

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Descripción Experimental del Impacto de Gotas  
sobre una Capa Líquida de Altura Variable

Autor: Alejandro Zurita Van Dinter

Tutor: Guillaume Riboux Acher

**Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos**  
**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**  
**Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2016





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Descripción Experimental del Impacto de Gotas sobre una Capa Líquida de Altura Variable**

Autor:

Alejandro Zurita Van Dinter

Tutor:

Guillaume Riboux Acher

Profesor Contratado Doctor Interino

Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Trabajo Fin de Grado: Descripción Experimental del Impacto de Gotas sobre una Capa Líquida de  
Altura Variable

Autor: Alejandro Zurita Van Dinter

Tutor: Guillaume Riboux Acher

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal



# Resumen

---

El presente trabajo se basa en el estudio experimental del impacto de gotas de agua de tamaño milimétrico contra capas de pequeño espesor del mismo líquido.

A lo largo del mismo se detallarán el diseño y los componentes del montaje que se empleará para la realización de los experimentos. Se mostrará también el procedimiento correspondiente a la propia toma de medidas: desde los pasos previos hasta la realización de los experimentos y las acciones posteriores a la ejecución de los mismos.

La parte central de nuestro trabajo, sin embargo, será la interpretación de los resultados obtenidos de forma experimental. Se obtendrán las evoluciones con el número de Weber de ciertas variables correspondientes tanto a la caída de la gota como a la evolución de la interfase tras producirse el impacto, y se compararán los resultados obtenidos para las distintas alturas de líquido.





# Índice

---

<b>Resumen</b>	<b>vii</b>
<b>Índice</b>	<b>ix</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Notación</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Análisis del problema</b>	<b>5</b>
2.1. <i>Presentación del problema. Parámetros de interés</i>	5
2.2. <i>Diseño del procedimiento experimental</i>	
2.2.1 Opciones descartadas	6
2.2.2 Solución adoptada	7
2.2.3 Influencia de las dimensiones del tanque en los experimentos	9
2.2.4 Dimensiones elegidas para el tanque	10
<b>3 Realización del montaje</b>	<b>13</b>
3.1. <i>Descripción del montaje</i>	13
3.1.1. Mesa de trabajo	13
3.1.2. Tanque o depósito	13
3.1.3. Escala vertical	15
3.1.4. Sistema de inyección de gotas	15
3.1.5. Cámara de alta velocidad	16
3.1.6. Iluminación	18
3.2. <i>Layout general y conexiones entre componentes</i>	20
3.3. <i>Software empleado</i>	20
<b>4 Realización de los experimentos</b>	<b>23</b>
4.1. <i>Preparación previa</i>	23
4.2. <i>Toma de medidas</i>	24
4.3. <i>Acciones posteriores</i>	26
<b>5 Estudio de la caída de la gota</b>	<b>27</b>
5.1. <i>Punto de partida</i>	27
5.1.1. Funcionamiento del programa	27
5.2. <i>Análisis de la caída de la gota</i>	30
5.2.1. Determinación del diámetro medio	31
5.2.2. Determinación de la velocidad de impacto de la gota	31
5.2.3. Determinación del número de Weber	32
5.2.4. Determinación del número de Weber crítico	32
5.3. <i>Presentación e interpretación de los resultados</i>	33

5.3.1.	Evolución del diámetro medio con el número de Weber	33
5.3.2.	Evolución de la velocidad de impacto con el número de Weber	35
<b>6</b>	<b>Análisis de la entrefase</b>	<b>37</b>
6.1.	<i>Manipulación de las variables del problema</i>	37
6.2.	<i>Adimensionalización de las variables del problema</i>	42
6.3.	<i>Sistema de referencia empleado en el estudio</i>	42
6.4.	<i>Procedimiento de cálculo de los radios y alturas alcanzados por la entrefase</i>	43
6.5.	<i>Estimación de las velocidades medias horizontales y verticales</i>	50
6.6.	<i>Presentación de resultados</i>	50
6.6.1.	Evolución del radio máximo alcanzado con el número de Weber	50
6.6.2.	Evolución de la altura máxima alcanzada con el número de Weber	50
6.6.3.	Evolución de la velocidad horizontal media con el número de Weber	52
6.6.4.	Evolución de la velocidad vertical media con el número de Weber	52
<b>7</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>55</b>
	<b>Referencias</b>	<b>57</b>
	<b>Anexo A: Códigos Matlab Empleados</b>	<b>59</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2-1. Esquema del montaje correspondiente a la principal solución descartada.	6
Figura 2-2. Contactos entre distintos líquidos y superficies (para gotas y recipientes).	8
Figura 2-3. Ángulo de contacto en función del predominio de la adhesión o la cohesión.	8
Figura 2-4. Variación adimensional de la altura en función del lado del depósito.	10
Figura 2-5. Incremento relativo de la altura de agua en función de la altura de la placa	11
Figura 2-6. Tanque en perspectiva, visto de frente y en planta.	12
Figura 3-1. Tablero de trabajo ThorLabs.	13
Figura 3-2. Posición del tanque en el montaje.	14
Figura 3-3. Goniómetro.	14
Figura 3-4. Escala vertical y aguja en primer plano.	15
Figura 3-5. Detalle del carro, aguja y sistema de inyección.	16
Figura 3-6. Vista lateral del montaje en la que se aprecian la jeringa y el soporte.	16
Figura 3-7. Cámara de alta velocidad.	17
Figura 3-8. Especificaciones de la cámara de alta velocidad.	17
Figura 3-9. Detalle del soporte de la cámara.	18
Figura 3-10. Detalle de la placa translúcida y la fuente de luz halógena.	19
Figura 3-11. Fuente de luz halógena.	19
Figura 3-12. Vista global del montaje.	20
Figura 3-13. Pantalla principal del software <i>Photron FASTCAM Viewer</i> .	21
Figura 4-1. Correcto enfoque de la lente y encuadre de la aguja.	23
Figura 4-2. Determinación de la altura de la capa de agua.	24
Figura 4-3. Posición de la aguja para la realización del primer experimento.	25
Figura 4-4. Pestañas <i>Camera</i> y <i>Data Save</i> .	25
Figura 5-1. Situación de los ejes en Matlab y límites incluidos en el programa	28
Figura 5-2. Evolución del diámetro en píxeles con el número de imagen.	29
Figura 5-3. Evolución del parámetro $Rd$ con el número de imagen	30
Figura 5-4. Evolución temporal de la coordenada y del centro de gravedad.	31
Figura 5-5. Forma que adquiere la entrefase tras un impacto sin splash y con él.	32
Figura 5-7. Evolución del diámetro medio con el número de Weber para $h_1$ y $h_2$	34
Figura 5-8. Evolución de la velocidad de impacto con el número de Weber para $h_1$ y $h_2$ .	36
Figura 6-1. Situación de los ejes tras el cambio de variable.	39
Figura 6-2. Detección de la entrefase proporcionada por el programa original.	41

Figura 6-3. Situación del sistema de referencia empleado.	43
Figura 6-4. Situación de la interfase en variables adimensionales para $t = 16.81$ .	43
Figura 6-5. Cálculo mediante Matlab de los puntos esquina en una imagen $j$ .	45
Figura 6-6. Representación para una imagen cualquiera $j$ de $r_{med}$ y $z_{med}$ .	46
Figura 6-7. Menisco que se forma tras la desaparición de la perturbación.	47
Figura 6-8. Evolución de $z_{max}$ frente a $t$ para $We = 21$ .	48
Figura 6-9. Evolución de $r_{max}$ frente a $t$ para $We = 21$ .	48
Figura 6-10. Interfase con una anchura mayor que la de la propia imagen.	49
Figura 6-11. Evolución del radio adimensional máximo con el Weber.	51
Figura 6-12. Altura adimensional máxima en función del número de Weber.	51
Figura 6-13. Velocidad horizontal media en función del número de Weber.	53
Figura 6-14. Evolución de la velocidad vertical media de la interfase con el Weber.	53
Figura 6-15. Evolución de $t_{r_{max}}$ con el número de Weber.	54
Figura 6-16. Evolución de $t_{z_{max}}$ con el número de Weber.	54

# Notación

---

$L$	Lado de la base del tanque
$H_p$	Altura de la placa sobre la base del tanque
$L_p$	Lado de la placa.
$H$	Altura de líquido sobre la placa
$h$	Altura de líquido adimensional sobre la placa
$H_{des}$	Altura de líquido deseada sobre la placa
$\sigma$	Tensión superficial del líquido
$\rho$	Densidad del líquido
$g$	Aceleración de la gravedad
$l$	Longitud capilar del líquido
$We$	Número de Weber
$Bo$	Número de Bond
$d$	Diámetro de la gota
$R$	Radio de la gota
$d_m$	Diámetro medio de la gota
$D_{eq}$	Diámetro equivalente de la gota
$V_{cg}$	Velocidad del centro de gravedad de la gota
$Rd$	Parámetro que relaciona el diámetro con el diámetro medio
$f$	Tasa de imágenes
$X$	Coordenada x de los puntos frontera de la interfase
$Y$	Coordenada y de los puntos frontera de la interfase
$N$	Número de imágenes del que consta cada vídeo
$P$	Número de puntos frontera detectados en cada imagen
$Z$	Altura alcanzada por la interfase
$z$	Altura adimensional alcanzada por la interfase
$R$	Radio alcanzado por la interfase
$r$	Radio adimensional alcanzado por la interfase
$T$	Tiempo
$t$	Tiempo adimensional
$E$	Punto esquina derecho de la interfase
$E'$	Punto esquina izquierdo de la interfase
$r_{med}$	Radio medio adimensional alcanzado por la interfase
$z_{med}$	Altura media adimensional alcanzada por la interfase
$r_{max}$	Radio máximo adimensional alcanzado por la interfase
$z_{max}$	Altura máxima adimensional alcanzada por la interfase

$v_{rmed}$	Velocidad media adimensional en dirección radial
$v_{zmed}$	Velocidad vertical media adimensional
$t_{rmax}$	Tiempo en alcanzar el máximo radio
$t_{zmax}$	Tiempo en alcanzar la máxima altura

# 1 INTRODUCCIÓN

---

El impacto de gotas sobre una superficie lisa, seca o cubierta por una fina capa de líquido, es un problema de gran interés en la actualidad. Está relacionado con numerosos procesos tanto industriales como naturales.

Las impresoras de inyección de tinta funcionan expulsando gotas de tinta de diferentes tamaños sobre el papel, sin que exista un contacto directo entre este último y el cabezal. En aplicaciones como el recubrimiento de superficies mediante *spray*, el acabado superficial va a depender del comportamiento de las partículas de líquido frente al impacto. En otras como la aplicación de pesticidas, es importante controlar el rebote de un cierto porcentaje de gotas del producto, que es perjudicial porque se busca que éste quede depositado sobre las hojas de la planta. Nuestro problema se puede relacionar también con la investigación de crímenes, en casos en los que se pueda necesitar conocer el ángulo o la velocidad de impacto contra una superficie de una gota de sangre.

Un fenómeno natural que guarda una relación directa con nuestro problema es el impacto de gotas sobre fachadas de edificios u otras superficies, como rocas, contribuyendo a la erosión de estas últimas. También puede ser de interés el estudio del impacto de gotas sobre superficies líquidas, como charcos.

El objetivo de este trabajo es el estudio teórico y experimental del impacto de gotas de agua de tamaño milimétrico sobre una fina capa del mismo líquido, que recubre una superficie sólida lisa. A continuación se detalla la estructura del mismo.

En primer lugar se realizará un análisis físico del problema al que nos enfrentamos, para asegurarnos de su correcta comprensión. Una vez comprendidos los fundamentos físicos, estaremos en condiciones de diseñar un experimento adecuado a las características de dicho problema. A partir de aquí nuestro trabajo se divide en dos grandes bloques.

El primero estará enfocado al estudio puramente experimental del problema. Se detallarán el diseño y las características del experimento que sirve como base de nuestro estudio, mostrando las dimensiones más adecuadas y los elementos empleados en el montaje, así como la descripción detallada de la ejecución de los propios experimentos considerando también los pasos previos y posteriores a su realización.

El grueso del estudio, sin embargo, estará enfocado a la interpretación de los resultados experimentales obtenidos. Este análisis se llevará a cabo partiendo de un programa realizado en Matlab por el profesor Guillaume Riboux, tutor de este trabajo. El programa está basado en las funcionalidades de procesamiento de imagen que incorpora esta herramienta matemática, y es capaz de detectar la caída de la gota y los cambios en la entrefase que genera su impacto. A este programa se le harán numerosas modificaciones para adaptarlo a las necesidades de nuestros experimentos, y se crearán otros nuevos que interpreten y transformen los resultados obtenidos del primero a nuestra conveniencia.

El bloque correspondiente al análisis e interpretación de los resultados se va a dividir en dos partes bien diferenciadas. En primer lugar, se estudiará la caída de la gota, es decir, los instantes previos al impacto contra la superficie. Será importante determinar aspectos como la velocidad de impacto y el diámetro de la gota y estudiar su evolución con ciertos parámetros, en especial el número de Weber. Una vez analizada la caída de la gota pasaremos

a estudiar su impacto contra la superficie y las características de la entrefase que se genera ante este impacto, en lo que probablemente sea la parte más significativa de nuestro estudio. Se analizarán aspectos como la evolución temporal de la altura y el radio de la entrefase, así como alturas y radios máximos alcanzados por la misma y velocidades horizontales y verticales.

## 1.1 Estudios anteriores de interés

Antes de pasar al análisis de nuestro problema, comentaremos brevemente una serie de estudios que guardan relación con el mismo, y que se centran en el impacto de gotas tanto sobre superficies sólidas como sobre capas líquidas.

Mucho se ha escrito acerca del impacto de gotas sobre una superficie sólida. Lee *et al.* [1] midieron la máxima extensión de gotas de diferentes líquidos al impactar contra superficies sólidas lisas y rugosas, para un determinado rango de velocidades. El resultado fue un escalado universal que relacionaba la extensión máxima de la gota con la velocidad de impacto, y que era válido tanto para velocidades de impacto bajas como para aquellas consideradas altas. Las características del líquido y de la superficie de impacto se tenían en cuenta mediante un reescalado de la curva anterior.

Los profesores Riboux y Gordillo encontraron en un reciente artículo [2] (2014) un criterio para determinar la velocidad crítica por encima de la cual se eyectan tras el impacto, de forma violenta, minúsculas partículas de la gota hacia el exterior, en lo que se conoce como un *splash*. Por debajo de esta velocidad, la gota simplemente se extiende sobre la superficie. Para llegar a esta conclusión realizaron un experimento consistente en formar gotas milimétricas de distintos líquidos, de radio  $R$ , y dejarlas caer sobre una placa de cristal. El comportamiento de las gotas tras el impacto se registraba mediante una cámara de alta velocidad. La velocidad de impacto  $V$  se modificaba mediante la variación de la distancia existente entre el extremo de la aguja inyectora y la placa. Este trabajo se basará en una serie de experimentos realizados con una metodología muy similar a la que fue usada en [2], lo que hace especialmente importante su mención. En nuestro diseño, sin embargo, se tendrán en cuenta las particularidades que conlleva el impacto sobre una superficie líquida.

En cuanto al estudio del impacto de gotas sobre capas de líquido de pequeño espesor, podemos distinguir entre aquellas investigaciones orientadas al impacto sobre capas finas y aquellas orientadas al impacto sobre capas muy finas.

En relación con el primer caso tenemos que destacar el trabajo realizado por Lagubeau *et al.* [3], enfocado al estudio de los patrones geométricos que surgían en el líquido ante el impacto de una gota, que según encontraron tenían forma de flor, con un cráter o depresión, en torno al cual surgía una corola.

En relación con el segundo caso son de gran interés los experimentos realizados por Wang y Chen [4] en el que, mediante un novedoso método llamado *curtain coating* se conseguían espesores extremadamente pequeños de líquido sobre placas, que se extendían de forma totalmente uniforme. Este experimento se usó para determinar que el número de Weber crítico para el que se producía el fenómeno de *splash* no dependía del cociente adimensional entre el espesor de la capa de líquido y el diámetro de la gota por debajo de un valor muy pequeño de dicho cociente.

Otro estudio de interés relacionado con nuestro trabajo, realizado por Bergmann *et al.* [5], se



centró en espesores de líquido mucho mayores: consistió en el impacto controlado de un disco sobre la superficie de un tanque de agua. Se analizó la forma de la cavidad transitoria que se generaba y se compararon imágenes tomadas en los experimentos con simulaciones numéricas. Se observó que el modelo numérico aproximaba con gran exactitud el comportamiento dinámico de la cavidad.



## 2 ANÁLISIS DEL PROBLEMA

---

En este capítulo se realizará un estudio físico de nuestro problema. Este estudio se hace imprescindible para una adecuada comprensión del mismo. Comenzaremos presentando el propio problema y los parámetros que en él intervienen. Posteriormente se realizará un análisis de distintas alternativas a la hora de realizar el montaje experimental en el que se justifique la elección final y se expliquen las razones por las que se descartan las demás opciones: el adecuado diseño y montaje del experimento es de una importancia vital en el desarrollo de este trabajo. Por último, se mostrarán los resultados de la optimización del diseño elegido, dotando a éste de unas dimensiones concretas.

### 2.1 Presentación del problema. Parámetros de interés

Los experimentos que se van a realizar en este trabajo van a consistir en hacer impactar una serie de gotas de agua, que serán generadas por una jeringa y cuyo diámetro resulta ser fijo como se comprobará posteriormente, contra una capa de agua de un cierto espesor  $H$ , que será variable. La otra variable de nuestro problema será el número de Weber, que mide la importancia relativa de las fuerzas de inercia y las de tensión superficial como un cociente entre las mismas:

$$We = \frac{\rho V^2 R}{\sigma} \quad (2.1)$$

Donde  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  es la densidad del agua,  $R$  es el radio de la gota,  $V$  es la velocidad de impacto de la gota sobre la superficie y  $\sigma = 70 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  es la tensión superficial que hemos considerado para el agua.

Nuestro objetivo con esta serie de experimentos es determinar el número de Weber crítico o de *splash*, así como las evoluciones con el propio número de Weber de una serie de parámetros, que se enumeran a continuación:

- Radio máximo alcanzado por la interfase tras el impacto.
- Altura máxima alcanzada por la interfase tras el impacto.
- Velocidad media alcanzada en dirección horizontal por la interfase.
- Velocidad media alcanzada en dirección vertical por la interfase.

La variación del número de Weber se conseguirá modificando la altura desde la cual la jeringa expulsa la gota, lo cual influirá en su velocidad de caída. La variación de la altura  $H$  será algo que requerirá una explicación más en detalle y que estará muy relacionado con la forma en la que llevaremos a cabo el experimento.

En la realización de los experimentos se usará siempre agua. Por otro lado, el diámetro de la gota que impacta se mantendrá también constante al utilizarse la misma aguja para realizar todos los experimentos. Se profundizará en este tema en un apartado posterior.

## 2.2 Diseño del procedimiento experimental

En esta sección se detallará el diseño del experimento en el que se basará nuestro estudio. La principal dificultad de este diseño radica en determinar la forma en la que se variará la altura  $H$  de agua sobre la superficie lisa. Se presentarán, a continuación, en primer lugar las alternativas descartadas, y después la solución elegida. Se justificarán en cada caso las decisiones adoptadas.

### 2.2.1 Opciones descartadas

En primer lugar hay que tener en cuenta que tanto los medios como el tiempo del que disponemos nos impiden realizar costosos montajes como el llevado a cabo en [4]. Por lo tanto, nuestra solución deberá ser simple pero a la vez adecuada, teniendo en cuenta las características físicas del problema que vamos a analizar.

La primera alternativa que se barajó consistía en una placa metálica cuadrada que tuviera unos bordes con una altura suficiente, y de la cual conociéramos el lado de la base  $L$ . Esto significa que para lograr la altura de líquido deseada  $H_d$  sólo tendríamos que inyectar mediante una jeringa el volumen de agua correspondiente, que sería:

$$V_d = H_d \cdot L^2 \quad (2.2)$$

Una vez finalizado el experimento se limpiaría la placa cuidadosamente para evitar que restos del líquido pudieran afectar a posteriores experimentos.

En la figura 2-1 se muestra un esquema del montaje, en el que se aprecian los grados de libertad que tendría el sistema, así como los componentes del mismo.

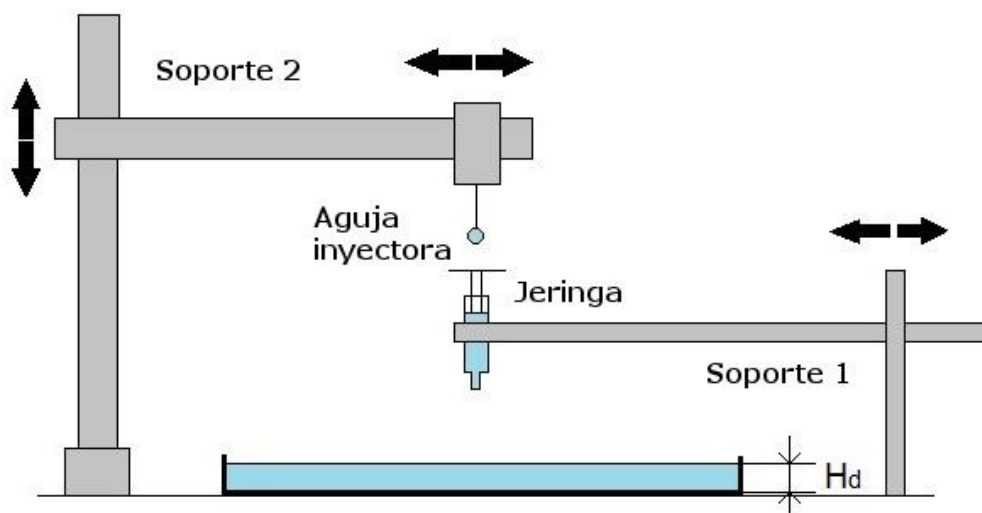


Figura 2-1. Esquema del montaje correspondiente a la principal solución descartada.

Al ser necesaria la introducción de una jeringa para la inyección de agua, tendríamos que disponer de un sistema que permitiera que tanto la aguja como esa jeringa fueran móviles en sentido horizontal, para poder coordinar adecuadamente la expulsión del líquido: en principio, para que el experimento fuera válido, la aguja y la jeringa deberían estar una encima de la otra. Una vez que hubiéramos expulsado el volumen de líquido correspondiente con la jeringa, que queda debajo, la desplazaríamos y dejaríamos caer las gotas mediante la segunda

aguja. Los dispositivos que mantienen a ambas en la posición adecuada son soportes que permiten una serie de desplazamientos.

La pequeña dificultad técnica comentada en el párrafo anterior no es el motivo por el que hemos descartado esta alternativa. Existe una limitación física que nos impide realizar el experimento de forma satisfactoria. La inyección de un volumen determinado de agua no nos garantiza que la altura alcanzada sea la deseada. Esto se debe a la tensión superficial del agua, que va a determinar la altura que alcanza el líquido sobre la superficie independientemente del volumen que hayamos vertido sobre la placa. Esta altura va a venir dada por el equilibrio entre las fuerzas de cohesión molecular del líquido, causantes de la tensión superficial y que dependen únicamente de la naturaleza de dicho líquido, y las fuerzas de adhesión entre el líquido y el sólido con el que está en contacto, que dependen de la naturaleza de ambos. La altura de líquido alcanzada puede ser estimada mediante su longitud capilar, que adopta la siguiente expresión:

$$l = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} \quad (2.3)$$

Donde  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  es la densidad del agua,  $l$  es la longitud capilar del fluido,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad y  $\sigma = 70 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  es la tensión superficial que hemos considerado para el agua a la temperatura de trabajo.

Para el agua en las condiciones en las que estamos trabajando obtenemos una longitud capilar de  $l = 2.67 \times 10^{-3} \text{ m} = 2.67 \text{ mm}$ .

