

Trabajo Fin de Máster

Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

Estudio Comparativo de Técnicas de Optimización para la Actualización de Modelos de Elementos Finitos

Aplicación de los algoritmos HS y GA para la actualización de una pasarela

Autor: María Macías Infantes

Tutor: Javier Fernando Jiménez Alonso

Tutor ponente: Andrés Sáez Pérez

Dpto. de Mecánica De Medios Continuos
y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Máster
Ingeniería de Caminos Canales y Puertos

Estudio Comparativo de Técnicas de Optimización para la Actualización de Modelos de Elementos Finitos

Autor:

María Macías Infantes

Tutor:

Javier Fernando Jiménez Alonso

Profesor Asociado

Tutor ponente:

Andrés Sáez Pérez

Catedrático de Universidad

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016

Trabajo Fin de Máster: *Estudio comparativo de técnicas de optimización para la actualización de modelos de elementos finitos.*

Autor: María Macías Infantes
Tutor: Javier Fernando Jiménez Alonso
Tutor ponente: Andrés Sáez Pérez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal.

GRACIAS...

*A mi tutor Javier Jiménez por enseñarme
tantas cosas en tan pocos meses.*

*A mis compañeros Javier Naranjo y
Francisco García por su ayuda incondicional.*

*A mi familia y amigos por el apoyo y la
ilusión durante todos estos años de carrera.*

Contenidos

Lista de Figuras ix

Lista de Tablas xi

CAPÍTULO I Introducción 13

 I.1 Antecedentes..... 15

 I.2 Justificación del tema..... 15

 I.3 Aproximación a la actualización de modelos de elementos finitos 16

 I.3.1 Modelización con elementos finitos 19

 I.3.2 Ensayos de vibraciones y análisis de resultados experimentales.... 22

 I.3.3 Métodos de actualización de modelos de EF 24

 I.4 Objetivos y principales contribuciones del presente trabajo 25

 I.5 Organización del texto 26

CAPÍTULO II Análisis Modal Operacional..... 27

 II.1 Introducción al OMA 29

 II.2 Modelos de sistemas dinámicos. Modelo de espacio de estados estocástico30

 II.3 Métodos de OMA para la identificación modal 32

CAPÍTULO III Técnicas de Optimización en la Actualización de Modelos 37

 III.1 Métodos tradicionales o deterministas..... 39

 III.1.1 Problemas de programación lineal o LP 40

 III.1.2 Problemas de programación no lineal o NLP..... 41

 III.1.3 Problemas de programación con enteros 41

 III.2 Métodos metaheurísticos..... 42

 III.3 Otras clasificaciones 46

 III.3.1 Optimización Global vs Local..... 46

 III.3.2 Algoritmos híbridos 47

III.3.3 Optimización multiobjetivo	47
III.4 Algoritmos genéticos	49
III.4.1 Algoritmos genéticos multiobjetivo	52
III.5 Algoritmo <i>Harmony Search</i>	55
III.5.1 Algoritmo <i>Harmony Search</i> multiobjetivo	57
CAPÍTULO IV Elementos Básicos en la Actualización de Modelos	59
IV.1 Función objetivo	61
IV.1.1 Problemas con un único objetivo	61
IV.1.2 Problemas multiobjetivo.....	63
IV.2 Función peso	65
IV.3 Estudio de sensibilidad y selección de parámetros	66
CAPÍTULO V Aplicación: Ensayo de Vibración Ambiental y Actualización del	
Modelo de una Pasarela Metálica	69
V.1 Descripción general de la estructura	71
V.2 Modelo de elementos finitos de la pasarela.....	78
V.2.1 Geometría.....	78
V.2.2 Tipos de elementos	79
V.2.3 Mallado	79
V.2.4 Condiciones de contorno	84
V.3 Análisis modal numérico.....	91
V.4 Ensayo de vibración ambiental.....	93
V.4.1 Equipos utilizados	93
V.4.2 Desarrollo del ensayo	95
V.5 Análisis modal operacional.....	97
V.6 Comparación inicial de resultados experimentales y numéricos	99
V.7 Actualización del modelo de elementos finitos	104
V.7.1 Análisis de sensibilidad y elección de parámetros	104
V.7.2 Función objetivo y función peso.....	109
V.7.3 Optimización de objetivo único.....	111

V.7.4 Optimización multiobjetivo	120
CAPÍTULO VI Análisis de Resultados	125
VI.1 Actualización de objetivo único	127
VI.2 Actualización multiobjetivo.....	129
CAPÍTULO VII Conclusiones y Desarrollos Futuros	133
VII.1 Resumen y conclusiones extraídas del estudio	135
VII.1.1 Estudio de sensibilidad	135
VII.1.2 Estudio de la función peso.....	136
VII.1.3 Estudio de las técnicas de optimización	137
VII.2 Nuevas líneas de investigación para estudios futuros	138
Bibliografía.....	139

Lista de Figuras

<i>Figura 1. Fuentes de error que justifican las discrepancias entre los resultados numéricos y experimentales.</i>	17
<i>Figura 2. Árbol genealógico del método de los elementos finitos [11].</i>	20
<i>Figura 3. Tipos de análisis modal.</i>	29
<i>Figura 4. Tipos de métodos de identificación de parámetros modales con técnicas de OMA.</i>	33
<i>Figura 5. Resumen de los tipos de problemas de optimización.</i>	40
<i>Figura 6. Clasificación general de las técnicas metaheurísticas según su metodología de trabajo. Tomado de [43].</i>	44
<i>Figura 7. Ejemplo del frente de Pareto en una optimización con dos funciones objetivo F1 y F2. Editada a partir de [52].</i>	48
<i>Figura 8. Diagrama de flujo básico de los algoritmos genéticos.</i>	51
<i>Figura 9. Ejemplo gráfico de la clasificación por rangos y del cálculo de la distancia de hacinamiento para una optimización con dos funciones objetivo f1 y f2. Los puntos rellenos representan soluciones del mismo frente o rango. Adaptado de [52, 74].</i>	54
<i>Figura 10. Diagrama de flujo del algoritmo estándar Harmony Search, obtenido de [77].</i>	56
<i>Figura 11. Vista en planta de la pasarela. Fuente: Google Maps.</i>	71
<i>Figura 12. Alzado de la pasarela desde la autopista a la que dota de permeabilidad. Fuente: Google Maps.</i>	72
<i>Figura 13. Nota de prensa del Ministerio de Fomento sobre la adjudicación de las obras de la pasarela.</i>	72
<i>Figura 14. Fases generales de la construcción de la pasarela: bombeo de pilotes y estribos, colocación de pilas y disposición por tramos de la celosía y el tablero. Fuente: Blog de Songea-Laboratorio de Control de Calidad.</i>	73
<i>Figura 15. Vista de la pasarela ya construida desde el puente de la carretera A-8062. Fuente: Google Maps.</i>	73
<i>Figura 16. Estribo de la pasarela. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.</i>	74
<i>Figura 17. Detalle de la placa de anclaje de los estribos. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.</i>	74
<i>Figura 18. Alzado, planta y perfil de las pilas. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.</i>	75
<i>Figura 19. Esquema de la celosía.</i>	76
<i>Figura 20. Planta inferior del tablero. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.</i>	76
<i>Figura 21. Vista interior de la pasarela.</i>	77
<i>Figura 22. Detalle de la barandilla de seguridad.</i>	77

Figura 23. Modelo geométrico de la pasarela.	78
Figura 24. Mallado de las líneas del modelo.	80
Figura 25. Detalle del mallado de las pilas y los pilotes.	81
Figura 26. Detalle de la sección transversal.	81
Figura 27. Mallado de las áreas del modelo.	82
Figura 28. Detalle de la unión pila-pilote. Fuente: Documento gráfico cortesía de Acciona.	84
Figura 29. Detalle de la unión rígida entre la pila y los pilotes.	85
Figura 30. Ábaco para la estimación del coeficiente de balasto horizontal para suelos cohesivos basado en mediciones de desplazamientos en pantallas del metro de Sevilla. Elaborado por Arozamena et al. [102].	87
Figura 31. Detalle de la modelización de la interacción suelo-pilote.	88
Figura 32. Detalle de la modelización de la rigidez de los estribos.	91
Figura 33. Modos y frecuencias naturales numéricos del modelo inicial.	92
Figura 34. Equipo necesario para el ensayo.	94
Figura 35. Esquema de configuración del ensayo.	95
Figura 36. Montaje y realización del ensayo de vibración ambiental.	96
Figura 37. Resultados del ensayo de vibración ambiental.	97
Figura 38. Estimación de modos con el algoritmo UPC-Merge.	98
Figura 39. Representación del primer modo estimado por el algoritmo UPC-Merge.	99
Figura 40. Comparación de modos numéricos y experimentales.	103
Figura 41. Representación de la matriz de sensibilidad.	106
Figura 42. Convergencia del algoritmo HS. Caso $ws = 0$	114
Figura 43. Convergencia del algoritmo HS. Caso $ws = 0.05$	114
Figura 44. Convergencia del algoritmo HS. Caso $ws = 0.1$	115
Figura 45. Convergencia del algoritmo HS. Caso $ws = 0.25$	115
Figura 46. Convergencia del algoritmo HS. Caso $ws = 0.5$	116
Figura 47. Convergencia del algoritmo HS.	117
Figura 48. Convergencia del GA.	119
Figura 49. Soluciones del frente de Pareto encontradas usando el NSGA-II.	122
Figura 50. Soluciones del frente de Pareto encontradas usando el MHS.	124
Figura 51. Frentes de Pareto encontrados por los algoritmos NSGA-II y MHS.	130
Figura 52. Frentes de Pareto encontrados por los algoritmos NSGA-II y MHS.	132

Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Propiedades de los materiales de la pasarela.</i>	79
Tabla 2. <i>Análisis de convergencia de la solución para la elección del nivel de discretización.</i>	83
Tabla 3. <i>Datos geométricos y elásticos del estribo.</i>	90
Tabla 4. <i>Rigideces de los muelles equivalentes a los estribos.</i>	90
Tabla 5. <i>Comparación de resultados modales numéricos y experimentales.</i>	100
Tabla 6. <i>Parámetros considerados en el estudio de sensibilidad.</i>	106
Tabla 7. <i>Parámetros a los que las frecuencias naturales presentan una mayor sensibilidad.</i> ...	107
Tabla 8. <i>Valores iniciales y cotas superior e inferior de los parámetros de actualización.</i>	108
Tabla 9. <i>Valor inicial de los residuos.</i>	110
Tabla 10. <i>Valor de los parámetros del algoritmo HS para el estudio del peso modal óptimo.</i> ...	113
Tabla 11. <i>Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0$.</i>	114
Tabla 12. <i>Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.05$.</i>	114
Tabla 13. <i>Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.1$.</i>	115
Tabla 14. <i>Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.25$.</i>	115
Tabla 15. <i>Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.5$.</i>	116
Tabla 16. <i>Mejora relativa de la función objetivo considerando diferentes pesos del residuo modal.</i>	116
Tabla 17. <i>Valor de los parámetros del algoritmo HS.</i>	117
Tabla 18. <i>Mejora de la función objetivo usando el algoritmo HS.</i>	117
Tabla 19. <i>Valor de los parámetros del GA.</i>	119
Tabla 20. <i>Mejora de la función objetivo usando GA.</i>	119
Tabla 21. <i>Valor de los parámetros del NSGA-II.</i>	122
Tabla 22. <i>Valor de los parámetros del algoritmo MHS.</i>	123
Tabla 23. <i>Comparación de los tiempos de ejecución y las mejoras de la función objetivo usando GA y HS.</i>	127
Tabla 24. <i>Comparación del vector parámetros actualizados obtenido usando GA y HS.</i>	128
Tabla 25. <i>Comparación de los parámetros modales numéricos obtenidos usando GA y HS.</i> ...	128
Tabla 26. <i>Comparación de los tiempos de ejecución de los algoritmos NSGA-II y MHS.</i>	129
Tabla 27. <i>Comparación de las mejoras de la función objetivo f usando NSGA-II y MHS.</i>	130
Tabla 28. <i>Comparación del vector parámetros actualizados obtenido usando NSGA-II y MHS.</i>	131

Tabla 29. . Comparación de los parámetros modales numéricos obtenidos usando NSGA-II y MHS..... 131

Tabla 30. Comparación de las mejoras de la función objetivo \tilde{f} usando NSGA-II y MHS. 132

CAPÍTULO I

Introducción

I.1 Antecedentes

El presente documento se enmarca dentro de la normativa referente al Trabajo Fin de Máster de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla (ETSI) para la obtención de los créditos de la asignatura Trabajo Fin de Máster y así obtener el título de Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos por la Universidad de Sevilla (Plan 2015).

El departamento adjudicador del Trabajo ha sido el Departamento de Mecánica de los Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la ETSI, siendo el tutor D. Javier Fernando Jiménez Alonso, profesor asociado del departamento de Estructuras de Edificación e Ingeniería del Terreno de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Edificación, y el tutor ponente D. Andrés Sáez Pérez, catedrático de universidad.

I.2 Justificación del tema

El tema sobre el que se debate en el presente trabajo es la actualización de modelos de elementos finitos. Se trata de una práctica que trata básicamente de modificar de forma consistente algunos de los parámetros del modelo de EF de una estructura de forma que los resultados del análisis modal numérico concuerden con los derivados de medidas experimentales sobre la estructura real. Gracias a esta técnica es posible obtener un modelo numérico con unas propiedades modales suficientemente representativas de la estructura real que pretende representar.

Hoy en día las estructuras civiles, y en particular las pasarelas, son cada vez más esbeltas debido a las mejoras en los materiales y las tecnologías de construcción. En principio, esto significa que las pasarelas de nueva construcción tienden a ser más fáciles de excitar que otras más antiguas y es por tanto más probable que se produzcan problemas de vibraciones en servicio. Esto ya ha pasado en muchas estructuras en la última década, siendo la pasarela del Milenio de Londres (London Millennium Bridge) o la pasarela de Solférino (Pont de Solférino, actualmente Passarelle Léopold-Sédar-Senghor) dos ejemplos concretos [1].

En puentes esbeltos y ligeramente amortiguados, la respuesta dinámica por excitaciones cercanas a la que produce resonancia suele gobernar su comportamiento en servicio, al menos el estado límite en servicio de vibraciones. Cuando en la fase de diseño se realizan los cálculos de la respuesta de la estructura, la simulación de este tipo de respuesta dinámica cerca de la resonancia es muy sensible a pequeñas variaciones en las propiedades modales, como el amortiguamiento, la frecuencia natural y la masa modal. Se puede decir que éstos son parámetros clave en el análisis. Por este motivo, conocer las propiedades modales de una pasarela y la forma de los modos de forma tan precisa como sea posible se ha vuelto un aspecto muy importante en el análisis de estructuras en la actualidad.

En este sentido, la actualización de modelos es una técnica que permite desarrollar modelos que predicen con un alto grado de fiabilidad la respuesta real de las estructuras. Se trata de una técnica que se comenzó a desarrollar a finales del pasado siglo en el ámbito de la ingeniería mecánica y aeroespacial, si bien en las dos últimas décadas la tecnología de actualización de modelos de EF se ha extendido también a las estructuras de ingeniería civil. Queda por tanto justificado el estudio que se pretende llevar a cabo en lo sucesivo sobre esta herramienta.

I.3 Aproximación a la actualización de modelos de elementos finitos

El gran desarrollo que han sufrido los ordenadores a lo largo del tiempo ha propiciado que hoy en día se puedan utilizar modelos numéricos muy complejos para resolver muy diversos problemas. Uno de estos modelos numéricos es el modelo de elementos finitos (EF). Desde su aparición y desarrollo, este modelo se ha venido utilizando cada vez con más frecuencia para resolver problemas complejos de elasticidad y cálculo de estructuras en el ámbito de la ingeniería aeroespacial y civil. Actualmente en el diseño de estructuras civiles se ha convertido en una práctica común elaborar un modelo de EF de la estructura y usarlo para cálculos estáticos y/o dinámicos.

Para desarrollar un buen modelo, es necesario reducir los errores matemáticos en la modelización hasta un nivel aceptable. Por lo tanto, los supuestos y simplificaciones que se asumen en dicho modelo deben ser evaluados cuidadosamente. No obstante, incluso con los más detallados modelos numéricos elaborados con el mayor rigor ingenieril, se producen regularmente diferencias entre las propiedades modales predichas numéricamente y las de la estructura "as-built"¹. Se debe incidir aquí en el hecho de que los errores, por ejemplo en las frecuencias naturales, para pasarelas modelizadas por modelos de EF muy razonables pueden ser del orden del 37% [2]. Esto se debe a la gran incertidumbre que existe en relación a muchos aspectos a la hora de representar con un modelo numérico una estructura real. Algunas de las fuentes de error que justifican las discrepancias entre los resultados del modelo numérico y los datos medidos experimentalmente pueden ser se muestran en el siguiente diagrama.

¹ El término estructura "as-built" denota a la estructura conforme a la obra; es decir, a la estructura realmente construida.

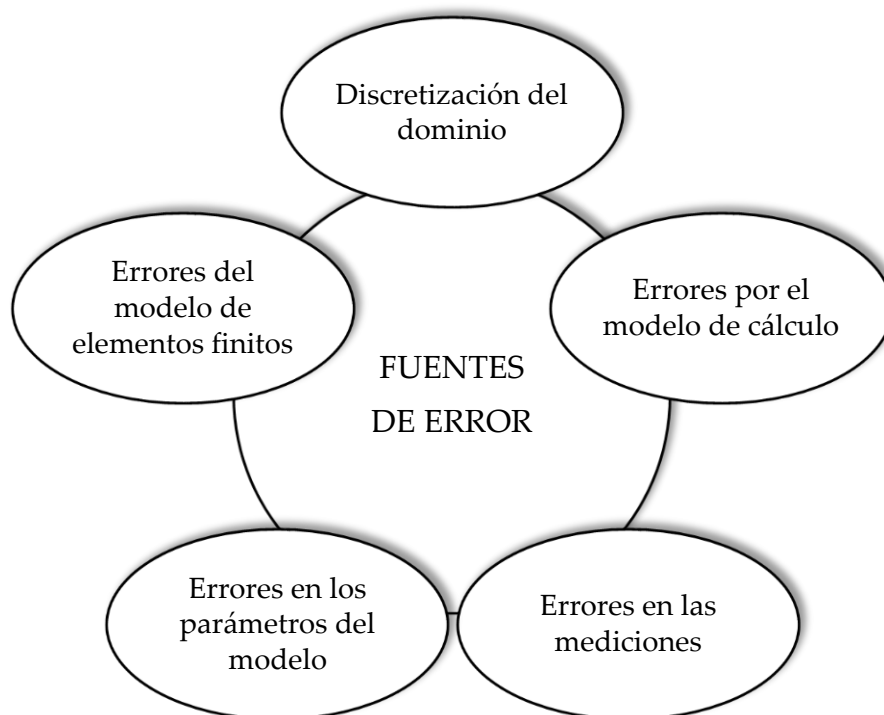


Figura 1. Fuentes de error que justifican las discrepancias entre los resultados numéricos y experimentales.

Más detalladamente estos errores serían [3]:

- Errores causados por la discretización de un sistema continuo en elementos finitos.
- Errores en el modelo de elementos finitos de la estructura, como pueden ser la no correcta modelización geométrica, del amortiguamiento, de las condiciones de contorno, de las uniones, de los elementos no estructurales,...
- Errores derivados del modelo de matemático de cálculo, al no considerar por ejemplo el comportamiento no lineal de la estructura y otros efectos de segundo orden difíciles de representar.
- Errores en los parámetros del modelo, resultado de la dificultad de identificar correctamente las propiedades de los materiales.
- Errores en las mediciones.

En el caso de pasarelas, por ejemplo, existe incertidumbre en las condiciones de contorno, en las propiedades de los materiales, en los efectos de los elementos no estructurales como barandillas, asfalto, etc. Sin embargo, por otra parte, es ampliamente aceptado hoy en día que las mediciones experimentales son mucho más fiables que los resultados de un análisis numérico, de forma que se toman como correctas. Por lo tanto, se hace necesaria una actualización del modelo de EF para que pueda predecir de forma aceptable los resultados experimentales.

Cuando se acomete una actualización de un modelo es necesario pasar por las siguientes fases principales:

1. Desarrollo del modelo numérico de elementos finitos. Esta primera fase, aunque obvia, es muy importante ya que una buena actualización necesita siempre de un buen modelo de elementos finitos.
2. Realización de ensayos a la estructura real.
3. Determinación mediante técnicas de análisis modal las propiedades modales de la estructura.
4. Comparación de los resultados numéricos y experimentales.
5. Realización de la actualización en sí: ajuste inicial del modelo, elección de los parámetros de actualización y ejecución del algoritmo de optimización.

Como se puede observar, para llevar a cabo la actualización de un modelo de EF es necesario el uso previo de otras herramientas como son la modelización con elementos finitos, por supuesto, los ensayos de vibraciones y las técnicas de análisis dinámico para determinar las propiedades modales de la estructura a partir de las mediciones.

La técnica de la actualización de modelos de EF se viene desarrollando desde finales del siglo pasado en el ámbito de la ingeniería mecánica y aeroespacial. De hecho, esta metodología es usada hoy en día de forma rutinaria en dichos sectores, donde el desarrollo de prototipos es una parte habitual del proceso de diseño de estructuras sujetas a cargas dinámicas.

Desafortunadamente, el desarrollo de prototipos no es una práctica común en el diseño de estructuras civiles. Por lo tanto, todo esto no puede hacerse de forma fácil durante el proceso de diseño ya que hay que tener en cuenta que el ensayo puede llevarse a cabo sólo en una estructura ya construida, que es un "prototipo" único que normalmente no va a ser construido de nuevo. Así, puede parecer que la idea de obtener propiedades modales fiables de una estructura elaborando un modelo de EF, ensayando la estructura, y correlacionando el modelo de EF y actualizándolo es inútil en el caso de estructuras civiles una vez construidas. Sin embargo, esto no es así ya que ejercicios como estos son la única manera fiable de predecir el comportamiento vibratorio de futuras estructuras de ingeniería civil. Además, esto es importante no sólo para el diseño de nuevas estructuras con características similares, sino también para la rectificación de estructuras existentes, así como para análisis sísmicos e investigación en general de las vibraciones en servicio de una estructura.

De esta forma, el proceso completo de modelización mediante EF, ensayo modal y actualización del modelo de EF de estructuras añade al actual (y muy limitado) conocimiento del comportamiento vibracional de estructuras "as-built" un significativo potencial para llevar a cabo actuaciones de mejora en estructuras existentes pero también para usar este conocimiento en diseños futuros.

El presente trabajo se desarrolla con el objetivo de investigar algunos aspectos determinados de la técnica de actualización en sí. Por ello a continuación se van a plantear ciertos aspectos en relación a las herramientas utilizadas en todo el proceso.

I.3.1 Modelización con elementos finitos

La mayor parte de los problemas físicos, y en concreto los problemas de ingeniería, se pueden plantear de forma analítica por medio de ecuaciones algebraicas, diferenciales o integrales. Sin embargo, no tan fácilmente se puede resolver dichos problemas de forma exacta. En este contexto surgieron hace ya bastantes años los métodos de aproximación numérica.

Muchos de los métodos numéricos clásicos se desarrollaron antes de la revolución de los ordenadores. Tal es el caso por ejemplo del método de las diferencias finitas, o los métodos variacionales (Rayleigh, Ritz) y de residuos ponderados (Gauss, Galerkin, Biezeno-Koch,...) que utilizan funciones de interpolación. A continuación se exponen unas breves pinceladas acerca de estos métodos [4, 5].

El método de las diferencias finitas se utiliza para resolver problemas con ecuaciones diferenciales. Consiste en aproximar la derivada de la función en un punto por los valores de la función en puntos próximos. Así se transforma el sistema de ecuaciones diferenciales en uno de ecuaciones algebraicas cuyas incógnitas son los valores de la función en distintos puntos del dominio. Sus principales limitaciones son que no resulta fácil imponer condiciones de contorno cuando éste no es rectilíneo y tampoco es fácil emplear una distribución no uniforme de puntos, necesaria cuando la variación de la función es muy rápida.

Los métodos de residuos ponderados en lugar de cambiar el operador pretenden aproximar la función mediante una combinación lineal de funciones $c_j\psi_j$, siendo ψ_j unas funciones conocidas y c_j las incógnitas. Al aplicar el operador sobre la función aproximada se introduce un error y aplicando un cierto criterio de ponderación del mismo se establece un sistema de ecuaciones del que se pueden obtener los valores de las incógnitas. El principal problema de estos métodos es la elección de las funciones ψ .

Dejando aparcados aquí estos dos tipos de métodos numéricos, toca hablar ahora de un método que vino a revolucionar los métodos de cálculo en ingeniería: el método de los elementos finitos (MEF). Este método está basado también en una aproximación de la forma $u \cong c_i\psi_i$, aunque la acertada elección de las funciones de aproximación lo convierte en una herramienta más potente. Sin embargo, no surgió como una particularización de los métodos generales de aproximación antes mencionados, sino que se desarrolló aplicando el cálculo automático de estructuras de barras mediante la técnica del cálculo matricial a sistemas continuos mediante su división en trozos o elementos.

Esta idea se empieza a gestar dentro de la empresa Boeing y se materializa en el artículo de 1956 titulado *Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures* escrito por M.J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin y L.J. Topp [6]. El término "elemento finito" se emplea por primera vez en 1960 y fue introducido por Clough [7].

Tras sus orígenes, muchos autores se sienten atraídos por el tema, y fue Melosh quién en 1963 [8] demuestra que a pesar de haber sido desarrollado como una herramienta de aplicación práctica, el MEF es una variación del método de aproximación de

Rayleigh-Ritz. Esto hace que los matemáticos se interesen en la técnica y desarrollen sus bases teóricas.

En la segunda mitad de los años sesenta se investiga y se demuestra su aplicación en otros problemas ingenieriles como los de transmisión de calor o la mecánica de fluidos. Una referencia bibliográfica básica sobre el MEF fue el libro de 1967 de O.C. Zienkiewicz titulado *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics* donde se agrupan los conocimientos desarrollados hasta la fecha.

La década de los setenta representa la etapa de mayor difusión del método, cuando se comienzan a desarrollar y comercializar los programas pioneros en aplicar el MEF: NASTRAN (1965), ANSYS (1970), ADINA (1974), SAP (1975),...

Desde los años 80 hasta la actualidad no se producen grandes desarrollos en el método, sin embargo, con la expansión de los ordenadores y su incorporación a las oficinas técnicas y los despachos privados su uso se extiende de forma que ya es una herramienta de cálculo básica en la industria y una materia académica, especialmente en las escuelas de ingeniería. También se extiende su uso a problemas diversos de la ingeniería como la modelización del mar en aguas reducidas o poco profundas [9] y otros campos como la ingeniería de la salud, por ejemplo modelando el implante para el tratamiento de la enfermedad degenerativa de un disco lumbar [10].

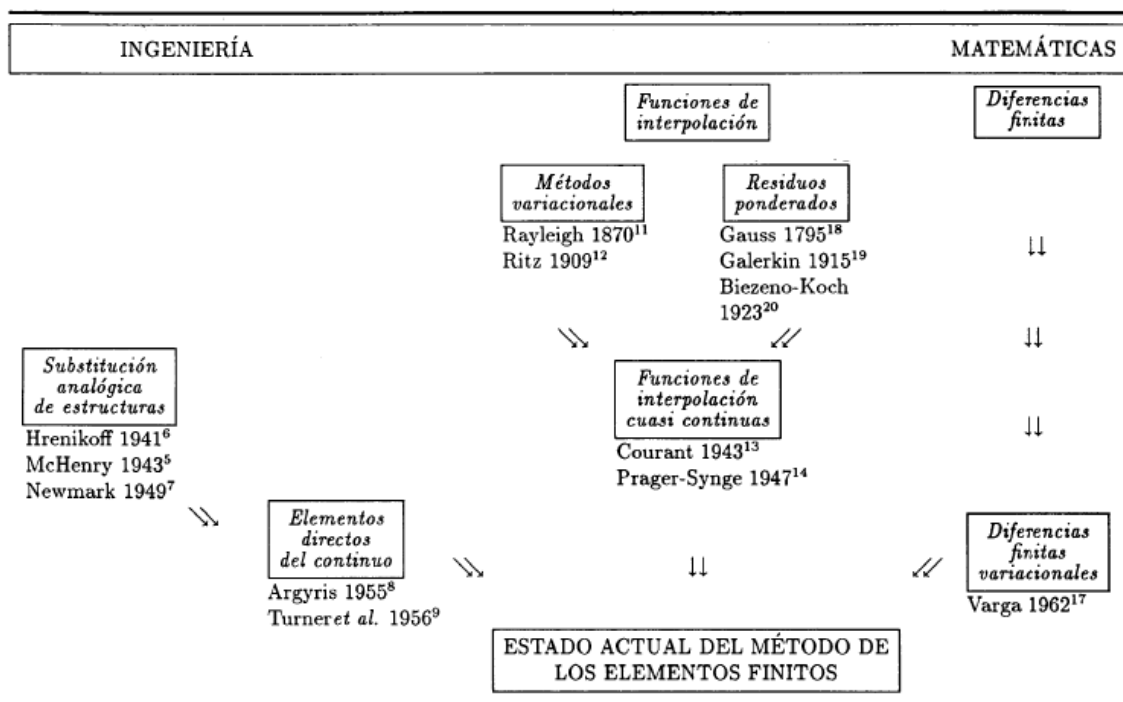


Figura 2. Árbol genealógico del método de los elementos finitos [11].

De forma más o menos detallada, la idea teórica del MEF se expone a continuación. En primer lugar el MEF supone el dominio de estudio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional). Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre sí

los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos se pueden calcular el resto de campos derivados: tensiones, deformaciones,... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas ‘interpolan’ el valor de la variable nodal dentro del elemento. El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

En la literatura específica [12, 11, 13] se han desarrollado diferentes tipos de elementos (lineales de uno o varios nodos, cuadrilateral bilineal, triangulares de tres nodos, triangulares de orden superior, tetraédricos...) a los que se le pueden suponer diferentes comportamientos (por ejemplo, consideración o no de la deformación por cortante) para su aplicación en problemas de diversa índole. Estos elementos deben cumplir el test de la parcela para converger a la solución exacta [14].

Asociados a los diferentes tipos de elementos se han desarrollado asimismo las funciones de forma que permiten la aproximación de la variable de campo en el interior de dichos elementos. Para asegurar la convergencia de la solución, estas funciones de forma cumplen los tres criterios siguientes [11]:

- Criterio 1: La función debe elegirse de tal forma que no permita deformaciones de un elemento cuando los desplazamientos nodales se deban a un desplazamiento del conjunto como cuerpo rígido.
- Criterio 2: La función de desplazamientos tiene que ser tal que si los desplazamientos nodales son compatibles con un estado de deformación constante se obtenga realmente dicho estado de deformación constante.
- Criterio 3: Las funciones de desplazamientos deben elegirse de manera que las deformaciones que se producen en los límites de separación entre elementos sean finitas (aunque puedan ser indeterminadas).

Desde un punto de vista práctico, la aplicación del MEF para el cálculo de una determinada estructura de ingeniería civil está bastante automatizada. Como se indicó en párrafos anteriores, desde antes de los años setenta existen empresas que se dedican a desarrollar programas comerciales para aplicar el método. En la mayoría de estos programas, el análisis de una estructura en general se realiza en tres etapas. Un primera fase de pre-proceso en la que se define la geometría, se eligen los elementos a emplear en el modelo, se malla el dominio en estudio y se imponen las condiciones de contorno. Una segunda fase en la que el programa realiza los cálculos, permitiendo una participación

más o menos activa del usuario en el control de las opciones de cálculo. Y una última y tercera fase de post-proceso en la que se muestran los resultados en diferentes formatos para su análisis.

En este sentido se puede decir que los pasos críticos a la hora de elaborar un modelo de elementos finitos ocurren durante el pre-proceso en el que se debe poner especial atención en representar de la forma más adecuada la estructura a modelizar. Algunos aspectos clave pueden ser el tipo de elemento empleado (unidimensional, bidimensional o tridimensional) en función del grado de detalle requerido, y su modelo de comportamiento. También las masas no estructurales y las condiciones de contorno. Un detalle muy importante es el tamaño del mallado, de forma que tiene que ser suficientemente denso, especialmente en zonas sensibles del modelo como pudieran ser bordes o esquinas, para asegurar que la solución converge.

I.3.2 Ensayos de vibraciones y análisis de resultados experimentales

Como se viene diciendo a lo largo de esta introducción, la identificación de los parámetros modales de una estructura (frecuencias naturales, modos de vibración e incluso amortiguamiento modal) mediante el análisis de las vibraciones en un ensayo dinámico es un paso básico en la actualización del modelo de EF de la misma. No obstante, conocer las frecuencias naturales y los modos propios de una pasarela, por ejemplo, es algo muy interesante y que tiene otras muchas aplicaciones. Entre estas aplicaciones destacan:

- Evaluar que se cumple la seguridad en servicio, especialmente el estado límite en servicio de vibraciones.
- Comprobar el adecuado funcionamiento de dispositivos de control de vibraciones instalados en la estructura (dispositivos de disipación de energía, amortiguadores de masa activa o AMD (Active Mass Damper), amortiguadores de masa sintonizada o TMD (Tuned Mass Damper),...).
- Caracterizar estructuras que ya han cumplido sus años de vida útil o que han sufrido daños para llevar a cabo proyectos de rehabilitación con fundamento.
- Establecer como referencia las características dinámicas iniciales de una estructura de nueva construcción para comprobar su evolución y detectar y evaluar daños, técnica conocida por su nombre en inglés *Structural Health Monitoring*.

La identificación experimental de los parámetros modales de las estructuras se viene desarrollando ya desde hace varias décadas. Las primeras experiencias se efectuaron también en el campo de la ingeniería mecánica para caracterizar el comportamiento dinámico de pequeñas estructuras en el laboratorio.

Estos primeros desarrollos se basaban en mediciones de la respuesta de la estructura ante una o varias fuerzas dinámicas conocidas, por ejemplo el impacto de un martillo o las vibraciones generadas con un sistema vibratorio. Este tipo de mediciones hoy en día se conocen como ensayos de vibración forzada o sus siglas en inglés FVT (Forced Vibration Test).

De la relación entre la carga aplicada y la respuesta observada es posible identificar los parámetros modales mediante la técnica que se conoce hoy en día como análisis modal experimental o sus siglas en inglés EMA (Experimental Modal Analysis). La técnica del EMA tiene una base teórica ampliamente desarrollada en la literatura [15, 16, 17] y muchas de sus aplicaciones se recogen en los procedimientos de la Conferencia Internacional de Análisis Modal (International Modal Analysis Conference o IMAC) que se organiza cada año desde 1982. La mayoría de estas aplicaciones se dan en los campos de la ingeniería aeroespacial y en la industria del automóvil. Esta técnica se puede utilizar también para identificar los parámetros modales de estructuras civiles, como puentes, presas o edificios. Sin embargo, debido al gran tamaño de dichas estructuras la aplicación de una excitación dinámica controlada y medible requiere el uso de dispositivos pesados y muy costosos.

Las estructuras civiles se ensayan por lo general fuera del laboratorio, donde están expuestas a determinadas excitaciones ambientales como las producidas por el viento, el tráfico de vehículos, de peatones, ... En este sentido, se han desarrollado nuevas técnicas que permiten identificar los parámetros modales a partir de la respuesta dinámica de la estructura ante esta excitación ambiental. Este tipo de mediciones se conocen como ensayos ambientales o por sus siglas en inglés AVT (Ambient Vibration Test). Se trata de ensayos bastante simples y económicos porque consisten en la medición de la respuesta dinámica usando acelerómetros mientras la estructura se encuentra en su situación de operación normal. Debido a que la excitación ambiental está siempre presente, este tipo de ensayo se podría extender en el tiempo de forma que se llevara un seguimiento periódico de las propiedades de la estructura para detectar daños. Es lo que se conoce hoy en día como técnica de monitorización de la estructura o HMS (Health Monitoring System). Si bien estas son las ventajas, algunos de los inconvenientes de este tipo de ensayos son los siguientes:

- Los sensores deben ser muy sensibles debido a que el nivel de excitación es bajo.
- No permiten estimar la masa modal, por lo que no se pueden escalar los modos de manera absoluta.
- El contenido en frecuencia de la excitación ambiental puede no abarcar toda la banda de frecuencias de interés, especialmente cuando se ensayan estructuras muy rígidas.

Los primeros ensayos ambientales se llevaron a cabo hace ya alguna décadas, entre los años sesenta y setenta [18, 19, 20]. Desde estas primeras experiencias, el desarrollo ha sido notable y hoy en día son muchas las estructuras y los puentes que se ensayan con esta técnica o se monitorizan, como por ejemplo el puente de Rialto en Venecia [21].

Para identificar los parámetros modales a partir de los datos de los ensayos ambientales se usa la técnica de análisis modal operacional o sus siglas en inglés OMA (Operational Modal Analysis). A esta técnica se le dedica el Capítulo II del presente documento.

I.3.3 Métodos de actualización de modelos de EF

Hasta ahora se han referido las herramientas que necesariamente se deben usar antes de llevar a cabo la actualización de un modelo de elementos finitos. Hablando un poco más concretamente de la técnica de actualización propiamente dicha se distinguen claramente dos tipos de métodos: los directos y los iterativos.

Los métodos directos llevan a cabo la actualización del modelo de EF actualizando las matrices de masa y de rigidez del modelo directamente, de forma que los resultados numéricos reproducen los experimentales exactamente. De esta manera, el ajuste de los parámetros se realiza sin tener en cuenta el sentido físico de ellos. Por este motivo, este tipo de actualización tiene las siguientes limitaciones:

- Se puede perder la conectividad de los nodos del modelo al perder el sentido físico.
- Las matrices de masa y de rigidez tras la actualización están llenas en lugar de tener bandas.
- Se puede perder la simetría de las matrices.

Unas de las técnicas directas más empleadas son los métodos de la matriz óptima (Optimal Matrix Methods). Estas técnicas plantean el problema en términos de los multiplicadores de Lagrange, de forma que se minimice la siguiente ecuación tomada de [22]:

$$\{E([\Delta M], [\Delta C], [\Delta K]) + \lambda R([\Delta M], [\Delta C], [\Delta K])\}$$

donde:

$E \equiv$ función objetivo.

$\lambda \equiv$ multiplicador de Lagrange.

$R \equiv$ restricciones de la ecuación.

$\Delta \equiv$ perturbación de las matrices del sistema ($M \equiv$ matriz de masa, $K \equiv$ matriz de rigidez, $C \equiv$ matriz de amortiguamiento).

En la anterior ecuación se prueban diferentes combinaciones de perturbaciones de las matrices hasta que la diferencia entre los resultados del modelo de elementos finitos y del ensayo se minimice. En la literatura hay bastantes artículos que documentan actualizaciones de modelos de EF con esta técnica y variantes de la misma [23, 24].

Otros métodos directos son los basados en la teoría del control (Control theory). En la referencia [25] se puede encontrar una revisión de las aplicaciones de estos métodos directos y también de su variante iterativa.

Estos métodos directos, como se ha indicado antes, tienen ciertas limitaciones y su aplicación es muy dificultosa en modelos complejos con muchos grados de libertad. Para combatir estas dificultades se desarrollaron los métodos iterativos. En este tipo de métodos se van actualizando poco a poco los parámetros hasta que el modelo de EF reproduce

los resultados experimentales con una cierta precisión. Por ello, los modelos que se derivan tienen asegurada la conectividad de los nodos y constan de matrices de masa y rigidez que son físicamente realistas.

Más concretamente los métodos iterativos transforman el problema de actualización en un problema de optimización (minimización) de una función que caracteriza las diferencias entre los resultados modales numéricos y experimentales: la llamada función objetivo sobre la que se hablará en el Capítulo IV. En este sentido, las técnicas de actualización se convierten en las técnicas de optimización de funciones, que resulta ser un tema ampliamente estudiado y con aplicación en diversos ámbitos como el de las matemáticas, la economía, la informática o la ingeniería. En torno a dichas técnicas de optimización se desarrolla el Capítulo III, especialmente centrado en aquellas de aplicación en problemas de actualización de modelos de EF.

I.4 Objetivos y principales contribuciones del presente trabajo

Los objetivos generales que se persiguen con la realización del presente trabajo son los siguientes:

- Acercamiento tanto en el marco teórico como en el práctico al tema de la actualización de modelos de elementos finitos.
- Conocimiento y uso de las herramientas básicas que se utilizan en la actualización de modelos:
 - El propio desarrollo de modelos de elementos finitos y su análisis.
 - La realización de ensayos de vibración ambiental.
 - La aplicación de las técnicas del análisis modal operacional.
 - La implementación de técnicas iterativas de inteligencia artificial para resolver el problema de actualización.
 - El análisis crítico de los resultados.

Además de dichos objetivos generales, se plantean otros más específicos que justifican el interés de elegir este trabajo y que son:

- Desarrollo de análisis de sensibilidad para basar en ellos la elección de los parámetros de actualización.
- Estudio de la influencia de la función peso en la definición de la función a optimizar en problemas de un único objetivo.
- Estudio comparativo de algoritmos iterativos de inteligencia artificial para resolver el problema de optimización. Concretamente se pretenden comparar tanto la precisión de las soluciones obtenidas con los diferentes algoritmos como el tiempo de convergencia y el tiempo total de cálculo.
- Definición de problemas de actualización multiobjetivo y elección de la mejor solución del frente de Pareto.

Relacionados con estos objetivos concretos, se nombran a continuación las principales contribuciones del presente trabajo:

- Desarrollo de un estudio de sensibilidad basado en la energía de deformación modal calculada con ANSYS.
- Aplicación del algoritmo *Harmony Search* en el proceso de actualización de modelos de elementos finitos y comparación de resultados con los obtenidos aplicando algoritmos genéticos.
- Implementación del algoritmo *Harmony Search* en su versión multiobjetivo y aplicación a la actualización de modelos de elementos finitos.
- Comparación del algoritmo *Harmony Search* multiobjetivo con el algoritmo genético multiobjetivo conocido como NSGA-II.

I.5 Organización del texto

El cuerpo de texto del presente documento se articula en siete capítulos principales. Además del primero que constituye la introducción del tema, los tres siguientes son bloques teóricos dedicados a las diferentes herramientas usadas en la actualización de modelos. En el Capítulo V se desarrolla el ejemplo práctico del cual se presentan los resultados en el capítulo VI y se desarrollan las conclusiones en el capítulo VII. Por último se incluye la bibliografía. Siguiendo la línea del discurso, el contenido es el siguiente:

CAPÍTULO I: Se indica la motivación del trabajo y se presenta e introduce el tema del mismo: la actualización de modelos de elementos finitos.

CAPÍTULO II: Está dedicado a las técnicas del análisis modal operacional (OMA), necesarias para estimar los parámetros modales de una estructura a partir de un ensayo de vibración ambiental de la misma.

CAPÍTULO III: Se centra en exponer las distintas técnicas de optimización, tanto los métodos tradicionales como los metaheurísticos. De entre estos últimos se explican con más detalle los algoritmos genéticos y el algoritmo *Harmony Search*.

CAPÍTULO IV: Se debate sobre algunos elementos básicos de la actualización de modelos, como son la definición de la función objetivo, el peso de los diferentes residuos y la elección de los parámetros de ajuste.

CAPÍTULO V: Proceso completo de modelización con elementos finitos y actualización de una pasarela real.

CAPÍTULO VI: Presentación y análisis de resultados de los procesos de actualización del modelo de elementos finitos de la pasarela mediante las diferentes técnicas empleadas.

CAPÍTULO VII: Desarrollo de conclusiones y presentación de líneas futuras de investigación.

CAPÍTULO II

Análisis Modal Operacional

Este breve capítulo se dedica a las técnicas de análisis modal operacional, con el objetivo de ofrecer una visión general de las mismas que fundamente la elección de la más adecuada para determinar los parámetros modales experimentales de la estructura de la que se realiza la actualización en el Capítulo V.

II.1 Introducción al OMA

El objetivo principal del análisis modal es obtener las frecuencias naturales y la forma de los modos de vibración de una estructura para conocer su comportamiento dinámico. De forma esquemática se distinguen dos principales tipos de análisis: el análisis modal operacional u OMA (*Operational Modal Analysis*) y el análisis modal experimental o EMA (*Experimental Modal Analysis*). Las principales características de cada uno de ellos se señalan en el esquema de la Figura 3.

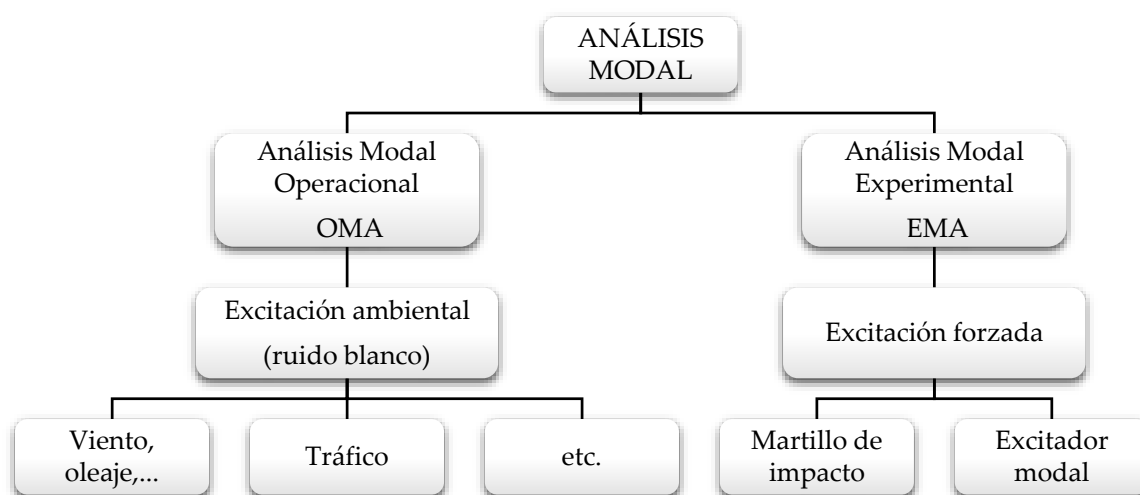


Figura 3. Tipos de análisis modal.

