

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Electrónica, Robótica y  
Mecatrónica

Intensificación Robótica y Automatización

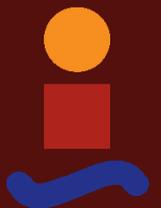
Diseño del sistema de control de la aeronave  
AirWhale

Autor: Noelia Fernández Coletto

Tutor: Daniel Limón Marruedo

**Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2016





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Electrónica, Robótica y Mecatrónica

# **Diseño del sistema de control de la aeronave AirWhale**

Autor:

Noelia Fernández Coletto

Tutor:

Daniel Limón Marruedo

Profesor titular

Dep. Ingeniería de Sistemas y Automática

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Grado: Diseño del sistema de control de la aeronave AirWhale

Autor: Noelia Fernández Coletto

Tutor: Daniel Limón Marruedo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal



*A mis padres*



---

# Agradecimientos

---

Quiero aprovechar estas líneas para expresar mi gratitud a todas aquellas personas que me han apoyado a lo largo de estos cuatro años.

En primer lugar a mis padres, José y Eulalia, por haber hecho posible que hoy esté aquí. Por ser pacientes y comprenderme cuando nadie más puede hacerlo.

A mi hermana Sandra, por ser la voz de la experiencia, guiarme y aconsejarme en todo momento, gracias a ti este camino de curvas ha sido algo más ameno.

A mis amigos, por todos los buenos momentos que hemos compartido. Especialmente a Valentín, por estar siempre a mi lado.

A mi tutor, Daniel Limón, por guiarme durante este trabajo, transmitirme sus conocimientos y ofrecerme su tiempo incluso cuando apenas tenía.

A mis compañeros de EsíTech, por darme la oportunidad de formar parte de este proyecto.

Por último, a Evgeny, por hacerme sonreír cuando más lo necesitaba.

*Noelia Fernández Coletto*

*Sevilla, 2016*



# Resumen

**Palabras clave: UAV, multirrotor, dirigible, AirWhale, modelo dinámico, saturaciones, controladores clásicos, LQR, filtro de Kalman**

El año pasado el grupo de investigación EsITech emprendió el proyecto AirWhale, el cual consistía en el desarrollo de un vehículo híbrido entre dirigible y multirrotor. Este documento continúa en esa línea de trabajo, siendo su objetivo principal servir como plataforma de pruebas para validar las distintas estrategias de control.

Para cumplir con dicho objetivo se deberá crear un modelo dinámico lo más fiel posible al prototipo que se construirá más adelante. Este modelo dinámico se obtendrá a partir de los trabajos realizados por compañeros que forman parte de la asociación. De dichos trabajos se obtendrán las ecuaciones dinámicas y los parámetros que modelan el vehículo. Partiendo de esa información se linealizará el modelo dinámico para obtener un sistema lineal con el que trabajar y sus correspondientes funciones de transferencia. Dicho modelo lineal deberá ser validado mediante comparaciones con el modelo lineal. Todo esto se realizará en la primera parte de este trabajo.

Como hemos mencionado anteriormente el objetivo consiste en la implementación y validación de técnicas de control que sean aplicables a nuestro vehículo.

Así pues empezaremos con un control en cascada, con dos lazos claramente identificados, uno para el subsistema de rotación y otro para el subsistema de traslación. Se desarrollarán controladores clásicos, como el PD y el PID, que serán sometidos a pruebas de seguimiento de referencia y rechazo de perturbaciones. Se realizarán ensayos con el sistema lineal y con el sistema no lineal para ver cómo responden dichos controladores en ambas situaciones. También se intentarán realizar pruebas en un ambiente lo más realista posible, es decir, añadiendo ruido, teniendo en cuenta la dificultad de implementar el efecto derivativo, etc.

También se implementará la técnica de control LQR, con la intención de comprobar el funcionamiento de este tipo de control, se realizarán los mismos ensayos que en el caso de los controladores clásicos, así podremos comparar de forma detallada los resultados obtenidos.

Relacionado con el control LQR, otro de los objetivos será el desarrollo de un filtro de Kalman que se utilizará como observador, la elección de éste se debe a sus buenas prestaciones y los resultados satisfactorias que es capaz de ofrecer, también sería interesante desarrollar un filtro de Kalman extendido ya que nuestro vehículo tiene una naturaleza no lineal.

Llegados a este punto se pretende tener una gran variedad de ensayos realizados en diferentes situaciones que nos permita decidir qué tipo de control se considera más adecuado para nuestro vehículo y por qué.



## Abstract

---

Last year the alumni association EsiTech began the AirWhale project, which consist in the development of a hybrid vehicle between airship and Multirotor. This document continues in that line of work, its main objective to create a test platform to validate different control strategies.

In order to achieve this objective, we will develop a dynamic model as faithful as possible to the prototype that will be built later. This dynamic model is obtained from the work done by colleagues who are part of the association. These projects will provide us the necessary equations and parameters that describe the vehicle. Based on this information a non linear model will be described which will be linearized later to get a linear model and the transfer functions. That lineal model must be validated making comparison with the non linear model. All this take place in the first part of this work.

As mentioned earlier the objective is the implementation of control techniques that are applicable to our vehicle. So we start with a cascade control, clearly identified with two loops, one for rotation and one subsystem to subsystem translation. The development of classic controllers, such as PD and PID that will be tested with the linear y the non linear system to see the differences in both situations. Also it will be tried to realize simulations in an environment as realistic as possible, i.e., adding noise, taking into account the difficulty of implementing the derivative effect, etc.

Furthermore LQR control will be implement to check how it works, the same test will be repeated in order to compare in detail the results obtained in both simulations.

Related to LQR control another objective will be the implementation of a Kalman filter to be used as an observer, choosing it over other observer because his facilities and satisfactory results. It would be interesting to develop a Extended Kalman Filter to prove the non linear nature of our airship.

At this point it is pretended to have a variety of test in different situations to allow us decide what control is appropriate for our vehicle and the main reasons.



# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>9</b>
<b>Resumen</b>	<b>11</b>
<b>Abstract</b>	<b>13</b>
<b>Índice</b>	<b>15</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>17</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>19</b>
<b>1 La aeronave AirWhale</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Dirigibles y drones</i>	1
1.1.1 Dirigibles	1
1.1.2 Drones	2
1.1.3 Alas y sustentación	3
1.2 <i>Proyecto AirWhale y la asociación Esitech</i>	3
1.3 <i>Descripción del modelo objeto de estudio</i>	4
1.3.1 El AirWhale 3.0	5
1.3.2 Parámetros del AirWhale 3.0	6
<b>2 Modelo del vehículo</b>	<b>7</b>
2.1 <i>Sistema de propulsión</i>	8
2.2 <i>Formulación de Newton-Euler de las ecuaciones dinámicas</i>	9
2.2.1 Espacio de estados	11
2.3 <i>Subsistema de Rotación y Traslación</i>	13
2.4 <i>Linealización del sistema entorno a un punto de operación</i>	13
2.4.1 Subsistema de orientación	14
2.4.2 Subsistema de traslación	15
2.5 <i>Saturaciones</i>	16
2.6 <i>Comparación de los modelos lineal-no lineal</i>	18
2.6.1 Comparación en bucle abierto	18
2.6.2 Comparación en bucle cerrado	24
<b>3 Descripción de la Solución</b>	<b>29</b>
3.1 <i>Máquina de estados</i>	29
3.2 <i>Estrategia de control</i>	30
<b>4 Control de Orientación</b>	<b>31</b>
4.1 <i>Control PD</i>	31
4.1.1 Diseño frecuenciales de los controladores	31
4.1.2 Simulaciones realizadas	34
4.2 <i>Control PID</i>	35
4.2.1 Diseño frecuencial de los controladores	35
4.2.2 Simulaciones realizadas	38

<b>5</b>	<b>Control de Traslación</b>	<b>41</b>
5.1	<i>Control PD</i>	41
5.1.1	Diseño frecuencial de los controladores	41
5.1.2	Simulaciones realizadas	42
<b>6</b>	<b>PID en un Entorno Realista</b>	<b>47</b>
6.1	<i>Modificaciones realizadas</i>	47
6.2	<i>Simulaciones realizadas</i>	48
6.2.1	Simulación del Sistema en presencia de ruido externo	48
6.2.2	Simulación del Sistema en presencia de ruido y ante perturbaciones.	50
<b>7</b>	<b>Control LQR</b>	<b>53</b>
7.1	<i>Filtro de Kalman</i>	53
7.1.1	El algoritmo	53
7.1.2	Ventajas del filtro de Kalman	54
7.1.3	Desventajas del filtro de Kalman	54
7.2	<i>Control para seguimiento de referencias</i>	54
7.3	<i>Control LQR con efecto integral</i>	59
7.3.1	Primer ensayo: escalones	60
7.3.2	Segundo ensayo: rampa	64
<b>8</b>	<b>LQR en un Entorno Realista</b>	<b>67</b>
8.1.1	Primer ensayo: escalones	67
8.1.2	Segundo ensayo: rampas	71
<b>9</b>	<b>Comparación de Los Controladores</b>	<b>77</b>
9.1	<i>Seguimiento de referencia</i>	77
9.2	<i>Rechazo de perturbaciones</i>	77
<b>10</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>91</b>
	<b>Referencias</b>	<b>93</b>
	<b>Anexo A – Ecuaciones No Lineales y su Linealización</b>	<b>95</b>
	<b>Anexo B – Funciones de saturación</b>	<b>99</b>
	<i>Función del paso 1</i>	99
	<i>Función del paso 2</i>	99
	<i>Función del paso 3</i>	100
	<i>Función del paso 4</i>	100
	<b>Anexo C – LQR. Sistema Lineal</b>	<b>101</b>
	<b>Anexo D – LQR Efecto Integral. Sistema Lineal</b>	<b>103</b>
	<b>Anexo E – LQR Efecto Integral. Sistema No Lineal</b>	<b>105</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1–1. Valores de los parámetros del modelo

6



## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Dirigible A-N400 (compañía A-NSE)	2
Figura 1-2. Parrot AR Drone	2
Figura 1-3. Logo Esitech	3
Figura 1-4. AirWhale 1.0	4
Figura 1-5. AirWhale 2.0	4
Figura 1-6. AirWhale 2.2	5
Figura 1-7. AirWhale 3.0	5
Figura 2-1. Esquema de medidas del AirWhale 3.0	7
Figura 2-2. Esquema de fuerzas que actúan sobre el AirWhale 3.0	8
Figura 2-3. Sistema dinámico dividido en dos subsistemas interconectados	13
Figura 2-4. Esquema de las funciones que convierten a actuaciones saturadas	17
Figura 2-5. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto	19
Figura 2-6. Entradas las fuerzas para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto	19
Figura 2-7. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto	20
Figura 2-8. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto	20
Figura 2-9. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto	21
Figura 2-10. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto	21
Figura 2-11. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto	22
Figura 2-12. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle	

abierto	22
Figura 2-13. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto	23
Figura 2-14. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto	23
Figura 2-15. Ángulos de referencia para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado	25
Figura 2-16. Posición de referencia para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado	25
Figura 2-17. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado	26
Figura 2-18. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado	26
Figura 2-19. Ángulos de referencia para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado	27
Figura 2-20. Posición de referencia para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado	27
Figura 2-21. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado	28
Figura 2-22. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado	28
Figura 3-1. Modelo de la solución. Se encuentra la máquina de estados a la izquierda; bloques de control en el centro; modelo dinámico a la derecha.	30
Figura 4-1. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PD (verde) y respuesta del controlador PD en bucle abierto (rojo).	32
Figura 4-2. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PD (verde) y respuesta del controlador PD en bucle abierto (rojo).	33
Figura 4-3. Respuesta en frecuencia del ángulo $\varphi$ y del controlador C(s)	33
Figura 4-4. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD.	34
Figura 4-5. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Respuesta ante perturbaciones	35
Figura 4-6. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PID (verde) y respuesta del controlador PID en bucle abierto (rojo).	36
Figura 4-7. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PID (verde) y respuesta del controlador PID en bucle abierto (rojo).	37
Figura 4-8. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PID. Respuesta ante perturbación	38
Figura 4-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PID. Respuesta ante perturbación	39
Figura 5-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia	42
Figura 5-2. Error en posición en seguimiento de referencia.	43
Figura 5-3. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia.	43

---

Figura 5-4. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación bajo la actuación de controladores PD. Trayectoria helicoidal.	44
Figura 5-5. Error en posición en seguimiento de referencia helicoidal	44
Figura 5-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia helicoidal.	45
Figura 6-1. Diagrama para el diseño de controladores I – PD	47
Figura 6-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación no lineal.	48
Figura 6-3. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación no lineal.	49
Figura 6-4. Error en posición sistema no lineal	49
Figura 6-5. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal	50
Figura 6-6. Error en posición sistema no lineal ante perturbaciones.	51
Figura 6-7. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación no lineal. Respuesta ante perturbación.	51
Figura 7-1. Diagrama de control LQR.	55
Figura 7-2. Referencias (azul) y salidas (rosa) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.	56
Figura 7-3. Referencias (azul) y salidas (rosa) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.	57
Figura 7-4. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.	57
Figura 7-5. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.	58
Figura 7-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación.	58
Figura 7-7. Diagrama de control LQR.	60
Figura 7-8. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.	61
Figura 7-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.	61
Figura 7-10. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.	62
Figura 7-11. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.	62
Figura 7-12. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación control LQR. Respuesta ante perturbación.	63
Figura 7-13. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición	63
Figura 7-14. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos	64
Figura 7-15. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.	65
Figura 7-16. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.	65
Figura 7-17. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.	66
Figura 7-18. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.	66
Figura 8-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR	67
Figura 8-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR	68
Figura 8-3. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal	68

Figura 8-4. Pares de entrada al subsistema de rotación no lineal	69
Figura 8-5. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición	69
Figura 8-6. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos	70
Figura 7-25. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación	70
Figura 8-8. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición.	71
Figura 8-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR	72
Figura 8-10. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR	72
Figura 8-11. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal	73
Figura 8-12. Pares de entrada al subsistema de rotación no lineal	73
Figura 8-13. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición	74
Figura 8-14. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos	74
Figura 8-15. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación	75
Figura 8-16. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición.	75
Figura 9-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup.	78
Figura 9-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral	78
Figura 9-3. Error de posición, bajo control PID anti Windup.	79
Figura 9-4. Error de posición, bajo control LQR con efecto integral	79
Figura 9-5. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup.	80
Figura 9-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral	80
Figura 9-7. Error ángulos, bajo control PID anti Windup.	81
Figura 9-8. Error ángulos, bajo control LQR con efecto integral	81
Figura 9-9. Fuerzas aplicadas, bajo control PID anti Windup.	82
Figura 9-10. Fuerzas aplicadas, bajo control LQR con efecto integral	82
Figura 9-11. Pares aplicados, bajo control PID anti Windup.	83
Figura 9-12. Pares aplicados, bajo control LQR con efecto integral	83
Figura 9-13. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación	84
Figura 9-14. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación	84
Figura 9-15. Error de posición, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.	85
Figura 9-16. Error de posición, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.	85
Figura 9-17. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.	86
Figura 9-18. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.	86
Figura 9-19. Error ángulos, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación	87
Figura 9-20. Error ángulos, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.	87
Figura 9-21. Fuerzas aplicadas, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.	88
Figura 9-22. Fuerzas aplicadas, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.	88

---

Figura 9-23. Pares aplicados, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación. 89

Figura 9-24. Pares aplicados, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación. 89



# 1 LA AERONAVE AIRWHALE

---

*'El progreso consiste en renovarse'*

*- Miguel de Unamuno -*

El desarrollo de la robótica aérea va ligado a la industria militar, las aeronaves no tripuladas han ido evolucionando en función de las expectativas bélicas de la época. Fue en los años 90 cuando se empezó a rechazar el término vehículo aéreo pilotado remotamente para dar paso al término vehículo aéreo no tripulado o UAV, del inglés *Unmanned Aerial Vehicle*, con el fin de describir a la amplia gama de aeronaves robóticas con fines más pacíficos. Desde entonces han aparecido sin fin de definiciones para especificar a los UAV, la mayoría distinguen claramente estos vehículos de las armas guiadas y los sistemas de munición.

Así pues, la industria aeronáutica no ha dejado de evolucionar en la creación de este tipo de aeronaves dada su gran versatilidad y el amplio abanico de posibilidades que ofrecen en contraste de su baja complejidad. Uno de los más conocidos y explotados a día de hoy es el helicóptero *quadrotor*, en el que nos inspiramos a la hora de lanzar este proyecto.

La asociación Esitech nació con el fin de adentrarnos en el apasionado mundo de la robótica aérea, la idea principal era crear un vehículo híbrido que recogiera las mejores características de los existentes hasta ahora, llegando a la combinación entre dirigible y aeronave VTOL, *Vertical Take-Off and Landing*, concretamente el quadrotor.

## 1.1 Dirigibles y drones

En esta sección, se definirán las tecnologías empleadas en la concepción del AirWhale, aquellas que han servido de base para el desarrollo de nuestro vehículo.

### 1.1.1 Dirigibles

Los dirigibles o aerostatos son vehículos aéreos cuyo funcionamiento se basa en el principio de Arquímedes, ya que están formados por un recipiente lleno de un gas de menor densidad que el aire pudiendo de ese modo elevarse.

La principal ventaja que presentan los dirigibles es su consumo energético, mucho menor que en el caso de aviones, ya que obtienen la sustentación para mantener el vuelo de la diferencia de densidades, permitiendo tener una mayor autonomía.

Se deben tener en cuenta las siguientes dos desventajas de los aerostatos: en primer lugar la necesidad del recipiente que contenga el gas de menor densidad, lo que añade al vehículo un volumen considerable, para una misma carga de peso un avión ocuparía menos volumen que un dirigible. La segunda desventaja está relacionada con la velocidad, el movimiento de los dirigibles es lento comparado con el de los aviones convencionales, pudiendo llegar a ser la velocidad del aerostato siete veces menor que la de un avión.



Figura 1-1. Dirigible A-N400 (compañía A-NSE)

### 1.1.2 Drones

Como se ha comentado anteriormente el despegue y aterrizaje vertical tiene un gran peso en nuestro proyecto ya que esto nos permite olvidarnos de la necesidad de una larga pista de aterrizaje.

Así pues, se decidió tener como referencia el quadrotor, que emplea cuatro rotores para las tareas de sustentación y elevación. Estos vehículos están dotados de una mayor capacidad de maniobra permitiendo vuelos en entornos complicados.

Su movimiento se basa en la velocidad de giro de los diferentes motores, realizando combinaciones de éstas que nos permitan avanzar en el sentido deseado. A modo de resumen se puede decir que el control de este tipo de vehículos se consigue mediante la alteración de la velocidad de rotación de los motores modificando de ese modo los pares que afectan al centro de gravedad del dron.

Algunas de las ventajas que queremos obtener son: aumento de la velocidad de vuelo, gran precisión en el control gracias a la configuración de varios rotores y alimentación basada en la energía eléctrica.



Figura 1-2. Parrot AR Drone

### 1.1.3 Alas y sustentación

La incorporación de alas en el diseño supone un aumento de la propia sustentación del vehículo. Las alas son un elemento básico en los aviones y son el principal generador de sustentación de los mismos.

Se define la sustentación como la fuerza generada sobre un cuerpo que se desplaza a través de un fluido, con dirección perpendicular a la dirección de la velocidad de la corriente incidente.

Por lo tanto el uso de éstas alivia las necesidades de sustentación por parte de los rotores, permitiendo una disminución de su tamaño y de las baterías que lo alimentan.

## 1.2 Proyecto AirWhale y la asociación Esitech

AirWhale es un proyecto ideado y desarrollado por estudiantes de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Sevilla cuyo objetivo es proyectar y construir un vehículo aéreo no tripulado basado en tecnologías ya existentes, concretamente en el dirigible de helio y en el quadrotor. La combinación de ambas resulta en la suma de las ventajas de cada una, compensando las deficiencias de cada una por separado.

El quadrotor es un vehículo aéreo ágil y maniobrable, cualidades que, combinadas con la estabilidad y la sustentación del dirigible, aumentarían la autonomía y la ligereza de este nuevo vehículo.

La asociación nació el curso 2014/2015, durante el cual se desarrolló el primer prototipo, con el fin de seguir avanzando y crear un prototipo más eficiente durante el curso 2015/2016 se produjo un cambio en el modelo del vehículo, así como la incorporación de nuevos miembros entre los que yo me encuentro, naciendo de ese modo el AirWhale 3.0.



Figura 1-3. Logo Esitech

El sistema de trabajo se ha basado en grupos independientes y colaborativos. Cada grupo se ha centrado en una parte del desarrollo del proyecto, habiendo comunicación entre los diferentes departamentos para que se hallen soluciones que cumplan los diferentes requisitos de cada grupo. Con este sistema se ha pretendido alcanzar una máxima eficiencia y flexibilidad en el desarrollo del proyecto.

Los miembros activos que forman dicha asociación se encuentran organizados en las tres grandes ramas de la ingeniería que engloban el proyecto:

- Equipo Mecánico – Aeronáutico:
  - Juan Carlos Mancebo Sánchez
  - Inmaculada Gómez Vázquez
  - Javier Eduardo Mitjavila Samayoa
  - Álvaro Romero Calvo
- Equipo Electrónico:
  - Ana Caballos Torroba
  - Juan Carlos Martín Rodríguez
  - Miguel Ángel Rodrigo Lisbona

- Equipo Automático:
  - Alba Requena Pérez
  - Noelia Fernández Coletto

Actualmente se encuentran trabajando en las mejoras del prototipo el equipo electrónico y el equipo automático, ya que el equipo mecánico-aeronáutico acabó su parte el curso anterior, parte que se ha seguido empleando durante este curso.

Gracias a la adjudicación de deberes y responsabilidades se ha desarrollado un ambiente de trabajo en equipo, en el que se ha ido aprendiendo a trabajar y planificar de manera profesional los objetivos del proyecto.

### 1.3 Descripción del modelo objeto de estudio

En este documento se recogerá el trabajo desarrollado relacionado con el AirWhale 3.0 pero antes se realizará un breve resumen sobre los pasos dados por mis compañeros José Luis Holgado [1] y Alejandro Romero [2], miembros del equipo automático durante el curso 2014/2015.

- AirWhale 1.0: con forma esférica y disposición en cruz de los cuatro motores, modelo rechazado tras un estudio un poco más exhaustivo dada la ineficiencia aerodinámica del mismo.

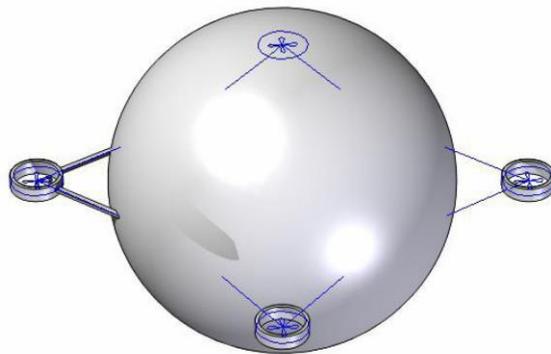


Figura 1-4. AirWhale 1.0

- AirWhale 2.0: a partir de un estudio realizado por el equipo aeronáutico le eligió una forma elipsoidal parecida a la de los dirigibles tradicionales.

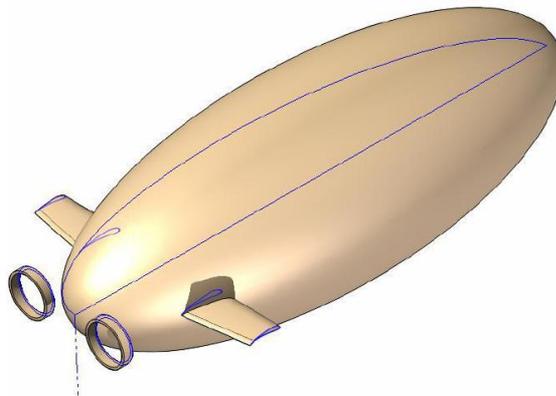


Figura 1-5. AirWhale 2.0

- AirWhale 2.2: configuración de los rotores que permite el movimiento completo por el espacio, además se añaden las alas para aumentar la sustentación.

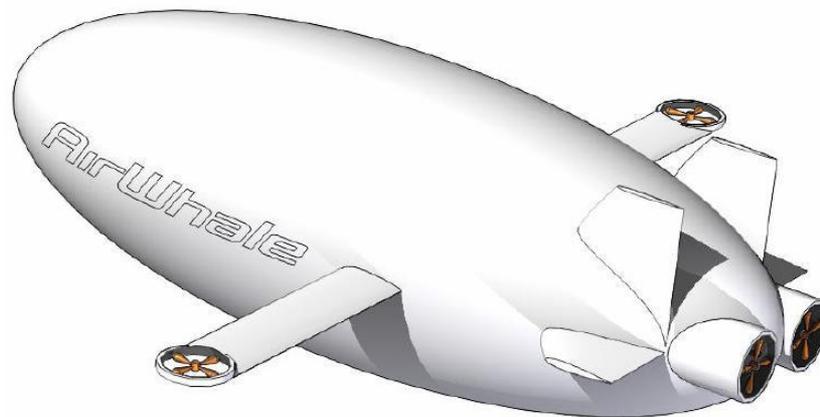


Figura 1-6. AirWhale 2.2

### 1.3.1 El AirWhale 3.0

Tras los estudios anteriores se llegó al AirWhale 3.0 cuya aerodinámica se encuentra recogida en el trabajo realizado por Inmaculada Gómez [3]. El estudio de las alas de este modelo se encuentra detallado en el trabajo de Juan Carlos Macebo [4] y del modelo dinámico en el trabajo desarrollado por Javier Eduardo Mitjavila [5].

Estos tres trabajos recogen las ideas presentadas en la primera sección de éste capítulo, de forma que creamos un vehículo híbrido con las mejores características posibles.

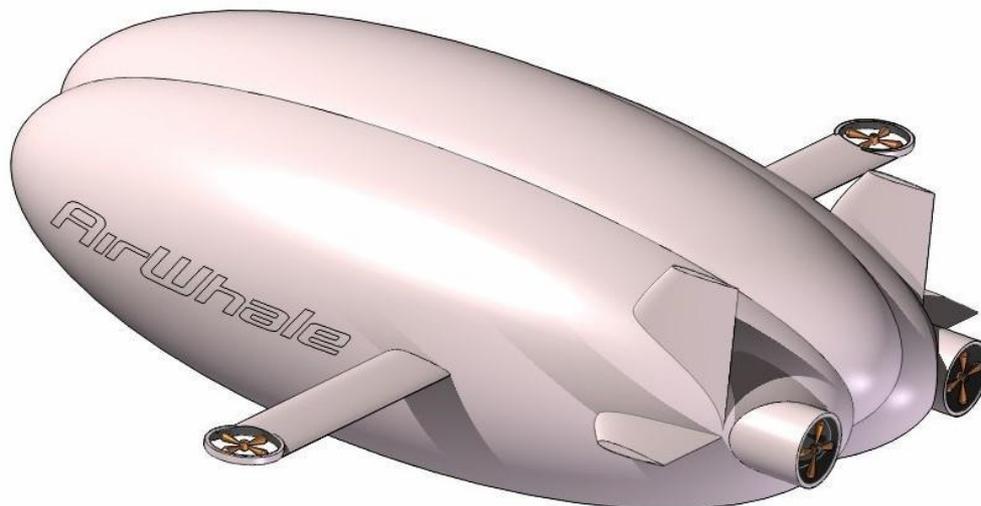


Figura 1-7. AirWhale 3.0

### 1.3.2 Parámetros del AirWhale 3.0

En esta sección se detallan todos los parámetros que modelan la aeronave, como se ha dicho anteriormente estos parámetros han sido calculados por los miembros del equipo Mecánico-Aeronáutico durante el curso 2014/2015.

Tabla 1–1. Valores de los parámetros del modelo

Descripción	Parámetro	Valor
Masa	$m$	3 kg
Volumen ocupado de helio	$V_{he}$	2 m <sup>3</sup>
Centro de Gravedad X	$C_x$	0 m
Centro de Gravedad Y	$C_y$	-0.1444 m
Centro de Gravedad Z	$C_z$	0 m
Momento de inercia en torno al eje X	$I_{xx}$	0.92 kg·m <sup>2</sup>
Momento de inercia en torno al eje Y	$I_{yy}$	1.62 kg·m <sup>2</sup>
Momento de inercia en torno al eje Z	$I_{zz}$	00.86 kg·m <sup>2</sup>
Coefficiente de empuje de cada rotor	$K_{thrust}$	9.5·10 <sup>-6</sup> N·s <sup>2</sup>
Coefficiente de arrastre de cada rotor	$K_{drag}$	9.5·10 <sup>-7</sup> N·m·s <sup>2</sup>
Gravedad	$g$	9.81 m/s <sup>2</sup>
Densidad del helio	$\rho_{he}$	0.1785 kg/m <sup>3</sup>
Densidad del aire	$\rho_{air}$	1.29 kg/m <sup>3</sup>
Coefficiente de resistencia aerodinámica	$C_d$	0.105
Coefficiente de sustentación total	$C_L$	0.0554
Superficie de referencia alar	$Ch_{ala}$	1.681 m <sup>2</sup>
Superficie de referencia del cuerpo	$Ch_{cuerpo}$	1.587 m <sup>2</sup>

Los términos de inercias cruzadas se han ignorado debido a su pequeño valor comparando con las inercias principales.

## 2 MODELO DEL VEHÍCULO

**D**urante el curso anterior mis compañeros del equipo automático realizaron el estudio de un prototipo similar al AirWhale con el fin de comprobar la viabilidad de vehículo con el que estamos trabajando actualmente. El prototipo estudiado el curso anterior difiere claramente del AirWhale 3.0, ya que se el dirigible consta de tres lóbulos y al vehículo se le han incorporado las alas. Así pues se ha vuelto a realizar el estudio del modelo dinámico considerando estas modificaciones.

Nuestro prototipo está formado por cuatro actuadores, dos se encuentran en la parte trasera de la aeronave y dos en los extremos de las alas. Los servomotores de las alas siempre crean una fuerza en el eje Z mientras que los servomotores de la parte trasera son capaces de cambiar su ángulo de incidencia pudiendo crear de ese modo fuerzas en el eje X y en el eje Z con valor dependiente de dicho ángulo. Con el fin de simplificar el problema de la elección del ángulo de incidencia se ha considerado que la fuerza creada en el eje Z por ambos actuadores siempre debe ser igual, por otro lado ésta restricción nos evitará crear momentos indeseados en el eje Z, más adelante explicaremos profundamente lo que esto supone al a hora de controlar el vehículo.

Así pues, el AirWhale es capaz de realizar seis movimientos, tres de traslación y tres de rotación, posee seis grados de libertad. Es un vehículo parcialmente simétrico, las alas se encuentran centradas respecto del volumen de helio y el peso de los rotores traseros se considera despreciable, quedando por lo tanto un único desequilibrio debido al peso de carga del volumen de helio, lo que traduce en una traslación del centro de gravedad en el eje Z de  $-0.1444$  m.

A continuación, en la figura 2-1 se muestra un esquema de fuerzas y momentos que actúan sobre nuestra aeronave así como las medidas que caracterizan el tamaño de la aeronave y la posición exacta de los actuadores.

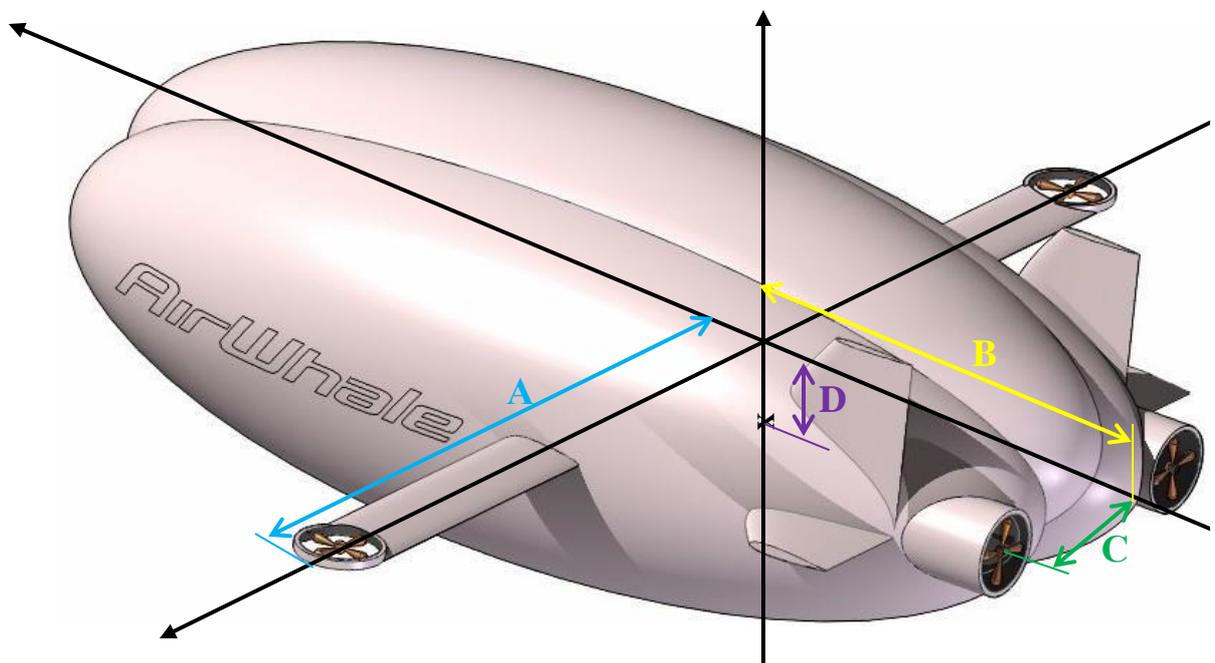


Figura 2-1. Esquema de medidas del AirWhale 3.0

Los sistemas de referencia usados han sido:

- $\{W\}$ : *World coordinate frame*. Coincide con el sistema de referencia inercial, permite determinar la posición de nuestro vehículo.
- $\{B\}$ : *Body coordinate frame*. Sistema de coordenadas que está ligado al vehículo, coincide con el centro de masas.

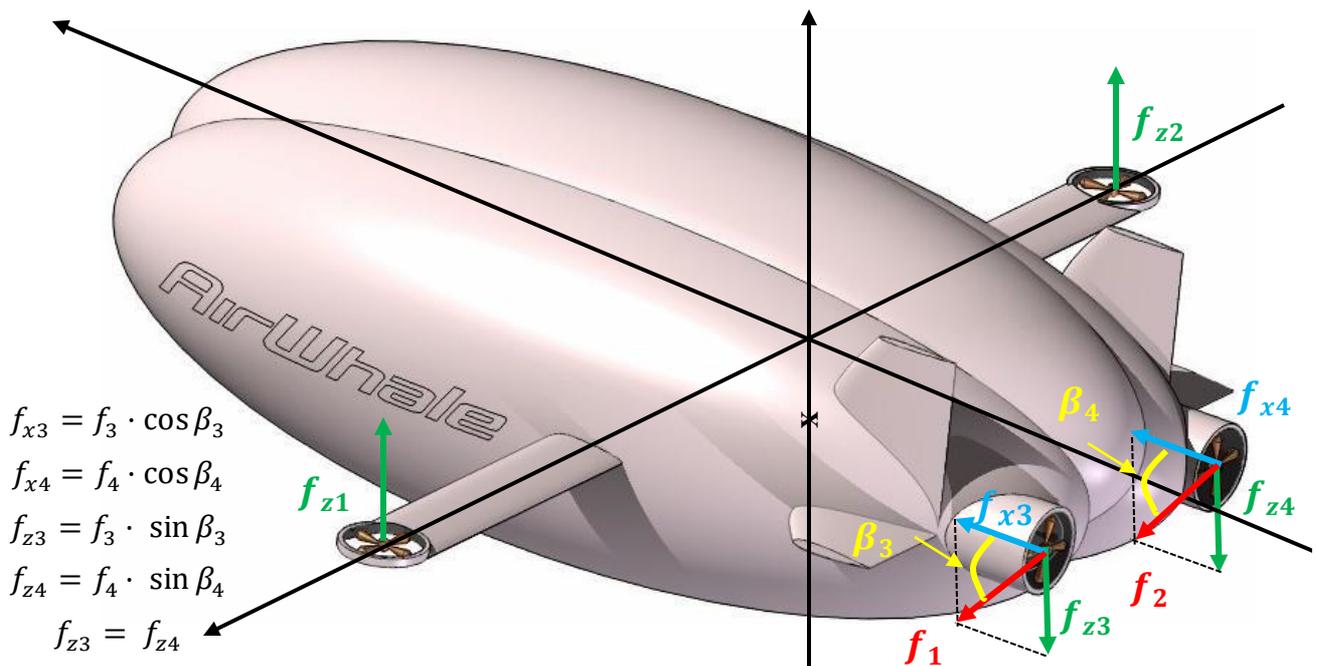


Figura 2-2. Esquema de fuerzas que actúan sobre el AirWhale 3.0

## 2.1 Sistema de propulsión

Para simplificar el problema se ha considerado a nuestra aeronave un cuerpo rígido sujeto a dos fuerzas, una fuerza en el eje X y otra en el eje Z, y tres momentos, uno por cada eje. Los valores que toman estas magnitudes son proporcionales a la velocidad de giro de las hélices de los rotores.

Los parámetros correspondientes a las actuaciones del vehículo son:

- $\Omega_i$  [ $s^{-1}$ ]: Velocidad de giro del motor  $i$ -ésimo en Hz.
- $f_i$  [N]: Fuerza de empuje generada por el motor  $i$ -ésimo que permite el movimiento a lo largo del eje X o del eje Z. Su valor está relacionado con la velocidad de giro de la siguiente forma:

$$f_i = k_{thrust} \cdot \Omega_i^2 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Hay que tener en cuenta el papel que juega la resistencia aerodinámica del aire, la cual se opone al movimiento y podemos definir de la siguiente forma:

$$Q_i = k_{drag} \cdot \Omega_i^2 \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Los valores de  $k_{thrust}$  y  $k_{drag}$  son unas constantes que cuyo valor es función de la geometría y tamaño de la hélice, dada la similitud entre nos actuadores y los que se emplearon en el Trabajo Fin de Grado: Desarrollo de controladores Avanzados para el seguimiento de trayectorias de un Helicóptero Quadrotor se han cogido los valores que utilizaron en éste [6].

$$k_{thrust} = 9.5 \cdot 10^{-6} N \cdot s^2$$

$$k_{drag} = 1.7 \cdot 10^{-7} N \cdot m \cdot s^2$$

Teniendo en cuenta la figura 2-2 y la forma en la que se encuentran definidas las fuerzas de las hélices en el AirWhale podemos determinar las actuaciones de la siguiente forma:

- $F_x$  [N]: fuerza ejercida a lo largo del eje X, permite el movimiento de avance de nuestro vehículo. Es la suma de las fuerzas en el eje X de los actuadores 3 y 4.

$$F_x = f_{x3} + f_{x4}$$

- $F_z$  [N]: fuerza ejercida a lo largo del eje Z, permite el movimiento de ascenso y descenso de nuestro vehículo. Es la suma de las componentes Z de los servomotores 3 y 4 y de los motores 1 y 2, cuya fuerza es puramente vertical en todo momento.

$$F_z = f_{z1} + f_{z2} + f_{z3} + f_{z4}$$

Anteriormente comentamos que se consideró conveniente considerar que  $f_{z3} = f_{z4}$  ya que esto simplificaría el problema de control, ya que se evitarán la aparición de momentos innecesarios. Así pues, la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$F_z = f_{z1} + f_{z2} + 2 \cdot f_{z3}$$

- $\tau_\phi$  [N·m]: par de balanceo o alabeo. Empleado para corregir las perturbaciones que se produzcan.

$$\tau_\phi = A \cdot (f_{z1} - f_{z2}) + B \cdot (f_{z3} - f_{z4})$$

$$\tau_\phi = A \cdot (f_{z1} - f_{z2})$$

- $\tau_\theta$  [N·m]: par de cabeceo. Ya que el movimiento en el eje X está controlado mediante  $F_x$  este par solo se emplea para corregir las perturbaciones que se puedan producir debido al viento.

$$\tau_\theta = D \cdot (f_{x3} + f_{x4}) + B \cdot (f_{z3} + f_{z4})$$

$$\tau_\theta = D \cdot (f_{x3} + f_{x4}) + 2B \cdot f_{z3}$$

- $\tau_\psi$  [N·m]: par de guiñada. Controla la orientación del vehículo, por lo tanto podemos controlar la posición en el eje Y a partir de éste.

$$\tau_\psi = C \cdot (f_{x4} - f_{x3})$$

## 2.2 Formulación de Newton-Euler de las ecuaciones dinámicas

En ésta sección desarrollaremos las ecuaciones dinámicas del AirWhale 3.0, se ha tenido como referencia el trabajo de mi compañero Javier Eduardo Mitjavila [5]. Se han tenido en cuenta todas las fuerzas que actúan sobre nuestro vehículo, intentando ser lo más fieles posible al modelo real que se construirá en un futuro, para poder evitar de ese modo problemas debido a las diferencias entre modelos.

Las fuerzas que se han tenido en cuenta han sido:

- Fuerzas debido a la inercia,  $\tau_I$ .
- Fuerzas debido a la gravedad,  $\tau_G$ .
- Fuerzas debido al control,  $\tau_C$ .
- Fuerzas debido al lift del helio, cuyo valor es independiente de la velocidad,  $\tau_{He}$ .
- Fuerzas debido a la sustentación de las alas,  $L$ .
- Drag o resistencia aerodinámica,  $D$ .