De modo que por mucho que aumentemos el volumen de agua vertido sobre la placa, lo único que conseguiremos modificar es la superficie sobre la que se extiende este volumen, obteniendo siempre la misma altura de líquido. En todo caso, para cambiar esta altura sería necesario usar distintos tipos de líquido, quedando aun así condicionada por la tensión superficial de los mismos, sin que nosotros tengamos ningún control directo sobre el espesor. Incluso usando distintos líquidos, la repetibilidad y exactitud del experimento se verían comprometidas, y no sería posible usar la aproximación de capa líquida infinita debido a la pequeña extensión que se alcanzaría sobre nuestra placa.

Como posible solución a estos problemas se planteó la posibilidad de extender, mediante una cuchilla vertical que se regularía a la altura deseada, el fluido sobre la placa metálica. Por desgracia, aunque en primera instancia lográramos artificialmente extender el líquido de forma uniforme, se acabaría tendiendo hacia una situación de equilibrio en la que los efectos de tensión superficial terminarían por romper esta uniformidad, invalidando nuestros experimentos.

### 2.2.2 Solución adoptada

A continuación se detalla la solución elegida para realizar nuestro montaje. Se trata de un tanque de base cuadrada y con una altura suficiente, en cuyo interior hay una placa también cuadrada colocada de forma horizontal a una cierta altura. Entre las paredes laterales del tanque y los bordes de la placa cuadrada debe existir una cierta holgura, para evitar que nuestros experimentos se vean afectados por el contacto entre el líquido y la pared, que se producirá con un ángulo que vendrá determinado por la tensión superficial.

La forma de la superficie libre del líquido en las proximidades de una pared sólida viene

determinada por la relación entre las fuerzas de adhesión líquido-sólido y las fuerzas de cohesión entre las moléculas del líquido, ya comentada anteriormente. Hay casos en los que predominan las fuerzas adhesivas, como en el caso del contacto agua-vidrio, y otros en los que predominan las fuerzas cohesivas, como en el caso del contacto mercurio-vidrio. Esto se observa con claridad en la figura 2-2:

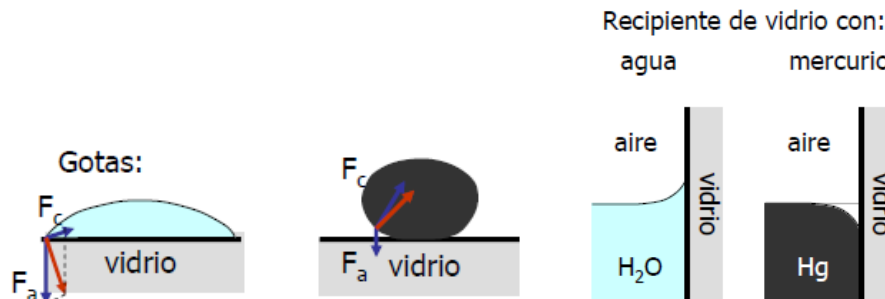


Figura 2-2. Contactos entre distintos líquidos y superficies (para gotas y recipientes).

Se denomina ángulo de contacto ( $\theta$ ) al ángulo que forma la superficie sólida con la tangente a la superficie líquida en el punto de contacto (pasando por el líquido). En la figura 2-3 se muestran las características del ángulo de contacto en función del predominio de las fuerzas de adhesión o cohesión.

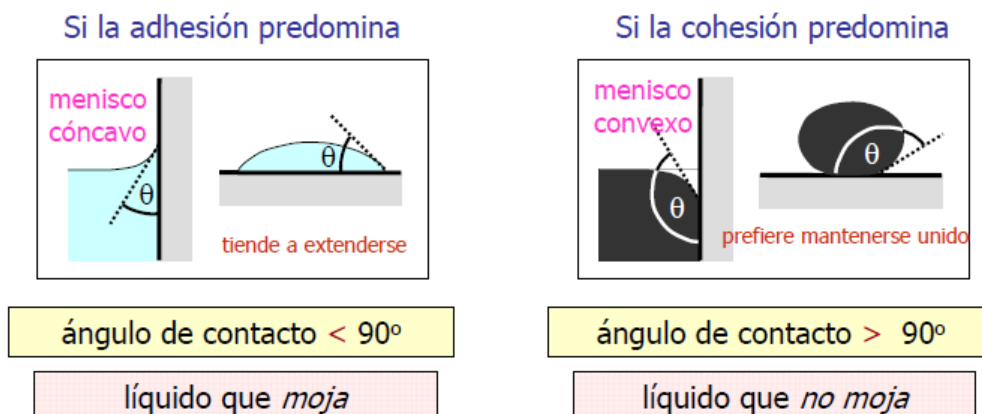


Figura 2-3. Ángulo de contacto en función del predominio de la adhesión o la cohesión.

En nuestro caso son las fuerzas adhesivas las que predominan, formándose un menisco cóncavo en la zona de contacto entre el agua y el vidrio o plexiglás (posteriormente se aclarará la elección de material).

Volviendo al diseño del tanque, para fijar la placa a la altura deseada se barajan distintas alternativas. La más evidente es colocar la placa sobre un soporte que a su vez se atornillaría a la base del tanque. Esto tiene el principal inconveniente de que si dicha base fuera de vidrio no sería posible realizar la operación de taladrado. Otra opción es suspender la placa de una serie de hilos que se colocarían en los vértices del cuadrado, y que se tensarían mediante una pesa que colgaría de la cara opuesta. Esta opción es de construcción más compleja, puesto que necesitaríamos otro dispositivo en altura que soportara los hilos de forma adecuada, y la pesa debe ser tal que garantice que estos hilos estén perfectamente tensos. Finalmente nos

decantamos, debido a la facilidad de montaje, por unir el soporte y la placa a una base cuadrada de plexiglás, que a su vez se unirá al fondo del tanque mediante un pegamento adecuado.

Conocidos el lado de la base y la altura a la que está fija la placa, y teniendo en cuenta el volumen ocupado por el soporte, conocemos el volumen de agua que hay que añadir para tener una altura  $H = x \text{ mm}$  sobre la placa. Para obtener la altura deseada  $H_d$ , teóricamente sólo habría que añadir el volumen que resulta de multiplicar dicha altura por el cuadrado del lado de la base. Aun así, en la práctica, la determinación de la altura de agua no se realizará de esta forma, como se verá en posteriores apartados.

Nuestra solución elimina los problemas que presentaban las alternativas descartadas: en primer lugar, la interfase aire-agua será recta. Además, al estar toda la superficie de la placa cubierta de líquido, evitaremos los problemas de tensión superficial anteriormente comentados y seremos capaces de fijar la altura. Por otro lado conseguimos el efecto de capa líquida infinita al cubrirse por completo la placa. Otra ventaja es que si no conseguimos colocar la placa de forma perfectamente horizontal, basta con inclinar ligeramente el tanque para lograr nuestro objetivo de enrasar la superficie del agua con la superficie de la placa. El único inconveniente que presenta es que no podremos obtener capas de líquido tan finas como las que se consiguen, por ejemplo, en [4]: el mínimo espesor que vamos a poder conseguir será del orden de la longitud capilar del líquido, que ya se determinó anteriormente. Es decir, será del orden de milímetros. Esta limitación viene impuesta nuevamente por los efectos de la tensión superficial. Aun así, esto no supone un gran problema ya que la obtención de capas de líquido más finas requeriría unos medios muy complejos que no estarían justificados en el contexto de este trabajo.

### 2.2.3 Influencia de las dimensiones del tanque en los experimentos

A la hora de elegir las dimensiones de nuestro depósito, es necesario tener en cuenta el aumento que se va a producir en el volumen y en la altura del agua sobre la placa con cada gota que impacte sobre el líquido. El volumen del depósito debe ser lo suficientemente grande como para que incluso la adición de un número considerable de gotas de agua no tenga un efecto apreciable en la corrección y exactitud de los experimentos.

Por lo tanto, se procede a la realización en Matlab de un programa que nos permita conocer la influencia que tiene la elección de la altura  $H_p$  de la placa sobre la base y el lado  $L$  de dicha base en la variación del volumen y la altura sobre la superficie tras el impacto de un número considerable de gotas. En nuestro caso, hemos tomado  $N = 100$ . Nuestro programa nos proporciona una serie de resultados que mostraremos de forma gráfica.

En primer lugar, vamos a estudiar la influencia que tiene el lado de la base del depósito en el incremento de la altura del agua tras la caída de 100 gotas. Para ello representamos dicha variación de altura adimensionalizada con el diámetro  $d$  de nuestras gotas frente a la mitad del lado de la base adimensionalizado con el mismo diámetro. Se elige la mitad del lado de la base porque lo que realmente nos interesa es la distancia que existe desde el punto en el que cae la gota hasta las paredes del depósito.

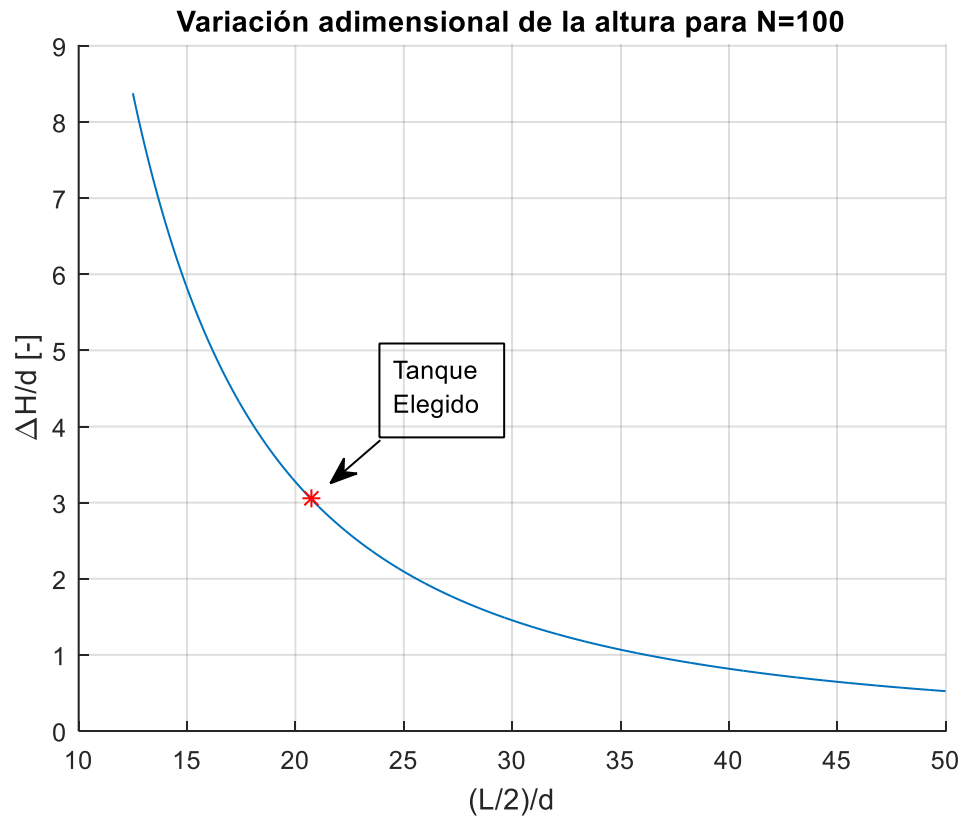


Figura 2-4. Variación adimensional de la altura en función del lado del depósito.

En la figura anterior se puede observar que la disminución del incremento adimensional de altura se va haciendo menos acusada conforme aumentamos el lado de la base  $L$ , por lo que no conviene usar valores muy grandes de la misma. Tampoco conviene usar valores demasiado pequeños porque con un ligero aumento podríamos reducir mucho la variación de altura ante la caída de las gotas que hemos considerado. En cualquier caso, dicha variación va a ser del orden de la centésima parte del diámetro de la gota.

A continuación se va a estudiar la influencia que tiene la altura a la que está situada la placa sobre la base del depósito en el incremento relativo de la propia altura. En este caso representamos la variación relativa de la altura tras la caída de cien gotas frente a dicha altura. No se adimensionaliza con  $d$  porque en este caso no tiene interés conocer la proporción entre las alturas y el diámetro de la gota, algo que sí ocurría con  $L$  por la posible aparición de efectos de tensión superficial en las paredes del depósito.



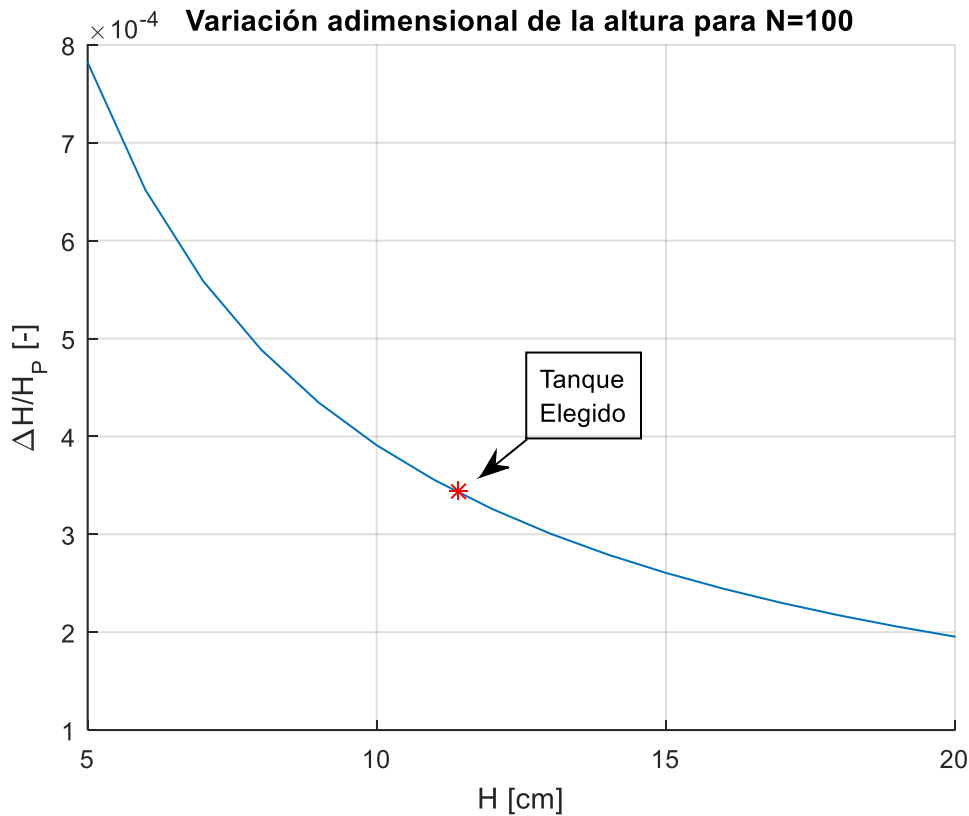


Figura 2-5. Incremento relativo de la altura de agua en función de la altura de la placa.

Observamos una variación similar a la que se da con la longitud, en la que la disminución del incremento relativo de altura se hace menor conforme aumentamos  $H_p$ . De modo que, nuevamente, no se deben coger valores demasiado grandes o demasiado pequeños de dicha altura. En cualquier caso estas variaciones son extremadamente pequeñas, del orden de  $10^{-4}$ .

#### 2.2.4 Dimensiones elegidas para el tanque

Finalmente, por cuestiones de facilidad de montaje y disponibilidad de materiales, se elige un tanque en el que las dos paredes laterales, la pared posterior, la base y placa (con su soporte y su propia base) son de plexiglás, mientras que la pared delantera o frontal es de vidrio, como se aprecia en la figura 2-6. Nótese la presencia de la base de plexiglás que tiene el propio soporte, y que se ha empleado para fijarlo, junto a la placa, con firmeza a la base del tanque.

Las dimensiones escogidas para el tanque son las siguientes:

- $L = 10.35 \text{ cm}$
- $H_p = 11.4 \text{ cm}$
- Lado de la placa:  $L_p = 8.75 \text{ cm}$

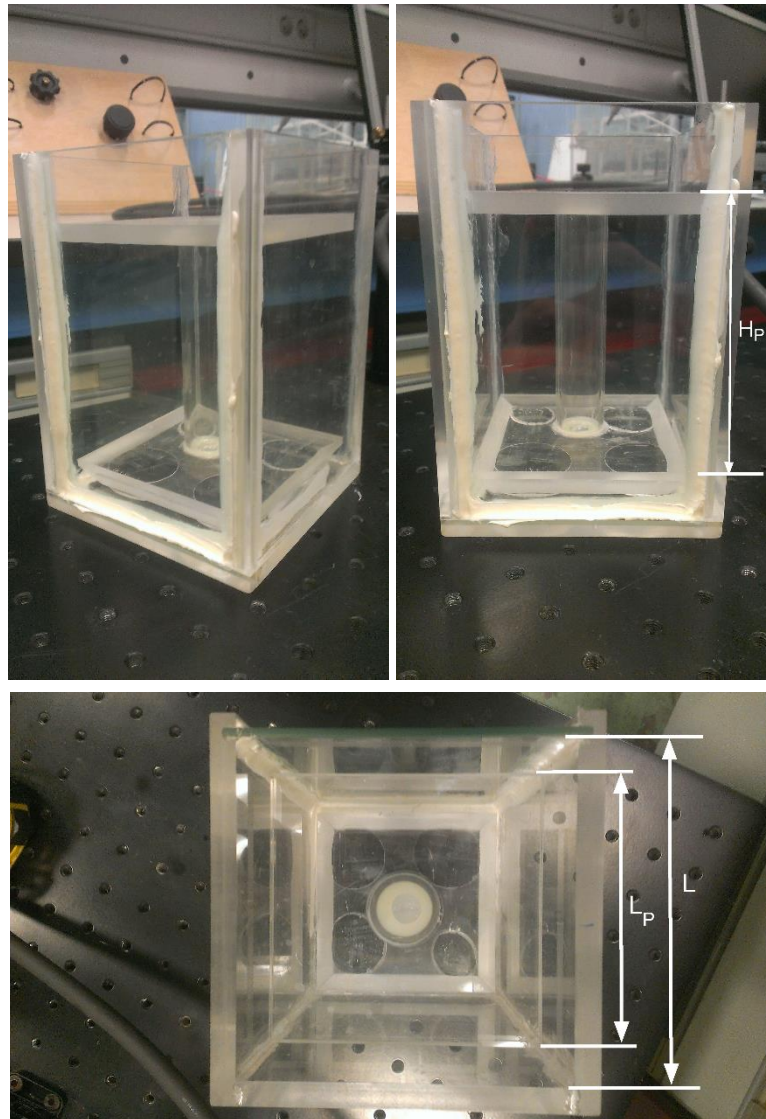


Figura 2-6. Tanque en perspectiva, visto de frente y en planta.

## 3 REALIZACIÓN DEL MONTAJE

---

El objetivo de este capítulo es proporcionar una descripción del montaje que hemos utilizado para realizar los experimentos, indicando los componentes del mismo y las razones de su utilización. Se detallarán asimismo las conexiones entre los distintos componentes del montaje, además del software empleado.

### 3.1 Descripción del montaje

#### 3.1.1 Mesa de trabajo

La base de nuestro montaje es una mesa de trabajo del fabricante ThorLabs, que consiste en una superficie sobre la cual se reparten de forma uniforme una serie de taladros, de modo que mediante tuercas podemos fijar los elementos necesarios en la posición deseada. Este tablero, similar al de la figura 3-1, está fabricado en aluminio y es capaz de resistir pesadas cargas.

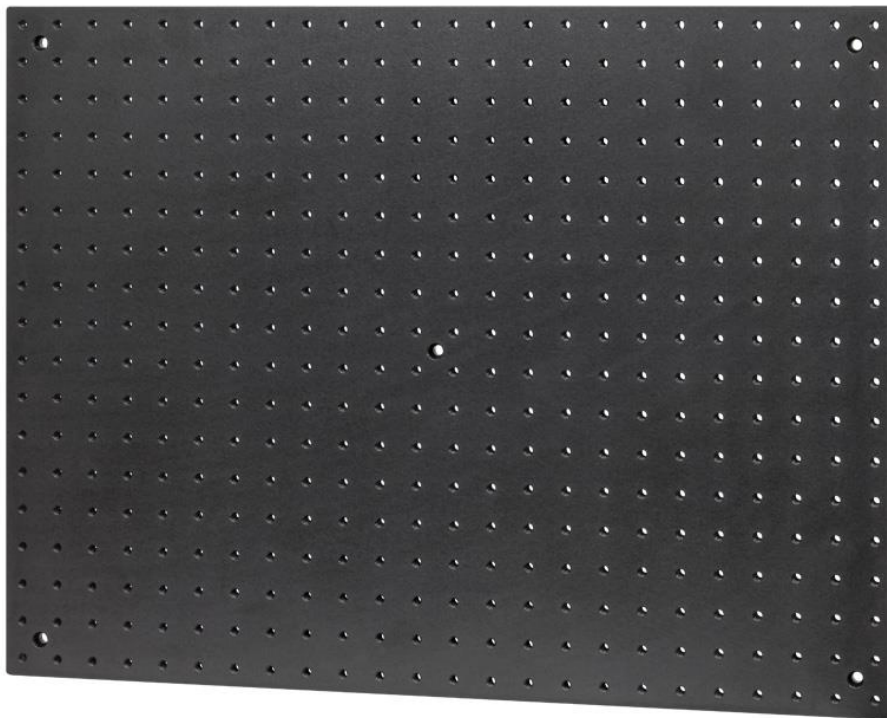


Figura 3-1. Tablero de trabajo ThorLabs.

#### 3.1.2 Tanque o depósito

Como ya se comentó con anterioridad, el tanque es la pieza central de nuestro experimento y

está diseñado específicamente para el mismo. Su función es proporcionar un medio en el que se den las condiciones necesarias para estudiar el impacto de gotas sobre una fina capa líquida: que ésta sea uniforme y que su extensión sea infinita.

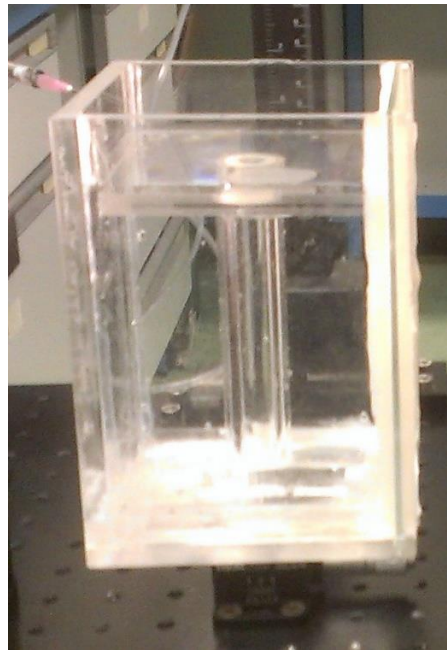


Figura 3-2. Posición del tanque en el montaje.

Para reducir al mínimo los efectos de capilaridad y poder alinear de forma adecuada la interfase agua-aire, se coloca el tanque sobre un **goniómetro** (véase la figura 3-3) que permite dos grados de libertad de giro para inclinar el plano de la base. El ajuste del goniómetro se realizará colocando un nivel sobre la placa, de forma que sepamos si la superficie está perfectamente horizontal o no.



Figura 3-3. Goniómetro.

### 3.1.3 Escala vertical

En nuestro experimento, la velocidad de impacto, y por consiguiente el número de Weber, se modifican variando la altura desde la que caen las gotas de líquido. De modo que es necesaria la presencia de un mecanismo que nos permita desplazamientos verticales de la aguja inyectora. Este mecanismo consiste en un carrito al que se acopla nuestra aguja mediante una serie de adaptadores y que sube o baja mediante una manivela, algo que se aprecia en la figura 3-4. El mecanismo nos permite también ajustar, mediante la rueda que queda en el lado derecho, la posición de la aguja en caso de que la caída de las gotas no se produzca en el centro de la imagen. Se recurrirá frecuentemente a este ajuste, dejando el desplazamiento de la cámara como un último recurso.



Figura 3-4. Escala vertical y aguja en primer plano.

