

Dinámica de Sistemas y Análisis Cualitativo Matemático, en Modelos de Gestión de la Producción

Documento presentado como requisito para la lectura de la
Tesis Doctoral

Presentado por:

Gloria Elena Peña Zapata

Estudiante del doctorado en Ingeniería de Organización

Director de la Tesis:

Profesor Doctor Adolfo Crespo Márquez

Profesor del Departamento de Organización
Industrial y Gestión de Empresas

Doctorado en Ingeniería de Organización
Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas
Escuela de Ingenieros Industriales
Universidad de Sevilla
Sevilla, España

Noviembre de 2003

Dinámica de Sistemas y Análisis Cualitativo Matemático, en Modelos de Gestión de la Producción

Documento presentado como requisito para la lectura de la
Tesis Doctoral

Presentado por:

Gloria Elena Peña Zapata

Estudiante del doctorado en Ingeniería de Organización

Director de la Tesis:

Profesor Doctor Adolfo Crespo Márquez

Profesor del Departamento de Organización
Industrial y Gestión de Empresas

Doctorado en Ingeniería de Organización
Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas
Escuela de Ingenieros Industriales
Universidad de Sevilla
Sevilla, España

Noviembre de 2003

CONTENIDO

Capítulo	Página
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABLAS	xx
LISTA DE ANEXOS	xxii
SIGLAS	xxiii
CONVENCIONES	xxiv
RESUMEN	xxv
1. INTRODUCCIÓN	1
2. ASPECTOS GENERALES DE LA TESIS	7
2.1 TÍTULO DE LA TESIS:	7
2.2 OBJETIVOS.....	7
2.2.1 Generales.....	7
2.2.2 Específicos	7
2.3 HIPÓTESIS	8
2.4 ANTECEDENTES.....	9
2.5 ALCANCE DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN	10
2.6 IMPORTANCIA TÉCNICA Y CIENTÍFICA.....	11
2.7 METODOLOGÍA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN	12
2.8 CONTRIBUCIÓN DE LA ESTUDIANTE DE DOCTORADO, A LA TESIS.....	13
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	15
3.1 INTRODUCCIÓN	15
3.2 ASPECTOS GENERALES DE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	18
3.3 MODELOS DE DINÁMICA DE SISTEMAS Y ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO	21

3.3.1	Modelos ecológicos: predador - presa	21
3.3.2	Modelos de dinámica urbana	24
3.3.3	Modelos de salud	28
3.3.4	Modelos de medio ambiente	28
3.3.5	Modelos de economía	29
3.3.6	Modelos de sistemas de manufactura	33
3.4	MODELADO DE SISTEMAS DE MANUFACTURA, CON DINÁMICA DE SISTEMAS, SIN ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO.....	41
3.5	HERRAMIENTAS DE AYUDA PARA EL ANÁLISIS CUALITATIVO.....	54
3.6	COMENTARIOS SOBRE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	55
4.	ESTADO ACTUAL DE INVESTIGACIÓN DEL ANÁLISIS CUALITATIVO EN DINÁMICA DE SISTEMAS	57
5.	MARCO TEÓRICO	61
5.1	SISTEMAS DE MANUFACTURA.....	61
5.1.1	Introducción	61
5.1.2	Dirección de operaciones.....	61
5.1.3	Sistemas de gestión de la producción	64
5.2	DINÁMICA DE SISTEMAS: TEORÍA GENERAL Y LENGUAJES	68
5.2.1	Introducción	68
5.2.2	Diagramación y simulación	71
5.2.3	Lenguajes de simulación continua.....	81
5.3	TEORÍA GENERAL SOBRE ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO DE SISTEMAS DINÁMICOS	83
5.3.1	Introducción	83
5.3.2	Aproximación a una clasificación de sistemas complejos.....	85
5.3.3	Análisis cualitativo matemático.....	89
5.3.4	Análisis cualitativo realizado por medio del análisis de las estructuras de los bucles de realimentación	110
6.	MODELO DINÁMICO LINEAL: PROTOTIPO SENCILLO DE UN PROCESO DE PRODUCCIÓN – INVENTARIO.....	113
6.1	INTRODUCCIÓN	113
6.2	CASO DE ESTUDIO.....	114
6.3	DIAGRAMA DE CAUSALIDAD	114
6.3.1	Definición de las variables y de los parámetros utilizados en el diagrama causa - efecto.....	114
6.3.2	Análisis de bucles de realimentación.....	116
6.4	DIAGRAMA DE FLUJOS Y NIVELES	117

6.5	ECUACIONES DE NIVEL DEL MODELO	118
6.6	PROCEDIMIENTO ANALÍTICO PARA ENCONTRAR LAS REGIONES DE EQUILIBRIO DEL MODELO.....	120
6.6.1	Ecuaciones diferenciales de primer orden y puntos de equilibrio	120
6.6.2	Cálculo de la matriz Jacobiana y ecuación característica	123
6.6.3	Análisis cualitativo de los puntos de equilibrio a partir del análisis de los autovalores	126
6.7	SIMULACIÓN Y ANÁLISIS CUALITATIVO DEL SISTEMA LINEAL PRODUCCIÓN - INVENTARIO	142
6.7.1	Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 0.5$	142
6.7.2	Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 3$	149
6.7.3	Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 2$	155
6.7.4	Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 0.5$ $d = 150$	161
6.7.5	Sistema dinámico lineal, considerando cambios estructurales en las órdenes de producción: flujo de producción = $fp = mcp = 100$	168
6.7.6	Sistema dinámico lineal, considerando cambios estructurales en las órdenes de producción y en la de flujo de la demanda: flujo de producción = $fp = mcp = 100$; flujo de la demanda = $fd = entrega * inv$	174
6.7.7	Sistema dinámico lineal, considerando la máxima capacidad de producción (mcp) y la cantidad de producto en proceso en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 0.5$	180
7.	MODELO DINÁMICO NO LINEAL: PROTOTIPO SENCILLO DE UN PROCESO DE PRODUCCIÓN	189
7.1	INTRODUCCIÓN	189
7.2	CASO DE ESTUDIO	190
7.3	DIAGRAMA DE CAUSALIDAD	192
7.4	DIAGRAMA DE FLUJOS Y NIVELES	193
7.5	ECUACIONES DIFERENCIALES DEL MODELO.....	194
7.6	PROCEDIMIENTO PARA ENCONTRAR LAS REGIONES DE EQUILIBRIO DEL MODELO	196
7.7	SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	202
7.7.1	Tres puntos de intercesión	203
7.7.2	Dos puntos de intercesión: equilibrio estable y bifurcación	224