Considerando lo anterior y utilizando un sistema de ecuaciones matricial tenemos lo siguiente:

$$M_{masa} \cdot \ddot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_I + \boldsymbol{\tau}_G + \boldsymbol{\tau}_C + \boldsymbol{\tau}_{He} + \mathbf{L} + \mathbf{D}$$

El sistema de referencias empleado es el mismo que se muestra en la imagen 2-1 de la sección anterior, el cual tiene el eje x en dirección longitudinal apuntando positivo a la nariz de la aeronave y el eje z siempre apuntando hacia abajo.

Necesitamos definir la matriz  $R$  que se usa cuando es necesario un cambio de coordenadas cartesianas a coordenadas de Euler.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\psi\sin\theta\cos\varphi & \sin\psi\cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\psi\sin\theta\sin\varphi - \sin\psi\cos\varphi & \sin\psi\sin\theta\sin\varphi - \cos\psi\cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi \\ \cos\psi\sin\theta\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi & \sin\psi\sin\theta\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi & \cos\theta\cos\varphi \end{bmatrix}$$

A continuación se definirán cada uno de los términos que aparecen en la ecuación anterior.

- Matriz de masas del AirWhale 3.0:

$$\mathbf{M}_{masa} = \begin{bmatrix} m \cdot \mathbf{I} & -m \cdot \mathbf{r}_G^x \\ m \cdot \mathbf{r}_G^x & \mathbf{J} \end{bmatrix}$$

Siendo  $m$  la masa del vehículo,  $r_G$  es el vector que recoge la diferencia entre el centro de gravedad y de masas,  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad y  $\mathbf{J}$  es la matriz de inercia.

- Fuerzas de inercia:

$$\boldsymbol{\tau}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \cdot (-m \cdot \mathbf{w}^x \cdot \mathbf{v} + m \cdot \mathbf{w}^x \cdot \mathbf{r}_G^x \cdot \mathbf{w}) \\ \mathbf{R} \cdot (-m \cdot \mathbf{r}_G^x \cdot \mathbf{w} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{w}^x \cdot \mathbf{J} \cdot \mathbf{w}) \end{bmatrix}$$

Aquí aparecen los vectores que recogen las velocidades lineales,  $\mathbf{v}$ , y angulares,  $\mathbf{w}$ .

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

- Fuerzas gravitatorias:

$$\boldsymbol{\tau}_G = \begin{bmatrix} m \cdot g \cdot \hat{\mathbf{g}} \\ r_G \cdot m \cdot g \cdot \hat{\mathbf{g}} \end{bmatrix}$$

El término  $g$  corresponde a la aceleración de la gravedad y su vector de dirección es:

$$\hat{\mathbf{g}} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta\sin\varphi \\ \cos\theta\cos\varphi \end{bmatrix}$$

- Fuerzas de control:

$$\boldsymbol{\tau}_C = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{R} \cdot \mathbf{M}_i \end{bmatrix}$$

Siendo  $F_i$  las fuerzas motoras y  $M_i$  los pares en los ejes de coordenadas, causados por los actuadores:

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} f_x \\ 0 \\ -f_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

- Fuerzas debidas al lift del helio:

$$\boldsymbol{\tau}_{He} = \begin{bmatrix} -\rho_{He} \cdot g \cdot V_{he} \cdot \hat{\boldsymbol{g}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Siendo  $V_{he}$  el volumen de helio que ocupa el cuerpo del dirigible y  $\rho_{he}$  la densidad del helio.

- Sustentación de las alas:

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \rho_{air} \cdot U^2 \cdot C_L \cdot Ch_{ala} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Siendo  $C_L$  el coeficiente de sustentación total y  $Ch_{ala}$  la superficie de referencia alar.

- Drag de alas y cuerpo:

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{D}_{alas} + \boldsymbol{D}_{cuerpo}$$

$$\boldsymbol{D}_{alas} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \rho_{air} \cdot U^2 \cdot C_L \cdot Ch_{ala} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{cuerpo} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \rho_{air} \cdot U^2 \cdot C_L \cdot Ch_{cuerpo} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Donde tenemos en cuenta la densidad del aire sobre el que vuela nuestro vehículo, la velocidad lineal en el eje  $x$  y las superficies de referencia tanto del cuerpo como de las alas.

### 2.2.1 Espacio de estados

Después de haber definido las principales fuerzas que actúan sobre nuestro vehículo debemos caracterizar el sistema mediante las ecuaciones que forman el espacio de estados, para conseguir una formulación más adecuada para la simulación y control. Mediante las variables de estado podemos representar el estado dinámico completo del sistema en un determinado instante. Es importante que estas variables sean linealmente independientes para poder realizar un control óptimo del vehículo, por lo tanto deberemos linealizar nuestro modelo.

Una forma general de representación de espacio de estado de un sistema lineal es de la siguiente forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)$$

$$\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t)$$

El vector de estados es  $\boldsymbol{x}(t)$ , el vector de actuaciones que se aplica al sistema que modela el espacio de estados es  $\boldsymbol{u}(t)$  y la salida del sistema es  $\boldsymbol{y}(t)$ . Por otro lado tenemos la matriz de estados  $\boldsymbol{A}$ , la matriz de entrada  $\boldsymbol{B}$ , la matriz de salida  $\boldsymbol{C}$  y la matriz de transmisión directa  $\boldsymbol{D}$  que por simplicidad normalmente se toma como cero, es decir, se elige que el sistema no tenga transmisión.

El vector de estados es el siguiente:

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ U \\ V \\ W \\ \varphi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Para definir el espacio de estados debemos tener en cuenta la suma de todas las fuerzas que actúan:

$$\tau_{total} = \tau_I + \tau_G + \tau_C + \tau_{He} + L + D$$

Se emplea cada uno de los seis términos en las ecuaciones que sean convenientes del espacio de estados.

Debemos tener en cuenta la relación que existe entre la derivada temporal de los ángulos de Euler con las coordenadas de estado p, q y r;

$$\dot{R} = R \cdot w$$

Así pues podemos obtener  $\dot{x}$ .

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x} = U \\ \dot{y} = V \\ \dot{z} = W \\ \dot{U} = \frac{1}{m} \cdot \tau_{total}(1) \\ \dot{V} = \frac{1}{m} \cdot \tau_{total}(2) \\ \dot{W} = \frac{1}{m} \cdot \tau_{total}(3) \\ \dot{\varphi} = p + q \cdot \sin\varphi \cdot \tan\theta + r \cdot \cos\varphi \cdot \tan\theta \\ \dot{\theta} = q \cdot \cos\varphi + r \cdot \sin\varphi \\ \dot{\psi} = q \cdot \sin\varphi \cdot \sec\theta + r \cdot \cos\varphi \cdot \sec\theta \\ \dot{p} = \frac{1}{I_{xx}} \cdot \tau_{total}(4) \\ \dot{q} = \frac{1}{I_{yy}} \cdot \tau_{total}(5) \\ \dot{r} = \frac{1}{I_{zz}} \cdot \tau_{total}(6) \end{bmatrix}$$

Se ha creado un programa en *Matlab* que calcula la expresión completa de las ecuaciones que forman el espacio de estados no lineal, dicho programa se incluirá en el Anexo A.

## 2.3 Subsistema de Rotación y Traslación

Partiendo de los conocimientos adquiridos en la asignatura de Ampliación de Robótica se ha considerado conveniente la división del sistema dinámico en dos sub-sistemas interconectados, ya que las características de nuestra aeronave no son tan diferentes de las del quadrotor estudiado en clase.

- El sub-sistema de rotación, tiene una dinámica muy rápida, sus salidas serán los tres ángulos de orientación del vehículo, y sus entradas son los pares que permiten el giro de éste.
- El sub-sistema de traslación, tiene una dinámica lenta, tiene como salida la posición en xyz y su entrada serán las fuerzas  $F_x$  y  $F_z$  mencionadas en la sección 2.1.

La siguiente figura muestra la interconexión entre ambos sub-sistemas de forma clara:

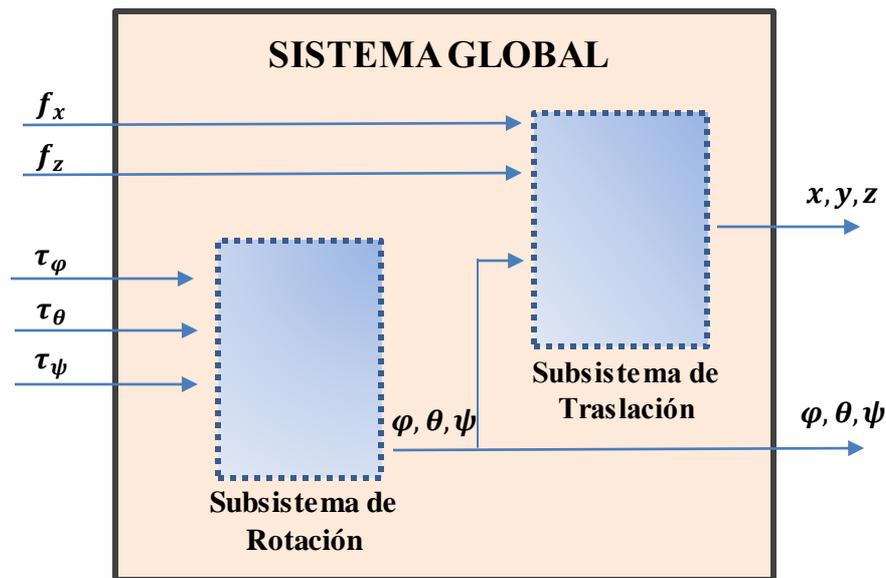


Figura 2-3. Sistema dinámico dividido en dos subsistemas interconectados

Así pues, a partir de este momento trataremos ambos sistemas como independientes, lo cual simplificará el cálculo de controladores que se realizará más adelante.

## 2.4 Linealización del sistema entorno a un punto de operación

Para poder realizar el control mediante espacio de estados necesitamos que éste sea linealmente independiente, por lo tanto debemos linealizar las ecuaciones que se han obtenido en la sección anterior. Tras la obtención del sistema linealizado se comprobará la validez del mismo, de modo que podamos obtener unas funciones de transferencia válidas con las que podremos hacer el diseño de los controladores.

Los controladores calculados en el sistema lineal también se podrán usar en el sistema no lineal ya que estamos trabajando en un determinado punto de funcionamiento, también conocido como punto de equilibrio. Considerando un modelo de pequeños desplazamientos en torno al punto nominal, se tiene:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^{eq} + \mathbf{x}^\delta(t)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^{eq} + \mathbf{u}^\delta(t)$$

Suponemos que los desplazamientos respecto al punto de operación son muy pequeños, por lo tanto podemos hacer un desarrollo en series de Taylor:

$$f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = f|\mathbf{x}^{eq}, \mathbf{u}^{eq}| + f_x \mathbf{x}^\delta + f_u \mathbf{u}^\delta + O(\|\mathbf{x}^\delta\|) + O(\|\mathbf{u}^\delta\|)^2$$

$$g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) = g|\mathbf{x}^{eq}, \mathbf{u}^{eq}| + g_x \mathbf{x}^\delta + g_u \mathbf{u}^\delta + O(\|\mathbf{x}^\delta\|) + O(\|\mathbf{u}^\delta\|)^2$$

Donde  $f_x, f_u, g_x$  y  $g_u$  son las matrices jacobianas de dimensiones determinadas propias de la linealización.

Así pues podemos representar el sistema con las ecuaciones linealizadas:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}^\delta &= \mathbf{A}\mathbf{x}^\delta + \mathbf{B}\mathbf{u}^\delta \\ \mathbf{y}^\delta &= \mathbf{C}\mathbf{x}^\delta + \mathbf{D}\mathbf{u}^\delta\end{aligned}$$

Podemos aplicar esto a las ecuaciones dinámicas del modelo, trabajando con los dos subsistemas por separado, de manera que obtenemos un sistema linealizado.

### 2.4.1 Subsistema de orientación

Las variables de estado correspondientes a este subsistema son los ángulos de orientación y las velocidades angulares.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Se ha aplicado desarrollo en series de Taylor según los conceptos explicados antes, para facilitar el trabajo en el programa de Matlab que calcula las ecuaciones no lineales se ha desarrollado la linealización de estas de forma simbólica. Se ha usado la función *diff()* que nos permite realizar derivadas parciales de una expresión matemática. El programa de *MatLab* se encuentra en el Anexo A.

Las ecuaciones se particularizan entorno al siguiente punto de funcionamiento:

$$(\varphi^\delta, \theta^\delta, \psi^\delta, p^\delta, q^\delta, r^\delta, \tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$$

Las expresiones que obtenemos son las siguientes:

$$\begin{aligned}\varphi^\delta &= p^\delta \\ \theta^\delta &= q^\delta \\ \psi^\delta &= r^\delta \\ p^\delta &= \frac{1}{I_{xx}} \cdot \tau_\varphi^\delta \\ q^\delta &= \frac{1}{I_{yy}} \cdot \tau_\theta^\delta \\ r^\delta &= \frac{1}{I_{zz}} \cdot \tau_\psi^\delta\end{aligned}$$

Con estas ecuaciones podemos plantear las matrices que definen el espacio de estados del subsistema de rotación, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_R &= \mathbf{A}_R \mathbf{x}_R + \mathbf{B}_R \mathbf{u}_R \\ \mathbf{y}_R &= \mathbf{C}_R \mathbf{x}_R + \mathbf{D}_R \mathbf{u}_R\end{aligned}$$

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{I_{zz}} \end{bmatrix} \quad C_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de estados de rotación es  $\mathbf{x}_R = (\varphi, \theta, \psi, p, q, r)$ , el vector de entradas se define como  $\mathbf{u}_R = (\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi)$ , finalmente el vector de salidas esta compuesto de la siguiente forma  $\mathbf{y}_R = (\varphi, \theta, \psi)$ .

A partir de estas ecuaciones linealizadas en el punto de operación es inmediato el cálculo de las funciones de transferencias asociadas, ya que hemos distinguido las salidas y entradas de cada uno de los subsistemas anteriormente. Estamos ante un modelo simple en el cual las funciones de transferencia equivalen a dobles integradores con diferentes ganancias asociadas.

$$\varphi = \frac{1}{I_{xx}} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \tau_\varphi$$

$$\theta = \frac{1}{I_{yy}} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \tau_\theta$$

$$\psi = \frac{1}{I_{zz}} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \tau_\psi$$

## 2.4.2 Subsistema de traslación

Siguiendo los mismos pasos que en la sección anterior podemos obtener el espacio de estados correspondiente al subsistema de traslación.

Las variables de estado correspondientes son la posición y la velocidad lineal en los tres ejes.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

Linealizando entorno al siguiente punto de operación:

$$(x^\delta, y^\delta, z^\delta, U^\delta, V^\delta, W^\delta, \varphi^\delta, \theta^\delta, \psi^\delta, F_x, F_z) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5.39)$$

Este punto de de operación se ha determinado suponiendo que el vehículo se encuentra en reposo, es decir, que no avanza en ninguna dirección y se encuentra a altura cero, siendo necesario aplicar una fuerza negativa en Z para contrarrestar el efecto del helio.

Las expresiones que se han obtenido son:

$$\begin{aligned} x^\delta &= U^\delta \\ y^\delta &= V^\delta \\ z^\delta &= W^\delta \\ U^\delta &= \frac{1}{m} \cdot F_x^\delta - 0.47533 \cdot \theta^\delta \\ V^\delta &= 0.47533 \cdot \varphi^\delta - 0.8507 \cdot \psi^\delta \\ W^\delta &= \frac{1}{m} \cdot F_z^\delta + 0.8507 \cdot \theta^\delta \end{aligned}$$

Con estas ecuaciones podemos plantear las matrices que definen el espacio de estados del subsistema de traslación, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_T &= \mathbf{A}_T \mathbf{x}_T + \mathbf{B}_T \mathbf{u}_T \\ \mathbf{y}_T &= \mathbf{C}_T \mathbf{x}_T + \mathbf{D}_T \mathbf{u}_T\end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.47533 & 0 & -0.8507 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & 0 & 0.8507 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El vector de estados de traslación es  $\mathbf{x}_T = (x, y, z, U, V, W)$ , el vector de entradas se define como  $\mathbf{u}_T = (F_x, F_z, \varphi, \theta, \psi)$ , finalmente el vector de salidas esta compuesto de la siguiente forma  $\mathbf{y}_T = (x, y, z)$ .

Del mismo como que con el sistema de rotación podemos obtener las funciones de transferencia, que también serán dobles integradores.

$$\begin{aligned}x &= \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot F_x \\ y &= -0.8507 \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \psi \\ z &= \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot F_z\end{aligned}$$

Como explicamos anteriormente, la traslación en el eje x se realiza mediante la fuerza  $F_x$  y la traslación en el eje z mediante  $F_z$  mientras que la traslación en el eje y será función de la guiñada de nuestra aeronave.

Si observamos el modelo dinámico que acabamos de definir comprobamos que las actuaciones de los motores tienen un mayor peso en la dinámica que los efectos giroscópicos asociados al sólido rígido cuando estamos trabajando en situaciones casi estacionarias, es decir, en el punto de funcionamiento.

## 2.5 Saturaciones

Dado que nuestros actuadores no pueden ejercer una fuerza infinita debemos incluir unas saturaciones que nos aproximen al comportamiento más real posible de éstos.

Como ya se introdujo en secciones anteriores tenemos dos rotores que pueden cambiar su velocidad de giro en función de nuestras necesidades y otros dos servomotores que además de cambiar su velocidad de giro pueden cambiar el ángulo de incidencia, por lo tanto es importante restringir ambos valores. Por un lado el empuje máximo que puede dar cada uno de los rotores, que viene determinado por las especificaciones de los motores y las palas de la hélice, por otro lado el ángulo de incidencia. Estos valores se han extraído de los trabajos de mis compañeros Juan Carlos Martín y Alejandro Romero [2].

$$\begin{aligned}f_i^{max} &= 9 \text{ N} & i &= 1, 2, 3, 4 \\ \beta_i^{max} &= \frac{\pi}{3} \text{ rad} & i &= 3, 4\end{aligned}$$

Así pues debemos realizar diferentes pasos para saturar de forma adecuada:

1. Transformación de pares normalizados a fuerzas de actuación. Teniendo en cuenta las ecuaciones descritas en la sección 2.1 podemos obtener una matriz invertible que nos permita calcular las fuerzas  $f_{z1}, f_{z2}, f_{x3}, f_{z3}$  y  $f_{x4}$  en función de los valores de  $F_x, F_z, \tau_\phi, \tau_\theta$  y  $\tau_\psi$  en cada instante.

La matriz es la siguiente:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ A & -A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D & 2B & D \\ 0 & 0 & -C & 0 & C \end{bmatrix}$$

2. Obtención de la fuerza y el ángulo de incidencia. Para el cálculo de la fuerza de empuje de los actuadores 3 y 4 debemos tener en cuenta las componentes XZ que hemos obtenido en el paso anterior, de modo que obtenemos el módulo de la fuerza y el ángulo con el que inciden de la siguiente forma:

$$F_3 = \sqrt{f_{x3}^2 + f_{z3}^2}$$

Teniendo en cuenta que  $f_{z3} = f_{z4}$ :

$$F_4 = \sqrt{f_{x4}^2 + f_{z3}^2}$$

Los ángulos de incidencia deben estar en el rango  $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ , debemos tener esto en cuenta la hora de decidir el sentido de giro de las hélices, teniendo especial cuidado en el cuadrante que trabajamos.

$$\beta_i = \tan^{-1} \frac{f_{zi}}{f_{xi}} \quad i = 3, 4$$

Los valores de  $f_{z1}$  y  $f_{z2}$  no necesitan ninguna transformación ya que estamos trabajando directamente con el módulo.

3. Saturación de los valores como se ha indicado previamente.
4. Transformación de las fuerzas y ángulos de incidencia para obtener las componentes XZ saturadas, es el paso inverso al 2.
5. Transformación de actuaciones a fuerzas normalizadas, volviendo a usar la matriz  $M$  definida anteriormente, paso inverso al 1.

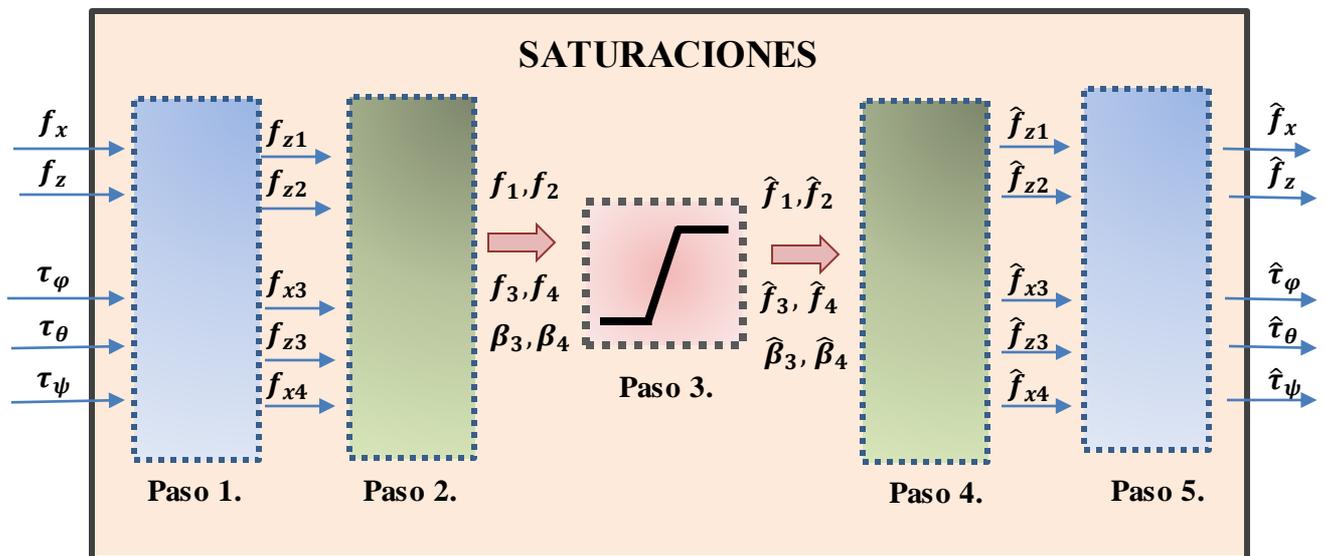


Figura 2-4. Esquema de las funciones que convierten a actuaciones saturadas

Para la implementación en Matlab se ha creado un bloque que recoge estos cinco pasos, se han programado cuatro funciones que realizan los pasos uno, dos, cuatro y cinco, estas funciones se pueden encontrar en el anexo B.

Este módulo va previo a la entrada en los subsistemas de orientación y traslación, por lo tanto alimentamos el modelo anteriormente desarrollado con las actuaciones saturadas, consiguiendo de ese modo un comportamiento más real.

## 2.6 Comparación de los modelos lineal-no lineal

Con el fin de validar el modelo lineal desarrollado en la sección 2.4 se realizarán comparaciones entre el modelo lineal y el no lineal. Esta comparación nos ayudará a comprobar la no linealidad de nuestro vehículo y a validar las funciones de transferencia que se han calculado anteriormente.

Así pues, se han llegado a cabo simulaciones de manera simultánea y en paralelo tanto en bucle abierto como en bucle cerrado, de forma que podamos notar las diferencias de comportamiento en sus respuestas.

La comparación se ha hecho diferenciando los subsistemas de traslación y rotación así podemos ver mejor las diferencias entre las dinámicas de ambos modelos.

### 2.6.1 Comparación en bucle abierto

Se han dispuesto por un lado el subsistema de rotación, tanto el lineal como el no lineal alimentados por las mismas entradas, y por otro lado el subsistema de traslación también ambos alimentados por las mismas entradas. Las entradas son un tren de escalones que nos permitirá ver la deriva que tiene el sistema no lineal cuando forzamos al vehículo a una aceleración progresiva.

Se han realizado tres ensayos con diferentes valores de las actuaciones. En primer lugar se han comparado los subsistemas de rotación, para ello se han aplicado diferentes pares en cada uno de los ensayos. En segundo lugar, para comparar los subsistemas de traslación se ha aplicado la misma fuerza senoidal  $F_x$  y  $F_z$  en los tres ensayos, por lo que en lugar de validar este subsistema por separado, se realiza la validación del sistema completo.

Así pues, realizamos tres ensayos en los que varían los pares y las fuerzas aplicadas al subsistema de traslación son siempre las mismas.

- **Primer ensayo**

Los tres pares  $\tau_\varphi, \tau_\theta, \tau_\psi$  son excitados mediante un tren de tres escalones de  $0.05 \text{ N}\cdot\text{m}$ , cada escalón está separado del anterior por dos segundos. Figura 2-4.

Las fuerzas, que serán iguales en los tres ensayos, son,  $F_x = 0.075 \cdot \sin(0.2\pi\omega) + 0.075$  y  $F_z = 0.075 \cdot \sin(0.4\pi\omega) + 0.075$ . Figura 2-5.

En las figuras 2-6 y 2-7, podemos observar las discrepancias entre las salidas del sistema lineal y no lineal. En estas figuras hacen referencia al error del vector distancias o vector ángulos, es decir, la resta entre la salida del sistema lineal y el no lineal de ambos vectores de salida.

- **Segundo ensayo**

Los pares  $\tau_\theta, \tau_\psi$  son excitados con un tren de escalos de  $0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  mientras que el par  $\tau_\varphi$  se mantiene a cero. Figura 2-8. Las fuerzas aplicadas al subsistema de traslación son igual que las anteriores, Figura 2-5.

Las diferencias obtenidas entre las salidas de ambos subsistemas se muestran en las figuras 2-9 y 2-10.

- **Tercer ensayo**

Los pares  $\tau_\varphi, \tau_\psi$  son excitados con un tren de escalos de  $0.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  mientras que el par  $\tau_\theta$  se mantiene a cero. Figura 2-11. Las fuerzas aplicadas al subsistema de traslación son igual que las anteriores, Figura 2-5.

Las diferencias obtenidas entre las salidas de ambos subsistemas se muestran en las figuras 2-12 y 2-13.

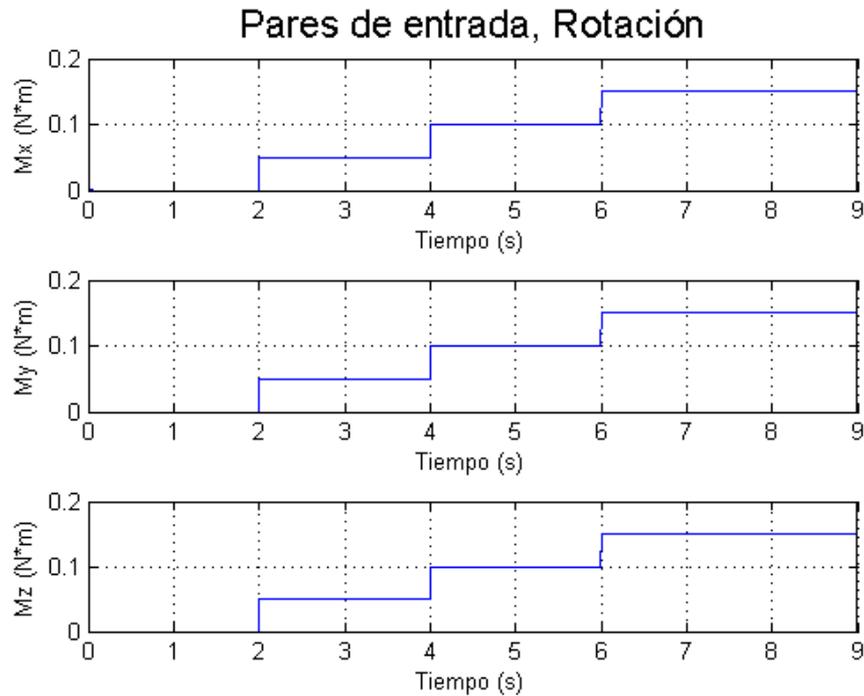


Figura 2-5. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

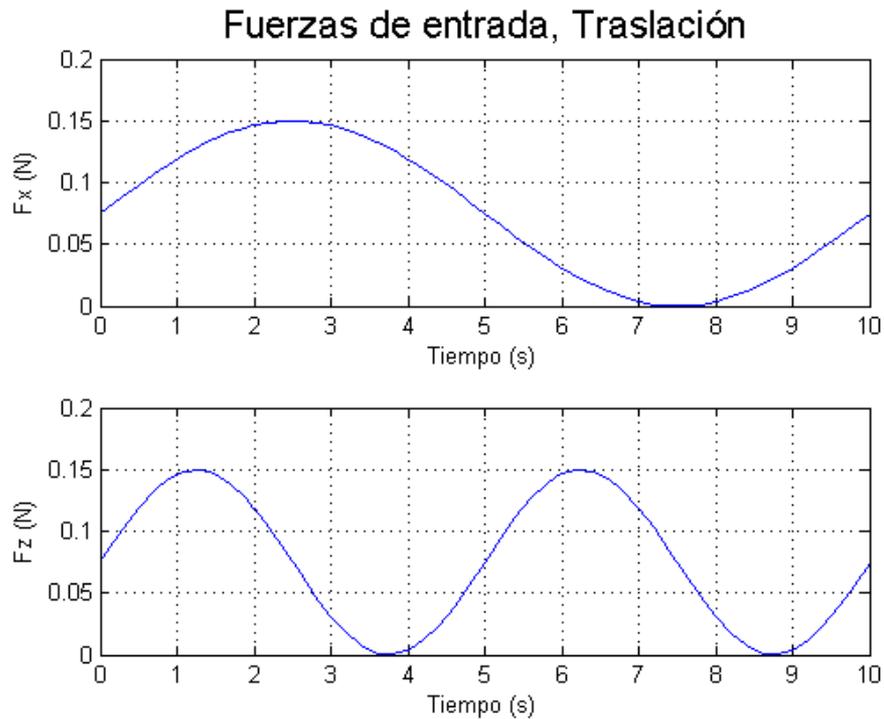


Figura 2-6. Entradas las fuerzas para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto

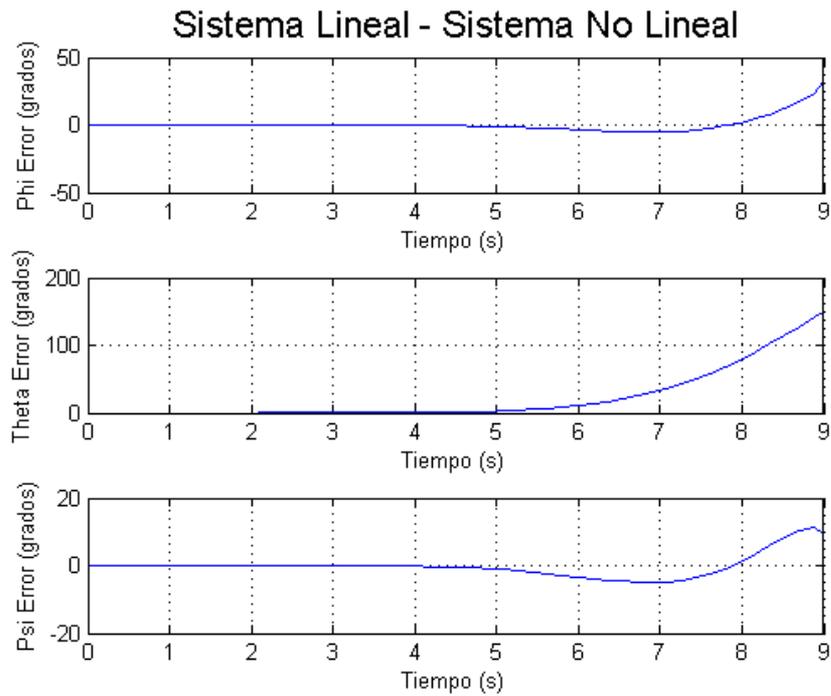


Figura 2-7. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

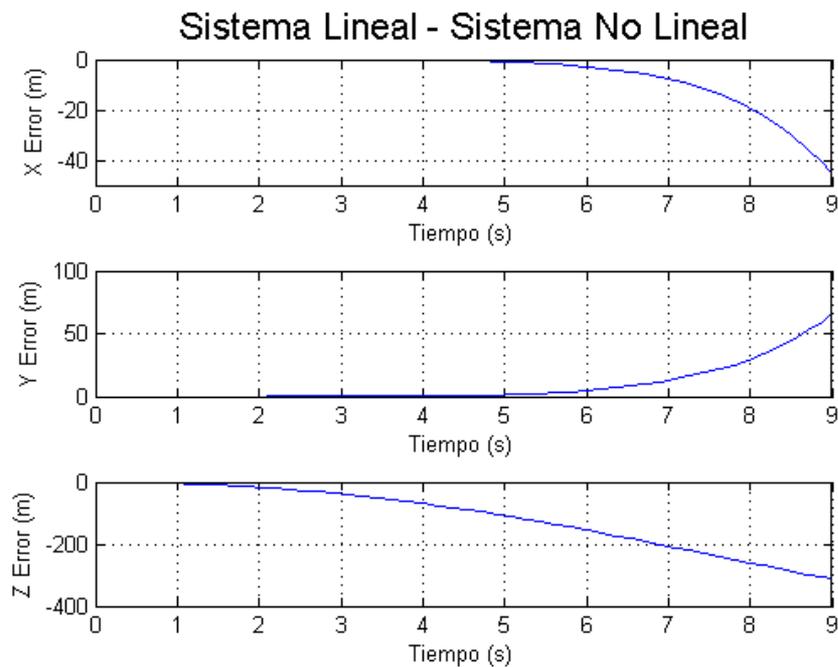


Figura 2-8. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto

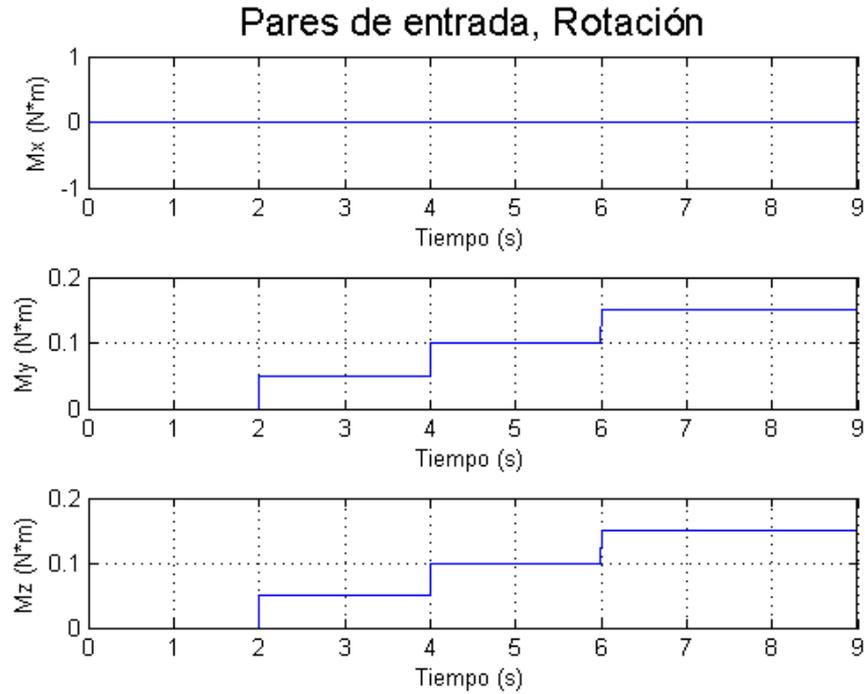


Figura 2-9. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

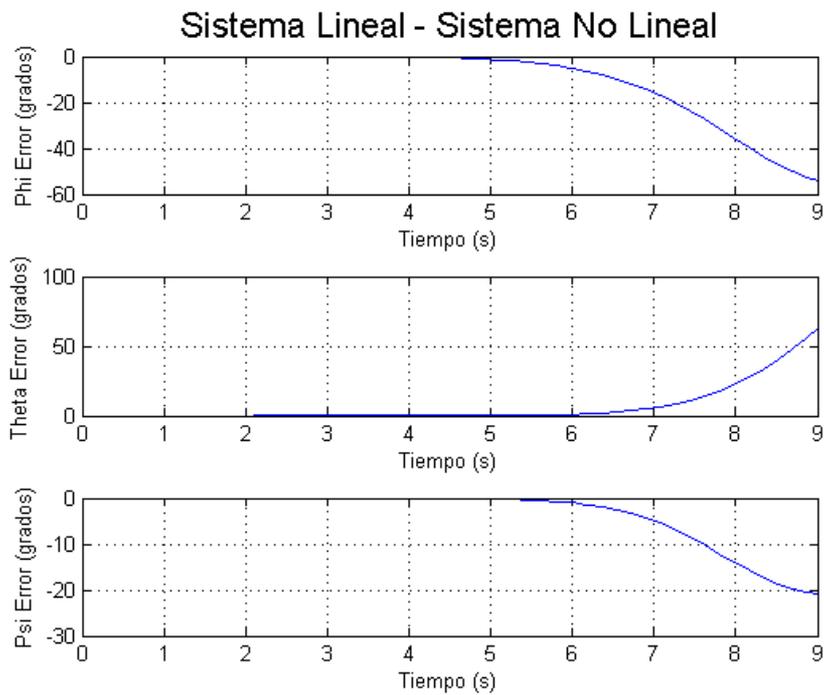


Figura 2-10. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

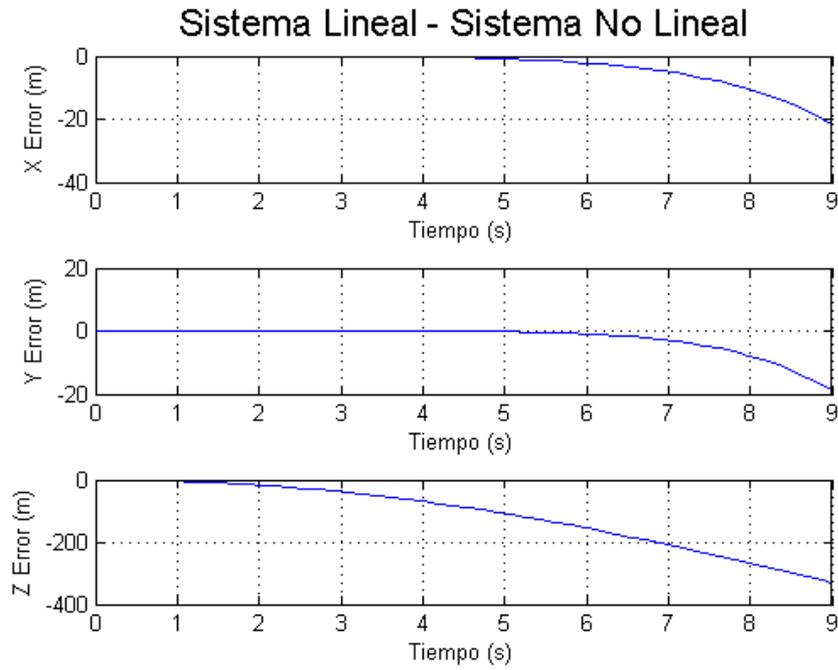


Figura 2-11. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto

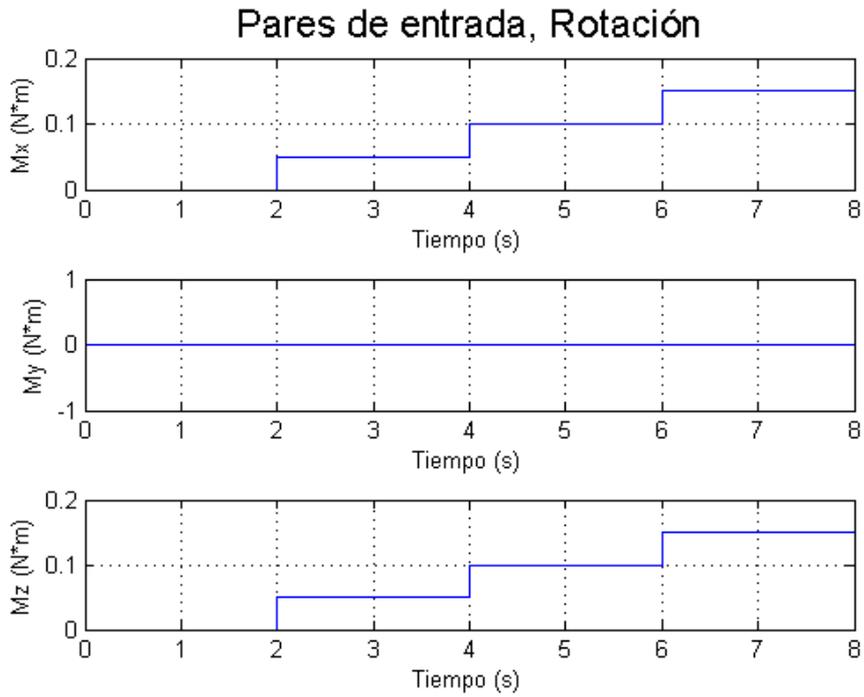


Figura 2-12. Entradas de pares para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

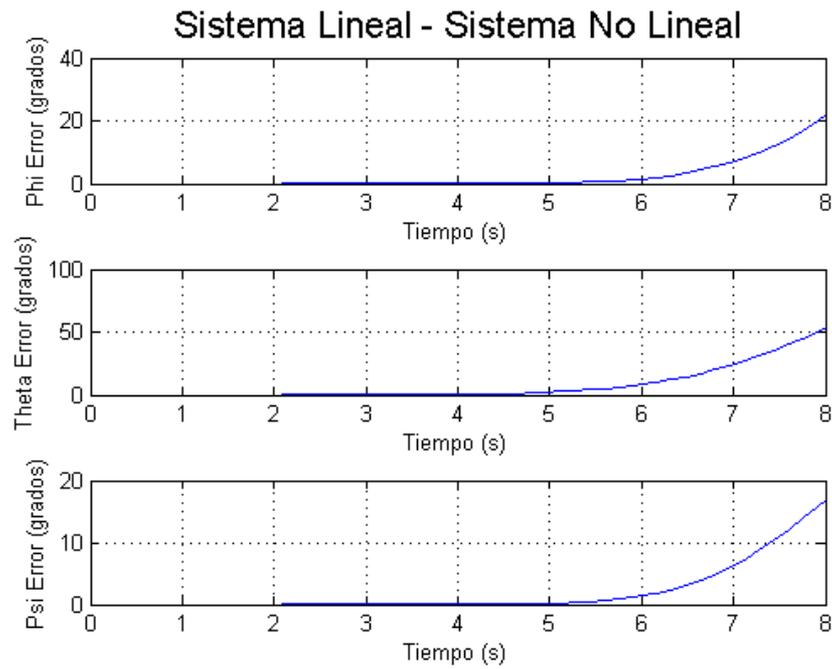


Figura 2-13. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle abierto

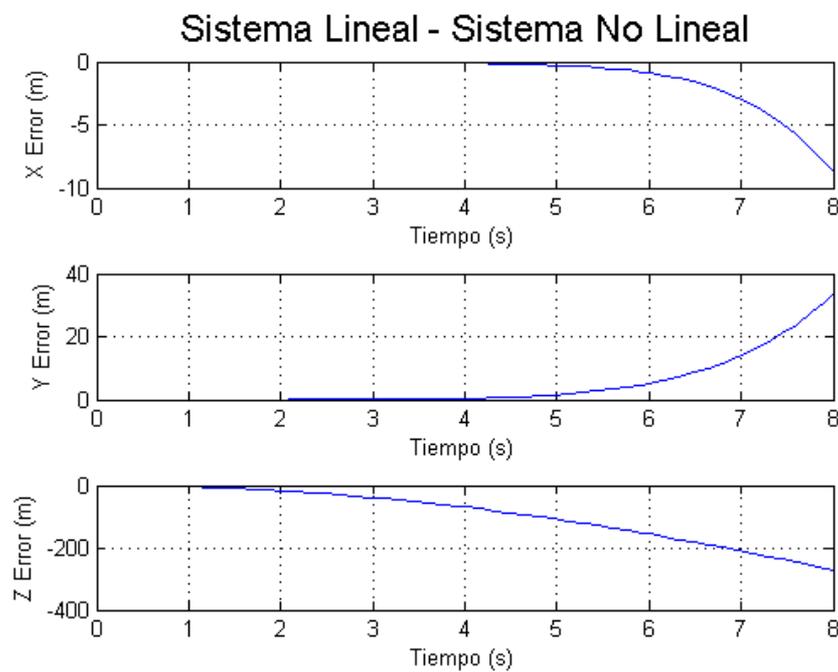


Figura 2-14. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle abierto

## 2.6.2 Comparación en bucle cerrado

Con el fin de obtener una comparación más realista se ha llevado a cabo la comparativa en bucle cerrado, para ello se han utilizado controladores en el lazo. Así pues, se ha optado por la implementación de controladores clásicos como son el PD y PID los cuales se desarrollaran en las próximas secciones.

