

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Revisión de la determinación de la resistencia a
compresión en laminados gruesos de material
compuesto

Autor: Isabel Quirós Molina

Tutores: Alberto Barroso Caro

Federico París Carballo



Grupo Elasticidad y Resistencia de Materiales.
Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

Revisión de la determinación de la resistencia a compresión en laminados gruesos de material compuesto

Autor:

Isabel Quirós Molina

Tutores:

Alberto Barroso Caro

Profesor contratado doctor

Federico París Carballo

Catedrático de Universidad

**Grupo Elasticidad y Resistencia de Materiales.
Dep. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2016

Trabajo Fin de Grado:

Revisión de la determinación de la resistencia a compresión en laminados gruesos de material compuesto

Autor: Isabel Quirós Molina
Tutores: Alberto Barroso Caro
Federico París Carballo

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal

*A mis padres,
por su motivación constante
y apoyo incansable*

Agradecimientos

En primer lugar, tengo que agradecer a mis tutores su labor realizada. A Alberto, por toda su dedicación a lo largo de estos meses y su implicación con el proyecto. Ha sido una grandísima ayuda a la hora de realizar este proyecto, siempre dispuesto a explicármelo todo desde cero para que yo lo comprendiese a la perfección. A Federico, por su atención prestada y su interés por el desarrollo del proyecto, así como por sus constantes comunicaciones con el Imperial College para resolver dudas del problema en cuestión, que fueron imprescindibles sobre todo al principio del proyecto.

También agradecer a todo el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales su ayuda prestada. Porque cada persona ha contribuido algo a este proyecto, cada uno en su parcela aportando su conocimiento y buena voluntad.

A mi “pequeña” familia, mis padres y mis hermanos, por apoyarme y animarme siempre a lo largo de estos cuatro años, y a mi gran familia, por estar siempre pendientes de mi progreso, e interesándose por el proyecto, aunque no entendiesen nada de lo que les contase.

A mis amigos, mis inseparables Triviales, por estar ahí siempre desde el primer año de carrera. Por haberme acompañado en cada pasito que he dado, en cada éxito o fracaso, y no dudar nunca de mí. En especial a Antonio, mi apoyo incondicional, por resolverme problemas informáticos, cada pequeña duda que me surgía, leer y darle el visto bueno a ciertas partes del trabajo y sentir este proyecto tanto suyo como mío.

Isabel Quirós Molina

Sevilla, 2016

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo mejorar el ensayo ICSTM (Imperial College Standard Test Method), un ensayo de compresión para laminados gruesos desarrollado en el Imperial College. En la zona de agarre de la mordaza a la probeta aparece una esquina multimaterial que crea un estado singular de tensión, lo que provoca que el dato de la resistencia a compresión que nos proporciona el ensayo sea mucho menor que la real. Ellos mismos ya han propuesto una mejora del ensayo, que ha dado como resultado una resistencia mayor, pero lo hicieron sin fundamento teórico ninguno, por lo que podría existir otra forma con la que mejorásemos aún más el ensayo llegando a obtener la resistencia real.

Lo que haremos será estudiar diferentes modificaciones geométricas desde un punto de vista analítico, viendo la singularidad que aparece en cada caso, y si mejora o no el ensayo original. Buscaremos si existe alguna configuración en la que la singularidad desaparezca, proporcionándonos de esta manera el ensayo la resistencia real a compresión del laminado. Además, definiremos posteriormente un modelo de elementos finitos y hallaremos las tensiones en el entorno de la esquina multimaterial para cada configuración de forma numérica, para corroborar las conclusiones obtenidas con los órdenes de singularidad.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Índice	xiii
Índice de Figuras	xv
Índice de Tablas	xix
1 Introducción	1
1.1 <i>Antecedentes</i>	1
1.2 <i>Revisión bibliográfica</i>	2
1.2.1 Ensayo de compresión Imperial College (ICSTM)	2
1.2.2 Método analítico para el estudio de las singularidades	4
1.3 <i>Objetivos del proyecto</i>	6
2 Análisis paramétrico	9
2.1 <i>Introducción</i>	9
2.2 <i>Descripción modelos</i>	9
2.2.1 Configuración 1	9
2.2.2 Configuración 2	11
2.3 <i>Estudio analítico de las singularidades</i>	12
2.3.1 Configuración 1	13
2.3.2 Configuración 2	15
2.4 <i>Modificaciones paramétricas</i>	18
2.4.1 Modificación de α en la Configuración 1	18
2.4.2 Modificación de α y β en la Configuración 2	20
2.4.3 Modificación del espesor del taco	21
2.4.4 Modificación de la rigidez del taco	22
2.4.5 Radio de curvatura en la esquina	24
3 Modelo de elementos finitos	25
3.1 <i>Modelo Configuración 1</i>	25
3.1.1 Modelo Configuración 1 con radio de curvatura en la esquina	30
3.2 <i>Modelo Configuración 2</i>	34
4 Resultados	41
4.1 <i>Modificación de α en la Configuración 1</i>	41
4.2 <i>Modificación de α y β en la Configuración 2</i>	44
4.2.1 Esquina trimaterial	44
4.2.2 Esquina bimaterial	46
4.3 <i>Modificación del espesor</i>	48
4.3.1 Configuración 1	48
4.3.2 Configuración 2	49
4.4 <i>Modificación de la rigidez del taco</i>	51
4.4.1 Configuración 1	51
4.4.2 Configuración 2	55
4.5 <i>Radio de curvatura en la esquina</i>	58
4.5.1 Radio 1	58
4.5.2 Radio 2	60
4.6 <i>Verificación de los resultados obtenidos</i>	62

5	Análisis de resultados	65
5.1	<i>Interpretación componentes tensionales</i>	65
5.2	<i>Visión general del conjunto de resultados</i>	65
5.3	<i>Configuración más óptima</i>	66
5.3.1	Importancia esquina bimaterial	68
6	Conclusiones	71
	Referencias	73

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1.-Representación del ensayo de compresión ICSTM modificado con el adhesivo	1
Figura 1.2.-Formas de aplicar la carga en un ensayo de compresión	2
Figura 1.3.-Método de fijación Celanese	3
Figura 1.4.-Varios modelos de fijación en la misma escala, completamente montados: (a) IITRI, (b) ASTM D 695 (modificado), (c) ICSTM, (d) Celanese.....	3
Figura 1.5.-Método ICSTM	3
Figura 1.6.-Unión adhesiva a doble solape, problema de estudio en la Tesis de Barroso	4
Figura 1.7.- Distintas probetas sometidas a tracción: a) adhesivo b) configuración bimaterial con la fibra perpendicular a la interfase c) configuración bimaterial con la fibra paralela a la interfase d) configuración bimaterial con la fibra paralela a la interfase y perpendicular al plano de la probeta	5
Figura 1.8.-Órdenes de singularidad de las tres esquinas bimateriales	5
Figura 1.9.-Geometría original y modificada en probetas sometidas a cortante.....	6
Figura 2.1.-Modelo Configuración 1	9
Figura 2.2.-Detalle ángulo α	10
Figura 2.3.-Modelo simplificado Configuración 1	10
Figura 2.4.-Sistema de coordenadas global Configuración 1	11
Figura 2.5.-Detalle α y β	11
Figura 2.6.-Modelo simplificado Configuración 2	11
Figura 2.7.-Sistema de coordenadas global Configuración 2	12
Figura 2.8.-Esquina Configuración 1.....	13
Figura 2.9.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 y fichero de entrada	14
Figura 2.10.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 con $E_{ii}/2$ y fichero de entrada	15
Figura 2.11.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 2 y fichero de entrada	16
Figura 2.12.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 2 con $E_{ii}/2$ y fichero de entrada.....	16
Figura 2.13.-Órdenes de singularidad esquina bimaterial Configuración 2.....	17
Figura 2.14.-Esquinas Config 2	17
Figura 2.15.-Órdenes de singularidad Configuración 1	18
Figura 2.16.-Órdenes de singularidad esquinas Configuración 2	20
Figura 2.17.-Órdenes de singularidad Configuración 1 con $E_{ii}/2$	23
Figura 2.18.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 1, con $E_{ii}/2$	23
Figura 3.1.-Elemento Plane 182 ANSYS.....	25
Figura 3.2.-Definición ángulo α Config. 1	26
Figura 3.3.-Parámetros modelo Config. 1	26
Figura 3.4.-Líneas modelo Config. 1.....	27
Figura 3.5.-Malla modelo Config 1	28

Figura 3.6.-Detalles de la malla en la esquina de la Config 1.....	28
Figura 3.7.-Sistema de coordenadas local 14 situado en la esquina y nodos seleccionados a R1.....	29
Figura 3.8.-Keypoints que forman el arco de curvatura.....	31
Figura 3.9.-Líneas modelo Config 1 con radio de curvatura en la esquina	32
Figura 3.10.-Detalle malla en la zona de curvatura.....	32
Figura 3.11.-Definición ángulos α y β en la Config 2.....	35
Figura 3.12.-Parámetros modelo Config 2.....	35
Figura 3.13.-Keypoints que definen el área del adhesivo	36
Figura 3.14.-Líneas zona adhesivo Config 2	36
Figura 3.15.-Mallado modelo Configuración 2	37
Figura 3.16.-Detalle malla en la esquina trimaterial	37
Figura 3.17.-Detalle de la malla en las dos esquinas.....	37
Figura 4.1.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina para Modelo 1, $\alpha =15^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	42
Figura 4.2.-Representaciones de las tensiones mediante Contour Plot: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	43
Figura 4.3.- Componentes tensionales en el entorno de la esquina para Modelos 1,2, y 3 : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	44
Figura 4.4.- Componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial para Modelos 4 y 6 : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	45
Figura 4.5.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial para Modelos 4 y 5: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	46
Figura 4.6.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaterial para $\beta =45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial:	47
Figura 4.7.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaterial, para $\beta=45^\circ$ y trimaterial, para $\alpha =45^\circ$ y 100° : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial.....	48
Figura 4.8.-Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con los modelos 7 y 8, con $\alpha =90^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	48
Figura 4.9.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las de los modelos 9 y 10, todos con $\alpha =45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	49
Figura 4.10.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las del modelo 9, ambos con $\beta =45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	50
Figura 4.11.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las del modelo 10, ambos con $\beta =45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	51
Figura 4.12.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =15^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	52
Figura 4.13.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =40^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	53
Figura 4.14.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =90^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial	54
Figura 4.15.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =15,40$ y 90° con la rigidez modificada: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial.....	55
Figura 4.16.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =45^\circ$ al	

modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial	55
Figura 4.17.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =100^\circ$ al modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial	56
Figura 4.18.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =150^\circ$ al modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial	57
Figura 4.19.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha =45$ y 150° con la rigidez modificada: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial.....	58
Figura 4.20.-Ángulo θ eje horizontal.....	58
Figura 4.21.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_4=0,75r$	59
Figura 4.22.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_1=r$	59
Figura 4.23.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_2=1,5 \cdot r$	59
Figura 4.24.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_3=3r$	61
Figura 4.25.-Comparación de los puntos situados a una distancia r de la esquina en el modelo con y sin curvatura.....	60
Figura 4.26.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_1=r$	61
Figura 4.27.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_2=1,5 \cdot r$	61
Figura 4.28.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_3=3r$	61
Figura 4.29.- Configuración en la que realizamos la comprobación, con taco a 90°	62
Figura 4.30.-Ajuste de los resultados obtenidos mediante MEF y desarrollo en serie.....	63
Figura 5.1.-Componentes tensionales en coordenadas polares.....	65
Figura 5.2.-Esquina trimaterial Configuración 2, esquema y orden de singularidad, destacado para $\alpha =45^\circ$	66
Figura 5.3.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial de la Config. 2, para $\alpha =45^\circ$ y de la esquina de la Config. 1, para $\alpha =15^\circ$:(a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial.....	67
Figura 5.4.-Situaciones más óptimas comparadas en la Figura 5.3	68
Figura 5.5.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaterial, para $\beta=45^\circ$ y trimaterial, para $\alpha =150^\circ$ con la rigidez modificada a la mitad :(a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial.....	69

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1.-Parámetros geométricos de la Configuración 1	10
Tabla 2.2.-Propiedades de los materiales Configuración 1	10
Tabla 2.3.- Parámetros geométricos configuración 2	12
Tabla 2.4.- Propiedades de los materiales Configuración 2	12
Tabla 2.5.-Modelos 1,2 y 3. Variación del ángulo α en la Configuración 1.	19
Tabla 2.6.- Modelos 4,5 y 6. Variación de los ángulos α y β en la Configuración 2.....	21
Tabla 2.7.-Modelos 7,8,9 y 10. Variación espesor taco.....	22
Tabla 2.8.-Modelos 11 y 12. Radio de curvatura esquina Config 1	24

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

La idea y motivación de este proyecto surgió en el *Euro-Japan Symposium on Composite Materials* que tuvo lugar en Japón en septiembre de 2015. Es una reunión a la que se asiste por invitación, y a esta fue invitado Federico París, tutor de este proyecto, y catedrático de la Universidad de Sevilla perteneciente al departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras. Él realizó allí una presentación acerca de una aplicación del método analítico de singularidades desarrollado por Alberto Barroso, compañero del mismo departamento y tutor también de este proyecto. Este método analítico es un programa desarrollado en Mathematica que sirve para estudiar las singularidades que aparecen en las esquinas multimateriales, siendo capaz de proporcionar los órdenes de singularidad y funciones características de cualquier esquina, sean cuales sean los materiales en contacto y las condiciones de contorno.

Continuando con el Euro-Japan Symposium, entre los asistentes se hallaban representantes del Imperial College de Londres, que vieron la presentación de F. París y se sintieron interesados por este método analítico. Ellos habían presentado previamente en la *Decimosexta Conferencia Internacional de Materiales Compuestos* que tuvo lugar en 2007 un problema de un ensayo de compresión para laminados gruesos [1] en el que existían varias esquinas multimateriales, habiéndolo estudiado simplemente de forma numérica. La posibilidad de poder estudiar este problema de una forma más compleja y precisa les resultó interesante, ya que con este método analítico existía la posibilidad de eliminar las singularidades del problema, por lo que a F. París se le ocurrió la idea de estudiar ese problema en Sevilla con la herramienta desarrollada por Alberto.

Para ensayar a compresión laminados gruesos existen varios métodos de fijación de la probeta. Pero según podemos leer en el artículo presentado por el Imperial College [1], ninguno es ideal, todos fallan en algún aspecto. Ellos se centraron en el sistema ICSTM desarrollado por ellos mismos (Imperial College Standard Test Method) para llevar a cabo el ensayo en los laminados, sistema de fijación que aplica una compresión lateral por medio de unos tornillos a la vez que una compresión directa al final de la probeta. Lo que hay contactando con la probeta es simplemente una mordaza o taco con forma de paralelepípedo, cuya terminación es entonces a 90° . El problema con el que ellos se encontraban aquí era que el fallo en la probeta se producía en la zona del final del taco, y no en la sección central de la probeta, como debería ocurrir si el fallo fuese provocado por la compresión uniforme. En la zona del final del taco lo que había era una esquina multimaterial taco-probeta que creaba un estado singular de tensiones, provocando el fallo en ese punto. Este fallo se producía entonces a una carga mucho menor que la real, que sería la que debería causar el fallo por la compresión propiamente dicha, y no les permitía conocer la resistencia real a compresión del laminado. Por ello decidieron hacer una modificación a la zona del final del taco, haciéndole un chaflán inverso de 45° y añadiendo adhesivo a un ángulo de 45° también con la probeta, pretendiendo con esto evitar el fallo en la zona cercana al final del taco y obtener la resistencia real del laminado. Esta modificación era el objetivo de la presentación de la Conferencia, descrita en el correspondiente artículo [1]. La representación del ensayo modificado, obtenida de [1] también, la podemos ver en la siguiente figura:

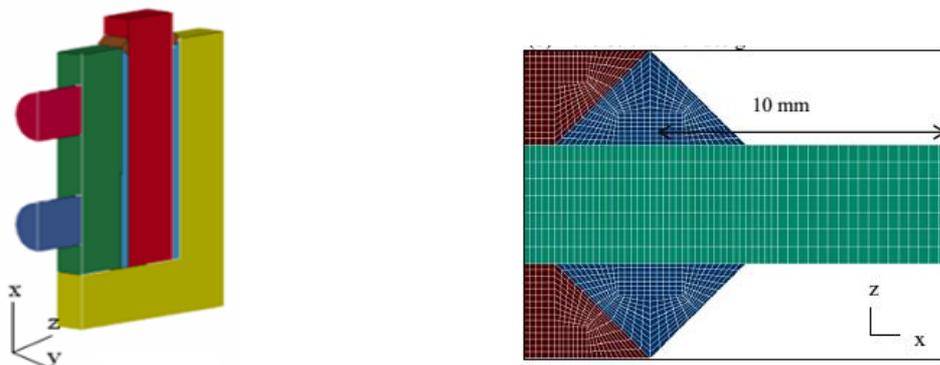


Figura 1.1-Representación del ensayo de compresión ICSTM modificado con el adhesivo

El resultado que obtuvieron con esta modificación fue que la carga de fallo aumentó, y por lo tanto también la resistencia a compresión del laminado. Pero el fallo seguía produciéndose en la zona final del taco, ya que no habían eliminado la singularidad, y por lo tanto no consiguieron obtener la resistencia real del laminado como pretendían. Con esta nueva configuración había dos esquinas multimateriales, a la izquierda una esquina cerrada trimaterial taco-adhesivo-probeta y a la derecha una esquina bimaterial adhesivo-probeta., con lo que existían dos focos de singularidad. El más importante es el de la esquina cerrada de la izquierda pues era ahí donde ocurría el fallo una vez hecha la modificación.

Ellos estudiaron con elementos finitos las configuraciones sin adhesivo y con adhesivo, una vez hecha la modificación, y vieron efectivamente que las tensiones disminuían al añadir adhesivo, pero no encontraban el fundamento teórico que justificase esto. Con el método desarrollado por A. Barroso podíamos encontrar una explicación a esta disminución, y, una vez que la tuviésemos, intentar aumentar aún más la carga de rotura con nuevas configuraciones y estudiar si fuese posible eliminar la singularidad del todo, obteniendo así la resistencia real a compresión del laminado. La obtención de la resistencia real es algo muy importante, pues si el ensayo da una carga de rotura concreta, menor que la real debido a las singularidades que aparecen, ese laminado no puede someterse en servicio a una carga mayor que la que resulta del ensayo, aunque sepamos que su resistencia real es mayor que ésta. Esto es entonces un grave problema para todas las empresas que necesitan someter laminados a compresión en una determinada aplicación, pues les limita la carga a aplicar. Como ejemplo, todas las empresas afectadas serían aquellas del sector aeronáutico, las cuales utilizan materiales compuestos en su día a día. Además, el uso de los materiales compuestos está experimentando un aumento considerable en los últimos años en diversas aplicaciones por los beneficios que éstos aportan, principalmente una alta resistencia en comparación a su bajo peso. Por lo tanto, mejorar este ensayo sería algo importante, de lo que mucha gente saldría beneficiada. Y esto, esencialmente, es lo que vamos a tratar de hacer en este proyecto. Estudiaremos las esquinas singulares con el programa desarrollado por A. Barroso desde un punto de vista analítico, viendo las diferentes configuraciones posibles, y si alguna de ellas consigue reducir o eliminar la singularidad.

1.2 Revisión bibliográfica

En esta sección vamos a tratar de exponer todo lo que hay escrito acerca del método del ensayo de compresión desarrollado por el Imperial College (ICSTM) y sus aplicaciones para laminados gruesos, así como del método analítico desarrollado por A. Barroso para estudiar singularidades.

1.2.1 Ensayo de compresión Imperial College (ICSTM)

Empezando por el método de compresión ICSTM, fue desarrollado por F. L. Matthews en la década de los 80, y aparece descrito por ese mismo autor en el capítulo 5 de un libro escrito por J.M. Hodgkinson titulado "Mechanical testing of advanced fibre composites" [2]. Primeramente, el autor comienza describiendo los tipos de ensayo de compresión que existen, según la forma de aplicar la carga en el espécimen a ensayar: directamente en el extremo de la probeta, mediante cortante, o una forma mixta que combina ambas.

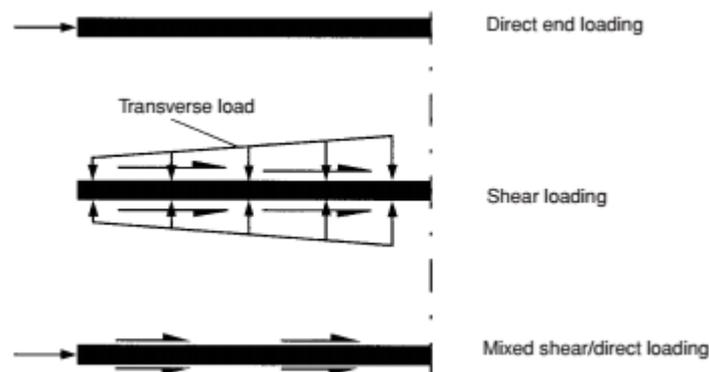


Figura 1.2.-Formas de aplicar la carga en un ensayo de compresión

Los primeros métodos de ensayo de compresión desarrollados aplicaban la carga mediante cortante, como el Celanese, descrito en [2]. En este tipo de ensayos la geometría, material y precisión de las mordazas influyen en la manera en que la probeta falla, y por tanto en su resistencia a compresión, por lo que es necesario hacer un montaje y diseño preciso de las mordazas.

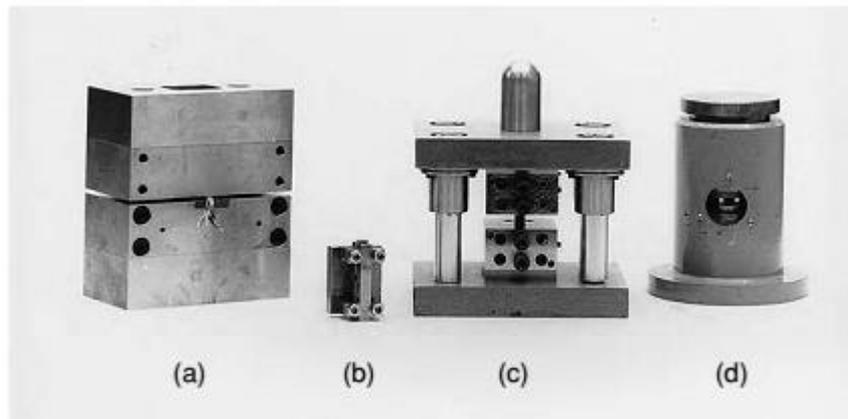
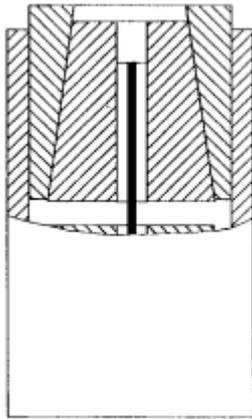


Figura 1.3.-Método de fijación Celanese

Figura 1.4.-Varios modelos de fijación en la misma escala, completamente montados: (a) IITRI, (b) ASTM D 695 (modificado), (c) ICSTM, (d) Celanese

Después de este primer sistema de fijación desarrollado se fueron haciendo distintas modificaciones, que dieron lugar a otros sistemas como el IITRI, ASTM D 695, RAE, Birmingham... Algunos de ellos aparecen representados en la Figura 1.4, junto con el desarrollado por el Imperial College (ICSTM) del que hemos hablado anteriormente, que fue una modificación del Birmingham, sistema que aplicaba ya la carga de forma mixta. En la Figura 1.5 aparece representado con más detalle el sistema de fijación ICSTM, sistema mixto, en el que las cargas laterales son aplicadas por medio de tornillos a un bloque que ejerce presión sobre la probeta, a la vez que se aplica una compresión directa sobre el extremo de ésta.

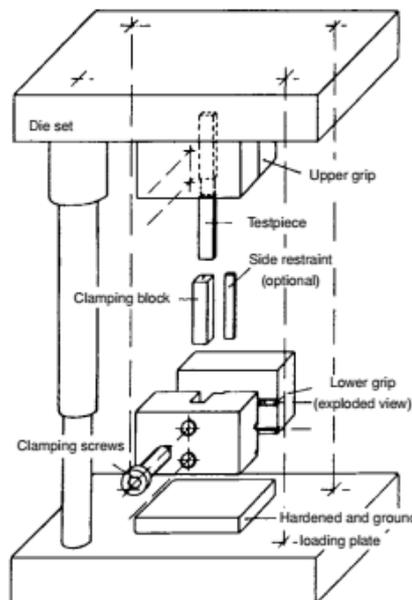


Figura 1.5.-Método ICSTM

Muchos de los métodos expuestos anteriormente se han convertido hoy día en estándares de ciertas organizaciones, como por ejemplo el Celanese ligeramente modificado, que se ha convertido en el estándar alemán DIN 29971 y en el del CRAG (Composites Research Advisory Group). Todo ello está descrito con exactitud en [2]. También en esa misma fuente podemos encontrar información acerca de la forma y dimensiones

recomendadas de los especímenes y sus mordazas.

Este mismo autor, F.L. Matthews, escribió anteriormente al capítulo de este libro, en 1993, un artículo junto con J.G. Haberle acerca de la influencia de los métodos de ensayo de compresión en la resistencia a compresión de plásticos reforzados con fibra [3], en el que ya se hablaba acerca del método ICSTM.

Por último, el artículo que es de obligatoria mención aquí es el que presentaron varios investigadores del Imperial College en la conferencia que tuvo lugar en Japón en 2007, del que hemos hablado en la motivación del proyecto [1]. En este artículo se propuso una mejora del ensayo de compresión utilizando el sistema ICSTM, añadiendo adhesivo al final del taco, para intentar así aumentar la resistencia a compresión de laminados gruesos. En él se hace un estudio con elementos finitos de las tensiones en la probeta antes y después de la modificación, viendo que efectivamente mejoran al añadir el adhesivo.

1.2.2 Método analítico para el estudio de las singularidades

En 2003, Barroso et al. publican el primer artículo acerca de este tema [4], en el que se detallan todos los fundamentos y teoría de esta herramienta del cálculo de singularidades para esquinas multimateriales anisótropas. Esta herramienta es capaz de proporcionar el orden de singularidad de cualquier esquina, así como las funciones características de tensiones y desplazamientos, dependiendo ambas únicamente del problema local de la esquina: materiales, geometría y condiciones de contorno. También se exponen comparaciones de los resultados arrojados por este método con los obtenidos anteriormente por otros autores para unos problemas de esquinas concretos, y podemos observar que son exactamente iguales, quedando pues el método validado.

Posteriormente, en 2007 Barroso publica su Tesis Doctoral [5]. Esta Tesis ha tenido especial importancia en este proyecto, pues ha sido necesario leerla y comprenderla en profundidad antes de empezar a realizar el proyecto. Pues en ella se exponen de nuevo los fundamentos analíticos de esta herramienta y los resultados que es capaz de obtener, así como su implementación en un código en Mathematica. También está desarrollado el trabajo numérico necesario para obtener el factor de intensificación de tensiones generalizado, que a diferencia del orden de singularidad y las funciones características, no depende del problema local sino del problema global: condiciones de contorno y geometría del problema completo. Con los órdenes de singularidad ($1-\lambda_k$), funciones características (f_{ijk} y g_{ik}), y factores de intensificación de tensiones (K_k) ya tenemos la caracterización tensional y en desplazamientos de la esquina a través de la representación asintótica:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{(r/L)^{1-\lambda_k}} f_{ijk}(\theta) + \sigma_{ij0}(\theta)$$

$$u_i(r, \theta) = \sum_{k=1}^n K_k (r/L)^{\lambda_k} g_{ik}(\theta) + u_{i0}(r, \theta)$$

En esta Tesis se aplica esta caracterización tensional a uniones adhesivas con materiales compuestos, como el que se muestra en la Figura 1.6., estudiando las singularidades de todas las esquinas que aparecen en este problema. Se halla también la solución mediante elementos finitos y se comprueba que coincide exactamente con la obtenida mediante la expresión analítica, validando de esta forma los resultados obtenidos.

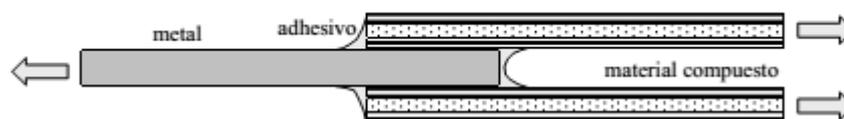


Figura 1.6.-Unión adhesiva a doble solape, problema de estudio en la Tesis de Barroso

Otra publicación en la que podemos encontrar descrito el procedimiento para la obtención de los factores de intensificación de tensiones es la de Barroso et Al. en 2012 [6]. Se basa en minimizar el error cuadrático (función Π) entre la solución numérica (obtenida mediante elementos de contorno en esta publicación) y la solución analítica, que está en función de las K_i , factores de intensificación de tensiones. Al derivar entonces e

igualar a cero, las únicas incógnitas son los factores de intensificación de tensiones, con lo que es directa su obtención.

$$\Pi(K_1, \dots, K_k) = \sum_{\alpha=1}^A \sum_{j=0}^N \sum_{n=1}^M \left[u_{\alpha}^{MEC}(r_n, \theta_j) - u_{\alpha}^{ser}(r_n, \theta_j, K_1, \dots, K_k) \right]^2$$

$$\frac{\partial \Pi(K_1, \dots, K_k)}{\partial K_i} = 0, \quad (i=1, \dots, k).$$

En este artículo se analiza también la influencia en la solución de los nodos escogidos para realizar el análisis con elementos de contorno, llegando a la conclusión de que si seleccionamos nodos que se encuentran demasiado cerca o lejos de la esquina el resultado no es muy exacto. Se comparan de nuevo en esta publicación los resultados analíticos obtenidos mediante el desarrollo en serie con los obtenidos con elementos de contorno y con trabajos anteriores de otros autores, validando el método utilizado.

También podemos encontrar en publicaciones de ese mismo año, 2012, ejemplos de aplicación de este método analítico para calcular la rigidez a fractura de esquinas cerradas multimateriales con material compuesto, Barroso et al. [7]. Y en Vicentini et al. [8] podemos encontrar una descripción del procedimiento seguido para obtener esta rigidez a fractura experimentalmente.

Un artículo bastante interesante es el publicado por Barroso et al. en 2016 [9], en el se trata la eliminación de singularidades en esquinas bimateriales. Las esquinas en estudio son las del problema que se muestra en la Figura 1..

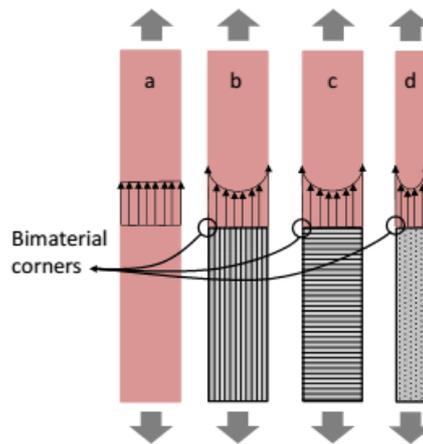


Figura 1.7.-Distintas probetas sometidas a tracción: a) adhesivo b) configuración bimaterial con la fibra perpendicular a la interfase c) configuración bimaterial con la fibra paralela a la interfase d) configuración bimaterial con la fibra paralela a la interfase y perpendicular al plano de la probeta

Para estas distintas esquinas, tenemos en el artículo los órdenes de singularidad, que se muestran en la Figura 1.

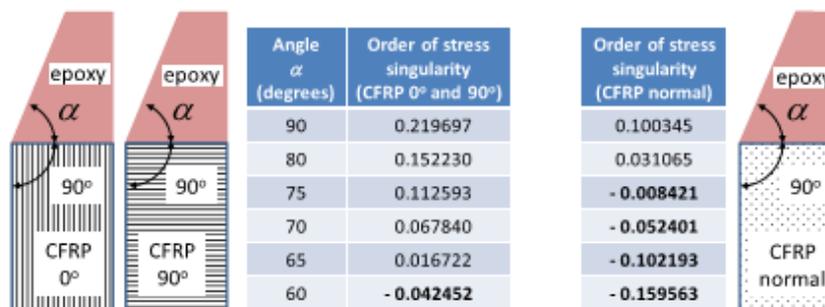


Figura 1.8.-Órdenes de singularidad de las tres esquinas bimateriales

Como podemos observar, hay un momento en el que el orden de singularidad pasa de positivo a negativo, indicando que existe algún ángulo α en el que el orden de singularidad es cero. Este ángulo es aproximadamente 65° en las dos esquinas de la izquierda. Si hacemos entonces una pequeña muesca en la zona de la esquina con ese ángulo, la singularidad quedaría eliminada y aumentaríamos la resistencia a tracción de la muestra. Para probetas sometidas a cortante, con otra geometría distinta, de nuevo aparecen las esquinas bimateriales, y podríamos hacerle la misma muesca a 65° para eliminar la singularidad. En la Figura 1.7 podemos ver la geometría modificada después de realizar la muesca de las probetas a cortante.

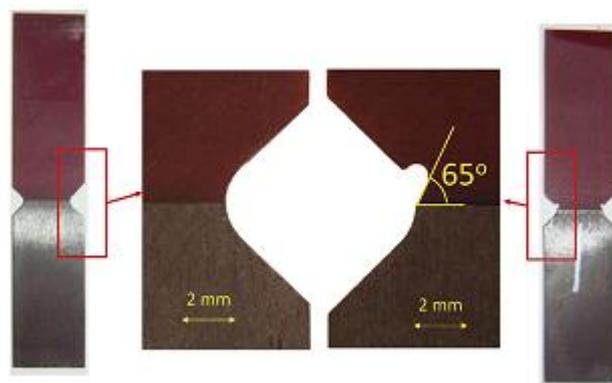


Figura 1.7.-Geometría original y modificada en probetas sometidas a cortante

En esta misma publicación se muestran resultados experimentales en los que se observa el aumento de resistencia al hacer la muesca y eliminar la singularidad. Esto puede ser muy interesante en el problema que nosotros estamos tratando, pero no en todas las esquinas hay un ángulo para el que la singularidad desaparece. Es cuestión de estudiar los órdenes de singularidad en las esquinas de nuestro problema y ver si los órdenes de singularidad pasan en algún momento de positivos a negativos.

