

# Mapas conceptuales y resolución de problemas

Luis Carlos Contretras  
Dpto. de Didáctica de las Ciencias (Experimentales,  
Sociales y Matemáticas)  
Universidad de Sevilla (\*)



## RESUMEN

*Este trabajo pretende poner de relieve la utilidad del uso de mapas conceptuales para la construcción significativa del conocimiento matemático, a través de la resolución de problemas. Es, por tanto, un intento de relación de ambas técnicas educativas, más que un estudio detallado de las mismas. En ese sentido, se tratarán los aspectos que tienen relevancia en la interacción, por encima de los que son específicos de cada técnica en particular.*

## Introducción

La motivación de este estudio no difiere, en mucho, de la que incita la mayoría de los trabajos que actualmente se realizan sobre el aprendizaje matemático. Nos preocupa la asimilación de conceptos, los pasos en el proceso de matematización, las actitudes de los estudiantes de matemáticas, su motivación, su grado de implicación en los procesos de aprendizaje, el uso social que tendrán sus conocimientos, su potencial investigador..., y un sinnúmero de cuestiones que nos planteamos todos los que, de una u otra manera, estamos implicados en la educación matemática y vemos que nuestros esfuerzos no terminan de dar los frutos deseados.

La enseñanza de las matemáticas ha estado centrada demasiado tiempo en lo que Bell, Costello y Kuchemann (1983) denominaron hechos, algoritmos y técnicas,

obviando -cuando no presuponiendo- la formación de estructuras conceptuales.

Es en este aspecto donde se centran la mayor parte de los trabajos actuales, optando, como señala Carrillo(1985), por un aprendizaje en el que los problemas y las investigaciones del alumno tengan un papel central.

El aprendizaje de las matemáticas en torno a la resolución de problemas no es nada nuevo. Desde que Polya (1944) acuñara este término, hasta hoy, esta cuestión ha ido adquiriendo un carácter prioritario en las investigaciones sobre didáctica de la matemática (Caballer y otros 1986); y de un mismo problema han ido surgiendo una diversidad de campos de trabajo, determinados, fundamentalmente, por las variables que se han detectado tanto en los procesos de resolución como en las fases previas a éstos.

(\*) C/ Rábida, 21 1º A  
21001 Huelva



De todos esos aspectos, citados en Lester (1983), Kilpatrick(1978), Puig y Cerdán (1988), entre otros, nos centraremos más abajo en aquellos en los que incide particularmente la construcción de mapas conceptuales.

### Constructivismo y mapas conceptuales

Como dijo Novak (1988), en el II Seminario Internacional sobre Errores Conceptuales y Estrategias Educativas en la Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas:

*"constructivismo" se está convirtiendo en una palabra de uso común entre psicólogos, filósofos y educadores. Dependiendo de la orientación de quien la usa, la palabra se refiere, en alguna forma a la idea de que tanto los individuos como los grupos de individuos construyen ideas sobre cómo funciona el mundo. Se admite también que los individuos varían ampliamente en el modo en que extraen significado del mundo y que tanto las concepciones individuales como las colectivas sobre el mundo cambian con el tiempo.*

En ese sentido, entenderemos el constructivismo como el procedimiento de "fabricación de significados", significados que procederían del reconocimiento de regularidades en hechos u objetos y, en definitiva, quedará caracterizado por el "aprendizaje significativo"

El aprendizaje significativo pone el énfasis en la creación, evolución y relación entre conceptos. Me parece muy ilustrativo el siguiente párrafo de Ausubel (1968) :

*La enorme eficacia del aprendizaje significativo como medio de procesamiento y almacenamiento de la información, puede atribuirse en gran parte a sus dos características distintivas : la intencionalidad y la*

