

Q TESIS/1  
NAV

LBS 139183  
R. 13.759

L. 11311484

(799)

TITULO

"SOBRE ILUMINACION NATURAL EN ARQUITECTURA"

TESIS DOCTORAL

Autor:

JAIME NAVARRO CASAS

Arquitecto

Profesor de la E.T.S.A. de Sevilla

Director:

PABLO HERVAS BURGOS

Físico

Catedrático de la E.T.S.A. de Sevilla

Co-director:

MARCELO RODRIGUEZ DANTA

Físico

Profesor Adjunto de la E.T.S.A. de Sevilla

## INTRODUCCION Y ESTADO ACTUAL DEL TEMA

Es una evidencia que en la práctica arquitectónica existe tradicionalmente un absoluto olvido del tema de la iluminación natural. La existencia de la luz artificial resuelve de antemano cualquier tipo de carencia en este sentido y ésto induce una conciencia generalizada de despreocupación por el tema. El error está en que, con independencia de los aspectos de consumo energético, el problema de la luz en arquitectura no es exclusivamente cuantitativo. La luz es el medio de percepción de los espacios arquitectónicos. Supone la aportación de energía necesaria para la visión de los objetos.

Esta concepción de la luz exige el conocimiento de la distribución del campo energético. Es decir, son consideraciones cualitativas las que realmente definen el tema. La cuestión es en qué forma se distribuye el campo luminoso. Según sea tal distribución, la percepción del espacio será de una manera u otra.

Ceguemos con la imaginación, por un instante, los múltiples huecos de la bóveda central de Santa Sofía, o pongamos un lucernario en cada cuadrícula de la mezquita -

de Córdoba. Aún manteniendo su forma física, la arquitectura es otra. Los espacios interiores no son homogéneos desde el punto de vista lumínico. La entrada de energía por unos puntos determinados y en forma determinada, produce una anisotropía en el medio y es ésta la que verdaderamente configura la percepción del espacio.

Resulta pues, lamentablemente pobre, el criterio lineal usado casi con exclusividad por el diseñador: mayor superficie de ventana = mayor iluminación. Bien, esto es cierto pero, por ejemplo, la misma superficie podemos darle dominancia horizontal o vertical; o podemos situarla alta o baja y los resultados van a ser muy distintos. Si no se conocen a priori, serán resultados no controlados, que pueden apoyar o no la intención formal del proyecto.

Esta falta de control, sobre el modelado del espacio, entra en franca contradicción con lo que se entiende en forma ortodoxa, por proyecto arquitectónico. La traslación de esta situación a otra subdisciplina de la arquitectura, por ejemplo, las estructuras, es bastante esclarecedora. La ley: mayor carga = mayor sección, supone un estadio prehistórico de la arquitectura.

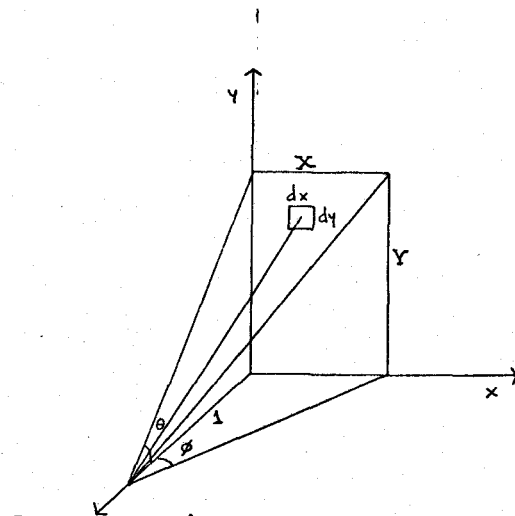
No obstante, es preciso señalar que los medios de que dispone el arquitecto, apenas permiten realmente este tipo de matizaciones. En efecto, el estado actual del conocimiento científico de la iluminación natural está conformado de tal manera que, se precisa realizar una serie de largas y generalmente tediosas operaciones, para acabar conociendo la iluminación en un punto concreto.

Sería preciso disponer de un instrumento ágil de análisis y cálculo del campo luminoso producido por una ventana y éste es el objetivo básico de este trabajo. Tratándose de una tesis doctoral, se impone una revisión del conocimiento actual del tema en aquellos aspectos en los que este trabajo pretende ser de investigación.

En este sentido, podemos decir que, en líneas generales los trabajos existentes parten de:

- 1º.- Distribución uniforme de luminancia en la bóveda celeste.
- 2º.- Proporcionalidad entre flujo radiante interceptado por un punto y ángulo sólido con que se intercepta.

Con el supuesto de cielo uniforme y en el caso más simplificado de posición relativa de punto y ventana, tal como indica la figura, las expresiones integrales que da la iluminación en dicho punto, son, según se trabaje en polares o cartesianas:



$$\int_0^\theta \int_0^\phi \sin \theta \cos \phi \, d\phi \quad [1]$$

$$\int_0^X \int_0^Y \frac{Y \, dx \, dy}{1 + x^2 + y^2} \quad [2]$$

Sus soluciones:

$$\frac{\theta}{4\pi} (1 - \cos 2\theta) \quad (\text{polares}) \quad [3]$$

$$\frac{1}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} X - \frac{1}{\sqrt{1+Y^2}} \operatorname{arctg} \frac{X}{\sqrt{1+Y^2}} \right] \quad (\text{cartesianas}) \quad [4]$$

admiten diversas posibilidades de manipulación e interpretación, de las cuales surgen los diversos métodos de cálculo conocidos, que podemos clasificar en dos grupos:

- a) Métodos numéricos, entre los que destaca el método de la B.R.S. (\*), que generaliza la expresión [4] a puntos a cualquier distancia del vértice, introdu-

[\*] HOPKINSON, MURRAY-GRAHAM. NATIONAL BUILDING STUDIES  
 № 26. 1958.

ciendo parámetros adimensionales que permiten expresar los resultados mediante ábacos.

- b) Métodos gráficos, entre los que destaca el método de Waldram ( \* ) que interpreta la ecuación [3] como un área: producto de las funciones  $\frac{\theta}{4 \pi}$  y  $(1 - \cos 2\theta)$ , con lo que permite representar en un diagrama el área total del hemisferio celeste. La proyección de la ventana vista desde el punto en estudio, representa el porcentaje de cielo que intercepta.

También cabe destacar el más reciente método de diagramas de granos de pimienta, muy similar conceptualmente al anterior.

La publicación nº 16 - 1970 de la C.I.E. (Comisión Internationale de L'eclairage) aporta un material que ha simplificado enormemente la tarea de puesta a punto. Esta publicación es el resultado de un intento de la C.I.E. de normalizar un método de cálculo de la iluminación natural. En ella se expone un método, que según advierten es de compromiso y no satisfactorio, para ningún miembro de la comisión. Finalmente, exponen una relación de cincuenta y ocho métodos distintos.

[\*] WALDRAM. DIAGRAM FOR DAYLIGHT ILLUMINATION. BATSFORD. 1950.

Tanto el elevado número de métodos como la actitud de la C.I.E. resultan significativos.

La relación citada se adjunta en el apéndice I y a ella se remite este trabajo en última instancia, como puesta a punto del tema.

Las conclusiones más destacables de dicha puesta a punto, son:

1º.- La ausencia de una concepción espacial del problema de la iluminación natural.

2º.- La falta del tratamiento analítico, racional y cuantitativo que, a nuestro juicio, permite el conocimiento actual.

3º.- La limitación de todos estos trabajos a un estudio puramente puntual o local, sin tener en cuenta, para nada, que la iluminación es una entidad global, que además, de complementar las propiedades locales de la iluminación, se convierte en esencia, en una propiedad intrínseca del sistema arquitectónico.

Pese a tales deficiencias, la cuestión de fondo que ha motivado el presente trabajo, radica en el siguiente hecho: el conocimiento actual del tema se encuentra estructurado de tal forma que se hace inabordable desde la práctica arquitectónica, por la falta de un lenguaje común y, además, como ya se ha apuntado, porque conduce generalmente a una información de escaso valor significativo para el arquitecto. El investigador parece olvidar que si a algún área del pensamiento interesa un conocimiento en profundidad de la iluminación natural, este es el de la arquitectura. La materia de trabajo del arquitecto es el espacio y su modo de operar se desarrolla sobre planos, plantas y secciones. Es la falta de adecuación, bien en la forma de pensar, bien en el modo de operar, lo que invalida para el arquitecto la gran mayoría de los trabajos de iluminación natural. Aquellos que, como el de Waldran, usan un modo de operar arquitectónico, adolecen de una concepción espacial de la iluminación. Por el contrario, aquellos que si definen una forma de pensamiento más acorde con la arquitectura apenas si desarrollan un modo de operar.

En este marco, la fundamental originalidad de este trabajo es la forma de pensar que subyace en todo su desa-



rrollo; el tratamiento espacial y arquitectónico del problema de la iluminación natural. Esta forma de pensar se plasma a su vez, en un modo de operar apropiado para el diseñador. En este terreno, las aportaciones originales resultan más tangibles y, dentro del carácter introductorio de estas páginas, podemos destacar las siguientes:

1º.- Se ha generalizado para manantiales extensos el concepto de vector iluminación y se ha integrado con todo rigor su formulación para cielos Moon - Spencer (Capítulo II). Estas dos cuestiones, tan apropiadas para el enfoque arquitectónico del tema, hasta el momento solo han sido objeto de aproximaciones y, en la mayoría de los casos, de simples referencias. En este trabajo encuentran un adecuado desarrollo.

2º.- Se ha introducido el cálculo numérico mediante ordenador (Capítulo III), para el estudio de las funciones generadoras del campo luminoso, lo que ha permitido describir dichos campos mediante distribuciones de curvas de igual iluminación en diversos planos para cualquier ventana. El volumen de gráficos que se aporta en el apéndice II,

no es sólo material para el investigador. Constituye un valioso auxiliar para el diseñador, ajeno a cualquier estudio teórico, al describir mediante gráficos a escala apropiada a sus planos, la acción ejercida por una ventana determinada sobre la superficie que desee.

3º.- Se ha construído unos ábacos para el cálculo de la iluminación horizontal (Capítulo IV), de mayor rigor que los conocidos hasta ahora, puesto que en su deducción no se han introducido aproximaciones ni simplificaciones. Por otra parte, las posibilidades de uso que se aportan en dicho capítulo amplían su campo de utilización respecto de los anteriores.

4º.- El estudio de la acción conjunta de varias ventanas se ha logrado reducir a simples operaciones de suma de gráficos a escala, como se demuestra en el capítulo V.

5º.- El problema de las reflexiones interiores y los obstáculos, se ha reducido a casos particulares de suma de ventanas (Capítulo VI), definiendo

do una forma de visión del problema absolutamente espacial.

Por último, diremos que no se ha considerado formalmente oportuna, la inclusión del estudio de ventanas en para -mentos horizontales, porque conducen al estudio de pro -blemas de tal entidad -patios, calles, plazas-, que merecen tratamiento independizado, como continuación de la -línea de investigación del autor.

CAPITULO I

HIPOTESIS Y CRITERIOS FUNDAMENTALES

Se admiten como hipótesis básicas para el desarrollo de este trabajo, las siguientes:

Hipótesis I. A los efectos de iluminación producida por una ventana, sólo se considera la debida a la luz difusa.

Hipótesis II Se supone la ventana situada sobre una pared vertical sin espesor, así como exenta de vidrio o material alguno que suponga minoración de entrada de energía.

Hipótesis III Se admite como manantial emisor de luz difusa un cielo uniformemente nublado, cuyo modelo matemático, definido por Moon y - Spencer, supone una distribución de luminancia expresada por la fórmula:

$$L_{\theta} = L_Z \frac{1 + 2 \operatorname{sen} \theta}{3}$$

$L_Z$  = luminancia en el cenit.

$L_{\theta}$  = luminancia a altitud  $\theta$ .

Hipótesis IV Para el estudio de las reflexiones, se admite en primera aproximación, la hipótesis de

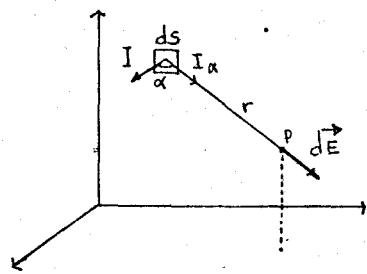
la reflexión especular de la luz difusa -  
afectada por un coeficiente de reflexión.

Así mismo, se adoptan los siguientes criterios de trabajo y definiciones:

A.- Será de uso preferente el concepto de factor de iluminación natural (en adelante FIN) que establece la iluminación en un punto interior como porcentaje de la que tendría a cielo abierto en ese mismo instante.

B.- En principio se trabaja con la componente celeste de la iluminación, entendida como aquella que el punto recibe directamente de la ventana, libre de obstáculos.

C.- Se parte de la definición universalmente aceptada del vector iluminación en términos diferenciales.



$$|d\vec{E}| = \frac{I_{\alpha}}{r^2}$$

#### COMENTARIOS

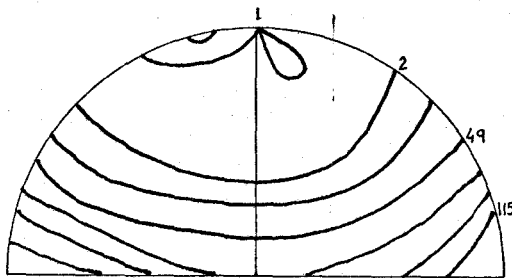
El propósito de conseguir la mayor universalidad posible en este trabajo, justifica por sí sólo la adopción de las hipótesis I, II y III, gracias a las cuales, se

configura un modelo teórico de manantial establecido en términos matemáticos, sobre el que se puede trabajar con independencia de la posición geográfica, tipo de atmósfera, orientación y, en fin, del día y hora en estudio. Factores todos ellos con repercusión sobre la iluminación y sobre los que deben establecerse algunas consideraciones.

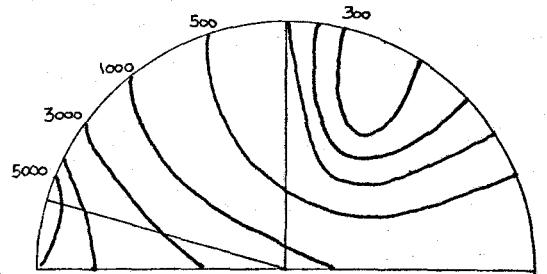
Dado que la luz natural es un recurso de carácter variable, desde el punto de vista arquitectónico no cabe otro enfoque teórico que fijar unas condiciones que garanticen unos mínimos aceptables la mayor parte del tiempo posible. Por tanto, y como es ya convencional en este tipo de trabajos, la no inclusión de la luz solar directa (Hipótesis I), no tiene otro sentido que el de considerarla como una aportación extra, que se puede producir en ciertos momentos.

De la misma forma, la adopción de un cielo completamente nublado (Hipótesis III), asegura condiciones mínimas puesto que supone la situación más desfavorable para el manantial emisor. No obstante, se apunta la necesidad de establecer estudios comparativos locales entre las distribuciones de luminancia de cielos Moon-Spencer y

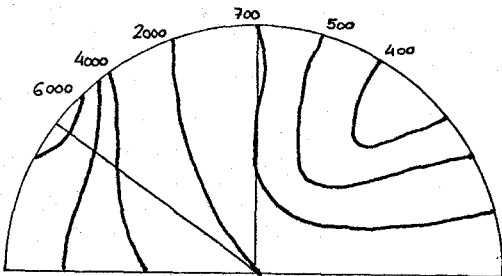
cielos reales despejados, que como se aprecia en los ejemplos de la figura, representan discrepancias notables, al establecer éstos dependencia respecto de la orientación en el tipo de distribución.



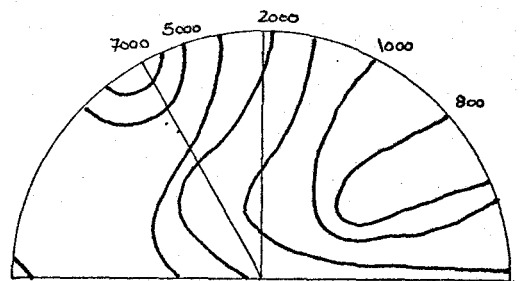
$\alpha = 0^\circ$



$\alpha = 20^\circ$



$\alpha = 40^\circ$



$\alpha = 60^\circ$

$\alpha =$  ALTITUD SOLAR

LUMINANCIA EN MILLIAMBERTS

La extrema complejidad del modelo matemático que define un cielo despejado, desarrollado por Pokrowski, a partir de los principios de Rayleigh sobre dispersión de la luz por pequeñas partículas y cuya expresión es:

$$L_{\theta} = L_z \left( 1 - e^{-\frac{P}{\sin \theta}} \right) \left( \frac{1 + \cos^2 a}{1 + \cos^2 a} + k \right)$$

$L_z$  = luminancia en el cenit.

$L_{\theta}$  = luminancia a altitud  $\theta$ .

$a$  = distancia angular del punto al sol.

$P$  y  $K$  = coeficientes de dispersión.

unida al carácter netamente local en espacio y tiempo de este modelo, introduce parámetros de tal naturaleza que, con los medios a disposición, impiden un tratamiento matemático que conduzca a resultados generalizables, por lo que su interés es relativo. Por lo demás, dichos resultados en primera aproximación pueden asimilarse a los que se obtienen con un modelo Moon-Spencer, que además presenta la ventaja de que permite expresar finalmente la iluminación en función de un único parámetro: la luminancia en el cenit  $L_z$ . De ahí la inclusión del punto A referente a la utilización del FIN: al establecer la iluminación en términos relativos, elimina dicho parámetro, con lo que el problema se configura en términos de formas, proporciones y dimensiones de ventanas, absolutamente acorde con un enfoque arquitectónico del tema.

En estas condiciones, el criterio B permite centrar el estudio en la investigación del campo luminoso, creado -



exclusivamente por la ventana, situada sobre un plano in definido. Por esta razón, no se contempla el modelo de Moon-Spencer mejorado por FRITZ:

$$L_{\theta} = L_z \frac{1 + K \operatorname{sen} \theta}{1 + K}$$

K = cte. dependiente del terreno.

que introduce la reflexión del suelo, pero que resta generalidad al problema, sin alterar de forma significativa los resultados de este trabajo. La casuística provocada por las reflexiones particulares, se analiza en capítulos posteriores, partiendo de la hipótesis IV.

Por último, los restantes criterios no responden sino a la necesidad de recoger el carácter espacial del fenómeno de la luz y aprovechar las posibilidades intrínsecas que ofrece el análisis vectorial.

## CAPITULO II

### EL CAMPO LUMINOSO

El objetivo del presente capítulo es la generalización del concepto de vector iluminación para manantiales extensos. Hasta el momento, dicho vector estaba definido para manantiales puntuales. Para manantiales extensos queda limitado a su definición diferencial [\*]. La integración de esta expresión junto con la elección de un sistema de referencia adecuado, permite obtener la función generadora del campo luminoso creado por un manantial extenso.

El concepto de iluminación en un punto, mediante una superficie asociada a él, es incapaz de conducir a un conocimiento completo del campo luminoso. En la percepción del espacio interior, no sólo se da la visión de superficies planas, sino de volúmenes. Su visión, los claroscuros, texturas y relieves, no se pueden abordar desde una concepción plana de la iluminación.

Procedamos, pues, a la definición del vector iluminación en términos discretos. Previamente, es preciso reseñar -

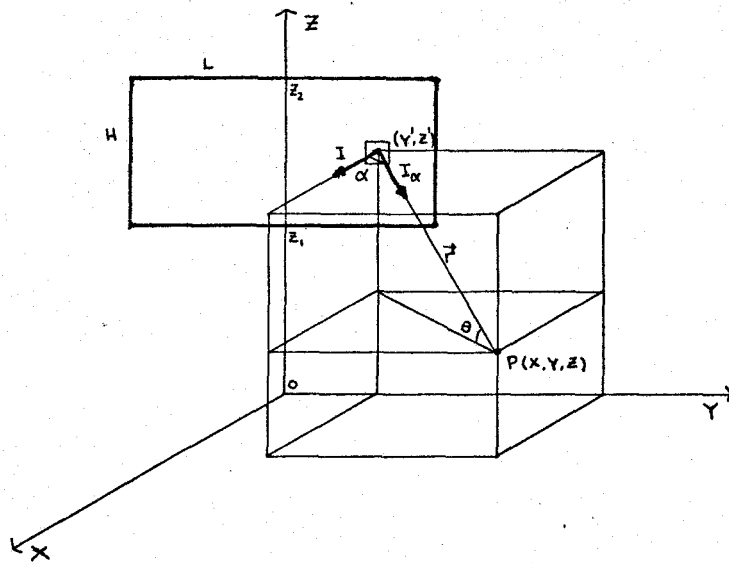
[\*] "PRINCIPLES OF NATURAL LIGHTING". J.A. Lynes. Cap.III

como un cálculo elemental [\*] da el valor  $\frac{7}{9} \pi L_z$  para la iluminación horizontal en un punto a cielo abierto bajo la hipótesis de cielo Moon-Spencer.

### EL VECTOR ILUMINACION

Una de las principales causas de la falta de generalidad de otros estudios, radica en la elección del punto en estudio. Con objeto de simplificar los cálculos, se obliga al punto a moverse de una determinada manera [\*\*].

En este trabajo partimos de la posición más general posible, descrita por la figura siguiente:



[\*] "DAYLIGHTING". Hopkinson, Longmore, Petherbridge.  
Pags.65-66.

[\*\*] "DAYLIGHTING". Hopkinson, Longmore, Petherbridge.  
Pag. 88

Aquí la intensidad de iluminación normal a un elemento - de superficie  $dy' dz'$  :

$$I = L_z \frac{1+2 \operatorname{sen} \theta}{3} dy' dz'$$

en la dirección del punto P :

$$I_\alpha = I \cos \alpha = \frac{L_z}{3} (1+2 \operatorname{sen} \theta) \cos \alpha dy' dz'$$

Por tanto, el vector iluminación en P debido al elemento de ventana:

$$d\vec{E} = \frac{I_\alpha}{|\vec{r}|^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = L_z \frac{1+2 \operatorname{sen} \theta}{3} \cos \alpha dy' dz' \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} \quad [11]$$

si tenemos en cuenta que:

$$\vec{r} = x \vec{i} + (y-y') \vec{j} + (z-z') \vec{k}$$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot \vec{i} = \frac{x}{|\vec{r}|}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot (-\vec{k}) = \frac{z'-z}{|\vec{r}|}$$

al sustituir en la expresión :

$$E_x = \frac{x L_z}{3} \left[ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{x dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^2} + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{x(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{5/2}} \right] \quad [2]$$

$$E_y = \frac{x L_z}{3} \left[ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(y-y') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^2} + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(y-y')(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{5/2}} \right] \quad [3]$$

$$E_z = \frac{x L_z}{3} \left[ \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^2} + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{5/2}} \right] \quad [4]$$

Esto es, el vector iluminación  $\vec{E}_P$  en un punto P supone la suma de los vectores diferenciales debidos a cada elemento de ventana, considerados como manantiales pun -

tuales.

Supuesto  $P$  perteneciente a una superficie  $S$  de vector de dirección  $\vec{S}$  que forma ángulo  $\vartheta$  con  $\vec{E}_p$  el producto:

$$\vec{E}_p \cdot \vec{S}$$

representa la iluminación en  $P$  en la orientación  $\vec{S}$  ya que:

$$\vec{E}_p \cdot \vec{S} = \frac{I_\alpha}{r^2} \cdot \cos \vartheta$$

Ahora bien, en general  $S$  divide al recinto de la ventana en dos regiones, cada una de las cuales afecta a una cara de  $S$ . Como  $\vec{E}_p$  está definido como suma de vectores en  $P$ , el resultado será la diferencia de aportaciones de una y otra región sobre una y otra cara. En otras palabras, el producto escalar antes mencionado representa la diferencia de iluminaciones entre ambas caras de  $S$  en el punto  $P$ .

En aquellos casos en que  $S$  no corte a la ventana, la iluminación sobre una de las caras es 0 y por tanto:

$$\vec{E}_p \cdot \vec{S}$$

representa la iluminación absoluta sobre la otra cara en dicho punto  $P$ .

Según esto las componentes del vector iluminación en  $P(x, y, z)$ , pueden interpretarse como:

$E_x$  = iluminación en un plano  $X = x$  en  $P$  (en cualquier caso).

$E_y$  = iluminación en un plano  $Y = y$  en  $P$  (siempre que sea  $-\frac{L}{2} < y < \frac{L}{2}$  )

$E_z$  = iluminación en un plano  $Z = z$  en  $P$  (siempre que sea  $z < z_1$ ).

pues no son más que las respectivas proyecciones sobre dichas direcciones.

Esta interpretación duplica el valor informativo del vector iluminación.

