite resolver problemas lineales.

En este caso, y al contar con una expresión no lineal en la función objetivo, se aplica el ya mencionado método de Frank y Wolfe dentro del mismo código para poder linealizar y resolver posteriormente el modelo usando **Gurobi**.

7.2 Resolución del problema aplicando Frank-Wolfe

En este apartado se describe de forma resumida cómo se ha aplicado el método de Frank Wolfe con ayuda del *solver* **Gurobi** y **Python**.

Primero, se transforma el modelo en un problema de Minimizar, para poder aplicar Frank-Wolfe de manera más sencilla. La función objetivo será:

$$\text{Minimizar} \left\{ - \left(\sum_{\forall \text{ zona } z} N_z \cdot \left(\eta_z \cdot E_{max} - \alpha \cdot \frac{C}{2 \cdot n_v \cdot n_t} \right) \cdot 365 \cdot n_{horas} \cdot p \right) + c_a + c_c + c_v + c_0 \right\}$$

Para comenzar, como indica el algoritmo, se halla el punto inicial de partida. Es necesario introducir las variables del modelo en **Gurobi** junto con las restricciones correspondientes, así

como una función objetivo relacionada que proporcione una solución válida para comenzar a iterar. En este caso, para una primera aproximación, la función objetivo lineal que se ha tomado ha sido la de minimización de la distancia recorrida.

$$\text{Min} \sum_{k=0}^{nv} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (x_{kij} d_{ij})$$

Las variables que resultan interesantes de esta primera solución son el número de ciclos C y las binarias correspondientes a vehículo y arco x_{kij} , todas ellas pertenecerán a la solución inicial admisible.

Listo este punto inicial, se comienza a iterar sustituyendo el punto factible en la derivada de la función objetivo, que queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial f}{\partial C} = \frac{\sum_{\forall z} N_z \cdot \alpha \cdot n_{horas} \cdot p}{2} - \frac{\sum_{\forall z} N_z \cdot 365 \cdot c_{ua} \cdot p_{ua}}{C^2} - \frac{\sum_{\forall z} N_z \cdot 365 \cdot c_{uct} \cdot p_{uc}}{C^2} - \frac{\sum_{i,j,k} (d_{ij} \cdot x_{kij}) \cdot 365 \cdot c_{uct} \cdot p_{uc}}{C^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_{kij}} = \frac{\sum_{i,j} d_{ij} \cdot 365 \cdot c_{uct} \cdot p_{uc}}{C}$$

La sustitución del punto inicial en las derivadas proporcionará los distintos coeficientes de la nueva función objetivo linealizada, y se resolverá el modelo con las mismas restricciones utilizando otra vez **Gurobi**. La función objetivo relajada es:

$$\text{Min} \left\{ \frac{\partial f}{\partial C} (C^0) \cdot C + \frac{\partial f}{\partial x_{kij}} (x_{kij}^0) \cdot x_{kij} \right\}, \quad \forall k, i, j; \quad \forall i \neq j$$

Lo siguiente es hallar el valor del paso, que se consigue con ayuda de la librería **scipy.optimize**. Se pasará como entrada una función que proviene de la función objetivo original (sustituyendo en ella el nuevo punto) y es dependiente del paso α .

Al resolver, se obtiene el valor del paso α y por tanto se puede calcular el nuevo punto de iteración. Se comprobará si es lo suficientemente bueno, en ese caso se habrá obtenido una buena solución, de lo contrario se deberá seguir iterando.

7.3 Resolución del problema aplicando linealización de la función objetivo

Para resolver el modelo mediante linealización de la función objetivo, se ejecutó directamente el **solver Gurobi** usando las mismas restricciones lineales del modelo original pero con una nueva función objetivo, esta vez lineal. Además, como ya se explicó anteriormente, se añaden una serie de nuevas restricciones, en su mayor parte entre variables binarias, asociadas a la linealización de la función objetivo.

Servirá en siguientes apartados para realizar una breve comparativa de ambos métodos de resolución del problema. En este caso, cosa que no ocurre al aplicar el algoritmo, sí se garantiza una solución óptima.

8. RESULTADOS

En el presente apartado se muestran los resultados de los distintos análisis realizados a partir del modelo VRP con múltiples rutas.

Inicialmente, se toman una serie de experimentos, en los que prima el diseño del campo, por lo que se elegirán varias combinaciones entre los elementos disponibles.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4
	Densidad= 0.003		Densidad=0.004	
<i>n=3</i> <i>rad=1</i>	Experimento 1	Experimento 2	Experimento 3	Experimento 4
	Densidad= 0.002		Densidad=0.0025	
<i>n=5</i> <i>rad=2</i>	Experimento 5	Experimento 6	Experimento 7	Experimento 8

Teniendo en cuenta que los casos 1-4 son los explicados en el apartado 3.1 y que la densidad representa la densidad de heliostatos por metro lineal. Por otra parte, n es el número de anillos del campo y rad el número de radiales.

Además, para los casos 1 y 2, correspondientes a un campo circular, se toma un radio de 600 metros para que su área sea alrededor de 1 kilómetro cuadrado, concretamente 1.13 kilómetros cuadrados. Así mismo, para los casos 3 y 4 se toman unos parámetros a y b de 700 y 450, respectivamente, dando lugar a un área en los campos elípticos de 0.989 kilómetros cuadrados.

En cuanto a los vehículos disponibles, la empresa dispone de 2 vehículos con capacidad Q igual a 3, es decir, cada vehículo en cada ruta podrá limpiar como máximo 3 nodos de heliostatos con 20 paneles cada uno (60 heliostatos en total).

Las variables que se mostrarán en la comparativa serán:

- Número de bucles a realizar para limpiar el campo completo, que depende de Q y el número de nodos.
- Duración del ciclo C , en días, que depende de la velocidad de los vehículos, el número de heliostatos, el tiempo que tardan los robots en limpiar los paneles, el número de turnos y las horas por turno.

$$C = \frac{TN}{TD}$$

Siendo TN el tiempo necesario para limpiar todo el campo y TD el tiempo disponible (en minutos) de trabajo al día.

$$TN = \sum (x_{kij} \cdot \frac{\text{distancia}_{i,j}}{\text{velocidad}}) + \text{Núm. total Heliostatos} * \text{Tiemporpor Heliostato}$$

En este caso, se ha tomado una velocidad de 300 metros/minuto y un tiempo de limpieza de 5 minutos/heliostato.

$$TD = Horasturno * Numvehículos * Numturnos * 60$$

- Costes asociados al funcionamiento de la planta, como son los costes de operarios, costes de vehículos, costes de agua y costes de combustible.
- Número total de heliostatos.
- Beneficio total.
- Beneficio bruto.

Tras un primer contacto, se selecciona la mejor variante, con vistas a hacer un estudio más detallado en el que mostrar cómo evolucionan las distintas variables en el problema. Se realizan 3 estudios:

ESTUDIO 1. Se varía la capacidad de los vehículos manteniendo constantes el número de vehículos y el número de turnos.

- Número de vehículos $nv=2$
- Número de turnos $nt=2$

ESTUDIO 1A	Q=1
ESTUDIO 1B	Q=2
ESTUDIO 1C	Q=3

Además se incluye un cuarto estudio considerando tecnologías futuras en las que la capacidad de limpieza del vehículo sea de 4 nodos (80 heliostatos).

ESTUDIO 1D	Q=4
------------	------------

ESTUDIO 2. Dados el número de vehículos y la capacidad, se analiza cómo varía el objetivo en función del número de turnos.

- Número de vehículos $nv=2$
- Capacidad $Q=3$

ESTUDIO 2A	$nt = 1$
ESTUDIO 2B	$nt = 2$
ESTUDIO 2C	$nt = 3$

ESTUDIO 3. Manteniendo fijos el número de turnos y la capacidad, se prueban distintos casos variando la flota de la empresa.

Número de turnos $nt=2$

Capacidad $Q=3$

ESTUDIO 3A	$nv = 1$
ESTUDIO 3B	$nv = 2$
ESTUDIO 3C	$nv = 3$

Para finalizar, se realizan dos estudios en los que se muestra cómo repercuten los datos del sector en los números de la empresa, ambos partiendo de los modelos iniciales.

Número de turnos $nt=2$

Capacidad $Q=3$

Número de vehículos $nv=2$

ESTUDIO 4. Cómo afecta al beneficio de la empresa el hecho de que los precios del combustible se incrementen un 10% durante un año de crisis petrolífera.

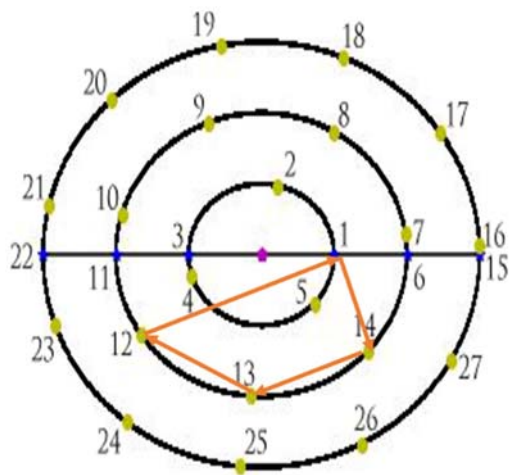
ESTUDIO 5. Cómo afecta al beneficio de la empresa el hecho de que el precio de venta del MW/hora aumente hasta los 85 €/MW.

8.1 Primeros experimentos

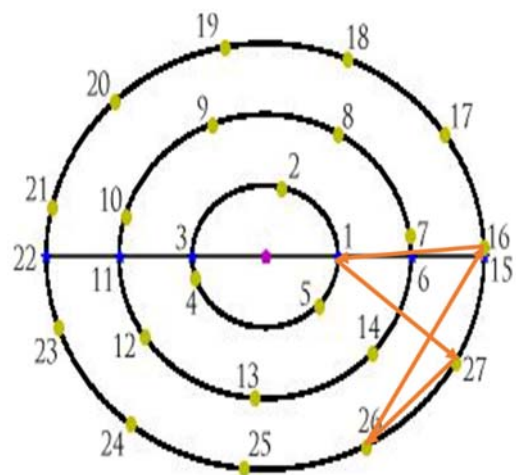
8.1.1 Resultado Experimento 1

Beneficio Bruto	22.337.049,7152
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	172.462,5
Costes de combustible	48.300,4518
Beneficio neto	21.970.286,7634 €/año

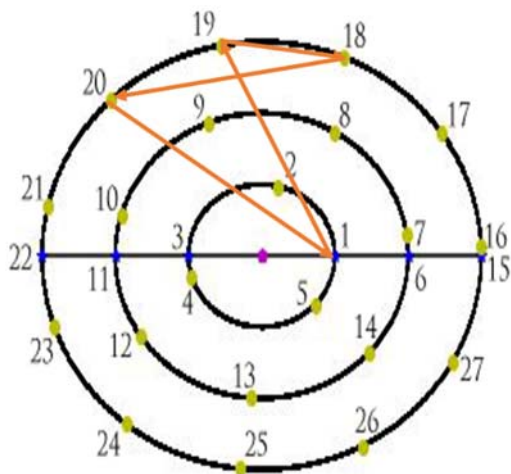
Número total de heliostatos	420
Número de rutas	9
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	2 días



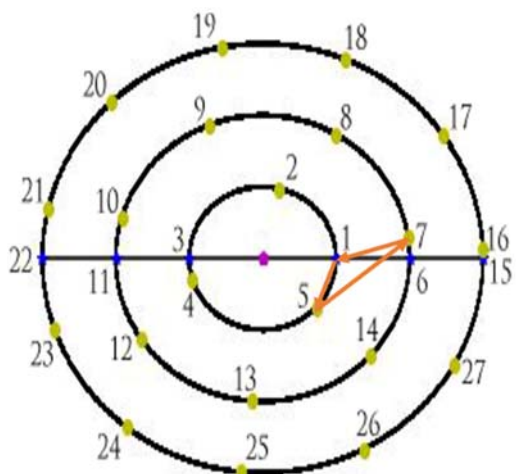
1-14-13-12-1



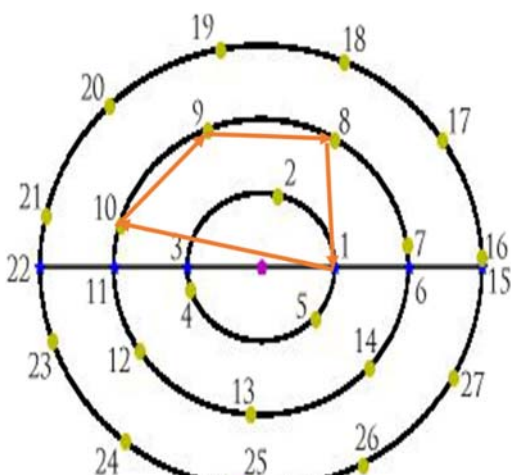
1-27-26-16-1



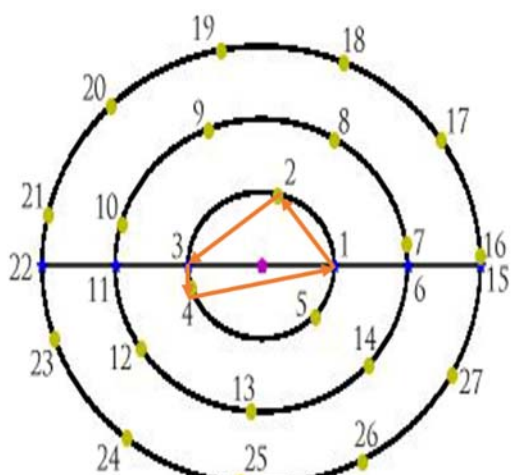
1-19-18-20-1



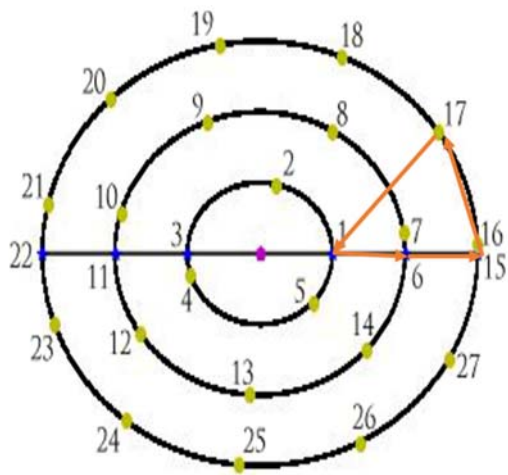
1-5-7-1



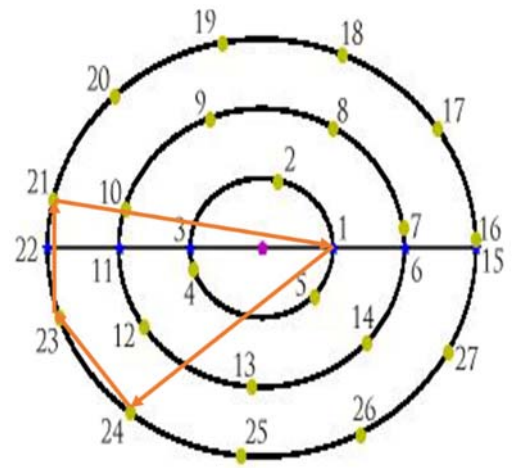
1-10-9-8-1



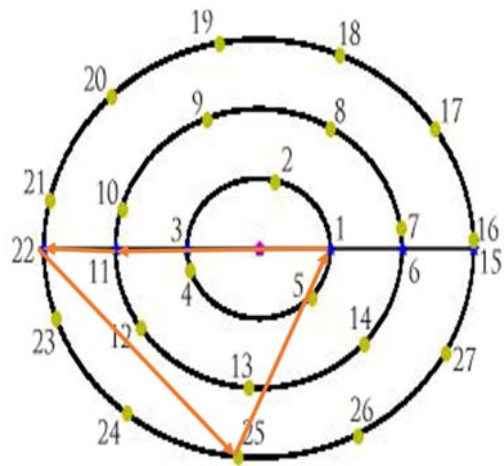
1-2-3-4-1



1-6-15-17-1



1-24-23-21-1

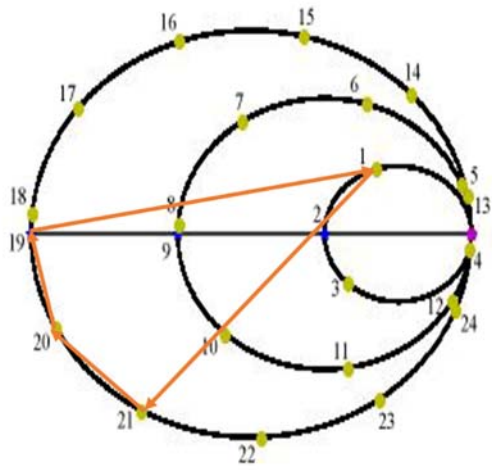


1-11-22-25-1

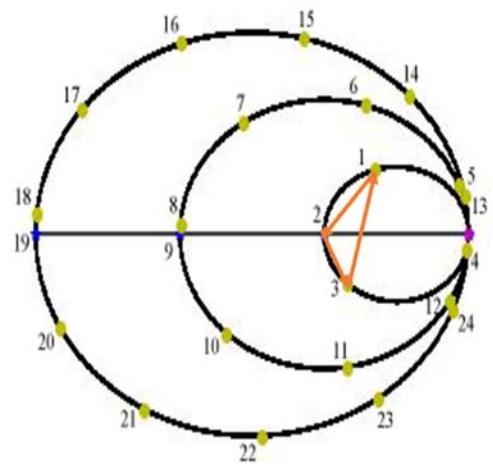
8.1.2 Resultado Experimento 2

Beneficio Bruto	22.337.049,7152
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	172.462,5
Costes de combustible	48.872,4728
Beneficio neto	21.969.714,3679 €/año

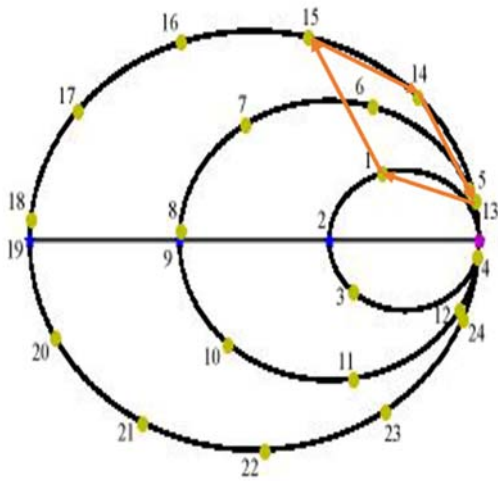
Número total de heliostatos	420
Número de rutas	8
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días