*sustancialidad de la relacionabilidad de la tarea de aprendizaje con la estructura cognitiva. En primer lugar, al relacionar intencionadamente el material potencialmente significativo con las ideas establecidas y pertinentes de su estructura cognitiva, el alumno es capaz de explotar con plena eficacia los conocimientos que posee a manera de una matriz ideativa y organizadora para incorporar, entender y fijar ideas nuevas. Es la misma intencionalidad de este proceso lo que le capacita para emplear su conocimiento previo como auténtica piedra de toque para internalizar y hacer inteligibles grandes cantidades de nuevos significados de palabras, conceptos y proposiciones con relativamente pocos esfuerzos y repeticiones. Por ese factor de intencionalidad, el significado potencial de ideas nuevas, en conjunto, puede relacionarse con los significados establecidos (conceptos, hechos, principios), también en su conjunto, para producir nuevos significados. En otras palabras, la única manera en que es posible emplear las ideas previamente aprendidas en el procesamiento de ideas nuevas consiste en relacionarlas intencionadamente con las primeras. Las ideas nuevas, que se convierten en significativas, expanden también la base de la matriz de aprendizaje.*

Conviene destacar de este párrafo, quizás difícil de entender en una primera lectura, algunos aspectos relevantes :

- la importancia de lo que ya conoce el alumno
- la relación intencionada de ese conocimiento con los nuevos objetos, hechos u observaciones
- el aumento final de la capacidad de relación y el reinicio del proceso

Hay diferentes maneras de caminar hacia la construcción de aprendizajes significativos, pero todas ellas pasan por conocer lo que el alumno ya sabe, y la construcción

del nuevo conocimiento a partir de este punto. La evaluación de esos conocimientos previos ha sido un problema constante para los investigadores de este campo. Se han empleado desde tests a entrevistas, pero quizás la técnica más plausible hoy sea el empleo de mapas conceptuales. Estos, además de constituir una técnica de detección y evaluación, son una herramienta para planificar la instrucción; no sólo desde la óptica del profesor, sino también, y principalmente, desde la del estudiante, que puede así "aprender a aprender" (Cardemone, 1975; Novak et al, 1983; Novak y Gowin, 1984). Para Novak (1988):

*Los mapas conceptuales sirven como una herramienta para ilustrar ideas clave en la teoría de la asimilación. La adquisición de nuevos conocimientos puede variar a lo largo de un continuo desde el aprendizaje por repetición hasta el aprendizaje altamente significativo. La mayor parte del aprendizaje escolar es relativamente memorístico, arbitrario y no sustantivo. ... En casos extremos de aprendizaje por repetición, observamos que los estudiantes pueden dar una definición correcta de un concepto, pero no pueden relacionarlo sustantivamente con otros conceptos en su mapa conceptual. Esto se ve con frecuencia en la instrucción escolar cuando los mapas conceptuales se usan como una herramienta de evaluación, especialmente después de una unidad corta de estudio. La mayor parte de la información aprendida por repetición es olvidada después de tres a seis semanas.*

La segunda idea clave queda implícitamente establecida en el texto anterior: la relación entre conceptos. Esta relación pasa por una diferenciación progresiva y una reconciliación integradora (Novak, 1988), que de alguna manera caracterizan el procesamiento de la información.

Podríamos esclarecer algo más el concepto "Mapa Conceptual" mediante un mapa conceptual sobre los **mapas conceptuales** (la redundancia es intencionada), pero nos parece más positivo, para integrar todo lo expresado en este apartado, el mapa conceptual propuesto por Novak (1988) que relaciona este concepto con los expresados con anterioridad.