Calculemos separadamente sus componentes:

CALCULO  $E_x$

La función  $E_x$  viene definida por:

$$E_x = \frac{x^2 L_z}{3} \left[ \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^2} + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{\frac{3}{2}}} \right]$$

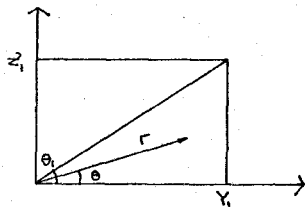
Para resolver la primera integral,  $E'_x$  partimos de:

$$I = \int_0^{z_1} \int_0^{y_1} \frac{dy dz}{[x^2 + y^2 + z^2]^2}$$

que expresada en polares, toma la forma:

$$I = \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{z_1}{\sin \theta}} \frac{r dr d\theta}{[x^2 + r^2]^2} + \int_0^{\theta_1} \int_0^{\frac{y}{\cos \theta}} \frac{r dr d\theta}{[x^2 + r^2]^2} = I_1 + I_2$$

con  $\theta_1 = \arctan \frac{z_1}{y_1}$  como se desprende de la figura:



$$I_1 = \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{z_1}{\sin \theta}} \frac{r dr}{[x^2 + r^2]^2} = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \left[ -\frac{1}{[x^2 + r^2]} \right]_0^{\frac{z_1}{\sin \theta}} = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{x^2} - \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{x^2 \sin^2 \theta + z_1^2} = \frac{1}{2} [A - B]$$

siendo:

$$A = \frac{1}{x^2} \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} d\theta = \frac{1}{x^2} [\theta]_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \arctan \frac{y_1}{z_1}$$

$$B = \int_{\theta_1}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{x^2 \sin^2 \theta + z_1^2} \Rightarrow$$

haciendo el cambio  $\tan \theta = u \Rightarrow$

$$B = \int_{r_1}^{r_2} \frac{v^2 dv}{(1+v^2)[z_1^2 + (x^2+z_1^2)v^2]} = \frac{1}{x^2} \left[ \int_{r_1}^{r_2} \frac{dv}{1+v^2} - \int_{r_1}^{r_2} \frac{z_1^2 dv}{z_1^2 + (x^2+z_1^2)v^2} \right] = \frac{1}{x^2} \left[ \operatorname{arctg} \frac{v_1}{z_1} - \frac{z_1}{\sqrt{x^2+z_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{v_1}{\sqrt{x^2+z_1^2}} \right]$$

sustituyendo A y B en  $I_1$ :

$$I_1 = \frac{z_1}{2x^2 \sqrt{x^2+z_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{v_1}{\sqrt{x^2+z_1^2}}$$

La integral  $I_2$ :

$$I_2 = \int_0^{\theta_1} \int_0^{\frac{v_1}{\cos \theta}} \frac{r dr}{(x^2+r^2)^2} = \frac{1}{2} \int_0^{\theta_1} d\theta \left[ -\frac{1}{x^2+r^2} \right]_0^{\frac{v_1}{\cos \theta}} = \frac{1}{2} \int_0^{\theta_1} \left( \frac{1}{x^2} - \frac{\cos^2 \theta}{x^2 \cos^2 \theta + v_1^2} \right) d\theta =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \int_0^{\theta_1} \frac{1}{x^2} d\theta - \int_0^{\theta_1} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{x^2 \cos^2 \theta + v_1^2} \right] = \frac{1}{2} [A - B]$$

siendo:

$$A = \frac{1}{x^2} [\theta]_0^{\theta_1} = \frac{1}{x^2} \operatorname{arctg} \frac{z_1}{v_1}$$

$$B = \int_0^{\theta_1} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{x^2 \cos^2 \theta + v_1^2} \Rightarrow \text{haciendo } \operatorname{tg} \theta = v \Rightarrow$$

$$B = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{(1+v^2)(x^2+v_1^2+v_1^2 v^2)} = \frac{1}{x^2} \left[ \operatorname{arctg} \frac{v_1}{v_1} - \frac{v_1}{\sqrt{x^2+v_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{v_1}{\sqrt{x^2+v_1^2}} \right]$$

sustituyendo A y B en  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{v_1}{2x^2 \sqrt{x^2+z_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{z_1}{\sqrt{x^2+v_1^2}}$$

sustituyendo  $I_1$  e  $I_2$  en I:

$$I = \frac{1}{2x^2} \left[ \frac{z_1}{\sqrt{x^2+z_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{v_1}{\sqrt{x^2+z_1^2}} + \frac{v_1}{\sqrt{x^2+v_1^2}} \operatorname{arctg} \frac{z_1}{\sqrt{x^2+v_1^2}} \right]$$

Ahora bien,  $E'_X$  pasa a tener la forma de I sin más que

$$\text{hacer: } \begin{array}{lll} r-r' = p & r_1 = r + \frac{1}{2} & q_1 = z - z_1 \\ z-z' = q & r_2 = r - \frac{1}{2} & q_2 = z - z_2 \end{array} \Rightarrow [1c]$$



$$E'_x = \int_{p_1}^{p_2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{dp dq}{[x^2 + p^2 + q^2]^2}$$

integral que para ser formalmente igual a la I descomponemos:

$$\int_{p_1}^{p_2} \int_{q_1}^{q_2} f(p,q) dp dq = \int_0^{p_1} \int_0^{q_1} f(p,q) dp dq + \int_0^{p_2} \int_0^{q_2} f(p,q) dp dq - \int_0^{p_1} \int_0^{q_2} f(p,q) dp dq - \int_0^{p_2} \int_0^{q_1} f(p,q) dp dq$$

sustituyendo el resultado de I en cada sumando:

$$E'_x = \frac{1}{2x^2} \left[ \left( \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2}} \operatorname{arctg} \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2}} + \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2+(z-z_1)^2}} \operatorname{arctg} \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(z-z_1)^2}} \right) + \right. \\ \left. + \left( \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2}} \operatorname{arctg} \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2}} + \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2+(z-z_2)^2}} \operatorname{arctg} \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(z-z_2)^2}} \right) - \right. \\ \left. - \left( \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2}} \operatorname{arctg} \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2}} + \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2+(z-z_2)^2}} \operatorname{arctg} \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(z-z_2)^2}} \right) - \right. \\ \left. - \left( \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2}} \operatorname{arctg} \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2}} + \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2+(z-z_1)^2}} \operatorname{arctg} \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(z-z_1)^2}} \right) \right]$$

Para resolver el segundo término de  $E'_x$  la integral  $E_x^2$

partimos de:

$$I' = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dy dz}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

que mediante el cambio  $x^2 + y^2 + z^2 = t$ , pasa:

$$I' = \frac{1}{3} \left[ \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{[x^2+z^2+y^2]^{3/2}} - \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{[x^2+z_2^2+y^2]^{3/2}} \right] = \frac{1}{x+z_1} \left( \frac{y_2}{\sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}} - \frac{y_1}{\sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}} \right) - \frac{1}{x+z_2} \left( \frac{y_2}{\sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}} - \frac{y_1}{\sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}} \right)$$

$E_x^2$  pasa a tomar la forma de  $I'$  sin más que hacer:

$$\begin{array}{lll} y-y' = p & p_1 = y + \frac{1}{2} & q_1 = z - z_1 \\ z - z' = q & p_2 = y - \frac{1}{2} & q_2 = z - z_2 \end{array} \Rightarrow E_x^2 = - \int_{p_1}^{p_2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{q dp dq}{[x^2 + p^2 + q^2]^{3/2}}$$

por tanto:

$$E_x^2 = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{x^2 + (z-z_2)^2} \left( \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2 + (y-\frac{1}{2})^2 + (z-z_2)^2}} - \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2 + (y+\frac{1}{2})^2 + (z-z_2)^2}} \right) - \frac{1}{x^2 + (z-z_1)^2} \left( \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2 + (y-\frac{1}{2})^2 + (z-z_1)^2}} - \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2 + (y+\frac{1}{2})^2 + (z-z_1)^2}} \right) \right]$$

sustituyendo en la expresión inicial:

$$E_x = \frac{x^2 L_z}{3} (E_x' + 2 E_x^2)$$

función que nos dá la componente x del vector iluminación en un punto (x, y, z) dependiendo únicamente de las dimensiones de la ventana y la luminancia en el cielo en ese momento.

Però haciendo  $x = cte$ , se obtiene la distribución de iluminación sobre dicho plano, que para independizar de  $L_z$  podemos expresarla referida a la que tendría cada punto a cielo abierto.

$$FINX = \frac{E_x}{\frac{7}{9} \pi L_z} = \frac{3x^2}{7 \pi} (E_x' + 2 E_x^2) \quad [5]$$

en tanto por ciento:

$$FINX = \frac{300 x^2}{7 \pi} (E_x' + 2 E_x^2) \quad [6]$$

CALCULO  $E_y$

La función  $E_y$  está definida por:

$$E_y = \frac{x L_2}{3} \left[ \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(y-y') dy dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z_1)']^2} + 2 \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(y-y')(z-z_1') dy dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z_1)']^{5/2}} \right]$$

La primera integral  $E'_y$  se resuelve partiendo de:

$$I = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{y dy dz}{[x^2 + y^2 + z^2]^2} = \frac{1}{2\sqrt{x^2+y_1^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{z_2}{\sqrt{x^2+y_1^2}} - \operatorname{arctg} \frac{z_1}{\sqrt{x^2+y_1^2}} \right] - \frac{1}{2\sqrt{x^2+y_2^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{z_2}{\sqrt{x^2+y_2^2}} - \operatorname{arctg} \frac{z_1}{\sqrt{x^2+y_2^2}} \right]$$

resuelta sin más que hacer los cambios:

$$x^2 + y^2 + z^2 = t$$

$$\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = u$$

sucesivamente en la primera y segunda integral respectivamente de la integral doble.

Al efectuar el cambio definido en [1c] en  $E'_y$  éste pasa a tener la forma de I:

$$E'_y = \int_{p_1}^{p_2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{p dp dq}{[x^2 + p^2 + q^2]^2}$$

por tanto:

$$E'_y = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + (y + \frac{1}{2})^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2 + (y + \frac{1}{2})^2}} - \operatorname{arctg} \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2 + (y + \frac{1}{2})^2}} \right] -$$

$$- \frac{1}{2\sqrt{x^2 + (y - \frac{1}{2})^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{z-z_2}{\sqrt{x^2 + (y - \frac{1}{2})^2}} - \operatorname{arctg} \frac{z-z_1}{\sqrt{x^2 + (y - \frac{1}{2})^2}} \right]$$

Para resolver  $E_y^2$  definida por:

$$E_y^2 = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(y-y')(z-z') dy' dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{5/2}}$$

podemos partir de:

$$I' = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{y z dy dz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

que aplicando sucesivamente el cambio:

$$x^2 + y^2 + z^2 = t$$

en la primera y segunda integración de  $I$  permite obtener:

$$I = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + z_1^2 + y_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + z_1^2 + y_2^2}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + z_2^2 + y_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + z_2^2 + y_2^2}} \right) \right]$$

como el cambio [1] transforma  $E_y^2$ :

$$E_y^2 = \int_{p_1}^{p_2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{p q dp dq}{(x^2 + p^2 + q^2)^{5/2}}$$

luego:

$$E_y^2 = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + (z - z_2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z - z_2)^2}} \right) - \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y + \frac{1}{2})^2 + (z - z_1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 + (z - z_1)^2}} \right) \right]$$

Sustituyendo estos resultados en  $E_y$ :

$$E_y = \frac{x L_z}{3} \left[ E_y^1 + 2 E_y^2 \right]$$

que define la componente y del vector iluminación en cualquier punto (x, y, z).

De igual forma, que en  $E_x$  haciendo  $y = \text{cte}$ , se obtiene la distribución de iluminación sobre dicho plano. -  
Expresando ésta relativa a la que tendría a cielo abierto, es decir, FINY:

$$\text{FINY} = \frac{E_y}{\frac{7}{9} \pi L_2} = \frac{3}{7\pi} (E_y' + 2E_y^2) \quad [7]$$

que en tanto por ciento:

$$\text{FINY} = \frac{300 \times}{7\pi} (E_y' + 2E_y^2) \quad [8]$$

CALCULO  $E_z$

El término  $E_z$  está expresado por:

$$E_z = \frac{x l_z}{3} \left[ \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z-z') dy dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^2} - \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{(z-z')^2 dy dz'}{[x^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{5/2}} \right]$$

El primer sumando  $E'_z$  se resuelve partiendo de la integral I:

$$I = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z dy dz}{[x^2 + y^2 + z^2]^2}$$

formalmente igual a la I definida en el cálculo de  $E'_y$  y cuyo resultado es por tanto:

$$I = \frac{1}{z \sqrt{x^2 + z_1^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y_2}{\sqrt{x^2 + z_1^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y_1}{\sqrt{x^2 + z_1^2}} \right] -$$

$$- \frac{1}{z \sqrt{x^2 + z_2^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y_2}{\sqrt{x^2 + z_2^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y_1}{\sqrt{x^2 + z_2^2}} \right]$$

luego, haciendo el cambio [1] a  $E'_z$  pasa a:

$$E'_z = \int_{y_1}^{y_2} \int_{q_1}^{q_2} \frac{q dp dq}{[x^2 + p^2 + q^2]^2}$$

y por tanto:

$$E'_z = \frac{1}{z \sqrt{x^2 + (z-z_2)^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y + \frac{z}{2}}{\sqrt{x^2 + (z-z_2)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y - \frac{z}{2}}{\sqrt{x^2 + (z-z_2)^2}} \right] -$$

$$- \frac{1}{z \sqrt{x^2 + (z-z_1)^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{y + \frac{z}{2}}{\sqrt{x^2 + (z-z_1)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y - \frac{z}{2}}{\sqrt{x^2 + (z-z_1)^2}} \right]$$

El segundo término  $E \frac{z^2}{Z}$  se calcula partiendo de  $I'$

$$I' = \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z^2 dy dz}{[x^2 + y^2 + z^2]^{3/2}}$$

que mediante el cambio:

$$u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

pasa a:

$$I' = \frac{z_2^3}{3} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + z_2^2)^{3/2}} - \frac{z_1^3}{3} \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 + z_1^2)^{3/2}}$$

que resolvemos mediante:

$$A = \int_{y_1}^{y_2} \frac{dy}{(x^2 + y^2)(x^2 + z^2 + y^2)^{3/2}}$$

llamando:

$$x^2 + z^2 = b$$

y haciendo:

$$v = \frac{y}{\sqrt{b + y^2}}$$

resulta:

$$A = \frac{1}{b} \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{x^2 + (b - x^2)v^2} - \frac{1}{b} \int_{v_1}^{v_2} \frac{v^2 dv}{x^2 + (b - x^2)v^2} = \frac{1}{b} (B - C)$$

siendo:

$$B = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{x^2 + (b - x^2)v^2} = \frac{1}{x \sqrt{b - x^2}} \left[ \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{b - x^2}}{x} \cdot \frac{y_2}{\sqrt{b^2 + y_2^2}} - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{b - x^2}}{x} \cdot \frac{y_1}{\sqrt{b^2 + y_1^2}} \right]$$

$$C = \int_{v_1}^{v_2} \frac{v^2 dv}{x^2 + (b - x^2)v^2} = \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{b - x^2} - \int_{v_1}^{v_2} \frac{x^2 dv}{(b - x^2)x^2 + (b - x^2)v^2}$$

de donde:

$$C = \frac{1}{b-x^2} \left[ \left( \frac{y_2}{\sqrt{b+y_2^2}} - \frac{y_1}{\sqrt{b+y_1^2}} \right) - \frac{x}{\sqrt{b-x^2}} \left( \operatorname{arctg} \frac{y_2 \sqrt{b-x^2}}{x \sqrt{b+y_2^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y_1 \sqrt{b-x^2}}{x \sqrt{b+y_1^2}} \right) \right]$$

sustituyendo en A y dando a Z los valores  $z_1$  y  $z_2$  para sustituir en I', queda:

$$I' = \left[ \frac{1}{3x} \left( \operatorname{arctg} \frac{y_2 z_2}{x \sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y_1 z_2}{x \sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}} \right) - \frac{z_2}{3(x^2+z_2^2)} \left( \frac{y_2}{\sqrt{x^2+y_2^2+z_2^2}} - \frac{y_1}{\sqrt{x^2+y_1^2+z_2^2}} \right) \right] -$$

$$- \left[ \frac{1}{3x} \left( \operatorname{arctg} \frac{y_2 z_1}{x \sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}} - \operatorname{arctg} \frac{y_1 z_1}{x \sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}} \right) - \frac{z_1}{3(x^2+z_1^2)} \left( \frac{y_2}{\sqrt{x^2+y_2^2+z_1^2}} - \frac{y_1}{\sqrt{x^2+y_1^2+z_1^2}} \right) \right]$$

Por tanto, como mediante [1c] la  $E_Z^2$  queda:

$$E_Z^2 = \int_{q_1}^{q_2} \int_{p_1}^{p_2} \frac{q^2 dp dq}{[x^2+p^2+q^2]^{5/2}}$$

resulta:

$$E_Z^2 = \left[ \frac{1}{3x} \left( \operatorname{arctg} \frac{(z-z_1)(y+\frac{1}{2})}{x \sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2+(z-z_1)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{(z-z_1)(y-\frac{1}{2})}{x \sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-z_1)^2}} \right) - \frac{(z-z_1)}{3[x^2+(z-z_1)^2]} \left( \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2+(z-z_1)^2}} - \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-z_1)^2}} \right) \right] -$$

$$- \left[ \frac{1}{3x} \left( \operatorname{arctg} \frac{(z-z_2)(y+\frac{1}{2})}{x \sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2+(z-z_2)^2}} - \operatorname{arctg} \frac{(z-z_2)(y-\frac{1}{2})}{x \sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-z_2)^2}} \right) - \frac{(z-z_2)}{3[x^2+(z-z_2)^2]} \left( \frac{y+\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y+\frac{1}{2})^2+(z-z_2)^2}} - \frac{y-\frac{1}{2}}{\sqrt{x^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-z_2)^2}} \right) \right]$$

sustituyendo las dos integrales calculadas en  $E_Z$ :

$$E_Z = \frac{xL}{3} (E_Z^1 - 2 E_Z^2) \quad [9]$$

que al igual que en las otras dos componentes, expresada como FIN, tomando  $Z = cte$  nos determina la distribución de la iluminación horizontal sobre planos paralelos al suelo, según la expresión:

$$FINZ = \frac{300 x}{7 \pi} (E_Z^1 - E_Z^2) \quad [10]$$



## EL VECTOR FIN

Se obtiene dicho vector como:

$$\vec{FIN} = \frac{q\vec{E}}{7\pi L_z} = \frac{qE_x}{7\pi L_z} \vec{i} + \frac{qE_y}{7\pi L_z} \vec{j} + \frac{qE_z}{7\pi L_z} \vec{k} = FINX \vec{i} + FINY \vec{j} + FINZ \vec{k}$$

que en esencia no se diferencia del vector iluminación. Unicamente es una definición en términos relativos, eliminando su dependencia de  $L_z$ .

Con ello generalizamos el concepto de FIN convencional [\*] de una concepción planar a una espacial, a través de un vector cuyas componentes son los FIN en las distintas direcciones.

Sin embargo, es de destacar que lo que llamamos en la expresión anterior FINX y FINY no corresponden a una definición ortodoxa de FIN, ya que aparecen como cocientes entre las iluminaciones verticales del punto y las que tendrían a cielo abierto pero horizontales:

$$FINX = \frac{E_x}{\frac{7}{9} \pi L_z} \quad FINY = \frac{E_y}{\frac{7}{9} \pi L_z}$$

[\*] "DAYLIGHTING", autores citados. Pag. 576.

Al estar definido como cociente de iluminaciones y no depender de  $L_z$ , el vector FIN permite expresar el campo luminoso en forma adimensional e independiente de la localización y del tiempo.

La igualdad conceptual de los vectores iluminación y FIN nos permite referirnos a uno u otro indistintamente.

#### UNA INTERPRETACION DEL VECTOR ILUMINACION

Partiendo de la expresión diferencial del vector iluminación:

$$d\vec{E} = \frac{L_z}{3} (1 + 2 \operatorname{sen} \theta) \frac{\cos \alpha}{|\vec{r}|^2} ds \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

podemos expresar éste como:

$$d\vec{E} = \frac{Lz}{3} (1 + 2 \cos \theta) \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

llamando:

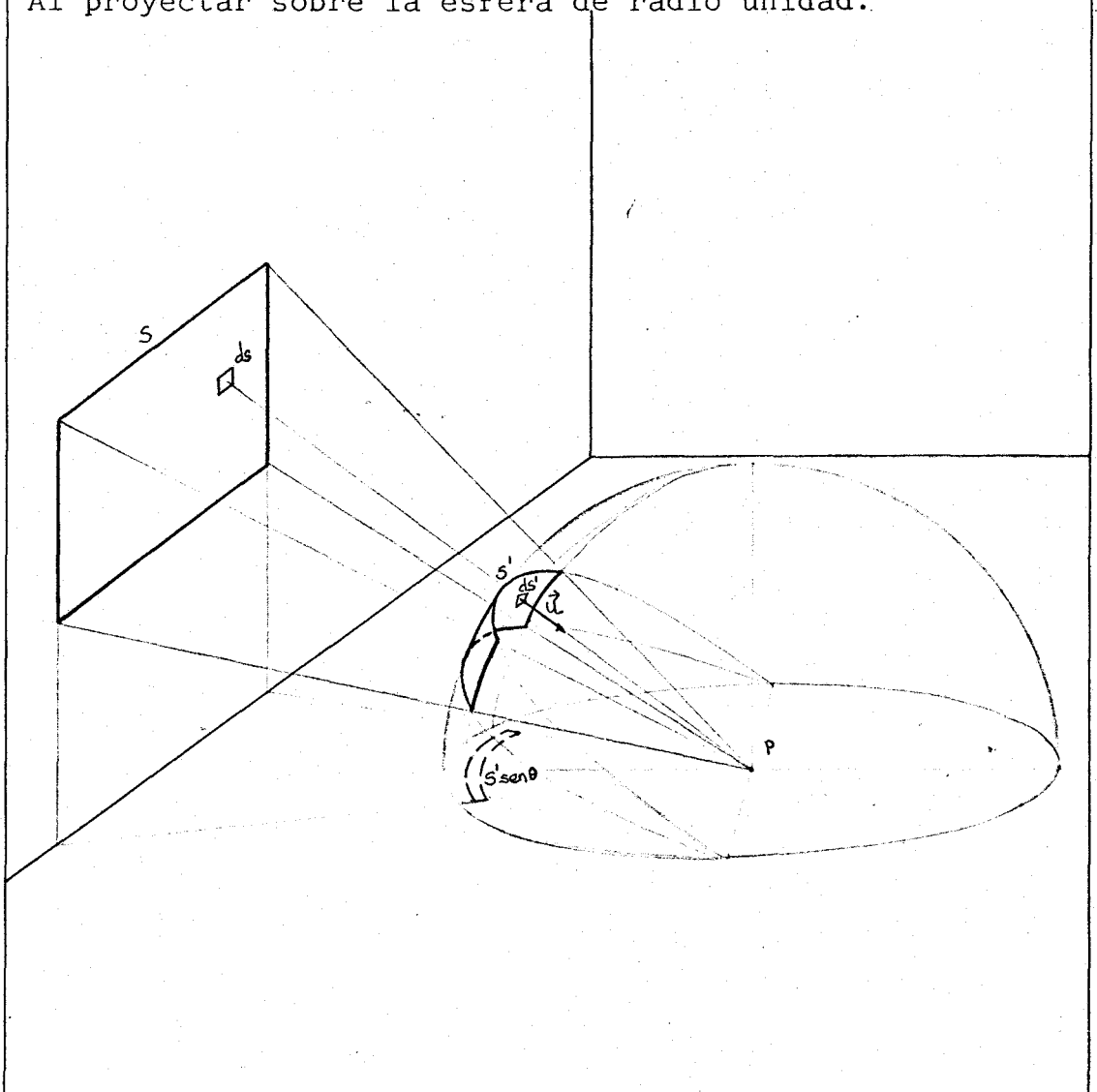
$$\vec{u} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

queda:

$$\vec{E} = \frac{Lz}{3} \left[ \int_S d\omega \vec{u} + 2 \int_S d\omega \cos \theta \vec{u} \right] \quad [11]$$

siendo  $S$  el recinto definido por la ventana.

Al proyectar sobre la esfera de radio unidad:



de forma que los sumandos de la expresión [11] pasan a ser:

$$\int_S d\omega \vec{u} = \int_{S'} ds' \vec{u} \quad [12]$$

$$\int_S d\omega \cos \theta \vec{u} = \int_{S'} ds' \sin \theta \vec{u} \quad [13]$$

La expresión [12] tiene como resultado un vector de módulo proporcional a  $S'$  y dirigido al punto  $P$  desde el cdg de  $S'$ . Por la simetría del problema, dicho origen, proyectado sobre la ventana  $S$ , pertenece al eje horizontal de simetría de la ventana. Por lo general, estará a la derecha o izquierda del cdg de  $S$ , según  $P$  esté respectivamente a la derecha o izquierda de la ventana. Unicamente coinciden cuando  $P$  pertenece al plano vertical de simetría de  $S$ .

En el caso de cielo uniforme:

$$L_\theta = L$$

obviamente aparece sólo este sumando en el vector iluminación:

$$\vec{E} = L \int_{S'} ds' \vec{u}$$

El término de la expresión [13] es un vector del módulo proporcional a la proyección de  $S'$  sobre el plano horizontal. Sin embargo, como los módulos de los vectores

elementales son crecientes con  $\theta$  , desaparece la simetría. Por tanto, el vector resultante se dirige hacia P desde un punto que, proyectado sobre S se encuentra por encima del eje horizontal de simetría, independientemente del desplazamiento a derecha o izquierda respecto al cdg. de S debido a la asimetría de la proyección.

Estas consideraciones constituyen un criterio para aproximar a priori la dirección del vector iluminación en cualquier punto P, independientemente de su valor.

También permiten definir un criterio comparativo de cielos Moon-Spencer, con cielos uniformes, puesto que a igualdad de luminancia, la iluminación horizontal es mayor para los primeros ya que para ellos el vector iluminación tiene mayor altitud respecto de la horizontal en cualquier punto.

#### CONCLUSIONES

Las aportaciones originales de este capítulo son:

- 1º.- Se han obtenido las funciones [5] , [6] , [7] , [8] [9] y [10], que describen la anisotropía que una ventana produce en los espacios interiores respecto a la iluminación.
- 2º.- Dichas funciones describen el campo luminoso creado por la ventana, asignando a cada punto un operador vectorial que proyectado sobre cualquier dirección  $S$  determina el contraste o diferencia de iluminaciones entre las dos caras de la superficie  $S$ .
- 3º.- La dirección del vector iluminación es la de máximo contraste. Es decir, el vector iluminación es capaz de definir los contrastes y las regiones de luz y de sombra de los objetos en el espacio interior.
- 4º.- Se ha introducido el vector FIN generalizado, el cual nos permite trabajar en el campo vectorial al igual que en el escalar, con independencia del lugar y momento en estudio.
- 5º.- Por la forma en que se ha definido  $\vec{E}$  y el sistema de referencia, al hacer  $X$ ,  $Y$  ó  $Z$  constantes respectivamente

tivamente en las funciones  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  se obtienen las iluminaciones sobre:

- a) Paredes de fondo o planos paralelos.
- b) Paredes laterales o planos paralelos.
- c) Suelos o planos paralelos.

6º.- Se aporta un criterio para aproximar el vector iluminación en un punto, conocida una sola de sus componentes.

CAPITULO III

PROGRAMA VECTOR FIN

La formulación obtenida en el capítulo anterior para el vector FIN, por su complejidad y extensión, invita al tratamiento y análisis a través del cálculo numérico mediante ordenador. La creación de un programa para tal fin, es el objetivo de este capítulo.

Básicamente dicho programa consiste en materializar numéricamente las funciones  $E_x, E_y, E_z$  para valores de  $x, y, z, L, z_1, y z_2$  usuales en arquitectura. Para ello, se han tomado los siguientes valores para la ventana de la fig.

1:(cap. II):

$$L = 0,75 , 1 , 1,25 , 1,5 , 2 , 2,5 , y 3 \text{ m.}$$

$$Z_1 = 3 \text{ m.}$$

$$H = z_2 - z_1 = 0,5 , 1 , 1,5 , 2 , 2,5 , y 3 \text{ m.}$$

contemplándose así los casos más normales de dimensiones de ventanas en arquitectura. Al punto  $P(x, y, z)$  se le hace recorrer los vértices de una malla de 0,5 m. de arista y de  $9\text{m} \times 9\text{m} \times Z_m$  de extensión. Teniendo en cuenta la simetría respecto del plano  $Y=0$  dicha malla aporta un número de puntos suficiente.



El programa elaborado, que se adjunta bajo el título - FVENT, genera en cada vértice de dicha malla, el vector iluminación, el vector FIN y su módulo, para cada ventana de dimensiones L x H escogida. El resultado es una extensa función numérica de más de 3.000 datos por cada - ventana, cuyo valor es exclusivamente informativo.

Para el análisis, dicha función resulta evidentemente poco apropiada y se ha optado por representar las distribuciones de iluminación sobre los distintos planos X=cte., Y=cte., Z=cte., mediante las respectivas curvas isoFINX, isoFINY, isoFINZ.

Esta forma de presentar los resultados permite:

- 1.- Conocer los componentes del vector FIN en cualquier punto.
- 2.- Obtener una imagen gráfica del comportamiento del - campo luminoso, permitiendo con facilidad comparar - ventanas y obtener conclusiones.
- 3.- Dar directamente las distribuciones de iluminación - sobre paredes laterales, de fondo y suelos.

Para la representación de estas familias, se han creado tres programas, uno para cada tipo de FIN, que se adjuntan bajo las denominaciones VENTX, VENTY y VENTZ. La estructura general de estos tres programas es la siguiente:

1º.- Generación de la matriz FIN.

Se genera la matriz de valores de FIN correspondiente al plano particular en estudio. Para un mejor ajuste de las curvas, dicha matriz corresponde a los valores de FIN en los vértices de una cuadrícula de 0,2 m de lado.

2º.- Localización de la primera coordenada.

Se parte de una ordenada por la que pasen todas las curvas isoFIN de ese plano. Por la simetría de las curvas isoFINX e isoFINZ, resulta que dicha coordenada coincide con el eje de simetría. Para las curvas isoFINY se toma la recta  $z = z_1$ .

3º.- Determinación del primer punto.

En la ordenada localizada en 2º, se determina por interpolación entre los valores en la columna correspondiente de la matriz FIN, el mayor valor en

tero. Por la forma de las curvas, siempre se encuentran dos puntos que toman dicho valor. Se parte del más alejado del origen.

4º.- Trazado de la primera curva.

Una vez trazado el primer punto, se busca en la ordenada siguiente, mediante el mismo método, el valor de FIN determinado en 3º.

Cuando no se encuentra ningún valor igual de FIN, en la ordenada siguiente -puntos de tangencia vertical- se invierte el sentido de avance de las ordenadas, con lo cual, al final del proceso, se termina en la ordenada inicial.

5º.- Trazado de las siguientes curvas.

Situados nuevamente en la ordenada inicial, se busca en ella el valor(FIN-1), comenzando un nuevo ciclo desde el apartado 3º con el nuevo valor de FIN.

COMENTARIOS

1º.- Todas las gráficas se han representado a escala 1:50.

2º.- Las curvas isoFINX e isoFINZ se representan solo en su mitad, por ser simétricas respecto a los ejes  $z=0$  e  $y=0$ , respectivamente.

3º.- No se representan las curvas correspondientes a planos que cortan a la ventana, porque los valores no pueden interpretarse como iluminaciones absolutas. Además, contienen singularidades que restan carácter significativo a dichas curvas, ya que en estos planos el máximo FIN es siempre 50 y se dá en todos los puntos de la ventana; el resto de las curvas son líneas abiertas cuyos extremos son los de la ventana.

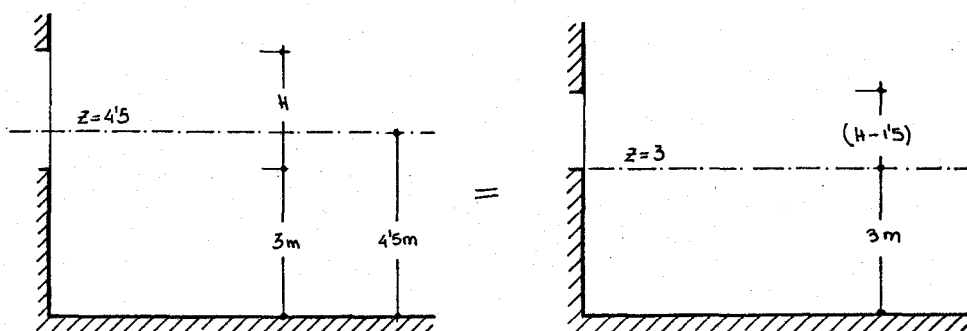
4º.- Aquellos planos que contienen algún borde de la ventana, constituyen casos límites donde las discontinuidades son evitables y en ellos se sigue el procedimiento clásico, sustituyendo la función en puntos tales, por el valor en su entorno.