Al estar trabajando en bucle cerrado las señales de entrada serán los ángulos y posiciones de referencia, de modo que tanto el sistema lineal como el no lineal las alcancen, permitiéndonos obtener las diferencias entre ambos.

Igual que en la comparación en bucle abierto se han realizado por un lado el subsistema de rotación y por otro el de traslación, en los resultados obtenidos se puede observar como se minimizan las diferencias entre ambos modelos lo que nos asegura la aplicabilidad del modelo lineal al futuro modelo real del vehículo.

Se han realizado dos ensayos en los cuales se dan diferentes referencias ambos modelos, con el fin de versus comportamientos.

- **Primer ensayo**

Los ángulos de referencia son un tren de tres escalones de  $10^\circ$  con diferencia temporal de dos segundos, esto se aplica en los tres ángulos. Se puede observar en la figura 2-14.

Las posiciones de referencia son también un tren de tres escalones de 10 metros para las posiciones XZ, mientras que la posición Y permanece a cero. Se puede observar en la figura 2-15.

Las discrepancias de las salidas del subsistema de rotación y traslación se encuentran en las figuras 2-16 y 2-17.

- **Segundo ensayo**

Los ángulos de referencia  $\varphi$  y  $\psi$  son un tren de tres escalones de  $10^\circ$  con diferencia temporal de dos segundos, mientras que el ángulo  $\theta$  se mantiene a cero todo el tiempo. Se puede observar en la figura 2-18.

Las posiciones de referencia son también un tren de tres escalones de 10 metros para las posiciones XY, mientras que la posición Z permanece a cero. Se puede observar en la figura 2-19.

Las discrepancias de las salidas del subsistema de rotación y traslación se encuentran en las figuras 2-20 y 2-21.

Los resultados obtenidos en ambos ensayos vienen a confirmar lo que se pronosticaba en los ensayos en bucle abierto. En el caso del subsistema de rotación las diferencias se pueden considerar cero ya que son órdenes de magnitud muy pequeños. En el caso del subsistema de traslación comprobamos como gracias a los controladores podemos estabilizar el sistema, llegando a ser las diferencias entre lineal y no lineal nulas en régimen permanente.

Aunque solamente hayamos mostrado tres ensayos en bucle abierto y dos ensayos en bucle cerrado se han realizado numerosas pruebas para comprobar que el sistema es totalmente válido, obteniendo en todos los casos resultados satisfactorios.

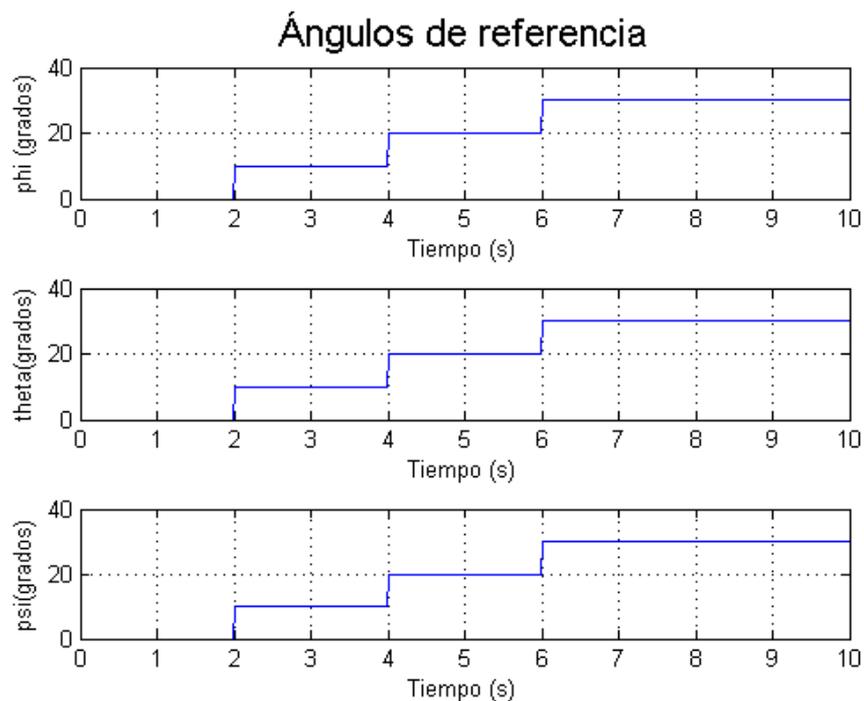


Figura 2-15. Ángulos de referencia para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado

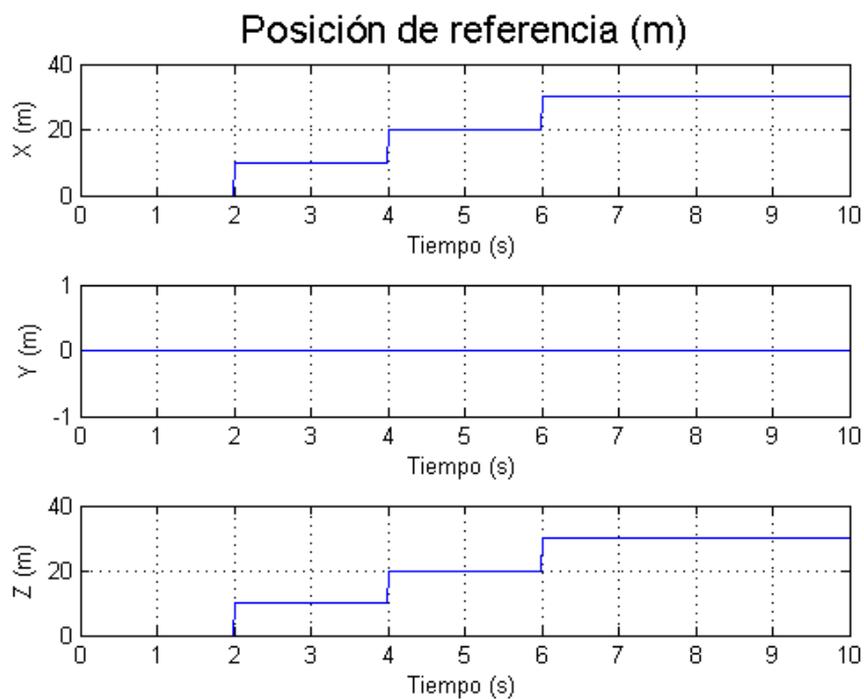


Figura 2-16. Posición de referencia para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado

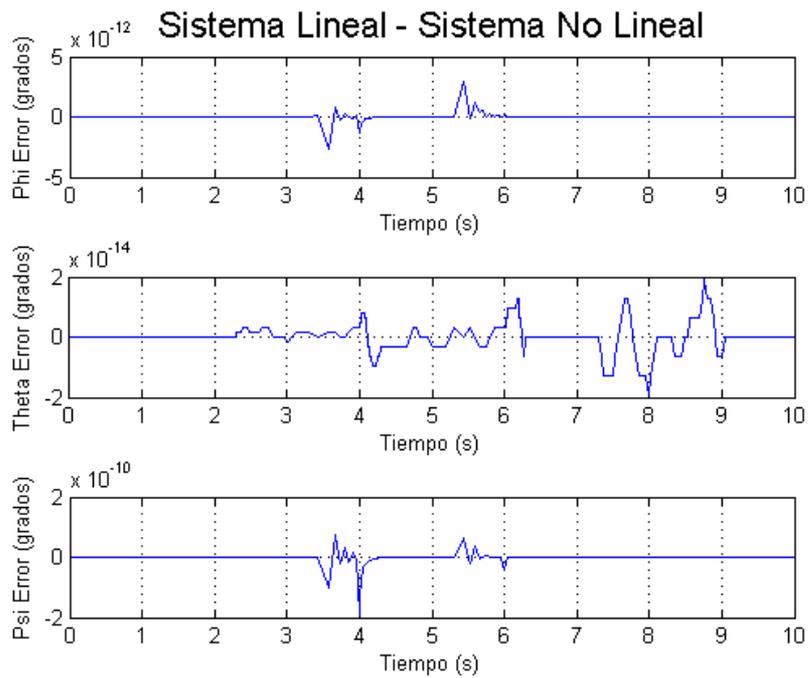


Figura 2-17. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado

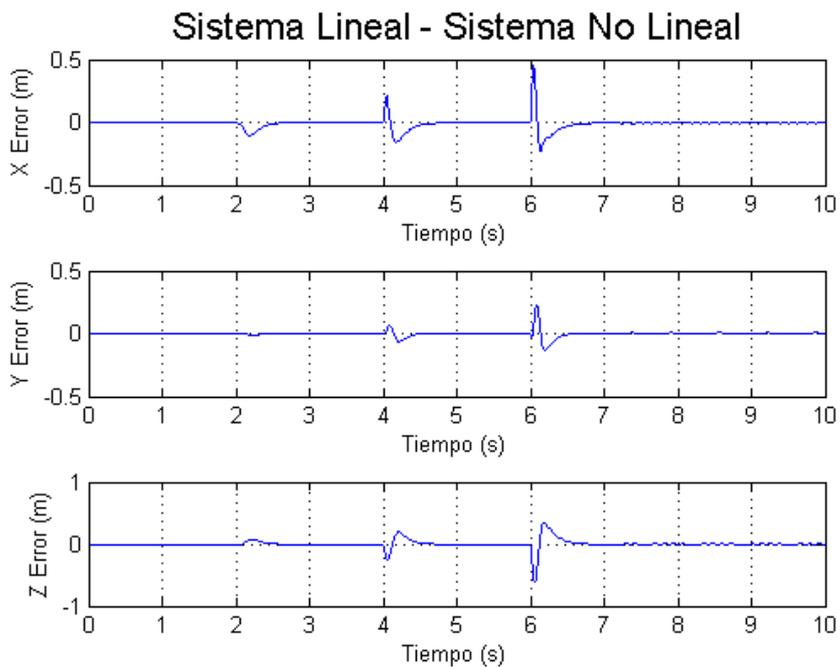


Figura 2-18. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado

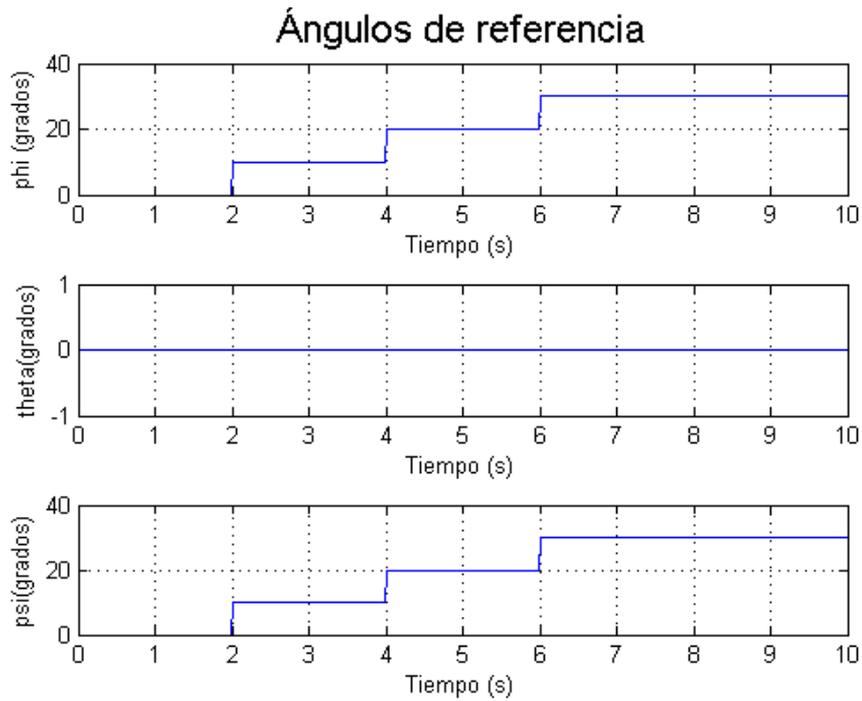


Figura 2-19. Ángulos de referencia para la comparación del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado

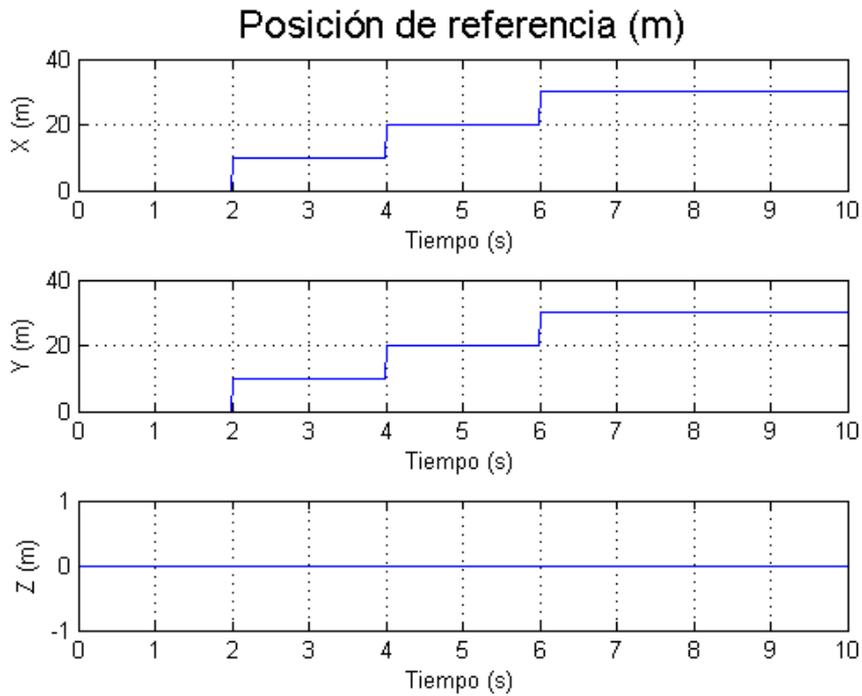


Figura 2-20. Posición de referencia para la comparación del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado

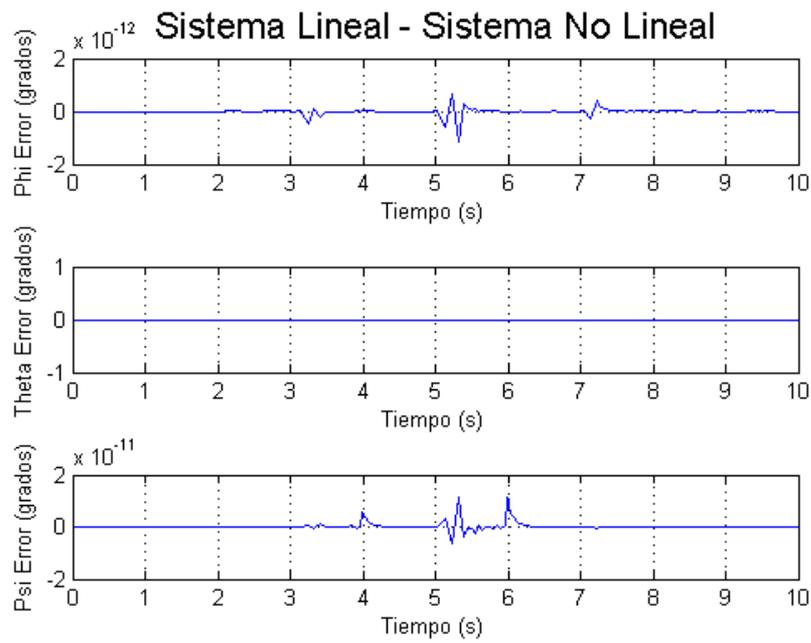


Figura 2-21. Diferencias entre las salidas, ángulos del subsistema de rotación de los modelos L-NL en bucle cerrado

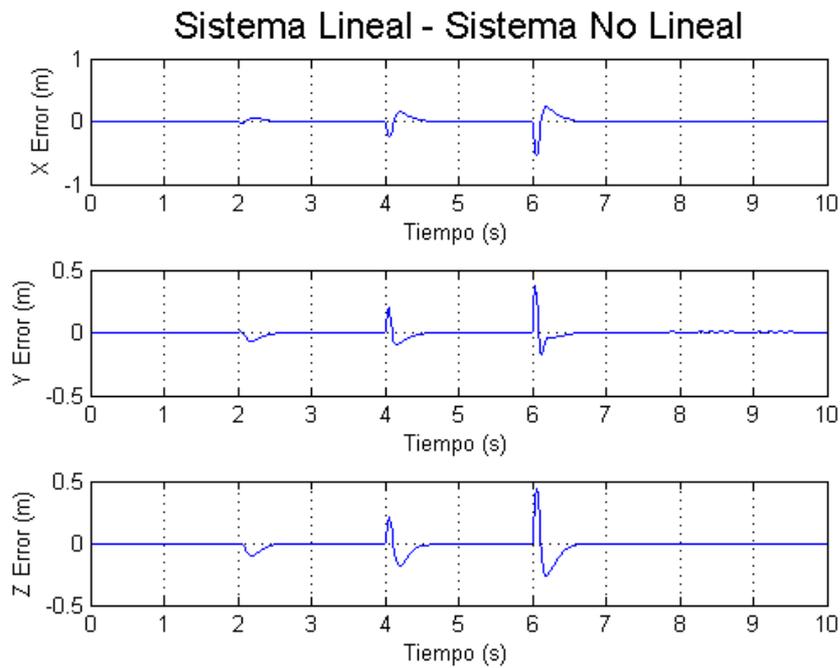


Figura 2-22. Diferencias entre las salidas, posiciones del subsistema de traslación de los modelos L-NL en bucle cerrado

## 3 DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN

El objetivo de este capítulo es definir los elementos que componen la solución que se ha propuesto para el control completo de nuestra aeronave. Describiremos las partes más importantes de cada uno de los bloques haciendo hincapié en aquellos que se estén estrechamente relacionados con el trabajo realizado en este proyecto.

El equipo de EsiTech consideró conveniente seguir como referencia el documento *Verificación y validación de sistemas de control de vuelo para MAV-VTOL basadas en Matlab Stateflow* [7], ya que aborda los puntos más importantes a considerar cuando estamos desarrollando un vehículo de éstas características.

Nuestro principal objetivo es disponer de un mecanismo que permita evaluar el correcto funcionamiento de nuestro prototipo antes de ser evaluado en condiciones reales. Para la simulación del vehículo se dispone del modelo dinámico que ya fue desarrollado y validado en la sección 2, el modelo dinámico será interconectado con los diferentes subsistemas de control los cuales seguirán la consigna que marque la máquina de estados de nivel superior. En la figura 3-1 se puede ofrecer una visión general de como se interconectan los diferentes bloques.

### 3.1 Máquina de estados

La máquina de estados nos permite definir lógica de decisión compleja en el control de la plataforma de forma estructurada. El desarrollo de esta máquina de estados será llevado a cabo por mi compañera del equipo automático Alba Requena.

Los diferentes modos de funcionamiento que puede tomar nuestra aeronave vienen representados por los estados que se pueden ejecutar de forma exclusiva o en paralelo. Estos estados se organizan de forma jerárquica y pueden relacionarse entre sí mediante transiciones moderadas por algún tipo de condición.

A continuación se hará un pequeño resumen de los estados y de las posibles transiciones, si se desea consultar con más profundidad esta parte debería acudir al trabajo que actualmente está realizando mi compañera Alba.

Los dos estados principales son:

- **Tierra:** estado inicial en el que se encuentra el vehículo, en este estado se comprobaría todos los componentes para asegurar que se puede comenzar un vuelo seguro, de modo que si todo está correcto pasaríamos al siguiente estado.
- **Aire:** este estado nos indica que podemos iniciar el vuelo, a su vez este estado está compuesto por los siguientes subestados:
  - **Despegue:** después de “Tierra” pasamos a “Despegue”, siguiendo un orden lógico, la máquina de estados se encargará de dar referencias de altura a los controladores para alcanzarla, también establece a cero las referencias de orientación.
  - **Vuelo:** aquí se recogen los diferentes modos de vuelo según nuestros objetivos. Tenemos tres modos principales, el primero es “Estabilización” siendo un punto clave en nuestra máquina de estados ya que dará las referencias angulares necesarias para que nuestra aeronave sea estable en todo momento, también se emplea como punto de transición entre el resto de estados. El segundo es “Estabilización en altura” que nos permite controlar la altura a la que queremos que se realice el vuelo. El tercero y último es “Movimiento en el plano XY”, como su nombre indica nos ofrecerá las referencias para movernos manteniendo la altura constante.

Todos estos estados recogen los movimientos básicos que puede desarrollar nuestra aeronave, cubriendo todos los requisitos que habíamos planteado.

### 3.2 Estrategia de control

El objetivo de este bloque es resolver el problema de control de nuestro vehículo, se desarrollan controladores que cumplan error nulo de seguimiento y robustez en presencia de incertidumbres paramétricas y perturbaciones externas que puedan afectar nuestra aeronave.

Se ha implementado una estructura de control avanzado, conocida como *Control en Cascada*, este tipo de control está caracterizado por la presencia de dos controladores realimentados anidados, siendo la salida del primario la señal de referencia del secundario, apareciendo de ese modo una relación *maestro-esclavo*. El uso de esta estrategia de control se debe a la diferencia entre las dinámicas de los subsistemas, el subsistema de orientación tiene una dinámica más rápida que el subsistema de traslación, pudiendo de ese modo establecer dos lazos de control distintos.

En este tipo de control se pueden apreciar tanto el lazo externo como el lazo interno. El lazo externo o maestro recibe la posición deseada del vehículo y proporciona las medidas de posición en cada instante. El lazo interno se encarga de la orientación del AirWhale teniendo como referencia la salida del controlador del lazo externo. A continuación se muestra un diagrama de bloques muestra la estructura de control en cascada.

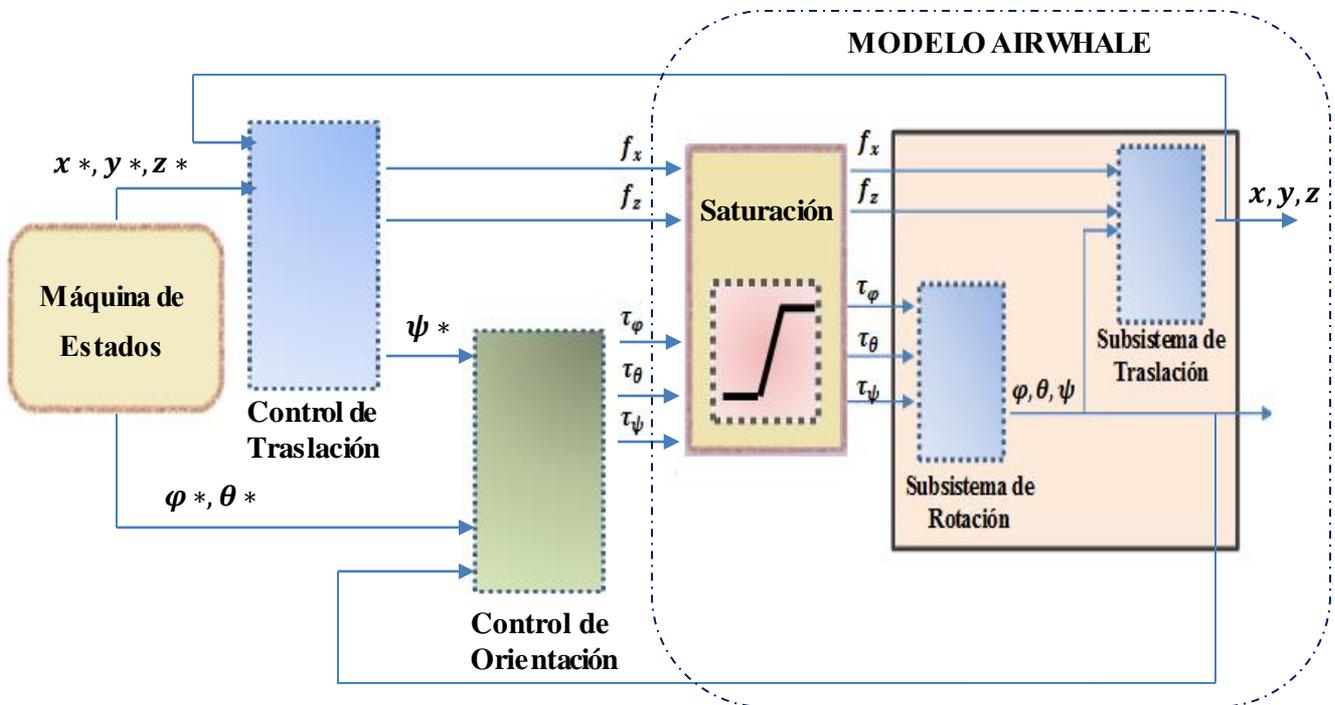


Figura 3-1. Modelo de la solución. Se encuentra la máquina de estados a la izquierda; bloques de control en el centro; modelo dinámico a la derecha.

Como se observa en la figura los bloques relativos al control están gobernados por la máquina de estados y proporcionan las señales de actuación a la plataforma para lograr las referencias deseadas.

Una de las ventajas de este tipo de estructuras es que minimiza el efecto de algunas perturbaciones ya que usamos medidas internas para detectar las perturbaciones e iniciar rápidamente la acción que los corrige, esto es especialmente favorable ante las perturbaciones que afectan a la orientación, por ejemplo ráfagas de aire que hagan que nuestro vehículo cambie su colocación, con esta estructura podemos corregir rápidamente esto antes de que se produzca algún tipo de traslación que cambie la posición.

En los próximos capítulos desglosaremos cada uno de los bloques de control y explicaremos las técnicas de control que se han desarrollado.

## 4 CONTROL DE ORIENTACIÓN

Dada la complejidad del sistema no lineal debemos tener especial cuidado a la hora de implementar los controladores encargados de la estabilidad del vehículo, ya que mantener el vehículo bien orientado es clave para evitar que el sistema se vuelva inestable.

Se han desarrollado dos técnicas de control, en primer lugar controladores tipo PD y en segundo lugar controladores tipo PID, se han calculado usando métodos frecuenciales. A continuación se detallará como se ha hecho y los resultados obtenidos.

### 4.1 Control PD

Se han tenido como referencia las funciones de transferencia obtenidas en la sección 2.4.1 a partir del modelo lineal y validadas mediante la comparación de los modelos lineal y no lineal.

#### 4.1.1 Diseño frecuenciales de los controladores

Siguiendo la teoría básica de control frecuencial se han establecido las siguientes especificaciones de control, tiempo de subida que nos permita una rápida respuesta del sistema, como hemos explicado anteriormente es importante tener la orientación bien definida en todo instante, también necesitamos que se produzcan posibles sobreoscilación en bucle cerrado ya que las oscilaciones podrían hacer que nuestra aeronave gire sobre sí misma.

Así pues se determinó conveniente un tiempo de subida  $t_s = 0.1$  segundos, lo que se traduce en una frecuencia de corte  $w_c = \frac{\pi}{2t_s} = 15.71$  rad/s. Respecto a las ganancias se tomarán aquellas que den una baja sobreoscilación.

La ley de controlador proporcional derivativo es la siguiente:

$$y(t) = K_c \cdot (u(t) + T_d \cdot \frac{du(t)}{dt})$$

siendo  $u(t)$  el error entre la referencia y la variable controlada, la señal de control es  $y(t)$ , la ganancia del controlador es  $K_c$  y el tiempo derivativo  $T_d$ .

La función de transferencia de este tipo de controladores responde a la siguiente expresión:

$$C_{PD}(s) = \frac{N_{pd}(s)}{D_{pd}(s)} = K_c \cdot (T_d \cdot s + 1)$$

A continuación vamos a explicar cómo se han obtenido los valores de los parámetros del controlador en el caso de  $\varphi$ , para el resto de ángulos se han seguido exactamente los mismos pasos.

En primer lugar se ha fijado la ganancia del controlador  $K_c = 1$ , se ha fijado una frecuencia de corte menor que la anterior de forma que se garantice un margen de fase suficiente, así pues determinamos  $\frac{1}{T_d} \leq w'_c$ , o lo que es lo mismo  $T_d = \frac{1}{15.71/5} = 0.3183$ .

Obteniendo la siguiente respuesta frecuencial:

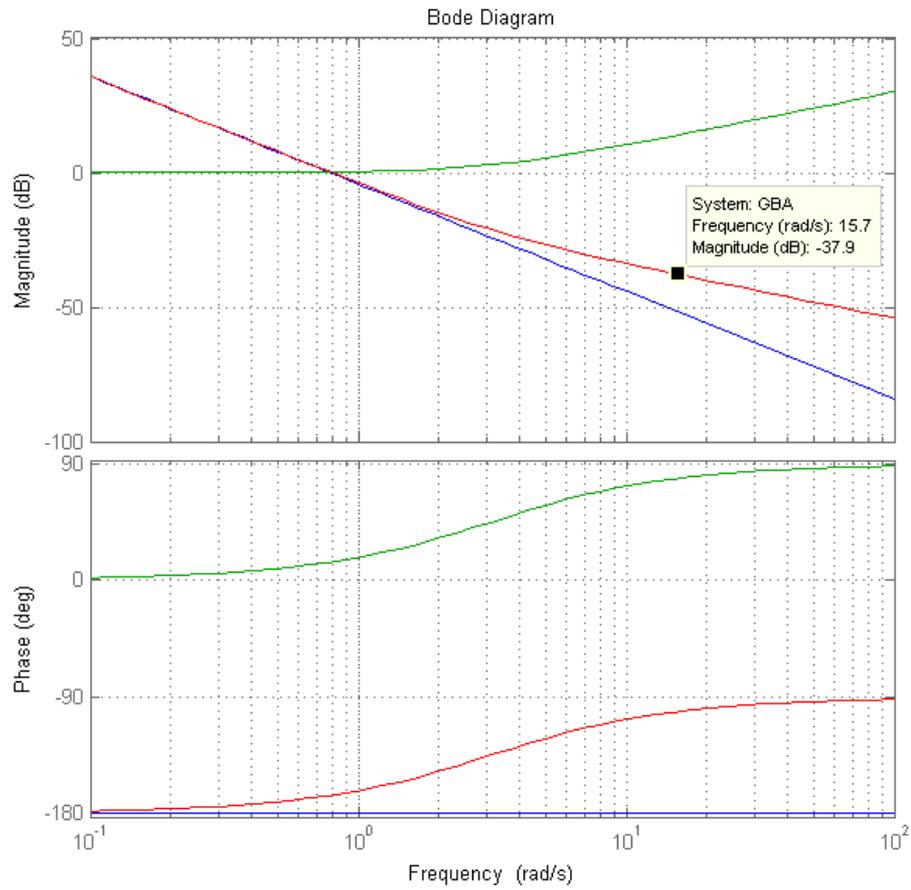


Figura 4-1. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PD (verde) y respuesta del controlador PD en bucle abierto (rojo).

Teniendo en cuenta la magnitud en dB de la función en bucle abierto obtenemos el valor de la ganancia del controlador  $K_c$  del siguiente modo:

$$K_c = 10^{37.9/20} = 78.5236$$

$$T_d = 0.3183 \text{ s}$$

Utilizando este valor de ganancia las salidas se ven modificadas como podemos observar en la siguiente imagen:

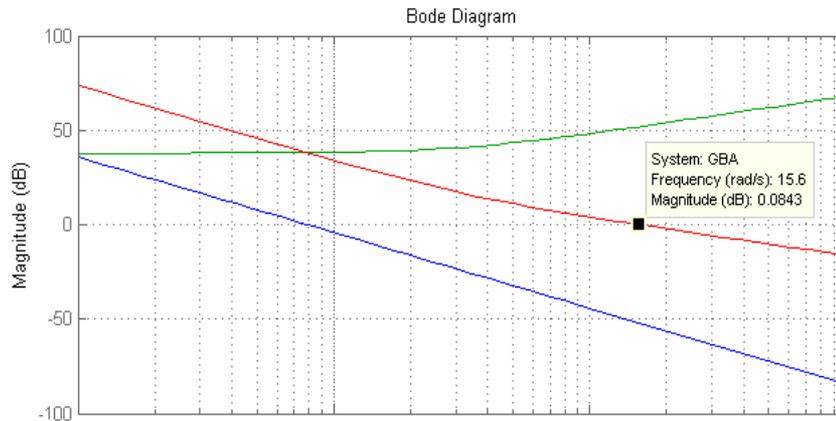


Figura 4-2. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PD (verde) y respuesta del controlador PD en bucle abierto (rojo).

Donde apreciamos claramente el corte en 0dB de la curva a la frecuencia de corte deseada  $\omega_c = 15.71 \text{ rad/s}$ . Es importante comprobar el margen de fase para evitar que se produzcan más sobreoscilaciones de las deseadas, por lo tanto en la siguiente figura observamos que el margen de fase es  $78.7^\circ$  cumpliendo las especificaciones.

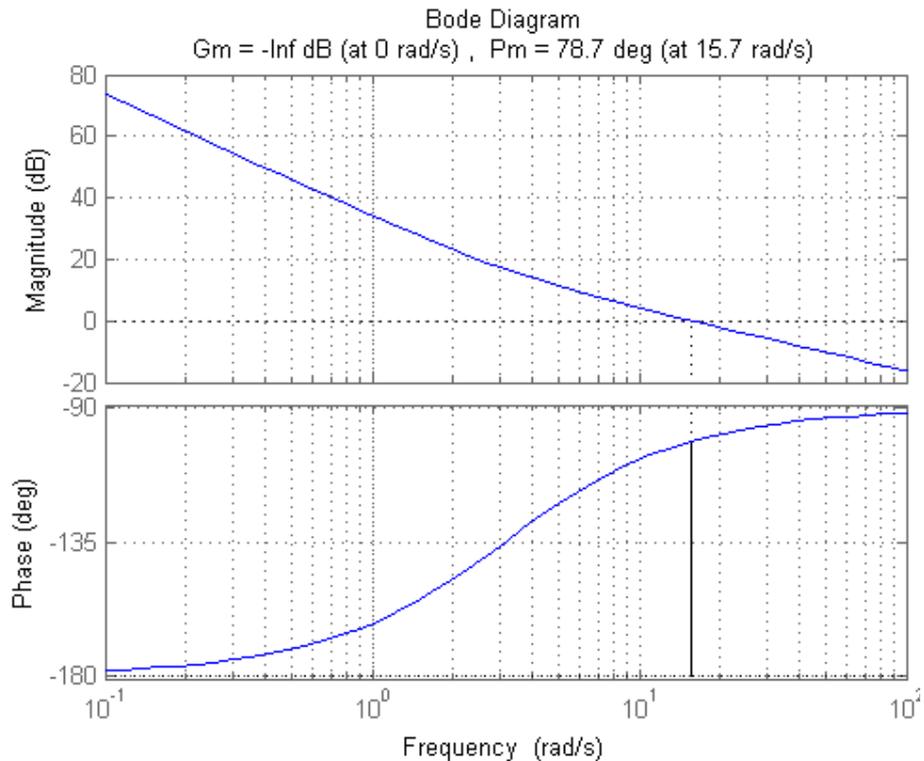


Figura 4-3. Respuesta en frecuencia del ángulo  $\varphi$  y del controlador  $C(s)$

Para los otros dos ángulos se ha seguido un proceso similar de forma que hemos obtenido las siguientes matrices de parámetros de controlador:

$$K_c = \begin{bmatrix} 78.5236 & 0 & 0 \\ 0 & 44.6684 & 0 \\ 0 & 0 & 41.6869 \end{bmatrix}$$

Los parámetros que caracterizan al controlador pueden ser expresados mediante la ganancia proporcional  $K_p$  y la ganancia derivativa  $K_d$  que son una función de los valores del  $K_c$  y  $T_d$  de la siguiente forma:

$$K_p = K_c = \begin{bmatrix} 78.5236 & 0 & 0 \\ 0 & 44.6684 & 0 \\ 0 & 0 & 41.6869 \end{bmatrix}$$

$$K_d = K_p \cdot T_d = \begin{bmatrix} 24.9941 & 0 & 0 \\ 0 & 14.2180 & 0 \\ 0 & 0 & 13.2689 \end{bmatrix}$$

#### 4.1.2 Simulaciones realizadas

Se han realizado numerosas pruebas en condiciones ideales, es decir, sin perturbaciones ni ruido externo, con el fin de validar el correcto funcionamiento de los controladores en el problema de seguimiento.

Una de las pruebas realizadas ha consistido en dar las siguientes referencias:

- Ángulo  $\varphi$ , escalón de  $5^\circ$  en 5 segundos más un escalón de  $5^\circ$  en 25 segundos.
- Ángulo  $\theta$ , escalón de  $-5^\circ$  en 15 segundos más un escalón de  $5^\circ$  en 30 segundos.
- Ángulo  $\psi$ , escalón de  $-10^\circ$  en 10 segundos más un escalón de  $10^\circ$  en 25 segundos.

En la figura 4-4 se pueden observar los resultados obtenidos.

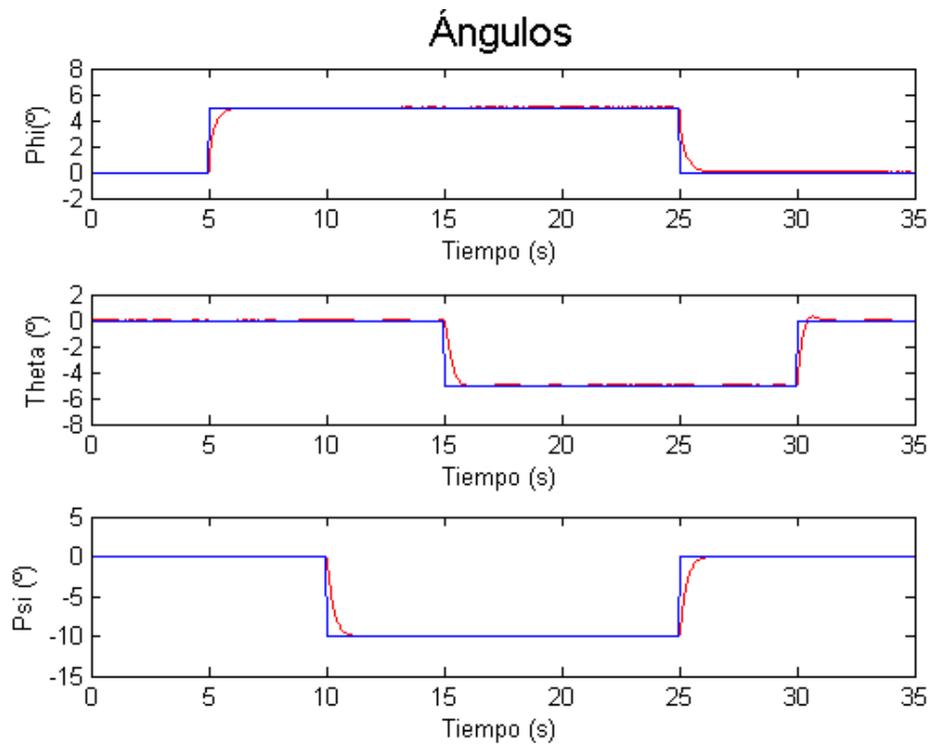


Figura 4-4. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD.

