

INFLUENCIA DE LA REFRACCIÓN ATMOSFÉRICA EN LOS GRÁFICOS DE ASOLEO

*Ponente: José María Raya Román.
Profesor de la E.T.S.A. de Sevilla.*

INTRODUCCIÓN

La luz al pasar de un medio a otro de distinta densidad sufre una desviación de su trayectoria. Las leyes que rigen este fenómeno, conocido por el nombre de refracción, fueron descubiertas por el holandés Snellius y enunciadas por Descartes de la forma que hoy las conocemos:

- 1) El rayo refractado se encuentra en el mismo plano que el rayo incidente, (fig. 1).
- 2) Cualquiera que sea la dirección del rayo incidente, la razón del seno del ángulo de refracción al seno del ángulo incidente es una constante que depende de los medios y de la radiación.

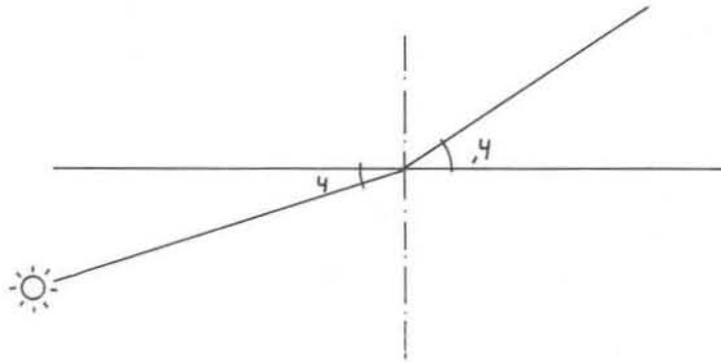


Figura 1: Refracción del rayo de luz.

La refracción que sufre la luz que nos llega de los astros al penetrar en la atmósfera es un problema complejo por ser ésta un medio no homogéneo.

Newton, Laplace, Bessel, Bradley y otros astrónomos, han estudiado este fenómeno. Partiendo de hipótesis y datos obtenidos directamente de la observación, han elaborado fórmulas empíricas con las que se puede calcular la desviación que sufre un rayo de luz al penetrar en la atmósfera, en función de la altura de observación y de la densidad, temperatura y refrangibilidad atmosférica.

Para el estudio del fenómeno se suele dividir la atmósfera en capas concéntricas de poco espesor, de forma que cada una de estas capas se pueda considerar homogénea y de densidad uniforme. El rayo de luz, al penetrar en la atmósfera, se refractará cada vez que pase de una capa a otra describiendo una curva con su concavidad dirigida hacia la tierra. En consecuencia, un astro situado en S (fig. 2) será visto por un observador situado en O en una posición virtual S', que coincide con la dirección de la tangente a la curva trazada por el rayo refractado. El ángulo SOS' es el valor de la refracción atmosférica.

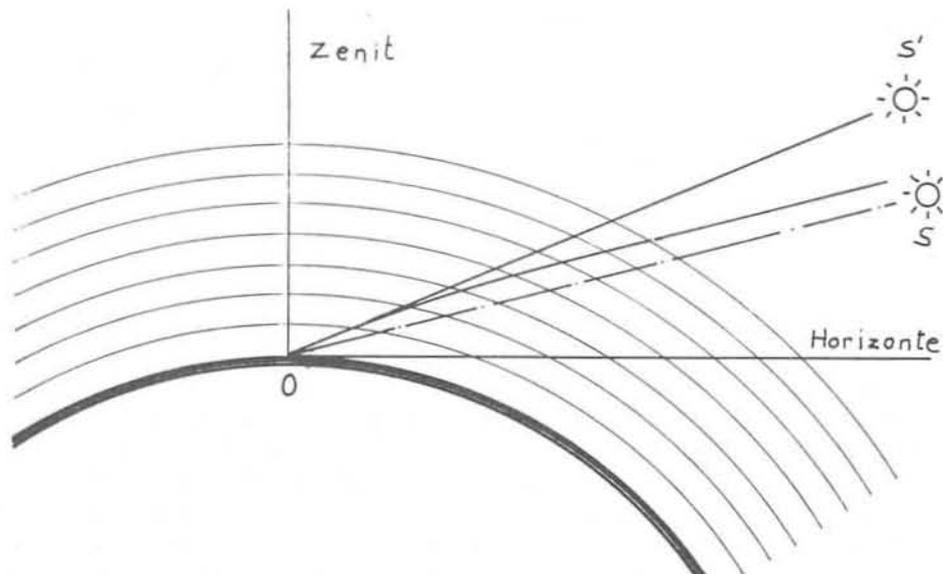


Figura 2: Trayectoria del rayo de luz al penetrar en la atmósfera.