### 3.1.4 Sistema de inyección de gotas

Para la inyección de gotas vamos a recurrir a una aguja de diámetro milimétrico, que irá conectada mediante un tubo a una jeringa de alta precisión situada sobre un soporte.





Figura 3-5. Detalle del carro, aguja y sistema de inyección.

La jeringa y el soporte sobre el que está situada se aprecian con claridad en el lado derecho de la imagen, en la figura 3-6. La inyección de agua se realiza empleando la rosca de la que consta la jeringa.

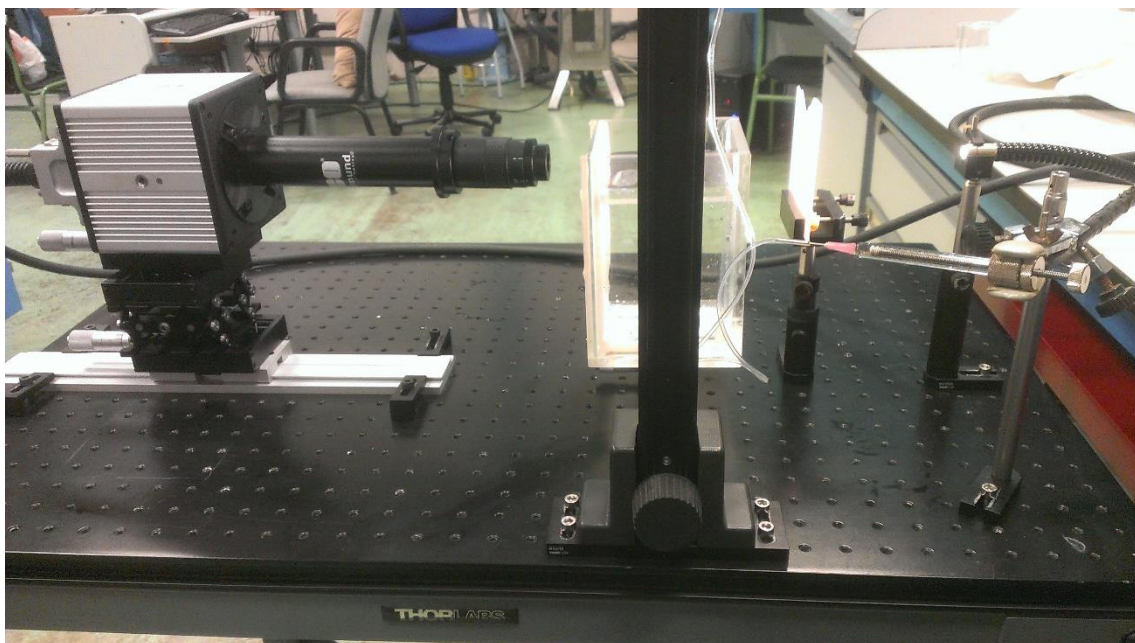


Figura 3-6. Vista lateral del montaje en la que se aprecian la jeringa y el soporte.

### 3.1.5 Cámara de alta velocidad

El impacto de gotas de pequeño diámetro sobre una superficie es un fenómeno que no puede estudiarse en tiempo real, siendo necesaria la presencia en nuestro montaje de una cámara de

alta velocidad que registre una gran tasa de imágenes por segundo. En nuestro caso elegimos una cámara Photron FASTCAM 1024-PCI a la que se acopla un objetivo adecuado para el aumento de imagen que queremos conseguir.



Figura 3-7. Cámara de alta velocidad.

En la figura 3-8 se presentan las especificaciones técnicas de la cámara de alta velocidad empleada. Debemos prestar especial atención al número de imágenes por segundo que es capaz de captar la cámara para una resolución determinada. Para las resoluciones más bajas esta cámara es capaz de captar la increíble cifra de 109.500 imágenes por segundo. Nosotros trabajaremos con resoluciones de 1024 x 512 píxeles y de 512 x 512 píxeles, fijando el frame rate en un valor compatible como son las 2000 imágenes por segundo.

## FASTCAM 1024PCI

Specifications

FRAME RATE (fps)	MAX RESOLUTION		RECORD TIME (sec)				RECORD TIME (frames)			
	Horizontal	Vertical	2GB	4GB	8GB	12GB	2GB	4GB	8GB	12GB
1,000	1,024	1,024	1.54	3.2	6.4	9.6	1,536	3,200	6,400	9,600
2,000	1,024	512	1.6	3.2	6.4	9.6	3,200	6,400	12,800	19,200
3,000	512	512	2.13	4.35	8.7	13.06	6,400	13,056	26,112	39,168
6,000	512	256	2.13	4.35	8.7	13.06	12,800	26,112	52,224	78,336
10,000	256	256	2.61	5.22	10.44	15.67	26,112	52,224	104,448	156,672
18,000	256	128	2.9	5.8	11.61	17.41	52,224	104,448	208,896	313,344
27,000	128	128	3.87	7.74	15.47	23.21	104,448	208,896	417,792	626,688
45,000	128	64	4.64	9.28	18.57	27.85	208,896	417,792	835,584	1,253,376
73,000	128	32	5.72	11.45	22.89	34.34	417,792	835,584	1,671,168	2,506,752
109,500	128	16	7.63	15.26	30.52	45.79	835,584	1,671,168	3,342,336	5,013,504

Figura 3-8. Especificaciones de la cámara de alta velocidad.

Es imprescindible que el plano de caída de nuestras gotas coincida con el plano de enfoque del objetivo. Por plano de enfoque se entiende aquel plano, normalmente perpendicular al eje óptico, en el que la lente forma una imagen nítida. La calibración y el ajuste de nuestra cámara adquieren una gran importancia para la correcta realización de los experimentos. De modo que es necesaria la inclusión de un soporte que permita tres grados de libertad:

- El desplazamiento horizontal nos ayudará a corregir los desplazamientos del punto de impacto de la gota al aumentar la altura desde la que ésta cae. Dichos desplazamientos se deben al hecho de que la escala o soporte sobre la que vamos subiendo el carro en el que va montada nuestra aguja no es perfectamente vertical.
- El desplazamiento hacia delante o hacia atrás nos permitirá hacer coincidir el plano de enfoque del objetivo con el plano de caída de las gotas, como se comentó anteriormente.
- El desplazamiento en altura nos permitirá colocar la lente a la altura deseada, es decir, aquella en la que se captan la superficie del agua y la caída de la gota hasta su impacto.

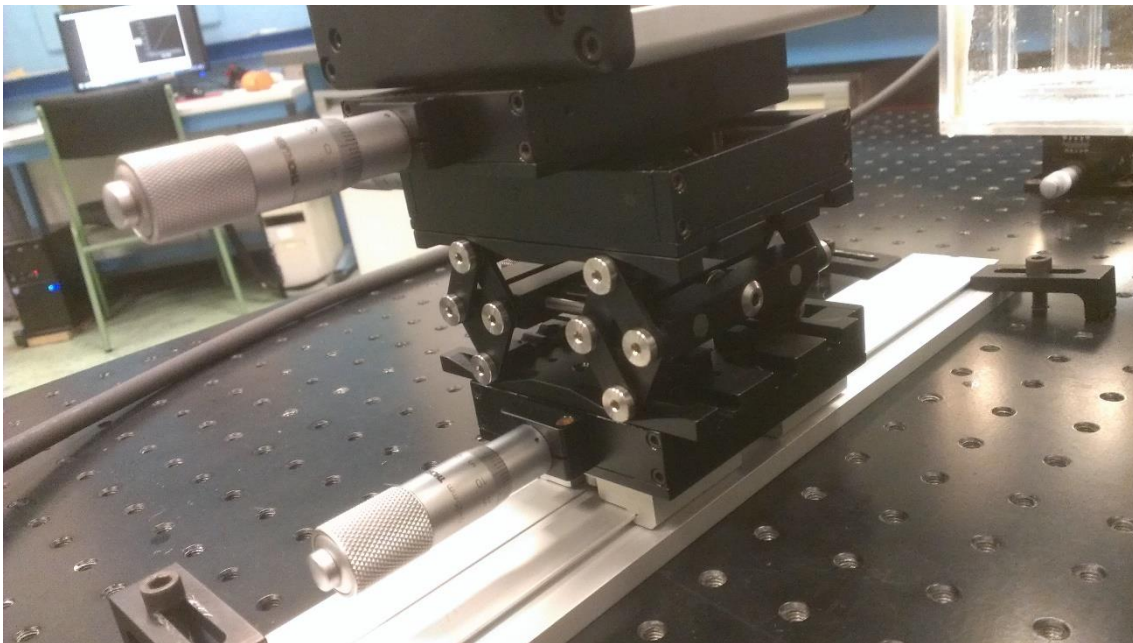


Figura 3-9. Detalle del soporte de la cámara.

### 3.1.6 Iluminación

Para captar adecuadamente el impacto de las gotas es necesario que el fondo de la imagen sea uniforme y que en el plano de enfoque haya una correcta iluminación. Lo primero se consigue mediante la colocación de un cristal translúcido ligeramente por detrás del tanque, elevado hasta la altura adecuada por un soporte.



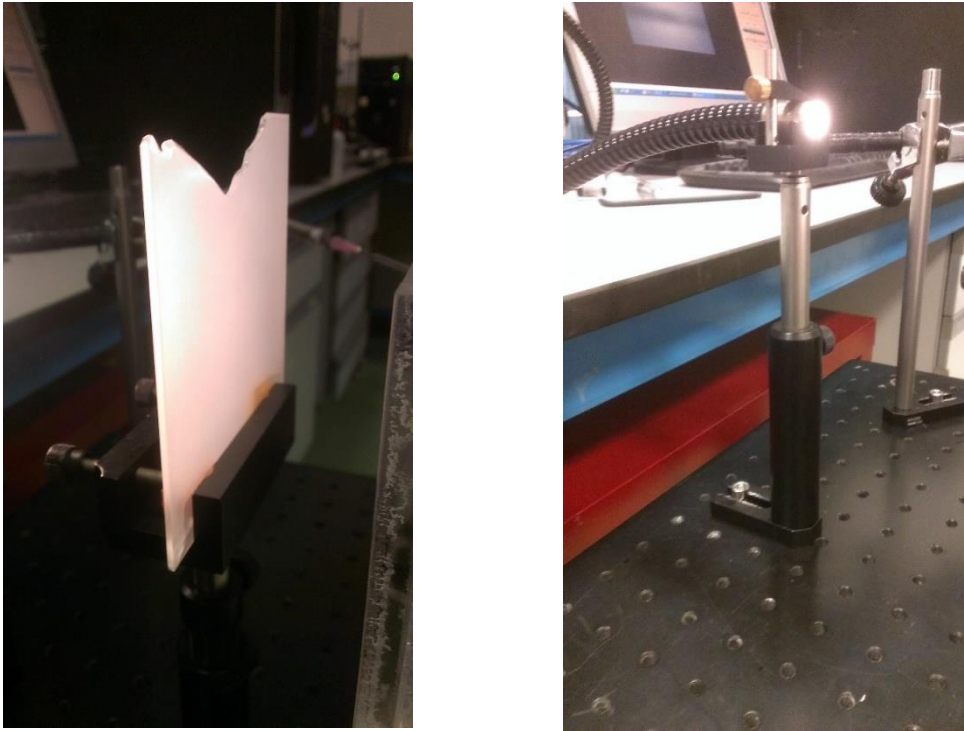


Figura 3-10. Detalle de la placa translúcida y la fuente de luz halógena.

Este cristal cumple también la función de homogeneizar la luz que proviene de una fuente de luz halógena SCHOTT KL 2500 LCD, cuya intensidad se puede regular y que se coloca también en altura mediante otro soporte, como se aprecia en la imagen de la derecha de la figura 3-10.



Figura 3-11. Fuente de luz halógena.

### 3.2 Layout general y conexiones entre componentes

En la figura 3-12 se muestra una vista general de nuestro experimento en la que puede apreciarse la distribución de cada uno de los componentes:



Figura 3-12. Vista global del montaje.

Es necesario destacar que la cámara debe ir conectada a un ordenador equipado con un software adecuado. La fuente de luz, por su parte, debe ir conectada a una toma de corriente.

### 3.3 Software empleado

Como ya se mencionó anteriormente, para registrar correctamente los experimentos y poder interpretar los resultados es necesario conectar nuestra cámara de alta velocidad a un ordenador equipado con el software específico de la cámara. El software *Photron FASTCAM Viewer* constituye una herramienta muy potente de edición de vídeo. En la figura 3-13 se muestra una captura de la pantalla principal del programa. A la derecha de la imagen se aprecian tres pestañas (*Camera*, *Data Save* y *File Viewer*). La función de cada una de estas pestañas es la siguiente:

- *Camera*: desde esta pestaña controlamos las características de la grabación de vídeo, como la resolución o el *frame rate*. Podemos elegir entre visualizar o bien la imagen en tiempo real o bien la última de las grabaciones que hayamos realizado.
- *Data Save*: nos permite gestionar el guardado de los vídeos (formato de guardado, nombre y carpeta de destino...) Además nos permite recortar y editar las grabaciones para quedarnos con las partes de interés.
- *File Viewer*: usaremos esta pestaña para visualizar vídeos que ya hayamos guardado con anterioridad.

En la figura 3-13 se puede observar también la imagen que visualiza la cámara en cada instante, que queda en el centro de la pantalla.

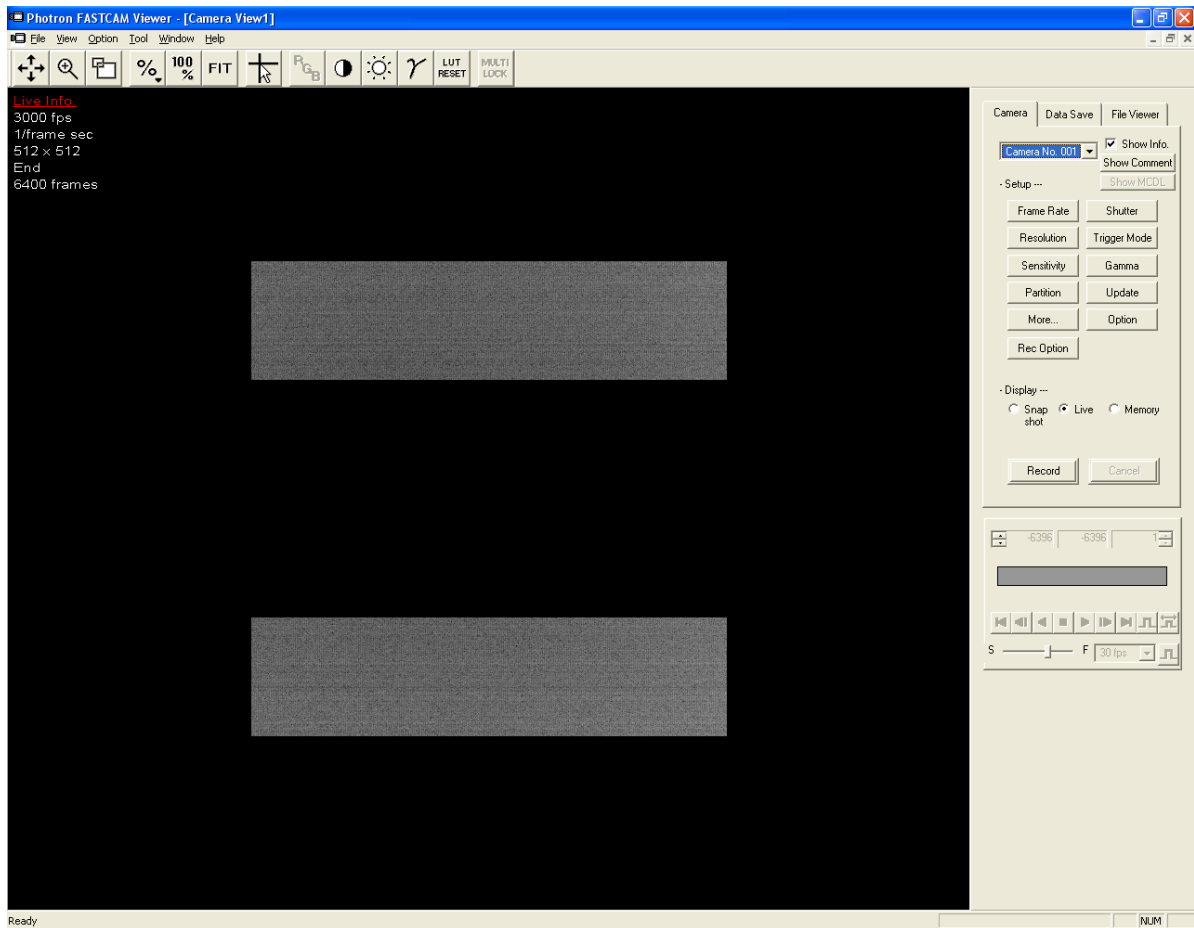


Figura 3-13. Pantalla principal del software *Photron FASTCAM Viewer*.



# 4 REALIZACIÓN DE LOS EXPERIMENTOS

---

A continuación se va a describir el procedimiento sistemático que empleamos para tomar las medidas experimentales. Hablaremos en primer lugar de la preparación previa y después de la toma de medidas propiamente dicha. Concluiremos mostrando las acciones posteriores a realizar tras la ejecución de los experimentos.

## 4.1 Preparación previa

En primer lugar se realiza una limpieza con etanol de los conductos que forman el sistema de inyección, para evitar que cualquier impureza pudiera alterar nuestros resultados. Después se efectúa un primer llenado con agua de los mismos mediante una jeringa que se deja conectada y que nos servirá para evitar el escape del líquido mientras preparamos la que realmente vamos a utilizar. Es necesario asegurarnos de que no quedan burbujas de aire, pues podrían alterar el diámetro de las gotas a la salida de la aguja, que queremos que se mantenga constante. Una vez comprobado esto se desconecta la jeringa auxiliar y se conecta la de precisión, teniendo cuidado de mantener siempre el extremo que queda libre por encima del nivel de la aguja para evitar el vaciado por gravedad del tubo. Acto seguido colocamos la jeringa sobre el soporte.

Llenamos el tanque hasta la altura deseada, ayudándonos de otra jeringa para añadir líquido o quitar el que sobra cuando sea necesario, y comprobamos que no existen efectos de capilaridad sobre la superficie y que la interfase está alineada con la superficie de la placa.

A continuación será necesario asegurarnos de que la cámara se encuentra correctamente enfocada y la imagen correctamente encuadrada. Esto lo haremos bajando la aguja hasta una altura en la que sea visible por la cámara e intentando que quede lo más cerca posible del centro de la imagen y que se vea con la mayor nitidez posible.

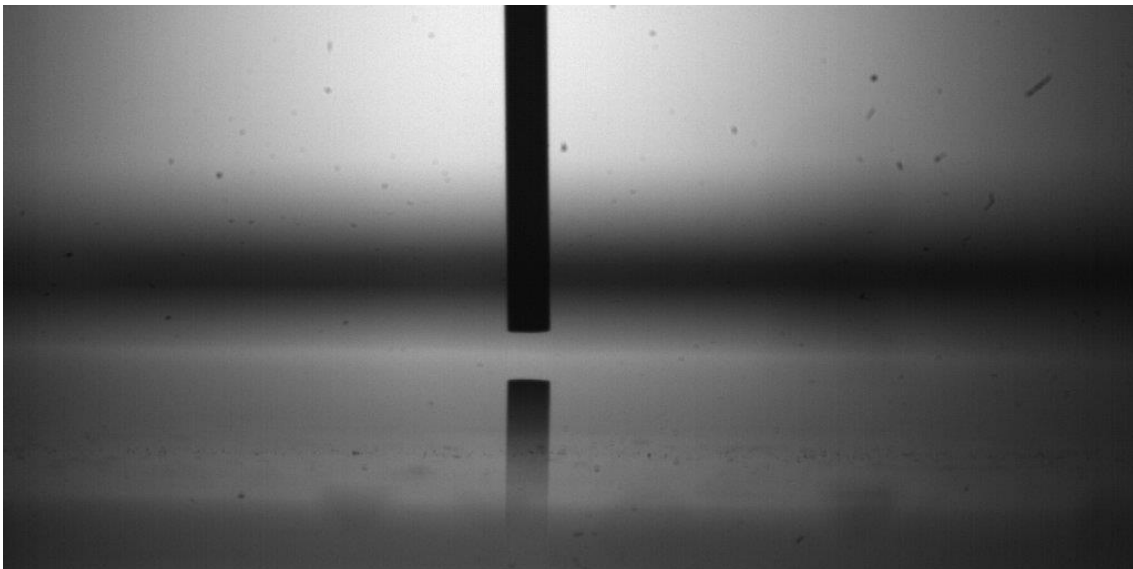


Figura 4-1. Correcto enfoque de la lente y encuadre de la aguja.

El resultado debe ser como el de la figura 4-1, en la que se aprecia con nitidez la aguja e incluso las irregularidades de la placa translúcida de cristal, que se filtrarán posteriormente mediante el procesamiento de imagen en Matlab.

Llegados a este punto nos encontramos ante una de las fases más importantes del proceso experimental, que es la medición de la altura de la capa de líquido sobre la placa. Sabemos que el diámetro de la aguja de inyección es de 0.71 mm. Como se explicará con más detalle posteriormente, mediante un código Matlab detectamos el número de píxeles que constituyen el ancho de esta aguja, obteniendo así un factor de conversión que nos permitirá convertir los píxeles, con los que trabajan las funciones de procesamiento de imágenes de Matlab, en milímetros, con los que trabajaremos nosotros. Lo siguiente que haremos será colocar la aguja justo sobre el fondo pero sin llegar a tocarlo para no dañarla, como se muestra en la figura 4-2., ya que se trata de un instrumento muy delicado. Hacemos esto con objeto de delimitar claramente la altura de la capa líquida. Una vez obtenido el número de píxeles que constituyen dicha altura, mediante el factor de conversión podremos determinar con precisión su valor en mm.

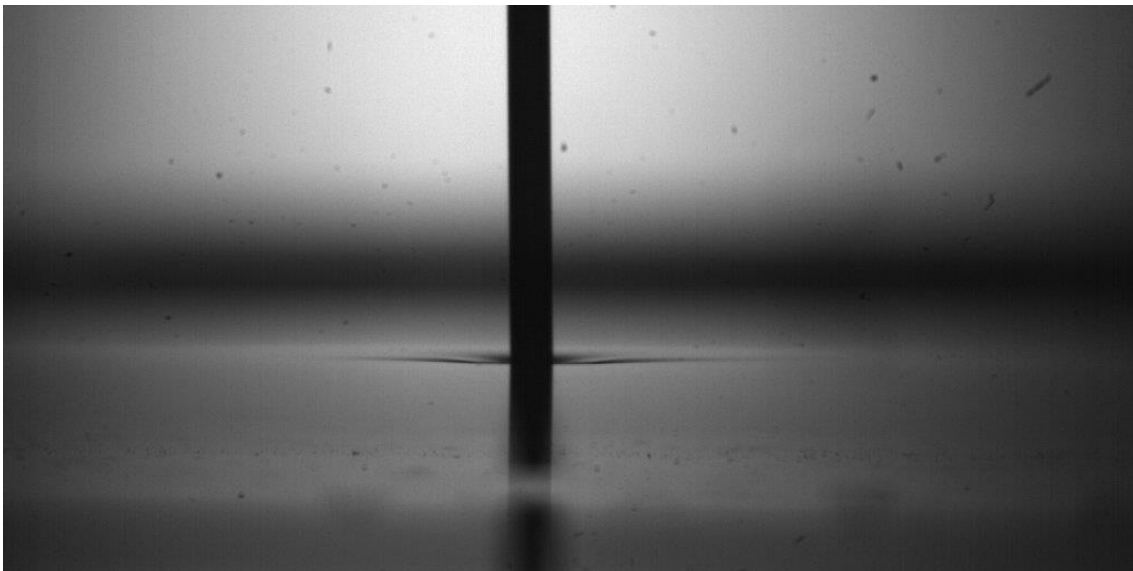


Figura 4-2. Determinación de la altura de la capa de agua.