1.3 Objetivos del proyecto

Haciendo una síntesis de todo lo hablado anteriormente, lo que pretendemos con este proyecto es estudiar el problema del ensayo de compresión para laminados gruesos del Imperial College (ICSTM) desde un punto de vista analítico y numérico. Estudiaremos el ensayo original, antes de añadir el adhesivo, y el modificado, después de añadirlo. Veremos la justificación analítica del aumento de la resistencia a compresión al añadir el adhesivo, y estudiaremos diferentes modificaciones geométricas y del material para ver si existe la posibilidad de aumentar aún más esta resistencia, lo que implicaría disminuir la singularidad de las esquinas o incluso hacerla desaparecer, hallando de esta última forma la resistencia real a compresión del laminado. Además, haremos un estudio numérico de las diferentes configuraciones para corroborar las conclusiones obtenidas a priori con los órdenes de singularidad en cuanto a las configuraciones más óptimas, aquellas con un orden de singularidad más bajo. Si los factores de intensificación de tensiones (K), que también influyen en las tensiones, varían mucho de una situación a otra, sólo con el orden de singularidad no podríamos llegar a ninguna conclusión, ya que, si el orden de singularidad es muy alto pero la K cercana a cero, ese modo no se manifiesta apenas. Pero en nuestro caso no vamos a tener ese problema, porque las modificaciones geométricas que vamos a realizar son en una zona muy localizada del problema, en las esquinas, con lo que la geometría global del problema no va a cambiar, y por lo tanto suponemos que las K tampoco. Esto es algo que también comprobaremos con el estudio numérico de elementos finitos, si las tensiones en dos configuraciones con igual orden de singularidad son iguales, significa que la K no ha variado tampoco de una situación a otra.

Empezaremos en el capítulo dos realizando un análisis paramétrico. Veremos qué parámetros admiten modificación y qué valores de parámetros vamos a seleccionar para estudiar numéricamente. Para ello necesitamos primero la información del orden de singularidad. Por medio del programa de A. Barroso hallaremos el orden de singularidad de cada esquina multimaterial, y su variación al modificar los diferentes parámetros. Gracias a esta información, escogeremos valores de parámetros que me den un orden de

singularidad característico (mínimo, máximo, medio...) y definiremos diferentes configuraciones a analizar. Una vez definidas estas, en el capítulo tres describiremos el modelo de elementos finitos empleado, que será el que introduciremos posteriormente en el programa ANSYS con el objetivo de hallar las tensiones en cada una de las configuraciones, y ver si podemos establecer alguna relación entre la variación que experimenta el orden de singularidad entre dos configuraciones y la variación de las tensiones. En el capítulo cuatro expondremos los resultados numéricos hallados, y en el quinto los analizaremos de manera global. Por último, en el sexto capítulo hablaremos de las conclusiones obtenidas, y veremos si ha sido posible mejorar el ensayo. Es decir, encontrar una configuración con la que desaparezca la singularidad y sea posible hallar la resistencia real a compresión del laminado, o por lo menos una con la que la singularidad disminuya, y por lo tanto aumente la resistencia del laminado.

2 ANÁLISIS PARAMÉTRICO

2.1 Introducción

A lo largo de todo este trabajo vamos a considerar las dos variantes del ensayo de compresión que el Imperial College presenta: el ensayo original con una mordaza formando un ángulo de 90° con la probeta y el ensayo modificado añadiendo adhesivo con un ángulo de 45° . En este capítulo haremos un modelo de cada una de las variantes, estudiando los parámetros de los que depende cada modelo, y analizando cuáles son sus límites y restricciones (2.2). Una vez hecho esto, detallaremos cuáles son las modificaciones de cada parámetro que vamos a realizar en este análisis paramétrico, y las diferentes configuraciones resultantes (2.4). El objetivo perseguido con todo esto es analizar posteriormente los niveles tensionales de cada configuración, viendo la influencia que en ellos tiene la modificación de uno o varios parámetros del modelo. Este análisis tensional lo haremos mediante un modelo de elementos finitos, que vendrá descrito en capítulos posteriores.

Como hemos adelantado, contamos con una herramienta analítica que nos permite conocer el orden de singularidad de cada esquina para cada configuración, el cual depende sólo de la configuración local de ésta, geometría y propiedades de los materiales en contacto. El orden de singularidad va directamente ligado a las tensiones, por lo que modificaciones de la geometría o material que afecten al orden de singularidad afectarán a los niveles tensionales de igual manera, siempre que no se modifique en gran medida el factor de intensificación de tensiones, que es el otro parámetro importante que influye en las tensiones. Esto será de vital importancia a la hora de escoger los valores que adoptarán los parámetros en nuestro análisis paramétrico, ya que buscaremos que las diferentes configuraciones tengan un interés especial en cuanto al orden de singularidad. Por ejemplo, escogeremos configuraciones en las que el orden de singularidad sea muy distinto, para ver si las tensiones también son muy distintas, o configuraciones con igual orden de singularidad, que deben tener iguales tensiones si la K no varía de una situación a otra. Es por ello que será necesario realizar en este capítulo el estudio analítico de las singularidades previamente a la elección de las diferentes configuraciones. Estudiaremos en (2.3) la evolución del orden de singularidad en cada esquina frente a la modificación de algún parámetro geométrico y/o propiedades del material.

2.2 Descripción modelos

Vamos a hacer representaciones en dos dimensiones de los ensayos de compresión, pues se trata de una geometría muy sencilla y las cargas se encuentran todas en un mismo plano. Distinguiremos entre el ensayo original, al que llamaremos Configuración 1, y el ensayo modificado con el adhesivo, Configuración 2.

2.2.1 Configuración 1

Una representación de la Configuración 1 podría ser la siguiente:

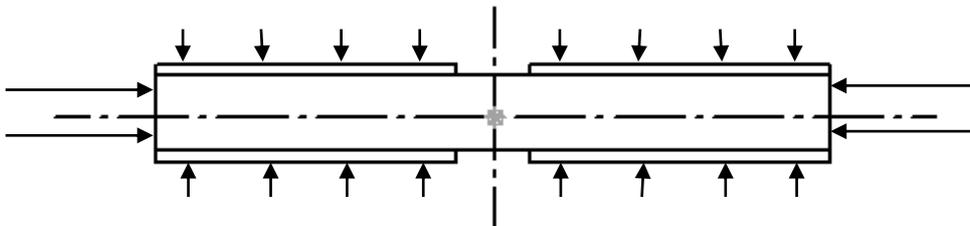


Figura 2.1.-Modelo Configuración 1

En este modelo podemos ver la probeta, y los tacos a cada extremo de ésta formando 90° . La compresión propiamente dicha se aplica en los extremos, pero en los tacos se aplica también una pequeña presión lateral.

Como podemos apreciar en esta representación, existe una doble simetría, respecto al eje de la probeta y respecto al plano perpendicular a la probeta que pasa por el centro de esta. Esto nos permite centrarnos a partir de ahora sólo en un cuarto del modelo, lo que supone una mayor comodidad a la hora de trabajar.

El modelo de la Configuración 1 con el que vamos a trabajar sería entonces el siguiente:

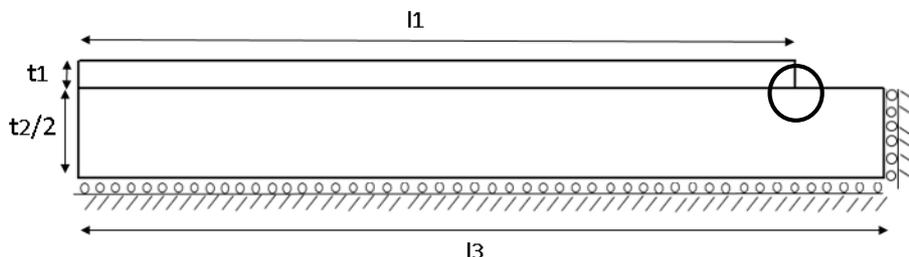


Figura 2.2.-Modelo simplificado Configuración 1

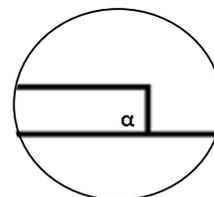


Figura 2.3.-Detalle ángulo α

En el modelo anterior hemos incluido ya el nombre de los diferentes parámetros que definen la geometría de nuestro problema. Los valores que estos parámetros adoptan originalmente, en los ensayos del Imperial College, son los siguientes (valores obtenidos de [1]):

Parámetro	Definición	Valor numérico
l_1	Longitud del taco	40 mm
l_3	Mitad de la longitud de la probeta	45 mm
t_1	Espesor del taco	1,6 mm
t_2	Espesor de la probeta	10 mm
α	Ángulo taco-probeta	90°

Tabla 2.1.-Parámetros geométricos de la Configuración 1

Los datos referentes a la probeta, longitud l_3 y espesor t_2 , son parámetros fijos, que no admiten modificación. También la longitud del taco l_1 la consideraremos fija e igual a 80 mm. Por lo tanto, de este modelo sólo podríamos modificar los parámetros geométricos t_1 y α .

Además de los parámetros geométricos, otro de los aspectos importantes del modelo son las propiedades de los materiales. La probeta es un material compuesto, T300/914, fibra carbono-epoxy, y el taco un laminado de vidrio-epoxy. Las propiedades de éstos son las que vienen definidas en la siguiente tabla:

Material	E_{11} , GPa	E_{22} , GPa	E_{33} , GPa	G_{12} , GPa	G_{23} , GPa	G_{31} , GPa	ν_{21}	ν_{31}	ν_{32}
T300/914	129	8,4	8,4	4,2	3,0	4,2	0,02	0,02	0,4
Vidrio-epoxy	27	29	7	7,4	4	4	0,2	0,3	0,3

Tabla 2.2.-Propiedades de los materiales Configuración 1

Estas propiedades fueron obtenidas de [1].

Las propiedades vienen definidas respecto a unos ejes 1, 2 y 3. La dirección 1 se corresponde con la dirección X, el eje de la probeta, la 2 con el eje Y, perpendicular a la probeta en el plano del modelo, y la 3 con la dirección Z, fuera del plano. En la Figura 2.2 podemos ver la representación del sistema global adoptado.

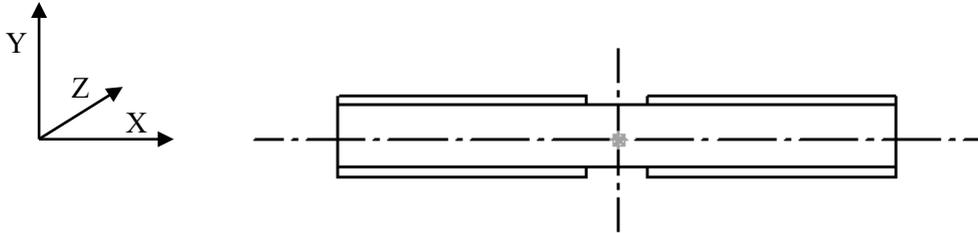


Figura 2.2.-Sistema de coordenadas global Configuración 1

Como hemos comentado anteriormente, también podemos variar las propiedades de los materiales para cambiar el orden de singularidad de la esquina y con ello el nivel tensional. La probeta no puede modificarse, pues ese es el material sobre el que estamos realizando el ensayo. Podríamos cambiar entonces algunas de las propiedades del taco. De todas ellas, las que vamos a modificar son las rigideces E_{11} , E_{22} y E_{33} , reduciéndolas a la mitad de su valor, y considerando un material pues, mucho menos rígido. Nosotros llevaremos a cabo esa modificación teóricamente, pero luego otro asunto sería ver si existe un material que cumpla con esas características. En el punto 2.4 detallaremos con más exactitud esta y otras modificaciones, como las relativas a la geometría.

2.2.2 Configuración 2

Una vez descrita la configuración del ensayo original, pasamos a exponer el modelo que hemos realizado de la segunda configuración. Ésta es muy parecida a la primera, simplemente modificamos el final del taco haciéndole un chaflán inverso a 45° , y añadimos el adhesivo, que queda formando también un ángulo de 45° con la probeta.

Mostramos directamente el modelo simplificado, habiendo aplicado ya la doble simetría, pues es con el que vamos a trabajar en este proyecto:

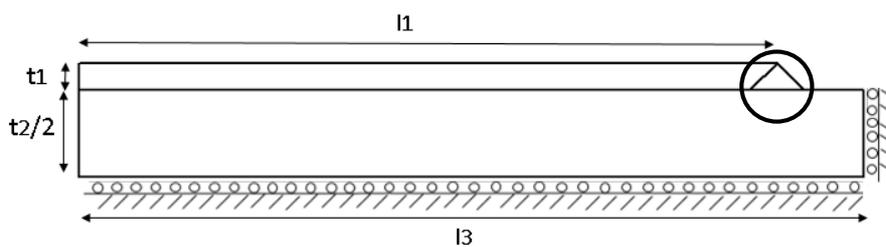


Figura 2.5.-Modelo simplificado Configuración 2

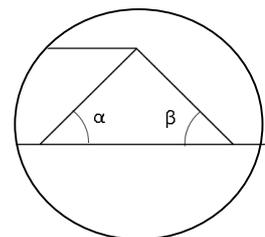


Figura 2.6.-Detalle α y β

Para una mayor sencillez hemos definido los parámetros igual que en el otro modelo, variando únicamente la definición de los ángulos, la cual podemos observar en la Figura 2.. El valor que estos parámetros adoptan en los ensayos del Imperial College los podemos encontrar en [1], y son exactamente los mismos valores que en la Configuración 1, por lo que no vamos a volver a definirlos. Cambian solamente los ángulos:

α	Ángulo izquierdo adhesivo-probeta	45°
β	Ángulo derecho adhesivo-probeta	45°

Tabla 2.3.- Parámetros geométricos configuración 2

Al igual que antes, los parámetros geométricos de la probeta son fijos, no modificables, y la longitud l_1 la vamos a considerar también fija, por lo que los parámetros que admiten alguna modificación son t_1 , α y β .

En relación a los materiales, son los mismos ya definidos anteriormente más el adhesivo, material isotrópico, cuyas propiedades se encuentran en la misma fuente [1], y son las que aparecen en la siguiente tabla:

Material	E_{11} , Gpa	E_{22} , Gpa	E_{33} , Gpa	G_{12} , Gpa	G_{23} , GPa	G_{31} , GPa	ν_{21}	ν_{31}	ν_{32}
Adhesivo	2.87	-	-	-	-	-	0,37	-	-

Tabla 2.4.- Propiedades de los materiales Configuración 2

En esta configuración vamos a llevar a cabo las mismas modificaciones que en la anterior configuración en cuanto a los materiales: sólo cambiaremos las rigideces E_{11} , E_{22} y E_{33} del taco, reduciéndolas a la mitad.

El sistema de coordenadas global considerado es el mismo que en el caso anterior, correspondiéndose de nuevo 1 con X, 2 con Y y 3 con Z.

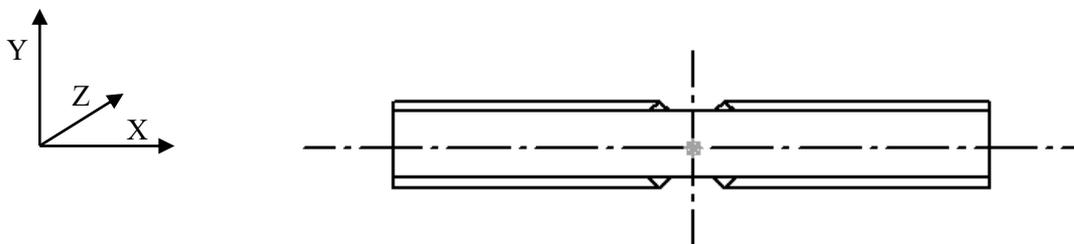


Figura 2.3.- Sistema de coordenadas global Configuración 2

Todas las modificaciones detalladas, de los materiales y geometría, se encuentran en el 2.4 de este mismo capítulo.

2.3 Estudio analítico de las singularidades

En nuestro problema nos encontramos con varias esquinas multimateriales, y en ellas el estado de tensiones es singular, pues las tensiones no están acotadas a medida que nos acercamos a la esquina ($r \rightarrow 0$). Es la misma situación que se da en una grieta, caso más conocido de singularidad. De la Tesis Doctoral de Barroso, [5], sacamos la expresión de las tensiones asintóticas en un sistema de coordenadas polar centrado en el vértice de la esquina:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{\left(\frac{r}{L}\right)^{1-\lambda_k}} f_{ijk}(\theta) + \sigma_{ij0}(\theta) \quad (2.1)$$

donde: r es la distancia al vértice, L una distancia característica del problema, K_k son los coeficientes del

desarrollo en serie denominados factores de intensificación de tensiones generalizados (FITGs), λ_k son los exponentes característicos (y $1 - \lambda_k$ los órdenes de singularidad en tensiones), $f_{ijk}(\theta)$ las funciones características y $\sigma_{ij0}(\theta)$ es el término no singular independiente de la coordenada r .

Con el programa desarrollado en Mathematica por A. Barroso puedo obtener los órdenes de singularidad de cada una de las esquinas de mi problema, así como las funciones características. Ambos dependen únicamente del problema local en el entorno del vértice de la esquina multimaterial, es decir, de los materiales en contacto y de la geometría del problema: la posición y el ángulo que barre cada uno de los materiales.

Como podemos observar en la ecuación (2.1), $\sigma_{ij} \approx r^{-\delta}$ siendo $\delta = 1 - \lambda$ el orden de singularidad, que está acotado superiormente por 1 para que la densidad de energía de deformación permanezca acotada. Además, si $\delta < 0$ las tensiones en $r \rightarrow 0$ son finitas, y desaparece la singularidad, por lo que también estaría acotado inferiormente por cero. Conociendo el orden de singularidad de una esquina, podemos estimar los niveles de tensión a una distancia r determinada de ésta, aunque es cierto que para conocer con más exactitud las tensiones deberíamos conocer también los FITG.

Estudiaremos entonces en esta sección el orden de singularidad de cada esquina, y veremos su variación conforme modificamos los parámetros geométricos o de material anteriormente citados. Obtendremos estos órdenes de singularidad mediante el programa de A. Barroso, como hemos comentado. El fichero de texto de entrada al programa tiene siempre la misma estructura: contiene tantos bloques como materiales, en los que se definen las propiedades de estos y los ángulos que abarcan, más un bloque de caracterización general de la esquina.

- 1^{er} bloque caracterización:
- | | |
|---|---|
| a | b |
| c | e |
- a: número de materiales que forman la esquina
 - b: tipo de condiciones de contorno (3-esquina abierta con ambos bordes libres, 5-esquina cerrada)
 - c, d, e: tipo de material (1-isótropo, 2-ortótropo).
Tantos parámetros como el n° definido en a.

- Bloques definición materiales ortótropos:
- | | |
|------------|-----------------------|
| α_1 | α_2 |
| E_{11} | E_{22} E_{33} |
| G_{12} | G_{13} G_{23} |
| ν_{12} | ν_{13} ν_{23} |
| 0 | 0 0 |
- Las últimas tres cifras se refieren a la orientación de la fibra en el espacio. En nuestro caso va a ser siempre cero porque consideramos las fibras orientadas en dirección x .
- Si el material fuera isótropo, tendría sólo dos líneas: la primera línea sería idéntica y la segunda sería simplemente E y ν .

2.3.1 Configuración 1

En esta primera configuración nos encontramos con una esquina abierta con dos materiales en contacto, el taco y la probeta:

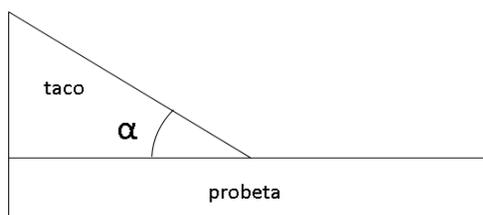


Figura 2.4.-Esquina Configuración 1

Para obtener el orden de singularidad de esta esquina para diferentes ángulos, lo que hacemos es ir variando el ángulo inicial α_1 del taco en el fichero de entrada, es decir α en nuestro esquema de la esquina ($\alpha_1=180-\alpha$), dejando constantes las propiedades del material, y obtenemos los siguientes resultados:

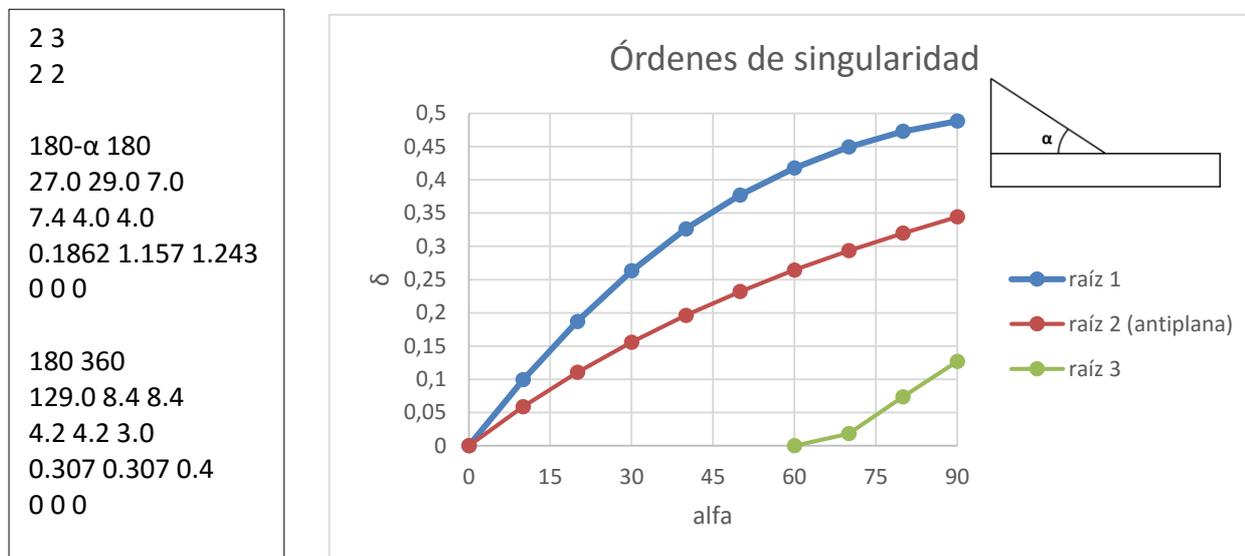


Figura 2.5.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 y fichero de entrada

Estos órdenes de singularidad que aparecen en la Figura 2.5 son los correspondientes a la geometría y materiales de esta esquina para cualquier configuración de cargas. El problema que aquí estamos tratando es un problema plano, geometría y cargas son coplanarias, por lo que la raíz antiplana no se va a manifestar. Tendremos pues, un único orden de singularidad hasta $\alpha=90^\circ$, donde ya aparecerá el tercer orden de singularidad que observamos en la figura de pequeño valor.

El resultado obtenido de los órdenes de singularidad es lógico, tal y como podíamos haber sospechado antes de realizar el análisis. Conforme el ángulo α es menor, el orden de singularidad va disminuyendo, pues nos vamos acercando a la situación de $\alpha=0^\circ$, situación en la que no existe esquina alguna y la singularidad desaparece. El mayor orden de singularidad se da entonces para $\alpha=90^\circ$, como podemos observar. Para este ángulo tenemos una singularidad muy alta, cercana a $\delta=0.5$, singularidad que se da en la configuración de grieta. Sólo con esta gráfica podemos explicar por qué el valor de resistencia que obtenían en el Imperial College con su primer ensayo era tan bajo, debido a esta alta singularidad en la esquina. Posteriormente lo verificaremos con un análisis tensional en elementos finitos.

Una vez obtenidos estos resultados, podemos variar las propiedades del taco y observar el cambio que se produce en los órdenes de singularidad. Lo que haremos será dividir las rigideces E_{11} , E_{22} y E_{33} por la mitad como comentamos en la sección anterior, simplemente cambiándolo en el fichero de entrada.

Como podemos observar en la Figura 2.6.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 con $E_{ii}/2$ y fichero de entrada, se produce una variación brusca de los órdenes de singularidad al modificar las propiedades del taco. Al disminuir la rigidez, δ también disminuye. Esto también es algo esperado, pues si llegásemos al caso extremo de rigidez del material nula, significaría que no habría material, con lo que tampoco existiría ni esquina ni singularidad. Por lo que al disminuir la rigidez obligatoriamente debe disminuir el orden de singularidad. Si nos fijamos sólo en la primera raíz, que es la más importante de las que se manifiestan en nuestro caso, la variación de δ es mayor para valores de ángulos pequeños, siendo pequeña la variación para ángulos grandes. La tercera raíz desaparece con $E_{ii}/2$.

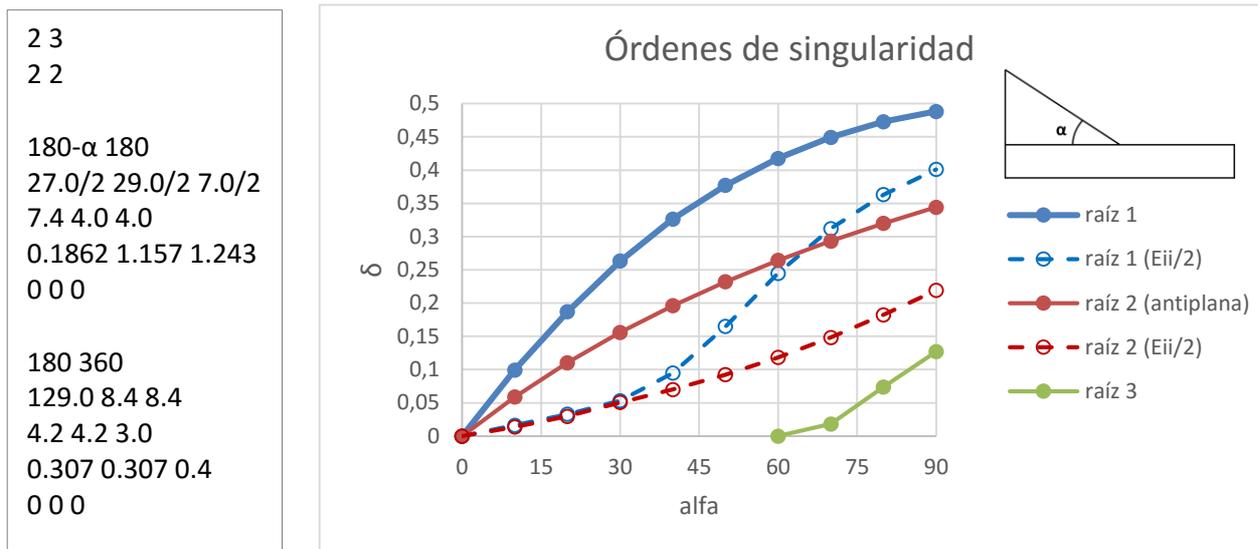


Figura 2.6.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 con Eii/2 y fichero de entrada

2.3.2 Configuración 2

En esta configuración tengo dos esquinas distintas. A la izquierda se encuentra una esquina cerrada trimaterial y a la derecha una esquina abierta bimaterial como la de la configuración 1, pero con diferentes materiales en contacto, y, por tanto, diferente orden de singularidad.

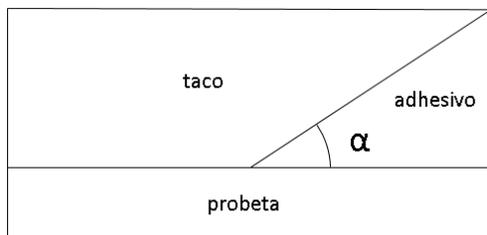


Figura 2.11.-Esquina trimaterial Configuración 2

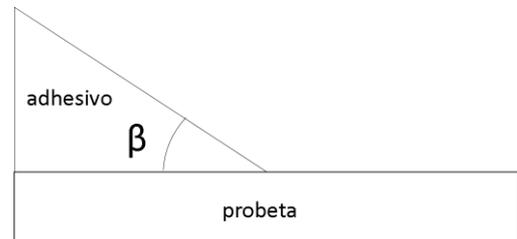


Figura 2.12.-Esquina bimaterial Configuración 2

A continuación, estudiaré cada una de estas esquinas por separado, analizando los órdenes de singularidad de cada una de forma independiente, pues son problemas distintos.

2.3.2.1 Esquina trimaterial

Los órdenes de singularidad de esta esquina los obtenemos al igual que antes con el programa de A. Barroso. Dejando las propiedades del material fijas, variamos el ángulo α , y obtenemos la evolución del orden de singularidad que aparece en la Figura 2.7.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 2 y fichero de entrada

La figura nos revela que en esta configuración existen dos raíces distintas, una de ellas antiplana, que no se manifiesta en nuestro problema debido a las razones comentadas anteriormente. Por lo tanto, nos quedamos sólo con una raíz. Pero esta raíz, como podemos ver en la figura, no es sencilla, pues para valores pequeños del ángulo es una raíz doble, que pasa a ser una única raíz con parte imaginaria poco antes de los 45°, y luego se convierte en doble de nuevo alrededor de los 60°. Es de especial importancia destacar este ángulo de 45°, el que escogieron en el Imperial College al modificar el ensayo, ya que justamente ahí es donde se da el menor orden

de singularidad ($\delta \approx 0.22$) en un entorno bastante grande de ángulos, gracias a que la raíz doble se ha convertido en imaginaria. Sólo alcanzamos órdenes de singularidad menores al irnos ya ángulos muy grandes, mayores de 140° .

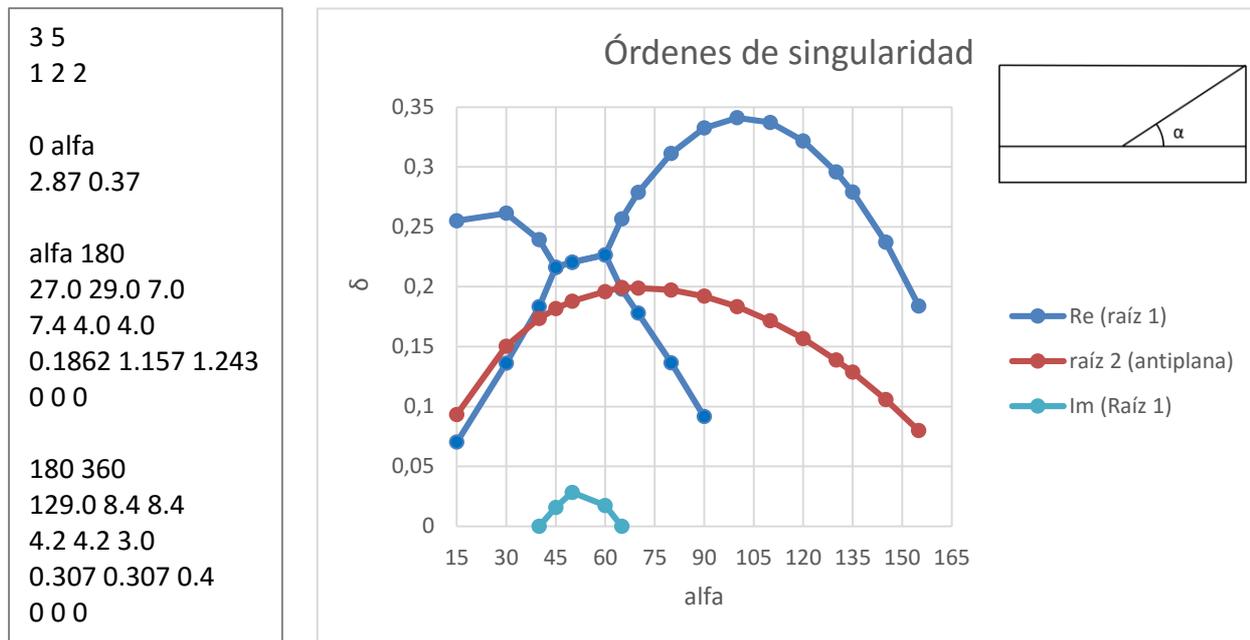


Figura 2.7.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 2 y fichero de entrada

El orden de singularidad máximo se da aquí para $\alpha = 100^\circ$, $\delta \approx 0.35$, menor que el máximo de la Configuración 1. Esta vez el resultado de los órdenes de singularidad ya no era predecible, pues nos enfrentamos a una configuración mucho más compleja.

Una vez que tenemos estos resultados, modificamos las propiedades del taco igual que en la Configuración 1, dividiendo todas las rigideces por la mitad, y observamos el efecto que esto tiene en los órdenes de singularidad:

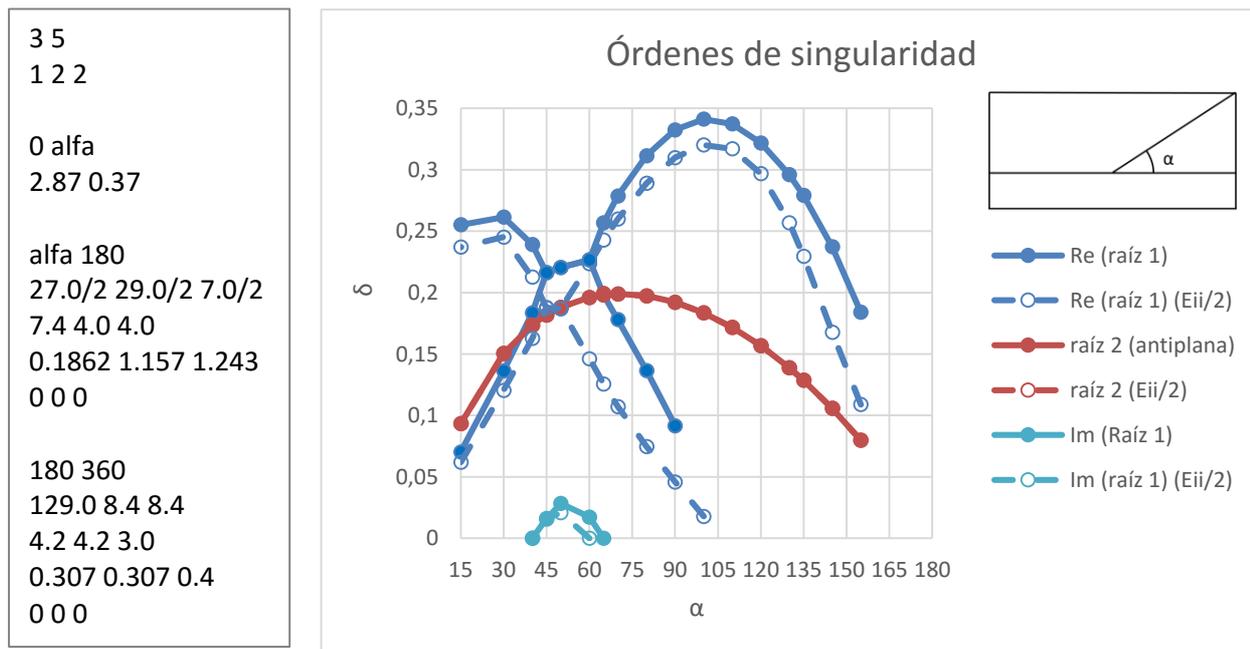


Figura 2.8.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 2 con $E_{ii}/2$ y fichero de entrada

Podemos observar en la Figura 2.8 cómo, al igual que antes, al disminuir la rigidez del taco disminuye δ . Aunque es cierto que las variaciones de δ no son aquí tan notables como en la esquina de la Configuración 1.