Así, las gráficas de los planos  $z=z_1$ , ó  $y=L/2$  están calculadas para  $z=z_1 - \epsilon$  e  $y=L/2 + \epsilon$  respectivamente.

5º.- Siempre es posible considerar la iluminación sobre un plano que corta a una ventana  $L \times H$ , como la iluminación en el borde de una ventana cuyas dimensiones sean las del fragmento de ventana que afecta a la ca

ra considerada del plano en estudio.

Por ejemplo, las curvas isoFINZ en un plano  $z=4$  m., debidas a una ventana  $L \times H$  son las mismas que las correspondientes a una ventana de  $L \times (H-1,5)$  en el plano  $z = 3$  m.

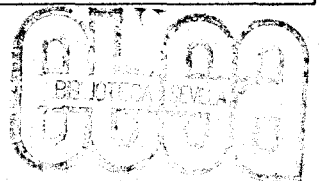


6º.- Con independencia de esta interpretación, en todo el cálculo del vector FIN se ha considerado  $z_1=z$  - siempre que el punto  $P(x, y, z)$  estaba por encima del antepecho  $z_1$  de la ventana, por la forma en que está definido el campo de luminancia, que no prevé valores por debajo del horizonte.

Por una mera cuestión de forma, el conjunto de gráficos elaborado, se presenta de forma independiente en el -

apéndice II de este trabajo, con objeto de no dificultar la lectura y manejo del mismo. En dicho apéndice se presentan las distribuciones planas de iluminación que determinan los campos luminosos creados por las siguientes ventanas:

L	x	H	L	x	H
0'75	x	0'5	1'5	x	2
0'75	x	1	1'5	x	2'5
0'75	x	1'5	2	x	1
0'75	x	2	2	x	1'5
1	x	1	2	x	2
1	x	1'5	2	x	2'5
1	x	2	2'5	x	0'5
1	x	2'5	2'5	x	2
1'25	x	1	2'5	x	2'5
1'25	x	1'5	2'5	x	3
1'25	x	2	3	x	0'5
1'25	x	2'5	3	x	2
1'5	x	1	3	x	2'5
1'5	x	1'5	3	x	3



Constituyendo, además de un material utilizable directamente en diseño arquitectónico, un banco para el análisis particularizado de problemas concretos. Sin embargo, de un análisis global, como corresponde a un trabajo de estas características, es posible obtener las siguientes conclusiones generales:

1º.- La superficie  $S$  de la ventana, es el factor que determina la cuantía aproximada de los máximos FIN en cada plano. Veánse como comprobación, las gráficas FINZ correspondientes a las ventanas:

a) 0'75 x 2

c) 1'5 x 1

b) 1 x 1'5

d) 3 x 0'5

En los planos:

$$z = 0'5$$

$$z = 1'5$$

$$z = 2'5$$

que se presentan en las transperencias de las páginas siguientes.

El orden de valor de los máximos es el mismo en cada plano, con independencia de las proporciones de la ventana.

2º.- No obstante es de constatar que las ventanas cudradas producen mayores valores de FIN máximo, - en los planos próximos a ellas, que las ventanas rectangulares.

En las páginas siguientes, presentamos como ejemplo las gráficas FINX á 1 m. de las ventanas:

a) 0'75 x 2

c) 1'5 x 1

b) 1 x 1'5

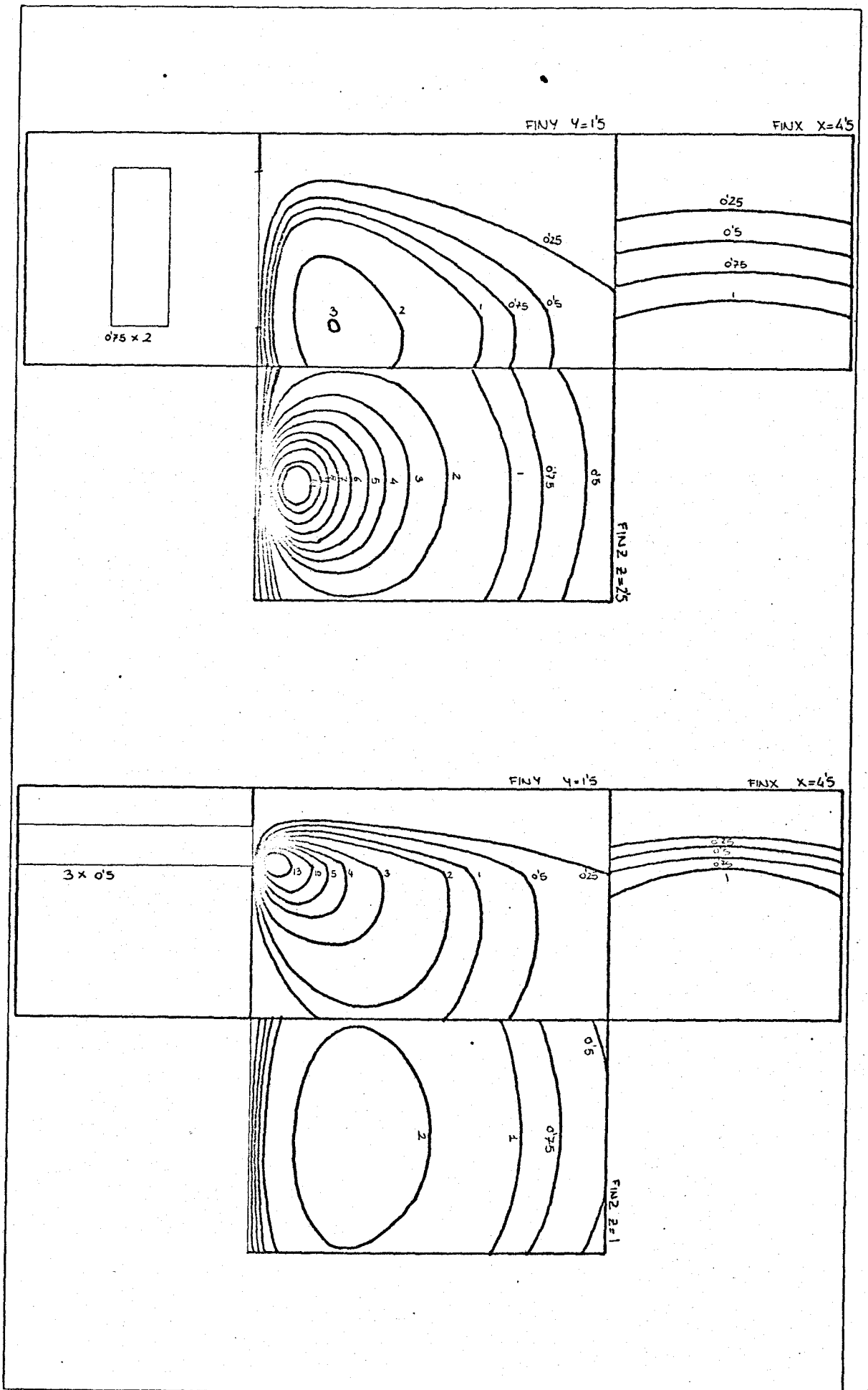
d) 3 x 0'5

3º.- Componente FINX: excepto en planos muy próximos a la ventana, el ancho del área de influencia es prácticamente invariable con L. Sin embargo, al crecer L, crece el área de influencia en las zonas por debajo de la ventana. Ver páginas siguientes.

4º.- Componente FINZ: a igualdad de superficie de ventana, la profundidad del área de influencia crece, con H, siendo el ancho de dicho área prácticamente independiente de L.



Por último, es importante señalar que estas conclusiones son susceptibles de variación cuando se introducen más criterios de comparación. Por ejemplo, si comparamos con criterio arquitectónico una ventana de  $0'75 \times 2$  con una de  $3 \times 0'5$ , es evidente que la primera está mucho más próxima al suelo que la segunda, y que ésta a su vez, está mucho más próxima a las paredes laterales que la primera, al menos generalmente. Por lo tanto, las referencias relativas de los distintos planos varían, con lo que la comparación se establece entre distintas gráficas, a las que se han utilizado en el análisis general. En la página siguiente se comparan de esta forma la acción de estas dos ventanas sobre las distintas paredes de una habitación.



PAGE 0001 FTN. 9:57 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0001 FTN4,L
0002 PROGRAM VENT
0003 DIMENSION COT(2)
0004 WRITE(1,1000)
0005 1000 FORMAT("LUZ Y COTAS _")
0006 READ(1,*)RL,COT
0007 WRITE(6,2000)RL,COT
0008 2000 FORMAT(10X,"VENTANA ANCHO="F10.4,10X"COTA INF="F10.4,5X"COTA
0009 1 SUP.="F10.4//////)
0010 WRITE(6,3000)
0011 3000 FORMAT(4X,"VECTOR POSICION"12X"VECTOR ILUMINACION"11X"MODULO"
0012 18X"FINX"9X"FINY"9X"FINZ")
0013 Y=Y+0.5-0.5
0014 Z=0.
0015 20 IF(Z.GT.COT(1)) COT(1)=Z
0016 X=0.1
0017 15 Y=0.
0018 10 CALL SVI(RL,X,Y,Z,COT,FINX,FINY,FINZ,EX,EY,EZ,E)
0019 WRITE(6,4000)X,Y,Z,EX,EY,EZ,E,FINX,FINY,FINZ
0020 4000 FORMAT(2X,"( "2(F5.2","),F5.2")"1X,3("**"),1X,"( "2(F8.4","),
0021 1(F8.4)"4(1X,3("**"),1X,F8.4))
0022 Y=Y+0.5
0023 RR=RL/2.
0024 DIF=Y-RR
0025 WRITE(1,5000)Y,RR,DIF
0026 5000 FORMAT("Y= "F10.4/"RR="F10.4/"DIF="F20.17)
0027 IF(ABS(Y-RL/2.).LT.0.001) 3,4
0028 3 Y=Y+0.1
0029 PAUSE 0000
0030 CALL SVI(RL,X,Y,Z,COT,FINX,FINY,FINZ,EX,EY,EZ,E)
```

PAGE 0002 VENT 9:57 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0031      Y=Y+0.4
0032      CALL SVIKRL,X,Y,Z,COT,FINX,FINY,FINZ,EX,EY,EZ,E)
0033      Y=Y+0.5
0034      4      IF(Y.LE.10) GO TO 10
0035      IF(X.LT.0.5) 1,2
0036      1      X=0.5
0037      GO TO 15
0038      2      X=X+0.5
0039      IF(X.LE.10) GO TO 15
0040      Z=Z+0.5
0041      IF(Z.LT.COT(2)) GO TO 20
0042      STOP
0043      END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00457 COMMON = 00000

PAGE 0001 FTH. 9:58 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0001 FTN4,L
0002 PROGRAM VT
0003 DIMENSION IPRG(3)
0004 CALL PLTLU(8)
0005 IPRG(1)=2HVE
0006 IPRG(2)=2HHT
0007 IPRG(3)=2HY
0008 K=1
0009 I=1
0010 GO TO 10
0011 11 DO 10 I=1,29
0012 CALL FACT(1.0)
0013 IF(K.EQ.1)7,8
0014 7 XI=-1.6
0015 YI=22.
0016 K=2
0017 GO TO 9
0018 8 XI=41.59
0019 YI=-34.
0020 K=1
0021 9 CALL PLOT(XI,YI,-3)
0022 10 CALL EXEC(9,IPRG,4)
0023 IF(I.NE.29)GOTO 11
0024 STOP
0025 END
```

FTH4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

-52-

```
0001 FTN4,L
0002 PROGRAM VENTX
0003 REAL RL,COT(2)
0004 INTEGER IP(S)
0005 COMMON F1(10),F(45,45),M(45,45),IN(2)
0006 CALL RMPAR(IP)
0007 CALL PLTLU(8)
0008 IL=IP(1)
0009 IF(IL.NE.1) GO TO 101
0010 WRITE(IL,111)
0011 101 READ(IL,*)RL,COT,Z
0012 CALL PLOT(1.6,0.,-3)
0013 IN(1)=2HF1
0014 IN(2)=2HMX
0015 CALL SYM3(1.0,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0016 IN(1)=2HLU
0017 IN(2)=2HZ=
0018 CALL SYM3(3.5,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0019 CALL NUM3(999.0,5.0,0.3,RL,0.0,2)
0020 IN(1)=2HAL
0021 IN(2)=2HT=
0022 CALL SYM3(7.0,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0023 ALT=COT(2)-COT(1)
0024 CALL NUM3(999.0,5.0,0.3,ALT,0.0,2)
0025 IN(1)=2H
0026 IN(2)=2HX=
0027 CALL SYM3(10.5,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0028 CALL NUM3(999.0,5.0,0.3,Z,0.0,2)
0029 CALL PLOT(0.0,6.0,-3)
0030 CALL FACT(2.0)
```

```
0031      CALL PLOT(0.0,0.0,3)
0032      CALL PLOT(10.0,0.0,2) /
0033      CALL PLOT(0.0,0.0,3)
0034      CALL PLOT(0.0,10.0,2)
0035      DO 2 I=0,19
0036      X=I/2.
0037      2  CALL SYMB(X,0.0,0.1,13,0.0,-1)
0038      DO 3 I=0,19
0039      Y=I/2.
0040      3  CALL SYMB(0.0,Y,0.1,13,0.0,-1)
0041 111  FORMAT("LUZ,COTAS,PLANO  _")
0042  C
0043  C  GENERACION DE MATRIZ F
0044  C
0045      DO 3000 I=1,45
0046      X=(I-1)*0.2
0047      DO 3010 J=1,45
0048      Y=(J-1)*0.2
0049      IF(Y.GT.COT(2)) GO TO 3000
0050      CALL SVI(RL,Z,X,Y,COT,FF,F1(2),F1(1),F1(3),F1(4),F1(5),F1(6))
0051 3010  F(I,J)=ABS(FF)
0052 3000  CONTINUE
0053  C
0054  C  FIN MAXIMO
0055  C
0056      KIN=-1
0057      FIN=0.
0058      DO 2300 J=1,45
0059      IF(F(1,J).LT.FIN) GO TO 2300
0060      JINIC=J
```

PAGE 0003 VENTX 9:59 AM THU., 3 JAN., 1978

```
0061      IFM=F(1,J)
0062      FIN=IFM
0063 2300  CONTINUE
0064      IN(1)=2HMA
0065      IN(2)=2HX=
0066      CALL SYMB(7.0,-0.5,0.15,IN,0.0,4)
0067      CALL NUMB(999.0,-0.5,0.15,FIN,0.0,2)
0068  C
0069  C SI EL FIN MAXIMO ES < 0.25, IR A LA VENTANA SIGUIENTE.
0070  C
0071      IF(FIN.LE.0.25) 400,410
0072 400  IF(Z.EQ.6) GO TO 1979
0073 405  READ(4,*)RL,COT,Z
0074      IF(Z.EQ.6.00) 1979,405
0075 410  CONTINUE
0076  C
0077  C LIMPIAR M
0078  C
0079 200  K=KIN
0080      DO 20 I=1,45
0081      DO 20 J=1,45
0082 20   M(I,J)=0
0083  C
0084  C PUNTO INICIAL
0085  C
0086      I=1
0087      DO 2100 J=JINIC,44
0088      IF((((F(I,J)-FIN)*(F(I,J+1)-FIN)).LE.0) 2101,2100
0089 2100  CONTINUE
0090 2101  Y=0.2*(J-1)
```



PAGE 0004 VENTX 9:59 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0091      YFIN=Y+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I,J+1)-F(I,J))
0092      CALL PLOT(0.,YFIN,3)
0093  220   M(I,J)=1
0094      C
0095  C   CHEQUED
0096      C
0097  150   CALL CHEQ(J,K,HP,FIN,XIN)
0098      IF(NP.GT.1) 50,60
0099  50    IF(ABS(IN(1)-I).GT.ABS(IN(2)-I)) 70,80
0100  70    ICERC=IN(2)
0101      ILEJ=IN(1)
0102      GO TO 90
0103  80    ICERC=IN(1)
0104      ILEJ=IN(2)
0105  90    IF(M(ICERC,J).NE.0) GO TO 110
0106      I=ICERC
0107      GO TO 100
0108  110   IF(M(ILEJ,J).NE.0) GO TO 140
0109      I=ILEJ
0110  100   X=(I-1)*0.2
0111      XFIN=X+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I+1,J)-F(I,J))
0112      Y=(J-1)*0.2
0113      CALL PLOT(XFIN,Y,2)
0114      M(I,J)=1
0115      GO TO 150
0116  60    IF(M(IN(1),J).NE.0) GO TO 140
0117      I=IN(1)
0118      GO TO 100
0119  140   J=J-K
0120      IF(((F(1,J)-FIN)*(F(1,J+1)-FIN)).LE.0) 610,600
```

PAGE 0005 VENTX 9:59 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0121 600 IF(((F(45,J)-FIN)*(F(45,J+1)-FIN)).LE.0) 620,145
0122 610 IF(M(1,J).EQ.1) GO TO 145
0123 I=1
0124 GO TO 630
0125 620 IF(M(45,J).EQ.1) GO TO 145
0126 I=45
0127 630 X=(I-1)*0.2
0128 640 Y=(J-1)*0.2
0129 YFIN=Y+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I,J+1)-F(I,J))
0130 CALL PLOT(X,YFIN,2)
0131 M(I,J)=1
0132 NP=0
0133 DO 700 IFM=1,44
0134 IF(((F(I,IFM)-FIN)*(F(I,IFM+1)-FIN)).LE.0) 710,700
0135 710 NP=NP+1
0136 IN(NP)=IFM
0137 700 CONTINUE
0138 IF(M(I,IN(1)).EQ.0) GO TO 800
0139 IF(M(I,IN(2)).EQ.1) 145,810
0140 800 J=IN(1)
0141 GO TO 640
0142 810 J=IN(2)
0143 GO TO 640
0144 145 CALL MUN8(-0.6,YFIN,0.1,FIN,0.,2)
0145 IFIN=FIN
0146 IF(IFIN.LE.1) 160,170
0147 160 FD=0.25
0148 GO TO 180
0149 170 IF(IFIN.GE.20.) 171,172
0150 171 IFIN=FIN*2./10.
```

PAGE 0006 VENTX 9:59 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0151      IFIN=IFIN*5
0152      FD=5.
0153      IFM=FIN
0154      IF(IFM.GT.IFIN) FIN=IFIN+FD
0155      GO TO 180
0156 172   IF(IFIN.GT.15.) 173,174
0157 173   FD=FIN-15.
0158      GO TO 180
0159 174   FD=1.
0160 180   FIN=FIN-FD
0161      IF(FIN.LT.0.25) GO TO 1979
0162      GO TO 200
0163 1979  CALL PLOT(0.,0.,3)
0164      STOP
0165      END
```

FTN4 COMPILER: H292060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 01305 COMMON = 06097

PAGE 0007 FTN. 9:39 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0166 C
0167 C
0168 C
0169 SUBROUTINE CHEQ(J,K,HP,FIN,KIN)
0170 COMMON F1(10),F(45,45),M(45,45),IN(2)
0171 40 NP=0
0172 J=J+K
0173 IF(J.NE.0) GO TO 50
0174 J=1
0175 IF(KIN.EQ.-1) K=-1*K
0176 50 DO 10 I=1,44
0177 IF(((F(I,J)-FIN)*(F(I+1,J)-FIN)).LE.0) 30,10
0178 30 NP=NP+1
0179 IN(NP)=I
0180 10 CONTINUE
0181 IF(NP.NE.0) RETURN
0182 K=-1*K
0183 GO TO 40
0184 END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00117 COMMON = 06037

```
0001 FTN4,L
0002 PROGRAM VENTY
0003 REAL RL,COT(2)
0004 INTEGER IP(5)
0005 COMMON F1(10),F(70,70),M(70,70),IN(2)
0006 CALL RMPAR(IP)
0007 CALL PLTLU(8)
0008 IL=IP(1)
0009 IF(IL.NE.1) GO TO 101
0010 WRITE(IL,111)
0011 101 READ(IL,*)RL,COT,Z
0012 CALL PLOT(1.6,0.,-3)
0013 IN(1)=2HFI
0014 IN(2)=2HNY
0015 CALL SYM8(1.0,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0016 IN(1)=2HLU
0017 IN(2)=2HZ=
0018 CALL SYM8(3.5,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0019 CALL NUM8(999.0,5.0,0.3,RL,0.0,2)
0020 IN(1)=2HAL
0021 IN(2)=2HT=
0022 CALL SYM8(7.0,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0023 ALT=COT(2)-COT(1)
0024 CALL NUM8(999.0,5.0,0.3,ALT,0.0,2)
0025 IN(1)=2H
0026 IN(2)=2HY=
0027 CALL SYM8(10.5,5.0,0.3,IN,0.0,4)
0028 CALL NUM8(999.0,5.0,0.3,Z,0.0,2)
0029 CALL PLOT(0.0,6.0,-3)
0030 CALL FACT(2.0)
```

PAGE 0002 VENTY 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0031      CALL PLOT(0.0,0.0,3)
0032      CALL PLOT(10.0,0.0,2)
0033      CALL PLOT(0.0,0.0,3)
0034      CALL PLOT(0.0,10.0,2)
0035      DO 2 I=0,19
0036      X=I/2.
0037      2  CALL SYMB(X,0.0,0.1,13,0.0,-1)
0038      DO 3 I=0,19
0039      Y=I/2.
0040      3  CALL SYMB(0.0,Y,0.1,13,0.0,-1)
0041  111  FORMAT("LUZ,COTAS,PLANO  _")
0042  C
0043  C  GENERACION DE MATRIZ F
0044  C
0045      DO 3000 I=1,70
0046      X=(I-1)*0.2
0047      DO 3010 J=1,70
0048      Y=(J-1)*0.2
0049      IF(Y.GT.COT(2)) GO TO 3000
0050      CALL SVI(RL,X,Z,Y,COT,F1(1),FF,F1(2),F1(3),F1(4),F1(5),F1(6))
0051  3010  F(I,J)=ABS(FF)
0052  3000  CONTINUE
0053  C
0054  C  FIN MAXIMO
0055  C
0056      JINIC=COT(1)*5.+1.
0057      KIH=-1
0058      FIN=0.
0059      J=JINIC
0060      DO 2300 I=1,70
```

PAGE 0003 VENTY 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0061      IF(F(I,J).LT.FIN) GO TO 2300
0062      INIC=I
0063      IFM=F(I,J)
0064      FIN=IFM
0065 2300  CONTINUE
0066      IN(1)=2HMA
0067      IN(2)=2HX=
0068      CALL SYM3(7.0,-0.5,0.15,IN,0.0,4)
0069      CALL NUM3(999.0,-0.5,0.15,FIN,0.0,2)
0070  C
0071  C SI EL FIN MAXIMO ES < 0.25, IR A LA VENTANA SIGUIENTE.
0072  C
0073      IF(FIN.LE.0.25) 400,410
0074 400  IF(Z.EQ.3) GO TO 1979
0075 405  READ(4,*)RL,COT,Z
0076      IF(Z.EQ.3.00) 1979,405
0077 410  CONTINUE
0078  C
0079  C LIMPIAR M
0080  C
0081 200  K=KIN
0082      DO 20 I=1,70
0083      DO 20 J=1,70
0084 20   M(I,J)=0
0085  C
0086  C PUNTO INICIAL
0087  C
0088      J=JINIC
0089      DO 2100 I=INIC,44
0090      IF(((F(I,J)-FIN)*(F(I+1,J)-FIN)).LE.0) 2101,2100
```

PAGE 0004 VENTY 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0091 2100 CONTINUE
0092 2101 X=0.2*(I-1)
0093      XFIN=X+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I+1,J)-F(I,J))
0094      CALL PLOT(XFIN,(JINIC-1)*0.2,3)
0095      XINIC=XFIN
0096 220  M(I,J)=1
0097 C
0098 C  CHEQUED
0099 C
0100 150  CALL CHEQ(J,K,MP,FIN,KIN)
0101      IF(MP.GT.1) 50,60
0102 50   IF(ABS(IN(1)-I).GT.ABS(IN(2)-I)) 70,80
0103 70   ICERC=IN(2)
0104      ILEJ=IN(1)
0105      GO TO 90
0106 80   ICERC=IN(1)
0107      ILEJ=IN(2)
0108 90   IF(M(ICERC,J).NE.0) GO TO 110
0109      I=ICERC
0110      GO TO 100
0111 110  IF(M(ILEJ,J).NE.0) GO TO 140
0112      I=ILEJ
0113 100  X=(I-1)*0.2
0114      XFIN=X+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I+1,J)-F(I,J))
0115      Y=(J-1)*0.2
0116      CALL PLOT(XFIN,Y,2)
0117      M(I,J)=1
0118      GO TO 150
0119 60   IF(M(IN(1),J).NE.0) GO TO 140
0120      I=IN(1)
```



PAGE 0005 VENTY 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0121      GO TO 100
0122      140  CALL PLOT(XINIC,(JINIC-1)*0.2,2)
0123      IFIN=FIN
0124      IF(IFIN.LE.1) 160 ,170
0125      160  FD=0.25
0126      GO TO 180
0127      170  IF(IFIN.GE.20.) 171,172
0128      171  IFIN=FIN*2./10.
0129      IFIN=IFIN*5
0130      FD=5.
0131      IFM=FIN
0132      IF(IFM.GT.IFIN) FIN=IFIN+FD
0133      GO TO 180
0134      172  IF(IFIN.GT.15.) 173,174
0135      173  FD=FIN-15.
0136      GO TO 180
0137      174  FD=1.
0138      180  FIN=FIN-FD
0139      IF(FIN.LT.0.25) GO TO 1979
0140      GO TO 200
0141      1979 CALL PLOT(0.,0.,3)
0142      STOP
0143      END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-15092 REV. 1926 (790430)

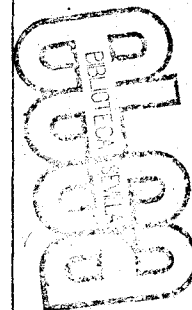
\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 01041 COMMON = 14722

PAGE 0006 FTN. 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0144 C
0145 C
0146 C
0147 SUBROUTINE CHEQ(J,K,HP,FIN,KIN)
0148 COMMON F(10),F(70,70),M(70,70),IN(2)
0149 40 NP=0
0150 J=J+K
0151 IF(J.NE.0) GO TO 50
0152 J=1
0153 IF(KIN.EQ.-1) K=-1*K
0154 50 DO 10 I=1,70
0155 IF(((F(I,J)-FIN)*(F(I+1,J)-FIN)).LE.0) 30,10
0156 30 NP=NP+1
0157 IN(NP)=I
0158 10 CONTINUE
0159 IF(NP.NE.0) RETURN
0160 K=-1*K
0161 GO TO 40
0162 END
```

FTN4 COMPILER) HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00116 COMMON = 14722



PAGE 0001 FTN. 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0001 FTN4,L
0002 PROGRAM VENTZ
0003 REAL RL,COT(2)
0004 INTEGER IP(3)
0005 COMMON F1(10),F(45,45),M(45,45),IN(2)
0006 CALL RMPAR(IP)
0007 CALL PLTLU(8)
0008 IPR=IP(1)
0009 IF(IPR.NE.1) GO TO 101
0010 WRITE(1,111)
0011 101 READ(IPR,*)RL,COT,Z
0012 CALL PLOT(1.6,0.,-3)
0013 IN(1)=2HFI
0014 IN(2)=2HNZ
0015 CALL SYMB(-0.8,23.4,0.3,IN,-90.,4)
0016 IN(1)=2HLU
0017 IN(2)=2HZ=
0018 CALL SYMB(-0.3,21.2,0.3,IN,-90.,4)
0019 CALL HUM3(-0.3,999.0,0.3,RL,-90.,2)
0020 IN(1)=2HAL
0021 IN(2)=2HT=
0022 CALL SYMB(-0.8,17.8,0.3,IN,-90.,4)
0023 ALT=COT(2)-COT(1)
0024 CALL HUM3(-0.3,999.0,0.3,ALT,-90.,2)
0025 IN(1)=2H
0026 IN(2)=2HZ=
0027 CALL SYMB(-0.8,14.4,0.3,IN,-90.,4)
0028 CALL HUM3(-0.3,999.0,0.3,Z,-90.,2)
0029 CALL PLOT(0.,6.,-3)
0030 CALL FACT(2.0)
```