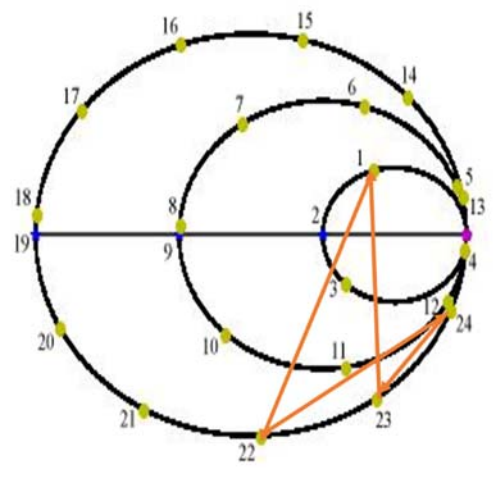
1-21-20-19-1



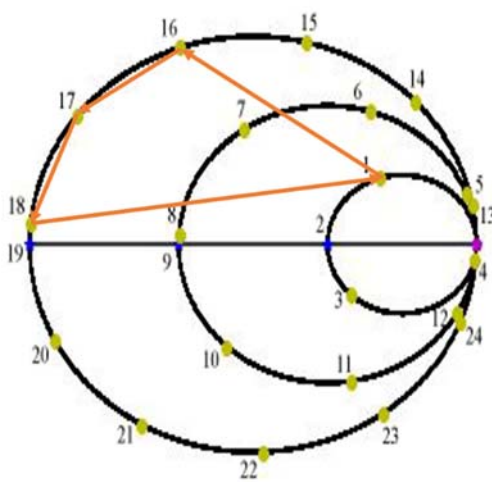
1-2-3-1



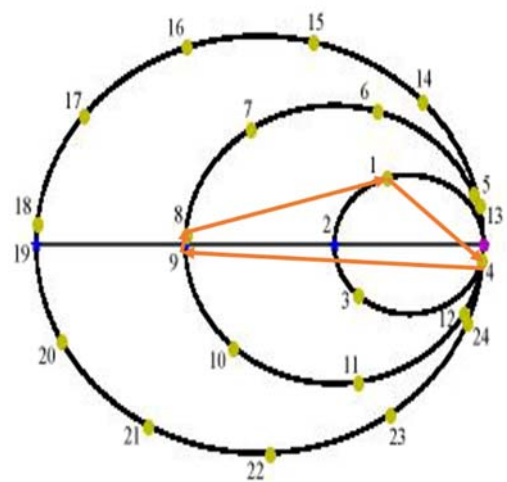
1-15-14-13-1



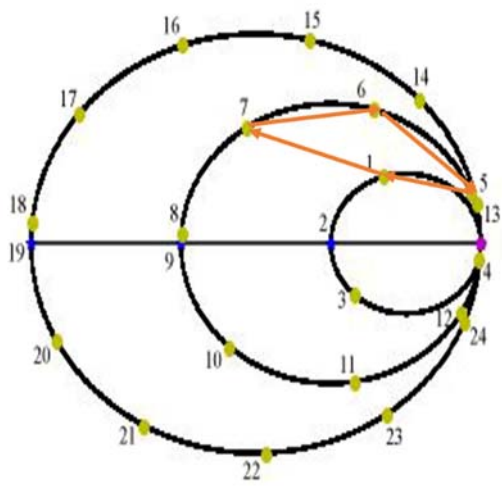
1-22-24-23-1



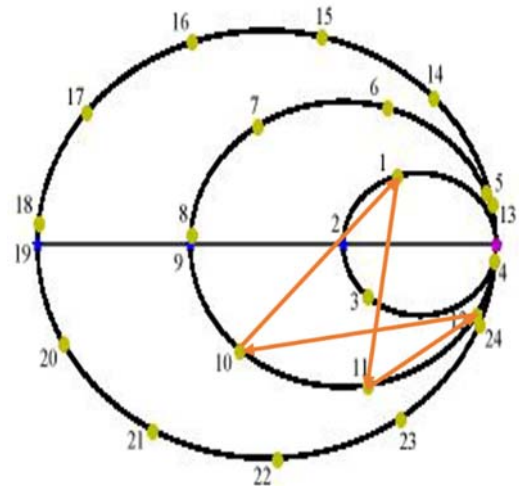
1-16-17-18-1



1-4-9-8-1



1-7-6-5-1

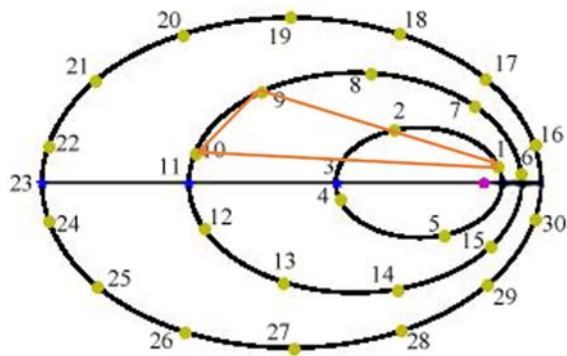


1-11-12-10-1

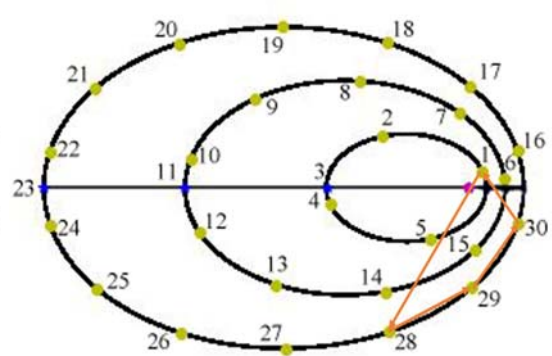
8.1.3 Resultado Experimento 3

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	63.006,5971
Beneficio neto	28.319.264,7477 €/año

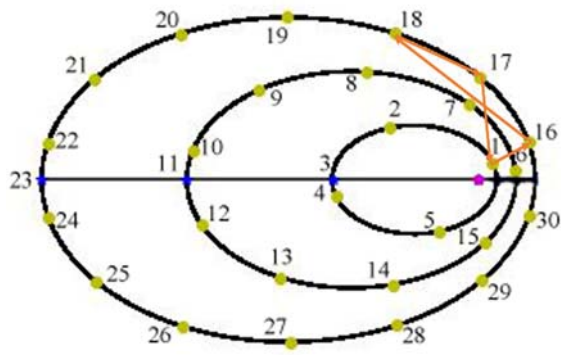
Número total de heliostatos	540
Número de rutas	10
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	2 días



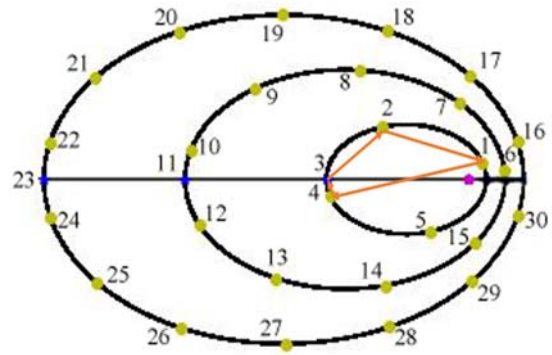
1-10-9-1



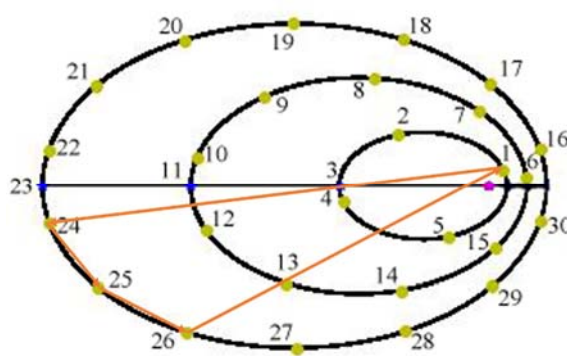
1-28-29-30-1



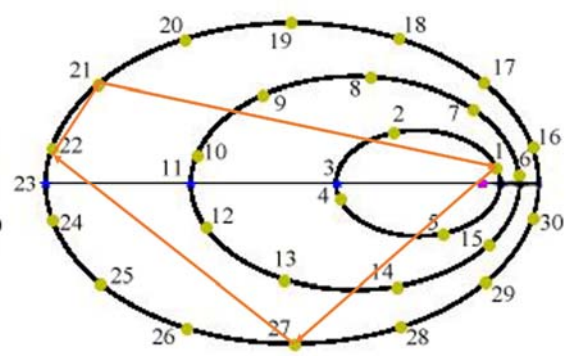
1-16-18-17-1



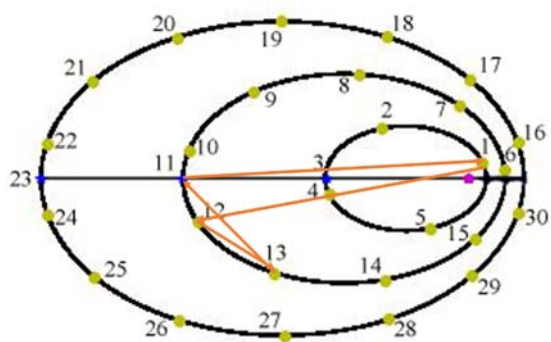
1-4-3-2-1



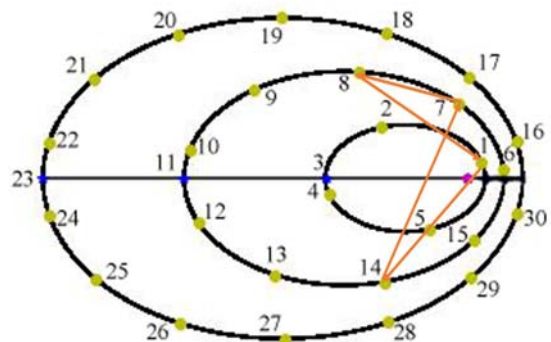
1-24-25-26-1



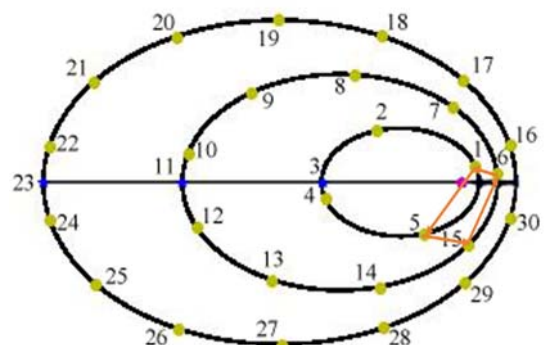
1-27-22-21-1



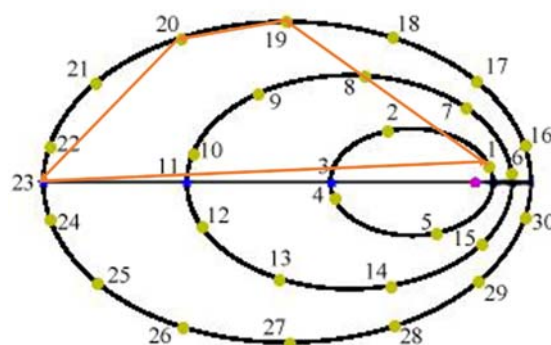
1-12-13-11-1



1-14-7-8-1



1-5-15-6-1

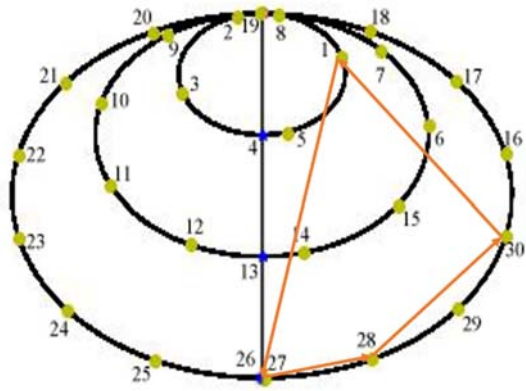


1-19-20-23-1

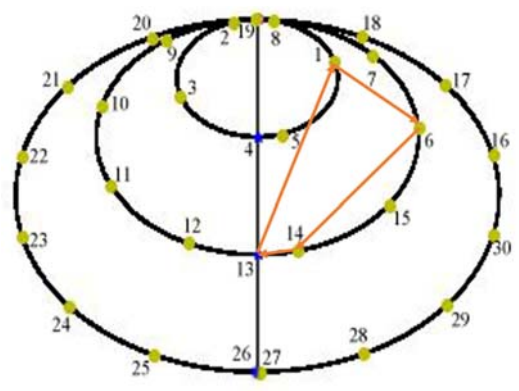
8.1.4 Resultado Experimento 4

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.878,6377
Beneficio neto	28.320.392,7070 €/año

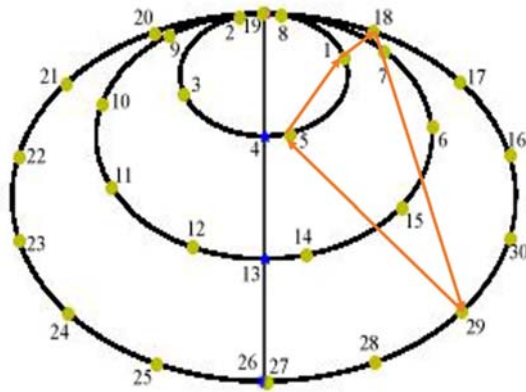
Número total de heliostatos	540
Número de rutas	10
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días



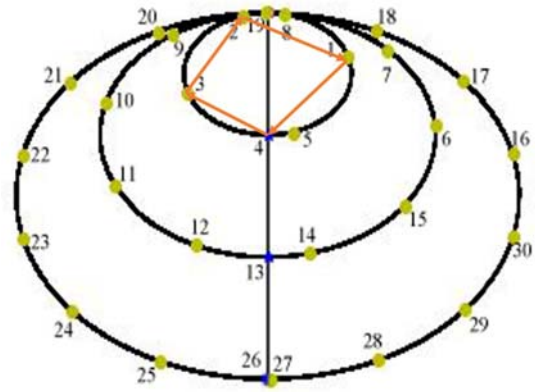
1-26-28-30-1



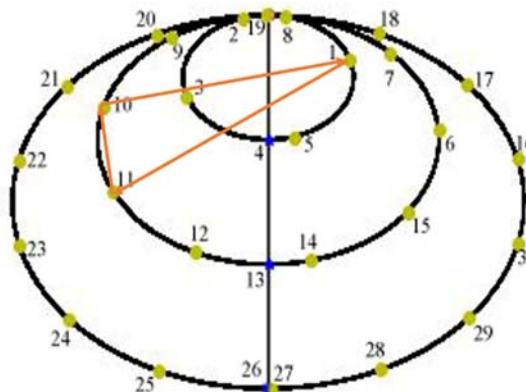
1-6-14-13-1



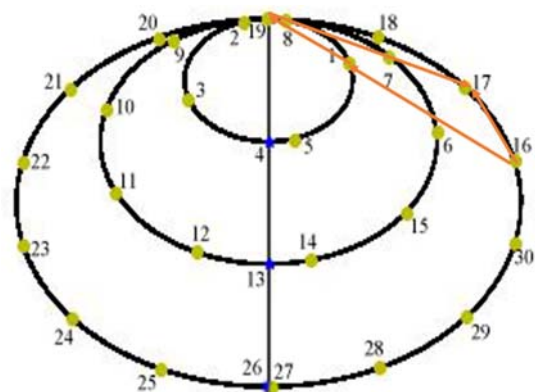
1-18-29-5-1



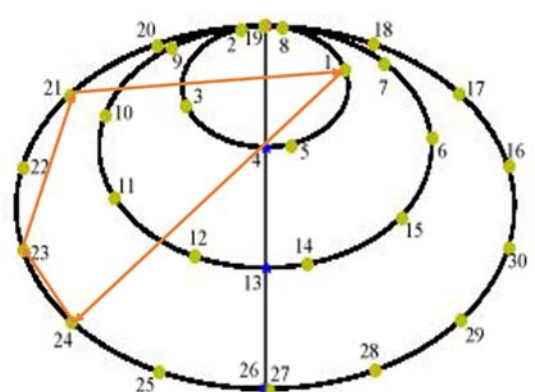
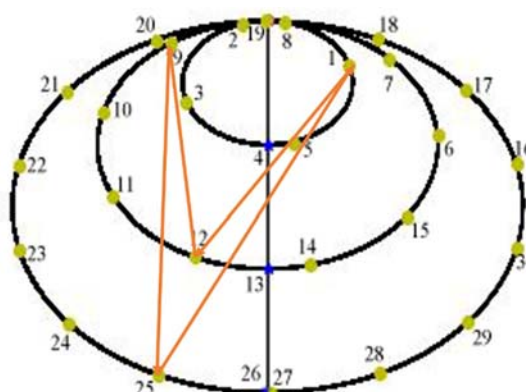
1-4-3-2-1



1-11-10-1



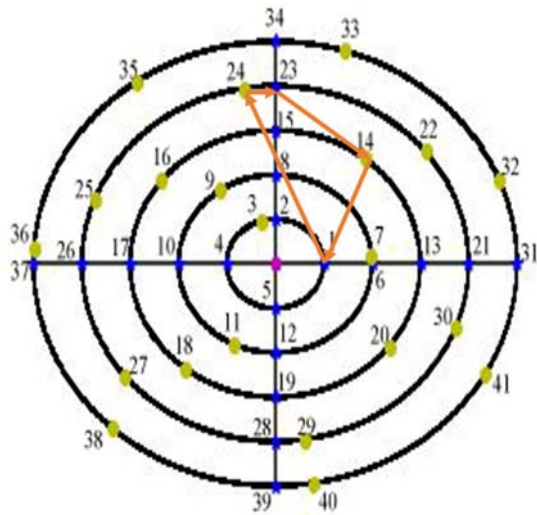
1-19-17-16-1



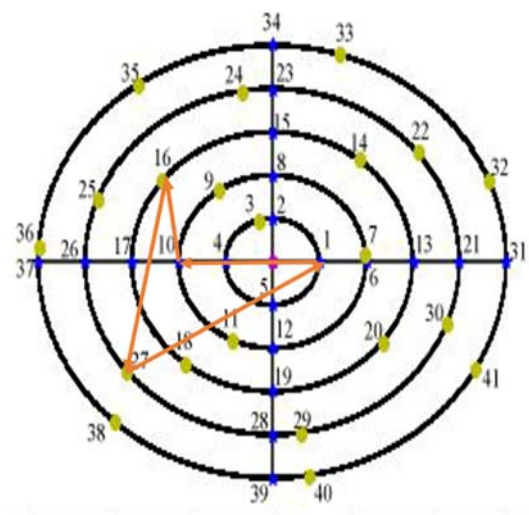
8.1.5 Resultado Experimento 5

Beneficio Bruto	18.943.422,912
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	172.462,5
Costes de combustible	48.522,4115
Beneficio neto	18.576.438,0005 €/año