Tras la realización de todo lo anterior estamos en condiciones de comenzar nuestras mediciones para una determinada altura de líquido.

## 4.2 Toma de medidas

Para cada altura, comenzaremos colocando la aguja en una posición tal que su extremo sea visible en la parte superior de la imagen, tal y como se observa en la figura 4-3.

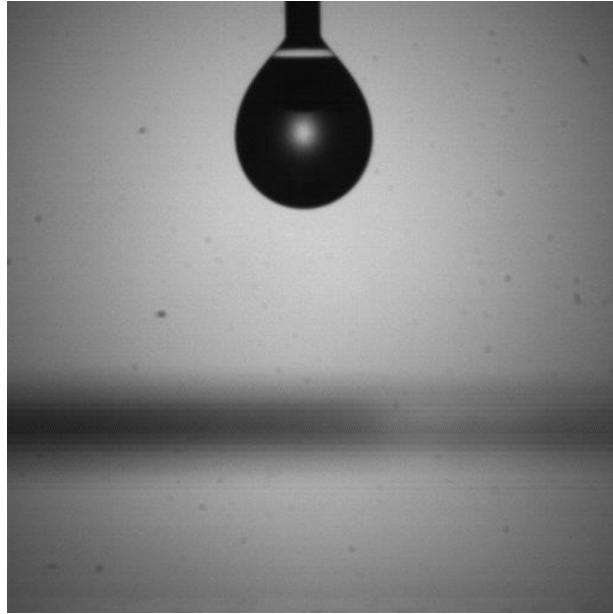


Figura 4-3. Posición de la aguja para la realización del primer experimento.

En el software *Photron FASTCAM viewer* seleccionamos la opción *Camera -> Display -> Live* con el objetivo de pasar a la vista en tiempo real de la cámara. Una vez hecho esto comenzamos la grabación mediante *Camera -> Record*. Para que se produzca la caída de la gota, roscamos poco a poco la jeringa de precisión, de forma que inyectamos agua en el tubo. Debemos estar muy pendientes del extremo de la aguja, ya que en el momento que se forme la gota y observemos que comienza a caer deberemos seleccionar *Camera -> Endless Record* para detener la grabación en un punto que nos permita captar los *frames* que nos interesan, es decir, aquellos que corresponden a la caída de la gota y la evolución de la superficie el agua tras el impacto de la misma. Véase la imagen izquierda de la figura 4-4.

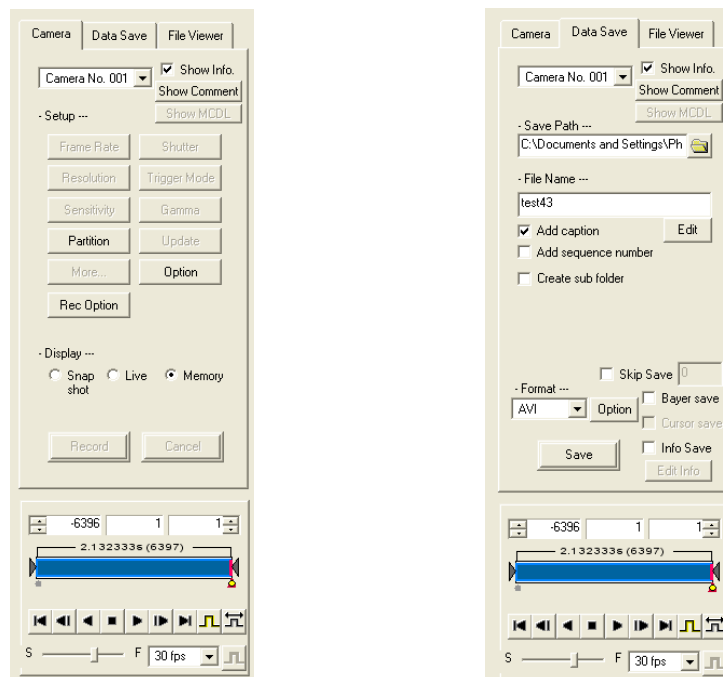


Figura 4-4. Pestañas *Camera* y *Data Save*.

El siguiente paso es recortar el vídeo para eliminar todos aquellos *frames* que no son de utilidad. Para ello nos vamos a *Data Save -> Memory* (véase la imagen de la derecha en la figura 4-4) y observamos nuestra grabación. Tras identificar los *frames* en los que queremos que comience y termine nuestro vídeo final, los escribimos en el recuadro correspondiente y pulsamos la tecla *Enter* para recortar el vídeo. Finalmente, en *Save* lo guardamos con el nombre y formato deseados.

Ahora tendremos que modificar la altura desde la que cae la gota. Para ello giramos la manivela que hace que el carrito con la aguja ascienda por el soporte vertical de forma que quede en las posiciones 12:00 – 3:00 – 6:00 – 9:00, es decir, la giramos 90° para cada nueva altura, y repetimos los pasos explicados en los párrafos anteriores. Por cada vuelta completa de la manivela se registrarán, por lo tanto, cuatro alturas distintas de caída de la gota.

### 4.3 Acciones posteriores

Una vez realizados todos los experimentos para una altura determinada de agua, procederemos a limpiar nuevamente todas las jeringas, la aguja y los conductos con agua y posteriormente metanol. Acto seguido desmontamos los instrumentos de precisión como la jeringa y la aguja y los colocamos en sus correspondientes cajas.



# 5 ESTUDIO DE LA CAÍDA DE LA GOTA

---

Dedicamos los dos capítulos siguientes de nuestro trabajo al análisis e interpretación de los resultados de los experimentos descritos en el capítulo anterior. Como ya se ha comentado anteriormente, estos dos capítulos constituyen la pieza central de nuestro trabajo. La interpretación de resultados se va a llevar a cabo mediante el software matemático Matlab, que constituye también una potente herramienta de procesamiento de imágenes como se comprobará a continuación. Dividiremos las grabaciones obtenidas de la realización de los experimentos en dos partes que se estudiarán por separado: en primer lugar la caída de la gota, que se analizará en este capítulo y en segundo lugar el impacto de la gota y el comportamiento de la interfase, que serán analizados en el Capítulo 6.

Los experimentos se han realizado para dos alturas distintas de líquido. La primera tanda de experimentos corresponde a una altura de líquido  $H_1 = 3.5 \text{ mm}$ , mientras que la segunda corresponde a una altura de agua  $H_2 = 2.3 \text{ mm}$ .

## 5.1 Punto de partida

Es necesario destacar que, para la elaboración de todos los programas que hemos utilizado para estudiar las dos partes en las que dividimos el experimento, se ha partido de un programa realizado en Matlab por el profesor Guillaume Riboux en el año 2010, titulado *Detection of the Jet Radius*. La principal función de este programa es la de detectar la gota en su caída, y la forma de la interfase una vez que ésta impacta sobre la superficie. Aquí aclaramos que por detección se entiende el reconocimiento de la gota y la interfase variable que se genera posteriormente frente al fondo uniforme (he aquí uno de los motivos por los que es necesaria la presencia del cristal translúcido al fondo de la imagen). El programa también guarda un vídeo en el que se superpone la detección a la imagen real. Posteriormente se ahondará en este aspecto, puesto que el funcionamiento de la detección va a suponer uno de los principales escollos a los que nos vamos a enfrentar a lo largo del trabajo. El programa también guarda un vídeo en el que se superpone la detección a la imagen real.

### 5.1.1 Funcionamiento del programa

Comenzaremos mostrando a grandes rasgos cómo es capaz el programa de realizar la detección de la gota y la interfase. Para ello es necesario entender en primer lugar que los vídeos que hemos obtenido mediante el uso de la cámara de alta velocidad, y recortado mediante el uso de su software específico, están formados por una secuencia de *frames* o imágenes que se toman a una frecuencia de 2000 Hz. Esto quiere decir que en un segundo nuestra cámara es capaz de registrar 2000 imágenes.

Para cada uno de los experimentos realizados para cada altura, el programa calcula el número de imágenes del que consta el vídeo. A continuación se realiza la diferencia entre cada una de esas imágenes y la primera imagen de la grabación, en la que no hay gota ni perturbación alguna y sólo se observan el fondo y la superficie líquida en reposo. La diferencia entre dichas imágenes será obviamente la gota o la perturbación de la interfase, dependiendo de si la gota ha impactado o no contra la capa líquida. De modo que ya hemos realizado el primer paso en

nuestra detección. Posteriormente se convierte la imagen en binaria y se calcula la frontera de los elementos detectados. Una vez que hemos obtenido la frontera podemos calcular las propiedades geométricas de la región que engloba. En nuestro caso calcularemos las coordenadas del centro de gravedad de la gota y su diámetro equivalente.

Obviamente estas propiedades sólo son de interés durante las imágenes comprendidas entre aquella en la que la gota al completo entra en pantalla y aquella en la que se produce el contacto de la gota con la superficie. En el caso de las imágenes anteriores, sólo parte de la gota habrá entrado en pantalla, por lo que sus propiedades geométricas se verán alteradas. Lo mismo ocurrirá una vez se haya producido el impacto contra la superficie, pues la detección pasará de considerar la gota a considerar la interfase, careciendo de sentido el cálculo del centro de gravedad y el diámetro equivalente.

Aprovechamos aquí para profundizar en la obtención de los factores de conversión de píxeles a milímetros, pues están muy relacionados con la función de Matlab *regionprops*, que es la que nos permite calcular las características de la región detectada. Además del diámetro y el centro de gravedad, esta función nos permite calcular los ejes mayor y menor de elipses. En nuestro caso, si modificamos el programa que realiza la detección para que detecte la parte de la aguja que queda dentro de la imagen en la figura 4-1, tendremos un rectángulo en lugar de una elipse, por lo que en la función *regionprops* el semieje menor será equivalente al ancho de este rectángulo. Así obtenemos el número de píxeles que son equivalentes a los 0.71 mm que tiene de ancho la aguja.

Es necesario también conocer cómo somos capaces en nuestro programa de distinguir los *frames* correspondientes a la caída de la gota de aquellos que suceden al impacto. Las imágenes grabadas en los experimentos realizados para ambas alturas de líquido tienen una resolución vertical de 512 píxeles. Evidentemente, parte de esos píxeles corresponderán al espacio que recorre la gota en su caída, mientras que la otra parte corresponderá a la capa de agua y la interfase. En Matlab, los píxeles en el eje *y* se cuentan desde arriba, mientras que en el eje *x* se cuentan hacia la derecha. Esto se observa con más claridad en la figura 5-1.

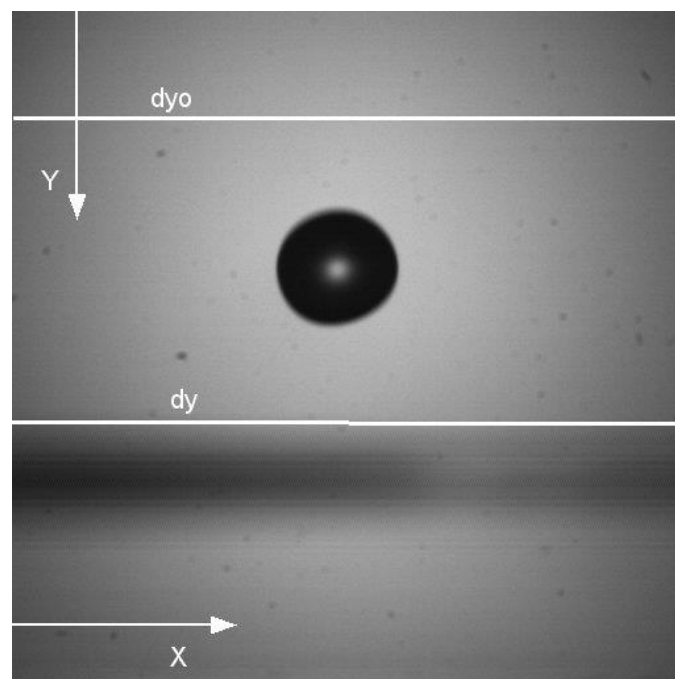


Figura 5-1. Situación de los ejes en Matlab y límites incluidos en el programa

En la figura 5-1 se aprecia también la existencia de dos líneas horizontales,  $y_0$  y  $y_1$ . El programa acepta como parámetros los valores en píxeles de estas variables, y sólo considerará en sus cálculos de propiedades geométricas de la gota mediante *regionprops* aquellas imágenes en las que dicha gota se encuentre entre estos valores de  $y$ . Asimismo, el programa acepta como parámetros los valores de dos tolerancias llamadas *seuil* y *dmin*. La primera de ellas descarta aquellas imágenes en las que el valor de un cierto parámetro que se mostrará posteriormente queda por encima de la propia tolerancia. La segunda de ellas es el valor mínimo que puede tener el diámetro de un objeto para que se considere en la detección, y nos servirá para filtrar ciertos elementos, como por ejemplo las minúsculas gotas que se eyectan cuando se produce el *splash* o las pequeñas irregularidades o manchas que se aprecian claramente sobre el cristal en imágenes como la figura 4-1.

La ejecución del programa nos proporciona varias gráficas que nos permiten saber si estamos eligiendo los valores adecuados de los parámetros explicados con anterioridad. La más importante de ellas es la que se muestra en la figura 5-2. En esta figura se representa, para una toma de vídeo concreta, el número de la imagen correspondiente frente al diámetro de la gota en píxeles en dicha imagen. Las dos líneas verticales que aparecen delimitan las imágenes en las que se están realizando los cálculos de las propiedades de la gota. Evidentemente la posición de estas líneas viene influida por los valores de los filtros y restricciones anteriores.

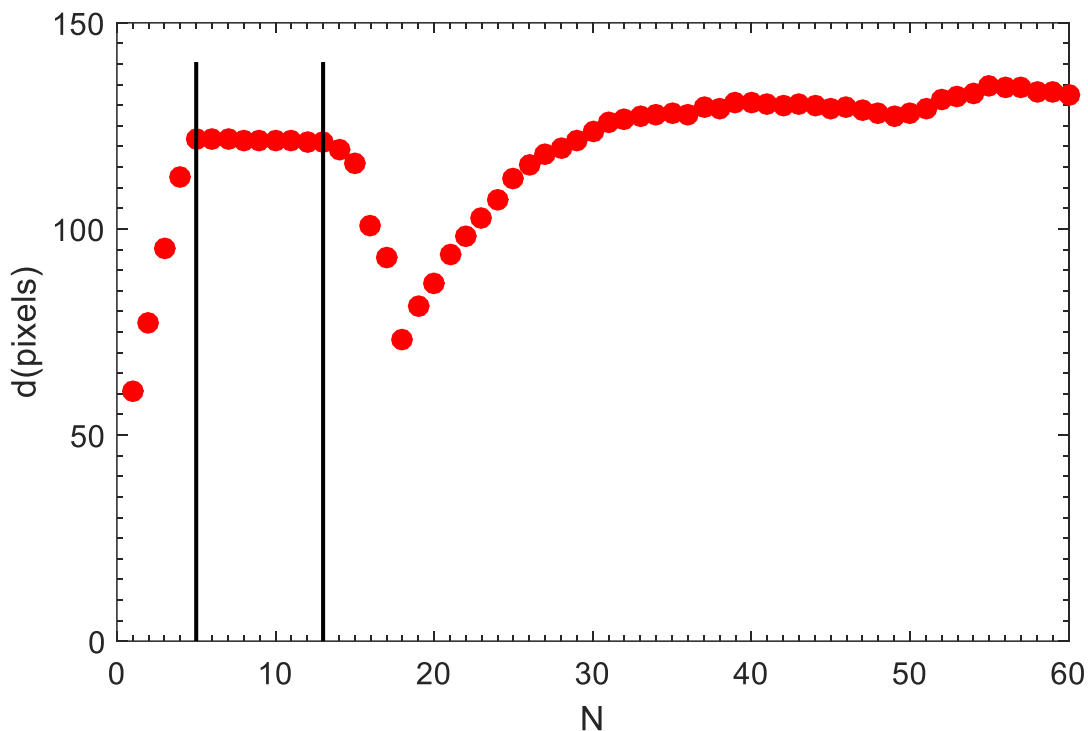


Figura 5-2. Evolución del diámetro en píxeles con el número de imagen.

En la figura se observa cómo en el pequeño intervalo que queda entre las líneas verticales el diámetro permanece prácticamente constante. Esto era de esperar, pues la gota permanece indeformada en su caída. En las imágenes anteriores la gota todavía no ha entrado completamente en pantalla (de ahí el progresivo aumento de su diámetro equivalente), y en las posteriores ya se ha producido el impacto por lo que la medida del diámetro y el centro

de gravedad carecen de sentido.

La segunda de las gráficas que proporciona el programa nos permite explicar con mayor claridad el funcionamiento del filtro *seuil*. En ella se representa frente al número de imagen el siguiente parámetro, al que llamaremos  $Rd$  y que relaciona el diámetro de la gota en cada imagen con el diámetro medio, obtenido de hacer la media entre todas las imágenes que cumplen las restricciones:

$$Rd = \left| 1 - \frac{d}{d_m} \right| \quad (5.1)$$

Por lo tanto, este parámetro funciona como un filtro que descarta aquellas imágenes en las que el diámetro sea mucho menor que la media. Esto nos será de gran utilidad a la hora de eliminar fallos que hayan ocurrido en la detección en alguna imagen en particular, que podrían perjudicar el correcto cálculo de nuestro diámetro medio. También será útil para recortar aquellas imágenes en los que la gota no haya entrado aun completamente en pantalla, en los que el diámetro será bastante menor que la media. El funcionamiento de este filtro se observa con claridad en la figura 5-3. Los puntos que quedan por encima de la línea horizontal son los que se recortan.

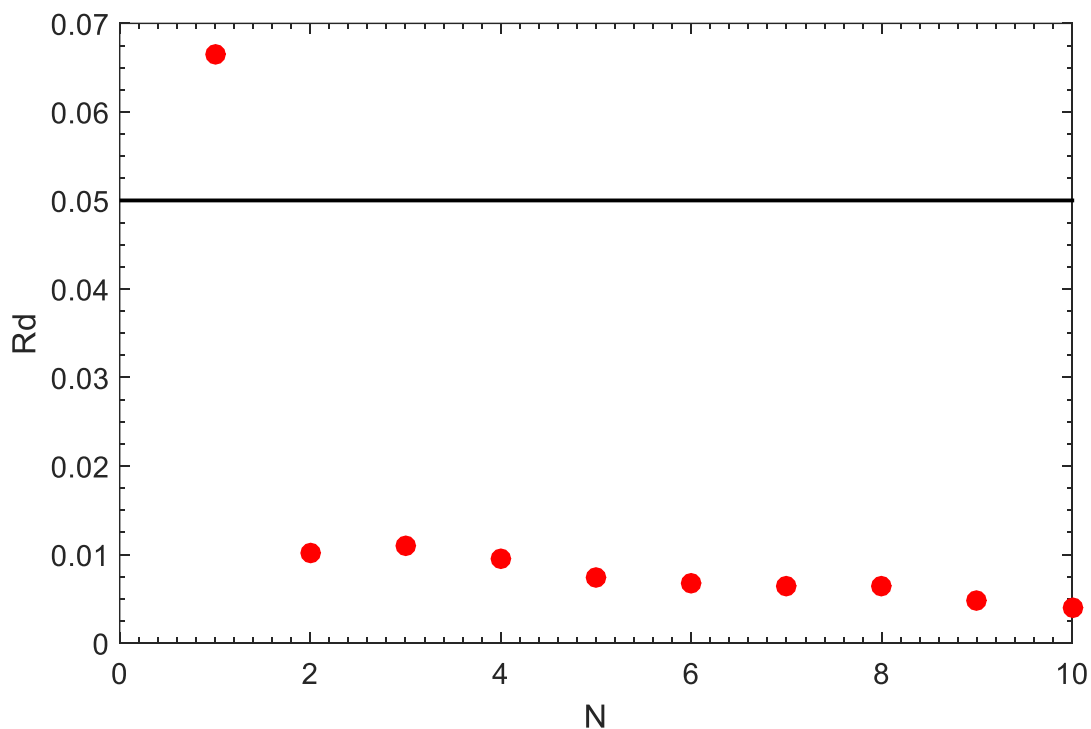


Figura 5-3. Evolución del parámetro  $Rd$  con el número de imagen

## 5.2 Análisis de la caída de la gota

Tras la exposición del funcionamiento del programa, pasamos ahora al análisis de la caída de la gota, en el que nuestro objetivo será la determinación del diámetro y de la velocidad de impacto adimensionales, mostrándose posteriormente su evolución con el número de Weber. Se hará una comparación de los resultados obtenidos para cada una de las alturas, y se determinará asimismo el Weber correspondiente al *splash* para cada caso.

### 5.2.1 Determinación del diámetro medio

Nuestro objetivo en este apartado es la determinación del diámetro medio para cada una de las tomas correspondientes a una misma altura de líquido. Cuando explicamos el funcionamiento del programa se mostró la forma de filtrar los *frames* o imágenes de cada vídeo de forma que sólo considerásemos aquellos en los que la gota estuviera inalterada. Para determinar el diámetro medio no tenemos más que realizar la media aritmética del valor del diámetro equivalente en las imágenes de interés:

$$D_{med_{test}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_v} D_{eq_i}}{N_v} \quad (5.2)$$

Donde  $N_v$  representa el número de imágenes en los que la medida del diámetro es válida, y *test* es el número que corresponde al test que vamos a analizar. El valor que obtendremos de esta ecuación estará en píxeles, por lo que tendremos que usar el factor de conversión correspondiente para obtener este valor en milímetros.

### 5.2.2 Determinación de la velocidad de impacto de la gota

Como ya se comentó anteriormente, mediante la función de Matlab *regionprops* hemos sido capaces de obtener las coordenadas (en píxeles) del centro de gravedad de la gota a lo largo de su caída. El centro de gravedad de la gota sólo experimenta una variación de su coordenada *y*. Su coordenada *x* se mantiene fija. Por lo tanto, la velocidad vertical de dicho punto de la gota va a venir dada por esta sencilla expresión:

$$V_{cg} = \frac{dy}{dt} \quad (5.3)$$

Lo primero que tendremos que hacer, por lo tanto, es determinar la función  $y(t)$  que determina la evolución de la coordenada *y* con el tiempo. Observamos que esta función es en todos los casos una recta. Como ejemplo tenemos la gráfica de la figura 5-4, que corresponde a un número de Weber  $We = 21$ , para la altura de agua  $h_2$ .

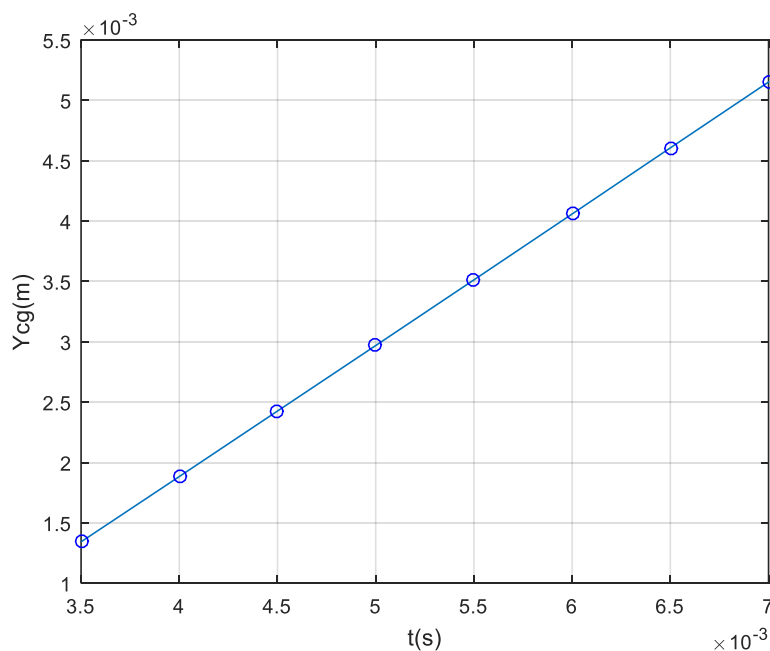


Figura 5-4. Evolución temporal de la coordenada *y* del centro de gravedad.