7.7.3	Un punto de intercesión	235
7.7.4	Formas diferentes de la tabla de datos referentes a tiempos de proceso	243
7.8	COMENTARIOS.....	245
8	ANÁLISIS DE TRES SISTEMAS NO LINEALES: CON DOS VARIABLES DE NIVEL Y CON CUATRO VARIABLES DE NIVEL.....	247
8.1	INTRODUCCIÓN	247
8.2	CASOS A ANALIZAR EN EL MODELO DE DOS VARIABLES DE NIVEL.....	248
8.2.1	Caso 1: Modelo dinámico no lineal. Aspectos a analizar: la variable wip no afecta la orden de producción; no hay retardos.	248
8.2.2	Caso 2: Modelo dinámico no lineal. Aspectos a analizar: la variable wip sí afecta la orden de producción; no hay retardos.....	249
8.2.3	Caso 3: Modelo dinámico no lineal. Aspectos a analizar: la variable wip afecta la orden de producción; hay una demora en la orden de producción igual a 1.5.....	251
8.2.4	Caso 4: Modelo dinámico no lineal. Aspectos a analizar: la variable wip afecta la orden de producción; hay una demora en la orden de producción igual a 1.....	254
8.2.5	Otros casos. Modelo dinámico no lineal. Aspectos a analizar: la variable wip forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo mayores de una (1) unidad en la orden de producción.....	257
8.2.6	Resumen de los casos no lineales, con dos variables de nivel.....	257
8.3	CASOS A ANALIZAR EN EL MODELO DE CUATRO VARIABLES DE NIVEL.....	258
8.3.1	Caso 1. Modelo dinámico no lineal con cuatro variables de nivel. Aspectos a analizar: la variable wip forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo de una (1) unidad.	259
8.3.2	Caso 2. Modelo dinámico no lineal con cuatro variables de nivel. Aspectos a analizar: la variable wip forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo mayores de una (1) unidad. Tiempo de ajuste del inventario constante.....	263
8.4	MODIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN EL MODELO CON DOS VARIABLES DE NIVEL.....	267
8.4.1	Caso 1. Modelo dinámico no lineal con dos variables de nivel. Aspectos a analizar: tiempo de ajuste del inventario variable, dependiendo de la discrepancia. Demanda aleatoria	268
8.4.2	Caso 2. Modelo dinámico no lineal con dos variables de nivel. Aspectos a analizar: tiempo de ajuste del inventario variable. Demanda constante igual a 105; grado de cobertura del inventario gci igual a 2.....	273

8.4.3	Caso 3. Modelo dinámico no lineal con dos variables de nivel. Aspectos a analizar: tiempo de ajuste del inventario, tai, variable, dependiendo de la discrepancia. Demanda aleatoria entre 96 y 110; grado de cobertura del inventario, gci, igual a 2.....	281
8.5	TABLA RESUMEN.....	288
8.6	ANÁLISIS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA GESTIÓN....	288
9	MODELOS PUSH Y PULL.....	293
9.1	INTRODUCCIÓN	293
9.2	MODELOS PUSH Y PULL SIN CONTROL DEL WIP.....	294
9.2.1	Tiempo de proceso (tp) no lineal; figura 167.....	298
9.2.2	Tiempo de proceso (tp) no lineal; figura 173.....	301
9.2.3	Variación en el período de seguridad (ss) y en el grado de cobertura del inventario (gci).....	304
9.2.4	Variación en la demanda.....	304
9.2.5	Variación en tai (sistema push) y en it (sistema pull).....	305
9.3	MODELOS PUSH Y PULL CON CONTROL DEL WIP.....	311
9.3.1	Tiempo de proceso (tp) no lineal; figura 167.....	312
9.3.2	Tiempo de proceso (tp) no lineal; segunda tabla.	320
9.3.3	Variación en el grado de cobertura del inventario (gci) y en el período de seguridad (ss), en los sistemas push y pull, respectivamente.....	324
9.3.4	Variación en la demanda.....	329
9.3.5	Variación en el tai (sistema push) y en el it (sistema pull)	334
9.4	ANÁLISIS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA GESTIÓN....	339
10.	CASO DE ESTUDIO: PYME DEL SECTOR DE LA CONFECCIÓN EN MEDELLÍN, COLOMBIA	343
10.1	INTRODUCCIÓN	343
10.2	ALGUNOS CONCEPTOS UTILIZADOS PARA EL ANÁLISIS DEL SISTEMA	345
10.2.1	Descripción de la cadena de inventarios.....	345
10.2.2	Enfoques de decisiones en la gestión de inventarios	346
10.2.3	Costos de inventarios	347
10.3	DIAGNÓSTICO DEL SECTOR PYME	349
10.3.1	Fortalezas del sector de la pyme	350
10.3.2	Principales problemas globales identificados	350
10.3.3	Problemas identificados en tecnología en las pymes (acopi 1998).....	351
10.3.4	Manejo de inventarios en las pyme.....	351
10.4	CARACTERIZACION DEL SUBSECTOR CONFECCIONES...	352
10.4.1	Generalidades del subsector.....	352
10.4.2	Principales Problemas.....	353

10.4.3	Análisis descriptivo de las encuestas y las entrevistas.....	354
10.4.4	Empresa elegida para la validación del modelo.....	358
10.5	MODELO DE DINÁMICA DE SISTEMAS.....	360
10.5.1	Diagrama causal.....	360
10.5.2	Diagrama de flujos y niveles.....	362
10.5.3	Validación del modelo de simulación.....	367
10.5.4	Análisis de los resultados de la simulación.....	367
10.6	INFORMACIÓN DE ENTRADA AL MODELO	375
10.7	COMENTARIOS A PARTIR DEL MODELO DE LA PYME Y DE LOS RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN	375
11.	CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.....	379
12.	BIBLIOGRAFÍA.....	385
12.1	BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA.....	385
12.2	BIBLIOGRAFÍA CITADA POR OTROS INVESTIGADORES..	402
	GLOSARIO	407
	ANEXOS.....	409