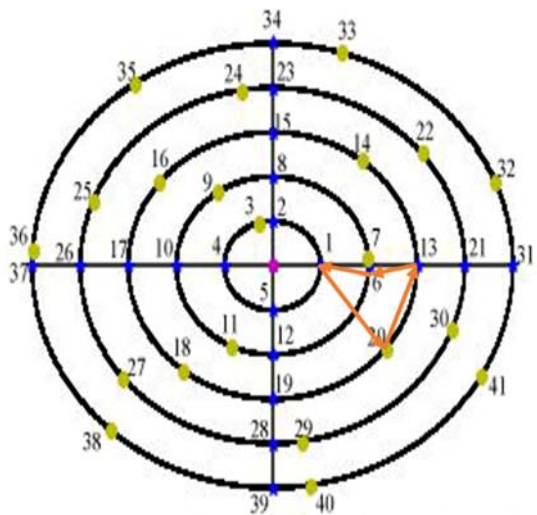
Número total de heliostatos	420
Número de rutas	14
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	2 días



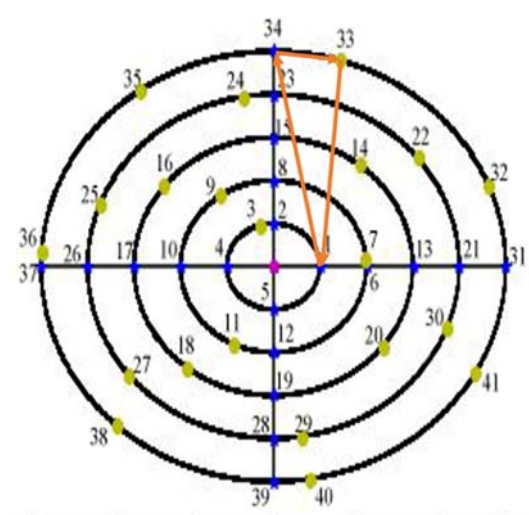
1-24-23-14-1



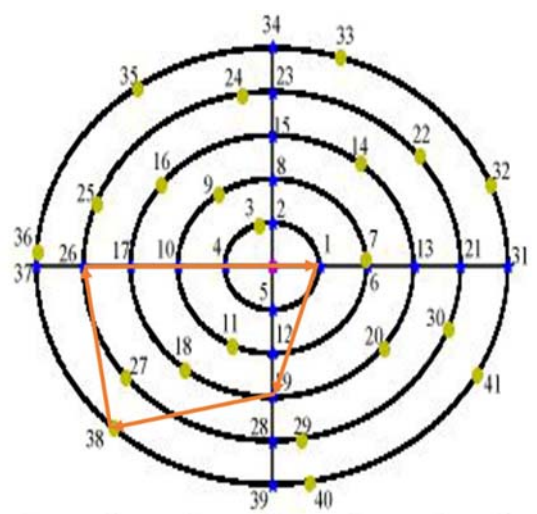
1-10-16-27-1



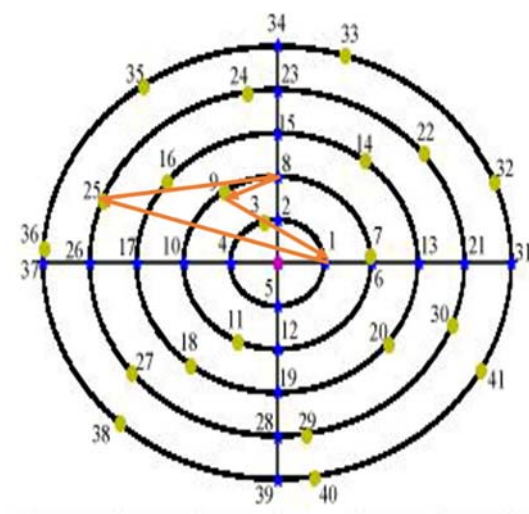
1-20-13-6-1



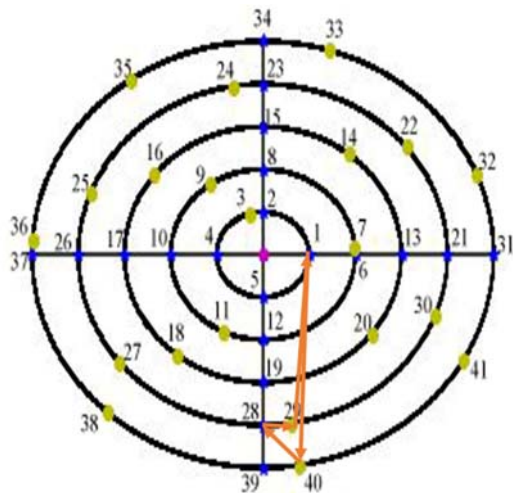
1-34-33-1



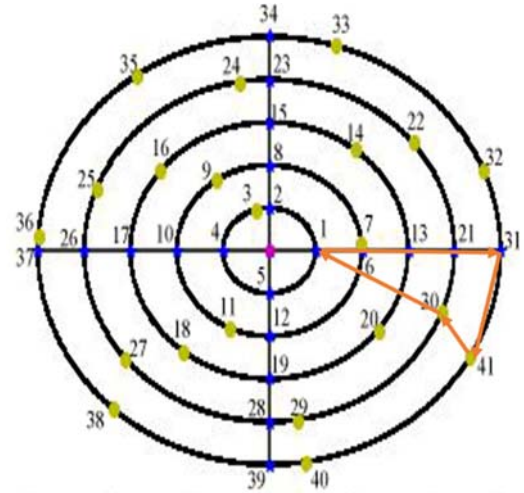
1-19-38-26-1



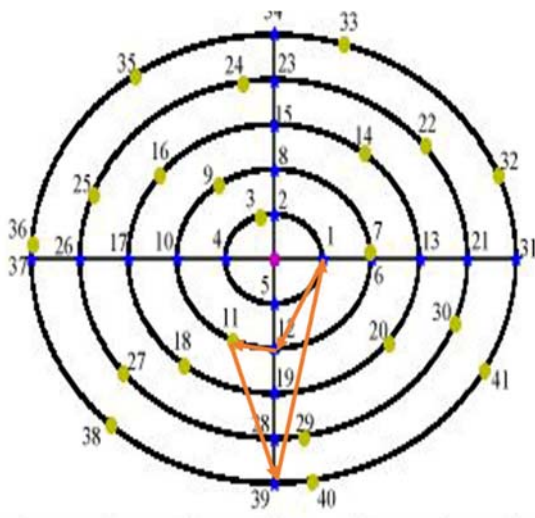
1-25-8-9-1



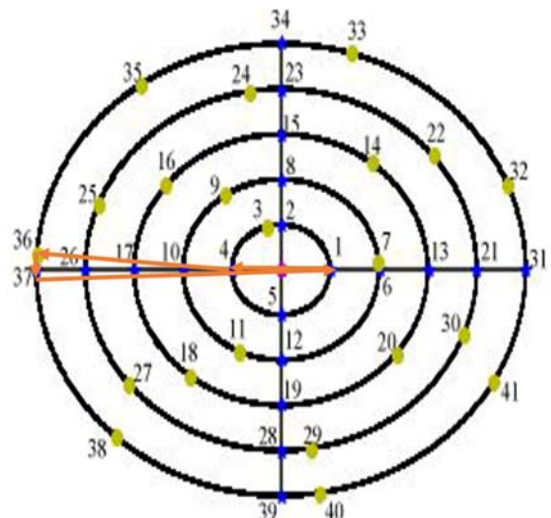
1-40-28-29-1



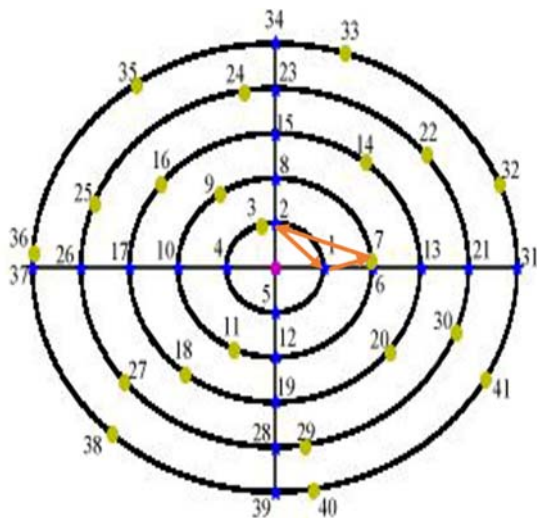
1-31-41-30-1



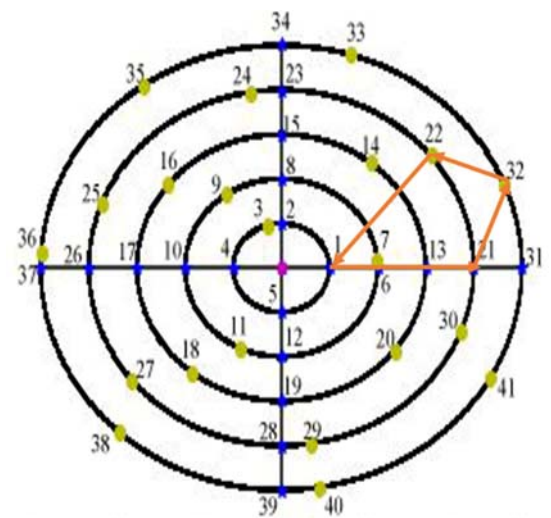
1-12-11-39-1



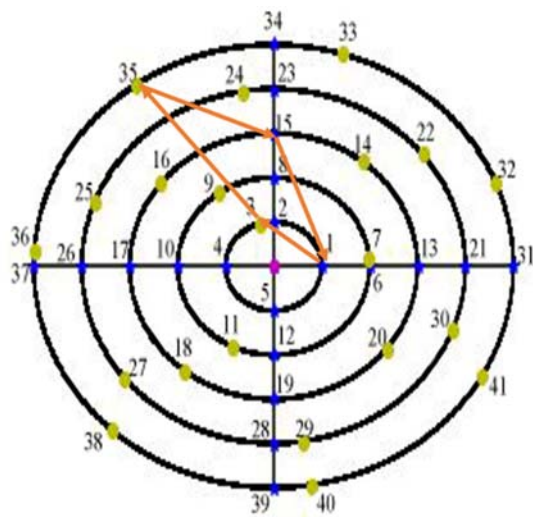
1-4-36-37-1



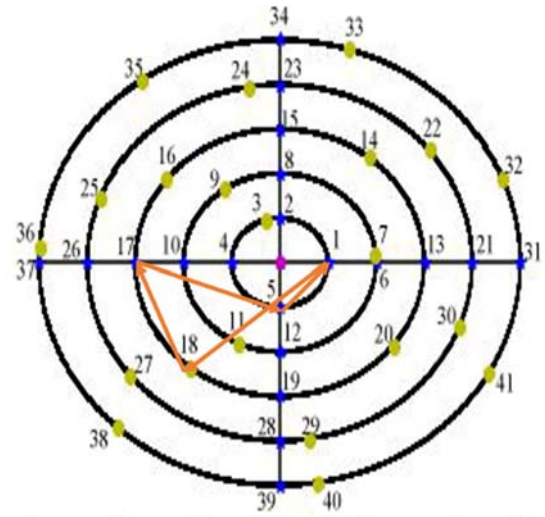
1-7-2-1



1-21-32-22-1



1-3-35-15-1

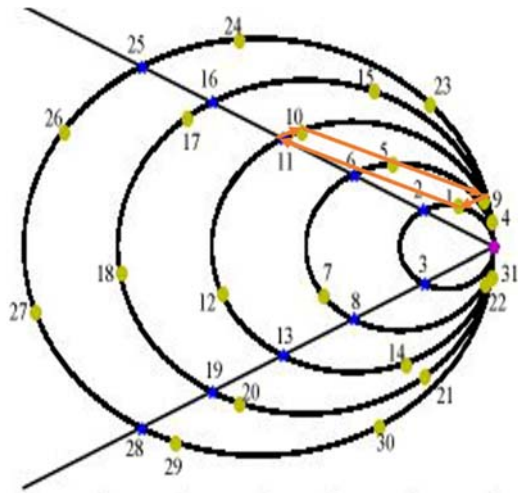


1-18-17-5-1

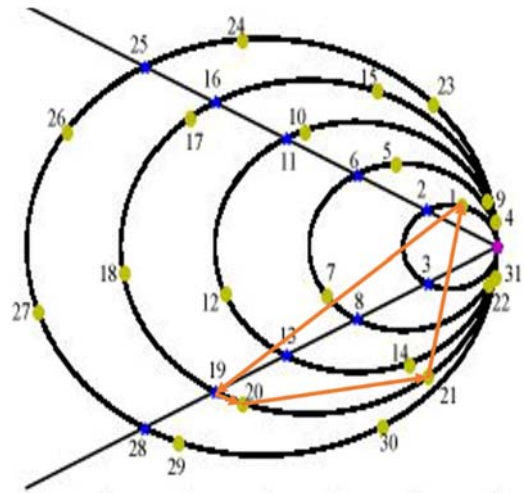
8.1.6 Resultado Experimento 6

Beneficio Bruto	18.943.422,912
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	172.462,5
Costes de combustible	49.059,1409
Beneficio neto	18.575.901,2710 €/año

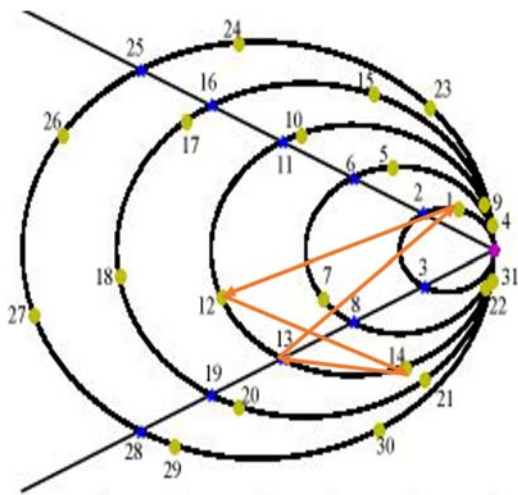
Número total de heliostatos	420
Número de rutas	11
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	2 días



