Revista de Enseñanza Universitaria 2008, N.º 31; 17-25

LA BÚSQUEDA DE SOLUCIÓN A PROBLEMAS IRRESOLUBLES

Enfoque de argumentación

Alberto Díaz Montes
Licenciado EBE Matemáticas Universidad Distrital
Docente Colegio San Luis

Resumen

El tema de los problemas irresolubles es enfocado particularmente a la luz de la teoría enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La visión del texto está enfocado en la argumentación, el cual propone que los problemas irresolubles generan conocimiento en matemáticas, cuando son argumentados por los estudiantes desde su irresolubilidad. En esta perspectiva, buscamos responder a la pregunta ¿Cuáles son los elementos disciplinarios de la matemática que se construyen, a través del abordaje de problemas irresolubles, con estudiantes de grados 6º a 11º, de la EPE?, esto, en una metodología de recolección de datos, categorías y análisis de los mismos. La intención del texto es, principalmente, la de servir como introducción al asunto de los problemas irresolubles con vistas a la investigación en enseñanza de las ciencias. En futuras investigaciones, es importante ampliar este campo utilizando la matematización y la modelación matemática en el caso de problemas irresolubles.

Palabras clave: Problemas irresolubles, enseñanza-aprendizaje, argumentación, disciplina matemática.

Abstract

The theme of unsolvable problems is focused particularly in light of the theory teaching and learning of mathematics. The vision of the text focuses on the argument, which suggests that the problems intractable generate knowledge in mathematics, when they are substantiated by students since its irresolubilidad. In this perspective, we seek to answer the question What are the elements of the mathematical discipline that are built, through addressing intractable problems, with students in grades 6 th to 11 th of the SOEs? This, in a methodology for collecting data categories and analysis. The intent of the text is mainly intended to serve as an introduction to the subject of intractable problems with a view to research in science education. In future research, it is important to expand this field using the matematizable and mathematical modelling in case of problems irresolubles.introducción the issue of the intractable problems in order to research in science education.

Key words: unsolvable problems, teaching-learning, reasoning, mathematical discip.

Naturaleza: El siguiente artículo recopila una breve investigación denominada, "LA BUSQUEDA DE SOLUCIÓN A PROBLEMAS IRRESOLUBLES: UN CAMINO HACIA LA CONSTRUCCIÓN DE LA DISCIPLINA MATEMÁTICA EN EL AULA". El cual se hizo en la Escuela Pedagógica Experimental. Kilómetro 4.5, vía a la Calera. Bogotá, Colombia por parte del grupo de matemáticas de la EPE y que financio la Corporación Escuela Pedagógica Experimental. Tal investigación se realizo entre Agosto 2006-Diciembre 2007. De esta forma pensamos que es posible hacer aportes desde este artículo, a la disciplina matemática a través de la búsqueda de solución a problemas irresolubles, a la caracterización del pensamiento matemático, a generar otras formas de pensar y actuar en los estudiantes. Además la matemática es asumida como fuente de retos y múltiples posibilidades.

-Grupo EPE-

PROBLEMA

La experiencia de investigación matemática en la Escuela Pedagógica Experimental –EPE- permite afirmar que los estudiantes son capaces de construir matemáticas a través de la argumentación, Calderón (2003). Además, históricamente, *los problemas irresolubles han abierto caminos interesantes que han ayudado a la evolución del conocimiento matemático,* ya que desde la antigüedad gran parte de las matemáticas se ha desarrollado a partir de estos. Tal es el caso de los tres problemas clásicos de la antigua Grecia, la creación de nuevas geometrías a partir de la negación del 5º postulado de Euclides y los aportes realizados tras los intentos de demostrar o *argumentar* el teorema de Fermat, entre otros.

¿Cuáles son los elementos disciplinarios de la matemática que se construyen, a través del abordaje de problemas irresolubles, con estudiantes de grados 6º a 11º, de la EPE?

METODOLOGÍA

De acuerdo con lo establecido en el proyecto presentado, que está compuesto por los docentes de matemáticas de la –EPE-, y practicantes de la Universidad Distrital; la investigación se desarrollará en la –EPE-, con grupos de la Educación básica y media, y edades entre los 11 a 17 años. 200 estudiantes aproximadamente. La investigación que estamos realizando favorece, según (Castillo, 2002), la construcción de conocimiento matemático utilizando la investigación acción como metodología.