Los observatorios astronómicos publican tablas con los valores del ángulo de refracción en función de la altura de observación, presión barométrica y temperatura ambiente.

Para el análisis gráfico del problema utilizaremos los valores obtenidos de las tablas publicadas por el Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando en las Efeméridas Astronómicas para el año 1986 (fig. 3a) basadas en las calculadas por Radau (1), tomándose como valor del ángulo sOs' el valor R_0 (2) de las tablas, prescindiéndose de las correcciones por variación de presión y temperatura, por ser éstas de pequeña entidad con respecto a los medios empleados en la representación gráfica.

REFRACCIÓN ASTRONÓMICA NORMAL (R_0) Para 700 mm. del barómetro y 0° C. (*)			
Altura	Refracción	Alturas	Refracción
90°	0,00"	45°	1' 0,04"
85°	5,25"	40°	1' 11,51"
80°	10,60"	35°	1' 25,04"
75°	16,10"	30°	1' 43,70"
70°	21,87"	25°	2' 8,25"
65°	28,02"	20°	2' 45,00"
60°	34,69"	15°	3' 41,00"
55°	42,06"	10°	5' 29,20"
50°	50,40"	5°	10' 13,00"
		0°	35' 32,40"

Figura 3 a: Tabla de valores de la Refracción Atmosférica R_0 .

(*) Datos tomados de las Efeméridas Astronómicas para 1986 del Instituto y Observatorio de Marina de S. Fernando (Cádiz).