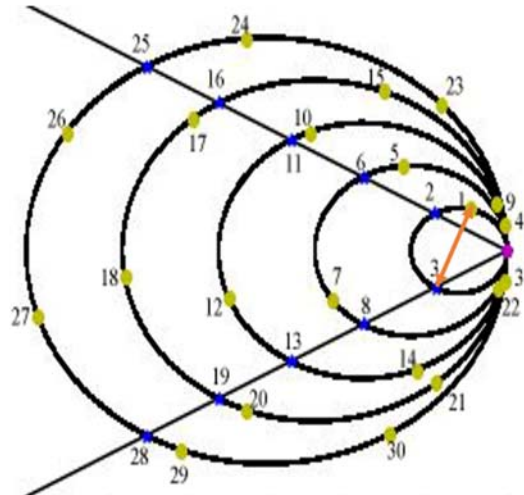
1-11-10-9-1



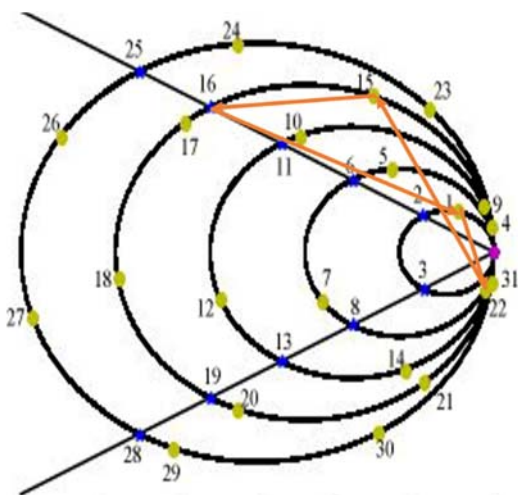
1-19-20-21-1



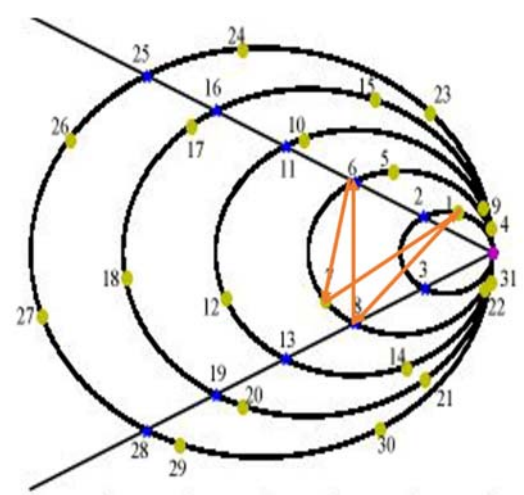
1-12-14-13-1



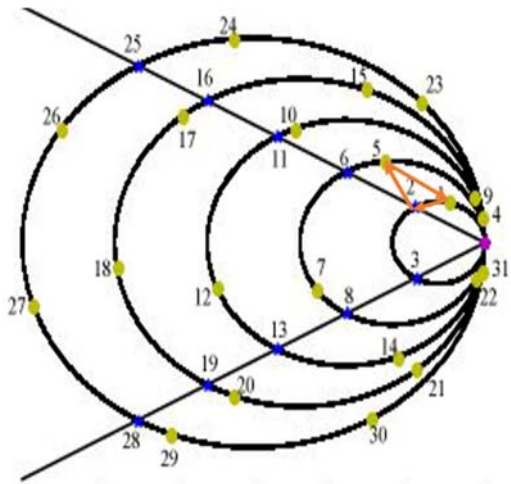
1-3-1



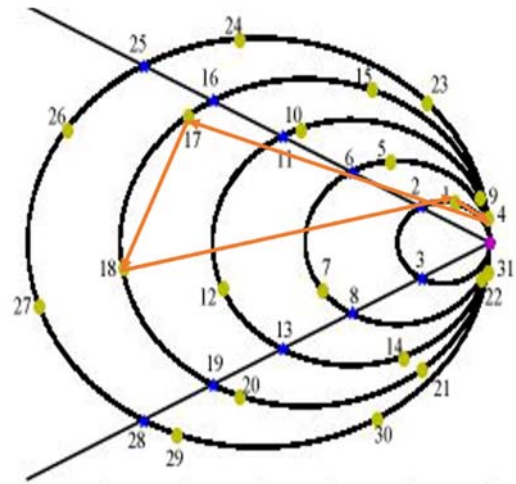
1-22-15-16-1



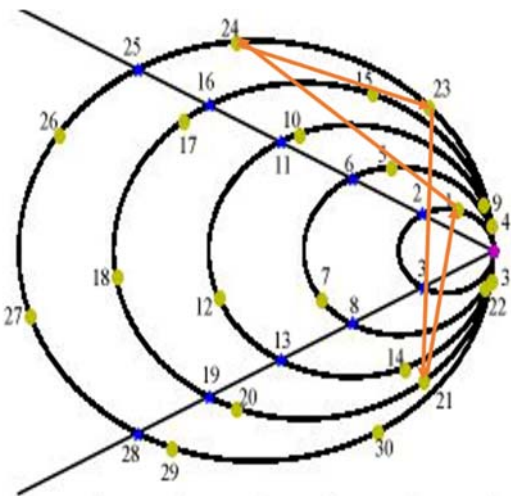
1-8-6-7-1



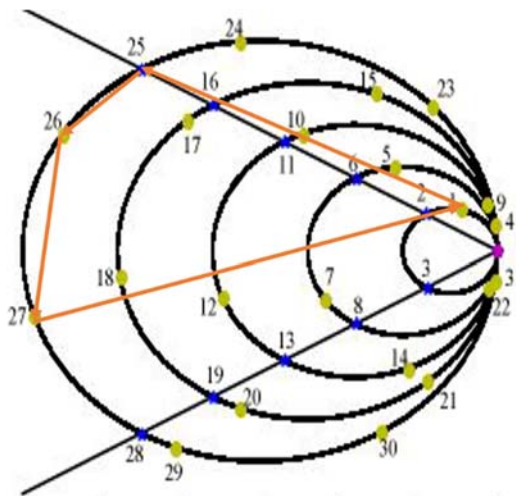
1-2-5-1



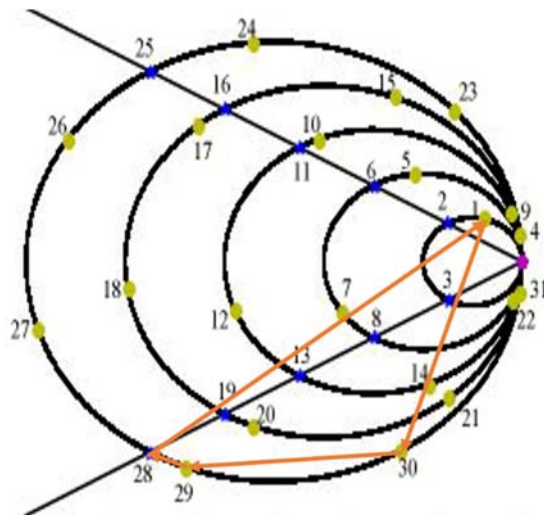
1-4-17-18-1



1-24-23-31-1



1-25-26-27-1

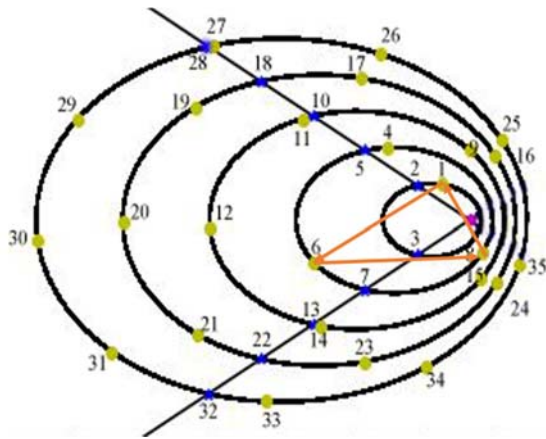


1-30-29-28-1

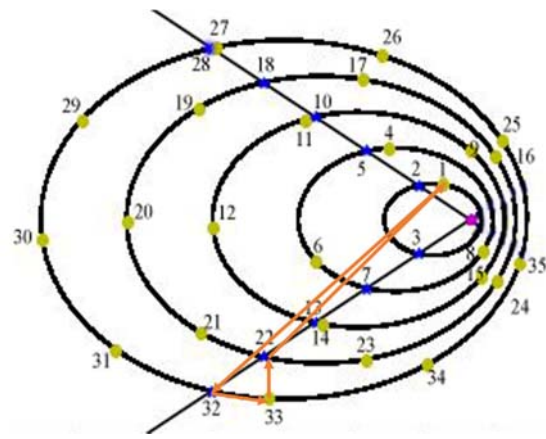
8.1.7 Resultado Experimento 7

Beneficio Bruto	22.304.134,5408
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	205.312,5
Costes de combustible	57.940,0703
Beneficio neto	21.894.881,9704 €/año

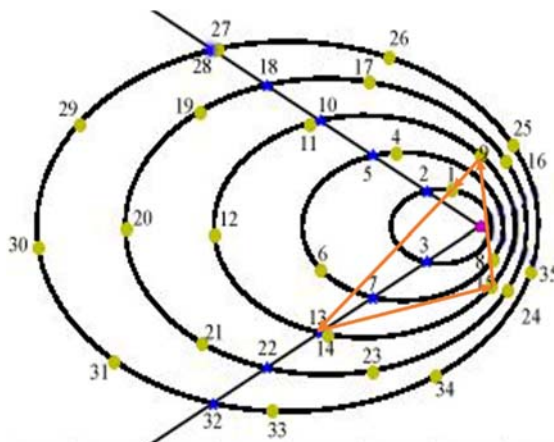
Número total de heliostatos	500
Número de rutas	12
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días



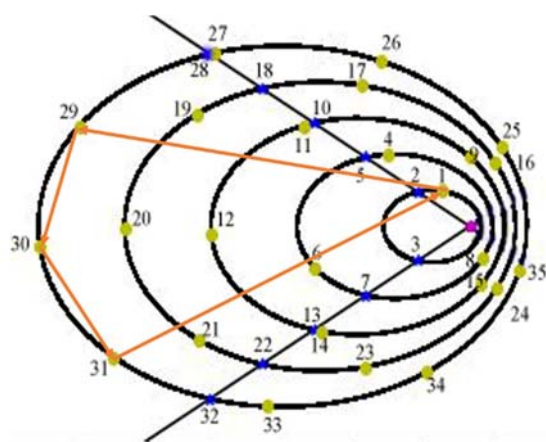
1-6-8-1



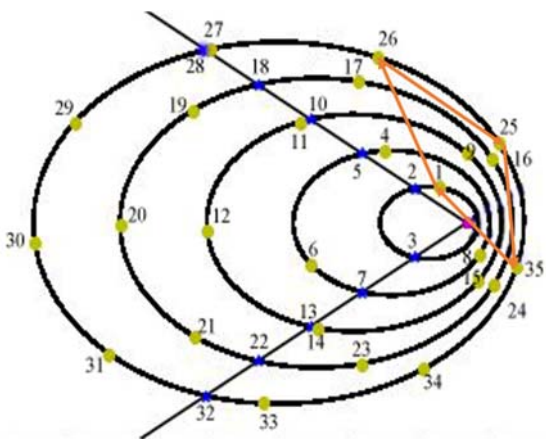
1-32-33-22-1



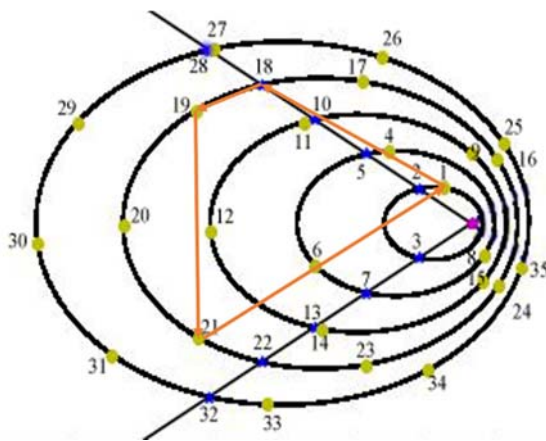
1-13-15-9-1



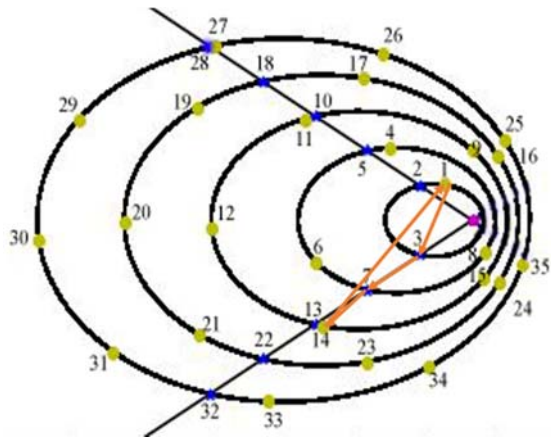
1-29-30-31-1



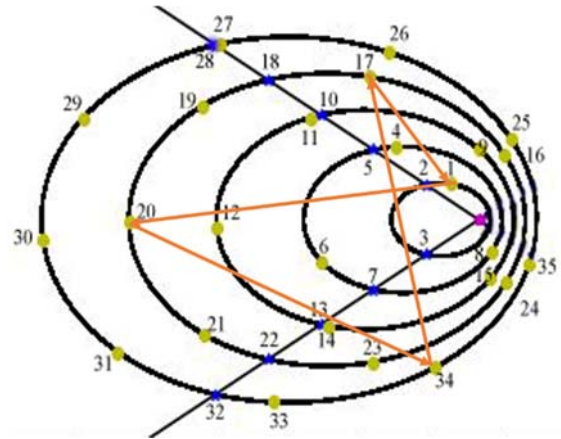
1-26-25-35-1



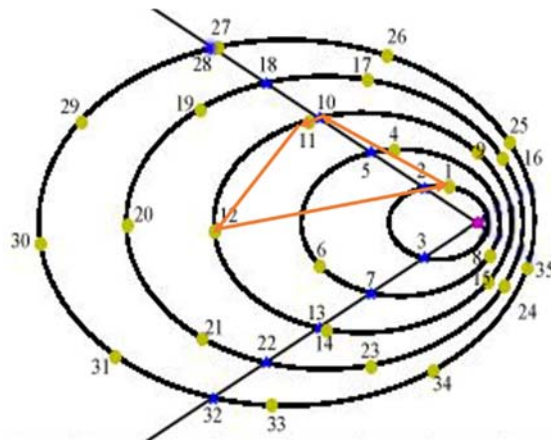
1-18-19-21-1



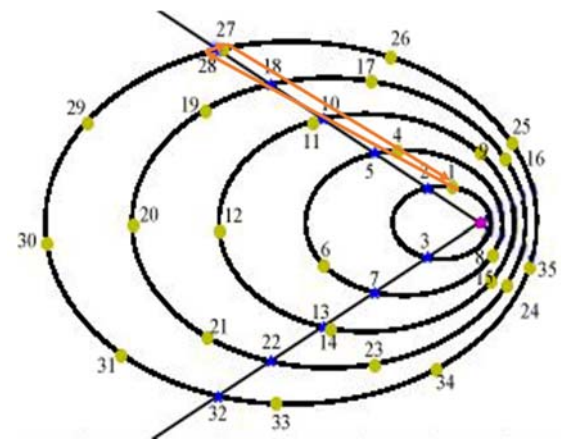
1-3-7-14-1



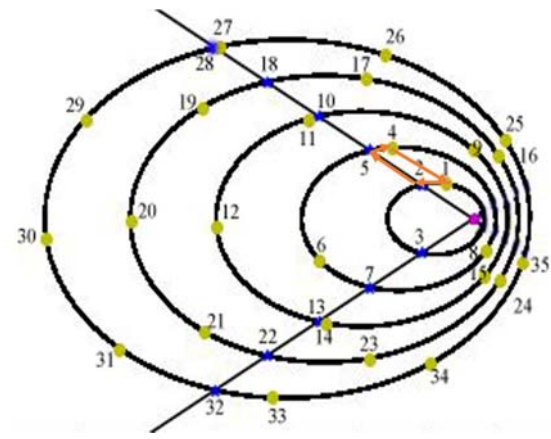
1-20-34-17-1



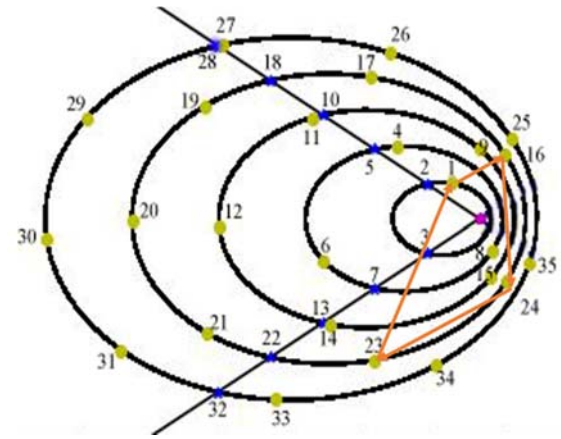
1-10-11-12-1



1-28-27-1



1-2-5-4-1

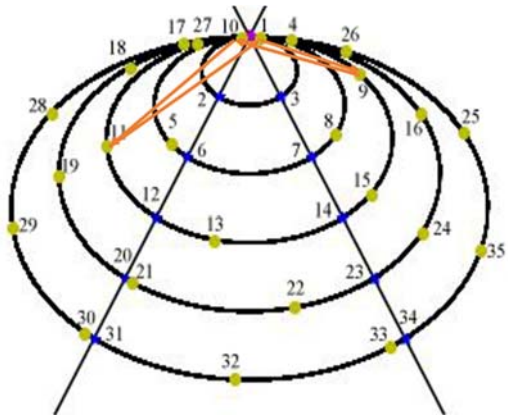


1-16-24-23-1

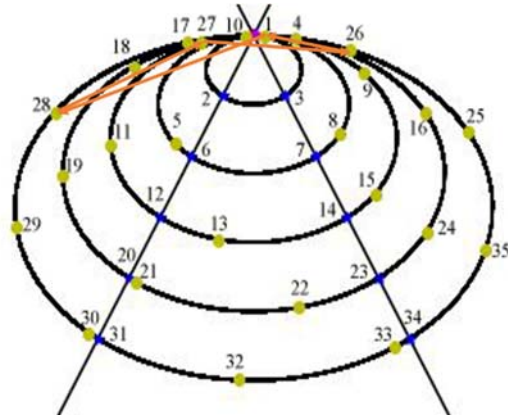
8.1.8 Resultado Experimento 8

Beneficio Bruto	22.304.134,5408
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	205.312,50
Costes de combustible	57.986,4523
Beneficio neto	21.894.835,5885 €/año

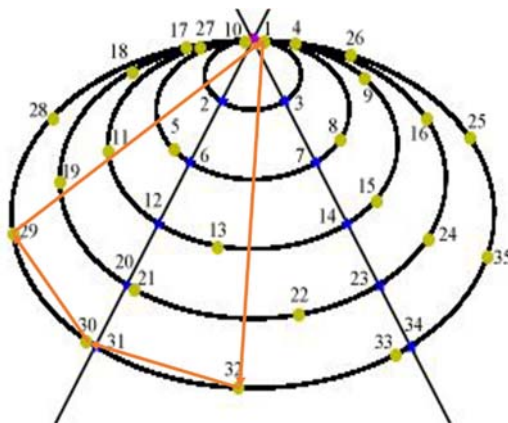
Número total de heliostatos	500
Número de rutas	12
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	2 días