Como vemos, se presentan relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones que constan de dos o más términos conceptuales unidos por palabras para formar una unidad semántica (Novak y Gowin, 1984), de tal manera que :

- dirigen la atención del lector
- muestran los caminos para conectar los significados de los conceptos intervinientes
- proporcionan un esquema del contenido a analizar
- son jerárquicos
- las relaciones subordinadas y superordinadas son elásticas
- explicita los conceptos y proposiciones de quien los elabora
- denotan una actividad creativa
- expresan un pensamiento reflexivo
- son un poderoso elemento de comunicación

El trabajo con mapas conceptuales es, no sólo compatible sino también deseable, en cualquier área de conocimiento. Es más, si admitimos que la comprensión de la información ( oral o escrita) es determinante para el aprendizaje, poco puede objetarse ante la afirmación de que los mapas conceptuales son imprescindibles para una lectura significativa o para comprender (y elaborar) una información verbal (Novak y Gowin, 1984).

La técnica (que ha sido empleada con estudiantes desde primer curso de primaria hasta universitarios) puede resumirse en tres fases (independientemente del nivel educativo) . En primer lugar se desarrollan

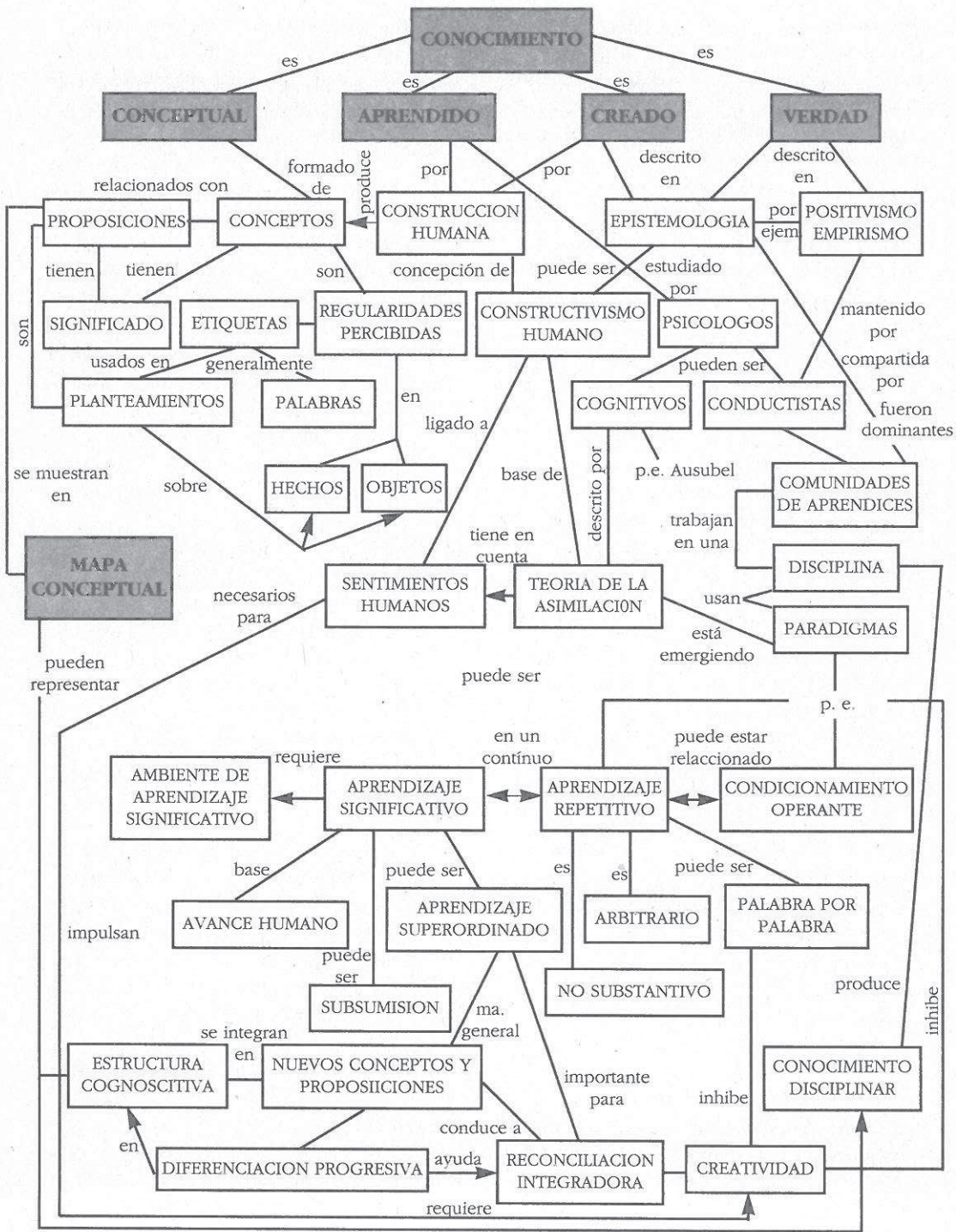


Figura 2

unas actividades previas, destinadas al esclarecimiento de las ideas de concepto, términos conceptuales, y otros elementos que intervendrán en los mapas; posteriormente se realizan actividades de elaboración de mapas, propiamente dichas, reforzándose también los términos empleados en la fase anterior. En la tercera fase pueden evaluarse utilizando, mapas conceptuales, los conocimientos adquiridos a través de ellos.

Una vez que el alumno tiene habilidad en su elaboración, su uso nos permitirá:

- conocer lo que el alumno ya sabe antes de emprender un aprendizaje concreto
- averiguar, por tanto, deficiencias, errores conceptuales,...
- incorporar a alumnos cuyos fracasos en el aprendizaje residen en la negativa a realizar tareas poco significativas
- construir significados más ricos
- estimular el aprendizaje significativo, al ser cada alumno consciente de lo que aprende