PAGE 0002 VENTZ 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0031      CALL PLOT(0.,0.,3)
0032      CALL PLOT(10.,0.,2)
0033      CALL PLOT(0.,0.,3)
0034      CALL PLOT(0.,10.,2)
0035      DO 2 I=0,19
0036      X=I/2.
0037      2   CALL SYMB(X,0.,0.1,13,0.,-1)
0038      DO 3 I=0,19
0039      Y=I/2.
0040      3   CALL SYMB(0.,Y,0.1,13,90.,-1)
0041      111  FORMAT('LUZ,COTAS,PLANO  _')
0042      C
0043      C   GENERACION DE MATRIZ F
0044      C
0045      DO 3000 I=1,45
0046      X=(I-1)*0.2
0047      DO 3000 J=1,45
0048      Y=(J-1)*0.2
0049      CALL SVI(RL,X,Y,Z,COT,F1(1),F1(2),FF,F1(3),F1(4),F1(5),F1(6))
0050      3000  F(I,J)=ABS(FF)
0051      C
0052      C   FIN MAXIMO
0053      C
0054      JINIC=1
0055      KIN=1
0056      FIN=0.
0057      J=JINIC
0058      DO 10 I=1,45
0059      IF(F(I,J).LT.FIN) GO TO 10
0060      INIC=I
```

PAGE 0003 VENTZ 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0061      IFM=F(I,J)
0062      FIN=IFM
0063  10    CONTINUE
0064      IN(1)=2HMR
0065      IN(2)=2HX=
0066      CALL SYM3(-0.4,2.5,0.15,IN,-90.,4)
0067      CALL NUM3(-0.4,999.0,0.15,FIN,-90.,2)
0068  C
0069  C  LIMPIAR M
0070  C
0071  200   K=KIN
0072      DO 20 I=1,45
0073      DO 20 J=1,45
0074  20   M(I,J)=0
0075  C
0076  C  PUNTO INICIAL
0077  C
0078      J=JINIC
0079      DO 40 I=INIC,44
0080      IF(((F(I,J)-FIN)*(F(I+1,J)-FIN)).LE.0) 30,40
0081  40   CONTINUE
0082  30   X=0.2*(I-1)
0083      XFIN=X+0.2*(FIN-F(I,J))/(F(I+1,J)-F(I,J))
0084      CALL NUM3(XFIN,-.15,.10,FIN,-90.,2)
0085      CALL PLOT(XFIN,(JINIC-1)*0.2,3)
0086  220   M(I,J)=1
0087  C
0088  C  CHEQUEO
0089  C
0090  150   CALL CHEQ(J,K,NP,FIN,KIN)
```

PAGE 0004 VENTZ 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0091      IF(NP.GT.1) 50,60
0092  50    IF(ABS(IN(1)-I).GT.ABS(IN(2)-I)) 70,80
0093  70    ICERC=IN(2)
0094      ILEJ=IN(1)
0095      GO TO 90
0096  80    ICERC=IN(1)
0097      ILEJ=IN(2)
0098  90    IF(M(ICERC,J).NE.0) GO TO 110
0099      I=ICERC
0100      GO TO 100
0101  110   IF(M(ILEJ,J).NE.0) GO TO 140
0102      I=ILEJ
0103  100   X=(I-1)*0.2
0104      XFIN=X+0.2*(FIH-F(I,J))/(F(I+1,J)-F(I,J))
0105      Y=(J-1)*0.2
0106      CALL PLOT(XFIN,Y,2)
0107      M(I,J)=1
0108      GO TO 150
0109  60    IF(M(IN(1),J).NE.0) GO TO 140
0110      I=IN(1)
0111      GO TO 100
0112  140   IFIN=FIH
0113      IF(IFIN.LE.1) 160,170
0114  160   FD=0.25
0115      GO TO 180
0116  170   IF(FIH.GE.20.) 171,172
0117  171   IFIN=FIH*2./10.
0118      IFIN=IFIN*5
0119      FD=5.
0120      IFM=FIH
```

PAGE 0005 VENTZ 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0121          IF(IFM.GT.IFIN) FIN=IFIN+FD
0122          GO TO 180
0123 172      IF(FIN.GT.15.) 173,174
0124 173      FD=FIN-15.
0125          GO TO 180
0126 174      FD=1.
0127 180      FIN=FIN-FD
0128          IF(FIN.GE.0.25) GO TO 200
0129          CALL PLOT(0.,0.,3)
0130          STOP
0131          END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00963 COMMON = 06037

PAGE 0006 FTN. 10:02 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0132      SUBROUTINE CHEQ(J,K,NP,FIN,KIN)
0133      COMMON F1(10),F(45,45),M(45,45),IN(2)
0134 . 40      NP=0
0135           J=J+K
0136           J=1
0137           J=1
0138           IF(KIN.EQ.-1) K=-1*K
0139      50      DO 10 I=1,44
0140           IF(((F(I,J)-FIN)*(F(I+1,J)-FIN)).LE.0) 30,10
0141      30      NP=NP+1
0142           IN(NP)=I
0143      10      CONTINUE
0144           IF(NP.NE.0) RETURN
0145           K=-1*K
0146           GO TO 40
0147           END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00117 COMMON = 06097



```
0163 C
0164 C
0165 C
0166 SUBROUTINE SVIC(RL,X,Y,Z,COT,FINX,FINY,FINZ,EX,EY,EZ,E)
0167 C
0168 C COMPONENTES DEL VECTOR DE ILUMINACION
0169 C
0170 REAL RL,COT(2),AA(2),BA(2),BB(2),CA,CB,DA(2),DB(2),DC(2),DE(2),
0171 1 DO(2),DF(2),A(2),B(2),C(2),D(2),E(2),F(2),EX,EY,EZ,FIN
0172 REAL COTA(2)
0173 PI=3.14159
0174 COTA(1)=COT(1)
0175 COTA(2)=COT(2)
0176 IF(Z.GT.COT(1)) COTA(1)=Z
0177 DO 50 L=1,2
0178 ZZ=Z-COTA(L)
0179 Y1=Y+RL/2.
0180 Y2=Y-RL/2.
0181 AA(L)=SQRT(X*X+ZZ*ZZ)
0182 BA(L)=(Y1)/SQRT(X*X+Y1*Y1+ZZ*ZZ)
0183 BB(L)=Y2/SQRT(X*X+Y2*Y2+ZZ*ZZ)
0184 CA=SQRT(X*X+Y1*Y1)
0185 CB=SQRT(X*X+Y2*Y2)
0186 DA(L)=ATAN2(Y1,AA(L))
0187 DB(L)=ATAN2(Y2,AA(L))
0188 DC(L)=ATAN2((ZZ)*BA(L),X)
0189 DO(L)=ATAN2((ZZ)*BB(L),X)
0190 DE(L)=ATAN2(ZZ,CA)
0191 DF(L)=ATAN2(ZZ,CB)
0192 A(L)=(DA(L)-DB(L))/(2.*AA(L))
```

PAGE 0008 SVI 10:01 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0193      B(L)=(8B(L)-8A(L))/(3.*AA(L)*AA(L))
0194      C(L)=(DC(L)-DD(L))/(3.*X)+ZZ*B(L)
0195      D(L)=DE(L)/(2.*CA)-DF(L)/(2.*CB)
0196      E(L)=BA(L)/(3.*Y1)-8B(L)/(3.*Y2)
0197      F(L)=(Y*D(L)+ZZ*A(L)+RL*DE(L)/(4.*CA)+RL*DF(L)/(4.*CB))/(X*X)
0198      50      CONTINUE
0199      EX=(X*X/3.)*(F(1)-F(2)+2.*B(2)-2.*B(1))
0200      EY=(X/3.)*(D(2)-D(1)+2.*E(2)-2.*E(1))
0201      EZ=(X/3.)*(A(2)-A(1)+2.*C(2)-2.*C(1))
0202      FINZ=9.*EZ/(7.*PI)*100.
0203      FINX=9.*EX/(7.*PI)*100.
0204      FINY=9.*EY/(7.*PI)*100.
0205      E=SQR(X*EX+Y*EY+Z*EZ)
0206      RETURN
0207      END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

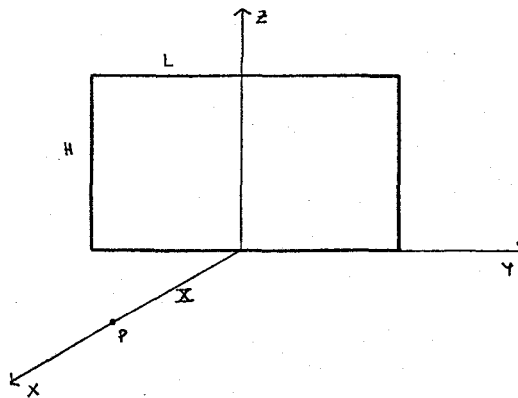
\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00953 COMMON = 00000

## CAPITULO IV

### ESTUDIO PARTICULARIZADO DE FINZ

#### OBJETIVO

Dada la posibilidad de aproximar el vector FIN conocida una sola de sus componentes, el objetivo de este capítulo es la construcción de ábacos capaces de facilitar una de estas componentes, como alternativa al uso del volumen de gráficos obtenido en el capítulo anterior. El camino para obtener ábacos, a partir de la formulación del capítulo II, pasa necesariamente por la reducción de parámetros mediante la adopción de situaciones simplificadoras. Las fórmulas de obtención de FINZ son las que ofrecen más fácil reducción de parámetros, al adoptar la situación de la figura y expresar la distribución en el eje X:



Como quiera que, la iluminación horizontal FINZ está tradicionalmente aceptada como indicador de la iluminación

en un punto y la normativa sobre iluminación, siempre, -  
 está referida a FINZ; escogemos los ábacos correspondientes  
 a dicha componente como objetivo de este capítulo. -  
 Con ello establecemos, además, un nexo de unión entre este  
 trabajo y los trabajos realizados hasta la fecha, sobre  
 iluminación.

FORMULACION

La fórmula 10 del capítulo II, al adoptar la disposición  
 reseñada en la figura anterior y sustituir:

$$\begin{aligned} z_1 &= 0 & y &= 0 \\ z_2 &= H & z &= 0 \end{aligned}$$

toma la forma:

$$\text{FINZ} = \frac{300}{2\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{L}{2x} + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{HL}{x\sqrt{x^2+H^2+(\frac{L}{2})^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+H^2}} \operatorname{arctg} \frac{L}{2\sqrt{x^2+H^2}} - \right. \\ \left. - \frac{2}{3} \frac{xHL}{(x^2+H^2)\sqrt{x^2+H^2+(\frac{L}{2})^2}} \right] \quad [1]$$

En este capítulo, llamaremos en adelante  $\emptyset = \text{FINZ}$

La ecuación [1] puede tomar la forma:

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{\frac{L}{H}}{2 \frac{X}{H}} + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{\frac{L}{H}}{2 \frac{X}{H} \sqrt{\left(\frac{X}{H}\right)^2 + \left(\frac{L}{2H}\right)^2 + 1}} - \frac{\frac{X}{H}}{\sqrt{1 + \left(\frac{X}{H}\right)^2}} \operatorname{arctg} \frac{\frac{L}{H}}{2 \sqrt{1 + \left(\frac{X}{H}\right)^2}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{X}{H} \frac{L}{H}}{\left[1 + \left(\frac{X}{H}\right)^2\right] \sqrt{\left(\frac{X}{H}\right)^2 + \left(\frac{L}{2H}\right)^2 + 1}} \right] \quad [2]$$

y también:

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{1}{2 \frac{X}{L}} + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{\frac{H}{L}}{2 \frac{X}{L} \sqrt{\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{H}{2L}\right)^2 + \frac{1}{4}}} - \frac{\frac{X}{L}}{\sqrt{\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{H}{L}\right)^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{2 \sqrt{\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{H}{L}\right)^2}} - \frac{2}{3} \frac{\frac{X}{L} \frac{H}{L}}{\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{X}{L}\right)^2 + \left(\frac{H}{L}\right)^2 + \frac{1}{4}}} \right] \quad [3]$$

llamando:

$$\frac{X}{H} = A \quad \frac{L}{H} = B$$

$$\frac{X}{L} = c \quad \frac{H}{L} = D$$

La expresión [2] toma la forma:

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{B}{2A} + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{B}{2A \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{4} + 1}} - \frac{A}{\sqrt{1+A^2}} \operatorname{arctg} \frac{B}{2 \sqrt{1+A^2}} - \frac{2}{3} \frac{AB}{(1+A^2) \sqrt{A^2 + \frac{B^2}{4} + 1}} \right] \quad [4]$$

y la [3] pasa a ser:

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \operatorname{arctg} \frac{1}{2c} + \frac{4}{3} \operatorname{arctg} \frac{D}{2c \sqrt{c^2 + D^2 + \frac{1}{4}}} - \frac{c}{\sqrt{D^2 + c^2}} \operatorname{arctg} \frac{1}{2 \sqrt{D^2 + c^2}} - \frac{2}{3} \frac{c \cdot D}{(D^2 + c^2) \sqrt{c^2 + D^2 + \frac{1}{4}}} \right] \quad [5]$$

Ambas expresiones permiten expresar  $\phi$  en función de A ó C para distintos valores de B ó D respectivamente.

ESTUDIO DE LA ECUACION [4]

Constituye una familia de curvas  $\phi = \phi(A, B)$  de parámetro B. Para cada proporción B de ventana  $\frac{L}{H}$  expresa  $\phi$  en función de la distancia X a la ventana medida en una escala  $\frac{X}{H}$ .

- Todas son uniformes, continuas y derivables.

- Sí:  $A = 0 \Rightarrow$

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \frac{\pi}{2} \right] = 50 \Rightarrow \phi = 50 \quad \forall B \in \mathbb{R}$$

luego toda la familia pasa por (0, 50)

- Sí:

$$A \rightarrow \infty \Rightarrow \phi \rightarrow 0 \quad \forall B \in \mathbb{R}$$

luego todas las curvas tienen como asíntota el eje A.

- Sí:

$$B \rightarrow 0 \Rightarrow \phi \rightarrow 0$$

luego la primera curva coincide con el eje de abscisas.

- Sí:  $B \rightarrow \infty \Rightarrow$

$$\phi_L = \frac{300}{7\pi} \left[ \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{1+A^2} - A^2}{\sqrt{1+A^2}} + \frac{4}{3} \left( \arctg \frac{1}{A} - \frac{A}{1+A^2} \right) \right] \quad [6]$$

luego al crecer B, la familia tiende asintóticamente a una curva límite [6].

La curva límite es decreciente en todo su campo de existencia:

$$\frac{d\phi}{dA} = -\frac{300}{7\pi} \cdot \frac{1}{1+A^2} \left[ \frac{4}{3} + \frac{\pi}{2} \frac{1}{1+A^2} \right] \Rightarrow$$

$$\frac{d\phi}{dA} < 0 \quad \forall A \in \mathbb{R}$$

ESTUDIO DE LA ECUACION [5]

Al igual que [4], constituye una familia de curvas  $\phi = \phi(C)$  de parámetro D. Para cada proporción D de ventana  $\frac{H}{L}$  expresa  $\phi$  en función de la distancia X a la ventana, medida en una escala  $\frac{X}{L}$ .

- Todas son uniformes, continuas y derivables.

- Sí:  $C = 0 \Rightarrow$

$$\phi = \frac{300}{7\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + \frac{4}{3} \frac{\pi}{2} \right] = 50 \Rightarrow \phi = 50 \quad \forall D \in \mathbb{R}$$

luego toda la familia pasa por (0, 50).

- Sí:

$$C \rightarrow \infty \Rightarrow \phi \rightarrow 0 \quad \forall C \in \mathbb{R}$$

luego todas las curvas tienen el eje C por asíntota.

- Sí:

$$D \rightarrow 0 \Rightarrow \phi \rightarrow 0$$

luego la primera curva coincide con el eje de abscisas.

- Sí:  $D \rightarrow \infty \Rightarrow$

$$\phi_L = \frac{100}{7\pi} \arctan \frac{1}{2c} \quad [7]$$

es decir, al crecer D, la familia tiende asintóticamente a una curva límite [7]

Se trata también de una curva decreciente en todo el campo:

$$\frac{d\phi}{dc} = -\frac{100}{\pi} \frac{1}{4c^2+1} \Rightarrow$$

$$\frac{d\phi}{dc} < 0 \quad \forall C \in \mathbb{R}$$

## ABACOS

Las ecuaciones [4] y [5] permiten construir unos ábacos adimensionales de los que se obtienen la iluminación en el eje vertical por el punto medio del antepecho de la ventana, cuales quieran que sean sus dimensiones.

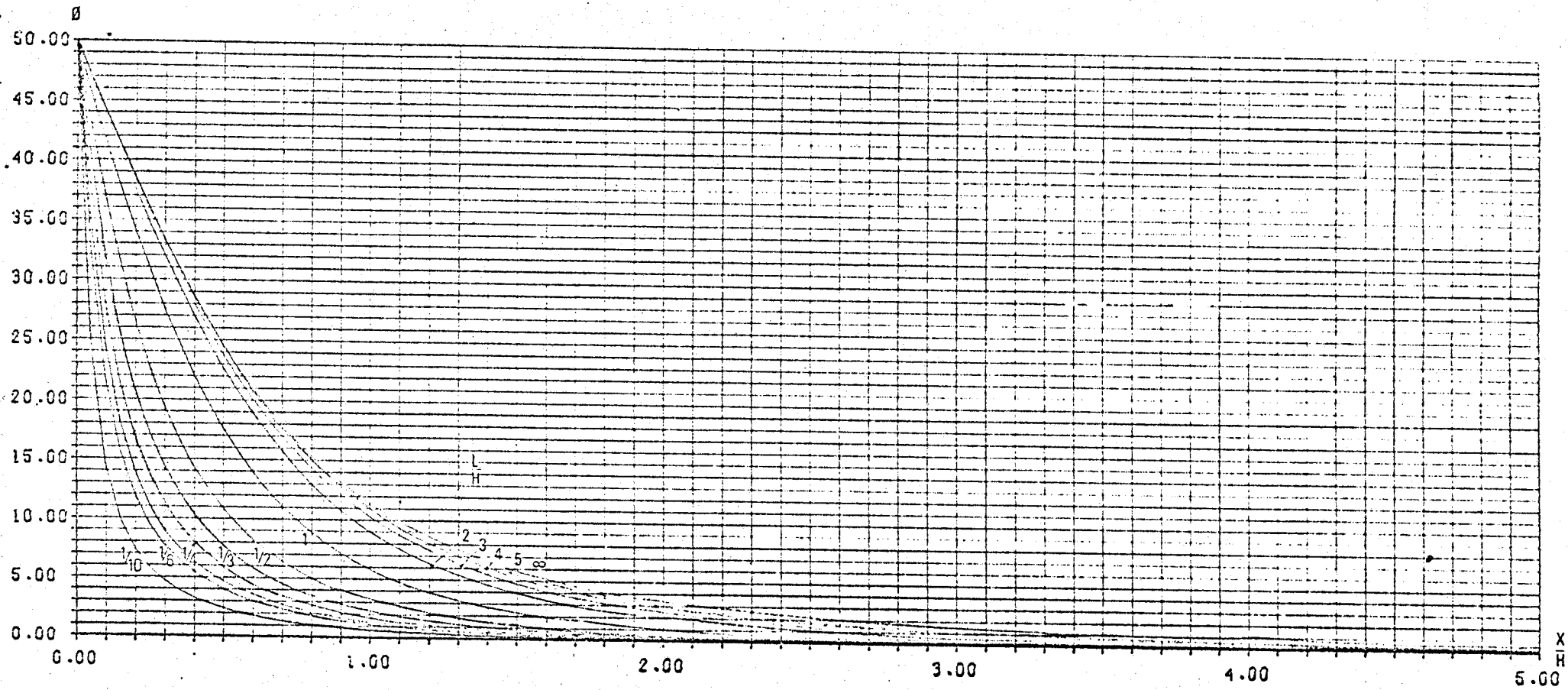
Para construirlos se han elaborado programas de ordenador que generan puntos de curvas correspondientes a valores representativos de C ó D. Cualquier curva correspondiente a una proporción de ventana no representada - se obtiene por interpolación.

Los programas que siguen corresponden a:

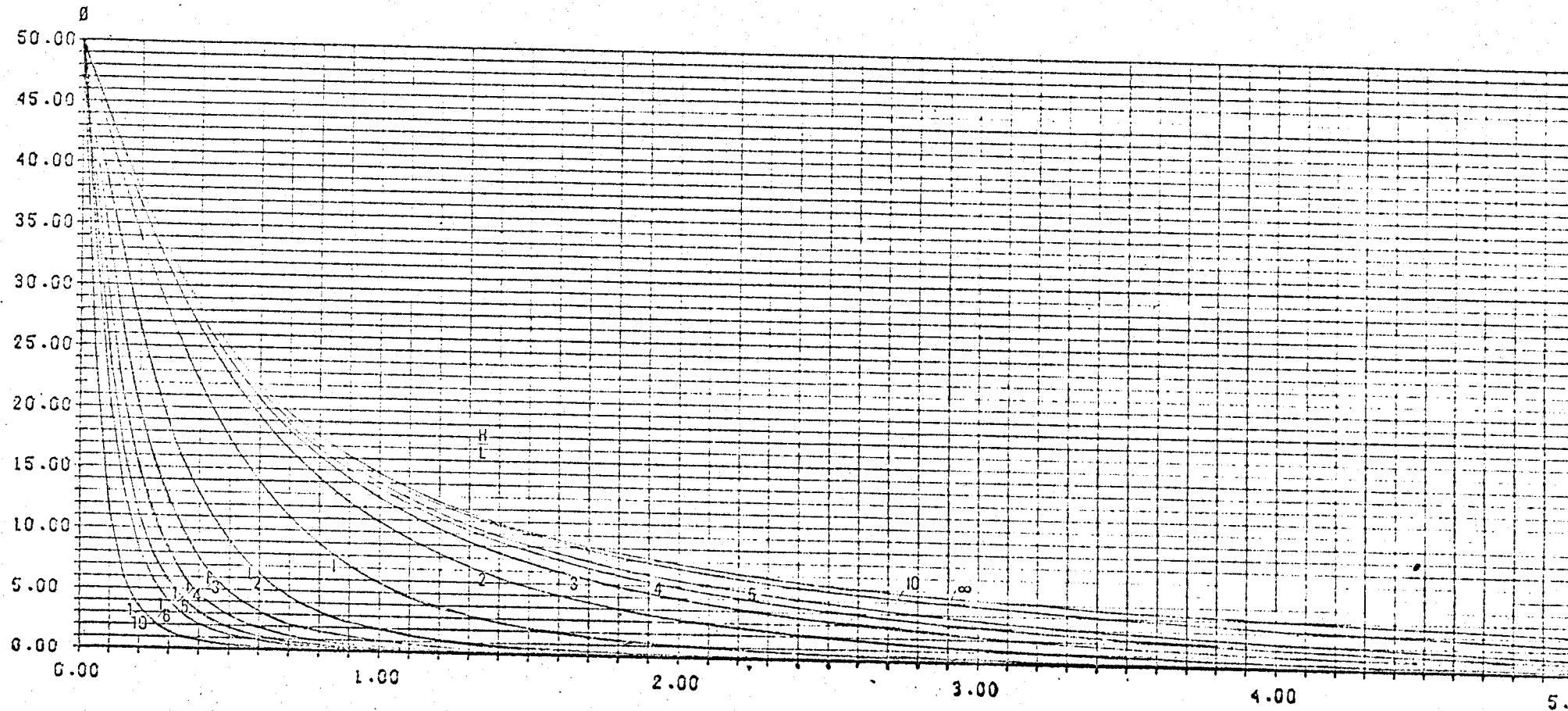
- a) familia  $\phi = \phi (A,B)$
- b) curva límite  $\phi_L (A)$
- c) familia  $\phi = \phi (C,D)$
- d) curva límite  $\phi_L (C)$

Con la información obtenida mediante ellos y las consideraciones analíticas de las páginas anteriores se han construido los ábacos I y II que se adjuntan.





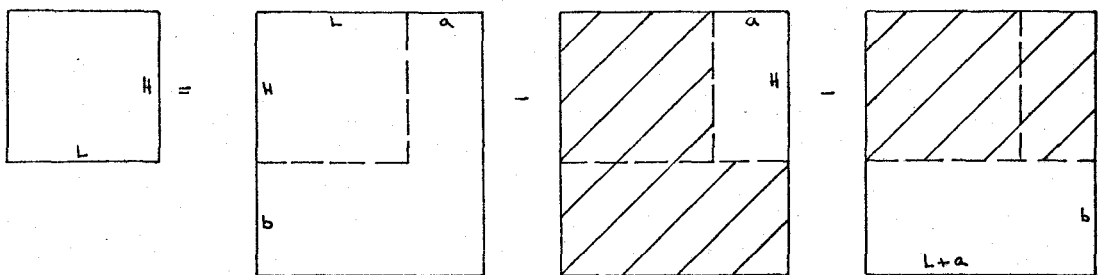
ABACO I



ABACO II

A partir de estos ábacos es posible obtener diversas informaciones basándonos en la propiedad distributiva de los recintos de integración.

En efecto, siempre es posible considerar la iluminación debida a una ventana de dimensiones  $L \times H$  igual a la producida por un recinto mayor que la ventana  $(L+a) \times (H+b)$  menos la iluminación debida a ventanas que ocupan las partes opacas de la ventana ampliada:



A partir de aquí y por elementales consideraciones geométricas, es posible obtener las siguientes informaciones:

DISTRIBUCION  $\phi$  EN UN EJE  $x$  A PROFUNDIDAD  $P$ .

DISTRIBUCION  $\phi$  EN EJE DE SIMETRIA DE DOS VENTANAS ( $P=0$ )

DISTRIBUCION  $\phi$  EN EJE DE SIMETRIA DE DOS VENTANAS ( $P=p$ )

DISTRIBUCION EN UN EJE A DISTANCIA  $a$  DE LA VENTANA ( $P=0$ )

DISTRIBUCION  $\phi$  EN UN EJE A DISTANCIA  $a$  DE LA VENTANA ( $P=p$ )

VARIACION DE  $\phi$  CON EL ANCHO  $L$  DE VENTANA.

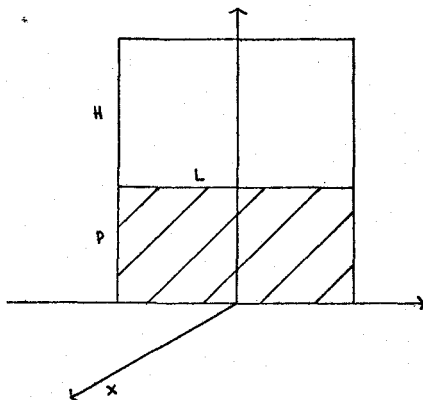
VARIACION DE  $\phi$  CON EL ALTO  $H$  DE VENTANA.

VARIACION DE  $\phi$  CON LA PROFUNDIDAD  $P$ .

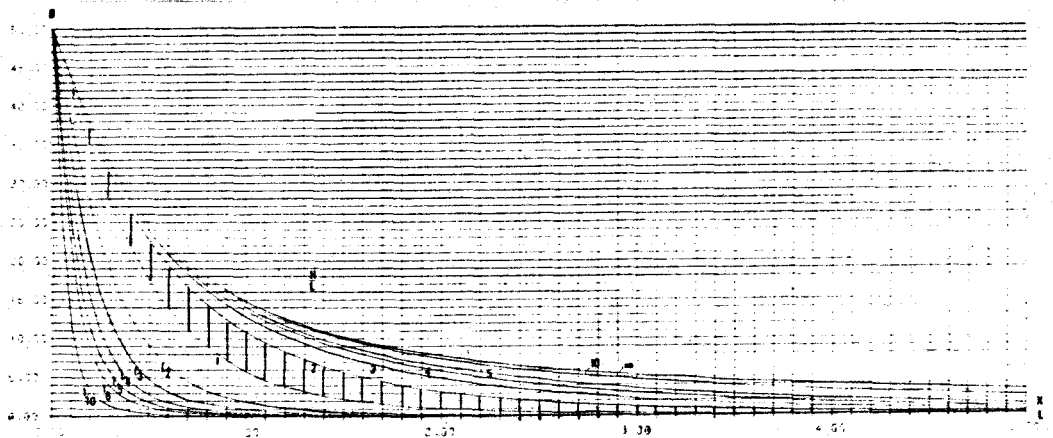
DISTRIBUCION  $\phi$  EN UN EJE x A PROFUNDIDAD P.

Para obtener la distribución de FINZ en un eje como el - de la figura, basta efectuar la diferencia de las curvas

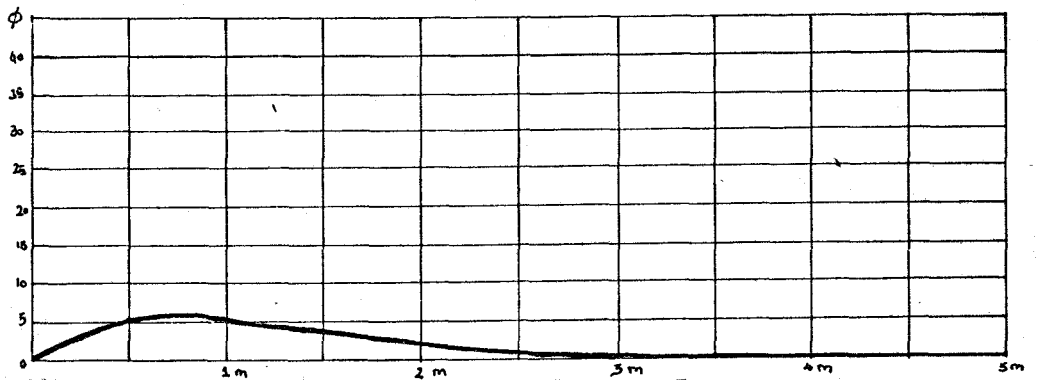
$$D_1 = \frac{H + P}{L} \quad \text{y} \quad D_2 = \frac{P}{L} \quad \text{en el ábaco II.}$$



Por ejemplo, para  $P = 1$  m y una ventana de  $1 \times 1$ , basta restar las curvas  $D=2$  y  $D=1$ :



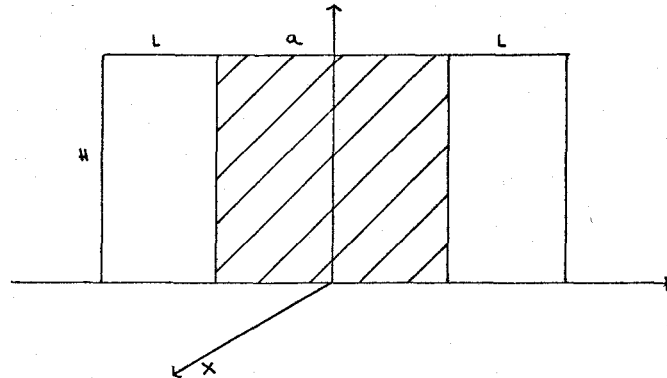
ABACO II



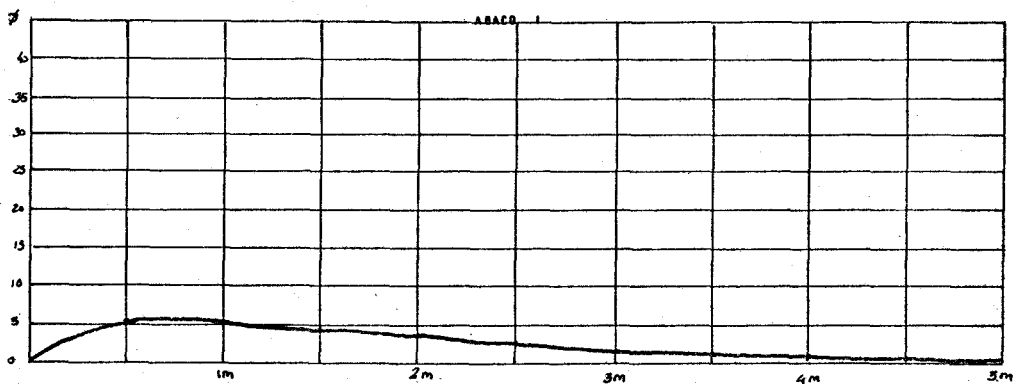
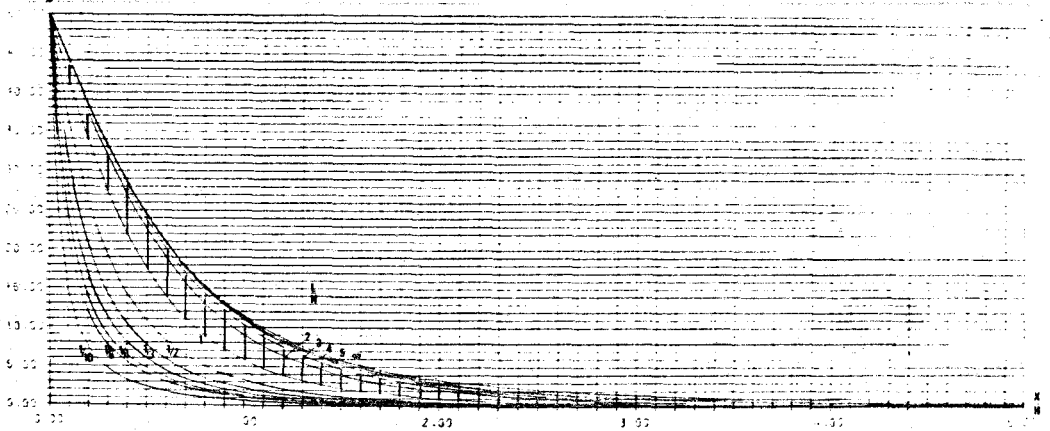
NOTA: En la práctica debe ampliarse la escala en el eje  $\phi$ .

DISTRIBUCION  $\emptyset$  EN EJE DE SIMETRIA DE DOS VENTANAS (P=0)

La distribución de FINZ en un eje como el de la figura, se obtiene restando en el ábaco I las curvas  $B_1 = \frac{2L + a}{H}$  y  $B_2 = \frac{a}{H}$ .



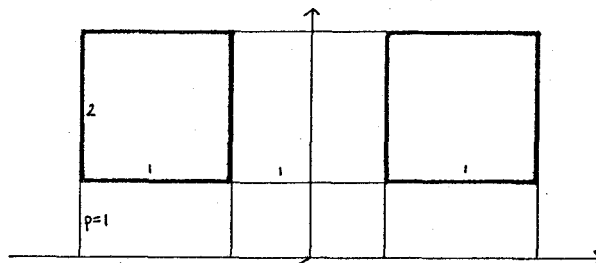
Por ejemplo, la iluminación en el eje de simetría de dos ventanas de 1 x 1 distantes entre sí 1 m. se obtiene al restar las curvas  $B = 3$  y  $B = 1$ :



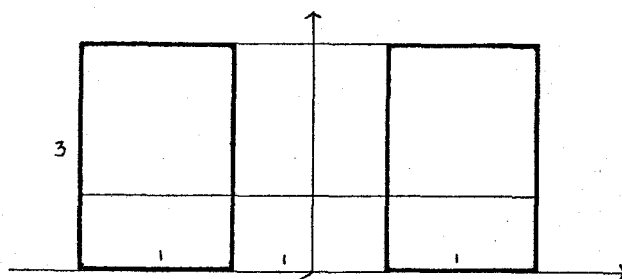
La generalización a cualquier nº de ventanas es elemental.

DISTRIBUCION  $\emptyset$  EN EJE DE SIMETRIA DE DOS VENTANAS (P=p)

La distribución en un eje como el de la figura, se obtiene por combinación de los dos casos anteriores:

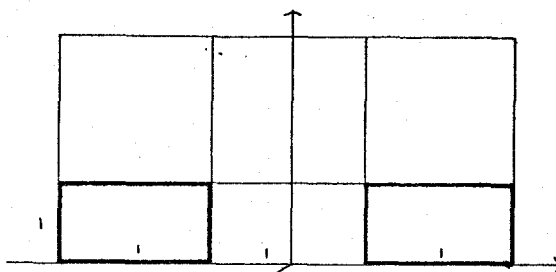


1º.- Se representa la curva 1 correspondiente a la figura



restando las curvas  $B_1 = \frac{3}{3}$  y  $B_2 = \frac{1}{3}$

2º.- Se representa la curva 2 correspondiente a la figura

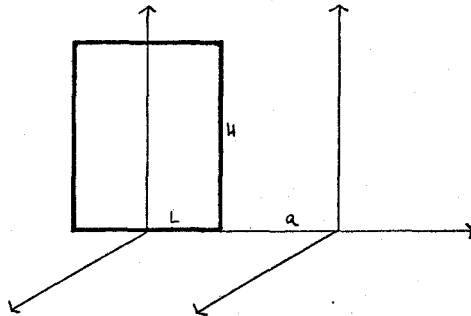


restando las curvas  $B_1 = 3$  y  $B_2 = 1$

3º.- Se restan las curvas 1 y 2, teniendo en cuenta que las escalas en abcisas son distintas, ya que para la 1 la escala es  $\frac{1}{2}$  y para 2, la escala es 1.

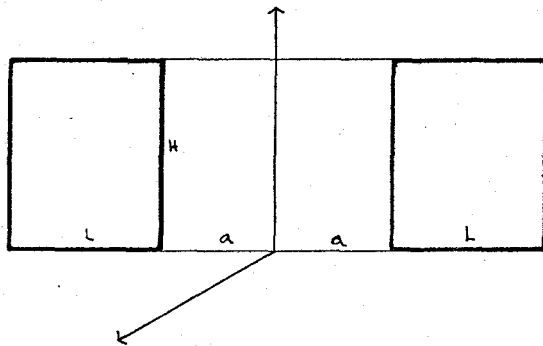
DISTRIBUCION EN UN EJE A DISTANCIA  $a$  DE LA VENTANA ( $P=0$ )

Para obtener la iluminación en un eje como el representado en la figura:



basta hacer:

1º.- Representar la curva correspondiente a la figura:

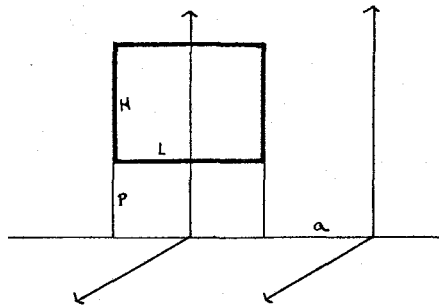


restando las curvas  $B_1 = \frac{2L + 2a}{H}$  y  $B_2 = \frac{2a}{H}$

2º.- Dividir por dos el FINZ de la curva anterior.

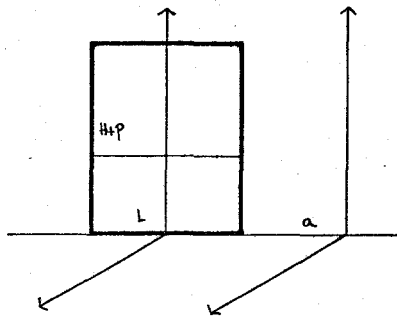
DISTRIBUCION  $\emptyset$  EN UN EJE A DISTANCIA  $a$  DE LA VENTANA ( $P=p$ )

La distribución en un eje como el representado



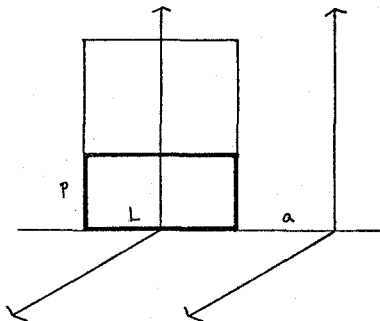
se obtiene mediante el siguiente proceso:

1º.- Se representa la curva correspondiente a la figura



procediendo como en el caso anterior.

2º.- Se representa la curva correspondiente a la figura



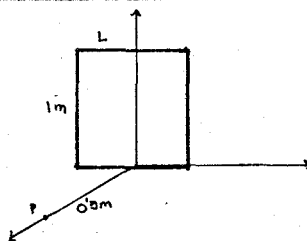
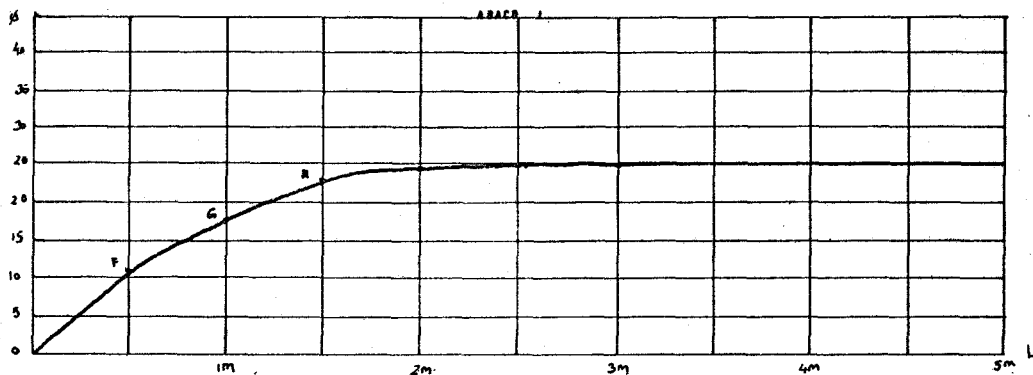
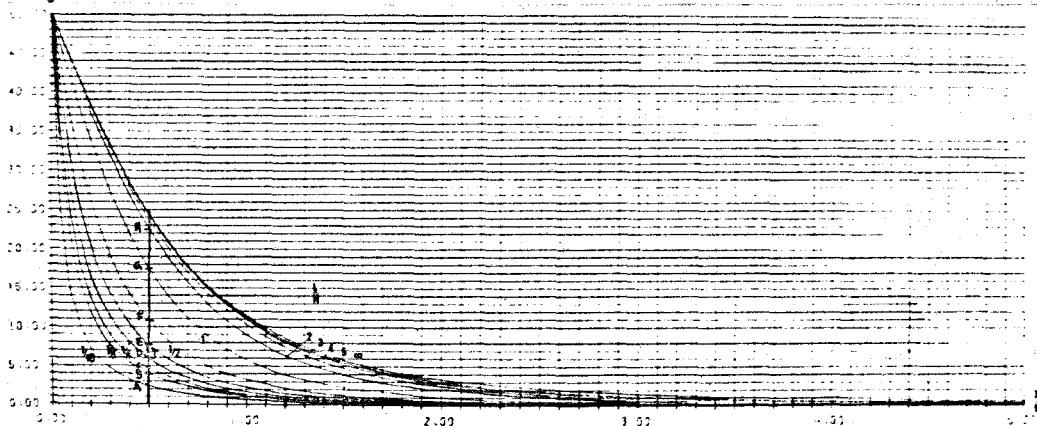
de la misma forma que en el caso anterior.

3º.- Se restan ambas curvas, teniendo presente su escala y se divide FINZ por dos.



### VARIACION DE $\phi$ CON EL ANCHO L DE VENTANA

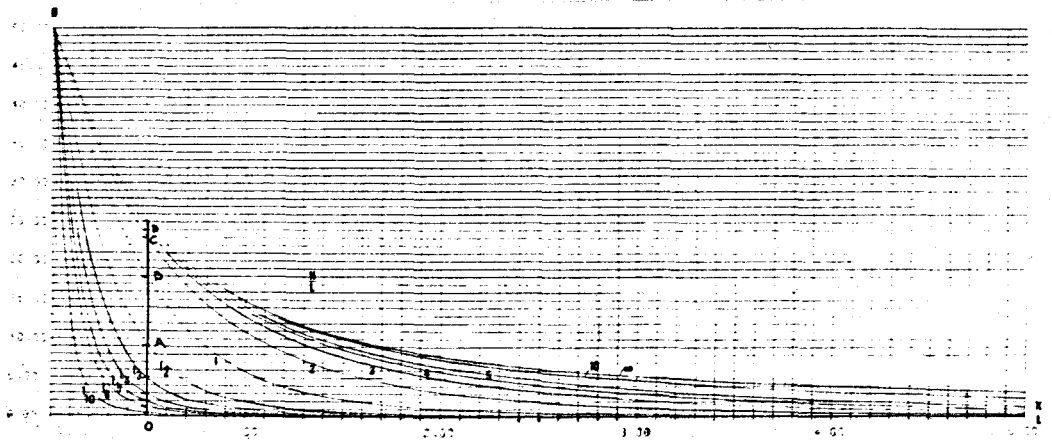
Se obtiene al representar en un diagrama ( $\phi, L$ ) las distintas ordenadas correspondientes en el ábaco I a una abscisa dada, que determina el punto para cada altura H de referencia fijada.



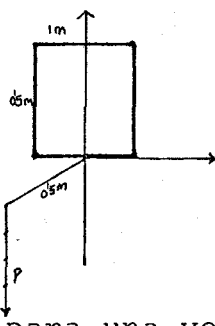
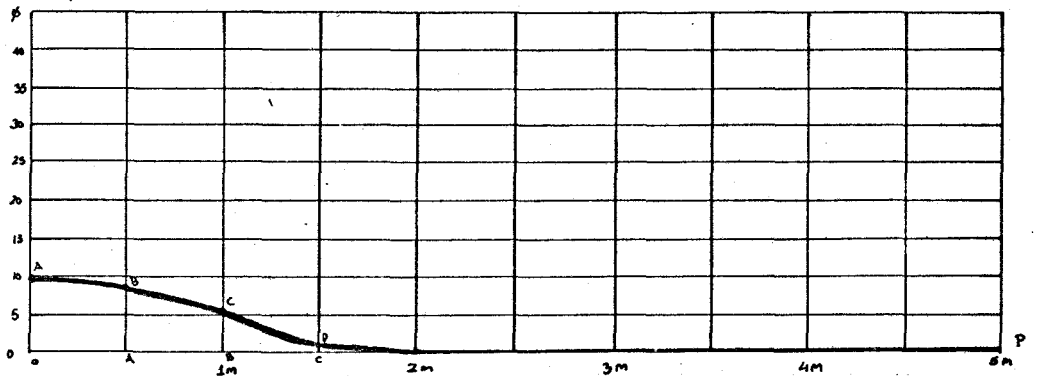
Variación de  $\phi$  con L para una altura 1 m. á 0'5 m. - de la ventana.

VARIACION DE  $\phi$  CON LA PROFUNDIDAD P

Se obtiene como en el caso anterior, pero representando las sucesivas diferencias de ordenadas correspondientes a curvas tales que  $D_1 - D_2 = H$



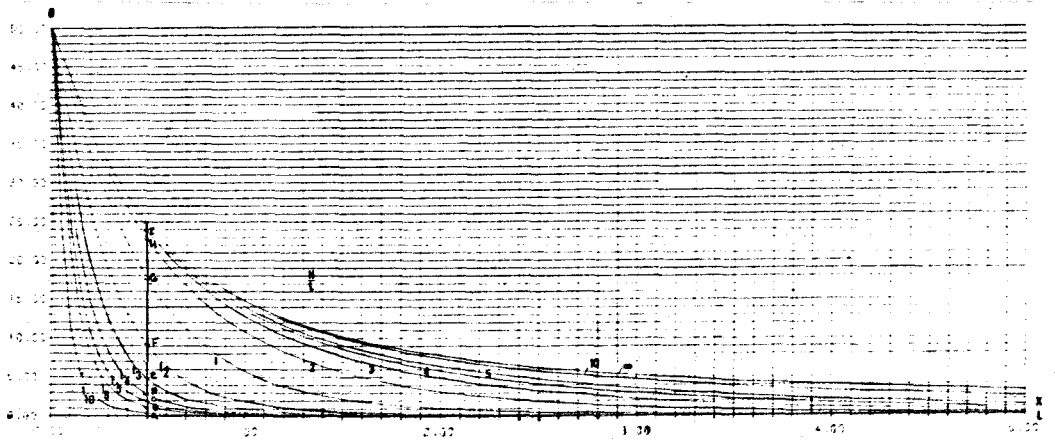
ABACO II



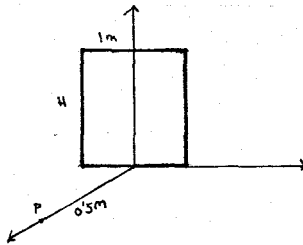
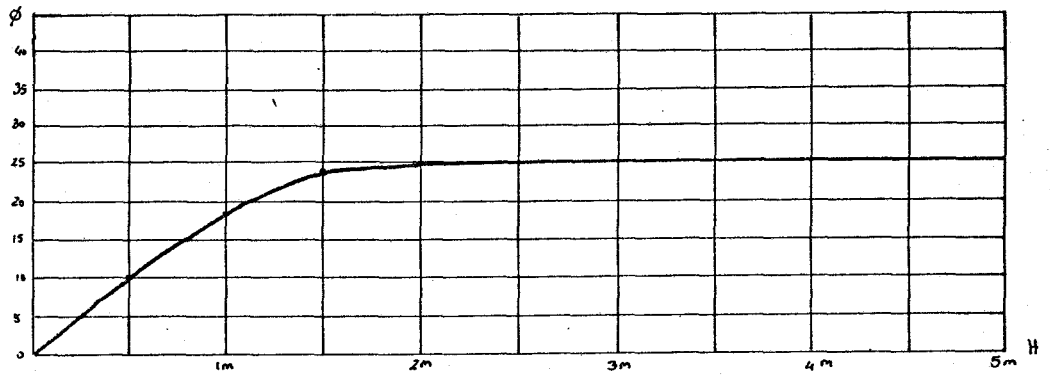
Variación de  $\phi$  con  $P$  para una ventana de 1 x 0'5 á 0'5 m.

### VARIACION DE $\phi$ CON EL ALTO H DE VENTANA

Se obtiene al representar en un diagrama ( $\phi$ , H), las ordenadas correspondientes en el ábaco II a una abscisa dada, que determina el punto para cada ancho L de referencia fijado.



ABACO II



Variación de  $\phi$  con H para un ancho de 1 m. á 0'5 m. de la ventana.