Debido a las características de las estructuras civiles, los ensayos de vibraciones ambientales son mucho más prácticos y económicos, por lo que el análisis modal operacional goza de una mayor aceptación en este campo. El nombre de análisis modal operacional surge del hecho de que la información modal se deriva de la respuesta de la estructura mientras está operativa. En este tipo de análisis el input no es una excitación forzada, sino que se asume que es un proceso estocástico denominado ruido blanco. Por ello a la determinación del modelo que ajusta las medidas experimentales se le suele llamar Identificación de Sistemas Estocásticos o por sus siglas en inglés SSI (*Stochastic System Identification*).

Como se acaba de definir, la finalidad del análisis modal en general y del operacional en particular es identificar los parámetros modales de una estructura que se encuentra caracterizada por una serie de medidas experimentales. En este punto, es claro observar que hay dos aspectos diferenciados en el análisis y que son, por una parte la representación del modelo dinámico de la estructura y por otra el método de identificación de los parámetros modales (OMA Methods). Ambos aspectos están naturalmente

relacionados de forma que los métodos de identificación de parámetros se basan en los modelos dinámicos establecidos. En los dos siguientes apartados se debate sobre estos dos aspectos, describiéndose la formulación del Modelo de Espacio de Estados Estocástico y de la Identificación de Sistemas Estocásticos o SSI porque son el modelo y el método de OMA más aplicados en el campo de la ingeniería civil, respectivamente.

II.2 Modelos de sistemas dinámicos. Modelo de espacio de estados estocástico

En general los modelos de sistemas dinámicos pueden ser definidos en el dominio del tiempo o de la frecuencia, mediante ecuaciones continuas en el tiempo (modelos analíticos) o discretas. Algunos de estos modelos son [26]:

- Dominio del tiempo: Modelo de Elementos Finitos, Modelo de Espacio de Estados; tanto en su versión continua como discreta, Modelo de Espacio de Estados Estocástico,...
- Dominio de la frecuencia: Modelo Modal, Modelo del común denominador, Matrix Fraction Models (Left and Right),...

Por su parte, la mayoría de los métodos de OMA están basados en modelos experimentales que ajustan los datos registrados en ensayos de vibraciones (señales discretas procesadas por un ordenador) y de los que se pueden extraer estimaciones de los parámetros modales. Se trata por tanto de modelos discretos en el tiempo. En concreto estos modelos se construyen a partir de datos experimentales que contienen ruido, que no se puede medir, pero que debe ser considerado. El Modelo de Espacio de Estados Estocástico en tiempo discreto (*Stochastic State-Space Model*) es una de las mejores aproximaciones del problema.

El Modelo de Espacio de Estados se obtiene al transformar la ecuación diferencial de 2º orden que representa el equilibrio en dinámica $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t)$ en una ecuación diferencial de primer orden y combinando ésta con una ecuación de observaciones que establece la relación entre las medidas y los desplazamientos, la velocidad y la aceleración de todos los grados de libertad, de modo que queda el sistema:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(t)$$

siendo $\mathbf{x}(t)$ el vector de estados, $\mathbf{y}(t)$ el vector de salidas y $\mathbf{u}(t)$ el vector de entradas. Por su parte \mathbf{A}_c es la matriz de estado, \mathbf{B}_c la matriz de entrada, \mathbf{C}_c la matriz de salida y \mathbf{D}_c la matriz de transmisión directa. La relación entre estas variables y las definidas por la ecuación del movimiento en dinámica se encuentra descrita claramente en [26].

Una vez descrito este modelo, el Modelo de Espacio de Estados Estocástico se obtiene añadiendo una componente estocástica al Modelo de Espacio de Estados expresado en forma discreta. Las ecuaciones de este modelo son, por tanto:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k$$

$$y_k = C \cdot x_k + D \cdot u_k + v_k$$

donde las variables temporales $x(t)$, $y(t)$ y $u(t)$ se han reemplazado por sus valores en instantes de tiempo discretos $k \cdot \Delta t$ y los vectores w_k y v_k modelizan el ruido debido a imprecisiones en el modelo y en los sensores respectivamente. Estos dos últimos vectores, con dimensión n (número total de observaciones), se toman como observaciones de media cero de procesos estocásticos con las siguientes matrices de correlación:

$$E \left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_p^T & v_p^T \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$$

$$E \left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_q^T & v_q^T \end{bmatrix} \right) = 0, \quad p \neq q$$

donde los índices p y q representan instantes de tiempo genéricos. Como se asume que las matrices de correlación de los procesos w_k y v_k , $E(w_p \cdot w_q^T)$ y $E(v_p \cdot v_q^T)$, son igual a cero para cualquier desfase de tiempo $\tau = q - p$ distinto de cero, cada nueva observación de estos procesos es independiente de las anteriores. Estos procesos estocásticos puramente aleatorios se denominan ruido blanco.

En el análisis modal operacional, la entrada o input es, como se ha indicado, desconocida. Por lo tanto, los términos del modelo u_k se incluyen en los términos de ruido:

$$x_{k+1} = A \cdot x_k + w_k$$

$$y_k = C \cdot x_k + v_k$$

Este modelo asume que las entradas del sistema son observaciones de un proceso de ruido blanco también. Esto es, por supuesto, una aproximación de la realidad que tiene consecuencias en los resultados de los métodos de identificación.

Los Modelos de Espacios de Estados Estocástico tienen varias propiedades que resultan ser esenciales para la justificación de los algoritmos de identificación.

Estas propiedades están basadas en las hipótesis antes mencionadas que se imponen a los términos de ruido y en asumir que el vector de estado puede ser caracterizado por un proceso estocástico estacionario con media cero. Debido a la estacionalidad, la matriz de correlación del vector de estado, denominada como matriz de covarianza de estado y representada como Σ , es independiente del instante de tiempo, k :

$$\Sigma = E[x_k \cdot x_k^T]$$

Dado que w_k y v_k son secuencias de vectores de ruido blanco de media cero independientes de x_k :

$$E[x_k \cdot w_k^T] = 0, \quad E[x_k \cdot v_k^T] = 0$$

Considerando el conjunto de ecuaciones 3, 4 y 5, se puede realizar la siguiente deducción:

$$\begin{aligned} \Sigma &= E[x_{k+1} \cdot x_{k+1}^T] = E[(A \cdot x_k + w_k) \cdot (A \cdot x_k + w_k)^T] = \\ &= A \cdot E[x_k \cdot x_k^T] \cdot A^T + E[w_k \cdot w_k^T] \Leftrightarrow \\ \Sigma &= A \cdot \Sigma \cdot A^T + Q \end{aligned}$$

Dado que la matriz de correlación de las salidas para cualquier desfase de tiempo arbitrario $\tau = j \cdot \Delta t$ se calcula mediante la expresión:

$$R_j = E[y_k \cdot y_{k+j}^T]$$

y que la matriz de correlación de la salida del nuevo estado se define como:

$$G = E[x_{k+1} \cdot y_k^T]$$

es posible demostrar las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} R_0 &= C \cdot \Sigma \cdot C^T + R \\ G &= A \cdot \Sigma \cdot C^T + S \\ R_j &= C \cdot A^{j-1} \cdot G \\ R_{-j} &= G^T \cdot (A^{j-1})^T \cdot C^T = R_j^T \end{aligned}$$

La tercera expresión de las ecuaciones anteriores es crucial para los métodos de identificación del sistema basados en Modelos de Espacios de Estado, ya que relaciona la matriz de correlación de medidas experimentales de la respuesta de la estructura con la matriz de estado, a partir de la cual es posible extraer los parámetros modales del sistema dinámico.

II.3 Métodos de OMA para la identificación modal

Una vez definidos los sistemas dinámicos que pueden representar a la estructura y que se construyen por ajuste de los datos experimentales, es hora de hablar de los métodos de OMA para la identificación de frecuencias y modos naturales de estos sistemas. Al igual que ocurre con los modelos, los métodos de identificación modal pueden expresarse en el dominio de la frecuencia y del tiempo. En la Figura 4. Tipos de métodos de identificación de parámetros modales con técnicas de OMA. Figura 4 se resumen de forma esquemática los tipos de métodos OMA.

Los métodos en el dominio de la frecuencia parten del espectro o espectro medio de salida (spectrum/half-spectrum matrices) estimados a partir de las mediciones experimentales. Se clasifican en dos tipos: métodos no paramétricos y métodos paramétricos. Los métodos no paramétricos son los más simples y fueron los primeros en utilizarse. El más sencillo de ellos es el Peak Picking (PP), el cual selecciona los picos en los espectros obtiene estimaciones de las frecuencias naturales y la forma de los modos. Otro método más completo y que se utiliza en el ámbito de la ingeniería civil es el llamado *Frequency Domain Decomposition* (FDD) que interpreta el espectro de salida con el método Welch y permite separar modos estrechamente espaciados e identificar amortiguamientos modales. Por su parte los métodos paramétricos son más sofisticados y suelen estar basados en la evaluación de una función de coste. Los más comunes son los denominados *Frequency Domain Maximum Likelihood Identification* (ML) y *Poly-Least Squares Complex Frequency Domain Method* (p-LSCF).

Los métodos en el dominio del tiempo se clasifican asimismo en otros dos tipos: los métodos de Espacio de Estados y los denominados *Auto-Regressive Moving Average* (ARMA) o simplemente *Auto-Regressive* (AR). Los métodos de Espacios de Estados fueron los primeros que surgieron al intentar aplicar las técnicas existentes al análisis de respuestas de los test de vibraciones. Así se desarrolló por ejemplo el método NExT [27] como adaptación al análisis operacional del ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*). Hoy en día la Identificación de Espacio de Estados Estocásticos (SSI) es la aproximación paramétrica que más se utiliza en ingeniería civil, y que se desarrollará con detalle a continuación [28]. Por su parte, los métodos ARMA o AR llevan a cabo la identificación a partir de correlaciones de las medidas, como por ejemplo el llamado *Instrumental Variable Method*, o directamente a partir de las señales temporales usando el método de mínimos cuadrados.

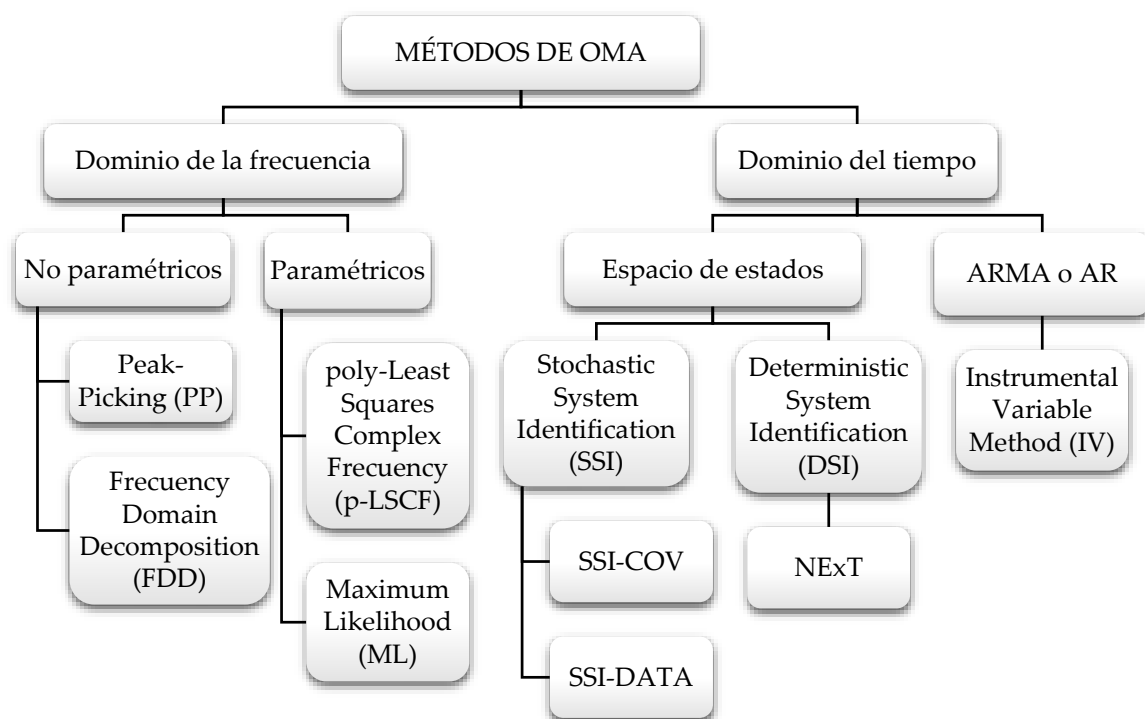


Figura 4. Tipos de métodos de identificación de parámetros modales con técnicas de OMA.

La Identificación de Espacio de Estados Estocásticos (SSI) parte, como su propio nombre indica, de un modelo de espacio de estados estocástico en tiempo discreto que define el comportamiento de la estructura e identifica los parámetros modales (frecuencias y modos naturales) de la misma. Se distinguen dos tipos de métodos:

- SSI-COV (*Covariance driven Stochastic Subspace Identification*): Identifica los modos a partir de correlaciones (o covarianzas) de las salidas del sistema.
- SSI-DATA (*Data driven Stochastic Subspace Identification*): Identifica los parámetros modales directamente a partir de las series de datos temporales recogidas en el ensayo de la estructura, llevando a cabo proyecciones [29].

En la aplicación del capítulo V se lleva a cabo el análisis modal operacional de una estructura y para ello se emplea el método SSI-COV que está implementado en el software ARTeMIS Modal Por 5.0 que se utiliza para tal fin. El método SSI-COV, como se ha dicho, identifica un modelo de espacio de estados estocásticos a partir de la matriz de covarianza de salida. El algoritmo descrito aquí es la versión presentada en [30], en el cual se emplea únicamente las columnas de la matriz de correlación asociada a salidas de referencias previamente seleccionadas.

El punto inicial de este método es la matriz de correlación de salida evaluada para desfases de tiempo positivos variando desde $1 \cdot \Delta t$ hasta $(2j_b - 1) \cdot \Delta t$ representados por R_1^{ref} hasta $R_{2j_b-1}^{ref}$ y organizados en una matriz *Toeplitz* de bloque de dimensiones $n_0 j_b \times n_r j_b$ (donde n_0 es el número de salidas y n_r es el número de salidas de referencia):

$$T_{1|j_b}^{ref} = \begin{bmatrix} R_{j_b}^{ref} & R_{j_b-1}^{ref} & \dots & R_1^{ref} \\ R_{j_b+1}^{ref} & R_{j_b}^{ref} & \dots & R_2^{ref} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ R_{2j_b+1}^{ref} & R_{2j_b-2}^{ref} & \dots & R_{j_b}^{ref} \end{bmatrix}$$

Aplicando la propiedad de factorización de la matriz de correlación antes indicada $R_j = C \cdot A^{j-1} \cdot G$ a todas las matrices R_j^{ref} almacenadas en la matriz $T_{1|j_b}^{ref}$, ésta puede ser descompuesta en el producto de las siguientes matrices:

$$T_{1|j_b}^{ref} = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot A^{j_b-1} \end{bmatrix} \cdot [A^{j_b-1} \cdot G^{ref} \quad \dots \quad A \cdot G^{ref} \quad G^{ref}] = O_{j_b} \cdot \Gamma_{j_b}^{ref} \quad (II.1)$$

La segunda igualdad define las matrices: O_{j_b} , matriz de observaciones extendida (*extended observability matrix*); y $\Gamma_{j_b}^{ref}$, matriz de control estocástica extendida inversa (*reversed extended stochastic controllability matrix*). La primera es una columna de j_b bloques con dimensiones $n_0 \times n$ (n es la dimensión del modelo espacio de estados). La segunda está formada por j_b matrices de dimensiones $n \times n_r$ organizadas en un vector fila. De acuerdo a la ecuación previa, la matriz Toeplitz es el resultado del producto de una matriz con n columnas por una matriz con n filas. Por lo tanto, si $n < n_r \cdot j_b$, el rango de $T_{1|j_b}^{ref}$ es igual a n .

Por otro lado, la descomposición de valor singular (SVD) de la matriz Toeplitz implica:

$$T_{1|j_b}^{ref} = U \cdot S \cdot V^T = [U_1 \quad U_2] \cdot \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} = U_1 \cdot S_1 \cdot V_1^T \quad (II.2)$$

El número de valores singulares distintos de cero indica el rango de la matriz descompuesta, la cual, en este caso, coincide con n , la dimensión de la matriz de estado A .

La comparación de la Ecuación (II.1) y de la Ecuación (II.2) muestra que las matrices de observaciones y de control pueden ser calculadas a partir de las salidas del SVD empleando, por ejemplo, las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} O_{j_b} &= U_1 \cdot S_1^{1/2} \\ \Gamma_{j_b}^{ref} &= S_1^{1/2} \cdot V_1^T \end{aligned}$$

Existen implementaciones alternativas del método SSI-COV que pre y/o post multiplican la matriz Toeplitz por matrices de peso antes del SVD. En el presente trabajo se ha empleado un método sin matrices de peso llamado UPC (*Unweighted Principal Component*) que se encuentra disponible para su uso en ARTeMIS.

Teniendo en cuenta la estructura de las matrices de observaciones y control presentadas en la Ecuación (II.2), una vez éstas han sido obtenidas, la identificación de las matrices de estado y de salida del modelo, A y C respectivamente, es bastante sencilla. La matriz C puede ser extraída de las primeras n_0 filas de la matriz de observaciones. Por su parte el procedimiento más robusto y eficiente para obtener A está basado en la estructura inversa de la matriz de observaciones. Por tanto, A es la solución de un problema de mínimos cuadrados expresada mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot A^{j_b-2} \end{bmatrix} \cdot A = \begin{bmatrix} C \cdot A \\ C \cdot A^2 \\ \vdots \\ C \cdot A^{j_b-1} \end{bmatrix} \Leftrightarrow A = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ \vdots \\ C \cdot A^{j_b-2} \end{bmatrix}^\dagger \cdot \begin{bmatrix} C \cdot A \\ C \cdot A^2 \\ \vdots \\ C \cdot A^{j_b-1} \end{bmatrix} = O_{j_b}^{t0^\dagger} \cdot O_{j_b}^{b0}$$

Donde $O_{j_b}^{t0}$ contiene las primeras $n_0 \cdot (j_b - 1)$ filas de O_{j_b} y $O_{j_b}^{b0}$ contiene las últimas $n_0 \cdot (j_b - 1)$ filas de O_{j_b} . El símbolo $()^\dagger$ representa la pseudoinversa de Moore-Penrose de una matriz, la cual es empleada para resolver problemas de mínimos cuadrados (minimiza la suma de los errores al cuadrado de las ecuaciones individuales de un sistema de ecuaciones sobredeterminado) y que puede ser calculada, por ejemplo, con la expresión: $A^\dagger = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot A^T$.

Finalmente los parámetros modales pueden ser fácilmente obtenidos a partir de las matrices A y C . Primero, los autovalores de A (μ_k) del modelo de espacio de estados de tiempo discreto, tienen que ser relacionados con los de la matriz A_c del modelo de tiempo continuo (λ_k). A continuación, los autovalores con parte imaginaria positiva se utilizan para obtener las frecuencias naturales (f_k en Hz) y los factores de amortiguamiento modal (ξ_k):

$$\begin{aligned} \lambda_k &= \frac{\ln \mu_k}{\Delta t} \\ f_k &= \frac{abs(\lambda_k)}{2\pi} \\ \xi_k &= -\frac{Re(\lambda_k)}{abs(\lambda_k)} \end{aligned}$$

$abs()$ y $Re()$ denotan el valor absoluto y la parte real de un número complejo respectivamente.

Por último, los modos del sistema se pueden calcular a partir de los autovectores de A (Ψ) mediante la siguiente relación $\Phi = C \cdot \Psi$.

CAPÍTULO III
Técnicas de Optimización en la
Actualización de Modelos

El objetivo de la optimización es encontrar la mejor solución x^* del conjunto \mathbb{X} de acuerdo a un conjunto de criterios $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$. Estos criterios se denominan funciones objetivo y se expresan como funciones matemáticas tal que $f: \mathbb{X} \rightarrow Y$, con $Y \in \mathbb{R}$. El dominio \mathbb{X} se llama espacio solución del problema y puede venir representado por números, listas,...

En el presente capítulo se van a presentar los principales algoritmos de optimización, poniendo especial hincapié en los utilizados en las actualizaciones de modelos de EF. Una primera clasificación de estos métodos es la que los divide entre métodos tradicionales o deterministas y métodos metaheurísticos, de los que se hablará en los apartados uno y dos de este Capítulo III respectivamente. En el apartado tres se refieren otras clasificaciones que permiten identificar qué tipo de algoritmo tiene unas características más adecuadas para cada tipo de problema. Por último, de entre los algoritmos metaheurísticos se va a hacer una mención especial en los apartados cuatro y cinco a los dos siguientes métodos considerados de inteligencia artificial: los algoritmos genéticos y el algoritmo llamado *Harmony Search*, ya que son los que más adelante se utilizarán en la aplicación práctica que se presenta en este trabajo.

III.1 Métodos tradicionales o deterministas

Neumaier [31] clasificó los métodos de optimización (global) en cuatro categorías, en función del grado de exactitud del óptimo que logran alcanzar. A saber:

1. Incompletos: Algoritmos que usan la heurística en la búsqueda del óptimo, pero que pueden quedarse atascados en un mínimo (o máximo) local.
2. Asintóticamente completos: Métodos que alcanzan un mínimo (o máximo) global con certeza o probabilidad igual a la unidad si se les permite desarrollarse indefinidamente, pero que no disponen de medios para saber cuándo se ha encontrado dicho óptimo.
3. Completos: También alcanzan un óptimo global con certeza si se les permite desarrollarse indefinidamente, y además aseguran dentro de unas tolerancias prescritas un óptimo global aproximado tras un tiempo de ejecución finito.
4. Riguroso: Métodos que alcanzan un mínimo global con certeza dentro de unas tolerancias dadas, incluso en presencia de errores de redondeo, salvo casos degenerados en los que se puedan exceder los límites de la tolerancia.

Los métodos deterministas pertenecen a las dos últimas categorías; es decir, encuentran un óptimo global en un tiempo limitado. Por ello, estos métodos se usan cuando es de absoluta necesidad encontrar el óptimo global de un problema o cuando se pretende obtener la mejor solución posible.

Como se puede imaginar, estos métodos requieren de una definición analítica del problema y es necesario que se definan de forma rigurosa las relaciones de dependencia (condiciones de contorno) de la función objetivo en las regiones del espacio. De hecho se puede decir que la principal diferencia entre los métodos deterministas y los no deter-

ministas es que los primeros realizan cálculos sobre las regiones del espacio de soluciones mientras los segundos realizan cálculos en puntos individuales. Además, los métodos deterministas no contienen instrucciones que utilicen números aleatorios para decidir de qué forma proceder o cómo modificar los datos.

Las aplicaciones de los algoritmos deterministas son muy amplias y diversas. Por ejemplo se emplean en el campo de las finanzas [32], en problemas de asignación [33], en diseño de sistemas [34], en diseño de estructuras [35, 36], en el campo de la biología molecular [37]... En el ámbito de la actualización de modelos también se han usado este tipo de algoritmos para llevar a cabo el proceso de optimización de los parámetros [38, 39].

Se diferencian varios tipos de problemas de optimización que pueden ser considerados mediante técnicas deterministas. Los diferentes tipos se muestran en la siguiente figura elaborada a partir de [40], donde las siglas que aparecen hacen referencia a los conceptos en inglés de Linear Programming Problems (LP), Non Linear Programming Problems (NLP), Integer Programming Problems (IP), Mixed-Integer Linear Programming Problems (MILP) y Mixed-Integer Non-Linear Programming Problems (MINLP), conceptos que se explican en lo sucesivo.

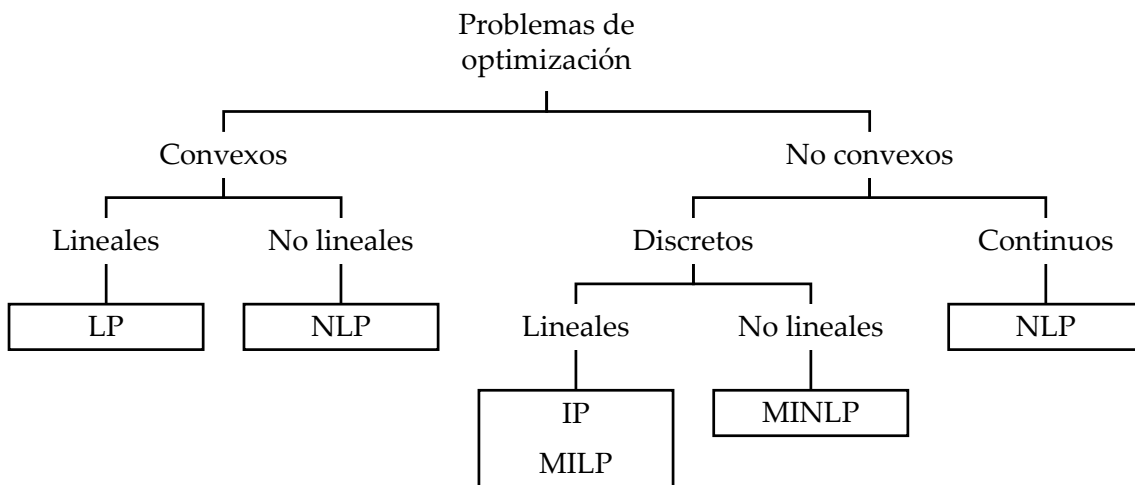


Figura 5. Resumen de los tipos de problemas de optimización.

De forma general se distinguen tres tipos principales de problemas, a saber:

III.1.1 Problemas de programación lineal o LP

La programación lineal se encarga de maximizar o minimizar una función lineal, denominada función objetivo, cuyas variables están sujetas a una serie de restricciones expresadas mediante un sistema de ecuaciones y/o inecuaciones también lineales. Los

métodos con mayor difusión para resolver problemas de este tipo son los algoritmos de pivote, especialmente los algoritmos simplex y criss-cross.

III.1.2 Problemas de programación no lineal o NLP

La programación no lineal es el proceso de resolución de un sistema de igualdades y/o desigualdades sujetas a un conjunto de restricciones sobre un conjunto de variables reales desconocidas, con una función objetivo a optimizar, cuando alguna de las restricciones o la función objetivo no son lineales.

Si la función objetivo es cóncava o convexa (los mínimos o máximos locales son globales también) y el conjunto de restricciones es convexo, entonces se pueden utilizar métodos generales de optimización convexa como los de punto interior (Interior Point Method), resolución por elipsoides, resolución por subgradientes, resolución por proyección de subgradientes,...

Si la función objetivo es cuadrática y las restricciones son lineales se usan las técnicas de la programación cuadrática. Algunos de los métodos de resolución de este tipo de problemas son el del punto interior, el del conjunto activo (Active Set Method), el del lagrangiano aumentado (Augmented Lagrangian Method),...

Los problemas no convexos son en general muy complejos y difíciles de resolver. Se han desarrollado algunos algoritmos deterministas como el de ramificación y acotación (Branch and Bound), sin embargo son las técnicas heurísticas las que mejor se han adaptado a en este tipo de problemas.

III.1.3 Problemas de programación con enteros

Cuando todas las variables desconocidas deben venir representadas por números enteros, entonces el problema se llama de programación entera (IP) o también problemas de optimización combinatoria. Si solo algunas de las variables están obligadas a ser números enteros, entonces el problema se denomina de programación entera mixta (MIP). En ambos casos se distinguen las variantes lineal y no lineal, que hacen referencia a la definición de la función objetivo y sus restricciones. En general este tipo de problemas son muy complejos y difíciles de resolver en un tiempo finito. Algunos de los algoritmos avanzados para la resolución de problemas de programación lineal entera y entera mixta son:

- Método de los planos de corte (Cutting-Plane Method).
- Métodos de ramificación y acotación (Branch and Bound Algorithm).
- Método de ramificación y corte (Branch and Price); combinación de los dos métodos anteriores.

Como se viene diciendo, estas técnicas son capaces de encontrar una solución que sea un óptimo global del problema siempre que éste cumpla ciertas particularidades.

Desafortunadamente, su rango de aplicación no abarca problemas complejos (por ejemplo del tipo NP-completos, para los que no se puede encontrar una solución exacta en tiempo polinómico²). De hecho, para estos problemas, el espacio solución y por lo tanto el tiempo de resolución aumenta exponencialmente con el número de variables del problema, lo que convierte a los métodos deterministas en inviables para muchas aplicaciones prácticas. Para resolver estas dificultades se han desarrollado los métodos heurísticos que son más flexibles y eficientes, pero que sin embargo no son capaces de garantizar la calidad de la solución obtenida. En estos otros métodos se centra el siguiente apartado.

III.2 Métodos metaheurísticos

Como se ha comentado anteriormente, cuando la relación entre los candidatos a solución y la función objetivo es muy compleja o la dimensión del espacio solución es muy grande, resolver mediante técnicas determinísticas el problema se vuelve una tarea muy complicada o incluso irresoluble en algunos casos. Es entonces cuando entran en juego las técnicas de optimización metaheurísticas.

Los primeros trabajos que se elaboraron sobre nuevas técnicas de optimización se llevaron a cabo hace ya más de cincuenta años, tratando la optimización desde un enfoque probabilístico [41]. Por ejemplo el método de Monte Carlo representa una de las familias de algoritmos probabilísticos más importantes. Fue poco después, durante los años ochenta, cuando se desarrollaron las primeras técnicas que usaban la heurística como base. Una de las primeras publicaciones viene representada por el libro de 1984 de Judea Pearl [42], en el que el autor define la heurística como: “[...] *La heurística, popularmente conocida como regla de oro³, predicción fundamentada, juicio intuitivo o simplemente sentido común* [...]”.

² En teoría de la complejidad computacional, un problema se puede resolver en tiempo polinómico cuando el tiempo de ejecución del algoritmo de resolución es menor que un cierto valor calculado a partir del número de variables implicadas usando una fórmula polinómica. Así, se clasifican los problemas en dos clases, P y NP, definiéndose como el conjunto de problemas que pueden ser resueltos en tiempo polinómico por una máquina de Turing determinista (del tipo de los ordenadores existentes) y no determinista respectivamente. La relación entre las clases P y NP no está aún clara (debate abierto ¿P=NP?), aunque se definen los problemas NP-Complejos como los más complejos de NP ya que por el momento no es posible encontrar un algoritmo mejor para resolverlos que simplemente realizar una búsqueda exhaustiva. Para este tipo de problemas se han encontrado soluciones aproximadas con algoritmos genéticos y técnicas heurísticas.

³ Traducción de la expresión inglesa “rule of thumb”, literalmente “regla del pulgar”, que designa un criterio de amplia aplicación que no es necesariamente preciso ni fiable en todas las situaciones; una observación generalmente aceptada como conocimiento práctico basado en la experiencia. Parece tener su origen en la práctica de los carpinteros, quienes usaban su pulgar en lugar de una regla para realizar mediciones.

En el ámbito de la optimización matemática llevada a cabo con herramientas computacionales, las reglas heurísticas son criterios, métodos o principios que permiten tomar una decisión sobre cuál de las diferentes alternativas puede ser la más efectiva para conseguir un determinado objetivo. En la práctica, son la parte de los algoritmos de optimización que, usando la información recogida en un momento dado por dicho algoritmo, ayuda a decidir qué candidato a solución se debería testear en la siguiente iteración o cómo debería generarse ese nuevo individuo⁴.

En este contexto, este tipo de algoritmos denominados metaheurísticos no tratan de encontrar la mejor solución en todo el dominio del espacio, como lo hacían los algoritmos deterministas, sino que para encontrarla evalúan la función objetivo en puntos singulares que son elegidos mediante técnicas heurísticas durante el proceso de búsqueda. Muchas de estas técnicas heurísticas implementan alguna forma de optimización estocástica, de modo que el proceso de búsqueda de la solución está dirigido por un conjunto de variables generadas aleatoriamente.

Los algoritmos metaheurísticos, del griego "meta" ("más allá") y "heurístico" ("encontrar"), son métodos desarrollados para resolver problemas muy generales de forma más rápida que con los métodos tradicionales o para encontrar una solución aproximada o cercana a la óptima⁵ cuando los métodos clásicos no consiguen encontrar la solución exacta (por ejemplo en los problemas de clase de complejidad NP-Complejos). En este sentido, en contraposición a lo que ocurre con los algoritmos deterministas, por norma general los metaheurísticos no garantizan que se pueda encontrar una solución óptima global para algunos tipos de problemas. Realmente el objetivo de las técnicas heurísticas es producir una solución que sea suficientemente buena para el problema en cuestión en un plazo de tiempo razonable. Es decir; esta solución puede no ser la mejor y simplemente ser una aproximación, pero su valor radica en que el tiempo de búsqueda no es prohibitivamente largo.

Los algoritmos metaheurísticos se conciben como "algoritmos inteligentes" que son capaces de desarrollar un autoaprendizaje mediante imitación de procesos y comportamientos que surgen en la naturaleza, la sociología y otras disciplinas. En las últimas cuatro décadas se han desarrollado numerosas e innovadoras técnicas metaheurísticas que se pueden agrupar en función de su metodología de trabajo, por ejemplo, como aparece en la Figura 6.

⁴ Individuo entendido como nuevo candidato a ser solución del problema en ejecución.

⁵ Se refiere aquí a una solución de compromiso entre el coste computacional y la exactitud de la solución. Concepto conocido en inglés como near-optimal solution.

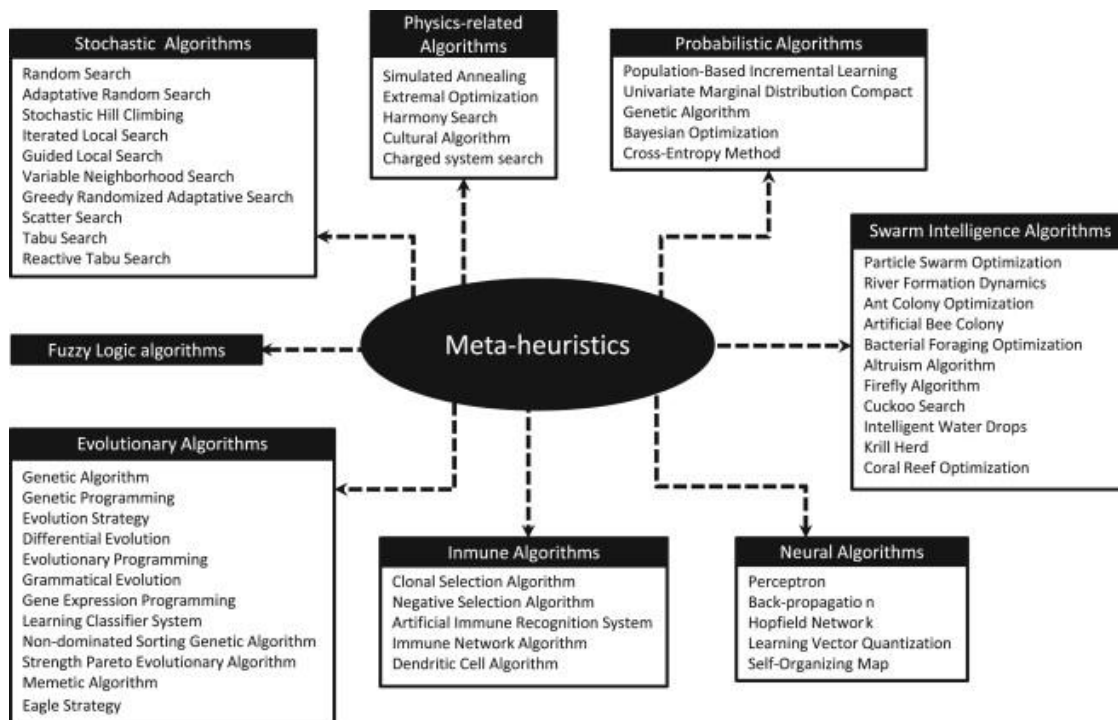


Figura 6. Clasificación general de las técnicas metaheurísticas según su metodología de trabajo. Tomado de [43].

Se puede decir que las siguientes cinco cuestiones son las principales diferencias entre los distintos algoritmos:

1. El equilibrio entre la diversificación y la intensificación: optimización global vs optimización local

Uno de los principales retos del diseño de los algoritmos metaheurísticos consiste en evitar que el proceso se quede atrapado en regiones con óptimos locales lejos del óptimo global. Esto se puede conseguir explorando todo el espacio solución o la mayor parte de él, lo que se lleva a cabo como se ha indicado antes mediante operadores estocásticos que conducen la búsqueda. En cualquier caso, es muy importante para mejorar el rendimiento de los algoritmos equilibrar dos aspectos: la diversificación y la intensificación. Por una parte la diversificación se refiere precisamente a esa búsqueda aleatoria y de manera diversa por el espacio solución, mientras que la intensificación hace referencia a la mejora de las soluciones parciales explorando en las inmediaciones de las mismas. Si la diversificación es demasiado potente, se explorarán muchas zonas del espacio de búsqueda, lo que reducirá la convergencia del algoritmo. Por el contrario si la intensificación es muy fuerte, se dejarán muchas zonas del espacio por explorar y la solución puede estar lejos del óptimo global a pesar de haber convergido. Para diseñar un algoritmo que encuentre el equilibrio entre estos dos conceptos se trata de que la intensificación aproveche los conocimientos adquiridos de las soluciones anteriores y de ajustar correctamente los parámetros que controlan la diversificación para cada problema particular con el fin de mejorar su convergencia.

2. El patrón de búsqueda que sigue o el fenómeno que inspira su diseño

Algunos algoritmos simplemente siguen patrones de búsqueda aleatorios y probabilísticos. De entre ellos se podrían nombrar: la búsqueda aleatoria (random search), la variable estocástica del algoritmo Hill climbing o la optimización Bayesiana. Sin embargo son muchísimas las inspiraciones físicas que han derivado en algoritmos de optimización metaheurísticos. Por ejemplo los algoritmos genéticos (genetic algorithms) que se basan en procesos naturales como los que rigen la evolución, o los que imitan el comportamiento de los animales como el algoritmo de la colonia de hormigas (Ant colony optimization) o el del enjambre de abejas (Artificial bee colony). Otros se basan en procesos físicos, como el algoritmo de enfriamiento simulado (simulated annealing o SA) que se inspira en el proceso de recocido del acero. Incluso se encuentran inspiraciones culturales como la improvisación musical en el algoritmo llamado *Harmony Search*.

3. La estrategia de búsqueda: en puntos singulares o basada en poblaciones

Los algoritmos que basan su búsqueda en puntos singulares generan una única solución en cada iteración. Por el contrario, los basados en poblaciones mantienen un conjunto de soluciones que evoluciona en cada iteración de forma que se explora el espacio de búsqueda de una manera eficaz.

4. El uso de memoria

Hay algunos algoritmos que mantienen en memoria todas las soluciones testeadas en pasos anteriores con el objetivo de construir nuevos candidatos a solución más ajustados. Tal es el caso por ejemplo del algoritmo de la colonia de hormigas. En el caso de los algoritmos genéticos y otros con búsqueda por poblaciones, la población de cada iteración puede considerarse como una memoria parcial que se mantiene únicamente hasta diseñar la siguiente población. Por el contrario hay algunos algoritmos que se podrían denominar "sin memoria" que no almacenan las soluciones anteriores. Un ejemplo de este último caso es el de enfriamiento simulado.

De entre todos estos algoritmos se van a desarrollar con más de detalle los dos que se van a utilizar en la aplicación práctica que se recoge en el Capítulo V de este trabajo y que son los algoritmos genéticos (GA) y el algoritmo *Harmony Search* (HS).

5. Las técnicas de cálculo en paralelo

Los conceptos y las tecnologías del cálculo paralelo en ciencia computacional también se han utilizado para mejorar el tiempo de ejecución de los algoritmos metaheurísticos, lo que es muy importante en problemas complejos con costes computacionales muy altos. A su vez estas técnicas han conseguido mejorar la robustez de los algoritmos, mejorando por tanto su efectividad y su eficiencia. Estas técnicas se han aplicado tanto en los algoritmos con estrategias de búsqueda en puntos singulares como en los basados en poblaciones.

En los algoritmos de búsqueda en puntos singulares se distinguen tres modelos de cálculo paralelo diferentes [44]:

- De comienzos múltiples (parallel multi-start model): consiste en ejecutar de forma paralela varios algoritmos de búsqueda en puntos singulares. Pueden ser algoritmos homogéneos o heterogéneos, independientes o cooperativos, configurados con los mismos o diferentes parámetros, empezar o no por la misma solución inicial,...
- De movimiento paralelo (parallel moves model): es un modelo de tipo master-slave (maestro-esclavos). En cada iteración el procesador maestro duplica la solución actual entre los procesadores esclavos, que gestionan sus candidatos y devuelven los resultados al maestro.
- De movimiento acelerado (move acceleration model): este modelo es interesante cuando la evaluación de la función objetivo se puede realizar por partes de forma paralela (por diferentes procesadores) pero de una forma centralizada.

En los algoritmos basados en poblaciones, especialmente en los algoritmos evolucionarios, se distinguen otros tres modelos paralelos [45]:

- Modelo master-slave: las evaluaciones de la función objetivo se distribuyen entre los procesadores esclavos mientras el maestro ejecuta los operadores del algoritmo evolutivo.
- Modelo de islas o de grano grueso: se divide a la población en subpoblaciones (islas) independientes, una por procesador, y se ejecutan de forma paralela los operadores evolutivos. Cada isla evoluciona aisladamente la mayor parte del tiempo, pero algunos individuos pueden migrar a islas vecinas para aumentar la diversidad y evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales.
- Modelo de difusión o de grano fino: es una estrategia muy parecida a la anterior, aunque el número de individuos en las subpoblaciones o vecindarios es menor y no existe comunicación dichos vecindarios.

III.3 Otras clasificaciones

Además de la clasificación básica de los métodos de optimización en deterministas y metaheurísticos, se pueden llevar a cabo otras clasificaciones en función de elementos más específicos de los mismos. A continuación se refieren algunas de las características más relevantes de los diferentes algoritmos y que permiten decidir, en función de las características del problema, cuál de ellos sería el más apropiado.

III.3.1 Optimización Global vs Local

Como definición básica, en matemáticas aplicadas y ciencia computacional, un óptimo local de un problema de optimización es una solución óptima (un máximo o un mínimo) de un conjunto vecino de soluciones candidatas. En contraposición, un óptimo global es la solución óptima de entre todas las soluciones posibles. En relación a estos dos tipos de óptimos, se pueden distinguir entre algoritmos locales y globales.

Los algoritmos de optimización local, en un caso general, sólo son capaces de detectar óptimos locales de las funciones objetivo. Se trata de algoritmos que dirigen su búsqueda evaluando la derivada de la función objetivo o alguna aproximación de ésta, como por ejemplo el método de Newton-Raphson en el caso de técnicas analíticas. En el caso de técnicas metaheurísticas se puede nombrar el algoritmo hill climbing básico que, comenzando con una solución arbitraria, intenta encontrar una mejor solución variando incrementalmente un único elemento de la solución.

Por su parte los algoritmos de optimización global permitirían detectar óptimos globales, o al menos una buena aproximación de los mismos (véase Apartado III.2). La mayoría de los métodos metaheurísticos (GA, SA, Tabu Search, HS...) realizan una búsqueda estocástica por todo el espacio solución, de modo que estarían en condiciones de detectar óptimos globales de las funciones objetivo. Esto se controla con la diversificación del método como se ha comentado en el apartado anterior. Algunos algoritmos deterministas que también se pueden considerar de búsqueda global podrían ser el método de los planos de corte o el de ramificación y acotación.

III.3.2 Algoritmos híbridos

Una clase especial de algoritmos son los llamados híbridos, que combinan dos o más algoritmos que solucionan el mismo problema de forma que se produzca un efecto sinérgico en el que el algoritmo resultante sea mejor que los componentes individuales. Este tipo de algoritmos son el resultado del estudio e investigación de los distintos métodos y una apuesta por mejorar los resultados de los mismos.

Algunos autores combinan algoritmos de búsqueda global como los genéticos con otros algoritmos de búsqueda local como los métodos de punto interior [46]. Otros ejemplos de la literatura que utilizan algoritmos híbridos para llevar a cabo la actualización del modelo de EF de estructuras son [47, 48, 49].

Un ejemplo especial es el algoritmo propuesto por Suykens y aplicado por Guido De Roek [50] llamado minimizadores locales acoplados (coupled local minimizers o CLM). Este método tiene un mecanismo de búsqueda cooperativa que combina las ventajas de los métodos basados en el gradiente (convergencia rápida) con las de los algoritmos de búsqueda global como los genéticos. Sin embargo, la estrategia no es combinar un algoritmo de cada tipo, como en los ejemplos anteriores, sino sincronizar dos algoritmos de búsqueda local de forma que cuando convergen en un mínimo local diferente, están establecidas unas restricciones para que se evite el mínimo local. Podría considerarse un modelo de cálculo paralelo de comienzos múltiples cooperativo.

III.3.3 Optimización multiobjetivo

En las técnicas convencionales de actualización de modelos se utiliza la optimización para minimizar (o maximizar) una única función objetivo (single-objective optimi-

zation). Sin embargo, hay ocasiones en las que se consideran muchos criterios de optimización simultáneamente y no es posible o no es adecuado combinarlos en una misma función objetivo. Cuando ocurre esto se puede recurrir a la optimización multiobjetivo (multiobjective optimization).