Toda esta información que tenemos respecto a los órdenes de singularidad será esencial a la hora de analizar las diferentes modificaciones paramétricas en la siguiente sección (2.4).

2.3.2.2 Esquina bimaterial

Para obtener los órdenes de singularidad de esta esquina en las diferentes configuraciones geométricas, lo único que hay que variar es el ángulo inicial α_1 del adhesivo en el fichero de entrada, lo que equivaldría a modificar β según nuestro esquema de esta esquina ($\beta=180-\alpha_1$). Los resultados obtenidos, junto con el fichero de entrada al programa utilizado, se muestran en la siguiente figura:

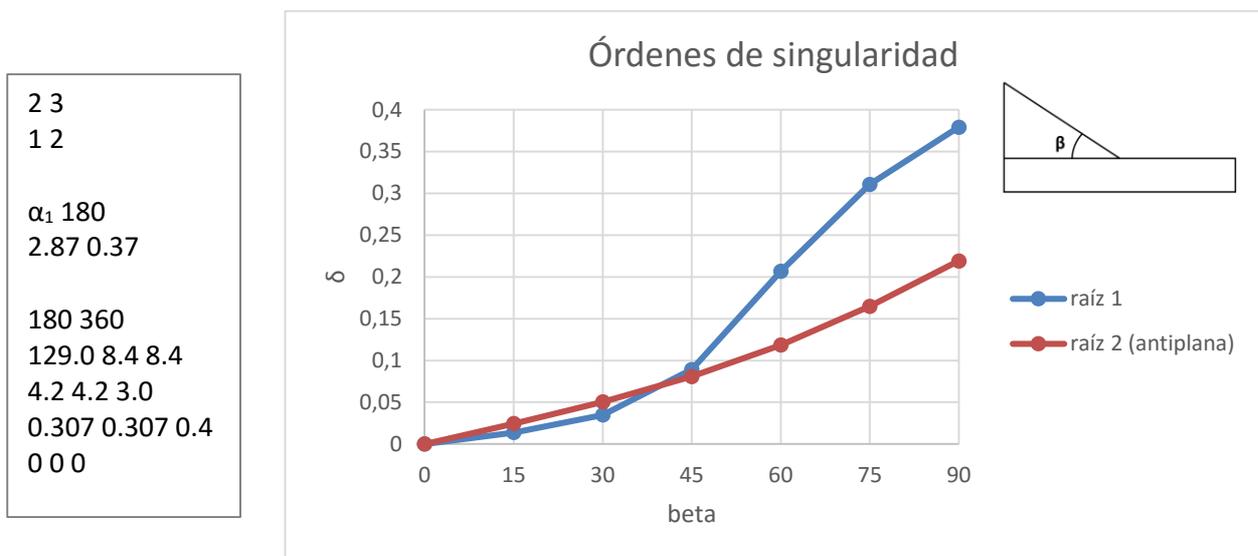


Figura 2.9.-Órdenes de singularidad esquina bimaterial Configuración 2

El resultado obtenido en este caso es parecido al de la única esquina de la Configuración 1, ya que la geometría es la misma, pero cambian los materiales. Tenemos dos raíces, y una de ellas antiplana, que no se manifiesta. La diferencia con el otro caso es la pequeña raíz que antes aparecía para valores de ángulos relativamente grandes, que aquí no aparece. El orden de singularidad parte de cero para $\beta=0^\circ$ y va aumentando conforme aumenta el ángulo.

Como lo que pretendemos con esta nueva Configuración 2 es disminuir el orden tan alto de singularidad con el que nos encontrábamos en la primera configuración con $\alpha=90^\circ$, no tiene sentido que el ángulo β sea muy grande, pues nos iríamos a valores muy altos de singularidad. Por acotar nuestro problema, consideraremos que el ángulo β como máximo será de 45° , valor que adopta en el ensayo del Imperial y el cual podemos ver en la figura de la derecha. Siendo esto así, podemos afirmar según la Figura 2.9 que $\delta < 0,1$ en esta esquina. Los órdenes de singularidad en la otra esquina de esta configuración, la trimaterial, son siempre bastante mayores a 0,1, por lo que podemos deducir que esta esquina no será decisiva en el fallo de la probeta. De todos modos, comprobaremos luego con las tensiones si esto es cierto.

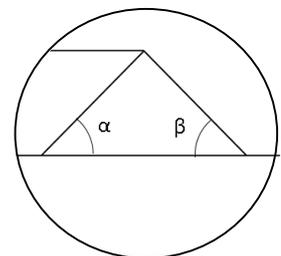


Figura 2.10.-Esquinas Config 2

El orden de singularidad de esta esquina no se ve influenciado por una modificación de la rigidez del taco, ya que el taco no es uno de los materiales que forman esta esquina. La K tampoco se verá modificada por la rigidez, ya que principalmente lo que influye en la K son cargas y geometría, por lo que las tensiones en esta esquina no se verán modificadas cuando cambiemos la rigidez del taco.

2.4 Modificaciones paramétricas

En esta sección vamos a explicar detalladamente las diferentes modificaciones paramétricas que vamos a realizar y las configuraciones resultantes, que son las que luego vamos a analizar con elementos finitos. Hay muchos parámetros que admiten modificación, y éstos pueden adoptar muchos valores distintos. Por lo tanto, hay infinitas combinaciones. Para acotar este gran espectro lo que haremos primero será concretar los parámetros a modificar, que ya hemos comentado brevemente en secciones anteriores:

- Configuración 1: alfa, espesor taco, rigidez taco.
- Configuración 2: alfa y beta, espesor taco, rigidez taco.

Los únicos parámetros distintos entre ambas configuraciones son los ángulos, por lo que serán parámetros que habrá que estudiar aparte. Pero en cuanto al resto, espesor y rigidez, los modificaremos de igual manera en ambas configuraciones y veremos qué efecto tiene esa modificación en cada una de ellas.

Todas las modificaciones paramétricas, menos la del espesor del taco, afectan al orden de singularidad de las esquinas como ya hemos visto, por lo que escogeremos los diferentes valores de estos parámetros basándonos en los resultados analíticos anteriores. Seleccionaremos valores de parámetros que den lugar a un orden de singularidad bastante distinto en la esquina para corroborar que existe esa diferencia también en las tensiones, y a la vez escogeremos valores de parámetros que den lugar a un orden de singularidad similar, para ver que realmente no hay apenas diferencia en las tensiones. Comprobaremos que dos valores iguales de singularidad, algo analítico, dan iguales tensiones según métodos numéricos. Si esto se cumple, estaremos confirmando que sólo conociendo el orden de singularidad de una esquina podemos caracterizar el nivel tensional de ésta, y saber, entre varias configuraciones, cuál de ellas fallará antes o después.

Cada vez que modifiquemos un parámetro, el resto los dejaremos constantes e iguales a un valor predeterminado, para ver así aisladamente la influencia del parámetro en cuestión. Este valor predeterminado que adoptarán los parámetros será el valor que tenían en los ensayos originales del Imperial College.

Además de estas modificaciones paramétricas, trataremos el caso de añadir un radio de curvatura en la esquina. Esto hará que desaparezca la singularidad, pues desaparece la esquina propiamente dicha, pero no implica que las tensiones vayan a ser muy bajas. Las tensiones no serán infinitas en $r \rightarrow 0$, pero sí muy altas. Estudiaremos las tensiones a distancias constantes con y sin curvatura, y veremos hasta qué distancia se nota la influencia de la curvatura, y disminuyen las tensiones.

2.4.1 Modificación de α en la Configuración 1

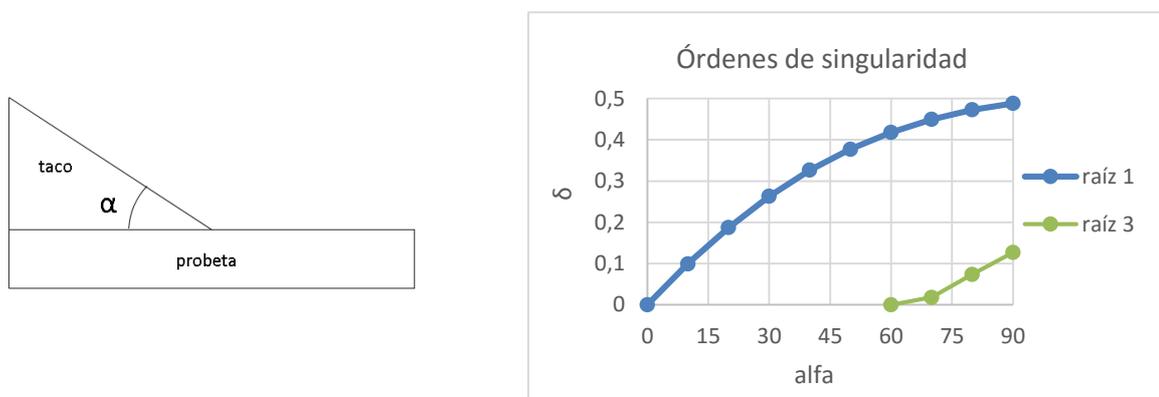


Figura 2.11.-Órdenes de singularidad Configuración 1

Al variar el ángulo que forma el taco con la probeta hay que dejar un punto fijo, el de arriba o el de abajo, que sería el que correspondería con la esquina. Como ya dijimos antes, hemos decidido dejar fijo el de arriba, esto es, fijar la longitud l_1 desde el extremo de la probeta hasta ese punto, pues es una longitud que los del

Imperial College dejaron constante en sus dos modelos con y sin adhesivo. Modificar α significaría entonces “oscilar” respecto a ese punto, con lo que iría cambiando la coordenada longitudinal de la esquina.

Algo que hay que destacar a la hora de modificar α es que las configuraciones resultantes deben ser factibles a la hora de fabricar. Por tanto, no podemos irnos a ángulos muy pequeños de 5° o 10° , pues sería imposible que nos encontrásemos con un caso como ese en la realidad, y por tanto no tiene sentido siquiera estudiarlo. Fijaremos como ángulo mínimo 15° . Para este ángulo no podemos dejar fija la coordenada l_1 porque saldría una configuración imposible geoméricamente, por ello usaremos $l_1' = l_1 - 4$, para que nos quede una longitud libre total de 6 mm, unas dimensiones razonables.

A la vista de los resultados analíticos que se muestran en la figura, una vez eliminada la raíz antiplana que no tenía influencia en nuestro problema, hemos decidido analizar tres valores de ángulos, lo que da lugar a tres modelos distintos:

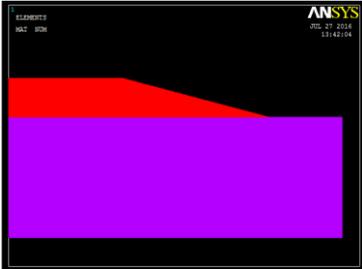
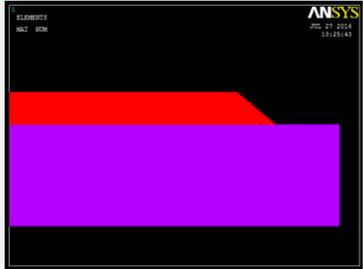
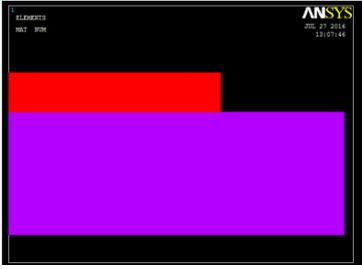
MODELO 1: $\alpha = 15^\circ$	MODELO 2: $\alpha = 40^\circ$	MODELO 3: $\alpha = 90^\circ$
		
<p>Es un ángulo que, como podemos observar en la Figura 2.11.- Órdenes de singularidad Configuración 1 Figura 2.11, da un orden de singularidad bastante bajo, alrededor de 0,15 y es el ángulo límite que hemos fijado.</p>	<p>Ángulo que nos da un orden de singularidad intermedio entre 15° y 90°, y por tanto las tensiones también deberían ser intermedias entre las de ambos modelos.</p>	<p>Es el ángulo para el que se da la mayor singularidad en esta esquina, $\delta \approx 0,5$, y ángulo del ensayo original del Imperial College.</p>

Tabla 2.5.-Modelos 1, 2 y 3. Variación del ángulo α en la Configuración 1.

2.4.2 Modificación de α y β en la Configuración 2

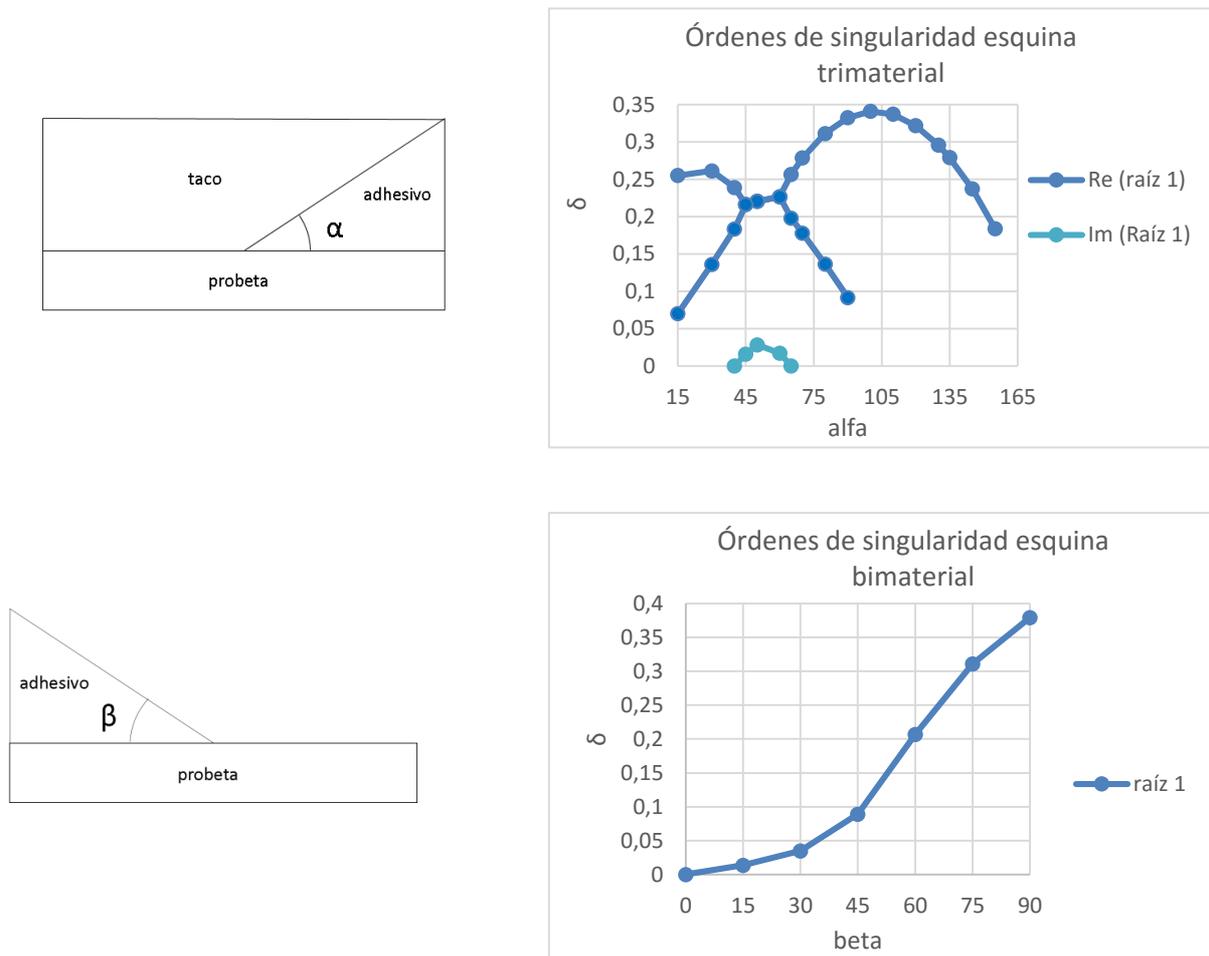


Figura 2.12.-Órdenes de singularidad esquinas Configuración 2

En las figuras anteriores podemos observar las dos esquinas de este modelo con sus correspondientes órdenes de singularidad, donde hemos eliminado ya la raíz antiplana que no se manifiesta en el problema. En esta Configuración deberíamos estudiar en principio las dos esquinas por separado: variando α estudiamos la esquina trimaterial y variando β estudiamos la bimaterial

A la hora de modificar el ángulo α de la esquina trimaterial, dejamos el resto de parámetros constantes como dijimos antes, e igual a su valor predeterminado, pero hay que tener cuidado con el ángulo β , ya que ambos ángulos no son independientes entre sí. β debe ser siempre menor que $180-\alpha$ por cuestiones geométricas, lo que no causa ningún inconveniente en valores de ángulo α pequeños, pero sí en los grandes, donde hay que tener esto en cuenta. Entonces, cuando trabajemos con ángulos $\alpha > 135^\circ$ no podremos mantener $\beta = 45^\circ$. Para estos casos fijaremos un ángulo $\beta = (180-\alpha)/2$, lo que nos deja una configuración lógica y factible de fabricación. En cuanto al parámetro l_1 , también habrá que modificarlo para $\beta = 15^\circ$, como $l_1' = l_1 - 4$ igual que antes.

Como α y β no son independientes, y cuando varíe α tendré que variar también β , vamos a estudiar ambas esquinas a la vez, la trimaterial y la bimaterial, con los mismos modelos. Analizaremos en principio tres ángulos α , basándonos en los resultados analíticos que se muestran en la Figura 2.12., y el ángulo β será 45° cuando α sea menor de 135° y $\beta = (180-\alpha)/2$ cuando α sea mayor de 135° .

Los ángulos escogidos y los modelos resultantes son los que se muestran en la Tabla 2.6

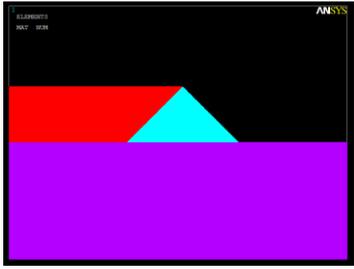
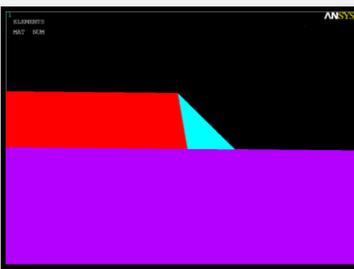
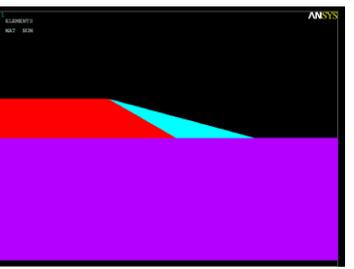
MODELO 4: $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 45^\circ$	MODELO 5: $\alpha = 100^\circ$, $\beta = 45^\circ$	MODELO 6: $\alpha = 150^\circ$, $\beta = 15^\circ$
		
<p>Configuración 2 original del Imperial College, y que tiene un orden de singularidad bastante bajo en la esquina trimaterial, que es la más importante, $\delta \approx 0,22$</p>	<p>Ángulo α para el que tenemos el mayor orden de singularidad en la esquina trimaterial, $\delta \approx 0,35$. En la esquina bimaterial no ha cambiado nada del Modelo 4 al 5, mismo orden singularidad. Las tensiones deberían ser las mismas</p>	<p>Ángulo α con el mismo orden de singularidad que $\alpha = 45^\circ$, debería dar lugar a las mismas tensiones en la esquina triple. En la esquina doble, el orden de singularidad es muy pequeño al ser menor β</p>

Tabla 2.6.- Modelos 4,5 y 6. Variación de los ángulos α y β en la Configuración 2

2.4.3 Modificación del espesor del taco

A la hora de modificar el espesor del taco, las mismas modificaciones nos sirven tanto para una configuración como para otra, ya que es un parámetro común a ambas. Además, una variación de este parámetro no modifica el orden de singularidad de la esquina. Los que pueden variar son los factores de intensificación de tensiones generalizados (K) al cambiar la geometría del problema, y, por tanto, estos también pueden influir en las tensiones. Más tarde, en el análisis de elementos finitos compararemos los resultados tensionales obtenidos con el espesor nominal con los obtenidos con el espesor modificado, y sabremos si realmente los FITG han variado de una situación a otra y si su influencia en el estado tensional es tan grande como la de los órdenes de singularidad o no.

El espesor nominal del taco es de 1,6 mm. Consideraremos modelos con la mitad de espesor y el doble, y siempre el resto de valores iguales a los predeterminados. Por lo tanto, los ángulos son los de las Configuraciones originales de los ensayos del Imperial College.

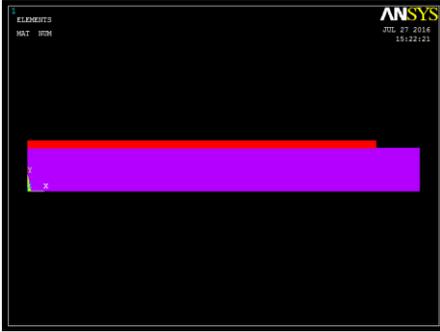
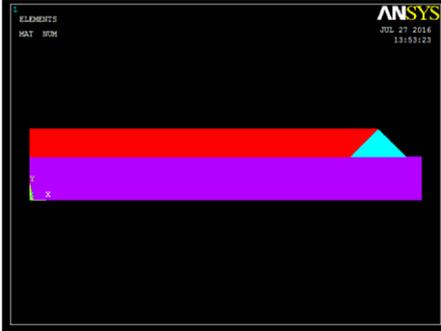
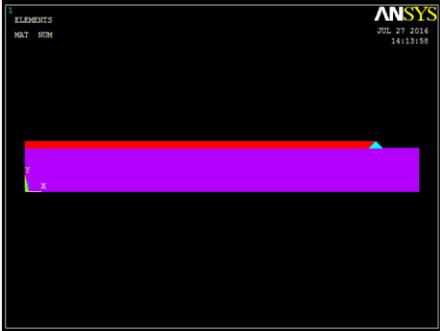
<p>MODELO 7: Doble espesor Config. 1</p>	<p>MODELO 8: Mitad espesor Config. 1</p>
	
<p>MODELO 9: Doble espesor Config. 2</p>	<p>MODELO 10: Mitad espesor Config. 2</p>
	

Tabla 2.7.-Modelos 7,8,9 y 10. Variación espesor taco

Recordar que siempre que estudiemos la Configuración 2, estudiaremos las dos esquinas que ésta posee, la trimaterial y la bimaterial. Aunque ya hemos predicho por los órdenes de singularidad que la bimaterial tendrá unas tensiones mucho menores que la otra, hay que corroborar que esto se cumple.

2.4.4 Modificación de la rigidez del taco

Al igual que con el espesor del taco, vamos a variar la rigidez de forma idéntica en ambas configuraciones (1 y 2). En ambas compararemos los resultados tensionales obtenidos con las rigideces del taco nominales E_{11} , E_{22} y E_{33} , con los obtenidos con la mitad de estas rigideces: $E_{11}/2$, $E_{22}/2$ y $E_{33}/2$. Pero esta vez no sólo haremos la modificación para los ángulos originales de los ensayos, sino que escogeremos también otros valores de ángulos. De esta forma, no sólo podremos comparar las tensiones en un mismo modelo con E y $E_{ii}/2$, sino que también tendremos la posibilidad de comparar las tensiones en distintos modelos una vez que la rigidez ha sido modificada, y comprobar que los resultados se corresponden con los que muestran los órdenes de singularidad en las esquinas con $E_{ii}/2$.

Como ya hemos acordado en anteriores apartados que vamos a estudiar tres ángulos α en la Configuración 1, y otras tres variaciones de α y β en la Configuración 2, usaremos estos mismos seis modelos en este apartado. Así, llegados a este punto del estudio tendríamos ya los resultados con E nominal, y sólo nos faltaría hallar los resultados tensionales de estos mismos modelos con $E'=E_{ii}/2$.

2.4.4.1 Configuración 1

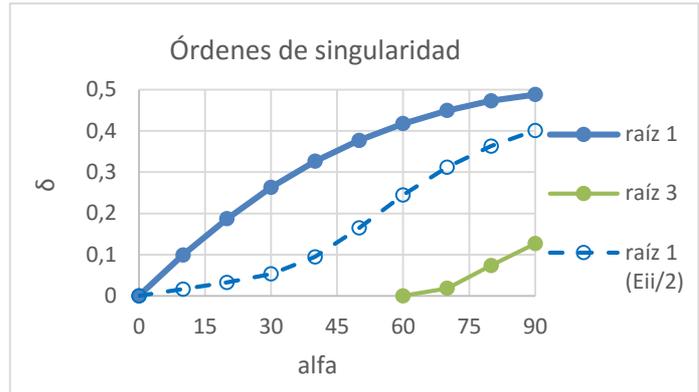
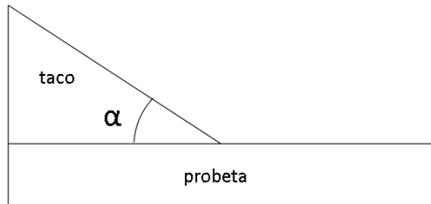


Figura 2.13.-Órdenes de singularidad Configuración 1 con Eii/2

En la Figura 2.13.-Órdenes de singularidad Configuración 1 podemos observar los órdenes de singularidad de esta esquina antes y después de modificar la rigidez del taco. En este gráfico ya no se muestra la raíz 2 antiplana, sólo las realmente influyentes. Los ángulos α escogidos anteriormente, y que vamos a estudiar de nuevo en este apartado, son:

- $\alpha = 15^\circ$: es el ángulo para que el orden de singularidad experimenta la mayor disminución al disminuir la rigidez del taco a la mitad, pasando de 0,15 a 0,025, es decir, reduciéndose a un 16% de su valor inicial. Las tensiones, por tanto, deberán experimentar también una gran disminución.
- $\alpha = 40^\circ$: en este valor de α el orden de singularidad experimenta también una gran caída, pasando de un orden de 0,33 a otro de menos de 0,1, menor incluso que el orden de singularidad que tenía la configuración con $\alpha = 15^\circ$ antes de modificar la rigidez. Aquí δ se reduce a un 31% de su valor inicial, con que también tendremos que observar una reducción en las tensiones, aunque no tan brusca como en 15° .
- $\alpha = 90^\circ$: ángulo del ensayo original del Imperial College. Es el que tiene el mayor orden de singularidad y en el que la disminución de éste al modificar la rigidez es menos notable, como podemos ver en la gráfica. δ después de la modificación sigue siendo cercano a 0,4, un orden de singularidad aún bastante alto.

2.4.4.2 Configuración 2

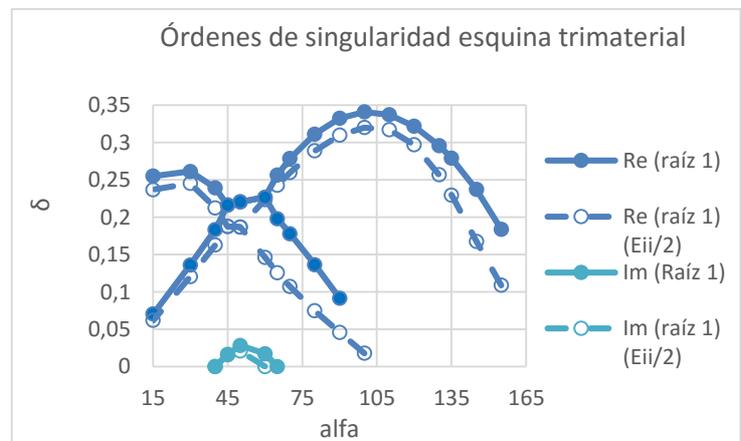
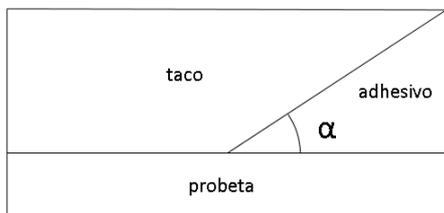


Figura 2.14.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 1, con Eii/2

En la Figura 2.14.-Órdenes de singularidad esquina trimaterial Configuración 1, con Eii/2 se muestran los órdenes de singularidad de la esquina trimaterial antes y después de modificar la rigidez. La bimaterial no se

muestra porque vimos que tenía un orden de singularidad mucho más bajo y no tenía sentido disminuir la rigidez para que éste disminuyese aún más. Vamos a analizar los modelos escogidos en esta Configuración, a la vista de esta gráfica:

- $\alpha=45^\circ$, $\beta=45^\circ$: ángulo del ensayo original del Imperial College y en el cual, según resultados analíticos, las tensiones deben disminuir al disminuir la rigidez, aunque esta variación no es muy grande.
- $\alpha=100^\circ$, $\beta=45^\circ$: en este ángulo se daban las mayores tensiones, y se siguen dando al modificar la rigidez, ya que la disminución del orden de singularidad es del orden de la que se da en 45° , bastante pequeña.
- $\alpha=150^\circ$, $\beta=15^\circ$: para 150° y 45° teníamos antes el mismo orden de singularidad, pero en 150° una disminución de la rigidez a la mitad no causa los mismos efectos que en 45° , quedando el primero con un orden de singularidad algo menor que en 45° después de la modificación. Sin embargo, esta diferencia de órdenes de singularidad sigue siendo muy pequeña, y no sabemos si será fácil apreciarla posteriormente en las tensiones.

2.4.5 Radio de curvatura en la esquina

Para ver la influencia que esto tiene en el nivel tensional de la esquina vamos a estudiarlo en la Configuración 1 al ser la más simple. Dejaremos todos los parámetros exactamente iguales a los del ensayo original, y simplemente añadiremos un radio de curvatura en la esquina.

Hemos decidido estudiar dos radios de curvatura distintos: $t_1/5$ y $t_1/10$, siendo t_1 el espesor del taco como definimos en los modelos. A la hora de diseñar el arco de la curvatura, lo hemos hecho de tal forma que el arco de circunferencia sea tangente a las dos aristas. En la Tabla 2.8 podemos observar los dos modelos realizados con radio de curvatura.

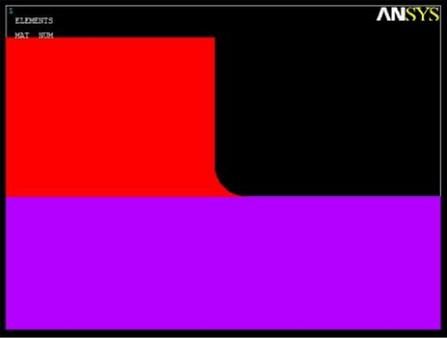
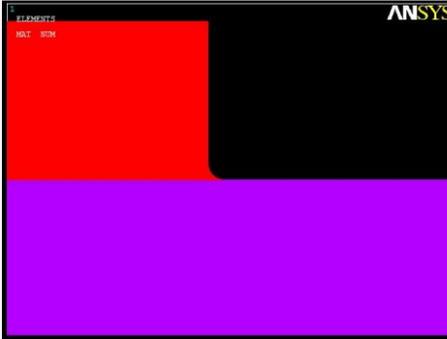
MODELO 11: Radio $t_1/5$	MODELO 12: Radio $t_1/10$
	

Tabla 2.8.-Modelos 11 y 12. Radio de curvatura esquina Config 1

Es importante recordar de nuevo que al añadir un radio de curvatura la esquina propiamente dicha desaparece, y por tanto también la singularidad. Entonces, en este caso no hay estudio analítico posible, sólo compararemos mediante métodos numéricos las tensiones en el entorno de la esquina con y sin curvatura, viendo así el efecto que ésta tiene. Haremos la comparación de las tensiones a diferentes distancias, para ver hasta qué distancia se deja notar la influencia de la curvatura. Al haber eliminado la singularidad, con la curvatura disminuirán algo las tensiones, ya que no se van a infinito cuando $r \rightarrow 0$, pero seguirán siendo muy altas, y a priori podemos sospechar que sólo a distancias muy pequeñas se notará esta disminución, según el Principio de Saint-Venant. Como sólo hemos hecho un cambio geométrico local de longitud característica “ r ”, radio de curvatura, es previsible que conforme nos hayamos alejado una distancia “ r ” de la ubicación donde se produce esta modificación geométrica las tensiones ya sean iguales al modelo sin curvatura. Comprobaremos esto en el capítulo de resultados.

3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

En este capítulo explicaremos en detalle los modelos de elementos finitos realizados en ANSYS de ambas configuraciones. Esta detallada explicación de los modelos y comandos utilizados tiene un fin didáctico, con vistas a una posible continuación de este trabajo por otra persona en un futuro. Así le será más sencillo entender a esta persona el modelo realizado en este proyecto, y hacer cualquier modificación que vea conveniente. Los modelos los hemos desarrollado en ficheros de texto, que luego introduciremos en ANSYS en la línea de comandos. Este modo de trabajar en ANSYS tiene mucho más potencial que hacerlo mediante el interfaz gráfico de usuario (GUI), ya que al trabajar mediante comandos es muy fácil realizar modificaciones del modelo, y en este proyecto vamos a tener que realizar muchas modificaciones al tratarse de un análisis paramétrico. En vez de poner directamente el valor de las variables, le asignaremos un parámetro, y así luego variar éste parámetro será muy sencillo. Además, da la comodidad de tener varios modelos guardados en simples ficheros de texto, que podemos volver a usar todas las veces que deseemos.