A continuación se hará una prueba en la que aparezcan perturbaciones, así podremos ver como responden los controladores PD ante una variación no deseada. Se han dado las mismas referencias que en el caso anterior, pero esta vez se han producido las siguientes perturbaciones:

- Ángulo  $\varphi$ , 0.25 N·m en 10 segundos.
- Ángulo  $\theta$ , 0.25 N·m en 20 segundos.
- Ángulo  $\psi$ , 0.25 N·m en 35 segundos.

El resultado se puede observar en a figura 4-5, vemos como los errores producidos debido a las perturbaciones no se corrigen llegando a ser permanentes durante todo el experimento. Con el fin de evitar este tipo de errores en régimen permanente y una mejor respuesta ante perturbaciones implementamos controladores PID.

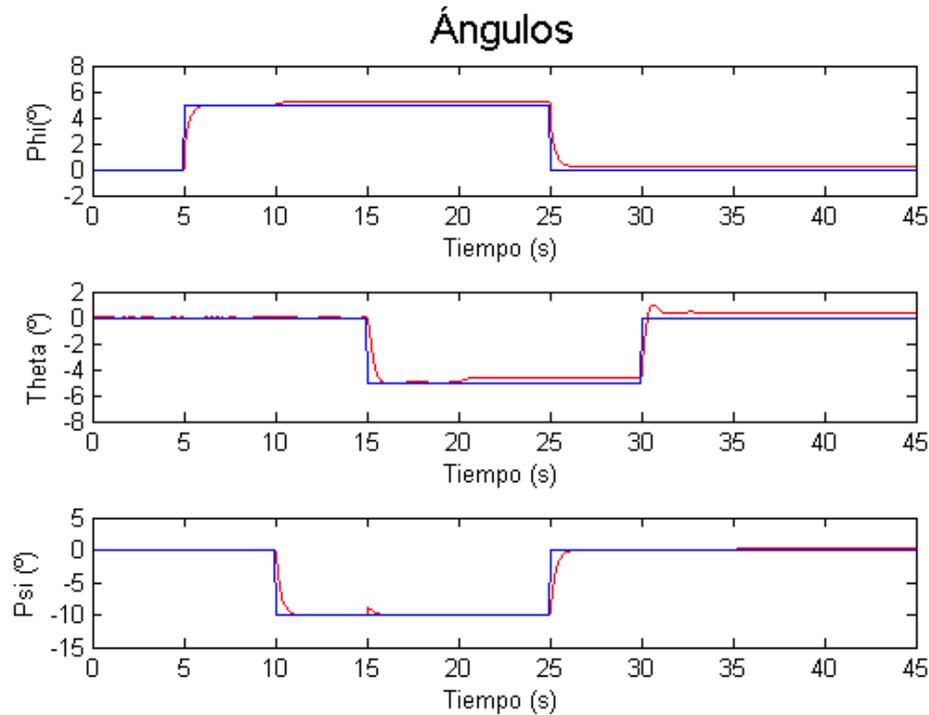


Figura 4-5. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Respuesta ante perturbaciones

## 4.2 Control PID

En las simulaciones anteriores hemos obtenido unos resultados óptimos ya que en régimen permanente el error máximo no llegaba a ser de  $0.2^\circ$ , aun así se ha considerado conveniente añadir el efecto integral para corregir este error.

### 4.2.1 Diseño frecuencial de los controladores

Siguiendo la teoría de control fundamental explicada en la sección 4.1.1 se ha introducido el efecto integral de modo que se cumplan las especificaciones de tiempo de subida y poca sobreoscilación.

La ley de controlador proporcional, integral y derivativo es la siguiente:

$$y(t) = K_c \cdot (u(t) + T_d \cdot \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t u(\tau) \cdot d\tau)$$

siendo  $u(t)$  el error entre la referencia y la variable controlada, la señal de control es  $y(t)$ , la ganancia del controlador es  $K_c$  y el tiempo derivativo  $T_d$ . Para este tipo de controladores es necesario determinar el tiempo integral  $T_i$ .

Igual que hicimos en la sección anterior vamos a calcular los parámetros que definen el controlador del ángulo phi, ya que para el resto se seguirán los mismos pasos.

La función de transferencia utilizada consta de dos ceros y un integrador puro, su expresión es:

$$C_{PID}(s) = \frac{N_{pid}(s)}{D_{pid}(s)} = K_c \cdot \frac{(1 + \tau_1 \cdot s) \cdot (1 + \tau_2 \cdot s)}{s}$$

Continuando la teoría dada en fundamentos de control se implementó el controlador PID como una conjunción de controlador PI y PD.

Así pues siguiendo las especificaciones anteriores tenemos que  $\tau_2 = T_d = 0.3183$  y el parámetro  $\tau_1$  se ha diseñado de modo que no restase demasiada fase, haciendo pruebas se determinó  $\tau_1 = 0.228$ .

Se han obtenido las respuestas frecuenciales tanto del sistema, del controlador PID y del controlador PID en bucle abierto, habiendo ajustado la ganancia como podemos comprobar en la siguiente figura:

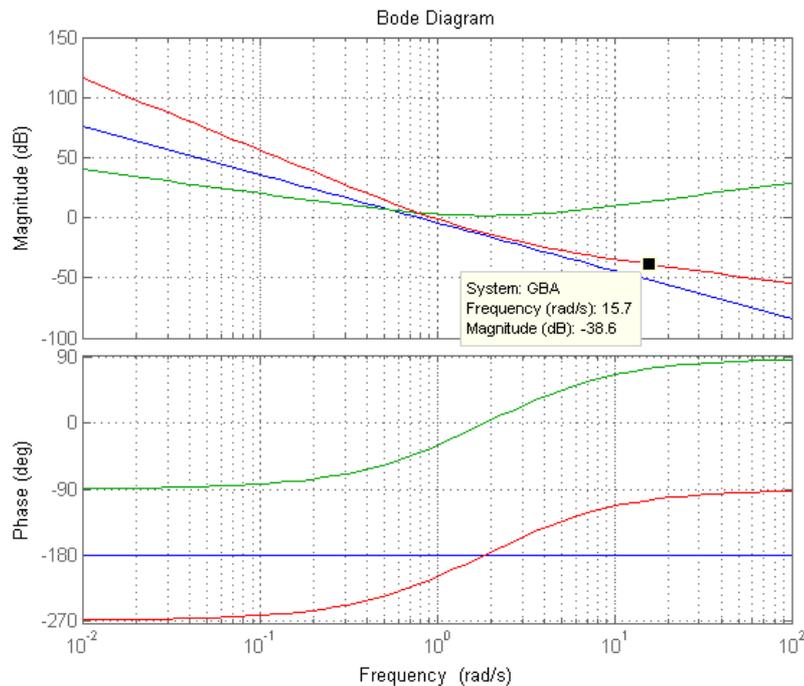


Figura 4-6. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PID (verde) y respuesta del controlador PID en bucle abierto (rojo).

Observando la respuesta del bucle abierto nos damos cuenta de que necesitamos una ganancia de magnitud aproximadamente 50.4 dB para verificar la frecuencia de corte de las especificaciones. Así pues definimos los valores de los parámetros del controlador como:

$$K_c = 10^{50.4/20} = 331.1311$$

$$\tau_1 = 0.912 \text{ s}$$

$$\tau_2 = 0.3183 \text{ s}$$

Con esta ganancia se cumple el requisito impuesto por la frecuencia de corte como podemos observar en la siguiente figura, a una frecuencia de 15.7 rad/s la magnitud es aproximadamente cero.

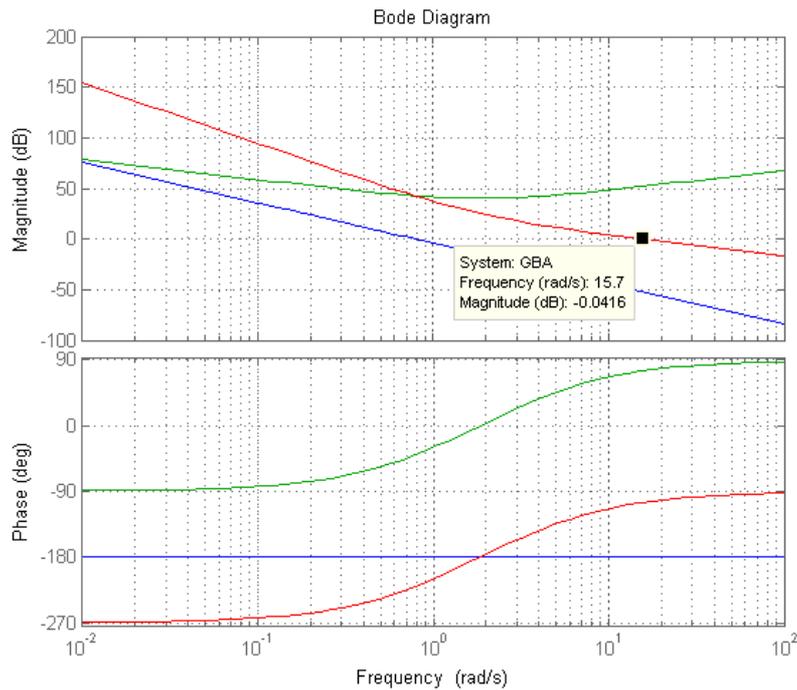


Figura 4-7. Bode del sistema (azul), respuesta del controlador PID (verde) y respuesta del controlador PID en bucle abierto (rojo).

Para obtener las ganancias que caracterizan al controlador debemos desarrollar la ecuación que rige el PID de forma que a partir de las constantes de tiempo anteriores obtengamos las ganancias.

$$C_{PID}(s) = \frac{N_{pid}(s)}{D_{pid}(s)} = K_c \cdot \frac{(1 + \tau_1 \cdot s) \cdot (1 + \tau_2 \cdot s)}{s} = K_p \cdot \frac{T_i \cdot T_d \cdot s^2 + T_i \cdot s + 1}{T_i \cdot s}$$

Teniendo en cuenta esta expresión es fácil deducir:

$$T_i = \tau_1 + \tau_2 = 1.2303 \text{ s}$$

$$T_d = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{T_i} = 0.2359 \text{ s}$$

Para los ángulos  $\theta$  y  $\psi$  se han seguido los mismos pasos, de forma que podemos obtener las siguientes matrices de ganancias:

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{K}_c \cdot T_i = \begin{bmatrix} 113.7586 & 0 & 0 \\ 0 & 59.5662 & 0 \\ 0 & 0 & 55.5904 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_p / T_i = \begin{bmatrix} 113.5011 & 0 & 0 \\ 0 & 48.4172 & 0 \\ 0 & 0 & 45.1856 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{K}_p \cdot T_d = \begin{bmatrix} 24.7087 & 0 & 0 \\ 0 & 14.0536 & 0 \\ 0 & 0 & 13.1156 \end{bmatrix}$$

Si observamos los valores de  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  podemos hacer una predicción de los resultados que se esperan. El valor de  $K_p$  ha aumentado lo que se traduce en una disminución del tiempo de subida, lo que conlleva a respuestas más bruscas y con más sobre oscilación. El tiempo derivativo nos da una idea del tiempo de predicción del error en la respuesta transitoria y también nos ayuda a disminuir la sobreoscilación por el efecto “anticipativo” que produce, aunque como ya hemos dicho anteriormente no es capaz de corregir errores constantes, esto se debe al carácter derivativo del controlador, si el error es constante la derivada es nula, siendo la señal de control cero y por lo tanto no corrige el error, en caso de que la derivada del error es una constante se aplica una señal de control constante, por lo que el error crece indefinidamente. El efecto integral afecta al régimen permanente, sus resultados son similares a los que tiene la ganancia proporcional, es el que hace posible que el error en régimen permanente sea nulo, el valor de  $T_i$  siempre será mayor que  $T_d$ .

#### 4.2.2 Simulaciones realizadas

Con el fin de comprobar las ventajas del controlador PID respecto al PD se ha realizado la misma prueba que en el caso anterior.

Se han dado las siguientes referencias junto a perturbaciones:

- Ángulo  $\varphi$ , escalón de  $5^\circ$  en 5 segundos más un escalón de  $5^\circ$  en 25 segundos y perturbación de  $0.25 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 10 segundos.
- Ángulo  $\theta$ , escalón de  $-5^\circ$  en 15 segundos más un estalcón de  $5^\circ$  en 30 segundos y perturbación de  $0.25 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 20 segundos.
- Ángulo  $\psi$ , escalón de  $-10^\circ$  en 10 segundos más un escalón de  $10^\circ$  en 25 segundos y perturbación de  $0.25 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 35 segundos.

Siendo los resultados obtenidos los mostrados en la figura 4.8.

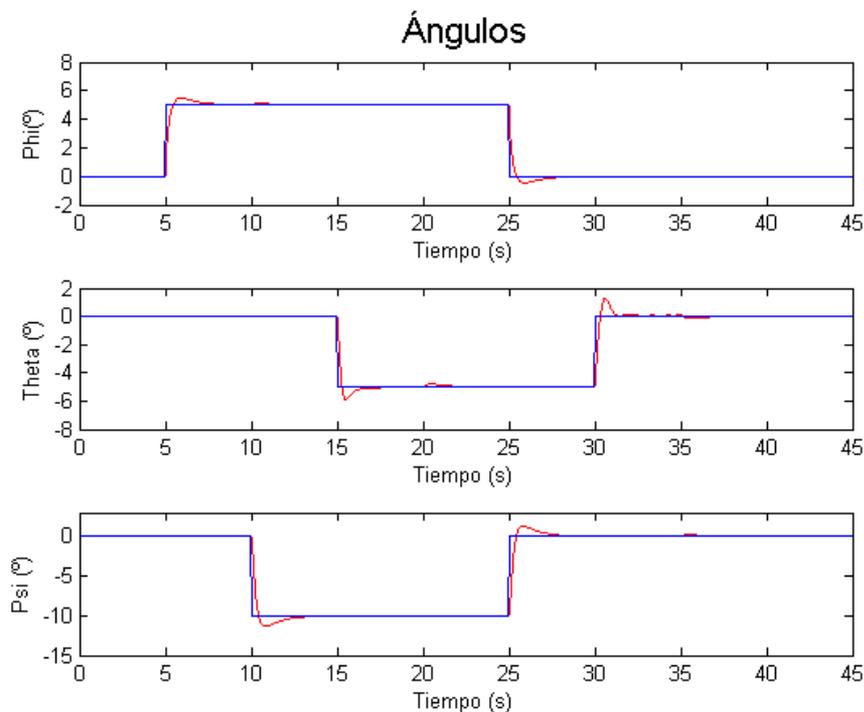


Figura 4-8. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PID. Respuesta ante perturbación

Con el uso de controladores PID eliminamos el error en régimen permanente que parecía cuando se producían perturbaciones. Se observa como el tiempo de respuesta del controlador es menor que en el caso anterior, esto implica que nuestros actuadores sufran más, como se dijo anteriormente esto es debido al aumento de la ganancia proporcional y la adición del efecto integral.

Se ha realizado una simulación en la que nuestra aeronave se encuentra en reposo y no recibe una señal de referencia en sus ángulos, sino que solamente se ve afectada por perturbaciones, esto nos ayudaría a simular un estado en el que se produzcan ráfagas de viento y queramos evitar que nuestra nave se vea afectada.

Se han dado las siguientes perturbaciones:

- Ángulo  $\varphi$ , perturbación de  $1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 10 segundos y de  $-1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 20 segundos.
- Ángulo  $\theta$ , perturbación de  $-1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 10 segundos y de  $1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 20 segundos.
- Ángulo  $\psi$ , perturbación de  $-1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 20 segundos y de  $1.5 \text{ N}\cdot\text{m}$  en 30 segundos.

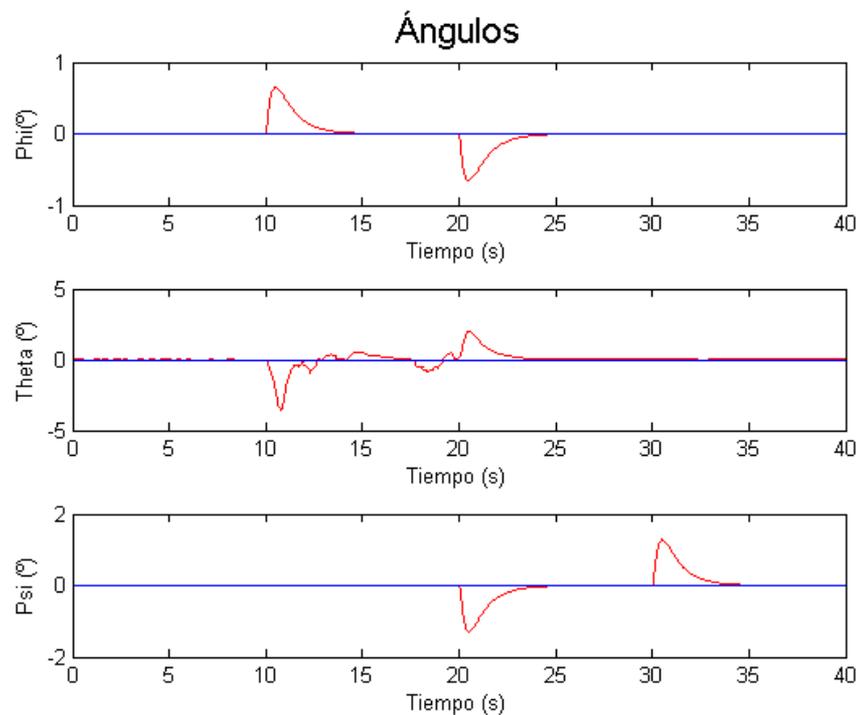


Figura 4-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PID. Respuesta ante perturbación

Es conveniente hacer una implementación más real de los controladores y realizar simulaciones que correspondan a un ambiente real, es decir, ponernos en situaciones que no sean ideales como las anteriores. En la próxima sección desarrollaremos los controladores calculados para el subsistema de traslación y finalmente haremos implementaciones más reales de los controladores de ambos subsistemas y veremos cómo estos responden ante el ruido.



## 5 CONTROL DE TRASLACIÓN

El control de traslación se realiza directamente sobre la estructura completa de Control en Cascada que hemos visto en la figura 3-1. En la sección anterior comprobamos el correcto funcionamiento de los controladores PID, así que procederemos a implementar los controladores más adecuados para el subsistema de traslación, que como indicamos anteriormente trabaja a más velocidad.

Este control nos permite acabar con el problema de seguimiento de trayectorias del vehículo, permitiéndonos seguir las indicaciones que nos indique la máquina de estados que fue mencionada en la sección 3.

Del mismo modo que en el subsistema de orientación tenemos tres funciones de transferencia formadas por dobles integradores, por lo que el cálculo de los controladores sigue los mismo pasos que dimos anteriormente por lo que obviaremos información repetitiva y solo haremos hincapié en aquellas cosas que hayan variado o se consideren realmente importantes.

En este caso solamente hemos desarrollado controladores PD ya que su respuesta es la adecuada en casa situación, como comprobamos anteriormente los controladores PID solucionan los problemas causados por las perturbaciones que crean momentos no deseados en nuestra aeronave, en el caso del subsistema de traslación estas perturbaciones deben ser unas fuerzas que se producen en extrañas condiciones, por lo tanto se consideró suficiente con la implantación de controladores PD

### 5.1 Control PD

Se han tenido como referencia las funciones de transferencia obtenidas en la sección 2.4.2 a partir del modelo lineal y validadas mediante la comparación de los modelos lineal y no lineal.

#### 5.1.1 Diseño frecuencial de los controladores

Igual que en el apartado 4.1.1 se ha seguido la teoría de fundamentos de control y se han tenido en cuenta las siguientes especiaciones:

- Control de  $F_x, F_z$ : un tiempo de subida  $t_s = 0.1$  segundos, lo que se traduce en una frecuencia de corte  $\omega_c = \frac{\pi}{2t_s} = 15.71$  rad/s, igual que en los controladores anteriores, ya que estamos controlando el empuje y no usamos variables del subsistema de rotación. Respecto a las ganancias se tomarán aquellas que den una baja sobreoscilación.
- Control de  $\psi$ : un tiempo de subida mayor que en los casos anteriores  $t_s = 0.6$  segundos, lo que se traduce en una frecuencia de corte  $\omega_c = \frac{\pi}{2t_s} = 2.618$  rad/s, de forma que no retrasemos mucho la respuesta del sistema. Respecto a las ganancias se tomarán aquellas que den una baja sobreoscilación.

Los valores que se han obtenido de las ganancias de los tres controladores son:

$$\mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 144.544 & 0 & 0 \\ 0 & -2.541 & 0 \\ 0 & 0 & 144.544 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 46.0038 & 0 & 0 \\ 0 & -2.9117 & 0 \\ 0 & 0 & 46.0038 \end{bmatrix}$$

### 5.1.2 Simulaciones realizadas

Las referencias que recibe el subsistema de traslación son rampas, si utilizamos escalones como referencia las fuerzas que deberían realizar nuestros actuadores serían inalcanzables, pero si vamos dando los valores de una rampa nuestro sistema completo responderá de forma adecuada.

Primera simulación, ascenso vertical seguido de una traslación en los ejes XY.

- Referencia en X: rampa de inclinación 0.2 m/s desde el segundo 15 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Y: rampa de inclinación 0.2 m/s desde el segundo 30 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Z: rampa de inclinación 1.5m/s durante los 10 primeros segundos hasta alcanzar una altura de 15m.

En la figura 5-1 se pueden observar estas referencias en azul y la salida del sistema en rojo, ambas líneas son prácticamente idénticas por lo que es muy difícil apreciar las diferencias por lo que se muestra el error cometido en la figura 5-2.

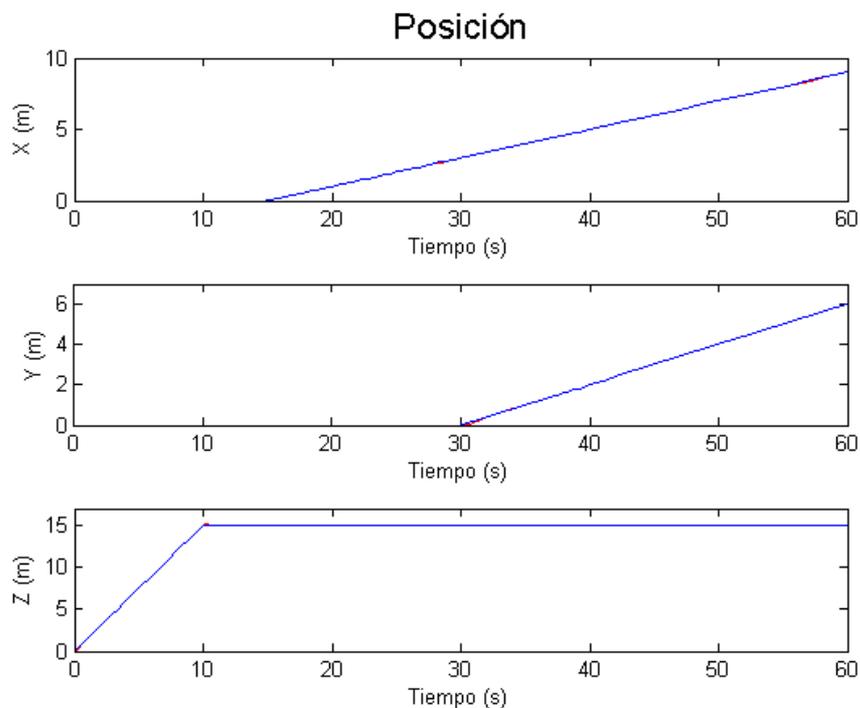


Figura 5-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia

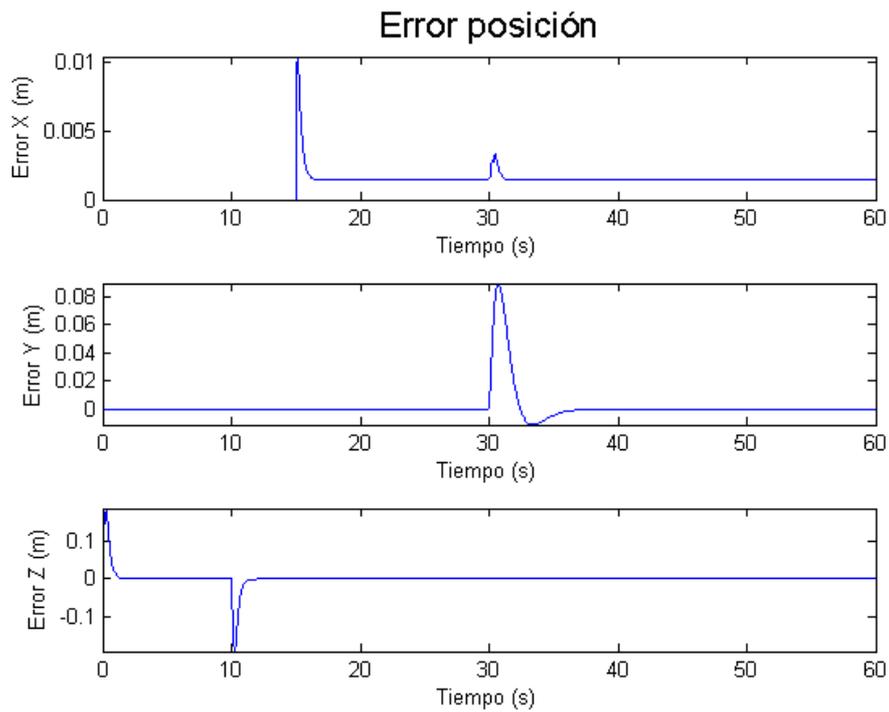


Figura 5-2. Error en posición en seguimiento de referencia.

También es importante ver la salida del subsistema de rotación, ya que así podemos comprobar como actúa la variable intermedia además de ver como se estabiliza el sistema a causa de los posibles pares no deseados.

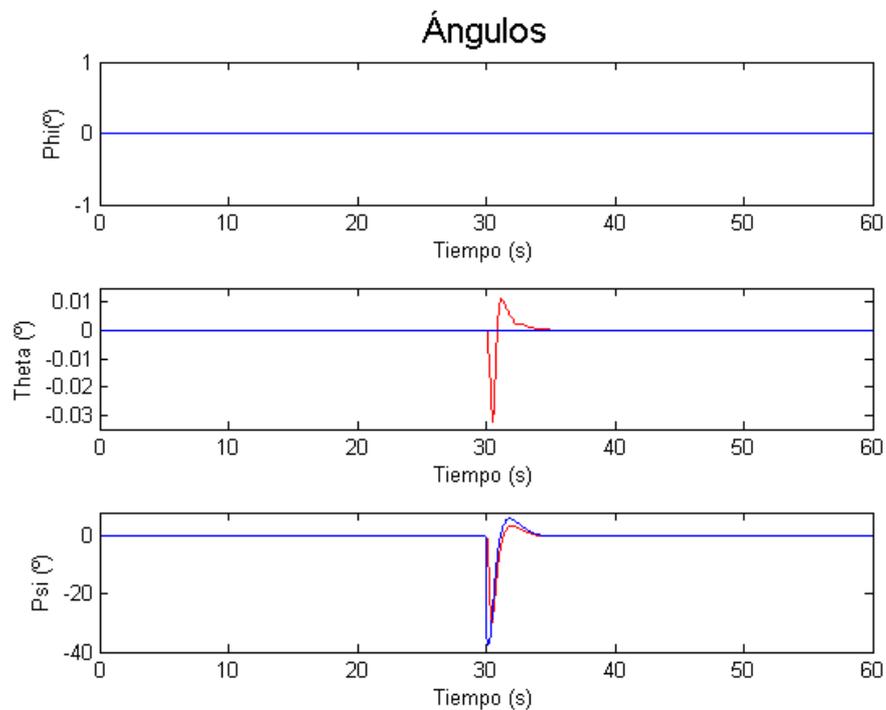


Figura 5-3. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia.

Con el fin de comprobar el correcto funcionamiento del sistema se realizó una trayectoria helicoidal, de forma que se producirán traslaciones con forma sinodal en los ejes XY y ascenso vertical constante. Se puede observar en la figura 5-4 la referencia en color azul y el seguimiento del vehículo en rojo. En la figura 5-5 se muestra el error en posición.

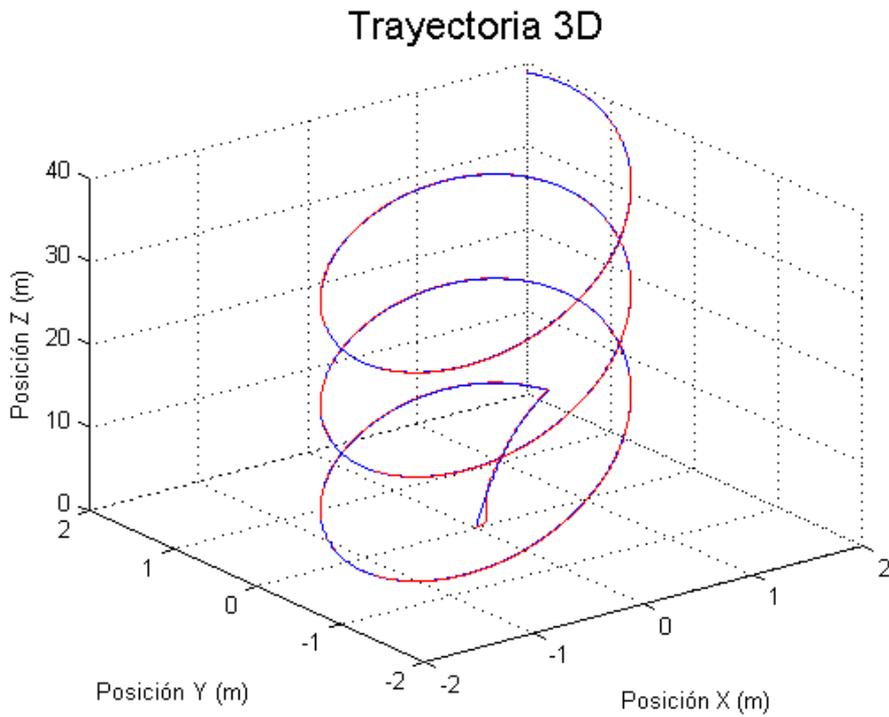


Figura 5-4. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación bajo la actuación de controladores PD. Trayectoria helicoidal.

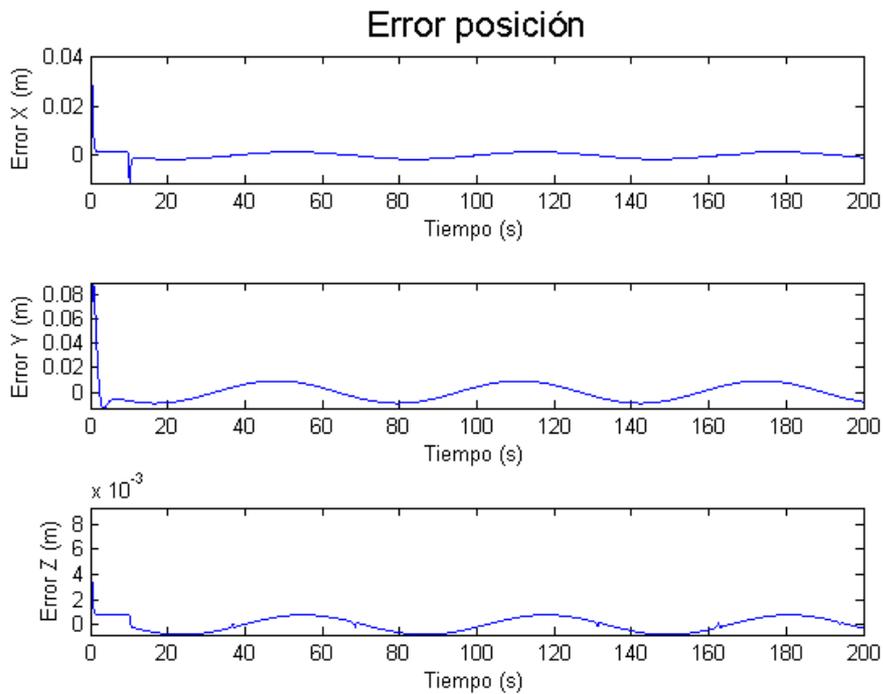


Figura 5-5. Error en posición en seguimiento de referencia helicoidal

Los errores producidos son mínimos, toman valores muy pequeños que oscilan entorno a cero, es un error esperado debido a la naturaleza sinodal de la referencia.

El subsistema de rotación actúa de forma óptima, se eliminan las perturbaciones producidas en el ángulo  $\theta$  debido a los continuos giros del AirWhale. El ángulo  $\psi$  juega un papel importante ya que se encarga del movimiento en el eje Y en todo momento, vemos como los controladores del subsistema de rotación siguen a la perfección la referencia dada por los controladores del subsistema de traslación, consiguiendo de ese modo el movimiento deseado sin producirse un gran retraso.

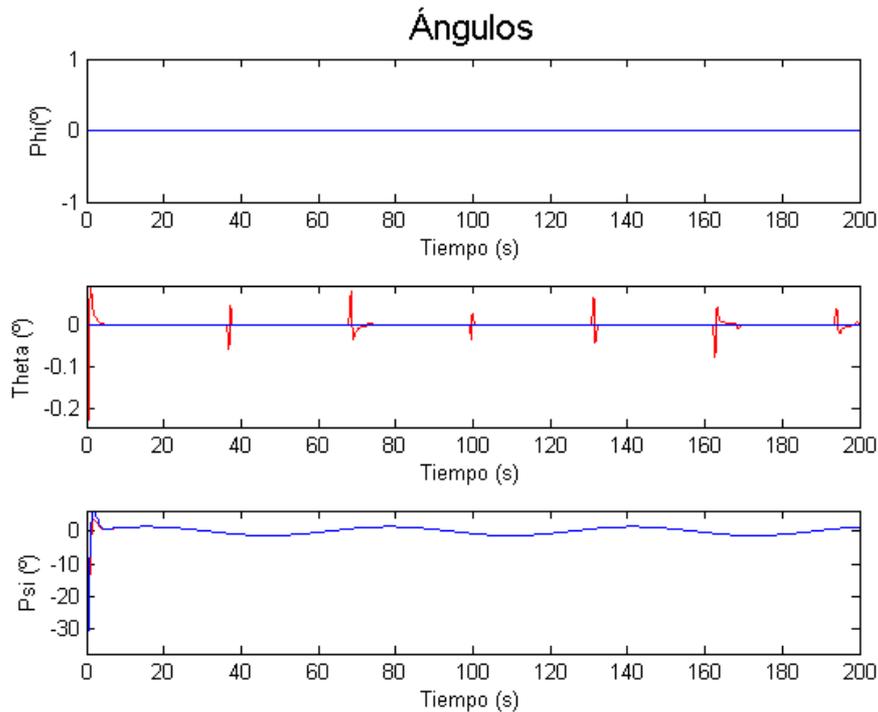


Figura 5-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación bajo la actuación de controladores PD. Seguimiento de referencia helicoidal.

Es importante aclarar que la trayectoria helicoidal no puede ser realizada por el AirWhale ya que el movimiento de ascenso debe ser independiente del movimiento en los ejes XY, aun así se ha realizado esta simulación con el fin de comprobar el buen desempeño de nuestros controladores ideales.

Al final de la sección anterior se explicó que estamos trabajando con el sistema lineal, sin ruido, bajo condiciones ideales y suponiendo que podemos implementar estos controladores en el mundo real. Dado que esta situación no se producirá cuando trabajemos en nuestro prototipo debemos considerar implementar controladores en Simulink que se asemejen más a los reales, así como realizar simulaciones con el sistema no lineal empleado anteriormente, esto se realizará en la próxima sección.



## 6 PID EN UN ENTORNO REALISTA

Con el fin de simular un entorno más realista se han realizado diferentes simulaciones utilizando otra forma de implementar los controladores en Simulink, empleando salidas ruidosas con sus correspondientes filtros de ruido y haciendo uso del **modelo no lineal**.

### 6.1 Modificaciones realizadas

Se ha seguido la estructura de **control I – PD** ya que reduce la acción de control, evitando de ese modo que nuestros actuadores sufran, con esto evitamos los picos infinitos instantáneos en las fuerzas de actuación. Además estos controladores mejoran el transitorio sin afectar al tiempo de establecimiento.

También se ha implementado un **filtro de referencia** que como su nombre indica filtra la señal de referencia. Toma valores entre 0 y 1, cuando vale 0 se filtra entera, si vale 1 no se produce ningún filtrado, nosotros hemos determinado  $b = 0.5$ . En la figura 6-1 podemos observar el diagrama de bloques del controlador.

Es importante tener en cuenta cuando el actuador satura, ya que acción aplicada al proceso no se corresponde con la salida del controlador y es como si se abriera el lazo de control. Este problema es particularmente importante en los controladores que tienen acción integral del error, como es nuestro caso. Este efecto se denomina “windup” y se aprecia porque el sistema reacciona más lentamente ante una perturbación o cambio de referencia después de que se ha producido la saturación del actuador. Saturación del término **integralo Anti-Windup**, se realiza un seguimiento integral para evitar la acumulación de error del término integral. En ese caso en vez de limitar el valor de la acción integral, se fuerza a llevar la salida del controlador a valores en el actuador es lineal. Cuando el actuador llega a su límite se produce una señal de realimentación que trata de llevar el valor de la diferencia a cero. Se emplea la ganancia  $\frac{1}{T_t}$ , donde  $T_t$  es una constante de tiempo que determina la rapidez con el error llega a cero. Normalmente se determina el valor de esta constante a partir del tiempo integral,  $T_t = 0.1 \cdot T_i$ .

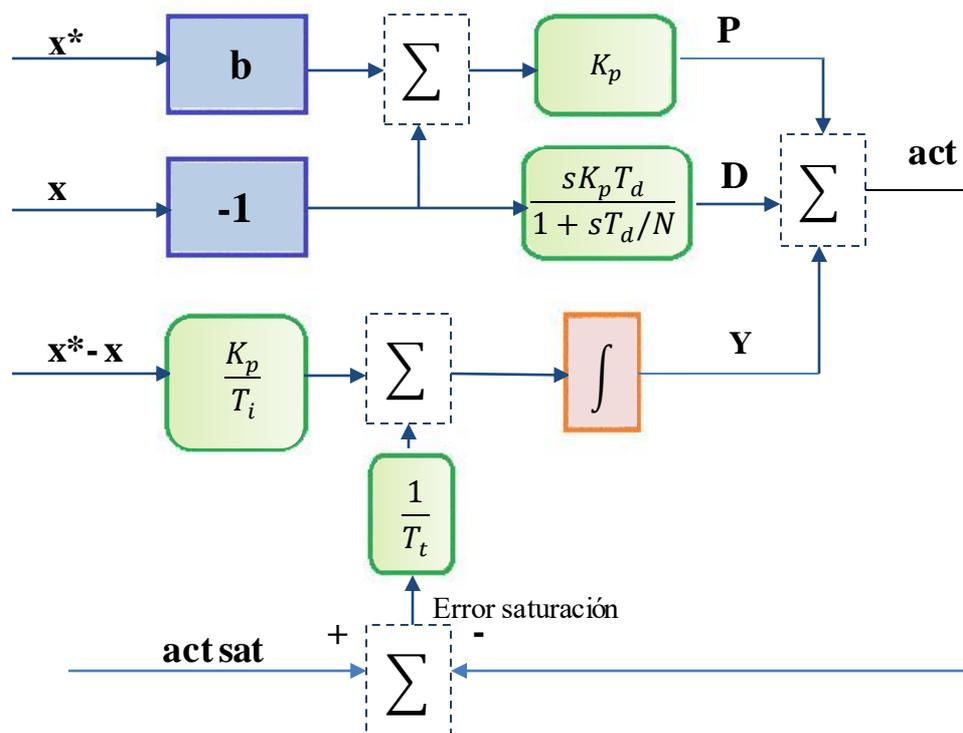


Figura 6-1. Diagrama para el diseño de controladores I – PD

Ya que el cálculo de la derivada no es implementable se realiza **un filtrado de la acción de derivada** que sí sea implementable en tiempo real. Se define la derivada de la siguiente forma  $\frac{T_d s}{1+T_d s/N}$ , siendo N el factor de filtrado que toma valores entre 10-30, en nuestro caso de validó como aceptable  $N = 30s$ , ya que no produce efecto no deseado en el  $T_d$ .

Como se indicó anteriormente se empleará el modelo no lineal que se desarrolló a partir de las ecuaciones de Newton-Euler en la sección 2.2, además se añadirá un ruido blanco a las salidas del subsistema de rotación, ya que las medidas que obtendremos de los ángulos cuando construyamos nuestro vehículo tendrán un error asociado al giróscopo utilizado. Junto con este ruido externo incluiremos unos filtros de ruido de primer orden, cuya constante de tiempo se ha calculado a prueba y error,  $\tau_{filtro} = 0.05$ .

## 6.2 Simulaciones realizadas

### 6.2.1 Simulación del Sistema en presencia de ruido externo

Del mismo modo que en el apartado 5.1.2 se ha realizado una simulación que emule una posible trayectoria del AirWhale, es decir, un ascenso seguido de una traslación en el plano XY.