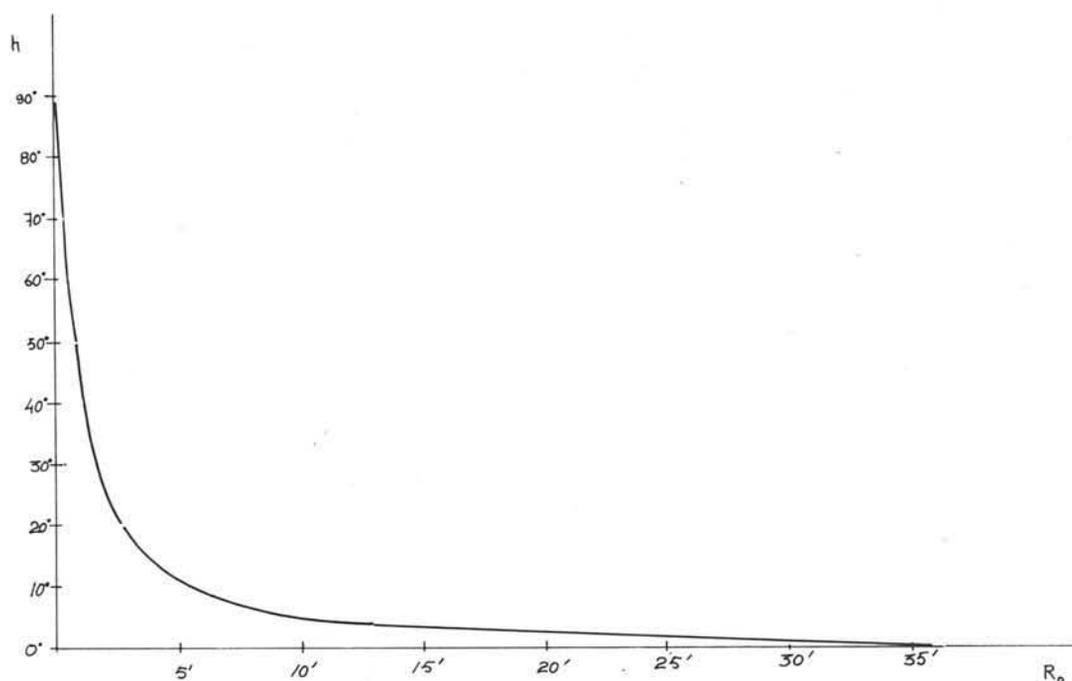
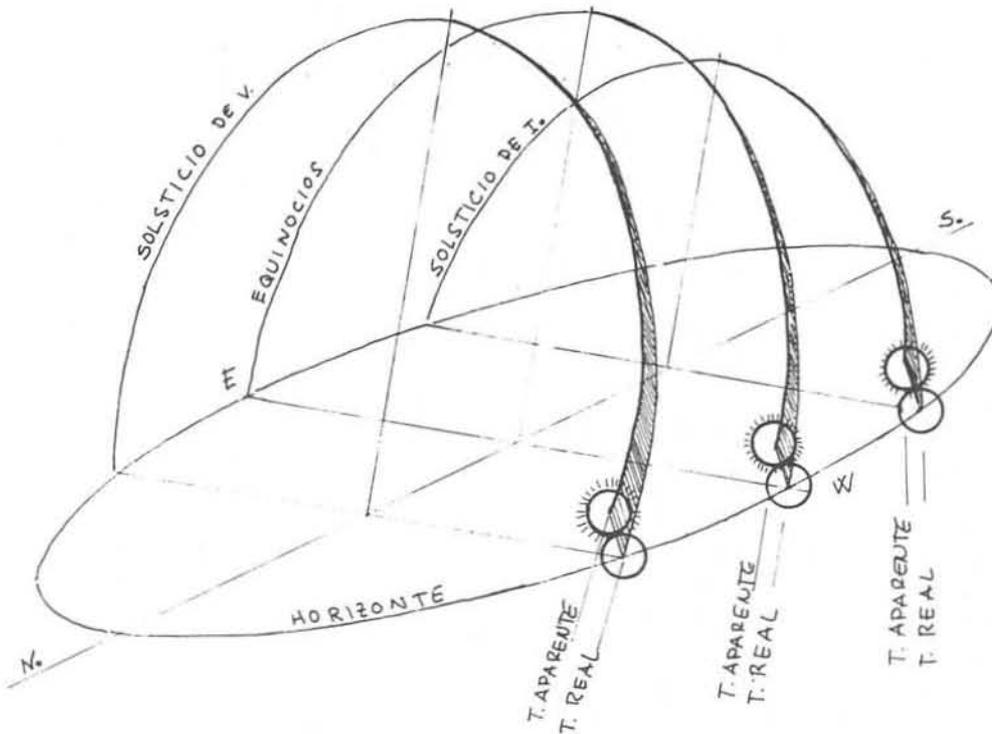


Figura 3 b: Representación gráfica de los valores de las tablas de la figura 3 a, en un sistema cartesiano h, R_0 .

ANÁLISIS

Según las leyes de la refracción atmosférica, el rayo refractado se encuentra en el mismo plano que el rayo incidente, y por lo tanto, la tangente OS' al rayo refractado también se encuentra en el mismo plano (fig. 2). La consecuencia inmediata de esta coincidencia es la de observar siempre a los astros en una posición virtual S' más alta que su posición real S , y con el mismo azimut que el real, ya que el plano en el que se produce refracción es el vertical del astro porque contiene a los puntos S y S' , al observador O a su zenit.

Por otro lado, la declinación y el ángulo horario de un astro son funciones del azimut y la altura (3). Lógicamente, al variar una de estas coordenadas, la altura en este caso, variarán las otras dos, el horario y la declinación. O sea, al considerar una posición virtual de un astro S' , debida a la refracción atmosférica, éste tendrá una altura virtual h' igual a la real más el ángulo R_0 y un azimut igual al de la posición real, y en consecuencia una declinación y un ángulo horario virtuales distintos de los reales.



El Sol describe, como trayectoria diurna real, un arco de circunferencia sobre el horizonte. En cada momento, por efecto de la refracción atmosférica, se verá situado virtualmente en la vertical de cada uno de los puntos de su trayectoria real y a una altura por encima de estos igual a l valor del ángulo R_0 .