- trazar una ruta de aprendizaje, a modo de mapa de carreteras, que nos permita saber a todos por donde vamos y hacia donde caminamos
- extraer significados de los libros de texto, conferencias,...
- extraer significados de los trabajos de laboratorio, campo o en el estudio
- síntesis de lecturas de artículos, textos, conferencias,...
- preparación de trabajos orales u escritos, exposiciones,...
- fomentar el trabajo cooperativo, la comunicación, la creatividad, el espíritu negociador,...

### **Algunas aplicaciones a la resolución de problemas**

No vamos a entrar en una justificación exhaustiva de las razones que pueden aducirse en favor de las actividades de re-

solución de problemas ( Puig y Cerdán, 1988), de entre las que habría que resaltar aquellas que no se encuentran reflejadas ni en orientaciones ministeriales, ni en la práctica cotidiana, ni siquiera en la tradición educativa; sino más bien las que sugieren que el currículo ( de ciencias experimentales en general y de matemáticas en particular) puede articularse en torno a ellos. No sólo por las estrategias que se pueden desarrollar, de utilidad para resolver cualquier situación problemática cotidiana, sino también (y quizás principalmente) por los procesos cognitivos que, especialmente con ellos, se ponen en juego. En ese sentido nos inclinamos más hacia la dirección de Bell (1976), donde los problemas contienen explícitamente objetivos de proceso, que hacia aquellos que consideran la tarea de resolver problemas como más autónoma y sin integrarla en el conjunto de currículum escolar.

Como hemos dicho más arriba, nos interesa centrarnos en lo que se ha venido en llamar *variables* que intervienen en la resolución de problemas.

Nos parece de sumo interés la clasificación hecha por Kilpatrick (1978), y que exponemos en el siguiente mapa :

Las variables independientes pueden ser medidas antes de la ejecución de la tarea. De ellas resalteremos las que nos informan sobre los conocimientos de índole matemática que posee el alumno, y particularmente los que tienen relación con la tarea propuesta. Aquí es donde los mapas conceptuales aparecen como coadyuvantes a los problemas para la detección y determinación del punto de partida de los aprendizajes.