En el caso de la optimización con una única función objetivo, el concepto de optimización no necesita mucha explicación; el objetivo es encontrar el mejor valor dicha función objetivo. En la optimización multiobjetivo, en cambio, el concepto de optimización no resulta tan inmediato. En este caso se utiliza el concepto de eficiencia u óptimo de Pareto formulado por Vilfredo Pareto en el siglo XIX [51].

La definición técnica podría ser la siguiente: sea P un problema de optimización multiobjetivo, se dice entonces que una solución S_1 es Pareto-óptima cuando no existe otra solución S_2 tal que mejore en un objetivo sin empeorar al menos uno de los otros.

Desde este punto de vista, el concepto se utiliza para analizar las posibles soluciones óptimas de una solución dados dos o más criterios de evaluación. El conjunto de soluciones que son eficientes de acuerdo con el concepto de Pareto (aquellas que satisfacen la condición de no poder satisfacer mejor uno de los criterios sin empeorar algún otro) se denomina conjunto de Pareto o frente de Pareto (*Pareto set* o *Pareto front*). También se les suele denominar soluciones no dominadas a aquellas que forman el frente de Pareto.

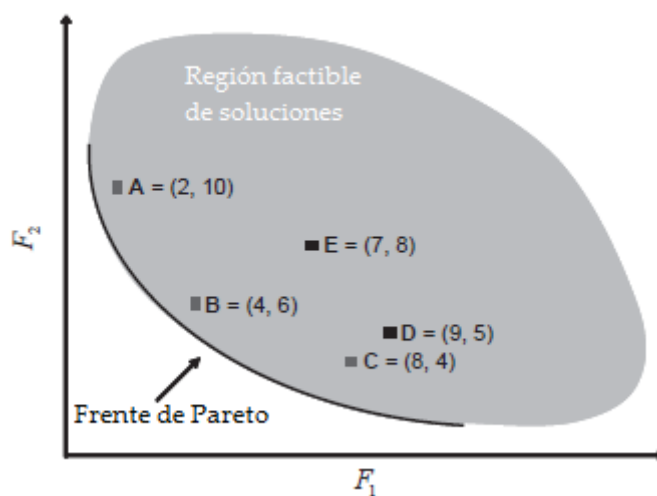


Figura 7. Ejemplo del frente de Pareto en una optimización con dos funciones objetivo F_1 y F_2 . Editada a partir de [52].

Como conclusión de este hecho, una característica típica de las optimizaciones multiobjetivo es que no existe un único punto que pueda optimizar simultáneamente todos los criterios. Todos los puntos del frente de Pareto pueden ser una solución óptima. La elección de la mejor de entre estas soluciones se puede hacer en base a renunciaciones y compensaciones en la optimización de las diferentes funciones objetivo.

III.4 Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos son ciertamente unas de las técnicas metaheurísticas con más difusión y aplicación en muy diversos campos. Sus raíces se sitúan en los años cincuenta cuando biólogos como Barricelli y científicos como Fraser empiezan a desarrollar simulaciones numéricas con el objetivo de conocer mejor los procesos genéticos y los de la evolución y selección natural. Es ya en los años sesenta cuando se encuentran los primeros artículos en los que se emplean métodos evolutivos para resolver problemas de optimización y de otros tipos, siendo un ejemplo de ellos la referencia [53]. A finales de esta década en la que más se produce el mayor desarrollo de estas técnicas gracias a la investigación de Bagley, quien introdujo además el término de algoritmo genético en su tesis de 1967 [54] desarrollada en la Universidad de Michigan donde impartía clases el que es considerado padre del algoritmo genético John Henry Holland [55].

Los algoritmos genéticos son métodos metaheurísticos de optimización basados en un planteamiento probabilístico que además realiza la búsqueda por poblaciones. Su importancia radica en que es un método capaz de converger con muy alta probabilidad en un óptimo global, a diferencia de los métodos basados en gradientes que eran los que más se utilizaban hasta la aparición de estos nuevos algoritmos. Su patrón de búsqueda trata de reproducir los principios de la evolución biológica, es decir, intenta imitar el mecanismo de la teoría de la evolución de Darwin en la que los miembros de una población compiten para sobrevivir y se reproducen, mientras los más débiles mueren. De esta forma, en los algoritmos genéticos se producen nuevas soluciones más evolucionadas (que optimizan la función objetivo del problema) en cada iteración gracias a las operaciones de selección y combinación, de forma análoga a como los genes se transfieren a los nuevos individuos.

Se han agrupado en seis pasos básicos las órdenes que se ejecutan al emplear un algoritmo genético.

1º. Inicialización.

Al iniciarse el algoritmo se establecen los parámetros del algoritmo, además de la función objetivo del problema y los límites superiores e inferiores de las soluciones. A continuación se generan de forma aleatoria un determinado número de individuos (soluciones) que forman la población inicial. El número de individuos de la población dependerá de la entidad del problema de modo que constituyan una buena representación de todo el espacio de soluciones.

2º. Evaluación de las soluciones de la primera generación.

En este inicio del algoritmo se evalúa también el valor de la función objetivo para cada individuo y a continuación se ejecuta el bucle principal para generar otras poblaciones más evolucionadas usando los tres operadores siguientes de inspiración biológica: selección, cruce o reproducción y mutación.

3º. Selección de los mejores individuos.

En cada iteración se selecciona una proporción de la población anterior para crear una nueva generación. Esta selección se realiza en función de la aptitud de los individuos para optimizar la función objetivo, eligiéndose los mejores con una mayor probabilidad. Muchas funciones de selección son de naturaleza estocástica y están diseñadas de modo que también se considere una pequeña proporción de individuos no tan buenos para mantener la diversidad de la población y evitar converger en soluciones incorrectas o locales. Tal es el caso, por ejemplo, de una función de selección muy utilizada como es el operador genético denominado *roulette-wheel selection* [56].

4º. Producción de una nueva generación usando los operadores genéticos de cruce o reproducción (crossover) y mutación.

El primero de los mecanismos es el de crossover, que representa la reproducción. Para generar un nuevo hijo (solución) se agrupan dos padres (un par de soluciones) de los seleccionados previamente. Así la nueva solución se forma a partir de una mezcla de dos de las mejores soluciones anteriores.

En este proceso de reproducción también entra en juego con una cierta probabilidad el mecanismo de la mutación, por el que alguna de las características de la nueva solución es modificada al azar. Así se pueden alcanzar zonas del espacio de búsqueda que no estaban cubiertas por los individuos de la población anterior. La probabilidad con la que actúa este mecanismo puede ser constante o no uniforme, de forma por ejemplo que vaya disminuyendo y acercándose a cero a medida que vaya aumentando el número de generaciones. Esto ayudaría a que el algoritmo no se quedara atascado en óptimos locales en el inicio mientras al final permitiría refinar la solución.

La reproducción con sus dos mecanismos continúa hasta que se genera una nueva población de un tamaño apropiado, generalmente del mismo que la primera.

5º. Evaluación de la nueva generación.

Después de generada la nueva población, se evalúa la función objetivo para cada individuo de la misma.

6º. Finalización.

Los pasos 3º, 4º y 5º se repiten hasta que se cumpla algún criterio de parada. Los criterios de parada suelen ser alcanzar un máximo número de generaciones o generar varias poblaciones seguidas con diferencias por debajo de una cierta tolerancia. Otros criterios pueden ser ejecutar el algoritmo un tiempo máximo u obtener alguna solución para la que el valor de la función objetivo sea menor que un cierto límite que se considera óptimo.

Estos pasos del algoritmo genético básico se resumen la Figura 8.

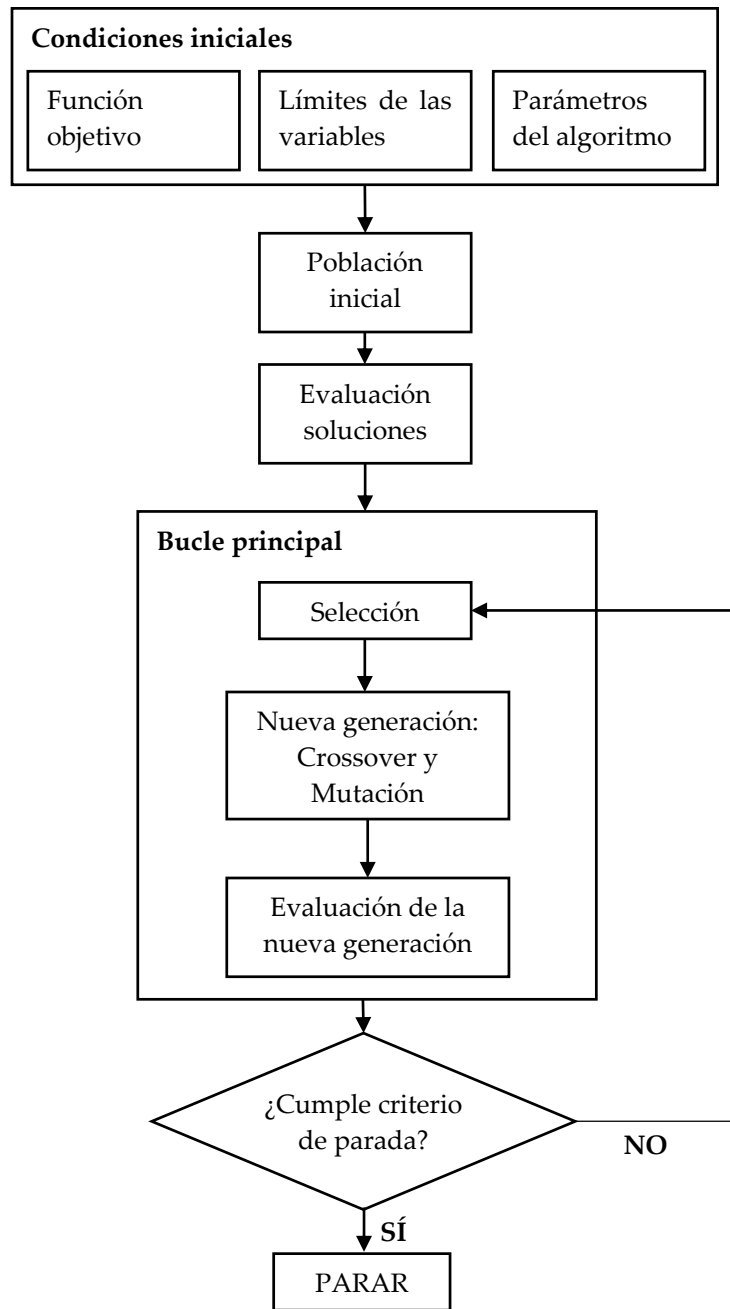


Figura 8. Diagrama de flujo básico de los algoritmos genéticos.

Desde su aparición, las aplicaciones de los algoritmos genéticos han sido muchas y muy variadas dado que fueron unos de los primeros métodos de optimización global que se aplicaban exitosamente para resolver problemas altamente no lineales. Los campos de aplicación son asimismo muy diversos: economía, análisis de información, geometría y física, medicina, química, ingeniería,... Además se han realizado y se siguen sucediendo numerosos congresos y conferencias cuya temática principal son los algoritmos genéticos: *FOGA: Foundations of Genetic Algorithms* (Mexico 2007, Aizu-Wakamatsu 2005, Torremolinos 2002, [...], Indiana 1990), *NWGA: Nordic Workshop on Genetic Algorithms*, *GECCO: Genetic and Evolutionary Computation Conference...*

Los algoritmos genéticos se han empleado en muchos problemas de optimización en el campo de la ingeniería estructural. Levin y Lieven en 1996 fueron los primeros que introdujeron estos métodos para la actualización de modelos de elementos finitos [57]. Algunos otros ejemplos en los que se utilizan los algoritmos genéticos para llevar a cabo actualizaciones de modelos son [58, 59, 60].

III.4.1 Algoritmos genéticos multiobjetivo

Como ya se indicó anteriormente, la optimización multiobjetivo es sin lugar a dudas una herramienta muy útil para los científicos e ingenieros debido a que la mayoría de los problemas reales son complejos y a menudo se definen con varios objetivos diferentes.

Los algoritmos evolutivos, entre los que se encuentran los algoritmos genéticos, parecen realmente apropiados para resolver problemas de optimización multiobjetivo porque trabajan simultáneamente con un conjunto de posibles soluciones (población), lo que permitiría encontrar el frente de Pareto incluso en una única iteración del algoritmo en lugar de tener que ejecutar una serie de pruebas por separado como en el caso de la programación matemática tradicional. Además, los algoritmos genéticos tienen menos dificultad a la hora de encontrar un frente de Pareto no continuo o con una forma compleja. El trabajo pionero de Rosenberg desarrollado en la universidad de Michigan junto a Holland a finales de los años sesenta [61] ya señalaba la posibilidad de usar algoritmos con bases genéticas de búsqueda para problemas con múltiples objetivos.

La aplicación de los algoritmos evolutivos en la optimización multiobjetivo ha crecido mucho en la última década. Su esquema de búsqueda de soluciones es muy parecido al que siguen los algoritmos genéticos utilizados en las optimizaciones de un único objetivo, con la diferencia de que incluyen otros componentes cuyo objetivo es encontrar las soluciones no dominadas que constituyen el frente de Pareto. El primero de estos algoritmos multiobjetivo fue el VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm), propuesto por Schaffer en 1984 [62]. Después de este planteamiento, muchos otros se han propuesto:

- NSGA (Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm), propuesto por Srinivas y Deb [63].
- NPGA (Niche Pareto Genetic Algorithm), propuesto por Horn et al. [64].
- MOGA (Multi-Objective Optimization Genetic Algorithm), propuesto por Fonseca y Fleming [65].
- El enfoque de suma ponderada (weighted-sum approach) de Ishibuchi y Murata [66].
- SPEA (Strength Pareto Evolutionary Algorithm), propuesto por Zitzler y Thiele [67].
- PAES (Pareto Archived Evolution Strategy), propuesto por Knowles y Corne [68].
- NSGA-II desarrollado por Deb et al. [69].
- SPEA2 desarrollado por Zitzler et al. [70].

- IBEA (Indicator-Based Evolutionary Algorithm), propuesto también por Zitzler y Künzli [71].
- MOCeLL (Multi-Objective Cellular Genetic Algorithm) propuesto por Nebro et al. [72].

Existen varios estudios y libros dedicados a enumerar y analizar las ventajas e inconvenientes de estos y otros planteamientos de algoritmos genéticos aplicados a problemas multiobjetivo, como son [73, 74, 45]. En este trabajo se va a desarrollar con algo más de detalle el algoritmo NSGA-II que es el que se va a emplear en la aplicación práctica debido a que se trata de uno de los algoritmos más avanzados y con un menor coste computacional.

Las dos principales características distintivas del algoritmo denominado NSGA-II son:

1. El uso de una herramienta que permite clasificar las soluciones no dominadas de una forma rápida y eficiente. A esta herramienta se le conoce con el nombre en inglés de *Non-Dominated Sorting*.
2. La aplicación de un operador de selección que combina la población anterior con la generada en la nueva iteración, asegurando que los individuos anteriores seleccionados pertenecen a la élite.

Ambos mecanismos están guiados por un operador que se denomina *crowded comparison operator* (\geq_n), que se establece a partir de dos atributos asignados a cada individuo i de la población: el rango (i_{rank}) y la distancia de hacinamiento ($i_{distance}$).

El primero de estos atributos se determina en varias fases procediendo de la siguiente forma. Primero, al conjunto de individuos no dominados de la población total se les asigna el primer rango de acuerdo al concepto de óptimo de Pareto explicado anteriormente. Después el proceso se repite considerando únicamente los individuos que no tienen rango asignado. Así, se clasifican todos los individuos de la población aumentando en una unidad el rango de asignación en cada repetición.

El segundo de estos atributos, la distancia de hacinamiento, se usa para estimar la densidad de soluciones alrededor de un determinado individuo. Primero, se calcula el tamaño del mayor ortoedro que encierra al individuo i sin incluir a ningún otro que pertenezca al rango del mismo. Después, la distancia de hacinamiento se calcula como la media de los lados del ortoedro. Es interesante mencionar que a los individuos de cada rango que se encuentran en los límites (etiquetados como 0 y 1 en la Figura 9. Ejemplo gráfico de la clasificación por rangos y del cálculo de la distancia de hacinamiento para una optimización con dos funciones objetivo f_1 y f_2 . Los puntos rellenos representan soluciones del mismo frente o rango. Adaptado de .Figura 9) se les asigna una distancia de hacinamiento infinita.

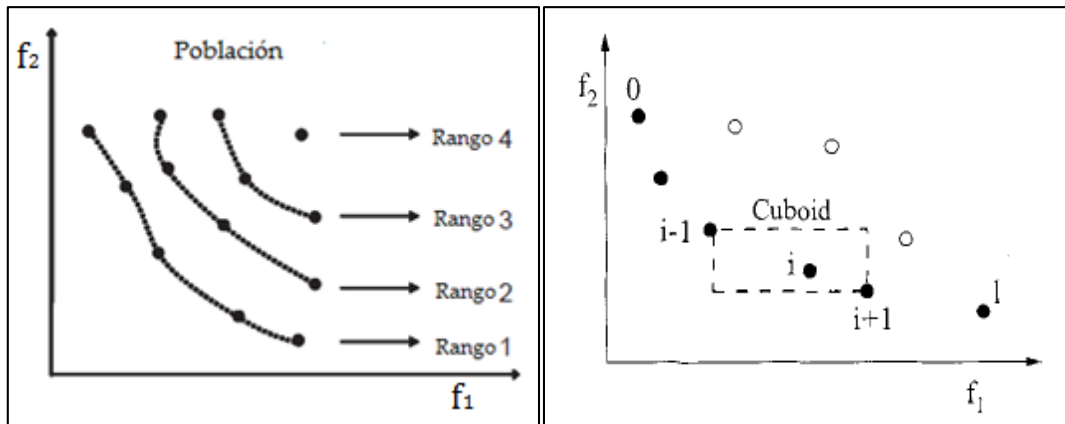


Figura 9. Ejemplo gráfico de la clasificación por rangos y del cálculo de la distancia de hacinamiento para una optimización con dos funciones objetivo f_1 y f_2 . Los puntos rellenos representan soluciones del mismo frente o rango. Adaptado de [52, 74].

Finalmente, la clasificación de individuos se realiza atendiendo a la siguiente fórmula:

$$i \geq_n j \text{ if } ((i_{rank} < j_{rank}) \text{ or } ((i_{rank} = j_{rank}) \text{ and } (i_{distance} > j_{distance})))$$

Los pasos concretos del NSGA-II son:

- 1º. Introducir todas las funciones objetivo, así como los límites superiores e inferiores de las variables.
- 2º. Elegir los parámetros del algoritmo: el tamaño de la población n , el número máximo de iteraciones y las probabilidades que controlan la mutación y el mecanismo de crossover.
- 3º. Inicialización: Generación aleatoria de una población inicial P de n individuos.
- 4º. Evaluar todos los individuos de la población inicial. Clasificar las soluciones usando el operador anteriormente explicado (*crowded comparison operator*).
- 5º. Crear una nueva población CP utilizando los operadores genéticos de selección, cruce y mutación que parten de una solución ya clasificada.
- 6º. Evaluar los individuos de la nueva población CP .
- 7º. Combinar las poblaciones P y CP y seleccionar los mejores individuos usando el operador *crowded comparison operator* para constituir una nueva población P .
- 8º. Comprobar si se cumplen las condiciones de parada. Si se ha alcanzado el número máximo de iteraciones, pasar al siguiente paso. Si no, ir de nuevo al paso 5º.
- 9º. Los vectores solución de la población P que se encuentran en el primer frente forman el frente de Pareto del problema. Cualquiera de estos vectores es una solución óptima, de la que se puede elegir alguna en concreto utilizando algún criterio justificado.

En las revistas especializadas se pueden encontrar algunos ejemplos en los que se aplica este algoritmo NSGA-II para llevar a cabo la actualización del modelo de elementos finitos de una estructura. Un buen ejemplo es el artículo de Seung-Seop Jin et al. de 2014 [75] en el que se actualiza el modelo de una estructura real.

III.5 Algoritmo *Harmony Search*

El algoritmo *Harmony Search* fue ideado por Zong Woo Geem et al. en torno al año 2001 [76]. Se trata de un algoritmo metaheurístico con un alto grado de diversificación que permite encontrar o aproximar óptimos globales de una función. Su técnica de búsqueda es en puntos singulares, por lo que resulta ser un algoritmo de rápida ejecución (en comparación con los de búsqueda por poblaciones). El patrón de búsqueda que sigue o el fenómeno que inspira su diseño es el proceso de improvisación que tiene lugar cuando los músicos buscan las armonías perfectas durante sus actuaciones, por ejemplo en interpretaciones de jazz. Cuando un músico está improvisando, tiene tres posibles formas de proceder, a saber: tocar cualquier melodía que recuerde y que tenga en su memoria, tocar algo similar a la melodía antes mencionada cambiándola ligeramente o tocar una melodía completamente nueva. Estos tres mecanismos se implementan en el algoritmo mediante la matriz de memoria de armonías H , el parámetro de ajuste tonal par y la aleatoriedad, respectivamente.

Existe un algoritmo estándar que fue el primero que se desarrolló y al que más tarde se le hicieron revisiones dando lugar a otras versiones del método más eficientes en algún aspecto. Los pasos del algoritmo estándar se señalan a continuación:

1º. Inicialización.

Tras establecerse los datos del problema; es decir, la función objetivo y los límites de la solución, se establecen también los parámetros del algoritmo. Después, para iniciar el algoritmo se genera de forma aleatoria la matriz H que contiene en cada fila una solución posible del problema bajo consideración. El número de soluciones generadas se controla con el parámetro hms , de forma que el tamaño de dicha matriz es $hms \times N$, siendo N el número de parámetros o variables de diseño del problema. En el caso de actualización de modelos, N es el número de parámetros de actualización m_θ .

2º. Evaluación de las soluciones contenidas en H .

Para cada solución propuesta y contenida en H se calcula el valor de la función objetivo. Además se ordenan las soluciones dentro de la matriz según el orden creciente del valor de la función objetivo.

3º. Improvisación de una nueva armonía.

Este paso consiste en improvisar (generar) una nueva armonía seleccionando cada variable de diseño (N) bien de la matriz H o bien de entre todas las opciones posibles. La probabilidad de que la variable sea seleccionada de la matriz de memoria está controlada por el parámetro $hmcr$. Es decir, se genera un número aleatoriamente entre 0 y 1 para cada variable y si ese número es menor o igual que $hmcr$, la variable es elegida de la matriz H de forma aleatoria también. Por el contrario si el número es mayor que $hmcr$, se le asigna un valor aleatorio a la variable de entre todos los posibles. De forma adicional, cuando la variable toma su valor de la matriz de memoria, se considera ajustar dicho valor o no. En este caso la probabilidad de este ajuste está controlada por el parámetro par . Se genera de igual manera un número aleatorio entre 0 y 1 y si éste es menor o igual

que par , el valor de la variable se ajusta restando o sumando un valor establecido llamado ancho de banda bw . Si es mayor, el valor de la variable no cambia.

4º. Actualización de la matriz H .

Después de generar una nueva armonía o vector solución se evalúa la función objetivo. Si el valor obtenido es mejor (más pequeño en el caso de minimización) que el obtenido con la peor de las soluciones contenidas en H , entonces se incluye esta nueva solución y se descarta la peor de las anteriores. Se vuelven a ordenar en orden ascendente del valor de la función objetivo las soluciones contenidas en H .

5º. Finalización.

Los pasos 3º y 4º se repiten hasta que se alcance un número máximo de improvisaciones o ciclos que se determina al principio del algoritmo.

Estos pasos se resumen en el siguiente diagrama obtenido directamente de un artículo del autor principal del método, Geem [77].

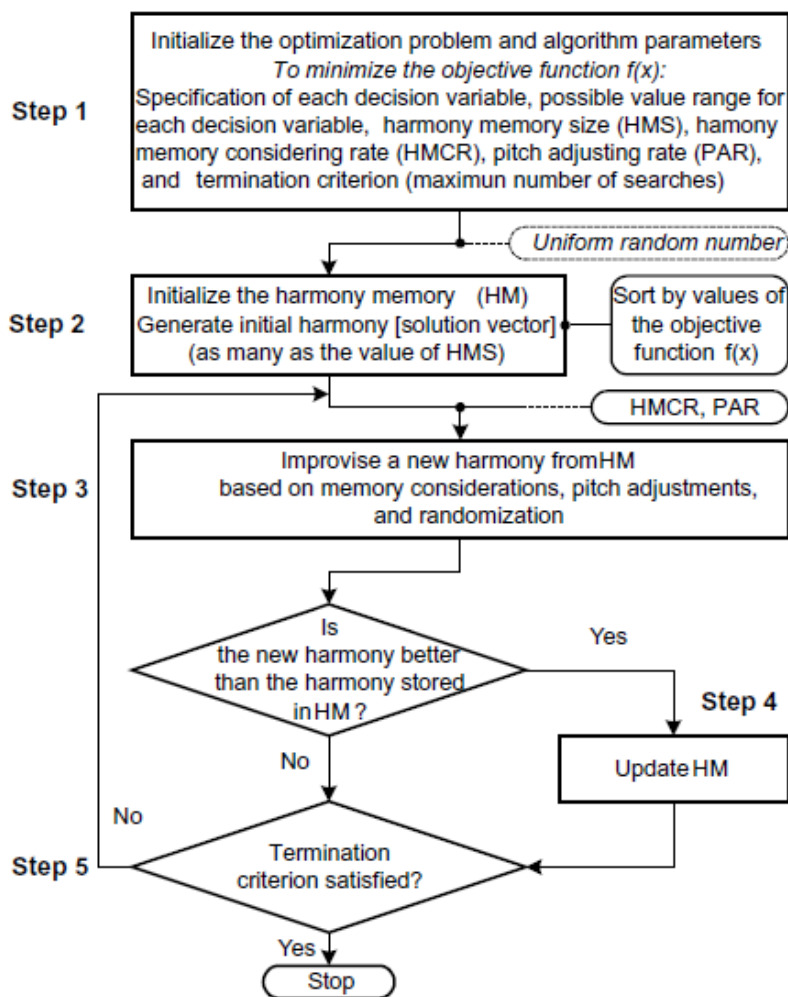


Figura 10. Diagrama de flujo del algoritmo estándar Harmony Search, obtenido de [77].

Como se indicó anteriormente, en estos últimos años se han desarrollado muchas mejoras a este algoritmo estándar. Alguna variación a este algoritmo estándar es incluir una estrategia por la que se permite incluir en la matriz de memoria soluciones que no son posibles porque no cumplen alguna de las restricciones del problema de forma estricta. Estas soluciones pueden conducir a candidatos correctos tras el ajuste controlado por el parámetro *par* y además se eliminarían de los candidatos a soluciones en las sucesivas iteraciones. Otras versiones del algoritmo tienen nombre propio como el *Improved Harmony Search* y el *Global Best Harmony Search* de Mahdavi [78, 79] o el *Improved Harmony Search* de Coelho [80]. Básicamente estas versiones proponen expresiones para los parámetros *par* y *bw*, de forma que no tendrían un único valor en toda la ejecución del algoritmo, sino que variarían en cada iteración. Estas versiones del algoritmo y otras se encuentran recogidas en el capítulo 6 dedicado al algoritmo *Harmony Search* y su aplicación en la ingeniería de estructuras del libro [81].

Este algoritmo ha sido utilizado en numerosos campos que incluyen el de la gestión de las redes de agua, el de la energía, la medicina, la robótica, ... En el artículo [43] del año 2013 se hace un repaso por las publicaciones y las aplicaciones del algoritmo *Harmony Search*. Aunque existen numerosas referencias dentro de la ingeniería estructural en las que se aplica este algoritmo, no se ha podido encontrar ninguna en la que se aplique para llevar a cabo la actualización de un modelo de elementos finitos.

III.5.1 Algoritmo *Harmony Search* multiobjetivo

En problemas de optimización multiobjetivo, el proceso de actualización de la matriz de memoria de armonías H es diferente debido a la propia naturaleza del problema. Para encontrar las soluciones del frente de Pareto se utiliza la técnica de clasificación de soluciones no dominadas (*Non-Dominated Sorting*) propuesta por Deb. et al. [69]. El proceso de actualización de la matriz se realiza pues de la siguiente forma. La nueva armonía generada por el proceso de improvisación se combina con las presentes en la matriz de memoria H . De entre todas estas soluciones se identifican las no dominadas, que son aquellas que cumplen la idea de óptimo de Pareto. Después se le asigna un rango a los diferentes vectores solución que están en el mismo frente y se ordenan midiendo lo que se denomina distancia de hacinamiento (*crowding distance*). Finalmente en función de esta clasificación se elimina la peor solución quedando así actualizada la matriz de memoria, que mantiene su tamaño ($hms \times N$).

Los pasos concretos del algoritmo multiobjetivo se resumen en la siguiente lista, obtenida de [82].

- 1º. Introducir la función multiobjetivo, y los límites superiores e inferiores de las variables.
- 2º. Elegir los parámetros del algoritmo: el tamaño de la matriz de memoria hms , el número máximo de iteraciones y los parámetros *par* y b_w que controlan la improvisación.
- 3º. Inicialización de la matriz de memoria H . Las variables son generadas aleatoriamente aunque cumpliendo con los límites propuestos.

- 4º. Evaluación de las funciones objetivo para cada vector solución de la matriz H .
- 5º. Improvisación de una nueva armonía aplicando el mismo procedimiento que en el algoritmo *Harmony Search* estándar (paso 3º del algoritmo estándar).
- 6º. Ejecutar las técnicas de *non-dominated sorting* y *crowding distance metric* en la matriz que combina la solución nueva con la matriz de memoria para clasificar las soluciones en rangos.
- 7º. Eliminar la peor de las soluciones tras clasificarlas.
- 8º. Comprobar si se cumplen las condiciones de parada. Si se ha alcanzado el número máximo de iteraciones, pasar al siguiente paso. Si no, ir de nuevo al paso 5.
- 9º. Los vectores solución de la matriz H que se encuentran en el primer frente forman el frente de Pareto del problema. Cualquiera de estos vectores es una solución óptima, de la que se puede elegir alguna en concreto utilizando algún criterio justificado.

En la literatura se pueden encontrar algunas referencias en las que se utiliza el algoritmo *Harmony Search* multiobjetivo en problemas de optimización. Por ejemplo en [83] se utiliza dicho algoritmo en el diseño de edificios con bajas emisiones y energéticamente eficientes y en [84] se utiliza esta teoría en el diseño de redes de distribución de agua, aunque igualmente no se ha encontrado ningún ejemplo de actualización de modelos usando este método. Otras referencias en las que se proponen algunas variantes de este algoritmo son [85, 86, 87].

CAPÍTULO IV
Elementos Básicos en la
Actualización de Modelos

Cuando se usan los métodos iterativos, concretamente los de inteligencia artificial, para resolver problemas de actualización de modelos de elementos finitos, se entiende éste como un problema de optimización cuya solución pasa por encontrar el vector θ^* para el que:

$$f(\theta^*) \leq f(\theta) \quad \forall x$$

$$\theta_{li} \leq \theta_i \leq \theta_{ui} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m_\theta$$

Siendo $f(\theta)$ la función objetivo, que puede ser escalar (problemas de un único objetivo) o vectorial (problemas multiobjetivo) y θ los posibles vectores solución que estarían formados por los parámetros de actualización del problema θ_i . En este caso, θ_{li} y θ_{ui} representarían los valores límites inferior y superior respectivamente del parámetro θ_i correspondiente, siendo el número total de parámetros considerados m_θ .

Tras haber ahondado en cómo realizar la optimización y los diferentes métodos que existen para ello, en este capítulo centra su discurso en las decisiones relativas a la función objetivo y a la elección de los parámetros de actualización.

IV.1 Función objetivo

En problemas de ajuste de modelos de elementos finitos la función objetivo a minimizar $f(\theta)$ refleja las diferencias entre las predicciones que se derivan del modelo numérico y el comportamiento real de la estructura. Por lo general se consideran las diferencias entre los parámetros modales numéricos y experimentales: frecuencias naturales y forma de los modos de vibración.

IV.1.1 Problemas con un único objetivo

En problemas de un único objetivo con una función objetivo escalar la manera más común de definir el estimador es considerar un problema de mínimos cuadrados entre los parámetros modales numéricos y experimentales, de forma que se formula como la semisuma de la raíz de sus diferencias al cuadrado, entendiéndose estas diferencias como residuos.

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \cdot \sqrt{(z_{NUM,j}(\theta) - z_{EXP,j})^2} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \|r_j(\theta)\|, \quad m = m_f + m_f \cdot m_s$$

siendo:

$z_{NUM,j}(\theta) \equiv$ magnitudes obtenidas del modelo numérico de elementos finitos.

$z_{EXP,j} \equiv$ magnitudes obtenidas experimentalmente del ensayo ambiental.

$w_j \equiv$ una función peso que se establece para cada residuo para tener en cuenta la distinta fiabilidad a la hora de la identificación de los diversos parámetros modales.

$r_j(\theta) \equiv$ representa el vector de residuos, cuyas componentes se definen como la diferencia entre los parámetros numéricos y experimentales.

$m_f \equiv$ número de frecuencias naturales consideradas

$m_s \equiv$ número de coordenadas modales de cada modo de vibración considerado.

Es importante señalar que el número de parámetros de actualización (N) a elegir debe ser menor que el número de residuos identificados (m) para evitar tener un sistema incompleto o mal condicionado [88].

Por lo general, se establecen dos tipos de residuos:

- Residuo relativo a la frecuencia natural

$$r_{f,j}(\theta) = \frac{f_{NUM,j}(\theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \quad j = 1,2,3, \dots, m_f \quad (IV.1)$$

Donde $f_{NUM,j}(\theta)$ y $f_{EXP,j}$ representan la frecuencia natural j numérica y experimental respectivamente. El número total de frecuencias naturales consideradas es m_f .

- Residuo relativo a la forma de los modos de vibración

$$r_{s,jl}(\theta) = \frac{\phi_{NUM,j}^l(\theta)}{\phi_{NUM,j}^r(\theta)} - \frac{\phi_{EXP,j}^l}{\phi_{EXP,j}^r} \quad \begin{cases} j = 1,2,3, \dots, m_f \\ l = 1,2,3, \dots, m_s \end{cases} \quad (IV.2)$$

Siendo $\phi_{NUM,j}(\theta)$ y $\phi_{EXP,j}$ el modo de vibración j numérico y experimental respectivamente, haciendo referencia el superíndice l a cada una de las componentes (coordenadas) de un mismo modo de vibración usada en el proceso de actualización. El número total de coordenadas de cada modo considerado es m_s . El superíndice r denota a una de esas m_s coordenadas que se toma de referencia para cada modo.

Debido a que es difícil encontrar un factor de escala absoluto para los modos experimentales obtenidos mediante un ensayo ambiental, tanto ellos como los modos numéricos se normalizan a la unidad (y se toma como coordenada de referencia aquella de valor 1). Como consecuencia de esta normalización, en principio todos los modos de vibración contribuirían en la función objetivo con el mismo peso.

Otra forma alternativa de definir el residuo relativo a la forma de los modos es la propuesta por Moller y Friberg en 1998 [89], que tras analizar varias expresiones concluyeron como una expresión adecuada la siguiente, que emplea el concepto de *Modal Assurance Criterion* desarrollado por Allemang y Brown en 1982 [90]:

$$r_{MAC,j}(\theta)^2 = \frac{(1 - \sqrt{MAC_j})^2}{MAC_j} \quad j = 1,2,3, \dots, m_f$$

$$MAC_j(\theta) = \frac{(\phi_{NUM,j}(\theta)^T \cdot \phi_{EXP,j})^2}{(\phi_{NUM,j}(\theta)^T \cdot \phi_{NUM,j}(\theta)) \cdot (\phi_{EXP,j}^T \cdot \phi_{EXP,j})}$$

Finalmente la expresión de la función objetivo quedaría:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \left(\left[\sum_{j=1}^{m_f} w_{f,j} \cdot r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} + \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} w_{s,jl} \cdot r_{s,jl}(\theta)^2 \right]^{1/2} \right)$$

Donde $w_{f,j}$ y $w_{s,jl}$ son las funciones de peso relativas a las diferentes frecuencias naturales y las coordenadas de los modos de vibración considerados respectivamente, sobre las que se debatirá en el siguiente apartado.

O alternativamente:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \left(\left[\sum_{j=1}^{m_f} w_{f,j} \cdot r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} + \left[\sum_{j=1}^{m_f} w_{s,j} \cdot r_{MAC,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} \right)$$

Es en este punto interesante nombrar que existen otras funciones objetivo que se han utilizado en la literatura. Uno de los enfoques con mayor difusión es aquel que considera un tercer término que tiene en cuenta la flexibilidad modal, cuya popularidad radica en que es un parámetro muy sensible a daños locales y por tanto de aplicación en procedimientos de *health monitoring*. Para una mayor información se pueden consultar las siguientes referencias [91, 92, 93], o también estas otras dos en las que se ha utilizado este otro enfoque en actualizaciones multiobjetivo [94, 95].

IV.1.2 Problemas multiobjetivo

En problemas de actualización de modelos de elementos finitos en los que se considera la optimización de varios objetivos la función a optimizar es vectorial, de forma que los contiene a todos ellos. Así, se trata de una función del tipo:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \\ \vdots \\ f_n(\theta) \end{bmatrix}$$

Siendo n el número de objetivos a optimizar, que dependerá de cada problema particular. Cada una de estas funciones $f_i(\theta)$ representa un residuo, bien relativo a la frecuencia natural o al modo de vibración. Las expresiones de estos residuos pueden variar, especialmente en función del número de objetivos considerados.

- Consideración de dos objetivos

El establecimiento de dos objetivos en el problema de optimización es el planteamiento más tradicional, y del que es más sencillo sacar conclusiones debido a que el frente de Pareto estaría representado por una curva plana. Por lo general, en problemas de actualización de modelos en los que se consideran dos objetivos a minimizar se suelen utilizar las expresiones de los residuos anteriormente mencionadas, es decir:

$$f_1(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \left(\frac{f_{NUM,j}(\theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (IV.3)$$

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} r_{s,jl}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} \left(\frac{\phi_{NUM,j}^l(\theta)}{\phi_{NUM,j}^r(\theta)} - \frac{\phi_{EXP,j}^l}{\phi_{EXP,j}^r} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (IV.4)$$

O alternativamente, usando el parámetro MAC:

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} r_{MAC,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \frac{(1 - \sqrt{MAC_j})^2}{MAC_j} \right]^{1/2} \quad (IV.5)$$

Ejemplos de actualizaciones de modelos en las que se consideran los dos objetivos anteriores son [96, 75].

- Consideración de más de dos objetivos

Cuando se consideran más de dos objetivos, la representación del problema ya no es tan clara y habría que dibujar el frente de Pareto considerando los objetivos dos a dos. No obstante es una técnica que se puede utilizar y aunque visualmente no se entienda del todo bien el frente de Pareto, las soluciones en él contenidas serían no dominadas igualmente. Para elegir una de entre todas ellas, se podría establecer algún criterio adicional; por ejemplo seleccionar aquella solución del frente de Pareto que minimice la suma de todos los valores parciales de la función objetivo. Las expresiones de las funciones objetivo en estos casos en los que se consideran más de dos criterios podrían ser directamente los residuos de cada uno de los modos identificados.

Por ejemplo en [52] se define el problema de la siguiente forma:

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{minimizar } \left\{ \sum_{i=1}^4 |f_{xi} - f_{ai}|, 1 - MAC_{11}, 1 - MAC_{22}, 1 - MAC_{33}, 1 - MAC_{44} \right\} \\ \text{donde } MAC_{ii} \text{ es } MAC(\phi_{xi}, \phi_{ai}) \end{array}}$$

Denotando los subíndices x y a los parámetros deducidos a partir de las medidas experimentales y los calculados numéricamente respectivamente.

El hecho más relevante a señalar de las expresiones de las funciones objetivo en problemas multiobjetivo es que no se incluye ninguna función peso en ellas. Así, para encontrar las soluciones no dominadas se consideran los residuos directamente y es después, cuando se impone algún criterio para elegir la solución de entre todas ellas, cuando tiene cabida la aplicación de alguna función peso que tenga en cuenta la importancia relativa de unos y otros objetivos.

IV.2 Función peso

Los parámetros modales se establecieron desde el principio como el test definitivo que permite comprobar el ajuste de un modelo de elementos finitos. En principio, las frecuencias naturales experimentales pueden ser medidas con una precisión bastante alta y además son un buen indicador del daño de una estructura. Por ello son los parámetros más indicados para su uso en la expresión del residuo a minimizar en las actualizaciones de modelos. Sin embargo es complicado detectar incongruencias locales del modelo de elementos finitos comparando únicamente las frecuencias naturales. Para solucionar esto, como ya se ha dicho, se utiliza también información acerca de las coordenadas modales al definir la función objetivo. El problema es que el ruido y la precisión en las medidas afecta más a la identificación de las coordenadas modales, de modo que la fiabilidad de las mismas es menor. Para más inri, por lo general los parámetros modales, especialmente las frecuencias naturales, de los modos más bajos se miden con una mayor precisión que los de los modos más altos [93]. De esta forma, se puede afirmar que la incertidumbre es diferente para los distintos parámetros modales identificados.

Como se ha anunciado previamente, formular la actualización de un modelo como un problema de mínimos cuadrados permite aplicar un peso diferente a los residuos (w_j), en función de las dificultades que se hayan tenido a la hora de identificar los diferentes parámetros modales experimentales. Este peso podría ser diferente para cada frecuencia y cada modo identificado (incluso para cada coordenada modal).

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \cdot \sqrt{(z_{NUM,j}(\theta) - z_{EXP,j})^2}, \quad m = m_f + m_f \cdot m_s$$

La cuestión es entonces de qué manera y con qué criterio determinar el valor de esos factores de peso w_j para los diferentes residuos, ya que no es algo obvio.

Un método estadístico de aplicación sería aquel que define los pesos como la inversa de la matriz de covarianza de los errores experimentales, de acuerdo con el teorema de Gauss-Markov [97]. Sin embargo esta información en muchas ocasiones no está disponible de modo que los pesos se establecen de acuerdo al juicio del ingeniero.

De acuerdo a lo que se señala en [98] los residuos parciales relativos a la frecuencia natural definidos como diferencias relativas tal y como se hace en la Ecuación (IV.1) están ya ponderados de forma equivalente ($w_{f,j} = w_f$). Por su parte, como ya se especificó antes, en la Ecuación (IV.2) los residuos parciales relativos a los modos contribuyen también con el mismo peso en la función objetivo ($w_{s,j} = w_s$) porque sus componentes varían entre -1 y +1 debido a la normalización realizada con el nodo de referencia. Como consecuencia, realmente sólo se tendría que ponderar la participación de los dos tipos de residuos en la función objetivo; es decir, establecer un ratio apropiado para los pesos de los residuos relativos a la forma de los modos y los relativos a la frecuencia natural w_s/w_f . O de una forma equivalente, elegir un peso w_s apropiado para un valor unidad de w_f . Las expresiones de la función objetivo finalmente quedarían concretadas de la siguiente forma.

$$f(\theta) = w_f \cdot f_1(\theta) + w_s \cdot f_2(\theta) = f_1(\theta) + w_s \cdot f_2(\theta)$$

Siendo $f_1(\theta)$ y $f_2(\theta)$ las ecuaciones señaladas para la optimización multiobjetivo; es decir, la Ecuación (IV.3) y la Ecuación (IV.4) o Ecuación (IV.5) respectivamente.

A menudo la definición de estos pesos está basada en una resolución iterativa hasta llegar a una definición adecuada de los mismos para el problema particular. Por ejemplo, si para una definición concreta de los pesos los resultados obtenidos de las frecuencias naturales concuerdan perfectamente pero las formas de los modos muestran discrepancias, se puede suponer entonces que se le da demasiado peso a los residuos de la frecuencia natural. Y al contrario, si se obtienen resultados para los que los residuos de la frecuencia no se minimizan lo suficiente, el peso para el residuo modal se debe disminuir. Incluso hay un planteamiento más sistemático que consiste en representar las normas de los dos residuos r_f y r_s para diferentes factores w_s y seleccionar el punto óptimo. El inconveniente sería que esto requeriría muchas simulaciones previas, lo que para problemas de gran entidad podría ser inviable por el aumento del tiempo de computación.

IV.3 Estudio de sensibilidad y selección de parámetros

La selección adecuada de los parámetros de actualización es una decisión crucial ya que puede limitar el ajuste del modelo de elementos finitos. Es decir, si se realiza una no conveniente selección de los parámetros, podría resultar que del conjunto de los posibles modelos que se pueden derivar del modelo inicial ninguno de ellos se pueda correlacionar bien con los resultados experimentales, a pesar de que la técnica de optimización sea potente. Relacionada con esta elección hay dos cuestiones principales que resolver: cuántos parámetros se deben seleccionar y cuáles resultarían una mejor opción.

La primera de estas cuestiones se puede resolver eligiendo un número de parámetros no elevado en exceso, de forma que no se derive un problema mal condicionado o indeterminado. Para conseguir definir un problema bien condicionado habrá que atender a las limitaciones de las medidas realizadas. Es decir, el número adecuado de parámetros a elegir dependerá en gran medida de la cantidad de observaciones realizadas durante el ensayo de vibración ambiental.

Por otra parte, para elegir qué parámetros concretos se van a ajustar durante el proceso de actualización existen dos planteamientos diferentes:

1. Atender al sentido físico de los parámetros.
2. Basar la elección en un estudio de sensibilidad de la solución ante cambios en los distintos parámetros, sin atender en principio a su sentido físico.

La primera de las opciones es relativamente más sencilla. Se trata de elegir los diferentes parámetros en base a criterios físicos, como puede ser la incertidumbre que se tiene ante su determinación. En este sentido se suelen elegir parámetros con una incertidumbre alta como los parámetros resistentes del suelo si es que se modelan interacciones suelo/estructura o aquellos que sean más representativos del problema, por ejemplo el

módulo de elasticidad del hormigón en puentes viga. Esta elección estaría basada asimismo en la experiencia del analista.

