

Dinamización Matemática:

¿Bastan solo seis enlaces para conectar a dos personas cualesquiera en el mundo?

José María Contreras Beltrán, Isabel Duarte Tosso, Juan Núñez Valdés

<p>Resumen</p>	<p>En este artículo se le presenta una novedosa herramienta metodológica al profesor de Matemáticas de Bachillerato consistente en la descripción de un problema en principio no relacionado con las Matemáticas, la denominada <i>Teoría de los Seis grados de separación</i>, y su tratamiento mediante el empleo de la teoría de grafos, con el objetivo de facilitarle la introducción y posterior explicación de determinadas partes del currículo de esta materia, como puedan ser fundamentalmente la Combinatoria y la Probabilidad, todo ello con el objetivo de despertar el interés, curiosidad y motivación de estos alumnos hacia la asignatura</p> <p>Palabras clave: grafos, combinatoria, probabilidad</p>
<p>Abstract</p>	<p>A new methodological tool aimed to High School math teachers is presented in this article. It consists of the description of a problem initially not related to Mathematics, the so-called <i>Six degrees of separation Theory</i>, and its treating by using graph theory, in order to facilitate the introduction and subsequent explanation on certain parts of the subject curriculum, such as Combinatorics and Probability, for instance, with the objective of arousing the pupils' interest, curiosity and motivation towards this subject.</p> <p>Keywords: graphs, combinatorics and probability</p>
<p>Resumo</p>	<p>Este artigo apresenta uma nova ferramenta metodológica para os professores de Matemática do bacharelado consistente na descrição de um problema em principio não relacionado à Matemática, a denominada <i>Teoria dos Seis graus de separação</i>, e seu tratamento mediante o emprego da teoria de gráficos, com o objetivo de facilitar a introdução e posterior explicação de determinadas partes do currículo desta matéria, como podem ser fundamentalmente, Combinatória e Probabilidade, tudo com o objetivo de despertar o interesse, curiosidade e motivação dos alunos para com a matéria.</p> <p>Palavras chave:-chave gráficos, combinatória e probabilidade</p>

Introducción

¿Qué pensarías si te dijeren que “el mundo es un pañuelo”? Probablemente, te remontarías a cualquier situación pasada en la que esa frase haya venido a tu mente. Pero, ¿es realmente cierta? En este artículo podrás comprobar que sí, que generalmente no es casualidad haberte encontrado, en el lugar más inesperado, a alguien con quien tuvieras un conocido en común.

Pero retrocedamos un poco en el tiempo. En 1735, el ya por entonces famoso matemático suizo Leonhard Euler ((Basilea, Suiza, 1707 - San Petersburgo, Rusia,

1783), fue consultado por los habitantes de una pequeña ciudad prusiana cercana al Mar Báltico, Königsberg (en la actualidad, Kaliningrado), sobre la posibilidad de que existiese una ruta o camino que cruzase los siete puentes que unían entre sí las cuatro zonas de la ciudad en las que ésta quedaba dividida por el Río Pregel, a su paso por la misma, en el que formaba dos islas en su interior, con la condición de que esa ruta pasase por todos los puentes pero una sola vez por cada uno de ellos (véase el gráfico adjunto, en el que las zonas de la ciudad aparecen en color gris, el Río Pregel en azul y los puentes en rojo).

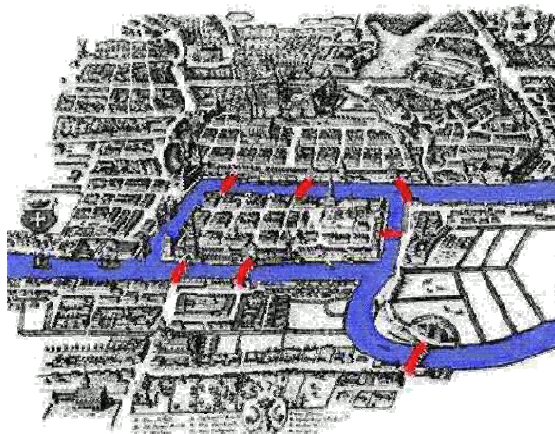


Figura 1. Königsberg y sus puentes

Pues bien, al igual que ocurre con todo lo relativo a este personaje, la solución de Euler a este problema (denominado el *Problema de los Puentes de Königsberg*) fue sencillamente genial. De hecho, Euler no sólo se limitó a resolver ese problema concreto, sino que resolvió el problema general, es decir, un problema similar para una ciudad que tuviese m zonas y n puentes

Para conseguir esta solución general, lo primero que hizo Euler fue *modelizar* el problema, es decir, prescindir de las características físicas del mismo (ciudad, zonas, puentes) y crear un modelo matemático formado por puntos y líneas entre ellos, que se adaptara a esas características. Permítasenos, no obstante, antes de proseguir, una pequeña aclaración: La palabra “modelizar” no existe en castellano, siendo su uso por tanto, incorrecto. No obstante, los autores seguimos utilizándola en el argot matemático, al igual que otros muchos, porque en nuestra opinión refleja mejor que el vocablo correcto, *modelar*, lo que se desea transmitir.

Continuando entonces con la narración, diremos que Euler diseñó lo que actualmente se denomina un *grafo* y creó una teoría apropiada para tal modelo (actualmente, la *Teoría de Grafos*), de forma que utilizándola convenientemente pudo dar con la solución de ese problema en grafos, hallando después la solución al problema de los Puentes de Königsberg sin más que traducir su solución en grafos al caso de la vida real. Por este hecho, a Euler se le suele designar con el nombre de “Padre de la Teoría de Grafos”, considerándose a su vez a este Problema de los Puentes de Königsberg como uno (existen otros) de los que originaron el nacimiento de esta teoría. Para más detalles sobre este problema puede consultarse (Alfonso et al. 2004), por ejemplo.

