

## RESUMEN DE LA TESIS

Título: “Semilinear order property and infinite games”

Autor: Manuel José Simões Loureiro

En este trabajo se analiza la determinación de juegos de Lipschitz y Wadge, junto con la propiedad de ordenación semilineal, estrechamente relacionada con estos juegos, en el contexto de la Aritmética de segundo orden y el programa de la Matemática inversa (Reverse Mathematics). En primer lugar, se obtienen pruebas directas, formalizables en la Aritmética de segundo orden, de la determinación de los juegos de Lipschitz y Wadge para los primeros niveles de la Jerarquía de diferencias de Hausdorff. A continuación, se determinan los axiomas de existencia suficientes para la formalización de dichas pruebas dentro de los subsistemas clásicos de la Aritmética de segundo orden ( $\mathbf{RCA}_0$ ,  $\mathbf{WKL}_0$ ,  $\mathbf{ACA}_0$ ,  $\mathbf{ATR}_0$  e  $\Pi_1^0\text{-CA}_0$ ). Finalmente, en algunos casos se muestra que dichos axiomas de existencia son óptimos, probando que resultan ser equivalentes (sobre un subsistema débil adecuado, como  $\mathbf{RCA}_0$  o  $\mathbf{ACA}_0$ ) a las correspondientes formalizaciones de los principios de determinación o de ordenación semilineal. Los principales resultados obtenidos son los siguientes:

**Teorema A.** Sobre  $\mathbf{RCA}_0$  son equivalentes:

- (1)  $\mathbf{ACA}_0$ .
- (2)  $(\Sigma_1^0)_2\text{-Det}_L^*$  (el principio de determinación para juegos de Lipschitz entre subconjuntos del espacio de Cantor que son diferencia de dos cerrados).
- (3)  $(\Sigma_1^0)_2\text{-SLO}_L^*$  (la propiedad de ordenación semilineal de la reducibilidad Lipschitz entre subconjuntos del espacio de Cantor que son diferencia de dos cerrados).

**Teorema B.** Sobre  $\mathbf{RCA}_0$  son equivalentes:

- (1)  $\mathbf{ATR}_0$ .
- (2)  $(\Sigma_1^0 \cup \Pi_1^0)\text{-Det}_L$  (el principio de determinación para juegos de Lipschitz entre subconjuntos abiertos o cerrados del espacio de Baire).

**Teorema C.** Sobre  $\mathbf{ACA}_0$  son equivalentes:

- (1)  $\mathbf{ATR}_0$ .
- (2)  $\Delta_1^0\text{-Det}_L$  (el principio de determinación para juegos de Lipschitz entre subconjuntos del espacio de Baire que son simultáneamente abiertos y cerrados).
- (3)  $\Delta_1^0\text{-SLO}_L$  (la propiedad de ordenación semilineal de la reducibilidad Lipschitz entre subconjuntos del espacio de Baire simultáneamente abiertos y cerrados).