3.1 Modelo Configuración 1

A continuación, mostramos el fichero de texto introducido en ANSYS con las órdenes comentadas, así como algunas imágenes de aclaración. Los parámetros que aparecen en este modelo desarrollado tendrán los valores del ensayo original del Imperial College. En nuestro estudio paramétrico los iremos cambiando según lo detallado en el capítulo anterior.

```
!Modelo de la Configuración 1
!UDS: fuerza en N, longitudes en mm, y presiones en MPa (=E)

!*****PREPROCESADO*****

/PREP7

!***ELECCIÓN DEL TIPO DE ELEMENTO

!Elegimos un tipo de elemento, PLANE 182, elemento plano que tiene 2 gdl en cada nodo: desplazamientos en la dirección x e y

ET,1,PLANE182

!Suponemos deformación plana: keyopt(3)-->2
!Si hubiésemos querido trabajar con tensión plana: kopt(3)=0, tensión plana generalizada: kopt(3)=5

KEYOPT,1,3,2

!***DEFINICIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

!Material 2, probeta, ortótropo, T300/914

MP,EX,2,129e3
MP,EY,2,8.4e3
MP,EZ,2,8.4e3
MP,gxy,2,4.2e3
MP,gxz,2,4.2e3
MP,gyz,2,3e3
MP,PRXY,2,0.307 !nuxy/Exx=nuyx/Eyy
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.307
```

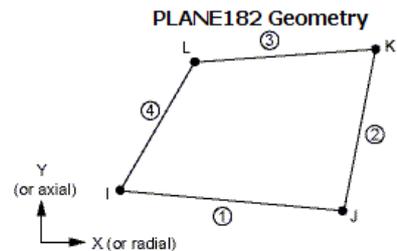


Figura 3.1.-Elemento Plane 182 ANSYS

```

!Material 3, tacos, ortótropo ,woven EGlass

MP,EX,3,27e3
MP,EY,3,29e3
MP,EZ,3,7e3
MP,gxy,3,7.4e3
MP,gxz,3,4e3
MP,gyz,3,4e3
MP,PRXY,3,0.186
MP,PRYZ,3,1.2428
MP,PRXZ,3,1.157

```

```

!***DEFINICIÓN PARÁMETROS

```

```

l1=40
l3=45 !Mitad de la longitud total de la probeta
t1=1.6 !Espesor del taco o mordaza
t2=10 !Espesor de la probeta
alfa=90*3.14159/180
l2=l1+t1/tan(alfa) !Coordenada x de la esquina doble

```

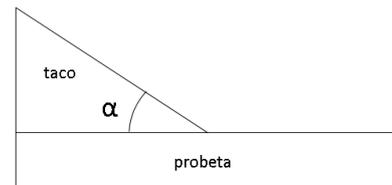


Figura 3.2.-Definición ángulo α Config. 1

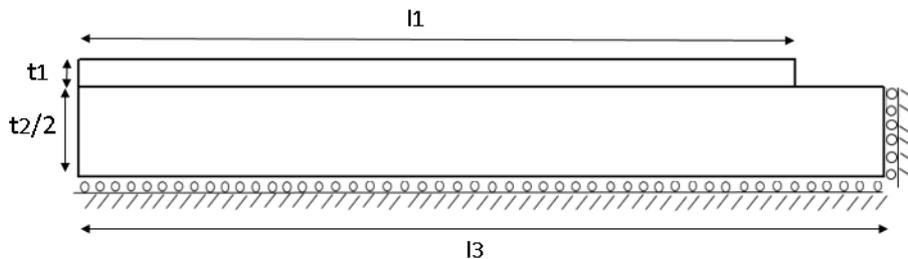


Figura 3.3.-Parámetros modelo Config. 1

```

!*** CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA EN FUNCIÓN DE LOS PARÁMETROS ANTERIORES

```

!Como hemos visto ya en el Análisis paramétrico, modelamos sólo un cuarto de la pieza debido a la doble simetría

!Geometría de la probeta

!Vamos a dividir el área de la probeta en dos, encontrándose la línea de división a la altura de la esquina, para así poder tener un control sobre el número de elementos de la línea vertical que sale de la esquina

```

RECTNG,0,l2,0,t2/2 !creamos un rectángulo, área 1,área a la izquierda de la esquina
RECTNG,l2,l3,0,t2/2 !área 2 , área a la derecha de la esquina

```

!Geometría del taco

!Definimos los keypoints: K, num.ref.keypoint, coordenada x, coordenada y

```

K,11,0,t2/2
K,12,0,t2/2+t1
K,13,l1,t2/2+t1
K,14,l2,t2/2 !Coordenadas del punto de la esquina

```

A,11,12,13,14 !Con esta orden creamos un área, sólo tengo que poner el número de los keypoints que la forman !área 3

!Con la orden AGLUE conseguimos unir las áreas antes creadas, logrando que haya una línea única en la intersección de las áreas

```
aglua,1,2,3
```

!CUIDADO, con esta orden se se reenumeran las áreas

!-Probeta: áreas 1 y 4

!-Taco: área 5

*!***DEFINICIÓN EL NÚMERO DE DIVISIONES DE CADA LÍNEA A MALLAR*

!Toda la malla nos queda en función de un sólo parámetro nel. Si aumentamos este parámetro, aumenta el número de elementos y la malla se hace más fina.

```
nel=300
```

!Comando LESIZE: 1er parámetro: número de la línea, 4º parámetro: número divisiones, 5º parámetro: spacing ratio.

!Si quisiera haber especificado el tamaño de cada división en vez del número de divisiones, debería haberlo especificado en el segundo parámetro.

!El spacing ratio es el tamaño de la última división entre la primera. Va del keypoint inicial al final con los que he trazado la línea

```
lesize,3,,,nel,500
lesize,15,,,nel*0.8,10
lesize,14,,,nel,40
lesize,1,,,nel/3,0.1
lesize,10,,,nel/2,0.02
lesize,6,,,nel/10
lesize,4,,,4
lesize,16,,,2
lesize,2,,,nel/3,0.01
lesize,13,,,nel/9
```

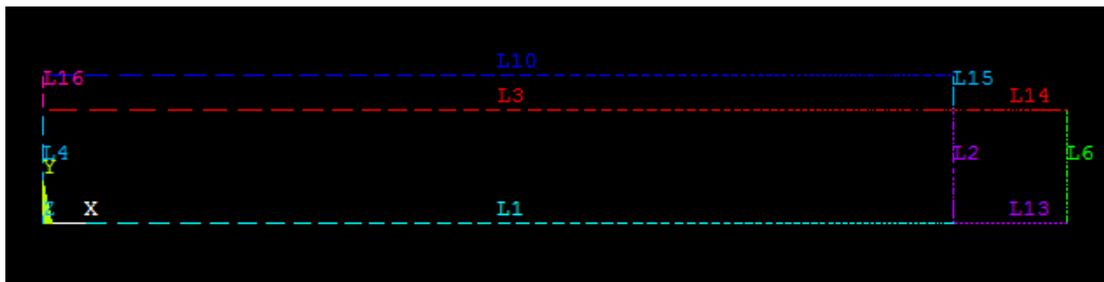


Figura 3.4.-Líneas modelo Config. 1

!Refino las líneas conforme se acercan a la esquina para que al llegar a ésta los elementos sean muy pequeños y tenga una malla fina, pues es una zona de singularidad y las tensiones aumentan rápidamente, pero a la vez, en las zonas de la malla alejadas de la esquina la malla sea gruesa, pues no me interesa en esa zona tener muchos elementos, y me ralentizaría la resolución del problema

*!***MALLADO DE CADA UNA DE LAS ÁREAS CON EL CORRESPONDIENTE MATERIAL*

```
MAT,2
amesh,4
```

```
MAT,2
```

```
amesh,1
MAT,3
amesh,5
```

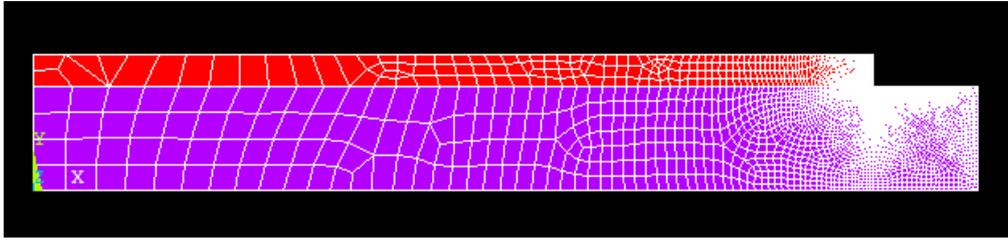


Figura 3.5.-Malla modelo Config 1

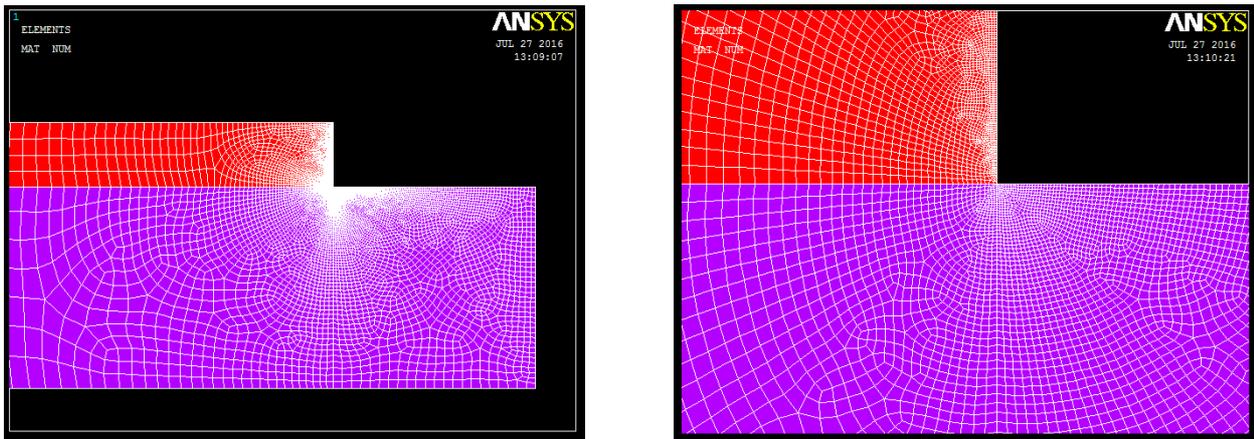


Figura 3.6.-Detalles de la malla en la esquna de la Config 1

```
!***DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO
```

```
!Con la orden DL definimos condiciones de contorno en líneas. En este caso impongo simetría
```

```
DL,1,,symm
DL,6,,symm
DL,13,,symm
```

```
!Definimos las cargas de compresión que soporta la probeta, lo aplicamos como cargas en líneas (comando SFL)
```

```
SFL,4,pres,+1 !Aplicamos cargas de compresión de valor 1 en el extremo de la probeta
SFL,16,pres,+1
SFL,10,pres,+0.2 !Aplicamos una carga de compresión lateral, del 20% del valor de la compresión longitudinal
```

```
!*****RESOLVER*****
```

```
/SOL
/STATUS,SOLU
SOLVE
```

```
!*****POSTPROCESADO*****
```

!*** OBTENCIÓN DE RESULTADOS DE UNOS NODOS SITUADOS A UNA DISTANCIA R DE LA ESQUINA

allsel,all

!Definimos sistema polar en la esquina con el comando LOCAL: LOCAL,número del sistema,tipo de sistema(1):cilíndrico, coordenada x, coordenada y, coordenada z

LOCAL,14,1,12,t2/2,0

csys,14 *!Con el comando CSYS activamos el sistema local 14*

!Nosotros lo que queremos es seleccionar nodos a unas distancias concretas R1,R2 y R3, pero al no encontrarse los nodos en la malla en una circunferencia perfecta alrededor de la esquina, necesito tener un intervalo de distancias, cuyo valor medio será R1, R2 o R3, para coger así suficientes nodos y obtener un mejor resultado

!Seleccionamos nodos a un radio que se encuentre entre los dos últimos valores con la orden NSEL,s,loc,x,r1,r2:

NSEL,s,loc,x,t1/100-t1/350,t1/100+t1/350 *!R1=t1/100*

NSEL,s,loc,x,t1/10-t1/80,t1/10+t1/80 *!R2=t1/10*

NSEL,s,loc,x,t1/3-t1/100,t1/3+t1/100 *!R3=t1/3*

!En la distancia R1 estamos demasiado cerca de la esquina, con lo que la longitud del arco en la que estoy seleccionando nodos es muy pequeña y hay muy pocos nodos, muy distantes entre sí. Por ello necesito un intervalo relativamente grande, para coger nodos que estén más cerca angularmente unos de otros. Conforme nos alejamos de la esquina, la longitud del arco en la que selecciono nodos es mucho mayor, con lo que me hace falta un intervalo más pequeño para tener nodos que estén cerca unos de otros.

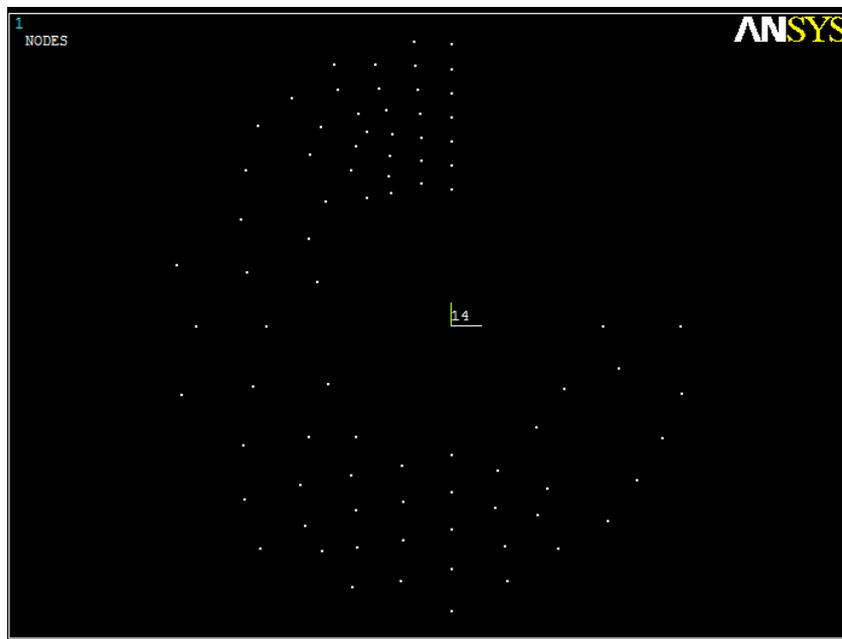


Figura 3.7.-Sistema de coordenadas local 14 situado en la esquina y nodos seleccionados a R1

!Debido al amplio intervalo que necesitamos en R1, va a haber una gran dispersión en los resultados, ya que para un mismo ángulo quizás tengamos dos puntos con distintos valores de tensión. La solución a esto sería trazar un arco de circunferencia de radio R1 en la geometría, y crear áreas delimitadas por este

arco. Así podría controlar exactamente el número de nodos del arco, y tener de esta forma unos resultados más exactos.

!Estos intervalos pueden variar un poco dependiendo del caso, ya que al cambiar un ángulo o espesor la malla cambia, y por tanto la localización de los nodos. Por ello el intervalo será más o menos amplio dependiendo del caso.

!Con el comando RSYS activamos el sistema de coordenadas polar 14 para dar los resultados
RSYS,14

!Con el comando PRNSOL, S, sacamos las tensiones de los nodos seleccionados en el sistema local activo (14)

PRNSOL,S,COMP

!s,comp, para hallar las tensiones en 'x','y' y 'z'. Como las da en polares, estas tensiones serían: sigma r, sigma teta, sigma z.

!Con el comando DSYS activamos el sistema de coordenadas polar 14 para mostrar las coordenadas de los nodos: r y teta

DSYS,14

!Con el comando NLIST sacamos el listado de las coordenadas de esos nodos en el sistema activo (14)

NLIST

3.1.1 Modelo Configuración 1 con radio de curvatura en la esquina

Este modelo es muy parecido al que acabamos describir, simplemente cambia algo la geometría y las distintas distancias a las que seleccionamos los nodos. Al cambiar la geometría cambia la numeración de las líneas y por tanto la parte del refinamiento, por lo que exponemos aquí este modelo. No estará tan detallado como el anterior, simplemente explicaremos las partes en las que se diferencia de este. El radio utilizado en este modelo será igual al primero de los que vamos a analizar, $r_1=t_1/5$.

!Modelo de la Configuración 1 con redondeo en la esquina
!UDS: fuerza en N, longitudes en mm, y presiones en MPa (=E)

*!*****PREPROCESADO******

/PREP7

ET,1,PLANE182
KEYOPT,1,3,2

*!***DEFINICIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES*

!Material 2, probeta, ortótropo, T300/914

MP,EX,2,129e3
MP,EY,2,8.4e3
MP,EZ,2,8.4e3
MP,gxy,2,4.2e3
MP,gxz,2,4.2e3
MP,gyz,2,3e3
MP,PRXY,2,0.307

```
MP,PRYZ,2,0.4
MP,PRXZ,2,0.307
```

```
!Material 3, tacos, ortótropo ,woven EGlass
```

```
MP,EX,3,27e3
MP,EY,3,29e3
MP,EZ,3,7e3
MP,gxy,3,7.4e3
MP,gxz,3,4e3
MP,gyz,3,4e3
MP,PRXY,3,0.186
MP,PRYZ,3,1.2428
MP,PRXZ,3,1.157
```

```
!***DEFINICIÓN PARÁMETROS
```

```
l1=40
l3=45
t1=1.6
t2=10
alfa=90*3.14159/180
r=t1/5 !Radio de curvatura
cx=l1+r !Coordenada x del centro de curvatura
cy=t2/2+r !Coordenada y del centro de curvatura
```

```
!*** CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA EN FUNCIÓN DE LOS PARÁMETROS ANTERIORES
```

```
RECTNG,0,11,0,t2/2 !área 1, probeta
RECTNG,11,l3,0,t2/2 !área 2, probeta
```

```
K,11,0,t2/2
K,12,0,t2/2+t1
K,13,11,t2/2+t1
K,14,11,t2/2+r !14 y 15 son los dos puntos que forman el
arco
K,15,11+r,t2/2
K,16,11+r,t2/2+r !Este keypoint se define como PC, ayuda a
ANSYS a saber en qué plano dibujar el arco y en qué lado se
encuentra el centro de curvatura
```

```
!Defino las líneas que van a formar el área del taco
```

```
!La orden a utilizar es L,K1,K2 para trazar una línea entre
dos puntos
```

```
!La orden LARC sirve para definir una línea que sea un arco
de circunferencia entre dos puntos: LARC, K1,K2,PC,RAD
```

```
L,11,12 !L9
L,12,13 !L10
L,13,14 !L11
LARC,14,15,16,r !L12
L,11,15 !L13
```

```
AL,9,10,11,12,13 !área 3, taco
```

```
aglu,1,2,3
```

```
!Se reenumeran las áreas:
```

```
!Tacos A5
!Probeta Aly A4
```

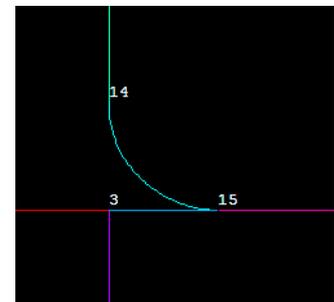


Figura 3.8.-Keypoints que forman el arco de curvatura

```
!***DEFINICIÓN EL NÚMERO DE DIVISIONES DE CADA LÍNEA A MALLAR
```

```
nel=300
lesize,3,,,nel,500
lesize,11,,,nel/3,0.1
lesize,16,,,nel/2,0.025
lesize,1,,,nel/2,0.1
lesize,10,,,nel/2,0.02
lesize,6,,,nel/10
lesize,4,,,4
lesize,17,,,2
lesize,12,,,nel/3 ;Esta es la línea que forma el arco, que tiene muchos elementos,
sin refinamiento
lesize,2,,,nel/3,0.02
lesize,15,,,nel/5
lesize,14,,,nel/10
```

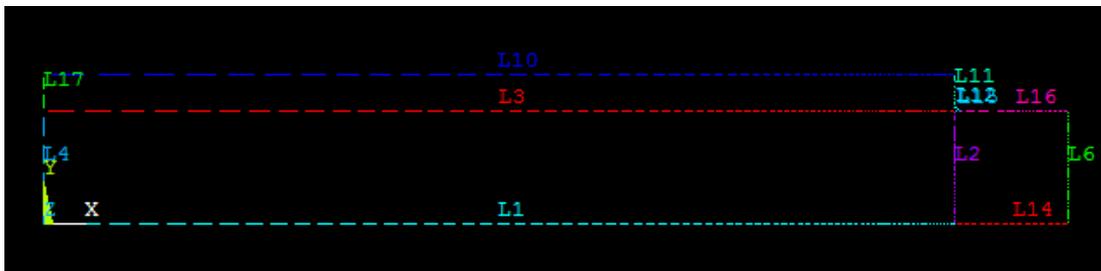


Figura 3.9.-Líneas modelo Config 1 con radio de curvatura en la esquina

```
!***MALLADO DE CADA UNA DE LAS ÁREAS CON EL CORRESPONDIENTE MATERIAL
```

```
MAT,2
amesh,4
```

```
MAT,2
amesh,1
```

```
MAT,3
amesh,5
```

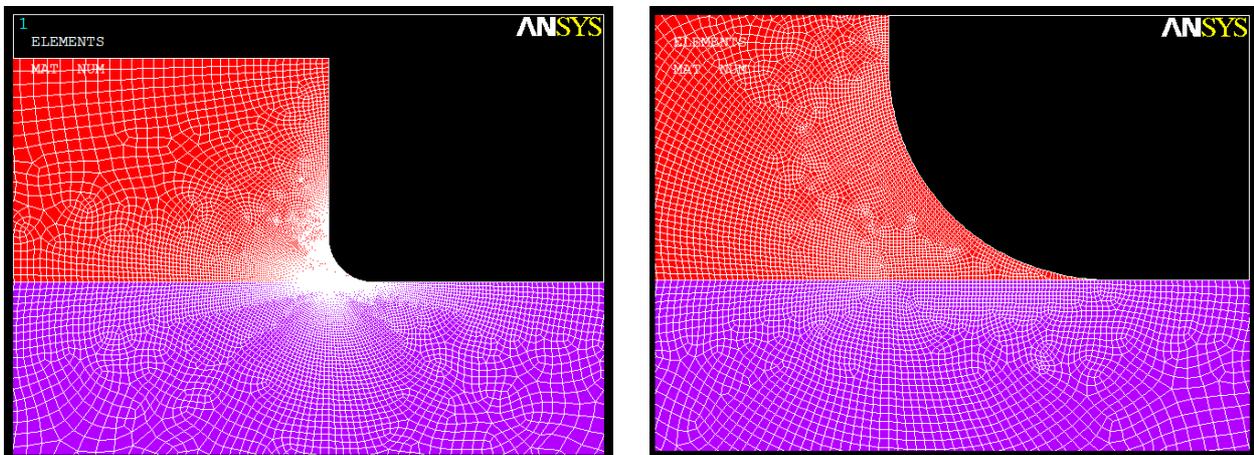


Figura 3.10.-Detalle malla en la zona de curvatura

!***DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO

DL,1,,symm
DL,6,,symm
DL,14,,symm

SFL,4,pres,+1
SFL,17,pres,+1
SFL,10,pres,+0.2

!*****RESOLVER*****

/SOL
/STATUS,SOLU
SOLVE

!*****POSTPROCESADO*****

!*** OBTENCIÓN DE RESULTADOS DE UNOS NODOS SITUADOS A UNA DISTANCIA R DE LA ESQUINA

/POST1

allsel,all

!Definimos sistema polar en el lugar donde se encontraría la esquina para seleccionar los nodos a distintas distancias desde ese punto. De esta forma podemos comparar posteriormente los resultados con los del modelo sin curvatura

LOCAL,14,1,11,t2/2
csys,14

!Seleccionamos nodos a un radio que se encuentre entre los dos últimos valores con la orden NSEL,s,loc,x,r1,r2:

NSEL,s,loc,x,r-r/30,r+r/30 !R1=r
NSEL,s,loc,x,1.5*r-r/20,1.5*r+r/20 !R2=1.5r
NSEL,s,loc,x,3*r-r/10,3*r+r/10 !R3=3r
NSEL,s,loc,x,0.75*r-r/40,0.75*r+r/40 !R4=0.75*r

!Las distancias, como habíamos adelantado, son distintas en este modelo con curvatura, pues vamos a coger distancias más pequeñas que el radio de curvatura y más grandes que éste. Sacaremos resultados también del modelo sin curvatura a estas mismas distancias para hacer la comparación tensional

¡Al igual que antes los nodos no están situados en un círculo perfecto y por eso he tenido que escoger los nodos en un intervalo de radios, cuyo radio medio en cada uno de ellos es R1,R2,R3 o R4

RSYS,14

PRNSOL,S,COMP

DSYS,14

NLIST

!Esta última parte es exactamente igual que en el otro modelo. Primero activamos el sistema de coordenadas local 14 para dar los resultados, luego pedimos los resultados con la orden PRNSOL, posteriormente activamos el sistema 14 para mostrar las coordenadas de los puntos, y por último pedimos estas coordenadas con NLIST

3.2 Modelo Configuración 2

Este modelo es muy similar al de la Configuración 1, por lo que muchos bloques de órdenes serán iguales a los ya desarrollados. Pero cambia la geometría del problema, y por tanto cambiarán los números de líneas y áreas. Además, en este modelo hay dos esquinas, por lo que habrá que tenerlo en cuenta a la hora de refinar las líneas.

!Modelo de la configuración 2

!UDS: fuerza en N, longitudes en mm, y presiones en MPa (=E)

*!*****PREPROCESADO******

/PREP7

*!***ELECCIÓN DEL TIPO DE ELEMENTO*

!Elegimos un tipo de elemento, PLANE 182, elemento plano que tiene 2 gdl en cada nodo: desplazamientos en la dirección x e y

ET,1,PLANE182

!Suponemos deformación plana: keyopt(3)-->2

!Si hubiésemos querido trabajar con tensión plana: kopt(3)=0, tensión plana generalizada: kopt(3)=5

KEYOPT,1,3,2

*!***DEFINICIÓN DE LAS PROPIEDADES DE LOS MATERIALES*

!Material 1, adhesivo, isótropo

MP,EX,1,2.87e3

MP,PRXY,1,0.37 !Coeficiente de Poisson xy ,nuxy=nuyx

!Material 2, probeta, ortótropo, T300/914

MP,EX,2,129e3

MP,EY,2,8.4e3

MP,EZ,2,8.4e3

MP,gxy,2,4.2e3

MP,gxz,2,4.2e3

MP,gyz,2,3e3

MP,PRXY,2,0.307

MP,PRYZ,2,0.4

MP,PRXZ,2,0.307

!Material 3, tacos, ortótropo ,woven EGlass

MP,EX,3,27e3

MP,EY,3,29e3

MP,EZ,3,7e3

MP,gxy,3,7.4e3

MP,gxz,3,4e3

MP,gyz,3,4e3

MP,PRXY,3,0.186

MP,PRYZ,3,1.2428

MP,PRXZ,3,1.157 !

*!***DEFINICIÓN PARÁMETROS*

```

l1=40
l3=45 !Mitad de la longitud total de la probeta
t1=1.6 !Espesor del taco o mordaza
t2=10 !Espesor de la probeta
alfa=45*3.14159/180
beta=45*3.14159/180
l2=l1+t1/tan(beta) !Coordenada x de la esquina doble
l4=l1-t1/tan(alfa) !Coordenada x de la esquina triple

```

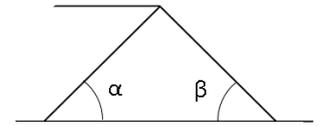


Figura 3.11.-Definición ángulos α y β en la Config 2

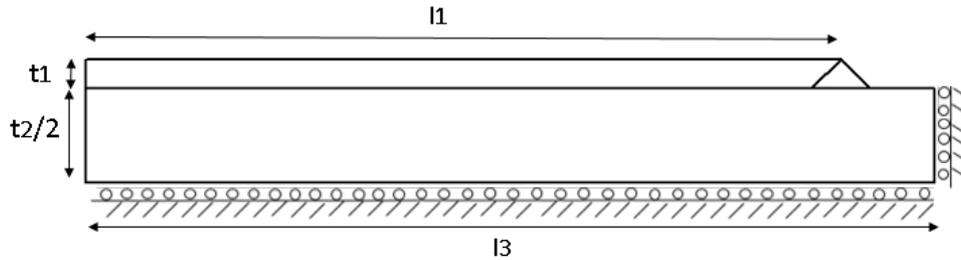


Figura 3.12.-Parámetros modelo Config 2

!** CONSTRUCCIÓN DE LA GEOMETRÍA EN FUNCIÓN DE LOS PARÁMETROS ANTERIORES

!Vamos a modelar sólo un cuarto de la geometría

!Geometría de la probeta

```
RECTNG,0,l3,0,t2/2 !área 1
```

!Geometría del taco

!Definimos los keypoints: K, num.ref.keypoint, coordenada x, coordenada y

```
K,11,0,t2/2
```

```
K,12,0,t2/2+t1
```

```
K,13,l1,t2/2+t1
```

```
K,14,l1-t1/tan(alfa),t2/2 !Keypoint que está en la esquina triple
```

```
A,11,12,13,14 !Con esta orden creamos un área. Sólo tengo que poner el número de los keypoints, área 2
```

!Geometría del adhesivo

!Vamos a crear dos áreas en lugar de una, para así poder refinar la línea horizontal que une ambas esquinas, que no será ahora una sino dos líneas, y hacer que los elementos vayan siendo más pequeños conforme nos acercamos a cada una de las esquinas, pero sean medianamente grandes en la parte central de la línea, donde no interesan elementos pequeños

!Si hubiéramos dejado sólo un área, esta línea debería contener un número de elementos mucho mayor para un mismo nivel de refinamiento en la esquina

!Keypoint 15, que está en la esquina doble

K,15,l1+t1/tan(beta),t2/2

!Keypoint 16, situado en la mitad de la línea que une la esquina doble con la triple

K,16,l1+t1/(2*tan(beta))-t1/(2*tan(alfa)),t2/2

A,13,15,16 !área 3, área derecha del adhesivo

A,13,14,16 !área 4, área izquierda del adhesivo

aglue,1,2,3,4

!Usamos la orden AGLUE para que las áreas compartan líneas. Antes de esta operación se superponen varias líneas en la intersección de las áreas

¡Hay que prestar especial atención con esta orden a la renumeración de las áreas

!-Adhesivo: áreas 3 y 4

!-Taco: área 5

!-Probeta: área 6

!**DEFINO EL NÚMERO DE DIVISIONES DE CADA LÍNEA A MALLAR

!Toda la malla nos queda en función de un sólo parámetro nel. Si aumentamos este parámetro, aumenta el número de elementos y la malla se hace más fina

nel=200

!Comando LESIZE: 1er parámetro: número de la línea, 4º parámetro: número divisiones, 5º parámetro: spacing ratio.