Pues bien, en este artículo, los autores vamos a modelizar, también mediante la Teoría de Grafos, otro problema que aparece en la vida real mucho más a menudo de lo que pudiera parecer, conocido con el nombre de “Problema de los Seis grados de separación”. Este problema está relacionado con la célebre frase que aparece al principio de esta introducción, el mundo es un pañuelo, que suele emplearse cuando dos personas, desconocidas o no, descubren que tienen amigos o conocidos cercanos a ambas, hecho que en principio desconocían.

El objetivo que se pretende es el de poner este problema en conocimiento de los profesores de Matemáticas de Bachillerato, así como también el empleo de la Teoría de Grafos en su resolución, para que éstos puedan servirse de ello como técnica metodológica novedosa, a emplear en distintas partes del currículo de su asignatura, fundamentalmente a la hora de explicar la Combinatoria o la Probabilidad, para conseguir, de esa forma, un mayor interés, curiosidad y motivación de estos alumnos hacia la asignatura.

Como aclaración para los lectores no españoles, comentar que en el Sistema Educativo Español, la Educación Primaria va dirigida a los alumnos de entre 6 y 12 años. La siguiente etapa es la de Educación Secundaria Obligatoria, que llega hasta los 16 años. Después de esta etapa (aunque actualmente están previstos algunos cambios), el alumno puede elegir entre una Formación Profesional o bien un Bachillerato, ambos con una duración de dos años, concluyendo así sus estudios previos a la universidad a los 18 años. Además, el hecho de referirnos a la Combinatoria o a la Probabilidad, sobre todo, se explica porque éste es un problema claramente de Matemática Discreta, en el que las técnicas de contar, así como la aparición de diferentes posibilidades en cada paso desempeñan un papel preponderante.

Aparte lo anterior, acompañando a la descripción del problema en sí, los autores también indicamos en el artículo un experimento previo personal realizado en tal sentido, aunque desafortunadamente no del todo exitoso, que también pudiera ser aprovechado por la clase como modelo en el que fijarse para realizar su propio experimento, consiguiéndose así de esa forma, por parte del profesor, la realización de otras competencias, distintas de la propia matemática, como pueden ser la lingüística, la idiomática o la facilitación del trabajo en grupo, que también le son pedidas en el desempeño de su labor .

El artículo está estructurado en 5 secciones. En la primera, se comentan ampliamente tanto la evolución histórica de la Teoría de los Seis grados de separación como los experimentos de Milgram que contribuyeron a darla a conocer y a reforzarse. Algunos de los datos que se indican pueden verse más extensamente desarrollados en varias de las numerosas páginas web relacionadas con esta teoría (pueden consultarse, (web3, 4 y 5), por ejemplo). La sección 2 está dedicada a mostrar algunos preliminares básicos de Teoría de Grafos, necesarios para una adecuada comprensión de la siguiente sección, en la que los autores modelizamos a partir de estos grafos la Teoría de los Seis grados de separación. En la sección 4, se detalla el experimento realizado por los autores con el fin de confirmar esta teoría. La siguiente sección, la quinta, muestra algunas situaciones de la vida real especialmente relacionadas con esta teoría, mientras que se finaliza el artículo con otra sección personal, la sexta, en la que los autores comentamos algunas

reflexiones personales al respecto de la teoría y del estudio realizado. Algunas de las figuras que aparecen en este artículo se han tomado de (web9, 10 y 11).

La Teoría de los Seis grados de separación

En 1993 se estrenó en Estados Unidos una película en clave de drama/comedia titulada "Six degrees of separation", dirigida por el prestigioso director Fred Schepisi, cuyo título hace referencia a la "Teoría de los Seis grados de separación". Diez años más tarde, el sociólogo estadounidense Duncan J. Watts publicó una obra titulada "Six Degrees: The Science of a Connected Age" sobre dicha teoría.

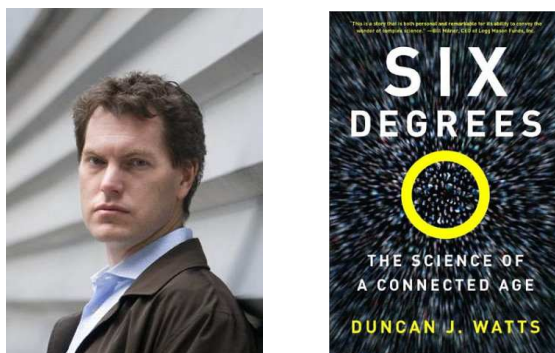


Figura 2. Duncan J. Watts y la portada de su obra "Six Degrees".

La Teoría de los Seis grados de separación afirma, básicamente, que en nuestro mundo, *cualquier persona puede estar conectada a cualquier otra a través de una cadena de conocidos que no tiene más de cinco intermediarios, es decir, que conecte a ambas personas con sólo seis enlaces*. Esta teoría fue inicialmente propuesta por el escritor húngaro Frigyes Karinthy (Budapest, 1887–Siófok, 1938) en un cuento titulado "Chains", que él publicó en 1929.



Figura 3. Frigyes Karinthy.

Para formular su teoría, Karinthy se basó en la idea de que *el número de personas conocidas crece exponencialmente con el número de enlaces en la cadena*, por lo que sólo un pequeño número de enlaces son necesarios para que el conjunto de personas conocidas se convierta en el de todas las personas del planeta (posteriormente, tanto Milgram (al que ahora nos referiremos) como el anteriormente citado Watts concretaron este número de enlaces en tan sólo seis "saltos").

Han sido muchos, y prestigiosos, los autores que han tratado de probar esta teoría. En la década de los años 50 del pasado siglo, el estadounidense Ithiel de Sola Pool (1917–1984), doctor en Ciencias Sociales que trabajó en el Instituto Tecnológico de Massachusetts y el matemático e informático austríaco, nacionalizado estadounidense, Manfred Kochen, de I.B.M., reconocido pionero de las redes sociales, se propusieron demostrar la teoría matemáticamente, aunque sin conseguirlo, a pesar de enunciarla en términos de probabilidad: "*dado un conjunto de N personas, ¿cuál es la probabilidad de que*

cada miembro de estos N estén conectados con otro miembro vía 1, 2, 3,..., n enlaces?"