Como la variación de R_0 con la altura no es lineal, la trayectoria virtual del Sol es una curva alabeada en el espacio, simétrica respecto al plano meridiano y situada en una superficie asintótica al plano que contiene a la trayectoria real.

Proyección sobre el plano meridiano. El plano meridiano es plano de simetría de ambas trayectorias. La trayectoria real es una circunferencia, por lo tanto su proyección cilíndrica ortogonal sobre el meridiano es una recta. Si proyectamos sobre el mismo plano las generatrices del cono de revolución de directriz la trayectoria real y vértice el observador —centro de la esfera—, el ángulo que forman las generatrices del contorno es el doble del valor de la declinación solar para el día en que el astro recorre la directriz proyectada (fig. 5).

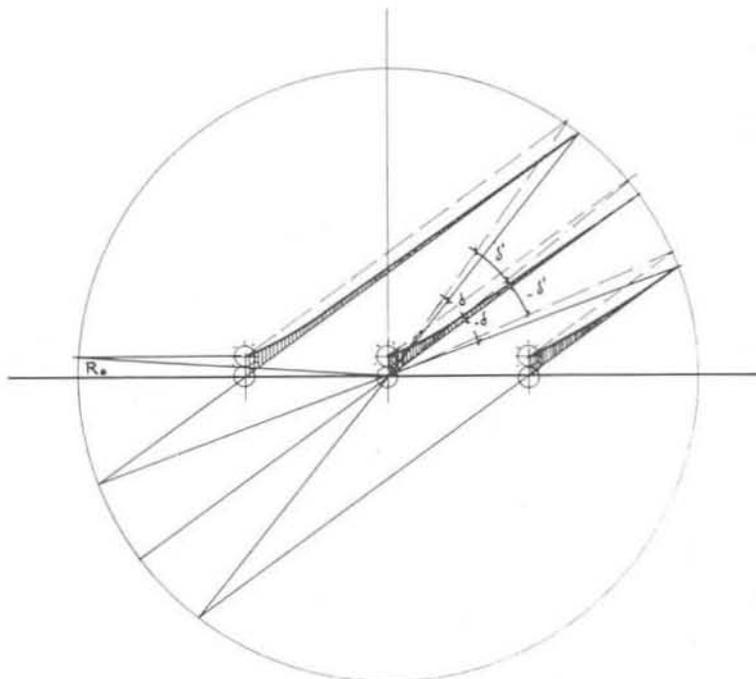


Figura 5: Proyección de las trayectorias reales y virtuales del Sol, Solsticios y equinoccios sobre el plano meridiano.

Para trazar la proyección de la trayectoria virtual bastará con sumarle a cada punto de la trayectoria real un arco igual al ángulo R_0 correspondiente a la altura del punto en cuestión. Para ello es necesario girar la esfera celeste alrededor del diámetro que pasa por el zenit, hasta llevar el punto en estudio al contorno aparente de la esfera y, en esta posición, sumar el ángulo R_0 a su altura, ya que ambos se verán en verdadera magnitud. Una vez realizada la operación, se deshará el giro para hallar el punto correspondiente de la trayectoria virtual. En la figura 5 se ha materializado esta operación para una altura del sol de 0° —orto u ocaso—.

Realizadas ambas proyecciones, se observa:

- La proyección de la trayectoria real es una curva de puntos dobles en la que cada punto representa dos posiciones virtuales del Sol correspondientes a horas equidistantes del mediodía. Dicha curva es asintótica a la proyección de la trayectoria real puesto que la función $R_0 = f(h)$ es igualmente asintótica (fig. 3b).
- En el orto y el ocaso el valor de R_0 es del orden de los $35,5'$, valor algo superior al doble del semidiámetro solar (4). En consecuencia, cuando el Sol esté por debajo del horizonte y su limbo sea tangente a éste, debido a la refracción atmosférica, lo veremos por encima y tangente al horizonte. El día correspondiente a la trayectoria virtual es siempre más largo que el día real.
- Si por un punto $h+R_0$ de la trayectoria virtual se traza una trayectoria aparente, equidistante de la real, el contorno del cono cuya directriz es dicha trayectoria y el vértice es el centro de la esfera celeste, forma un ángulo, cuyo valor es el doble de la declinación virtual. En la figura 5 se ha trazado el cono aparente para una altura $h = 0$ del Sol, y se ha hallado la declinación virtual en el orto y el ocaso.
- El ángulo horario virtual se hallará en el abatimiento de la trayectoria aparente uniendo la posición virtual con el centro de la trayectoria y midiendo el ángulo que forma dicho radio con el radio contenido en el plano meridiano.