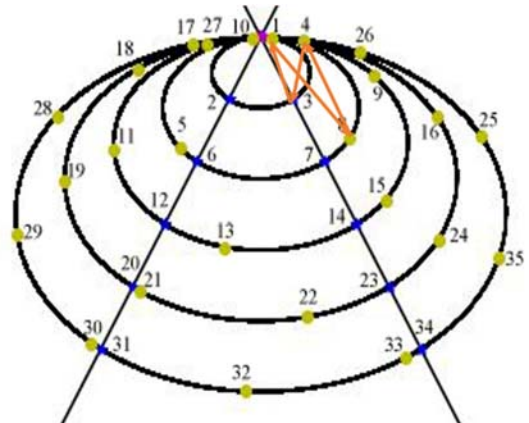
1-9-10-11-1



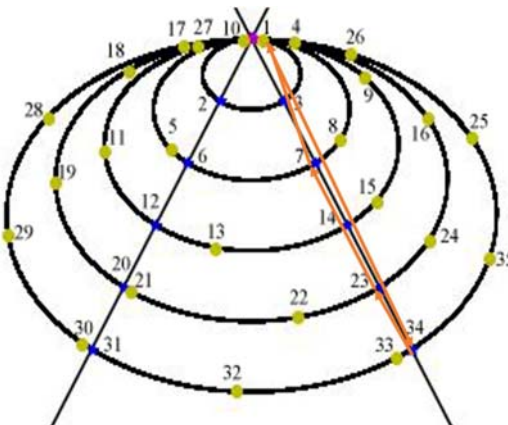
1-28-27-26-1



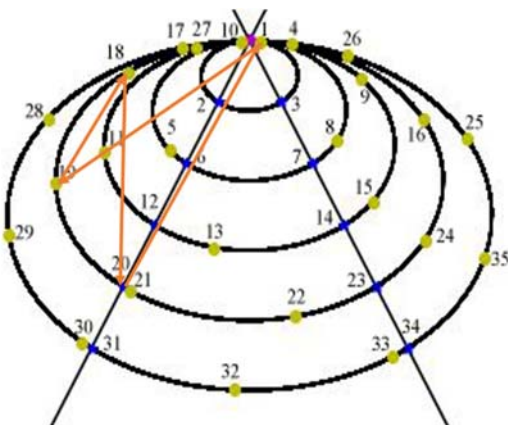
1-32-30-29-1



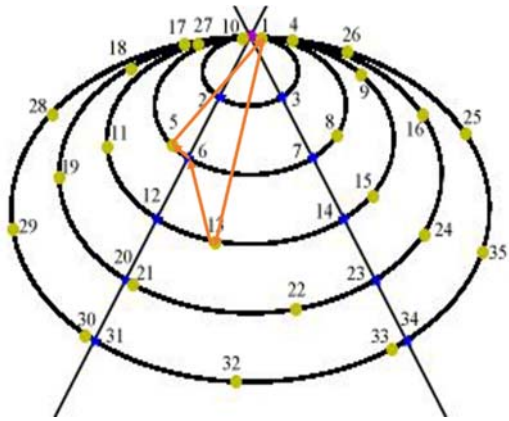
1-8-4-3-1



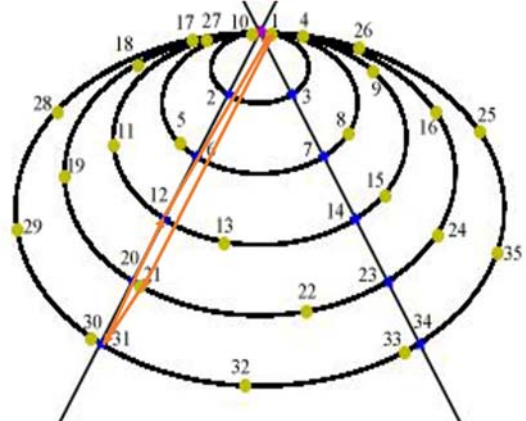
1-34-23-7-1



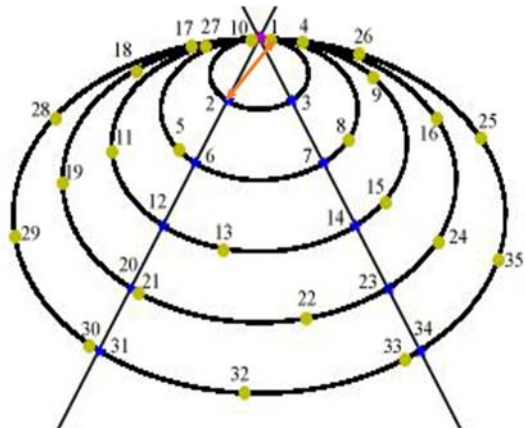
1-19-18-20-1



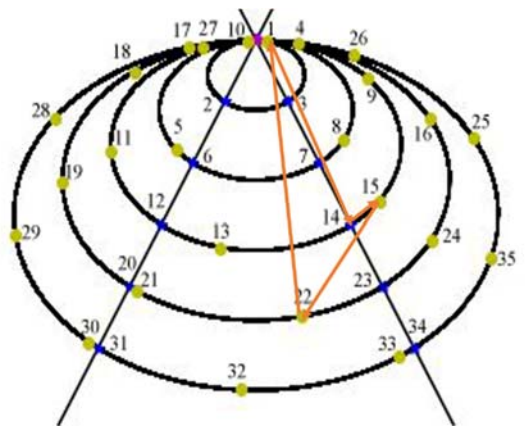
1-13-6-5-1



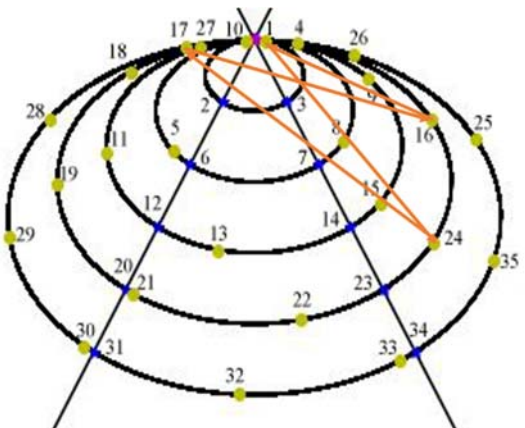
1-21-31-12-1



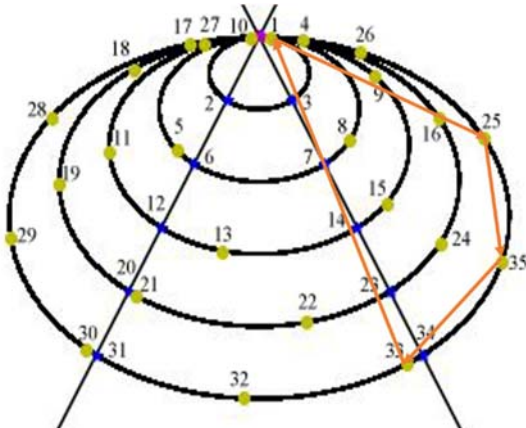
1-2-1



1-14-15-22-1



1-24-17-16-1



1-25-35-33-1

8.1.9 Conclusiones de los experimentos 1-8

En el siguiente cuadro se pueden ver conjuntamente los resultados de los experimentos estudiados.

Tabla 8. Resultados de los experimentos 1-8.

Experimento	Beneficio neto (€/año)
1	21.970.286,7634
2	21.969.714,3679
3	28.319.264,7477
4	28.320.392,7070
5	18.576.438,0005
6	18.575.901,2710
7	21.894.881,9704
8	21.894.835,5885

En él, las soluciones encontradas parecen ser las que se esperaban, puesto que los casos 3 y 4 eran los mejores escenarios que se podían presentar a priori.

En primer lugar porque eran los que mayor número de heliostatos presentaban, un total de 540, que por tanto producirán un beneficio más alto frente a los casos 7 y 8, que contaban con 500 heliostatos; o el resto de casos en los que había 420.

En segundo lugar por su densidad, que era la mayor, y junto con la forma del campo hizo que se colocaran, como se ha mencionado en el párrafo anterior, el mayor número de paneles posible.

Finalmente, es destacable que, en los cuatro primeros escenarios, en los que puede parecer que los valores van a ser peores debido a las pocas radiales y anillos, los resultados son mejores que en los cuatro últimos. Esto se debe, entre otras cosas, a que al añadir más anillos o radiales, aunque se acorte el camino para los vehículos, estamos creando más nodos “vacíos” o de “corte” que complican el modelo, no poseen heliostatos y por tanto no aportan mejoría a la función objetivo.

A continuación, a partir del mejor resultado de los experimentos analizados se realizan 3 nuevos estudios. Se realizará una comparativa variando la capacidad, el número de vehículos y el número de turnos.

El escenario más favorable es, por poco margen frente al 3, el estudio número 4. Se trata de un campo elíptico con torre en el lateral, tres anillos y una radial, formado por 30 nodos que contienen 540 heliostatos en total.

8.2 Estudios 1-3

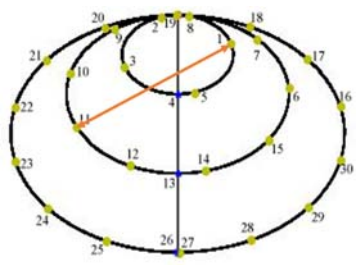
8.2.1 Resultados Estudio 1

Se varía la capacidad de los vehículos manteniendo constantes el número de vehículos y el número de turnos.

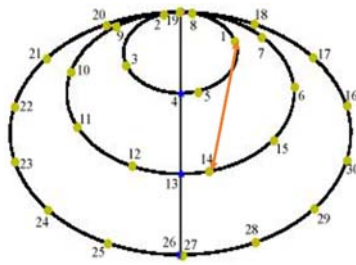
8.2.1.1 Resultado Estudio 1A

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	65.498,2702
Beneficio neto	28.316.773,0745 €/año

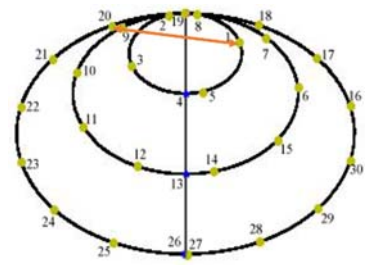
Número total de heliostatos	540
Q	1
Número de rutas	29
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	días



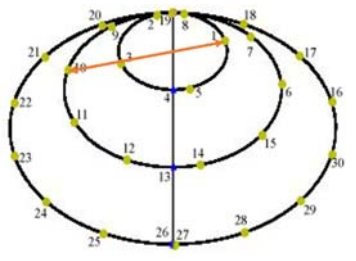
1-11-1



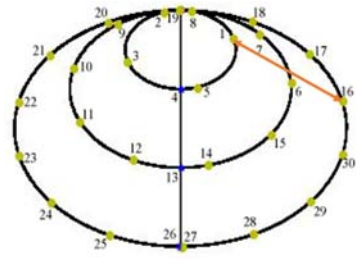
1-14-1



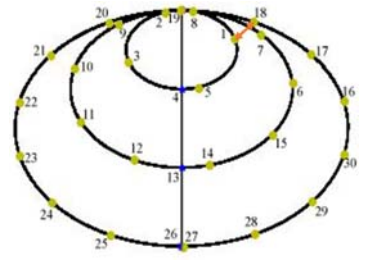
1-20-1



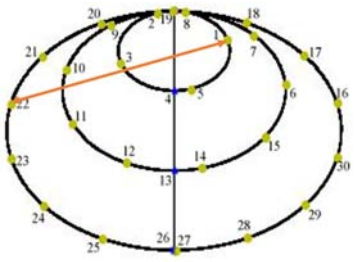
1-10-1



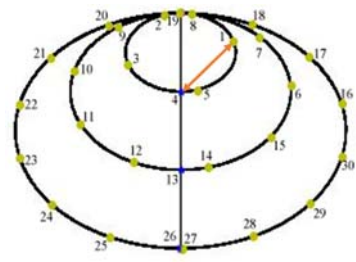
1-16-1



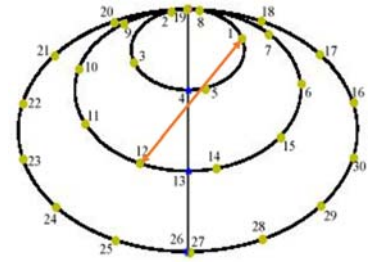
1-18-1



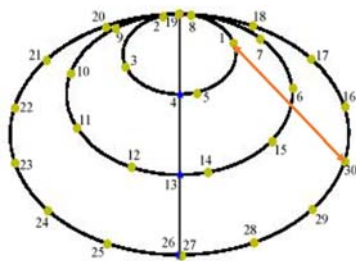
1-22-1



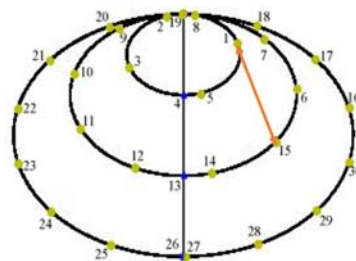
1-4-1



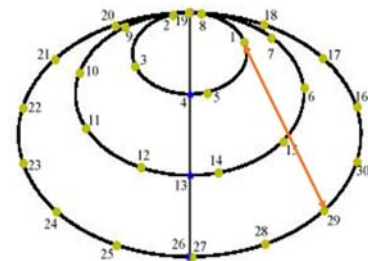
1-12-1



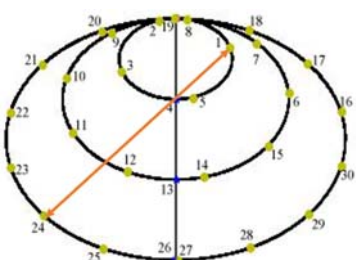
1-30-1



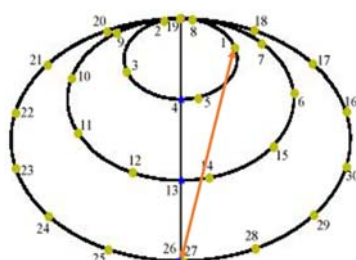
1-15-1



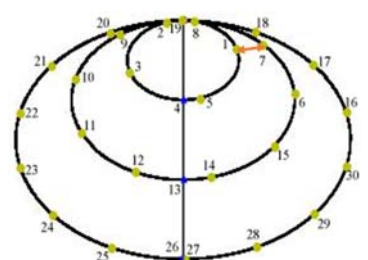
1-29-1



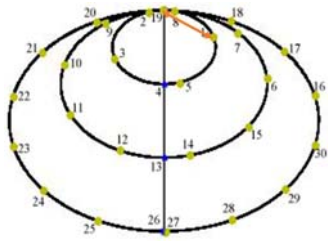
1-24-1



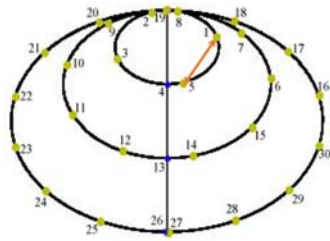
1-26-1



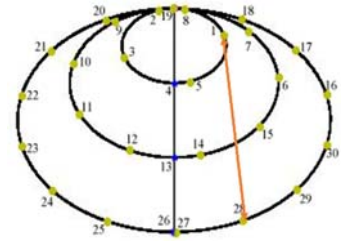
1-7-1



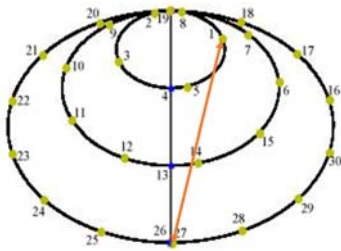
1-19-1



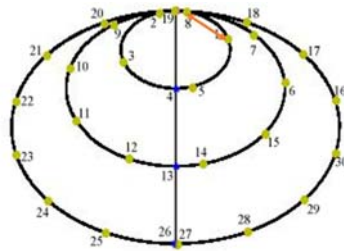
1-5-1



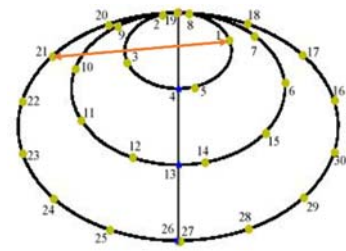
1-28-1



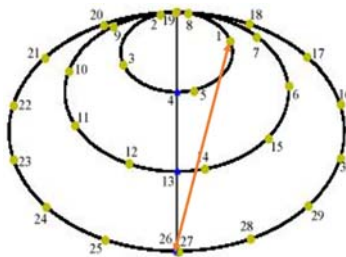
1-27-1



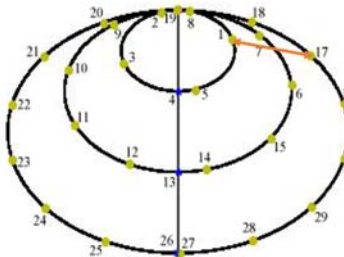
1-8-1



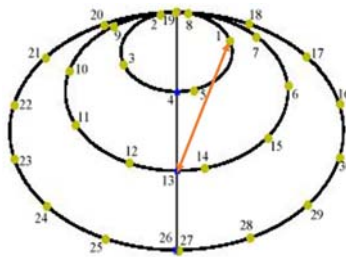
1-21-1



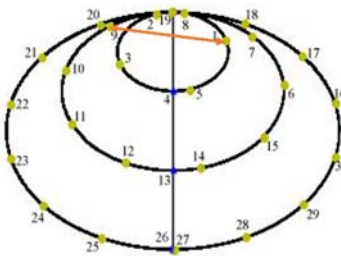
1-26-1



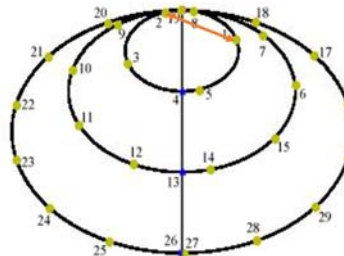
1-17-1



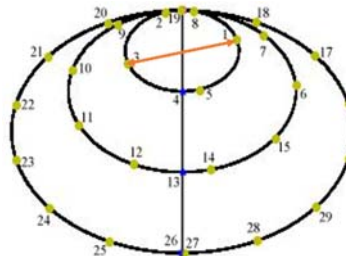
1-13-1



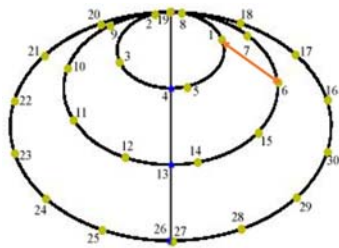
1-9-1



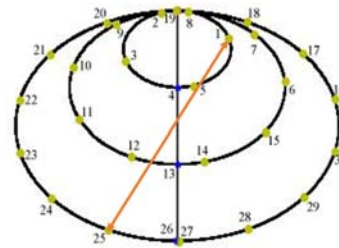
1-2-1



1-3-1



1-6-1

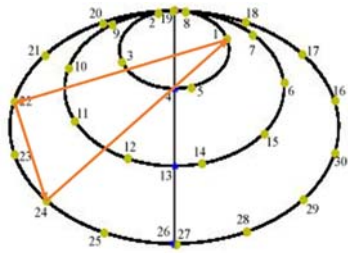


1-25-1

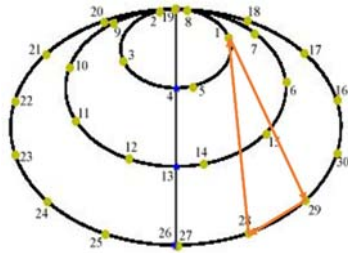
8.2.1.2 Resultado Estudio 1B

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	63.658,2390
Beneficio neto	28.318.613,1057 €/año

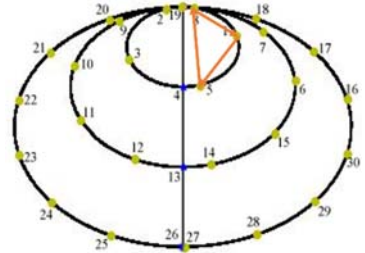
Número total de heliostatos	540
Q	2
Número de rutas	15
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	días