La perspectiva en la que se va a desarrollar la investigación es de carácter cualitativo, la cual nos permite aproximarnos a cómo piensan los individuos y los grupos.

Se plantean cuatro fases:

a. *Prueba piloto:* que permite construir una mirada inicial a manera de diagnóstico, para determinar el tipo de problemas a plantear y la categorización de los argumentos realizados por los estudiantes, a través de una prueba escrita, estableciendo cuatro categorías de análisis iniciales.

b. *Diseño:* espacio para la discusión y la construcción de criterios para el planteamiento de los problemas a trabajar en el aula.

c. *Aplicación:* allí se propondrán los problemas pertinentes a cada curso y la forma en que se plantearán.

d. *Análisis:* espacio semanal de reunión del grupo de investigación para discutir y reflexionar sobre los resultados obtenidos.

INSTRUMENTOS

En cada una de las fases enunciadas se tendrán en cuenta los siguientes, para la recolección de la información.

a. Escritos y diagramas que surgirán del trabajo individual o grupal en el desarrollo de las búsquedas.

b. Registros escritos en los cuadernos de los estudiantes, sobre las vivencias de clase.

c. Protocolos de clase que serán recolectados por los docentes investigadores o por los auxiliares de investigación.

PARTE EXPERIMENTAL

Con anterioridad nos propusimos explorar como los estudiantes argumentan la irresolubilidad de un problema, acudiendo a las diferentes nociones en matemáticas que ellos poseen y que de esta forma genera construcción en la disciplina matemática.

POBLACIÓN: Grados 6° con edades entre 10 y 12 años, grados 9° con edades entre los 14 y 16 años. Aquí participaron todos los estudiantes de los dos grados.

-EPE-

OBSERVADORES: Rossmery Guevara en el grado sexto, Diego Prieto en grado sexto y Alberto Díaz en grado noveno.

INVESTIGADORES: Janeth Malagón en los grados sexto y noveno.

ASESOR: Dino Segura

Este tipo de actividades se dan en el trabajo cotidiano de la Escuela y en la ejecución del proyecto. Para el desarrollo de esta investigación se tuvo en cuenta que los problemas desde su enunciado tuvieran una solución y que al ser tratados eran irresolubles. Los problemas fueron los siguientes.

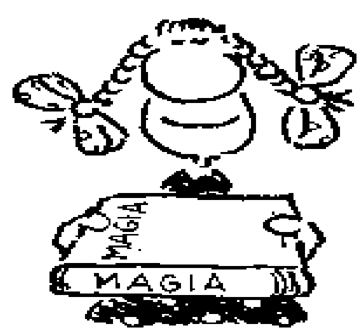
– "Buscar tres números consecutivos cuya suma sea 122"

– "En un parqueadero hay carros y motos, entre los lados hay 123 llantas entre los 2. ¿Cuántos carros y motos hay? No pueden sobrar ni faltar llantas"

Haremos énfasis en el primero.

Categorías de análisis

Planteamiento de los problemas: son situaciones en las que el estudiante debe buscar una solución desde lo que sabe; cuando en-



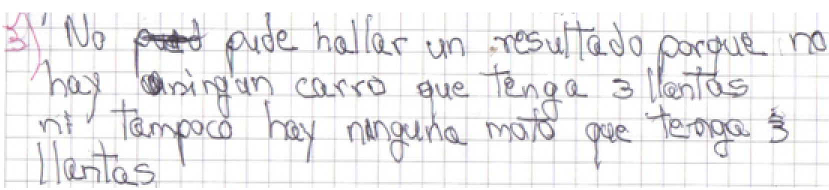
cuentra una posible solución y evidencia que el problema tiene una inconsistencia de fondo, como podría ser la falta *"razón de ser"*, es decir, no tiene una solución en un contexto, plantea una serie de argumentos para probar o demostrar que el problema no tiene solución.