Al ser la función  $y(t)$  siempre una recta, la velocidad va a ser constante a lo largo de la caída de la gota, por lo que ésta no experimenta aceleración alguna en el tiempo que dura la caída. Para calcular el valor de la velocidad nos bastará con calcular la pendiente de la recta.

### 5.2.3 Determinación del número de Weber

Una vez calculados el diámetro y la velocidad de impacto, estamos en condiciones de calcular el número de Weber correspondiente a cada toma. El número de Weber se define como:

$$We = \frac{\rho V^2 R}{\sigma} \quad (5.4)$$

Donde  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  es la densidad del agua,  $R$  es el radio de la gota,  $V$  es la velocidad de impacto de la gota sobre la superficie y  $\sigma = 70 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  es la tensión superficial del agua que consideraremos (recordemos que esta propiedad varía con la temperatura).

### 5.2.4 Determinación del número de Weber crítico

Para determinar el número de Weber que produce el *splash* (o Weber crítico) para una altura determinada de agua, visualizaremos los vídeos correspondientes a las tomas realizadas para dicha altura de líquido, en las que hemos dejado caer la gota desde distintas alturas, y localizaremos aquel en el que tras el impacto se produce el *splash* o eyección violenta de partículas hacia el exterior.

El estudio detallado de la interfase y sus características se abordará posteriormente. Sin embargo, para mostrar con claridad las implicaciones del número de Weber crítico se comparará en este apartado la interfase generada por la caída sobre una capa de líquido de espesor  $h_2$  de gotas a dos números de Weber diferentes:  $We = 17$  y  $We = 37$ . El primero es inferior al Weber crítico, mientras que el segundo queda por encima. En la figura 5-5 se aprecia con claridad cómo para el Weber más pequeño se produce solamente una perturbación de la interfase sin que exista eyección de gotas. Sin embargo, para el número de Weber más grande observamos que se produce una violenta eyección de partículas en dirección radial hacia el exterior de la perturbación.

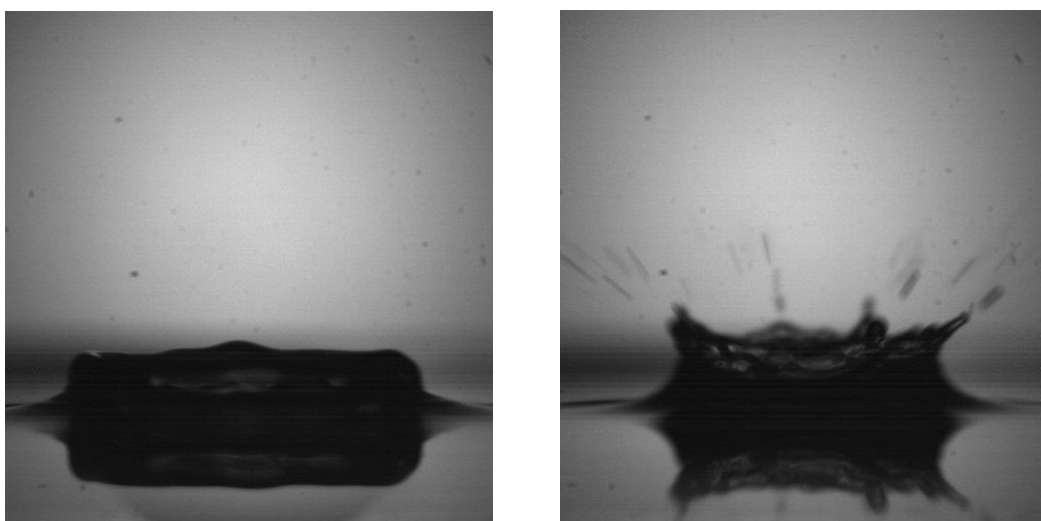


Figura 5-5. Forma que adquiere la interfase tras un impacto sin splash y con él.

Tras visualizar los videos correspondientes a ambos experimentos, obtenemos los siguientes valores del número de Weber crítico:

$$H_1 = 3.5 \text{ mm} \rightarrow h_1 = \frac{H_1}{R} = 2.7 \rightarrow We_{splash_1} = 49$$

$$H_2 = 2.3 \text{ mm} \rightarrow h_2 = \frac{H_2}{R} = 1.8 \rightarrow We_{splash_2} = 28$$

Obsérvese que se ha realizado una adimensionalización con el radio de la gota de la altura  $H$  de la capa de líquido. En la figura 5-6 se representa la evolución del número de Weber de splash ( $We_{splash}$ ) con esa altura adimensional  $h$ . Se ha considerado que dicha evolución es lineal, estando la recta determinada por los dos puntos que hemos obtenido mediante la realización de los experimentos:

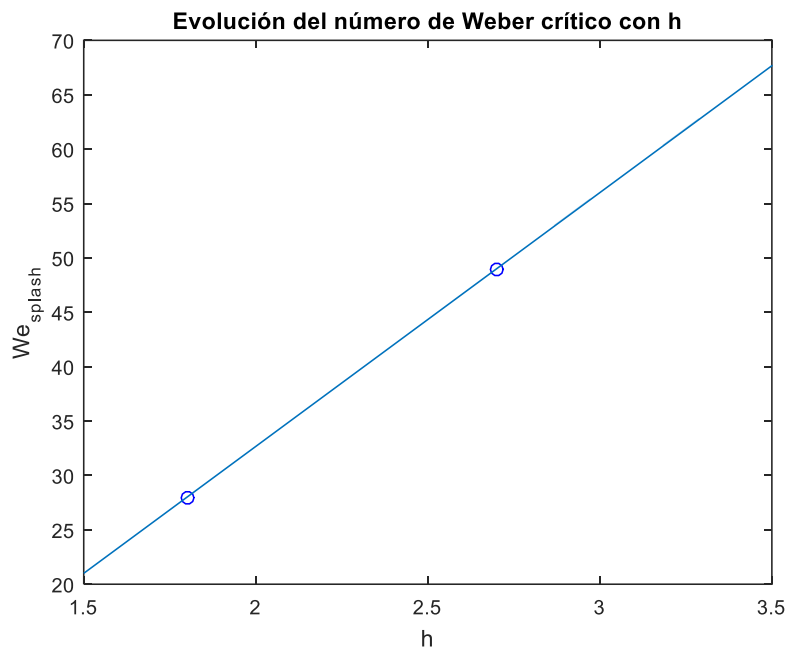


Figura 5-6. Evolución del número de Weber crítico con la altura adimensional de líquido.

### 5.3 Presentación e interpretación de los resultados

Recordemos que el objetivo de esta primera parte del análisis de los resultados experimentales es la determinación de la evolución de la velocidad de impacto y el diámetro medio con el número de Weber. Haremos esto para las dos alturas consideradas y compararemos los resultados obtenidos.

#### 5.3.1 Evolución del diámetro medio con el número de Weber

Presentamos a continuación los resultados obtenidos en relación con el diámetro medio para las dos alturas.

En la figura 5-7 mostramos la evolución del diámetro medio con el número de Weber, superponiéndose los resultados correspondientes a las dos alturas de líquido. Como era de esperar, el diámetro de la gota no depende de dicho número, puesto que estamos usando la misma aguja para todos los casos. Tampoco depende, obviamente, de la altura de la capa de

líquido, obteniéndose los mismos resultados para las dos alturas.

A continuación se explica el mecanismo físico por el que la aguja genera siempre gotas del mismo diámetro. La caída o no de la gota está gobernada por un equilibrio entre las fuerzas gravitatorias y las fuerzas de tensión superficial. El número de Bond, también conocido como número de Eötvös, mide precisamente la importancia relativa de las fuerzas gravitatorias frente a las de tensión superficial, y adopta la siguiente expresión:

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\sigma} \quad (5.5)$$

Donde  $\rho$  y  $\sigma$  son respectivamente los valores de la densidad y la tensión superficial del agua, que ya se concretaron con anterioridad y son constantes, y  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad, que obviamente se mantiene también constante. Al principio, cuando aún se ha inyectado poca agua mediante el roscado de la jeringa, el radio de la gota que se está formando en la punta de la aguja es pequeño, las fuerzas de tensión superficial dominan frente a las gravitatorias, por lo que tenemos  $Bo \ll 1$  y la gota no cae. Conforme seguimos inyectando agua el radio de la gota aumenta, y la importancia relativa de las fuerzas gravitatorias aumenta rápidamente (el numerador del número de Bond depende de  $R^2$ ). Cuando este número adimensional alcance un cierto valor (que será superior a uno) se producirá la caída de la gota. Este número de Bond crítico dependerá de multitud de factores relacionados con las propiedades de la aguja, pero será siempre el mismo si no cambiamos de aguja, por lo que el radio de caída será siempre el mismo.

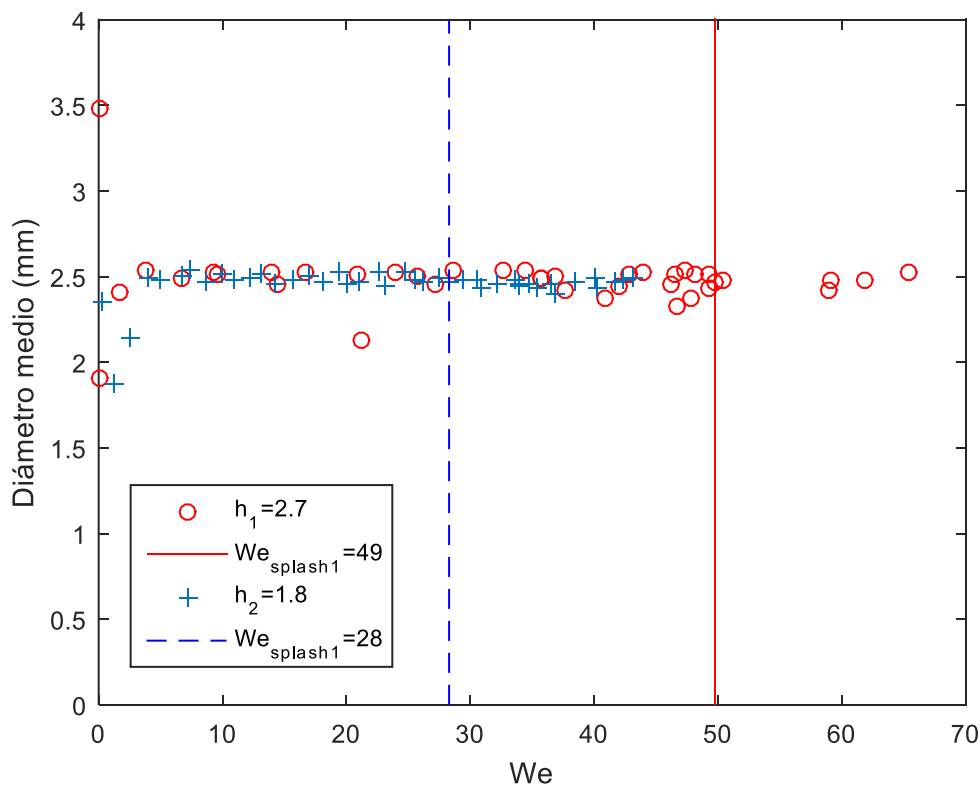


Figura 5-7. Evolución del diámetro medio con el número de Weber para  $h_1$  y  $h_2$ .

En la figura 5-7 se representan también en forma de líneas verticales los números de Weber críticos para cada una de las alturas, ya calculados en el apartado 5.2.4. La gran diferencia



entre el rango de Weber recorridos en los dos experimentos se debe a que, en los experimentos realizados para la primera altura, se montó la escala vertical de la figura 3-4 sobre un soporte, con el objetivo de disponer de un mayor rango de alturas de caída de la gota (y por tanto de números de Weber). Nótese que esto ha resultado ser beneficioso, ya que con el rango de alturas de caída que permite la escala vertical, que es el que se ha usado para hacer los experimentos con la segunda altura de líquido, no hubiéramos podido alcanzar siquiera el número de Weber crítico para la primera altura, que se sitúa en torno a 50.

### 5.3.2 Evolución de la velocidad de impacto con el número de Weber

En este apartado se presenta, para las dos alturas consideradas, la variación de la velocidad de impacto de la gota contra la superficie líquida con el número de Weber. En la figura 5-8 se presenta esta evolución superponiendo los resultados obtenidos para las dos alturas. Los puntos correspondientes a  $h_1$  se representan en color azul, mientras que los que corresponden a  $h_2$  se representan en color rojo. También se representan mediante líneas verticales los números de Weber a los que se produce el *splash* en cada caso, de forma que se aprecie claramente la gran diferencia existente entre ellos.

A simple vista se aprecia que tanto para  $h_1$  como para  $h_2$  los distintos puntos se ajustan a una especie de parábola con vértice en el origen y cuyo eje de simetría es el eje OX. Esta distribución no es casual, como se verá a continuación. Ahora que conocemos que el radio de la gota es constante con el número de Weber, no tenemos más que escribir la expresión de éste último para darnos cuenta de la relación que guarda con la velocidad de caída. En efecto:

$$We = \frac{\rho V^2 R}{\sigma} \rightarrow V = \sqrt{\frac{\sigma}{R\rho} \cdot We} = C \cdot \sqrt{We} \quad (5.6)$$

Donde  $C$  es una constante. Sustituyendo los datos conocidos obtenemos que  $C = 0.2366$ .

La relación obtenida nos permitiría calcular la velocidad de caída de una gota para cualquier valor del número de Weber.

En la figura 5-8 se ha representado junto a la distribución de puntos correspondientes a las dos alturas la función (5.6), observándose que dicha distribución se ajusta perfectamente a la función obtenida.

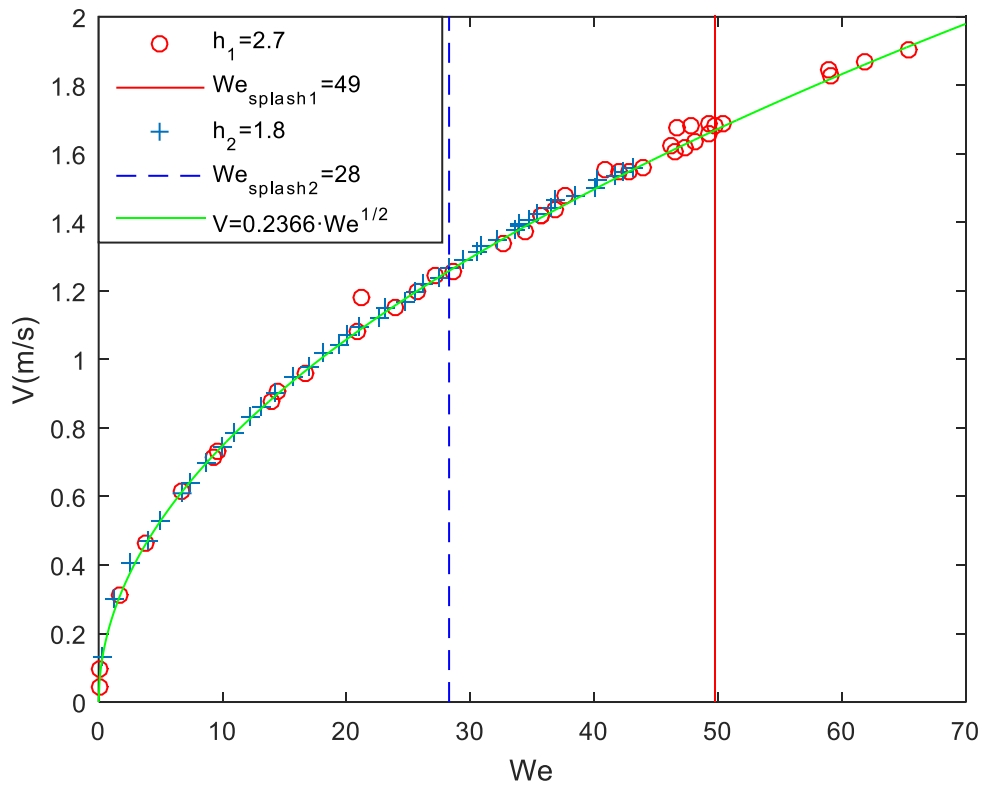


Figura 5-8. Evolución de la velocidad de impacto con el número de Weber para  $h_1$  y  $h_2$ .

## 6 ANÁLISIS DE LA ENTREFASE

---

**A** bordamos en este capítulo la segunda parte del análisis de los resultados, en la que nos centramos en el estudio de la evolución de la entrefase agua-aire tras producirse el impacto. Nuestro objetivo es obtener una relación entre el número de Weber de impacto y varias variables entre las que se encuentran la altura y el radio máximos alcanzados por la entrefase, así como las velocidades verticales y horizontales de la misma. Se detallará el procedimiento seguido para la obtención de estas variables, que se basa en el uso de programas diseñados específicamente para el experimento. Estos programas forman una especie de cadena que transforma los resultados obtenidos de la ejecución del programa *Detection of the Jet Radius* del profesor Riboux para cada una de las tomas de vídeo; cuando analicemos el conjunto de las tomas realizadas para una misma altura de agua obtendremos, para dicha altura la evolución de los parámetros anteriormente comentados con el número de Weber.

Comenzaremos mostrando las transformaciones que tendremos que realizar a las variables del problema para poder usarlas de forma adecuada. Posteriormente estableceremos el sistema de referencia con el que vamos a trabajar durante el estudio de nuestra entrefase, así como la adimensionalización de las variables implicadas en el problema. Por último, se mostrará el cálculo de las evoluciones temporales del radio y la altura alcanzadas por la entrefase, y se presentarán los resultados.

### 6.1 Manipulación de las variables del problema

Para comenzar este análisis vamos a comentar los resultados proporcionados por el programa del profesor Riboux, y las modificaciones que tendremos que realizarles para poder trabajar de forma cómoda con ellos.

En primer lugar, es necesario saber que la ejecución del programa nos permite conocer el número de imágenes del que consta una toma concreta de vídeo, que llamaremos  $N$ . Además de las propiedades de la gota que ya se analizaron en el capítulo 4, también nos proporciona para cada imagen  $j$  una matriz de dos columnas que llamaremos  $Bound_j$ , cuyo empleo no fue necesario en el estudio de la caída de dicha gota. Esta matriz nos proporciona las coordenadas en píxeles, siguiendo el sistema de referencia mostrado en la figura 4-1, de todos los puntos que forman la frontera de la región detectada en la imagen  $j$ .

La matriz tendrá obviamente tantas filas como puntos se hayan detectado; la primera columna nos dará la coordenada  $Y$  de dichos puntos, mientras que la segunda columna nos da la coordenada  $X$ . Cabe destacar que los puntos que ocuparán las primeras filas de la matriz serán aquellos que tengan el valor más pequeño de la coordenada  $Y$ , mientras que para un mismo valor de  $Y$ , aparecerán primero los que tengan un menor valor de la coordenada  $X$ . La matriz tiene por tanto, para una imagen cualquiera  $j$ , la forma siguiente, donde  $P$  es el número de puntos que forman la frontera:

$$Bound_j = \begin{bmatrix} Y_1 & X_1 \\ Y_2 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_P & X_P \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Es conveniente que separemos las dos columnas de esta matriz, de forma que obtengamos dos vectores:

$$\vec{X}_j = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_P \end{bmatrix} \quad \vec{Y}_j = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_P \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

A continuación construiremos dos matrices  $X$  e  $Y$  a partir de los vectores  $\vec{X}_j$  e  $\vec{Y}_j$  correspondientes a cada una de las imágenes de las que consta el vídeo. Es decir, obtendremos dos matrices en las que cada columna  $j$  representa el valor de la coordenada correspondiente para todos los puntos detectados como frontera en la imagen  $j$ . Evidentemente el número de puntos que conforman la frontera va a ser distinto para cada imagen, por lo que las dimensiones de las matrices que formemos no serán coherentes. Para resolver este problema, aprovecharemos las características de Matlab: identificaremos en primer lugar cuál es la imagen en la que existe un mayor número de puntos frontera, que será la que lleve asociada la pareja de vectores  $\vec{X}_j$  e  $\vec{Y}_j$  con mayor número de filas, y haremos que nuestras matrices tengan ese número de filas, rellenando los valores correspondientes al resto de imágenes que pudieran quedar vacíos con valores  $NaN$ . De modo que las matrices  $X$  e  $Y$  tendrán la forma siguiente:

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & X_{1N} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & X_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ NaN & NaN & \cdots & X_{P_{m\acute{a}x}jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & NaN \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & Y_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ NaN & NaN & \cdots & Y_{P_{m\acute{a}x}jP_{m\acute{a}x}} & \cdots & NaN \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Se trata de dos matrices de dimensiones  $P_{m\acute{a}x} \times N$ . Por aclarar la notación de los subíndices de los elementos de la matriz, el subíndice  $ij$  representa al punto  $i$  de la frontera en la imagen  $j$ , donde  $i = 1, \dots, P_{m\acute{a}x}$  y  $j = 1, \dots, N$ .

Además, definiremos el siguiente vector columna, que contiene el número correspondiente a cada *frame* o imagen del vídeo:

$$\vec{Fr} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ N \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Y conociendo también la tasa de imágenes a la que estamos trabajando, que es de  $f = 2000 \text{ fps}$ , podemos obtener otro vector que contenga el instante de tiempo correspondiente a cada una de esas imágenes:

$$\vec{T} = \frac{\vec{Fr}}{f} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_N \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Como ya sabemos, Matlab mide la coordenada  $Y$  en píxeles desde arriba hacia abajo, justo al contrario de como nosotros estamos acostumbrados. Será necesario, por tanto, realizar un cambio de variable para obtener un sistema de referencia como el de la figura 6-1. Nuestras imágenes tienen una resolución vertical de 512 píxeles, lo que significa que para cambiar de sentido el eje  $Y$  bastará con hacer:

$$Y' = 512 - Y \quad (6.7)$$

A partir de este punto, por comodidad y claridad en la notación, seguiremos llamando  $Y$  a la coordenada  $Y'$  que resulta del sencillo cambio de variable anterior.

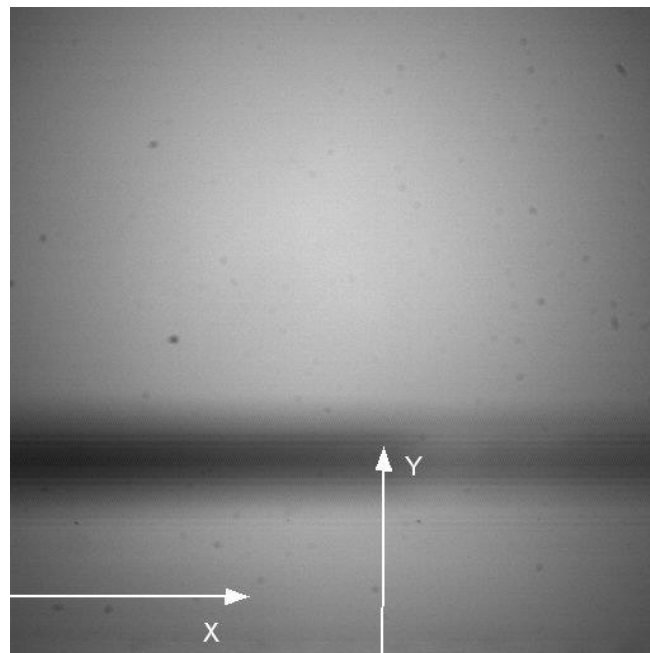


Figura 6-1. Situación de los ejes tras el cambio de variable.

A continuación determinaremos, para las dos alturas de agua, la coordenada  $Y$  en píxeles de la entrefase agua-aire sin perturbar, y realizaremos un nuevo cambio de variable para hacer coincidir el origen de nuestro eje  $Y$  con dicha entrefase libre. Llamando  $Y_e$  al valor comentado anteriormente tenemos que:

$$Z = Y - Y_e \quad (6.8)$$

Donde ahora, para remarcar que lo que estamos midiendo es la altura que alcanzan los puntos de la frontera de la interfase al impactar la gota, pasamos a llamar  $Z$  a la coordenada vertical de estos puntos.