Para conseguir esa demostración, los autores de Sola Pool y Kochen escribieron un artículo matemático titulado "Contacts and Influences" en el que construyeron un modelo teórico del "mundo pequeño" que describía la mecánica de las redes sociales y estudiaba sus consecuencias matemáticas. Para este estudio necesitaron saber cuál era el número medio de conocidos de una persona. Por experiencia propia, concluyeron que este número rondaba las 500 personas, deduciendo por tanto que la posibilidad de que dos americanos elegidos al azar se conozcan es de una entre 200.000 (para ello, tuvieron en cuenta la cuestión de la endogamia existente en toda red). Sin embargo la probabilidad de que esas dos personas estén conectadas a través de dos conocidos, asombrosamente, se incrementa hasta más del 50%.

Además de todo esto, en dicho artículo formulaban algunas preguntas que dejaban sin respuesta, como por ejemplo, *¿cuál es el grado de separación entre dos individuos en una red social real?*



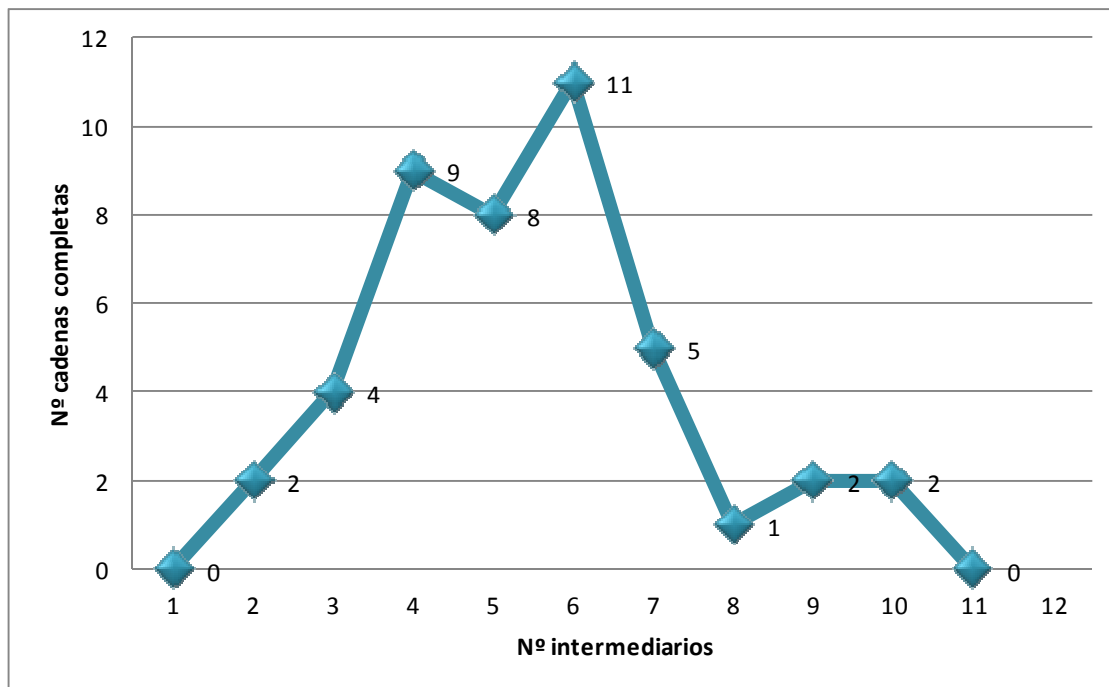
Figura 4. Stanley Milgram

Posteriormente, en 1967, el estadounidense Stanley Milgram (Nueva York, 1933–1984), licenciado en Ciencias Políticas por la Universidad de Yale y psicólogo social por la de Harvard, logró dar una aproximación de dicho número a través de sus experimentos empíricos (hizo tres). Para ello, ideó una nueva manera de probar la teoría, que él llamó "el problema del mundo pequeño".

Los experimentos de Milgram consistieron en enviar una carta a un grupo de personas elegidas al azar, residentes en alguna ciudad estadounidense. A este grupo de partida, se le solicitó que remitieran las cartas a una persona objetivo, también elegida al azar, que vivía en un estado diferente. Con esto, se esperaba que no existiese relación directa entre los emisores y el destinatario. Los remitentes conocían el nombre del destinatario, su ocupación y la localización aproximada y sólo podían contactar directamente con él si lo conocían previamente. En caso contrario, debían buscar entre sus conocidos a alguien que tuviese más probabilidades de conocerlo y enviarle a dicha persona la carta.

Milgram, para facilitar el procedimiento, añadió a la carta una lista en la que cada persona de la cadena debía escribir su nombre, para, así, evitar devolver la carta a personas que ya habían participado con anterioridad. Y también iban en la carta una serie de tarjetas de control que cada persona que enviase la carta debía devolver a Milgram, para que él pudiera llevar, de esa forma, un seguimiento directo del experimento. Para el primer experimento, realizado en 1967. Eligió al azar a 160 personas de Wichita (Kansas). La persona objetivo de este primer estudio vivía en Cambridge y era la esposa de un estudiante de la Escuela de Teología. A ella le llegaron 44 cartas de las 160, lo que suponía un 27% de cadenas completadas. La longitud de estas cadenas variaba entre 2 y 10 personas intermediarias, siendo la

distancia promedio de cinco personas, a pesar de que, inicialmente, los participantes esperasen que la cadena incluyera al menos a cientos de intermediarios.



Gráfica 1. Datos del primer experimento de Milgram.

La gráfica anterior, elaborada por los autores de este artículo, muestra los datos obtenidos en el 1º experimento de Milgram. Obsérvese que el mayor número de cadenas completas contaba con entre 5 y 7 intermediarios.

Milgram realizó el segundo experimento en 1969, para el que contó con la colaboración de Jeffrey Travers. Eligió a 217 personas de la ciudad de Omaha (Nebraska), siendo la persona objetivo un corredor de Bolsa que trabajaba en Boston y vivía en Sharon (Massachusetts). A esa persona le llegaron 64 cartas del total de 217 enviadas (29%). En este caso las longitudes mínimas y máximas de las cadenas fueron 1 y 11, respectivamente, siendo 5.2 la media aritmética de las longitudes.