La segunda de las opciones es más sistemática y permite seleccionar aquellos parámetros que permiten reducir de una forma más efectiva las diferencias entre los parámetros modales numéricos y experimentales. Consiste en llevar a cabo un análisis de sensibilidad del modelo de EF para calcular la sensibilidad de la respuesta modal ante cambios en los diferentes parámetros dicho modelo.

En cada elemento del modelo, una o más propiedades físicas θ^e (por ejemplo el módulo de elasticidad) son actualizadas. Se define por tanto un factor de corrección adimensional a^e que representa la diferencia relativa del valor del parámetro θ^e actualizado con respecto a su valor inicial θ_0^e en el elemento e :

$$a^e = \frac{\theta^e - \theta_0^e}{\theta_0^e}$$

Estos factores de corrección pueden afectar a un elemento o un grupo de elementos. Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad existen varias formulaciones, de las cuales se va a señalar aquí la propuesta de Fox y Kapoor. Si solo se consideran como parámetros de ajuste aquellos relativos a la resistencia (no se modifica la masa ni otros parámetros como los geométricos), las fórmulas para evaluar la sensibilidad de los parámetros modales respecto a los factores de corrección a^e son [99]:

$$\frac{\partial \lambda_{NUM,j}(\theta)}{\partial a^e} = \boldsymbol{\phi}_{NUM,j}(\theta)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{K}(\theta)}{\partial a^e} \cdot \boldsymbol{\phi}_{NUM,j}(\theta) \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_{NUM,j}(\theta)}{\partial a^e} = \sum_{i=1; i \neq j}^{m_f} \frac{\boldsymbol{\phi}_{NUM,i}(\theta)}{\lambda_{NUM,j}(\theta) - \lambda_{NUM,i}(\theta)} \cdot \left(\boldsymbol{\phi}_{NUM,i}(\theta)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{K}(\theta)}{\partial a^e} \cdot \boldsymbol{\phi}_{NUM,j}(\theta) \right) \quad (\text{IV.7})$$

Donde $\lambda_{NUM,j}(\theta)$ es el autovalor numérico⁶ j y $\mathbf{K}(\theta)$ la matriz de rigidez de la estructura. En estas expresiones se suponen los modos de vibración analíticos $\boldsymbol{\phi}_{NUM}$ normalizados a la matriz de masa.

Si los parámetros a ajustar se correlacionan linealmente con la matriz de rigidez del elemento (o grupo de elementos) se puede deducir la siguiente expresión de la matriz de rigidez global \mathbf{K} [98]:

$$\mathbf{K}^e = \mathbf{K}_0^e(1 - a^e)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^u + \sum_{e=1}^{n_e} \mathbf{K}_0^e(1 - a^e)$$

⁶ Es decir: $\lambda_{NUM,j} = \omega_{NUM,j}^2 = (2\pi f_{NUM,j})^2$.

Donde \mathbf{K}_0^e y \mathbf{K}^e son la matriz de rigidez elemental inicial y actualizada respectivamente, y \mathbf{K}^u es la matriz de rigidez del elemento (o grupo de elementos) cuyas propiedades permanecen inalteradas. Por su parte n_e es el número de elementos cuyas propiedades sí son actualizadas.

Introduciendo estas consideraciones en la Ecuación (IV.6) y la Ecuación (IV.7) se obtienen las siguientes expresiones, de donde se ha eliminado el subíndice *NUM* ya que se entiende que el análisis de sensibilidad se lleva a cabo sobre el modelo de elementos finitos.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_j}{\partial a^e} &= \boldsymbol{\phi}_j^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial a^e} \boldsymbol{\phi}_j = -\boldsymbol{\phi}_j^T \left[\sum_{e=1}^{n_e} \mathbf{K}_0^e \right] \boldsymbol{\phi}_j = \boldsymbol{\phi}_j^T \left[\sum_{e=1}^{n_e} \frac{-\mathbf{K}^e}{(1-a^e)} \right] \boldsymbol{\phi}_j = -\boldsymbol{\phi}_j^T \sum_{e=1}^{n_e} \frac{\mathbf{F}_j^e}{(1-a^e)} = \dots \\ &= \sum_{e=1}^{n_e} \frac{-2MSE_j^e}{(1-a^e)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \boldsymbol{\phi}_j}{\partial a^e} &= \sum_{i=1; i \neq j}^{m_f} \frac{\boldsymbol{\phi}_i}{\lambda_j - \lambda_i} \left(\boldsymbol{\phi}_i^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial a^e} \boldsymbol{\phi}_j \right) = \sum_{i=1; i \neq j}^{m_f} \frac{\boldsymbol{\phi}_i}{\lambda_j - \lambda_i} \left(-\boldsymbol{\phi}_i^T \left[\sum_{e=1}^{n_e} \mathbf{K}_0^e \right] \boldsymbol{\phi}_j \right) = \dots \\ &= \sum_{i=1; i \neq j}^{m_f} \frac{\boldsymbol{\phi}_i}{\lambda_j - \lambda_i} \left(-\boldsymbol{\phi}_i^T \left[\sum_{e=1}^{n_e} \frac{-\mathbf{K}^e}{(1-a^e)} \right] \boldsymbol{\phi}_j \right) = \dots \\ &= \sum_{i=1; i \neq j}^{m_f} \frac{\boldsymbol{\phi}_i}{\lambda_j - \lambda_i} \left(-\boldsymbol{\phi}_i^T \left[\sum_{e=1}^{n_e} \frac{\mathbf{F}_j^e}{(1-a^e)} \right] \right) \end{aligned}$$

Siendo $\mathbf{F}_j^e = \mathbf{K}^e \boldsymbol{\phi}_j$ y $MSE_j^e = \frac{1}{2} \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{F}_j^e$.

En esta formulación \mathbf{F}_j^e representa la fuerza en los nodos del elemento e y MSE_j^e la energía de deformación modal (modal strain energy) en el elemento e , ambos correspondiente a una deformación de la estructura de acuerdo al modo de vibración $\boldsymbol{\phi}_j$ [100].

Estas últimas expresiones resultan bastante útiles porque los paquetes de programas comerciales de elementos finitos no suelen poner a disposición del usuario los resultados de las matrices de rigidez pero sí suelen ofrecer la información de las fuerzas generadas por la deformación de la estructura según los modos de vibración o de la energía de deformación modal. Así, a partir de esta información se puede tomar la decisión de elegir uno u otro parámetro de actualización en función de si los cambios en el mismo tienen una mayor o menor influencia en los parámetros modales.

CAPÍTULO V

Aplicación: Ensayo de Vibración
Ambiental y Actualización del
Modelo de una Pasarela Metálica

El presente capítulo representa el grueso de este trabajo y se concibe como un ejemplo de aplicación que pretende servir para desarrollar los objetivos y derivar las conclusiones del mismo. En concreto se presenta todo el proceso de la actualización del modelo de elementos finitos de una estructura consistente en una pasarela metálica. La línea de argumentación sigue el esquema de contenido del propio trabajo de modo que en primer lugar se describirá la estructura y su modelo de EF, para después describir el ensayo ambiental llevado a cabo sobre la misma y los datos modales derivados del análisis modal operacional de los resultados del ensayo. Finalmente se llevará a cabo la actualización del modelo de elementos finitos de la pasarela haciendo hincapié en las técnicas de optimización empleadas en este proceso.

V.1 Descripción general de la estructura

La estructura que se modela es una pasarela metálica en celosía de algo menos de cien metros de longitud que consta de cuatro vanos con un tablero de 3'5 m de ancho. Aunque se trata de una pasarela recta, su dirección no es perpendicular a la autopista que salva, tal y como se aprecia en la Figura 11, de modo que la Figura 12 que ofrece un alzado de la pasarela no muestra con total claridad la geometría de las barras de la celosía.



Figura 11. Vista en planta de la pasarela. Fuente: Google Maps.



Figura 12. Alzado de la pasarela desde la autopista a la que dota de permeabilidad. Fuente: Google Maps.

Se sitúa paralela al puente de carretera sobre la autovía A-49 en torno al p.k. 5+500 y constituye el enlace peatonal de los pueblos de Gines y Bormujos, situados en el Aljarafe. Permite la circulación de peatones y ciclistas entre estos dos pueblos, facilitando el acceso hasta el centro comercial MegaOcio, un Parque Empresarial de reciente construcción y lo que es más importante, al hospital San Juan de Dios.

Las obras de construcción del tercer carril en la autovía del V centenario entre las que se incluían la construcción de esta pasarela fueron adjudicadas en el año 2009 a la empresa Joca Ingeniería y Construcciones, S.A., como se puede observar en el siguiente recorte de prensa (Figura 13).

Madrid, 27 de marzo de 2009 (Ministerio de Fomento).

El Ministerio de Fomento ha adjudicado a la empresa Joca Ingeniería y Construcciones, S.A. las obras de construcción del tercer carril en la A-49 desde el punto kilométrico (p.k.) 6,000 al 16,500, en la provincia de Sevilla. El presupuesto de adjudicación asciende a 20.824.339,38 euros.

Figura 13. Nota de prensa del Ministerio de Fomento sobre la adjudicación de las obras de la pasarela.

Sin embargo por problemas de suspensión de pagos estas obras se acabaron cediendo a la empresa ACCIONA, S.A. en el año 2013, que fue la encargada finalmente de ejecutar la pasarela. Las obras comenzaron en el primer tercio del año 2014 y se terminaron de ejecutar casi en su totalidad a finales de año, abriéndose al público (aunque no inaugurándose) a principios de 2015. Por este motivo, se puede decir que la pasarela en consideración es de muy reciente construcción. A continuación se muestran algunas fotos de la obra, tomadas entre los meses de abril y agosto de 2014. En ellas se aprecian los trabajos de bombeo de uno de los estribos así como vistas de las tres pilas colocadas y de la construcción de dos de los tramos de la celosía.



Figura 14. Fases generales de la construcción de la pasarela: bombeo de pilotes y estribos, colocación de pilas y disposición por tramos de la celosía y el tablero. Fuente: Blog de Songea-Laboratorio de Control de Calidad.



Figura 15. Vista de la pasarela ya construida desde el puente de la carretera A-8062. Fuente: Google Maps.

A continuación se describen detalladamente los diferentes elementos que componen la pasarela, especialmente los elementos de apoyo ya que son los más complejos de modelizar.

- Estribos.

En primer lugar los estribos en los que se apoya la estructura en celosía son del tipo durmiente o sillas-cargadero. La cimentación la constituye un bloque masivo de hormigón que se encuentra semienterrado en un terraplén de tierras, el cual se protege externamente mediante una mampostería careada (encachado). La unión de la celosía

con el bloque de hormigón se realiza mediante unas placas de anclaje. Se incluyen a continuación unas figuras descriptivas de los estribos.

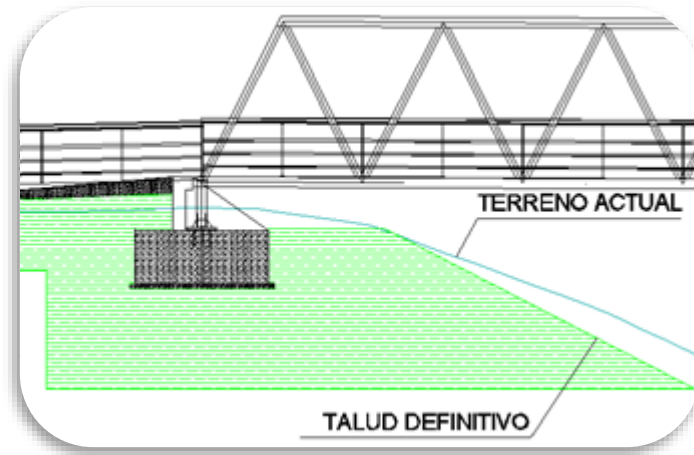


Figura 16. Estribo de la pasarela. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.

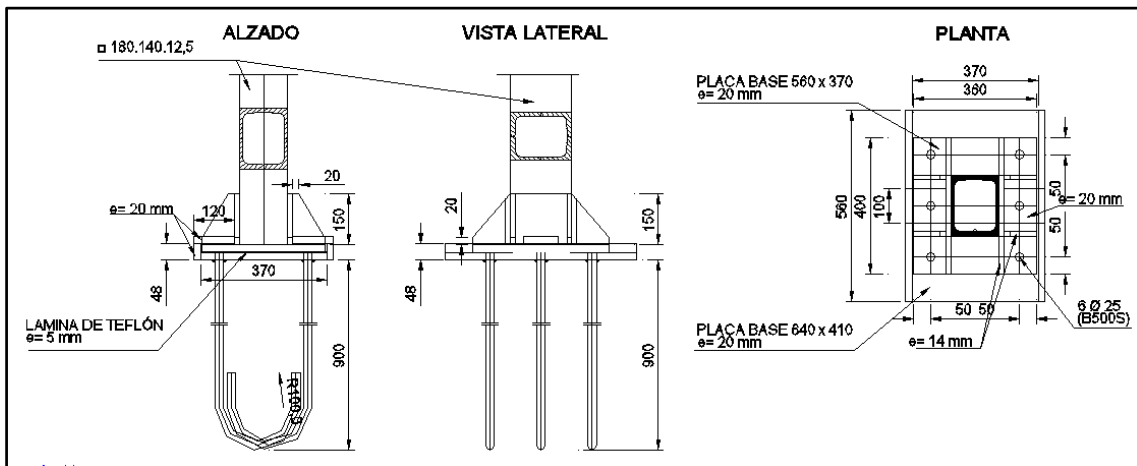


Figura 17. Detalle de la placa de anclaje de los estribos. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.

– Pilas.

Por otra parte la pasarela se apoya además en tres estructuras pila-pilote. Las pilas son estructuras construidas con perfiles huecos de acero. Están formadas por dos pilares de sección cuadrada separados 2 m, de longitud distinta para cada una de las tres pilas para adaptarse a la orografía del terreno. Estos dos pilares están arriostrados en su extremo superior por una barra transversal con su misma sección. De estos puntos de unión se ramifican dos perfiles de sección variable que son los que finalmente se unen mediante soldadura a los cordones inferiores de la celosía. La cimentación de las pilas se lleva a cabo, como se ha indicado, mediante un pilote circular de hormigón de 1 m de diámetro y 11 m de longitud enterrado en su totalidad. La unión de los pilares de acero con los pilotes se lleva a cabo mediante una placa de anclaje, similar a la de los estribos pero sin teflón, que une dichos pilares a un bloque cúbico de hormigón de 2'80x1'10x1'00 m solidario a los pilotes (encepado). En la Figura 18 se muestran unas vistas de las pilas.

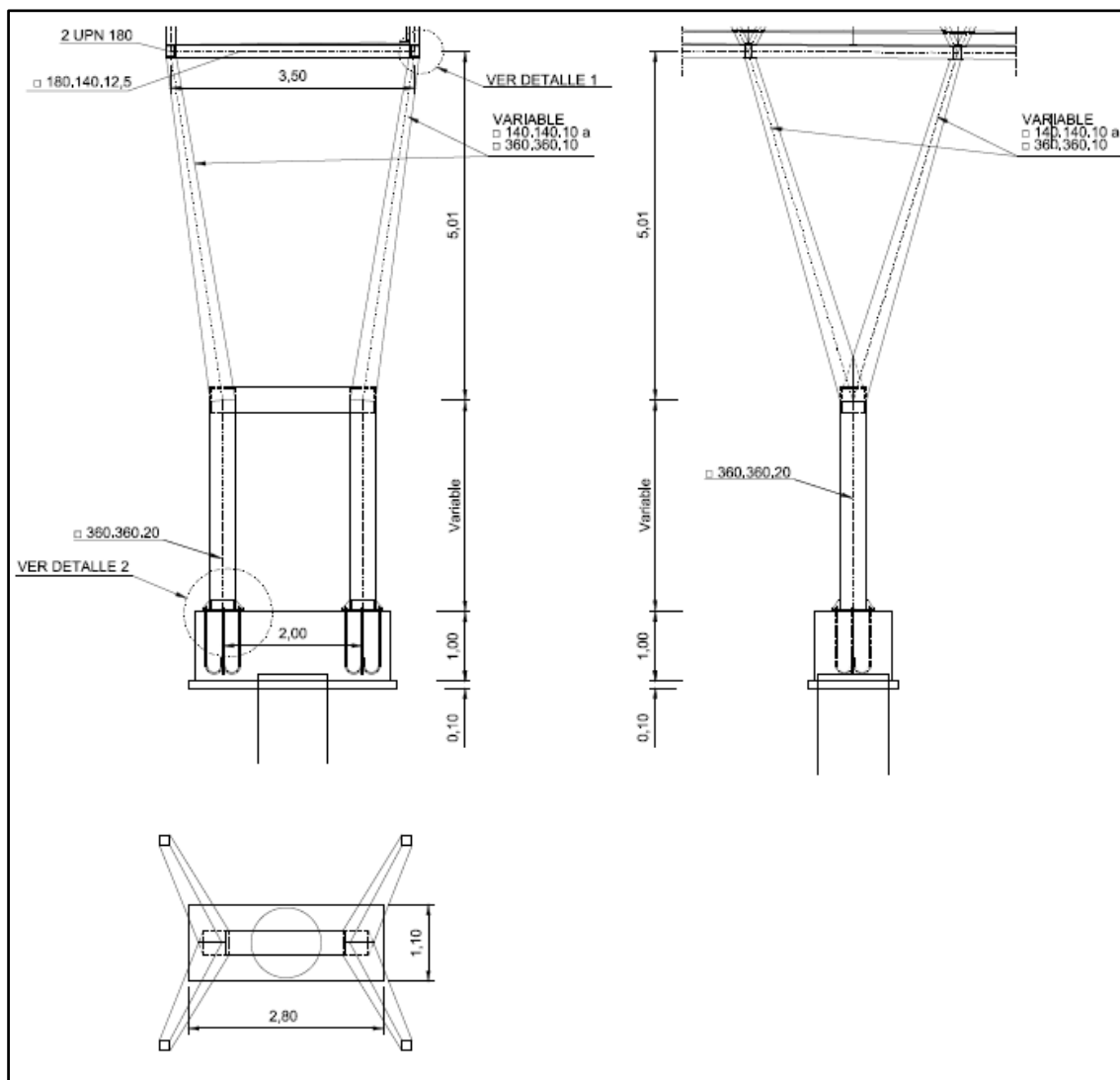


Figura 18. Alzado, planta y perfil de las pilas. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.

Una vez descritos los apoyos se pasa a la definición de la pasarela propiamente dicha. Está formada por barras y chapas, y todas las uniones entre elementos están realizadas mediante soldadura. Se distinguen tres partes:

- La estructura en celosía.

Se trata de una celosía tridimensional formada por perfiles huecos de acero. Consta de dos cordones inferiores de sección rectangular (soldadura de dos perfiles UPN) separados $3'5\text{ m}$ y arriostrados transversalmente con otro perfil del mismo tipo colocado cada 3 m , perfil que es mayor en los apoyos de las pilas y estribos. En los mismos planos verticales de los cordones inferiores pero a 3 m se colocan otros dos cordones superiores, arriostrados también entre ellos. A su vez los cordones superiores e inferiores están unidos mediante unas diagonales que forman un triángulo isósceles cuya base mide 3 m (celosía Warren). De esta forma el patrón de la celosía se repite cada 3 m en el eje longitudinal, como se puede ver en la Figura 19. La pasarela está formada por 32 tramos de 3 m que hacen un total de 96 m de longitud, divididos en 4 vanos de 25.5 , 24 , 21 y 25.5 m respectivamente.

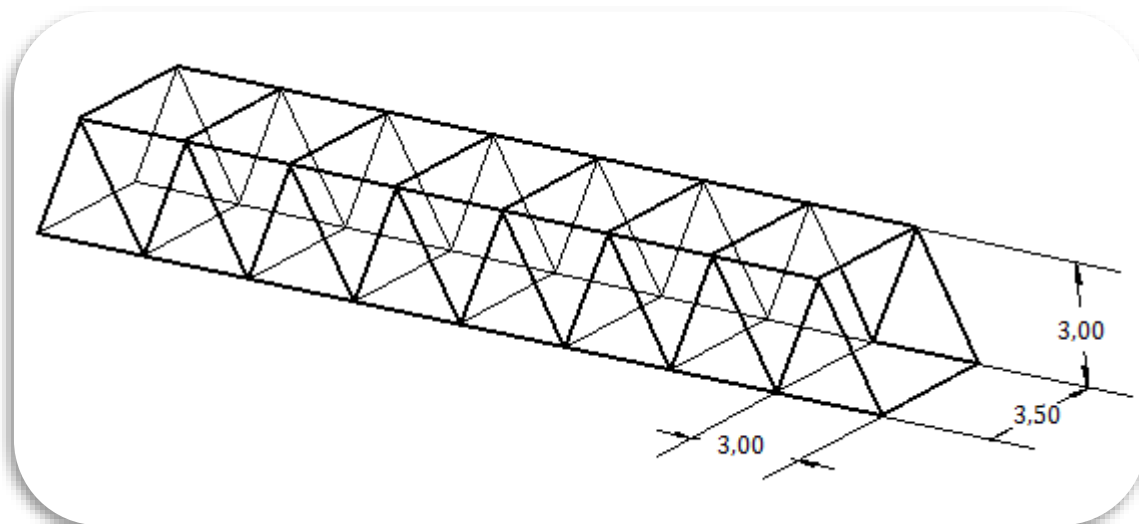


Figura 19. Esquema de la celosía.

- El tablero.

El tablero está formado por un pavimento de chapa metálica que se sitúa sobre los cordones inferiores y los perfiles transversales. Esta chapa metálica se apoya además en cuatro perfiles de sección rectangular que se disponen paralelos a los cordones en toda la longitud del tablero. Asimismo este tablero consta de unos rigidizadores en cruz formados por perfiles el L cuya unión está rigidizada por una placa circular. En la Figura 20 se representan los distintos componentes de este tablero.

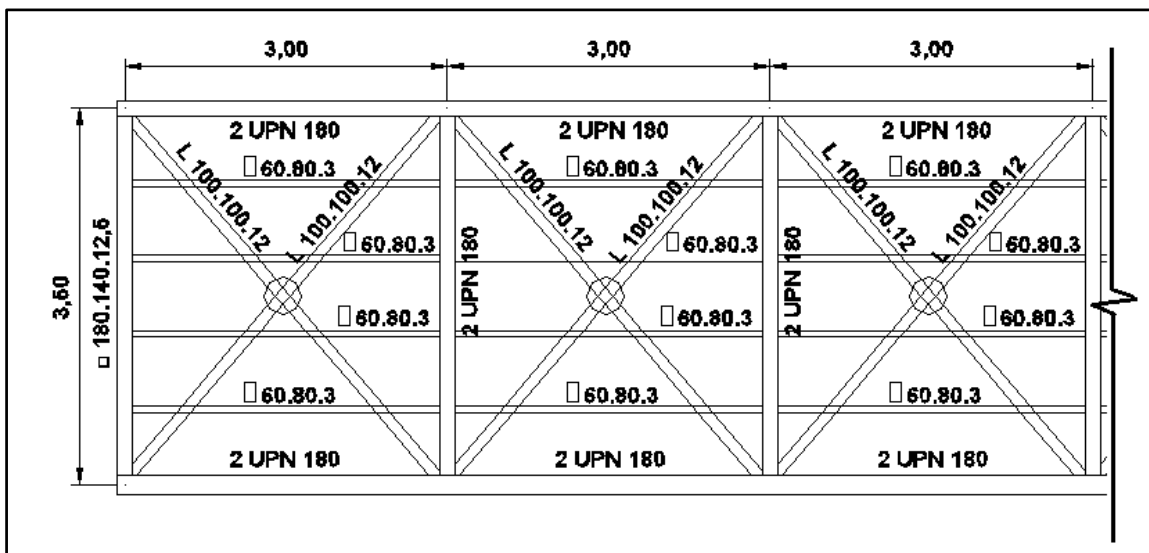


Figura 20. Planta inferior del tablero. Fuente: Documentación gráfica cortesía de Acciona.

- La cubierta.

La pasarela consta de una cubierta parcial constituida por una chapa perforada que se apoya en unos perfiles en L dispuestos en cruz a lo largo de toda la longitud del puente, formando rombos. En la siguiente fotografía se aprecia dicha cubierta y otros

elementos de la pasarela, como la barandilla de seguridad que se muestra con mayor detalle en la Figura 22.



Figura 21. Vista interior de la pasarela.



Figura 22. Detalle de la barandilla de seguridad.

V.2 Modelo de elementos finitos de la pasarela

Una vez presentada la estructura a estudiar, se describe a continuación el modelo de elementos finitos elaborado de la misma.

En primer lugar es necesario indicar que para la elaboración y análisis del modelo numérico se ha utilizado el software ANSYS, Inc. V16 (versión 16), empleándose para ello el lenguaje de programación MAPDL (Mechanical Ansys Parametric Design Language) del propio programa. Los pasos seguidos al realizar el modelo de EF de la pasarela se describen grosso modo en los siguientes apartados, a saber:

- 1º. Definición de la geometría.
- 2º. Elección de elementos.
- 3º. Mallado.
- 4º. Imposición de condiciones de contorno.

V.2.1 Geometría

Debido a las dimensiones y características de la pasarela, se decide elaborar un modelo en el espacio, representando con líneas las barras de la celosía y las pilas, y con áreas las chapas del tablero y la cubierta. Se modeliza de la misma forma también la barandilla de seguridad. Al ser una geometría que se repite cada 3 m en el eje longitudinal, la definición de los puntos, líneas y áreas que la componen es relativamente sencilla. En la Figura 23 se muestran las líneas y áreas que componen el modelo, en azul y gris respectivamente.

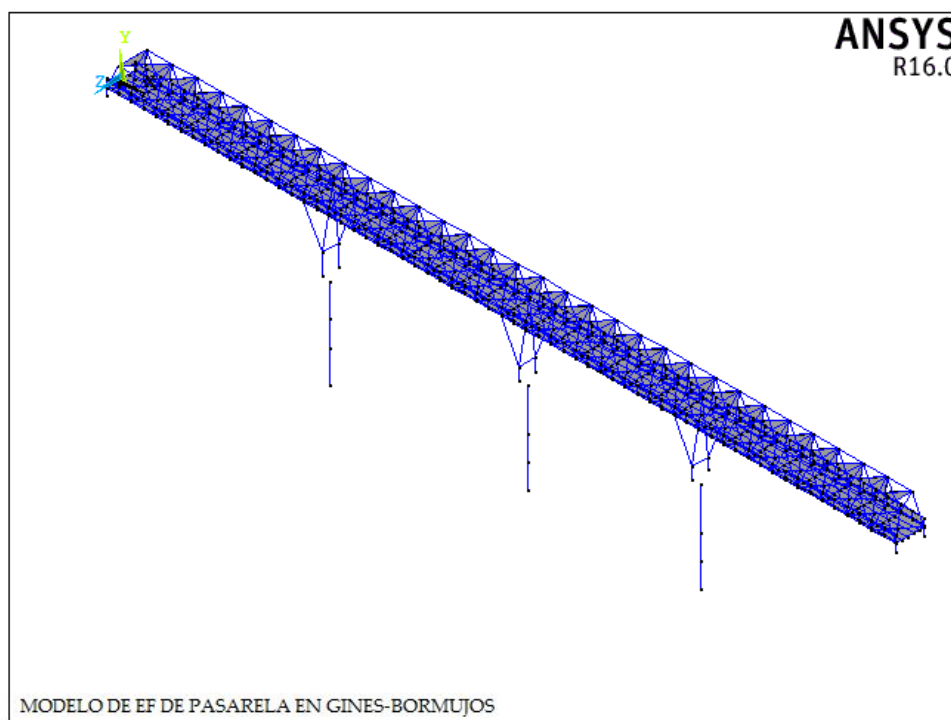


Figura 23. Modelo geométrico de la pasarela.

V.2.2 Tipos de elementos

En función del modelo geométrico adoptado, se habrán de elegir dos tipos de elementos: uno monodimensional y otro bidimensional.

Para modelizar los elementos lineales (1D), existe una amplia variedad entre los que elegir dependiendo del tipo de comportamiento que se les suponga. Así, hay elementos 1D cuya formulación está basada en diferentes teorías (Euler, Timoshenko,...) o en función de sus condiciones de trabajo (sólo a axil o a flexión,...). El elemento 1D utilizado en el modelo de la pasarela es el BEAM188, basado en la teoría de viga de Timoshenko, que incluye la deformación por cortante. Se trata de un elemento muy completo que puede ser capaz de reproducir el comportamiento de todas las diferentes barras de la pasarela. Además permite definir las diferentes secciones de las barras de una forma sencilla y colocar el centro de gravedad de las mismas en diferentes posiciones

Para modelar la chapa del tablero y de la cubierta, así como la de la barandilla se utilizan elementos placa ya que el espesor se considera bastante menor que las otras dos dimensiones. El elemento utilizado es el SHELL181, que presenta 4 nodos con seis grados de libertad en cada una de ellos. Este elemento está basado en la teoría de Reissner-Mindlin, que tiene en cuenta la deformación por cortante, y puede modelizar un comportamiento plástico del material además de grandes deformaciones. Aunque en principio la deformación por cortante no sería un problema en nuestro modelo porque las chapas son delgadas, se trata de un elemento no muy complejo al presentar cuatro nodos y sin embargo completo.

V.2.3 Mallado

El mallado consiste en asignarle el material, el tipo de elemento y la sección a cada una de las líneas y áreas del modelo, además de indicar el número de elementos en los que se quieren discretizar dichas entidades.

➤ Asignación de materiales

El principal material de la pasarela es el acero, del que están hechos todos los perfiles y chapas. El hormigón armado también está presente conformando los tres pilotes que cimientan las pilas. En la siguiente tabla se resumen las propiedades que definen estos materiales, suponiendo un modelo elástico y lineal.

Tabla 1. Propiedades de los materiales de la pasarela.

Material	ACERO	HORMIGÓN ARMADO
Módulo de Young (GPa)	210	27
Coefficiente de Poisson	0.3	0.2
Densidad (kg/m ³)	7850	2500

➤ Asignación de elementos y secciones

Como se ha indicado, todas las líneas han sido malladas con elementos BEAM188 cuyas secciones se han definido indicando explícitamente la geometría de cada una (mediante el comando SECTYPE, SECID, Type, Subtype, Name, REFINEKEY). En este sentido ha sido necesario definir los diferentes tipos de secciones de las barras que forman la pasarela:

- Rectangular hueca para las barras de la celosía, los soportes longitudinales del tablero, las pilas y las barras de la barandilla (subtype=HREC).
- En forma de L para los rigidizadores del tablero y los soportes de la cubierta (subtype=L).
- Circular para los pilotes (subtype=CSOLID).
- Rectangular hueca variable para los brazos de las pilas (type=taper).

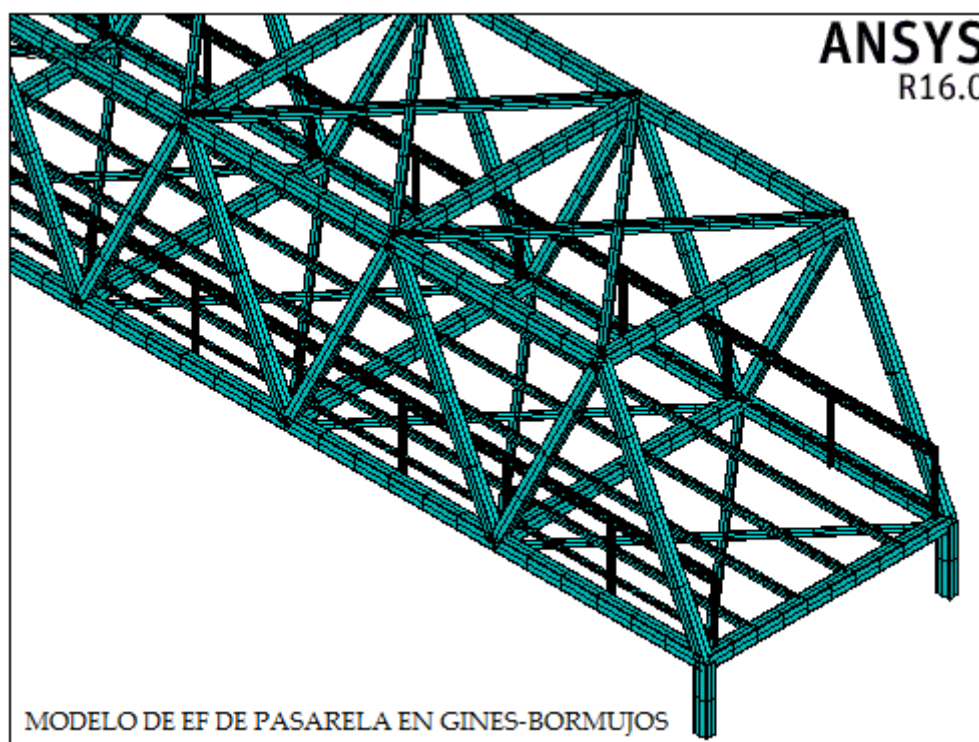


Figura 24. Mallado de las líneas del modelo.

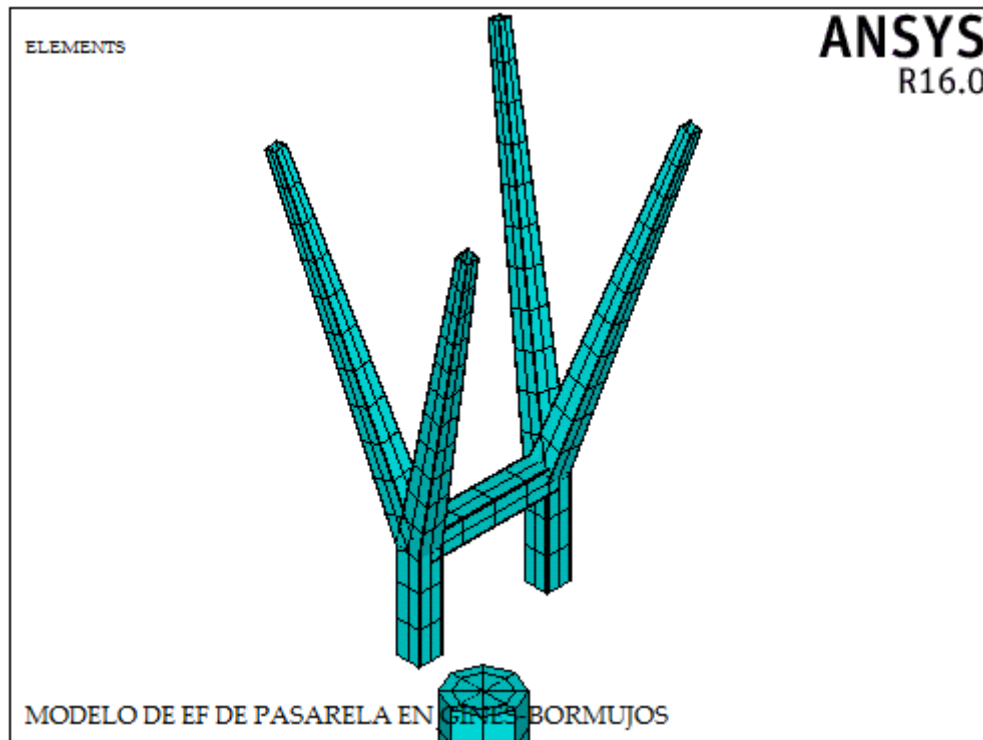


Figura 25. Detalle del mallado de las pilas y los pilotes.

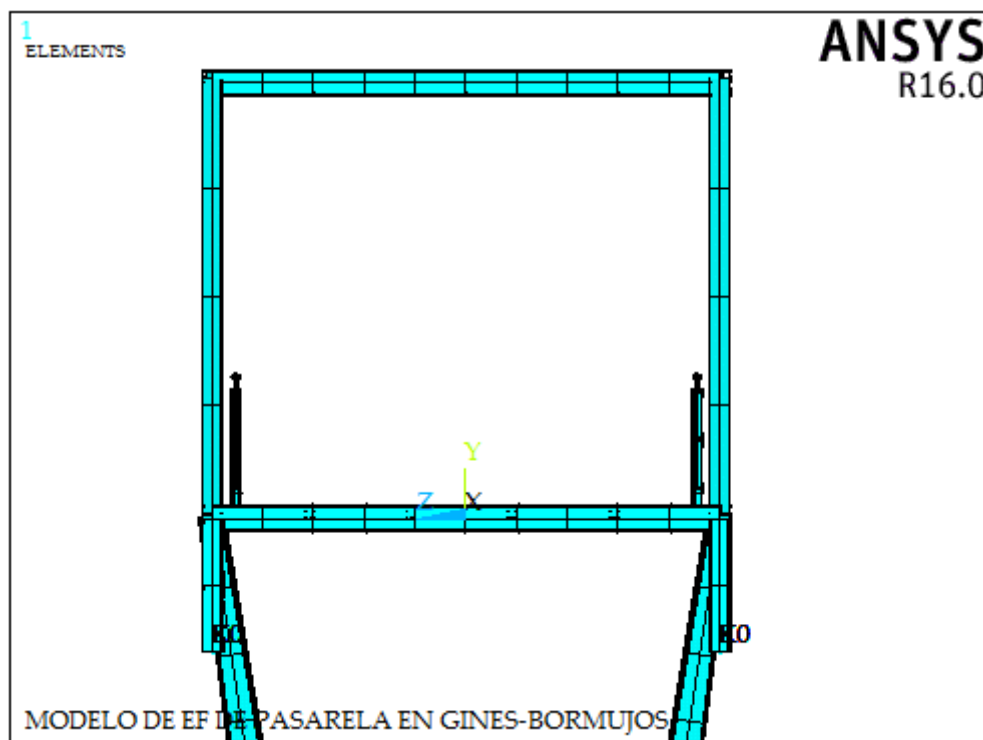


Figura 26. Detalle de la sección transversal.

Por su parte, las áreas se han mallado con el elemento SHELL181, indicando el espesor de las chapas y su material. Para las chapas perforadas las propiedades de rigidez y densidad han sido modificadas de acuerdo al volumen de huecos, que es del 30% para la cubierta y del 50% para la barandilla.

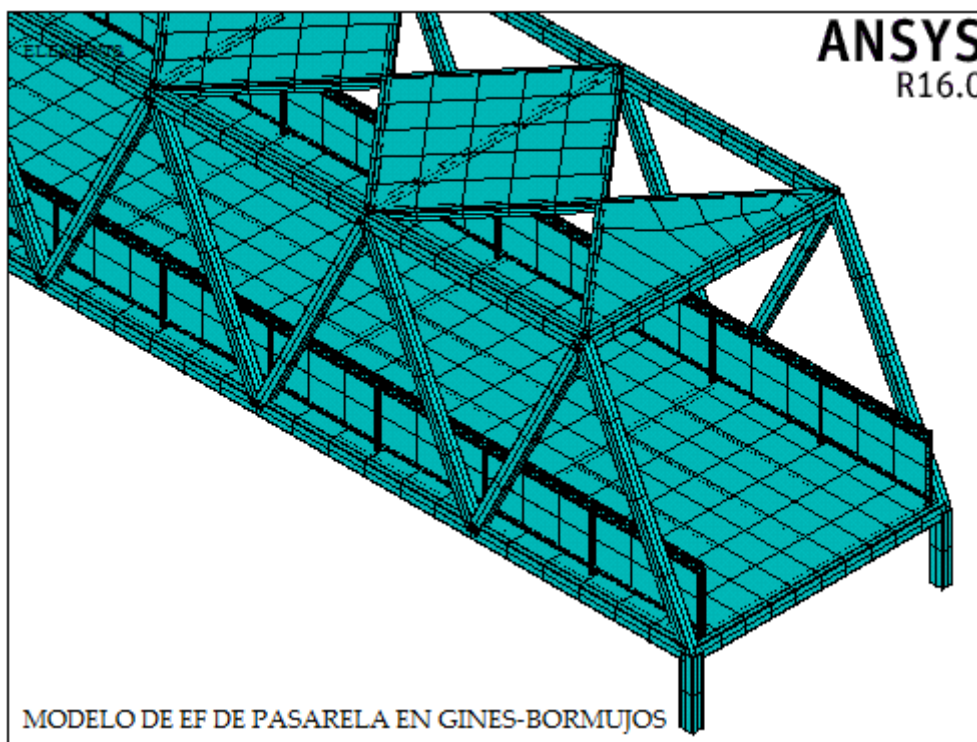


Figura 27. Mallado de las áreas del modelo.

➤ Discretización o mallado propiamente dicho

Uno de los asuntos más comprometidos a la hora de elaborar un modelo de EF es el número de elementos de la malla, ya que si queremos que éste represente la realidad adecuadamente hay que emplear una discretización suficientemente fina de forma que la respuesta numérica se parezca lo suficiente a la real. Por su parte, el número de elementos que conforma el modelo es un aspecto importante en este trabajo, ya que como al llevar a cabo el proceso de actualización empleando técnicas iterativas se va a proceder al análisis del modelo un gran número de veces, reducir su peso es una cuestión importante en términos de tiempo y memoria. No obstante, no sería adecuado emplear un modelo con un bajo nivel de discretización que, aun teniendo poco peso y siendo más eficiente dentro del proceso matemático de optimización, no asegurara la convergencia de la solución. Para solucionar esto se procede realizando un análisis iterativo, de manera que se elige la malla de forma que se alcance una situación de compromiso entre el peso del modelo y la convergencia de la solución.

Este análisis iterativo consiste en analizar los resultados del análisis modal (frecuencias naturales y modos de vibración) para diferentes niveles de discretización cada vez más finos. De este análisis se elige la solución de manera que se asegure que el modelo alcanza convergencia en la solución pero sin exceder demasiado en el número de elementos totales. Es decir, se comparan las soluciones para mallas con distinto número de elementos totales y se elige finalmente aquella para la que se cumple que al aumentar el número de elementos, la solución obtenida no difiere de la anterior en un determinado porcentaje. En concreto para este modelo se realizaron diferentes pruebas de modo que

finalmente se eligió una malla para la que la solución (en términos del valor relativo de las frecuencias naturales) no difería de la solución obtenida con la siguiente malla más fina en más de un 0.06%. Este proceso iterativo se ilustra en las siguientes tablas, siendo la malla finalmente elegida aquella denominada malla fina, con 9419 elementos totales.

Tabla 2. Análisis de convergencia de la solución para la elección del nivel de discretización.

		MALLADO GRUESO	MALLADO MEDIO	Diferencia relativa (%)
		4311 elementos	6594 elementos	
		Frecuencia Natural (Hz)	Frecuencia Natural (Hz)	
MODO	1º lateral	1.603	1.706	6.425
	2º lateral	3.485	3.547	1.779
	3º lateral	6.319	6.397	1.234
	longitudinal	6.231	6.625	6.323
	1º vertical	9.317	9.469	1.631
	2º vertical	9.62	9.703	0.863
	3º vertical	11.32	11.761	3.896
	4º vertical	13.68	14.022	2.500

		MALLADO MEDIO	MALLADO FINO	Diferencia relativa (%)
		6594 elementos	9419 elementos	
		Frecuencia Natural (Hz)	Frecuencia Natural (Hz)	
MODO	1º lateral	1.706	1.704	-0.117
	2º lateral	3.547	3.56	0.367
	3º lateral	6.397	6.424	0.422
	longitudinal	6.625	6.61	-0.226
	1º vertical	9.469	9.483	0.148
	2º vertical	9.703	9.72	0.175
	3º vertical	11.761	11.788	0.230
	4º vertical	14.022	14.068	0.328

		MALLADO FINO	MALLADO MUY FINO	Diferencia relativa (%)
		9419 elementos	12365 elementos	
		Frecuencia Natural (Hz)	Frecuencia Natural (Hz)	
MODO	1º lateral	1.704	1.7039	-0.006
	2º lateral	3.56	3.5597	-0.008
	3º lateral	6.424	6.4204	-0.056
	longitudinal	6.61	6.6093	-0.011
	1º vertical	9.483	9.4835	0.005
	2º vertical	9.72	9.7198	-0.002
	3º vertical	11.788	11.7882	0.002
	4º vertical	14.068	14.0687	0.005

V.2.4 Condiciones de contorno

En el modelo de elementos finitos elaborado, como se ha podido observar hasta ahora, no se han incluido por ejemplo los estribos, ni el bloque que solidariza las pilas con los pilotes. Esto es porque dichos componentes se han representado en el modelo de una forma especial. A continuación se especifican las particularidades de la modelización de estos y otros elementos.

➤ Unión pila-pilote

Como se indicó anteriormente al describir la estructura, la pila metálica se une por medio de una placa de anclaje a un bloque de hormigón armado que representa la cabeza de los pilotes. Este bloque tiene unas dimensiones en planta de $2'80 \times 1'10 \text{ m}$ y 1 m de profundidad.

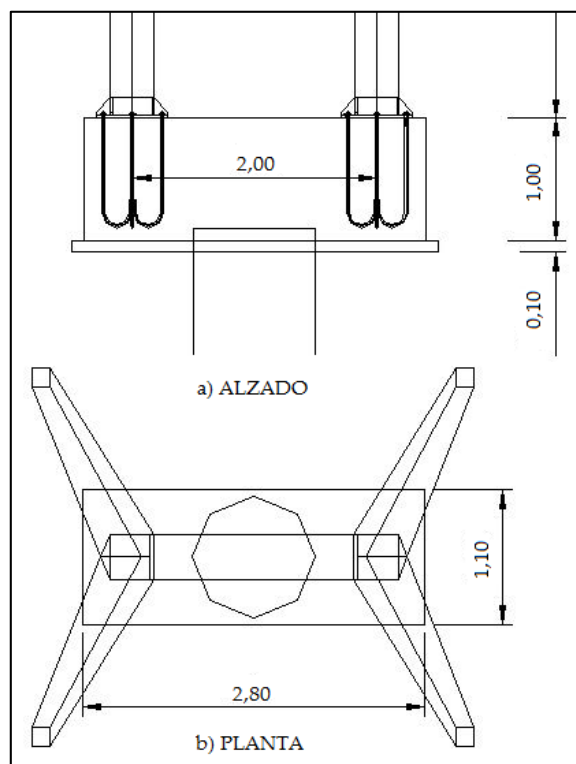


Figura 28. Detalle de la unión pila-pilote. Fuente: Documento gráfico cortesía de Acciona.