- Referencia en X: rampa de inclinación 0.5 m/s desde el segundo 15 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Y: rampa de inclinación -0.4 m/s desde el segundo 20 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Z: rampa de inclinación 1 m/s durante los 10 primeros segundos hasta alcanzar una altura de 10m.

A pesar de estar usando el sistema no lineal los resultados que se han obtenido son muy buenos ya que el funcionamiento de este tipo de controladores es muy agresivo. En la figura 6-2 observamos las salidas del sistema de posición frente a la referencias dadas.

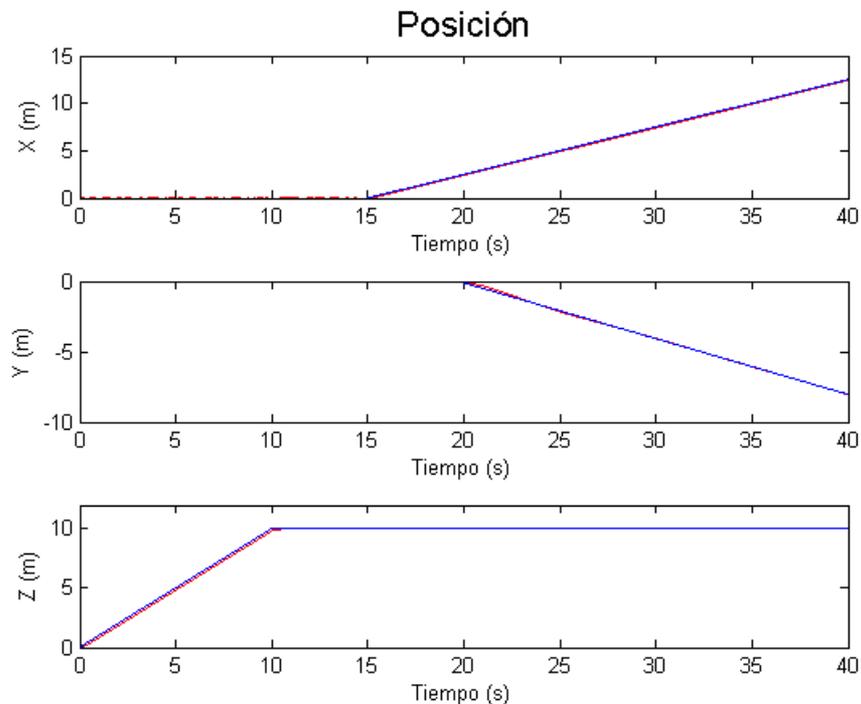


Figura 6-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación no lineal.

Es importante observar el subsistema de rotación ya que como en hemos dicho en casos anteriores tiene un papel muy importante en la estabilidad de nuestro vehículo. Concretamente el ángulo  $\psi$  determina la eficacia del seguimiento de la trayectoria deseada.

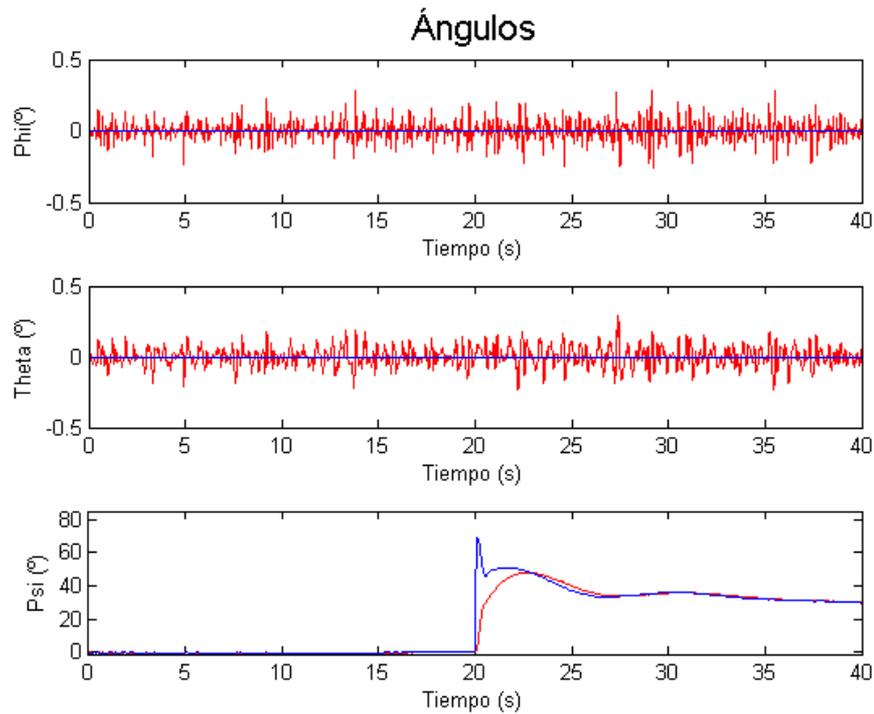


Figura 6-3. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación no lineal.

Los ángulo de pitch y roll se mantienen entorno a cero con el ruido que hemos introducido, el ángulo yaw sigue la referencia según las posibilidades de nuestros actuadores, en el momento que empezamos a pedir traslación el eje y la referencia adquiere valores muy altos, para nuestro vehículo es muy difícil alcanzar estos valores de forma instantánea, por lo que va alcanzándolos dentro de sus posibilidades lo que induce al error en el eje y que observamos durante el periodo de 20 a 30 segundos de la figura 6-4.

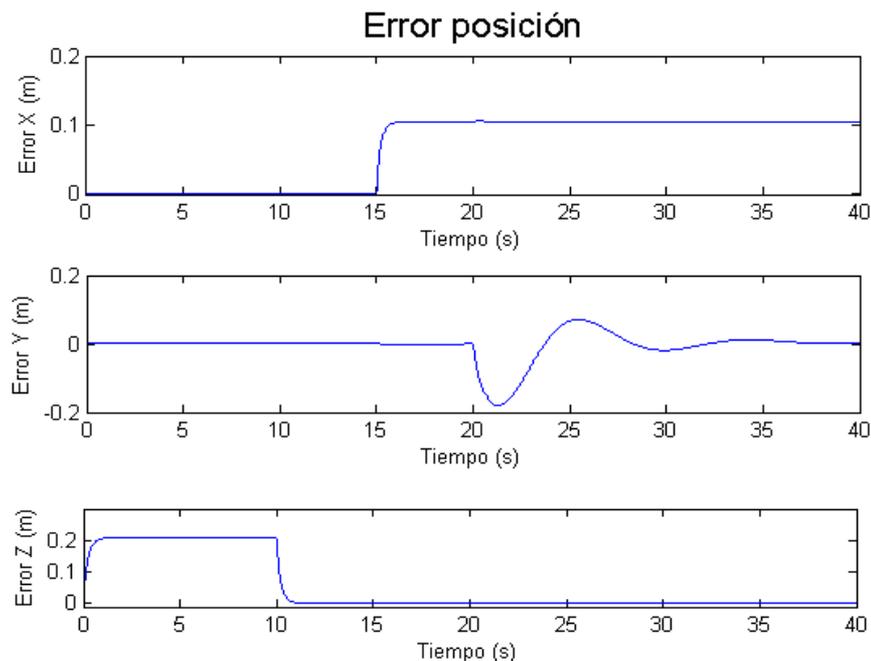


Figura 6-4. Error en posición sistema no lineal

Por otro lado el eje x queda con un error constante en de 10 cm difícil de solventar a pesar de modificar el valor integral de nuestro controlador, ya que es debido a la incapacidad de nuestros actuadores. En el eje Z se produce también un error durante el ascenso constante de 20 cm, este error se hace cero una vez la referencia se queda estática, es decir, vamos aumentando la referencia de forma incremental hasta llegar al valor deseado durante este tiempo se aprecia el error, cuando hemos alcanzado la referencia deseada y esta pasa a ser constante instantes después este error se anula.

Las señales de actuación que entran al subsistema de traslación son  $F_x$  y  $F_z$ , cuyos valores juegan un papel muy importante en la traslación del AirWhale, concretamente  $F_z$  se encargará de que nuestro vehículo no ascienda hasta elevadas altitudes debido a la fuerza del helio, por eso normalmente toma valores negativos, es decir apuntando a la tierra a excepción del despegue.

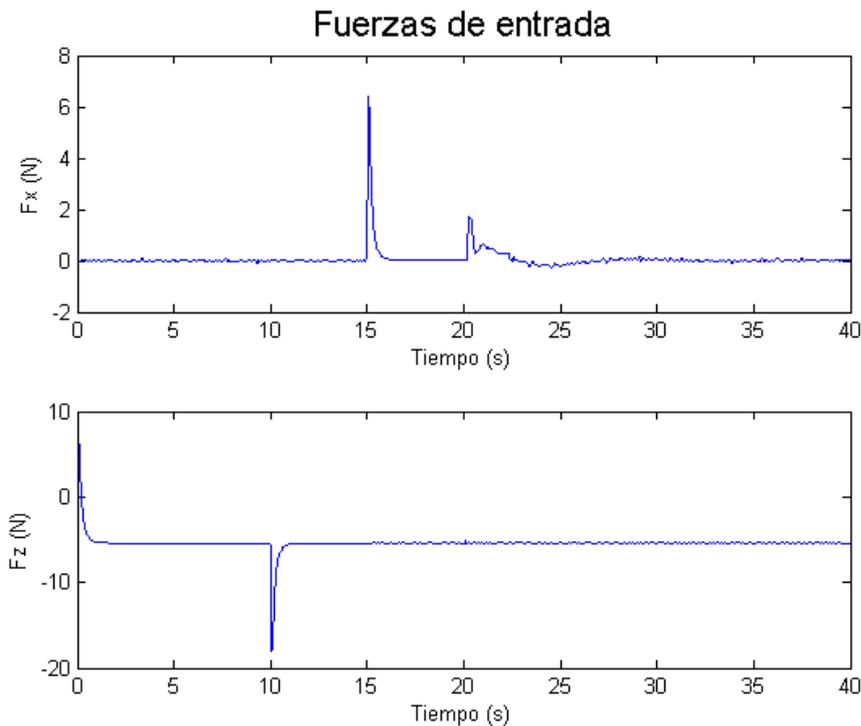


Figura 6-5. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal

### 6.2.2 Simulación del Sistema en presencia de ruido y ante perturbaciones.

Seguimiento la misma referencia que en el caso anterior se han incluido las siguientes perturbaciones para ver como responde nuestra aeronave:

- Momento en X: perturbación de 2 N·m en  $t = 5$  s, de 2 N·m en  $t = 15$  s y de -2 N·m en  $t = 30$  s.
- Momento en Y: perturbación de 2 N·m en  $t = 15$  s, de 2 N·m en  $t = 22$  s y de -2 N·m en  $t = 30$  s.
- Momento en Z: perturbación de 2 N·m en  $t = 5$  s, de -2 N·m en  $t = 30$  s y de 5 N·m en  $t = 35$  s.
- Fuerza en X: perturbación de 5 N·m en  $t = 12$ s.
- Fuerza en Z: perturbación de -5 N·m en  $t = 30$ s.

En las gráficas que muestran el error de posición, figura 6-6, podemos observar de forma más clara como afectan las perturbaciones a la trayectoria que sigue nuestro vehículos.

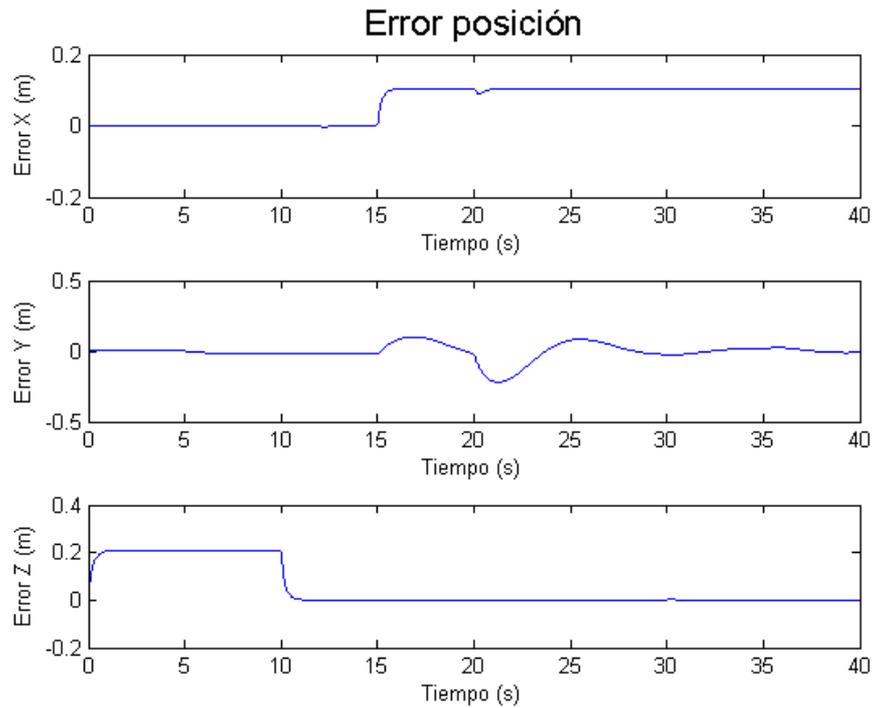


Figura 6-6. Error en posición sistema no lineal ante perturbaciones.

En los momentos en los que aparecen las perturbaciones se aprecian pequeños aumentos del error muestra del efecto de éstas.

En los ángulos de orientación se pueden observar de forma más clara este efecto, ya que hemos sometido a más perturbaciones al subsistema de rotación.

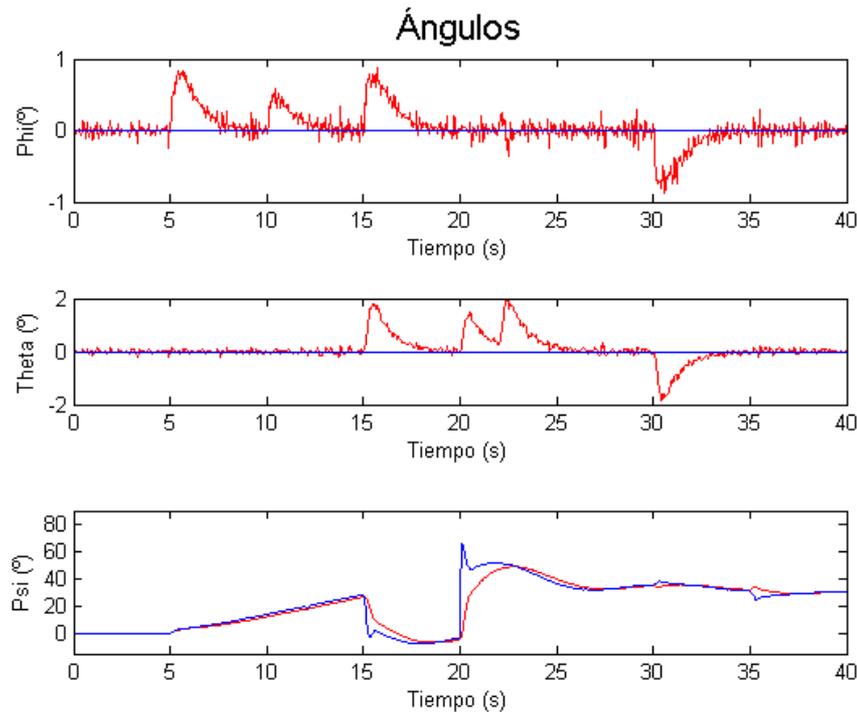


Figura 6-7. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación no lineal. Respuesta ante perturbación.

En el segundo cinco damos un momento en  $Z$  que nos cambia el yaw de la aeronave, por lo que tenemos que crear un ángulo que vuelva a nuestro vehículo a su cauce antes de que se produzca el movimiento en el plano  $XY$ .

Tanto en esta simulación como en la anterior vemos como el ángulo  $\psi$  toma siempre valores más suaves que los indicados por la referencia, de ese modo evitamos movimientos sumamente bruscos.

Los resultados obtenidos se han dado por útiles ya que se realiza el seguimiento de referencia y el rechazo de perturbaciones de forma eficaz.

## 7 CONTROL LQR

En este capítulo se estudiará la estructura de control LQR ya que tipo de control se utiliza en sistemas MIMO (control multivariable) es interesante ver qué resultados obtenemos con nuestro sistema.

El control LQR, *Linear Quadratic Regulator*, es una técnica de control moderna denominada control óptimo que proporciona una solución de compromiso entre el error y la señal de control a aplicar. Esta teoría de control óptima opera con un sistema dinámico que esta descrito por un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales, en nuestro caso utilizaremos la obtenidas en el capítulo 2.

Del mismo modo que en capítulos anteriores vamos a utilizar el modelo lineal para realizar el controlador y luego veremos cómo funciona en el modelo no lineal. De modo que el control será lineal pero se implementará sobre el sistema no lineal.

Destacar que en caso de que no tengamos el estado accesible debemos implementar un observador que nos permita hacer una estimación del estado que se pueda utilizar en el LQR. Estos observadores estiman el estado a partir de la señal de control, en nuestro caso de ha implementado un filtro de Kalman.

### 7.1 Filtro de Kalman

El filtro de Kalman consiste en un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva óptima, por el método de mínimos cuadrados. Este filtro se desempeña suponiendo que el sistema puede ser descrito a través de un modelo estocástico lineal, en donde el ruido del proceso y el ruido de la medida son independientes, blancos y de distribución gaussiana, requisitos que cumpliremos al menos en las primeras simulaciones.

La solución es considerada óptima ya que el filtro combina toda la información observada y el conocimiento previo acerca del comportamiento del sistema para producir una estimación del estado de tal manera que el error es minimizado estadísticamente.

Es el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos representados en espacio de estados. Como ya hemos mencionado anteriormente el estado contiene toda la información relativa al sistema en un determinado momento. Esta información debe permitir la deducción del comportamiento del sistema en un estado anterior, con el objetivo de predecir su comportamiento futuro. Esto nos resultará especialmente útil en caso de que no podamos determinar todos valores del estado de nuestro vehículo.

#### 7.1.1 El algoritmo

El algoritmo se divide en dos fases formadas por distintas ecuaciones, primera fase de predicción y segunda fase de actualización/corrección, de forma que realiza una retroalimentación. En otras palabras, en la primera fase se estima el estado actual, tomando como referencia el estado anterior y la actualización intermedia de la matriz covarianza del estado, en la segunda fase se realiza la retroalimentación, se incorpora nueva información dentro de la estimación anterior, con lo cual se llega a una estimación mejorada del estado.

- **Ecuaciones de predicción**

$$\hat{x}_k^- = A \cdot \hat{x}_{k-1} + B \cdot u_k$$

$$P_k^- = A \cdot P_{k-1} \cdot A^T + Q$$

Donde  $P_k^-$  es la matriz de correlación del error de estima a priori y  $P_k$  es a posteriori.

- **Ecuaciones de corrección**

$$L_k = P_k^- \cdot C^T \cdot (C \cdot P_k^- \cdot C^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + L_k \cdot (y_k - C \cdot \hat{x}_k^-)$$

$$P_k = (I - L_k \cdot C) P_k^-$$

Donde  $L_k$  es la ganancia de Kalman, un factor de ponderación que se selecciona de tal forma que minimice la covarianza del error de la nueva estimación del estado.

### 7.1.2 Ventajas del filtro de Kalman

La estimación recursiva parte de una muestra inicial y actualiza las estimaciones incorporando sucesivamente una nueva observación hasta cubrir la totalidad de datos. Esto nos permite evitar la influencia de posibles cambios estructurales ya que estamos estimando una trayectoria estocástica de los coeficientes en lugar de determinística.

El filtro está en línea con el teorema de Gauss-Markov, lo que lo dota de un enorme poder para resolver un amplio rango de problemas en inferencia estadística.

También realiza un filtrado de las medidas, en caso de que haya una medida ruidosa la mejora y suaviza sin introducir retraso como en el caso de un filtro de paso bajo.

La mayor distinción del filtro es su habilidad para predecir el estado de un modelo en el pasado, presente y futuro, incluso cuando no se conoce la naturaleza del sistema.

### 7.1.3 Desventajas del filtro de Kalman

La necesidad de definir unas condiciones iniciales de medias y varianza del vector supone uno de los principales problemas ya que no existe ningún consenso ni método aprobado para realizar esa definición.

En caso de tener un sistema no lineal se pueden producir problemas con la estabilidad del filtro y la calibración de los parámetros de modelo, lo que se puede reflejar en un aumento de la carga computacional.

También es imprescindible el conocimiento en teoría de probabilidades, sobre todo el tema de la condicionalidad gaussiana en las variables aleatorias.

## 7.2 Control para seguimiento de referencias

Debido a que tenemos cinco elementos de actuación podremos tener cinco salidas, las salidas que vamos a obtener son  $x, y, z, \varphi$  y  $\theta$ , siendo el ángulo  $\psi$  una variable intermedia no observable.

Para poder trabajar en *MatLab* con nuestro sistema lineal se tuvo que comprobar la controlabilidad y observabilidad de éste, definiendo el sistema planta y discretizándolo. De forma que se han podido usar las funciones *ctrb()* y *obsv()*, que se encuentran en la librería *Matrix Computations*, para poder obtener las matrices de controlabilidad y observabilidad, ambas tienen rango completo por lo que el sistema es controlable y observable.

Las variables  $Q$  y  $R$  juegan un papel muy importante dentro del control ya que balancean la importancia entre la señal de control a aplicar y la rapidez de convergencia, es decir el error. Ambas son simétricas y se suelen escoger diagonales. En nuestro caso  $R$  será una matriz identidad, mientras que  $Q$  se calculará de la siguiente forma  $Q = C' \cdot C$ , siendo  $C$  la matriz de salidas del sistema lineal.

A continuación se muestra el diagrama de control que implementaremos primero, este control resuelve el problema de regulación.

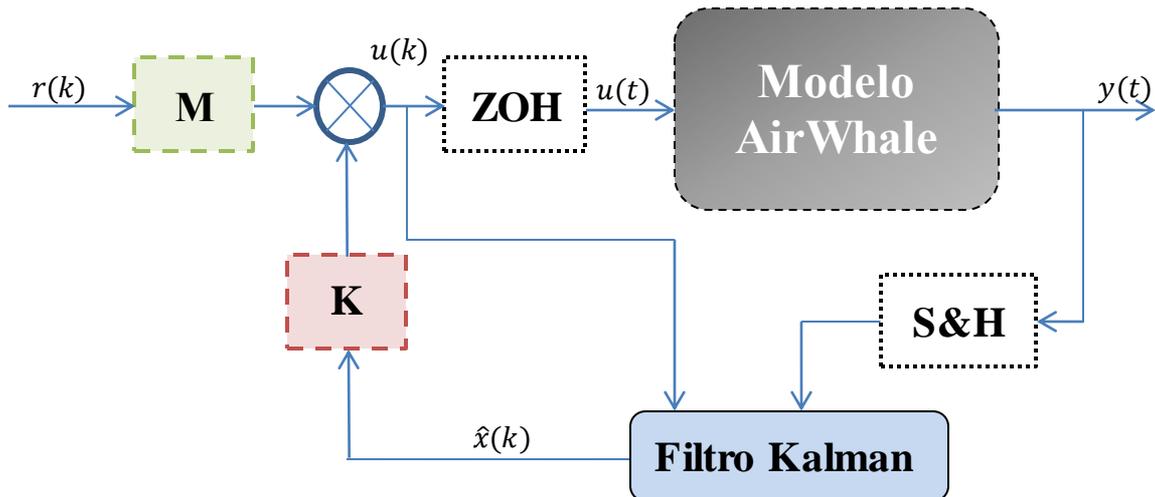


Figura 7-1. Diagrama de control LQR.

La ley del controlador es:

$$u(k) = K(\hat{x}(k) - x_r) + u_r = K \cdot \hat{x}(k) + M \cdot r(k)$$

Siendo  $M$  una ganancia característica que nos ayuda a dar las referencias necesarias para seguir la trayectoria deseada. La ganancia del controlador es  $K$  y se calcula a partir de la función de coste o índice de desempeño.

El índice de desempeño será el coste de la trayectoria, que se calcula mediante la función:

$$J = \int_0^T (x(t)^T \cdot Q \cdot x(t) + u(t)^T \cdot R \cdot u(t)) dt$$

Esta función de coste se puede interpretar de la siguiente manera:

- $x(t)^T \cdot Q \cdot x(t)$  es una medida de la desviación de los estados respecto a los estados deseados
- $u(t)^T \cdot R \cdot u(t)$  es una medida del esfuerzo de control

Así pues el objetivo es minimizar esta función de coste  $J$  lo cual se puede realizar de forma inmediata usando la función **dlqr(Q, R, A, B)** en *MatLab* que se encuentra en la librería *Linear-Quadratic-Gaussian Control*, esta función nos devuelve el valor de la matriz de control,  $K$ .

El cálculo de  $M$  no es tan inmediato, el sistema en punto de equilibrio es de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix}$$

Despejamos:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - I & B \\ C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ r \end{bmatrix} = N \cdot r$$

Teniendo en cuenta la ley de control anterior sabemos que  $M = [-K \ I] \cdot N$

Todos los cálculos realizados para determinar todos los valores necesarios para implementar tanto el observador como el controlador se han obtenido mediante un programa en *Matlab* que se incluye en el anexo C.

Para comprobar la funcionalidad de este controlador se han realizado diferentes pruebas utilizando en un primer momento el modelo lineal del sistema. Destacar que aunque no se incluyen graficas del observador este trabaja de forma perfecta, siendo la salida del sistema y el valor dado por el observador el mismo.

Se han dado las siguientes referencias de traslación:

- Eje X, escalón de 0.2 m en  $t = 8$  s, escalón de 0.2 m en  $t = 12$  s, escalón de -0.2 m en  $t = 22$  y escalón de -0.2 m en  $t = 25$  s.
- Eje Y, escalón de 0.05 m en  $t = 15$  s, escalón de 0.05 m en  $t = 19$  s, escalón de -0.05 m en  $t = 28$  y escalón de -0.05 m en  $t = 33$  s.
- Eje Z, escalón de 0.5 m en  $t = 5$  s y escalón de -0.5 m en  $t = 38$  s.

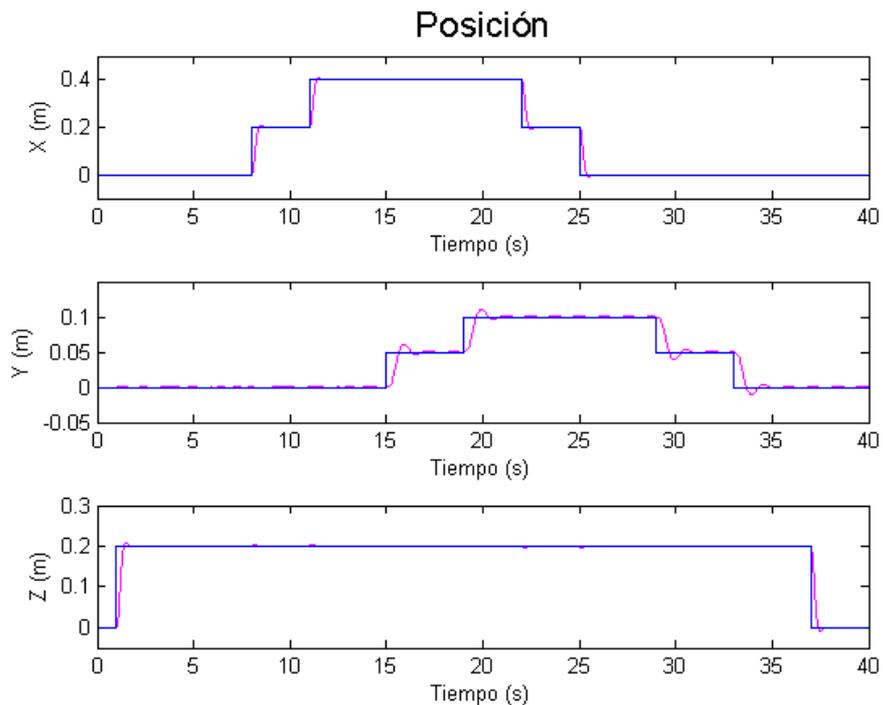


Figura 7-2. Referencias (azul) y salidas (rosa) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.

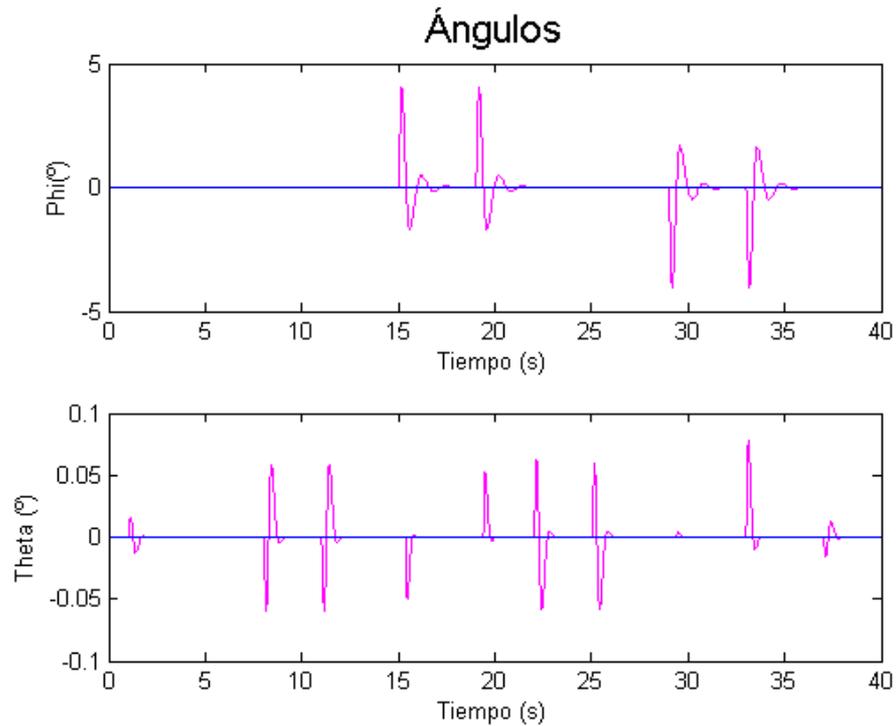


Figura 7-3. Referencias (azul) y salidas (rosa) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.

Los cambios en los ángulos  $\varphi$  y  $\theta$  debido a las actuaciones necesarias son rápidamente eliminados.

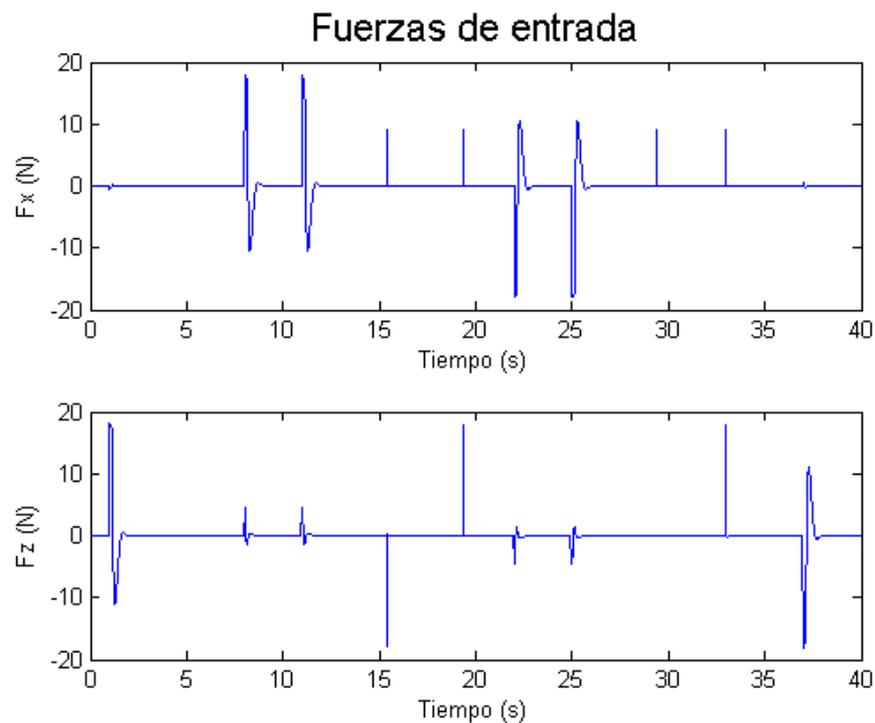


Figura 7-4. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.

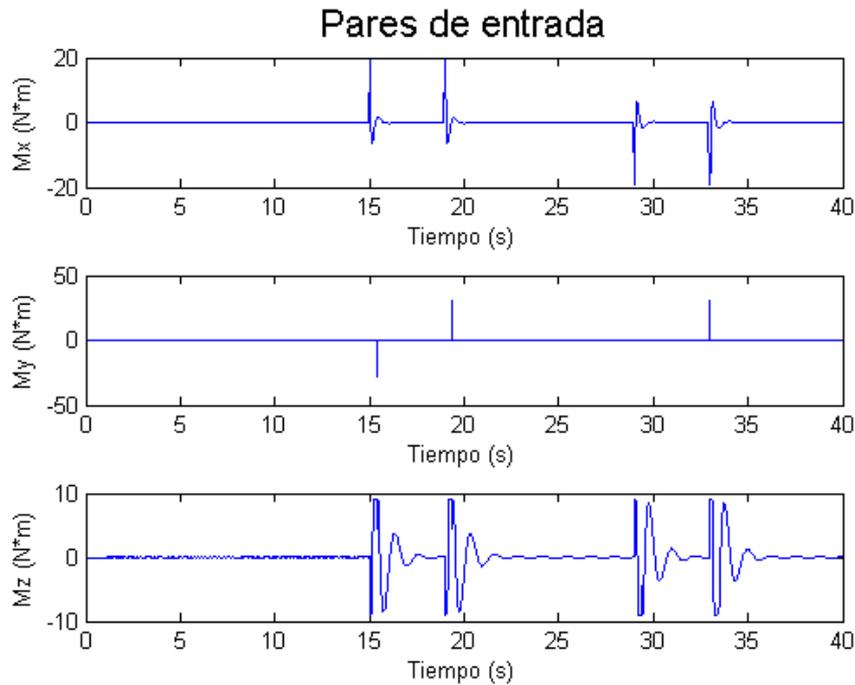


Figura 7-5. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.

En las figuras anteriores se ven los valores que deben tomar las fuerzas y momentos realizados por nuestros actuadores, son los valores que entrarían a nuestro prototipo, ya están saturados.

Si introducimos una serie de perturbaciones vemos como este controlador no es capaz de corregirlo, las perturbaciones dadas han sido las siguientes:

- Eje X: escalón de 0.1 m en  $t = 22$  s.
- Eje Y: escalón de 0.01 m en  $t = 26$  s.
- Eje Z: escalón de 0.1 m en  $t = 5$  s.

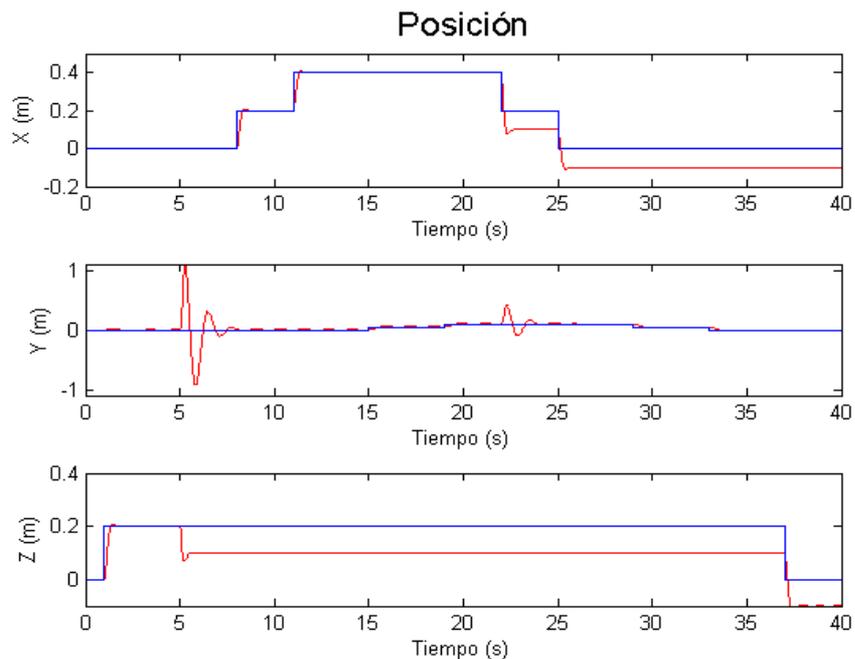


Figura 7-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación.

Aparecen unos errores en régimen permanente justo después de las perturbaciones que no llegan a eliminarse en ningún momento, por lo que calcularemos la ganancia  $K$  de forma compuesta teniendo en cuenta el error que puede generar una perturbación.

### 7.3 Control LQR con efecto integral

Se ha modificado la implementación del control y se han realizado una serie de operaciones matemáticas de forma que se tengan en cuenta el modelo de las perturbaciones. Se ha definido el sistema de forma incremental, empezando por definir las salidas, señales de actuación y vector de estados de la siguiente forma incremental:

$$\begin{aligned}\Delta x(k) &= x(k) - x(k-1) \\ \Delta u(k) &= u(k) - u(k-1) \\ \Delta y(k) &= y(k) - y(k-1)\end{aligned}$$

Entonces podemos definir el incremento de error:

$$\Delta e(k) = \Delta r(k) - \Delta y(k)$$

Como la referencia es constante en un escalón:

$$r(k+1) - r(k) = 0$$

El incremento de error queda como el incremento de la salida con signo negativo:

$$\Delta e(k) = -\Delta y(k)$$

Podemos definir el sistema incremental de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\Delta x(k+1) &= A \cdot \Delta x(k) + B \cdot \Delta u(k) \\ \Delta y(k) &= C \cdot \Delta x(k)\end{aligned}$$

Una vez llegados a este punto debemos intentar definir el sistema que tenga en cuenta el error, para ello antes hay que definir el error de otro modo. El error en un instante será el error anterior menos la salida en ese mismo instante:

$$e(k) = e(k-1) - C \cdot \Delta x(k)$$

Finalmente obtenemos el sistema completo:

$$\begin{bmatrix} \Delta x(k+1) \\ e(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u(k)$$

Por lo tanto estamos ante un nuevo vector de estados donde tenemos unas nuevas matrices  $A_n$  y  $B_n$ :

$$\begin{aligned}A_n &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 1 \end{bmatrix} \\ B_n &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

La ley de control lineal que se diseña es:

$$\Delta u(k) = K \cdot \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} = K_x \cdot \Delta x(k) + K_e \cdot e(k-1)$$

Obteniendo los valores  $K_x$  y  $K_e$  mediante la función  $dlqr(Q, R, A_n, B_n)$ , igual que en el caso anterior solo que utilizando las nuevas matrices del sistema completo. El seguimiento de estos pasos y la determinación de los valores de  $Q$  y  $R$ , se puede observar en el anexo D.

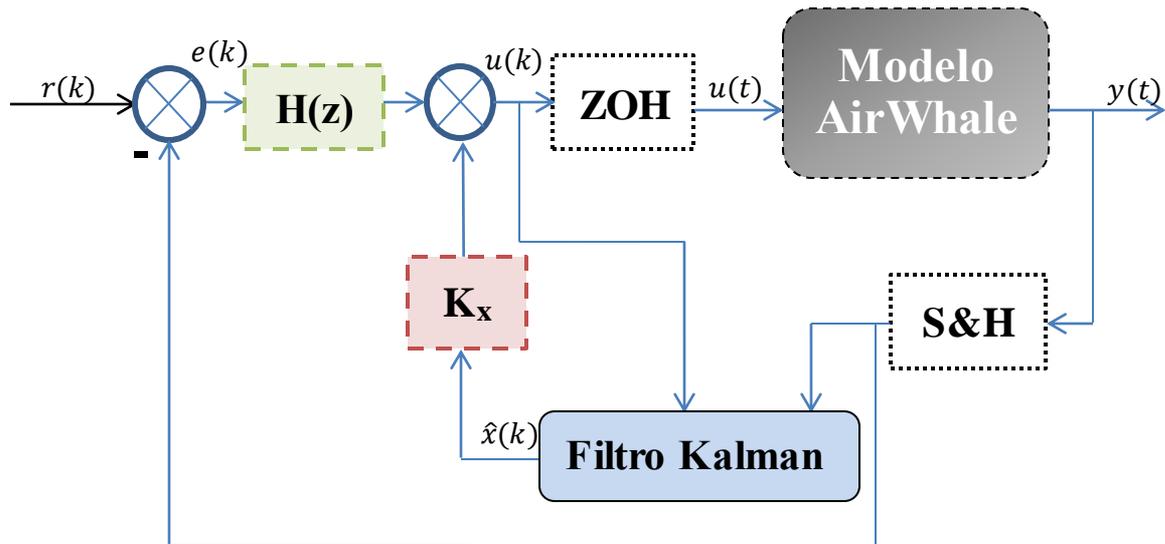


Figura 7-7. Diagrama de control LQR.

Se realiza la realimentación de la salida del sistema para hacer la diferencia con la referencia y tener la señal del error, como podemos observar en la figura 7-7. El efecto integral se manifiesta mediante la función de transferencia:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} \cdot K_e$$

De este modo podemos utilizar la ganancia correspondiente al error.

### 7.3.1 Primer ensayo: escalones

Para demostrar el correcto funcionamiento de este controlador se han realizado las mismas simulaciones que en el caso anterior.