!El spacing ratio es el tamaño de la última división entre la primera. Va del keypoint inicial al final con los que he trazado la línea

!Si quisiera haber especificado el tamaño de cada división en vez del número de divisiones, debería haberlo especificado en el segundo parámetro.

```
lesize,7,,,nel/2,0.05
lesize,10,,,nel,10
lesize,12,,,nel,10
lesize,14,,,nel*2,0.003
lesize,15,,,nel,0.01
lesize,9,,,nel/2,0.03
lesize,1,,,nel,0.2
lesize,6,,,nel,0.1
lesize,11,,,nel/5
lesize,2,,,nel/10
```

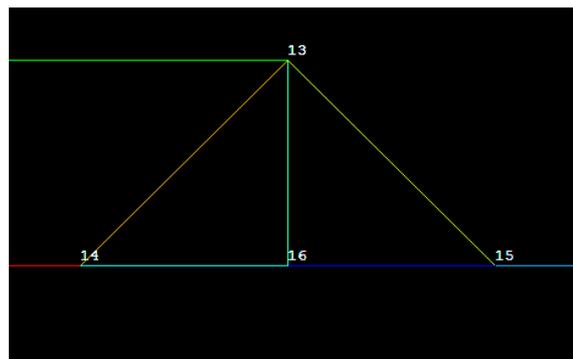


Figura 3.13.-Keypoints que definen el área del adhesivo

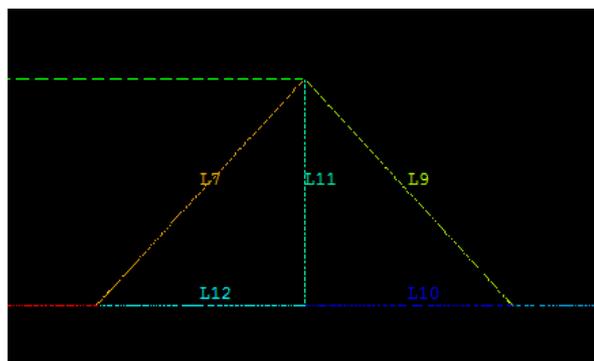


Figura 3.14.-Líneas zona adhesivo Config 2

```
!***MALLADO DE CADA UNA DE LAS ÁREAS CON EL CORRESPONDIENTE MATERIAL
```

```
MAT,2  
amesh,6
```

```
MAT,1  
amesh,3
```

```
MAT,1  
amesh,4
```

```
MAT,3  
amesh,5
```

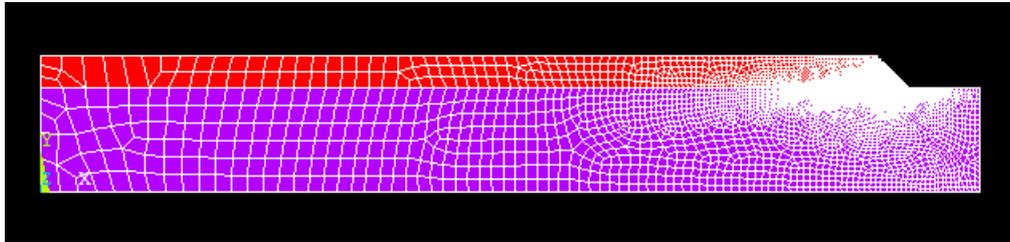


Figura 3.15.-Mallado modelo Configuración 2

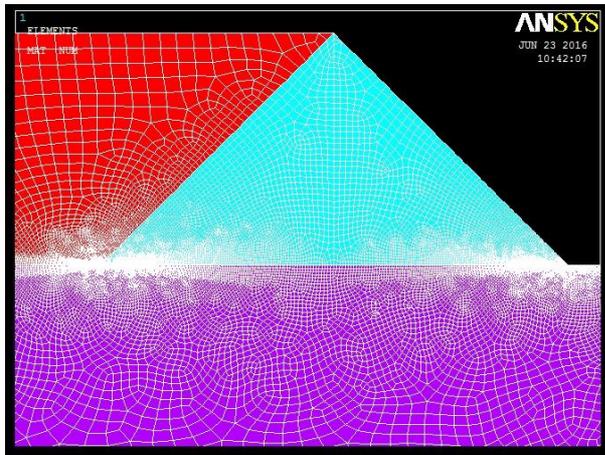


Figura 3.176.-Detalle de la malla en las dos esquinas

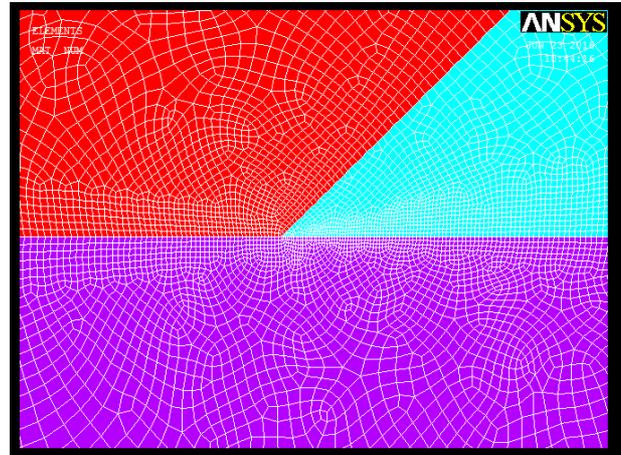


Figura 3.167.-Detalle malla en la esquina trimaterial

```
!***DEFINIMOS LAS CONDICIONES DE CONTORNO
```

```
!Definimos condiciones de contorno en líneas (comando DL), imponemos la doble  
simetría de la que hablamos antes en las líneas 1 y 2
```

```
DL,1,,symm  
DL,2,,symm
```

```
!Definimos las cargas de compresión que soporta la probeta, lo aplicamos como  
cargas en líneas (comando SFL)
```

```

SFL,4,pres,+1 !Aplicamos cargas de compresión de valor 1 en el extremo de la
probeta
SFL,13,pres,+1
SFL,6,pres,0.2 !Aplicamos una carga de compresión lateral, del 20% de la compresión
longitudinal

!*****RESOLVER*****

/SOL
/STATUS,SOLU
SOLVE

!*****POSTPROCESADO*****

!*** OBTENCIÓN DE RESULTADOS DE UNOS NODOS SITUADOS A UNA DISTANCIA R DE LA ESQUINA
TRIPLE

/POST1

allsel,all

!Definimos sistema polar en la esquina triple con el comando LOCAL: LOCAL,número
del sistema,tipo de sistema(1):cilíndrico, coordenada x, coordenada y, coordenada
z

LOCAL,14,1,14,5,0

!Con el comando CSYS activamos el sistema local 14

csys,14

!Seleccionamos nodos a un radio que se encuentre entre los dos últimos valores
con la orden NSEL,s,loc,x,r1,r2:

NSEL,s,loc,x,t1/100-t1/500,t1/100+t1/500 !R1=t1/100
NSEL,s,loc,x,t1/10-t1/150,t1/10+t1/150 !R2=t1/10
NSEL,s,loc,x,t1/3-t1/100,t1/3+t1/100 !R3=t1/3

!Los comentarios relativos a los intervalos son los mismos que anteriormente,
incluso las distancias son las mismas. Sin embargo en esta esquina, al tener
refinadas las tres líneas que llegan a ella, la circunferencia en la que
seleccionamos los nodos contiene un mayor número de estos, y los intervalos pueden
ser algo más estrechos

!Con el comando RSYS activamos el sistema de coordenadas polar 14 para dar los
resultados

RSYS,14

!Con el comando PRNSOL, S, sacamos las tensiones de los nodos seleccionados en el
sistema local activo (14)
!s,comp, para hallar las tensiones en 'x','y' y 'z'. Como las da en polares, estas
tensiones serían: sigma r, sigma teta, sigma z.

PRNSOL,S,COMP

!Con el comando DSYS activamos el sistema de coordenadas polar 14 para mostrar
las coordenadas de los nodos: r y teta

DSYS,14

```

!Con el comando NLIST sacamos el listado de las coordenadas de esos nodos en el sistema activo (14)

NLIST

*!*** OBTENCIÓN DE RESULTADOS DE UNOS NODOS SITUADOS A UNA DISTANCIA R DE LA ESQUINA DOBLE*

/POST1

allsel,all

!Definimos sistema polar en la esquina doble con el comando LOCAL. N° del sistema: 15

LOCAL,15,1,12,5,0

csys,15 *!Con el comando CSYS activamos el sistema local 15*

!Seleccionamos nodos a un radio que se encuentre entre los dos últimos valores con la orden NSEL,s,loc,x,r1,r2. !Las distintas distancias son iguales a las anteriores

NSEL,s,loc,x,t1/100-t1/300,t1/100+t1/300 *!R1=t1/100*

NSEL,s,loc,x,t1/10-t1/150,t1/10+t1/150 *!R2=t1/10*

NSEL,s,loc,x,t1/3-t1/100,t1/3+t1/100 *!R3=t1/3*

!Con el comando RSYS activamos el sistema de coordenadas polar 15 para dar los resultados

RSYS,15

!Con el comando PRNSOL, S, sacamos las tensiones de los nodos seleccionados en el sistema local activo (15)

PRNSOL,S,COMP

!Activamos el sistema de coordenadas polar 15 para mostrar las coordenadas de los nodos: r y teta

DSYS,15

!Con el comando NLIST sacamos el listado de las coordenadas de esos nodos en el sistema activo

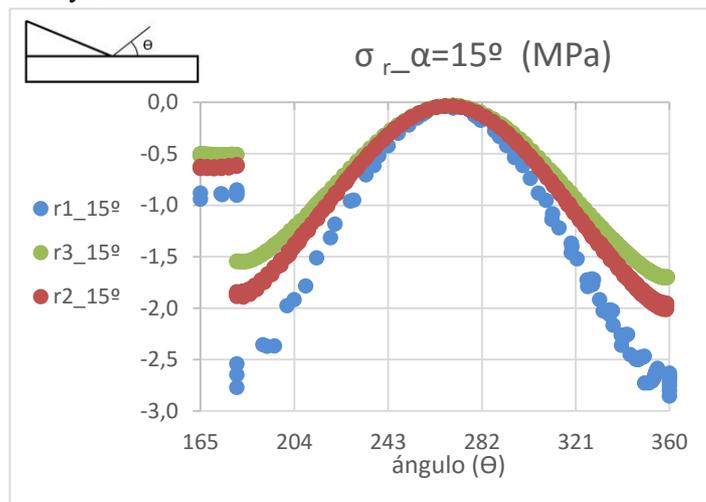
NLIST

4 RESULTADOS

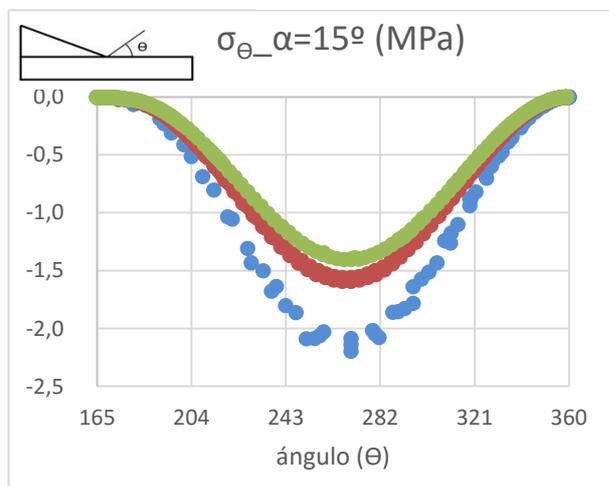
Habiendo desarrollado en capítulos anteriores el modelo de elementos finitos y las diferentes modificaciones paramétricas, lo siguiente es mostrar los resultados obtenidos una vez que introducimos el modelo en ANSYS, que es el propósito del capítulo en el que nos encontramos. Como hemos visto en el modelo de elementos finitos, obtendremos las componentes tensionales σ_r , σ_θ y $\sigma_{r\theta}$ en cada caso a las distintas distancias definidas, y haremos comparaciones entre diferentes configuraciones. En las modificaciones que afectan al orden de singularidad, como el ángulo de la esquina o la rigidez de los materiales, comprobaremos si la variación que experimentan las diferentes componentes de la tensión entre una configuración y otra es la misma que la que tiene lugar en el orden de singularidad. En las modificaciones que no afectan al orden de singularidad como el espesor del taco, veremos si tienen alguna influencia o no en los niveles tensionales. Además, al final del capítulo comprobaremos la fiabilidad de los resultados analíticos representados por δ , comparando las tensiones obtenidas de forma analítica con las numéricas, obteniendo para ello las K's de una situación concreta.

4.1 Modificación de α en la Configuración 1

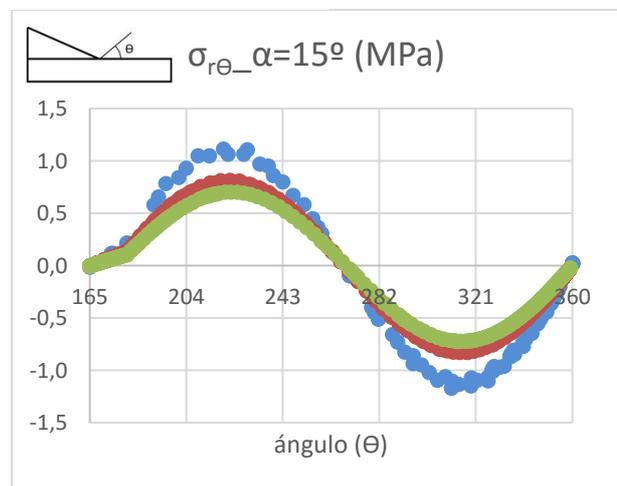
El primer modelo que habíamos definido era con $\alpha=15^\circ$, el segundo con $\alpha=40^\circ$ y el tercero con $\alpha=90^\circ$. Primeramente, vamos a mostrar como varían las tensiones en el primer modelo conforme nos alejamos de la esquina. Para ello, representamos las tensiones a las distintas distancias definidas en el modelo de elementos finitos: $r_1=t/100$, $r_2=t/10$ y $r_3=t/3$.



(a)



(b)

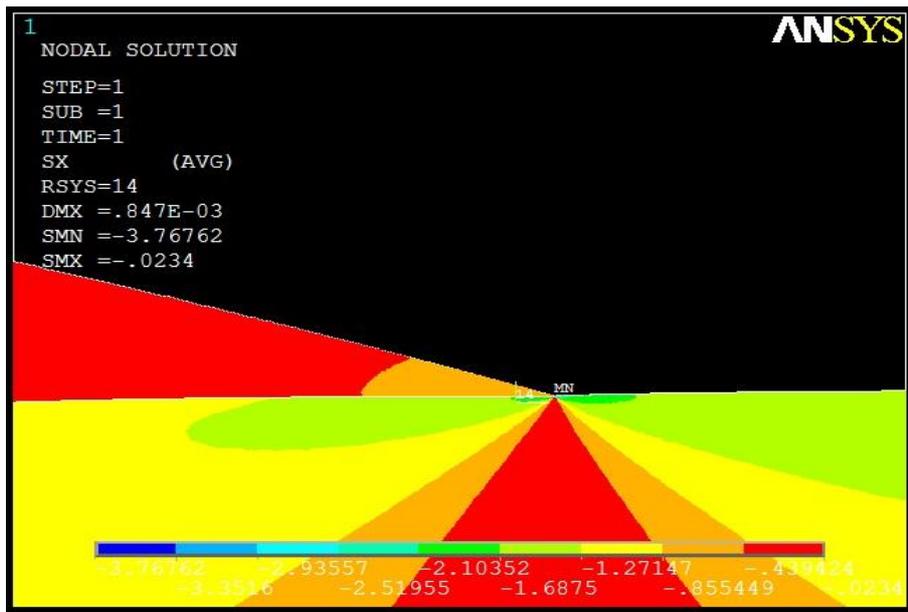


(c)

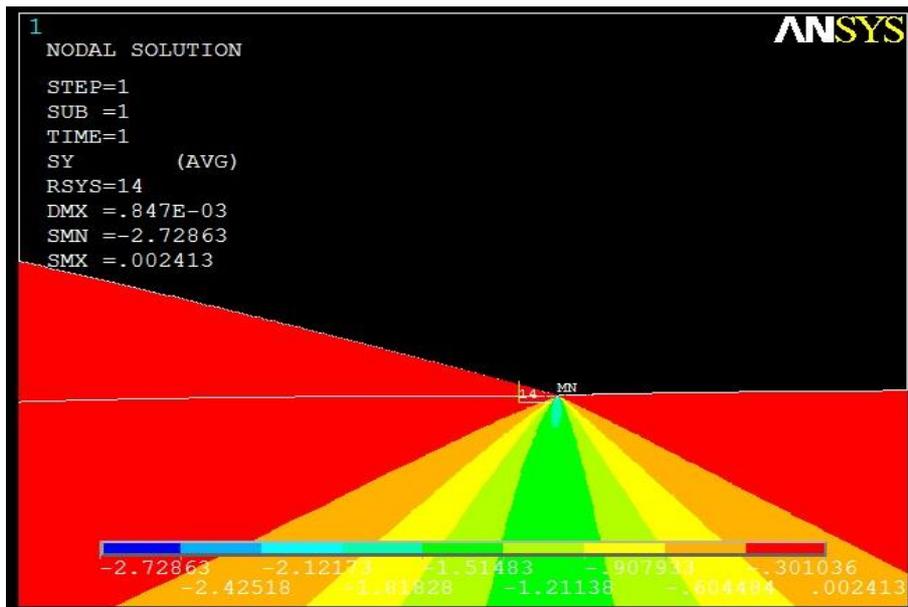
Figura 4.1.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina para Modelo 1, $\alpha = 15^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Como podemos observar, los niveles de tensión a r_2 y r_3 , es decir, a $t_1/10$ y $t_1/3$, son prácticamente iguales. La mayor diferencia se da entre las tensiones a r_1 y el resto de distancias. Por lo tanto, de aquí en adelante consideraremos sólo las distancias extremas, r_1 y r_3 , para poder así apreciar mejor las variaciones tensionales en cada una de las distancias.

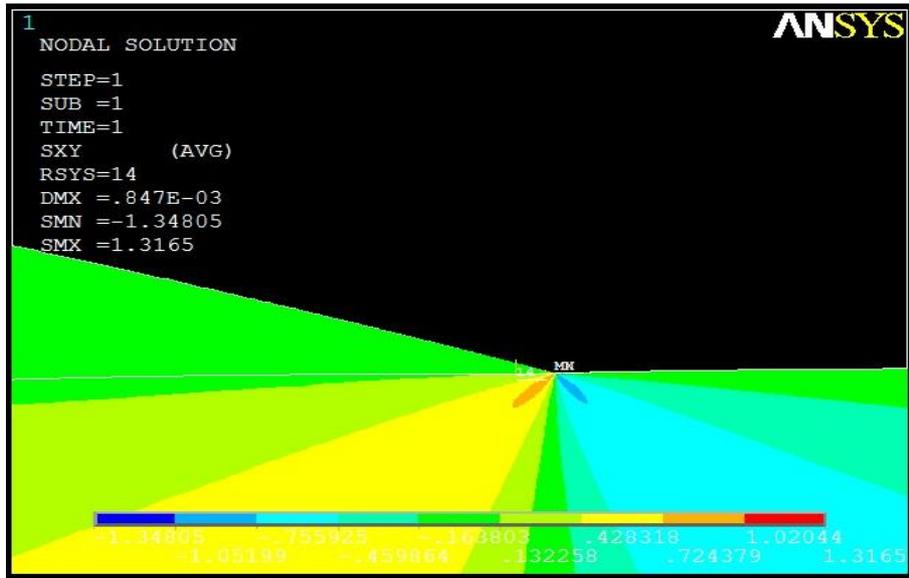
Para esta misma configuración, hemos pintado la solución nodal con la orden *Contour Plot* en ANSYS y hemos obtenido lo siguiente:



(a)



(b)



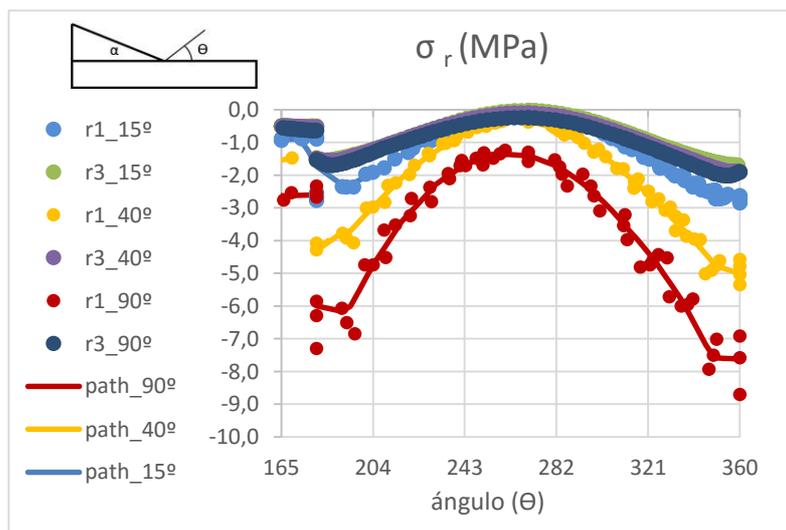
(c)

Figura 4.2.-Representaciones de las tensiones mediante Contour Plot: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

En la figura anterior podemos observar una representación de las tensiones del problema a tratar, centrándonos en los alrededores de la esquina. Si nos fijamos bien, es exactamente igual que las gráficas anteriores de la Figura 4.1.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina para Modelo 1, $\alpha = 15^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial En (a) el rojo indica un nivel de tensiones prácticamente cero, y se da para 270° aproximadamente. Además, a 180° , las tensiones son menores en el taco que en la probeta. En (b) es al revés, las mayores tensiones se dan a 270° , y en las superficies libres las tensiones son prácticamente cero (sigue siendo el color rojo). En (c) el color verde es el que indica tensiones cercanas a cero, que se da en las superficies libres y a 270° , y hacia un lado hay tensiones de tracción y hacia otro de compresión, igual que vemos en la gráfica.

A continuación, vamos a comparar las componentes tensionales en los tres modelos definidos en la

Tabla 2.5.-Modelos 1,2 y 3. Variación del ángulo α en la Configuración 1., en los que variamos el ángulo α , para las dos distancias $r1$ y $r3$:



(a)

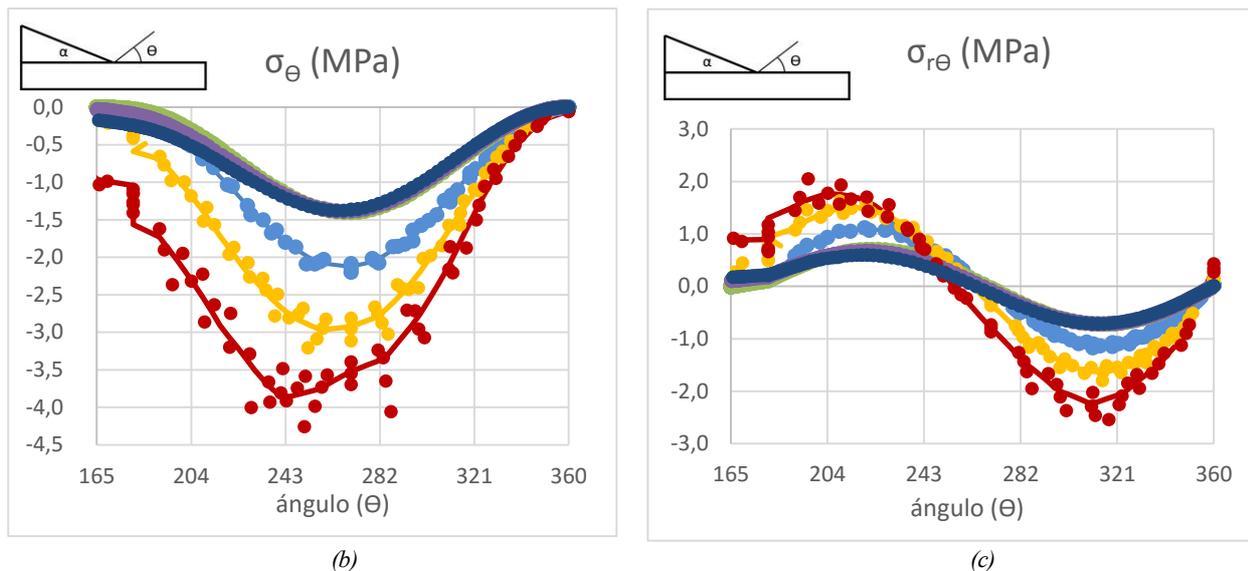


Figura 4.3.- Componentes tensionales en el entorno de la esquina para Modelos 1,2, y 3 :(a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Como podemos apreciar en las imágenes, a una distancia de la esquina igual a el espesor del taco entre 3 (r_3), ya no se nota la influencia de la modificación del ángulo. De hecho, no podemos apreciar las tres curvas porque están superpuestas. Donde sí que se nota es en r_1 , a una distancia de la esquina igual al espesor entre 100. En esta distancia se reducen conforme disminuye el ángulo α , lo que se corresponde con la evolución del orden de singularidad en esta esquina que vimos en la Figura 2.5.-Órdenes de singularidad esquina Configuración 1 y fichero de entrada, que también disminuía al disminuir α . Podemos comparar las tres gráficas a partir de 165° , que es cuando hay ya material en los tres modelos, por eso aparecen representadas a partir de ese ángulo.

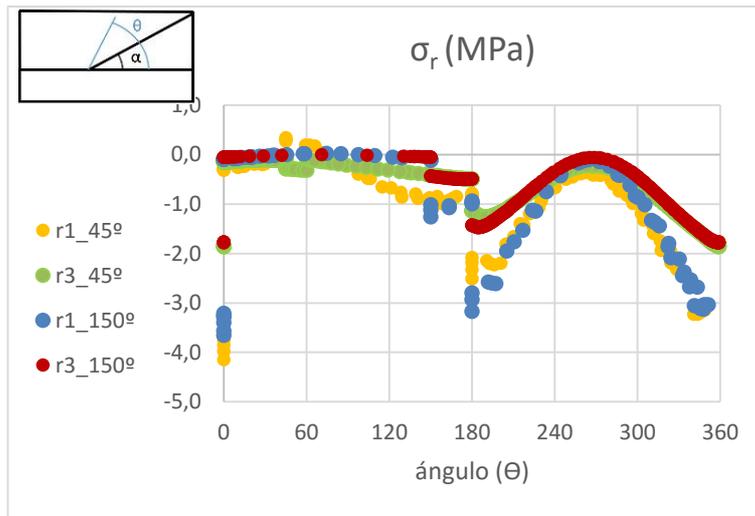
Podemos observar en esta figura la gran dispersión de la que hablábamos en el modelo de elementos finitos al definir el intervalo de r_1 . Al encontrarse tan cerca de la esquina tenemos que coger nodos en un intervalo relativamente grande para tener suficientes puntos que definan la curva. Las líneas continuas denominadas como *Path* en la leyenda de las gráficas son las tensiones obtenidas con *Path Operations* en ANSYS para la distancia r_1 . Lo que hemos hecho es definir un camino circular alrededor de la esquina de radio r_1 con el comando *Define Path*, y hallar las tensiones a lo largo de este camino. Primero con el comando *Map onto Path* especificamos qué queremos representar, que en este caso son las tres componentes tensionales, y posteriormente con *Plot Path Item* las representamos. Aunque no haya nodos exactamente en este camino, ANSYS hace una interpolación entre los nodos cercanos y saca un valor de las tensiones. No es un resultado tan exacto como el otro, los puntos, que me dan realmente las tensiones en cada nodo, pero da una mayor visibilidad de las tensiones a esa distancia. Lo hemos puesto en esta gráfica a modo de ejemplo, pero no aparecerá en gráficas sucesivas.

4.2 Modificación de α y β en la Configuración 2

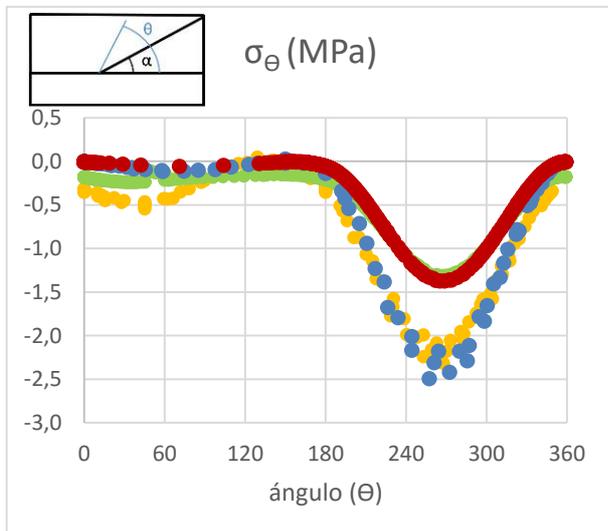
Aquí habíamos definido otros tres modelos: Modelo 4: $\alpha=45^\circ$, $\beta=45^\circ$; Modelo 5: $\alpha=100^\circ$, $\beta=45^\circ$, Modelo 6: $\alpha=150^\circ$, $\beta=15^\circ$, que se mostraron en la Tabla 2.6. Pero a diferencia de la Configuración 1, ahora tengo dos esquinas distintas, por lo que tendré que hacer comparaciones entre los diferentes modelos para cada una de las esquinas.

4.2.1 Esquina trimaterial

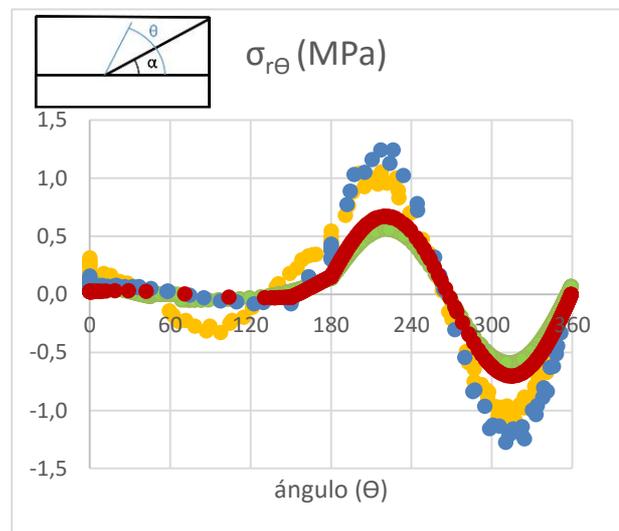
En este apartado voy a estudiar las variaciones de α en la esquina trimaterial, empezando por comparar el Modelo 4 con el 6, ya que ambos tenían el mismo orden de singularidad para esta esquina, y es curioso ver si las tensiones salen iguales o no. Además, compararé el Modelo 4 con el 5, pues el orden de singularidad en el 5 era bastante mayor que en el 4, por lo que suponemos que las tensiones van a salir también mayores.



(a)

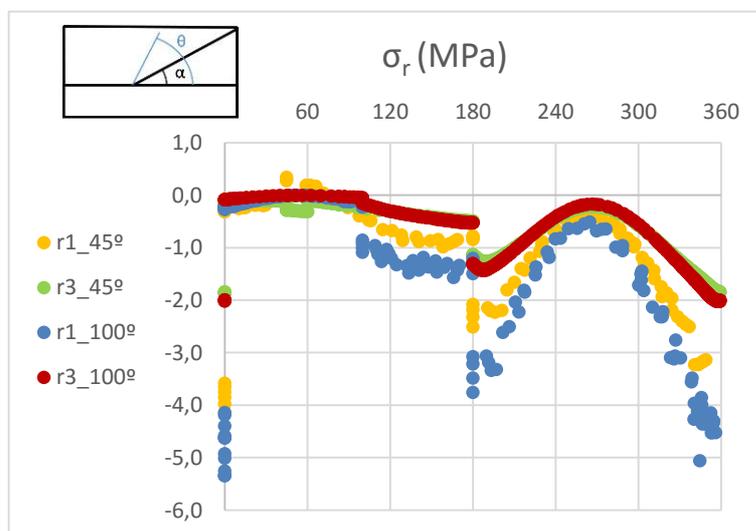


(b)



(c)

Figura 4.4.- Componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial para Modelos 4 y 6 : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial



(a)

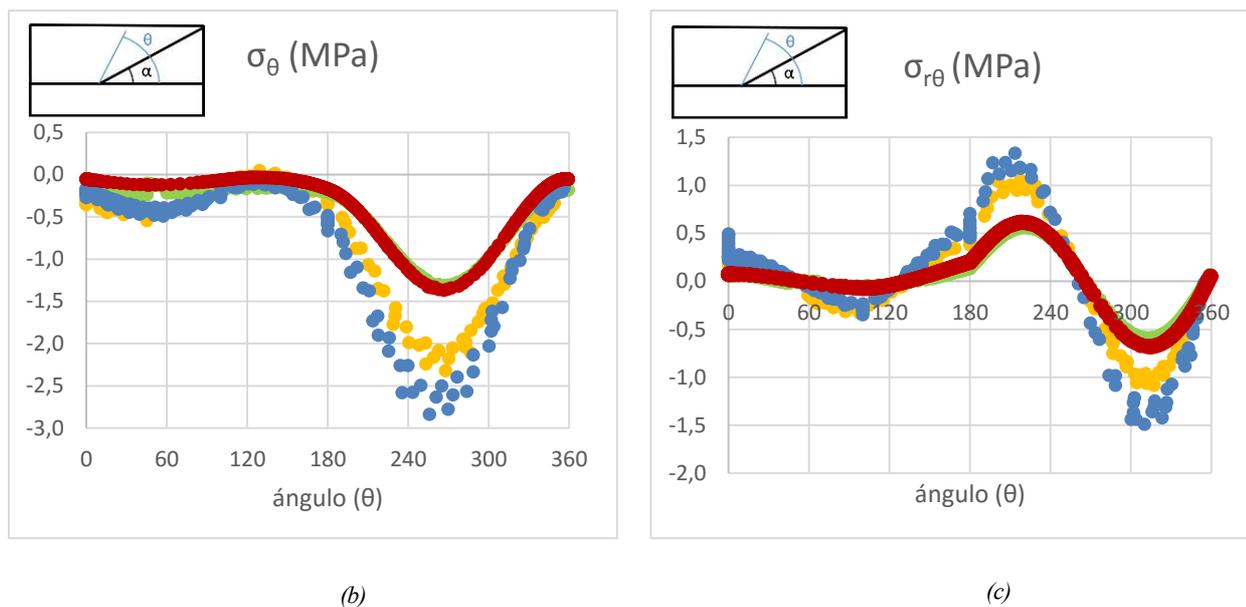


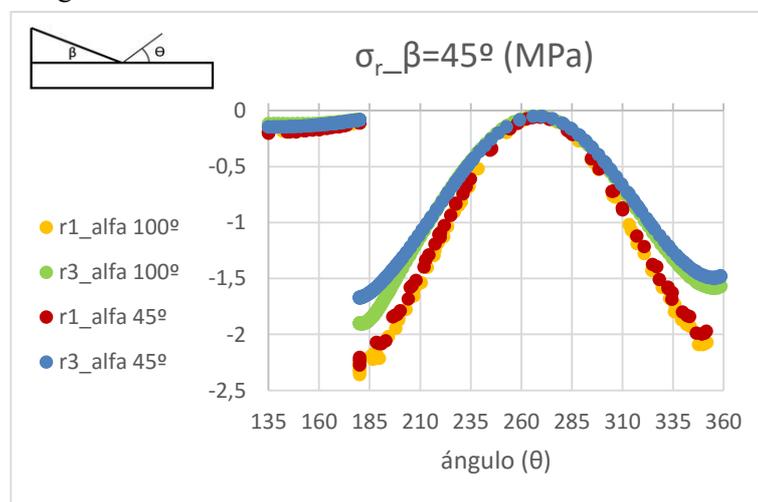
Figura 4.5.-Componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial para Modelos 4 y 5:(a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial

Los ángulos que aparecen en las leyendas de estas gráficas son siempre referidos a α , que es el ángulo influyente en esta esquina y el que estamos modificando. Como podemos ver en la Figura 4.4.- Componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial para Modelos 4 y 6 :(a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c)tensión tangencial, las tensiones son prácticamente iguales entre $\alpha=45^\circ$ y $\alpha=150^\circ$, donde el orden de singularidad era también prácticamente igual. No podemos comparar estas dos gráficas en el tramo $45 < \theta < 150^\circ$, ya que en cada caso hay un material distinto.

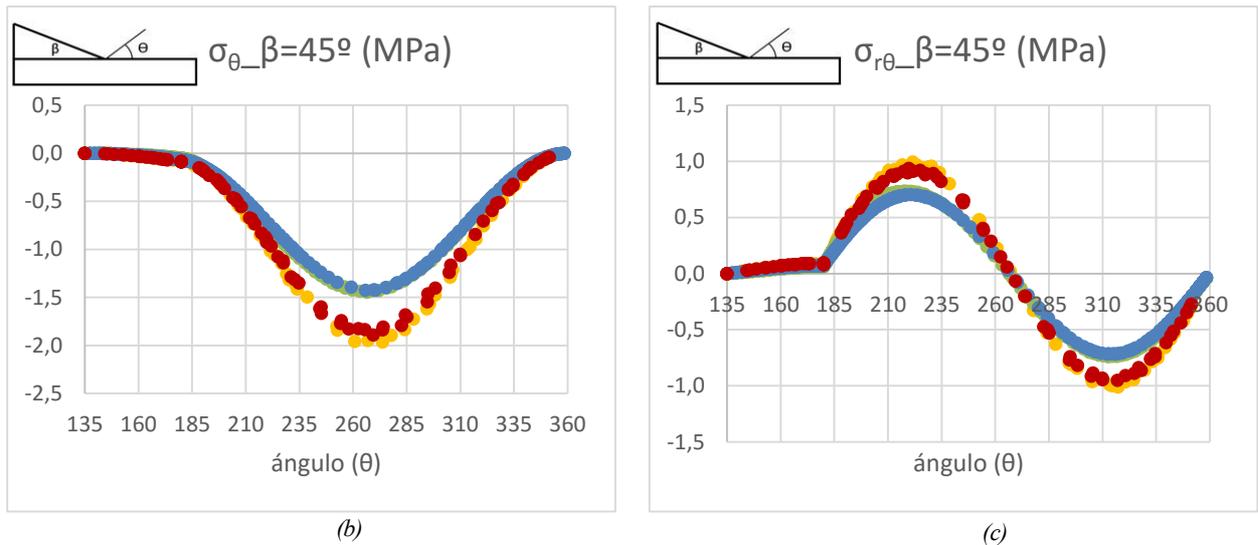
En cuanto a la Figura 4.5, al igual que pasaba en la Configuración 1, las diferencias entre los dos modelos sólo son apreciables a una distancia r_1 . La curva de $\alpha=100^\circ$ siempre está por debajo de la de $\alpha=45^\circ$, dando mayores tensiones, lo mismo que pasaba con el orden de singularidad en $\alpha=100^\circ$, que era mayor (Figura 2.7). Para θ entre 45 y 100° no podemos comparar las curvas, pues ocurre lo mismo anteriormente comentado con 150° , que en cada caso hay un material distinto en esa franja.