Debido a su naturaleza masiva, este encepado es un elemento mucho más rígido que los otros dos que une, es decir; los pilotes y la pila metálica. Por este motivo se considera que las deformaciones del mismo serán despreciables, y se modeliza por tanto como un elemento rígido de unión. Así, en lugar de modelizarlo geométricamente y mallarlo con un elementos placa gruesa o elementos tridimensionales, se sustituye por unos enlaces rígidos (denominados en muchos paquetes de elementos finitos *rigid link*) entre la pila y el pilote.

En el software ANSYS esto se realiza empleando el tipo de conexión definida por el comando CERIG, que permite conectar los diferentes grados de libertad de un nodo maestro con uno o varios esclavos para definir así una región rígida. De esta forma se define este tipo de conexión entre los nodos superiores de los pilotes (maestros) y los dos nodos inferiores de las pilas (esclavos). En la Figura 29 se muestra la aplicación de esta conexión en la segunda pila.

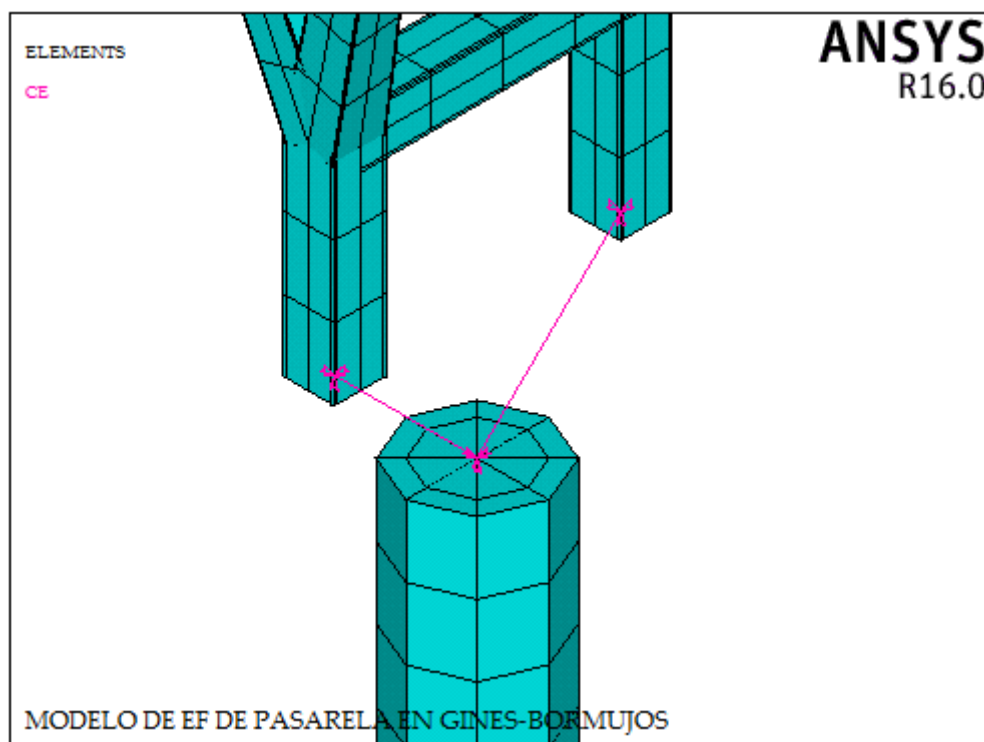


Figura 29. Detalle de la unión rígida entre la pila y los pilotes.

➤ Interacción suelo-estructura

Los pilotes son estructuras enterradas y por tanto la interacción con el terreno al deformarse está siempre presente. Esta relación fuerza-desplazamiento en la interacción suelo estructura se va a modelizar por medio de unos muelles que representan la acción del terreno en una longitud de pilote ΔL . La Guía de cimentaciones en obras de carretera (GCOC) editada por el Ministerio de Fomento propone una serie de fórmulas para el cálculo de las rigideces vertical y transversal en cimentaciones profundas.

Para el caso de la rigidez vertical, la fórmula de la GCOC está basada en un dato empírico: el asiento de los pilotes aislados sometidos a su carga de servicio suele estar en el entorno del 1% del diámetro. Así pues, en comparación con la deformabilidad transversal del terreno, la vertical es muy pequeña, por lo que en el modelo de EF de la pasarela se va a imponer asientos nulos como una buena aproximación en la punta del pilote.

Para el caso de la rigidez transversal, la formulación de la Guía supone conocidos datos del terreno como la compacidad en el caso de arenas o la resistencia al corte sin

drenaje (s_u) en el caso de arcillas. En este trabajo no se dispone del estudio geotécnico de la zona, por lo que no se puede aplicar esta formulación con garantías. Se dispone eso sí de un estudio geotécnico completo de una zona muy cercana a la ubicación de la pasarela, situada a unos 400 m de la misma, por lo que se puede utilizar esta información para estimar la rigidez transversal inicialmente, suponiendo por ejemplo un modelo de Winkler del terreno.

El modelo de Winkler, aunque es un modelo incompleto, resulta suficientemente aproximado y se adapta bien a los diferentes tipos de terreno. Sus parámetros son fácilmente extrapolables de ensayos in situ normalizados como el SPT. Además, este modelo caracteriza bien la interacción pilote-suelo frente a movimientos transversales para pilotes aislados, como es el caso [101]. La rigidez transversal de los muelles se puede estimar según la siguiente expresión:

$$K(z) = k_s(z) \cdot \Delta L \cdot \frac{\pi D}{2}$$

Siendo $k_s(z)$ el módulo de balasto a la profundidad z y D el diámetro del pilote. El módulo de balasto es un parámetro del modelo que para los estratos de naturaleza granular varía linealmente y para los de naturaleza arcillosa se considera constante. Existen correlaciones empíricas para relacionar el valor del módulo de balasto con resultados de ensayos presiométricos y ensayos SPT, además de ábacos como el de Chadeisson-Monnet.

En el informe geotécnico del que se dispone, se establece que en el terreno se distinguen 3 niveles: un primer nivel de relleno y/o tierra vegetal de escasa potencia, un segundo nivel de arcilla marrón o rojiza con carbonatos y un tercer nivel de arcilla marrón clara. De los resultados de ensayos in situ y de laboratorio, en la caracterización geotécnica del informe se indica que para ambos niveles de arcilla la consistencia es de muy firme a dura, y se arrojan unos valores medios de los parámetros geomecánicos de resistencia del terreno de cohesión y ángulo de rozamiento de $c' = 29.5 \text{ kPa}$ y $\phi' = 31^\circ$ respectivamente. Con estos datos se puede entrar en el siguiente ábaco elaborado a partir de datos experimentales recogidos durante la construcción del metro de Sevilla y cuya utilización está especialmente indicada para calcular el coeficiente de balasto horizontal para el cálculo de pantallas en los suelos de Sevilla y otros emplazamientos [102]. Debido a la reciente publicación de este estudio y la cercanía del lugar de obtención de los datos con la pasarela, se decide utilizar este ábaco para esta primera aproximación al problema.

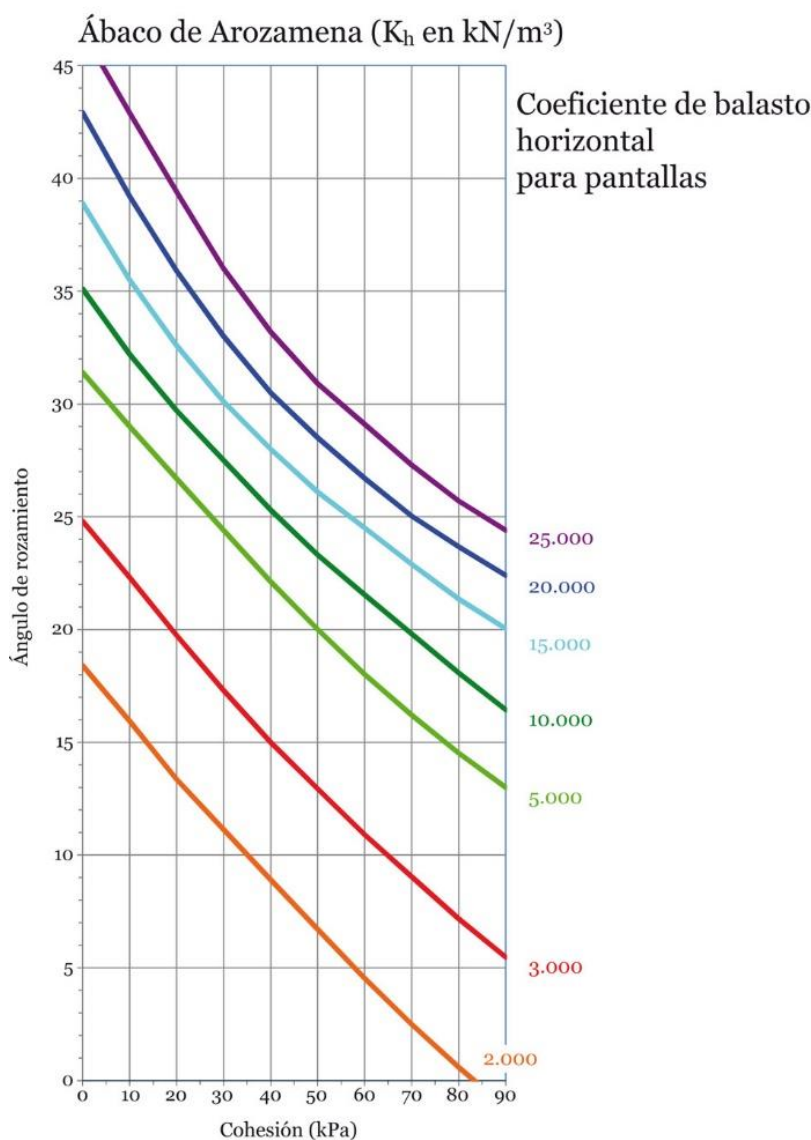


Figura 30. Ábaco para la estimación del coeficiente de balasto horizontal para suelos cohesivos basado en mediciones de desplazamientos en pantallas del metro de Sevilla. Elaborado por Arozamena et al. [102].

Con los datos del informe geotécnico, se obtendría un valor de $k_s(z) = k_s \cong 15 \text{ MN/m}^3$. Con este valor y teniendo en cuenta que el diámetro del pilote es $D = 1 \text{ m}$ y que se discretizan los pilotes de forma que se incorpora un muelle por cada metro de longitud, el valor de la rigidez horizontal de los muelles queda $K \approx 20 \text{ MN/m}$.

Estos muelles se introducen en ANSYS utilizando el elemento de combinación muelle/amortiguador llamado COMBIN14, que consiste en un elemento unidimensional que aporta rigidez y/o amortiguamiento solo en la dirección en la que se define (de acuerdo a lo especificado en los KEYOPT's empleados). Los elementos COMBIN14 son elementos asimilables a los elastic links de otros paquetes de elementos finitos existentes cuando únicamente se les asigna una rigidez elástica, como es el caso. En la Figura 31 se pueden observar los elementos COMBIN14 que representan la rigidez del suelo, colocados en dos direcciones transversales ortogonales.

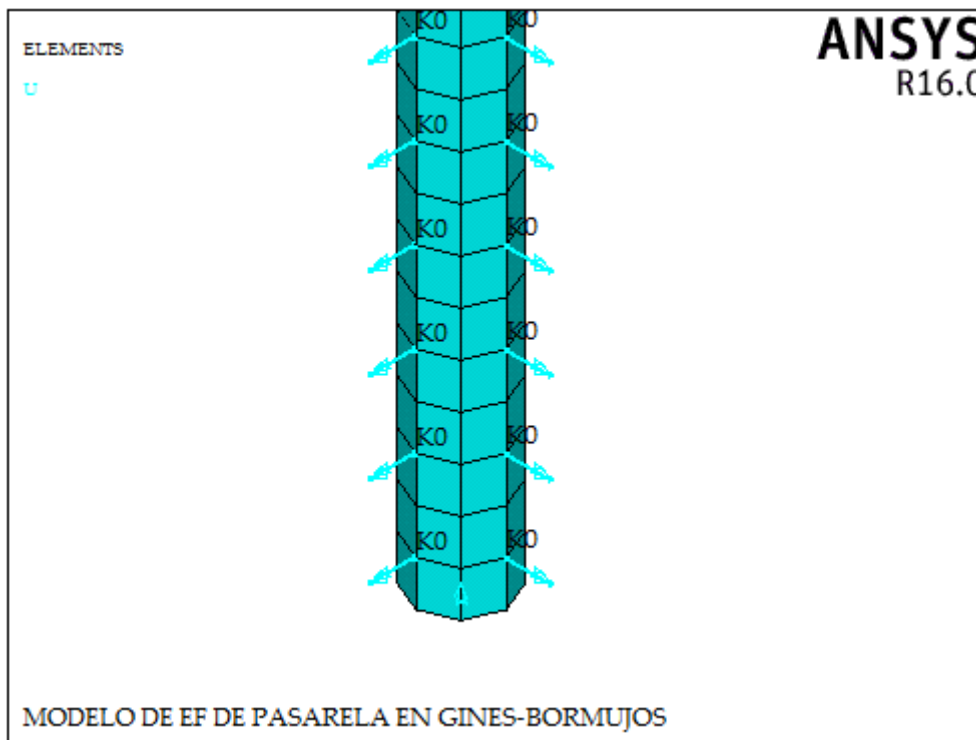


Figura 31. Detalle de la modelización de la interacción suelo-pilote.

➤ Apoyo en estribos

Los estribos de la pasarela son estructuras de tierras donde están semienterrados unos bloques de hormigón a los que se ancla la celosía. Debido a la complejidad que supondría modelizarlos en detalle, se van a representar mediante unos muelles cuya rigidez sea equivalente a la de la cimentación. En la hipótesis de sólido elástico lineal y comportamiento rígido de la cimentación es posible obtener las rigideces frente a los seis grados de libertad de forma analítica para zapatas circulares o corridas. Estas soluciones se pueden utilizar como punto de partida para ajustar mediante estudios numéricos los parámetros elásticos del suelo, como es el caso.

Para estimar la rigidez de estos muelles se recurre a la formulación recopilada por Gazetas y que se incluye en el capítulo 13 del libro de Puentes de Manterola [101]. En concreto se estima que las expresiones desarrolladas para cimentaciones enterradas en el semiespacio homogéneo serían las que más se podrían acercar al caso en estudio. Estas expresiones son:

- Rigidez vertical:

$$k_y = k_{y,sup} \left[1 + \frac{1}{21} \frac{D}{B} (1 + 1.3\chi) \right] \left[1 + 0.2 \left(\frac{A\omega}{A_b} \right)^{2/3} \right]$$

$$\chi = \frac{A_b}{4L^2}$$

- Rigidez transversal:

$$k_x = k_z = k_{x,sup} \left[1 + 0.25 \sqrt{\frac{D}{B}} \right] \left[1 + 0.52 \left(\frac{dA_\omega}{BL^2} \right)^{0.4} \right]$$

- Rigidez frente a giro:

$$k_t = k_{t,sup} \left[1 + 1.4 \left(1 + \frac{B}{L} \right) \left(\frac{d}{B} \right)^{0.9} \right]$$

$$k_{rz} = k_{rz,sup} \left\{ 1 + 0.26 \frac{d}{B} \left[1 + \frac{d}{B} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.2} \sqrt{\frac{B}{L}} \right] \right\}$$

$$k_{rx} = k_{rx,sup} \left\{ 1 + 0.92 \left(\frac{d}{B} \right)^{0.6} \left[1.5 + \left(\frac{d}{L} \right)^{1.9} \left(\frac{d}{D} \right)^{-0.6} \right] \right\}$$

Donde $(k_y, k_x, k_t, k_{rz}, k_{rx})_{sup}$ son las rigideces como zapata superficial, siendo (x, y, z) las direcciones longitudinal, vertical y transversal relativas a la pasarela.

Como datos de la geometría de la cimentación se necesitan:

$2L \equiv$ Dimensión mayor de la zapata (en planta).

$2B \equiv$ Dimensión menor de la zapata (en planta).

$D \equiv$ Profundidad de la superficie inferior de la zapata.

$d \equiv$ Profundidad de la superficie lateral de contacto de la zapata.

$A_b \equiv$ Superficie inferior de contacto.

$A_\omega \equiv$ Superficie lateral de contacto.

$I_{bz}, I_{bx} \equiv$ Inercias de la superficie inferior respecto a los ejes x e y .

Como datos del terreno se requieren:

$G \equiv$ Módulo de elasticidad transversal.

$\nu \equiv$ Coeficiente de poisson.

Estos tres últimos parámetros entran en juego en la definición de las rigideces como zapata superficial.

Con los datos geométricos del bloque del estribo y suponiendo que el talud de tierras está realizado con un suelo seleccionado tal y como recomienda la GCOC (ver Tabla 3), los resultados de las rigideces se incluyen a continuación en la Tabla 4. Finalmente los valores adoptados para las rigideces de los muelles de los estribos en el modelo inicial son los valores medios calculados como zapata enterrada (Tabla 4).

Tabla 3. Datos geométricos y elásticos del estribo.

	Datos zapata		Datos terreno	
			cota inferior	cota superior
$L(m)$	2.75			
$B(m)$	1.25			
$A_b(m^2)$	13.75		$E(N/m^2)$ 1.60E+07	3.20E+07
$I_{bx}(m^4)$	7.1615		$G(N/m^2)$ 6.15E+06	1.23E+07
$I_{by}(m^4)$	34.6615		ν 0.3	0.3
$J_b(m^4)$	41.8229			
χ	0.4545			
$D(m)$	1.5			
$d(m)$	1			
$A_w(m^2)$	16			

Tabla 4. Rigideces de los muelles equivalentes a los estribos.

	Como zapata superficial			Como zapata enterrada		
	cota inf.	cota sup.	media	cota inf.	cota sup.	media
$k_z(N/m)$	7.65E+07	1.53E+08	1.15E+08	8.50E+07	1.70E+08	1.28E+08
$k_y(N/m)$	6.53E+07	1.31E+08	9.79E+07	8.29E+07	1.66E+08	1.24E+08
$k_x(N/m)$	6.12E+07	1.22E+08	9.18E+07	7.77E+07	1.55E+08	1.17E+08
$k_{rx}(Nm)$	1.23E+08	2.46E+08	1.85E+08	3.20E+08	6.40E+08	4.80E+08
$k_{ry}(Nm)$	4.24E+08	8.48E+08	6.36E+08	7.83E+08	1.57E+09	1.17E+09
$k_t(Nm)$	4.07E+08	8.15E+08	6.11E+08	1.09E+09	2.17E+09	1.63E+09

En la Figura 32 se puede ver la modelización de estas rigideces en ANSYS. Estas rigideces se representan en el programa como en el caso anterior; es decir, creando un elemento COMBIN14 para cada rigidez y asignándole el valor obtenido para cada una de ellas. Aunque en cada punto se definen las seis rigideces anteriormente calculadas, en la Figura 32 solo se aprecian tres porque las rigideces al giro están dibujadas en la misma dirección que las rigideces a los desplazamientos. No obstante los COMBIN14 están definidos con las opciones correctas de forma que cada rigidez se aplica a los desplazamientos y a las rotaciones de forma adecuada.

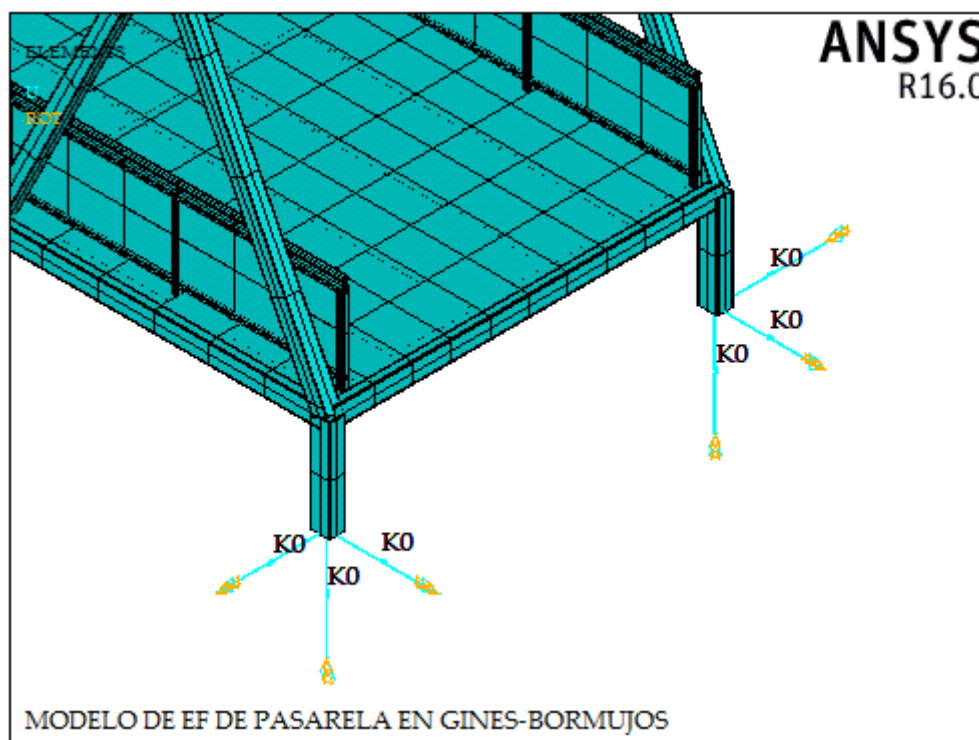


Figura 32. Detalle de la modelización de la rigidez de los estribos.

V.3 Análisis modal numérico

Tras elaborar el modelo de elementos finitos de la pasarela, con todas sus particularidades, se realiza un primer análisis modal para obtener las frecuencias naturales y los modos propios. Estos parámetros modales son los que numéricamente se estiman inicialmente, y que sirven como referencia para diseñar el ensayo de vibración posterior.

Este análisis modal, al igual que el modelo de la pasarela, se realiza con el software ANSYS, Inc. V16. Para extraer los modos se aplica uno de los métodos que incluye el paquete de elementos finitos, concretamente el método del subespacio (*Subspace Method*). Se trata de un algoritmo iterativo que es apropiado para resolver problemas con matrices de rigidez y masa simétricas y que da buenos resultados cuando el objetivo es encontrar un número moderado/medio de autovalores en modelos complejos. De entre todos los métodos que tiene implementado ANSYS y que son de aplicación en el problema se ha elegido éste porque era el que se ejecutaba en un menor lapso de tiempo. Esta elección se realiza por tanto con vistas a que en el proceso de actualización se van a llevar a cabo muchos análisis modales del modelo y es necesario reducir al máximo el tiempo de ejecución.

Mediante este análisis modal se estiman los once modos propios principales que se muestran en la Figura 33 y sus respectivas frecuencias naturales.

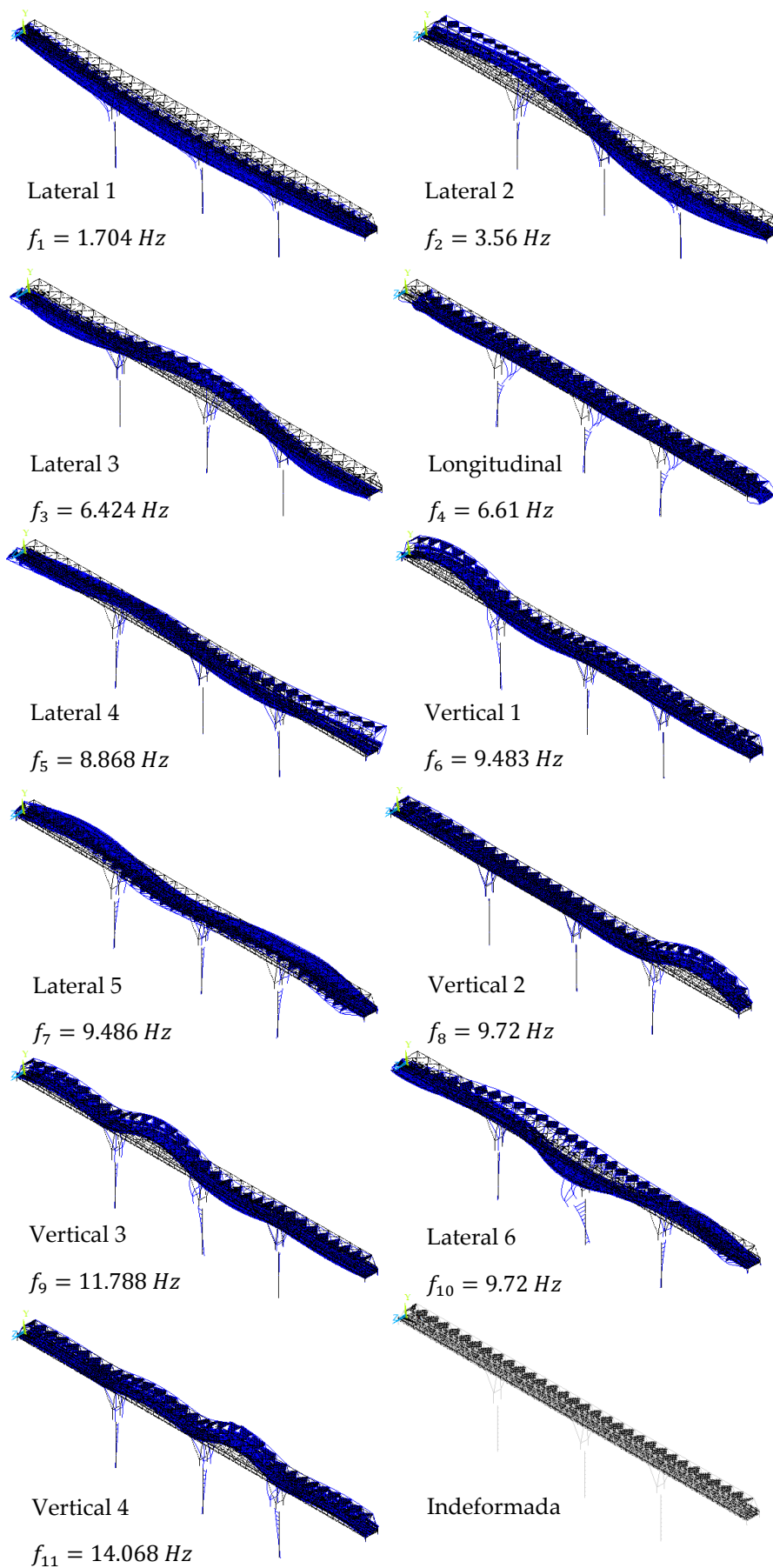


Figura 33. Modos y frecuencias naturales numéricos del modelo inicial.

V.4 Ensayo de vibración ambiental

Para caracterizar la pasarela realmente construida, se lleva a cabo un ensayo de vibraciones para posteriormente analizar sus resultados y obtener las propiedades modales de la misma. Concretamente se desarrolla un ensayo ambiental, en el que no se excita la estructura de forma artificial, sino que las mediciones se llevan a cabo bajo las excitaciones ambientales de la situación de servicio habitual. El procedimiento experimental que se sigue en los ensayos de vibración ambiental es bastante simple: la respuesta de la estructura en estudio se obtiene colocando uno o más sensores de referencia, en posiciones fijas, junto con otros sensores móviles, colocados en diferentes puntos de medida a lo largo de la estructura en diferentes configuraciones o *setups*.

La vibración de la estructura puede ser medida en términos de sus desplazamientos, su velocidad su aceleración o incluso su deformación. En este ensayo, como en la mayoría de los que se llevan a cabo, se mide la respuesta en aceleraciones de la pasarela con acelerómetros, colocados estratégicamente. Así, la prueba consiste pues en realizar registros de aceleraciones en unos puntos discretos de la estructura de forma que de su análisis se concluyan los modos propios y las frecuencias naturales de la pasarela. Se describe ahora en primer lugar el equipo utilizado y después la prueba.

V.4.1 Equipos utilizados

Para llevar a cabo el ensayo ambiental se requiere de la siguiente instrumentación:

➤ Acelerómetros

Estos aparatos son los que se encargan de registrar las señales o vibraciones durante el tiempo de ensayo. Los hay de diferentes tipos, basados en diferentes principios físicos: piezoeléctricos, capacitivos o de compensación de fuerzas. Estos últimos son los más apropiados para su uso en ensayos en estructuras de ingeniería civil porque permiten identificar frecuencias muy bajas como las que se detectan en estructuras muy flexibles mientras que son insensibles a vibraciones de alta frecuencia. Su gran sensibilidad hace que sean capaces de medir pequeños niveles de vibraciones como los que se presentan cuando se realizan ensayos ambientales en los que no hay ninguna excitación artificial de la estructura. Otra de sus características distintivas es si son capaces de registrar mediciones en una sola dirección (uniaxiales) o en varias (triaxiales).

Para la prueba se dispuso de tres acelerómetros de compensación de fuerzas triaxiales llamados Episensor, de la casa Kinometrics (ver Figura 34a y Figura 34b). Permiten por tanto registrar las señales en tres direcciones perpendiculares del espacio en tres puntos distintos de la estructura a la vez.

➤ Unidad central de adquisición y tratamiento de la señal

La señal eléctrica continua producida por cada sensor es transportada a través de unos cables eléctricos a la unidad central. Esta unidad central contiene uno o varios conversores de señal analógica a digital (CAD) que son dispositivos que transforman las señales continuas en secuencias discretas de números que puede ser procesadas por cualquier ordenador.

Para el ensayo se dispuso de Granite, que es una unidad multicanal también de la casa Kinometrics (ver Figura 34d).

➤ Fuente de energía

Para poner en marcha los sensores hace falta un generador de energía (Figura 34c).

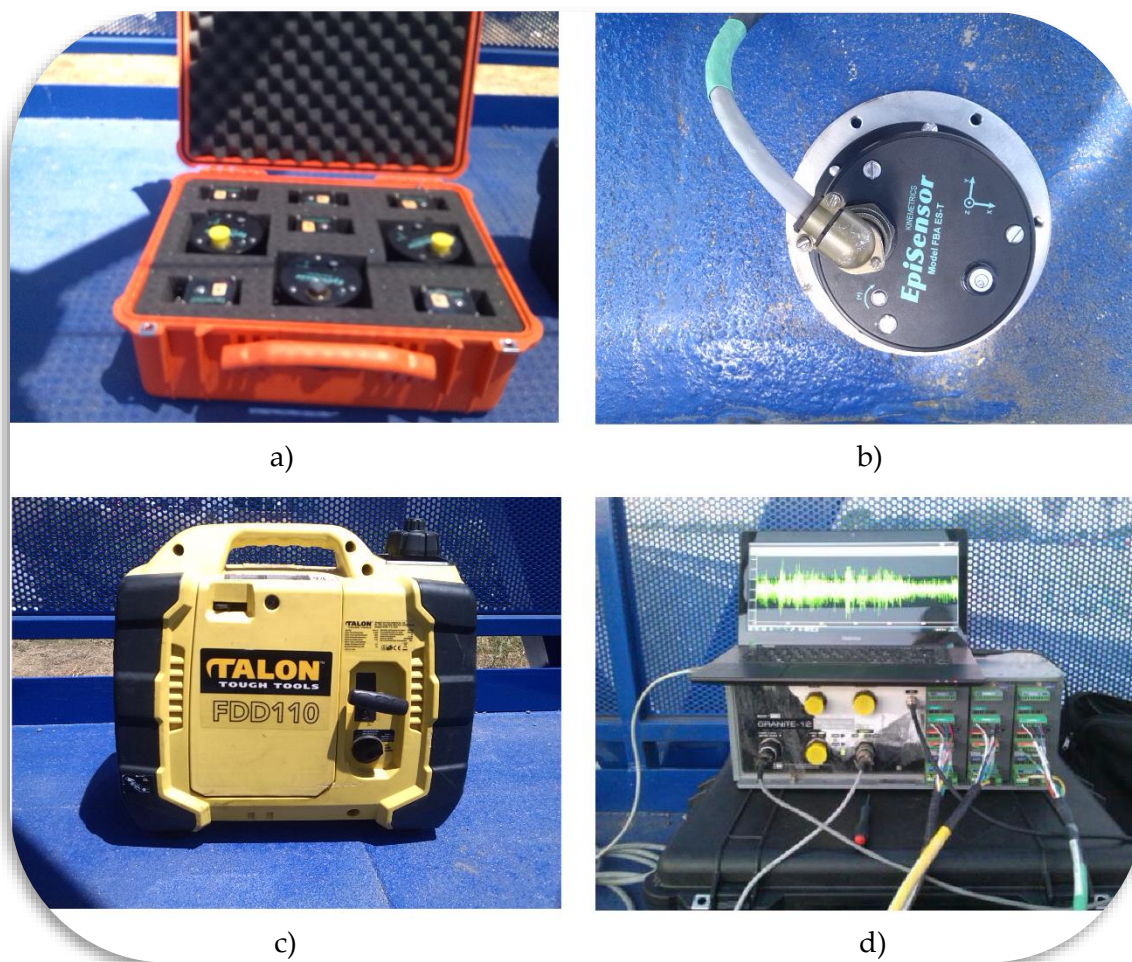


Figura 34. Equipo necesario para el ensayo.

Es interesante comentar en este punto que la tendencia actual es sustituir los largos cables que conectan cada sensor con la unidad central de adquisición por algún sistema inalámbrico, de modo que el desarrollo de estos ensayos sea menos engorroso y se reduzca su duración.

V.4.2 Desarrollo del ensayo

Con el equipo descrito se lleva a cabo el ensayo de vibración ambiental. Para ello en primer lugar se diseñan los *setups* o configuraciones del ensayo. El número de puntos en los que se realizan las medidas está condicionado por la resolución necesaria para caracterizar adecuadamente la forma de los modos de vibración más relevantes, de acuerdo con el análisis modal realizado sobre el modelo de elementos finitos inicial. Además hay que tener cuidado de no colocar los puntos de referencia en zonas donde se prevea un nodo de alguno de los modos de vibración principales. De acuerdo a estas directrices se diseña la configuración del ensayo ambiental que se ilustra en la Figura 35.

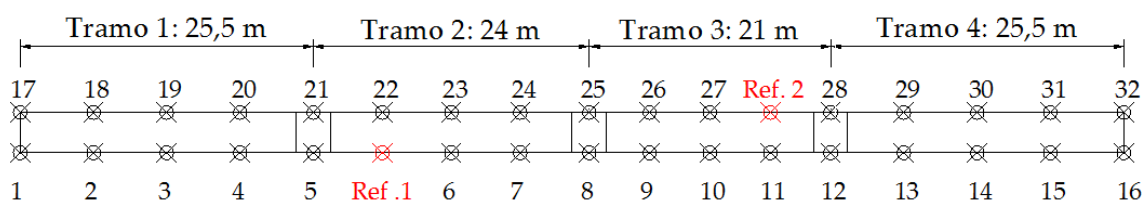


Figura 35. Esquema de configuración del ensayo.

Tal y como se puede observar, los acelerómetros se sitúan en el tablero de la pasarela, por la imposibilidad de colocarlos en otra ubicación. Además el ensayo es simétrico, de modo que se toman medidas en el lado izquierdo y derecho del tablero, respectivamente, con la intención de captar modos de torsión. Se estipulan 34 puntos donde se realizan mediciones: uno en cada apoyo y tres en el interior de cada vano, a los lados izquierdo y derecho del tablero respectivamente. Dos de esos puntos son los de referencia (uno en cada lado del tablero), por lo que se distinguen entonces 32 *setups*. Es decir, en cada configuración hay tres acelerómetros tomando datos; los dos de referencia y uno móvil que se sitúa en las posiciones 1,2...32 secuencialmente.

En segundo lugar, la frecuencia de muestreo, que es el número de muestras por unidad de tiempo que se toman de una señal continua para producir una señal discreta durante el proceso necesario para convertirla de analógica en digital, está normalmente condicionada por las características técnicas de los equipos. Con el objetivo de evitar distorsión en la señal, debería ser al menos el doble que la frecuencia más alta capturada por los sensores [17]. Además esta elección de la frecuencia de muestreo condiciona el número de modos que pueden ser identificados, ya que únicamente aquellos cuya frecuencia sea más baja que la mitad de la frecuencia de muestreo podrán ser captados. En el ensayo ambiental desarrollado esto no supone un problema ya que los sensores tienen un ancho de banda bastante grande; de DC (0 Hz) hasta 200 Hz.

En tercer y último lugar, otro parámetro a elegir es la longitud de las series temporales que se registran. Este parámetro influye en la estimación de los parámetros modales, especialmente en el ratio de amortiguamiento modal estimado. Las simulaciones numéricas demuestran que la longitud óptima de la serie temporal depende de varios factores (de la frecuencia natural más baja, del ratio de ruido en la señal, del algoritmo de identificación de los parámetros modales,...) y es difícil de establecer una regla general [26]. Una regla de oro basada en la experiencia de los investigadores [103] sugiere que la

longitud del registro debería estar entre 1000 y 2000 veces el periodo natural fundamental de la estructura sometida a ensayo.

En este caso la primera frecuencia natural fundamental (numérica) tiene un valor de $f_n = 1.704 \text{ Hz}$, con lo que el periodo tomaría un valor de $T_n = 1/1.704 \cong 0.6 \text{ s}$. De esta forma, la longitud de los registros temporales debería ser de entre $[10 - 20] \text{ min}$. Debido al gran número de setups en el ensayo (32), se decide finalmente realizar registros de aceleraciones de 10 min para no extender en demasía la duración total del mismo, que asciende por tanto a algo menos de 5 horas y media, sin contar el replanteo de los puntos, el montaje de los equipos ni el traslado del acelerómetro móvil hasta las distintas posiciones.

En la siguiente figura se puede ver una fotografía del montaje final del ensayo, donde se aprecia la unidad central de adquisición de datos y el cableado que transmite la señal desde los acelerómetros a la misma.



Figura 36. Montaje y realización del ensayo de vibración ambiental.

V.5 Análisis modal operacional

Tras la recogida de datos experimentales es necesario procesar la información para estimar los parámetros modales experimentales de la estructura. Este tratamiento de los resultados del ensayo se realiza empleando las técnicas de análisis modal operacional (OMA) que se implementan en el software ARTeMIS Modal Pro 5.0.

Los datos de entrada al programa son por tanto los registros temporales de las aceleraciones en los diferentes puntos, y además se indica la geometría de la estructura y la colocación de los puntos en los que se han realizado las diferentes medidas. En la Figura 37 se aprecia esta presentación de los datos en el programa ARTeMIS. Como se puede observar, hay 32 medidas y cada una de ellas consta de la señal en (x, y, z) de los tres transductores, los dos fijos representados con flechas azules y el móvil con flechas en verde. En este caso concreto se aprecian las señales en la dirección z (vertical) e y (trasversal) del acelerómetro de referencia 1, en la primera configuración del ensayo.

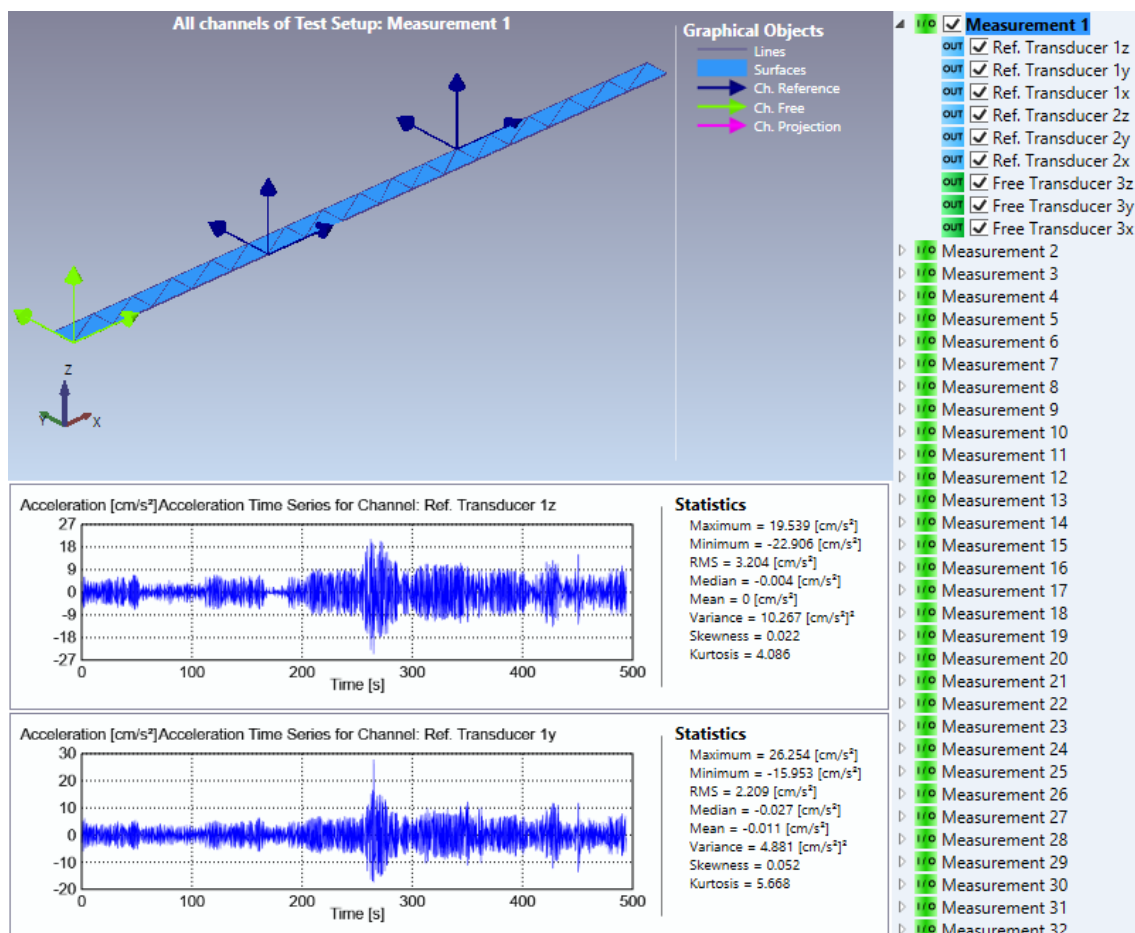


Figura 37. Resultados del ensayo de vibración ambiental.

Una vez que se enlazan los datos del ensayo con ARTeMIS, se prepara el análisis indicando los algoritmos mediante los cuales se pretenden identificar los parámetros modales y otras opciones, como por ejemplo el filtrado de las frecuencias en las que se quiere realizar la identificación. Respecto a este último punto, como la señal tiene un

contenido en frecuencias relativamente alto, se decide filtrarla entre $[0 - 16.667]$ Hz, intervalo en el que están contenidas todas las frecuencias naturales calculadas numéricamente. Por otra parte, ARTeMIS tiene implementado varios métodos de OMA, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo. De entre estos últimos, el algoritmo denominado UPC-Merge (*Unweighted Principal Component Merged Test Setups*) es el que logra estimar más convenientemente en este caso un mayor número de modos. Se trata de una generalización del algoritmo UPC (*Unweighted Principal Component*) para poderlo aplicar cuando el ensayo consta de varias configuraciones, como es el caso, de forma que se trata previamente la señal para fusionar de algún modo los resultados de los distintos *setups* [104]. Este algoritmo se encuadra dentro de los métodos de identificación de subespacios estocásticos (SSI).

Tras ejecutar el análisis de los datos, se obtienen los resultados en términos de los parámetros modales: frecuencias naturales y modos de vibración. Los resultados de este análisis se pueden observar en la Figura 38, en la que se aprecia que se han logrado identificar 11 modos.

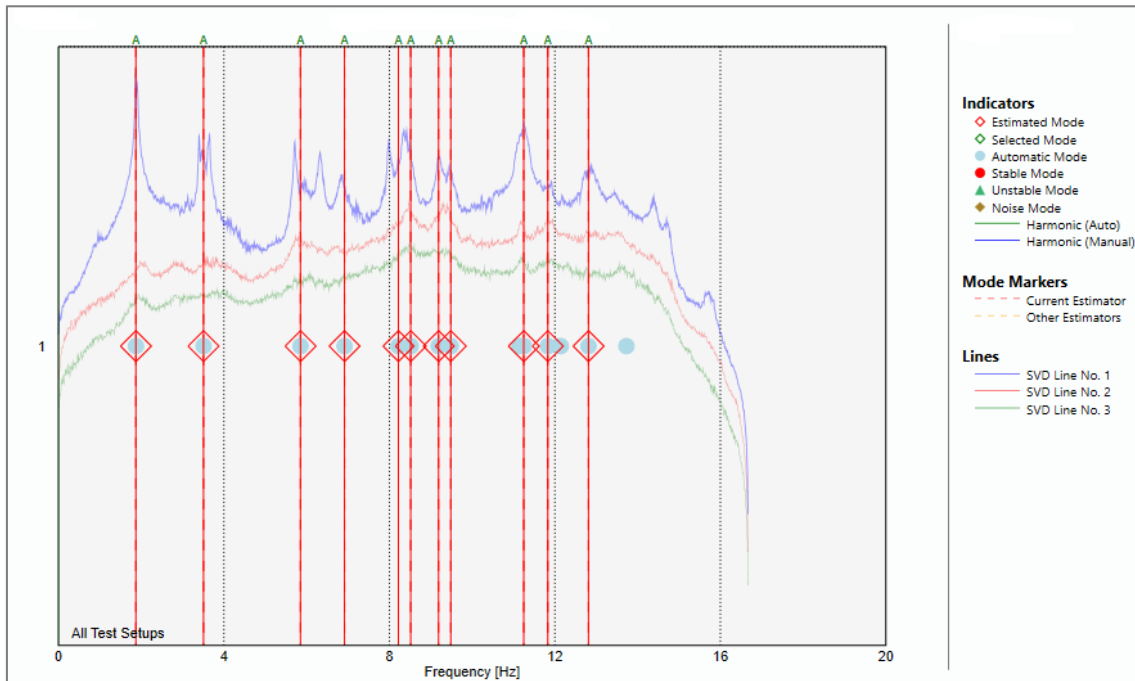


Figura 38. Estimación de modos con el algoritmo UPC-Merge.