Es más, pensamos que el adiestramiento previo en mapas conceptuales permitirá

- el conocimiento por el profesor de la estructura jerárquica y relacional del alumno, en cuanto a los conceptos intervinientes en el problema

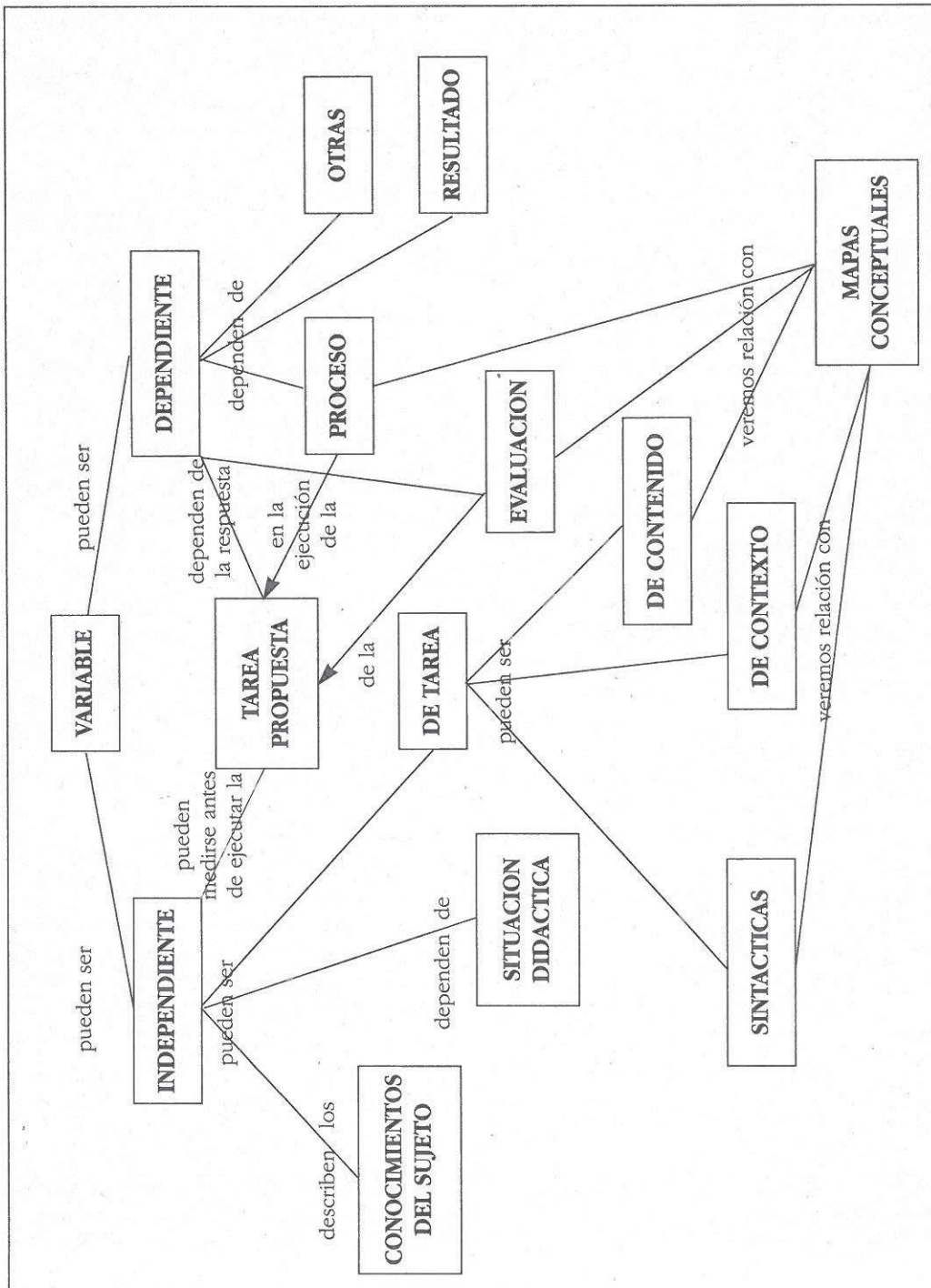


Figura 2

- la comprensión del texto del problema, y la determinación por el alumno de los elementos conceptuales significativos

- la elaboración por el profesor de una estrategia didáctica encaminada a la construcción de una estructura jerárquica adecuada y conducente a unas relaciones más significativas

- la posibilidad de concebir un plan de "ataque" estructurado y evaluable (en cuanto a efectividad y adecuación a la estructura planteada) por el propio alumno, lo que, por tanto, conducirá a las rectificaciones pertinentes de dicho plan.