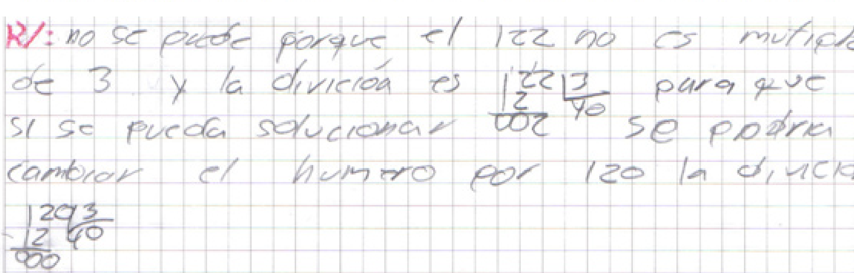
Balacheff (1985) y Bravo, M. Arrieta, J. (2003) plantean que en la argumentación debemos tener en cuenta tres tópicos, contrarios a Castro (2002):

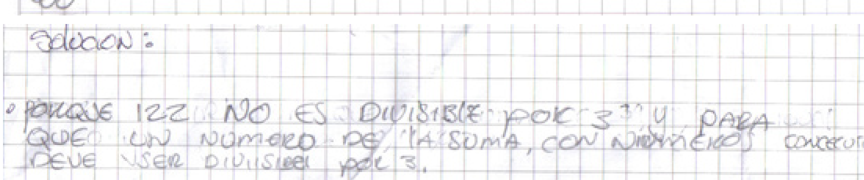
– Un discurso que pretende convencer al otro.
– La validez del enunciado y posible argumento que en un contexto es aceptado.
– Conjeturas que llevan a la demostración.

Categorías

– *Apreciación Inicial*. Aquí se ubica el estudiante que se restringe a decir *sí se puede o no se puede* solucionar el problema. No presenta ningún soporte a sus argumentos tales como recurrir a conceptos anteriores. Ej.: *no se puede solucionar el problema*.
– *Suposición sin generalizar.* En esta categoría se encuentra el estudiante que argumenta con un solo ejemplo, siendo este su único soporte de convencimiento. Descartando otras posibilidades de solución. Ej.: *no se puede por que 40 + 41 + 42 = 123*
– *Conjetura basada en algunos casos*. El estudiante que plantea dos o más ejemplos para argumentar el porqué de su solución recurriendo así al cacharreo. Ej.: *no se puede porque 40 + 41 + 42 = 123 y además 39 + 40 + 41 = 120, por esto ninguna suma da.*
– *Discurso basado en conceptos ya construidos de la matemática*. Un estudiante hace uso de un concepto matemático que


3) No ~~pued~~ pude hallar un resultado porque no hay ningún carro que tenga 3 llantas ni tampoco hay ninguna moto que tenga 3 llantas


R/: no se puede porque el 122 no es multiplo de 3 y la divicion es 122 | 3, 12, 40, 002 para que si se pueda solucionar se podria cambiar el numero por 120 la divicion 120 | 3, 12, 40, 000


Solucion:
· PORQUE 122 NO ES DIVISIBLE POR 3 Y PARA QUE UN NUMERO DE LA SUMA, CON NUMEROS CONSECUTIVOS DEVE SER DIVISIBLE POR 3.

anteriormente interiorizo para dar validez a sus argumentos. Así mismo los utiliza para ejemplificar situaciones y generalizarlas. Ej.: *no se puede porque la suma de los 3 dígitos es 5 y no es múltiplo de tres, para que se pueda solucionar el problema, en vez de 122 cambiaríamos por 123 o por uno que sea*.

RESULTADOS

Desde las soluciones dadas por los estudiantes puede identificarse que los *argumentos* son distintas formas de *proba*r cuándo el problema tiene solución o realizan una aproximación en donde se genera una respuesta que no tiene la misma validez en el

TABLA 1. Respuestas de algunos estudiantes.