De cada uno de los modos de vibración identificados se tiene información sobre su frecuencia natural y su forma (coordenadas (x, y, z) de cada uno de los 34 puntos en los que se realizaron mediciones), además de otra información como por ejemplo los ratios de amortiguamiento. En la Figura 39 se representan el primero de los modos laterales identificados y el primero de los verticales. En el apartado siguiente se indican los valores de las frecuencias modales experimentales (Tabla 5) y se representan asimismo las coordenadas modales (Figura 40), comparándose con los correspondientes valores obtenidos del análisis modal del modelo numérico.

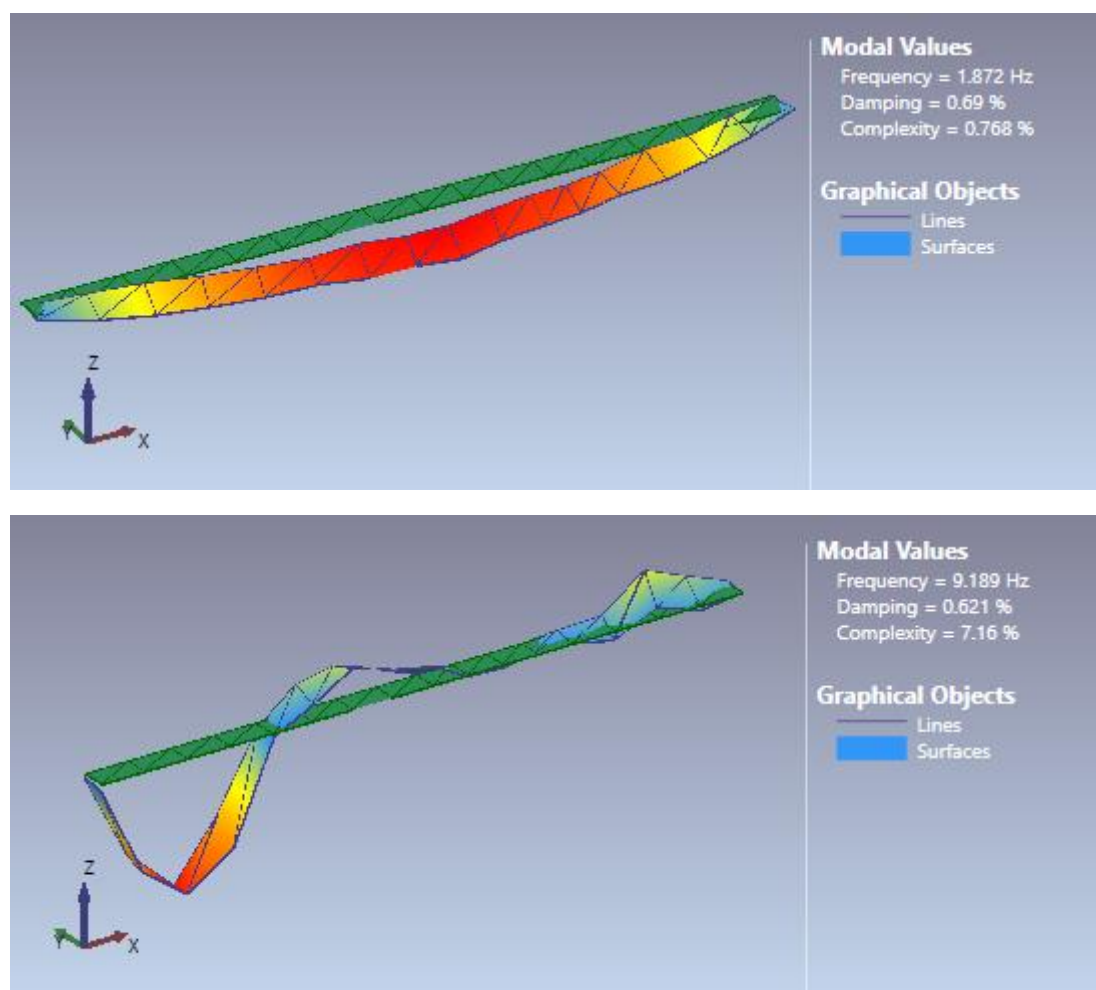


Figura 39. Representación del primer modo estimado por el algoritmo UPC-Merge.

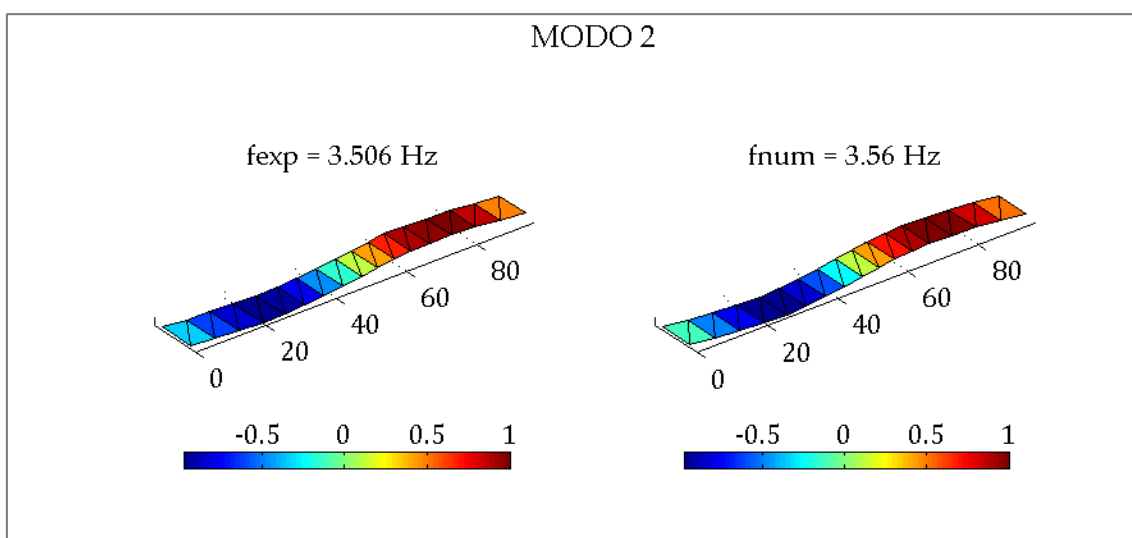
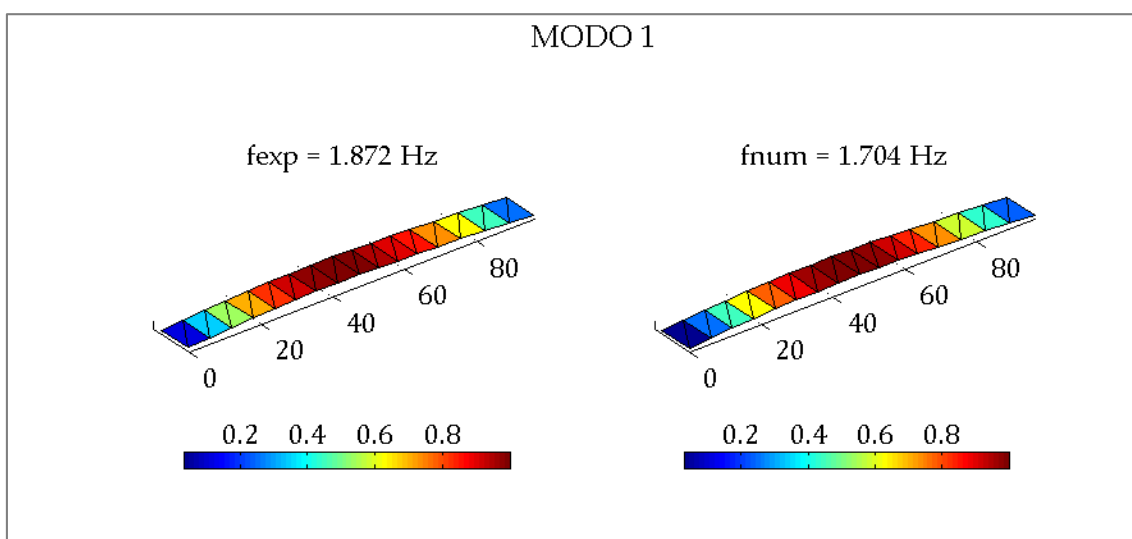
V.6 Comparación inicial de resultados experimentales y numéricos

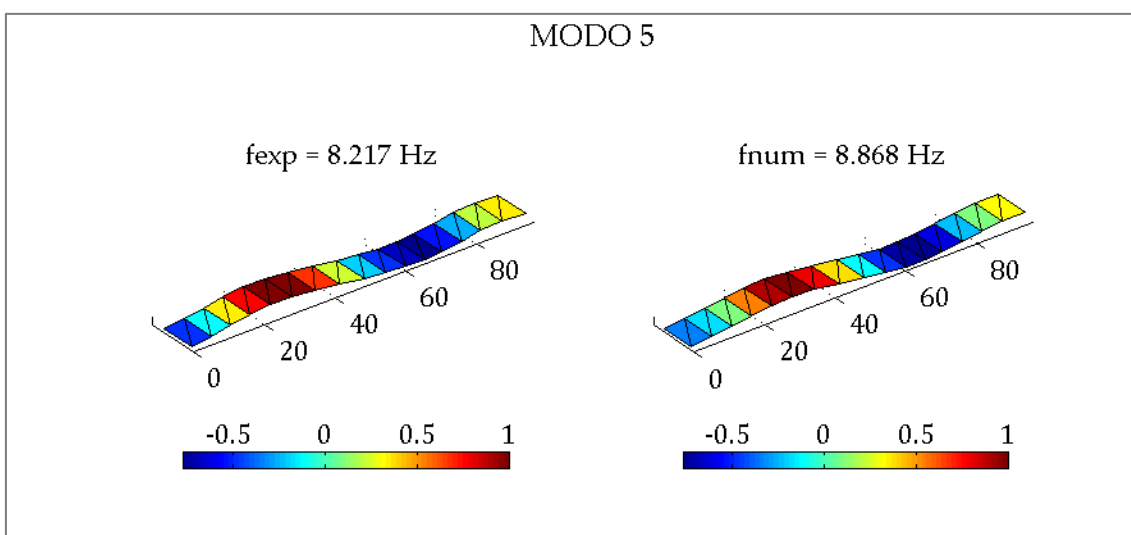
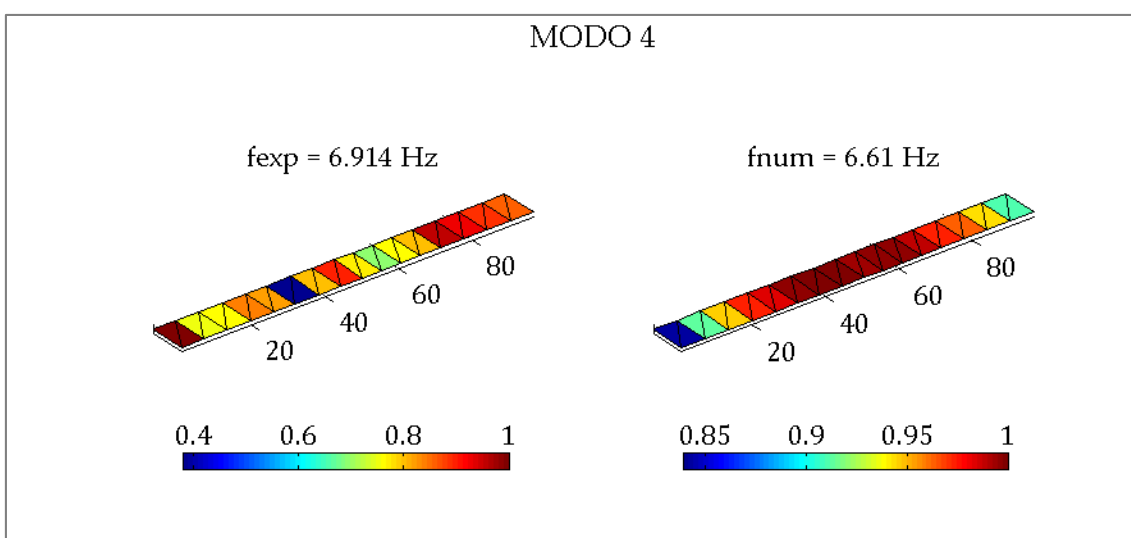
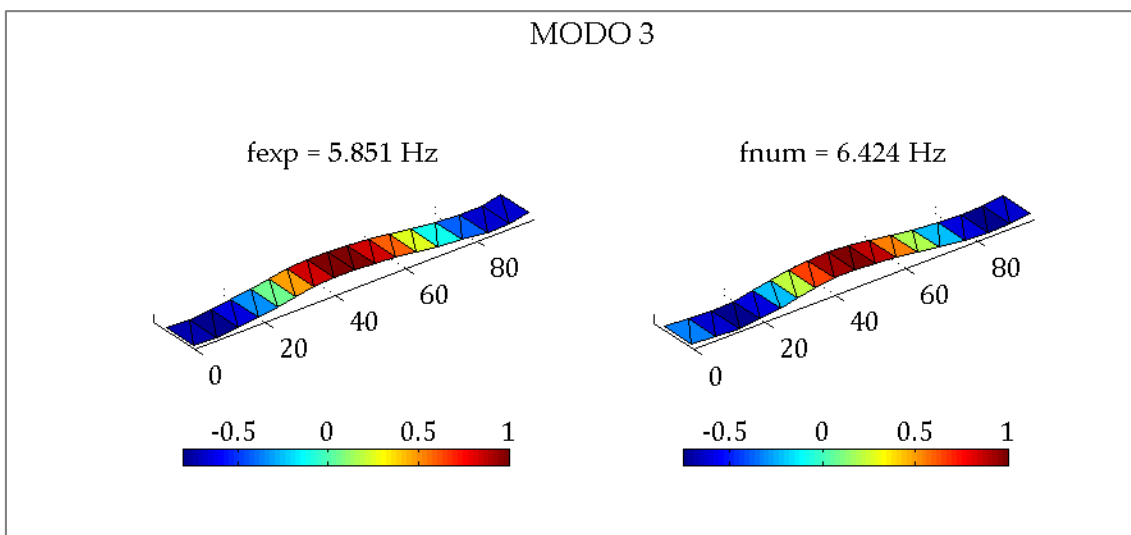
Una vez que se han realizados los dos análisis modales, el numérico y el operacional, se elabora una tabla comparativa para analizar en qué medida es adecuado el modelo de elementos finitos de la pasarela para representar su comportamiento. Como se puede ver en la Tabla 5, el valor del MAC para los 8 primeros modos es bastante alto, por lo que se puede concluir que los modos identificados experimentalmente han sido también captados en el análisis del modelo de elementos finitos, lo cual es positivo porque al menos cualitativamente el modelo caracteriza bien la realidad. En términos cuantitativos respecto al valor de las frecuencias experimentales también parece que el modelo es bastante correcto, ya que los errores relativos (nombrados como $\Delta f_j = (f_{NUM,j} - f_{EXP,j})/f_{EXP,j} * 100$ en la Tabla 5) son relativamente bajos la mayoría; por debajo del 10%. Aún así, se ve que es necesario ajustar el modelo de EF con el objetivo de mejorar la correlación entre los parámetros modales numéricos y experimentales, para obtener así un modelo que caracterice mejor el comportamiento dinámico de la pasarela.

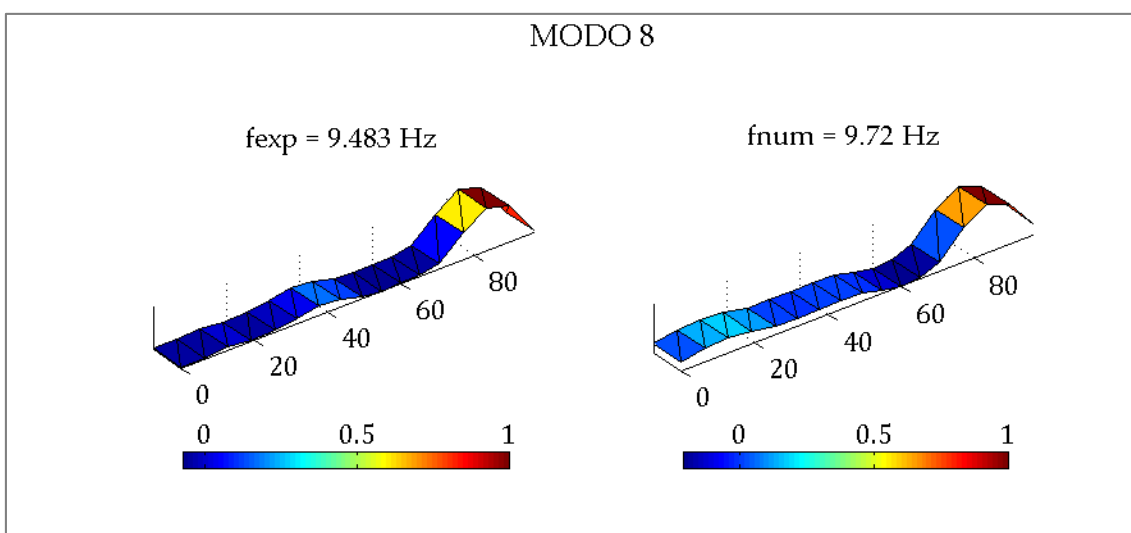
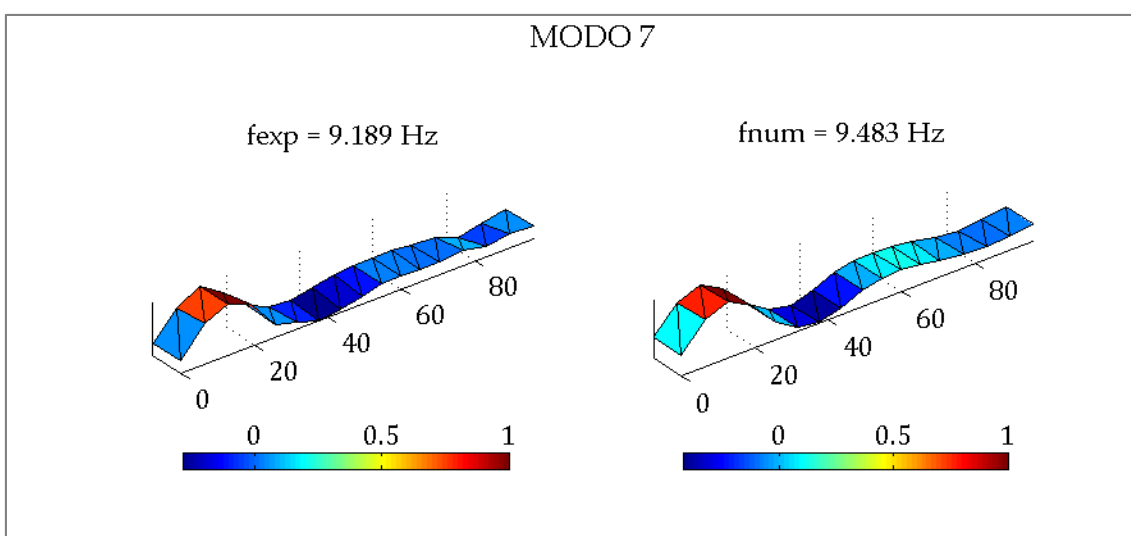
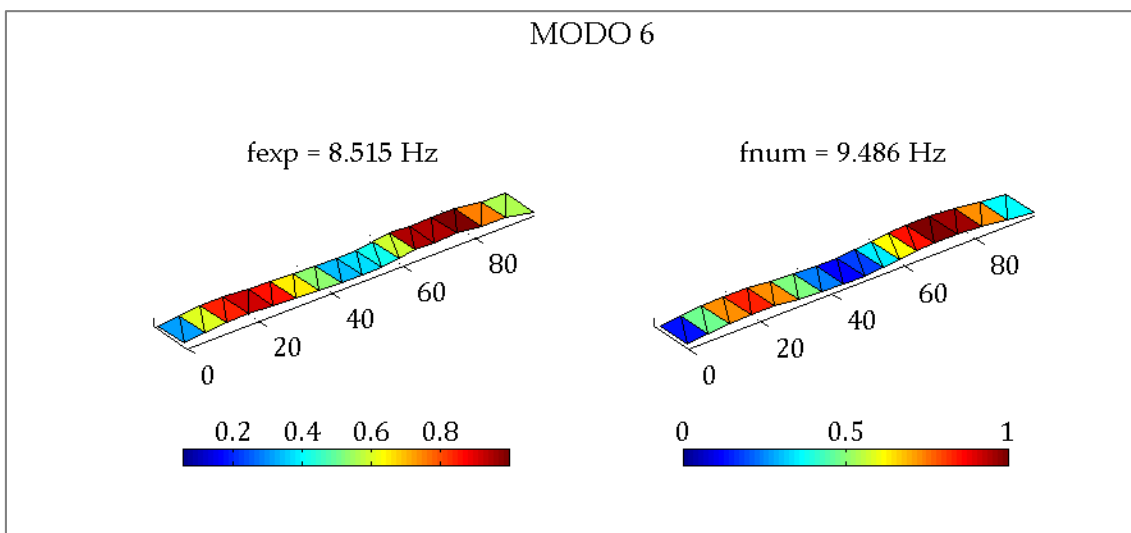
Tabla 5. Comparación de resultados modales numéricos y experimentales.

MODO	f_{NUM} (Hz)	f_{EXP} (Hz)	Error abs. (Hz)	Δf (%)	MAC
1º lateral	1.704	1.872	0.168	8.9744	0.99733
2º lateral	3.56	3.506	0.054	1.5402	0.96887
3º lateral	6.424	5.851	0.573	9.7932	0.92178
Longitudinal	6.61	6.914	0.304	4.3969	0.96619
4º lateral	8.868	8.217	0.651	7.9226	0.95845
5º lateral	9.486	8.515	0.971	11.403	0.92889
1º vertical	9.483	9.189	0.294	3.1995	0.94728
2º vertical	9.72	9.483	0.237	2.4992	0.91435
3º vertical	11.788	11.24	0.548	4.8754	0.87552
6º lateral	13.854	11.828	2.026	17.129	0.76459
4º vertical	14.068	12.812	1.256	9.8033	0.81591

Además de esta tabla, se ha elaborado una representación (Figura 40) en la que se comparan la forma de los diferentes modos.







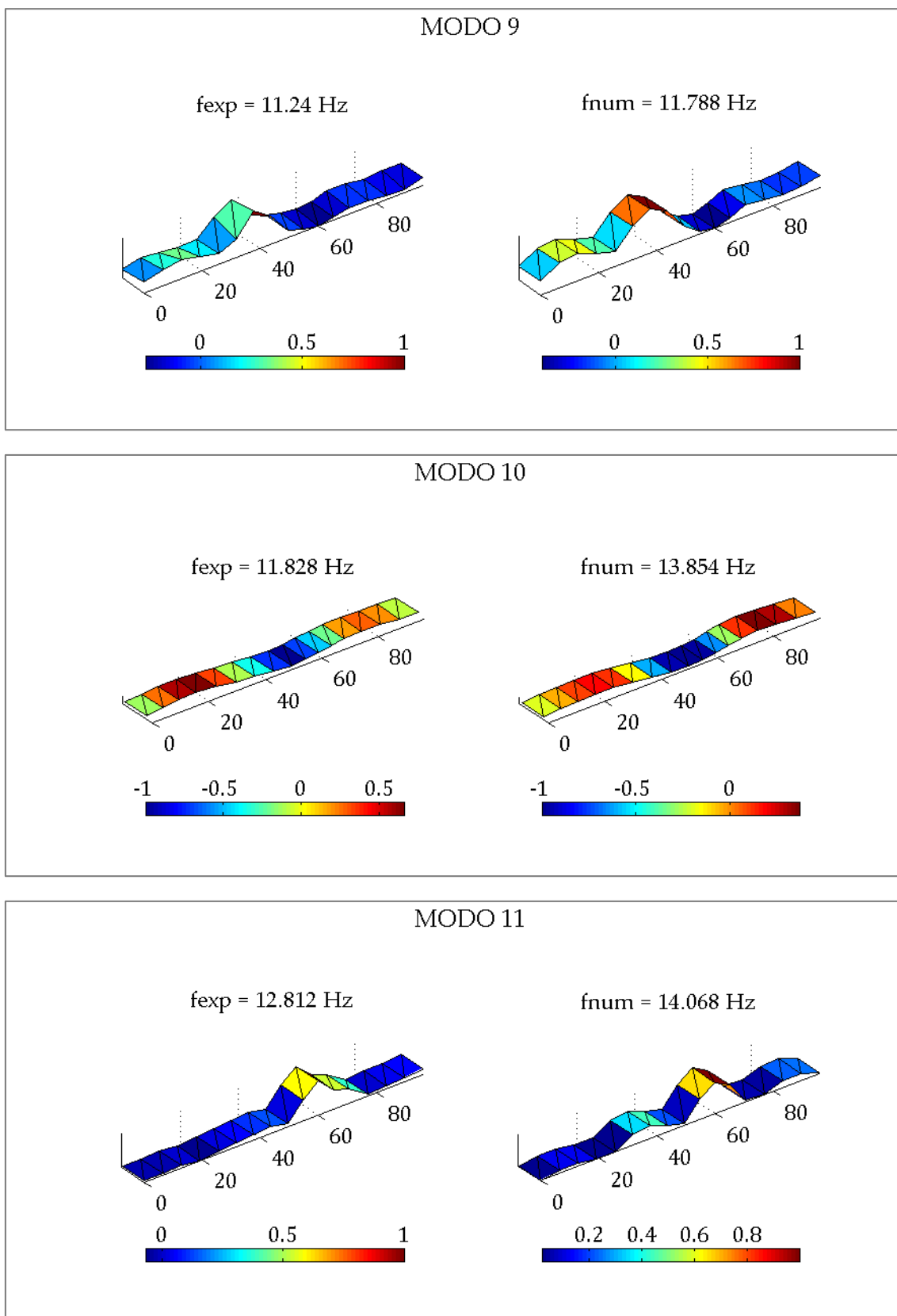


Figura 40. Comparación de modos numéricos y experimentales.

V.7 Actualización del modelo de elementos finitos

Como efectivamente queda patente tras la comparación de los parámetros numéricos y experimentales, el ajuste del modelo de elementos finitos se hace necesario para conseguir caracterizar bien el comportamiento dinámico de la estructura. En esta aplicación práctica se desarrolla un método iterativo de actualización para ajustar los resultados numéricos a los experimentales modificando varios parámetros físicos del modelo de EF de la estructura. Es decir, se convierte la actualización en un problema de optimización (minimización) de una función objetivo que caracteriza las diferencias entre los resultados modales numéricos y experimentales y que depende de los parámetros de ajuste elegidos. En los dos primeros apartados siguientes se describe el proceso de elección de los parámetros de ajuste y la función objetivo del problema.

Además se va a intentar solucionar el problema de optimización con dos diferentes algoritmos: el llamado *Harmony Search* y el algoritmo genético, en sus versiones multiobjetivo y de objetivo único. El propósito es desarrollar después unas conclusiones sobre las ventajas e inconvenientes de utilizar estos diferentes métodos en el proceso de actualización de modelos de EF.

V.7.1 Análisis de sensibilidad y elección de parámetros

A la hora de elegir los parámetros de actualización (θ) hay dos opciones:

1. Elegirlos atendiendo a su sentido físico, a su incertidumbre y en base a la experiencia.
2. Basar la elección en un estudio de sensibilidad de la solución ante cambios en los diferentes parámetros.

En esta aplicación se van a elegir los parámetros en base a los dos criterios anteriores conjuntamente. En primer lugar se va a llevar a cabo un análisis de sensibilidad aplicando la formulación de Fox y Kapoor para determinar el conjunto de parámetros que presentan mayor sensibilidad. Idealmente se buscarían parámetros que supusieran una gran sensibilidad respecto a un modo de vibración y no a los demás, de forma que esto ayudaría a que el algoritmo de búsqueda fuese más eficiente. En base a este análisis y a la incertidumbre que se tiene de algunos parámetros del modelo (como por ejemplo en los parámetros de interacción suelo-estructura) se decide finalmente el conjunto de actualización, teniendo en cuenta que el número de parámetros no sea excesivo.

Para llevar a cabo este estudio de sensibilidad, con el programa ANSYS se realiza de nuevo sobre el modelo inicial un análisis modal, esta vez indicando que expanda los modos y calcule la solución en los elementos. Con este análisis, el programa calcula también la energía de deformación modal en cada uno de los elementos, a la cual identifica con el nombre de SENE. De acuerdo a la formulación de Fox y Kapoor ya expuesta en el Capítulo IV, la sensibilidad de la frecuencia natural (equivalente a la del autovalor $\lambda_{NUM,j}$) es proporcional a la energía de deformación modal en los siguientes términos:

$$\frac{\partial \lambda_{NUM,j}}{\partial a^e} = \sum_{e=1}^{n_e} \frac{-2MSE_j^e}{(1-a^e)}$$

Siendo a^e el factor de corrección adimensional que tiene en cuenta la diferencia relativa entre el valor del parámetro actualizado y su valor inicial y MSE_j^e la energía de deformación modal, ambas magnitudes en el elemento e . Por su parte n_e es el número de elementos cuyas propiedades son actualizadas al elegir algún parámetro concreto de actualización.

En base a la anterior ecuación, se puede analizar la sensibilidad de los diferentes parámetros sin más que sumar la energía de deformación modal de los elementos a los que afecta. Para que la comparativa entre los diferentes parámetros sea más sencilla, se puede considerar la energía de deformación modal que moviliza un parámetro en particular respecto al total que se moviliza con todos los elementos, para cada modo j . Es decir; se seleccionan en primer lugar todos los elementos y para cada modo j se consulta la energía de deformación modal total. A continuación se seleccionan los elementos por grupos asociados a los diferentes parámetros y se evalúa la energía de deformación modal movilizada por dichos elementos, también para cada modo. Por último se dividen los resultados parciales de cada grupo de elementos entre el total y se multiplica por 100, para tener en porcentaje la repercusión que tendría en cada frecuencia natural un cambio en el parámetro considerado en cada grupo. Mediante este procedimiento se montaría una matriz de sensibilidad que, en términos relativos, representaría en qué medida afectaría a la frecuencia natural de un determinado modo un cambio en un parámetro concreto. La expresión de esta matriz sería:

$$M_{ij} = \frac{\sum_{e=1}^{n_e} MSE_i^e}{\sum_{e=1}^N MSE_j^e} \cdot 100 \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, m_\theta \\ j = 1, 2, \dots, m_f \end{matrix}$$

donde:

$n_e \equiv$ número de elementos cuyas propiedades son actualizadas al modificar el parámetro de actualización θ_i .

$N \equiv$ número de elementos totales del modelo.

$m_f \equiv$ número de modos (y por tanto de frecuencias naturales) considerados.

$m_\theta \equiv$ número de parámetros de actualización estudiados.

Siguiendo esta metodología, se seleccionan varios parámetros de todos los posibles que están presentes en el modelo de la pasarela para su análisis, a saber:

Tabla 6. Parámetros considerados en el estudio de sensibilidad.

1	Rigidez de los muelles transversales a lo largo de los pilotes
2-4	Rigidez al movimiento en los estribos (en los ejes x , y , z respectivamente).
5-7	Rigidez al giro en los estribos (alrededor de los ejes x , y , z respectivamente).
8-10	Módulo de elasticidad del hormigón en los pilotes 1, 2 y 3.
11-12	Módulo de elasticidad del acero en las pastas de los estribos 1 y 2.
13-15	Módulo de elasticidad del acero en los cordones en los vanos 1, 2, 3 y 4.
16-19	Módulo de elasticidad del acero en los cordones en los vanos 1, 2, 3 y 4.
20-23	Módulo de elasticidad del acero en los montantes en los vanos 1, 2, 3 y 4.
24-27	Módulo de elasticidad del acero en el tablero en los vanos 1, 2, 3 y 4.
28-31	Módulo de elasticidad del acero en la chapa de la cubierta en los 4 vanos.

Con los datos de la energía de deformación modal en los elementos correspondientes a cada uno de estos 31 parámetros considerados respecto de la energía de deformación total, se elabora la Figura 41, que es por tanto una representación de la matriz de sensibilidad en los términos antes definidos.

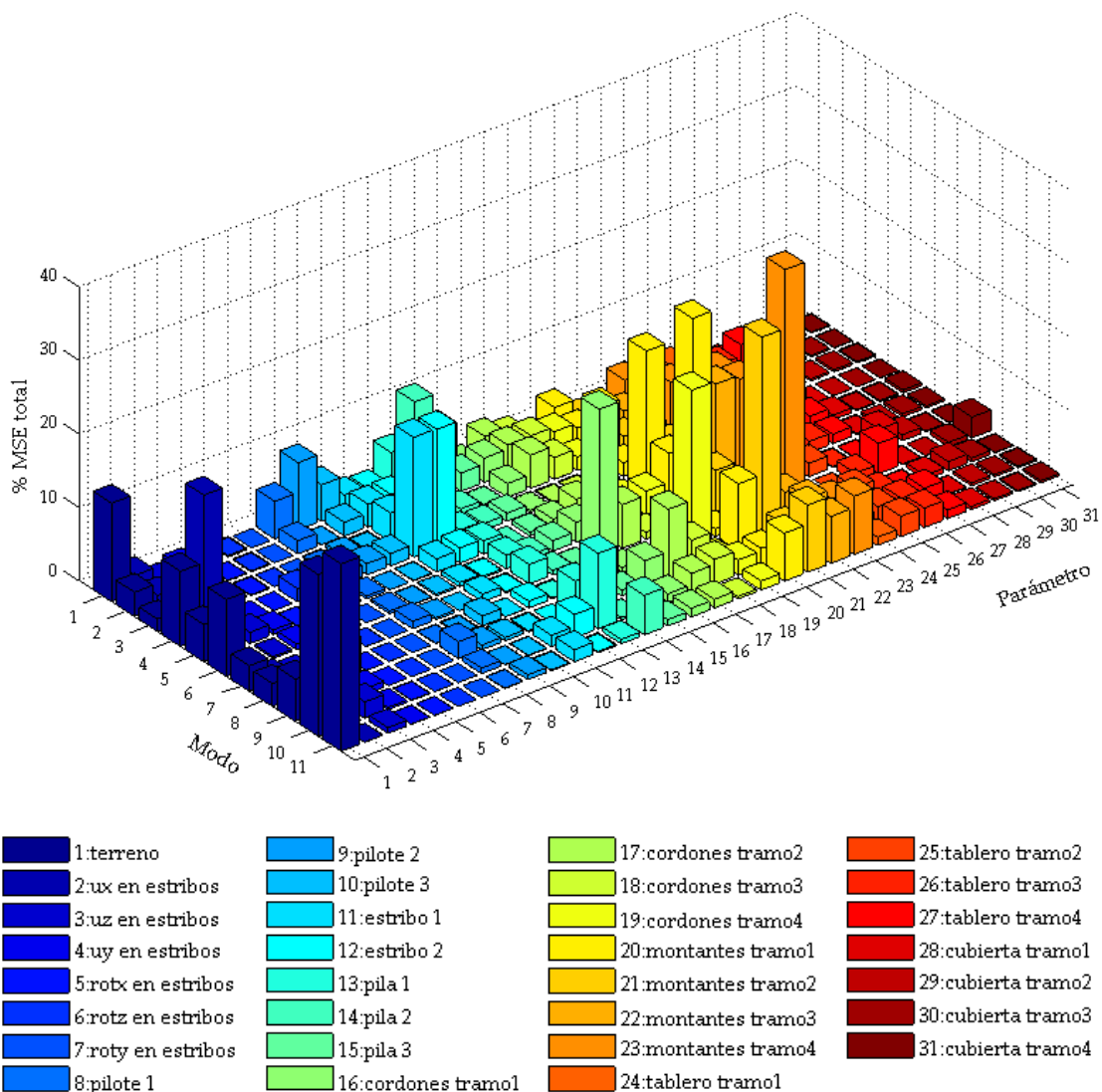


Figura 41. Representación de la matriz de sensibilidad.

Como se puede observar, algunos de los elementos de dicha matriz son nulos, por lo que en principio la consideración de los parámetros correspondientes como parámetros de actualización no tendría efecto en el valor de las frecuencias naturales. En cambio hay otros que tendrían un notable efecto en algunos de los modos estudiados. Para analizar los resultados obtenidos, se ordenan en orden descendente los elementos de las columnas de la matriz de sensibilidad, lo que ofrecería los parámetros que tienen una mayor influencia en cada uno de los modos considerados. En la Tabla 7 se indican los cinco parámetros hacia los que las frecuencias naturales presentan mayor sensibilidad y en qué medida.

Tabla 7. Parámetros a los que las frecuencias naturales presentan una mayor sensibilidad.

MODO 1		MODO 2		MODO 3		MODO 4		MODO 5		MODO 6	
θ_i	M_{i1}	θ_i	M_{i2}	θ_i	M_{i3}	θ_i	M_{i4}	θ_i	M_{i5}	θ_i	M_{i6}
1	13.38	24	6.14	20	7.49	2	19.37	20	19.08	22	14.19
14	11.31	27	5.31	23	7.12	11	16.26	23	12.80	23	13.63
9	9.16	18	3.90	24	5.78	12	16.14	21	5.37	21	11.81
15	6.37	17	3.86	27	5.50	1	10.20	1	5.04	1	10.45
13	5.64	26	3.77	17	4.53	24	2.64	25	3.16	20	7.16
	45.86		22.98		30.41		64.62		45.45		57.26

MODO 7		MODO 8		MODO 9		MODO 10		MODO 11	
θ_i	M_{i7}	θ_i	M_{i8}	θ_i	M_{i9}	θ_i	M_{i10}	θ_i	M_{i11}
20	27.59	23	32.63	21	27.89	1	22.01	1	25.48
16	20.10	19	21.07	17	9.36	13	10.25	21	9.12
17	5.94	4	4.77	20	9.17	22	6.81	23	7.93
21	5.70	27	4.11	1	5.76	23	5.50	20	6.51
4	4.27	18	3.88	22	5.61	21	4.37	22	6.37
	63.60		66.45		57.79		48.94		55.42

A la vista de esta tabla, se puede afirmar que si se elige el primer parámetro que más afecta a la frecuencia natural de cada modo se cogerían los 7 siguientes:

- La rigidez de los elementos que representan la interacción suelo-estructura a lo largo de los pilotes.
- La rigidez al movimiento según el eje longitudinal en los estribos.
- El módulo de elasticidad del acero de los montantes de los cuatro tramos.
- El módulo de elasticidad del acero de la chapa del tablero en el primer tramo.

Tras haber realizado el estudio de sensibilidad y analizado sus resultados, se pasa ahora a elegir los parámetros de actualización. Teniendo en cuenta que experimentalmente se han llegado a captar 11 modos y que se tiene información de cada uno de ellos en 34 puntos de medida, se podrían elegir muchos parámetros de actualización (hasta 385) sin que el problema estuviese mal condicionado si se utiliza como estimador el ajuste de mínimos cuadrados que incluye los residuos de la frecuencia (11 datos) y los residuos modales (11x34 datos). Como este número de parámetros es extremadamente

elevado en relación a los que se manejan en la literatura, se decide finalmente llevar a cabo la actualización de 12 parámetros. La elección se basa en el análisis de sensibilidad, de modo que se escogen todos los parámetros anteriores y algunos más para los cuales el valor de M_{ij} es relativamente grande, como es el caso del módulo de elasticidad de los cordones (parámetros 16 y 19) en relación a los modos 7 y 8. Además, se hace especial hincapié en incluir de forma detallada los parámetros que representan la interacción suelo-estructura por la mayor incertidumbre a la hora de fijar sus valores. Finalmente, el conjunto de parámetros de actualización está compuesto por:

- La rigidez de los muelles que representan la interacción suelo estructura a lo largo de los pilotes, definiendo este parámetro por tramos para intentar captar posibles estratos diferentes de la cimentación:
 - Parámetro 1: rigidez de los muelles en los 4 primeros metros.
 - Parámetro 2: rigidez de los muelles de los 4 a los 7 metros.
 - Parámetro 3: rigidez de los muelles de los 7 a los 11 metros.
- Parámetro 4: rigidez al movimiento longitudinal (eje x) en los estribos.
- Parámetro 5: rigidez al movimiento transversal (eje z) en los estribos.
- Parámetro 6: rigidez a la rotación alrededor del eje z en los estribos.
- Parámetro 7: rigidez a la rotación alrededor del eje y en los estribos.
- Parámetro 8: módulo de Young del acero en montantes y cordones (vano 1).
- Parámetro 9: módulo de Young del acero en montantes y cordones (vano 2).
- Parámetro 10: módulo de Young del acero en montantes y cordones (vano 3).
- Parámetro 11: módulo de Young del acero en montantes y cordones (vano 4).
- Parámetro 12: Módulo de Young del acero en la chapa del tablero.

Los valores iniciales de estos parámetros se señalan en la Tabla 8 y sus cotas inferiores y superiores son mayores para los siete primeros parámetros que presentan una mayor incertidumbre (entre un 25% y un 400% del valor inicial) y menores para el caso del módulo de elasticidad del acero ($\pm 20\%$ del valor inicial).

Tabla 8. Valores iniciales y cotas superior e inferior de los parámetros de actualización.

nº	Parámetro (θ_i)	valor inicial	cota sup. (θ_{ui})	cota inf. (θ_{li})
1	Rigidez cimentación tramo1 (N/m)	1.65E+07	6.60E+07	4.13E+06
2	Rigidez cimentación tramo2 (N/m)	1.65E+07	6.60E+07	4.13E+06
3	Rigidez cimentación tramo3 (N/m)	1.65E+07	6.60E+07	4.13E+06
4	Rigidez u_x estribos (N/m)	1.24E+08	4.96E+08	3.10E+07
5	Rigidez u_z estribos (N/m)	1.17E+08	4.68E+08	2.93E+07
6	Rigidez rot_z estribos (Nm)	4.80E+08	1.92E+09	1.20E+08
7	Rigidez rot_y estribos (Nm)	1.63E+09	6.52E+09	4.08E+08
8	Módulo Young montantes y cordones vano1 (MPa)	2.10E+05	2.52E+05	1.68E+05
9	Módulo Young montantes y cordones vano2 (MPa)	2.10E+05	2.52E+05	1.68E+05
10	Módulo Young montantes y cordones vano3 (MPa)	2.10E+05	2.52E+05	1.68E+05
11	Módulo Young montantes y cordones vano4 (MPa)	2.10E+05	2.52E+05	1.68E+05
12	Módulo Young chapa tablero (MPa)	2.10E+05	2.52E+05	1.68E+05

V.7.2 Función objetivo y función peso

El proceso de actualización se va a llevar a cabo analizando la respuesta modal del modelo tras aplicar cambios en los parámetros físicos definidos en el apartado anterior. Estos parámetros de actualización no están linealmente relacionados con los parámetros modales (frecuencias naturales y modos de vibración), por lo que el proceso de ajuste requiere el uso de algoritmos de optimización iterativos. La manera más habitual y sencilla de llevar a cabo la actualización de un modelo de EF es minimizar una función objetivo definida como un problema de mínimos cuadrados entre los parámetros modales numéricos y experimentales. Las formulaciones más generales de esta función objetivo han sido desarrolladas en detalle a lo largo del Capítulo IV, de donde se recuperan las expresiones concretas que se van a aplicar en este ejemplo. Como la pretensión de este trabajo es estudiar en concreto las técnicas de optimización, se van a llevar a cabo dos tipos de actualizaciones; una en el que el problema se formula con un único objetivo y otra considerando la actualización un problema multiobjetivo.

- Optimización de objetivo único

$$f(\theta) = w_f \cdot \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} + w_s \cdot \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \sum_{l=1}^{34} r_{s,jl}(\theta)^2 \right]^{1/2}$$

Tomando los índices m_f y m_s un valor de 11 y 34 respectivamente, que son el número de parámetros identificados experimentalmente. Es decir, las 11 frecuencias naturales correspondientes a los 11 modos identificados tras el análisis modal operacional y las 34 coordenadas modales correspondientes a los 34 puntos de medición del ensayo de vibración ambiental. Por su parte w_f y w_s son los pesos relativos a las frecuencias y los modos respectivamente.

- Optimización multiobjetivo:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \end{bmatrix}$$

$$f_1(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \left(\frac{f_{NUM,j}(\theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\begin{aligned} f_2(\theta) &= \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} r_{s,jl}(\theta)^2 \right]^{1/2} = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} \left(\frac{\phi_{NUM,j}^l(\theta)}{\phi_{NUM,j}^r(\theta)} - \frac{\phi_{EXP,j}^l}{\phi_{EXP,j}^r} \right)^2 \right]^{1/2} = \dots \\ &= \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} \left(\frac{\phi_{NUM,j}^l(\theta)}{1} - \frac{\phi_{EXP,j}^l}{1} \right)^2 \right]^{1/2} = \dots \\ &= \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{m_f} \sum_{l=1}^{m_s} (\phi_{NUM,j}^l(\theta) - \phi_{EXP,j}^l)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Como se puede ver en las expresiones, los objetivos a minimizar son los mismos que se combinan en la función de objetivo único ($f = w_f \cdot f_1 + w_s \cdot f_2$), por lo que los índices toman los mismos valores indicados para dicha función. La diferencia radica especialmente en el concepto de optimización, que para el caso multiobjetivo es el concepto de eficiencia u óptimo de Pareto. También se observa que en este segundo caso no se consideran las funciones peso (w_f, w_s) que sí están presentes en la función de un solo objetivo.