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Modelo agregado correspondiente tanto a un sistema mayorista, como a un sistema minorista.....	50
2. Comportamiento temporal (atractor puntual) de las variables pc y uoc.....	94
3. Plano de fase de las variables pc y uoc, dibujado completamente, o sea, comportamiento desde las condiciones iniciales hasta el punto de equilibrio.....	95
4. Plano de fase de las variables pc y uoc, dibujado parcialmente, o sea, el comportamiento próximo al punto de equilibrio.....	95
5. Comportamiento temporal de las variables pc y uoc. estado estable denominado atractor de ciclo límite.....	99
6. Plano de fase de las variables pc y uoc. comportamiento desde las condiciones iniciales hasta alcanzar el estado estable de ciclo límite. .	100
7. Comportamiento temporal de las variables pc y uoc. atractor estable de doble período, o doble ciclo.....	101
8. Plano de fase de las variables pc y uoc. comportamiento desde las condiciones iniciales hasta alcanzar el estado estable de oscilación periódica.....	102
9. Plano de fase de las variables pc y uoc, correspondiente al estado estable, o sea, después de eliminar el estado transitorio.....	102
10. Comportamiento temporal extraño de las variables pc y uoc. atractor caótico.....	104
11. Plano de fase de las variables pc y uoc. comportamiento desde las condiciones iniciales, hasta alcanzar un comportamiento extraño.	104
12. Plano de fase de las variables pc y uoc, correspondiente a un estado extraño, después de eliminar el estado transitorio.	105
13. Diagrama de forrester correspondiente a un sistema económico (tomado de rasmussen et. al. 1985).....	106

14.	Diagrama de causalidad para un proceso de producción inventario.....	115
15.	Diagrama de flujos y niveles para un proceso de producción - inventario.	117
16.	Plano de fase de un nodo impropio asintóticamente estable.....	127
17.	Comportamiento temporal de un nodo impropio asintóticamente estable.	128
18.	Plano de fase de un punto de silla.....	129
19.	Comportamiento temporal, a corto plazo, de un punto de silla:	130
20.	Comportamiento temporal, a largo plazo, de un punto de silla, inestable.	130
21.	Plano de fase de un nodo impropio, tangente a una recta, asintóticamente estable.	131
22.	Comportamiento temporal de un nodo impropio, asintóticamente estable.	132
23.	Plano de fase de un nodo propio, asintóticamente estable.....	133
24.	Comportamiento temporal de un nodo propio, asintóticamente estable.	133
25.	Plano de fase de un nodo propio, inestable.....	134
26.	Comportamiento temporal de un nodo propio, inestable.....	135
27.	Plano de fase de un punto en espiral, asintóticamente estable.....	136
28.	Comportamiento temporal de un punto en espiral, asintóticamente estable.	136
29.	Plano de fase de un punto centro. curvas concéntricas alrededor del equilibrio (en este caso, el punto (0, 0))......	137
30.	Comportamiento temporal de un punto centro, o de curvas periódicas, representadas por comportamientos cíclicos de igual período.	137
31.	Plan de fase de una familia de rectas, con puntos de equilibrio en cada recta.	139
32.	Comportamiento temporal, a largo plazo, de la familia de rectas.	140
33.	Comportamiento temporal, a corto plazo, de la familia de rectas.	140
34.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.	146
35.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.	147
36.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.	147

37.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	148
38.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 34 y 35.	149
39.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). trayectorias exponenciales, o en parábola; punto asintóticamente estable.	152
40.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). trayectorias exponenciales, o de parábola, asintóticamente estables.....	153
41.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	153
42.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	154
43.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 39 y 40.	155
44.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). trayectorias exponenciales, o en parábola; punto asintóticamente estable.	159
45.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). trayectorias exponenciales, o de parábola, asintóticamente estables.....	159
46.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	160
47.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	161
48.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 39 y 40.	162
49.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.	164
50.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.	164
51.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	165

52.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.....	166
53.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 49 y 50.	167
54.	Diagrama de fórrster de un sistema con flujo de órdenes de producción igual a la máxima capacidad de producción (mcp).....	169
55.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.	171
56.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). trayectorias paralelas, una por cada condición inicial.....	172
57.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.	172
58.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). todas las trayectorias son paralelas.	173
59.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 55 y 56.	174
60.	Diagrama de flujos y niveles de un modelo con flujo de producción constante y con flujo de demanda que depende del inventario.....	175
61.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio estable.....	177
62.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	178
63.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	179
64.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	179
65.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 61 y 62.	180
66.	Diagrama de flujos y niveles del modelo producción-inventario, en el cual se mejora la política de las órdenes de decisión, al considerar dentro de ella, la existencia del producto en proceso (wip).....	181
67.	Comportamiento temporal del producto en proceso (wip). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio estable.....	183
68.	Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	184
69.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (wip). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	185

70.	Análisis de sensibilidad del punto inicial del inventario de producto terminado (inv). las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.....	185
71.	Retrato de fase de las variables wip e inv, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 67 y 68.	186
72.	Tiempo de producción en función de la cantidad de producto en proceso.	191
73.	Porcentaje de entrega de producto terminado, de acuerdo con el nivel de inventario de producto terminado (inv).....	191
74.	Diagrama de causalidad para un proceso de producción.	192
75.	Diagrama de flujos y niveles para un proceso de producción.	194
76.	Modelo de las ecuaciones diferenciales en equilibrio, mostradas en las ecuaciones (94) y (95).	201
77.	Ecuaciones del modelo mostrado en la figura 76, y correspondiente a las ecuaciones de equilibrio de las variables diferenciales wip e inv (ver ecuaciones (74) y (95))......	201
78.	Curvas de equilibrio de la ecuación (94)	204
79.	Banda dentro de la cual se presentan tres puntos de equilibrio para la variable y, cuando $d = d \cdot g_2 = 105$. (ampliación de la gráfica de la figura 78).....	204
80.	Punto de equilibrio de la variable x, cuando $d = 105$	205
81.	Puntos de equilibrio del sistema de ecuaciones diferenciales correspondientes a las ecuaciones (94) y (95), cuando $d = 105$	206
82.	Comportamiento temporal de las variables inv e wip, en el punto de equilibrio (84, 52.5), cuando la demanda es igual a 105.	210
83.	Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (84, 52.5), cuando la demanda es igual a 105.....	210
84.	Comportamiento temporal de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (84, 69), cuando la demanda es igual a 105.	212
85.	Retrato de fase de las variables inv y wip, al rededor del equilibrio (84, 69), cuando la demanda es igual a 105.....	212
86.	Comportamiento temporal de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (84, 103.95), cuando la demanda es igual a 105.	214
87.	Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (84, 103.9.5), cuando la demanda es igual a 105.....	214
88.	Zonas de estabilidad e inestabilidad creadas por la función y/g_1	215
89.	Cuencas de atracción y bifurcación creadas por la función y/g_1	216

90. Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (10, 40). demanda = 105. equilibrio de wip en 52.5..... 217
91. Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (10, 40). demanda = 105. equilibrio de inv en 84... 218
92. Retrato de fase para las variables de nivel wip e inv, para una demanda constante igual a 105, y para diferentes valores iniciales de inv y de wip; (inv, wip) = : (40, 40), (30, 20), (20, 30) . punto de equilibrio: (inv, wip) = (84, 52.5). 219
93. Comportamiento temporal de la variable wip; valores iniciales para wip en el intervalo (50, 110). demanda = 105. valor inicial de inv = 80. separatriz en wip = 69. 220
94. Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para wip en el intervalo (50, 110). demanda = 105. valor inicial de inv = 80..... 221
95. Diagrama de fase para las variables de nivel wip e inv, para una demanda constante igual a 105, un valor inicial de inv constante e igual a 80, y diferentes valores iniciales de wip: (inv, wip) = (80, 80), (80, 100), (80, 55) 221
96. Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (130, 200). demanda = 105. 222
97. Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (130, 200). demanda = 105. 223
98. Diagrama de fase para las variables de nivel wip e inv, para una demanda constante igual a 105, y para diferentes valores iniciales de inv y de wip; (inv, wip) = : (150, 150), (130, 190), (190, 130) 223
99. Puntos de equilibrio para la variable y, cuando $d = d^*g2 = 108.87$, y $d = d^*g2 = 99.48$ (ampliación de la gráfica de la figura 78)..... 224
100. Intersecciones de las curvas de equilibrio con dos demandas diferentes: $d = 99.48$ y $d = 108.87$ 225
101. Ampliación de las intersecciones de las curvas de equilibrio con dos demandas diferentes: $d = 99.48$ y $d = 108.87$ 225
102. Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (0, 200). demanda = 99.48. equilibrio de wip en 49.73..... 228
103. Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (0, 200). demanda = 99.48. equilibrio de inv en 79.58..... 228
104. Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (inv, wip) = (79.58, 49.73), cuando la demanda d es igual a 99.48..... 229

105.	Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (0, 200). demanda = 108.87. equilibrio de wip en 107.83.....	233
106.	Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (0, 200). demanda = 108.87. equilibrio de inv en 87.09.....	233
107.	Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (inv, wip) = (87.09, 107.83), cuando la demanda d es igual a 108.87..	234
108.	Punto de equilibrio entre las líneas $d \cdot g_2(x)$, $(a-x/tai)$, y y/g_1 , cuando la demanda d es igual a 70.	236
109.	Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (0, 200). demanda = 70. equilibrio de wip en 35. ...	238
110.	Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (0, 200). demanda = 70. equilibrio de inv en 56.	238
111.	Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (inv, wip) = (56, 35), cuando la demanda d es igual a 70.....	239
112.	Punto de equilibrio entre las líneas $d \cdot g_2(x)$, $(a-x/tai)$, y y/g_1 , cuando la demanda d es igual a 150.	240
113.	Comportamiento temporal de la variable wip. valores iniciales para wip en el intervalo (0, 200). demanda = 150. equilibrio de wip en 149.2.....	242
114.	Comportamiento temporal de la variable inv. valores iniciales para inv en el intervalo (0, 200). demanda = 150. equilibrio de inv en 120.	242
115.	Retrato de fase de las variables inv y wip, en el punto de equilibrio (inv, wip) = (120, 149.2), cuando la demanda d es igual a 150.....	243
116.	Diferentes formas posibles de la función y/g_1	244
117.	Funciones inversas de diferentes formas de la función y/g_1	244
118.	Diagrama de causalidad para un proceso producción-inventario.	249
119.	Modelo de producción en el cual el wip forma parte de la política de ordenes de producción.	250
120.	Gráfica del wip en el modelo caso 2. posibilidad de dos atractores puntuales: uno para el equilibrio wip = 74 y otro para el equilibrio wip = 52.5.	250
121.	Gráfica del inv en el modelo caso 2. posibilidad de dos atractores puntuales: uno para el equilibrio inv = 31.5 y otro para el equilibrio inv = 12.5. la línea punteada representa el equilibrio del modelo caso 1.....	251
122.	Atractor cíclico para la trayectoria generada con un valor inicial del wip = 50. la variable wip varía cíclicamente entre 44.27 y 100.92. caso 3.	252

123.	Comportamiento del inv en el modelo del caso 3. dos atractores hasta el tiempo igual a 150, uno caótico y otro periódico.....	253
124.	Comportamiento n-periódico de la variable inv, en el modelo del caso 3, con un valor inicial igual 80, el cual fluctúa entre 12.15 y 15.62 unidades.	253
125.	Plan de fase de las variables wip e inv, en el modelo del caso 3. el plano muestra el comportamiento periódico de las dos variables de nivel.....	254
126.	Atractor puntual en el modelo del caso 4, para la trayectoria generada con un valor inicial del wip = 50. la estabilidad se alcanza en wip = 52.5.....	255
127.	Atractor puntual en el modelo del caso 4. hasta el tiempo igual a 25, aproximadamente, se presentan dos atractores, uno caótico y otro periódico, los cuales se juntan en el tiempo 25 para dar paso una región con un único atractor puntual.	256
128.	Plan de fase para wip e inv en el modelo del caso 4.....	256
129.	Atractores para la variable wip, de acuerdo con cada uno de los cuatro casos diferentes de órdenes de producción.	257
130.	Diagrama de flujos y niveles correspondiente a un modelo de producción-inventario, con cuatro variables de nivel.....	258
131.	Comportamiento estable cíclico de la variable wip.	261
132.	Comportamiento estable cíclico de la variable inv.....	261
133.	Comportamiento estable cíclico de la variable “entregas pendientes” .	262
134.	Comportamiento estable cíclico de la variable “programación producción”.....	262
135.	Plan de fase para las variables programación producción y entregas pendientes.	263
136.	Comportamiento estable puntual de la variable wip.....	265
137.	Comportamiento estable puntual de la variable inv.....	265
138.	Comportamiento estable puntual de la variable programación producción.....	266
139.	Comportamiento estable puntual de la variable entregas pendientes ...	266
140.	Plan de fase de las variables de nivel con respecto a la variable inv; wip, entregas pendientes, y programación producción.....	267
141.	Modelo con la variable “tai” dependiendo de la variable “discrepancia”.....	268
142.	Formas del tiempo de ajuste del inventario, tai, como función de la discrepancia: forma en s y forma logarítmica.....	269