Añadamos a lo anterior la motivación que supone para el alumno el saber dónde se encuentra en cada momento y su participación activa en la construcción de su propio conocimiento.

En cuanto a las variables específicamente denominadas de tarea, pueden ser sintácticas, de contexto o de contenido. Las variables sintácticas hacen principalmente referencia a relaciones entre significados y permiten la comprensión del problema, cuestión que como se ha dicho anteriormente solventa espectacularmente el uso de mapas conceptuales. Con ellos es más fácil captar las proposiciones, la jerarquía conceptual y elaborar las posibles transformaciones sintácticas que conduzcan a una visión más clara del problema. Además permiten fijar la atención en lo relevante desechando el resto.

Pero por la misma razón, el mismo procedimiento empleado nos permite esclarecer el contenido concreto del problema, en cuanto al tema matemático a que se refiere, el campo de aplicación, las variables descriptoras y el equipo matemático utilizable (Puig y Cerdán, 1988); y nos permite disponer de un formato adecuado del mismo.

Respecto de las variables que miden las respuestas de los sujetos a las tareas planteadas, llamadas *variables dependien-*

*tes*, nos centraremos en las que tienen que ver con el proceso seguido y con la evaluación tanto de éste como del resultado. El uso sistemático de mapas conceptuales nos permite, como queda dicho antes, conocer detalladamente el proceso (o procesos sucesivos) empleado por el alumno para resolver el problema, con la subsiguiente detección de estrategias personales y la planificación de una instrucción que las haga más adecuadas y efectivas, y, fundamentalmente, más racionales.

Estos procesos no son fácilmente detectables por otros medios, sobre todo al comienzo de la instrucción mediante resolución de problemas. Al principio el alumno no suele explicitar sus pasos aunque muchas veces parece llegar a una solución adecuada.

Un ejemplo al respecto el caso de una alumna de tercer curso de formación de profesorado de EGB. Durante una sesión que pretendía poner de manifiesto las variables que intervienen en el proceso de resolución de problemas esta alumna, ante un problema ilustrativo enunciado verbalmente, hacia una pregunta que parecía demostrar el descubrimiento de un dato relevante no explicitado en el problema, y además lo hacía a vuelapluma. Nos sorprendió su inmediatez, puesto que el problema requería un análisis con una exigencia temporal mayor; pero su descubrimiento era correcto. Luego pudimos comprobar que lo había obtenido por azar. Cometimos el error de no invitarla a explicitar el proceso seguido y ella se contentó con el resultado pero no pudo continuar; el dato en cuestión era insuficiente fuera del contexto general del proceso.

Es fácil cometer estos errores cuando las intervenciones de los estudiantes se producen en tromba y no somos capaces de modularlas adecuadamente (Fernández, 1986) en esta dinámica de comunicación y participación.

El uso de mapas aparece aquí precisamente como un elemento modulador, dado que el alumno debe esforzarse en sistematizar su trabajo y en encontrar relaciones más significativas, explicitando en el proceso su manera de pensar y proceder.

Los mapas, por último, pueden ser un poderoso elemento para evaluar. El alumno puede evaluar la fidelidad al plan proyectado, la eficacia y efectividad de sus relaciones y resultados y el nivel de conocimientos adquiridos o aquellos que aun no ha sido capaz de descubrir o relacionar. Al explicitar tales datos, el profesor dispone

de los medios adecuados para reconducir el proceso hacia las metas de referencia establecidas.