```
0001 FTN4,L
0002     PROGRAM JINI
0003 C
0004 C JAIME NAVARRO
0005 C
0006     DIMENSION B(13),FI(101,13)
0007     DATA B/0.1,0.16667,0.2,0.25,0.33333,0.5,1.,2.,3.,4.,5.,10.,500./
0008     CALL PLTLU(8)
0009     PI=3.14159
0010     KONT=1
0011 C     WRITE(6,100)KONT
0012     READ(1,*)FACX,FACY
0013     S CONTINUE
0014     IF(KONT.EQ.1) CALL PLOT(-2.5,3.,-3)
0015     IF(KONT.EQ.3) CALL PLOT(21.6,0.0,-3)
0016     IND=0
0017     DO 10 I=0,500,5
0018     A=I/100.
0019     IND=IND+1
0020     DO 20 J=1,13
0021     IF(KONT.EQ.1)FI(IND,J)=FIN1(A,B(J))
0022     IF(KONT.EQ.3)FI(IND,J)=FIN3(A,B(J))
0023     20 CONTINUE
0024 C     WRITE(6,200) A,FI
0025     10 CONTINUE
0026     CALL DIBUJ(FI,FACX,FACY,KONT)
0027 C
0028     IF(KONT.EQ.3) GO TO 400
0029 C
0030 C
```

```
0031 C WRITE(6,110)
0032 DO 30 I=0,500,5
0033 A=I/100.
0034 G1=SQRT(1.+A*A)
0035 FF=300./7./PI*(PI/2.*(G1-A)/G1+4./3.*(ATAN(1./A)-A/(1.+A*A)))
0036 C WRITE(6,200) A,FF
0037 30 CONTINUE
0038 C
0039 C
0040 C
0041 KONT=3
0042 C WRITE(6,100) KONT
0043 GO TO 5
0044 C
0045 C
0046 C
0047 C WRITE(6,140)
0048 400 CONTINUE
0049 DO 40 I=0,500,5
0050 A=I/100.
0051 FF=100./PI*ATAN(1./2./A)
0052 C WRITE(6,200) A,FF
0053 40 CONTINUE
0054 C
0055 STOP
0056 C
0057 100 FORMAT(1H1," FUNCION **I**//3X,"A"6X"B"/3X,5**"2X,104**"/
0058 114X,"1/10"5X"1/6"5X"1/5"5X"1/4"5X"1/3"5X"1/2"7X"1"7X"2"7X"3"7X"4"
0059 27X"5"6X"10"5X"500"/)
0060 110 FORMAT(1H1," FUNCION *2**//3X,"A"6X"FUNCION"/3X,5**"2X,8**"/)
```

PAGE 0003 JIM1 10:04 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0061      140 FORMAT(1H1,"  FUNCION *4*"/3X,"A"6X"FUNCION"/3X,5"*"2X,8"*"/)
0062      150 FORMAT(1H1,"  FUNCION *5*"/3X,"X"6X"FUNCION"/3X,5"*"2X,8"*"/)
0063      200 FORMAT(3X,F5.2,2X,13F8.4)
0064          END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 03138 COMMON = 00000

PAGE 0004 FTN. 10:04 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0065 C
0066 C
0067 C
0068     FUNCTION F1H1(A,B)
0069     PI=3.14159
0070     Y1=SQRT(A*A+B*B/4.+1)
0071     Y2=SQRT(1.+A*A)
0072     X1=ATAN(B/2./A)
0073     X2=ATAN(B/2./A/Y1)
0074     X3=ATAN(B/2./Y2)
0075     F1H1=300./7./PI*(X1+4./3.*X2-A/Y2*X3-2./3.*A*B/Y1/(1.+A*A))
0076     RETURN
0077     END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00184 COMMON = 00000

PAGE 0005 FTH. 10:04 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0078 C
0079 C
0080 C
0081 FUNCTION FIN3(A,B)
0082 PI=3.14159
0083 Y1=SQRT(A*A+B*B+1./4.)
0084 Y2=SQRT(A*A+B*B)
0085 X1=ATAN(1./2./A)
0086 X2=ATAN(2./2./A/Y1)
0087 X3=ATAN(1./2./Y2)
0088 FIN3=300./7./PI*(X1+4./3.*X2-A/Y2*X3-2./3.*A*B/Y1/(A*A+B*B))
0089 RETURN
0090 END
```

FTH4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00137 COMMON = 00000



```
0091 C
0092 C
0093 C
0094 SUBROUTINE DIBUJ(FI,FACX,FACY,KONT)
0095 DIMENSION FI(101,13)
0096 CALL FACT(1.0)
0097 AX=5.*FACX
0098 AY=50.*FACY
0099 CALL PLOT(0.,AX,2)
0100 DO 10 I=500,0,-10
0101 X=I/100.*FACX
0102 XX=I/100.
0103 CALL SYMB(0.,X,0.2,13,90.,-1)
0104 CALL PLOT(-AY,X,2)
0105 CALL PLOT(0.,X,3)
0106 IF(I-I/100*100.EQ.0)CALL HUMB(0.5,X-0.4,0.2,XX,90.,2)
0107 10 CONTINUE
0108 CALL PLOT(0.,0.,3)
0109 CALL PLOT(-AY,0.,2)
0110 DO 20 I=50,0,-1
0111 Y=I*FACY
0112 YY=I
0113 CALL SYMB(-Y,0.,0.2,13,0.0,-1)
0114 CALL PLOT(-Y,AX,2)
0115 CALL PLOT(-Y,0.,3)
0116 IF(I-I/5*5.EQ.0)CALL HUMB(-Y+0.1,-1.1,0.2,YY,90.,2)
0117 20 CONTINUE
0118 50 CONTINUE
0119 CALL PLOT(0.,0.,3)
0120 PAUSE
```

PAGE 0007 DIBUJ 10:04 AM THU., 5 JAN., 1978

```
0121      DO 40 J=1,13
0122      K=0
0123      DO 30 I=0,500,5
0124      A=I/100.
0125      K=K+1
0126      C
0127      C  AQUÍ METEMOS LA ESCALA
0128      C
0129      X=A*FACX
0130      Y=FICK,J)*FACY
0131      IF(X.EQ.0.) CALL PLOT(-Y,X,3)
0132      CALL PLOT(-Y,X,2)
0133      30  CONTINUE
0134      40  CONTINUE
0135      CALL PLOT(0.,0.,3)
0136      PAUSE
0137      RETURN
0138      END
```

FTN4 COMPILER: HP92060-16092 REV. 1926 (790430)

\*\* NO WARNINGS \*\* NO ERRORS \*\* PROGRAM = 00348 COMMON = 00000

## CAPITULO V

### SUMA DE VENTANAS

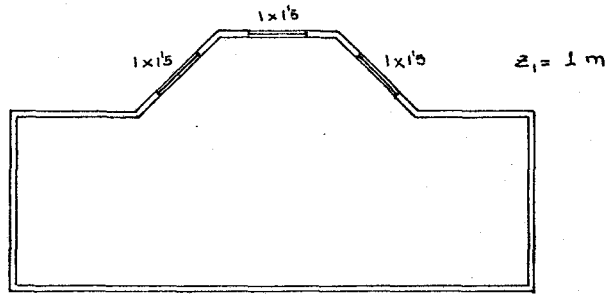
La metodología elaborada permite no sólo el estudio de la acción de una ventana aislada, sino que hace posible abordar situaciones concretas de diseño, en las que es preciso conocer el campo luminoso interior en un espacio con varias ventanas. El objetivo de este capítulo es definir la forma de utilización del material aportado para resolver dichas situaciones.