Proyección cónica. Otro método de estudio de la refracción es mediante la proyección cónica de las trayectorias real y virtual. En la figura 6 se han realizado ambas proyecciones sobre el plano del horizonte, tomando como centro de proyección un punto situado a 50 mm. sobre dicho plano.

La proyección de la trayectoria real para el solsticio de invierno se ha realizado como la intersección del cono real de los rayos solares con vértice en O, con el plano del horizonte.

Además de la proyección cónica de la trayectoria real tracemos las proyecciones cónicas de los almucantares de los 20° , 10° y 8° , así como los azimut Pa, Pb y Pc correspondientes a las anteriores alturas (5).

A continuación tracemos las asíntotas de la hipérbola real y el cono aparente para la altura $h=0$ —orto y ocaso—. La dirección de las generatrices horizontales de este cono determinarán las asíntotas de la curva proyección de la trayectoria virtual —línea de trazos—. Las paralelas a ambas asíntotas trazadas desde el pie del eje de los conos determinan las horas de orto y ocaso del Sol real y virtual.

Para hallar los puntos de la trayectoria virtual, se calculan las diferencias de longitudes Pa-Pa', Pb-Pb', etc., sobre cada uno de los azimuts trazados. Dichas diferencias de longitudes se podrán obtener gráficamente o bien mediante la expresión:

$$l-l' = (OP/\operatorname{tg} h) - (OP/\operatorname{tg} h+R_0) \quad (I)$$

uniendo los puntos a', b' y c' calculados se obtiene la proyección de la trayectoria virtual.

En la proyección cónica de ambas trayectorias, representadas en la figura 6, se puede deducir:

- Las diferencias entre las declinaciones virtuales y reales para una determinada altura se pueden medir sobre los contornos de los conos de los rayos solares real y aparente. La declinación virtual es siempre mayor que la real.
- Por encima de los 20° de altura las proyecciones de ambas trayectorias, en una representación gráfica prácticamente coinciden, pues las diferencias de longitudes medidas sobre las proyecciones de los azimut son menores de 0,4 mm. cuando se toma $OP = 50$ mm.
- A medida que el Sol se acerca al horizonte, la proyección de la trayectoria virtual se separa de la real hasta ser asintótica a la asíntota virtual —recta de trazos— en el ocaso.
- La hora correspondiente a un altura h es siempre menor que la correspondiente a la posición virtual $h+R_0$.

En el orto u ocaso, en el caso de la figura 6, solsticio de invierno —caso más desfavorable—, la diferencia de horas entre ambas posiciones es de 1 m. 19 s.

Cálculo trigonométrico. Para el control de la exactitud de los métodos gráficos es conveniente realizar los mismos cálculos de forma numérica y luego comparar los resultados.

La declinación aparente δ' , es posible calcularla en función de los valores de h , R_0 , δ , y φ —altura, refracción, declinación real y latitud, respectivamente—.

De las expresiones:

$$\cos h \cdot \cos a = \operatorname{sen} \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H - \cos \varphi \cdot \operatorname{sen} \delta \quad (II)$$

$$\operatorname{sen} h = \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos H + \operatorname{sen} \varphi \cdot \operatorname{sen} \delta \quad (III)$$