Su tercer experimento lo realizó en colaboración con Charles Korte en la ciudad de Los Ángeles en 1970. Consistió en el estudio de las comunicaciones entre subgrupos en la sociedad americana (blancos y negros). El grupo de partida estaba formado por 540 personas, llegándole a la persona objetivo sólo 123 cartas de las 540 posibles (22%).

Para Milgram (famoso también por sus experimentos sobre la obediencia ciega de las personas a la autoridad) el hecho de que el número medio de eslabones se repitiese en todos sus experimentos fue un gran éxito, pero sus estudios no se quedaron ahí. De sus experimentos consiguió extraer más datos acerca de la sociedad, como por ejemplo que los roles sexuales condicionan ciertos tipos de comunicaciones, ya que fue tres veces más probable que los participantes enviaran la carpeta a alguien del mismo sexo que a alguien del sexo contrario. Además,

dedujo que en la sociedad americana, los lazos de amistad y conocimiento mayoran a los familiares, pues, solo 22 personas de 145 enviaron la carta a personas de su familia. Además no todos nuestros amigos o conocidos poseen el mismo nivel de amplitud de círculo de conocidos, es decir, existen personas que están más aisladas que otras. Esto se tradujo en el ensayo en que existían ciertos canales que resultaban más importantes que otros para la comunicación.

Sin embargo, los experimentos de Milgram (véase Milgram and Travers, 1969) fueron criticados por muchas personas, primero porque el número de cartas que alcanzaron al destinatario señalado fue alrededor de un tercio del total y segundo, porque muchos lo acusaron de parcialidad al seleccionar a los participantes entre una lista de personas de características similares, y por tanto no representativas del ciudadano medio.

No obstante, estos descubrimientos fueron publicados en la prestigiosa publicación "Psychology Today" e inspiraron la frase "*seis grados de separación*", popularizada por el dramaturgo John Guare al escogerla como título de su obra en 1990.

Como era de esperar, el trabajo de Milgram tuvo sus repercusiones en el ámbito de la ciencia, tanto es así que desde entonces y hasta día de hoy se ha seguido investigando acerca de este tema. En 2003 Duncan J. Watts, Meter Dodds y Roby Muhamad trabajaron en la misma línea de investigación. Su objetivo era elaborar un mapa de la conectividad entre individuos a través de Internet. Para su experimento participaron más de 60.000 personas, residentes en 166 países, mediante correo electrónico. En este caso, eran 24.163 cadenas que buscaban alcanzar a 18 personas objetivo, procedentes de 13 países diferentes. A pesar del elevado número de cadenas iniciales, sólo 364 fueron completadas. La longitud media de estas cadenas completas fue 4,05. No obstante, fue necesario realizar algunos ajustes en el resultado debido a que ese gran número de cadenas incompletas, probablemente, hubiesen tenido una longitud mayor. Se estima que el resultado final oscila entre los 5 los 7 eslabones.

Esta Teoría de los Seis grados de separación empezó a hacerse popular a medida que fueron pasando los años. Brett C. Tjaden contribuyó a ello al publicar un juego de ordenador en la página web de la Universidad de Virginia basado en esta idea. Y alcanzó su máxima popularidad en 2011, cuando Facebook realizó un estudio denominado "Anatomy of Facebook" con todos los usuarios activos de su página en ese momento (721 millones de miembros, es decir alrededor del 10% de la población mundial) y se analizó el conjunto de amigos en común, para sacar el promedio de cuántos eslabones hay entre cualquier usuario y otro cualquiera (de esa prueba se excluyó a celebridades y famosos para evitar la endogamia, por una parte, y una selección sesgada por otra). Los resultados mostraron que el 99,6% de pares de usuarios estuvieron conectados por 5 grados de separación, lo que constituye la prueba más cercana de la teoría en la actualidad, dando un resultado aproximado de 4,75 eslabones.

Algunos aspectos básicos de la Teoría de Grafos

Hasta ahora, hemos hablado de la Teoría de los Seis grados de separación sin tener para nada en cuenta las Matemáticas. Al igual que en el caso de Euler, con

ocasión del Problema de los Puentes de Königsberg, la pregunta que nosotros nos haríamos sería: ¿Cómo podemos emplear esta disciplina en un problema como éste? Pues bien, la respuesta la encontramos en la Teoría de Grafos.

Pasamos entonces a introducir previamente algunos conceptos elementales sobre esta Teoría, que serán necesarios para una mejor comprensión de lo que sigue. Estos conceptos, lógicamente, deberán ser comentados por el profesor a sus alumnos, para poder ir introduciéndolos poco a poco en los aspectos básicos de los grafos, de forma que los alumnos puedan ir siguiendo sin dificultad sus explicaciones. Dado que no son complicados y que poseen un marcado carácter intuitivo no deben presentar muchos problemas a los alumnos a la hora de su rápida comprensión.

La definición precisa de grafo es la siguiente: un *grafo* es un par $G = (V, A)$, donde V es un conjunto numerable (no vacío) y A es un conjunto de pares no ordenados de elementos de V (eventualmente vacío). Los elementos de V se denominan *vértices* (o *puntos* o *nodos*) y los de A se denominan *aristas* (o *líneas*). No obstante, a nivel de Bachillerato, el profesor puede decir sencillamente a sus alumnos que un grafo va a ser un conjunto de puntos y de líneas que unen entre sí algunos o todos de esos puntos.

Un grafo se dice *etiquetado* si en él se distinguen sus vértices, es decir, si se ha asignado un cierto nombre a cada uno de sus vértices. En caso contrario, el grafo se dice *no etiquetado*. Como ejemplo, el grafo $G = (V, A)$, tal que $V = \{a, b, c, d\}$, $A = \{ab, ac, ad\}$.