En el capítulo II, se introdujo el vector iluminación como suma, extendida al recinto de la ventana, de vectores diferenciales en un punto. Por tanto, la acción simultánea de varias ventanas, satisface el principio general de superposición: cuando las causas (ventanas) se superponen, los efectos (iluminaciones) se suman. El vector iluminación total en un punto será pues, la suma de los vectores iluminación debidos a cada ventana. La proyección de este vector sobre el vector dirección de una superficie representa la diferencia de iluminaciones sobre cada cara de dicha superficie. Para conocer la iluminación sobre una cara, debe proyectarse el vector suma de solo aquellas ventanas o fragmentos de ventana, vistos desde esa cara.

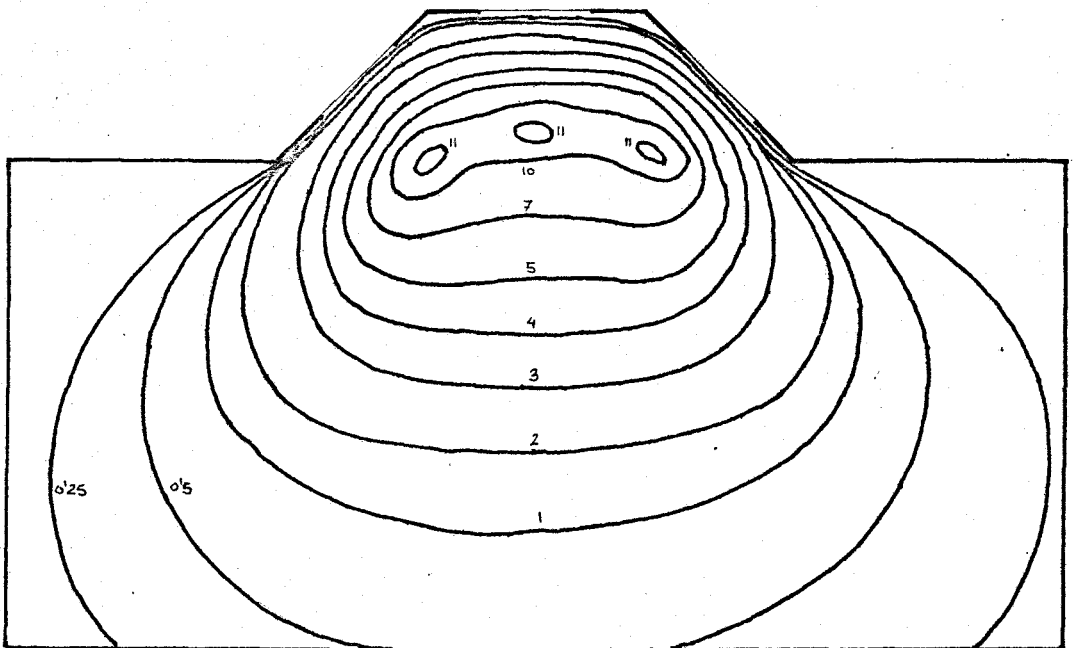
Así pues, la distribución de iluminación sobre un plano determinado será la suma de las distribuciones correspondientes a ese plano debidas a cada ventana vista por dicho plano. Sumar distribuciones planas ya conocidas, se reduce a un elemental problema gráfico de suma de -  
isolíneas de fácil resolución. De esta forma, la determinación de la distribución de iluminación sobre un plano se reduce a:

- 1º.- Determinar la gráfica correspondiente a la acción sobre ese plano de cada ventana vista por él.
  
- 2º.- Sumar dichas gráficas en sus respectivas posiciones, teniendo en cuenta que se conoce su trazado -  
aproximado (envolventes) y que las intersecciones de líneas son puntos conocidos de las curvas suma. A nivel de diseño se puede admitir, para mayor simplificación, un error menor del 0'5% al despreciar los valores por debajo de las curvas de 0'25%.

Así, por ejemplo, la iluminación en el suelo de una habitación como la indicada en la figura:



se obtiene como resultado de sumar en su correspondiente posición, tres gráficas FINZ  $Z = Z (1 \times 1'5)$ , cuyo resultado es:



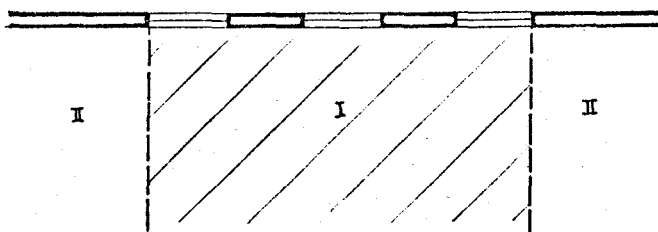
Las situaciones más normales en diseño, se plantean generalmente bajo tres tipologías:

- I Ventanas en el mismo plano.
- II Ventanas en planos paralelos.
- III Ventanas en planos perpendiculares.

Para mayor claridad, supondremos las ventanas de igual tamaño y a la misma altura sobre el suelo, lo que no resta generalidad al estudio.

### I VENTANAS EN EL MISMO PLANO

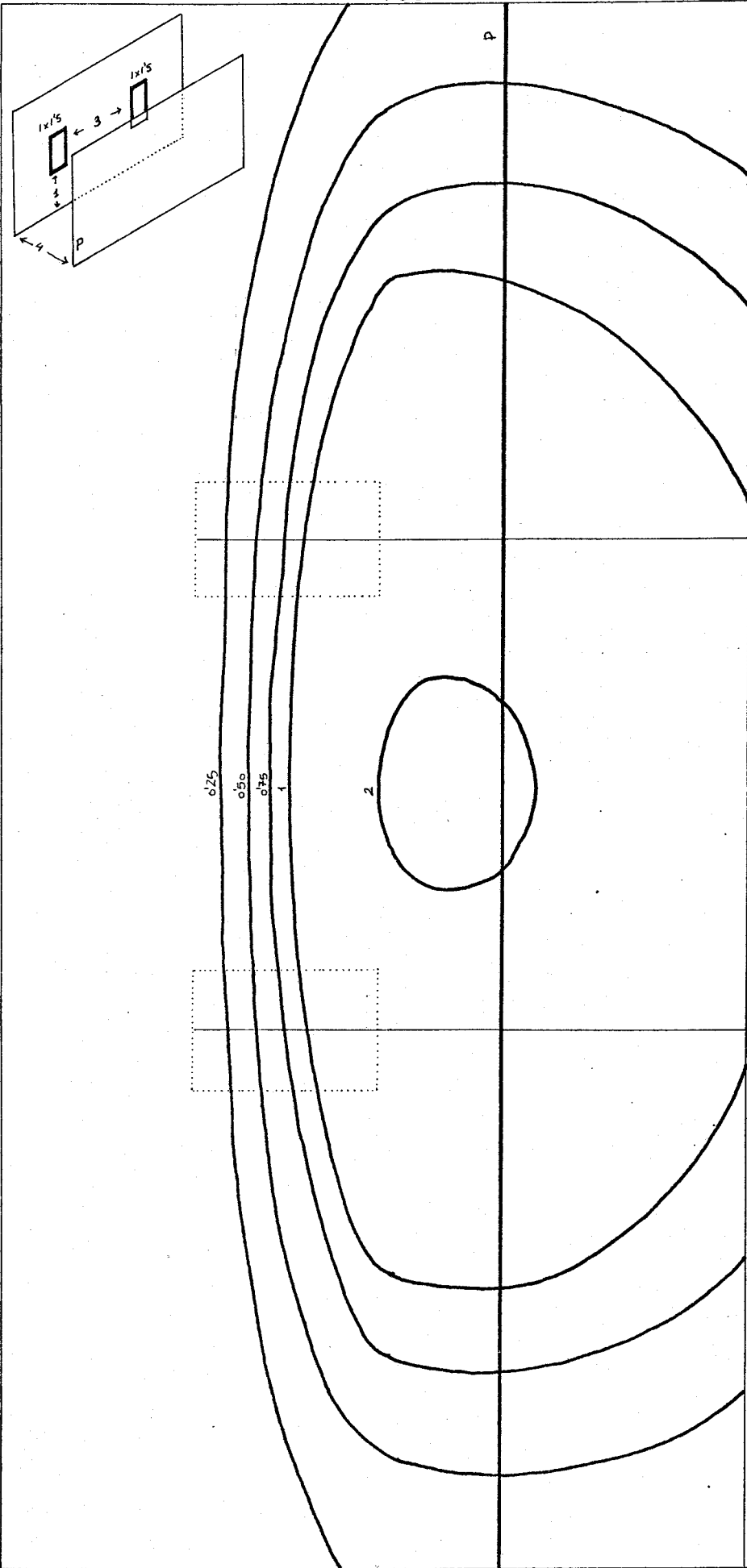
Dan lugar a una división del espacio en dos regiones:



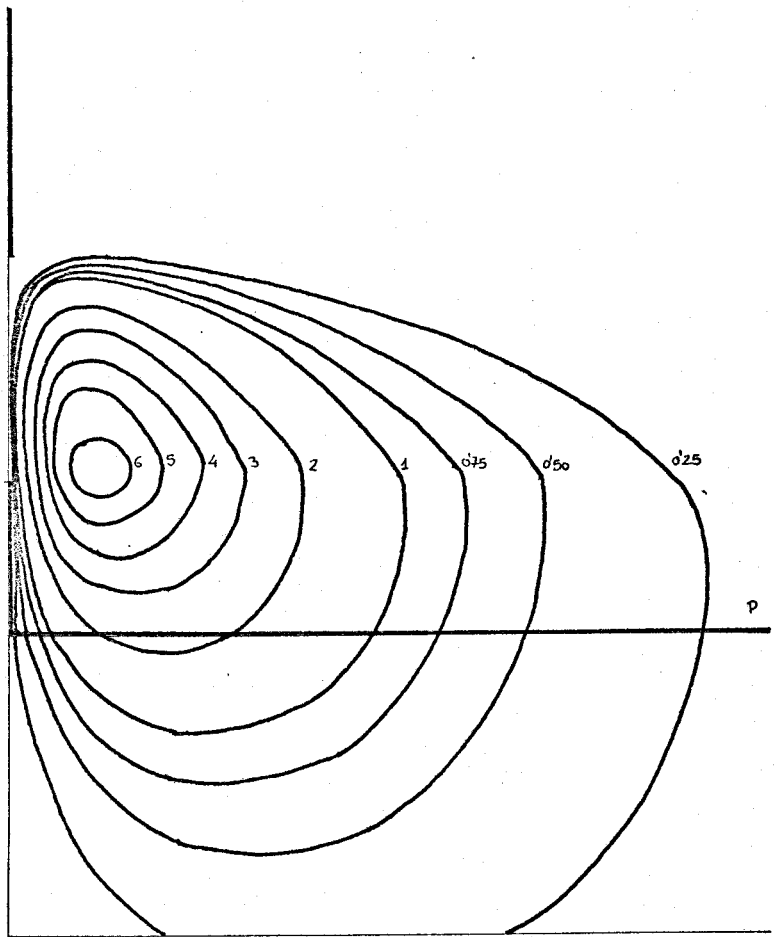
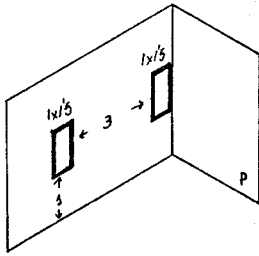
Las distribuciones  $FINX$  y  $FINZ$  son el resultado de sumar las correspondientes gráficas  $FINX$  o  $FINZ$  y se pueden interpretar como iluminación sobre la cara que mira a las ventanas, ya que sobre la otra cara, la iluminación es 0.

Lo mismo ocurre con las distribuciones  $FINY$  en planos  $y = cte$  en la región II. Sin embargo, en la región I, los planos  $y = cte$  aparecen iluminados por ambas caras. Por tanto, la iluminación sobre cada una de ellas será la correspondiente a la suma de ventanas vistas por dicha cara.

Veamos algunos ejemplos de distribuciones creadas por ventanas en el mismo plano.

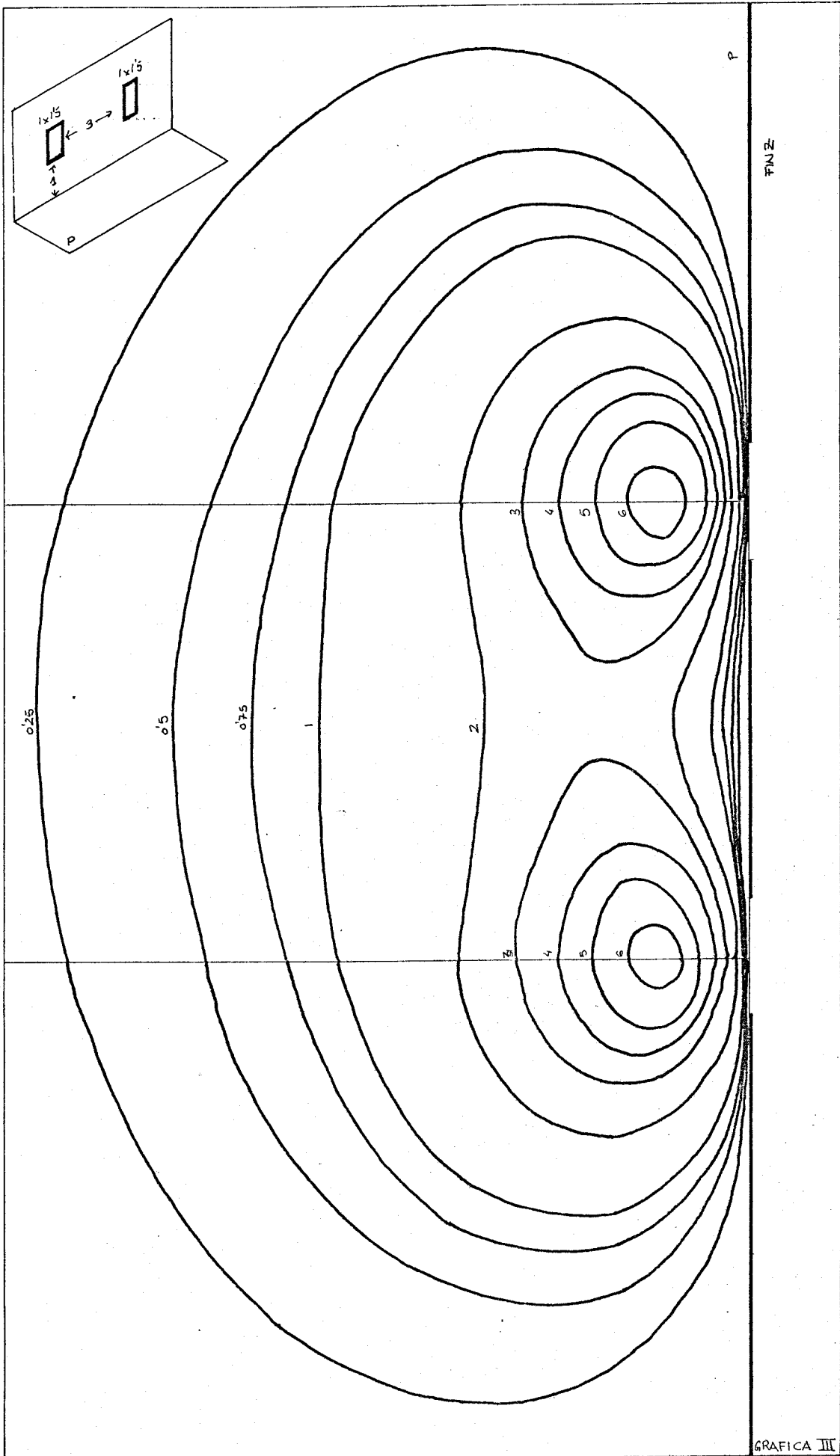


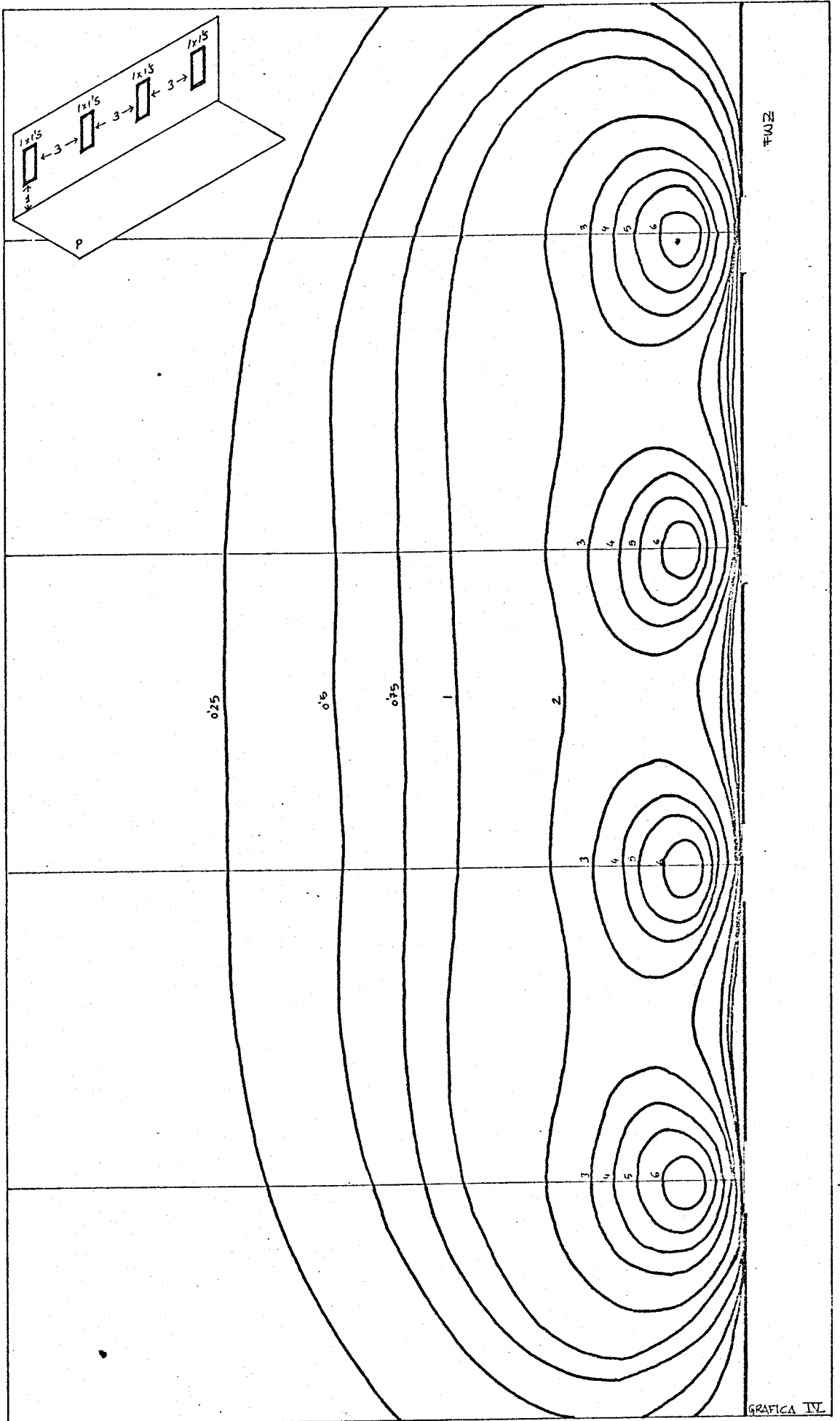
FIN X



FINY







FIMZ

La gráfica I se obtiene sumando :

- FINX  $x = 4 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

- FINX  $x = 4 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

La gráfica II sumando:

- FINY  $y = 0'5 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

- FINY  $y = 4'5 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

La gráfica III sumando:

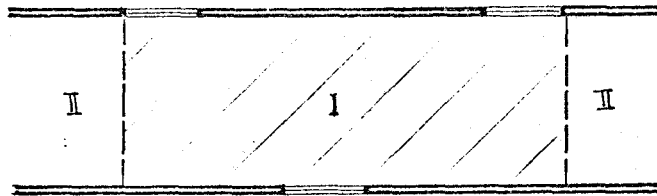
- FINZ  $z = 2 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

- FINZ  $z = 2 \text{ m.}$  (1 x 1'5)

La gráfica IV se obtiene sumando cuatro gráficos FINZ  
 $z = 2 \text{ m.}$  (1 x 1'5).

## II VENTANAS EN PLANOS PARALELOS

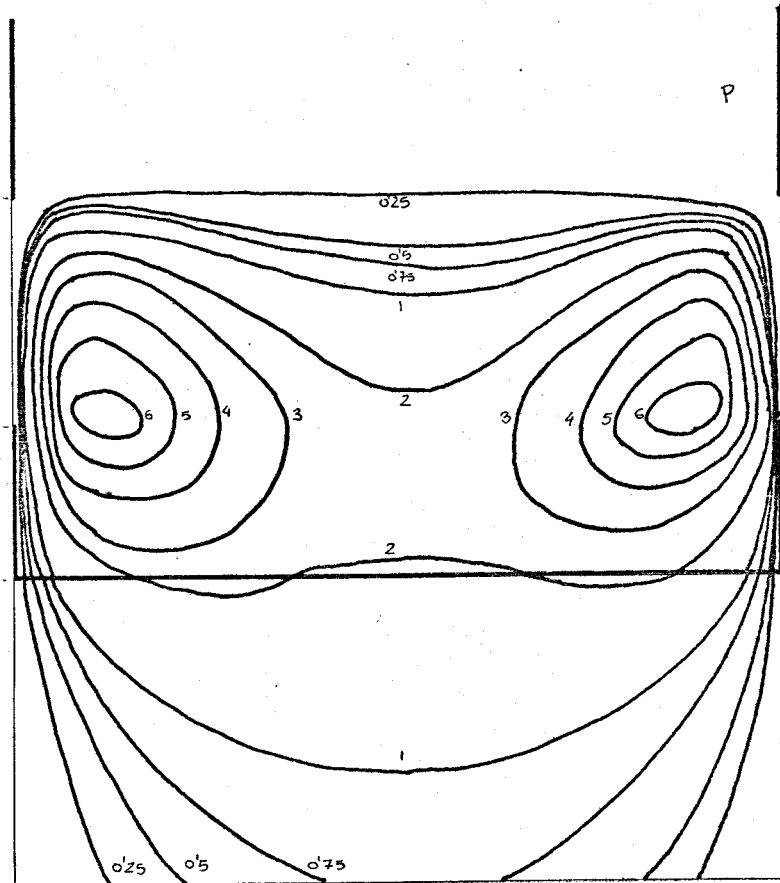
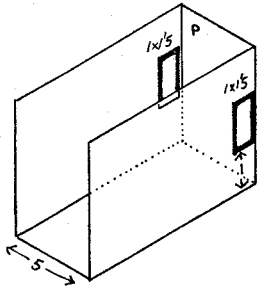
En general, podemos distinguir también dos regiones:



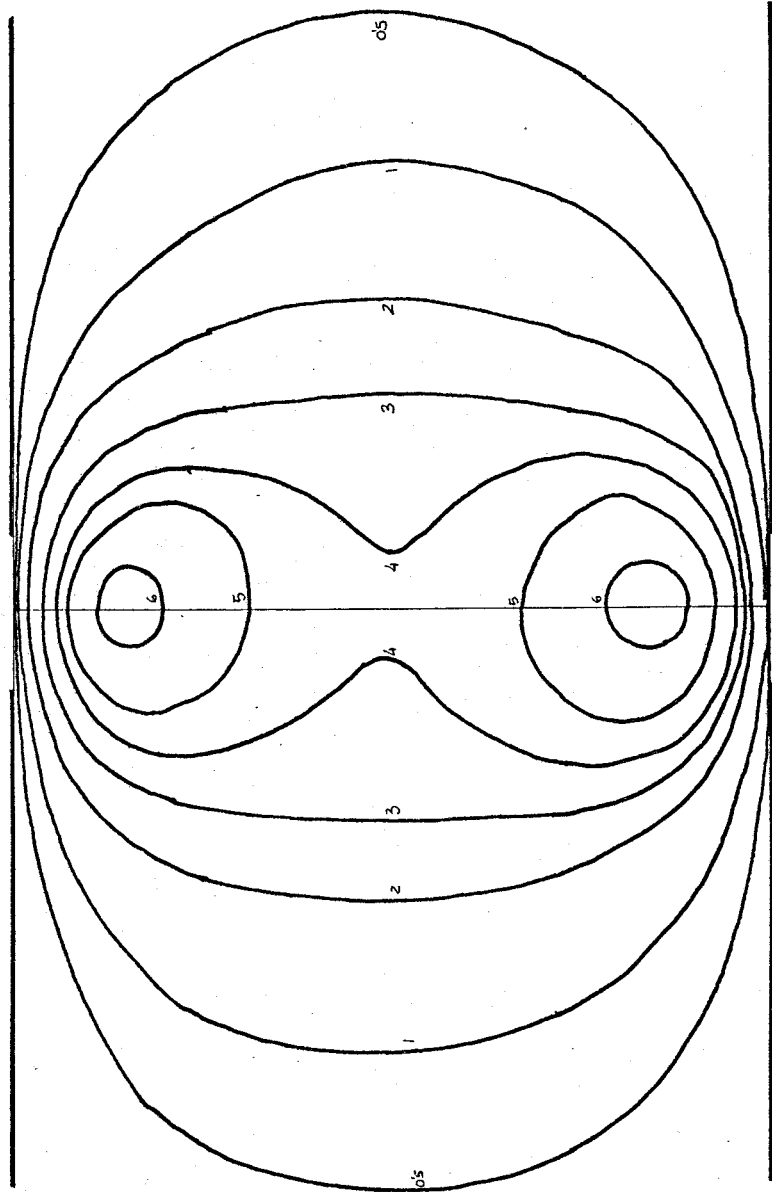
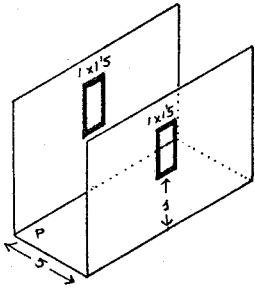
Las distribuciones FINZ corresponden a sumas de gráficas FINZ en sus respectivas posiciones, así como aquellas distribuciones FINY en planos  $y=cte$  en la región II.

Las distribuciones FINY en la región I y todas las distribuciones FINX, deben considerarse teniendo en cuenta que existe iluminación en ambas caras de dichos planos.

Veamos algunos ejemplos de distribuciones creadas por ventanas en planos paralelos:



FIN Y



FINIR

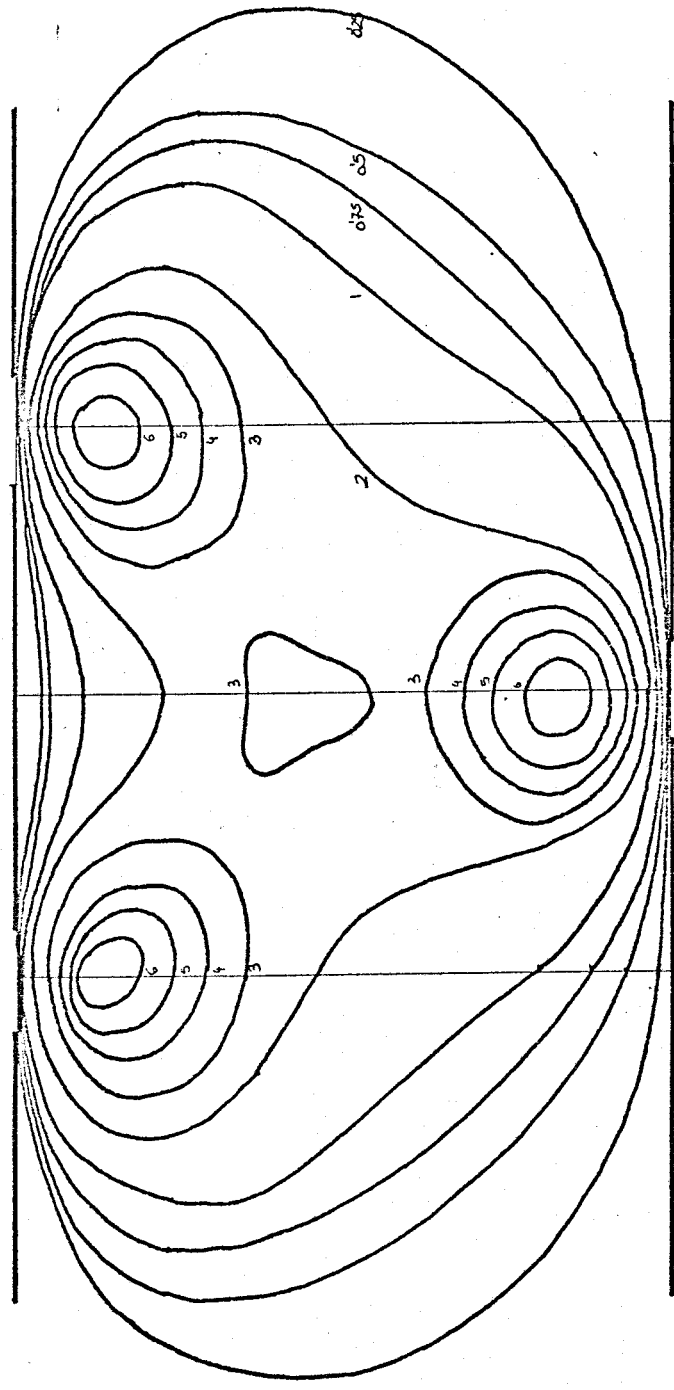
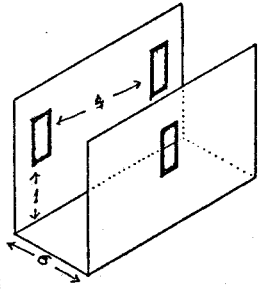


FIG. 2

La gráfica V es el resultado de sumar:

- FINY  $y = 0'5m$  (1 x 1'5)

- FINY  $y = 0'5m$  (1 x 1'5)

La gráfica VI proviene de:

- FINZ  $z = 2m$  (1 x 1'5)

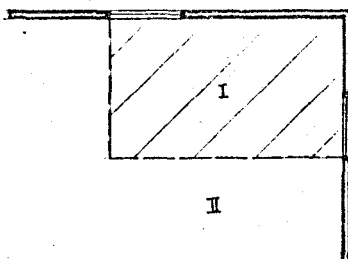
- FINZ  $z = 2m$  (1 x 1'5)

Igualmente, la gráfica VII es el resultado de sumar - en sus respectivas posiciones tres gráficas FINZ  $z=2m$  (1 x 1'5).