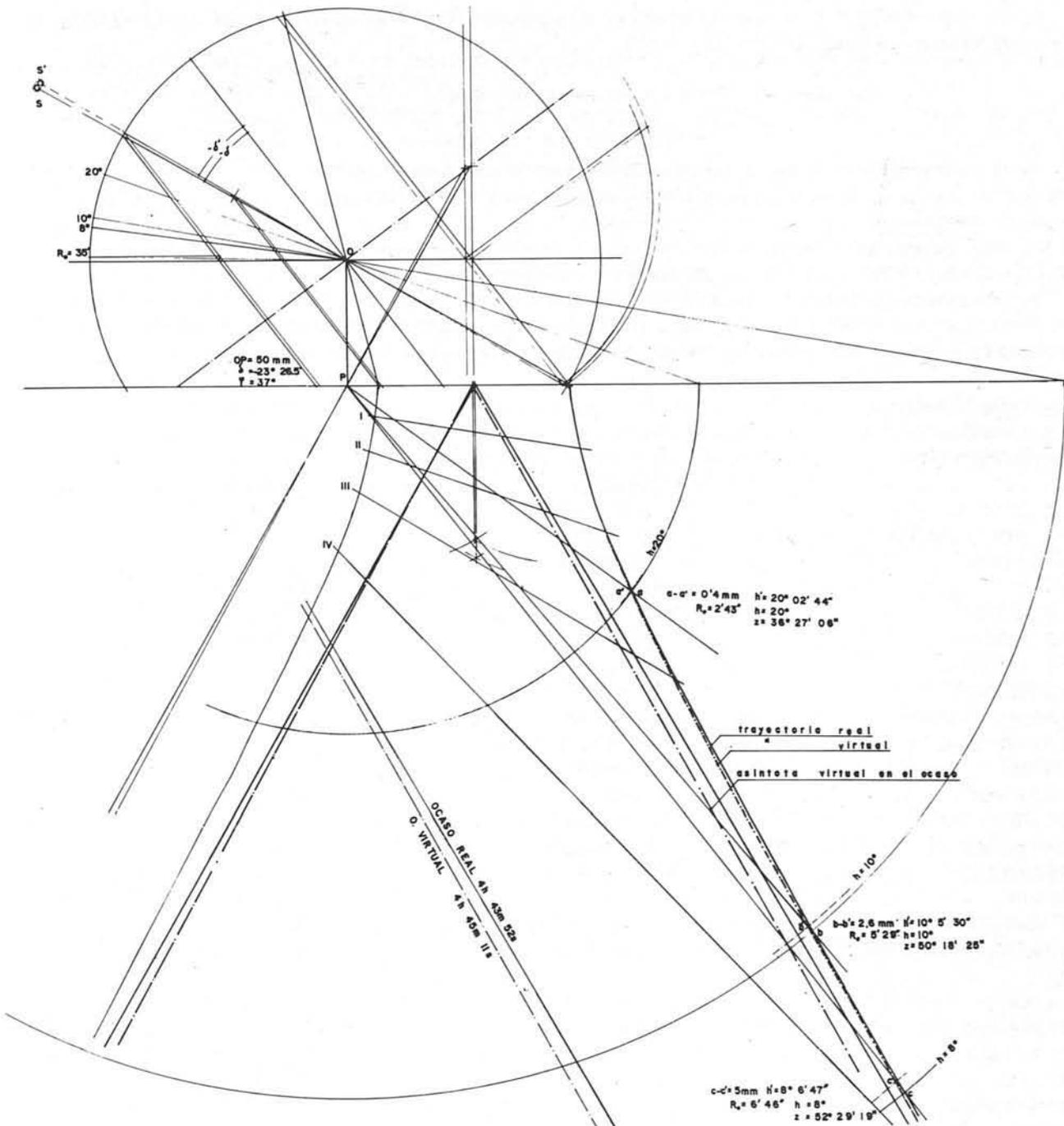


Figura 6: Proyección cónica, sobre un plano horizontal, de las trayectorias real y virtual del Sol correspondiente al solsticio de invierno.

utilizadas para la resolución del triángulo esférico de posición, se puede despejar en ambas $\cos H$ y eliminarlo por igualación, obteniéndose:

$(\cos h \cdot \cos a + \cos \varphi \cdot \sin \delta) \cos \varphi = (\sin h - \sin \varphi \cdot \sin \delta) \sin \varphi$
 expresión de la que se puede obtener el valor del $\cos a$, despejando y simplificando:

$$\cos a = \frac{\sin h \cdot \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \varphi \cdot \cos h} \quad (IV)$$