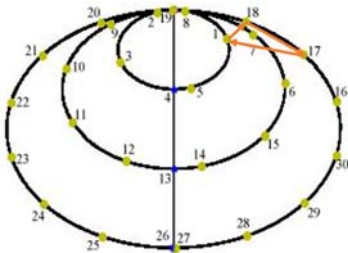
1-22-24-1



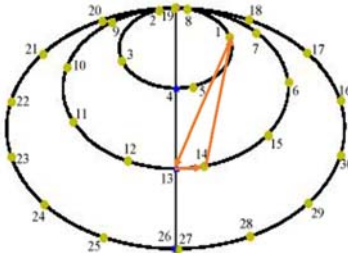
1-29-28-1



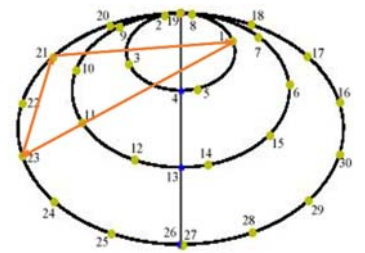
1-5-8-1



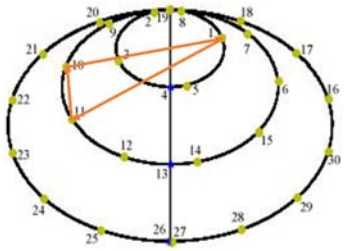
1-18-17-1



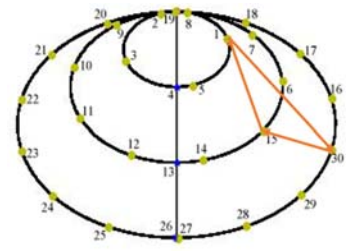
1-13-14-1



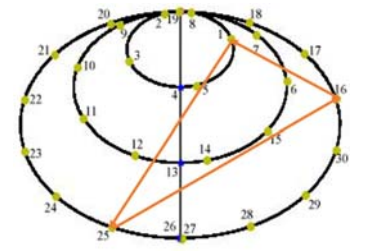
1-23-21-1



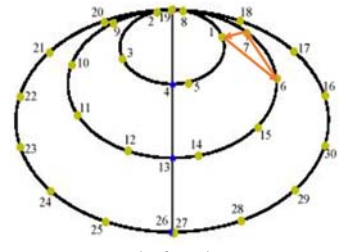
1-11-10-1



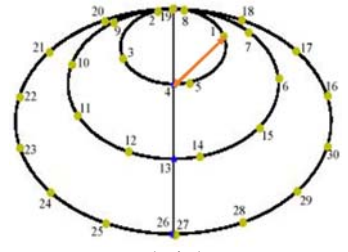
1-30-15-1



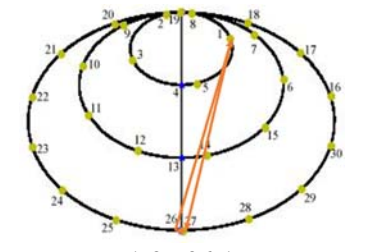
1-25-16-1



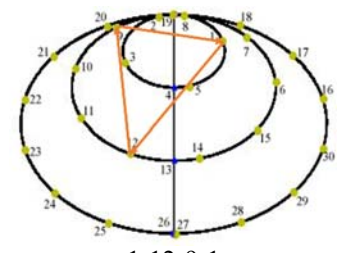
1-6-7-1



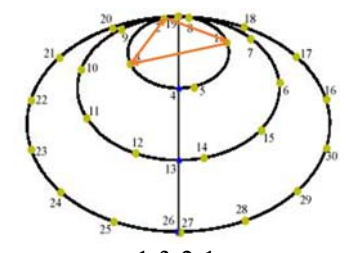
1-4-1



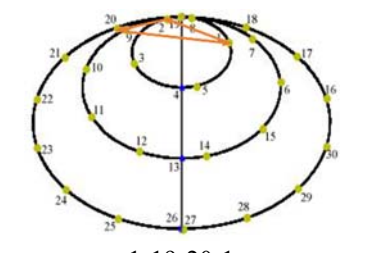
1-27-26-1



1-12-9-1



1-3-2-1



1-19-20-1

8.2.1.3 Resultado Estudio 1C

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.878,6377
Beneficio neto	28.320.392,7070 €/año

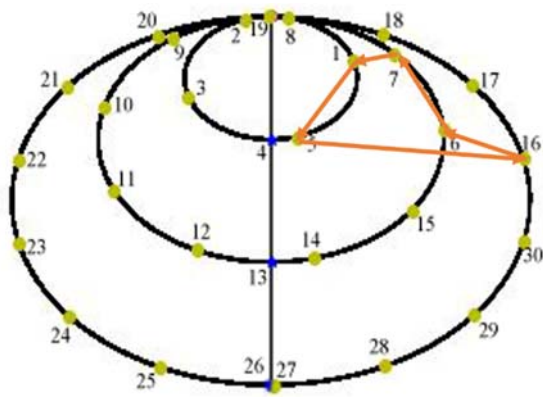
Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días

Nota: los resultados de este estudio se corresponden con los del experimento inicial seleccionado, en este caso el experimento 4, por tanto no se muestran las rutas al ser las mismas.

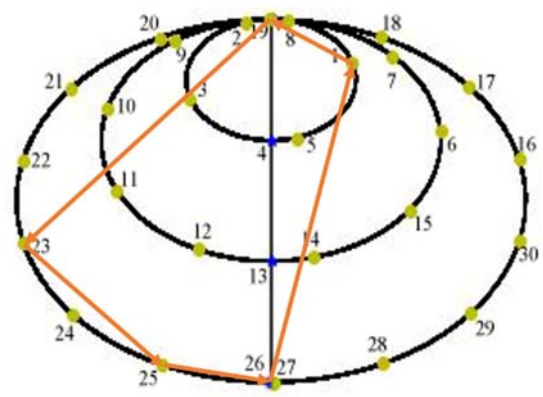
8.2.1.4 Resultado Estudio 1D

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.710,2729
Beneficio neto	28.320.561,0718 €/año

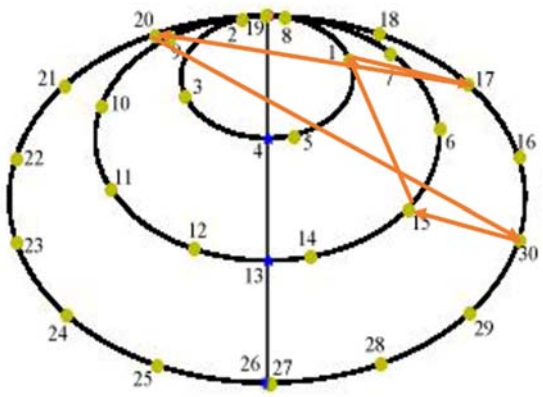
Número total de heliostatos	540
Q	4
Número de rutas	8
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días



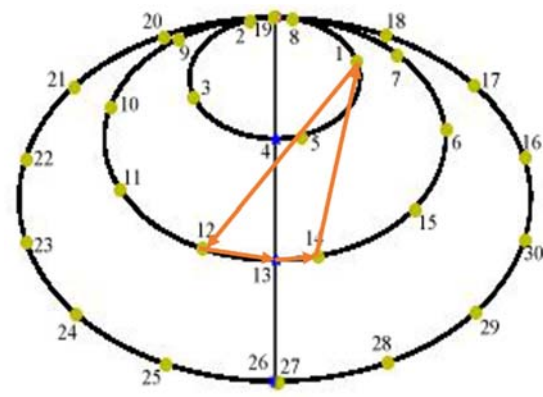
1-5-16-6-7-1



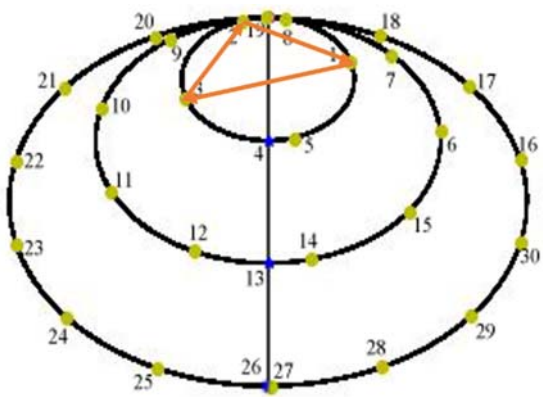
1-19-23-25-26-1



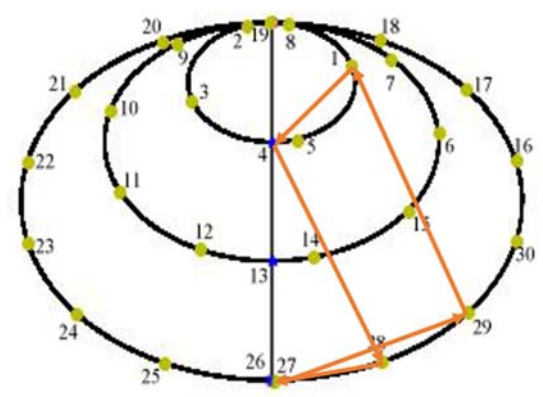
1-17-20-30-15-1



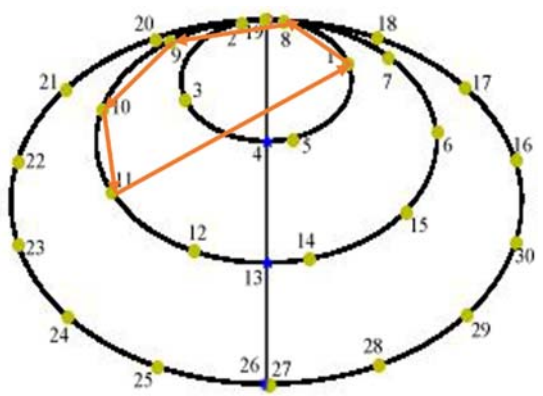
1-12-13-14-1



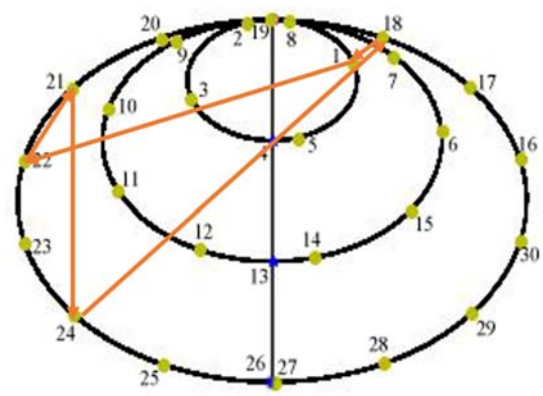
1-3-2-1



1-4-28-27-29-1



1-8-9-10-11-1



1-22-21-24-18-1

8.2.2 Resultados Estudio 2

Dados el número de vehículos y la capacidad, se analiza cómo varía el objetivo en función del número de turnos.

Los valores obtenidos en los estudios 2 y 3 mostrados a continuación son diferentes, sin embargo, al ser ejecutados en el mismo tiempo, se han obtenido en todos los casos las mismas rutas. Esto se debe a que no varía la capacidad, sino el número de turnos (estudio 2) o de vehículos (estudio 3), y estas variables no influyen en el diseño de las distintas rutas. No obstante, y como ha ocurrido en otras ocasiones, podría darse la situación de que hubiera alguna ruta (o todas) distinta según los tiempos de ejecución fueran cortos o más amplios, aunque no es el caso. A esta ruta se le llamará “ruta común”⁽⁶⁾ y se mostrará tras los resultados del estudio 3, siendo casi idéntica a la ruta óptima del Experimento 4 (varían algunas visitas a nodos).

8.2.2.1 Resultado Estudio 2A

Beneficio Bruto	27.330.888,8448
Costes de operario	53.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.863,1802
Beneficio neto	26.954.288,1646 €/año

Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	1
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	3 días

**Ruta común.*

⁽⁶⁾ Las ilustraciones de la ruta común se muestran en el apartado 8.2.4 (páginas 112-113) de este mismo documento.

8.2.2.2 Resultado Estudio 2B

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.878,6377
Beneficio neto	28.320.392,7070 €/año

Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días

Nota: los resultados de este estudio se corresponden con los del experimento inicial seleccionado, en este caso el Experimento 4, por tanto no se muestran las rutas al ser las mismas del experimento 4 ⁽⁷⁾.

⁽⁷⁾ Apartado 8.1.4, páginas 81-83.

8.2.2.3 Resultado Estudio 2C

Beneficio Bruto	29.223.048,8448
Costes de operario	159.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.931,3398
Beneficio neto	28.740.380,0050 €/año

Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	3
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	1 día

**Ruta común.*

8.2.3 Resultados Estudio 3

Manteniendo fijos el número de turnos y la capacidad, se prueban distintos casos variando la flota de la empresa.

8.2.3.1 Resultado Estudio 3A

Beneficio Bruto	27.330.888,8448
Costes de operario	53.000
Costes de vehículo	20.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.892,0575
Beneficio neto	26.974.259,2873 €/año

Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	2
Número de vehículos	1
Duración del ciclo de limpieza, C	3 días

**Ruta común.*

8.2.3.2 Resultado Estudio 3B

Beneficio Bruto	28.750.008,8448
Costes de operario	106.000
Costes de vehículo	40000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.878,6377
Beneficio neto	28.320.392,7070 €/año

Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	2
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	2 días

Nota: los resultados de este estudio se corresponden con los del experimento inicial seleccionado, en este caso el experimento 4, por tanto no se muestran las rutas al ser las mismas.

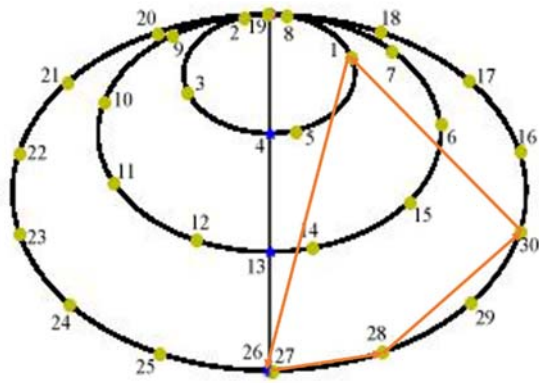
8.2.3.3 Resultado Estudio 3C

Beneficio Bruto	29.223.048,8448
Costes de operario	159.000
Costes de vehículo	60.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.892,0575
Beneficio neto	28.720.419,2873 €/año

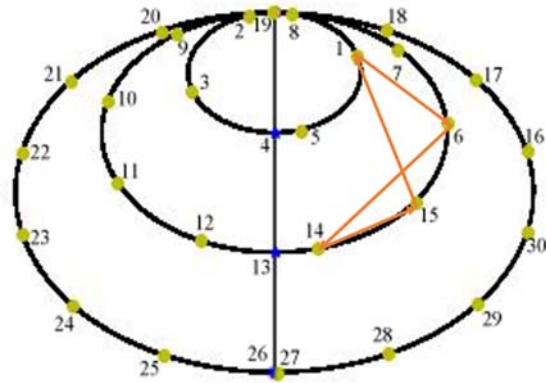
Número total de heliostatos	540
Q	3
Número de rutas	10
Número de turnos	2
Número de vehículos	3
Duración del ciclo de limpieza, C	1 día

**Ruta común.*

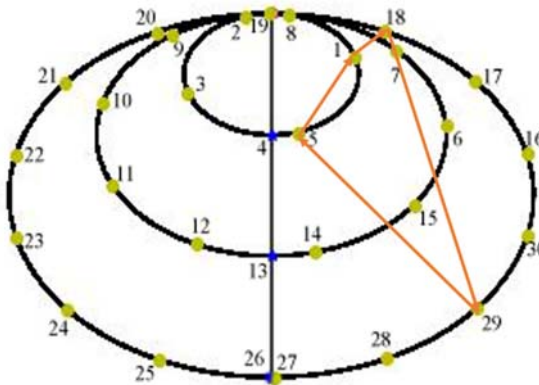
8.2.4 Ruta común



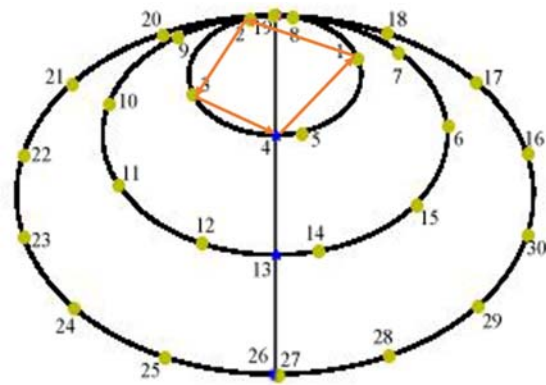
1-26-28-30-1



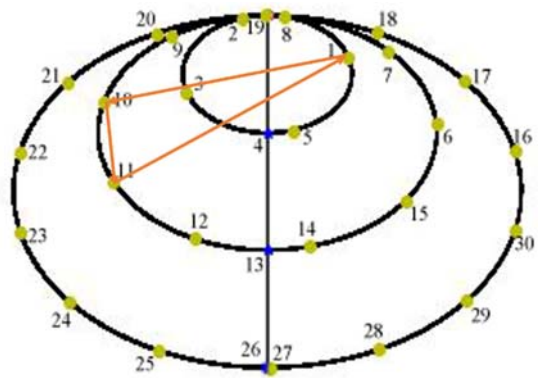
1-6-14-15-1



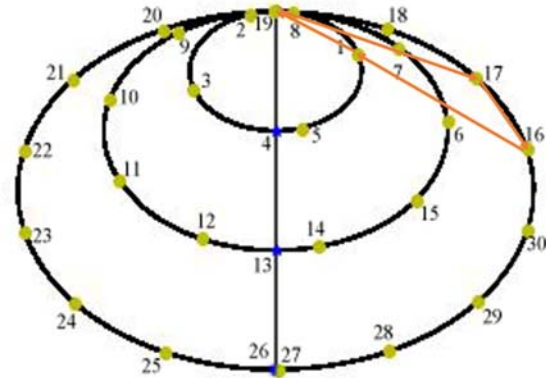
1-18-29-5-1



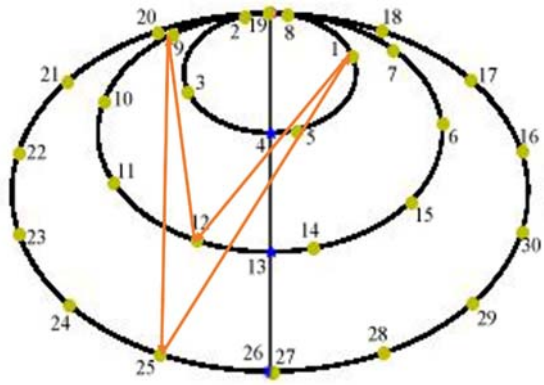
1-2-3-4-1



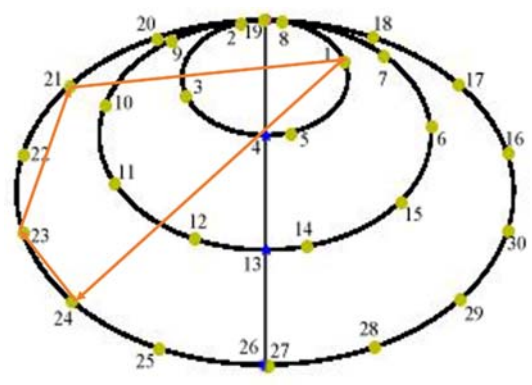
1-11-10-1



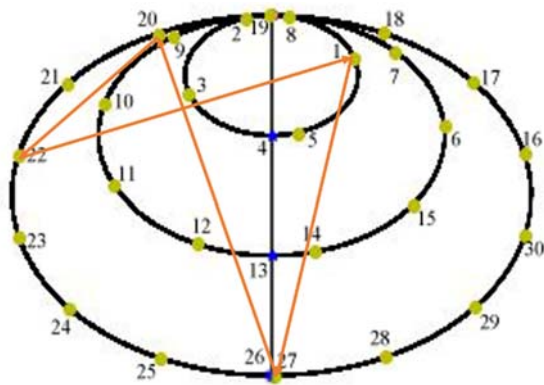
1-19-17-16-1



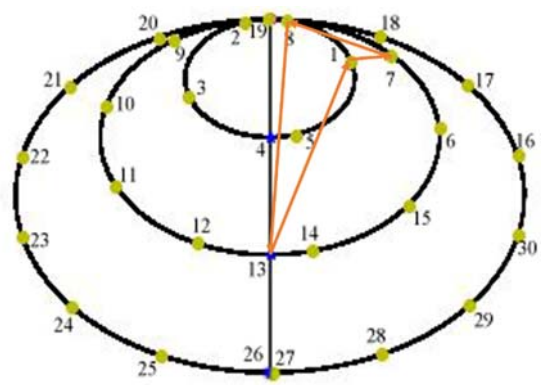
1-12-9-25-1



1-24-23-21-1



1-27-20-22-1



1-7-8-13-1

8.2.5 Comparativas

Tabla 9. Resultados de los estudios 1-3.