143.	Comportamiento aleatorio de la demanda.	270
144.	Análisis de sensibilidad para la variable wip.	271
145.	Análisis de sensibilidad para la variable inv.	272
146.	Comportamiento extraño del inventario inv cuando la demanda es aleatoria hasta el período 200, y comportamiento puntual a partir del período 200.	272
147.	Zona de bifurcación y cuencas de atracción para la variable wip, cuando el gci toma el valor 2.	274
148.	Zona de bifurcación y cuencas de atracción para la variable inv, cuando el gci toma el valor 2.	275
149.	Forma logarítmica del tiempo de ajuste del inventario, tai.	276
150.	Comportamiento del tai y de la discrepancia.	276
151.	Funciones del tiempo de ajuste del inventario, tai.	277
152.	Trayectorias del inventario inv, para distintos valores iniciales del tai.	278
153.	Trayectorias del inventario wip, para distintos valores iniciales del tai.	279
154.	Comparación de las trayectorias de la discrepancia, cuando tai tiene un valor inicial pequeño (cercano a 1.5), y otro relativamente grande (cercano a 3).	279
155.	Plan de fase de las variables wip e inv, con seis pares diferentes de valores iniciales.	280
156.	Demanda aleatoria, aproximadamente entre 96 y 110 unidades.	281
157.	Formas logarítmica y exponencial del tai, como función de la discrepancia.	282
158.	Comportamientos del tai y de la discrepancia, durante la simulación.	283
159.	Bifurcación y cuencas de atracción puntual del wip, con demanda aleatoria.	284
160.	Bifurcación y cuencas de atracción puntual del inv, con demanda aleatoria.	285
161.	Plan de fase del wip y del inv, con demanda aleatoria.	285
162.	Demanda aleatoria: algunos valores superiores a 110 y otros inferiores a 96.	286
163.	Comportamiento del wip cuando la demanda es aleatoria y superior a 110 e inferior a 96, en algunos puntos. atractor puntual a partir del período 32.	287
164.	Comportamiento del inv cuando la demanda es aleatoria y superior a 110 e inferior a 96 en algunos puntos. atractor puntual a partir del período 32.	288

165.	Diagrama de un sistema push. la variable wip no forma parte de la política de la orden de producción.....	296
166.	Diagrama de un sistema pull. la variable wip no forma parte de la política de la orden de producción.....	297
167.	Tiempo de proceso de acuerdo con la cantidad de trabajo en proceso.	298
168.	Plan temporal del trabajo en proceso, wip. tres atractores puntuales. ..	299
169.	Plan temporal del inventario terminado, inv. un atractor puntual.....	300
170.	Plan temporal del trabajo en proceso, wip. atractor de ciclo límite.....	300
171.	Plan temporal del inventario terminado, inv. atractor de ciclo límite...	301
172.	Plan de fase del wip y del inv. atractor de ciclo límite. un período.....	302
173.	Tiempo de proceso de acuerdo con la cantidad de trabajo en proceso.	302
174.	Plan temporal del trabajo en proceso, wip. dos atractores puntuales....	303
175.	Incrementos de la demanda en función del tiempo.....	305
176.	Atractores para la variable wip push cuando la demanda se incrementa.....	306
177.	Atractor cíclico para wip pull cuando la demanda se incrementa.	306
178.	Variación del tai (sistema push) y del it (sistemas pull) de acuerdo con los valores de la discrepancia y de la orden producción.	307
179.	Plan temporal de la variable wip-push. posibilidad de tres atractores puntuales.	308
180.	Plan temporal de la variable wip-pull. atractor puntual y atractor de ciclo límite.	309
181.	Plan temporal de la variable inv-pull. atractores puntuales y atractores asintóticamente inestables.	310
182.	Diagrama de un sistema push. la variable wip forma parte de la política de la orden de producción.....	312
183.	Diagrama de un sistema pull. la variable wip forma parte de la política de la orden de producción.....	313
184.	Comportamiento temporal del wip en el sistema push con control del wip en la política de la orden de producción. dos atractores.	314
185.	Comportamiento temporal del inv en el sistema push con control del wip en la política de la orden de producción. un atractor.....	315
186.	Comportamiento temporal del wip en el sistema pull. tres atractores..	316
187.	Comportamiento temporal del inv en el sistema pull. tres atractores...	318
188.	Plan de fase del sistema push. atractor puntual. condiciones iniciales (wip, inv) = (50, 80). condiciones iniciales sin modificar.	319