El siguiente paso consistirá en la determinación del eje de simetría del problema, de forma que podamos hacer que el origen de nuestro sistema de referencia coincida con la intersección entre la interfase agua-aire sin perturbar y dicho eje de simetría. En efecto, en primera aproximación vamos a considerar que nuestro problema es axilsimétrico, aunque posteriormente se comprobará que esto no es exactamente así.

La posición del eje de simetría de nuestro problema será determinada haciendo la media aritmética de las coordenadas  $X$  del centro de gravedad de la gota durante su caída en todos aquellas imágenes en las que la medición es válida. A este valor lo llamaremos  $x_{origen}$ :

$$x_{origen} = \frac{\sum_{i=1}^{N_v} x_{cgi}}{N_v} \quad (6.9)$$

Donde  $N_v$  es el número de frames en los que la medida del centro de gravedad de la gota no está alterada. Para posicionar el origen de coordenadas en el punto deseado no tenemos más que realizar el siguiente cambio de variable:

$$R = X - x_{origen} \quad (6.10)$$

Donde ahora llamamos  $R$  a la coordenada horizontal de los puntos de la interfase para denotar que lo que estamos midiendo es el radio entre esos puntos y el eje de simetría.

Llegados a este punto estamos en condiciones de comentar uno de los inconvenientes más importantes que nos hemos encontrado a la hora de realizar este trabajo, así como su solución. Además de las funciones comentadas en anteriores apartados, el programa *Detection of the Jet Radius* del profesor Riboux tiene la capacidad de generar un vídeo en el que se superpone la detección realizada por el propio programa a la imagen real obtenida mediante nuestra cámara de alta velocidad. Como se comprobará a continuación, esta detección no se ajusta a las necesidades de nuestro estudio, por lo que será necesaria la realización de una serie de modificaciones. En efecto, en la figura 6-2, que corresponde a un experimento realizado a  $We = 21$ , para la altura  $h_2$ , en un instante de tiempo posterior al impacto de la gota, observamos que la detección no se realiza de forma adecuada por dos motivos.

El primero de ellos es que en lugar de detectarse la frontera de la interfase al completo, se detectan varios elementos inconexos que forman parte de dicha interfase, y cuyo número varía según la imagen que estemos observando. Esto afecta a las variables que se han presentado con anterioridad, ya que la frontera de la interfase en una imagen determinada,  $Bound_j$ , que sirve como base de nuestro desarrollo, ya no será una matriz sino una célula. Una célula es un elemento con el que trabaja Matlab que funciona como un conjunto de matrices; en nuestro caso, cada una de esas matrices representará las coordenadas espaciales en píxeles de los puntos frontera de los elementos detectados. En efecto, en la célula  $Bound_j$  habrá tantas matrices como elementos se hayan detectado en ese frame:

$$Bound_j = \left[ \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Y_1 & X_1 \\ Y_2 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_P & X_P \end{bmatrix}_1 & \begin{bmatrix} Y_1 & X_1 \\ Y_2 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_P & X_P \end{bmatrix}_2 & \dots & \begin{bmatrix} Y_1 & X_1 \\ Y_2 & X_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_P & X_P \end{bmatrix}_K \end{array} \right] \quad (6.11)$$

Donde  $K$  representa el número de objetos inconexos detectados.

Este fallo está relacionado con uno de los pasos que conforman la detección de la gota y la entrefase, que es la conversión de la imagen obtenida de realizar la diferencia entre la imagen inalterada y aquella con la que estamos trabajando (como se comentó anteriormente) en una imagen binaria. Mediante la función *graythresh* se establece un límite comprendido entre 0 y 1, que se emplea posteriormente como argumento de la función *im2bw*. Esta función asignará un 1 (color blanco) a todos aquellos píxeles que estén por encima del límite establecido mediante *graythresh*, asignando un 0 (color negro) a los que queden por debajo. Es este paso a imagen binaria el que se produce de forma incorrecta.

La segunda causa de fallo en la detección es que el programa detecta el reflejo de la perturbación en el agua como si fuera también parte de la entrefase.

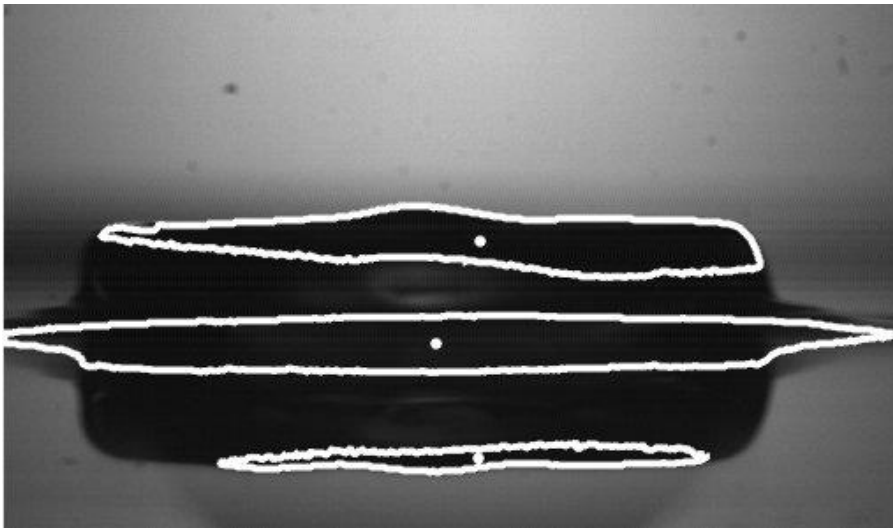


Figura 6-2. Detección de la entrefase proporcionada por el programa original.

Para solucionar la detección de partes inconexas de la entrefase seguiremos una serie de pasos. En primer lugar, convertimos la célula  $Bound_j$  en dos vectores columna,  $\overrightarrow{X_{P_j}}$  e  $\overrightarrow{Y_{P_j}}$ , que contienen las coordenadas  $X$  e  $Y$  de todos los puntos detectados en una imagen, pertenezcan al elemento que pertenezcan. Es decir:

$$\overrightarrow{X_{P_j}} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_P \end{pmatrix}_1 \\ \vdots \\ \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_P \end{pmatrix}_K \end{bmatrix} \quad \overrightarrow{Y_{P_j}} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_P \end{pmatrix}_1 \\ \vdots \\ \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_P \end{pmatrix}_K \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Ahora tenemos un conjunto de puntos dispersos en el plano  $XY$ . Nuestra misión será calcular la frontera de este conjunto de puntos, lo que en la práctica significará unir los distintos

elementos inconexos que resultan de la detección original. La función de Matlab *boundary* calcula precisamente la frontera de un conjunto de puntos dados por dos vectores, en este caso  $\vec{X}_{P_j}$  e  $\vec{Y}_{P_j}$ . Tras una serie de operaciones obtenemos una pareja de vectores que llamaremos  $\vec{X}_j$  e  $\vec{Y}_j$  siguiendo con la notación empleada anteriormente, y que contendrán las coordenadas de los puntos frontera del conjunto completo. De modo que hemos conseguido cerrar correctamente el contorno de la interfase aunque aún nos queda eliminar la parte correspondiente al reflejo sobre la superficie del agua.

Anteriormente se mostró el procedimiento seguido para obtener un sistema de ejes con origen en la intersección entre la interfase sin perturbar y el eje de simetría del problema. La solución a la aparición del reflejo ha consistido en la eliminación de los puntos considerados por la detección como parte de la frontera que tuvieran un valor negativo de su coordenada  $Z$ . En Matlab, esto se hace fácilmente recorriendo las matrices  $R$  y  $Z$  y convirtiendo en valores *NaN* todos aquellos elementos asociados a valores de  $Z$  negativos.

## 6.2 Adimensionalización de las variables del problema

A partir de este punto trabajaremos siempre con variables adimensionales, que nos permitirán comparar los resultados de los experimentos realizados para distintas alturas de líquido. Las variables con las que trabajaremos son las dos coordenadas espaciales (radio y altura), el espesor de la capa de líquido y el tiempo. La adimensionalización realizada tiene la forma siguiente:

$$r = \frac{R}{R_0}; \quad z = \frac{Z}{R_0}; \quad h = \frac{H}{R_0}; \quad t = \frac{T}{\frac{R_0}{V_0}}; \quad (6.13)$$

Donde  $R_0$  es el radio de la gota, y  $V_0$  es la velocidad de caída de la misma.  $R$ ,  $Z$  y  $T$  son las matrices obtenidas en el apartado anterior. Recordemos que el bloque de procesamiento de imagen de Matlab trabaja en píxeles, lo que significa que un paso previo a la adimensionalización será la conversión a metros de todas las variables espaciales mediante los factores cuya obtención se explica en el apartado 5.1.1.

## 6.3 Sistema de referencia empleado en el estudio

Una vez que hemos manipulado los resultados de la detección para trabajar con ellos de forma cómoda y hemos realizado la adimensionalización de las variables de trabajo, sólo nos queda presentar el sistema de referencia que vamos a emplear a lo largo del estudio del comportamiento de la interfase. Éste se muestra en la figura 6-3.

Como se ha comentado anteriormente, en primera aproximación hemos considerado que nuestro problema es axilsimétrico, lo que haría que, teóricamente, sólo tuviéramos que trabajar con la mitad del mismo. Pero, como se observa en la propia figura 6-3, el problema no es perfectamente axilsimétrico, por lo que la consideración de sólo la mitad nos haría perder una cierta precisión en la obtención de resultados.



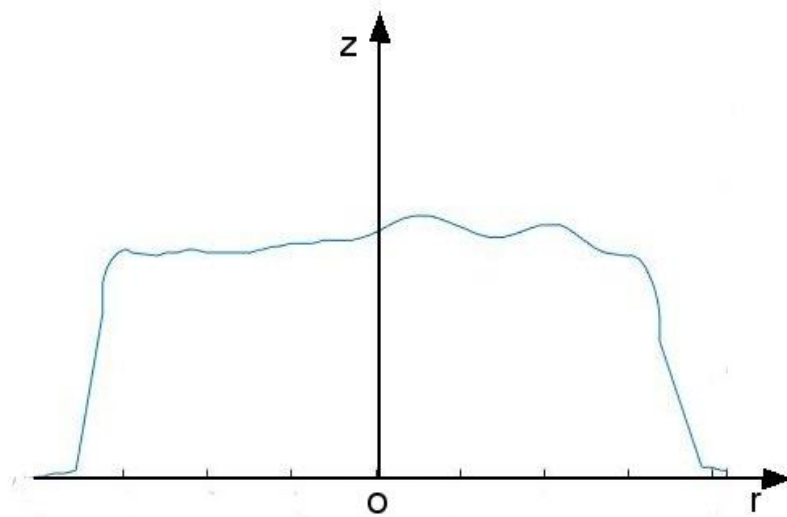


Figura 6-3. Situación del sistema de referencia empleado.

#### 6.4 Procedimiento de cálculo de las alturas y radios alcanzados por la entrefase

En esta sección vamos a mostrar el procedimiento seguido para determinar las alturas y radios alcanzados por la entrefase en cada instante de tiempo. Para ilustrar este procedimiento vamos a usar un ejemplo, correspondiente a un número de Weber  $We = 21$ .

El primer paso es comprobar la validez de la detección para ese número de Weber. Partimos de las matrices adimensionales  $r$ ,  $z$  y  $t$  correspondientes a la toma de vídeo en la que el Weber de impacto es el indicado. De nuevo a modo de ejemplo, representamos en Matlab, para un *frame* que corresponde a un tiempo adimensional  $t = 16.81$ , la columna correspondiente de  $r$  frente a la misma columna del vector  $z$ , obteniendo una gráfica como la de la figura 6-4:

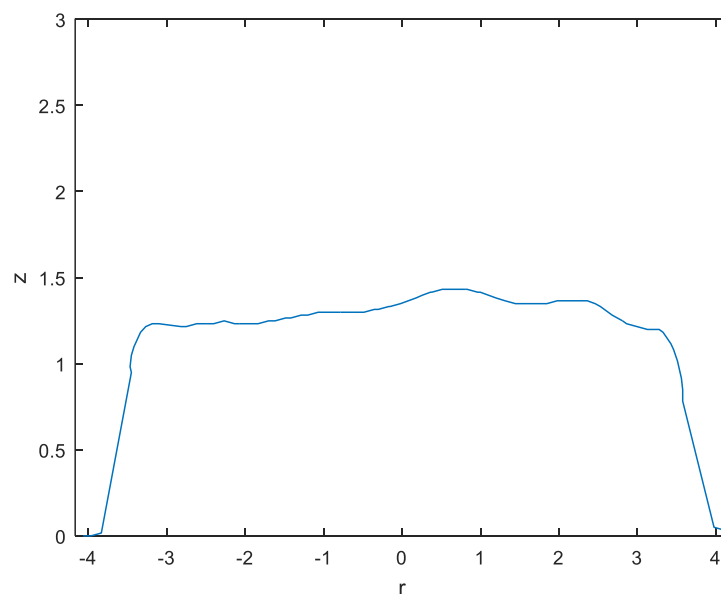


Figura 6-4. Situación de la entrefase en variables adimensionales para  $t = 16.81$ .

Repitiendo esto para cada una de las imágenes de las que consta el vídeo original y mediante el uso de la función de Matlab *getframe* obtenemos un vídeo de la misma longitud en el que se observa simplemente la evolución temporal de la posición de los objetos detectados (primero la gota, después la entrefase) en el sistema de ejes de la figura 6-3.

Una vez comprobada la corrección de la detección para nuestra toma de vídeo, nuestro objetivo será obtener la evolución temporal, por una parte, del radio de los puntos situados en las paredes laterales de la entrefase, y por otra parte, de la altura de la pared horizontal o “techo” de la misma. Para ello, como se verá a continuación, el primer paso va a consistir en calcular los dos puntos esquina de la entrefase en cada frame  $j$ , es decir, aquellos puntos en los que la parte superior se intersecta con las paredes laterales.

Los puntos esquina en cada imagen se han calculado en Matlab aprovechando las propiedades de nuestra entrefase. En primer lugar, de las matrices adimensionales  $r$  y  $z$  extraemos las columnas correspondientes al frame  $j$ , y eliminamos los valores *NaN* en el más que probable caso de que  $j$  no coincida con el frame en el que se detecta el mayor número de puntos frontera. Los vectores tendrán entonces la siguiente forma, donde  $P$  indica el número total de puntos detectado:

$$\vec{r}_j = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_P \end{bmatrix} \quad \vec{z}_j = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_P \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Como se observa en la figura 6-4, si recorremos de izquierda a derecha cada punto  $Q$  de nuestra entrefase, lo que equivale a recorrer en orden los vectores  $\vec{r}_j$  y  $\vec{z}_j$ , en la pared lateral de la izquierda el valor de  $z$  va aumentando de forma continua. Es decir, que:

$$z_{i+1} > z_i \quad \text{para } Q \in \text{Pared Lateral} \quad (6.15)$$

Una vez que llegamos a la parte superior, el valor de la coordenada  $z$  puede aumentar o decrecer conforme recorremos de izquierda a derecha los puntos. De modo que en cuanto detectemos que el valor de la coordenada  $z$  de un punto sea menor que la del anterior, identificaremos el punto esquina del lado izquierdo ( $E$ ) como ese punto inmediatamente anterior. Esto constituye una muy buena aproximación en la práctica, como se verá posteriormente. Es decir:

$$E = Q \mid z_{Q+1} < z_Q, \quad Q = 1, \dots, P \quad (6.16)$$

Lo mismo ocurre con el punto esquina del lado derecho ( $E'$ ), sólo que esta vez se recorrerán los puntos de la entrefase de derecha a izquierda, lo que equivaldrá a recorrer los vectores  $\vec{r}_j$  y  $\vec{z}_j$  en sentido inverso. La condición se puede expresar de forma matemática como:

$$E' = Q \mid z_{Q+1} < z_Q, \quad Q = P, \dots, 1 \quad (6.17)$$

En la figura 6-5 se muestran los resultados de la implementación en Matlab de la detección de los puntos esquina. Dichos puntos están marcados en color rojo. Nótese la gran exactitud del cálculo.

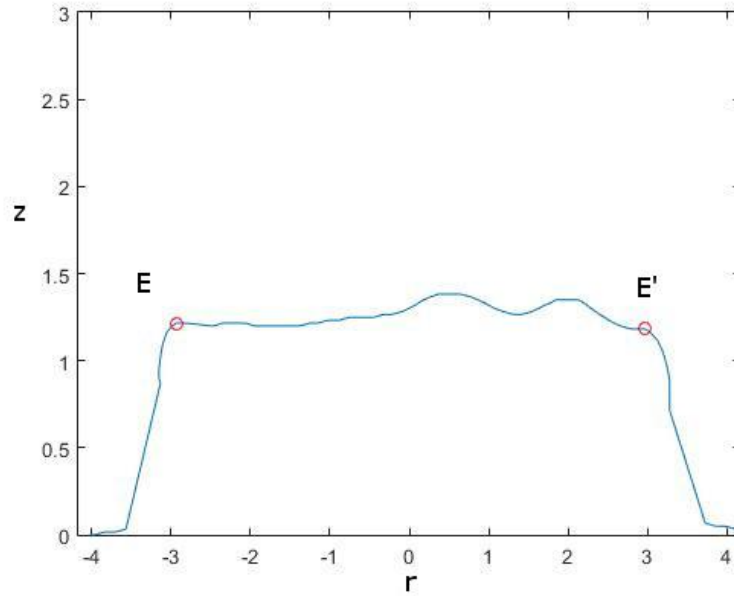


Figura 6-5. Cálculo mediante Matlab de los puntos esquina en una imagen  $j$ .

El cálculo de los puntos esquina tiene precisamente el objetivo de delimitar los puntos correspondientes a las paredes laterales de la entrefase y aquellos que corresponden a su parte superior. A partir de aquí, el establecimiento de una serie de condiciones nos permitirá calcular la media de las coordenadas  $r$  de los puntos de las paredes laterales, así como la media de las coordenadas  $z$  de los puntos de la parte superior de la entrefase, que son las variables que usaremos para nuestros cálculos.

En efecto, todos aquellos puntos  $Q_{PH}$  (el subíndice  $PH$  indica que pertenecen a la parte horizontal de la entrefase), que son aquellos que cumplen la condición (6.18) serán empleados para el cálculo de la variable  $z_{med}$ , cuya expresión aparece en (6.19):

$$r_E < r_{Q_{PH}} < r_{E'} \quad (6.18)$$

$$z_{med} = \langle z_{Q_{PH}} \rangle \quad (6.19)$$

Donde el operador  $\langle \rangle$  indica la media aritmética.

Por otro lado, los puntos  $Q_{PL}$ , pertenecientes a la pared lateral de la izquierda, y  $Q_{PL}'$ , pertenecientes a la pared lateral de la derecha, cumplen las siguientes condiciones, respectivamente:

$$z_{Q_{PL}'} < z_{E'} ; r_{E'} < r_{Q_{PL}'} \quad (6.20)$$

$$z_{Q_{PL}} < z_E ; r_E > r_{Q_{PL}} \quad (6.21)$$

El radio medio  $r_{med}$  se calculará de la forma siguiente:

$$r_{med} = \frac{\langle r_{Q_{PL}'} \rangle + \langle r_{Q_{PL}} \rangle}{2} \quad (6.22)$$

Nótese que, con el objetivo de obtener un valor positivo de  $r_{med}$ , se ha tenido en cuenta la media de aquellos puntos pertenecientes a la pared de la izquierda (que tienen una coordenada  $r$  negativa), pero en valor absoluto.

En la figura 6-6 se representan además de la interfase y sus esquinas, una línea horizontal, que muestra el valor de  $z_{med}$ , y una línea vertical que muestra el valor de  $r_{med}$  para ese frame.

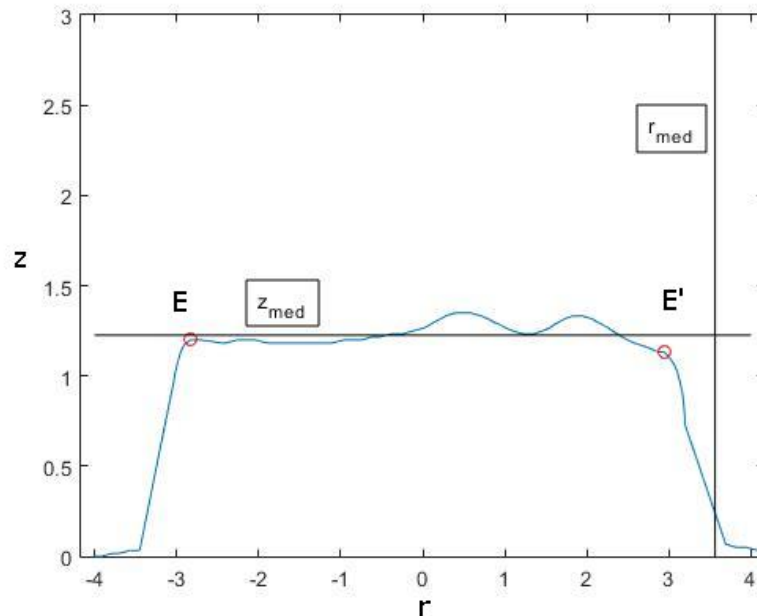


Figura 6-6. Representación para una imagen cualquiera  $j$  de  $r_{med}$  y  $z_{med}$ .

Una vez que sabemos cómo calcular los valores de  $r_{med}$  y  $z_{med}$  en cada instante de tiempo, será interesante mostrar la evolución temporal de dichas variables a lo largo del desarrollo de la perturbación en la interfase. Si mediante el uso de Matlab repetimos el procedimiento para cada una de las imágenes de las que consta el vídeo, obtendremos dos vectores  $\vec{r}_{med}$  y  $\vec{z}_{med}$ :

$$\vec{r}_{med} = \begin{bmatrix} r_{med_1} \\ r_{med_2} \\ \vdots \\ r_{med_N} \end{bmatrix}; \quad \vec{z}_{med} = \begin{bmatrix} z_{med_1} \\ z_{med_2} \\ \vdots \\ z_{med_N} \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

Donde  $N$  representa el número de imágenes del vídeo correspondiente. Será necesario tener en cuenta que estamos trabajando con el vídeo al completo, en el que habrá partes en las que la detección de la frontera carezca de interés para nuestro estudio. Por ejemplo, en aquellas imágenes que corresponden a la caída de la gota o al menisco que se produce tras volver la interfase temporalmente a la calma, que se observa en la figura 6-7. De modo que nos quedaremos sólo con las componentes de los vectores anteriores que tengan interés.

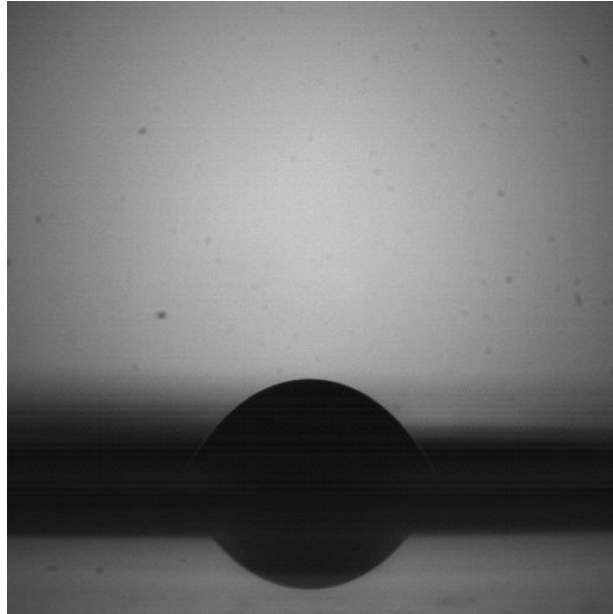


Figura 6-7. Menisco que se forma tras la desaparición de la perturbación creada por la gota.