Terminaremos exponiendo el mapa conceptual que diseñamos para la redacción de este trabajo, a modo de resumen de su contenido. Es posible que en el desarrollo del mismo hayan aparecido algunas relaciones o implicaciones inicialmente no previstas. Ello es normal, los mapas evolucionan incluso en el proceso de elaboración, pues ya hemos dicho que constituyen un instrumento para la construcción de significados.



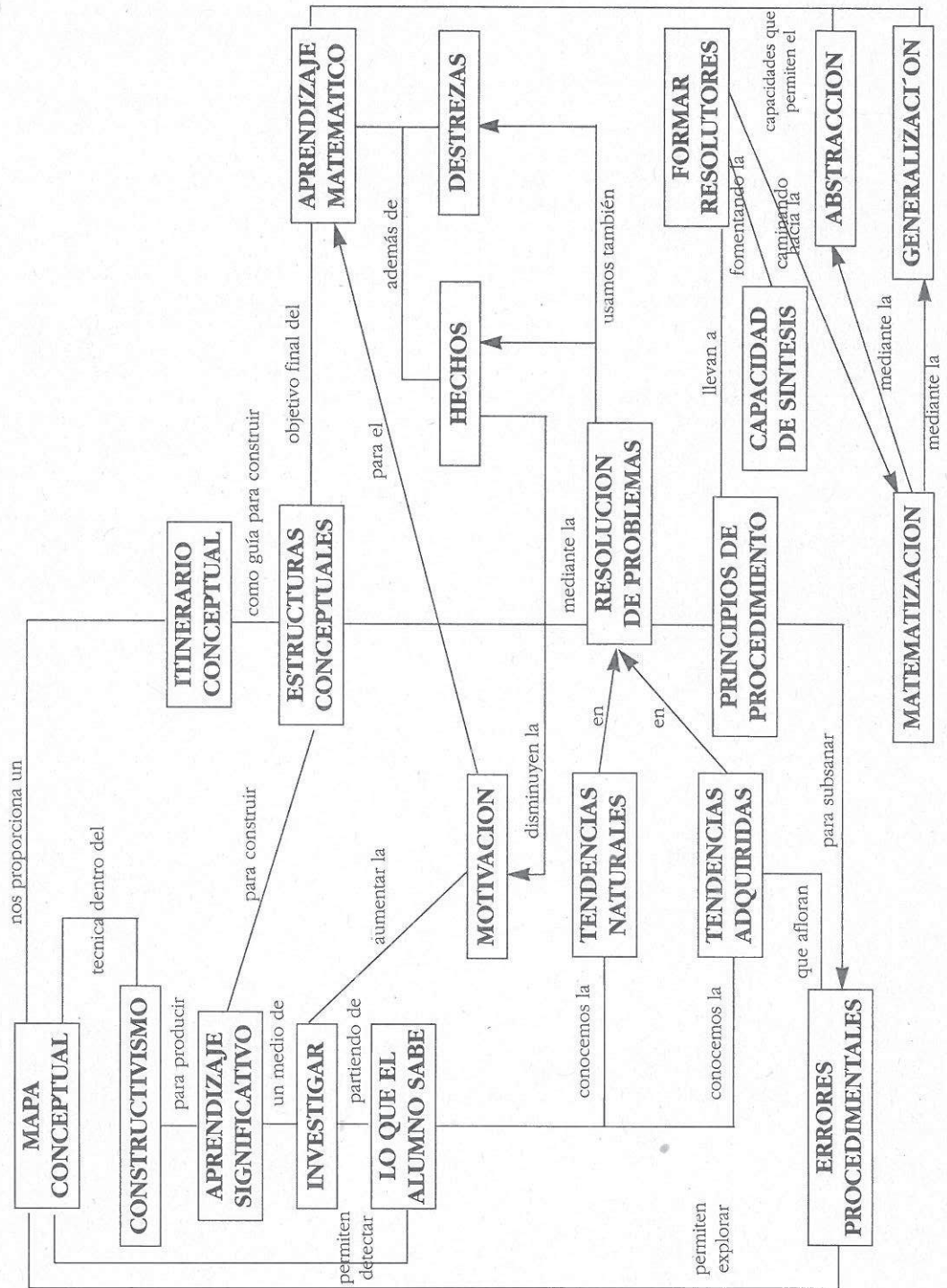


Figura 3

## REFERENCIAS

- AUSUBEL, D.P. (1968) *Educational Psychology : A Cognitive View*. Rimhart and Winston: New York.
- BELL, A.G. (1976) *The Learning of General Mathematical Strategies*. Doctoral Thesis. Shell Center of Mathematical Education. Universidad de Nottingham.
- BELL, A.W. et al. (1983) *Research on Learning and Teaching*. NFER-Nelson.
- CABALLER, M.J. (1987) Establecimiento de las líneas de investigación prioritarias en la didáctica de las ciencias y las matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 4(2), pp 136-144.
- CARDEMONE, P.F. (1975) *Concept Mapping : a Thecnique of Analyzing a Discipline and its use in the Curriculum and Instruccion in a Portion of a College Level Mathematics Skill Course*. M.S. Thesis, Cornell University, Department of Education.
- CARRILLO, M.E. (1985) Ensayos para un Aprendizaje con Objetivos a largo plazo. *La Enseñanza de la Matemática a debate*. MEC: Madrid.
- FERNANDEZ, E. (1986) *La Enseñanza de la Matemática a los Ciegos*. El autor. Madrid.
- HATFIELD, L.L.; BRADBARD, D.A. (1978) *Mathematical Problem Solving: Papers from a Research Workshop*. ERIC/SMEAC: Columbus, Ohio.
- KILPATRICK, J. (1978) Variables and Methodologies in Research on Problem Solving. En *Hatfield & Bradbard (eds)* (1978).