El peso de los diferentes residuos es un parámetro sobre el que debatir. Generalmente está definido de forma separada para cada residuo en función de su importancia y de la incertidumbre que se pudiera tener sobre las medidas de las que surgen. Aunque efectivamente existe alguna forma de estimar este peso en función de algunas medidas estadísticas (ver Capítulo IV), en esta aplicación se van a determinar los pesos en base a juicios ingenieriles. Por una parte, las frecuencias naturales proporcionan una información global de la estructura, son muy sensibles a cambios en la rigidez de la misma y pueden ser identificadas experimentalmente con bastante precisión. Se trata de magnitudes que son indispensables en el proceso de actualización por lo que el peso que se le da al residuo de la frecuencia se considera un valor fijo de valor unidad ($w_f = 1.00$). Por otra parte los modos de vibración proporcionan información espacial (local) de la estructura, son menos sensibles a cambios en la rigidez y es más complicado identificarlos experimentalmente. Por este motivo se hace necesario evaluar el efecto del residuo modal en el problema de optimización. Con el objetivo de establecer el valor óptimo del peso de residuo modal (w_s) se considera inicialmente un intervalo de variación de [0-0.5] y se llevan a cabo diferentes análisis. El valor óptimo de este peso será aquél que maximice la correlación entre los parámetros modales numéricos y experimentales [98].

Una vez se ha llevado a cabo la comparativa entre los parámetros modales y experimentales se puede evaluar asimismo la función objetivo para ver el valor inicial del que se parte y el cual habría que minorar tras el proceso de actualización. Considerando los dos objetivos por separado sin aplicarles ningún peso, se obtienen los siguientes valores:

Tabla 9. Valor inicial de los residuos.

	Valores de los residuos
Residuo de la frecuencia (f_1)	0.14324
Residuo de los modos (f_2)	1.5125

Como se puede observar, el valor del residuo de los modos es de un orden mayor que el de la frecuencia. Aunque pudiera parecer un valor grande para representar un residuo, hay que tener en cuenta que se trata de la suma de las diferencias de las 347 coordenadas modales obtenidas experimentalmente, por lo que no parece así un valor desmesurado.

V.7.3 Optimización de objetivo único

Tras las consideraciones anteriores, el problema de actualización del modelo que se pretende resolver se define de la siguiente forma:

Encontrar el vector de parámetros actualizados θ^* para el que se cumple:

$$f(\theta^*) \leq f(\theta) \quad \forall \theta$$

$$\theta_l \leq \theta \leq \theta_u$$

Siendo:

$f(\theta)$ la función objetivo, definida como:

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} r_{f,j}(\theta)^2 \right]^{1/2} + w_s \cdot \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \sum_{l=1}^{34} r_{s,jl}(\theta)^2 \right]^{1/2} = f_1(\theta) + w_s \cdot f_2(\theta)$$

$$f_1(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \left(\frac{f_{NUM,j}(\theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \sum_{l=1}^{34} (\phi_{NUM,j}^l(\theta) - \phi_{EXP,j}^l)^2 \right]^{1/2} \quad w_s \equiv \text{peso del residuo modal}$$

θ los posibles vectores solución que estarían formados por los parámetros de actualización del problema, donde los vectores que reúnen los valores límite inferior y superior de cada parámetro son θ_l y θ_u respectivamente.

Justo este problema de optimización es el que se va a intentar resolver mediante dos algoritmos de inteligencia artificial. Estos algoritmos de optimización se implementan en lenguaje MATLAB, ya que es posible y relativamente sencillo conectar dicho programa con ANSYS. Esta conexión se hace necesaria en cada iteración del algoritmo para obtener los parámetros modales numéricos con los que se define la función objetivo. Es decir, esta función objetivo se define de forma que en cada iteración se calculan con ANSYS los parámetros modales numéricos para el vector de parámetros que se pone a prueba y se evalúan las discrepancias con los valores de los parámetros modales experimentales. El vector de parámetros que se pone a prueba es propuesto por el propio algoritmo, en función de una serie de parámetros predefinidos y unas técnicas en cierta medida aleatorias.

El resumen de los pasos seguidos en el proceso de optimización sería:

- 1º. Definición de la función objetivo (en lenguaje MATLAB).
- 2º. Propuesta de las cotas superior e inferior de los parámetros de ajuste.
- 3º. Declaración de los parámetros del algoritmo.
- 4º. Ejecución del algoritmo.
- 5º. Proceso de convergencia del algoritmo y obtención de la mejor solución.

➤ Optimización aplicando el algoritmo *Harmony Search*

El algoritmo *Harmony Search* (HS) es un método surgido recientemente (en torno al año 2001) que consta ya de diferentes versiones mejoradas y que se viene aplicando en numerosos estudios en los que es necesario optimizar de forma global un cierto proceso como por ejemplo el de la gestión de la energía. En virtud del éxito en sus aplicaciones recientes y teniendo en cuenta que su técnica de búsqueda es en puntos singulares, por lo que resulta ser un algoritmo de rápida ejecución, se decide poner a prueba dicho algoritmo en problemas de actualización de modelos para analizar las posibles ventajas que pudiera ofrecer en este campo.

En la aplicación de este trabajo se va a emplear el algoritmo *Harmony Search* estándar que se definía por primera vez en [76] y cuyo diagrama de flujo se describe en la Figura 10. El código que implementa este algoritmo en lenguaje MATLAB y que se utiliza en esta aplicación se presenta en un CD-ROM que acompaña al libro publicado en 2010 titulado "*Stochastic Global Optimization: Techniques and Applications in Chemical Engineering*", del autor Gade Pandu Rangaiah [105]. En concreto, este material complementario⁷ es el que se utiliza para desarrollar el ejemplo de la sección 6 del capítulo 9, titulado "*An Introduction to the Harmony Search Algorithm*" y escrito por Gordon Ingram y Tonghua Zhang. Concretamente esta implementación se usa para poner a prueba el algoritmo *Harmony Search* minimizando la función modificada de Himmelblau en un cierto intervalo, cuyos resultados (positivos) se presentan en dicha sección 6.

Sobre los parámetros del algoritmo *Harmony Search* que van guiando la búsqueda de soluciones se debate a continuación. Las recomendaciones que se siguen y en las que se basa la elección de los valores de dichos parámetros se pueden encontrar en el mismo capítulo 9 del libro nombrado anteriormente [106], esta vez en la sección 3.5 titulada "*Selection of algorithm parameter values*".

- El tamaño de la matriz de memoria de armonías *hms*. Este valor representa el número de vectores solución que se guardan en memoria y con los que en parte se generan las nuevas armonías (soluciones). Si el tamaño de esta matriz es demasiado pequeño, puede ocurrir que el algoritmo quede atrapado en un mínimo local. En cambio si es demasiado grande, el número de iteraciones para encontrar soluciones buenas aumenta mucho. El propio autor Geem, padre del algoritmo *Harmony Search*, recomienda que *hms* tenga un valor comprendido entre [10 – 50]. Por su parte en [107] se afirma que tomar $hms = [m_{\theta} - 2m_{\theta}]$ es una buena decisión, lo que se confirma en [108].
- El parámetro *hmcr* que representa la probabilidad de que el valor de los parámetros θ_i se seleccione de entre los valores recogidos en la matriz de memoria de armonías. Si el valor de este ratio es muy cercano a cero, entonces el algoritmo se comporta como un algoritmo puramente aleatorio. En caso contrario para el que el valor sea muy cercano a la unidad, el espacio de búsqueda del algoritmo no se sale mucho de los límites recogidos en la matriz de memoria

⁷ Disponible para su descarga en:

https://sites.google.com/a/hydroteq.com/www/HS_Code_Matlab.zip?attredirects=0

de armonías y podría incurrir en un óptimo local si esta matriz no contiene mucha diversidad. Los valores que se manejan de este parámetro se encuentran en el intervalo [0.7 – 0.95].

- El parámetro *par* que representa la probabilidad de que cuando el parámetro θ_i toma su valor de la matriz de memoria dicho valor se ajuste de una cierta manera o no. Este parámetro controla por tanto la intensificación y permite explorar zonas cercanas a mínimos locales para mejorar las soluciones. El valor que Geem propone de este parámetro está entre [.2 – 0.5]
- El ancho de banda b_w que define el rango de ajuste de las variables, controlado a su vez por *par*. Este ancho de banda depende de los parámetros θ_i de problema. Para parámetros continuos en [109] se define como $(\theta_u - \theta_l)/1000$. Sin embargo esta variabilidad es muy pequeña para el problema que se está tratando de resolver, por lo que en la ejecución definitiva del algoritmo se toma la expresión que se indica en la Tabla 17.
- El número máximo de iteraciones o improvisaciones *MaxImp* del algoritmo. En las aplicaciones dedicadas a diseño estructural este número de iteraciones oscila entre [4000 – 80000] (ver Tabla 2 de [106]). Sin embargo, al no haberse utilizado este tipo de algoritmo para llevar a cabo actualizaciones de modelos, se requiere estudiar el número de iteraciones necesario para llegar a la convergencia de la solución. Tras numerosas pruebas se concluye que en el problema de actualización del modelo de la pasarela la solución converge con un número bastante menor de improvisaciones.

Siguiendo las directrices indicadas anteriormente, finalmente se llevan a cabo cinco primeras ejecuciones del problema con el objetivo de fijar el valor óptimo del peso del residuo modal. Los valores de los parámetros del algoritmo adoptados para las distintas ejecuciones se señalan a continuación:

Tabla 10. Valor de los parámetros del algoritmo HS para el estudio del peso modal óptimo.

Parámetro	Valor
<i>hms</i>	10
<i>hmcr</i>	0.8
<i>par</i>	0.4
b_w	$(\theta_u - \theta_l)/1000$
<i>MaxImp</i>	250

Los resultados para los distintos pesos considerados se muestran a continuación. En primer lugar se incluye la gráfica de convergencia de la solución obtenida durante la ejecución del algoritmo y en segundo lugar se expone el análisis de dicha solución, concretamente evaluando los residuos y la función objetivo, y calculando la mejora relativa que se alcanza. Un valor negativo de esta mejora relativa significa que la solución ha empeorado en lugar de mejorar.

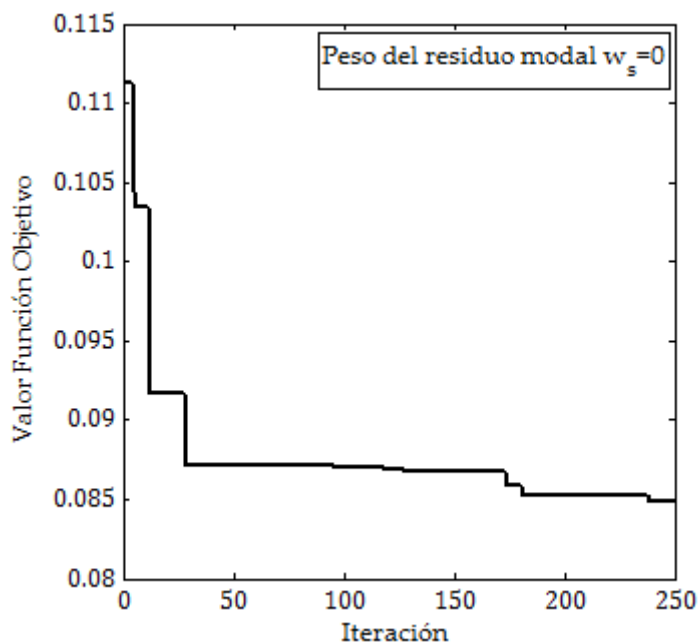


Tabla 11. Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0$.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.0849	40.75
f_2	1.5125	1.7273	-14.18
f	0.1432	0.0849	40.75

Figura 42. Convergencia del algoritmo HS. Caso $w_s = 0$.

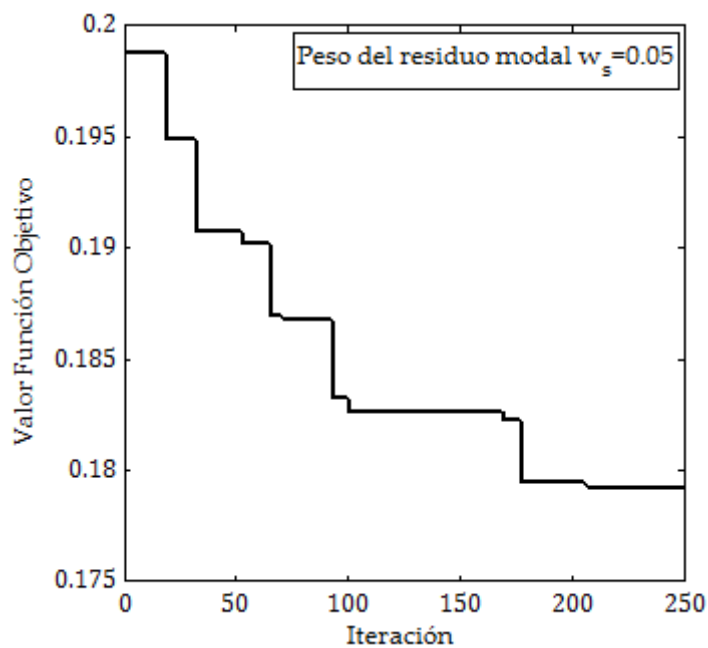


Tabla 12. Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.05$.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1054	27.83
f_2	1.5125	1.5156	-0.24
f	0.2189	0.1792	18.13

Figura 43. Convergencia del algoritmo HS. Caso $w_s = 0.05$.

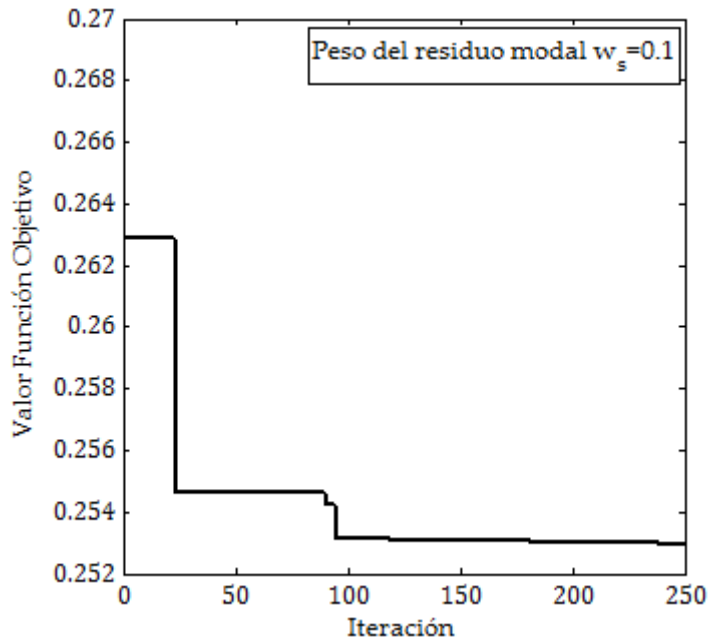


Tabla 13. Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.1$.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1039	27.45
f_2	1.5125	1.4903	1.49
f	0.2945	0.2529	14.12

Figura 44. Convergencia del algoritmo HS. Caso $w_s = 0.1$.

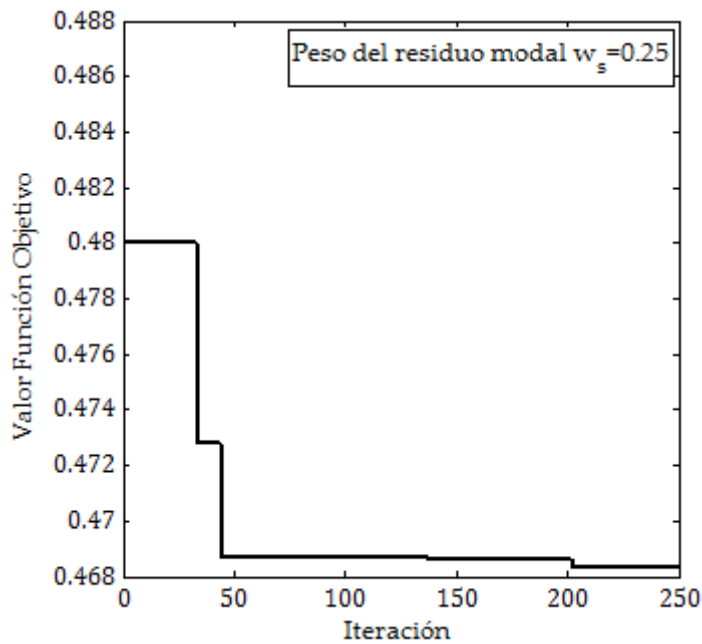


Tabla 14. Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.25$.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1206	15.78
f_2	1.5125	1.3909	8.04
f	0.5214	0.4684	10.17

Figura 45. Convergencia del algoritmo HS. Caso $w_s = 0.25$.

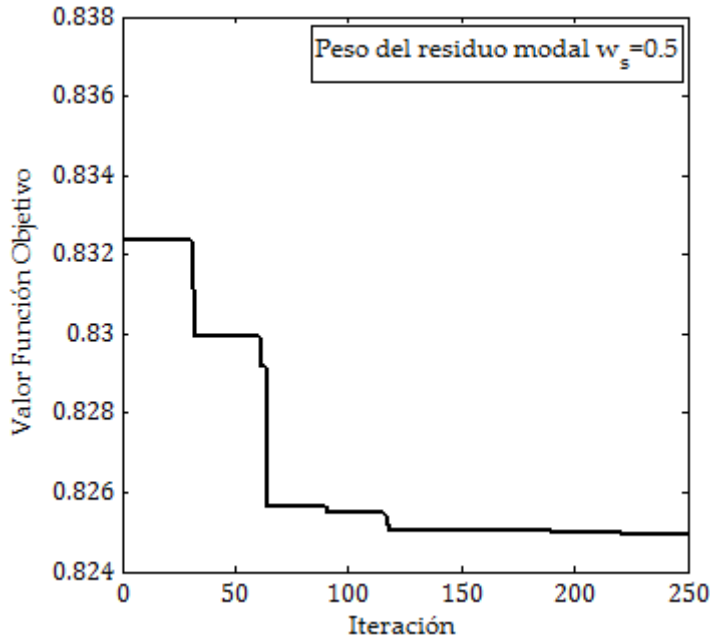


Tabla 15. Mejora de la función objetivo. Caso $w_s = 0.5$.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1312	8.39
f_2	1.5125	1.3874	8.27
f	0.8995	0.8249	8.29

Figura 46 Convergencia del algoritmo HS. Caso $w_s = 0.5$.

Para analizar mejor los resultados, se presentan en una misma tabla conjunta las mejoras relativas alcanzadas con cada uno de los análisis.

Tabla 16. Mejora relativa de la función objetivo considerando diferentes pesos del residuo modal.

	$w_s = 0$	$w_s = 0.05$	$w_s = 0.1$	$w_s = 0.25$	$w_s = 0.5$
Residuo frecuencia (f_1)	40.75	27.83	27.45	15.78	8.39
Residuo modal (f_2)	-14.18	-0.24	1.49	8.04	8.27
Función objetivo (f)	40.75	18.13	14.12	10.17	8.29

En vista de estos resultados anteriores, se puede establecer que el valor óptimo del peso modal estaría en torno a $w_s = 0.1$. A pesar de que es con el primer análisis realizado ($w_s = 0$) con el que se obtiene una mejora relativa mayor de la función objetivo (40.75%), esto es porque el peso del residuo modal es nulo y no se tiene en cuenta que se empeoraría éste en un 14.18%. Para el segundo peso analizado ($w_s = 0.05$) también se produce un empeoramiento del residuo modal. Es para el tercer peso ($w_s = 0.1$) para el que se mejoran ambos residuos, y además la mejora en frecuencia es relativamente grande en comparación con las obtenidas con los pesos siguientes. Esta última consideración es importante porque las frecuencias son los parámetros que se miden con menor incertidumbre y que caracterizan el comportamiento dinámico de la estructura, de modo que se elige como peso óptimo para las siguientes actualizaciones $w_s = 0.1$.

Una vez establecido el valor del peso modal más adecuado, se vuelve a ejecutar el algoritmo *Harmony Search* considerando los parámetros recogidos en la Tabla 17. Se considera un tamaño de matriz mayor y un número de iteraciones grandes para intentar probar más soluciones y mejorar el resultado anterior. Además el ancho de banda se aumenta un poco para introducir algo más de diversidad.

Tabla 17. Valor de los parámetros del algoritmo HS.

Parámetro	Valor
hms	20
$hmcr$	0.8
par	0.3
b_w	$(\theta_u - \theta_l)/10$
$MaxImp$	1000

Con estos parámetros, los resultados que se obtienen se muestran a continuación.

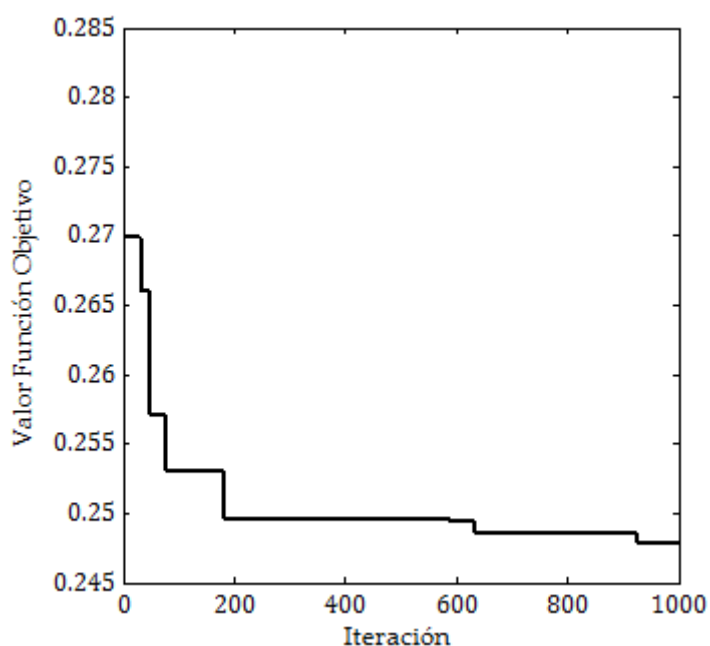


Tabla 18. Mejora de la función objetivo usando el algoritmo HS.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.0969	32.35
f_2	1.5125	1.5066	0.39
f	0.2945	0.2476	15.94

Figura 47 Convergencia del algoritmo HS.

El tiempo de ejecución de este último algoritmo fue de 5 horas y 50 minutos, mientras el anterior, en el que se obtuvo una solución poco peor que la que se acaba de presentar, fue de 1 hora y media. Todos los cálculos han sido realizados con un modesto ordenador portátil que trabaja con un procesador Intel Celeron de dos núcleos a 1.87 GHz y una RAM de 4 GB.

➤ Optimización aplicando el algoritmo genético

La optimización mediante algoritmos genéricos (GA) en problemas de actualización de modelos está relativamente estandarizada. Se trata de una técnica cuyo valor está reconocido y cuyo principal inconveniente es el tiempo de ejecución del algoritmo, que para problemas relativamente complejos puede llegar a ser demasiado grande. Hay diferentes versiones del algoritmo cuyas diferencias radican en detalles del mismo que afectan por ejemplo al número de padres que se emplean para generar a los hijos, a cómo se produce el reemplazo de la población anterior u otras opciones más avanzadas que implican cálculos en islas (en paralelo). En esta aplicación se va a utilizar un algoritmo

genético estándar cuyo diagrama de flujo se muestra en la Figura 8 y que MATLAB R2016a tiene implementado en su *Toolbox* de optimización.

Los parámetros del algoritmo sobre los que se tiene control se describen a continuación. Sus valores han sido elegidos en base a los utilizados en otros procesos de actualización como el que se ilustra en [60] publicada en este año 2016, en la que precisamente también se emplea el algoritmo genético de MATLAB para llevar a cabo la actualización de un modelo de EF. Los nombres en cursiva se refieren a las etiquetas que utiliza MATLAB en su *Toolbox* para identificar a cada parámetro u operador, en este último caso definido como una función (@function).

- *PopulationSize* o tamaño de la población. Este parámetro es muy importante porque con un gran número de individuos el espacio de búsqueda del algoritmo es muy amplio, mientras que si es pequeño, éste queda reducido y se puede incurrir en óptimos locales. Una población grande implica obviamente un algoritmo mucho más lento, por lo que habrá que buscar una solución de compromiso.
- *SelectionFcn* u operador de selección, que especifica cómo el algoritmo elige a los padres para generar la siguiente generación. La *Toolbox* de MATLAB ofrece varios operadores de entre los que se encuentra el denominado selección por torneo (@selectiontournament). Este operador selecciona aleatoriamente un número de individuos de la población (4 por defecto) y los pone a competir entre ellos, eligiendo a los mejores individuos para generar después a la siguiente población.
- *CrossoverFcn* u operador de cruce, que controla cómo el algoritmo combina a los padres para generar un hijo. De entre las opciones posibles una que está disponible se denomina corte por dos puntos (@crossovertwopoint), que forma el vector hijo cortando por dos puntos los vectores padres y combinando los trozos.
- *CrossoverFraction* o fracción de la nueva población, sin incluir los hijos de la élite, que es creada mediante el operador de cruce.
- *MutationFcn* u operador de mutación, que especifica la forma en que el algoritmo realiza pequeños cambios aleatorios en los nuevos individuos. Este operador genera una diversidad genética que permite que no se queden sin explorar grandes zonas del espacio solución. Cuando existen restricciones en los parámetros, como en este caso los límites inferior y superior de los mismos, MATLAB recomienda usar una función de mutación que denomina adaptativa factible (@mutationadaptfeasible) que se encarga de generar aleatoriamente direcciones que se adaptan al éxito o al fracaso de la última generación y de mover los parámetros en esa dirección una cierta longitud siempre respetando las condiciones de contorno y las restricciones lineales si las hubiera.
- *Generations* o número máximo de generaciones (iteraciones). Este parámetro es importante porque representa un criterio de parada y de su valor depende que el tiempo de desarrollo del algoritmo sea suficiente para converger.
- Adicionalmente, la implementación del algoritmo ofrece otros criterios de parada. Uno de ellos es establecer un tiempo máximo de ejecución, que no se utiliza en principio. Otro de ellos es alcanzar un cierto valor de la función objetivo

(*FitnessLimit*). Existe otro también interesante por el cual el algoritmo se para si el cambio relativo en el valor de la función objetivo en un número igual a *StallGenLimit* de iteraciones seguidas es menor o igual a *TolFun*.

Tabla 19. Valor de los parámetros del GA.

Parámetro	Valor
<i>PopulationSize</i>	20
<i>SelectionFcn</i>	@selectiontournament
<i>TournamentSize</i>	4
<i>CrossoverFcn</i>	@crossovertwopoint
<i>CrossoverFraction</i>	0.7
<i>MutationFcn</i>	@mutationadaptfeasible
<i>Generations</i>	1000
<i>FitnessLimit</i>	1e-5
<i>StallGenLimit</i>	50
<i>TolFun</i>	1e-7

Tras elegir los parámetros del algoritmo genético, se lleva a cabo el proceso de optimización y los resultados se presentan a continuación.

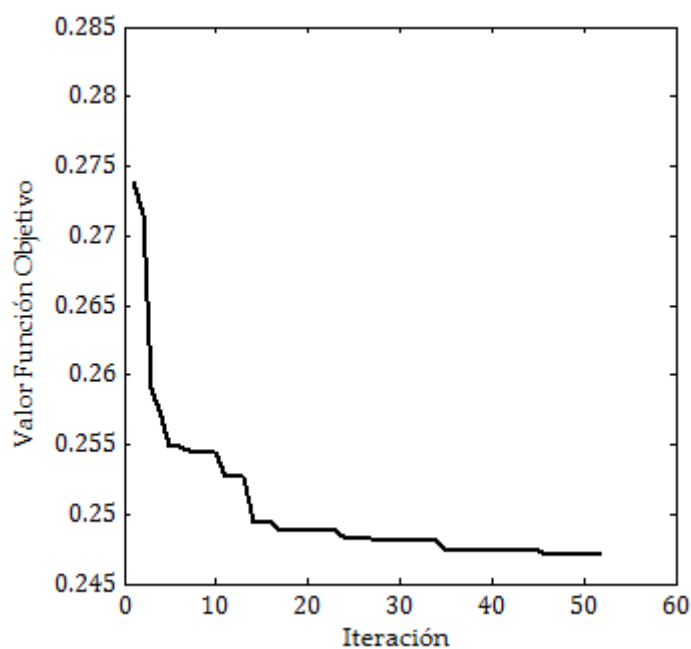


Tabla 20. Mejora de la función objetivo usando GA.

	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.0929	35.13
f_2	1.5125	1.5422	1.96
f	0.2945	0.2471	16.08

Figura 48 Convergencia del GA.

Como se puede observar en la Figura 48 únicamente se llevaron a cabo 52 iteraciones del algoritmo, en lugar de las 1000 que se imponían como número máximo. El tiempo de ejecución del algoritmo fue de 5 horas y cuarto. Esto se explica porque el algoritmo dejó de ejecutarse debido a que se alcanzó otro valor de salida impuesto. En concreto se alcanzó la tolerancia que se establecía para los cambios relativos de la función objetivo en 50 iteraciones seguidas.

V.7.4 Optimización multiobjetivo

En el caso de la optimización multiobjetivo en el que se pretende minimizar a la vez el residuo de la frecuencia y el de los modos, el problema que se intenta resolver se define de la siguiente manera:

Encontrar los vectores de parámetros actualizados θ^* que se encuentran en el frente de Pareto (vectores no dominados), lo cual se cumple si y sólo si NO existe un vector θ tal que para todo $i \in \{1,2\}$:

$$f_i(\theta) \leq f_i(\theta^*)$$

Y para al menos un $i \in \{1,2\}$

$$f_i(\theta) < f_i(\theta^*)$$

Siendo:

$f(\theta)$ la función objetivo a minimizar definida como:

$$f(\theta) = \begin{bmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta) \end{bmatrix}$$

$$f_1(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \left(\frac{f_{NUM,j}(\theta) - f_{EXP,j}}{f_{EXP,j}} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$f_2(\theta) = \frac{1}{2} \left[\sum_{j=1}^{11} \sum_{l=1}^{34} (\phi_{NUM,j}^l(\theta) - \phi_{EXP,j}^l)^2 \right]^{1/2}$$

θ todos los posibles vectores solución ($\theta_l \leq \theta \leq \theta_u$) que estarían formados por los parámetros de actualización del problema, donde los vectores que reúnen los valores límite inferior y superior de cada parámetro serían θ_l y θ_u respectivamente.

Al igual que para la optimización con una función objetivo escalar, los algoritmos que resuelven el problema planteado arriba se implementan en lenguaje MATLAB para poder conectar dichos algoritmos con el programa ANSYS y calcular los parámetros modales que toman parte en las funciones objetivo f_1 y f_2 .

En este caso, los cuatro primeros pasos que se siguen en el proceso de optimización son análogos a los definidos anteriormente, sin embargo la solución obtenida es diferente.

- 1º. Definición de la función objetivo vectorial.
- 2º. Propuesta de las cotas superior e inferior de los parámetros de ajuste.
- 3º. Declaración de los parámetros del algoritmo.
- 4º. Ejecución del algoritmo.
- 5º. Proceso búsqueda y obtención del frente de Pareto.

De este modo, la solución del proceso de optimización no es única, sino que viene representada por un conjunto de soluciones que son Pareto óptimas, es decir, soluciones para las que ninguno de los dos objetivos puede ser mejorado sin empeorar el otro.

➤ Optimización aplicando el algoritmo NSGA-II

El algoritmo conocido por NSGA-II (*Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm*) es una acertada revisión de una primera propuesta que publicaron en el año 1994 Deb et al. Se trata de un algoritmo que utiliza los operadores genéticos de selección, cruce y mutación para generar las poblaciones sucesivas e incluye dos técnicas adicionales que permiten identificar las no dominadas o que forman el frente de Pareto. Estas técnicas se denominan *Non Dominated Sorting* y *crowded comparison operator*.

Los pasos que definen el algoritmo se encuentran enumerados en el Apartado III.4.1 de este trabajo y desarrollan básicamente las ideas recogidas en el artículo de 2002 [69] en la que se definía esta nueva revisión del método. La implementación de este algoritmo en lenguaje MATLAB que se utiliza para llevar a cabo la actualización multiobjetivo de la pasarela se basa en varios códigos desarrollados por el doctor en ingeniería de control de sistemas iraní Mostapha Kalami Heris⁸, disponibles para su uso en la web de Yarpiz⁹. En concreto se han usado varias implementaciones que se recogen en dos proyectos diferentes del mismo autor subidos a la web y cuyo título es:

- *Portfolio Optimization using Classic Methods and Intelligent Methods (PSO, ICA, NSGA-II, and SPEA2) in MATLAB*¹⁰.
- *Implementation of Binary and Real-Coded Genetic Algorithms in MATLAB*¹¹.

En este caso también es necesario elegir los operadores genéticos concretos a usar y los parámetros del algoritmo. Básicamente se ha usado un algoritmo genético de búsqueda de soluciones idéntico al utilizado en la optimización con un único objetivo, y cuyos parámetros se recuerdan en la Tabla 21. La principal diferencia entre ambos algoritmos es que la evaluación de la función objetivo en esta ocasión no se realiza directamente, sino que se utilizan los operadores propios del NSGA-II para identificar las soluciones no dominadas. En este caso no se puede realizar una salida del algoritmo al alcanzar una tolerancia en el valor de la función objetivo, ya que dicha función es vectorial

⁸ Información y contacto: <https://ir.linkedin.com/in/s-mostapha-kalami-heris-9400ab29>

⁹ <http://yarpiz.com/> es un sitio web concebido como un lugar para compartir códigos fuente en distintos lenguajes (MATLAB, C, C++, Java, Python y Visual Basic) que se desarrollen dentro de los campos de inteligencia artificial, aprendizaje automático, optimización en ingeniería, investigación operativa y control de sistemas. Además, los códigos que se distribuyen a través de esta web son gratuitos para su uso con fines académicos y de investigación, y también existe libertad a la hora de modificar y compartir los códigos.

¹⁰ Disponible para su descarga en: <http://yarpiz.com/wp-content/uploads/2015/09/ypap112-portfolio-optimization.zip>

¹¹ Disponible para su descarga en: <http://yarpiz.com/wp-content/uploads/2015/09/ypea101-genetic-algorithms.zip>

y habría que proporcionar alguna directriz adicional para definir esa tolerancia. En definitiva, el algoritmo se desarrolla y procede buscando las soluciones del frente de Pareto hasta que se alcanza un número máximo de iteraciones (generaciones). Se observa que si este número de iteraciones es muy grande, del orden de 1000 como se ha establecido para los otros procesos, el algoritmo tarda muchísimo en terminar. Por ello se limita este valor y se estima que con 100 iteraciones se realizan ya suficientes evaluaciones de la función objetivo como para tener una buena aproximación del frente de Pareto. Esto se asume así teniendo en cuenta también que la ejecución del algoritmo genético para el problema de un único objetivo se paró a las 52 iteraciones del mismo (habiéndosele definido un máximo de 1000) por haber alcanzado la tolerancia impuesta en el cambio relativo de la función objetivo, es decir, que alcanzó la convergencia convenida en un número de iteraciones mucho menor que el máximo establecido.

Tabla 21. Valor de los parámetros del NSGA-II.

Parámetro	Valor
Tamaño de la población	20
Operador de selección	Por torneo (de 4 individuos)
Operador de cruce	Corte por dos puntos
Fracción de cruce	0.7
Probabilidad de mutación	0.05
Límite de mutación	$\pm(\theta_u - \theta_l)/10$
Generaciones	100

Tras preparar el algoritmo de acuerdo estas directrices, se pone en marcha el mismo, y tras un tiempo de ejecución de 7 horas y 48 minutos se obtiene el frente de Pareto que se ilustra en la Figura 49, que consta de 20 soluciones, 17 de ellas diferentes.

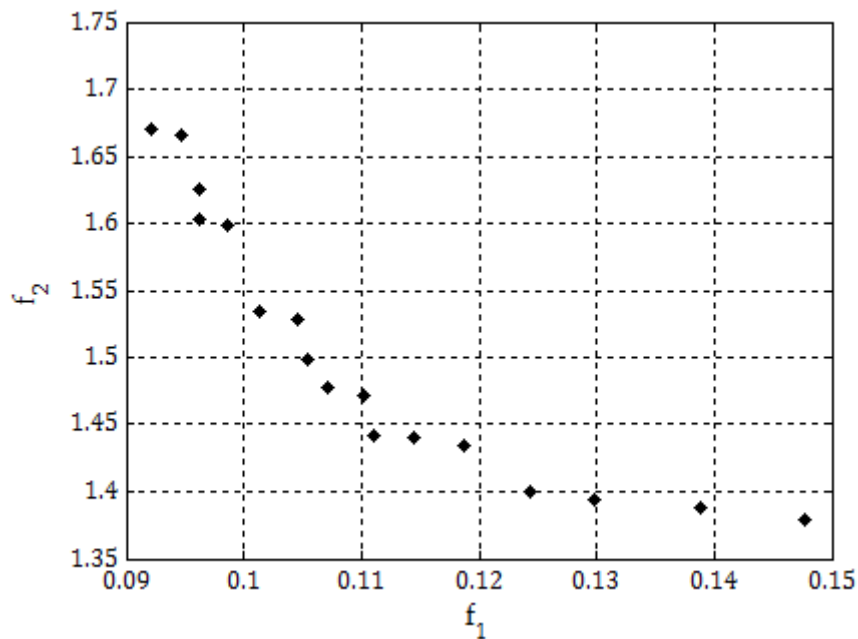


Figura 49. Soluciones del frente de Pareto encontradas usando el NSGA-II.

➤ Optimización aplicando el algoritmo HS multiobjetivo

Una idea que ya ha sido plasmada en algunos artículos recientes, publicados entre el 2011 y el 2015 [85, 86, 87], es la de aplicar el algoritmo HS para resolver problemas multiobjetivo. Debido al interés que suscita este algoritmo y las ventajas de su uso que se señalan en algunas de las referencias citadas, se considera interesante completar el estudio del uso del algoritmo HS en problemas de actualización de modelos de EF resolviendo un problema multiobjetivo.

El hecho de haber presentado en el apartado anterior el algoritmo NSGA-II no es caprichoso, sino que atiende al hecho de que el algoritmo HS multiobjetivo (MHS) que se plantea en las distintas referencias utiliza la técnica de clasificación de soluciones no dominadas (*Non-Dominated Sorting*) propuesta por Deb. et al. [69] para encontrar las soluciones del frente de Pareto. Es decir, en esencia el algoritmo MHS que aquí se utiliza es el resultado de sustituir el algoritmo de búsqueda de soluciones del NSGA-II basado en operadores genéticos por el algoritmo de búsqueda de armonías del HS.

Debido a la reciente aparición del algoritmo MHS, no se ha sido capaz de encontrar ninguna implementación del mismo en lenguaje MATLAB, por lo que ha sido necesario desarrollar el código. Para ello se ha usado como referencia el artículo [82], en el que se describen con claridad los pasos del algoritmo MHS. Para esta implementación se ha partido del código del NSGA-II realizada por Kalami Heris para Yarpiz contenida en el *Portfolio Optimization using Classic Methods and Intelligent Methods (PSO, ICA, NSGA-II, and SPEA2) in MATLAB* y se ha sustituido la parte de búsqueda de soluciones mediante el algoritmo genético por el código del algoritmo HS utilizado también anteriormente.

Los valores de los parámetros del algoritmo MHS son los mismos empleados en la actualización de objetivo único. Se recuerdan a continuación.

Tabla 22. Valor de los parámetros del algoritmo MHS.

Parámetro	Valor
<i>hms</i>	20
<i>hmcr</i>	0.8
<i>par</i>	0.3
<i>b_w</i>	$(\theta_u - \theta_l)/10$
<i>MaxImp</i>	1000

Tras preparar el algoritmo de forma que exista concordancia entre las diferentes funciones que lo componen, se pone en marcha el mismo y tras un tiempo de ejecución de 6 horas se obtiene el siguiente frente de Pareto que está compuesta esta vez también por 17 soluciones no dominadas, pero esta vez son todas diferentes.

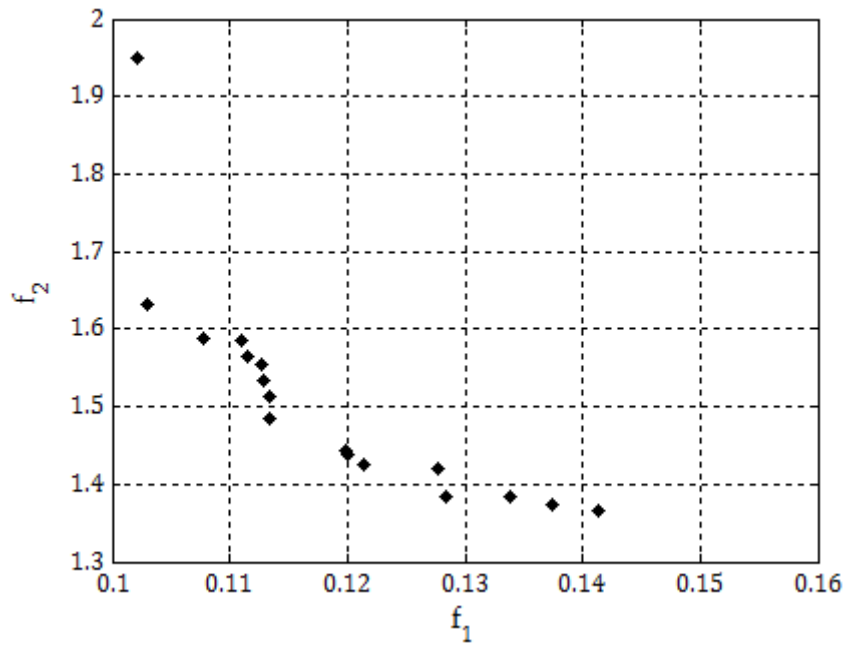


Figura 50. Soluciones del frente de Pareto encontradas usando el MHS.

CAPÍTULO VI
Análisis de Resultados

En este capítulo se desarrolla uno de los objetivos concretos del trabajo, que consiste en analizar los resultados obtenidos para el problema de actualización con los diferentes algoritmos de optimización empleados. Además de este análisis de la solución, se comparan las diferentes técnicas entre ellas.

En primer lugar se analizan los resultados del problema de actualización con un único objetivo y después los obtenidos para el problema multiobjetivo.

VI.1 Actualización de objetivo único

Para el problema de actualización definido con un único objetivo se han utilizado dos algoritmos diferentes: el algoritmo genético y el *Harmony Search*. El primero de ellos es un algoritmo que está basado en poblaciones, por lo que en cada iteración se evalúa la función objetivo de toda la nueva población generada. Por ello, si el número de iteraciones es grande, el tiempo de ejecución del algoritmo puede ser prohibitivo. En cambio el algoritmo *Harmony Search* no está basado en poblaciones, de modo que en cada iteración improvisa una nueva armonía (solución) y la evalúa. Por ello el tiempo de ejecución del algoritmo HS es mucho menor que el del algoritmo genético a igualdad de iteraciones. En la Tabla 23 se presentan los tiempos de ejecución de los diferentes procesos, así como el número de iteraciones, el de evaluaciones de la función objetivo llevadas a cabo y la mejora obtenida de la misma.

Tabla 23. Comparación de los tiempos de ejecución y las mejoras de la función objetivo usando GA y HS.

	GA	HS	HS
Tiempo (h)	5 h 12 min	5h 52 min	1h 28 min
Iteraciones	52	1000	250
Evaluaciones de f	938	1020	270
Mejora de f (%)	16.08	15.94	14.12

En vista de los resultados anteriores, se puede afirmar que para un número de soluciones probadas aproximadamente equivalente (evaluaciones de f), la mejora de la función objetivo obtenida por ambos métodos es prácticamente la misma y el tiempo de ejecución es también muy parecido. No obstante, es reseñable el hecho de que para la ejecución del algoritmo HS con 250 iteraciones y un tiempo de cálculo mucho menor, la mejora de la función objetivo ya era muy cercana a la conseguida realizando más iteraciones, solo dos puntos porcentuales por debajo.

A continuación se presentan los dos vectores de parámetros actualizados que encuentran como óptimos ambos algoritmos. Con el objetivo de que se pueda analizar con claridad los resultados, en la Tabla 24 las soluciones de los algoritmos se expresan como un factor por el que habría que multiplicar el valor inicial del parámetro para obtener el valor del parámetro actualizado.

Tabla 24. Comparación del vector parámetros actualizados obtenido usando GA y HS.

nº	Parámetro	Valor inicial	GA (factor)	HS (factor)
1	Rigidez cimentación tramo1 (N/m)	1.65E+07	0.67	1.25
2	Rigidez cimentación tramo2 (N/m)	1.65E+07	0.55	3.93
3	Rigidez cimentación tramo3 (N/m)	1.65E+07	0.79	0.29
4	Rigidez ux estribos (N/m)	1.24E+08	3.67	1.59
5	Rigidez uz estribos (N/m)	1.17E+08	0.42	0.31
6	Rigidez rotz estribos (Nm)	4.80E+08	1.54	2.65
7	Rigidez roty estribos (Nm)	1.63E+09	0.55	0.67
8	Módulo Young montantes y cordones vano1 (MPa)	2.10E+05	0.92	1.04
9	Módulo Young montantes y cordones vano2 (MPa)	2.10E+05	1.05	1.16
10	Módulo Young montantes y cordones vano3 (MPa)	2.10E+05	1.04	1.03
11	Módulo Young montantes y cordones vano4 (MPa)	2.10E+05	0.87	0.90
12	Módulo Young chapa tablero (MPa)	2.10E+05	1.08	1.19

Como se puede observar en esta Tabla 24, la solución óptima encontrada por uno y otro algoritmo es bastante diferente. Estas diferencias son notables especialmente en los parámetros que representan la rigidez del terreno en la cimentación alrededor de los pilotes. Este hecho se puede deber a que la función objetivo que se trata de optimizar tiene muchos óptimos locales (función con muchos picos) o porque está compuesta por muchos residuo diferentes (se consideran muchos modos) y sea difícil optimizarlos todos a la vez.