- Eje X, escalón de 0.2 m en t = 8 s, escalón de 0.2 m en t = 12 s, escalón de -0.2 m en t = 22 y escalón de -0.2 m en t = 25 s.
- Eje Y, escalón de 0.05 m en t = 15 s, escalón de 0.05 m en t = 19 s, escalón de -0.05 m en t = 28 y escalón de -0.05 m en t = 33 s.
- Eje Z, escalón de 0.5 m en t = 5 s y escalón de -0.5 m en t = 38 s.

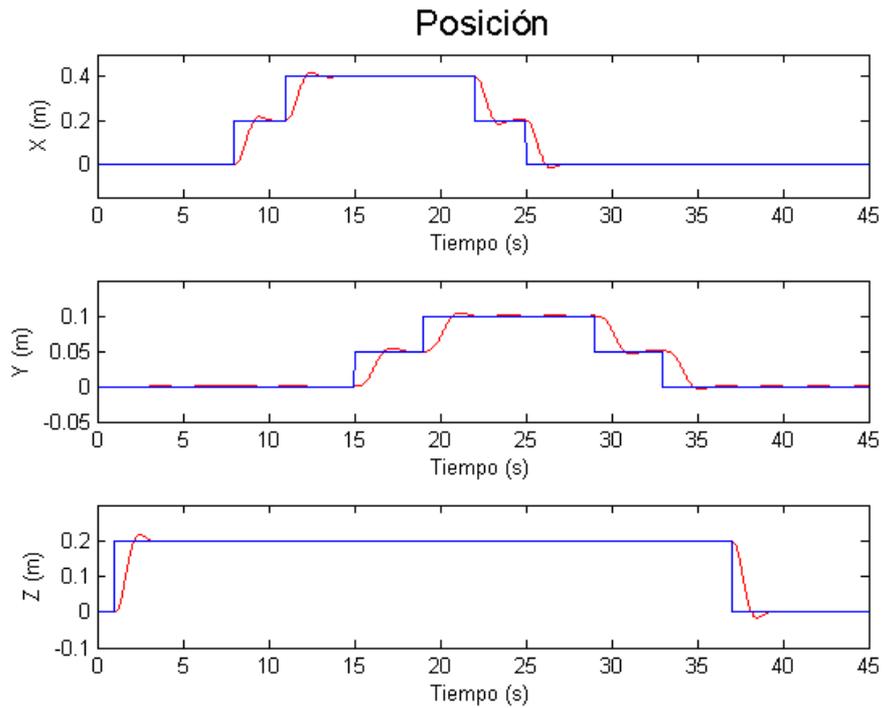


Figura 7-8. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.

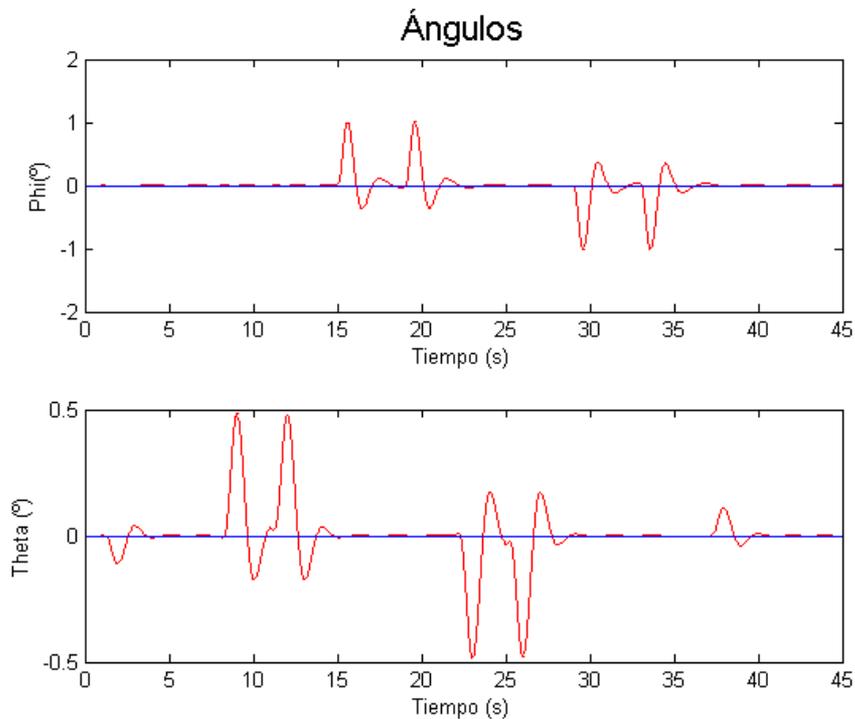


Figura 7-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.

En ambas pruebas vemos como la respuesta es más lenta, aunque es difícil de apreciar el tiempo de establecimiento en el caso de la traslación es mayor. Eso es debido al tiempo que se usa en el filtro del error, al pequeño retraso comentado anteriormente.

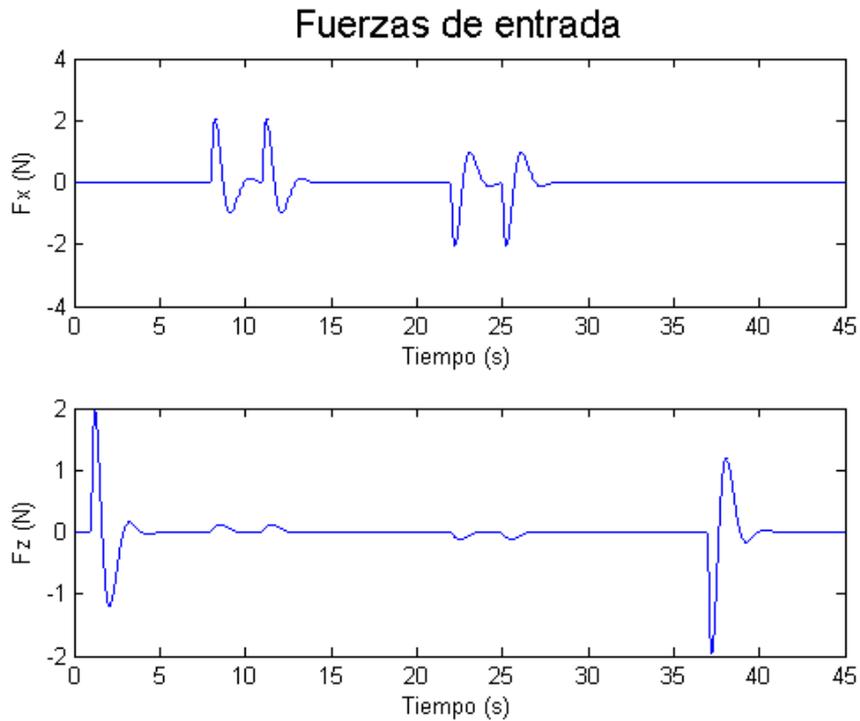


Figura 7-10. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.

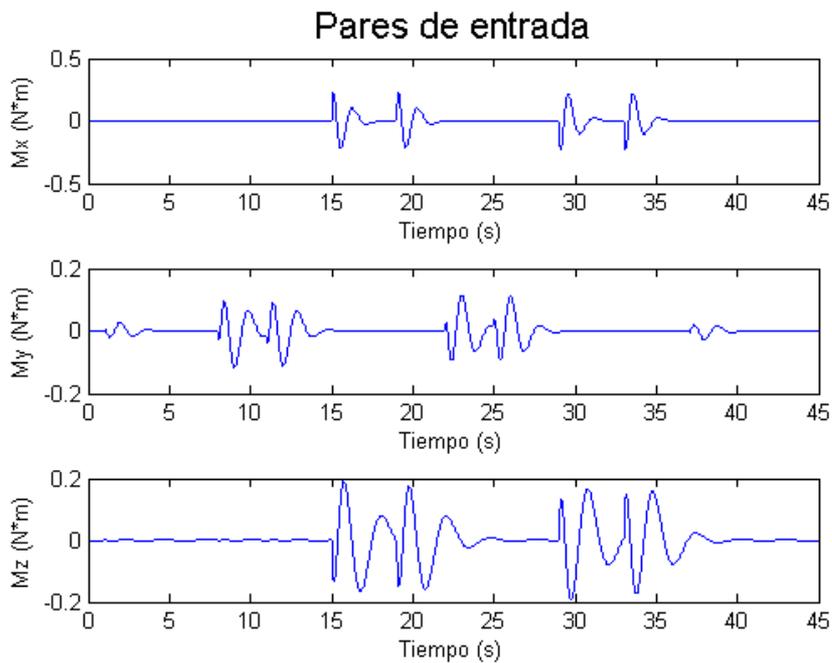


Figura 7-11. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.

Tanto las fuerzas como los momentos aplicados tienen unas transiciones menos bruscas, tiene una amplitud menor que dura más tiempo, es un resultado lógico debido a la respuesta que hemos visto anteriormente. En la segunda simulación introducimos las mismas perturbaciones que en el caso anterior:

- Eje X: escalón de 0.1 m en  $t = 22$  s.
- Eje Y: escalón de 0.01 m en  $t = 26$  s.
- Eje Z: escalón de 0.1 m en  $t = 5$  s.

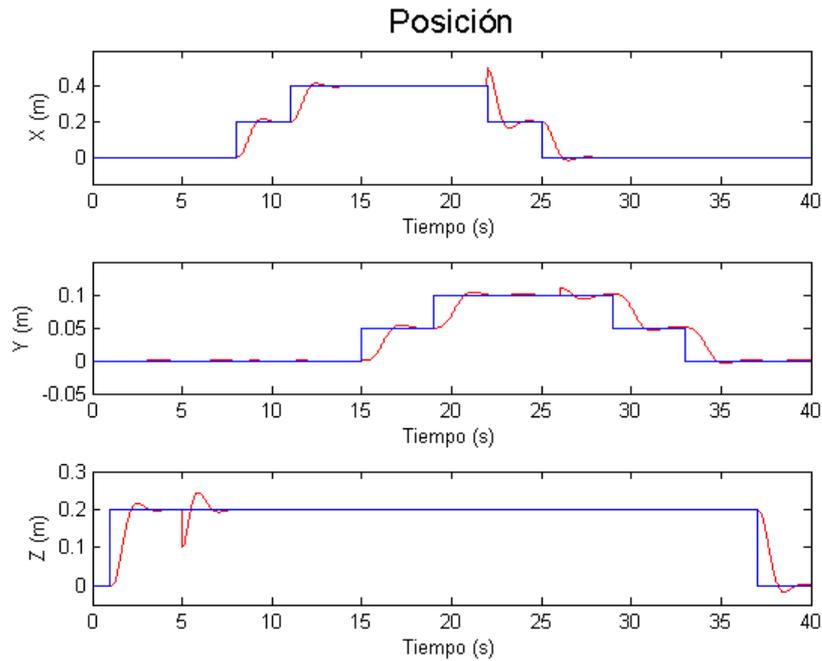


Figura 7-12. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación control LQR. Respuesta ante perturbación.

En la figura 7-12 se pueden observar los resultados obtenidos, vemos claramente como se elimina al completo el error debido a las perturbaciones, en el caso del eje Y se produce una gran traslación debido a la naturaleza acoplada del sistema.

Como se indicó al principio de la sección se ha utilizado un filtro de Kalman para estimar el vector de estados, en los dos ensayos anteriores se obtuvieron resultados válidos, como podemos apreciar en las figuras.

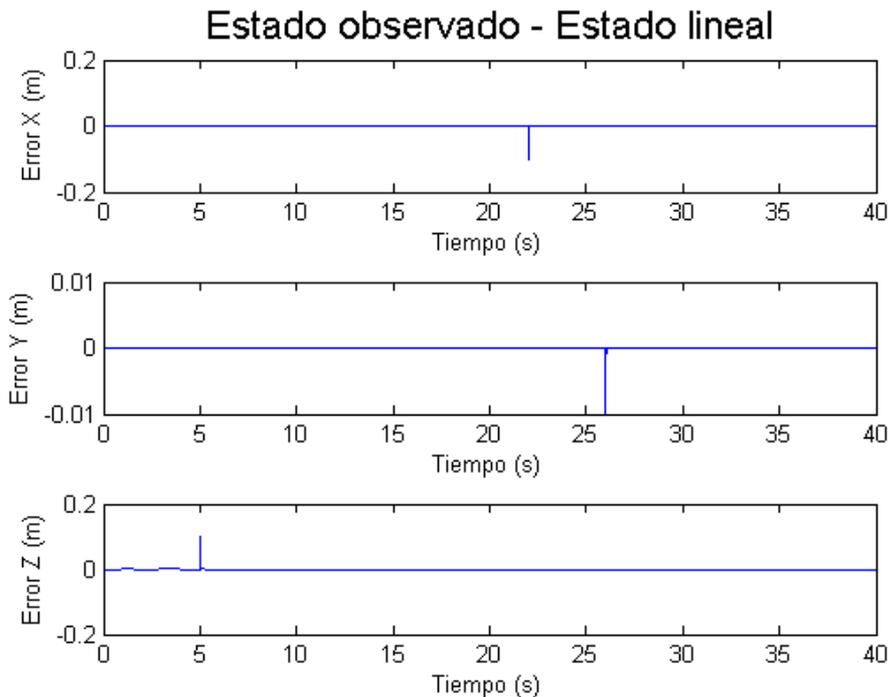


Figura 7-13. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición

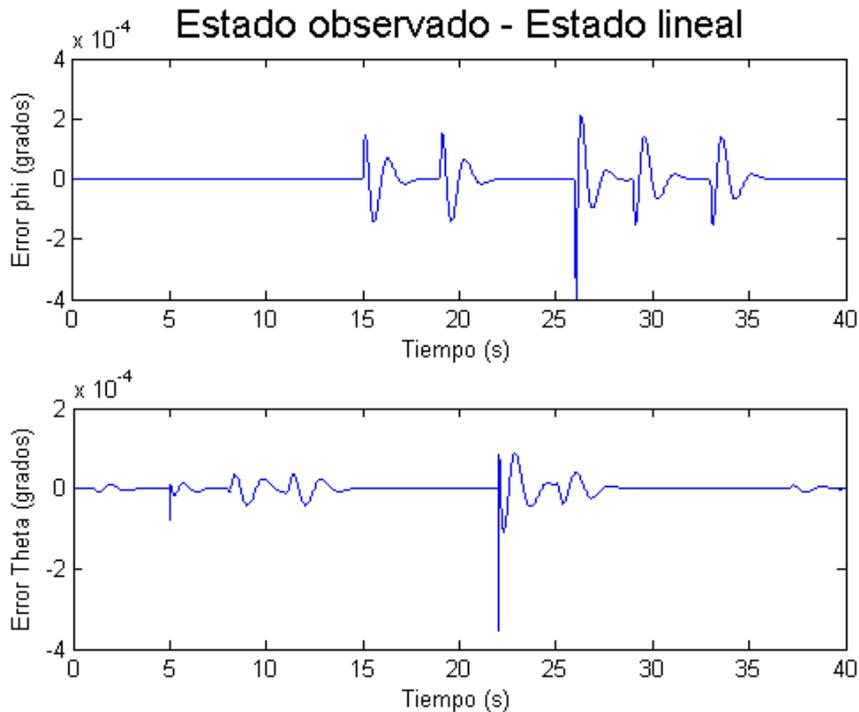


Figura 7-14. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos

Se han hecho comparaciones con las salidas que tenemos accesibles, no con los doce estados de nuestro vector. En el caso de los ángulos la diferencia entre la estimación y el valor real es imperceptible, en el caso de las posiciones ocurre algo similar, durante la mayor parte del tiempo la diferencia es cero a excepción de los momentos en los que se producen las perturbaciones. Este un resultado era esperado ya que el filtro de Kalman no considera las acciones externas a nuestro sistema, pero como vemos reacciona rápidamente y las diferencias vuelven a ser mínimas.

### 7.3.2 Segundo ensayo: rampa

Se han realizado unos ensayos en los que las referencias son rampas de modo que podemos comparar los resultados con obtenidos anteriormente con el sistema lineal y los controladores clásicos. Se han dado unas referencias similares:

- Referencia en X: rampa de inclinación 0.2 m/s desde el segundo 15 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Y: rampa de inclinación -0.1 m/s desde el segundo 30 hasta el final de la simulación.
- Referencia en Z: rampa de inclinación 1 m/s durante los 10 primeros segundos hasta alcanzar una altura de 10m.

En las siguientes imágenes podemos observar como se lleva a cabo un seguimiento perfecto de la rampa, y una eliminación de los errores que aparecen en los ángulos a causa de los cambios de referencia en el subsistema de traslación.

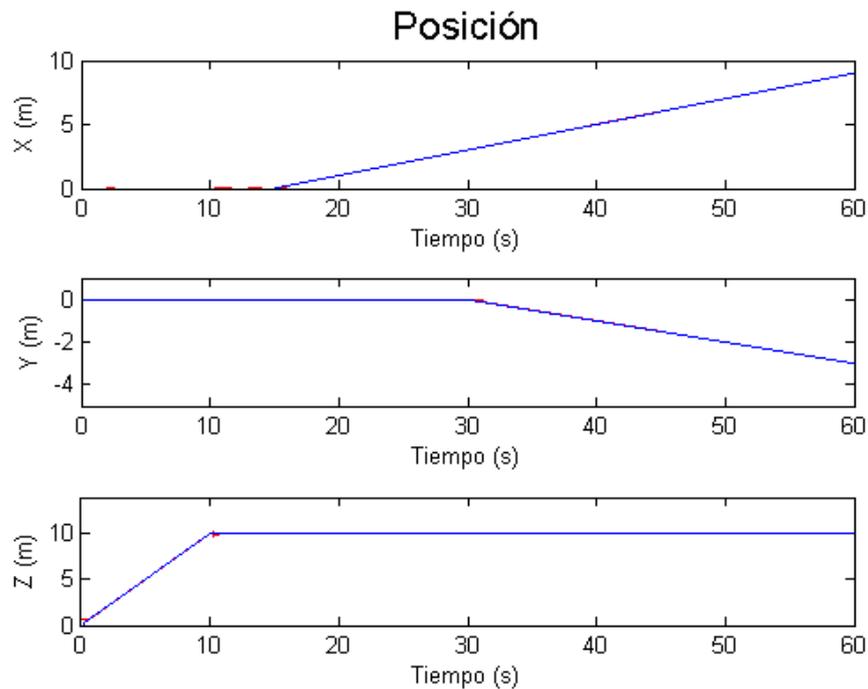


Figura 7-15. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de traslación sistema lineal bajo control LQR.

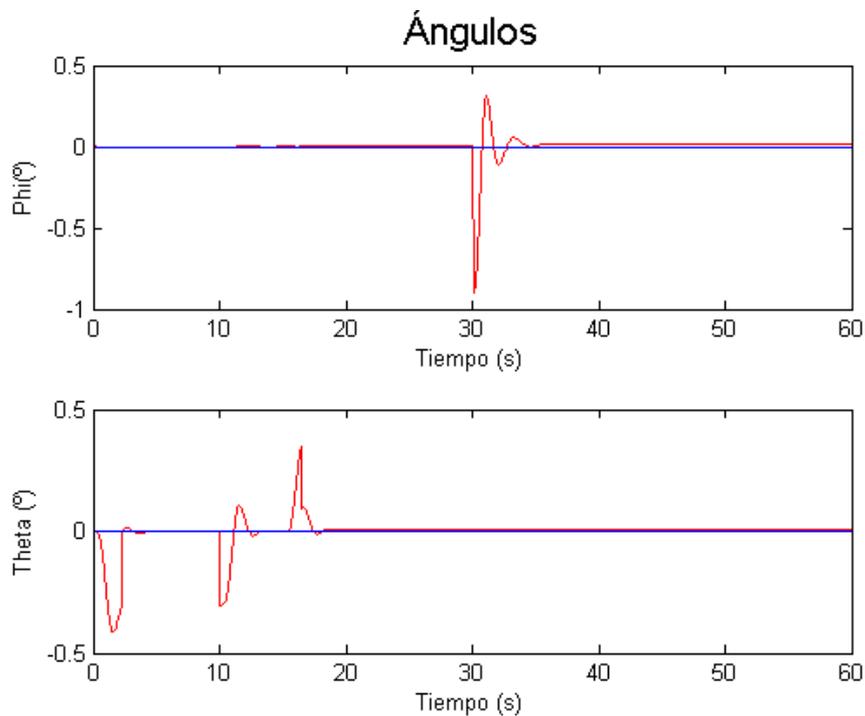


Figura 7-16. Referencias (azul) y salidas (rojo) del subsistema de rotación sistema lineal bajo control LQR.

Resulta interesante ver como son las actuaciones necesarias para un seguimiento de rampa, ya que estas son menos bruscas que en el caso de los ensayos de escalones que hemos realizado anteriormente.

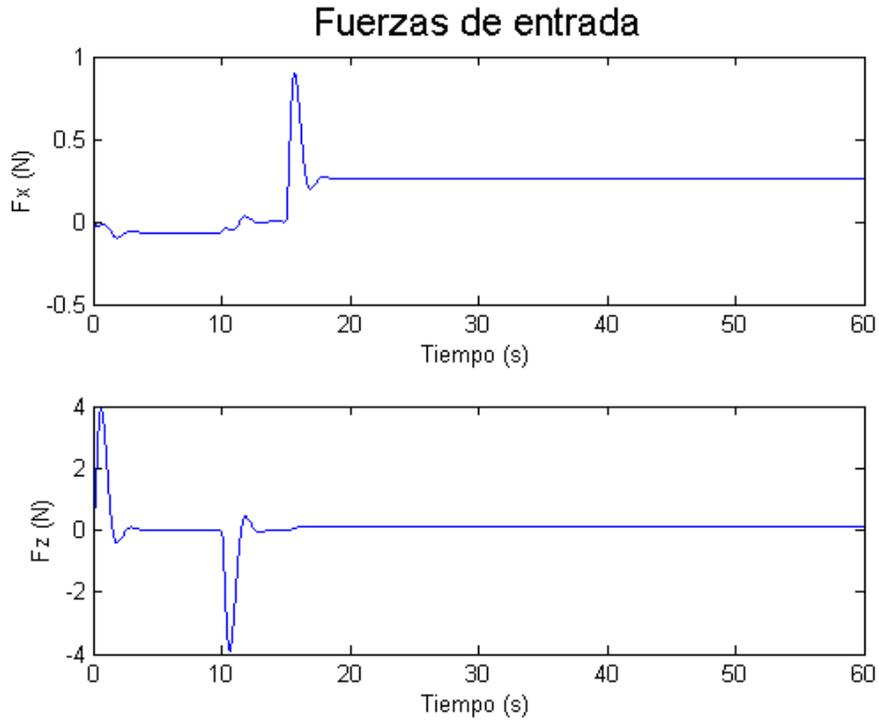


Figura 7-17. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación lineal.

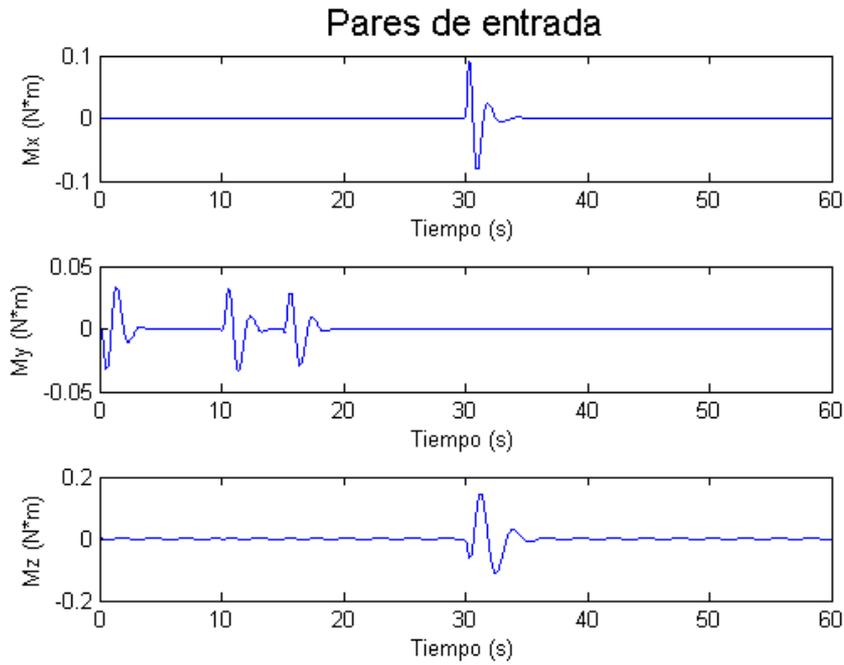


Figura 7-18. Momentos de entrada al subsistema de rotación lineal.

Como en los casos anteriores el filtro de Kalman sigue realizando una estimación del estado adecuada, manteniendo unas diferencias con el estado real de órdenes muy pequeños.

## 8 LQR EN UN ENTORNO REALISTA

Del mismo modo que se hizo con los controladores clásicos PID se han vuelto a realizar ensayos con el sistema no lineal. En este caso se han debido pasar las variables absolutas a variables incrementales teniendo en cuenta el punto de operación. Esto se ha realizado de la siguiente forma, a la entrada del bloque de saturaciones se ha sumado la fuerza  $F_z$  que nos permite estar en reposo, esta fuerza es la correspondiente al punto de operación, a la entrada del observador se debe restar esta fuerza para que no afecte a la estimación. En nuestro caso estamos trabajando en reposo lo que implica que todas las variables de nuestro estado están a cero, en caso de que aplicáramos otro punto de operación que implicara algún tipo de velocidad o distancia se debería restar este valor a la salida del sistema, así trabajaríamos de forma incremental.

Como dijimos en la sección 7.2 no existe ningún método que nos permita calcular de forma exacta los valores que deben tomar las matrices  $Q$  y  $R$ , en este caso se han debido hacer más pruebas hasta dar con los valores que mejor cumplan los requisitos pedidos, tiempo de subida relativamente rápido y sobreoscilaciones bajas. Los cálculos llevados a cabo se pueden observar en el anexo E.

### 8.1.1 Primer ensayo: escalones

Las referencias dadas son las siguientes:

- Eje X, escalón de 1 m en  $t = 5$  s, escalón de 2 m en  $t = 8$  s, escalón de -1 m en  $t = 28$  y escalón de -1 m en  $t = 30$  s.
- Eje Y, escalón de 0.05 m en  $t = 12$  s, escalón de 0.05 m en  $t = 20$  s, escalón de -0.05 m en  $t = 36$  y escalón de -0.05 m en  $t = 48$  s.
- Eje Z, escalón de 0.1 m en  $t = 3$  s y escalón de -1 m en  $t = 55$  s.

Obteniendo los resultados que podemos observar en las siguientes imágenes.

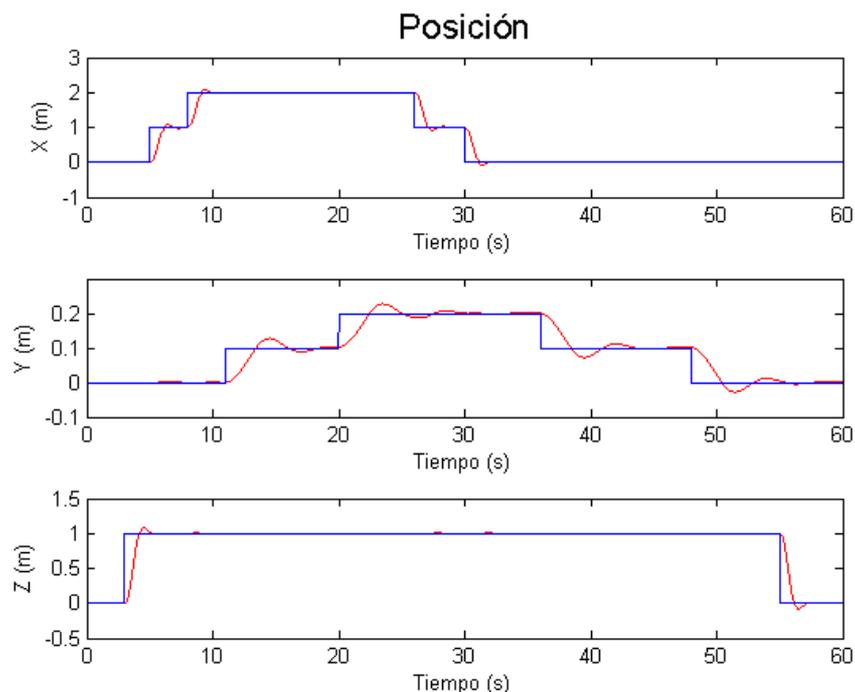


Figura 8-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR

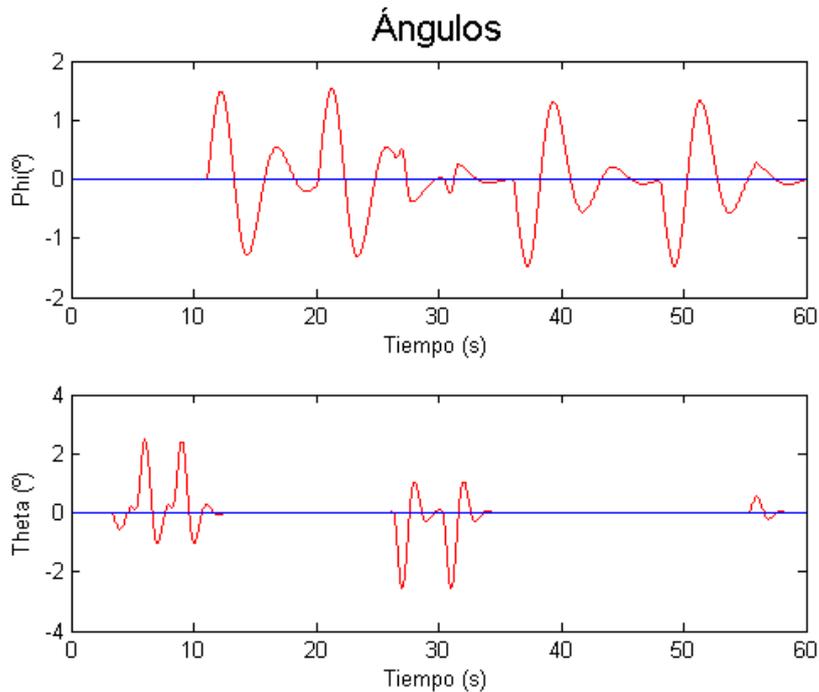


Figura 8-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR

Si nos centramos en los resultados de posición observamos que las referencias en X y en Z se alcanzan a la perfección de forma rápida, sin embarzo en el caso de la Y tenemos un tiempo de establecimiento mayor y una pequeña sobreoscilación, esto se debe a la naturaleza acoplada del sistema y a la necesidad de cambiar la posición en Y mediante el ángulo  $\psi$ , en un primer lugar se debe determinar el ángulo y seguidamente alcanzar dicho ángulo.

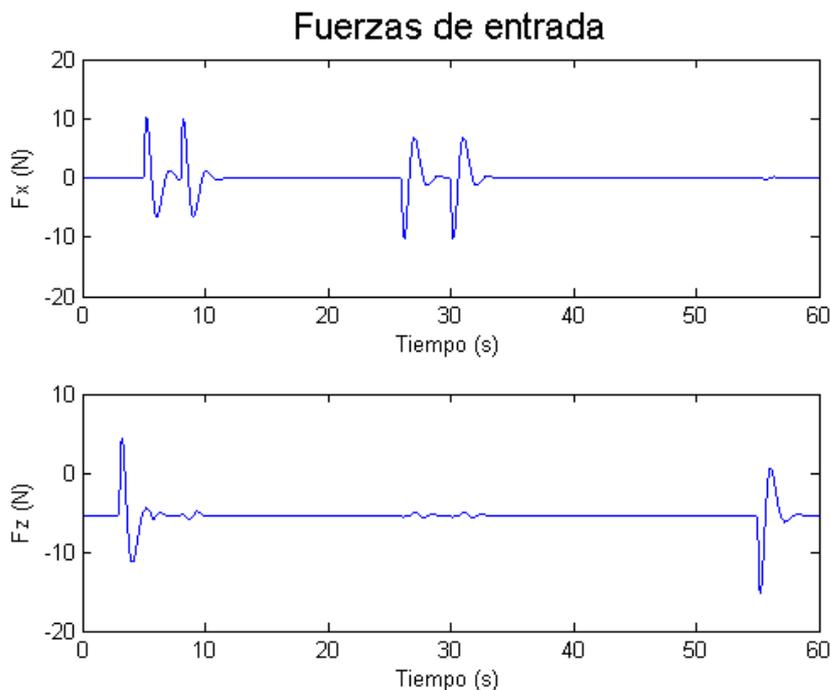


Figura 8-3. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal

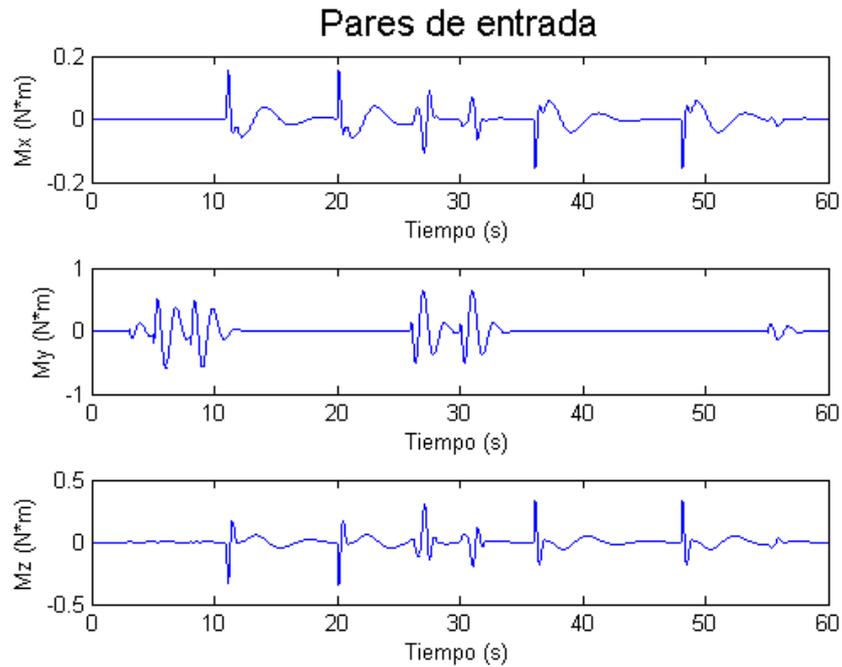


Figura 8-4. Pares de entrada al subsistema de rotación no lineal

Las fuerzas y momentos que aplican están dentro de los valores permitidos, sin producirse saturaciones que entorpezcan el seguimiento o dañen a nuestros actuadores.

Podemos comprobar una de las ventajas del filtro de Kalman, nuestro sistema tiene una clara naturaleza no lineal pero el filtro es capaz de estimar el estado con gran precisión.

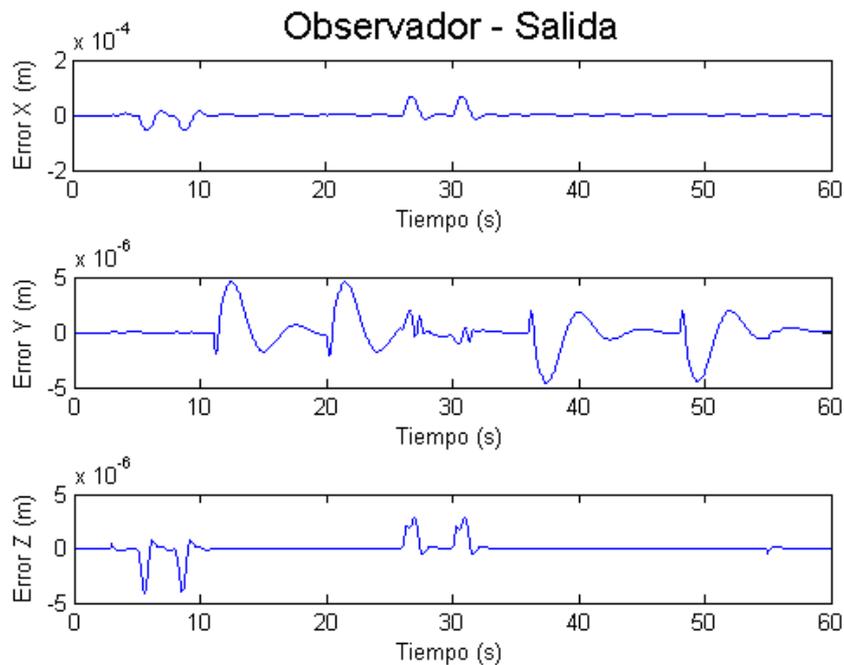


Figura 8-5. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición

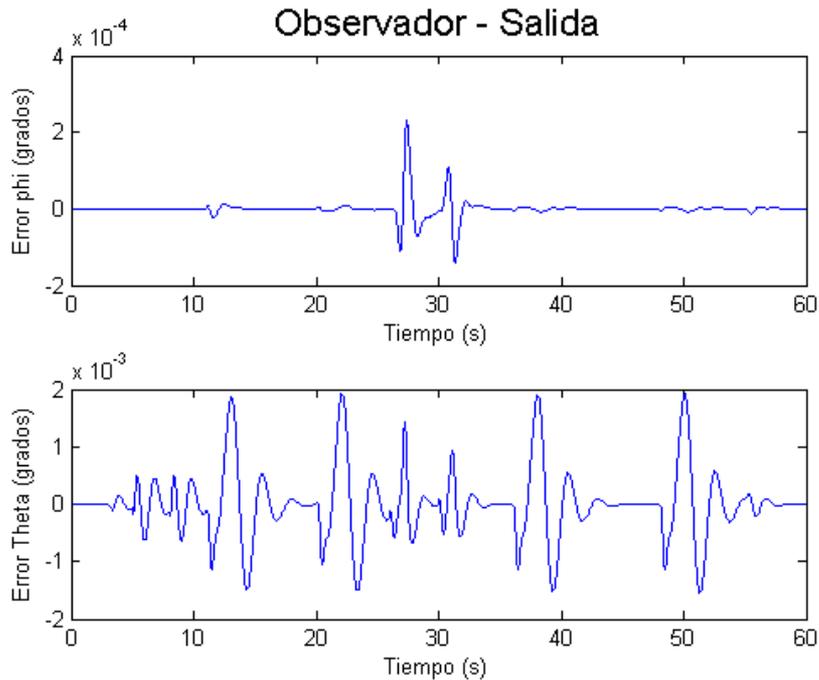


Figura 8-6. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos

Siguiendo el patrón de ensayos realizados anteriormente se incluirán una serie de perturbaciones a estas pruebas de seguimiento de referencia, concretamente:

- Eje X: escalón de 0.2 m en  $t = 45$  s.
- Eje Y: escalón de 0.03 m en  $t = 33$  s.
- Eje Z: escalón de 0.2 m en  $t = 15$  s.

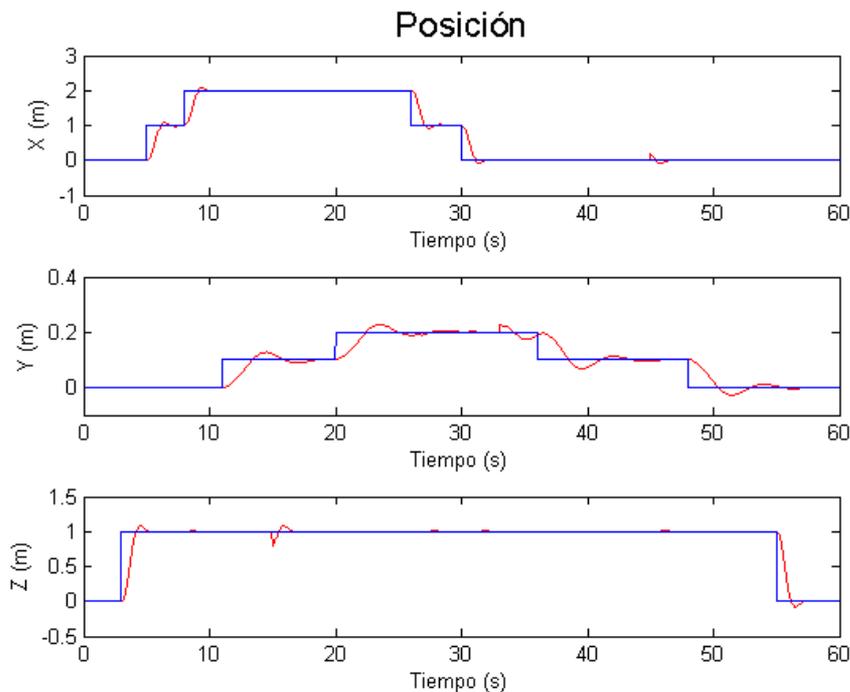


Figura 7-7. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación

El resultado obtenido concuerda con lo esperado, las fuerzas y momentos que se requieren para este ensayo son muy similares a las anteriores, teniendo pequeñas variaciones en los momentos que se producen las perturbaciones.

Del mismo modo que con el sistema lineal, el filtro de Kalman realiza estimaciones que difieren del estado cuando se producen las perturbaciones.