189.	Plan de fase del sistema pull. atractor puntual. condiciones iniciales (wip, inv) = (50, 80). condiciones iniciales sin modificar.	319
190.	Comportamiento temporal del wip en el sistema push. dos atractores .	321
191.	Comportamiento temporal del inv en el sistema push. un atractor.....	322
192.	Comportamiento temporal del wip en el sistema pull. dos atractores ..	323
193.	Comportamiento temporal del inv en el sistema pull. dos atractores ...	323
194.	Comportamiento temporal del wip push en el sistema push. tres atractores	325
195.	Comportamiento temporal del inv en el sistema push. dos atractores..	326
196.	Comportamiento temporal del wip en el sistema pull. dos atractores ..	327
197.	Comportamiento temporal del inv en el sistema pull. dos atractores ...	328
198.	Plan de fase del sistema push. atractor puntual. condiciones iniciales (wip, inv) = (50, 80). variación de gci: se cambió de 0.8 a 2.	328
199.	Plan de fase del sistema pull. atractor puntual. condiciones iniciales (wip, inv) = (50, 80). variación de ss: se cambió de 0.3 a 2.	329
200.	Comportamiento temporal del wip en el sistema push. un atractor.....	331
201.	Comportamiento temporal del inv en el sistema push. un atractor.....	332
202.	Comportamiento temporal del wip en el sistema pull. dos atractores ..	332
203.	Comportamiento temporal del inv en el sistema pull. dos atractores ...	333
204.	Plan de fase del sistema push. atractor puntual. demanda ascendente. (wip, inv) = (50, 80).....	334
205.	Plan de fase del sistema pull. atractor puntual. demanda ascendente. (wip, inv) = (50, 80).....	335
206.	Comportamiento temporal del wip en el sistema push. dos atractores .	337
207.	Comportamiento temporal del inv en el sistema push. un atractor.....	337
208.	Comportamiento temporal del wip en el sistema.....	338
209.	Comportamiento temporal del inv en el sistema pull. tres atractores ...	339
210.	Ciclo genérico de la cadena de inventarios. (adaptado de sipper y bulfin, 1998).....	347
211.	Diagrama causal administración de inventarios	360
212.	Diagrama causal del proceso de maquila.....	362
213.	Diagrama de flujos y niveles de la etapa correspondiente al módulo de inventario de materia prima.	363
214.	Históricos de demanda propia, 1999-2002, codeni & pimpinela ltda. (cifras en número de unidades)	365

215.	Diagrama de flujos y niveles de la etapa correspondiente al módulo de producción de maquila.	366
216.	Demanda de maquila codeni & pimpinela.1999-2002. (cifras en número de unidades).....	367
217.	Análisis de sensibilidad realizado a la variable de nivel inv_mp.	369
218.	Análisis de sensibilidad realizado a la variable “proces_propio”.....	369
219.	Análisis de sensibilidad realizado a la variable “inv_pp”.....	370
220.	Análisis de sensibilidad realizado a la variable “inv_pt”.....	370
221.	Ventas de producto terminado y demanda de producto terminado.....	371
222.	Ventas perdidas de producto terminado.....	372
223.	Nivel de servicio al cliente.....	372
224.	Inventario de producto terminado.....	373
225.	Costos totales por mantener inventarios	374
226.	Egresos.....	374
227.	Rotación del inventario.....	374

LISTA DE TABLAS

Tabla.....	Página
1. Compatibilidad de software (tomada de senge et. al.; 1995; pg 559).....	82
2. Tipos de puntos críticos, según las raíces características.	127
3. Propiedades de estabilidad de los sistemas lineales.....	142
4. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 0.5$	145
5. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 3$	151
6. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 2$	158
7. Condiciones iniciales de las simulaciones. modelo lineal, con $tp = 0.5$, $tai = 0.5$, $gci = 0.8$, $entrega = 1$, $d = 150$	163
8. Condiciones iniciales de seis simulaciones. orden de producción igual a la máxima capacidad de producción: $mcp = 100$. $tp = 0.5$	170
9. Condiciones iniciales de seis simulaciones. orden de producción igual a la máxima capacidad de producción; flujo de demanda igual a un porcentaje del inventario. $mcp = 100$. $tp = 0.5$, $entrega = 1$	177
10. Condiciones iniciales de simulaciones. modelo lineal. la política de la orden de producción incluye la variable wip.	183
11. Tipos de equilibrio y estabilidad de los modelos: secciones 6.7.1, 6.7.2, 6.7.3, 6.7.4, 6.7.5, 6.7.6 y 6.7.7.....	188
12. Parámetros y expresiones que modifican al punto de equilibrio y a los autovalores.	200
13. Valores de los puntos de las gráficas de las figuras 78, 79.....	203
14. Resumen de los valores de los parámetros tai , retardo fp , y tiempo retardo pendiente, para el modelo de la figura 130.....	259
15. Valores del parámetro tai , como función de la discrepancia: modelo de la figura 141.	269

16.	Resumen de los valores del parámetro tai, como función de la discrepancia; demanda d constante. modelo de la figura 24.....	273
17.	Resumen de los valores del parámetro tai, como función de la discrepancia; demanda d aleatoria. modelo de la figura 141.....	281
18.	Resumen de los casos analizados.....	290
19.	Definición de las variables de los modelos push y pull.....	294
20.	Parámetros utilizados en la simulación. primera situación, tp no lineal.....	298
21.	Parámetros de la simulación. variación en la función del tiempo de producción; figura 173.....	303
22.	Parámetros utilizados en la simulación. variación de la demanda.....	304
23.	Parámetros utilizados. variación en tai y en it	307
24.	Parámetros de la simulación. tiempo de producción no lineal. primera situación	312
25.	Parámetros de la simulación. variación del tiempo de producción. segunda situación.	320
26.	Parámetros de la simulación. variación en gci y ss.....	324
27.	Parámetros de la simulación. variación en la demanda.	330
28.	Parámetros utilizados en la simulación. variación no lineal en tai y en It	336
29.	Resumen de las situaciones analizadas en los sistemas push y pull.	341
30.	Enfoques alternativos para la decisión de inventarios	348
31.	Secuencia de proceso referencia 30.	359
32.	Información de las variables del modelo	376
33.	Constantes del modelo	376
34.	ANEXO 4.1. Etapa 1: inventario de mp	419
35.	ANEXO 4.2. Etapa 2: inventario de pp y pt	420
36.	ANEXO 4.3. Etapa 3: ingresos brutos	421
37.	ANEXO 4.4. Etapa 4: maquila	422
38.	ANEXO 4.5. Etapa 5. estructura de costos.....	423