SUPOSICIÓN SIN GENERALIZACIÓN	CONJETURA SIN GENERALIZAR	DISCURSO BASADO EN CONCEPTOS MATEMÁTICOS
No se puede porque o se pasa o no alcanza Orión Ramos, estudiante sexto	En 122 no hay tres números consecutivos que den 122, porque 122 no se puede dividir por tres. Por ejemplo 150 es divisible por tres. Sergio Hurtado Laverde, estudiante sexto	No se puede porque el 122 no es múltiplo de 3 y la división es 122/3=40 y sobran 2. Para que se pueda solucionar hay que cambiar el número por un múltiplo de tres. Manuel Rodríguez, estudiante noveno
	No se puede porque 122 no es múltiplo de 3. Se podría: 40+41+42=123 Daniela Torres, estudiante sexto	No se puede solucionar porque 122 no es divisible por 3 y para que un número dé la suma con números consecutivos, debe ser divisible por 3. Liliana Santana Rincón, estudiante noveno

contexto del problema. Cabe aclarar que en esta parte sólo se mostrará una caracterización de las respuestas de los estudiantes a los problemas propuestos.

En primer lugar se muestran las respuestas de algunos estudiantes del grado sexto (E.P.E., año 2007) en el cual se evidencia que el alumno argumenta con un solo ejemplo, siendo este su único soporte de convencimiento. De esta forma los niños muestran al grupo observador cómo entienden el problema y sus estrategias argumentativas para solucionar los problemas.

A continuación se presentarán algunas respuestas de los estudiantes en las cuales se plantean dos o más ejemplos, del problema, *Buscar tres números consecutivos cuya suma sea 122*, para argumentar el porqué de su solución. Seguido de las respuestas en las que se hace uso de un concepto matemático que anteriormente se interiorizó para dar validez a sus argumentos. Esta muestra fue realizada por Diego Prieto y Alberto Díaz.

A continuación, se mostrará el porcentaje de estudiantes que se encuentran en las categorías pertinentes.

CURSO: 6º, 2007
INVESTIGADOR: Janeth Malagón
PARTICIPANTES: Rossmery Guevara

TABLA 2 . Porcentajes.

Situación problema	*Números consecutivos*
Apreciación inicial (%)	10
Suposición sin generalizar (%)	15
Conjetura basada en algunos casos (%)	30
Discurso basado en conceptos ya construidos de la matemática (%)	45

CURSO: 6º, 2007
INVESTIGADOR: Janeth Malagón
PARTICIPANTES: Diego Andrés prieto

TABLA 3. Porcentajes.

Situación problema	*Números consecutivos*
Apreciación inicial (%)	5
Suposición sin generalizar (%)	20
Conjetura basada en algunos casos (%)	25
Discurso basado en conceptos ya construidos de la matemática (%)	50

CURSO: 9º, 2007
INVESTIGADOR: Janeth Malagón
PARTICIPANTES: Alberto Díaz Montes

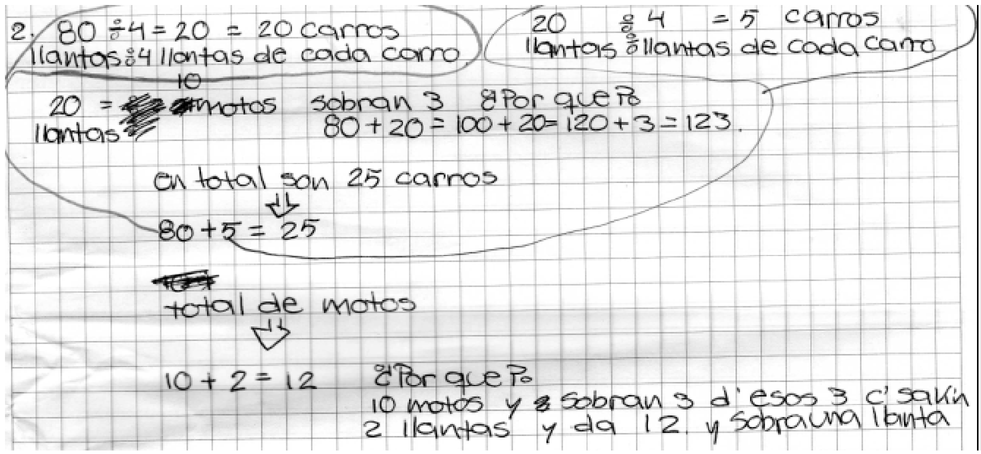
TABLA 4. Porcentajes.