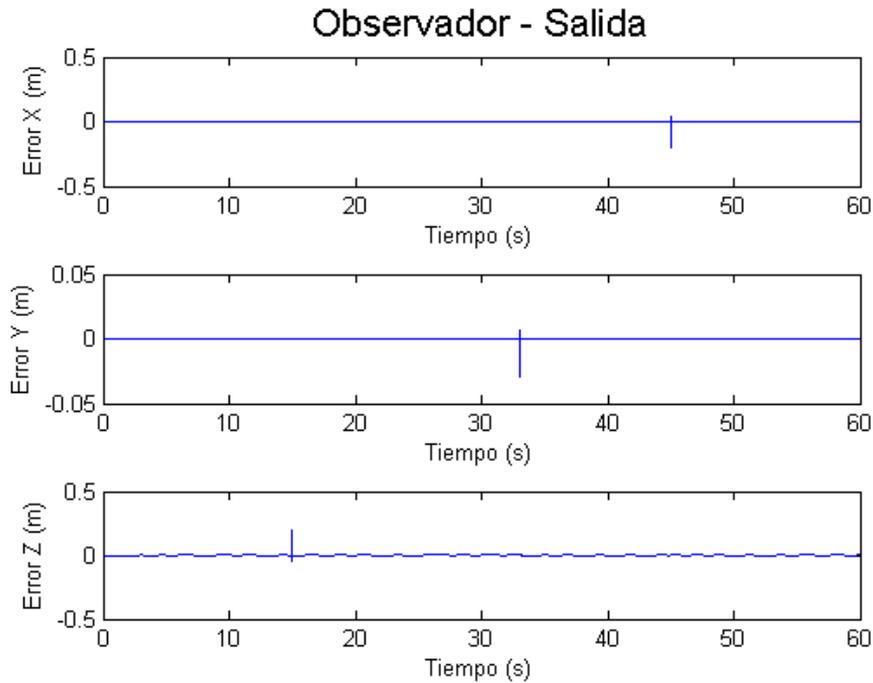


Figura 8-8. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición.

### 8.1.2 Segundo ensayo: rampas

Las referencias dadas son las siguientes:

- Eje X, rampa de pendiente 0.5 m/s que empieza a los 12 s y termina a los 20 s .
- Eje Y, rampa de pendiente 0.02 m/s que empieza a los 15s y termina a los 26 s.
- Eje Z, rampa de pendiente 1 m/s que empieza en el instante inicial y termian a los 10 s.

Obteniendo los resultados que podemos observar en las siguientes imágenes.

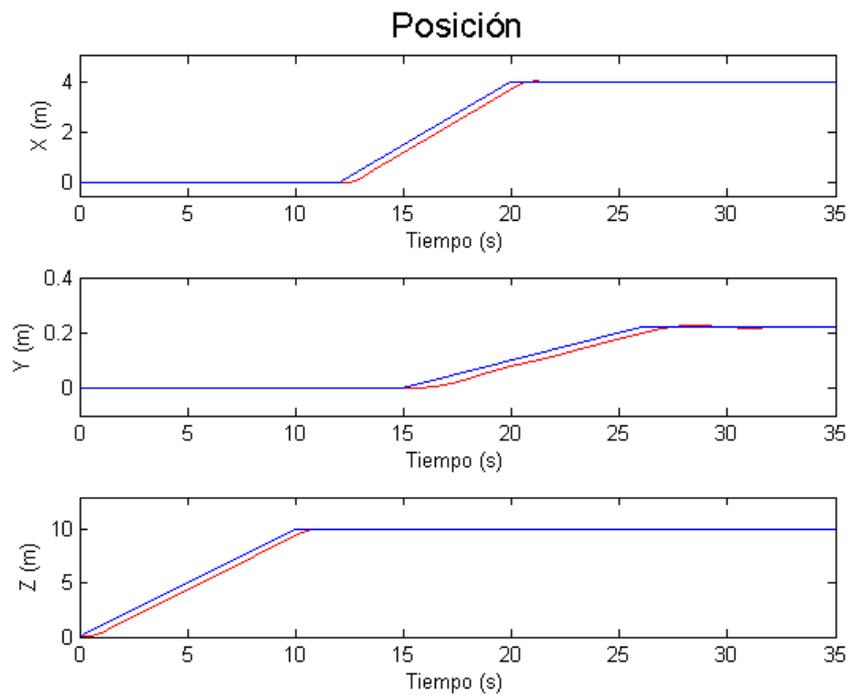


Figura 8-9. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR

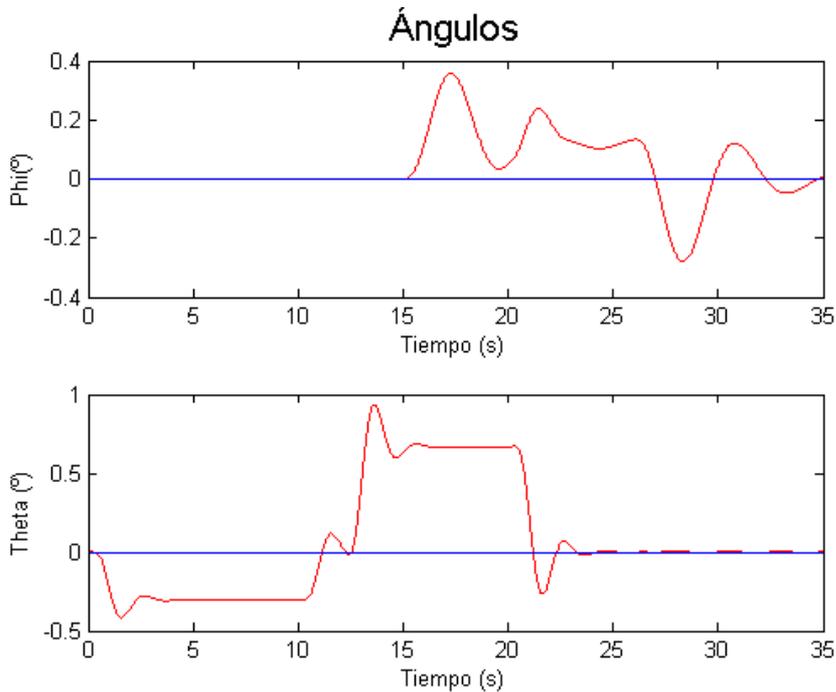


Figura 8-10. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR

Si nos centramos en los resultados de posición nos damos cuenta que durante la rampa nuestro sistema tiene un retraso, es decir, no llega a alcanzar el valor de la referencia hasta que la referencia queda a un valor constante. La respuesta ante rampa tiene algunas ventajas que no se presentan en la respuesta ante rampa, por ejemplo en el caso de la traslación en Y se evitan todas las oscilaciones, en las simulaciones anteriores dábamos dos escalones para alcanzar los 40 cm y se producían muchas oscilaciones durante los 10 en los que se producía el movimiento, en este caso simplemente aplicamos una rampa que alcance los 40 cm a los 10 segundos y no se producen dichas oscilaciones. Destacar también que el error de los ángulos  $\varphi$  y  $\theta$  es mucho menor.

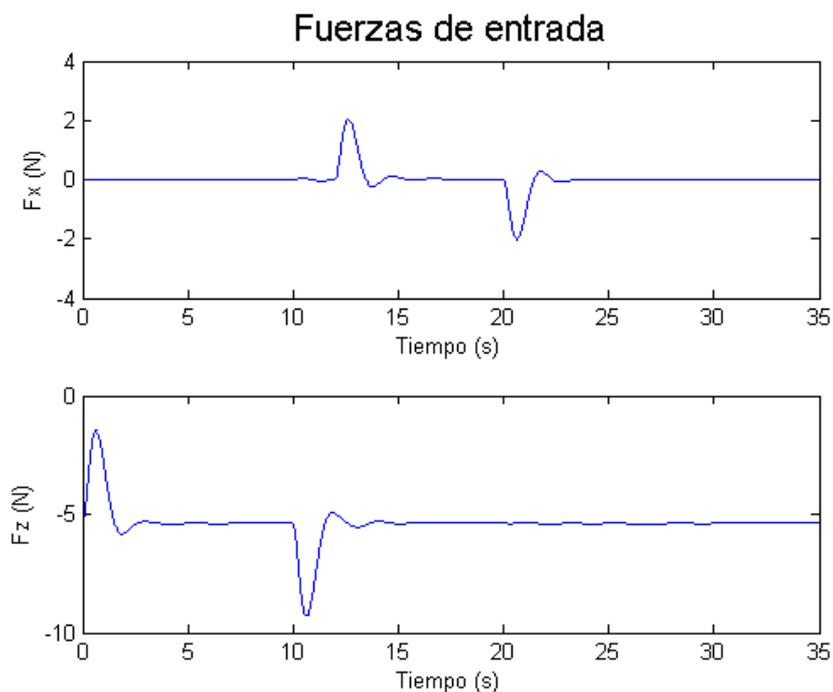


Figura 8-11. Fuerzas de entrada al subsistema de traslación no lineal

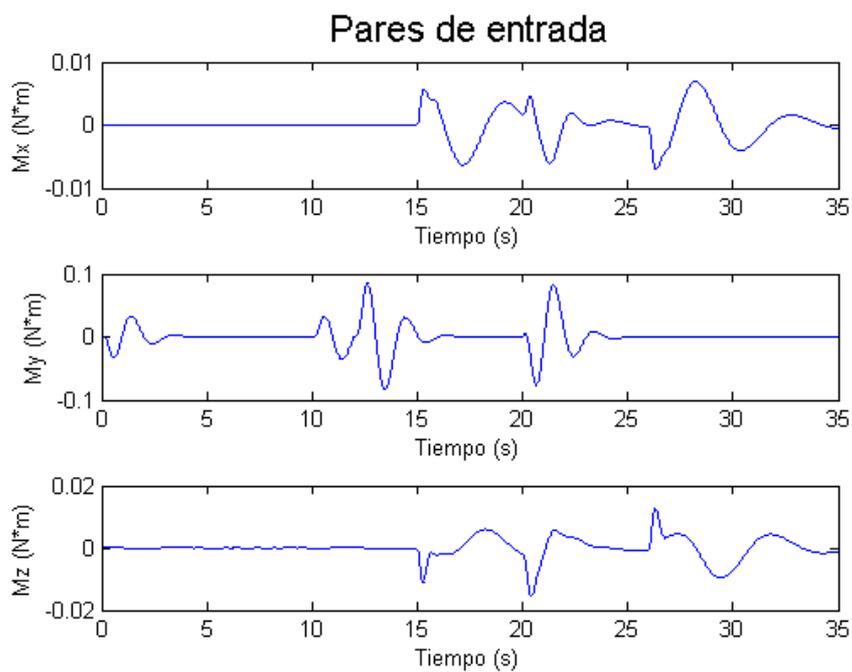


Figura 8-12. Pares de entrada al subsistema de rotación no lineal

Las fuerzas y momentos que aplican están dentro de los valores permitidos, sin producirse saturaciones que entorpezcan el seguimiento o dañen a nuestros actuadores.

Del mismo modo que en los casos anteriores el filtro de Kalman trabaja muy bien:

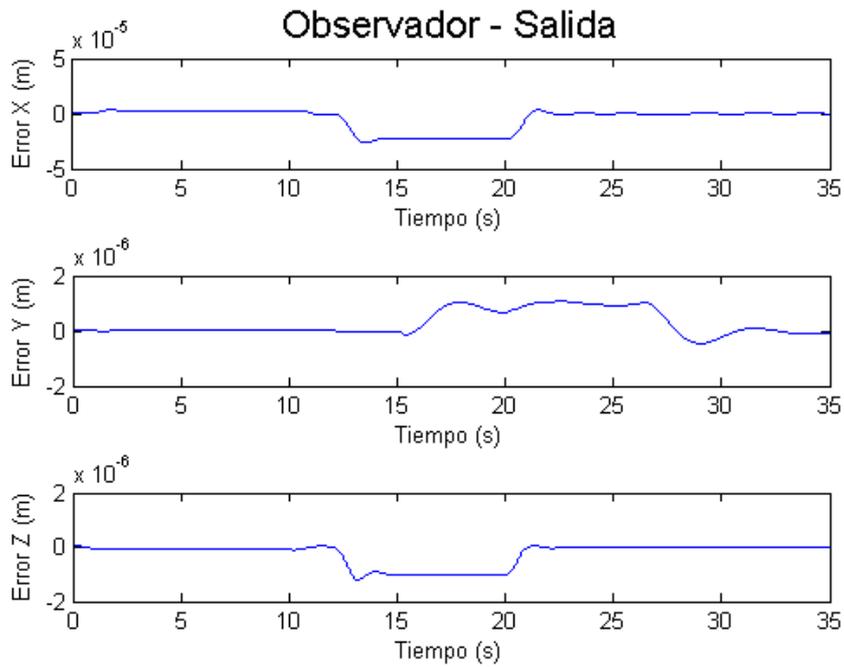


Figura 8-13. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición

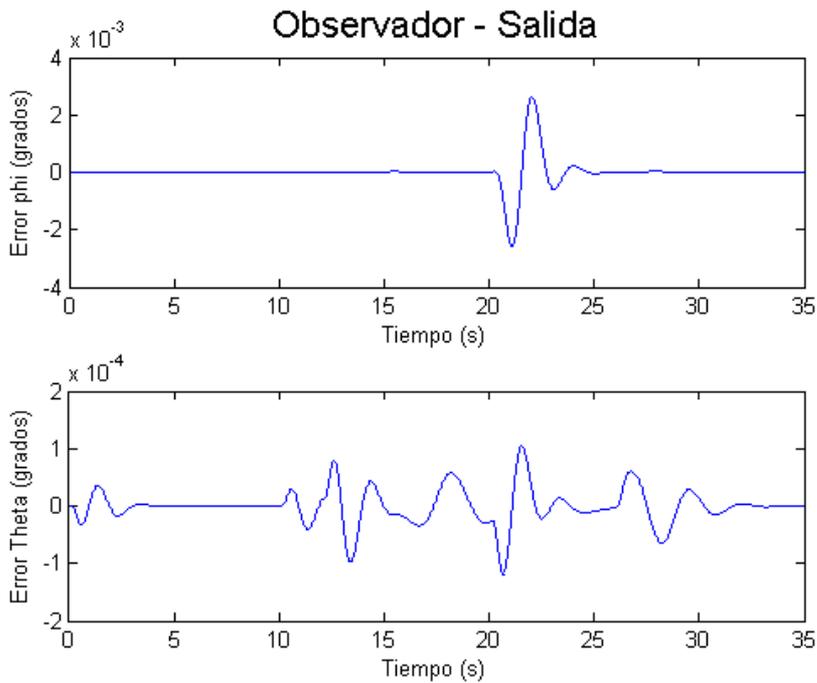


Figura 8-14. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Angulos

Siguiendo el patrón de ensayos realizados anteriormente se incluirán una serie de perturbaciones a estas pruebas de seguimiento de referencia, concretamente:

- Eje X: escalón de 0.2 m en  $t = 30$  s.
- Eje Y: escalón de 0.03 m en  $t = 30$  s.
- Eje Z: escalón de 0.2 m en  $t = 10$  s.

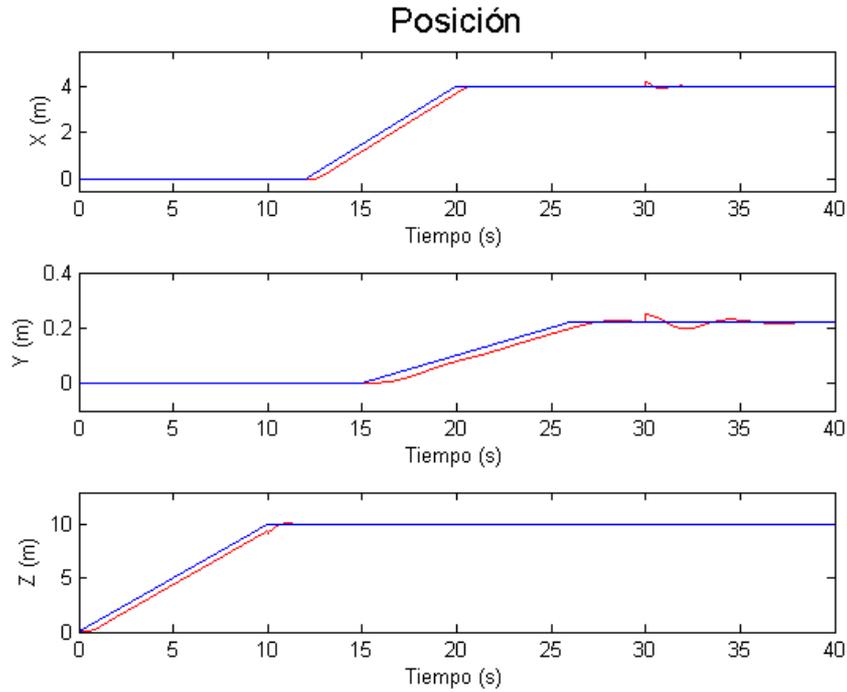


Figura 8-15. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR. Respuesta ante perturbación

Como ha ocurrido en los casos anteriores la perturbaciones se corrigen sin problemas gracias al efecto integral, costando más trabajo en el caso del eje Y. El filtro de Kalman vuelve a tener variaciones en el momento de las perturbaciones.

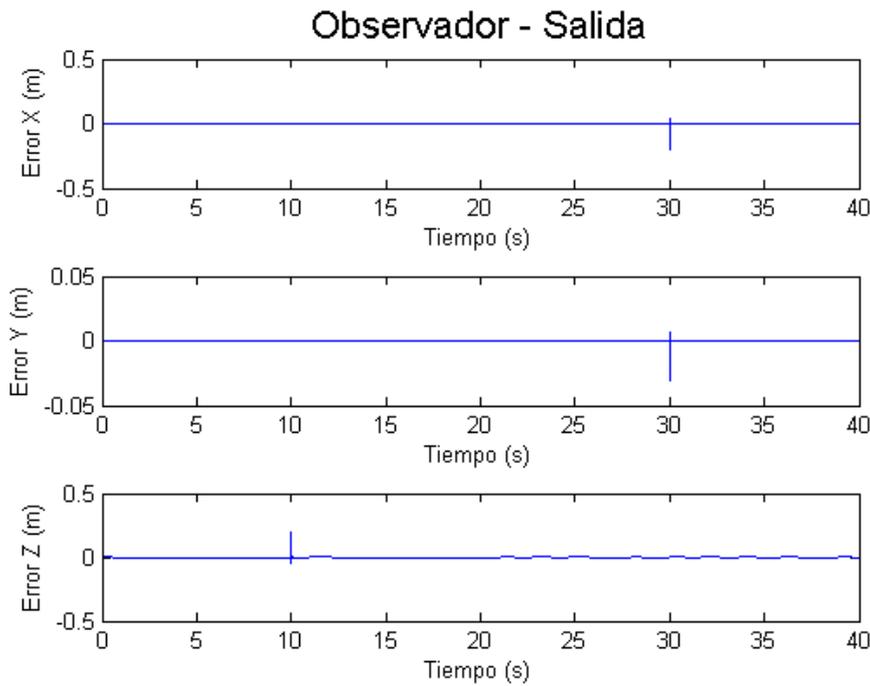


Figura 8-16. Diferencia entre el estado estimado y el estado actual. Posición.



## 9 COMPARACIÓN DE LOS CONTROLADORES

Con el fin de mostrar al lector una comparación de los diferentes resultados obtenidos con los controladores clásicos PID y del control LQR en éste capítulo recogeremos una serie de ensayos realizados con el modelo lineal y se mostrarán los resultados de forma que se aprecien mejor las diferencias.

Con esto se pretende ofrecer una visión más clara de cómo actúan ambos tipos de controladores en las mismas condiciones, viendo el nivel exigido a las actuaciones o el tiempo de respuesta de cada uno.

Por un lado se realizarán las simulaciones con el controlador I-PD desarrollado en la sección 6, por otro lado se utilizará el controlador LQR con efecto integral y filtro de Kalman.

Siguiendo con la misma línea de trabajo las referencias que demos serán rampas, de forma que dichas rampas se correspondan con una posible maniobra de nuestra aeronave.

### 9.1 Seguimiento de referencia

Se introducirán las siguientes referencias:

- Eje X, rampa de pendiente 0.5 m/s que empieza a los 11 s y termina a los 16 s, un tiempo de referencia constante y rampa de 0.5 m/s desde los 45 s hasta las 50 s.
- Eje Y, rampa de pendiente 0.02 m/s que empieza a los 12 s y termina a los 20 s, un tiempo de referencia constante y rampa de 0.02 m/s desde los 30 s hasta los 38 s.
- Eje Z, rampa de pendiente 1 m/s que empieza en el instante inicial y termina a los 10 s, un tiempo de referencia constante y rampa de -1 m/s desde los 50 s hasta los 60 s.
- Ángulo  $\varphi$ : constante a cero grados durante toda la simulación.
- Ángulo  $\theta$ : constante a cero grados durante toda la simulación.

Las gráficas 8-1 hasta 8-12 muestran los resultados obtenidos en esta primera simulación.

### 9.2 Rechazo de perturbaciones

A las referencias anteriores se introducen las siguientes perturbaciones:

- Eje X, escalón de 0.2 m en 25 s.
- Eje Y, escalón de 0.1 m en 35 s.
- Eje Z, escalón de 0.2 m en 55 s.
- Ángulo  $\varphi$ : escalón de 3° en 5 s.
- Ángulo  $\theta$ : escalón de 3° en 14 s.

Las gráficas 9-13 hasta 9-24 muestran los resultados obtenidos en esta primera simulación.

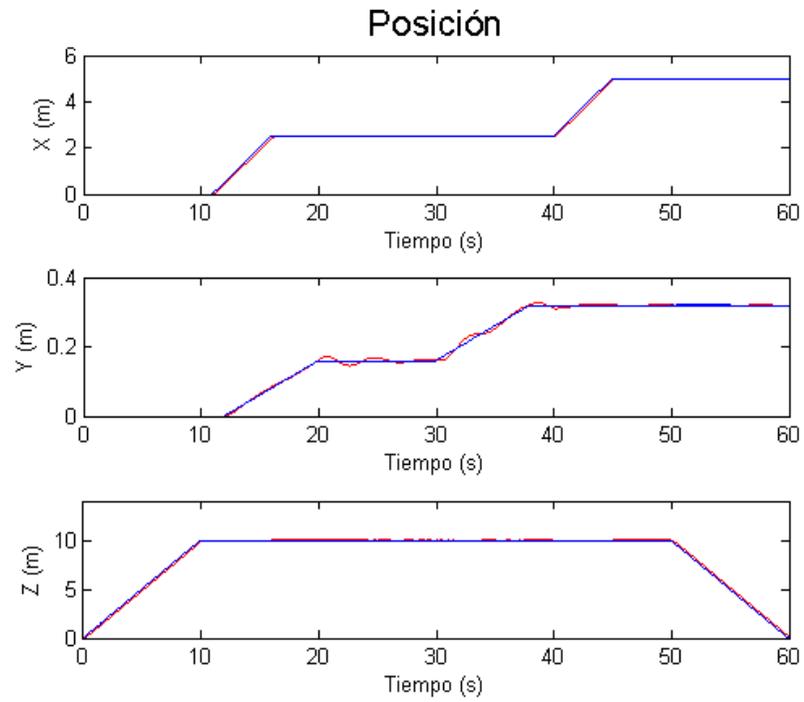


Figura 9-1. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup.

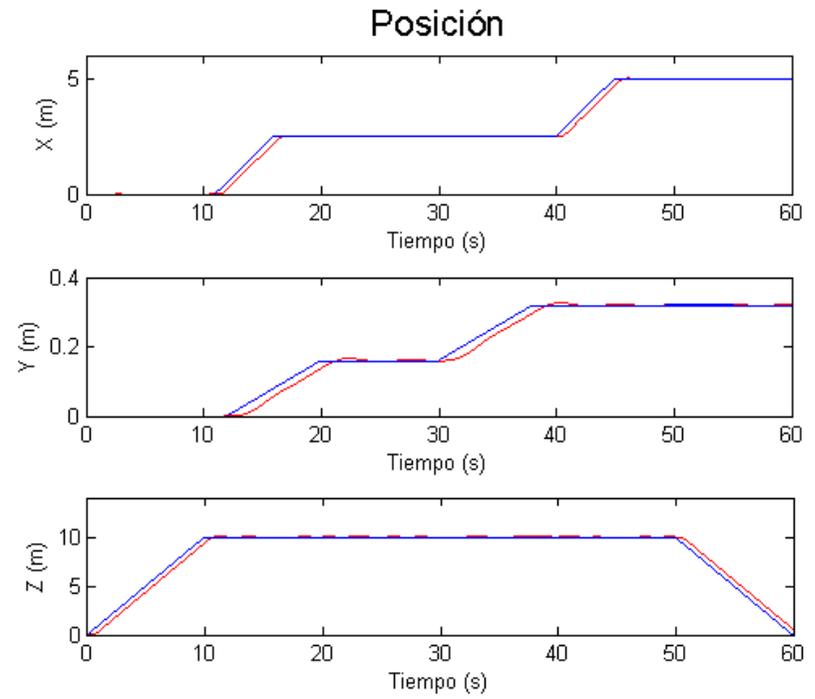


Figura 9-2. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral

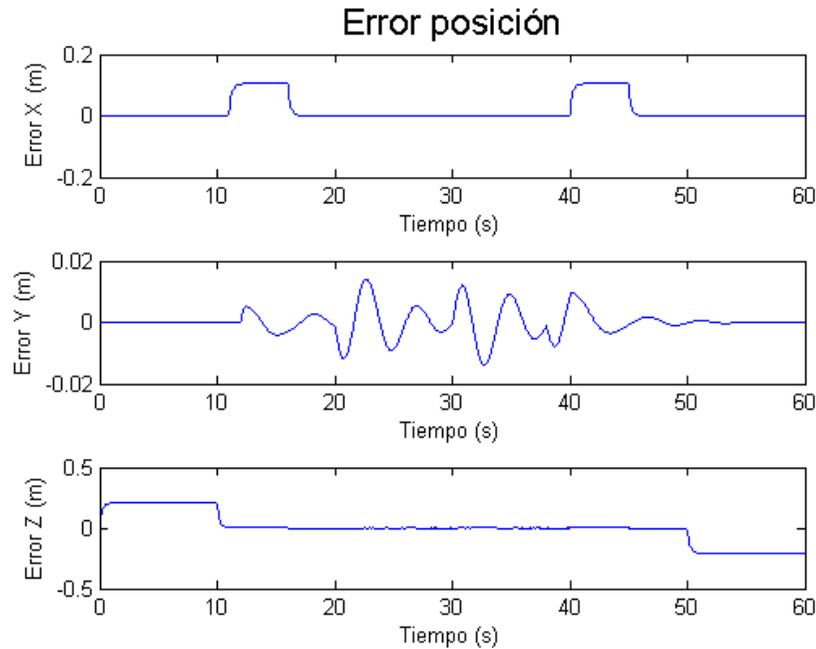


Figura 9-3. Error de posición, bajo control PID anti Windup.

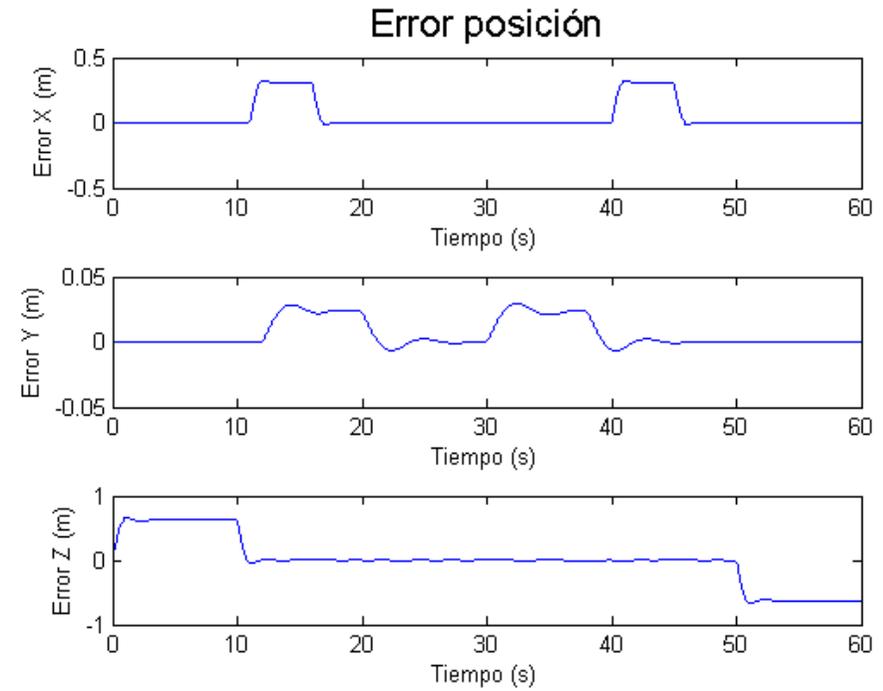


Figura 9-4. Error de posición, bajo control LQR con efecto integral

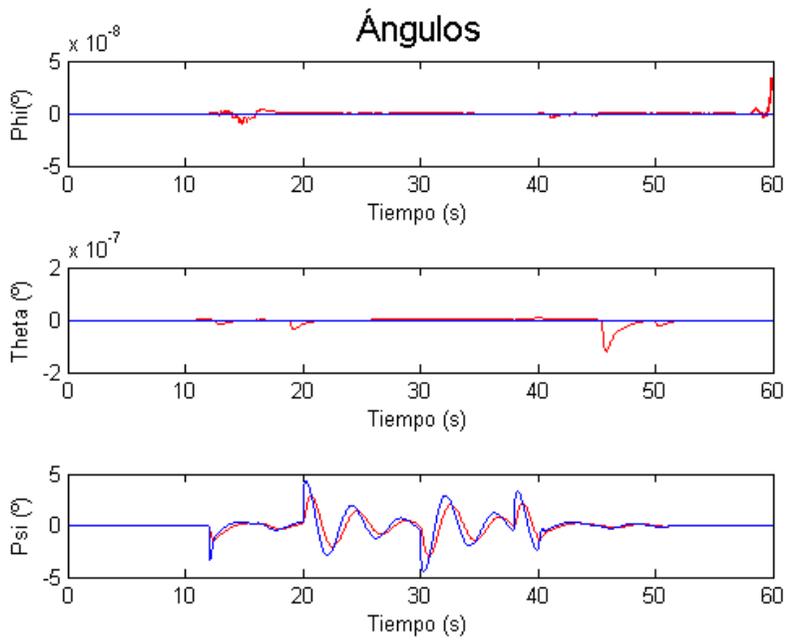


Figura 9-5. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup.

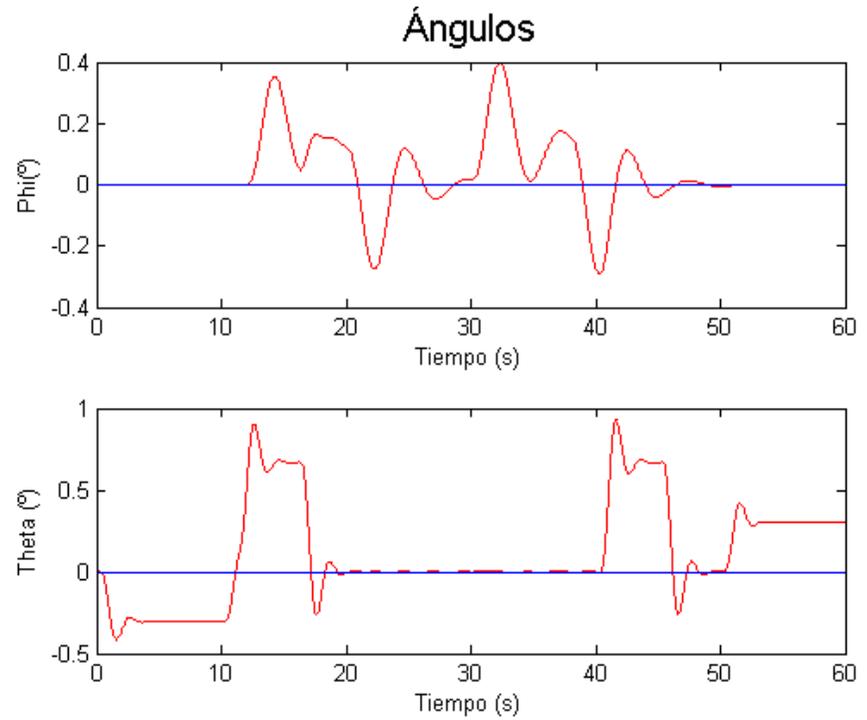


Figura 9-6. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral

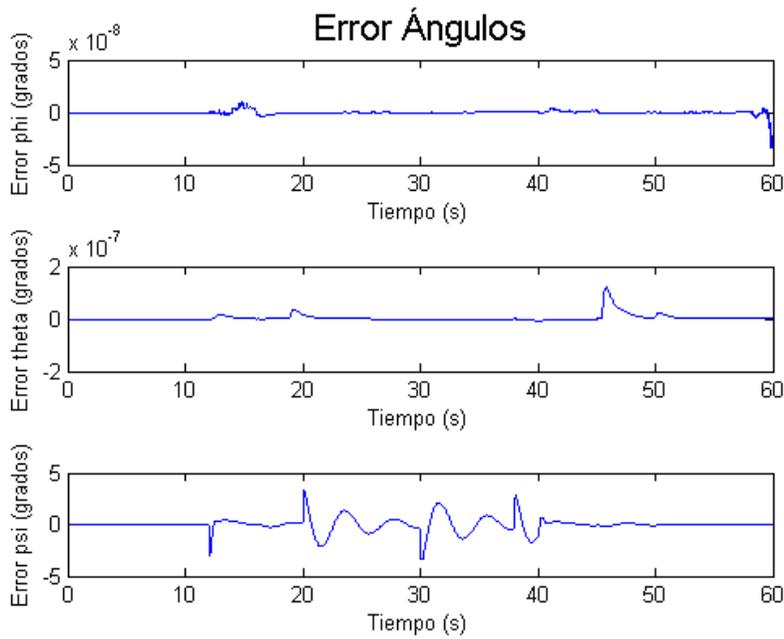


Figura 9-7. Error ángulos, bajo control PID anti Windup.

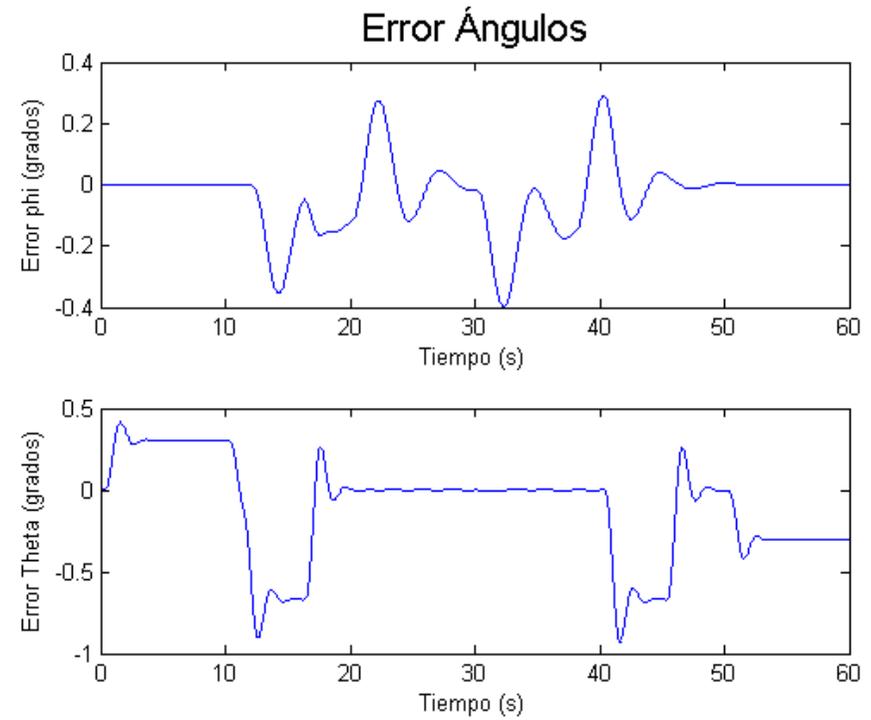


Figura 9-8. Error ángulos, bajo control LQR con efecto integral

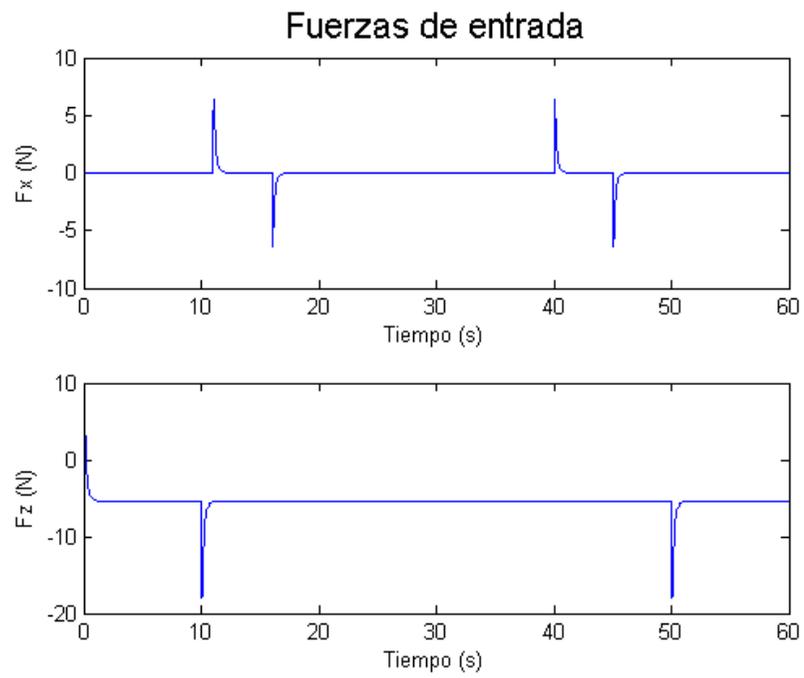


Figura 9-9. Fuerzas aplicadas, bajo control PID anti Windup.

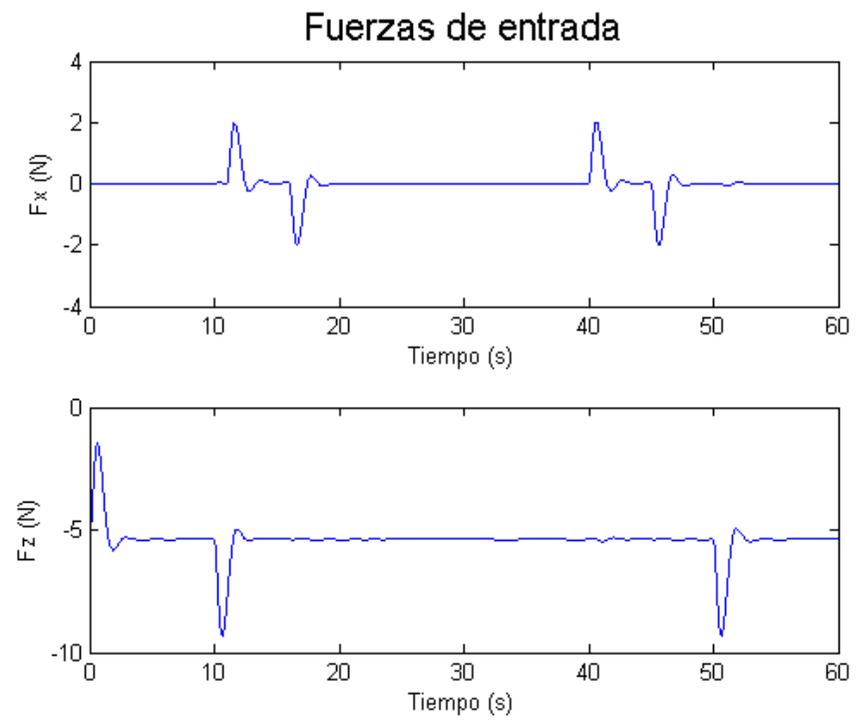


Figura 9-10. Fuerzas aplicadas, bajo control LQR con efecto integral

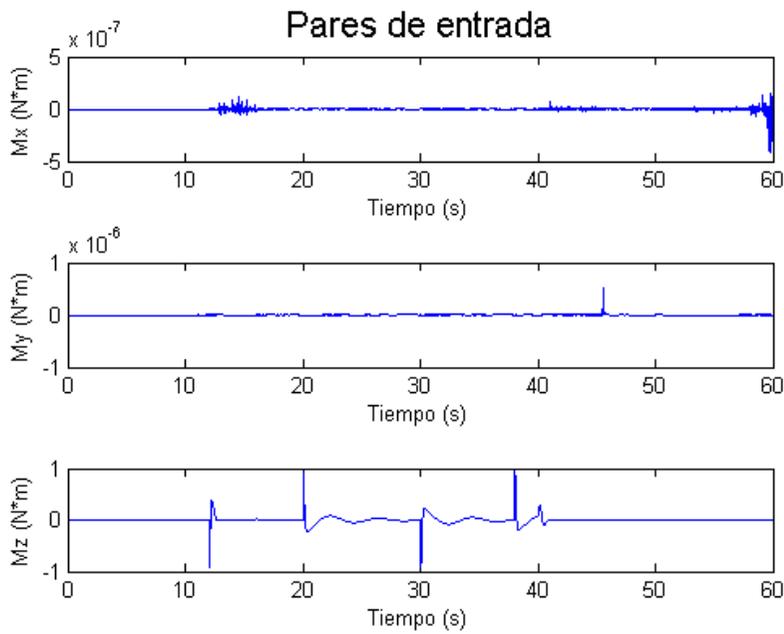


Figura 9-11. Pares aplicados, bajo control PID anti Windup.

