

Propuesta didáctica para la enseñanza de las técnicas estadísticas de diseño experimental

Ester Gutiérrez, Luis Onieva, Jesús Muñuzuri, Nicolás Ibañez

Dpto. de Organización y Gestión de Empresas. Universidad de Sevilla. Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 Sevilla.

Palabras clave: Diseño de experimentos, enseñanza, herramienta informatizada

1. Introducción

Desde 1998, la Escuela Superior de Ingenieros de la Universidad de Sevilla ofrece la posibilidad de acceso a la titulación de segundo ciclo en Ingeniería de Organización Industrial donde se imparte una asignatura dedicada a la mejora del diseño y análisis de los productos o procesos a través de las principales técnicas estadísticas de control de calidad. Durante los primeros años de la titulación, muy pocos estudiantes de los matriculados decidían prepararse la asignatura, y aquellos que lo hacían y la superaban explicaban que los contenidos de la misma estaban llenos de ecuaciones abstractas y conceptos estadísticos que no aclaraban los aspectos prácticos.

2. Objetivos Didácticos

La enseñanza de Estadística en las Escuelas de Ingeniería se imparte, con duración cuatrimestral, en los primeros cursos del primer ciclo, pudiéndose complementar su formación estadística cursando algunas de las asignaturas ofertadas de carácter optativo en cursos superiores. En este trabajo se presenta un método de aprendizaje de la técnica

estadística de Diseño de Experimentos (DE), la cual tiene amplia aplicación en numerosas disciplinas y con especial repercusión en el desarrollo y análisis del rendimiento de procesos industriales. El principal objetivo que se persigue con esta iniciativa es facilitar la adquisición de conocimientos estadísticos, así como el interés hacia la materia que cursa el alumno, lo cual proporcionará la mejora de los resultados académicos alcanzados. Estos objetivos se basan en la idea de que el alumno adquiera una mayor formación en estadística aplicada, lo que contribuirá a fortalecer la configuración de una verdadera *cultura estadística* en los profesionales de la ingeniería.

La enseñanza de Estadística en las Escuelas de Ingeniería se imparte, con duración cuatrimestral, en los primeros cursos del primer ciclo, pudiéndose complementar su formación estadística cursando algunas de las asignaturas ofertadas de carácter optativo en cursos superiores. En este trabajo se presenta un método de aprendizaje de una técnica estadística, la cual tiene amplia aplicación en numerosas disciplinas y con especial repercusión en el desarrollo y análisis del rendimiento de procesos industriales. El principal objetivo que se persigue con esta iniciativa es facilitar la adquisición de conocimientos estadísticos, así como el interés hacia la materia que cursa el alumno, lo cual proporcionará la mejora de los resultados académicos alcanzados. Estos objetivos se basan en la idea de que el alumno adquiera una mayor formación en estadística aplicada, lo que contribuirá a fortalecer la configuración de una verdadera *cultura estadística* en los profesionales de la ingeniería. Este nuevo enfoque pretende:

- Estimular el interés del alumno por la estadística en general, como ciencia que investiga la realidad mediante la construcción de modelos y su validación.
- Conocer la frecuente aplicación del Control de Calidad en el mundo de la Ingeniería, y ser capaz de discernir aquellas situaciones en las que es posible y necesario un análisis estadístico para la solución de problemas reales.
- Adquirir y comprender la terminología estadística y el modo de razonar.
- Desarrollar la aptitud de asimilar nuevas técnicas estadísticas que pueda necesitar en su vida profesional.

Todos estos objetivos están orientados a la mejora de la capacidad cognoscitiva, procedimental/instrumental y actitudinal del alumno en sus futuras y presentes actuaciones como ingeniero.

El enfoque está basado fundamentalmente en el uso de hojas de cálculo (con posibilidad de utilizar macros), así como de un proceso de análisis simple y claro, desarrollado específicamente con este fin, para los principales diseños experimentales. Para cada uno de ellos, las herramientas de trabajo están disponibles en carpetas o archivos compatibles tanto para Microsoft Excel® como para Lotus®. Estas herramientas están diseñadas para guiar y ayudar a los estudiantes, de una forma estructurada y sencilla, a realizar manualmente los cálculos y el análisis del diseño experimental.