Situación problema	*Números consecutivos*
Apreciación inicial (%)	10
Suposición sin generalizar (%)	25
Conjetura basada en algunos casos (%)	25
Discurso basado en conceptos ya construidos de la matemática (%)	40

CONCEPTOS

Macías, D. Nápoles, J. Caputo, S. Acosta, J. (2001) mencionan que los criterios de divisibilidad nos permiten encontrar con rapidez divisores de un número. Algunos números como el siete, trece, diecinueve y otros, solo tienen dos divisores: la unidad y el mismo. Estos números se llaman números primos. Los números que no son primos se llaman números compuestos.

Caracterización de la divisibilidad (Máximo Común Divisor -M.C.D- y Míni-



mo Común Múltiplo -M.C.M.-) dada en el problema de los números consecutivos, de la cual haremos mención en los conceptos que se desarrollan. Cabe aclarar que los siguientes conceptos pueden estar ubicados en alguno de los pensamientos que se consideren pertinentes para el tema.

- Criterios de divisibilidad.
- Máximo común divisor –MCD- y mínimo común múltiplo –MCM-.
- Propiedades del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo.

CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado anteriormente encontramos que la argumentación permite y/o es el paso para la construcción de la disciplina matemática, la argumentación establece un resultado final, por medio de la convicción. Para ello mencionaremos algunos aspectos que se dieron a través del análisis ya mencionado:

- La argumentación exige no sólo convencerse a sí mismo sino convencer al otro. Este tipo de reflexión se observó en las discusiones que se generaron pues los estudiantes encontraron que a partir de los números decimales, se pueden encontrar los números consecutivos y sumando como resultado 122, pero sus compañeros, al escuchar esta afirmación, refutaban y afirmaban que no se podía resolver porque los números consecutivos se generan sólo en los números naturales, aunque no se ve un algoritmo formal su forma de argumentar hace ver que no se están tan errados en lo que se busca con este problema.
- La validación de los argumentos promueve el uso de conceptos más formales: *al enfrentarse en su hoja de trabajo los estudiantes buscan una manera de ver si lo que le dice su compañero es verdadero o falso,* para luego, al *atacarlo,* darse cuenta que su afirmación y/o argumento era válido o errado.
- A través de los argumentos los estudiantes se ven obligados a ser más reflexivos con respecto a las propuestas y a las soluciones que plantean, es decir, buscan la teoría que sustente los argumentos que ellos pretenden defender.

Mediante una investigación preliminar quisimos mostrar cómo la argumentación es un elemento indispensable para la construcción de la disciplina matemática.

REFERENCIAS

AVELLANEDA, F. (2001). Una visión histórica en torno a la generación del conocimiento matemático. Revista complutense de Madrid. Volumen 12. Núm. 2 (2001) 623-637. España: Madrid.

BALACHEFF, N. (2001). ¿Es la argumentación un obstáculo? Invitación a un debate. Francia: Grenoble

BRAVO, M. y ARRIETA, J. (2003). Algunas reflexiones sobre la demostración matemática. Revista iberoamericana. España: Barcelona.

IBÁÑEZ,M.(2003).Analizadoresespecíficos para la demostración matemática. Universidad de Valladolid. España: Valladolid.

BOYER C. (1986). Historia de la matemática, Alianza Editorial S.A. España: Madrid

CASTRO E. (2002). La resolución de problemas desde la investigación en educación matemática. España: Granada.

GODINO, J. y RECIO, A. (2001). Significados institucionales de la demostración. Implicaciones para la educación matemática. Revista Investigación didáctica. Volumen 19. No 03. España: Madrid

LEÓN, O. y CALDERÓN, D. (2003). Argumentar y validar en matemáticas ¿Una relación necesaria? “Hacia una comprensión del desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas”. Capítulo 2. Colciencias. Colombia: Bogotá.

LUQUE, F. (2001). Experiencias sobre la resolución de problemas en el aula de secundaria. Conferencia. España: Barcelona.

SEGURA D. y otros. (1999). La construcción de la confianza, una experiencia en proyectos de aula, Escuela Pedagógica Experimental – IDEP. Bogotá: Colombia.