La eliminación de las componentes innecesarias de los vectores  $\vec{r}_{med}$  y  $\vec{z}_{med}$  se realizará partiendo de las modificaciones que le realizaremos al vector adimensional de tiempos  $t$ . Inicialmente estos tres vectores tienen la misma longitud  $N$ , siendo  $N$  el número de frames del que consta el vídeo. Definimos a continuación para cada vídeo dos instantes de tiempo distintos:

- $t_0$  es el instante del impacto de la gota con la superficie libre.
- $t_f$  es el instante en el que desaparece la perturbación creada en la entrefase por la caída de la gota, quedando ésta en calma.

Al vector  $t$  se le realizarán una serie de operaciones encaminadas a establecer un origen de tiempos más adecuado para nuestro estudio. En primer lugar, convertimos en Matlab en valores  $NaN$  todos aquellos valores de  $t$  que sean mayores que  $t_f$ . A continuación realizamos la siguiente operación:

$$t = t - t_0 \quad (6.24)$$

Después debemos convertir en valores  $NaN$  todas aquellas componentes del vector  $t$  que sean menores que 0. Con estas operaciones hemos conseguido cambiar el origen de tiempos al instante en el que se produce el impacto de la gota. Finalmente recortamos los vectores  $\vec{r}_{med}$  y  $\vec{z}_{med}$  convirtiendo en  $NaN$  todas aquellas componentes que se correspondan con valores  $NaN$  del vector de tiempos. Así conseguimos quedarnos sólo con los resultados correspondientes a los instantes de tiempo que necesitamos estudiar.

En las figuras 6-8 y 6-9 se representan, para el ejemplo con el que venimos trabajando ( $We = 21$ ), las evoluciones temporales de las alturas y los radios medios adimensionales, respectivamente. En el caso de la evolución de  $r_{med}$  con  $t$  (Figura 6-9), observamos que existe una serie de puntos, entre los que se encontrará el valor máximo del radio alcanzado, que no aparecen representados en la gráfica. Esto se debe a que en esos instantes de tiempo, la entrefase se hace más ancha de lo que puede captar la cámara en el plano en el que está enfocada. Esto se aprecia con claridad en la figura 6-10.

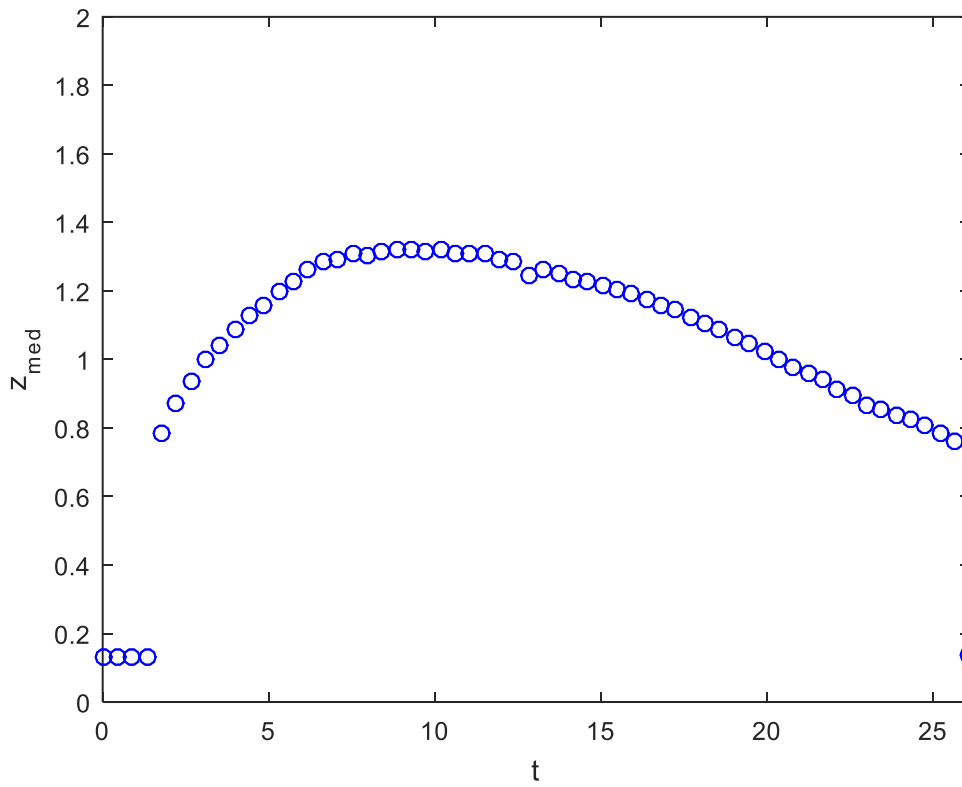


Figura 6-8. Evolución de  $z_{max}$  frente a  $t$  para  $We = 21$ .

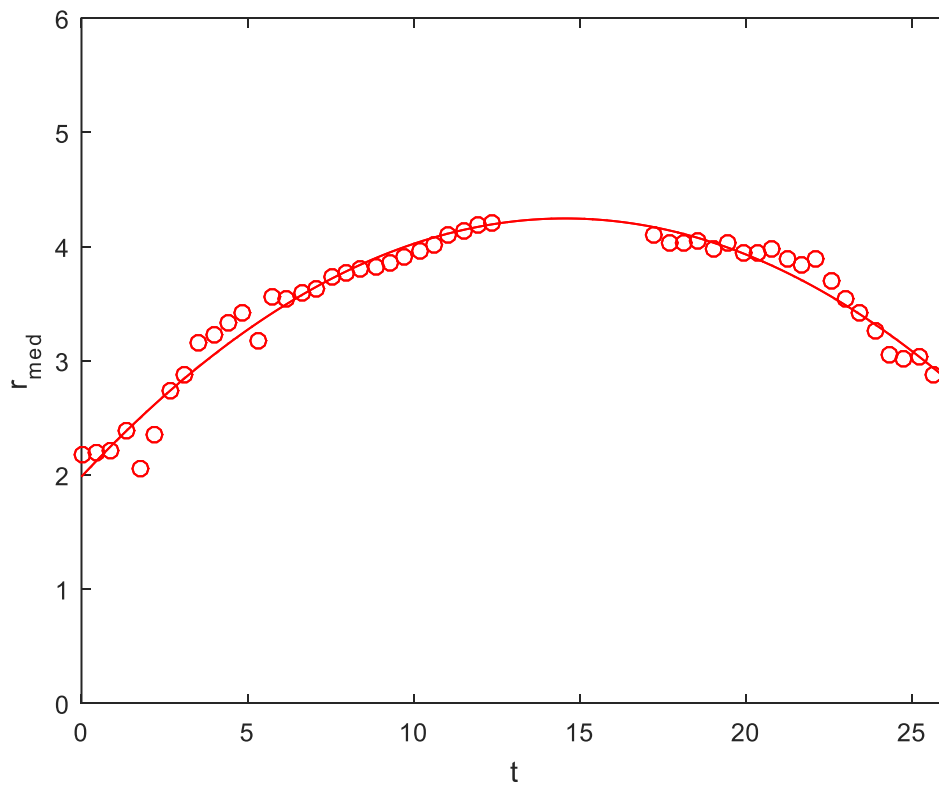


Figura 6-9. Evolución de  $r_{max}$  frente a  $t$  para  $We = 21$ .

Para solventar el problema surgido con el cálculo del radio medio en los instantes en los que las dimensiones de la entrefase son mayores que las de la propia imagen, se ha calculado mediante la función de Matlab *polyfit* la parábola de mejor ajuste. Son efectivamente los polinomios de grado 2 los únicos que tienen sentido físico en este caso. En la figura 6-9 se observa que los puntos se ajustan con gran exactitud a una parábola.

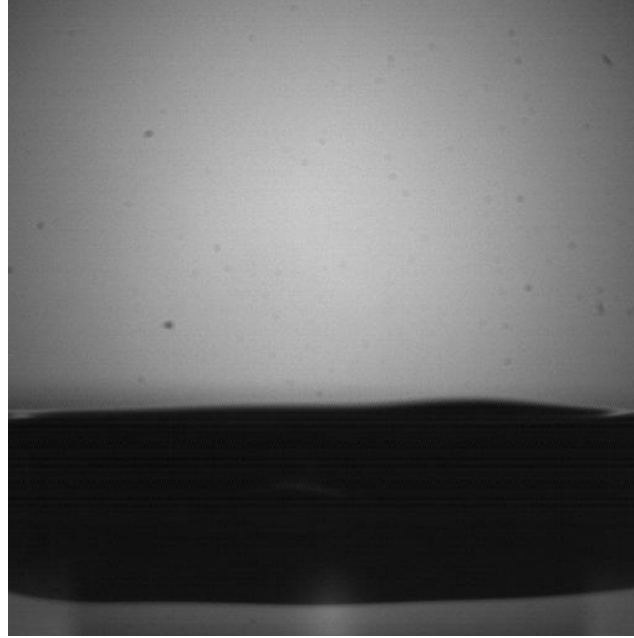


Figura 6-10. Entrefase con una anchura mayor que la de la propia imagen.

Antes de pasar al cálculo de velocidades medias, procedemos a la determinación, para cada uno de los números de Weber de impacto estudiados para un mismo espesor de líquido, del radio máximo alcanzado por la perturbación en la entrefase, así como la altura máxima.

El procedimiento es tan simple como calcular los máximos de los vectores  $\vec{r}_{med}$  y  $\vec{z}_{med}$ , de forma que obtenemos dos nuevos vectores  $\vec{r}_{máx}$  y  $\vec{z}_{máx}$ , que tendrán la forma siguiente:

$$\vec{r}_{max} = \begin{bmatrix} r_{max_1} \\ r_{max_2} \\ \vdots \\ r_{max_M} \end{bmatrix} ; \quad \vec{z}_{max} = \begin{bmatrix} z_{max_1} \\ z_{max_2} \\ \vdots \\ z_{max_M} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Donde  $M$  representa el número de vídeos realizados para una misma altura de agua, o lo que es lo mismo, la cantidad de números distintos de Weber que han sido estudiados. Posteriormente se representarán estos dos vectores frente al vector  $\overrightarrow{We}$ , donde:

$$\overrightarrow{We} = \begin{bmatrix} We_1 \\ We_2 \\ \vdots \\ We_M \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

## 6.5 Estimación de las velocidades medias verticales y horizontales

La determinación de las velocidades alcanzadas por la interfase en las direcciones horizontal y vertical resulta especialmente complicada, debido a que como se observa en las figuras 6-8 y 6-9, éstas varían con el tiempo. Por lo tanto, será necesario recurrir al cálculo de las velocidades medias. La velocidad horizontal media se estimará como el cociente entre el máximo radio alcanzado y el tiempo que se tarda en alcanzar dicho radio máximo. A ese radio máximo habrá que restarle el radio que nuestro programa detecta en la primera de las imágenes de interés, que corresponde al que tiene la gota en el momento del impacto:

$$v_{r_{med_i}} = \frac{r_{max_i} - r_0}{t_{max_i}} \quad (6.27)$$

Por su parte, la velocidad vertical media se estimará como el cociente entre la altura máxima alcanzada y el tiempo que se tarda en alcanzar dicha altura:

$$v_{z_{med_i}} = \frac{z_{max_i}}{t_{max_i}} \quad (6.28)$$

Se obtendrán, por lo tanto, dos vectores de una longitud igual al número de experimentos que se hayan realizado para una altura determinada de líquido, y que posteriormente se representarán frente al vector que contiene los números de Weber correspondientes.

## 6.6 Presentación de resultados

Tras desarrollar todo el procedimiento seguido para la obtención de las evoluciones temporales del radio medio y la altura media, así como de las velocidades medias horizontales y verticales, llega el momento de presentar los resultados obtenidos en forma de evolución de estas variables con el número de Weber.

### 6.6.1 Evolución del radio máximo alcanzado con el número de Weber.

En la figura 6-11 se ha representado la evolución con el número de Weber, para las dos alturas de líquido consideradas en este trabajo, del radio medio que alcanza la perturbación que se produce en la interfase tras el impacto de una gota. Observamos que las dos distribuciones de puntos se ajustan de forma bastante aproximada a una recta, que es de mayor pendiente para la altura de líquido más grande,  $h_1$ . Las rectas de mejor ajuste se muestran también en la figura 6-11. El hecho de que las rectas no pasen por el origen se debe a que en el instante inicial el radio detectado es el radio de la propia gota que impacta.

### 6.6.2 Evolución de la altura máxima alcanzada con el número de Weber.

A continuación mostramos, para las dos alturas de líquido, la distribución de alturas máximas de la interfase obtenidas en función del número de Weber. En la figura 6-12 observamos que de nuevo la función que mejor se ajusta a esta distribución de puntos es una recta.

La pendiente de la recta es mayor para  $h_2$ , que es la más pequeña de las alturas. Por lo tanto, deducimos que, si hacemos impactar una gota a un número de Weber fijo contra una capa de líquido, la altura máxima que alcanzará la interfase será mayor cuanto menor sea el espesor de dicha capa líquida.



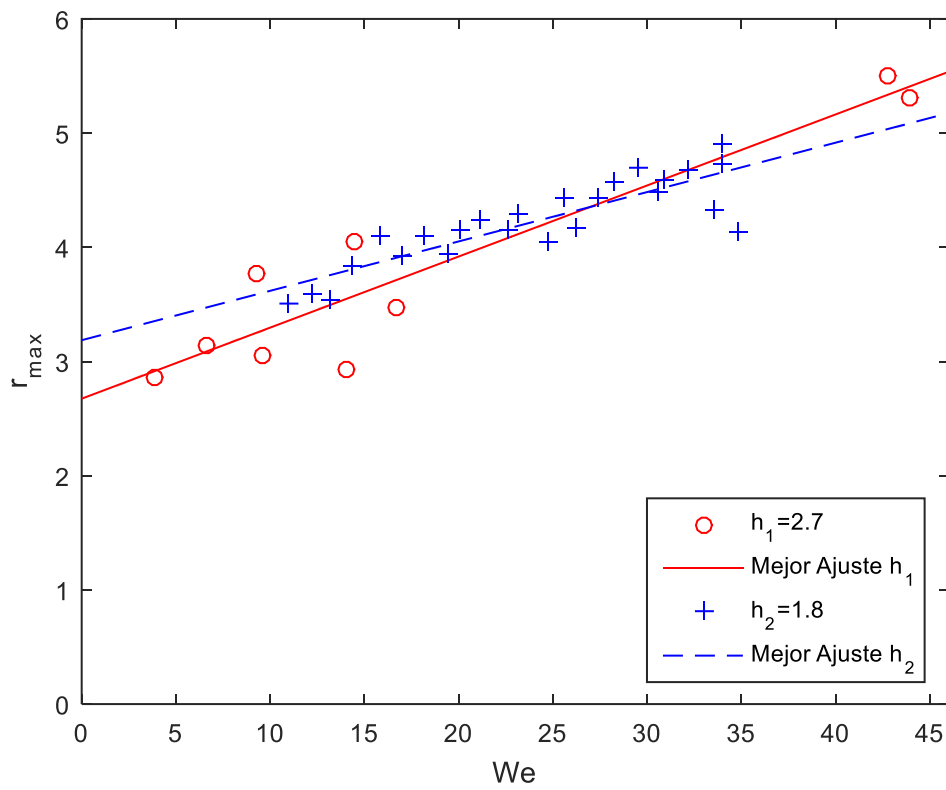


Figura 6-11. Evolución del radio adimensional máximo con el número de Weber.

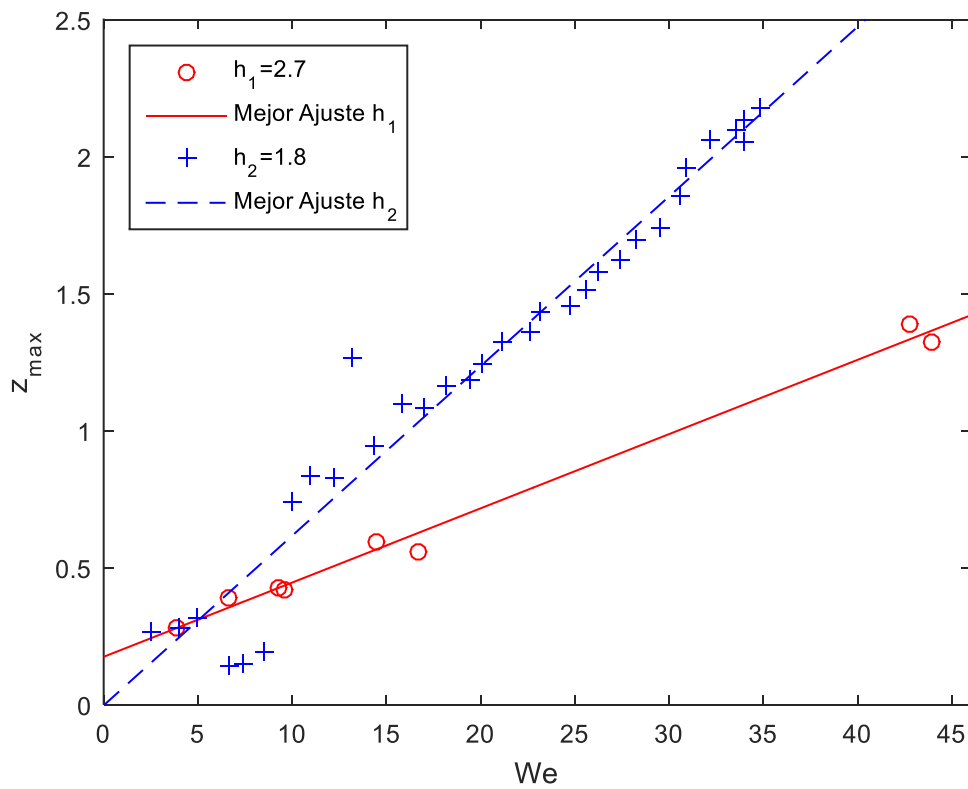


Figura 6-12. Altura adimensional máxima en función del número de Weber.

### 6.6.3 Evolución de la velocidad horizontal media con el número de Weber.

La tendencia que sigue la velocidad horizontal media con el número de Weber es lineal y decreciente, como se aprecia en la figura 6-13. Esto se explica atendiendo a la definición que hemos hecho de la velocidad media en (6.27): el radio máximo alcanzado aumenta al aumentar el número de Weber, como se observa en la figura 6-11, pero el instante de tiempo en el que se produce ese máximo, que llamaremos  $t_{r_{max}}$ , se retrasa cada vez más. El retraso del instante de tiempo en el que se produce el máximo es mayor que el aumento del propio máximo, lo que implica una reducción de la velocidad tal y como la hemos definido.

En la figura 6-15 se ha representado la evolución de  $t_{r_{max}}$  con el número de Weber para las dos alturas de líquido. Nótese que la pendiente aumenta conforme disminuye la altura de líquido, por lo que, a un mismo número de Weber, se tardará más tiempo en alcanzar el máximo cuanto menor sea el espesor de la capa líquida.

### 6.6.4 Evolución de la velocidad vertical media con el número de Weber.

Nos centramos por último en el estudio de la velocidad vertical media, que como se observa en la figura 6-14 se puede aproximar por una distribución constante. También se puede comprobar que el valor de esta constante es prácticamente el mismo (aproximadamente 0.14) para las dos alturas, siendo ligeramente mayor para la altura de líquido más pequeña.

En la figura 6-16 se ha representado la evolución del instante de tiempo en el que se alcanza el máximo de la altura sobre la interfase, que llamaremos  $t_{z_{max}}$ , con el número de Weber. Nuevamente observamos que la distribución es lineal y de mayor pendiente para el caso correspondiente a la altura de líquido más fina,  $h_2$ .

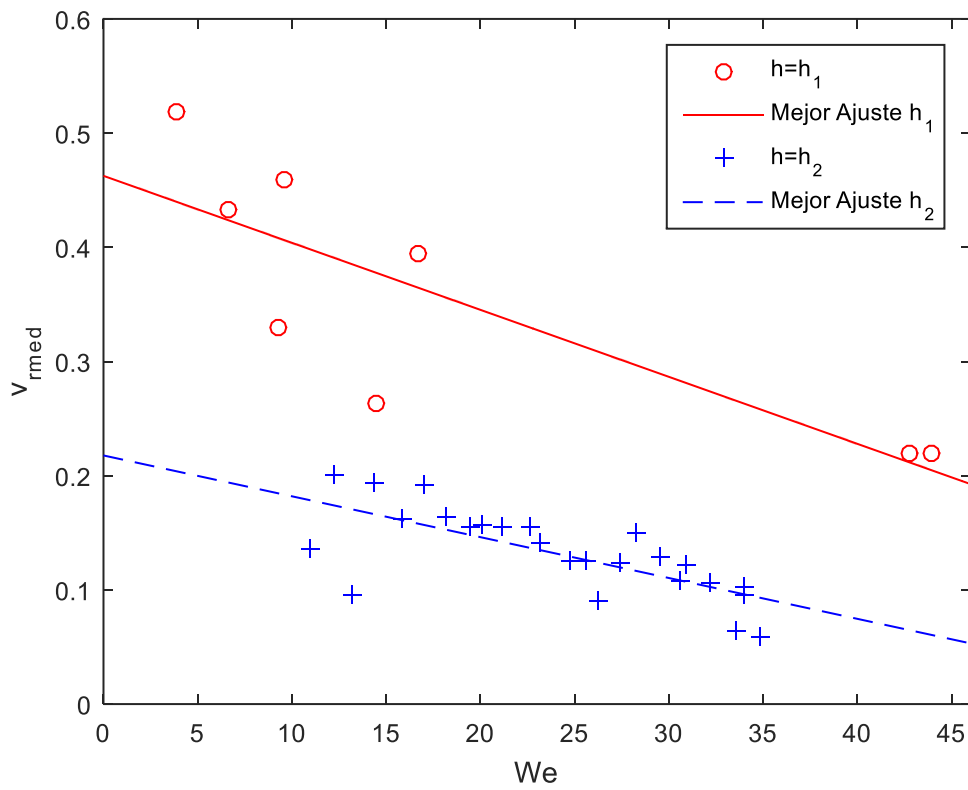


Figura 6-13. Velocidad horizontal media en función del número de Weber.

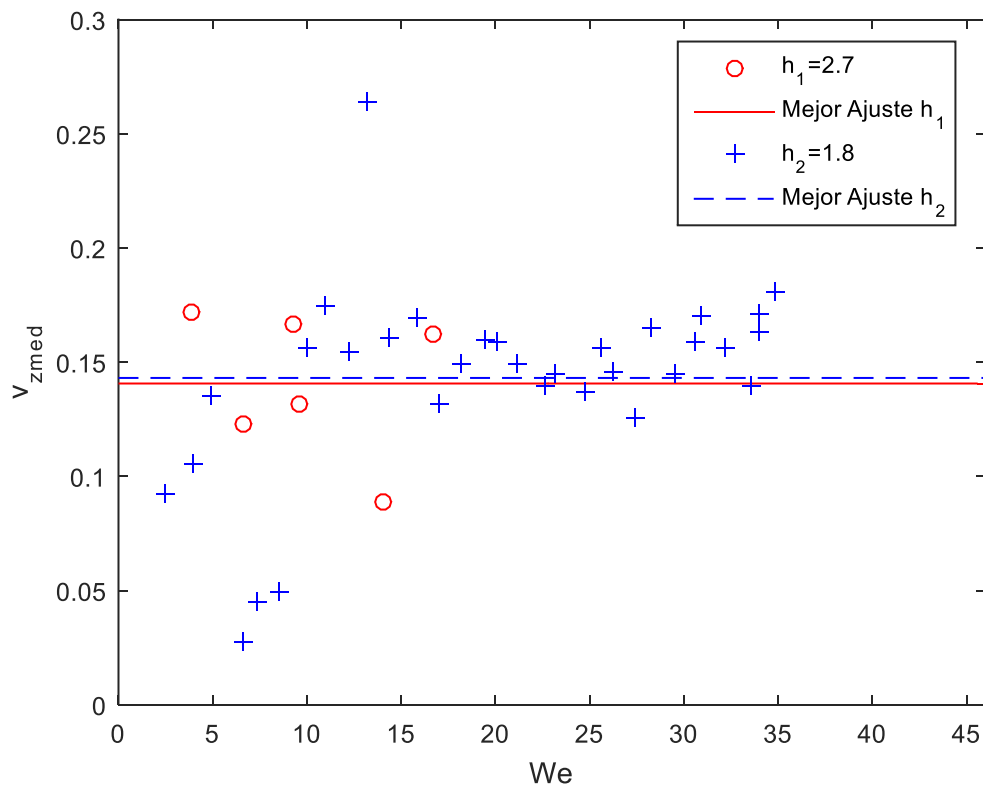


Figura 6-14. Evolución de la velocidad vertical media de la entrefase con el Weber.