4.2.2 Esquina bimaterial

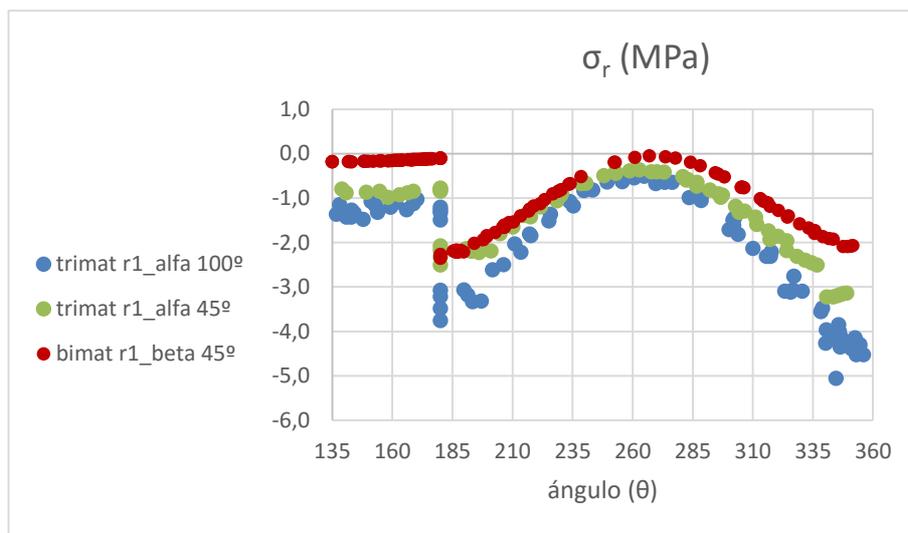
En este apartado voy a comparar las tensiones en la esquina bimaterial para los modelos 4 y 5. El ángulo β no varía entre estos dos, es 45° en ambos casos, pero varía el α de 45° a 100° . Al no variar β , el orden de singularidad en esta esquina no varía, pero al cambiar la geometría del problema podría modificarse algo la K , el FITG. Aun así, las tensiones de esta esquina en ambos modelos deben ser prácticamente iguales y está comprobado en las siguientes gráficas:



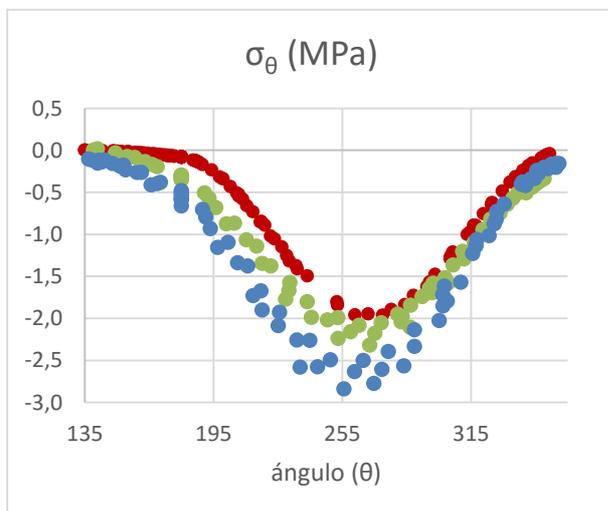
(a)



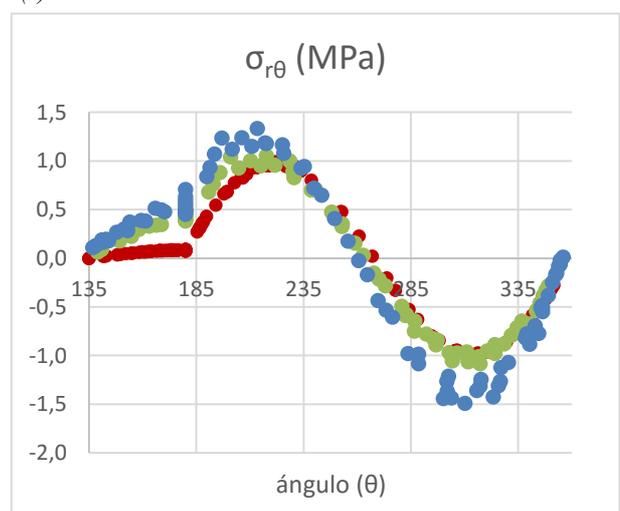
Cuando estudiamos los órdenes de singularidad, vimos que los de esta esquina eran menores que los que se daban en la esquina trimaterial. Vamos a hacer una comparación de las tensiones de esta esquina con las de la esquina trimaterial para $\alpha=45^\circ$ y para $\alpha=100^\circ$, que era donde se daban las mayores tensiones.



(a)



(b)



(c)

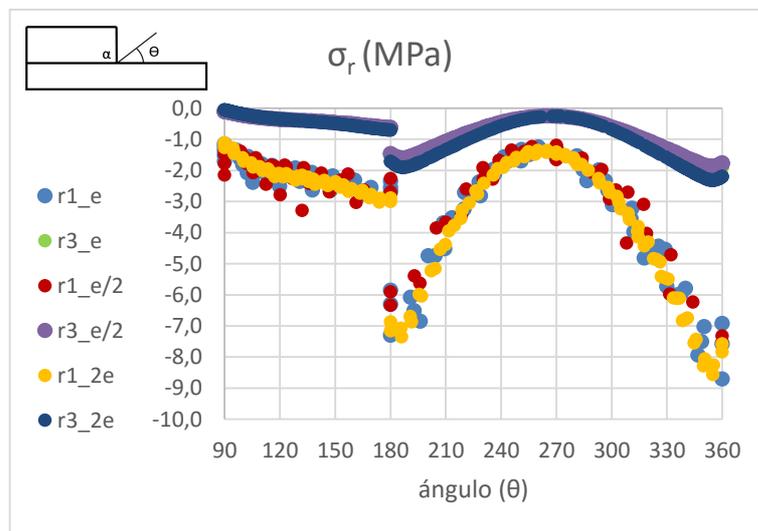
Figura 4.7.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaterial, para $\beta=45^\circ$ y trimaterial, para $\alpha=45^\circ$ y 100° : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Como podemos ver en la figura anterior, siempre las tensiones en la esquina bimaterial están por debajo de la trimaterial. Con $\alpha=45^\circ$ son un poco más iguales, pero con $\alpha=100^\circ$ hay bastante diferencia. No vamos a estudiar por tanto el caso de $\beta=30^\circ$, pues esto no haría sino disminuir las tensiones en esta esquina bimaterial según la Figura 2.9, acentuando la diferencia con la otra esquina.

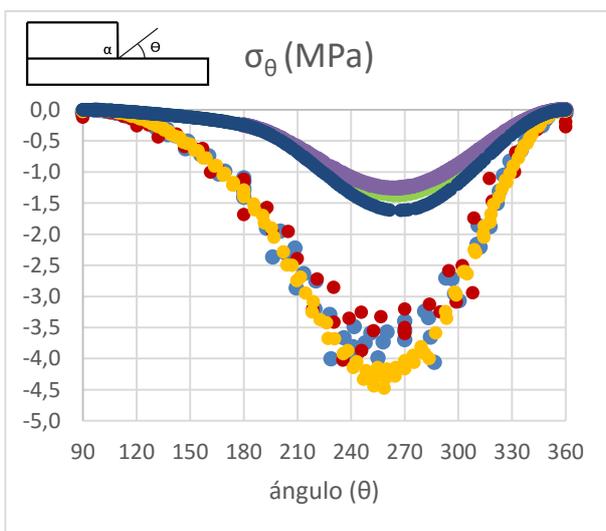
4.3 Modificación del espesor

4.3.1 Configuración 1

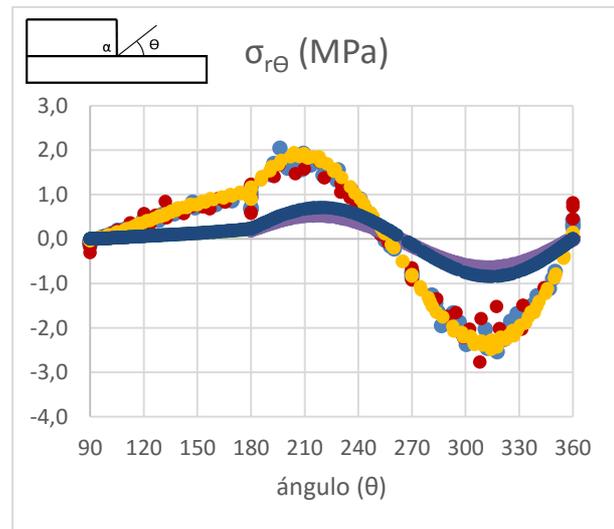
En la Tabla 2.7 definimos los modelos 7 y 8 de la Configuración 1 con el espesor modificado, el 7 con doble espesor y el 8 con la mitad de espesor. Vamos a comparar las tensiones obtenidas en estos dos con las del modelo 1, que era la configuración original del Imperial College con $\alpha=90^\circ$. Nos referiremos a la mitad del espesor con “e/2” y al doble con “2e”



(a)



(b)



(c)

Figura 4.8.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con los modelos 7 y 8, con $\alpha=90^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

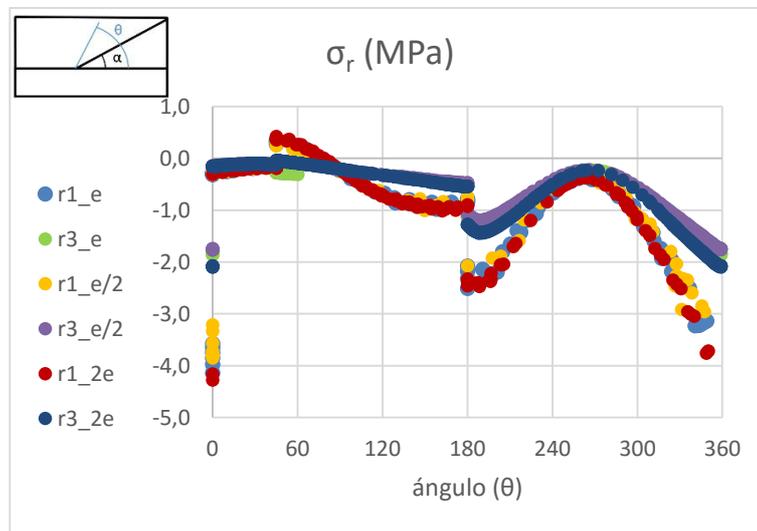
Según las gráficas anteriores, es mínima la influencia sobre las tensiones de dividir o multiplicar el espesor del taco por dos. El único sitio donde podemos notar algo de diferencia es en σ_θ , donde las tensiones de 2e son algo mayores que las del espesor nominal. Como de una situación a otra lo único que cambiaba era el factor de intensificación de tensiones generalizado, la K, al no intervenir el espesor en el orden de singularidad, podemos deducir que la K es prácticamente la misma de una situación a otra.

4.3.2 Configuración 2

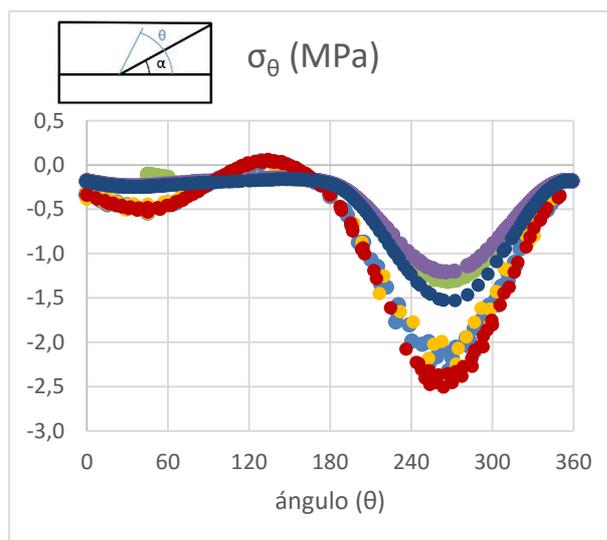
En la misma tabla anteriorTabla 2.7 tenemos los modelos 9 y 10 de la Configuración 2 con el espesor modificado. El 9 con el doble de espesor y el 10 con la mitad de espesor, ambos con los ángulos predeterminados $\alpha=45^\circ$ y $\beta=45^\circ$. Compararemos igual que antes las tensiones cerca de las esquinas de estos dos modelos, con las tensiones del modelo nominal, modelo 4. Estudio de nuevo las dos esquinas en esta configuración.

4.3.2.1 Esquina trimaterial

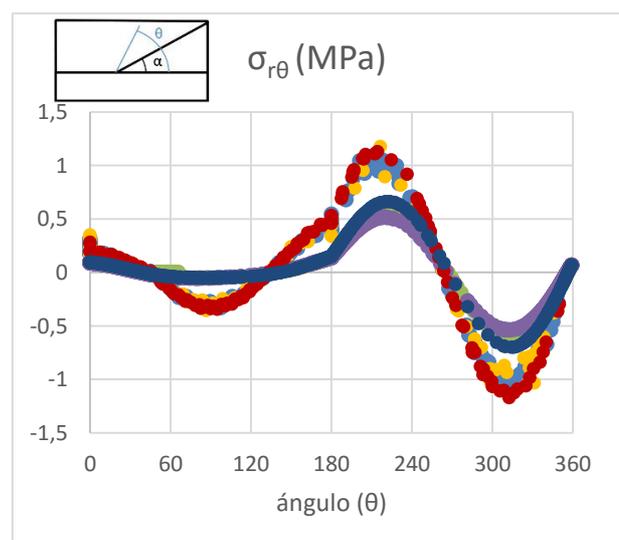
Los resultados numéricos obtenidos de ANSYS son los siguientes:



(a)



(b)



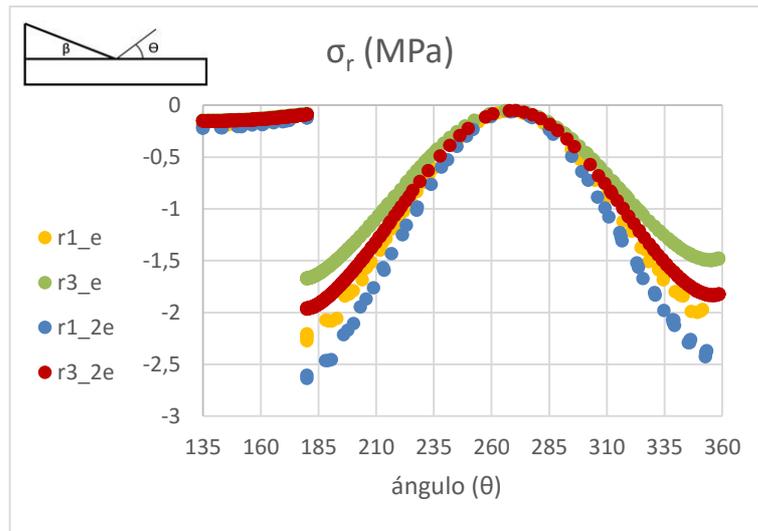
(c)

Figura 4.9.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las de los modelos 9 y 10, todos con $\alpha=45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

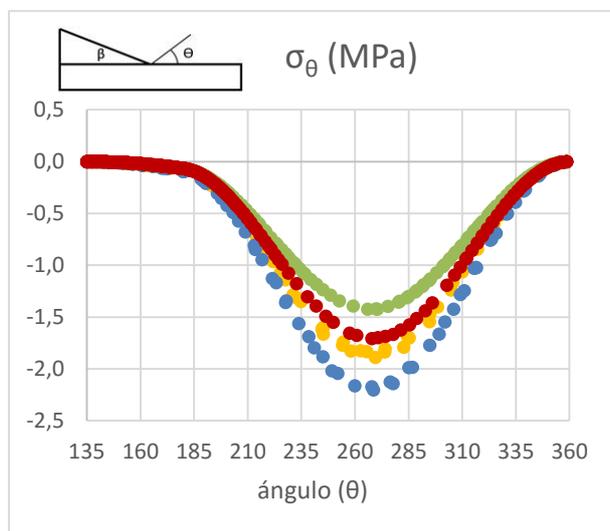
Como podemos ver en las gráficas anteriores, no hay mucha diferencia en los niveles tensionales al modificar el espesor. En todo caso podríamos resaltar un leve incremento de las tensiones al doblar el espesor, pero es mínimo, con lo que podemos deducir de nuevo en esta situación que el factor de intensificación de tensiones generalizado no habrá cambiado mucho de una situación a otra, al tener el mismo orden de singularidad.

4.3.2.2 Esquina bimaterial

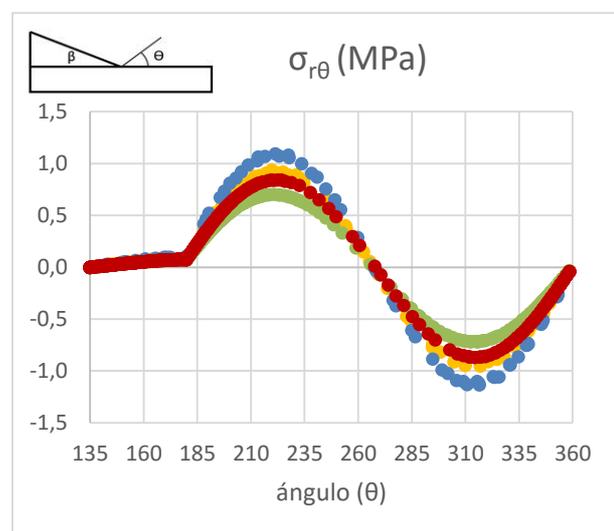
En esta esquina sí se nota algo más la influencia de la modificación del espesor, y para que los gráficos sean más claros vamos a representar por separado la comparación del espesor nominal con el doble espesor y la comparación del espesor nominal con la mitad del espesor, empezando por el doble espesor.



(a)



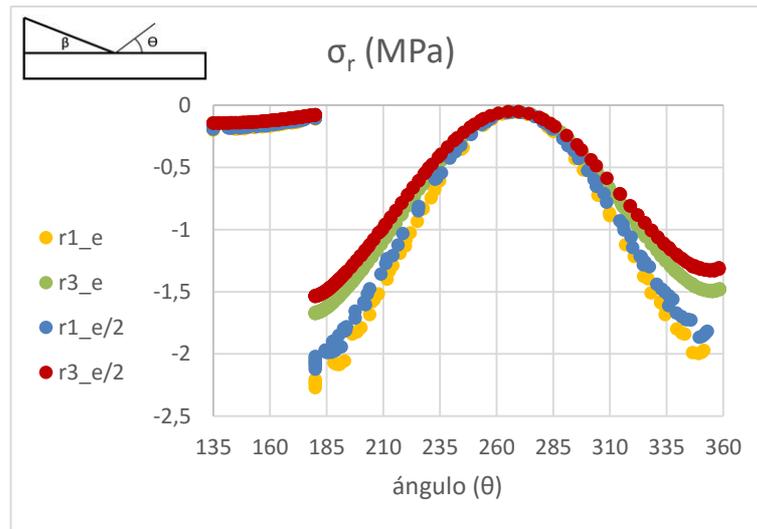
(b)



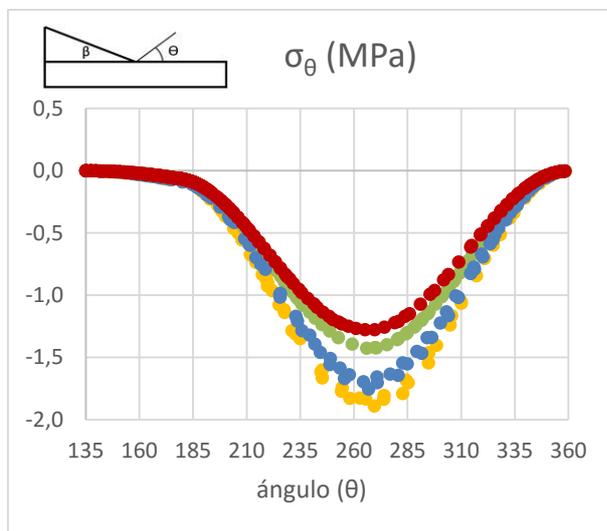
(c)

Figura 4.10.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las del modelo 9, ambos con $\beta = 45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

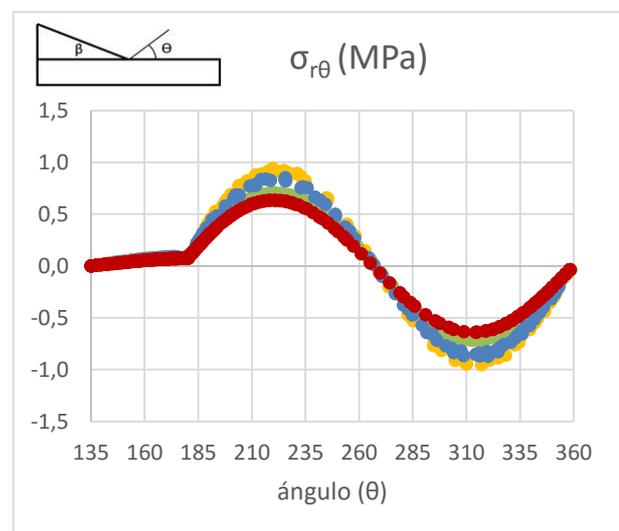
Como podemos observar aquí sí influye más la modificación del espesor, y las gráficas originales (amarillo y verde) se desplazan bastante (azul y roja) hacia tensiones mayores, hasta el punto de que las tensiones a r1 con el espesor nominal son las mismas que a r3 con el doble de espesor.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.11.- Comparación de las componentes tensionales nominales en el entorno de la esquina con las del modelo 10, ambos con $\beta = 45^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Con la mitad del espesor las variaciones en tensión son menores, notando únicamente una leve disminución de las tensiones a las dos distancias escogidas: r_1 y r_3 .

4.4 Modificación de la rigidez del taco

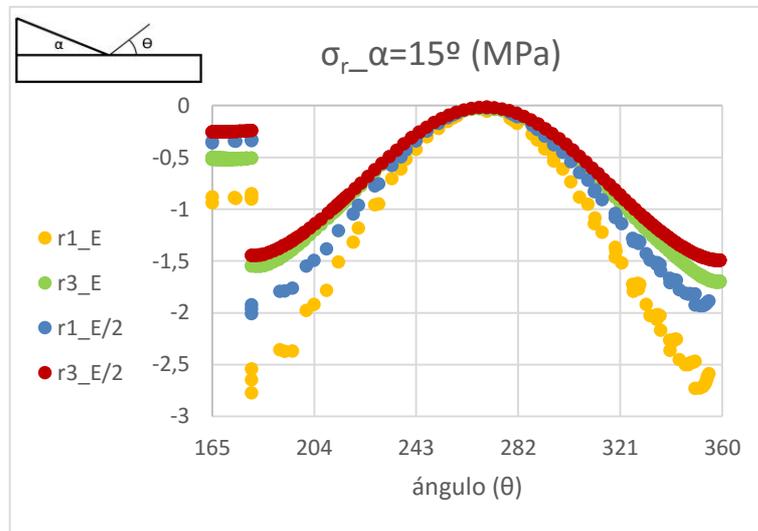
En esta sección vamos a comparar los resultados de las componentes tensionales en el entorno de las esquinas ya obtenidos para los distintos ángulos, con los obtenidos para las mismas geometrías con la mitad de las rigideces: $E_{11}/2$, $E_{22}/2$ y $E_{33}/2$. Ya vimos la evolución del orden de singularidad en las diferentes esquinas con la rigidez modificada en la subsección 2.4.4., con lo que vamos a comprobar en este apartado si esa misma evolución es observable en las tensiones.

4.4.1 Configuración 1

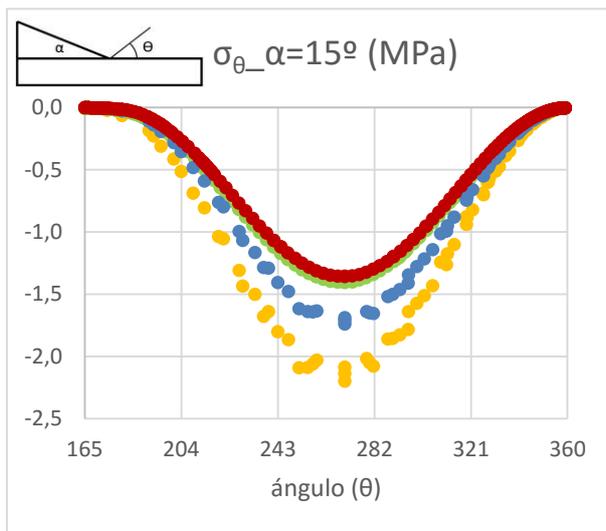
Primeramente, compararemos para cada uno de los ángulos ($15,40$ y 90°) las tensiones en los modelos nominales y en los modelos con la rigidez modificada, y posteriormente haremos una comparativa de los tres modelos con la rigidez modificada, para ver si la evolución de las tensiones en los tres se corresponde con la

Figura 2.13, en la que se muestra la evolución del orden de singularidad para $E_{ii}/2$ conforme modificamos α .

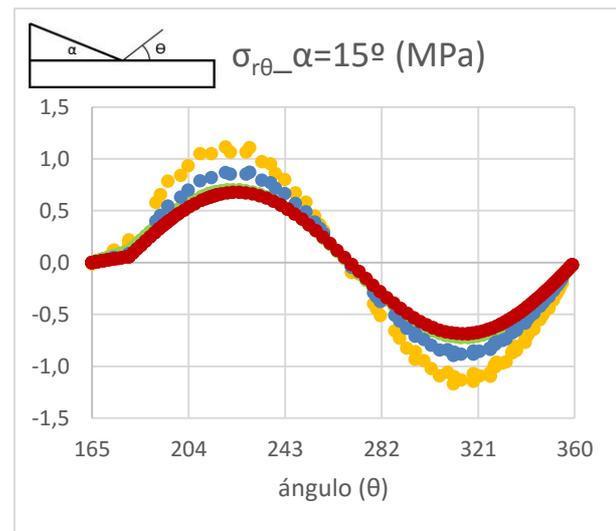
Nos referiremos a los resultados con las rigideces nominales como “E”, y a los resultados con las rigideces a la mitad como “E/2”.



(a)



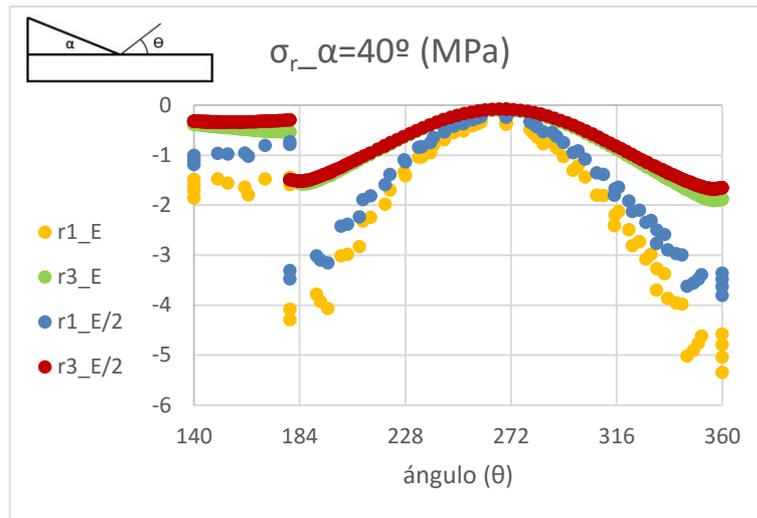
(b)



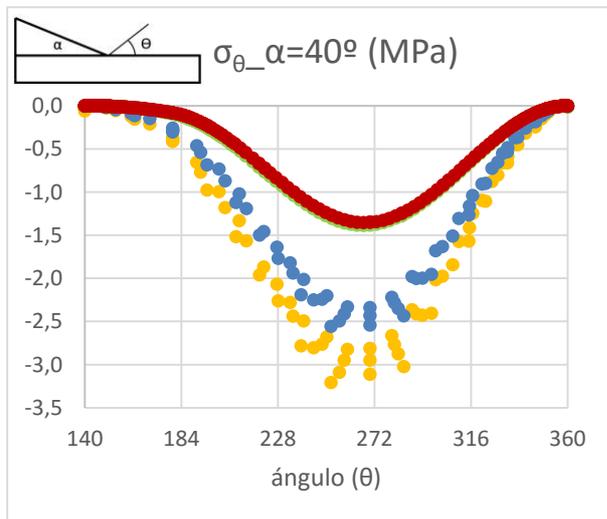
(c)

Figura 4.12.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha=15^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

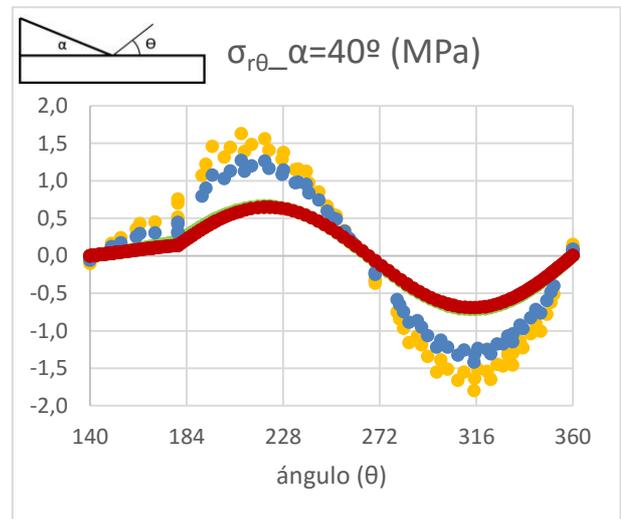
Como ya explicábamos y veíamos en la Figura 2.13, para este ángulo de $\alpha=15^\circ$ se producía la mayor disminución del orden de singularidad, y aquí podemos observar también una gran disminución de los niveles tensionales para una distancia igual a $r_1=t_1/100$. Para $r_3=t_1/3$ ya la variación es muy leve.



(a)



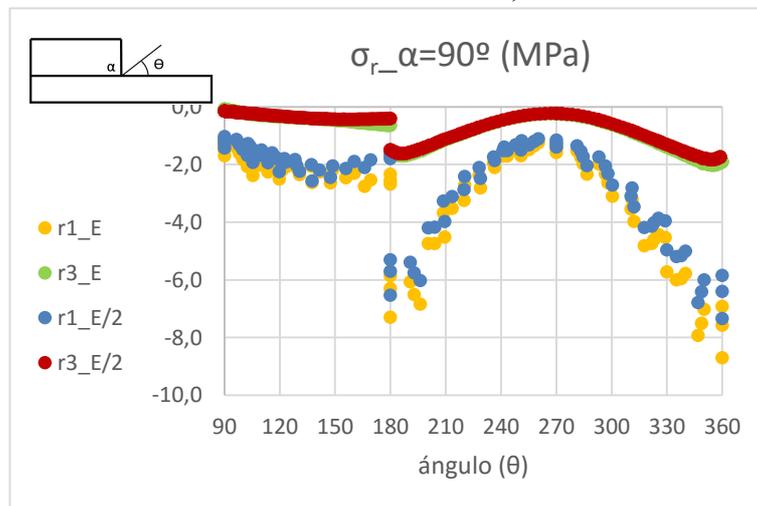
(b)



(c)

Figura 4.13.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha=40^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Como podíamos ver también en la Figura 2.13, para este ángulo era importante la disminución del orden de singularidad, aunque menor que en el caso de 15° , y esto mismo es lo que podemos observar en los resultados tensionales. Sólo observamos esta variación de las tensiones a $r1$, a $r3$ no se ven modificadas.



(a)

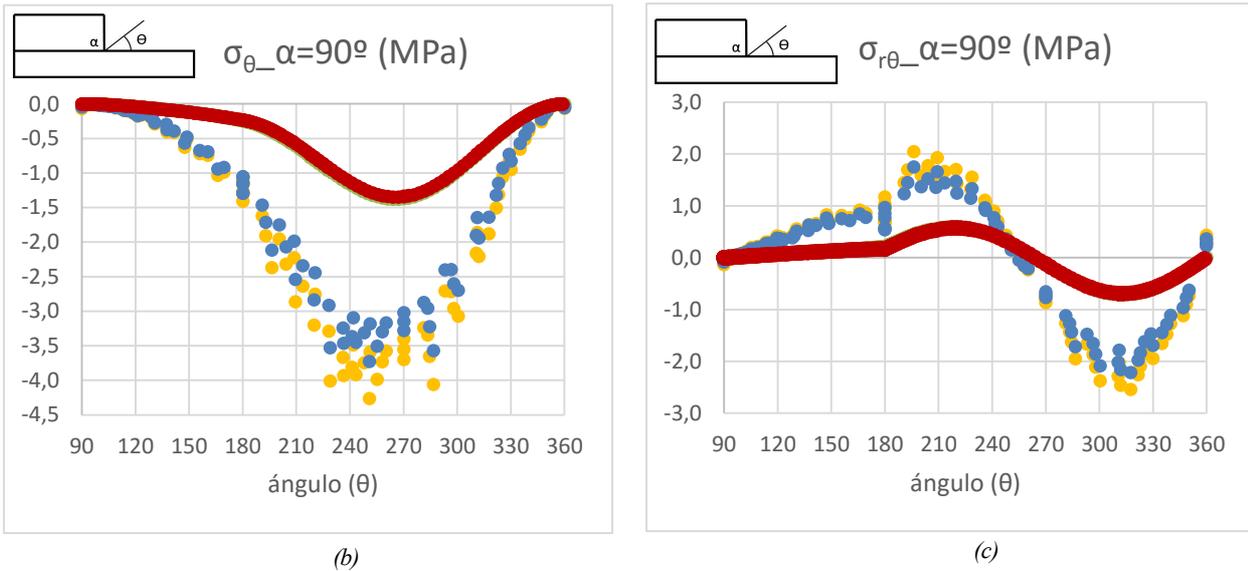


Figura 4.14.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha = 90^\circ$ al modificar la rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

De los tres ángulos escogidos, para este era el que se producía la menor disminución del orden de singularidad, y eso mismo podemos observar aquí, ya que la variación de las tensiones es muy leve, mucho menor que en los dos casos anteriores.