Por otro lado se sabe que:

$$\sin \delta = -\cos \varphi \cdot \cos h \cdot \cos a + \sin \varphi \cdot \sin h$$

y que, debido a la refracción, el Sol varía su altura pero no su azimut, por lo que podemos escribir:

$$\sin \delta' = -\cos \varphi \cdot \cos (h+R_0) \cdot \cos a + \sin \varphi \cdot \sin (h+R_0) \quad (V)$$

y sustituyendo en (V) el cos a obtenido en la expresión (IV) y simplificando, encontramos la expresión (VI) que nos relaciona el valor de δ' con h, δ , φ y R_0

$$\text{sen } \delta' = \text{sen } \varphi \cdot \text{sen } (h+R_0) - (\text{sen } h \cdot \text{sen } \varphi - \text{sen } \delta) \frac{\cos (h+R_0)}{\cos h} \quad (\text{VI})$$

Las diferencias de horas las podemos hallar a partir de la expresión (III), despejando H y hallándolo una vez en función de los valores reales de h y δ , y otra en función de los virtuales $h'=(h+R_0)$ y δ' deducido este último de la expresión (VI).

Las diferencias de longitudes a-a', b-b', etc., se calcularán mediante la expresión (I), en función de la altura del centro de proyección, la altura considerada h, y la altura virtual ($h=R_0$).

Para mayor facilidad de cálculo se ofrecen los programas realizados en el sistema lógico RN, con los que se pueden obtener la declinación virtual en grados, minutos y segundos; las diferencias horarias en minutos y segundos de tiempo; y, por último, las diferencias de longitudes a-a', b-b', etc., en mm.

01 >LBL "REFRA?"	01 >LBL "H-H"	48 RCL Ø4
02 "LATITUD?"	02 "LATITUD?"	49 COS
03 PROMPT	03 PROMPT	50 /
04 HR	04 HR	51 ACOS
05 STO ØØ	05 STO Ø1	52 -
06 "DECLINACION?"	06 "ALTURA?"	
07 PROMPT	07 PROMPT	53 15
08 HR	08 HR	54 /
09 STO Ø1	09 STO Ø2	55 HMS
10 >LBL Ø1	10 "ALT, V,?"	56 END
11 "ALTURA?"	11 PROMPT	
12 PROMPT	12 HR	
13 HR	13 STO Ø3	
14 STO Ø2	14 "DECLI,?"	
15 "R?"	15 PROMPT	01 >LBL "L-L"
16 PROMPT	16 HR	02 "D?"
17 HR	17 STO Ø4	03 PROMPT
18 STO Ø3	18 "DECLI, V,?"	04 HR
19 RCL ØØ	19 PROMPT	05 STO Ø1
20 SIN	20 HR	06 >LBL Ø1
21 RCL Ø2	21 STO Ø5	07 "ALTURA?"
22 RCL Ø3	22 RCL Ø3	08 PROMPT
23 +	23 SIN	09 HR
24 SIN	24 RCL Ø1	10 STO Ø2
25 *	25 SIN	11 "R?"
26 RCL Ø2	26 RCL Ø5	12 PROMPT
27 SIN	27 SIN	13 HR
28 RCL ØØ	28 *	14 STO Ø3
29 SIN	29 -	15 RCL Ø2
30 *	30 RCL Ø5	16 TAN
31 RCL Ø1	31 COS	17 1/X
32 SIN	32 /	18 RCL Ø2
33 -	33 RCL Ø1	19 RCL Ø3
34 RCL Ø2	34 COS	20 +
35 RCL Ø3	35 /	21 TAN
36 +	36 ACOS	22 1/X
37 COS	37 RCL Ø2	23 -
38 *	38 SIN	24 RCL Ø1
39 RCL Ø2	39 RCL Ø1	25 *
40 COS	40 SIN	26 STOP
41 /	41 RCL Ø4	27 GTO Ø1
42 -	42 SIN	28 END.
43 ASIN	43 *	
44 HMS	44 -	
45 STOP	45 RCL Ø1	
46 GTO	46 COS	
47 END	47 /	

CONCLUSIONES

Analizando el fenómeno de la refracción atmosférica los efectos producidos en la posición del Sol se pueden resumir en los siguientes:

- El Sol se sitúa en una posición virtual que tiene, con respecto a la posición real, el mismo acimut, y una altura virtual igual a la real más el ángulo de refracción, $h' = h + R_0$.
- La variación de la altura motiva un cambio en las coordenadas ecuatoriales en el siguiente sentido:
La declinación virtual es siempre mayor que la declinación real.
El ángulo horario virtual es siempre menor que el real para posiciones posteriores al mediodía, y mayor que el real para posiciones anteriores al mediodía. Es decir, el ángulo medido desde las 12h. hasta la posición virtual es siempre menor que el ángulo medido desde el mismo origen hasta la posición real.
- Las variaciones de la latitud tienen muy poca incidencia en el fenómeno, sobre todo cuando nos movemos entre límites tales como los de la Península Ibérica.
- Debido a las limitaciones normales inherentes a una representación gráfica, el fenómeno de la refracción atmosférica sólo es apreciable por debajo de una altura de observación de 20° .
- Las variaciones máximas de la posición del Sol se dan para alturas $h=0$ —ortos y ocasos—, pues en estos casos el valor de la refracción R_0 es máximo. Los valores de la altura virtual h' , declinación virtual φ' , y diferencia horaria $H-H'$ producidos por la refracción atmosférica en un horizonte de latitud 37° , los días de solsticios y equinoccios, a la puesta y salida del Sol, son:

	h'	δ'	$H' - H$
Solsticio I.	35' 32"	-23° 13' 7"	1 m. 35 s.
Equinoccios.	35' 32"	21' 23"	1 m. 54 s.
Solsticio V.	35' 32"	23° 49' 46"	2 m. 35 s.

- Por último, hacer notar que para mayor exactitud en la utilización de los gráficos de asoleo, si queremos tener en cuenta la refracción atmosférica, cuando estemos resolviendo un problema en el que se considere una altura del Sol sobre el horizonte de menos de 20° , habrá que hacer previamente, a la entrada en el gráfico, la corrección de la hora en $H'-H$, y entrar en el gráfico correspondiente a la declinación virtual.

En el caso tabulado anteriormente se observa que la declinación virtual en el orto y ocaso del solsticio de invierno es de $-23^\circ 13' 7''$. Esta declinación es alcanzada por el Sol ocho días antes o después del solsticio. Esto quiere decir que para las condiciones enunciadas se deberán utilizar los gráficos correspondientes a los días 14 ó 30 de diciembre, en lugar del 22 del mismo mes, día del solsticio.

En el caso de los equinoccios, cuando se trata del de primavera, la declinación virtual tabulada es alcanzada por el Sol un día después y en otoño un día antes; luego se tendrán que utilizar los gráficos correspondientes a los días 21 de marzo y 22 de septiembre, respectivamente.

En el caso del solsticio de verano, el Sol no llegará nunca a alcanzar el valor de la declinación virtual. En este caso habrá que realizar un nuevo gráfico para un sol aparente que tuviese la declinación virtual calculada.

NOTAS

1. RADAU. "Annales de l'Observatoire de Paris" XIX-1889.
2. Refracción astronómica norma para 760 mm. del barómetro y 0° C. del termómetro.
3. Según las fórmulas de transformación de coordenadas:
 $\cos \delta' = \cos H = \sin \varphi' \cdot \cos h + \cos \varphi' \cdot \sin h$
4. Los valores del semidiámetro solar oscilan entre los 16,3' y 15,8' en los solsticios de invierno y verano respectivamente. Almanaque Náutico del Observatorio de Marina.
5. Ver J.M. RAYA. Los cuadrantes solares en la Arquitectura: Nuevos diseños. Cap. 5 —Tesis doctoral—

BIBLIOGRAFÍA

- ANDOYER et LAMBEXT. Cours d'astronomie sphérique et astronomie pratique.
 CHCUVENET (W.). A manual of spherical and practical astronomy. Instituto y O. de Marina de S. Fernando. Almanaque Náutico para 1986.
 Idem. Idem. Efemérides Astronómicas 1986.
 LANGREO M. Astronomía esférica.
 RAYA ROMAN J.M. Los cuadrantes solares en la Arquitectura: Nuevos diseños.
 RIBERA Y URUBURO. Tratado de Astronomía.
 VELA A. Introducción al estudio de la Astronomía esférica.