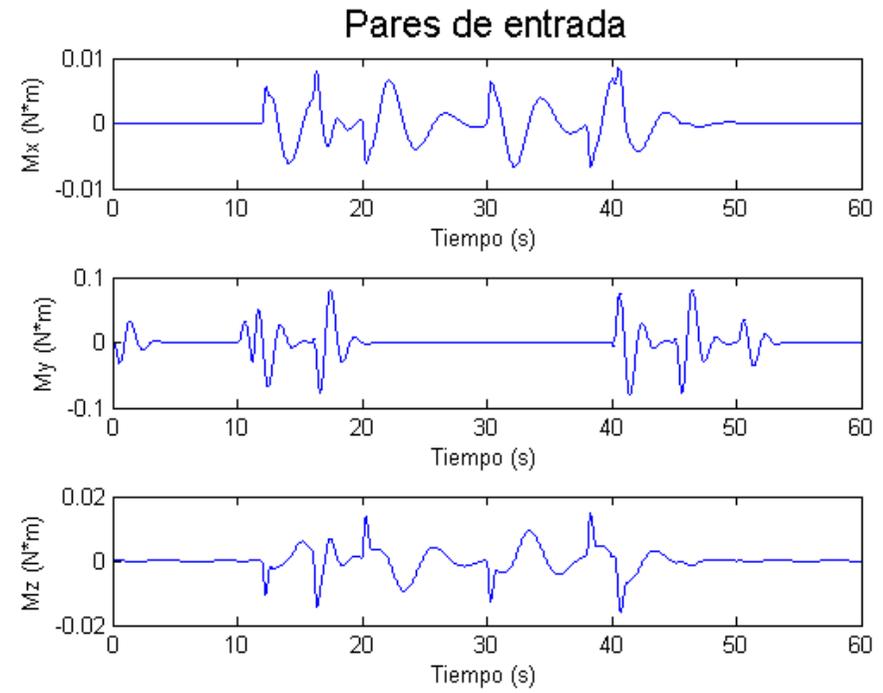


Figura 9-12. Pares aplicados, bajo control LQR con efecto integral

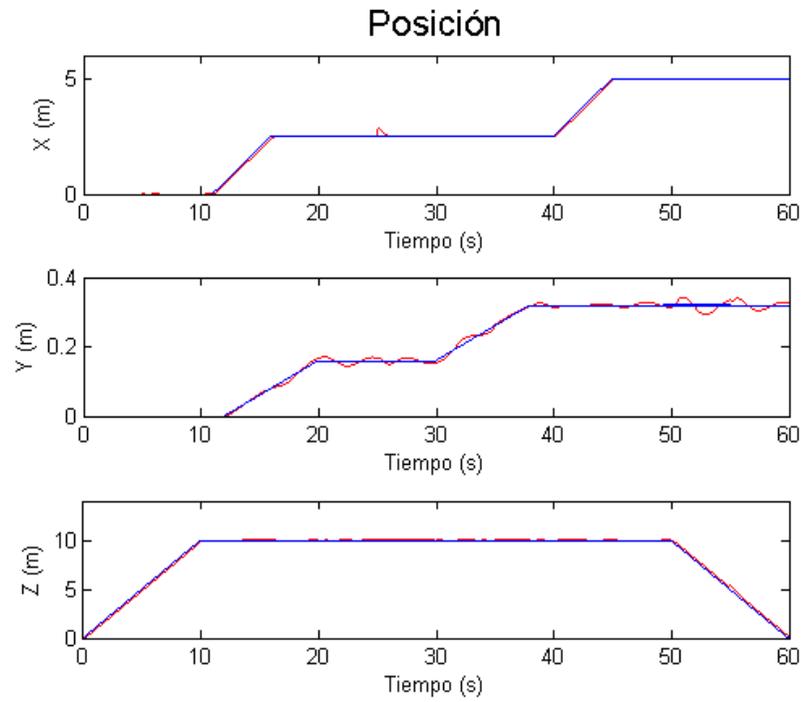


Figura 9-13. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación

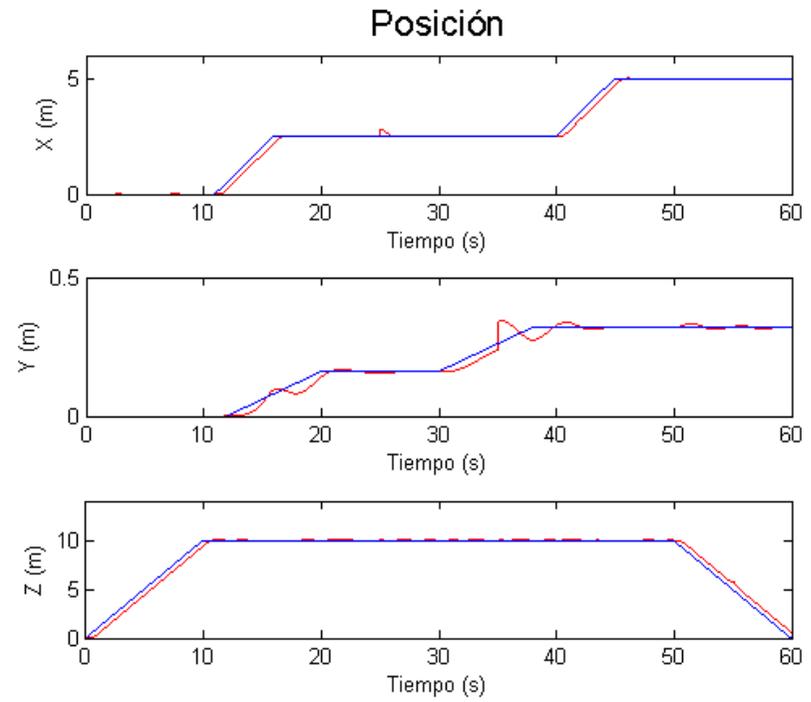


Figura 9-14. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación

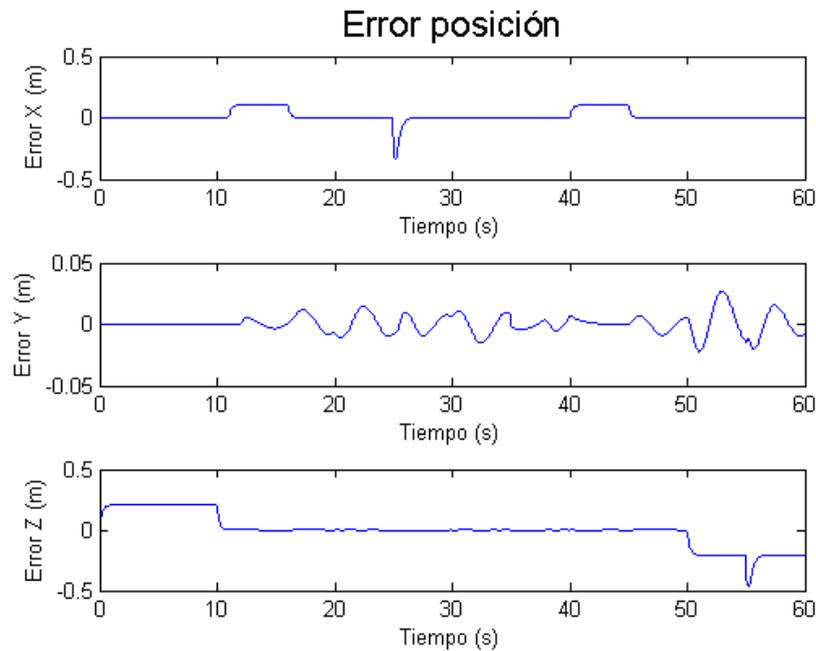


Figura 9-15. Error de posición, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.

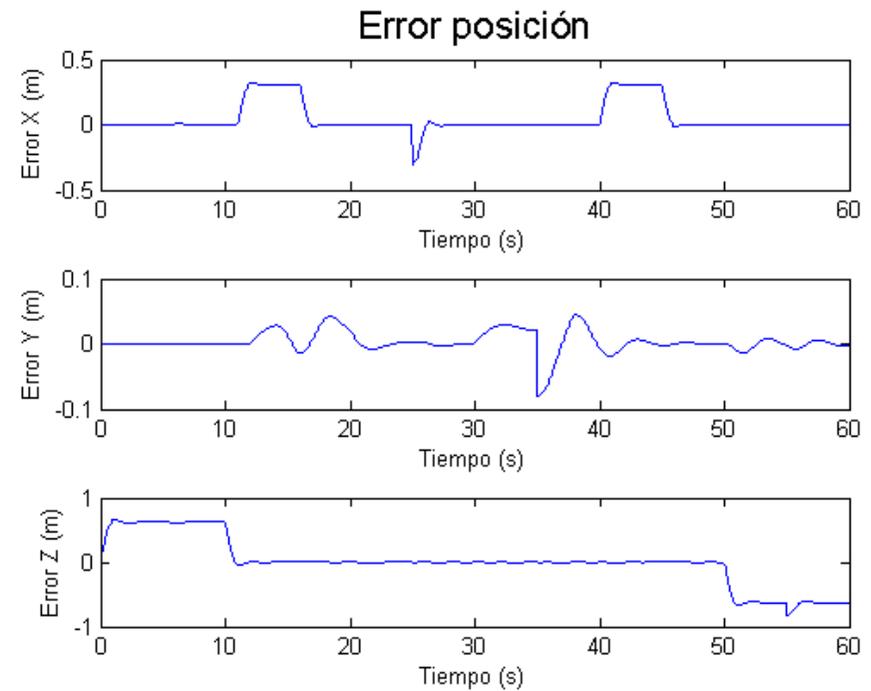


Figura 9-16. Error de posición, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.

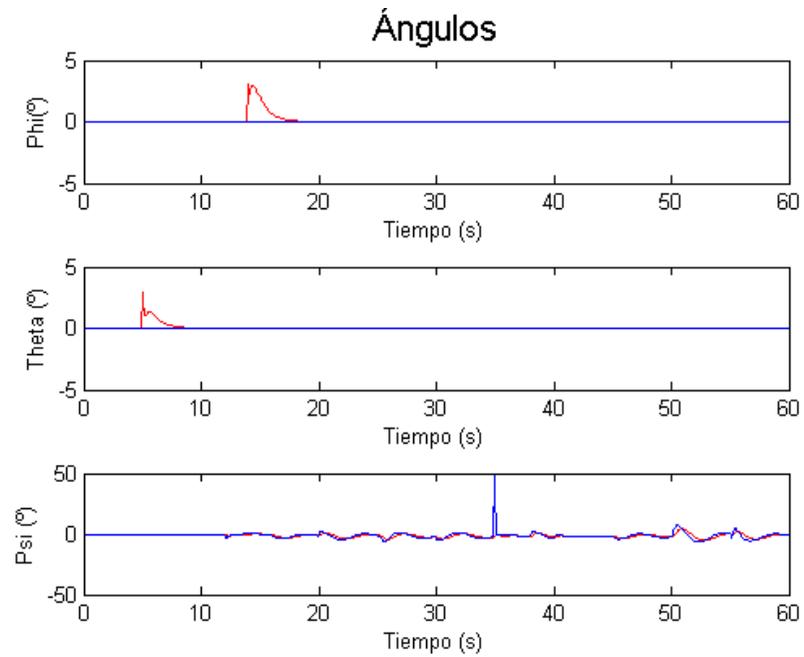


Figura 9-17. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.

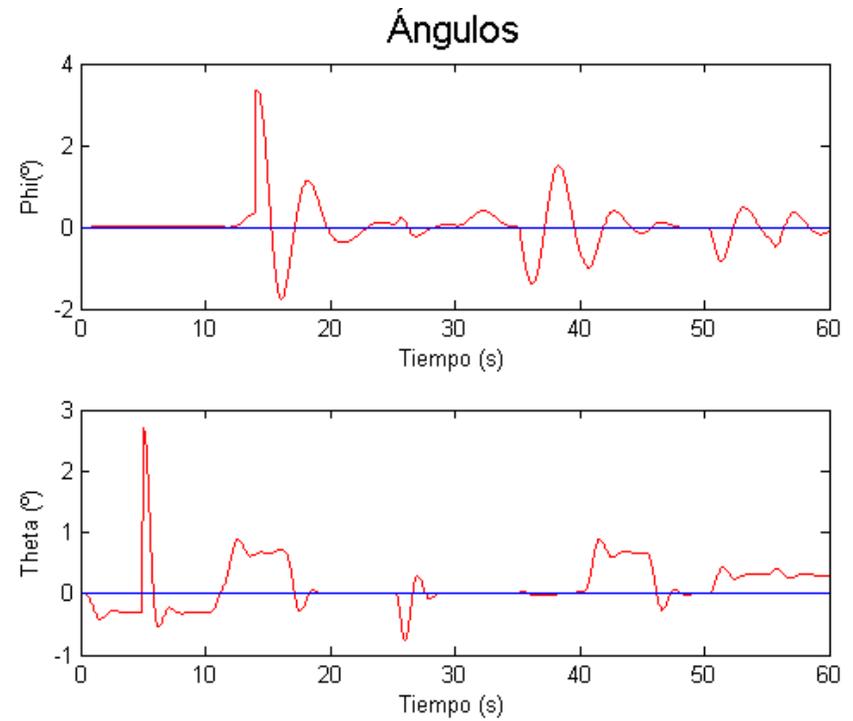


Figura 9-18. Referencias (azul) y salidas (rojo) del sistema no lineal bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.

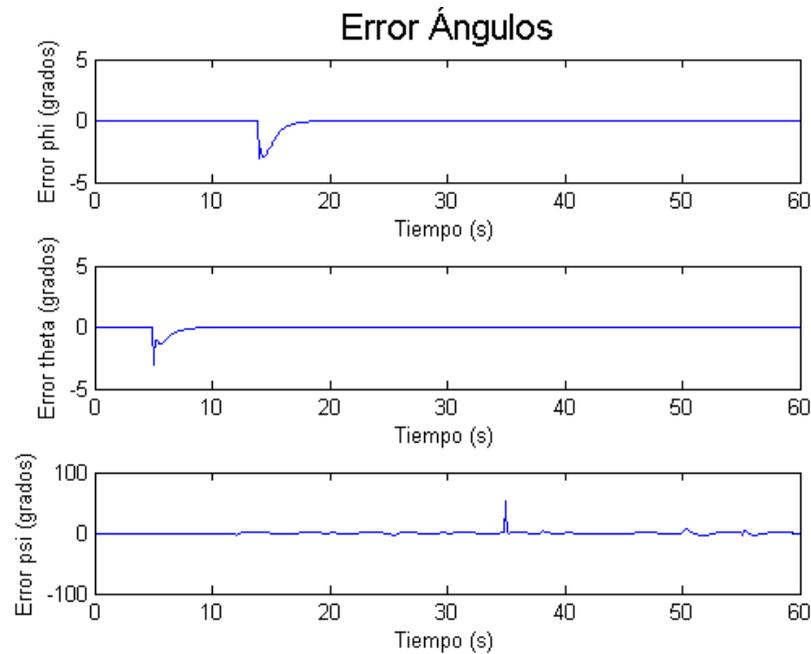


Figura 9-19. Error ángulos, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación

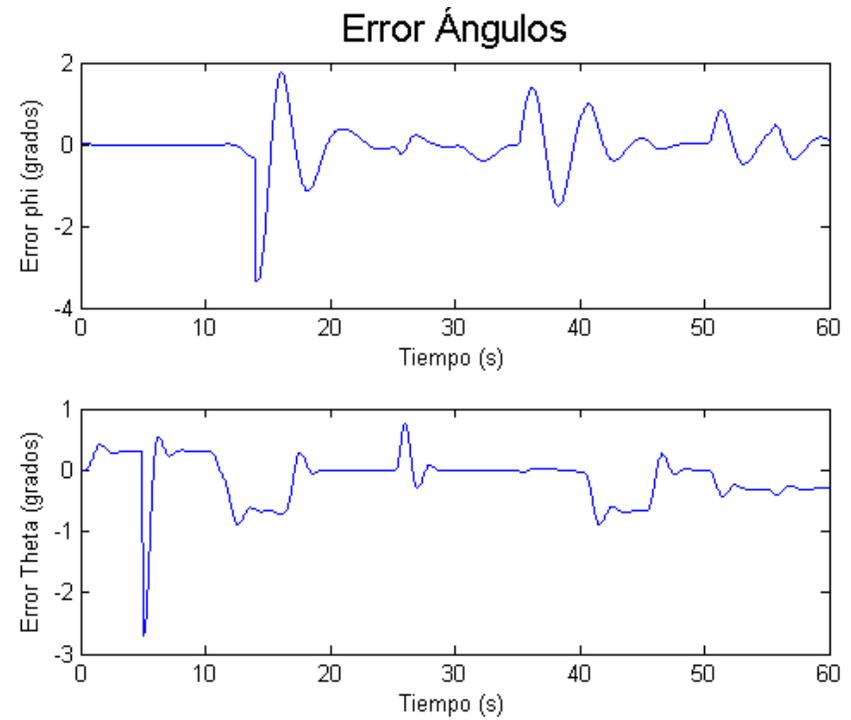


Figura 9-20. Error ángulos, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.

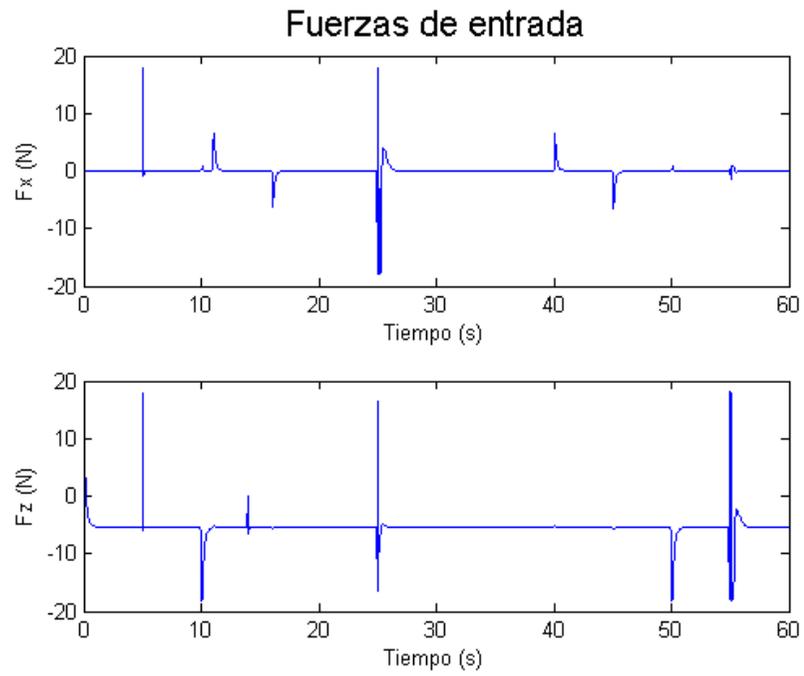


Figura 9-21. Fuerzas aplicadas, bajo control PID anti Windup.  
Respuesta ante perturbación.

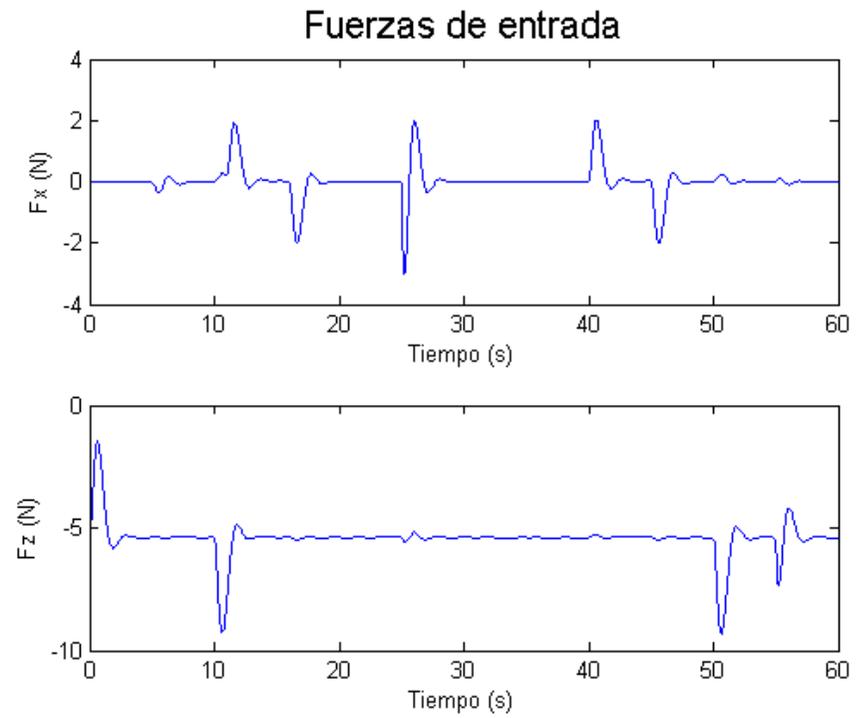


Figura 9-22. Fuerzas aplicadas, bajo control LQR con efecto integral.  
Respuesta ante perturbación.

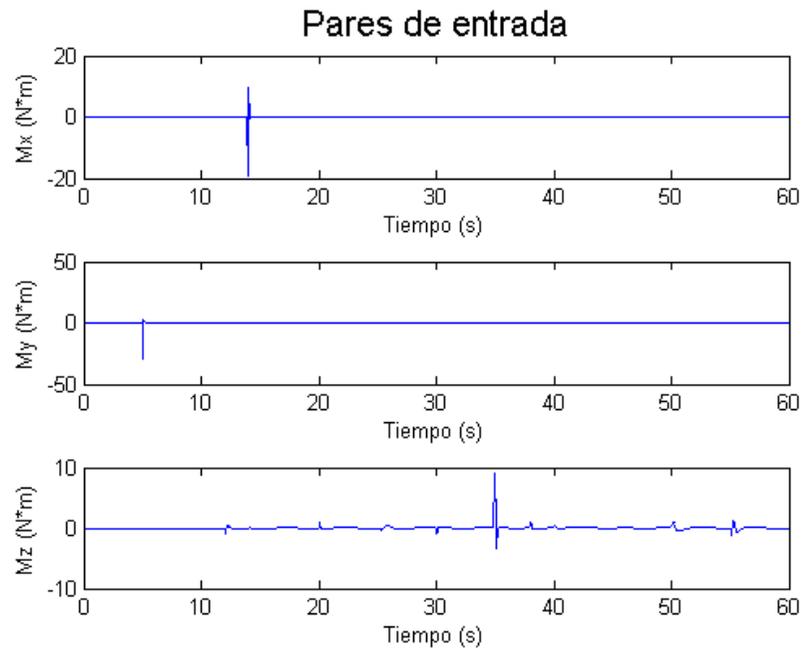


Figura 9-23. Pares aplicados, bajo control PID anti Windup. Respuesta ante perturbación.

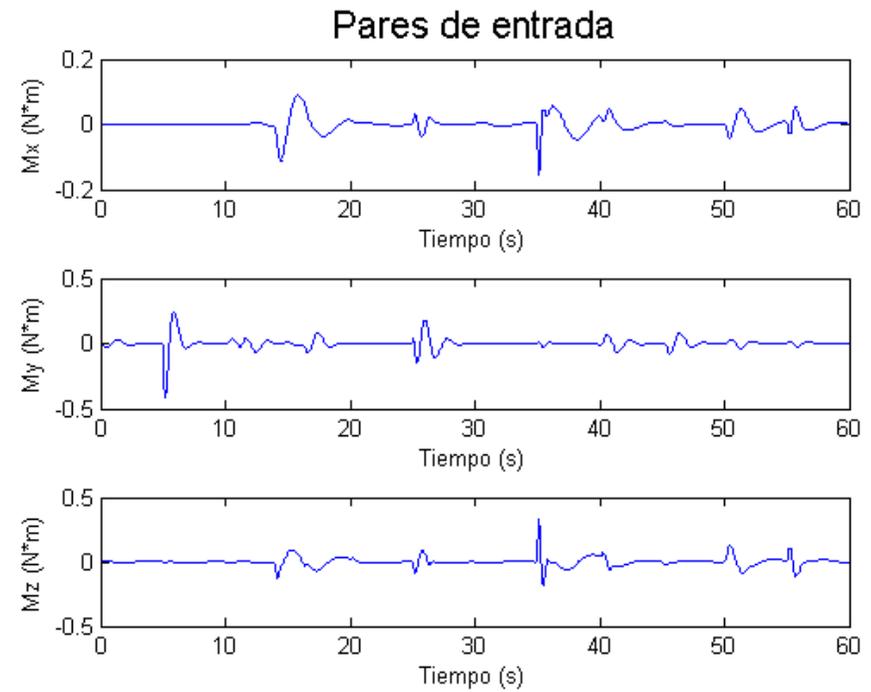


Figura 9-24. Pares aplicados, bajo control LQR con efecto integral. Respuesta ante perturbación.



# 10 CONCLUSIONES

---

A lo largo de este documento se han recogido los ensayos que se han considerado especialmente interesantes con el fin de mostrarlos y analizarlos en detalle, sin embargo durante la realización del trabajo a los largo de los últimos meses se han llevado a cabo ensayos de todo tipo y se han analizado todos los resultados. Así pues, llegados a este punto tenemos una base de conocimientos que nos permiten llegar a las siguientes conclusiones.

De forma general los tres controladores han ofrecido buenos resultados, aunque cada uno de ellos presenta propiedades que le hacen especial, a continuación desglosaremos los puntos a favor y en contra de cada técnica de control.

La estrategia de control PD, nos ofrece buenos resultados a la hora de estabilizar el sistema, con unos tiempos de respuesta adecuados, el problema viene cuando se producen perturbaciones ya que este tipo de controlador no es capaz de rechazar perturbaciones externas mantenidas, originando errores en régimen permanente.

Añadiendo el efecto integral pasamos a trabajar con el controlador clásico PID, este tipo de controlador responde a órdenes temporales muy similares, añadiendo además la capacidad de eliminar los errores en régimen permanente mencionados antes. El problema surge con las actuaciones exigidas, ya que podían ser demasiado altas, por lo que se añadió la técnica Anti-Windup, consiguiendo de ese modo comportamientos mucho más suaves en los actuadores y disminuyendo las sobreoscilaciones.

El control LQR es el más robusto, cualidad que siempre se busca a la hora de implementar un controlador, además presenta errores muy pequeños, todo esto a costa de un aumento considerable del tiempo de establecimiento. Este tipo de control no es aconsejable cuando necesitamos respuestas rápidas o cuando se producen perturbaciones mantenidas, ya que se no es capaz de corregir errores en régimen permanente. Del mismo modo que en el caso de los controladores clásicos se añadió el efecto integral, solucionando completamente este problema, aunque aumentando aún más el tiempo de respuesta.

A pesar de tener un mayor tiempo de establecimiento, el control LQR con efecto integral presenta los mejores resultados, junto con el filtro de Kalman que nos permite trabajar aunque no tengamos acceso al estado. La elección de este control sobre las técnicas clásicas de control se debe a su mayor robustez. Nuestra aeronave tiene una naturaleza no lineal por lo que el control LQR resulta efectivo, incluso si los parámetros del sistema real presentan una desviación significativa respecto a los parámetros del modelo empleado en el cálculo del controlador.

Como posibles mejoras se puede implementar un filtro de Kalman extendido para comprobar cómo se ajusta este a nuestro sistema no lineal. También sería interesante mejorar la elección de los pesos de la función de coste que determina el controlador LQR, intentando conseguir los mejores resultados posibles.

Si nos centramos en las técnicas de control se podrían desarrollar controladores predictivos, ya que son considerados como una de las mejores opciones con las que trabajar en procesos que tienen múltiples entradas y múltiples salidas, como es nuestro caso. Esto podría desencadenar en una nueva línea de trabajo que puede considerar el grupo de trabajo EsiTech.



---

## REFERENCIAS

---

- [1] Álvarez, José Luis Holgado. *Diseño, Construcción e implementación de controladores para seguimiento de trayectorias del Prototipo AirWhale*. Universidad de Sevilla, 2015
- [2] Galán, Alejandro Romero. *Revisión y Modificación del Firmware de Libre Acceso ArduCopter para su uso en el Proyecto AirWhale*. Universidad de Sevilla, 2015.
- [3] Vázquez, Inmaculada Gómez. *Diseño y cálculo de las características aerodinámicas y de estabilidad de un dirigible híbrido: Proyecto AirWhale*. Universidad de Sevilla, 2015
- [4] Sánchez, Juan Carlos Mancebo. *Diseño de las alas del AirWhale*. Universidad de Sevilla, 2015.
- [5] Samayoa, Javier Eduardo Mitjavila. *Diseño y dimensionado básico de aerostato*. Universidad de Sevilla, 2015.
- [6] Cano, José Luis Soto. *Desarrollo de controladores Avanzados para el seguimiento de trayectorias de un Helicóptero Quadrotor*. Universidad de Sevilla, 2014.
- [7] Pablo Rodríguez, Jesús G. Villagómez, Manuel Vargas, Francisco R. Rubio. *Verificación y validación de sistemas de control de vuelo para MAV-VTOL basadas en Matlab Stateflow*.
- [8] Clarence W. Rowley, Belinda A. Batten. *Fundamentals and Applications of Modern Flow Control*, Capítulo 5 *Dynamic and Closed-Loop Control*, AIAA, 2009.
- [9] Mauricio Vladimir Peña, Edilberto Carlos Vivas, Carol Ivonn Rodríguez, *Simulations of the quadrotor controlled with LQR integral effect*, 2012.
- [10] Greg Welch, Gary Bishop, *An Introduction to the Kalman Filter*, University of North Carolina, 2009.
- [11] Samir Bouabdallah, André Noth, Roland Siegwart, *PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor*, Swiss Federal Institute of Technology, 2004.



# ANEXO A – ECUACIONES NO LINEALES Y SU LINEALIZACIÓN

```

%% DEFINICION VARIABLES SIMBOLICAS

syms m % masa del prototipo
syms g % gravedad
syms Ixx Iyy Izz % momentos de inercia
syms rgx rgy rgz % coordenadas del centro de volumen
syms p q r % componentes de velocidad angular
syms Fm % fuerza de control
syms V U W % velocidades lineales
syms ro % densidad
% syms Vhe % volumen de helio
syms La lc ll % distancia entre motores y centro
syms fx fy fz % fuerza de control en x y z
syms mtx mty mtz % pares de control
syms he % fuerza producida por el helio
syms thetap phip psip fxp fyp fzp pp qp rp Up Vp Wp mtxp mtyp mtzp fy Ug Vg
Wg% incrementos de variables
syms theta phi psi
v_he = 2; %volumen de helio
d_he = 0.1685; % densidad del helio
g = 9.8;
Sh_cuerpo = v_he^(2/3);%%% Superficie de referencia utilizada
Sh_ala = 1.681 ;%%% Superficie de referencia utilizada
Ixx = 0.92; Iyy = 1.62; Izz = 0.86;
m = 3;
Cd = 0.105; % Coeficiente de resistencia aerodinámica
Cl = 0.0554;

%% Gravedad
gr=g*[-sin(theta);
      cos(theta)*sin(phi);
      cos(theta)*cos(phi)];

%% Identidad
I=eye(3,3);

%% Centro de coordenadas
r0=[0;0;0];

%% Matriz de transformacion
R=[cos(psi)*cos(theta) sin(psi)*cos(theta) -sin(theta);
   cos(psi)*sin(theta)*sin(phi)-sin(psi)*cos(phi)
sin(psi)*sin(theta)*sin(phi)+cos(psi)*cos(phi) cos(theta)*sin(phi);
   cos(psi)*sin(theta)*cos(phi)+sin(psi)*sin(phi)
sin(psi)*sin(theta)*cos(phi)-cos(psi)*sin(phi) cos(theta)*cos(phi)];

```

```

%% Fuerza de control
Fm=R*[fx;fy;fz];

%% Velocidad lineal
vo=[U;V;W];

%% Centro de volumen en coordenadas de euler

rgp=zeros(3,3);

%% Definicion velocidades angulares y antisimétrica
w0=[p;q;r];
w=w0;
w1x=w(1);
w1y=w(2);
w1z=w(3);
W2=[0 -w1z w1y;w1z 0 -w1x;-w1y w1x 0];

%% Matriz de inercias
J=[Ixx 0 0;
    0 Iyy 0;
    0 0 Izz];

%% Matriz de masas
M=[m*I, -m*rgp;
    m*rgp, J];

%% Fuerzas de inercia %%
ti=[R*(-m*W2*vo+m*W2*rgp*w);
    R*(-m*rgp*W2*vo-W2*J*w)];

%% Fuerzas gravitatorias
tg=[m*gr;
    m*rgp*gr];

%% Pares de control
Mt=[mtx;mty;mtz];

%% Fuerza y pares de control
tc=[Fm;
    R*(Mt)];

%% Fuerza de sustentación del helio
the=d_he*v_he*g*[R*[0;0;-1];0;0;0];

%% Sustentación de las alas
L = [0; 0; (-1.225*0.5*U^2*C1*Sh_ala);0;0; 0];

%% Drag
D=[(-1.225*0.5*U^2*Cd*Sh_cuerpo);0;0;0;0;0];

%% Fuerza total (igual a M*q'dospuntos')
Tt=ti+tg+tc+the+D+L;

```

```

%% Ecuaciones iguales a xpunto,ypunto,zpunto,phipunto,thetapunto y psipunto
xd=U;
yd=V;
zd=W;
ud=(1/m)*Tt(1);
vd=(1/m)*Tt(2);
wd=(1/m)*Tt(3);
pd=(1/Ixx)*Tt(4);
qd=(1/Iyy)*Tt(5);
rd=(1/Izz)*Tt(6);
phid= p + q*sin(phi)*tan(theta)+r*cos(phi)*tan(theta);
thetad= q*cos(phi)-r*sin(phi);
psid= q*sin(phi)*sec(theta)+r*cos(phi)*sec(theta);
%% Linealización de las ecuaciones
xdl=Up;
ydl=Vp;
zdl=Wp;
udl=diff(ud,fx)*fxp+diff(ud,fy)*fyp+diff(ud,fz)*fzp+diff(ud,theta)*thetap+diff(ud,phi)*phip+diff(ud,psi)*psip+diff(ud,U)*Up+diff(ud,V)*Vp+diff(ud,W)*Wp;
vdl=diff(vd,fx)*fxp+diff(vd,fy)*fyp+diff(vd,fz)*fzp+diff(vd,theta)*thetap+diff(vd,phi)*phip+diff(vd,psi)*psip+diff(vd,U)*Up+diff(vd,V)*Vp+diff(vd,W)*Wp;
wdl=diff(wd,fx)*fxp+diff(wd,fy)*fyp+diff(wd,fz)*fzp+diff(wd,theta)*thetap+diff(wd,phi)*phip+diff(wd,psi)*psip+diff(wd,U)*Up+diff(wd,V)*Vp+diff(wd,W)*Wp;
pdl=diff(pd,mtx)*mtxp+diff(pd,mtz)*mtzp+diff(pd,mty)*mty+diff(pd,theta)*thetap+diff(pd,phi)*phip+diff(pd,psi)*psip+diff(pd,p)*pp+diff(pd,q)*qp+diff(pd,r)*rp;
qdl=diff(qd,mtx)*mtxp+diff(qd,mtz)*mtzp+diff(qd,mty)*mty+diff(qd,theta)*thetap+diff(qd,phi)*phip+diff(qd,psi)*psip+diff(qd,p)*pp+diff(qd,q)*qp+diff(qd,r)*rp;
rdl=diff(rd,mtx)*mtxp+diff(rd,mtz)*mtzp+diff(rd,mty)*mty+diff(rd,theta)*thetap+diff(rd,phi)*phip+diff(rd,psi)*psip+diff(rd,p)*pp+diff(rd,q)*qp+diff(rd,r)*rp;
phidl=diff(phid,theta)*thetap+diff(phid,phi)*phip+diff(phid,psi)*psip+diff(phid,p)*pp+diff(phid,q)*qp+diff(phid,r)*rp;
thetadl=diff(thetad,theta)*thetap+diff(thetad,phi)*phip+diff(thetad,psi)*psip+diff(thetad,p)*pp+diff(thetad,q)*qp+diff(thetad,r)*rp;
psidl=diff(psid,theta)*thetap+diff(psid,phi)*phip+diff(psid,psi)*psip+diff(psid,p)*pp+diff(psid,q)*qp+diff(psid,r)*rp;

%% Ecuaciones linealizadas evaluando el punto de equilibrio
ecl(1,1)=subs(xdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(2,1)=subs(ydl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(3,1)=subs(zdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(4,1)=subs(udl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(5,1)=subs(vdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(6,1)=subs(wdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(7,1)=subs(pdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});

```

```
ecl(8,1)=subs(qdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(9,1)=subs(rdl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(10,1)=subs(phidl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(11,1)=subs(thetadl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
ecl(12,1)=subs(psidl,{theta,phi,psi,U,V,W,mtx,mty,mtz,p,q,r,fx,fy,fz},{0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0,0,1.225*0.5*5^2*Cd*Sh_cuerpo,0,-v_he*d_he*g+g*m+1.225*0.5*5^2*C1*Sh_ala});
```

## ANEXO B – FUNCIONES DE SATURACIÓN

### Función del paso 1

```
function y = PasoUno(u)

Fn = u;

A = 2.1336/2;
B = 3.25/2;
C = 0.5;
D = 0.1444;

Fx = u(1);
Fy = u(2);
mx = u(3);
my = u(4);
mz = u(5);

M = [0 0 1 0 1;
      1 1 0 2 0;
      A -A 0 0 0;
      0 0 D 2*B D;
      0 0 -C 0 C];

actuaciones = inv(M)*Fn;

y = actuaciones;
```

### Función del paso 2

```
function y = PasoDos(u)

Fz1 = u(1);
Fz2 = u(2);
Fx3 = u(3);
Fz3 = u(4);
Fx4 = u(5);
Fz4 = Fz3;

f3 = sqrt(Fx3^2 + Fz3^2);

if (Fx3==0)
    b3=0;
else
    b3=atan2(Fz3,Fx3);end

if b3 > pi/2 && b3 < pi || b3 > pi && b3 < 3*pi/2
    b3 = b3 - pi;
    f3 = -f3;end

if b3 < -pi/2 && b3 > -pi || b3 < -pi && b3 > -3*pi/2
    b3 = b3 + pi;
    f3 = -f3;end

f4 = sqrt(Fx4^2 + Fz4^2);
```

```

if (Fx4==0)
    b4=0;
else
    b4=atan2(Fz4,Fx4);end

if b4 > pi/2 && b4 < pi || b4 > pi && b4 < 3*pi/2
    b4 = b4 - pi;
    f4 = -f4;end

if b4 < -pi/2 && b4 > -pi || b4 < -pi && b4 > -3*pi/2
    b4 = b4 + pi;
    f4 = -f4;end
act = [Fz1 ;Fz2; f3 ;b3; f4; b4];

y = act;

```

### Función del paso 3

```

function y = PasoTres(u)

Fz1 = u(1);
Fz2 = u(2);
f3 = u(3);
b3 = u(4);
f4 = u(5);
b4 = u(6);

Fx3 = f3*cos(b3);
Fz3 = f3*sin(b3);

Fx4 = f4*cos(b4);
Fz4 = f4*sin(b4);

actuaciones = [Fz1 Fz2 Fx3 Fz3 Fx4]';

y = actuaciones;

```

### Función del paso 4

```

function y = PasoCuatro(u)

A = 2.1336/2;
B = 3.25/2;
C = 0.5;
D = 0.1444;

actuaciones = u;

M = [0 0 1 0 1;
     1 1 0 2 0;
     A -A 0 0 0;
     0 0 D 2*B D;
     0 0 -C 0 C];

salida = M*actuaciones;

y = salida';

```

## ANEXO C – LQR. SISTEMA LINEAL

```
% El sistema ya se encuentra definido
Tm = 1e-3;
planta = c2d(sys_ss,Tm);
co = ctrb(planta);
controlabilidad = rank(co);
ob = obsv(planta);
observabilidad = rank(ob);

% Definición de las matrices

W = eye(5);

Q = planta.c'*W*planta.c;

R = eye(5)*100;

KKx= -dlqr(A, B, Q, R);

% Calculo de la ganancia M

uno = [planta.a-eye(12) planta.b;
       planta.c planta.d];
dos = [zeros(12,5);
       eye(5)];

N = inv(uno)*dos;

tres = [-Kx eye(5)];

M = tres*N;
```



# ANEXO D – LQR EFECTO INTEGRAL. SISTEMA LINEAL

---

```
% El sistema ya se encuentra definido
Tm = 1e-3;
planta = c2d(sys_ss,Tm);
co = ctrb(planta);
controlabilidad = rank(co);
ob = obsv(planta);
observabilidad = rank(ob);

% Definición de las matrices

W = eye(5);

Q = planta.c'*W*planta.c;

R = eye(5)*100;

A_n = [planta.a zeros(12,5);
        -planta.c eye(5)];
B_n = [planta.b;
        zeros(5,5)];

Q_n = eye(17);
Q_n(1:12,1:12) = Q;

KK = -dlqr(A_n, B_n, Q_n,R);

Kx = KK(:,1:12);
Ke = KK(:,13:17);
```



# ANEXO E – LQR EFECTO INTEGRAL. SISTEMA NO LINEAL

```

% El sistema ya se encuentra definido
Tm = 1e-3;
planta = c2d(sys_ss,Tm);
co = ctrb(planta);
controlabilidad = rank(co);
ob = obsv(planta);
observabilidad = rank(ob);

% Definición de las matrices
W = diag([10,10,1,1,10000]);

Q = planta.c'*W*planta.c;

R = eye(5)*100;
R(3,3) = 1e4; % mx - phi
R(5,5) = 1e3; % mz - psi

A_n = [planta.a zeros(12,5);
       -planta.c eye(5)];
B_n = [planta.b;
       zeros(5,5)];

Q_n=blkdiag(Q,1,1,1,1,10);

KK = -dlqr(A_n, B_n, Q_n,R);

Kx = KK(:,1:12);
Ke = KK(:,13:17);

% Definición de las matrices correspondientes al filtro de Kalman
Qk = eye(12);
Qk(4,4) = 1e4;
Qk(6,6) = 1e6;
Qk(5,5) = 1e6;

Rk = eye(5)*100;
Rk(3,3) = 1e4;
Rk(4,4) = 1e3;
Rk(5,5) = 1e3;

```