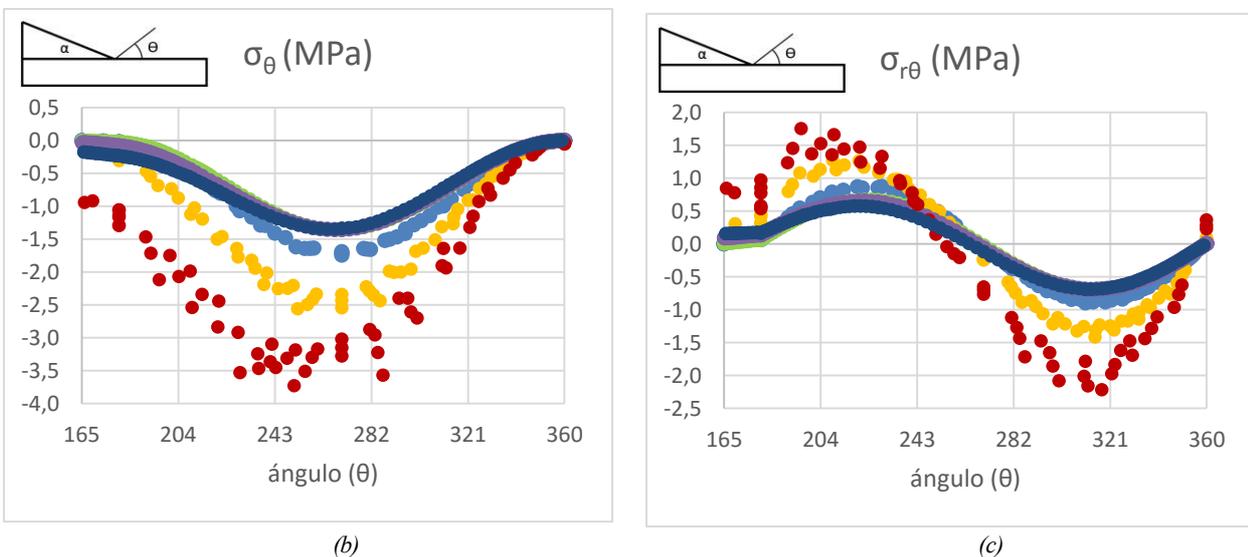
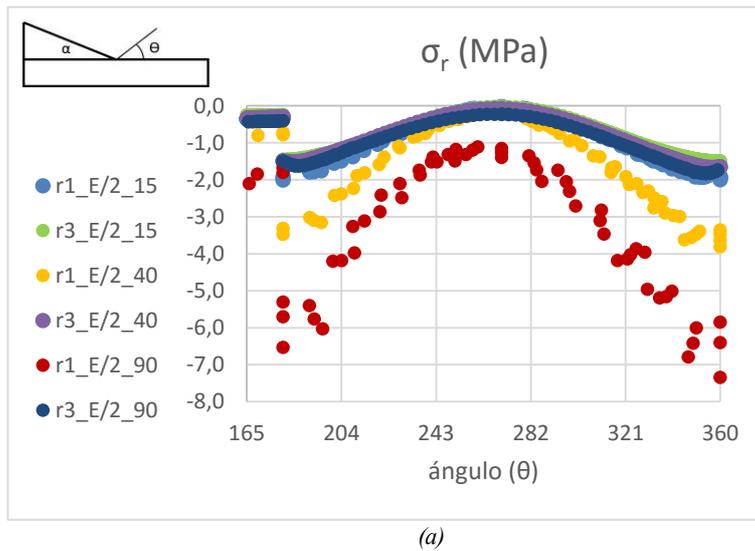


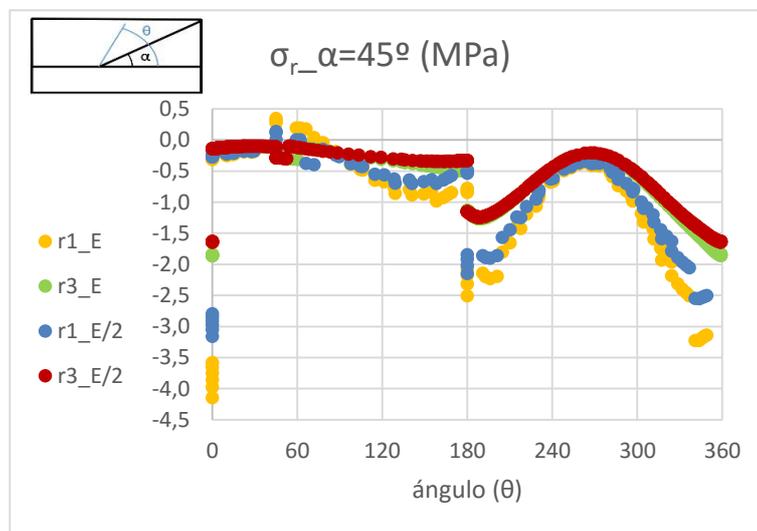
Figura 4.15.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha = 15, 40$ y 90° con la rigidez modificada: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Hemos comparado las gráficas a partir de 165° que es cuando empieza a haber material en los tres modelos. Antes, en $\alpha = 40^\circ$ teníamos un orden de singularidad intermedio entre 90° y 15° . Ahora, según la figura Figura 2.13, 40° tiene un orden de singularidad más cercano al de 15° que al de 90° . Y según podemos observar en los resultados tensionales, la curva de 40° está algo más cerca de la de 15° que de la de 90° , pero no es una diferencia tan grande como la que hay en los órdenes de singularidad.

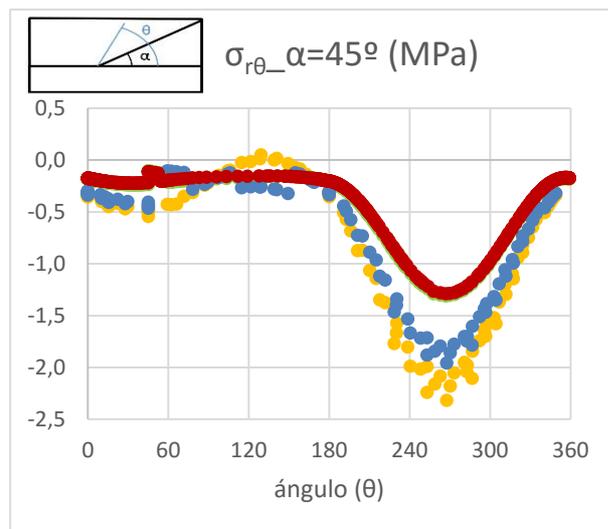
4.4.2 Configuración 2

4.4.2.1 Esquina trimaterial

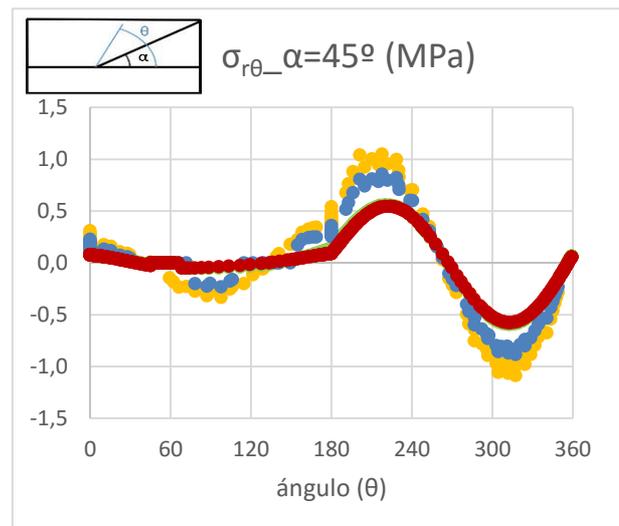
Para esta esquina los ángulos estudiados fueron $45, 100$ y 150° . Al igual que antes en la Configuración 1, primero compararemos cada uno de los ángulos individualmente, las tensiones con E y con E/2, y luego compararemos las tensiones para 45° y 150° una vez que la rigidez ha sido modificada.



(a)



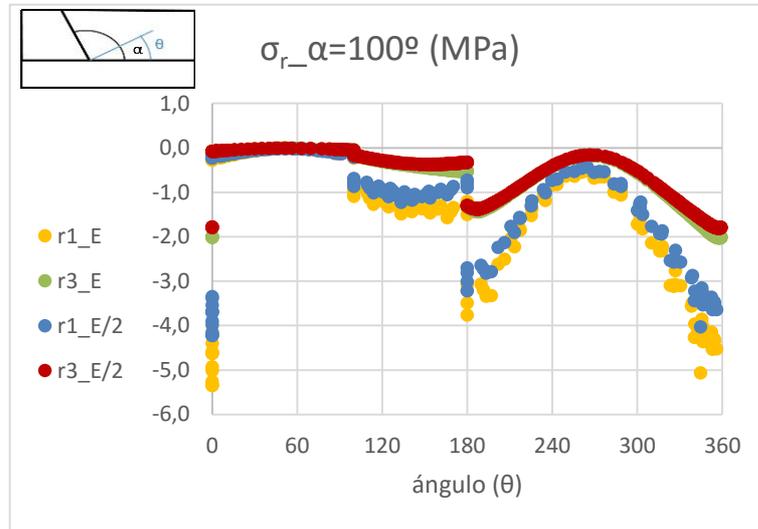
(b)



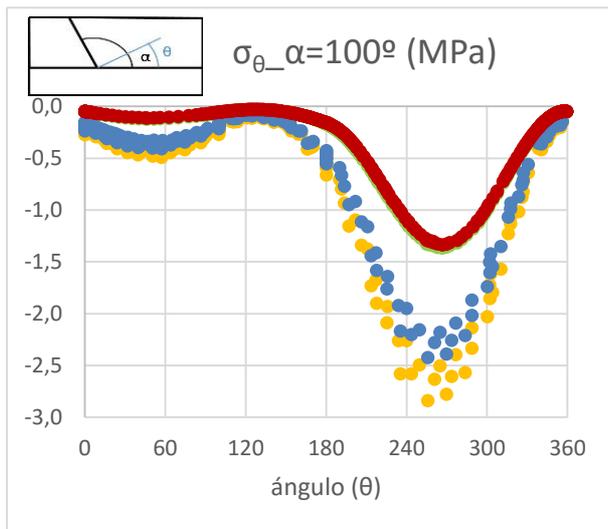
(c)

Figura 4.16.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha = 45^\circ$ al modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

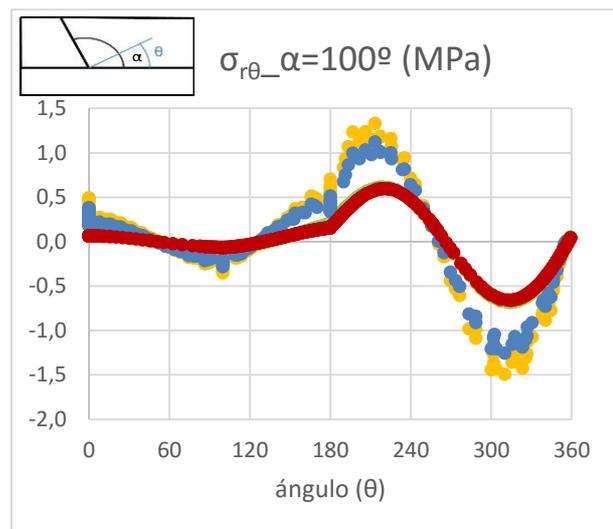
Podemos ver como se produce una disminución de las tensiones al disminuir la rigidez, aunque es bastante pequeña. La disminución del orden de singularidad en este caso también era muy pequeña, la cual aparecía representada en la Figura 2.14.



(a)



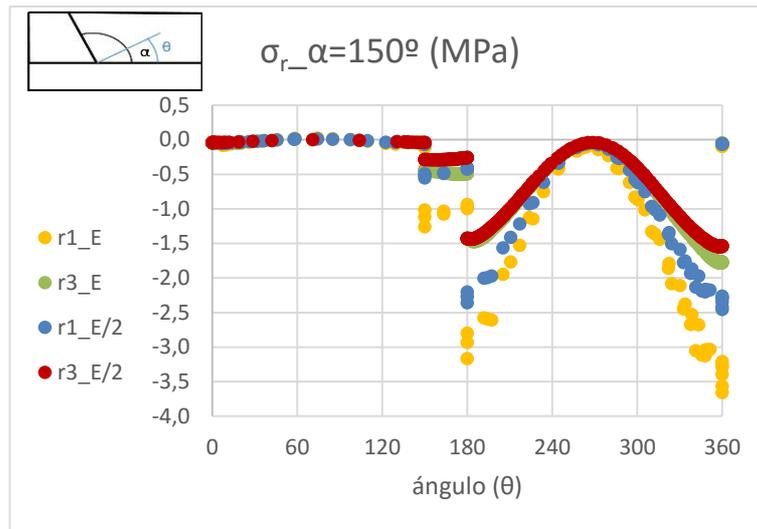
(b)



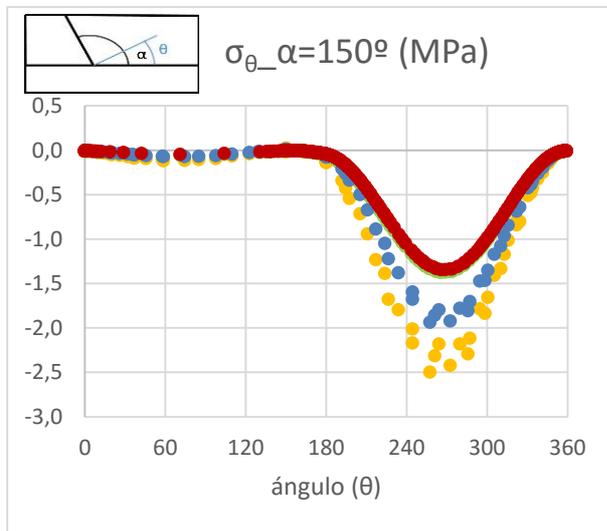
(c)

Figura 4.17.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha=100^\circ$ al modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

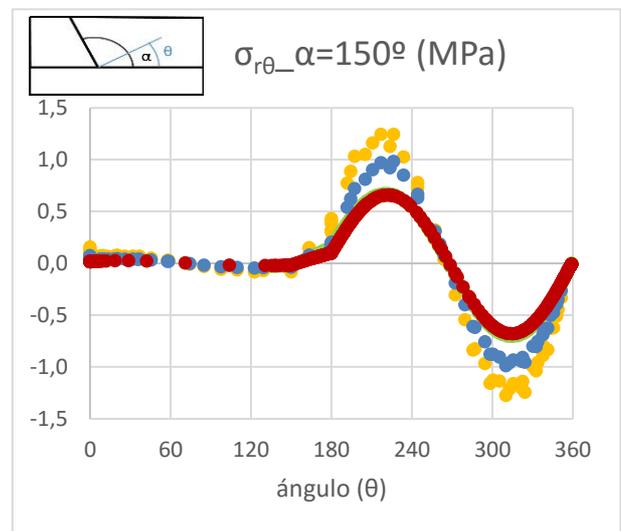
En este caso tenemos una situación parecida a la de 45° , las tensiones disminuyen algo, pero muy poco, al igual que lo hacía el orden de singularidad para $\alpha=100^\circ$ en la Figura 2.14.



(a)



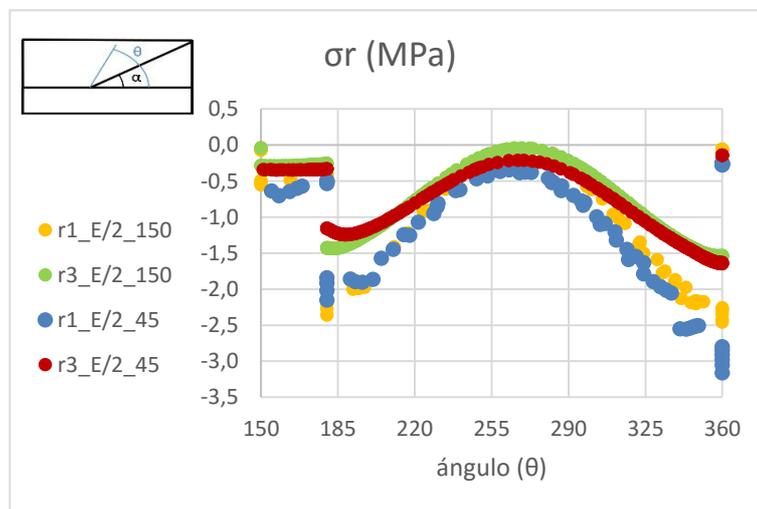
(b)



(c)

Figura 4.18.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha=150^\circ$ al modificarla rigidez del taco: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

De los tres ángulos, este era el que experimentaba una mayor variación del orden de singularidad, y esto mismo podemos apreciar en las tensiones. Compararemos ahora entonces 150 y 45° con la rigidez modificada.



(a)

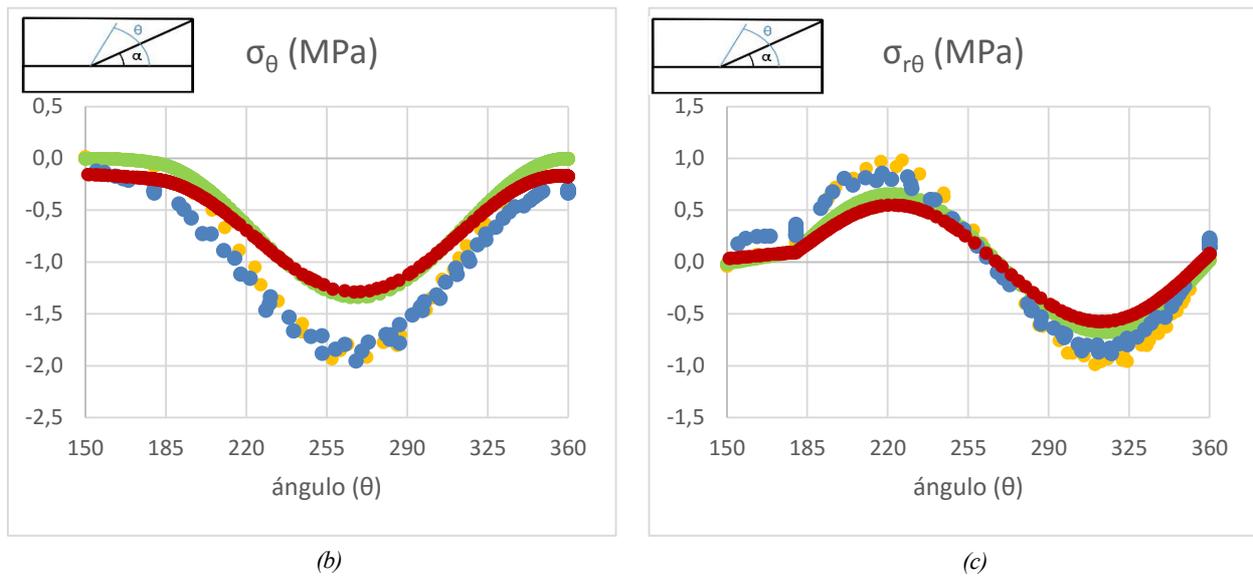


Figura 4.19.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina para $\alpha = 45$ y 150° con la rigidez modificada: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Comparamos estas gráficas a partir de 150° , que es el ángulo a partir del cual tenemos los mismos materiales en ambos casos. Para $45^\circ < \theta < 150^\circ$, en el caso de $\alpha = 45^\circ$ se encuentra el taco, y en el de $\alpha = 150^\circ$ el adhesivo. Ambas gráficas siguen siendo muy parecidas, pero podemos ver como la gráfica de 150° se encuentra en la mayoría de los casos un poco por encima de la de 45° , es decir, con menores tensiones. Esto se corresponde con lo que veíamos en la Figura 2.14, en la que aparecían los órdenes de singularidad de esta esquina una vez modificada la rigidez, y podíamos ver como para 150° el orden de singularidad era algo menor que para 45° .

4.5 Radio de curvatura en la esquina

Como ya hemos visto, vamos a añadir un radio de curvatura en la esquina de la Configuración 1 al ser la más simple, para ver los efectos que éste provocaría. En el capítulo del análisis paramétrico diseñamos dos modelos, 11 y 12, el primero con un radio de curvatura de $t_1/5$ y el segundo de $t_1/10$, siendo t_1 el espesor del taco. Vamos a analizar en esta sección las componentes tensionales a las distintas distancias que definimos en el modelo de elementos finitos: $R_1=r$, $R_2=1,5 \cdot r$, $R_3=3 \cdot r$, $R_4=0,75 \cdot r$, y compararemos las del modelo con curvatura con las del modelo sin curvatura.

4.5.1 Radio 1

El primer radio de curvatura es igual al espesor del taco entre cinco. En una misma gráfica no podemos apreciar bien los resultados de las cuatro distancias, pues las distintas curvas se encuentran muy cerca unas de otras. Por ello, representaremos cada distancia por separado, de más cerca a más lejos de la esquina.

En todas las gráficas siguientes las tensiones representadas en el eje vertical se encuentran en MPa, y en el eje horizontal aparece representado el ángulo θ en grados, ángulo medido desde la horizontal a 0° .

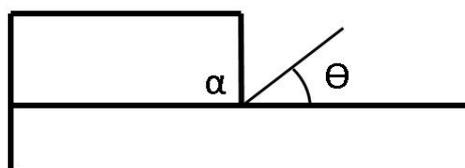


Figura 4.20.-Ángulo θ eje horizontal

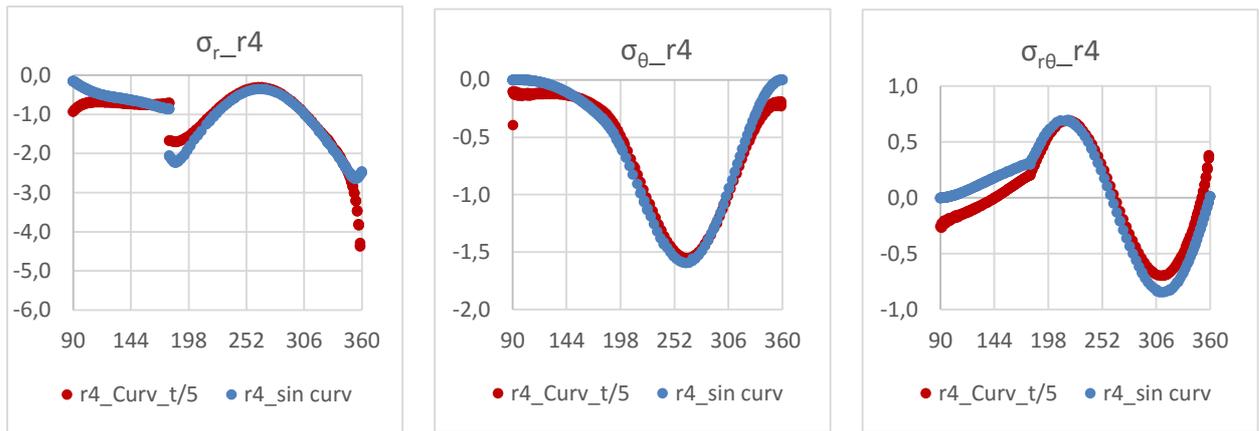


Figura 4.21.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r4=0,75r$

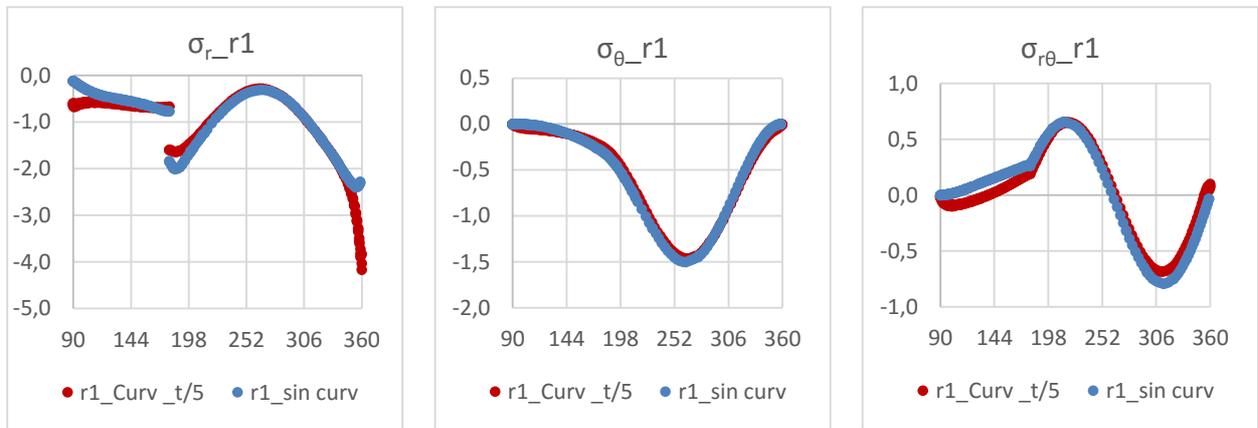


Figura 4.22.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r1=r$

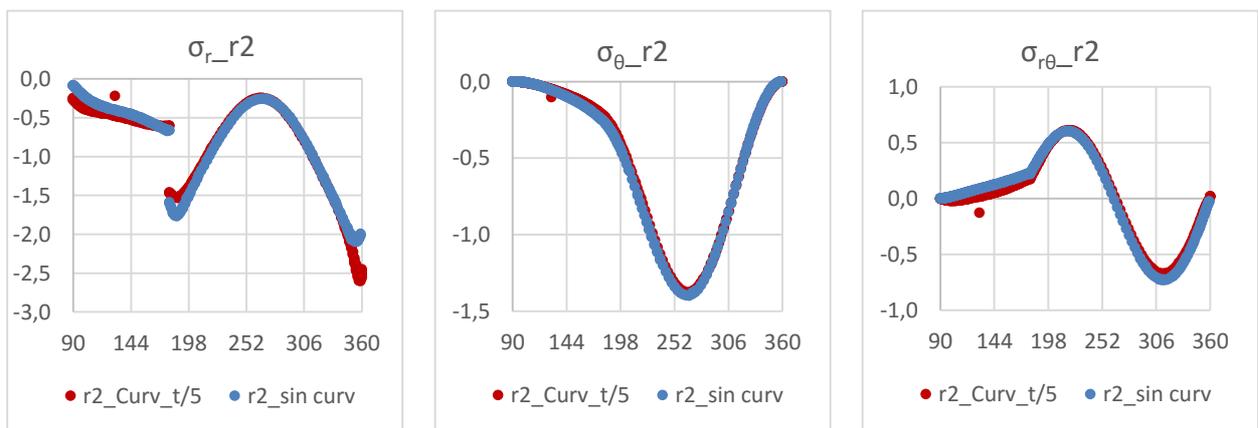


Figura 4.23.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r2=1,5r$

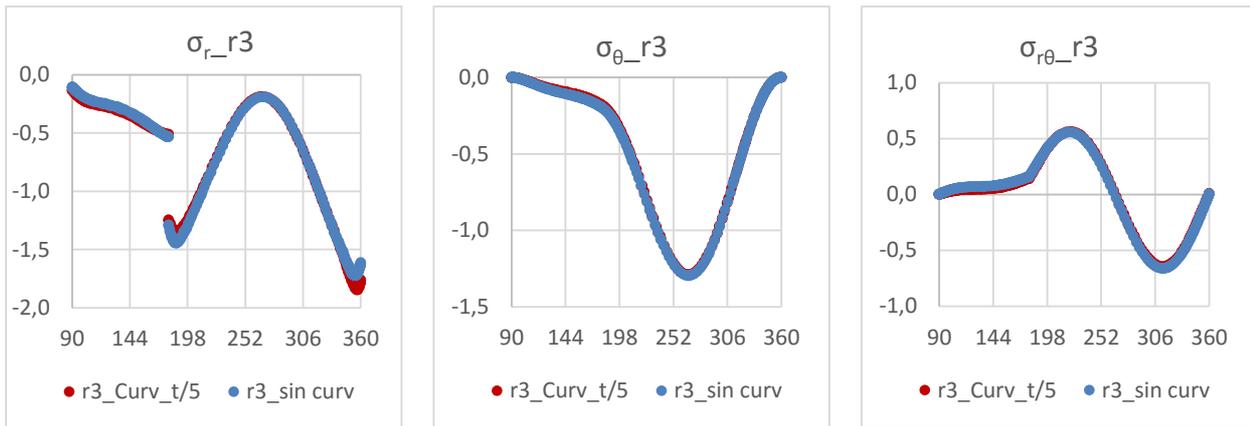


Figura 4.24.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r_3=3r$

Como podemos observar en las gráficas anteriores, conforme nos alejamos de la esquina la influencia del radio de curvatura es menor, y las tensiones no se ven modificadas por este. Donde notamos más diferencia es a una distancia r_1 igual al radio de curvatura y a una distancia r_4 menor al radio de curvatura, y en ambos casos las diferencias entre las dos curvas se dan principalmente en los extremos. Esto es debido a que en el modelo sin curvatura a 90° y 180° tengo las superficies libres, pero en el modelo con curvatura a distancias menores que el radio de curvatura estos dos ángulos no son superficies libres, pues hay material para ángulos menores. Esto causa sin duda diferencia en las tensiones para esos ángulos, 90° y 180° , y ángulos cercanos a estos, pues por ejemplo la tensión circunferencial y tangencial en esos ángulos será cero para el modelo sin curvatura y distinto de cero para el modelo con curvatura cuando la distancia sea menor que el radio (en r_4).

Lo que hemos estado comentando aparece representado de forma gráfica en las siguientes figuras:

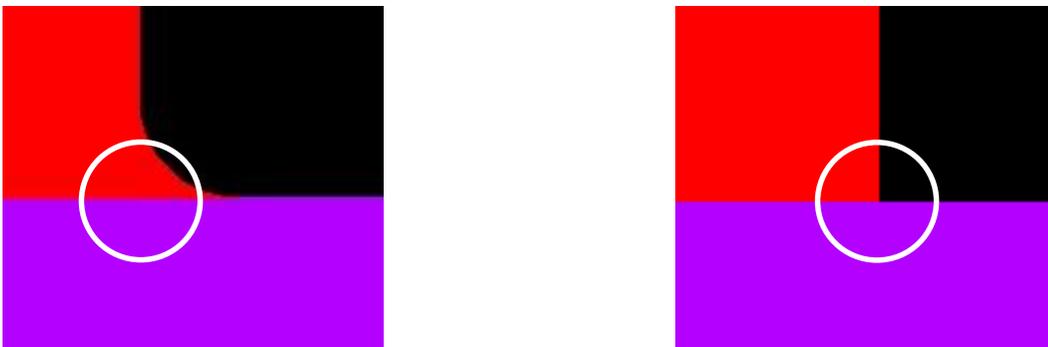


Figura 4.225.-Comparación de los puntos situados a una distancia r de la esquina en el modelo con y sin curvatura

Entonces, si obviamos las diferencias debido a las superficies libres en las gráficas de r_1 y r_4 , en el resto del espectro de ángulos las curvas son prácticamente iguales.

4.5.2 Radio 2

El segundo radio de curvatura es igual al espesor del taco entre diez. Representamos los resultados igual que hicimos antes con el primer radio. En todas las gráficas las tensiones representadas en el eje vertical se encuentran en MPa, y en el eje horizontal aparece representado el ángulo θ en grados, ángulo medido desde la horizontal a 0° .

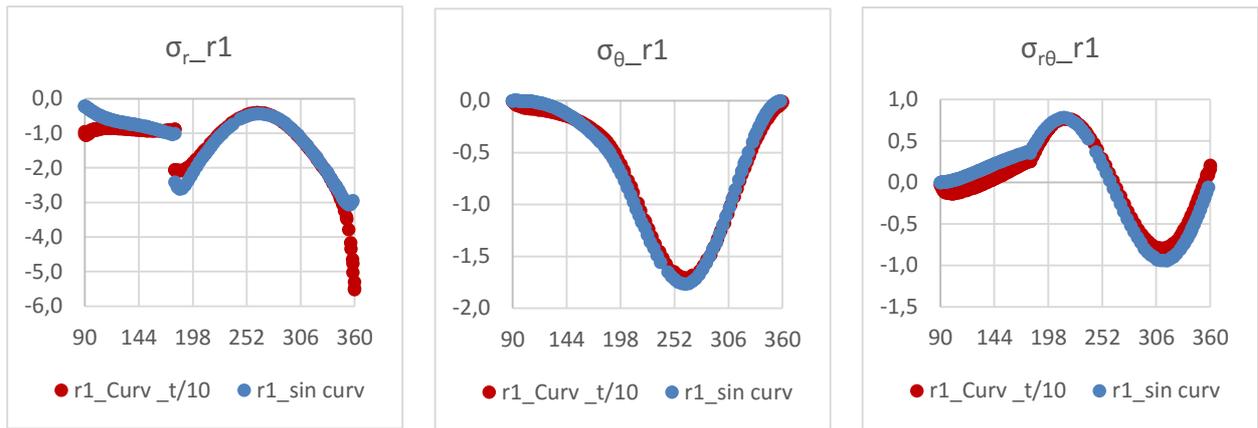


Figura 4.256.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r1=r$

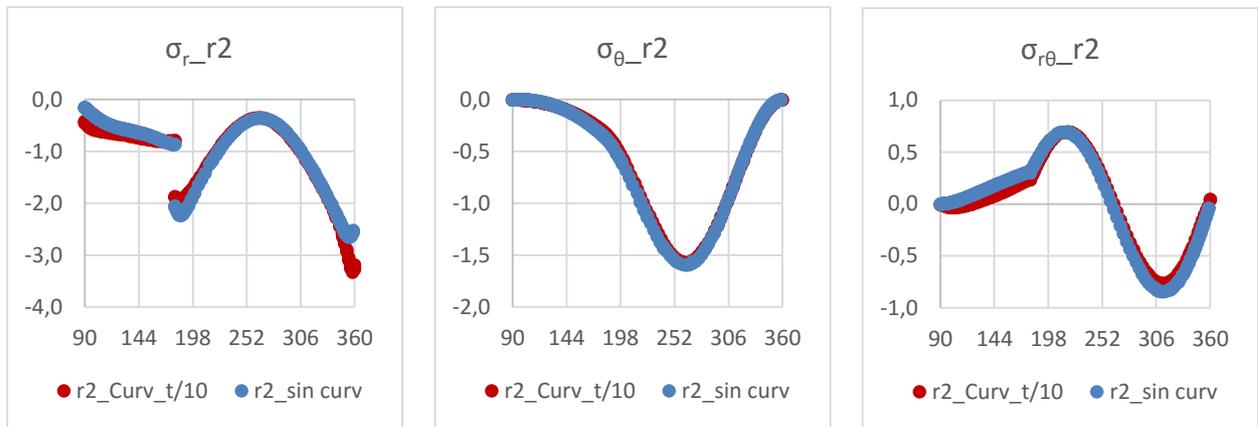


Figura 4.247.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r2=1,5r$

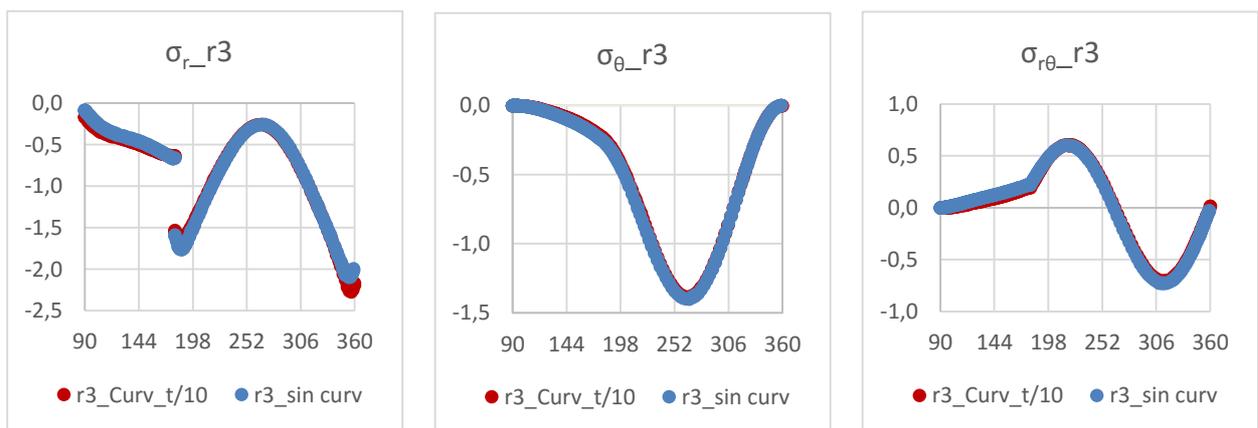


Figura 4.238.-Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina con y sin radio de curvatura para una distancia $r3=3r$

Aquí observamos exactamente lo mismo que en el caso anterior. A $r2$ ya no hay prácticamente influencia del radio de curvatura, y en $r1$ y $r4$ las principales diferencias son en las superficies de 90° y 180° por lo ya comentado anteriormente. Con lo que podemos llegar a la conclusión de que un radio de curvatura en la esquina no tiene apenas influencia en el estado tensional. Es por ello por lo que no lo hemos estudiado en el modelo con

adhesivo, ya que hemos corroborado lo que pensábamos a priori, que a distancias mayores del radio de curvatura las tensiones no se ven alteradas por incluir un radio de curvatura en la esquina.