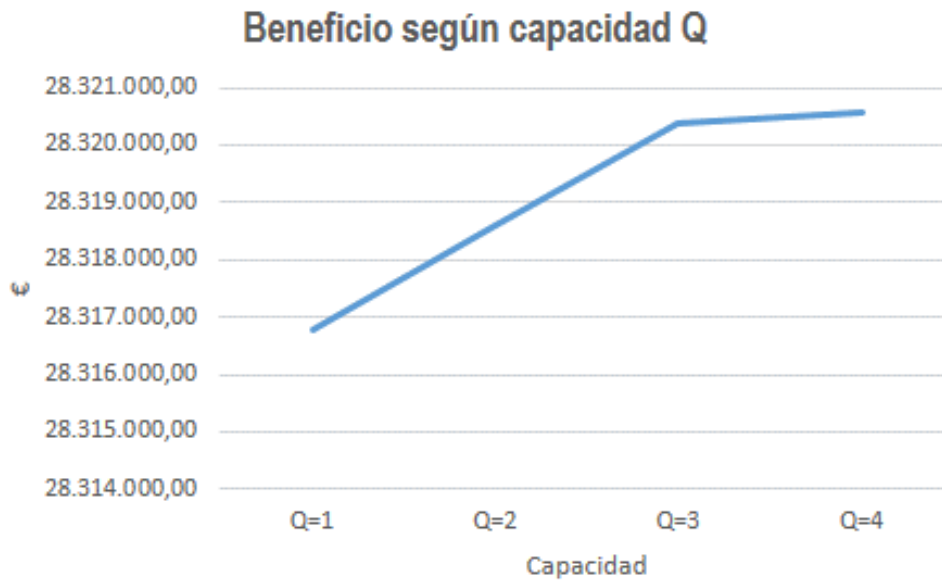
	Q	nt	nv	Beneficio (€/año)
Estudio 1A	1	2	2	28.316.773,0745
Estudio 1B	2	2	2	28.318.613,1057
Estudio 1C	3	2	2	28.320.392,7070
Estudio 1D	4	2	2	28.320.561,0718
Estudio 2A	3	1	2	26.954.288,1646
Estudio 2B	3	2	2	28.320.392,7070
Estudio 2C	3	3	2	28.740.380,0050
Estudio 3A	3	2	1	26.974.259,2873
Estudio 3B	3	2	2	28.320.392,7070
Estudio 3C	3	2	3	28.720.419,2873

Como se puede apreciar, en la mayoría de los estudios los resultados son parecidos, excepto en los que suponen la existencia de un solo turno o un solo vehículo, puesto que retrasan la capacidad de producción en la planta.

En el caso del estudio 1, los costes asociados a los parámetros número de vehículos y número de turnos permanecen constantes. En esta ocasión, se obtiene mejor resultado cuanto mayor es la capacidad del vehículo, es decir, en los estudios 1B, 1C y 1D aparece una mejoría sucesivamente respecto del 1A.

En el siguiente gráfico se muestra la evolución de la función objetivo al aumentar la capacidad; se puede observar que aumenta de forma lineal hasta llegar a un valor de “equilibrio” que puede ser cercano a 3, y que proporciona unas rutas casi equilibradas en cuanto a tamaño.

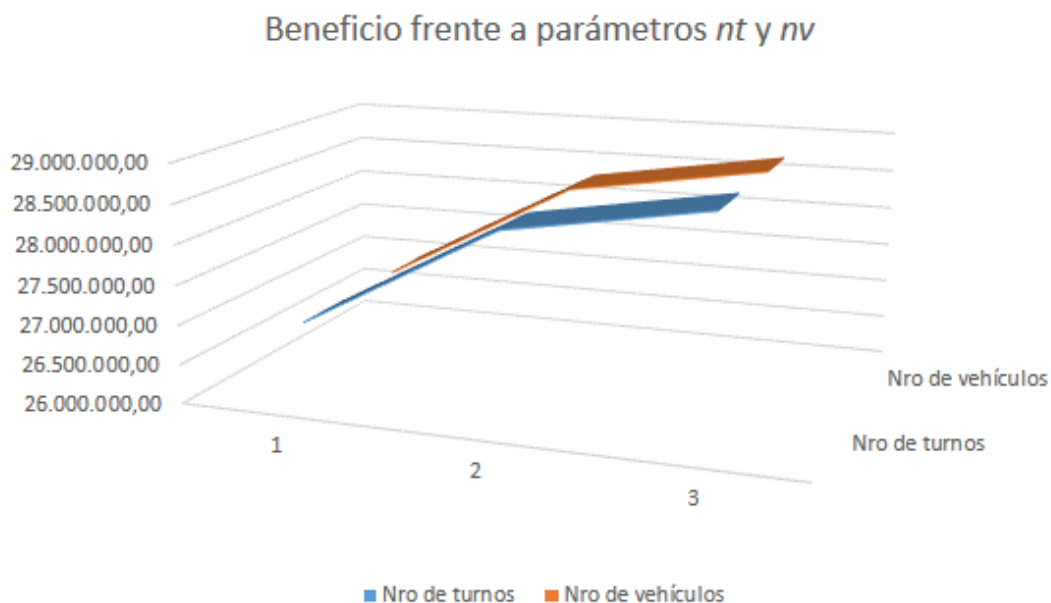
Tabla 10. Variación del beneficio según la capacidad.



En cuanto al estudio 2 permanecerá invariable el coste de vehículos, mientras que en el estudio 3 no cambiará el coste de operario. En ambos casos el mejor resultado se obtiene cuando se usa el máximo de recursos posible, en referencia a operarios o turnos. Además, al aumentar los recursos se puede ver que disminuye el número de días en la duración del ciclo.

También se puede destacar que aumentar el número de turnos (operarios) o vehículos, en menor medida, no afecta de manera notable en los costes de la empresa, por lo que se intentará seleccionar el mejor valor posible de estas variables. Sin embargo, sí que producen una subida del beneficio, reseñable en ambos casos, y de forma prácticamente paralela.

Tabla 11. Variación del beneficio según nt y nv.



No obstante, si se observan los resultados de manera detallada, el aumentar el número de turnos frente al número de vehículos produce un beneficio mayor.

Para terminar, se pretende estudiar en los dos últimos apartados cómo variarían los ingresos de la empresa ante las fluctuaciones del mercado. Serán los estudios 4 y 5 a partir del mejor de los escenarios anteriores, el Estudio 2C, que contempla una capacidad de 3 nodos, 3 turnos y 2 vehículos. Cobra sentido que, mientras más turnos haya y mayor número de vehículos, mejores sean los resultados.

8.3 Estudios 4 y 5

Nota: en los siguientes apartados se encontraron dos nuevas soluciones con distintas rutas en cada caso, que posiblemente no serían óptimas (aunque sí muy buenas) debido a su bajo tiempo de ejecución (300 segundos).

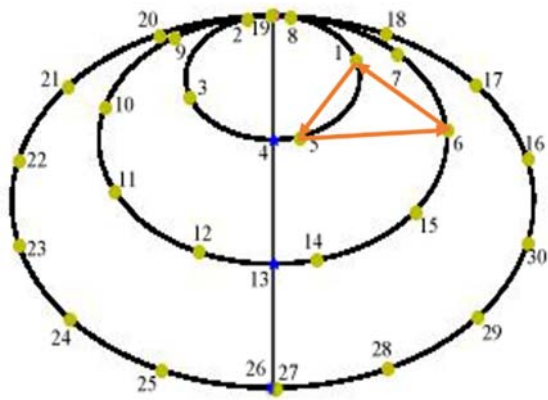
8.3.1 Resultado Estudio 4

Si durante un año de crisis del petróleo aumentaran los precios del sector en un 10%, se puede ver que no afecta en gran medida a la empresa, y sería un hecho que podría soportar. Esto se debe a que la planta no es relativamente grande y los costes de combustible no se verían muy alterados en el caso de que subieran un poco los valores de coste del combustible.

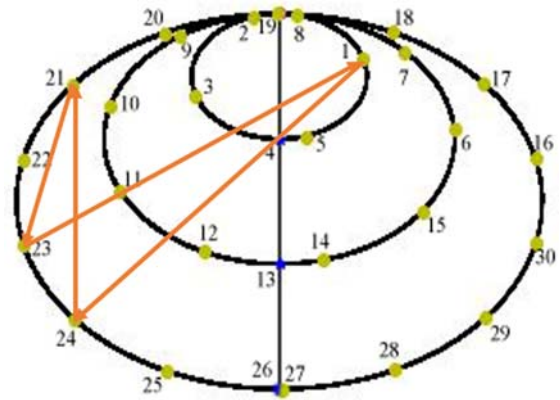
Cómo afecta al beneficio de la empresa el hecho de que los precios del combustible se incrementen un 10% durante un año de crisis petrolífera.

Beneficio Bruto	29.223.048,8448
Costes de operario	159.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	68.077,0403
Beneficio neto	28.734.234,3045 €/año

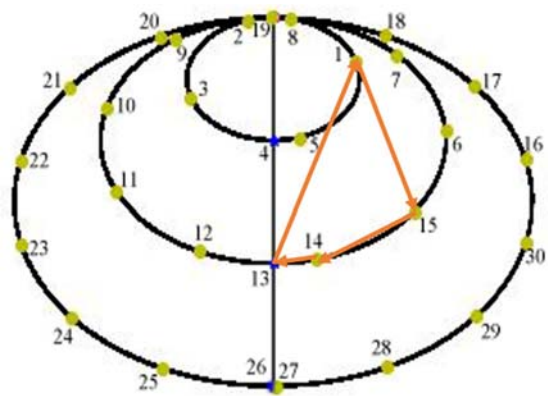
Número total de heliostatos	540
Número de rutas	10
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, C	1 día



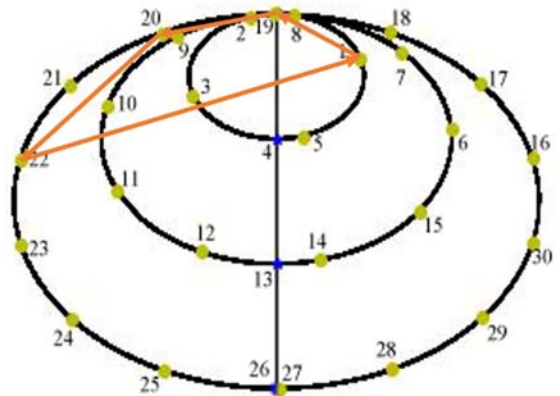
1-5-6-1



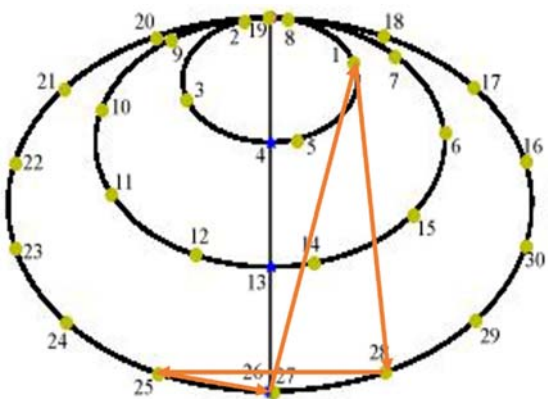
1-24-21-23-1



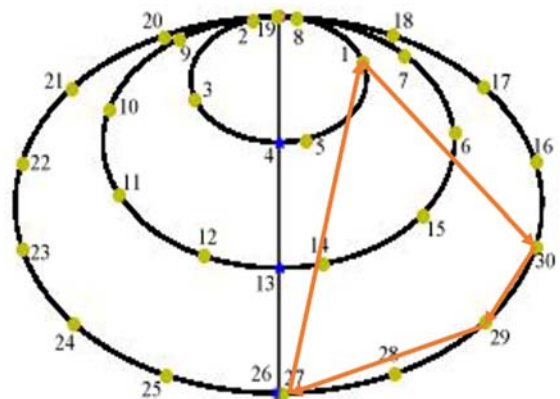
1-15-14-13-1



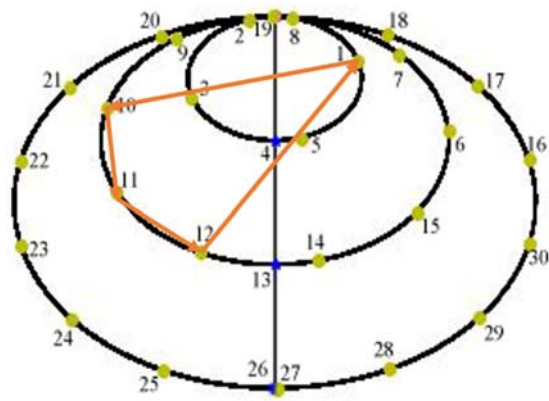
1-19-22-20-1



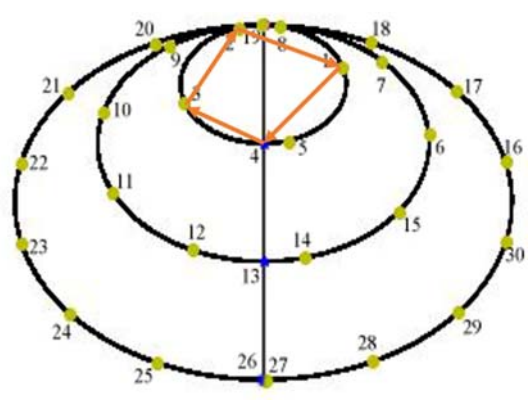
1-28-25-26-1



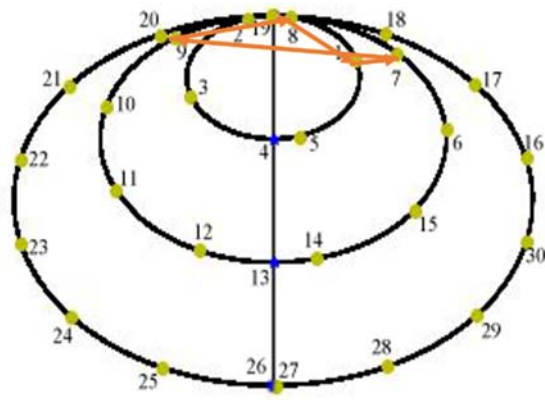
1-30-29-27-1



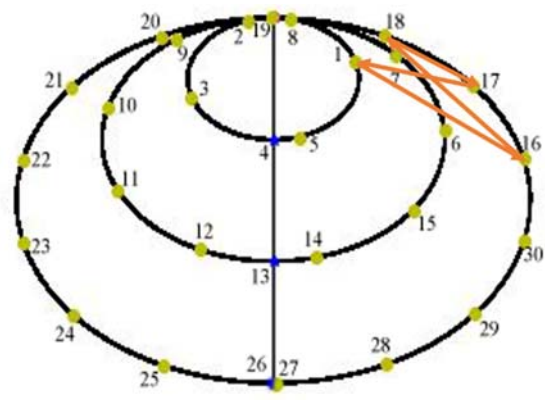
1-10-11-12-1



1-4-3-2-1



1-7-9-8-1



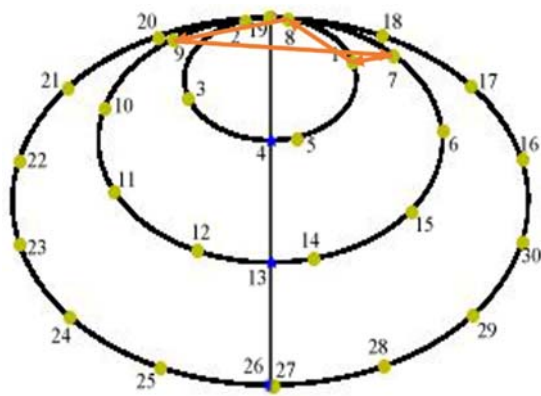
1-16-18-17-1

8.3.2 Resultado Estudio 5

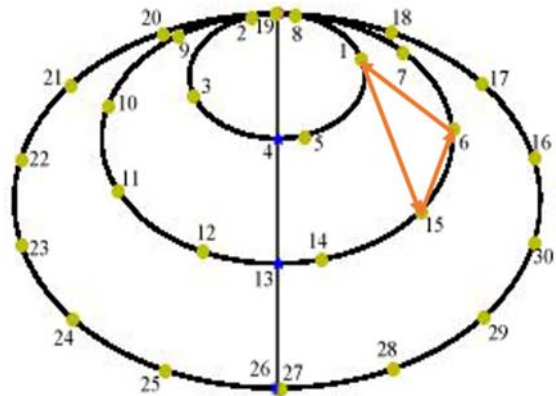
Si el precio de venta del MW/hora subiese hasta los 85 €/MW, se puede ver que afectaría, como no sucede en el caso anterior y de forma más que positiva, al beneficio de la empresa. Éste aumenta en casi un 40%.