Un grafo se puede representar de varias formas. De ellas, la más frecuente e intuitiva, aunque no operativa para su uso en el ordenador, es la que se ha comentado de manera informal, es decir, es mediante un *diagrama geométrico* en el que aparezca un punto por cada vértice y una línea entre cada dos vértices unidos. Así por ejemplo, el grafo de la definición puede venir representado según:

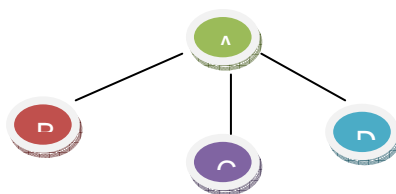


Figura 5. Grafo etiquetado

Dos vértices de un grafo se dicen *adyacentes* si ambos definen una arista en el grafo. En este caso, dichos vértices se dicen *extremos* de la arista. Una arista se dice que es *incidente* con cada uno de sus vértices extremos y dos aristas que comparten un extremo se dicen *incidentes*.

Se denomina (*grado*) (antiguamente, *valencia*) de un vértice v del grafo o bien al número de aristas del grafo que son incidentes con él o bien al número de vértices del grafo que son adyacentes con él. Por convenio, un vértice no se considera adyacente consigo mismo. Los vértices de grado 0 se denominan *vértices aislados* y los de valencia 1, *vértices hojas* o *finales*.

Sea $G = (V, A)$ un grafo. Un *camino* en G es una sucesión finita de vértices y aristas que se alternan, cuyo primer elemento es un vértice, tal que dos elementos

consecutivos de la misma sean siempre incidentes. Un camino en el que todas sus aristas sean distintas se denomina *recorrido*. Un *arco* en G es un recorrido en el que todos los vértices que lo forman son distintos, y finalmente, un *ciclo* en G es un camino cerrado en G que es un arco excepto en el hecho de que el primer y el último vértice coinciden.

Un camino en un grafo se dice *euleriano* si en él entran todas las aristas y además una sola vez cada una de ellas (puede ser abierto o cerrado), mientras que se dice *hamiltoniano* si en él entran todos los vértices y además una sola vez cada uno de ellos. Se denomina *longitud de un arco* o bien al número de aristas que lo forman o bien al número de vértices que lo forman, disminuido en una unidad. Relacionado con este concepto está el de *distancia entre dos vértices* en un grafo, que se define como la menor longitud de los arcos que los unen.

Para finalizar estos breves preliminares, el profesor puede decirles a los alumnos que un grafo se dice *conexo* si dos cualesquiera de sus vértices pueden unirse mediante un arco. Si un grafo no es conexo, se dice *disconexo*.

Comentar también que de entre las tres denominaciones similares: vértices, puntos o nodos, nosotros utilizaremos en este artículo la de nodo, por ser la que mejor refleja el contenido real del mismo, ya que en lo que sigue vamos a hablar de personas.

Modelización del Problema de los Seis grados de separación mediante la Teoría de Grafos

Bien, pues, una vez conocidos los conceptos básicos sobre grafos, vamos a utilizarlos como herramienta en el tratamiento del problema de los Seis grados de separación. Bien entendido, no obstante, que este problema actualmente está considerado como una conjetura y que por tanto, no está probado matemáticamente. De ahí que nuestro primer propósito, al menos por el momento, sea únicamente modelizar esa situación, con vistas a una posible futura resolución empleando técnicas de la Teoría de Grafos.

Para ello, comenzaremos haciendo corresponder cada persona con un nodo, de forma que la presencia o ausencia de aristas determinará la relación existente entre personas, es decir, que si dos personas se conocen personalmente, existirá entonces una arista entre los nodos que les corresponden (y por tanto, estos nodos serán adyacentes).

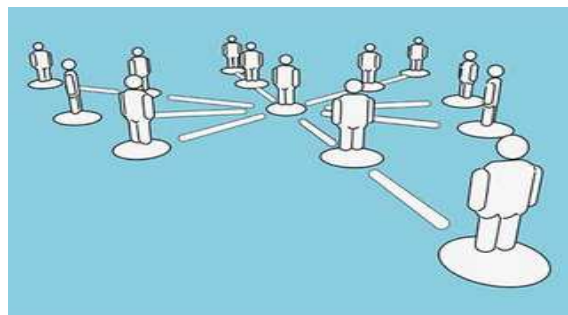


Figura 6. Modelización del problema.

Por ejemplo, sean A, B y C tres personas tales que B y C se conocen y A conoce a B, pero no a C. El grafo correspondiente a esta situación sería el siguiente:

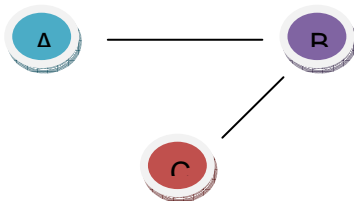


Figura 7. Grafo representativo

Por lo tanto, el número de conocidos de una persona determina el grado del nodo que la representa. Volviendo al ejemplo anterior, el grado de A y C será 1, mientras que el de B es 2.

Un concepto muy utilizado en el estudio de las topologías de redes de comunicaciones es la *longitud media del camino* y viene dado por el número medio de pasos que hay que dar (enlaces a atravesar) para que, siguiendo siempre la ruta más corta posible correspondiente a cada caso, podamos ir desde un nodo cualquiera a otro de la red de interconexión. Este concepto mide la eficiencia para el transporte de información o materia a través de una red de trabajo.

La Teoría de los Seis grados de separación, expresada en términos de grafos, se puede enunciar entonces de la siguiente forma: “*entre dos nodos cualesquiera siempre existirá un arco que los una. La longitud media de estos arcos es 6*”.

Observemos que este enunciado es realmente coherente. En efecto, si estimamos que cada nodo tendrá un grado alrededor de 100, y que el número de conocidos de una persona crece de manera exponencial al aumentar el número de eslabones, obtendremos, pues, que en el sexto eslabón se abarca a un total de 100 elevado a 6 nodos, que es mayor que 7 por 10 elevado a 9, es decir aproximadamente el número de nodos de la tierra.