4.6 Verificación de los resultados obtenidos

En la expresión asintótica de las tensiones que introducíamos en el segundo capítulo aparecen infinitos términos, es un desarrollo en serie. Pero de todos estos términos hay algunos que son singulares, los que tienen el orden de singularidad $\delta = 1 - \lambda > 0$, y otros que no. A distancias muy pequeñas de la esquina serán predominantes los términos singulares, ya que estos se irán a infinito. Por lo tanto, lo que vamos a hacer en este apartado es demostrar que quedándonos sólo con los términos singulares del desarrollo en serie podemos aproximar de una manera bastante exacta la solución del problema, la numérica que hemos hallado ya previamente. Para ello, vamos a calcular las tensiones mediante la expresión asintótica, quedándonos sólo con los términos singulares, y vamos a comprobar que las tensiones calculadas de esta manera coinciden con las halladas mediante elementos finitos.

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{\left(\frac{r}{L}\right)^{1-\lambda_k}} f_{ijk}(\theta) + \sigma_{ij0}(\theta)$$

Ecuación 4.1.-Expresión asintótica de las tensiones

Para hacer esta comprobación nos centraremos en un caso sencillo, la configuración original del ensayo del Imperial College, con el taco a 90°. Para esta configuración ya tenemos calculadas las tensiones mediante elementos finitos, lo que nos queda es calcular las tensiones mediante el desarrollo en serie. Escogeremos como distancia “r” a la que calculamos las tensiones la distancia $r_1 = \text{espesor taco}/100 = 0,016$.

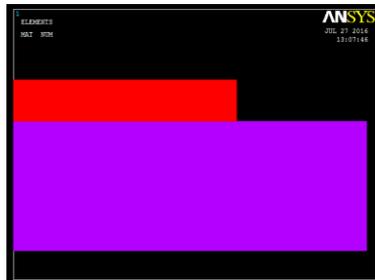


Figura 4.269.-Configuración en la que realizamos la comprobación, con taco a 90°

Ya hablamos anteriormente de que el orden de singularidad está representado por $\delta = 1 - \lambda$, y este dato nos lo proporciona el programa desarrollado en Mathematica al meter el fichero de entrada que explicamos en el capítulo segundo, el cual debe contener toda la información relativa a los materiales en contacto y la geometría local de la esquina. Para este caso, nos encontramos con dos órdenes de singularidad reales: $\delta_1 = 0,488341$ y $\delta_2 = 0,126882$, por lo que el desarrollo en serie contaría con dos términos singulares.

Otro término que aparece en la ecuación es $f_{ijk}(\theta)$, que son las funciones características, que dependen únicamente del ángulo sólido θ . Estas funciones también nos las proporciona el programa de Mathematica, y me las da, al igual que los órdenes de singularidad, con una alta precisión, tan alta como la precisión de la máquina.

Por último, quedaría la obtención de los factores de intensificación de tensiones K_k . Estos se calculan minimizando la función de error cuadrático π , que ya nombramos en la revisión bibliográfica del primer capítulo. Esta función me evalúa el error entre las tensiones obtenidas mediante elementos finitos y las tensiones obtenidas mediante el desarrollo en serie, que sólo están en función de las K_k , al ser ya el resto de los términos conocidos. Derivando e igualando a cero hallamos las únicas dos incógnitas: $K_1 = -0,49$ y $K_2 = 0,0895$.

Por último, representamos las tensiones obtenidas de forma numérica y analítica en la siguiente gráfica:

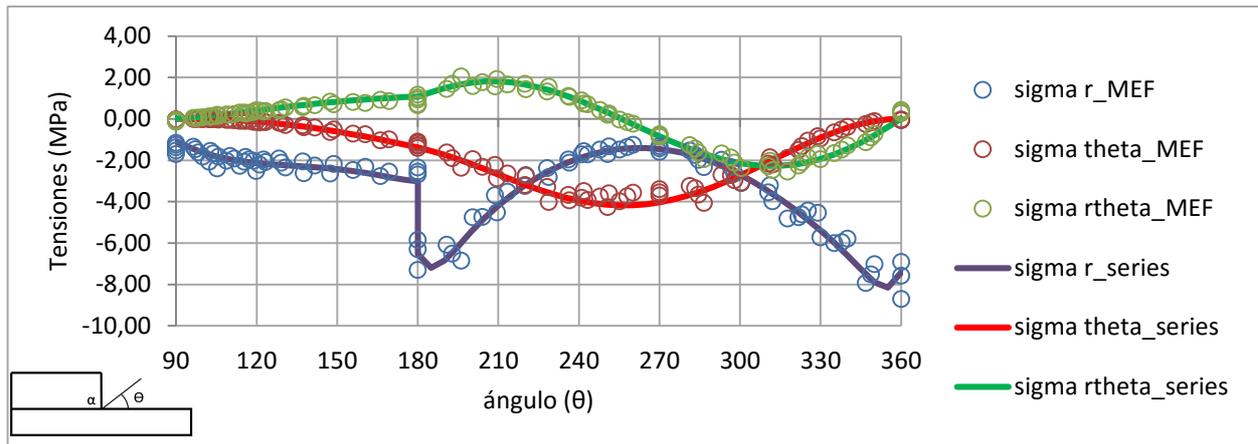


Figura 4.30.-Ajuste de los resultados obtenidos mediante MEF y desarrollo en serie

Como podemos observar en esta figura, los resultados numéricos y analíticos se ajustan perfectamente, verificando con esto que la representación del estado tensional con los dos términos singulares es representativa de la solución del problema. Esto significa que conociendo λ y K puedo ajustar bien la solución del problema, sin necesidad de hacer un modelo de elementos finitos.

5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo comentaremos globalmente los resultados obtenidos y mostrados en el capítulo anterior, a la vez que hacemos un análisis de las distintas configuraciones más favorables. Empezaremos interpretando la forma de las componentes tensionales (5.1), posteriormente pasaremos a dar una visión general de los resultados incluyendo algunas conclusiones obtenidas (5.2) y por último hablaremos de las configuraciones óptimas, haciendo alguna comparación entre diferentes configuraciones (5.3).

5.1 Interpretación componentes tensionales

Las componentes tensionales que hemos obtenido en los resultados están en coordenadas polares, σ_r , σ_θ y $\tau_{r\theta}$, y en la figura de la derecha podemos ver estas mismas tensiones representadas en un punto material cualquiera de coordenadas (r, θ) . Estas, como hemos podido ver en el capítulo anterior, tienen siempre la misma forma, y a ésta podemos darle una breve interpretación.

La tensión circunferencial y la tangencial deben ser cero en las superficies libres para cumplir con las condiciones de contorno, y así lo son en todas las gráficas que hemos obtenido de la Configuración 1 y la esquina bimaterial de la Configuración 2, que es donde tenemos esquinas abiertas.

También hemos podido observar en las gráficas que la tensión radial σ_r es discontinua en ciertos ángulos. Esto es debido a las interfases de los materiales que forman la esquina, ya que tenemos dos valores de la tensión radial en ese punto, uno para cada material, por lo que la gráfica tendrá una discontinuidad.

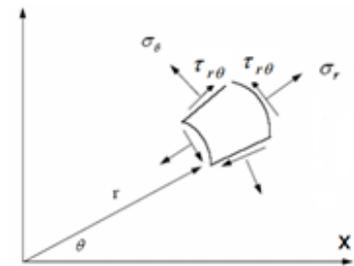


Figura 5.1.-Componentes tensionales en coordenadas polares

Por último, hablar de los valores máximos y mínimos de estas gráficas. Como hemos podido observar en las gráficas obtenidas, la tensión circunferencial es siempre máxima en 270° . Si nos fijamos en la Figura 5.1.-Componentes tensionales en coordenadas polares a $\theta = 270^\circ$ esta componente tiene la dirección longitudinal de la probeta x , la dirección en la que estamos aplicando la compresión, por lo que es completamente esperado que ahí la tensión σ_θ sea máxima. Y en cuanto a la tensión radial, los valores más altos de tensión se dan siempre para $\theta = 180^\circ$ y $\theta = 360^\circ$, que es cuando la tensión radial lleva la dirección longitudinal x , igual que lo que pasaba con la circunferencial. La componente radial vale cero en 270° , cuando la circunferencial era máxima, pues en ese ángulo toda la compresión la absorbe la tensión circunferencial, siendo cero también la tensión tangencial en valores de θ cercanos a ese ángulo.

Algo importante a la hora de analizar los resultados obtenidos es remarcar que estamos trabajando con un material compuesto, cuya resistencia no es la misma en todas las direcciones. Por lo tanto, el valor máximo de la curva tensional no es el parámetro que marca el fallo de la probeta, ya que en ese punto las tensiones llevan la dirección longitudinal, dirección de las fibras en la que la resistencia es muy grande. Que el valor máximo de la tensión sea menor a la tensión de rotura del material en esa dirección, dirección de la fibra, no implica que en otra dirección un valor mucho más bajo de la tensión cause el fallo, debido a la baja resistencia que tiene el material en cualquier otra dirección que no sea la de la fibra, especialmente en la transversal. Una tensión importante a la hora del fallo en nuestro caso sería la tensión circunferencial en las interfases de 0° y 180° , pues tiende a separar los materiales, que están unidos con adhesivo, o la tensión circunferencial en la probeta para ángulos cercanos a 0° y 180° , donde la resistencia del tejido es muy baja. Pero por todo lo comentado es muy difícil saber si la probeta falla o no y por qué punto.

5.2 Visión general del conjunto de resultados

A lo largo de este trabajo hemos realizado muchas modificaciones paramétricas, de las cuales algunas cambiaban el orden de singularidad y otras no. Lo que hemos podido observar en los resultados es que

conociendo la variación que experimentaba el orden de singularidad con la modificación de un cierto parámetro, en aquellos casos en los que la había, es decir, rigidez del material y ángulos, hemos podido predecir la variación que iban a experimentar las tensiones. En todos los casos si el orden de singularidad aumentaba, las tensiones lo hacían, y si éste disminuía, las tensiones disminuían. Además, el valor del orden de singularidad en la esquina de cada configuración nos ha permitido también saber a priori cuál configuración iba a ser más favorable, la que tenía un menor orden de singularidad, cosa que hemos contrastado con los resultados. El factor de intensificación de tensiones no ha jugado un papel muy importante en estas modificaciones geométricas de ángulos, porque la geometría que hemos modificado ha sido siempre en una zona local muy pequeña respecto al problema global, con lo que la K , afectada por la geometría y condiciones de contorno del problema completo, no ha cambiado mucho de una situación a otra. Esto lo hemos podido comprobar en configuraciones que tenían igual orden de singularidad a pesar de ser distinta la geometría. A la hora de sacar los resultados numéricos hemos visto que las tensiones eran prácticamente las mismas en ambas situaciones, dejando claro que el factor de intensificación de tensiones es el mismo en ambas.

En las modificaciones que no afectaban al orden de singularidad como la del espesor del taco, hemos visto que las tensiones tampoco se veían apenas modificadas, con lo que podemos deducir de esto que de nuevo el factor de intensificación de tensiones no ha variado de una situación a otra.

En cuanto a la última modificación que hemos realizado, la del radio de curvatura en la esquina, como ya hemos comentado, no tiene apenas influencia. Las tensiones siguen siendo igualmente muy altas, y sólo a distancias menores que el radio de curvatura podríamos notar alguna disminución, pero es igualmente muy leve.

5.3 Configuración más óptima

Con todos los resultados obtenidos en el capítulo anterior, podemos analizarlos y ver cuál es la configuración de la que resultan menores tensiones en el entorno de la esquina, esto es, la optimizada. Nos fijaremos en principio sólo en las modificaciones geométricas, ya que sabemos que al reducir la rigidez del taco a la mitad las tensiones siempre van a disminuir, con lo que esto sería una modificación a realizar a posteriori, una vez optimizada la configuración geométricamente.

De las modificaciones geométricas realizadas, espesor del taco, ángulos y radio de curvatura en la esquina, hemos visto que las que más influyen en el nivel tensional son las modificaciones relativas a los ángulos, pues modifican el orden de singularidad de la esquina. Entonces, en la Configuración 1, sin adhesivo, tenemos que las menores tensiones se consiguen con el menor ángulo α posible, esto es, 15° . Y en la Configuración 2, fijándonos en la esquina trimaterial que es la más importante, se consiguen para $\alpha = 45^\circ$ y $\alpha = 150^\circ$, ambos con el mismo orden de singularidad y con niveles tensionales prácticamente iguales.

Es importante destacar en este momento el acierto que tuvieron en el Imperial College al escoger el ángulo del adhesivo-probeta 45° en la segunda configuración. Es un valor de ángulo típico, ángulo que escogeríamos la

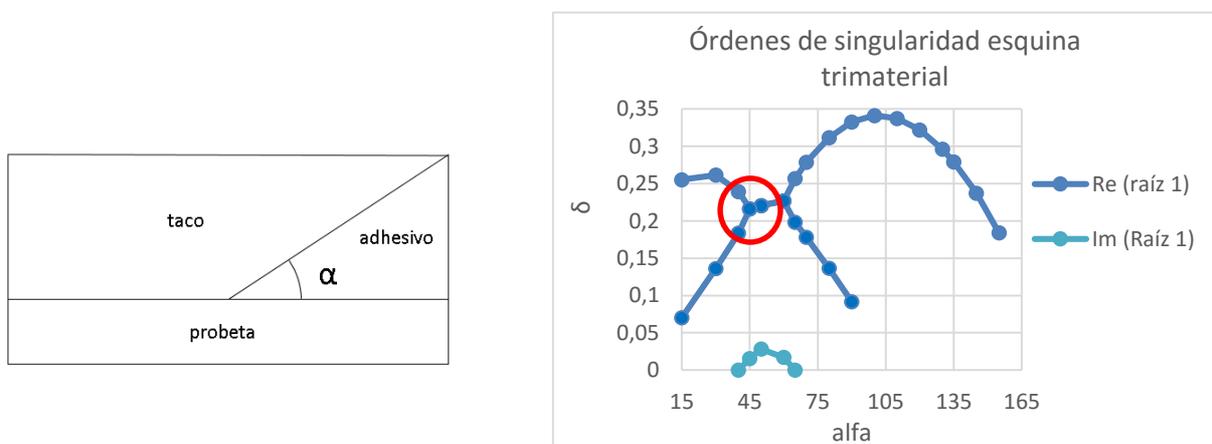
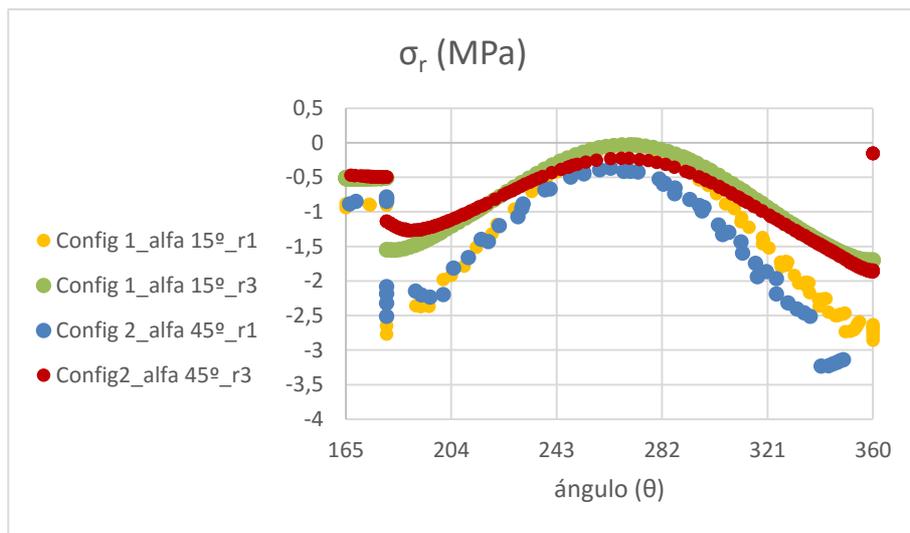


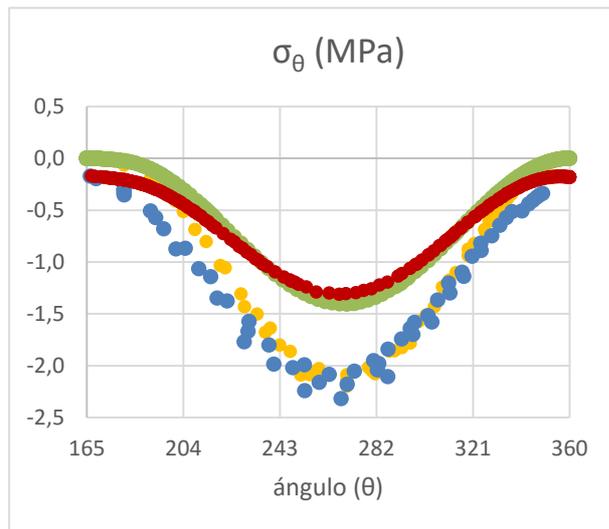
Figura 5.2.-Esquina trimaterial Configuración 2, esquema y orden de singularidad, destacado para $\alpha = 45^\circ$

mayoría para diseñar una nueva configuración, pero da la casualidad de que para este valor de α hay un mínimo local en los órdenes de singularidad como podemos observar en la Figura 5.2, y sólo tenemos menores valores de δ para ángulos ya muy grandes, mayores de 150° . Es por ello que consiguieron esta brusca reducción de las tensiones al pasar de la Configuración 1 con $\alpha = 90^\circ$ a la Configuración 2 con $\alpha = 45^\circ$, pues pasaron de una situación con un orden de singularidad altísimo en la esquina, cercano a 0,5, a un orden bastante bajo, cercano a 0,2.

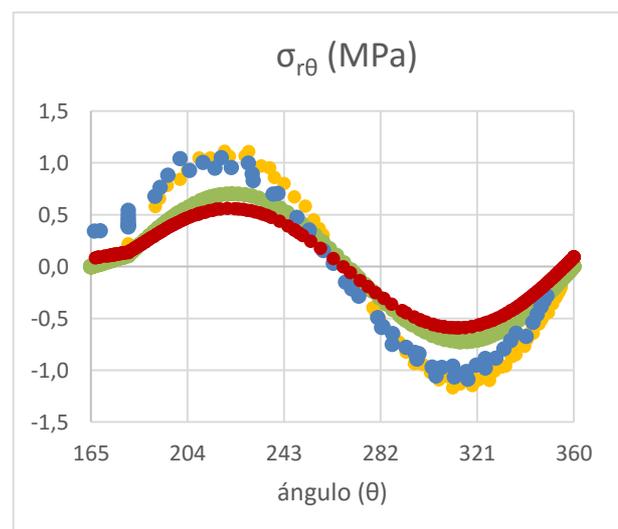
Es muy difícil, entonces, conseguir una situación en la que tengamos menores tensiones que en la Configuración 2 con $\alpha = 45^\circ$. La única opción sería con el ángulo $\alpha = 15^\circ$ en la Configuración 1, que ya hemos comentado que es una situación en la que tengo unas tensiones muy bajas. El orden de singularidad ahí es incluso algo menor que para $\alpha = 45^\circ$ en la esquina trimaterial. Vamos a hacer, pues, una comparación de estas dos situaciones.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.3.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina trimaterial de la Config. 2, para $\alpha = 45^\circ$ y de la esquina de la Config. 1, para $\alpha = 15^\circ$: (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Hemos comparado dos situaciones completamente distintas, una con un adhesivo formando un ángulo de 45° con la probeta, y otra simplemente con el taco formando 15° con la probeta, y podemos ver en la Figura 5.3 que las tensiones son prácticamente iguales en el entorno de las dos esquinas. Hay rangos de ángulos en los que

las tensiones son algo menores para la Configuración 1, lo que se corresponde con su orden de singularidad algo más bajo, pero a grandes rasgos podemos decir que tenemos el mismo nivel tensional en ambas situaciones. Y esto lo podíamos sospechar a priori simplemente viendo que tenían un orden de singularidad aproximado. Por lo tanto, podemos deducir que cualquiera de estas dos situaciones sería la más óptima geoméricamente.



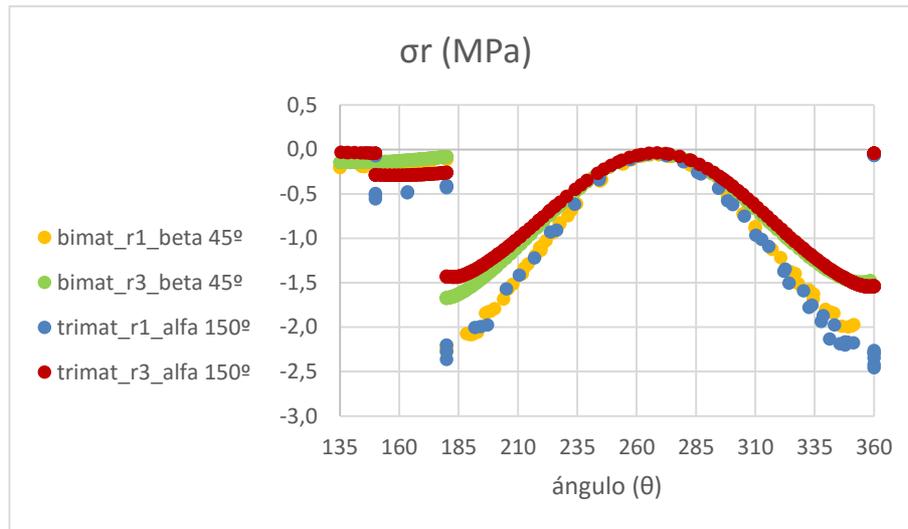
Figura 5.4.-Situaciones más óptimas comparadas en la Figura 5.3

Acabamos de obtener la configuración más óptima geoméricamente con las rigideces nominales, dejando de lado en todo momento la esquina bimaterial de la Configuración 2 porque la trimaterial dijimos que era más importante. Pero al disminuir la rigidez del taco, que disminuye las tensiones como hemos visto, puede que cambie el papel de esta esquina, por ello vamos a dedicarle un apartado a analizar su importancia dentro de la Configuración 2.

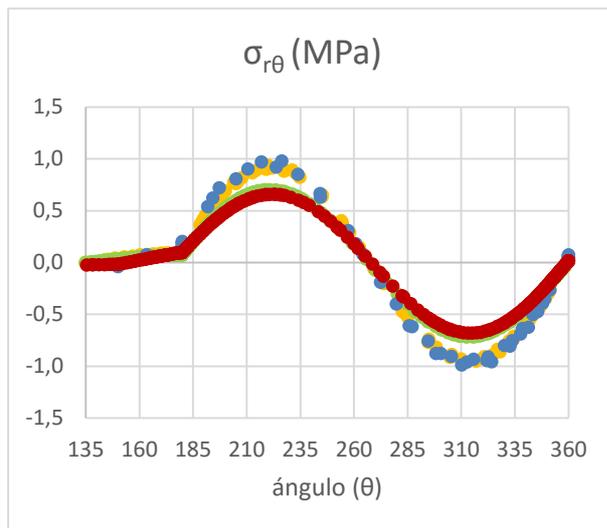
5.3.1 Importancia esquina bimaterial

En el capítulo 2, cuando hablamos de las singularidades, razonamos que las tensiones de esta esquina no se veían modificadas al cambiar la rigidez del taco. También tenemos en la Figura 4.7.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaterial, para $\beta=45^\circ$ y trimaterial, para $\alpha=45^\circ$ y 100° : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial la comparación de las tensiones en la esquina bimaterial para $\beta=45^\circ$ con las tensiones en la esquina trimaterial para $\alpha=45^\circ$ y 100° , y veíamos como para $\alpha=45^\circ$ había zonas de la gráfica en la que las tensiones en la esquina trimaterial y bimaterial eran muy cercanas, casi iguales. Como al modificar la rigidez del taco las tensiones de la esquina trimaterial disminuyen y las de la esquina bimaterial se quedan igual, puede que las de las trimaterial se acerquen aún más a las de la esquina bimaterial, con lo que la esquina bimaterial iría ganando importancia en el fallo de la probeta.

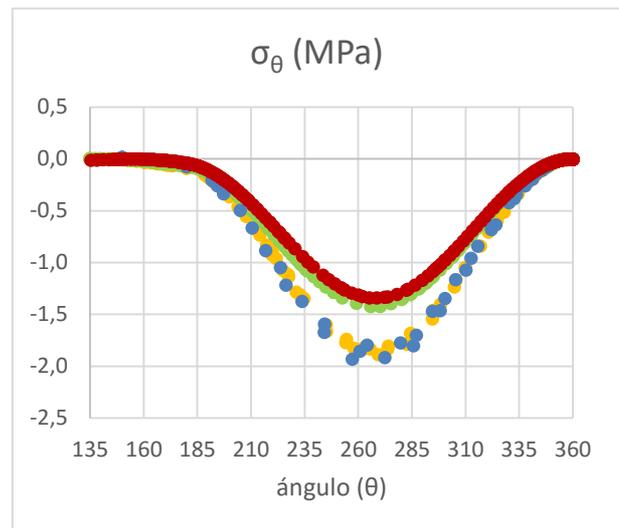
Para $\alpha=45^\circ$ las tensiones disminuyen muy poco al modificar la rigidez; la variación es mayor para 150° , ángulo que con la rigidez original vimos que tenía unas tensiones muy similares al modelo de 45° , pues tenían el mismo orden de singularidad. Vamos a comparar entonces en este apartado las tensiones en la esquina bimaterial para $\beta=45^\circ$, que son las mismas que ya obtuve en la subsección 4.2.2., con las tensiones en la esquina trimaterial para $\alpha=150^\circ$ con las rigideces a la mitad, ya que al experimentar las tensiones para en este ángulo una variación mayor que para 45° al cambiar la rigidez, las tensiones para $\alpha=150^\circ$ con $E/2$ se acercarán más a las de la esquina bimaterial que si las comparase con las de $\alpha=45^\circ$.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.5.- Comparación de las componentes tensionales en el entorno de la esquina bimaternal, para $\beta=45^\circ$ y trimaterial, para $\alpha=150^\circ$ con la rigidez modificada a la mitad : (a) tensión radial (b) tensión circunferencial (c) tensión tangencial

Como vemos en esta figura, las tensiones de la esquina trimaterial y bimaternal se han igualado, siendo entonces ya las dos esquinas iguales de importantes en el fallo de la probeta. Teniendo ambas esquinas el mismo nivel tensional, cualquiera nueva modificación a realizar sobre este modelo debería de perseguir la disminución del nivel tensional en ambas esquinas, ya que si sólo disminuye una de ellas no habremos mejorado nada.

6 CONCLUSIONES

Finalmente, en este último capítulo vamos a exponer las conclusiones obtenidas de este trabajo.

El objetivo principal de este proyecto era optimizar el ensayo de compresión ICSTM del Imperial College, es decir, encontrar una configuración del ensayo de compresión con la que disminuyesen las tensiones en la esquina, aumentando así la carga de rotura del laminado, o lo que es lo mismo, su resistencia a compresión. La más óptima sería una configuración con la que la singularidad desapareciese en la esquina, consiguiendo así la resistencia real a compresión del laminado. Pero esto no es siempre posible, por lo que uno de los objetivos era ver si en este caso podíamos conseguirlo o no.

Para ello, hemos realizado a lo largo de este trabajo un estudio analítico y numérico del ensayo de compresión, analizando las diferentes configuraciones posibles en cuanto a órdenes de singularidad y niveles tensionales. Lo que hemos observado es que, de los dos factores principales que influyen en las tensiones, factor de intensificación de tensiones y orden de singularidad, el que juega un papel más importante en este problema es el orden de singularidad. Hemos realizado modificaciones geométricas en las que el orden de singularidad no se veía afectado, como variar el espesor del taco, y hemos visto como las tensiones tampoco se veían afectadas apenas, confirmando que el factor de intensificación de tensiones es prácticamente el mismo entre esas dos situaciones. También hemos analizado configuraciones con una geometría muy distinta en la esquina, pero con igual orden de singularidad, y hemos visto que las tensiones en el entorno de la esquina eran las mismas, dejando de nuevo patente que el factor de intensificación de tensiones es el mismo en ambos casos. Por lo tanto, la configuración más óptima, aquella con la que consigo unas menores tensiones en la esquina, podemos decir que es aquella que tiene un menor orden de singularidad (o singularidad nula en el caso ideal). El conocimiento de esto es algo muy interesante, ya que, puedo saber si una configuración es mejor o peor que otra simplemente mirando el orden de singularidad de la esquina, algo muy sencillo con el programa de A. Barroso. En el Imperial College no disponían de esta información, y escogieron la configuración del adhesivo a 45° simplemente por probar, lo que al final les resultó bien, pero no tenían el buen resultado garantizado.

Habiendo analizado en el segundo capítulo la evolución de los órdenes de singularidad con los diferentes parámetros podemos confirmar que no hay ninguna situación en la que el orden de singularidad pase de positivo a negativo, es decir, ninguna situación en la que la singularidad sea cero. Por lo tanto, no existe la posibilidad de eliminar totalmente la singularidad y hallar la resistencia real del laminado. Hemos buscado entonces una configuración con el orden de singularidad muy pequeño, para conseguir una resistencia a compresión lo más cercana a la real posible.

A la luz de los resultados obtenidos podemos decir que es muy difícil optimizar la configuración del ensayo modificada que propusieron en el Imperial College con el adhesivo a 45° en cuanto a geometría. Pues es una situación con un orden de singularidad ya muy bajo en la esquina trimaterial (cercano a 0,2), que es la que causa el fallo, y sólo conseguiríamos un orden de singularidad similar con la configuración del ensayo original en la que el taco forma un ángulo de 15° con la probeta, como hemos visto en el capítulo anterior. Ordenes de singularidad más bajos son realmente difíciles de conseguir. En la configuración original del ensayo con el taco, deberíamos irnos a ángulos más pequeños de 15° para disminuir el orden de singularidad, lo que ya serían ángulos poco factibles a la hora de fabricar. Y en cuanto a la configuración del ensayo modificada con el adhesivo, para conseguir un orden de singularidad menor, el adhesivo debería formar con la probeta un ángulo también menor de 15° .

Sin embargo, hay otras modificaciones no geométricas que podríamos llevar a cabo para conseguir disminuir algo más el orden de singularidad, y son modificaciones del material del taco como ya hemos visto en este trabajo. Si usamos como taco un material con una menor rigidez, disminuiríamos el orden de singularidad en la esquina. Cuanta menor sea la rigidez, menor será el orden de singularidad, pero no podemos disminuir demasiado la rigidez del taco, pues éste también debe ser lo suficientemente rígido como para soportar las presiones aplicadas. Habría que encontrar por tanto un compromiso entre ambos aspectos.

REFERENCIAS

- [1] Dogra, J., Hodgkinson, J. M., Robinson, P., Pinho, S. T., «Development of a compression test for thick composite laminates: finite element analysis,» de *16 th International Conference on composite materials*, Kyoto, Japan, 2007.
- [2] J. Hodgkinson, *Mechanical testing of advanced fibre composites*, Woodhead Publishing Limited, 2000.
- [3] Haberle, J. G., y Matthews, F. L., «The Influence of Test Methods on the Compressive Strength of Several Fiber- Reinforced Plastics,» *Journal of Advanced Materials*, vol. 25, nº 1, pp. 33-45, 1993.
- [4] Barroso, A., Mantic, V. y París, F., «Singularity analysis of anisotropic multimaterial corners,» *International Journal of Fracture*, vol. 119, pp. 1-23, 2003.
- [5] A. Barroso, «Caracterización de estados singulares de tensión en esquinas multimateriales. Aplicación a uniones adhesivas con materiales compuestos,» *Tesis Doctoral*, 2007.
- [6] Barroso, A., Graciani, E., Mantic, V. y París, F., «A least squares procedure for the evaluation of multiple generalized stress intensity factors at 2D multimaterial corners by BEM,» *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 36, pp. 458-470, 2012.
- [7] Barroso, A., Vicentini, D., Mantic, V. y París, F., «Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms-Part I: Test proposal and numerical analysis,» *Engineering Fracture Mechanics*, nº 89, pp. 1-14, 2012.
- [8] Vicentini, D., Barroso, A., Justo, J., Mantic, V. y París, F., «Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms-Part II: Experimental results,» *Engineering Fracture Mechanics*, nº 89, pp. 15-23, 2012.
- [9] Barroso, A., Lauke, B., Mantic, V. y París, F., «Tensile and shear strength of bimaterial interfaces within composite materials,» *Composites Science and Technology*, nº 124, pp. 81-88, 2016.