LISTA DE ANEXOS

Anexo	Página
1. ECUACIONES DEL MODELO LINEAL.....	409
2. ECUACIONES DEL MODELO NO LINEAL.....	411
3. ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL.....	413
3.1 ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL SIN CONTROL DEL WIP.....	413
3.2 ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL CON CONTROL DEL WIP.....	416
4. TABLAS DE LAS ECUACIONES DEL MODELO DE LA PYME..	419
5. CAPÍTULO DE LIBRO Y PONENCIAS EN EVENTOS ACADÉMICOS	424
5.1. PONENCIA CONGRESO DS ISTANBUL 1997	
5.2. CAPÍTULO EN LIBRO	
5.3. POSTER CONGRESO DS CANADÁ 1998	
5.4. PONECIA CONGREGO IO COLOMBIA 2002	
5.5. PONENCIA EITI COLOMBIA 2002	
5.6. PONENCIA ENCUENTRO DS COLOMBIA 2003	
5.7. PONENCIA CONGRESO DS MÉXICO 2003	
5.8. POSTER CONGRESO DS NEW YORK CITY 2003	

SIGLAS

INV: Inventario (de producto terminado)

JIT: Just in time (Justo a Tiempo)

MRP: Material Requirements Planning (Planeamiento de las necesidades de material)

PYME: Pequeña y mediana empresa.

WIP: Work in process (Trabajo de producto en proceso)

CONVENCIONES

† : Investigadores y artículos citados en los documentos leídos.

RESUMEN

Los subsistemas correspondientes a procesos de producción, que forman parte de los grandes sistemas de manufactura, o aún más, de los sistemas industriales, también están ubicados dentro de los denominados Sistemas Complejos. La complejidad se las da la relación entre las variables y componentes, la realimentación de la información y del material, los retardos, y las no linealidades presentes en el proceso de toma de decisiones de la empresa. La dinámica de sistemas es una técnica de simulación continua que, por medio de su metodología de establecer relaciones entre las variables del sistema en estudio, permite tener una visión sistémica de los procesos, lo cual lleva a identificar algunos posibles factores que crean la complejidad del sistema. La complejidad del sistema puede generar a largo plazo, comportamientos complejos que no son fácilmente previstos. Una herramienta de gran ayuda que permite prever, aunque sea un poco, los comportamientos complejos resultantes de las relaciones, es la teoría del análisis cualitativo matemático; con esta herramienta matemática, es posible encontrar, para modelos con pocas variables de estado, las posibles zonas de estabilidad e inestabilidad, ante la variación de los valores de algunos parámetros críticos del sistema, y ante los diferentes valores iniciales de las variables de estado. Las zonas de estabilidad e inestabilidad, pueden presentar comportamientos en equilibrio estable, o comportamientos cíclicos estables, o comportamientos paradójicamente estables como el caos.

El objetivo de este trabajo de investigación, es el de utilizar la dinámica de sistemas y la teoría del análisis cualitativo matemático, para estudiar y analizar los posibles comportamientos a largo plazo de un subsistema de gestión de procesos de producción; específicamente, se modela un sistema sencillo compuesto por un proceso de

producción que representa un inventario en proceso, y por un proceso de manejo de inventario de producto terminado; posteriormente, el análisis se extiende a un modelo Push y a otro Pull los cuales presentan comportamientos puntuales y cíclicos respectivamente, en casi todos los casos analizados. Finalmente se hace un análisis cualitativo de un caso práctico, relacionado con un proceso de confección de ropa interior.

El caso práctico corresponde a una PYME del subsector de las confecciones, específicamente de la confección de ropa interior femenina, localizada en una población del departamento (provincia) Antioquia, en Colombia. Esta empresa tiene una producción propia, definida por la demanda de productos por parte del mercado local, y tiene una producción por maquila, la cual se origina en grandes empresas de la ciudad de Medellín; el hecho de que la producción deba cubrir la demanda propia y la de maquila, hace que el sistema presente volúmenes altos de inventario de producto terminado.

Palabras claves: Técnicas de gestión de la producción, sistemas de manufactura, modelado con dinámica de sistemas, análisis cualitativo matemático, atractores.

1. INTRODUCCIÓN

Los avances tecnológicos que se suceden rápidamente, día a día, han permitido la evolución de muchos sistemas, ya sean físicos o sociales; dentro de los sistemas sociales, se encuentran los sistemas de manufactura. Estos sistemas se caracterizan por un comportamiento que no se puede representar fácilmente con un modelo matemático, y por lo tanto, cada vez que se requiera un estudio de ellos, debe recurrirse a la habilidad, conocimientos y criterios de quienes tienen la responsabilidad de tomar las decisiones en dichos sistemas. Un subsistema de manufactura muy importante, es el correspondiente al proceso de producción, el cual exige de la empresa un gran esforzarse por conocer perfectamente factores como la disponibilidad de activos de producción, personal, material a transformar, demanda de productos, costos de producción, tiempo de producción y de transporte, inventarios de productos terminados, y muchos otros factores que intervienen en este proceso de producción.

Existen además, distintas técnicas que se utilizan para gestionar los procesos de producción de la empresa; a menudo estas técnicas se clasifican, en función del efecto que producen sobre las líneas de producción, en técnicas Pull (de arrastre) y Push (de empuje); entre ellas se encuentra el Punto de Pedido (pull), el Inventario Base (pull), el Justo a Tiempo (pull), y el MRP (iniciales de la expresión inglesa: Material Requirements Planning: técnica push). Estas técnicas permiten organizar el proceso de producción, de acuerdo con: una demanda establecida por el cliente, unos tiempos de producción del equipo de capital, una capacidad de producción, un límite de almacenamiento de inventarios, unas fechas de entrega al cliente, y muchos otros detalles, según el producto a manufacturar.

La unión de los factores de producción y de las técnicas de gestión de los procesos productivos, genera sistemas de producción complejos que muchas veces no son entendidos fácilmente, incluso por aquellos gerentes o directivos que llevan mucho tiempo tratando con ellos.

Surge entonces, ante el rápido avance tecnológico y ante la complejidad inherente de los sistemas de producción, la necesidad de recurrir a estudios que ayuden a comprender dicha complejidad, y a obtener resultados que permitan mejorar los procesos de toma de decisiones. Una de las técnicas de estudios de sistemas, es la simulación, y dentro de ésta, la dinámica de sistemas apoyada por el análisis cualitativo matemático.