A continuación se incluyen los parámetros modales numéricos que se obtienen para cada una de estas dos soluciones y se comparan con los valores de los parámetros modales experimentales.

Tabla 25. Comparación de los parámetros modales numéricos obtenidos usando GA y HS.

MODO	f_{EXP} (Hz)	$\Delta f_{inicial}$ (%)	GA				HS			
			f_{NUM} (Hz)	Error abs. (Hz)	Δf (%)	MAC	f_{NUM} (Hz)	Error abs. (Hz)	Δf (%)	MAC
1º lateral	1.872	8.97	1.673	0.199	10.63	0.997	1.735	0.137	7.32	0.998
2º lateral	3.506	1.54	3.521	0.015	0.43	0.970	3.517	0.011	0.31	0.970
3º lateral	5.851	9.79	6.275	0.424	7.25	0.927	6.218	0.367	6.27	0.928
Longitudinal	6.914	4.40	7.028	0.114	1.65	0.964	6.959	0.045	0.65	0.965
4º lateral	8.217	7.92	8.643	0.426	5.18	0.953	8.723	0.506	6.16	0.920
5º lateral	8.515	11.40	9.176	0.661	7.76	0.912	9.501	0.986	11.58	0.937
1º vertical	9.189	3.20	9.438	0.249	2.71	0.933	9.499	0.31	3.37	0.951
2º vertical	9.483	2.50	9.671	0.188	1.98	0.928	9.749	0.266	2.81	0.934
3º vertical	11.24	4.88	11.595	0.355	3.16	0.842	11.857	0.617	5.49	0.886
6º lateral	11.828	17.13	12.291	0.463	3.91	0.829	12.042	0.214	1.81	0.799
4º vertical	12.812	9.80	13.747	0.935	7.30	0.750	13.829	1.017	7.94	0.791

Analizando los diferentes resultados de esta Tabla 25, se puede decir que el nivel de discrepancia entre los resultados numéricos y experimentales para ambas soluciones

es muy parecido. Los valores de los MAC son relativamente altos, de modo que se captan los modos correctamente. En cuanto a la mejora de las frecuencias naturales (Δf), se observa lo siguiente:

- En ambos casos se reduce mucho, en más de trece puntos, la discrepancia para el modo lateral 6, que presentaba el mayor valor de Δf .
- Para la solución del GA, el valor de la discrepancia para el primer modo aumenta en casi dos puntos, aunque el error absoluto es pequeño. En cambio la discrepancia para el resto de modos se reduce.
- Para la solución del algoritmo HS las discrepancias del quinto modo lateral y de los dos primeros modos verticales se ven aumentadas aunque en muy poca medida, menos de medio punto, por lo que se podría decir que simplemente no hay mejoras de esas discrepancias. En cambio las mejoras para el resto de los modos son en la mayoría de los casos mayores que las obtenidas con el GA y el primer modo no se empeora, sino que se mejora también.

VI.2 Actualización multiobjetivo

Para el problema de actualización definido como multiobjetivo se han utilizado asimismo dos algoritmos diferentes: el NSGA-II y el *Harmony Search* multiobjetivo (MHS). Básicamente ambos algoritmos tienen el mismo mecanismo para identificar las soluciones no dominadas, pero la técnica de búsqueda de las mismas en el espacio solución es diferente. En el caso del NSGA-II esta búsqueda se realiza con operadores genéticos y se trabaja con poblaciones mientras que el algoritmo MHS hace la búsqueda en puntos singulares con operadores que se inspiran en el proceso de improvisación musical.

En la Tabla 26 se muestran los tiempos de ejecución de cada uno de los algoritmos, así como el número de iteraciones y de evaluaciones de la función objetivo, para poder comparar los resultados. Como se puede ver, la ejecución del algoritmo NSGA-II tarda casi dos horas más a pesar de realizar un número de iteraciones 10 veces menor que el MHS, lo que se explica atendiendo al número de evaluaciones de la función objetivo llevado a cabo por ser un método basado en poblaciones.

Tabla 26. Comparación de los tiempos de ejecución de los algoritmos NSGA-II y MHS.

	NSGA-II	MHS
Tiempo (h)	7 h 52 min	6 h
Iteraciones	100	1000
Evaluaciones de f	1520	1020

Los frentes de Pareto identificados por ambos algoritmos se presentan conjuntamente en la Figura 51. En ella se puede notar claramente que la mayoría de los puntos del frente de Pareto encontrado por el algoritmo NSGA-II dominarían a los del frente encontrado por el MHS. No obstante, existen una serie de puntos de este último, situados a la derecha de la figura, que dominarían a las soluciones del NSGA-II. En rojo se señalan los puntos de ambos frentes que minimizarían la función objetivo f , definida

como $f = f_1 + 0.1 \cdot f_2$, que es la que se ha utilizado para la actualización de objetivo único.

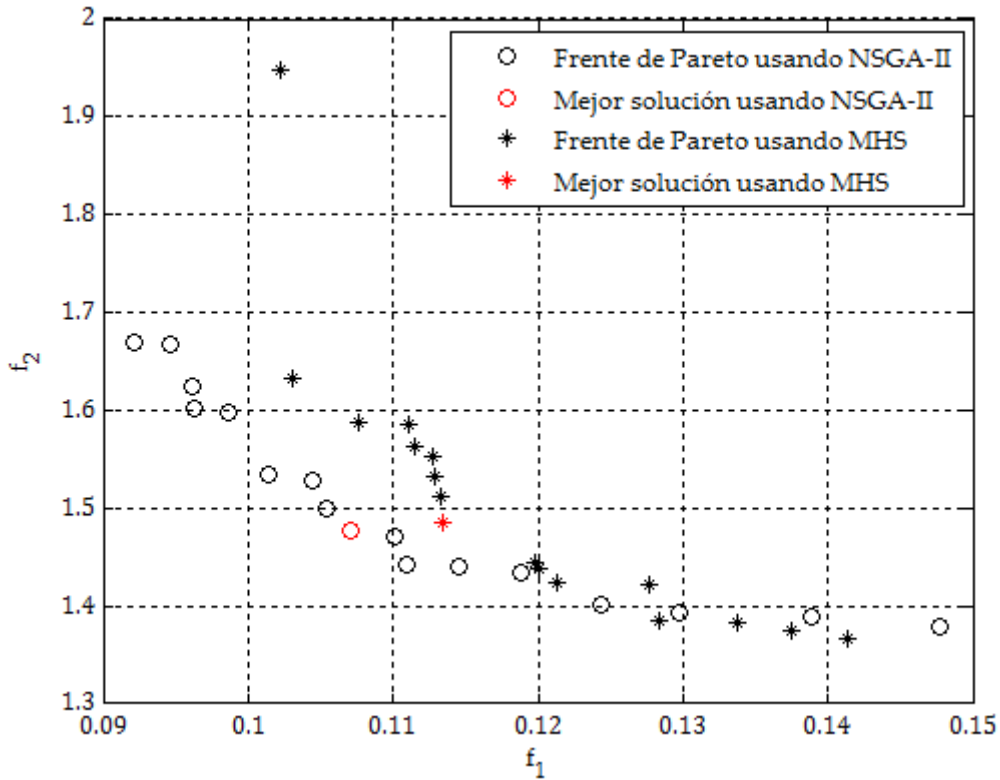


Figura 51. Frentes de Pareto encontrados por los algoritmos NSGA-II y MHS.

De entre estos dos puntos que se señalan como mejor solución en los términos antes definidos, el del frente de Pareto del algoritmo NSGA-II sería el que minimizaría más la función objetivo. Para estos puntos, el valor de los residuos y de la función objetivo sería:

Tabla 27. Comparación de las mejoras de la función objetivo f usando NSGA-II y MHS.

	NSGA-II			MHS	
	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1071	25.21	0.1134	20.84
f_2	1.5125	1.4771	2.34	1.4844	1.86
f	0.2945	0.2548	13.48	0.2618	11.10

Como se puede concluir, las mejoras alcanzadas por ambos algoritmos son parecidas, algo mayor la obtenida con el algoritmo NSGA-II, que sin embargo excedió en aproximadamente un 30% el tiempo de ejecución del MHS. Por otra parte, en comparación con la mejora de f conseguida con la optimización de objetivo único ésta se queda por debajo. No obstante, el valor de la optimización multiobjetivo radica en que se obtienen diferentes soluciones que minimizan en mayor o menor medida distintos objetivos considerados, sin imponer pesos arbitrarios a los residuos.

Los vectores de parámetros correspondientes a estas soluciones se presentan en la Tabla 28. Estos vectores solución vuelven a ser diferentes entre ellos y que los obtenidos anteriormente.

Tabla 28. Comparación del vector parámetros actualizados obtenido usando NSGA-II y MHS.

nº	Parámetro	valor inicial	NSGA-II (factor)	MHS (factor)
1	Rigidez cimentación tramo1 (N/m)	1.65E+07	1.57	2.30
2	Rigidez cimentación tramo2 (N/m)	1.65E+07	2.54	1.21
3	Rigidez cimentación tramo3 (N/m)	1.65E+07	0.47	0.29
4	Rigidez ux estribos (N/m)	1.24E+08	1.22	1.19
5	Rigidez uz estribos (N/m)	1.17E+08	0.34	0.31
6	Rigidez rotz estribos (Nm)	4.80E+08	2.86	1.68
7	Rigidez roty estribos (Nm)	1.63E+09	2.48	2.98
8	Módulo Young montantes y cordones vano1 (MPa)	2.10E+05	0.92	0.82
9	Módulo Young montantes y cordones vano2 (MPa)	2.10E+05	0.88	0.87
10	Módulo Young montantes y cordones vano3 (MPa)	2.10E+05	1.01	0.83
11	Módulo Young montantes y cordones vano4 (MPa)	2.10E+05	0.89	1.14
12	Módulo Young chapa tablero (MPa)	2.10E+05	1.06	1.13

Los parámetros modales correspondientes a las soluciones anteriores se presentan en la Tabla 29. Como se puede ver, están algo menos ajustados que los que se muestran en la Tabla 25.

Tabla 29. . Comparación de los parámetros modales numéricos obtenidos usando NSGA-II y MHS.

MODO	f_{EXP} (Hz)	$\Delta f_{inicial}$ (%)	NSGA-II				MHS			
			f_{NUM} (Hz)	Error abs. (Hz)	Δf (%)	MAC	f_{NUM} (Hz)	Error abs. (Hz)	Δf (%)	MAC
1º lateral	1.872	8.97	1.751	0.121	6.46	0.998	1.772	0.100	5.34	0.998
2º lateral	3.506	1.54	3.532	0.026	0.74	0.970	3.532	0.026	0.74	0.970
3º lateral	5.851	9.79	6.257	0.406	6.94	0.929	6.232	0.381	6.51	0.929
Longitudinal	6.914	4.40	6.899	0.015	0.22	0.966	6.939	0.025	0.36	0.966
4º lateral	8.217	7.92	8.785	0.568	6.91	0.921	8.771	0.554	6.74	0.914
5º lateral	8.515	11.40	9.595	1.08	12.68	0.939	9.527	1.012	11.89	0.920
1º vertical	9.189	3.20	9.536	0.347	3.78	0.949	9.465	0.276	3.00	0.946
2º vertical	9.483	2.50	9.774	0.291	3.07	0.929	9.779	0.296	3.12	0.957
3º vertical	11.24	4.88	11.85	0.61	5.43	0.880	12.056	0.816	7.26	0.898
6º lateral	11.828	17.13	12.32	0.492	4.16	0.835	12.511	0.683	5.77	0.765
4º vertical	12.812	9.80	14.022	1.21	9.44	0.829	14.387	1.575	12.29	0.871

Alternativamente, se pueden analizar otras soluciones del frente de Pareto, ya que todas ellas son óptimas en algún sentido. Parece intuitivo analizar por tanto la solución que minimiza la suma de ambos residuos, sin imponer pesos a los mismo. Es decir, aquella para la que se minimiza la función \tilde{f} definida como $\tilde{f} = f_1 + f_2$. Estos puntos se representan en color azul en la Figura 52.

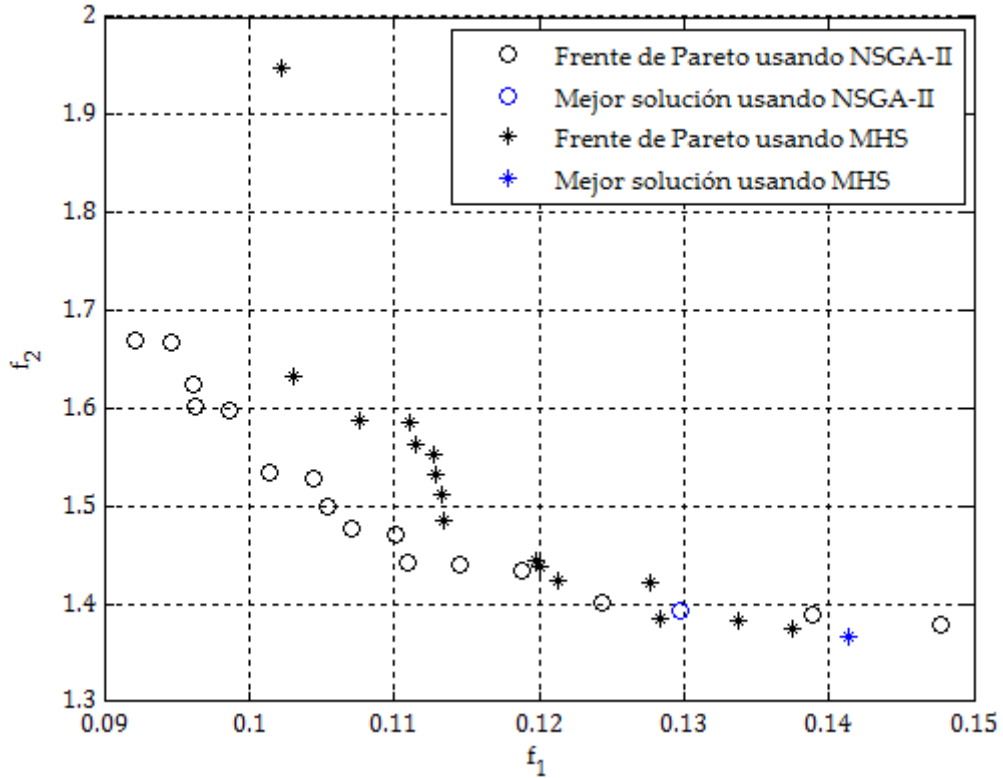


Figura 52. Frentes de Pareto encontrados por los algoritmos NSGA-II y MHS.

Para estos puntos, el valor de los residuos y de la función objetivo sería el siguiente:

Tabla 30. Comparación de las mejoras de la función objetivo \tilde{f} usando NSGA-II y MHS.

	NSGA-II			MHS	
	Valor inicial	Valor final	Mejora relativa (%)	Valor final	Mejora relativa (%)
f_1	0.1432	0.1297	9.44	0.1413	1.34
f_2	1.5125	1.3941	7.83	1.3664	9.66
\tilde{f}	1.6557	1.5238	7.97	1.5077	8.94

Como se puede observar en la anterior tabla, las mejoras relativas que se consiguen tanto de los residuos como de la función objetivo son en este caso más moderadas, por lo que quizás para el problema analizado se puede decir que son más convenientes aquellas soluciones que dan mayor importancia al residuo de la frecuencia (menor peso al residuo modal).

CAPÍTULO VII
Conclusiones y Desarrollos Futuros

VII.1 Resumen y conclusiones extraídas del estudio

En el desarrollo de este trabajo se ha explorado la temática de la actualización de modelos de elementos finitos, desde su marco teórico hasta llevarlo a la práctica con un ejemplo de actualización de una pasarela metálica. En este sentido, se ha realizado una revisión de las técnicas que se aplican en estos problemas, poniendo especial cuidado en documentar los máximos aspectos posibles e indicar la bibliografía de referencia de los diferentes temas que abarca: elaboración de modelos de elementos finitos, desarrollo de ensayos de vibración ambiental, técnicas de OMA para la identificación modal de sistemas y métodos de actualización. Debido a las numerosas herramientas que se utilizan en la actualización del modelo de elementos finitos de una estructura, se ha puesto el énfasis en algunos de aquellos aspectos referentes al proceso de actualización en sí. En concreto hay tres aspectos a los que se les ha dado un trato especial, siendo uno de ellos la principal motivación de este trabajo.

VII.1.1 Estudio de sensibilidad

El primero de ellos es la elección de los parámetros de actualización. Una vez descartada la aplicación de un método directo por el cual se realiza el ajuste de los parámetros modales modificando directamente las matrices de masa y rigidez, la alternativa es elegir un método iterativo en el cual se intenta llevar a cabo el ajuste cambiando el valor de unos ciertos parámetros del modelo de elementos finitos. La cuestión es entonces qué parámetros del modelo de EF escoger. En la mayoría de las actualizaciones de modelos de estructuras reales que se encuentran en la bibliografía esta elección se lleva a cabo en base a criterios basados en la experiencia del analista, sin embargo, existen una serie de métodos ciertamente más sistemáticos que permiten basar la elección en unos determinados criterios más imparciales. El método de Fox y Kapoor, que ofrece unas fórmulas que relacionan la sensibilidad de las frecuencias naturales y los modos de vibración ante cambios en distintos parámetros del modelo con la energía de deformación modal es uno de estos criterios más objetivos. En este trabajo se aplica con éxito este estudio de sensibilidad, en concreto utilizando el programa ANSYS para calcular la energía de deformación modal. Esquemáticamente, las conclusiones de este estudio de sensibilidad son:

- Es posible analizar la influencia de muchos parámetros del modelo para elegir aquellos que afectan en mayor medida a los parámetros modales. Por ejemplo, en este caso, se ha estudiado la influencia de unos treinta parámetros y finalmente se han elegido doce para llevar a cabo la actualización. De esta forma, puede sorprender la sensibilidad del modelo ante parámetros que en principio no se pensaría que fueran muy influyentes.
- Analizando la sensibilidad del modelo ante todos los parámetros estudiados, se pueden establecer grupos con aquellos que afectan en igual medida a los diferentes modos de vibración.

- Este estudio permite identificar aquellos parámetros que son más adecuados para llevar a cabo la actualización; es decir, aquellos que tienen mucha influencia en un determinado modo y muy poca en los demás.
- Al realizar este estudio con ANSYS, es posible obtener la energía de deformación de los diferentes elementos por separado. Así, se puede analizar si es adecuado considerar un mismo parámetro de actualización en diferentes partes de la estructura. Por ejemplo en este trabajo se ha considerado como parámetro de actualización el módulo de elasticidad del acero de los cordones de los cuatro vanos de la pasarela por separado.

Como conclusión final, se puede afirmar que, una vez realizado el modelo de elementos finitos de la estructura, es relativamente sencillo llevar a cabo un estudio de sensibilidad sin más que analizar la energía de deformación modal de diferentes grupos de elementos. Además de sencillo, es útil para elegir con criterio definido los parámetros de actualización.

VII.1.2 Estudio de la función peso

El segundo de los temas que se trata más en detalle es el de la función peso que pondera los diferentes residuos en la definición de la función objetivo. De forma general, la función objetivo se define considerando dos tipos de residuos; el residuo de la frecuencia y el de los modos. Debido a la forma de tomar los datos en el ensayo y el procedimiento de identificación modal posterior para determinar los parámetros modales experimentales, no todos estos parámetros tienen la misma incertidumbre. Es por ello que al reunirlos en la función objetivo es necesario ponderarlos de diferente manera. Una forma de hacerlo, que es la que se ha considerado en este trabajo, es establecer un peso unidad para la frecuencias naturales y un peso w_s para los modos de vibración. El valor de este peso modal suele estar entre $[0 - 0.5]$ y por lo general en los diferentes artículos de la bibliografía no se justifica con un estudio de alternativas su elección. En este trabajo se ha llevado a cabo un estudio de las diferentes posibilidades para elegir el peso óptimo que hace que se consiga una mejora mayor de la función objetivo y por tanto una mejor actualización del modelo. Algunas de las conclusiones de este estudio son:

- El peso considerado de los diferentes residuos influye en gran medida en la mejora relativa de la función objetivo en el proceso de optimización.
- Si el peso de un residuo es demasiado pequeño, al no considerar demasiado su influencia puede ocurrir que durante el proceso de actualización la solución obtenida empeore ese residuo aunque la función objetivo mejore.
- Si el peso es demasiado grande, es complicado conseguir una mejora de la función objetivo al estar considerando en gran medida este residuo.

Como recomendación tras haber realizado este estudio se podría indicar que es importante elegir un valor adecuado de los pesos de los residuos en la función objetivo ya que puede condicionar la convergencia de la solución en el proceso de optimización. Es cierto que este estudio para determinar el valor óptimo de la función peso implica emplear tiempo en realizar pruebas con diferentes valores para analizar los resultados,

por lo que habría que valorarlo. No obstante, el valor obtenido como óptimo en este estudio es $w_s = 0.1$, que resulta ser uno de los valores que se emplean con mayor asiduidad en las referencias sobre este tema, por lo que si no se dispone de mucho tiempo o recursos para llevar a cabo este estudio se podría tomar como un valor de referencia si el problema es parecido.

VII.1.3 Estudio de las técnicas de optimización

El tercer y principal aspecto que se ha estudiado viene representado por las técnicas de optimización empleadas. Hay varios algoritmos que se han puesto a prueba, con diferentes características, y se han comparado entre ellos. En concreto se ha comparado el algoritmo genético con el *Harmony Search*, en sus versiones de objetivo único y multiobjetivo. A continuación se presentan las conclusiones sobre los diferentes aspectos de las dos técnicas de optimización estudiadas:

- La principal característica que hace que el GA y el HS sean muy diferentes es su criterio de búsqueda; el primero basado en poblaciones y el segundo en puntos singulares. Esto afecta especialmente al número de evaluaciones de la función objetivo en cada iteración, que es una en el caso de búsqueda en puntos singulares y del tamaño de la población en caso contrario. Este hecho hace que el algoritmo genético, a igualdad de iteraciones, sea mucho más lento que el algoritmo HS.
- Otra diferencia entre ambos algoritmos es el nivel de diversificación. Ocurre que el GA genera la primera población de individuos de forma aleatoria y las subsiguientes las forma siempre por cruce de los individuos de la población anterior, aunque es cierto que algunos hijos están afectados por la mutación. En cambio el algoritmo HS también inicializa la matriz de memoria de armonías de forma aleatoria pero después las nuevas armonías las busca o bien de la propia memoria (y las modifica parcialmente con una cierta probabilidad) o las improvisa; es decir genera una nueva solución de forma aleatoria. Así, parece que el HS es el algoritmo que tiene un mayor nivel de diversificación de los dos y es capaz de buscar en más rincones del espacio, especialmente si el tamaño de la población del GA es pequeña.
- Otro aspecto importante que hay que tener en cuenta a la hora de realizar la optimización es la elección de los parámetros de los algoritmos, que debe ser personalizada para cada problema. El tamaño de la población, los tipos de operadores genéticos, el número de iteraciones,... todos ellos son parámetros clave para asegurar que el proceso de optimización con GA se desarrolla con éxito. Así, es importante hacer pruebas con diferentes valores y analizar los resultados para su elección. En el caso del HS algunos parámetros básicos son: el tamaño de la matriz de memoria de armonías, el parámetro *par* que controla la diversificación, el ancho de banda que controla la intensificación y el número de iteraciones.
- Por último está la decisión de llevar a cabo una actualización de objetivo único o multiobjetivo. En este trabajo se han llevado a cabo las dos, de forma que se

pueden comparar entre ellas. Por una parte, la optimización con un solo objetivo es más sencilla porque tras el proceso se obtiene una solución que mejora el objetivo marcado. Sin embargo está la dificultad de la definición de esa función objetivo, en la cual se debe indicar los pesos de los diferentes residuos. En contraposición, la definición de la función objetivo para problemas multiobjetivo es más sencilla porque no hay que imponer a priori ningún tipo de peso artificial a los diferentes residuos. En cambio, el resultado de la optimización no es una solución única, sino que es un conjunto de soluciones que mejoran un objetivo sin empeorar el otro. Aunque esto puede parecer una desventaja ya que hay que fijar un criterio para elegir la solución óptima (que podría ser por ejemplo la que minimice la suma de ambos residuos), se puede ver desde otro punto de vista como una ventaja adicional: el frente de Pareto muestra las posibles soluciones óptimas del problema, de entre las que se puede elegir la que más interese en función de a qué residuos se le quiere dar más importancia.

En resumen, el algoritmo *Harmony Search* se ha conseguido implementar para resolver problemas de actualización de modelos y el resultado es equiparable al conseguido con técnicas con mayor trayectoria como la del GA. Si se consigue mejorar el algoritmo en términos de intensificación, lo cual ya está planteado en ciertas referencias en las que se proponen variantes mejoradas del algoritmo, puede convertirse en una técnica con una gran proyección por su rapidez de ejecución. Respecto a la optimización multiobjetivo, esta técnica puede ser muy útil en problemas de actualización de modelos porque no es necesario imponer pesos a los diferentes residuos a priori sino que la elección de la solución final se puede elegir en función del residuo que se considere más relevante minimizar, atendiendo por ejemplo a los resultados de la comparación inicial.

VII.2 Nuevas líneas de investigación para estudios futuros

En forma de lista se presentan aquí algunos de los estudios futuros que se pueden acometer para ampliar los expuestos en este trabajo:

- Establecer el valor óptimo de la función peso para diferentes problemas de actualización para comprobar si ciertamente éste depende de cada problema individual o se puede establecer un criterio general.
- Aplicar las técnicas de computación paralela al ejecutar los algoritmos iterativos, especialmente los basados en poblaciones como el GA o el NSGA-II para mejorar los tiempos de cálculo.
- Implementar algunas de las versiones mejoradas del algoritmo *Harmony Search*, como el *Global Best Harmony Search* de Mahdavi [79] o el *Improved Harmony Search* de Coelho [80] y aplicarlas a problemas de actualización de modelos para ver si se pueden reducir los tiempos de computación.
- Estudiar en detalle la influencia de los diferentes parámetros del algoritmo HS en problemas de actualización de modelos.
 - Combinar el algoritmo HS con algún otro algoritmo de búsqueda local para crear un algoritmo híbrido que combine las ventajas de cada uno de ellos.

Bibliografía

- [1] E. Ingólfsson, C. Georgakis y J. Jönsson, «Pedestrian-induced lateral vibrations of footbridges: A literature review,» *Engineering Structures*, vol. 45, pp. 21-52, 2012.
- [2] S. Zivanovic, A. Pavic y P. Reynolds, «Finite element modelling and updating of a lively footbridge: The complete process,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 301, pp. 126-145, 2007.
- [3] T. Marwala, «Introduction to Finite-element-model Updating,» de *Finite-element-model Updating Using Computational Intelligence Techniques*, London, Springer, 2010, pp. 1-2.
- [4] F. París, *Teoría de la elasticidad*, Sevilla: Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, 2000.
- [5] J. Domínguez Abascal, *Ampliación de Teoría de Estructuras*, Sevilla: Sección de Publicaciones Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla, 2012.
- [6] M. Turner, R. Clough, H. Martin y L. Topp, «Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures,» *Journal of Aeronautical Science*, vol. 23, nº 9, pp. 805-823, 1956.
- [7] R. Clough, «The finite element in plane stress analysis,» de *Proc. 2nd. A.S.C.E. Conf. on Electronic Computation*, Pittsburg, 1960.
- [8] R. J. Melosh, «Bases for the derivation of matrices for the direct stiffness method,» *AIAA Journal*, vol. 1, nº 7, pp. 1631-1637, 1963.
- [9] L. White, E. Deleersnijder y V. Legat, «A Three-dimensional Unstructured Mesh Finite Element Shallow-water Model, with Application to the Flows around an Island and in a Wind-driven, Elongated Basin,» *Ocean Model*, vol. 22, pp. 26-47, 2008.
- [10] Q. Zhang y E. Teo, «Finite Element Application in Implant Research for Treatment of Lumbar Degenerative Disc Disease,» *Medical Engineering and Physics*, vol. 30, pp. 1246-1256, 2008.
- [11] O. Zienkiewicz y R. Taylor, *El Método de los Elementos Finitos*. Cuarta edición, Volumen 1: Formulación básica y problemas lineales, Barcelona: McGraw-Hill, 1994.

- [12] R. Perera, *Introducción al Método de Elementos Finitos*, Madrid: Sección de Publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Universidad Politécnica de Madrid, 2004.
- [13] O. Zienkiewicz y R. Taylor, *El método de los elementos finitos. Cuarta edición, Volumen 2: Mecánica de sólidos y fluidos. Dinámica y no linealidad*, Barcelona: MacGraw-Hill, 1994.
- [14] G. Bazeley, Y. Cheung, B. Irons y O. Zienkiewicz, «Triangular elements in bending–conforming and nonconforming solutions,» de *Proceedings of the Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Ins. Tech.*, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1965.
- [15] D. Ewins, *Modal Testing: theory and practice*, Baldock: Research Studies Press Ltd, 2000.
- [16] W. Heylen, S. Lammens y P. Sas, *Modal Analysis Theory and Testing*, Leuven: Society of Experimental Mechanics, 2007.
- [17] N. Maia y J. Silva, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, New York: Research Studies Press Ltd, 1997.
- [18] R. Crawford y H. Ward, «Determination of the Natural Period of Buildings,» *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 54, nº 6, pp. 1743-1756, 1964.
- [19] V. MacLamore, G. Hart y I. Stubbs, «Ambient vibration of two suspension bridges,» *Journal of the Structures Division, ASCE*, vol. 97, nº ST10, pp. 2564-2582, 1971.
- [20] M. Trifunac, «Comparison between ambient and forced vibration experiments,» *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 1, pp. 133-150, 1972.
- [21] S. Russo, «Integrated assessment of monumental structures through ambient vibration an ND tests: The case of Rialto Bridge,» *Journal of Cultural Heritage*, vol. 19, pp. 402-414, 2016.
- [22] M. Friswell y J. Mottershead, *FINITE ELEMENT MODEL UPDATING IN STRUCTURAL DYNAMICS*, Springer Science+Business Media Dordrecht, 1995.
- [23] A. Kabe, «Stiffness matrix adjustment using mode data,» *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, vol. 23, pp. 1431-1436, 1985.

- [24] J. Carvalho, B. Datta, A. Gupta y M. Lagadapati, «A direct method for model updating with incomplete measured data without spurious modes,» *Mechanical System and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2715-2731, 2007.
- [25] J. Crespo y J. Aranda, «Revisión de las Técnicas de Asignación de Autoestructuras: Aplicación en Sistemas Aeroespaciales,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 11, pp. 142-154, 2014.
- [26] F. M. R. L. d. Magalhães, *Tesis: Operational modal analysis for testing and monitoring of bridges and special structures*, Porto: Universidade do Porto.
- [27] G. James, T. Carne, J. Lauffer y A. Nard, «Modal Testing Using Natural Excitation,» de *Proceedings of International Modal Analysis Conference 10*, San Diego, USA, 1992.
- [28] F. Magalhães y Á. Cunha, «Explaining operational modal analysis with data from an arch bridge,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, pp. 1431-1450, 2011.
- [29] P. Van Overschee y B. De Moor, *Subspace Identification for Linear Systems*, Leuven, Belgium: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [30] B. Peeters y G. De Roeck, «Reference Based Stochastic Subspace Identification in Civil Engineering,» *Inverse Problems in Engineering*, vol. 8, nº 1, pp. 47-74, 2000.
- [31] A. Neumaier, «Complete search in continuous global optimization and constrain satisfaction,» *Acta numérica*, vol. 13, pp. 271-369, 2004.
- [32] M. Young, «A minimax portfolio selection rule with linear programming solution,» *Management Science*, vol. 44, nº 5, pp. 673-683, 1998.
- [33] H. Li, C. Chang y J. Tsai, «Approximately global optimization for assortment problems using piecewise linearization techniques,» *European Journal of Operational Research*, vol. 140, nº 3, pp. 584-589, 2002.
- [34] X. Lin y M. Orłowska, «An integer linear programming approach to data allocation with the minimum total communication cost in distributed database systems,» *Information Sciences*, vol. 85, nº 1-3, pp. 1-10, 1995.
- [35] E. Sandgren, «Nonlinear integer and discrete programming in mechanical design optimization,» *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 112, nº 2, pp. 223-229, 1990.
- [36] J. Tsai, «Global optimization for signomial discrete programming problems in engineering design,» *Engineering Optimization*, vol. 42, nº 9, pp. 833-843, 2010.

- [37] J. Ecker, M. Kupferschmid, C. Lawrence, A. Reilly y C. Scott, «An application of nonlinear optimization in molecular biology,» *European Journal of Operational Research*, vol. 138, nº 2, pp. 452-458, 2002.
- [38] J. Mottershead, E. Goh y W. Shao, «On the treatment of discretization errors in finite element model updating,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 9, nº 1, pp. 101-112, 1995.
- [39] K. Schröder, C. Gebhardt y R. Rolfes, «Damage Localization at Wind Turbine Support Structures Using Sequential Quadratic Programming for Model Updating,» de *8th European Workshop On Structural Health Monitoring*, Bilbao, 2016.
- [40] M.-H. Lin, J.-F. Tsai y C.-S. Yu, «A review of deterministic optimization methods in engineering and management,» *Mathematica Problemas in Engineering*, vol. 2012, nº Article ID 756023, p. 15 pages, 2012.
- [41] H. Robbins y S. Monro, «A stochastic approximation method,» *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 22, nº 3, pp. 400-407, 1951.
- [42] J. Pearl, *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*, Los Angeles: Addison-Wesley Publishing Company, 1984.
- [43] D. Manjarres, I. Landa-Torres, S. Gil-Lopez, J. Del Ser, M. Bilbao, S. Salcedo-Sanz y Z. Geem, «A survey on applications of the harmony search algorithm,» *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 26, pp. 1818-1831, 2013.
- [44] E. Alba, *PARALLEL METAHEURISTICS: A New Class of Algorithms*, John Wiley & Sons, 2005.
- [45] C. Segura González, *Técnicas de Optimización Paralelas. Esquema híbrido basado en Hiperheurísticas y Computación Evolutiva*, San Cristóbal de La Laguna: Servicio de Publicaciones de la Universidad de la Laguna, 2012.
- [46] V. Kelner, F. Capitanescu, O. Léonard y L. Wehenkel, «A hybrid technique coupling an evolutionary and local search algorithm,» *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 215, nº 2, pp. 448-456, 2008.
- [47] D.-S. Jung, C.-Y. Kim y J.-H. kang, «Hybrid optimization technique based on GA-NMS for FE model updating,» de *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, Orlando, 2007.
- [48] P. Bakir y Y. Erdogan, «Damage identification in reinforced concrete beams by finite element model updating using parallel and hybrid genetic algorithms,» *International Journal of Computational Methods*, vol. 10, nº 3, p. Article number 1350010, 2013.

-
- [49] D.-S. Jung y C.-Y. Kim, «Finite element model updating on small-scale bridge model using the hybrid genetic algorithm,» *Structure and Infrastructure Engineering*, vol. 9, n° 5, pp. 481-495, 2013.
- [50] A. Teughels, G. De Roeck y J. A. Suykens, «Global optimization by coupled local minimizers and its application to FE model updating,» *Computers and Structures*, vol. 81, pp. 2337-2351, 2003.
- [51] V. Pareto, *Cours D'Economie Politique*, Lausanne: F. Rouge, 1896.
- [52] G.-H. Kim y Y.-S. Park, «An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimisation technique,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 18, pp. 59-78, 2004.
- [53] H. J. Bremermann, «Optimization through evolution and recombination,» de *Proceedings of the conference sponsored by the Information Systems Branch of the Office of Naval Research and the Armour Research Foundation of the Illinois Institute of Technology*, Chicago, 1962.
- [54] J. D. Bagley, *The Behavior of Adaptive Systems which employ Genetic and Correlation Algorithms*, Michigan: University of Michigan, 1967.
- [55] J. H. Holland, *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*, Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [56] A. Mohamed, F. Nelwamondo y T. Marwala, «Estimation of Missing Data: Neural Networks, Principal Component Analysis and A genetic algorithms,» de *Proceedings of the 12th World Multi-Conference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, Orlando, 2008.
- [57] R. Levin y N. Lieven, «Dynamic finite element model updating using simulated annealing and a genetic algorithms,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 12, pp. 91-120, 1998.
- [58] T. Marwala, «Finite element updating using wavlet data and a genetic algorithm,» *Journal of Aircraft*, vol. 39, pp. 709-711, 2002.
- [59] V. Akula y R. Ganguli, «Finite element model updating fr helicopter rotor blade using a genetic algorithm,» *AIAA Journal*, vol. 41, n° 3, pp. 554-556, 2003.
- [60] F. Shabbir y P. Omenzetter, «Model updating using genetic algorithms with sequential niche technique,» *Engineering Structures*, vol. 120, pp. 166-182, 2016.

- [61] R. Rosenberg, Simulation of genetic populations with biochemical properties, PhD Tesis, Ann Harbor: University of Michigan, 1967.
- [62] J. Schaffer, Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms, PhD thesis, Nashville: Vanderbilt University, 1984.
- [63] M. Srinivas y K. Deb, «Multionjective Optimization using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms,» *Evolutionary Computation*, vol. 2, n° 3, pp. 221-248, 1994.
- [64] J. Horn, N. Nafpliotis y D. E. Goldberg, «A Niche Pareto Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization,» de *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Piscataway, 1994.
- [65] C. Fonseca y P. Fleming, «An overview of evolutionary algorithms in multiobjective optimization,» *Evolutionary Computation*, vol. 3, n° 1, pp. 1-16, 1995.
- [66] H. Ishibuchi y T. Murata, «Multi-Objective Genetic Local Search Algorithm,» de *Proceedings of the 1996 International Conference on Evolutionary Computation*, Nagoya (Japan), 1996.
- [67] E. Zitzler y L. Thiele, «An evolutionary algorithm for multiobjective optimization: the strength pareto approach,» TIK-Report, Zurich, 1998.
- [68] J. Knowles y D. Corne, «Approximating the nondominated front using the pareto archived evolution strategy,» *Evolutionary Computation*, vol. 8, n° 2, pp. 149-172, 2000.
- [69] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal y T. Meyarivan, «A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II,» *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 6, n° 2, pp. 182-197, 2002.
- [70] E. Zitsler, M. Laumanns y L. Thiele, «SPEA2: Improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization,» de *Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control*, Barcelona, CIMNE, 2002, pp. 19-26.
- [71] E. Zitzler y S. Künzli, «Indicator-Based Selection in Multiobjective Search,» de *Parallel Problem Solving from Nature - PPSN VIII*, Birmingham, Springer, 2004, pp. 822-831.
- [72] A. Nebro, J. Durillo, F. Luna, B. Dorronsoro y E. Alba, «A celular genetic algorithm for multiobjective optimization,» de *Proceedings of the Workshop on Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization*, Granada, 2006.

- [73] D. A. Van Veldhuizen y G. B. Lamont, «Multiobjective Evolutionary Algorithm Research: A history and analysis,» Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1998.
- [74] C. A. Coello Coello, «A Comprehensive Survey of Evolutionary-Based Multiobjective Optimization Techniques,» *Knowledge and Information Systems*, vol. 1, n° 3, p. 269–308, 1999.
- [75] S.-S. Jin, S. Cho, H.-J. Jung, J.-J. Lee y C.-B. Yun, «A new multi-objective approach to finite element model updating,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, pp. 2323-2338, 2014.
- [76] Z. W. Geem, J. H. Kim y G. Loganathan, «A new heuristic optimization algorithm: Harmony Search,» *SIMULATION*, vol. 76, n° 2, pp. 60-68, 2001.
- [77] K. S. Lee y Z. W. Geem, «A new structural method based on the harmony search algorithm,» *Computers and Structures*, vol. 82, pp. 781-798, 2004.
- [78] M. Mahdavi, M. Fesanghary y E. Damangir, «An improved harmony search algorithm for solving optimization problems,» *Applied Mathematics and Computation*, vol. 188, pp. 1567-1579, 2007.
- [79] M. G. Omran y M. Mahdavi, «Global-best harmony search,» *Applied Mathematics and Computation*, vol. 198, pp. 643-656, 2008.
- [80] L. Coelho y D. Bennett, «An improved harmony search algorithm for synchronization of discrete-time chaotic systems,» *Chaos, Solutions and Fractals*, vol. 41, pp. 2526-2532, 2009.
- [81] X.-S. Yang y S. Koziel, *Computational optimization and applications in engineering and industry*, Springer, 2011.
- [82] S. Sivasubramani y K. Swarup, «Multi-objective harmony search algorithm for optimal power flow problem,» *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 33, pp. 745-752, 2011.
- [83] M. Fesanghary, S. Asadi y Z. W. Geem, «Design of low-emission and energy-efficient residential buildings using a multi-objective optimization algorithm,» *Building and Environment*, vol. 49, pp. 245-250, 2012.
- [84] Z. W. Geem, «Multiobjective optimization of water distribution networks using fuzzy theory and harmony search,» *Water*, vol. 7, pp. 3613-3625, 2015.
- [85] J. Ricart, G. Hüttemann, J. Lima y B. Barán, «Multiobjective harmony search algorithm proposals,» *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, vol. 28, pp. 51-67, 2011.

- [86] I. Kougias, L. Katsifarakis y N. Theodossiou, «Medley multiobjective harmony search algorithm: application on a water resources management problem,» *European Water*, vol. 39, pp. 41-52, 2012.
- [87] X. Dai, X. Yuan y Z. Zhang, «A self-adaptive multi-objective harmony search algorithm based on harmony memory variance,» *Applied Soft Computing*, vol. 35, pp. 541-557, 2015.
- [88] J. Nocedal y S. Wright, *Numerical Optimization*, New York: Springer, 1999.
- [89] P. W. Möller y O. Friberg, «Updating large finite element models in structural dynamics,» *AIAA Journal*, vol. 36, nº 10, pp. 1861-1868, 1998.
- [90] R. Allemang y D. Brown, «A correlation coefficient for modal vector analysis,» de *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference*, Orlando, 1982.
- [91] T. Toksoy y A. Aktan, «Bridge-condition Assessment by Modal Flexibility,» *Experimental Mechanics*, vol. 34, nº 3, pp. 271-278, 1994.
- [92] J. Zhao y J. T. DeWolf, «Dynamic Monitoring of Steel Girder Highway Bridge,» *Journal of Bridge Engineering*, vol. 7, nº 6, pp. 350-356, 2002.
- [93] B. Jaishi y W.-X. Ren, «Structural Finite Element Model Updating Using Ambient Vibration Test Results,» *Journal of Structural Engineering*, vol. 131, nº 4, pp. 617-628, 2005.
- [94] B. Jaishi y W.-X. Ren, «Finite element model updating based on eigenvalue and strain energy residuals using multiobjective optimisation technique,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2295-2317, 2007.
- [95] R. Perera y A. Ruiz, «A multistage FE updating procedure for damage identification in large-scale structures based on multiobjective evolutionary optimization,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 22, pp. 970-991, 2008.
- [96] K. Christodoulou, E. Ntotsios, C. Papadimitriou y P. Panetsos, «Structural model updating and prediction variability using Pareto optimal models,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 198, pp. 138-149, 2008.
- [97] J. Beck y K. Arnold, *Parameter Estimation in Engineering and Science*, New York: Wiley, 1977.
- [98] A. Teughels y G. De Roeck, «Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 278, pp. 589-610, 2004.

- [99] R. Fox y M. Kapoor, «Rate of change of eigenvalues and eigenvectors,» *AIAA Journal*, vol. 6, pp. 2426-2429, 1968.
- [100] A. Teughels, J. Maeck y G. De Roeck, «Damage assessment by FE model updating using damage functions,» *Computer and Structures*, vol. 80, n° 25, pp. 1869-1879, 2002.
- [101] J. Manterola, Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción, Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2006.
- [102] P. J. A. O. C. Arozamena, «Cálculo retrospectivo del coeficiente de balasto horizontal a partir de mediciones de desplazamientos en pantallas del Metro de Sevilla,» *Informes de la Construcción*, vol. 67, n° 538, 2015.
- [103] R. Cantieni, «Experimental Methods used in System Identification of Civil Engineering Structures,» de *Proceedings of IOMAC (International Operational Modal Analysis Conference)*, Copenhagen, 2005.
- [104] M. Döhler, P. Andersen y L. Mevel, «Data merging for multi-setup operational modal analysis with data-driven SSI,» de *Proceedings of the IMAC XXVIII*, Jacksonville, 2010.
- [105] G. P. Rangaiah, Stochastic Global Optimization: Techniques and Applications in Chemical Engineering, World Scientific, 2010.
- [106] G. Ingram y Z. Tonghua, «An Introduction to the Harmony Search Algorithm,» de *Stochastic Global Optimization: Techniques and Applications in Chemical Engineering*, World Scientific, 2010, pp. 301-335.
- [107] A. Vasebi, M. Fesanghary y S. Bathaee, «Combined heat and power economic dispatch by harmony search algorithm,» *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 29, pp. 713-719, 2007.
- [108] Y. Cheng, L. Li, T. Lansivaara y S. a. S. Y. Chi, «An improved harmony search minimization algorithm using different slip surface generation methods for slope stability analysis,» *Engineering Optimization*, vol. 40, pp. 95-115, 2008.
- [109] J. Kim, Z. Geem y E. Kim, «Parameter estimation of the nonlinear Muskingum model using harmony search,» *Journal of the American Water Resources Association*, vol. 37, pp. 1131-1138, 2001.