Un experimento personal realizado por los autores

Pasamos ahora a continuación a describir un experimento que se nos ocurrió hacer a los autores para profundizar en el estudio de esta teoría. Una de las razones que nos movió a realizarlo fue aprovechar la enorme popularidad que tienen las redes sociales entre los alumnos del nivel educativo al que nos estamos dirigiendo. Es innegable que todos esos alumnos se desenvuelven con una gran soltura en este campo y que disfrutan enormemente al hacerlo.

Por ello, tras conocer la Teoría de los Seis grados de separación, decidimos realizar un pequeño experimento en nuestro país emulando el ya mencionado experimento de Milgram. El hecho de haber elegido España para este estudio se explica porque, aparte de tratarse de nuestro país, España es el quinto país a nivel mundial que más utiliza las redes sociales, superando incluso a Alemania o Francia.

A diferencia de lo realizado por Milgram, que se sirvió del correo ordinario, en papel, para llevar a cabo sus estudios, nosotros, en cambio, quisimos adaptarnos a las nuevas tecnologías y pensamos que sería interesante utilizar las redes sociales. En los últimos años, las redes sociales han tenido gran impacto en la sociedad,

habilitando una nueva forma de comunicación alternativa a las ya utilizadas (carta, teléfono...). Este tipo de redes han potenciado un mecanismo de encuentro y conversación entre usuarios. Los accesos no sólo se realizan a través de mecanismos tradicionales como un PC, sino que la movilización de estos entornos ha generado que cualquier usuario pueda acceder a ellos en cualquier momento y en cualquier lugar, por ejemplo, desde un teléfono móvil. Además, con ellas, se ha conseguido eliminar el que quizás haya sido el principal problema para tener relaciones con otras personas: la distancia. Por ello, para realizar nuestra experiencia, nosotros elegimos la red social Tuenti, debido a su popularidad a nivel nacional.



Figura 8. Emulando a las redes sociales

Nuestra experiencia se inició a mediados de marzo de 2012 y consistió en escoger al azar a un conjunto de personas residentes en España, que tuviesen una cuenta asociada a dicha red social.

A este grupo de personas le enviamos un mensaje privado en el que le explicábamos, resumidamente, que debían reenviarlo a uno de los autores de este artículo (en lo sucesivo X), en el caso de que éste formase parte de su grupo de amigos de Tuenti. Si no era así, esa persona debería enviar el mensaje a alguien de su propio grupo de amigos de Tuenti que creyese que tuviese más posibilidades de conocer a X.

El mensaje llevaba añadida la petición de una serie de datos personales de la persona objetivo (lugar de nacimiento, edad, lugar de residencia, estudios...) que deseábamos aportar a este trabajo. De esta forma, iríamos creando una cadena de personas de forma que el último eslabón sería X.

Por otra parte, el experimento llevaba un sistema de seguridad y seguimiento en el que nosotros sabríamos, en cada momento, dónde se encontraba la cadena. Este sistema consistía en que cada persona, al escoger el destinatario del mensaje, debía informarnos sobre a qué persona se lo enviaba y el por qué de su elección.

El experimento empezó a dar sus frutos muy pronto, ya que, en menos de un par de horas, ya había comenzado una primera cadena, aunque desvaneció al llegar al cuarto eslabón. Esta primera cadena no llegó a su destino, X, pero sí es cierto que llegó, al menos, a la ciudad donde X había nacido. Así, aunque todo daba la

sensación de ir sobre ruedas, la verdad es que finalmente nuestro experimento resultó un fracaso, ya que de 20 personas al inicio, sólo una empezó la cadena.

Además, nos encontramos con la negativa, por parte de la empresa Tuenti, a la que nos dirigimos por escrito al efecto, de proporcionarnos ciertos datos que nos hubiesen permitido hacer un perfil más cercano de los usuarios de la red social (número de usuarios, número medio de amigos por usuario, etc.).

Sin embargo, no todo fue negativo en esta experiencia. Con su puesta en práctica hemos podido extraer ciertas conclusiones acerca de la Teoría de los Seis grados, que comentamos a continuación.

En primer lugar, como ya Milgram pudo observar en sus estudios, vimos que, lo común, es que las personas elegidas para la muestra no colaboren. ¿Las razones? En primer lugar, Tuenti es una red social que está diseñada para que grupos de amigos tengan una forma de comunicación entre ellos, y la mayor parte de las veces hay una gran desconfianza por parte de todos hacia las personas que no conoces. Además, las personas que elegimos como muestra tenían edades comprendidas entre los 18 y los 22 años, y, con esta edad, resulta difícil ser consciente de lo importante que puede ser colaborar en un experimento como éste.

Otra posible razón del fracaso de la experiencia puede ser el hecho de que existe un elevado porcentaje de cuentas creadas en las redes sociales que no están activas. Es decir, existen muchas cuentas que han sido creadas por usuarios, pero que más tarde han dejado de usar por diferentes causas. Esto es una barrera adicional con la que nos hemos encontrado y que sin embargo en el experimento de Milgram no existía.

Por todo esto y a pesar del esfuerzo y la ilusión puesta en el experimento, no obtuvimos el resultado esperado, lo cual, sin embargo, no nos ha impedido seguir con nuestros estudios e investigaciones, tratando de obtener algunos logros lo más fructíferos posible, de cara a nuestro trabajo posterior. Esto hace además que, desde estas líneas, animemos a los alumnos y profesores que nos lean a poner en práctica experiencias parecidas, esperando que sean algo más afortunados que nosotros. Como ya dijo el profesor Duncan Watts, de la Universidad de Columbia:

El estudio de las redes puede ayudar a comprender problemas prácticos tales como cómo se difunden las ideas, cómo se originan las modas y cómo una falla inicial no muy grande puede transformarse en una cascada y afectar una red de gran tamaño muy grande, tal como una red eléctrica o un sistema financiero. (Harvard Business Review: Boston: febrero de 2003)

La Teoría de los Seis grados de separación “dentro y fuera de las Matemáticas”

No resulta extraño encontrar numerosas situaciones de la vida real relacionadas de alguna manera más o menos directa con la Teoría de los Seis grados de separación. De hecho, la repercusión que tiene esta teoría fuera del ámbito propiamente matemático es muy grande. Mostramos a continuación algunos ejemplos:

1. Es un hecho evidente que la Teoría de Redes ha aumentado grandemente su popularidad en los últimos tiempos. Pues bien, no es aventurado afirmar que una gran parte de culpa la tiene la Teoría de los Seis grados de separación.