3. Conceptos básicos de la herramienta

El enfoque adoptado en el aprendizaje de DE está basado principalmente en el uso de hojas de cálculo simples y personalizadas para la mayoría de los diseños utilizados. El tratamiento de la asignatura se lleva a cabo mediante el aprendizaje, de forma práctica, de la teoría estadística y los fundamentos matemáticos, explicando cómo los experimentos pueden ser planificados, ejecutados y analizados. Para cada uno de los diseños se dispone de ocho tipos diferentes de hojas de trabajo: edición de datos, cálculo de efectos, diagrama de efectos, diagrama de efectos de Pareto, gráfico de probabilidad normal de los efectos, cálculo de la suma de los cuadrados, tabla ADEVA, y análisis de los residuos. Se dispone de una versión específica para cada uno de los 20 diseños tratados en el curso: diseño completo factorial (2, 3 y 4 factores), diseño de factoriales fraccionarios (8 o 16 experimentos, hasta 11 factores) y matrices ortogonales de Taguchi (L_4 , L_8 , L_{16} , L_9 , L_{12} y L_{18}). Asimismo, las hojas de trabajo están disponibles para el caso unifactorial y multifactorial de las técnicas de ADEVA (2 ó 3 factores, con 2 ó 3 niveles). El análisis de cualquiera de estos diseños mediante la hoja de cálculo adecuada se lleva a cabo de forma sencilla y fácil, ya que, en primer lugar, los estudiantes deben elegir, de entre todas las hojas de trabajo que contienen el libro, la más adecuada para el diseño requerido. En el libro, las hojas de trabajo están agrupadas según los tipos de diseño, así como ordenadas para que el análisis completo este estructurado fácilmente. En segundo lugar, los estudiantes usan la hoja de cálculo destinada a la edición de datos para planificar y establecer el conjunto de todas las pruebas experimentales. Una vez que se insertan los datos del proceso analizado, deben rellenar las hojas siguientes. Este proceso les lleva a la identificación de los efectos significativos de efectos principales y de interacción de segundo orden, permitiéndole determinar el modelo de predicción más

adecuado para la optimización del proceso. De esta forma, las hojas de cálculo permiten a los estudiantes interactuar con los resultados a través de la apropiada hoja de trabajo informatizada. Además, las hojas de cálculo proporcionan a los estudiantes una más rápida y mejor comprensión del impacto que cualquier alteración en los datos puede tener en el resultado final del experimento. Se ha demostrado que esta última propiedad ha sido muy beneficiosa en los procesos de aprendizaje y comprensión del alumno hacia el impacto de cualquier tipo de error experimental en los resultados finales. Estas hojas de cálculo elaboradas manualmente se emplean únicamente como una herramienta de aprendizaje para ayudar al dominio del análisis DE. Finalmente, una vez que los estudiantes han finalizado el curso, sólo necesitan usar el formulario informatizado para planificar y analizar futuros experimentos.

4. Ejemplo práctico

En este apartado se presentará un ejemplo que permita comprender los conceptos más destacados del análisis de DE a través del uso de hojas de cálculo informatizadas. Para ilustrar lo anterior se ha seleccionado un ejercicio propuesto (Levine, 1995). La prueba se configura como un diseño factorial 2^{4-1} (resolución tipo IV) en el cual los ocho tratamientos se seleccionan a partir de un total de 16 posibles combinaciones, utilizando como generador de diseño ABCD. Los cinco factores, y sus correspondientes niveles experimentales, son los siguientes:

- A.- Tipo de recipiente [aluminio, acero inoxidable].
- B.- Tipo de agua [corriente, embotellada].
- C.- Tamaño del recipiente [pequeño, grande].
- D.- Posición de la tapa [quitada, puesta].

A continuación se presentan los correspondientes formularios. La figura 1 es una muestra de las hojas de cálculo utilizadas para calcular la estimación de los efectos de los factores. Las dos primeras columnas muestran la ordenación de los ensayos y los valores de las respuestas observadas (individual o suma). El resto de las columnas muestran el mismo valor de la variable respuesta las cuales deben ser convenientemente utilizadas en el cálculo de los promedios. La última fila se utiliza para el calcular la estimación de los efectos, los cuales se calculan a partir de la diferencia, para cada uno de los niveles, entre los valores promedios

inferiores y superiores.