### III VENTANAS EN PLANOS PERPENDICULARES

En el espacio interior podemos distinguir dos regiones:



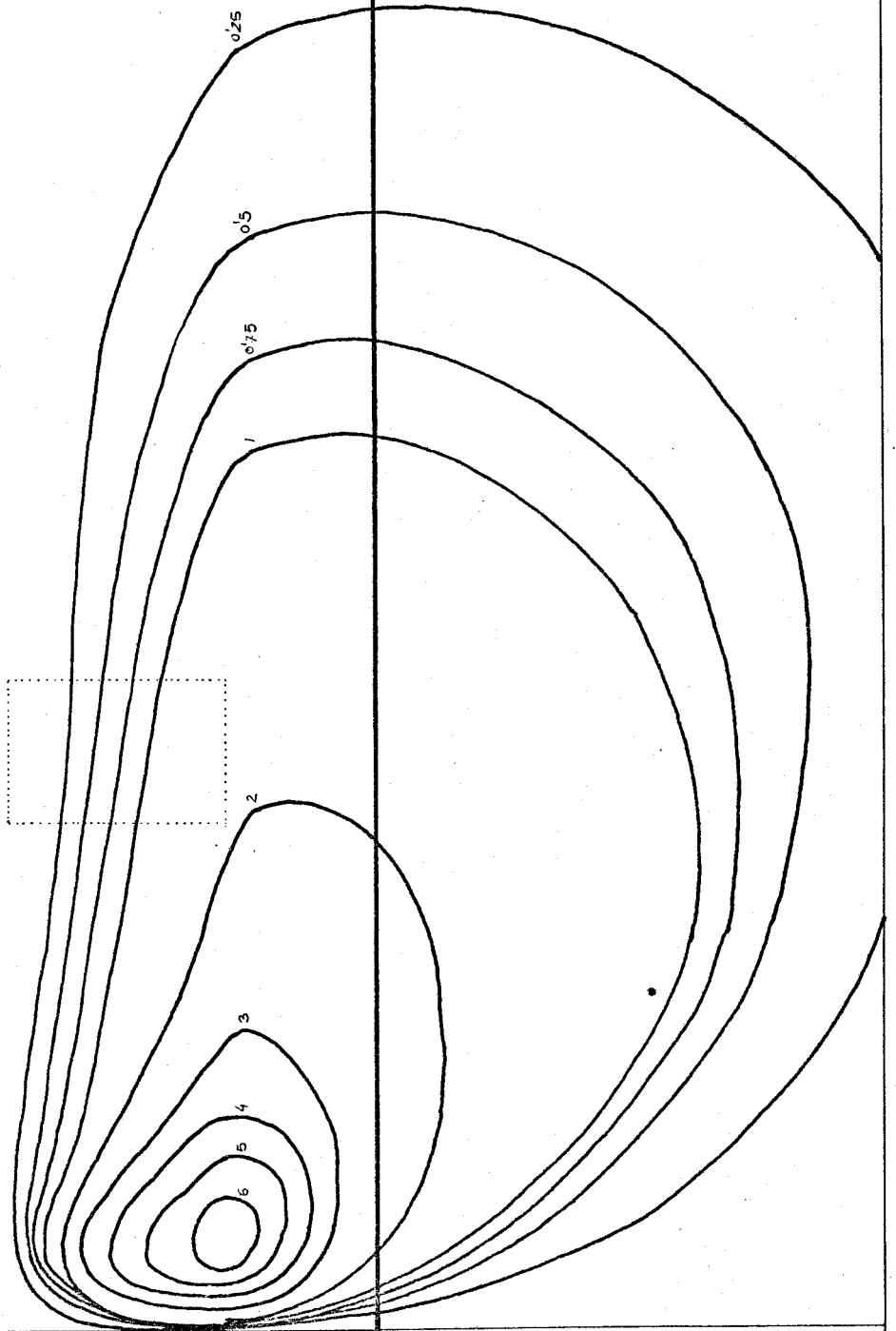
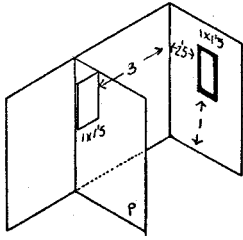


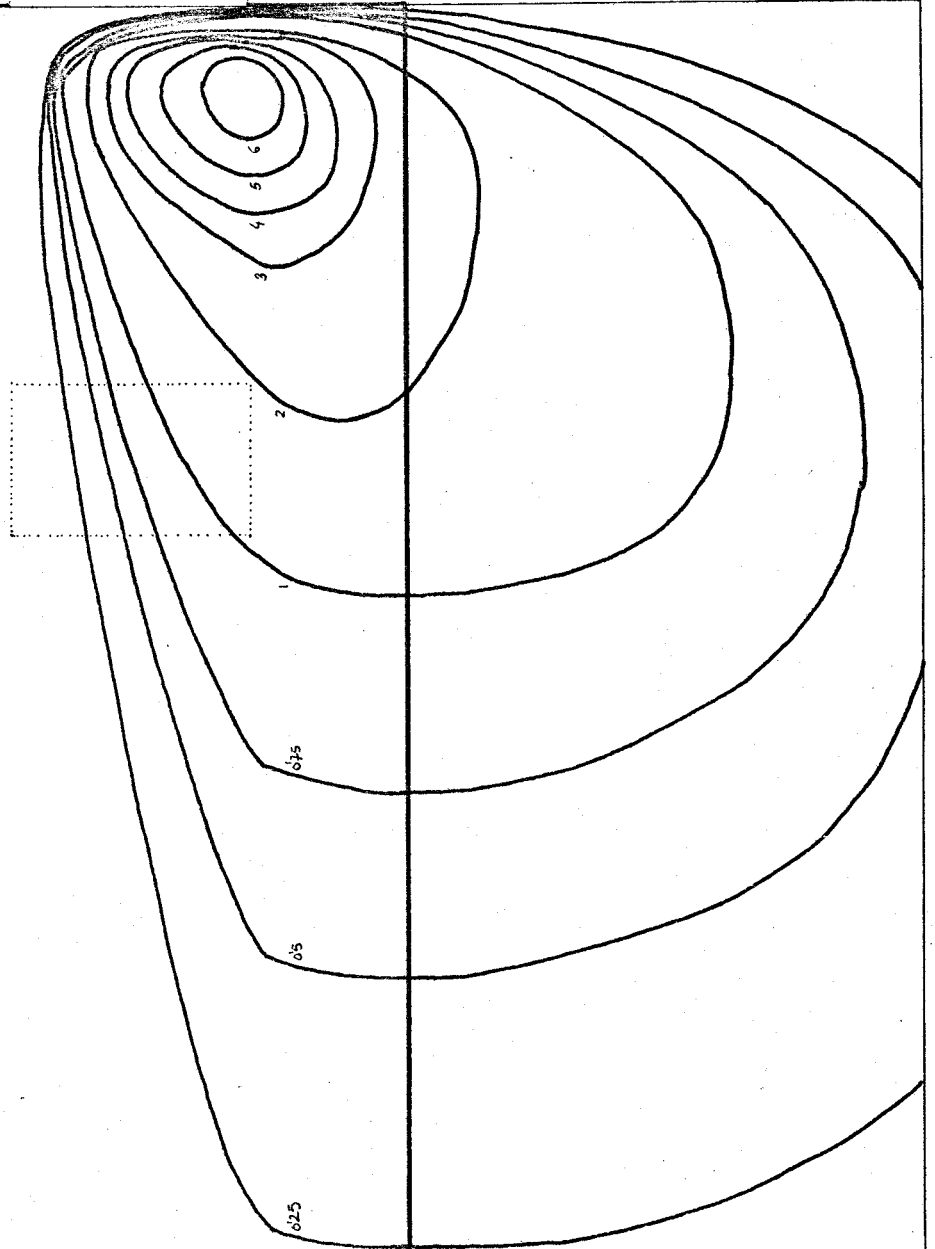
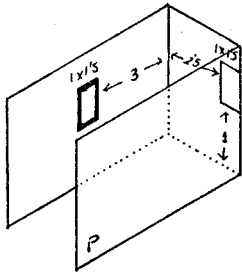
Las distribuciones FINZ se producen como resultado de sumar gráficas FINZ correspondientes a cada ventana.

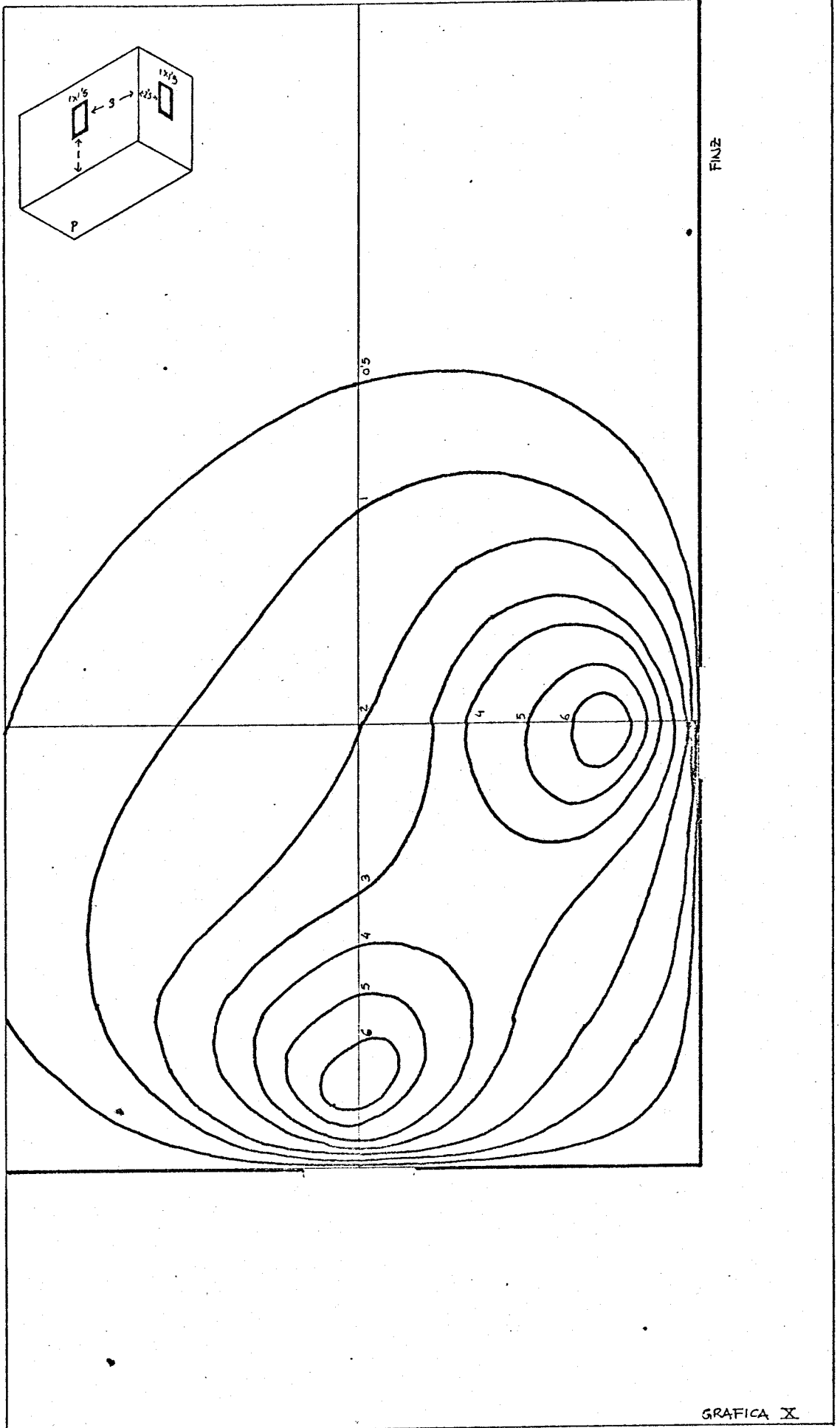
Las distribuciones FINX o FINY, son el resultado de - sumar una gráfica FINX de una ventana con una FINY de la otra o viceversa, puesto que las direcciones X - para una ventana son direcciones Y para las ventanas de la pared perpendicular.

En cualquier caso, los planos  $x = \text{cte}$  ó  $y = \text{cte}$  que contienen puntos de la región I, aparecen iluminados por ambas caras, procediéndose en ellos como se ha indicado en apartados anteriores.

Veamos algunos ejemplos:







La gráfica VIII es el resultado de sumar:

- FINX  $x = 4m$  (1 x 1'5)

- FINY  $y = 0'5m$  (1 x 1'5)

La gráfica IX es la suma de:

- FINY  $y = 0'5m$  (1 x 1'5)

- FINX  $x = 3'5m$  (1 x 1'5)

Por último, la gráfica X es la suma de:

- FINZ  $z = 2m$ . (1 x 1'5)

- FINZ  $z = 2m$ . (1 x 1'5)

Conocida la forma de las distribuciones FINX, FINY y FINZ, es obvio considerar que cuando la acción de varias ventanas en un plano determinado produce una distribución cuya forma se aproxima a la de una distribución producida por una ventana aislada, es posible asimilar a ese conjunto de ventanas una única ventana equivalente.

Sin embargo, exceptuando los casos en que la distancia entre ventanas es tan pequeña que se puede entender la

zona ciega como un pequeño obstáculo lineal, lo general es que para cada plano en estudio, exista una distancia entre ventanas a partir de la cual se pueda considerar la suma de ventanas equivalente a la acción de una ventana única. Esto ocurrirá a partir de que las curvas en volventes en la gráfica suma, sean en su mayoría curvas continuas, como ocurre por ejemplo en las gráficas I y II.

CAPITULO VI

COMPONENTE REFLEJADA

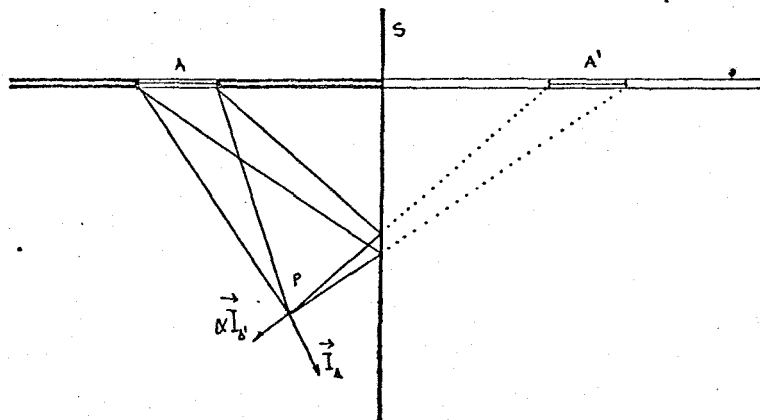
Otro importante campo de aplicación del material elaborado se encuentra en el estudio de la componente reflejada de la iluminación interior.

Generalmente, dicha componente se ha tratado mediante un proceso simplificativo que consiste en sumar a la iluminación el producto de dicha iluminación por un factor dependiente del tamaño, forma y color de la habitación o del obstáculo.

Sin embargo, este tratamiento no informa sobre como se modifica la distribución del campo luminoso interior, al introducir la acción de unas paredes o un obstáculo, con un determinado poder reflectante. No distingue la diferencia de resultado entre una ventana centrada en la habitación o situada junto a una pared lateral o al suelo. En definitiva, es un tratamiento que no encaja con una concepción espacial de la iluminación natural.

La utilización del material aportado en este trabajo resuelve estos problemas. Partiendo de la hipótesis de re

flexión especular (Hipótesis IV. Cap. I), podemos admitir que la acción de la reflexión de la superficie  $S$ , de coeficiente de reflexión  $\alpha$ , sobre un punto  $P$



será equivalente a la acción sobre  $P$  de la ventana  $A'$  simétrica de  $A$  respecto de  $S$ , multiplicada por el coeficiente de reflexión de dicha superficie. Comoquiera - que el elemento que introduce la simetría es el plano  $S$  y este es único, resulta que la acción de dicho plano - sobre la iluminación interior es la acción de la ventana simétrica  $A'$  afectada del coeficiente  $\alpha$ .

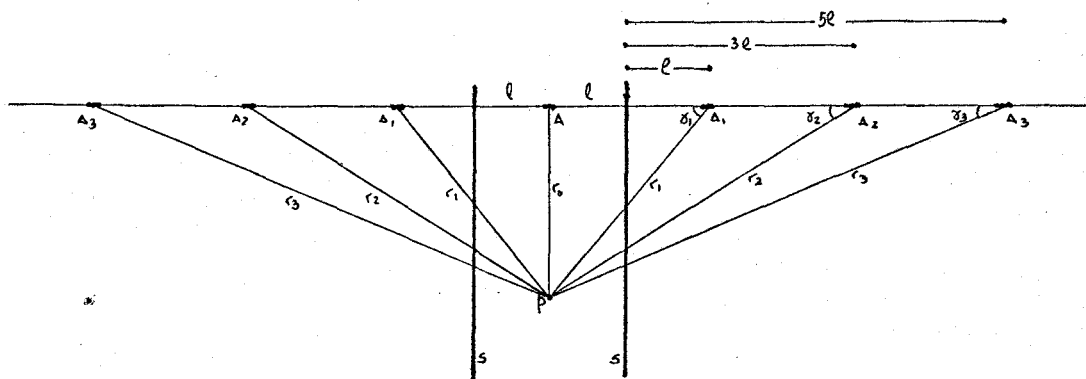
Ahora bien, el espacio interior está configurado por diversos planos reflectantes y por la teoría de las imágenes, sabemos que se producirán infinitas ventanas imagen por reflexiones secundarias. El error por defecto - que supone despreciar toda reflexión secundaria es muy pequeño y en todo caso, resulta compensado por el error por exceso que se produce al admitir la hipótesis de reflexión especular.



DISCUSION

En efecto, las reflexiones secundarias suponen, a esca la diferencial, un infinitesimo de segundo orden frente a las reflexiones primarias, tanto por la disminu - ción progresiva de la intensidad como por el aumento - considerable de las distancias de las imagenes al pro - ducirse las sucesivas reflexiones.

Tomemos, por ejemplo, un elemento diferencial de venta na entre dos planos reflectantes paralelos, de coefi - ciente de reflexión  $\alpha$ .



El vector iluminación en P, producido por cada venta - na:

$$|d\vec{E}_0| = \frac{L_0 ds}{r_0^2}$$

$$|d\vec{E}_1| = \alpha \frac{L_0 ds \cos \theta_1}{r_1^2}$$

$$|d\vec{E}_2| = \alpha^2 \frac{L_0 ds \cos \theta_2}{r_2^2}$$

$$|d\vec{E}_n| = \alpha^n \frac{L_0 ds \cos \theta_n}{r_n^2}$$

la iluminación en una determinada orientación:  $\psi$

$$|\vec{dE}_0| \cos \psi_0 + 2|\vec{dE}_1| \cos \psi_1 + 2|\vec{dE}_2| \cos \psi_2 + \dots = |\vec{E}_0| \cos \psi_0 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} |\vec{dE}_i| \cos \psi_i$$

serie de gran convergencia, en la que, con independencia del producto por  $\cos \psi_i$ :

$$|\vec{dE}_n| \ll \dots \ll |\vec{dE}_2| \ll |\vec{dE}_1|$$

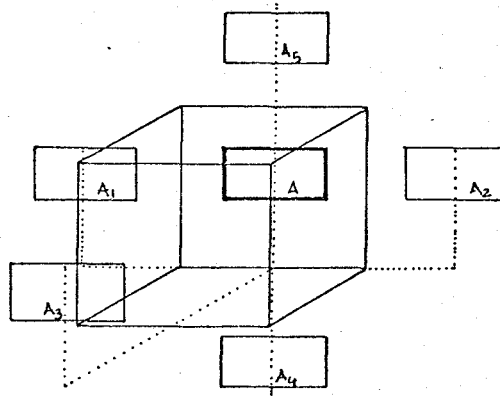
puesto que :

$$|\vec{dE}_i| = \alpha^i \frac{L_0 ds \cos \psi_i}{r_i^2} = \alpha^i \frac{L_0 ds \frac{z i \ell}{r^2 + (z i \ell)^2}}{r^2 + (z i \ell)^2} = z \ell L_0 ds \frac{\alpha^i \cdot i}{[r^2 + (z i \ell)^2]^2}$$

de forma que  $|\vec{dE}_2|$  es despreciable frente a  $|\vec{dE}_1|$

#### COMPONENTE REFLEJADA INTERIOR

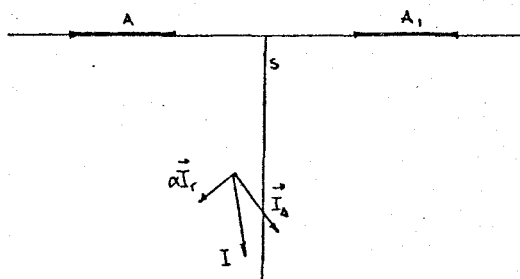
Bajo este criterio, las reflexiones interiores quedan reducidas a un caso de suma de ventanas, que en la situación más general, corresponde a la de la figura:



La iluminación sobre una superficie interior cualquiera, se verá incrementada por la acción de las ventanas imágenes  $A_1$  ,  $A_2$  ,  $A_3$  ,  $A_4$  y  $A_5$  que introducen cada cara del paralelepípedo. Analicemos separadamente cada una de ellas.

1º.- Paredes laterales:

Dan lugar a ventanas imagen del tipo  $A_1$  y  $A_2$  - cuya acción corresponde a suma de ventanas en el mismo plano. Con independencia de la proximidad - de estas paredes a la ventana (cuestión que afecta al módulo del vector iluminación), el tipo de simetría conduce a sumas de vectores iluminación simétricos respecto de planos  $y = cte$



Por tanto, se produce en las zonas próximas a la pared lateral un cambio de orientación del vector iluminación, haciéndose más paralelo a dicha pared. El efecto es una desfocalización del campo luminoso, aún manteniéndose una direccionalidad dominante, normal al plano de la ventana.

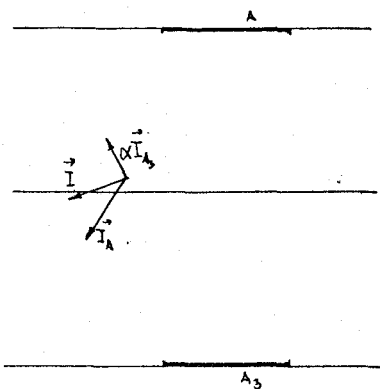
En lo que se refiere a las distribuciones de iluminación sobre distintos planos, podemos decir que las distribuciones FINX y FINZ corresponden a suma de dos gráficas iguales (aunque una de ellas minorada por  $\alpha$ ) pero trasladadas a sus respectivos ejes, ya que las posiciones relativas de plano y ventanas son las mismas, al ser los planos  $x = cte$  y  $z = cte$  normales al de simetría.

Respecto a distribución tipo FINY no se produce suma, ya que cada ventana actúa sobre una cara distinta del plano. Los gráficos correspondientes a cada uno son distintos, al ser las distancias relativas también distintas. Se produce pues, una disminución de contrastes en planos paralelos a la pared lateral. Máxime si introducimos el constante convencional fondo-figura, al ser el orden de lumi

nancia del fondo (pared lateral) similar al de la figura (objeto).

2º.- Paredes de fondo:

Dan lugar a ventanas simétricas del tipo de  $A_3$  - (fig. ) cuya acción corresponde a sumas de ventanas en planos paralelos. Por lo tanto, conducen a suma de vectores iluminación simétricos en dirección respecto de planos  $x=cte$ , fundamentalmente en las zonas próximas a la pared de fondo. Esto hace que se produzca un giro del vector iluminación, haciéndose más paralelo a dicha pared:



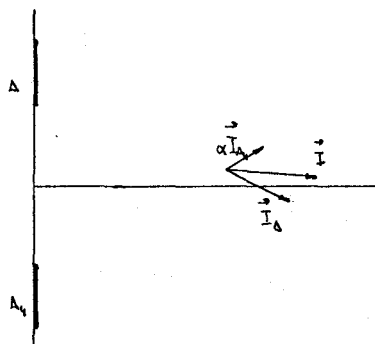
Existe también, por tanto, un efecto de desfocalización del campo vectorial, más ostensible en las proximidades de la pared de fondo.

En cuanto a las iluminaciones sobre distintos planos, podemos decir que las distribuciones tipo  $F_{I_{NY}}$  y  $F_{I_{NZ}}$  (planos normales al plano de simetría),

surgen como suma de dos gráficas iguales (salvo el coeficiente  $\kappa$ ) aunque trasladadas a sus respectivos ejes. En el caso de las distribuciones tipo FINX (planos paralelos al de simetría) no se produce suma al actuar sobre caras distintas, reduciéndose por tanto los contrastes en estos planos. Las gráficas correspondientes a cada cara son distintas al ser la posición relativa del plano distinta para cada ventana.

3º.- Suelos:

Dan lugar a ventanas imagen del tipo  $A_4$  cuya acción corresponde a suma de ventanas en el mismo plano. Sin embargo, en este caso el plano de simetría invierte también el sentido positivo del eje Z, cambiando  $-Z$  por  $Z$ . Es decir, se invierte la distribución de luminancia de la ventana, por lo que los puntos del espacio interior deben considerarse por debajo de la ventana imagen. De esta forma se produce también en este caso un cambio de dirección del vector iluminación en las zonas próximas al suelo y una correspondiente disminución de contraste entre las caras de planos  $z = \text{cte}$ .

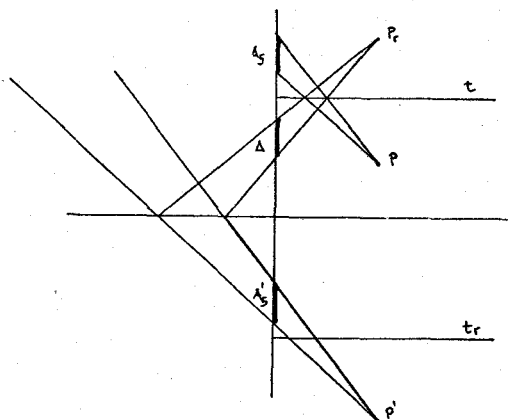


Las distribuciones tipo FINX y FINY se ven incrementadas fundamentalmente en las proximidades del suelo y corresponde a suma de dos gráficas iguales (salvo el factor ) puesto que la posición relativa de planos  $x = cte$  y  $y = cte$  es la misma respecto de las ventanas real e imagen.