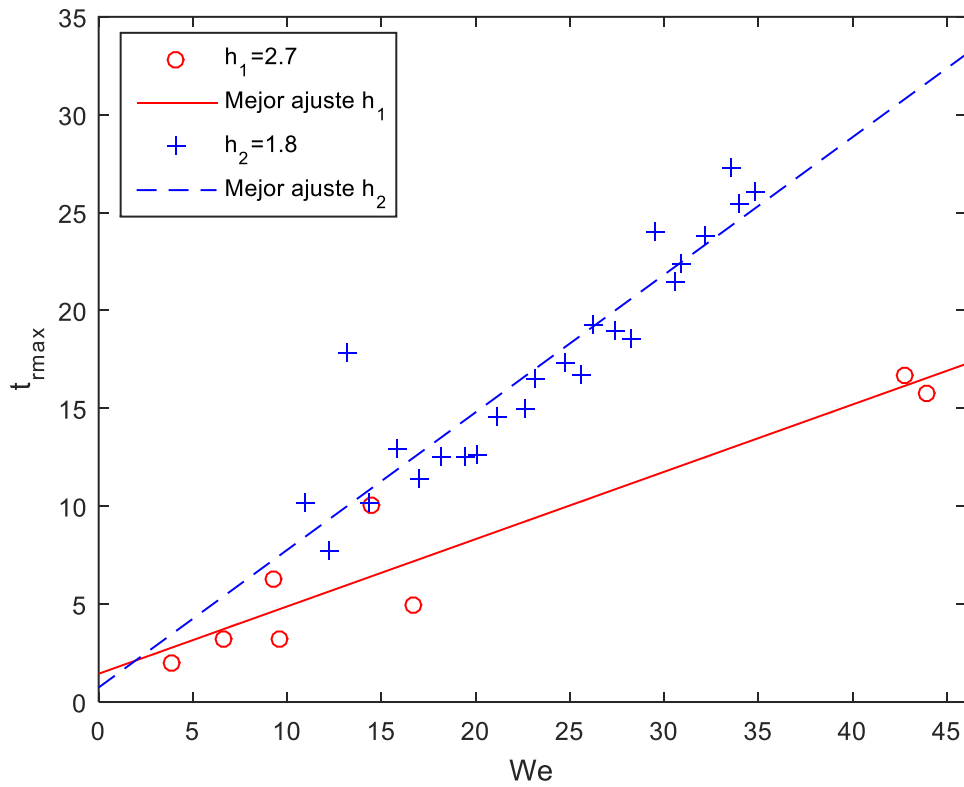


Figura 6-15. Evolución de  $t_{rmax}$  con el número de Weber.

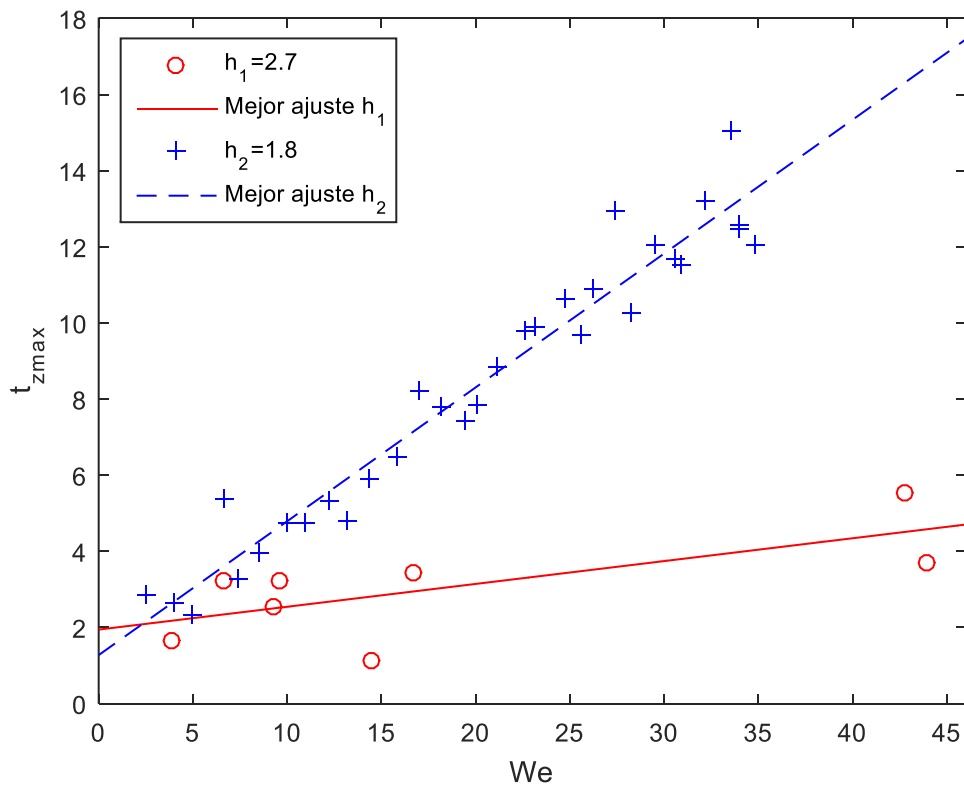


Figura 6-16. Evolución de  $t_{zmax}$  con el número de Weber.

# 7 CONCLUSIONES

---

**F**inalizaremos nuestro estudio presentando las conclusiones que se han extraído de la realización del mismo. Se tratarán aspectos relacionados tanto con la parte puramente experimental como con la interpretación de resultados.

En primer lugar, cabe mencionar que el tanque diseñado para la realización de los experimentos ha cumplido adecuadamente su función. Por un lado nos ha permitido trabajar con capas de líquido de pequeño espesor lo suficientemente uniformes y que alcanzan la suficiente extensión. Además, su diseño nos ha permitido minimizar el incremento que se produce en la altura de agua al producirse el impacto de un cierto número de gotas, que en caso de ser grande llevaría asociado errores en las medidas. Por supuesto, el empleo de este tanque para la obtención de finas capas líquidas tiene una limitación que vendrá impuesta por la longitud capilar del propio líquido de trabajo.

Otro aspecto clave en el desarrollo de nuestros experimentos ha sido el uso de una avanzada cámara de alta velocidad, que nos ha proporcionado la resolución temporal suficiente como para poder captar de forma adecuada la evolución de las distintas variables del problema, y también la resolución espacial suficiente como para permitir una correcta detección por parte del bloque de procesamiento de imágenes de Matlab.

Centrándonos ahora en los métodos empleados para la interpretación de los resultados, podemos destacar que la detección de imágenes mediante Matlab ha sido suficiente para la obtención de unos resultados adecuados, aunque tiene importantes limitaciones. Estas limitaciones se centran sobre todo en la detección de la entrefase, en la que surgen problemas asociados al contraste con el fondo de la imagen y al reflejo sobre la superficie del agua. Estos problemas se pueden solucionar sin excesivas complicaciones, pero a costa de perder una cierta precisión en la obtención de resultados. Todo lo contrario ocurre en la fase de la detección correspondiente a la caída de la gota, que no tiene asociada ningún tipo de problema y en la que la precisión conseguida es enorme.

Esto nos lleva a concluir, por lo tanto, que el estudio de los resultados con este método de detección conlleva mayores dificultades en el caso del impacto sobre capas líquidas que en el caso de superficies sólidas, en las que, en principio, no tendríamos problemas relacionados con reflejos o detecciones inconexas.

La combinación de un procedimiento experimental y un método de detección adecuados nos han permitido obtener la evolución de una serie de parámetros con el número de Weber de impacto. Estos resultados son en todo caso lógicos y coherentes, sorprendiendo la gran linealidad del problema estudiado. Distintas variables como las alturas y radios máximos alcanzados por la entrefase, o el tiempo que se tarda en alcanzar estos máximos, siguen una evolución lineal con el número de Weber. Otras, como la velocidades media alcanzada por la entrefase en dirección vertical, se mantienen prácticamente constantes al variar este número adimensional.

Mediante este estudio hemos logrado, por tanto, comprender con una cierta profundidad un problema complejo y de gran interés en la actualidad, como es el impacto de gotas sobre finas capas líquidas.



---

# REFERENCIAS

---

- [1] J.B. Lee, N. Laan, K.G. de Bruin, G. Skantzaris, N. Shahidzadeh, D. Derome, J. Carmeliet and D. Bonn. *Universal rescaling of drop impact on smooth and rough surfaces*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 786, 2016.
- [2] Guillaume Riboux y José Manuel Gordillo. *Experiments of Drops Impacting a Smooth Solid Surface: A Model of the Critical Impact Speed for Drop Splashing*. *Physical Review Letters*, 113, 024507 (2014).
- [3] G. Lagubeau, M.A. Fontelos, C. Josserand, A. Maurel, V. Pagneux and P. Petitjeans. *Flower Patterns in Drop Impact on Thin Liquid Films*. *Physical Review Letters*, 105, 184503 (2010).
- [4] An-Bang Wang and Chi-Chang Chen. *Splashing impact of a single drop onto very thin liquid films*. *Physics of Fluids*, vol. 12, nº9
- [5] R. Bergmann, D. van der Meer, S. Gekle, A. van der Bos and D. Lohse. *Controlled impact of a disk on a water surface: cavity dynamics*. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 633, pp. 381-409 (2009)





# ANEXO A: CÓDIGOS MATLAB EMPLEADOS

---

Presentamos a continuación, a modo de referencia, los códigos Matlab de los programas más destacados que hemos empleado para la obtención de resultados .

*Detection of the Jet Radius.* Programa que usamos como base de nuestro estudio.

```
%=====
%
%          DETECTION OF THE JET RADIUS
%          G. Riboux. 15.07.10
%=====
%
close all;
%-----
%
%          PARAMETERS
%-----
%
dir2='';
dir3='';
dir1='';

Ess=[19];

Visu=2;
e.dyo=50;
e.dy=150
e.seuil=0.5;
e.xf=512;
e.yf=512;
e.dmin=20;

%-----
%
%          CALCUL
%-----
%
[a b]=size(Ess);
for p=1:b
    if Ess(p)<10
        filename=['test0',num2str(Ess(p))];
    else
        filename=['test',num2str(Ess(p))];
    end

%mov = aviread([dir1,filename0,'/',filename,'.avi']);
%vidObj = VideoReader('test15.avi','CurrentTime');
vidObj = VideoReader([dir1,filename,'.avi'],'CurrentTime');
k = 1;
while hasFrame(vidObj)
    mov(k).cdata = readFrame(vidObj);
    k = k+1;
end
```

```

end
im1=mov(end).cdata;
length(mov)
Ni=[1:length(mov)];
%Ni=[1:60];
[iy ix]=size(im1);

j=1;
for i=Ni
    i
    im2=mov(i).cdata;
    im2=im2(1:e.yf,1:e.xf);
    I=imsubtract(im1(1:e.yf,1:e.xf),im2);
    I=imadjust(I);
    threshold = graythresh(I);
    bw = im2bw(I,threshold);
    bw = imfill(bw,'holes');
    if (Visu==1)
        imshow(im2);hold on;
    end
    [B,L,N] = bwboundaries(bw,'noholes');
    if (N>0)&(N<100)
        s.Nframes(j)=i;
        s.Nstruc(j)=N;
        stats = regionprops(L,'EquivDiameter','Centroid');
        kgo=1;
        for k = 1:length(B)
            diam = stats(k).EquivDiameter;
            boundary = B{k};
            centroid = stats(k).Centroid;
            if (diam>=e.dmin)
                s.struc{j}{kgo} = boundary;
                s.xcg{j}(kgo) = centroid(1);
                s.ycg{j}(kgo) = centroid(2);
            s.deq{j}(kgo) = diam;
                if (Visu==1)
                    plot(boundary(:,2), boundary(:,1), 'w', 'LineWidth', 3);
                    plot(s.xcg{j}(kgo), s.ycg{j}(kgo), 'ow','markersize',4,...
                        'markerfacecolor','w','LineWidth', 1);
                    % text(280,20,num2str(i),'color','w','fontsize',14)
                end
            kgo=kgo+1;
        end
        clear deq centroid boundary;
    end
    clear kgo;
    if (Visu==1)
        videol(j)=getframe(gca,[0 0 ix iy]);
    end
    j=j+1;
    clear k stats B L N;
end
clear im2 I bw threshold;
end
clear im1 mov i j ix iy;

if (Visu==1)
    movie2avi(videol,[dir2,filename,'_dec'],'fps',20);
    clear videol;
    close all;
end

```

```

%-----
%
%                               SAVE FILES
%-----

k=1;
for i=1:length(s.deq)
    if length(s.deq{i})>1
        [d(k) ind]=max(s.deq{i});
        y(k)=s.ycg{i}(ind);
    else
        if length(s.deq{i})==0
            d(k)=NaN;
            y(k)=NaN;
        else
            d(k)=max(s.deq{i});
            y(k)=s.ycg{i}(1);
        end
    end
    clear ind;
    k=k+1;
end

indy=find((y<e.dy) & (y>e.dyo));
ye=y(indy);
de=d(indy);
dm=mean(de(1:end));
D_med(Ess)=dm
ind=find(abs(1-de/dm)<e.seuil);
e.frame_fin=indy(ind(end));
e.frame_init=indy(ind(1));

if (Visu==2)
figure('units','normalized','position',[0.1 0.1 0.46 0.52])
col='r';
plot(ind,de(ind),'o','color',col,'markerfacecolor','w','markersize',12);
hold on
plot(de,'o','color',col,'markerfacecolor',col,'markersize',9);
col='g';
plot(ye,'o','color',col,'markerfacecolor',col,'markersize',10);
set(gca,'FontSize',16,'position',[0.1 0.14 0.84 0.8]);
set(gca,'xminor tick','on','yminor tick','on')
%axis([0 max(s2.We)+10 0 3])

figure('units','normalized','position',[0.1 0.1 0.46 0.52])
col='r';
plot(abs(1-
de/dm),'o','color',col,'markerfacecolor',col,'markersize',10);
hold on
plot([0 length(de)],e.seuil*ones(1,2),'-k','linewidth',2);
set(gca,'FontSize',16,'position',[0.1 0.14 0.84 0.8]);
set(gca,'xminor tick','on','yminor tick','on')
%axis([0 max(s2.We)+10 0 3])

figure('units','normalized','position',[0.1 0.1 0.46 0.52])
col='r';
plot(d,'o','color',col,'markerfacecolor',col,'markersize',10);
hold on

```

```

plot(e.frame_init*ones(1,2), [0 140], '-k', 'linewidth', 2);
plot(e.frame_fin*ones(1,2), [0 140], '-k', 'linewidth', 2);
set(gca, 'FontSize', 16, 'position', [0.1 0.14 0.84 0.8]);
set(gca, 'xminor tick', 'on', 'yminor tick', 'on')
%axis([0 max(s2.We)+10 0 3])
end

clear indy ind;
clear de ye dm;
k=1;
N=[e.frame_init:e.frame_fin];
for i=N
    so.Nframes(k)=s.Nframes(i);
    so.Nstruc(k)=s.Nstruc(i);
    so.struc{k}=s.struc{i};
    so.xcg{k}=s.xcg{i};
    so.ycg{k}=s.ycg{i};
    so.deq{k}=s.deq{i};
    k=k+1;
end

clear s;
s=so;
e.frame_init=s.Nframes(1);
e.frame_fin=s.Nframes(end);
clear so;

[dir3, filename, '_detec.mat']
save([dir3, filename, '_detec.mat'], 's', 'e');
clear filename s B L N d y;
end

```

```

%=====
=====

```

*Matrices\_Adim*: Obtención de las matrices adimensionales  $r$ ,  $z$  y  $t$ .

```

% ESTE PROGRAMA PARTE DEL ARCHIVO CREADO POR Matrices_X_Y_t Y SACA LAS
% MATRICES ADIMENSIONALIZADAS A PARTIR DE LAS CÉLULAS.

```

```

clear all;
close all;
clc;

dir='';
dir1='';
Ess=[19];
conversion=1e-3./48.59817;
% t_origen=10/2000;

if Ess<10
    filedir=[dir, 'test0', num2str(Ess), '_boundary.mat'];
    filedir1=[dir1, 'test0', num2str(Ess), '_detec.mat'];
    filename=['test0', num2str(Ess)];
else
    filedir=[dir, 'test', num2str(Ess), '_boundary.mat'];

```

```

        filedir1=[dir1,'test',num2str(Ess),'_detec.mat'];
        filename=['test',num2str(Ess)];

end

    load(filedir);
    load(filedir1);
% load('C:\Users\Alex\Documents\GRADO\CUARTO AERO\Trabajo Fin de
Grado\MATLAB\prueba02\Analisis_Resultados_2\d_med');
% load('C:\Users\Alex\Documents\GRADO\CUARTO AERO\Trabajo Fin de
Grado\MATLAB\prueba02\Analisis_Resultados_1\vel');
load Resultados_TEST2_We.mat

for k=1:length(s.xcg)
    x_cg(k)=s.xcg{k};
end

origen_x=mean(x_cg);

Nf=length(X_cell);
Lmax=0;
cont=0;

for i=1:Nf
    if length(X_cell{i})~=0
        cont=cont+1;
        k=boundary(X_cell{i},Y_cell{i});
        for j=1:length(k)
            X_bound(j)=X_cell{i}(k(j));
            Y_bound(j)=Y_cell{i}(k(j));
        end
        if length(X_bound)>Lmax
            Lmax=length(X_bound);
        end
    end
end

Mat_X=NaN(Lmax,cont);
Mat_Y=NaN(Lmax,cont);

Mat_t=[];

col=0;

for k=1:length(t)
    if t(k)~=0
        col=col+1;
        Mat_t(col)=t(k);
    end
end

col=0;
for i=1:Nf
    if length(X_cell{i})~=0
        col=col+1;
        k=boundary(X_cell{i},Y_cell{i});
        for j=1:length(k)
            Mat_X(j,col)=X_cell{i}(k(j));
            Mat_Y(j,col)=Y_cell{i}(k(j));
        end
    end
end

```

```

        end
    end

    Mat_z=(512-Mat_Y-112)*conversion;
    Mat_z=Mat_z/(D_med(Ess)/2);
    Mat_r=((Mat_X-origen_x)*conversion)/(D_med(Ess)/2);
    % Mat_t=(Mat_t-t_origen)/((D_med(Ess)/2)/Vel(Ess));
    Mat_t=(Mat_t)/((D_med(Ess)/2)/Vel(Ess));
    origen_x=(origen_x*conversion)/(D_med(Ess)/2);

    for i=1:Lmax
        for j=1:cont
            if Mat_z(i,j)<0
                Mat_z(i,j)=NaN;
                Mat_r(i,j)=NaN;
            end
        end
    end

    end

    [dir,filename,'_matrices.mat']
    save([dir,filename,'_matrices.mat'],'Mat_r','Mat_z','Mat_t','origen_x'
    );

```

**Calculo *Esquinas*:** Obtención de los puntos esquina y de los valores medios del radio y la altura de la entrefase.

```

% ESTE PROGRAMA CALCULA Y REPRESENTA LAS ESQUINAS DE LA ENTREFASE
AGUA-AIRE
% Y CALCULA LOS VALORES MEDIOS DE RADIO Y ESPESOR

clear all;
close all;
clc;

dir='C:\Users\Alex\Documents\GRADO\CUARTO AERO\Trabajo Fin de
Grado\MATLAB\prueba02\Análisis_Resultados_2\';

Ess=[19];

if Ess<10
    filedir=[dir,'test0',num2str(Ess),'_matrices.mat'];
    filename=['test0',num2str(Ess)];
else
    filedir=[dir,'test',num2str(Ess),'_matrices.mat'];
    filename=['test',num2str(Ess)];
end

end

load(filedir);

[fil col]=size(Mat_r);

for i=1:col;

    r=Mat_r(:,i);
    z=Mat_z(:,i);

```

```

[Mr,Ir]=max(r);
[mr,ir]=min(r);
[Mz,Iz]=max(z);
[mz,iz]=min(z);

cont=0;

while z(Ir-cont)/z(Iz)<0.8
    cont=cont+1;
    while z(Ir-cont-1)>z(Ir-cont)
        cont=cont+1;
    end
end

Corner_index_d(i)=Ir-cont;

cont=0;

while z(ir+cont)/z(Iz)<0.8
    cont=cont+1;
    while z(ir+cont)>z(ir+cont-1)
        cont=cont+1;
    end
end

Corner_index_i(i)=ir+cont-1;

if Corner_index_i(i)==0
    Corner_index_i(i)=1;
end

rd(i)=r(Corner_index_d(i));
zd(i)=z(Corner_index_d(i));
ri(i)=r(Corner_index_i(i));
zi(i)=z(Corner_index_i(i));

    u=find(r<rd(i) & r>ri(i));

if length(u)~=0
    for j=1:length(u)
        Vect_z(j)=z(u(j));
    end
    z_max_mean(i)=mean(Vect_z);
else
    z_max_mean(i)=NaN;
end

v=find(z<zd(i) & r>rd(i));

if length(v)~=0
    for j=1:length(v)
        Vect_r_d(j)=r(v(j));
    end
    rd0=mean(Vect_r_d);
else
    rd0=NaN;
end

```

```

w=find(z<zi(i) & r<ri(i));

if length(w)~=0
    for j=1:length(w)
        Vect_r_i(j)=r(w(j));
    end
    ri0=abs(mean(Vect_r_i));
else
    ri0=NaN;
end

r_max_mean(i)=(ri0+rd0)/2;

plot(Mat_r(:,i),Mat_z(:,i));
hold on
plot(rd(i),zd(i),'or');
hold on
plot(ri(i),zi(i),'or');
plot(r_max_mean(i)*[1 1],[0 3],'-k');
plot([-4 4],z_max_mean(i)*[1 1],'-k');

hold off
% axis([-origen_x 512-origen_x 0 200]*1/(D_med(Ess)/2))
axis([-origen_x origen_x 0 3])
title ('Evolución temporal de la entrefase')

videol(i)=getframe(gca);

clear r z u v w Vect_z Vect_r_d Vect_r_i rd0 ri0

end

i=0;
flag=1;

while flag==1
    i=i+1;
    if z_max_mean(i+1)>z_max_mean(i) & z_max_mean(i)<0.8 &
~isnan(z_max_mean(i+1)) & ~isnan(z_max_mean(i))
        flag=0;
    end
end

i
tiempo_origen=Mat_t(i);
t=Mat_t-tiempo_origen;

flag=1;
frame_separation=0;
while flag==1
    i=i+1;
    frame_separation=frame_separation+1;
end

```



```
        if z_max_mean(i+1)<z_max_mean(i) & z_max_mean(i)<0.5 &
~isnan(z_max_mean(i+1)) & ~isnan(z_max_mean(i)) & frame_separation>10
            flag=0;
        end
    end

    i_corte=i
    t_corte=t(i_corte);

    for i=1:length(t)
        if t(i)<0 || i>i_corte
            z_max_mean(i)=NaN;
            r_max_mean(i)=NaN;
            t(i)=NaN;
        end
    end

    save([dir,filename,'_corners.mat'],'r_max_mean','z_max_mean','zi','ri'
,'zd','rd','t','t_corte');
```