Orden	Respuesta	Tipo recipiente	Tipo agua	Tamaño recipie	Posición tapa	AB	AC	AD							
1	195	195	195	195	195	195	195	195							
2	204	204	204	204	204	204	204	204							
3	216	216	216	216	216	216	216	216							
4	193	193	193	193	193	193	193	193							
5	167	167	167	167	167	167	167	167							
6	142	142	142	142	142	142	142	142							
7	158	158	158	158	158	158	158	158							
8	153	153	153	153	153	153	153	153							
Total	1426	662	766	762	666	734	694	782	646	718	710	722	706	720	708
Numero	8	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Promec	179	165,5	191,5	190,5	166,5	183,5	173,5	195,5	161,5	179,5	177,5	180,5	177	180	177
Efectos		26		-24		-10		-34		-2		-4		-3	

Figura 1. Hoja de cálculo utilizada para la estimación de los efectos.

En el proceso de análisis de los resultados se distinguen dos etapas, una primera, donde se realizan las pruebas gráficas las cuales permiten visualizar de forma sencilla las principales conclusiones del experimento, y una segunda, en la que se practican pruebas analíticas que permiten validar las conclusiones que visualmente se han obtenido de la etapa anterior.

La figura 2 presenta la hoja de cálculo utilizada para la construcción del gráfico de probabilidad normal de los efectos (Box y otros, 1978), siendo útil para la identificación de los efectos que pueden ser significativos. En esta figura los puntos que se encuentran más próximos de la línea marcada no muestran una influencia significativa en la variable respuesta, sin embargo los puntos que se encuentran más distantes de la línea trazada son factores con efectos significativos en la variable respuesta. En este caso, se puede observar que las interacciones AB+CD, AC+BD y AD+BC y posiblemente el factor C se encuentran relativamente próximas a la línea recta, por lo tanto sus efectos hacia la variable respuesta no serían tenidos en cuenta. Sin embargo, los factores A, B y D producen efectos importantes en la variable respuesta tal como se deduce del grafico. Además, si suponemos que las interacciones de los tres factores (ABC, ABD, ACD y BCD) y la cuarta interacción ABCD no son importantes.

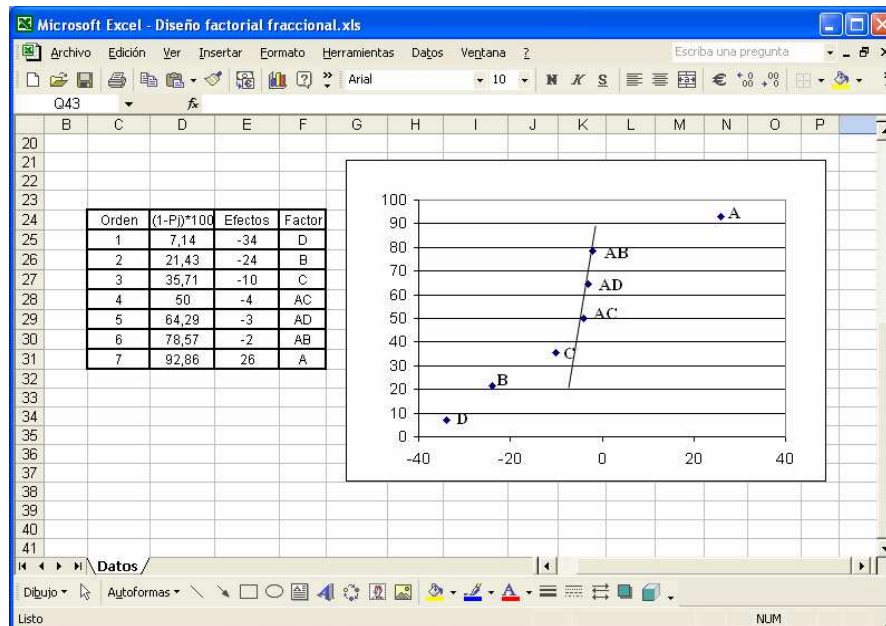


Figura 2. Hoja de cálculo para representar el gráfico de probabilidad normal de los efectos.

Seguidamente, se procede a desarrollar los pasos de la segunda etapa de carácter analítico.