En efecto, aunque el término “*www*” (acrónimo de *world wide web*) se confunde habitualmente con el de Internet, en realidad no hace referencia a la red física de ordenadores y cables, sino a la red virtual que forman los documentos o páginas web como nudos y los links o enlaces como hilos que las conectan. Se estima que en estos momentos existen unos 2.000 millones de páginas web. Una red de relaciones gigantesca donde las páginas aparecen y desaparecen a un ritmo vertiginoso. Los científicos estiman que tan sólo son necesarios un promedio de 16 clicks de ratón para viajar entre dos páginas escogidas al azar en ese mar de información. Lo dicho: *la red es un pañuelo virtual*.

2. No estrictamente fuera de las Matemáticas, aunque tampoco propiamente dentro, otra situación de la vida real en la que se refleja esta Teoría de los Seis grados de separación es la asignación del “número de Erdős” que se le atribuye a cualquier matemático. Pasamos a explicar brevemente a continuación en qué consiste este número.

Paul Erdős fue un matemático húngaro (Budapest, 1913 – Varsovia, 1996) que escribió más de 1500 artículos, la mayoría de ellos en colaboración conjunta con otros autores (más de 500 diferentes), debido a su consideración de las Matemáticas como una actividad social. En su honor se ha acuñado esta terminología “número de Erdős”, que distingue a los matemáticos dependiendo del grado de cercanía de éstos con el propio Erdős o con colaboradores suyos.

Así, al propio Erdős se le asigna el número de Erdős 0 y a todas las personas que escribieron un artículo conjunto con él el número de Erdős 1 (en total hay 509 personas que tienen este número, es decir que colaboraron directamente con Erdős en un trabajo). A las personas que colaboraron con éstos en otro trabajo, pero no directamente con el propio Erdős, se les asigna el número de Erdős 2 (hay 6.984 personas), las que colaboraron con éstas pero no con personas que tienen un número de Erdős 2, ni con Erdős mismo, ni con alguien con un número de Erdős 1, tienen un número de Erdős 3, y así sucesivamente.

Para que a una persona entonces se la pueda asignar un número de Erdős, ésta debe de haber escrito un trabajo matemático conjuntamente con un autor que tenga un número de Erdős asignado. Nótese que a pesar de la aparente frivolidad de este hecho, la propia Asociación de Matemáticas de Estados Unidos (AMS) facilita una herramienta para el cálculo del número de Erdős de cualquier matemático que lo solicite y que sea miembro de la sociedad (véase mayor información al respecto en (web6 y 7)).

Existen también otros números que representan una idea parecida. En wikipedia (a pesar del rechazo general que suele acompañar a este sitio web, por su muchas veces probada no fiabilidad, en este asunto la mayoría de la información está totalmente contrastada) pueden encontrarse el número de Bacon, aplicación de esta misma idea en la industria cinematográfica, que conecta actores que han aparecido junto al actor Kevin Bacon en alguna película, el número de Stringfield en ufología, relacionando a aquéllos que han investigado conjuntamente casos de OVNI's con

Leonard H. Stringfield e incluso, el no va más, el número de Erdős-Bacon, que se le asigna a un pequeño número de personas curiosamente conectadas tanto con Erdős como con Bacon, como por ejemplo la actriz Danica McKellar, protagonista de la serie “Los años maravillosos”, que cuenta con un número de Erdős 4 y un número de Bacon 2.

3. En 1990, John Guare escribió una obra teatral que trataba de un joven llamado Paul, que se desplaza a Nueva York con el objetivo de encontrar a su padre. Sin embargo, tras una serie de tentativas, no fue capaz de encontrarlo. Lamentándose, Paul afirmaba que aunque conocía esta Teoría de los Seis grados y que, por consiguiente, daba por hecho que cualquier persona en el mundo estaba conectada con él por menos de seis pasos (lo que era suficientemente tranquilizador), suponía un trabajo bastante tedioso el tener que encontrar a las personas correctas para poder realizar esa conexión.

4. Otro claro ejemplo de que esta teoría se encuentra presente en muchos aspectos de nuestra vida es la película “Seis grados de separación”, la cual toma su nombre en referencia a dicha teoría.

En la película, Flan y Ouisa Kittredge, dos importantes comerciantes de arte de Nueva York, reciben un día la visita de un joven de color negro que dice ser compañero de su hijo en la universidad de Harvard, y que además, afirma ser el hijo de Sidney Poitier. Flan y Ouisa le ofrecen su hospitalidad y lo invitan a cenar y a quedarse a dormir. Sin embargo, al día siguiente descubren que el joven no es todo lo que dice ser.

5.- La Teoría de los Seis Grados de separación pasó también a la pequeña pantalla a través de la serie estadounidense “Seis Grados”, producción del famoso J.J. Abrams, que se emitió en el año 2007 y fue uno de los fracasos más sonados de la temporada en EE. UU. A España llegó ese mismo año al canal AXN, y meses más tarde fue la cadena Cuatro la que comenzó su emisión. Actualmente, solo se transmite por el canal People + Arts.

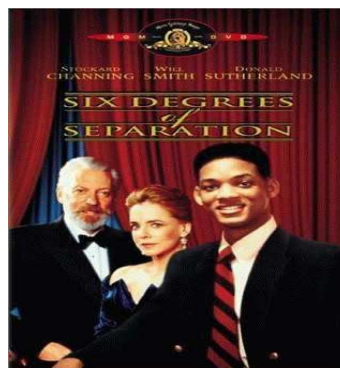


Figura 9. Cartel de la película “Six Degrees of Separation”

Esta serie narra las vidas de seis personas de Nueva York y de la influencia que, inconscientemente, tienen sobre el resto. En la web sobre cine Filmaffinity puede leerse:

“Seis grados subraya y destaca lo pequeño que es el mundo y cómo tan sólo seis personas aparentemente desconocidas pueden darle forma a nuestro futuro en este mismo momento.”