Beneficio Bruto	41.399.319,1968
Costes de operario	159.000
Costes de vehículo	40.000
Costes de agua	221.737,5
Costes de combustible	61.993,3454
Beneficio neto	40.916.588,3513539 €/año

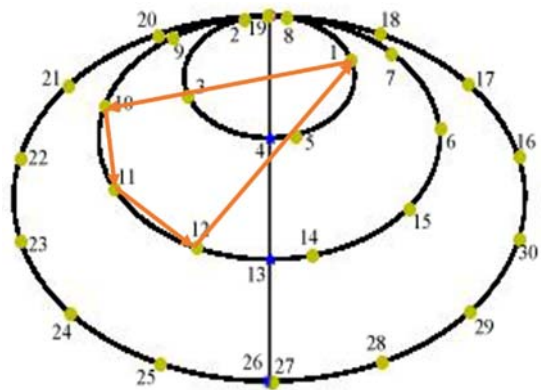
Número total de heliostatos	540
Número de rutas	10
Número de vehículos	2
Duración del ciclo de limpieza, <i>C</i>	1 día



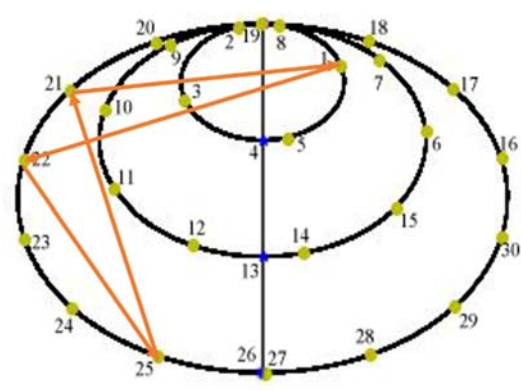
1-8-9-7-1



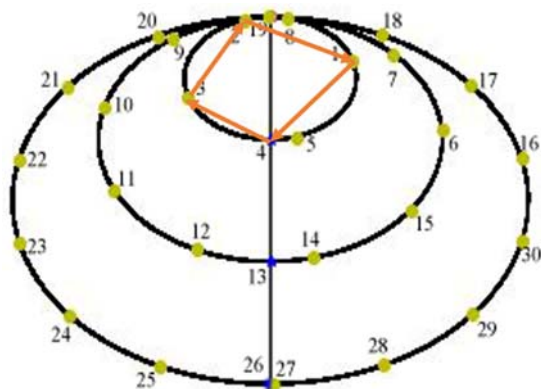
1-15-6-1



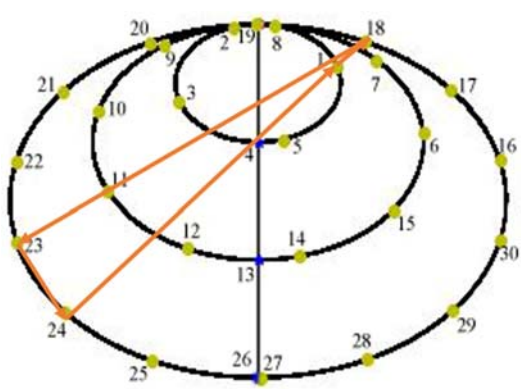
1-10-11-12-1



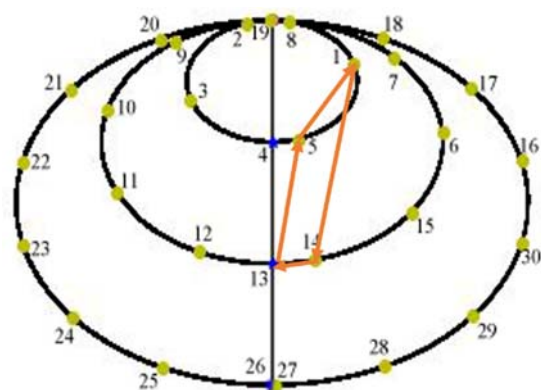
1-22-25-21-1



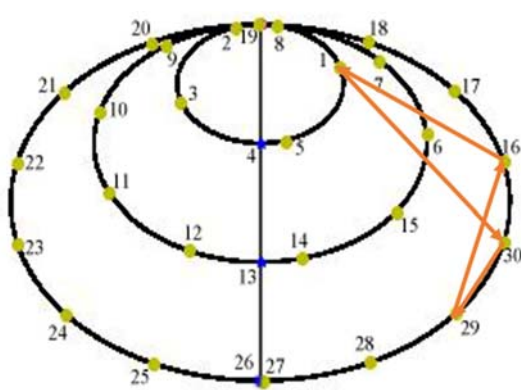
1-4-3-2-1



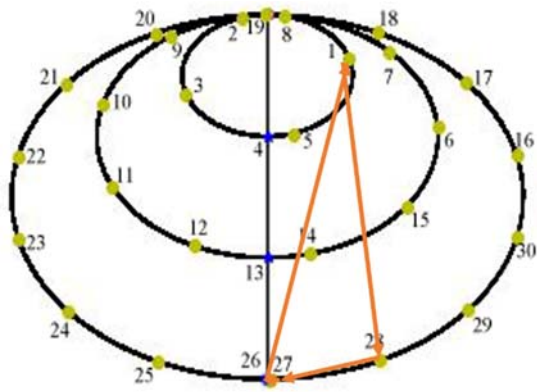
1-18-23-24-1



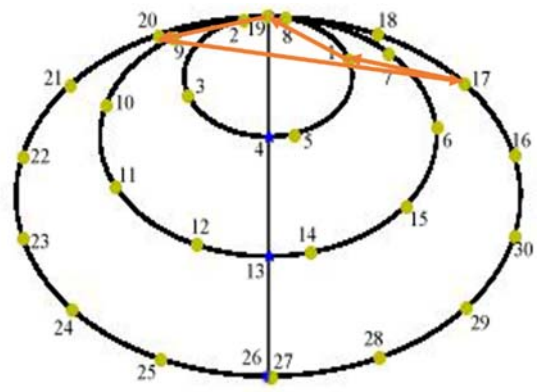
1-14-13-5-1



1-30-29-16-1



1-28-27-26-1



1-19-20-17-1

8.4 Resolución mediante la función objetivo linealizada

Pasan a describirse una serie de casos, con los cuales se compararán resultados al aplicar tanto el algoritmo de Frank Wolfe como linealización la función objetivo.

	Descripción
<i>Ejemplo 1</i>	Campo elíptico de parámetros a y b 700 y 550 respectivamente, con 3 anillos y una radial, y con una densidad de 0.003, haciendo un total de 420 heliostatos.
<i>Ejemplo 2</i>	Campo circular formado por 440 heliostatos (densidad 0.003) de 500 metros de radio, dividido en 4 anillos y 1 radial.
<i>Ejemplo 3</i>	Campo circular de 3 anillos y 1 radial, de 500 metros de radio y con densidad 0.004, equivalente a 480 heliostatos.
<i>Ejemplo 4</i>	Campo circular de 6 anillos y 1 radial, con radio de 800 metros, y con una densidad de 0.002, 660 heliostatos en total.
<i>Ejemplo 5</i>	Campo elíptico con parámetros a y b iguales a 800 y 500 metros respectivamente. Compuesto por 4 anillos, una radial y con una densidad de 0.004 que equivalen a 800 heliostatos.

Una vez conocidos los distintos ejemplos, se pasa a resolverlos. Inicialmente se hará mediante el algoritmo de Frank Wolfe, usando el mismo código que en todos los casos expuestos anteriormente.

Posteriormente se utiliza un nuevo código que, como ya se ha explicado, utiliza la función objetivo linealizada y resuelve directamente el modelo completamente lineal gracias a la utilidad de **Gurobi**.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos.

Tabla 12. Resultados de los dos métodos aplicados en el problema.

	Algoritmo de Frank-Wolfe	Función objetivo linealizada
<i>Ejemplo 1</i>	17.819.195,6532 €	18.093.175,2774 €
<i>Ejemplo 2</i>	16.645.966,0151 €	16.933.539,4009 €
<i>Ejemplo 3</i>	20.510.645,8281 €	20.824.494,6008 €
<i>Ejemplo 4</i>	20.633.353,7401 €	21.064.513,0136 €
<i>Ejemplo 5</i>	30.094.961,8634 €	31.144.767,3265 €

Como puede verse, a pesar de que los resultados no son muy dispares, queda siempre un poco por encima el cálculo del beneficio obtenido al linealizar la función. Esto es debido a que linealizando y resolviendo directamente siempre se obtiene el resultado óptimo, cosa que no garantiza la aplicación del algoritmo.

Sin embargo, los resultados obtenidos mediante Frank-Wolfe se puede decir que son bastante buenos, sobre todo en los primeros casos en los que el tamaño del problema era más pequeño. Se puede ver que en el *Ejemplo 5*, al ser un problema de mayor tamaño, además de necesitarse un mayor tiempo de resolución con el *solver* que el resto, la aproximación del algoritmo fue peor.

Observando la tabla de tiempos de ejecución en el *solver* para ambos métodos, se deduce que para los tres primeros ejemplos los tiempos son prácticamente similares, mientras que para los dos últimos es más rápido usar linealización.

En teoría, usar la función objetivo linealizada debería llevar más tiempo, debido a que proporciona el óptimo. Sin embargo, para los tamaños con los que se está trabajando parece a simple vista que linealizar es la mejor opción, siendo muy probable que para otros tamaños mucho mayores funcione más rápido el algoritmo.

Tabla 13. Tabla de tiempos para los dos métodos aplicados en el problema

	Algoritmo de Frank-Wolfe	Función objetivo linealizada
<i>Ejemplo 1</i>	12.03 s	12.79 s
<i>Ejemplo 2</i>	11.47 s	12.32 s
<i>Ejemplo 3</i>	158.83 s	167.55 s
<i>Ejemplo 4</i>	250.21 s	175.29 s
<i>Ejemplo 5</i>	837.70 s	680.17 s

En cuanto a las rutas, el resolver de una forma u otra proporciona también valores distintos. Se muestra en la siguiente tabla, en las que aparecen los pares de rutas que se han obtenido en las dos resoluciones del *Ejemplo 5*.

El *Ejemplo 5* tiene un total de 48 nodos y se necesitan 16 rutas para cubrirlos todos (Capacidad $Q=3$).

Tabla 14. Resultados Ejemplo 5 con el algoritmo FW y con linealización.

Algoritmo FW	F. Linealizada
1-31-32-33-1	1-26-46-25
1-23-24-26-1	1-41-21-32-1
1-38-39-25-1	1-6-44-16-1
1-11-20-34-1	1-19-34-18-1
1-40-46-27-1	1-40-12-2-1
1-13-14-44-1	1-43-35-3-1
1-5-4-2-1	1-20-22-30-1
1-42-41-43-1	1-17-9-27-1
1-3-12-10-1	1-36-37-11-1
1-9-8-15-1	1-13-31-8-1
1-17-18-19-1	1-24-45-1
1-22-21-1	1-28-29-5-1
1-29-7-16-1	1-48-47-4-1
1-6-37-35-1	1-42-15-33-1
1-30-48-47-1	1-7-14-23-1
1-28-36-45-1	1-39-38-10-1

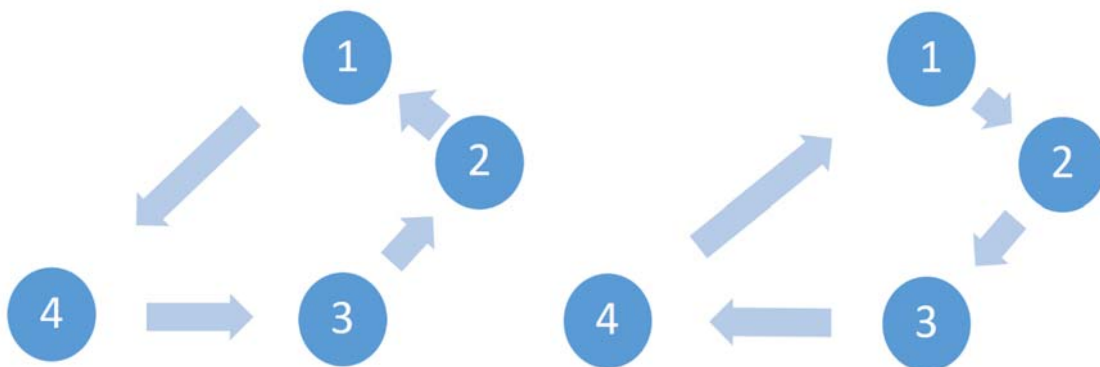
8.5 Conclusiones finales

8.5.1 Puntos de mejora

Se pueden considerar varios cambios en el modelo, intentando por ejemplo que se visite primero el nodo más lejano o el más cercano.

Por ejemplo, si la empresa posee vehículos que necesitan mantenimiento, puede ser interesante tomar el primer caso ya que si se estropea alguno (generalmente lo hará tras un tiempo funcionando), al haber pasado ese tiempo es posible que se haya ido acercando al depósito y se tardará menos en ir a repararlo.

El segundo puede ser interesante bajo un punto de vista “just in time”, es decir, se limpia el primer heliostato que se encuentra.



Primero el más cercano

Primero el más lejano

No obstante, estas posibles modificaciones no influyen en que las soluciones sean mejores o peores, ya que en algunos casos el visitar el nodo más lejano hace que, por ejemplo, a la vuelta se pueda tomar otra ruta más cercana que acorte la distancia. Todas estas situaciones podrían analizarse y compararse en el futuro.

En cuanto a la variable C , en algunas ocasiones puede ser interesante diferenciarla del tiempo entre limpiezas. Es decir, puede limpiarse la planta cada X días aunque el ciclo sea menor. La idea sería equilibrar este tiempo sabiendo que:

- Si el número de días entre limpiezas aumenta, los costes disminuyen, pero el beneficio también disminuye ya que los heliostatos se ensucian más.
- Si el número de días entre limpiezas disminuye, los costes aumentan así como el beneficio, al rendir más los heliostatos.

Ante estas condiciones existe un tiempo de equilibrio para el cual los beneficios son máximos y no se ven mermados por los costes que implica limpiar cada X días. Este valor será el óptimo, y se puede conocer resolviendo el problema mediante linealización.

Otra versión que pudiera estudiarse del modelo es el equilibrado de distancia en las rutas, aunque en este caso lo que se pretende es maximizar el beneficio. Para ello habría que cambiar el objetivo del problema o incluir alguna restricción que limitara cada ruta en una distancia, lo que

haría que se igualaran un poco más en cuanto a lo que recorre cada camión en cada una de las rutas.

Aun así, en el sentido de capacidad se puede ver que las rutas están bastante equilibradas, ya que en la gran parte de ellas se visitan 3 nodos (20 heliostatos cada uno) que es el máximo impuesto en las restricciones.

Obviamente, en muchos de los casos en los que no se obtuvieron soluciones totalmente óptimas aunque sí muy buenas, pudieran encontrarse éstas aumentando los tiempos de funcionamiento del *solver*.

8.5.2 Problemas encontrados

Los principales inconvenientes a la hora de abordar un modelo como éste fueron los típicos asociados a la programación no lineal. Hubo primero que encontrar un software para resolverlo, el software comercial **Knitro** 5.2 64 bit (para PNL Entera mixta) no fue capaz de encontrar soluciones.

Finalmente se usó **Gurobi** como ya se ha comentado anteriormente.

Sin embargo, la gran cantidad de datos, variables y restricciones hizo que los tiempos de ejecución fueran muy extensos hasta encontrar puntos óptimos. En muchos casos se tuvieron que limitar los tiempos de funcionamiento del *solver*, puesto que continuaba trabajando durante horas. En la mayoría de experimentos y estudios se encontraron soluciones muy buenas u óptimas en menos de 1200 segundos (20 minutos).

CAMPO SOLAR. Extensión de terreno, gestionada normalmente por una empresa, en la cual se colocan paneles solares con el fin de obtener energía eléctrica gracias a la radiación solar. Existen campos solares de diversa índole, desde los más pequeños para uso doméstico (huertos solares), hasta los que son capaces de producir buen porcentaje de la electricidad consumida por un país.

CÉLULA SOLAR. Una célula solar es una máquina capaz de transformar la energía del sol que recibe en electricidad. Se fabrican principalmente con Silicio. La energía eléctrica se consigue al existir una diferencia de potencial en los extremos de la carga que se ha conectado previamente a la célula. Los paneles solares están compuestos de multitud de éstas células solares.

VATIO (W). Unidad de potencia del Sistema Internacional de Unidades que mide, entre otras muchas cosas, la capacidad instalada en un campo solar de producción eléctrica. Equivale a un julio por segundo J/s, y representa la potencia eléctrica que se crea debido a la diferencia de potencial de 1 voltio y la corriente eléctrica de 1 amperio. En este trabajo se ha hablado normalmente en términos de kilovatios (KW), que son 1000 vatios.

REFERENCIAS

- [1] Von Aichberger, S., & Berg, J., «Solar Thermal Electricity», *Informe*, vol. Q1, 2017.
- [2] GreenPeace, SolarPaces, & STELA, «Solar Thermal Electricity», *Informe*, p.5, Febrero 2016.
- [3] LUCENA AGUILAR, M. (2010). Análisis y optimización de la limpieza de helióstatos de un campo solar. Sevilla: Universidad de Sevilla.

BIBLIOGRAFÍA

- ARAHAL, M.R., BERENGUEL, M., & RODRÍGUEZ, F. (2006). *Técnicas de predicción con aplicaciones en Ingeniería*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- ASOCIACIÓN ESPAÑOLA PARA LA PROMOCIÓN DE LA INDUSTRIA TERMOSOLAR. (s.f.). *La energía termosolar*. Obtenido de <http://www.protermosolar.com>
- CAMERO, D., MOREJÓN, D., PENICHE J., & RUIZ, A. (Julio de 2013). *Aprovechamiento de energía solar como energía renovable*. Obtenido de <http://www.monografias.com>
- CENTRO DE ESTUDIOS EN MEDIO AMBIENTE Y ENERGÍA RENOVABLE. (s.f.). *Cómo funciona un panel solar*. Obtenido de <http://www.cemaer.org>
- ENDESA. (2014). *Centrales solares*. Obtenido de <http://www.endesaeduca.com>
- ENERGÍAS RENOVABLES. (s.f.). *Impacto medioambiental de la energía solar*. Obtenido de <http://www.energiasrenovablesinfo.com>
- GARCÍA ÁLVAREZ, M. (Abril de 2010). *Historia de la energía solar*. Obtenido de <http://recuerdosdepandora.com>
- GARCÍA GARRIDO, S. (2009). *Centrales termosolares CCP*. Volumen I. Madrid: Renovetec.
- GEORGE B., T. (2005). *Cálculo, varias variables*. México: Pearson.
- LÓPEZ MARIJUÁN, D. (Primavera 2012). Centrales termosolares. En: *El Ecologista*, nº 72, p. 32
- LUCENA AGUILAR, M. (2010). *Análisis y optimización de la limpieza de helióstatos de un campo solar*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- MALO ARAGÓN, B. (2011). *Estudio del efecto de la limpieza de módulos en plantas fotovoltaicas*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- MAYORDOMO, E. (Octubre de 2015). *Algoritmos aproximados*. Obtenido de <http://diis.unizar.es/>
- MOWATT, K. (s.f.). *Los impactos sociales, económicos y ambientales de los sistemas de energías renovables*. Obtenido de <http://www.ehowenespañol.com>
- PLATAFORMA SOLAR DE ALMERÍA. (s.f.). *Discos parabólicos*. Obtenido de <http://www.psa.es>
- ROCA, JOSE A. (2016). *Las 10 centrales más grandes del mundo*. Obtenido de <http://elperiodicodelaenergia.com>
- RODRÍGUEZ PÉREZ, J. (2012). *Caracterización, modelado y determinación de las rutas de la flota en una empresa de rendering*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- WIKIPEDIA. (s.f.). *Central solar de torre central*. Obtenido de <https://es.wikipedia.org>