En la figura 3 se calcula la suma de los cuadrados para cada efecto a través de las hojas de cálculo especificadas. Estas sumas de cuadrados son necesarias posteriormente en la construcción de la tabla ADEVA, figura 4, en la cual la varianza de la variable respuesta es descompuesta en todos sus componentes. En este caso, se han considerado dentro del termino error las sumas de cuadrados de los factores menos significativos (según el gráfico de probabilidad normal), ya que no hay réplicas para la evaluación del error experimental. El análisis proporciona la suficiente evidencia muestral, al 5% de nivel de significación, para afirmar que los factores A, B y D ejercen una influencia significativa en la variable respuesta. Esta afirmación es aconsejable que sea consultada con un experto en la materia objeto de análisis para evitar incurrir en implicaciones erróneas.

Diseño	Efecto	Efecto2	SC	SC Total
A	26	676	1352	272,25
B	-24	576	1152	650,25
C	-10	100	200	1406,25
D	-34	1156	2312	210,25
AB	-2	4	8	132,25
AC	-4	16	32	1332,25
AD	-3	9	18	420,25

Figura 3. Suma de cuadrados de los efectos. Nota: $SC = (N^2 \cdot \text{Efecto}^2) / N \cdot 2^{4-1}$.

Fuente de variación	SC	df	CM	Fexp	Fteórica	P-valor
A	1352	1	1352	15,7209	10,128	0,02866
B	1152	1	1152	13,3953		0,03525
C	200	1	200			
D	2312	1	2312	26,8837		0,01393
AB	8	1	8			
AC	32	1	32			
AD	18	1	18			
Error	258	3	86			
Total	5074	7				

Figura 4. Hoja de cálculo utilizada para el análisis ADEVA.

Los resultados anteriores permiten formular un modelo de predicción en función de los efectos más significativos detectados en el diseño experimental:

$$\hat{Y} = 179 + (26/2) \cdot A + (-24/2) \cdot B + (-34/2) \cdot D \quad (1)$$

La expresión (1) permite estimar y predecir la variable respuesta para cada experimento, así como el análisis de la variabilidad de la respuesta, tal como se muestra en la figura 5. En dicha hoja de cálculo se contrasta la igualdad de las varianzas de los efectos para cada uno de

los factores, pudiéndose concluir que ninguno de los factores ejerce una influencia significativa sobre la variabilidad de la respuesta al 5% de nivel de significación.

Orden	A	B	C	D	AB	AC	AD	\bar{Y}	$\hat{\bar{Y}}$	Res
1	-	-	-	-	+	+	+	195	195	0
2	+	+	-	-	+	-	-	204	197	-7
3	+	-	+	-	-	+	-	216	221	5
4	+	-	-	+	-	-	+	193	187	-6
5	-	+	+	-	-	-	+	167	171	4
6	-	+	-	+	-	+	-	142	137	-5
7	-	-	+	+	+	-	-	158	161	3
8	+	+	+	+	+	+	+	153	163	10
S_+^2	560,25	547,25	627,25	364,25	497,25	911,25	314			
S_-^2	370,25	433,25	591,25	326,25	769,25	349,25	950			
Fexp	1,51	1,26	1,06	1,12	0,65	2,61	0,33			
Fteorico	9,28									

Figura 5. Hoja de cálculo utilizada para el análisis de los residuos.

A la vista de los resultados obtenidos, se recomendaría ajustar los factores hacia los niveles más adecuados para la consecución de dicho objetivo, esto es, utilizar un recipiente de aluminio, agua embotellada y con una tapadera puesta. El resto de factores (no significativos) pueden ser ajustados según sus niveles más económicos.

5. Conclusiones

Durante estos últimos tres años, el enfoque presentado en este trabajo ha sido aplicado en diversos cursos donde se imparte DE y la reacción recibida de los estudiantes ha sido positiva permitiéndoles fomentar un razonamiento crítico en la ingeniería. El alcance de la herramienta didáctica propuesta ha resultado favorable para la mejora de la comprensión e interés por parte de los alumnos hacia DE.

Referencias

- Box, G.E.P, Hunter, W.G., Hunter, J.S. (1978). *Statistics for Experimenters*. New York, Wiley.
- Levine, D.M, Ramsey, P.P. Berenson, M.L. (1995). *Business Statistics for Quality and Productivity*. New Jersey, Prentice-Hall.