Reflexiones de los autores

En este artículo, los autores hemos tratado de mostrar tanto la evolución como el estado actual de la popularmente conocida con el nombre de “Teoría de los Seis grados de separación”, intentando a su vez modelizarla y explicarla desde un punto de vista estrictamente matemático, para lo cual nos hemos servido de una

herramienta propia de esta disciplina, la Teoría de Grafos. Además de mostrar algunas situaciones de la vida real relacionadas en mayor o menor grado con esta teoría, hemos descrito asimismo un experimento personal puesto en marcha por nosotros mismos, desafortunadamente no del todo exitoso, con el que deseábamos ratificarla, dado que aún no está probada desde el punto de vista matemático.

En nuestra opinión, y así parece estar aceptado, al menos por los experimentos realizados, esta teoría está bastante bien fundamentada a pesar de que, en apariencia, pudiera parecer lo contrario. Sin embargo, no es menos cierto que en la actualidad están empezando a aparecer bastantes detractores, curiosamente no negándola, sino, en contra lo que podría parecer, endureciéndola. Así, en una noticia publicada por el diario ABC de España sobre Facebook (véase web8) se afirma que la red social permite la conexión de dos personas de cualquier parte del mundo en menos pasos de los que se creía, de forma que según aumenta el número de usuarios, disminuye el número de pasos para el contacto.

Según esa noticia, la Universidad de Milán investigó las relaciones de amistad de 721 millones de usuarios del sitio (un 10% de la población mundial), como muestra para demostrar la popular Teoría de los Seis grados de separación y del estudio realizado dedujo que en contra de lo afirmado por esta teoría, según la cual las personas tienen un contacto que a su vez tiene otro que tiene otro y así hasta 6 que unen a cualquier persona, los investigadores descubrieron que la teoría no sólo se cumple, sino que se reduce: *"El 99,6% de las parejas de usuarios analizados están conectadas por 5 grados, y el 92% lo hace a través de 4 grados"*. Además, los investigadores han comprobado que según aumenta el número de usuarios disminuye el número de pasos para el contacto. Así, los datos presentados aseguran que en 2008 eran necesarios 5,28 grados, mientras que en la actualidad son necesarios 4,7.

Siendo aún más concretos, los investigadores de la Universidad de Milán han comprobado que la teoría se reduce aún más si se limita el ámbito de estudio a un país. De esta forma, analizando los datos de usuarios de un solo país, el número de pasos para conectar a dos usuarios se limita a 3. El estudio confirma que Internet y las redes sociales han contribuido a la creación del mundo global actual: *la posibilidad de cualquier usuario de conocer a cualquier persona del mundo*.

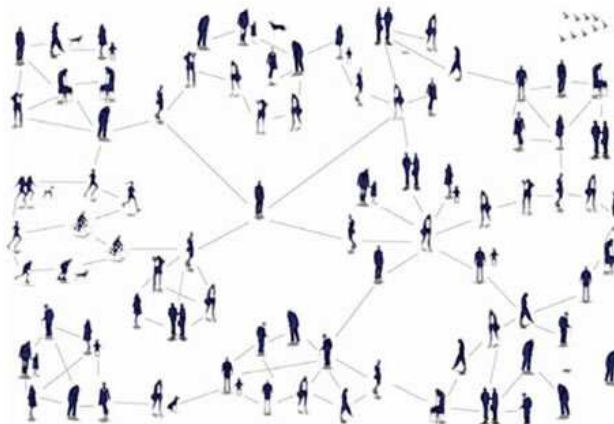


Figura 10. Créetelo, el mundo es un pañuelo

Bibliografía

Alfonso, M., Bueno, S., Diánez, M. R., de Elías, M. C. y Núñez, J. (2004), *Siete puentes, un camino: Königsberg*, Revista SUMA, 45, 69-78.

Milgram, S. and Travers, J. (1969), *An experimental Study of the Small World Problem*, Sociometry, 23, 425-443.

[web3] <http://www.xatakaciencia.com/sabias-que/la-teoria-de-los-seis-grados-de-separacion>

[web4] <http://www.blogsocialmedia.es/2010/03/%C2%BFrealmente-solo-existen-seis-grados-de-separacion-entre-cualquier-persona/> (sobre la Teoría de los Seis grados de separación).

[web5] <http://www.culturizando.com/2011/09/la-teoria-de-los-6-grados-de-separacion.html> (sobre la Teoría de los Seis grados de separación).

[web6] <http://identidadgeek.com/%C2%BFy-tu-tienes-numero-de-erdos/2011/05/> (sobre el número de Erdős).

[web7] The Erdős Number Project : <http://www.oakland.edu/enp/> (sobre el número de Erdős).

[web8] <http://www.abc.es/20111122/medios-redes/abci-facebook-seis-grados-201111221734.html>

[web9] <http://campusvirtual.unex.es/escalaepistemowiki/images/bb8Portada6g.jpg>

[web10] <http://humanidades09.pbworks.com/f12638139866grados.jpg>

[web11] <http://1.bp.blogspot.com/-Viwyll7Yyt4/TeTwGqFsb4I/AAAAAAAABEw/Mimuq0c4ECc/s1600/tuenti.jpg>

José María Contreras Beltrán e Isabel Duarte Tosso son alumnos de tercer curso de grado de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla (España) y Estudiantes Internos del Departamento de Geometría y Topología de la misma, bajo la dirección del profesor **Juan Núñez Valdés**, doctor en Matemáticas y profesor Titular de Universidad de ese Departamento, con el que colaboran en artículos de divulgación de las Matemáticas en general.

chema_cb10@hotmail.com isabel92_dt@hotmail.com jnvaldes@us.es