- LESH, R.; LANDAU, M. (1983) *Adquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press, Orlando: Florida.
- LESTER, F.K. (1983) Trends and Issues in Mathematical Problem-Solving Research. En *Lesh & Landau (eds)* (1983).
- NOVAK, J.D. (1988) Constructivismo Humano: un Consenso Emergente. *Enseñanza de las Ciencias*, 6(3), pp 213-223.
- NOVAK, J.D.; GOWIN, B. (1984) *Learnig how to Learn*. C.U.P.: New York. (Traducción castellana: Aprendiendo a aprender, Martínez Roca: Madrid).
- NOVAK, J.D. et al. (1983) The use of Concept Mapping and Knowledge Vee Mapping whit Junior High School Science Students. *Science Education*, 67(5).
- POLYA, G. (1944) *How to solve it*. P.U.P.: USA. (Traducción castellana, Cómo plan-tear y resolver problemas, Trillas: México).
- PUIG, L.; CERDAN, F. (1988) *Problemas Aritméticos Escolares*. Síntesis: Madrid.

## SUMMARY

To emphasize the use of concept maps for the significant construction of the mathematical knowledge through problem solving is the main proposal of this paper. So that, this work tries to relate both educational techniques instead of being a detailed study of them. In this sense, the relevant aspects for interaction are considered, while the more specific ones related to each concrete technique are less considered.

## RESUMÉE

Ce travail essaye de mettre en relief l'utilité de l'emploi de cartes conceptuelles pour la construction significative des connaissances mathématiques, à travers de la résolution de problèmes. C'est, d'avantage, une tentative de relation des deux techniques éducatives, qu'une étude détaillée d'elles mêmes. Dans ce sens, seront traités les aspects qui ont une importance sur l'interaction, en plus de ceux qui sont spécifiques de chaque technique en particulier.