4º.- Techos:

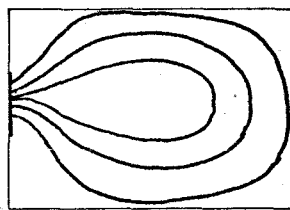
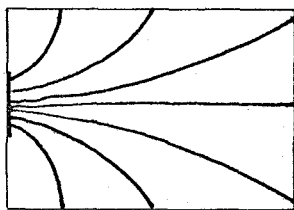
Introducen la acción de ventanas simétricas del tipo  $A_5$ . En este caso, con las hipótesis admitidas, la repercusión es cuantitativamente despreciable. En efecto, como se puede ver en la figura:

ra:

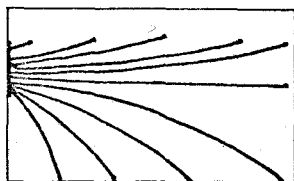


La ventana imagen sólo aporta reflexiones de segundo orden y además, los puntos están normalmente tan alejados del segundo plano de simetría (suelo de la calle), que excepto en casos de planta baja y ventanas con muy poca altura de antepecho (dándose además calle y techo muy reflectantes), podemos prescindir de su acción.

Así pues, en resumen, podemos decir que la introducción de la reflexión de las paredes en general, producen en las líneas de campo un efecto análogo al que se produce sobre las líneas de fuerza creadas por una carga eléctrica (ventana real) al introducir unas cargas secundarias (equivalentes a las ventanas imagen y dispuestas como éstas) simétricas respecto de las distintas paredes.



PLANTA



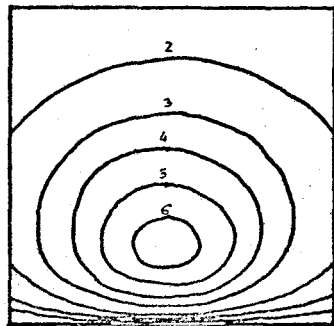
SECCIÓN



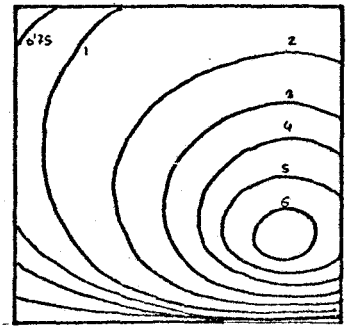
Este efecto se refleja en las distintas distribuciones isoFIN de manera similar, al ser proyecciones del vector iluminación. Como ejemplo veamos como se vá modifi cando la distribución FINZ en un plano a 1 m. por deba jo de una ventana de 1 x 1'5 m<sup>2</sup> al ir considerando su cesivamente las reflexiones producidas por:

- a) paredes laterales
- b) pared de fondo

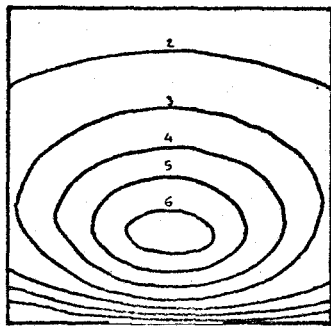
para distintas posiciones de la ventana:



FINZ z=2

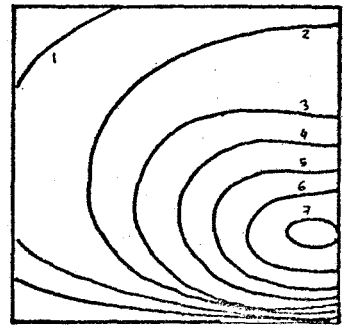


FINZ z=2

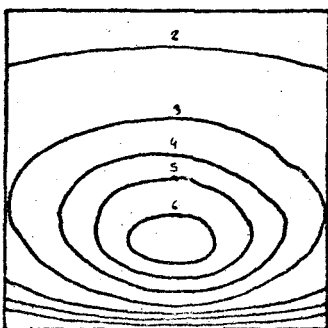


a)

FINZ z=2 + P. LATERALES

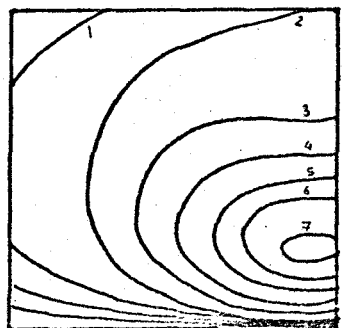


FINZ z=2 + P. LATERALES



b)

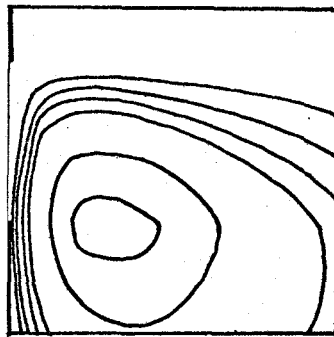
FINZ z=2 + P. LAT. + P. FONDO



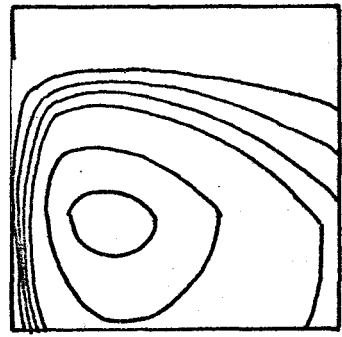
FINZ z=2 + P. LAT. + P. FONDO

De igual forma, veamos como se modifica la distribución FINY sobre una pared lateral al introducir sucesivamente la reflexión de:

- a) la otra pared.
- b) el suelo.
- c) pared de fondo.

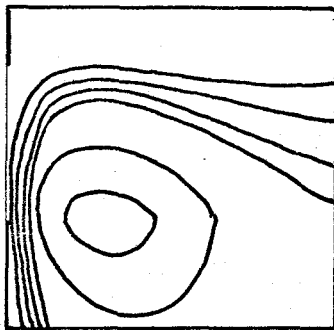


FINY 4:15



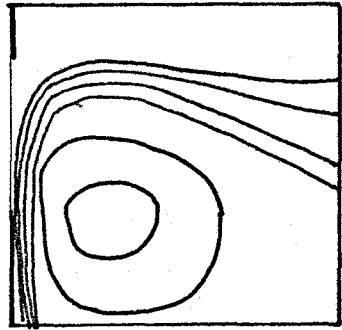
a1

FINY + P. LAT.



b1

FINY + P. LAT. + P. FONDO

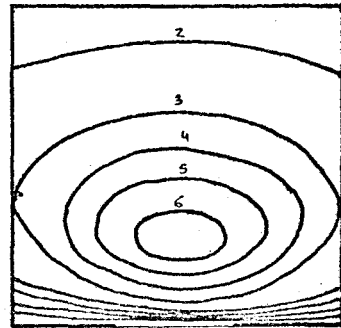
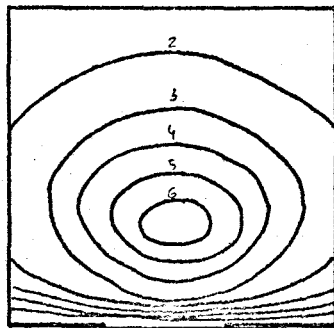


c1

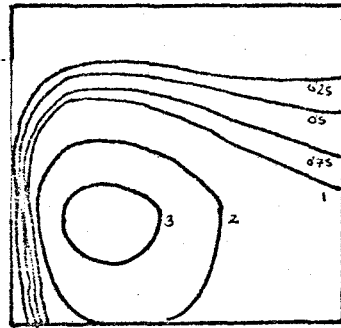
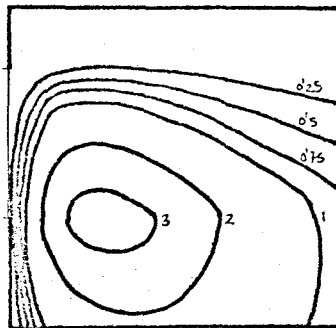
FINY + P. LAT. + P. FONDO + SUELO

Como resumen presentamos la variación de la iluminación sobre las paredes y el suelo de una habitación al considerar la acción simultánea de la reflexión de:

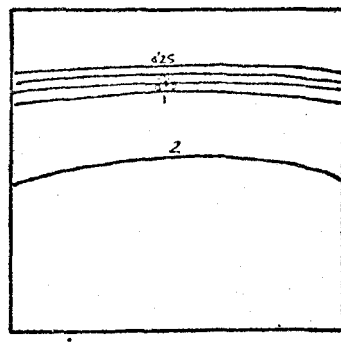
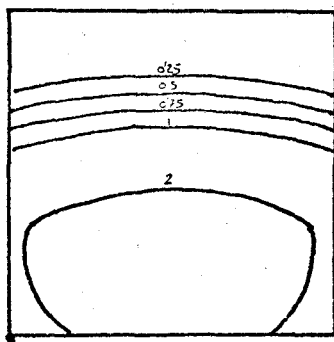
- a) Suelo.
- b) Pared lateral.
- c) Pared de fondo.



SUELO



P. LATERAL



P. FONDO

Las ideas contenidas en este apartado, definen una manera de pensar en el problema de las reflexiones interiores, más acorde con el comportamiento real del fenómeno de la iluminación. Permiten al diseñador introducir dentro del lenguaje gráfico de la etapa de proyecto, el efecto producido por las reflexiones de los distintos elementos arquitectónicos. Por lo tanto, ya desde la primera fase de toma de decisiones sobre la manipulación del espacio, puede asociarse a dichos elementos (paredes, suelos y techos con disposición y coeficientes de reflexión determinados) su influencia sobre el campo luminoso y en consecuencia, su acción sobre el moldeado espacial, debida a la fuerte conexión entre la iluminación y la percepción del espacio.

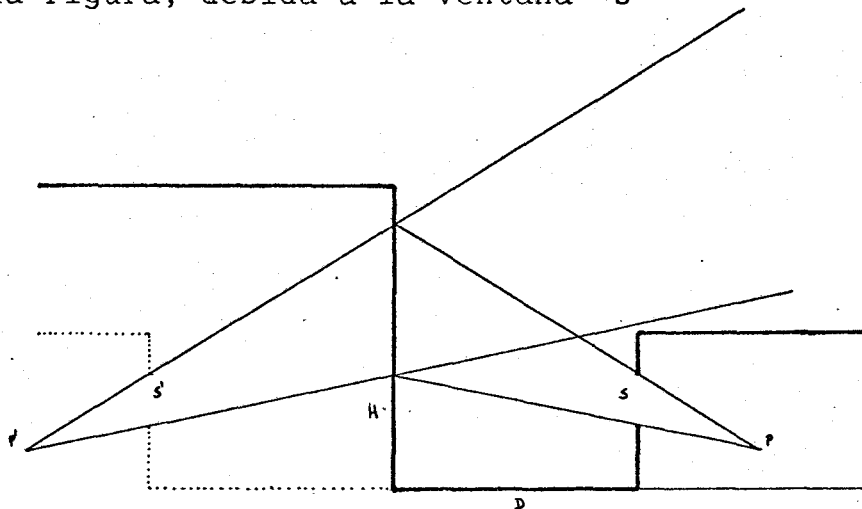
Desde el punto de vista operacional, el método aportado para el estudio de las reflexiones supone una importante mejora, al quedar éste reducido a operaciones de suma de ventanas.

#### COMPONENTE REFLEJADA EXTERIOR. OBSTACULOS

Bajo el criterio expuesto, también es posible la aplicación del material elaborado para el estudio, en primera

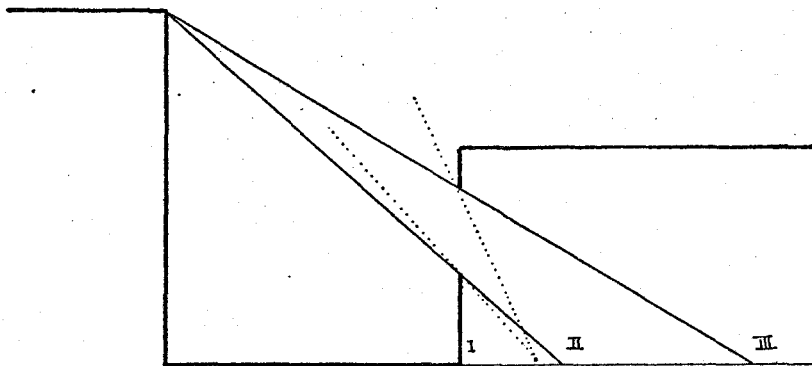
aproximación de la acción de los obstáculos exteriores en el campo luminoso interior asociado a una ventana.

Supongamos que el obstáculo consiste en un edificio paralelo al plano de la ventana a una distancia  $D$  y con una altura  $h$  determinada (caso de calle convencional, en la que se supone una altura homogénea  $h$ , longitud indefinida y un coeficiente medio de reflexión  $\alpha$ ). En este caso, y siguiendo la teoría expuesta en el capítulo anterior, la iluminación en un punto  $P$  como indica la figura, debida a la ventana  $S$



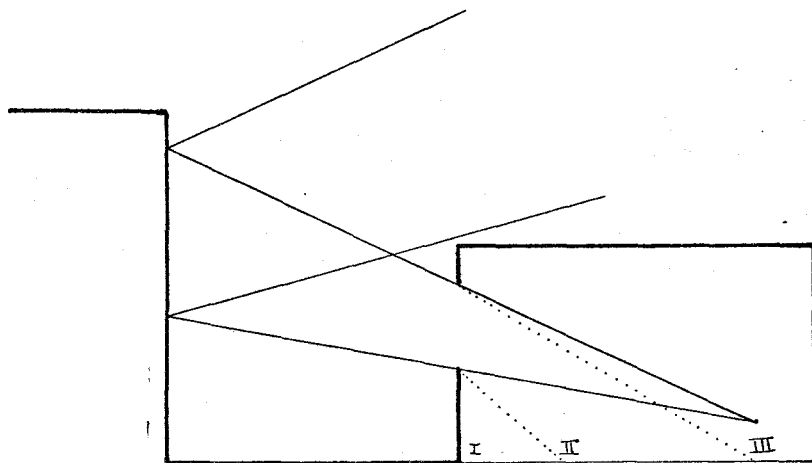
es la que tendría  $P'$  (simétrico de  $P$  respecto del obstáculo) debida a la ventana  $S'$  (simétrica a  $S$ ) afectada del coeficiente  $\alpha$ . Puesto que la relación topológica de  $P'$  y  $S'$  es la misma que la de  $P$  y  $S$ , en definitiva la existencia del obstáculo se traduce para el punto  $P$  en una reducción por el coeficiente  $\alpha$  de la iluminación que tendrá libre de obstáculos.

Ahora bien, es evidente que la acción del obstáculo no afecta de igual forma a todos los puntos interiores. En efecto, trazando los planos A y A' que se apoyan en la arista del obstáculo y en el antepecho y dintel de la ventana respectivamente, el espacio interior queda dividido en tres regiones, en cada una de las cuales, la acción del obstáculo es distinta:



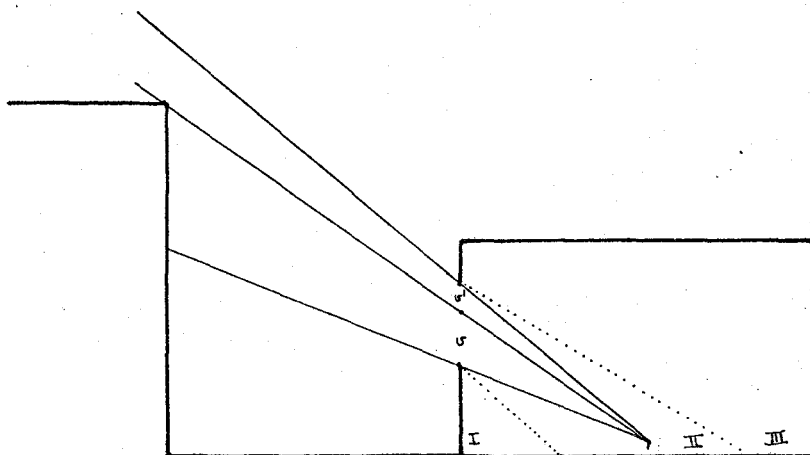
Los puntos pertenecientes a la región I permanecen inalterados al introducir el obstáculo, puesto que en ningún momento éste intercepta la acción de la bóveda celeste. Por tanto, las zonas de distribuciones planas de iluminación dentro de esta región, son los mismos que las calculadas sin obstáculos.

Los puntos de la región III sufren totalmente la acción del obstáculo:



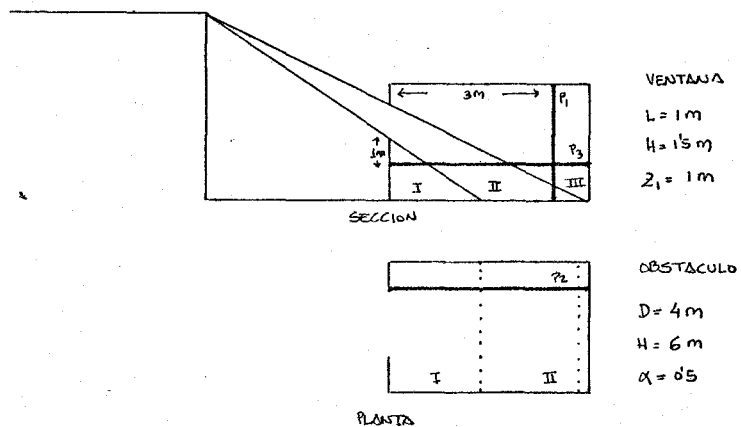
luego, en ellos la iluminación es la calculada libre de obstáculos, afectada del coeficiente  $\alpha$  de reflexión del obstáculo. Por tanto, los fragmentos de distribuciones planas de iluminación, dentro de esta región deben ser los calculados libres de obstáculos multiplicados por  $\alpha$ .

Por último, los puntos pertenecientes a la región II sufren parcialmente la acción del obstáculo:



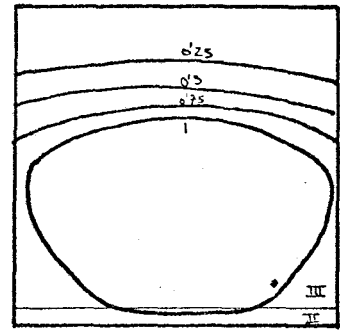
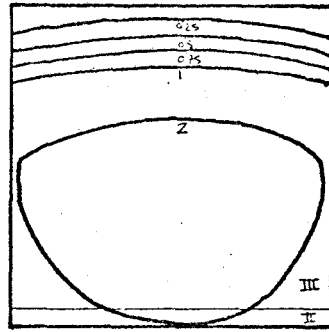
La iluminación en un punto P debida a la ventana V, será el resultado de sumar la acción del fragmento  $\sigma'$  y la acción del fragmento  $\sigma$  afectada del coeficiente  $\alpha$ . Evidentemente, la modificación respecto de la situación libre de obstáculo será tanto mayor cuanto más próximo se encuentre el punto a la región III. Los fragmentos de distribuciones planas de iluminación en esta región deben por tanto construirse a partir de los fragmentos calculados en las regiones I y III como unión de las curvas isoFIN de una y otra cuyos trazados ya se conocen.

Veamos como ejemplo, la acción del obstáculo de la figura en las distribuciones planas indicadas.



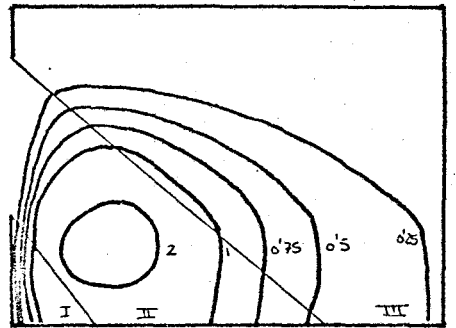
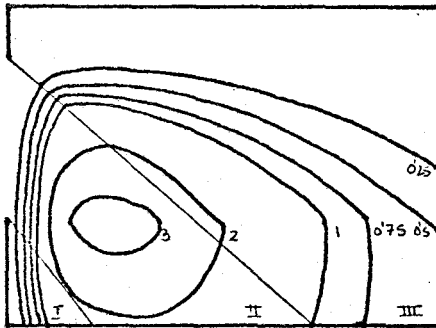
Tal como se ha indicado, la distribución de la iluminación en un plano P, sería:





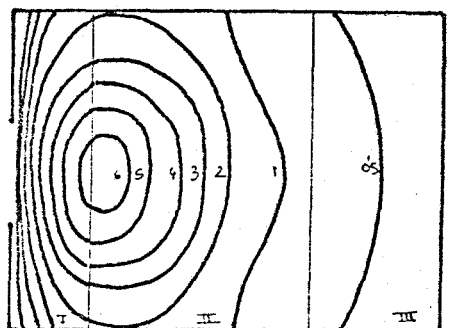
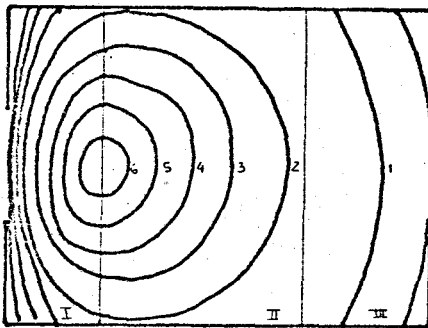
FINX

Igualmente, la iluminación en  $P_2$ :



FINX

Por último, la distribución de iluminación en  $P_3$  se modifica de la siguiente forma:



FIN2

A partir de la propia geometría del problema, analicemos la incidencia del obstáculo sobre cada componente del vector iluminación:

a) FINX.-

Por la forma de las curvas isoFINX y por como se pro

duce la intersección de planos  $x = \text{cte}$  con las distintas regiones, se deduce que, salvo en el caso de -  
- ventanas muy altas o de obstáculos muy bajos, la -  
- práctica totalidad de los puntos de dichos planos -  
- se encuentran en las regiones II y III, siendo por -  
- tanto la componente más afectada generalmente por -  
- el obstáculo.

b) FINY.-

En este caso, los planos  $y = \text{cte}$  interceptan general -  
- mente una mayor porción de puntos en la región I y -  
- por la forma de las curvas isoFINY, podemos decir -  
- que dicha componente se ve menos afectada por la -  
- existencia del obstáculo.

c) FINZ.-

Resulta ser la componente menos afectada generalmen -  
- te, sobre todo en el caso de ventanas altas, ya que  
- entonces, la mayoría de los puntos de planos  $z = \text{cte}$   
- pertenecen a las regiones I y II. Sin embargo, se -  
- puede matizar que los planos muy próximos al antepe-

cho, resultan más afectados por quedar las zonas significativas dentro de la región II fundamentalmente.

En resumen, podemos concluir que la acción fundamental del obstáculo es una reducción de la componente  $FINX$  del vector iluminación, con lo que, con independencia de la reducción en módulo de la iluminación global, se produce una desfocalización del campo luminoso, tendiendo las superficies de máximo contraste a hacerse más perpendiculares al plano de la ventana.

Por otra parte, se puede afirmar que a igualdad de superficie, las ventanas horizontales y situadas en las zonas altas son de mayor efectividad que las verticales en el caso de obstáculos de este tipo.

BIBLIOGRAFIA

1.- "WINDOW DESIGN"

Waldram

I.E.S. 16 London. 1923

2.- "LIGHT FLUX DISTRIBUTION IN PARALLELEPIPED"

Hisand

Elec. Laboratory. Tokio. 1926

3.- "ILLUMINATION FROM A NON-UNIFORM SKY"

Moon, Spencer.

Illuminating Eng. Soc. 37. 1942

4.- "LIGHT DISTRIBUTION IN ROOMS"

Moon, Spencer.

J. Franklin Inst. 242. 1946

5.- "PROTACTORS FOR COMPUTATION OF DAYLIGHT DESIGN"

Dufton

B.R.S. 28 (H.M.S.O.) London. 1946

6.- "A MESASURING DIAGRAM FOR DAYLIGHT ILLUMINATION"

Waldram

Batsford. London. 1950

7.- "REFLECTED DAYLIGHT AND MODEL STUDIES"

Pleijel

B.R.S. Congress. 1951

8.- "THE INTEGRAL-EQUATION SOLUTION OF THE DAYLIGHTING PROBLEM"

Spencer

J. Franklin Inst. 252. 1951

9.- "BRIGHTNESS DISTRIBUTION OF THE SKY"

Pokrowski

Building Research Station. 487. 1953

10.- "THE DESIGN OF THE VISUAL FIELD"

Trans. Illum. Eng. Soc. 18

T.I.E.S. London. 1953

11.- "THE REFLECTED COMPONENT IN DAYLIGHTING DESIGN"

Dresler

I.E.S. 50 London. 1954

12.- "A LUMEN METHOD OF LIGHTING DESIGN"

Griffith

I.E.S. 48. London. 1955

13.- "ILLUMINANCE AND LUMINANCE UNDER OVERCAST SKIES"

Fritz

Journal Opt. Soc. Amer. 45 1955

14.- "CALCULATION OF REFLECTED DAYLIGHT"

Arndt

C.I.E. 1955

15.- "NATURAL DAYLIGHT. OFFICIAL RECOMENDATIONS"

C.I.E.

C.I.E. Commite 3.2. Paris. 1955

16.- "IMPORTANCE OF GROUND REFLECTION IN DAYLIGHTING"

Griffith

I.E.S. 48 London. 1956

17.- "ILUMINACION NATURAL"

Rivero

Montevideo. 1958

18.- "SIMPLIFIED DAYLIGHT TABLES"

Hopkinson, Longmore, Murray

N.B.S. London. 1958

19.- "SIMPLIFYING DAYLIGHT DESIGN"

Dresler

Archit. SCI. Rev. 1. 1958

20.- "LIGHTING HANDBOOK"

Illuminating Engineering Society

I.E.S. 1959

21.- "ILLUMINATION LEVELS AND DAYLIGHT FACTORS"

Hopkinson

Light and lighting 53. 1960

22.- "THE SCIENCE OF DAYLIGHT"

Walsh

Mc Donald. London. 1961

23.- "RADIANT-INTERCHANGE CONFIGURATION FACTORS"

Hamilton

U.S. National Advisory. Aeronautics. Washington.

1961

24.- "THE SCIENTIFIC BASIS OF ILLUMINATING ENG."

Moon

Dover Press. New York. 1961

25.- "AVAILABILITY OF DAYLIGHT AT VARIOUS LATITUDES"

Dresler

Light and Ltg. 55. 1962

- 26.- "LIGHTING DURING DAYLIGHT HOURS"  
Illum. Eng. Soc.  
I.E.S. 62. 1962
- 27.- "NATURAL LIGHTING INVESTIGATIONS"  
Phillips  
Liverpool. 1962
- 28.- "ARCHITECTURAL PHYSICS: LIGHTING"  
Hopkinson  
H.M.S.O. London. 1963
- 29.- "DAYLIGHTING"  
Hopkinson, Longmore, Petherbridge.  
Heinemann. London. 1966
- 30.- "PRINCIPLES OF NATURAL LIGHTING"  
Lynes  
Elsevier. London. 1968
- 31.- "VENTANAS"  
Beckett  
G.Gili. Barcelona. 1978



## INDICE

INTRODUCCION Y ESTADO ACTUAL DEL TEMA.....	1
CAPITULO I	
Hipótesis y criterios fundamentales.....	11
CAPITULO II	
El campo luminoso.....	17
El vector iluminación.....	18
Cálculo $E_x$ .....	22
Cálculo $E_y$ .....	26
Cálculo $E_z$ .....	29
El vector FIN.....	32
Interpretación del vector iluminación.....	33
Conclusiones.....	36
CAPITULO III	
Programa vector FIN.....	39
Comentarios.....	42
Conclusiones.....	46
Programa VENT.....	50
Programa VENTX.....	53
Programa VENTY.....	60
Programa VENTZ.....	66

#### CAPITULO IV

Estudio particularizado FINZ, objetivo.....	74
Formulación.....	75
Estudio de la ecuación 4 .....	77
Estudio de la ecuación 5 .....	78
Abacos.....	79
Distribución $\emptyset$ en eje x a profundidad P.....	81
Distribución $\emptyset$ en eje de simetría de dos ventan- nas ( $p = 0$ ).....	82
Distribución $\emptyset$ en eje de simetría de dos ventan- nas ( $p = p$ ).....	83
Distribución $\emptyset$ en eje a distancia a de la ven- tana ( $p = 0$ ).....	84
Distribución $\emptyset$ en eje a distancia a de la ven- tana ( $p = p$ ).....	85
Variación de $\emptyset$ con el ancho L de ventana.....	86
Variación de $\emptyset$ con la profundidad P.....	87
Variación de $\emptyset$ con el alto H de ventana.....	88
Programa ordenador.....	89

#### CAPITULO V

Suma de ventanas.....	96
Suma de ventanas en el mismo plano.....	99
Suma de ventanas en planos paralelos.....	104
Suma de ventanas en planos perpendiculares.....	109

CAPITULO VI

Componente reflejada.....	116
Discusión.....	118
Componente reflejada interior.....	119
Componente reflejada exterior.....	129
BIBLIOGRAFIA.....	137



500139183

EARQ O Tesis / NAV

NO