La técnica de la simulación con dinámica de sistemas tiene como objetivo principal, ver y entender las relaciones entre los factores que intervienen en un sistema y su influencia en el comportamiento dinámico del mismo. Esta cualidad de la dinámica de sistemas, hace que el analista, o el gerente, o el directivo que la utiliza, tenga una visión sistémica y por lo tanto una mayor comprensión del proceso de producción. En este trabajo se muestra cómo la dinámica de sistemas, conjuntamente con la utilización del análisis cualitativo matemático, puede ofrecerle al gerente de una empresa, una mejor visión de los diferentes comportamientos del proceso productivo, cuando un parámetro, o un conjunto de parámetros es sometido a variaciones en sus valores, o cuando se produce un cambio estructural en el modelo que está siendo estudiado.

El presente trabajo de tesis realiza un análisis cualitativo matemático de cuatro modelos de dinámica de sistemas que representan respectivamente, cuatro técnicas de gestión de la producción aplicadas en un sistema prototipo de producción de una línea de montaje; las cuatro técnicas utilizadas son: Punto de Pedido, Inventario Base, Justo a Tiempo/Kanban, y MRP. Con el análisis cualitativo se identifica si el comportamiento de la línea de montaje ante variaciones en alguno de sus parámetros, corresponde a un comportamiento en estado de equilibrio, o si presenta oscilaciones constantes, y hasta qué punto dichos comportamientos serán estables a lo largo del tiempo, o serán inestables. El análisis anterior se utiliza para estudiar el caso real de una PYME del sector de la confección en la ciudad de Medellín, Colombia.

El capítulo 2, Aspectos Generales, contiene la definición de los objetivos de la tesis, los antecedentes, el alcance, la importancia técnica y científica, las hipótesis establecidas, y la metodología utilizada para el desarrollo de ella.

El capítulo 3, Revisión Bibliográfica, informa sobre la forma como la dinámica de sistemas y el análisis cualitativo matemático han sido aplicados en diversas investigaciones relacionadas con estudios de sistemas urbanos, ecológicos, económicos, de salud, ambientales, y de manufactura, durante las décadas de los años ochenta y noventa.

El capítulo 4, Estado Actual de Investigación del Análisis Cualitativo en Dinámica de Sistemas, presenta un resumen estadístico de las investigaciones que se han realizado con dinámica de sistemas, en el ámbito internacional, en torno a los sistemas de manufactura.

El capítulo 5, Marco Teórico, presenta algunas ideas básicas sobre técnicas de gestión de procesos de manufactura, sobre dinámica de sistemas, y sobre análisis cualitativo matemático.

En el capítulo 6, Modelo dinámico Lineal, se trabaja un prototipo sencillo de un sistema producción - inventario; el análisis cualitativo matemático muestra que el modelo tiene una única región de estabilidad para cada valor de la demanda externa, por lo cual sólo se obtienen puntos de equilibrio estables o en reposo, conocidos como Atractores Puntuales. Se realizan algunas simulaciones para diferentes valores del tiempo de ajuste del inventario, y para diferentes valores de la máxima capacidad de producción. Los resultados de las simulaciones muestran un único equilibrio estable, pero la forma de alcanzar este equilibrio estable, varía en cada situación. Unas veces se alcanza en forma de espiral, otras en forma de parábola, otras en forma exponencial.

En el capítulo 7, Modelo dinámico no lineal, se presentan los análisis de las simulaciones realizadas con dos funciones no lineales como por ejemplo, el tiempo de proceso y la cantidad de producto terminado que se entrega al cliente. El tiempo de proceso se representa por medio de una tabla de datos, en donde el tiempo de proceso depende de la cantidad de producto en proceso que haya en cada unidad del tiempo;

a mayor cantidad de producto en proceso, se tiene mayor tiempo de proceso; el conjunto de datos de la tabla, cuya abscisa es el producto en proceso, y cuya ordenada es el tiempo, se asemeja a una función logística. En este capítulo se hace el análisis cualitativo matemático, y se obtienen tres regiones de estabilidad; dos de ellas sólo tienen un punto de equilibrio de estable, de acuerdo con el valor de la demanda externa, y la tercera región puede involucrar dos puntos de equilibrio estable y uno inestable. Todos los puntos de equilibrio estable, son atractores puntuales que se alcanzan por medio de trayectorias en forma de espirales. La región del equilibrio inestable corresponde a una región cuyas trayectorias llegan y se alejan del punto inestable, en la forma conocida como silla, o montura, o ensilladura.

El capítulo 8 contiene las simulaciones y análisis de dos modelos: uno que contiene dos variables de nivel, y otro que contiene cuatro variables de nivel. En el segundo caso se utilizan retardos para mirar el comportamiento del sistema. Para ambos modelos se hacen variaciones en varios parámetros y se analizan los resultados comparando algunas gráficas de resultados.

A partir del análisis de los modelos de dos y cuatro variables, y a partir de las trayectorias presentadas en los resultados de los análisis de sensibilidad, se desarrolla el capítulo 9 en el cual se analizan dos modelos generales: uno de un sistema de producción PUSH, y otro de un sistema de producción PULL. Se comparan algunas gráficas de ambos sistemas, y analizan sus comportamientos de atracción puntual y de ciclo límite.

Los análisis y las simulaciones realizadas en los modelos de los capítulos 8 y 9, son utilizados para analizar, en el capítulo 10, un caso práctico en una PYME del sector de las confecciones en la ciudad de Medellín, Colombia. La investigación se realizó de acuerdo con la metodología utilizada en esta tesis, la cual corresponde al método científico; inicialmente se estudió y analizó una muestra de las PYMES del sector de las confecciones. Se hicieron modelos causales y de flujos y niveles a partir de la definición del problema de las PYMES y a partir de la selección de las variables más relevantes en dicho sector. Para hacer el estudio de la PYMES de confección, se contó con la ayuda del SENA, (Servicio Nacional de Aprendizaje) institución encargada oficialmente de los procesos de formación y

capacitación en Colombia. Tan pronto se entendió el funcionamiento de las PYMES, y teniendo los diagramas causales, se seleccionó una empresa, y con su autorización, se validó el modelo. El análisis cualitativo de los resultados del modelo, muestran la posibilidad de que se presenten diferentes cuencas de atracción para distintos valores de las condiciones iniciales de las variables de nivel, y para cambios en los valores de algunos parámetros.

En el capítulo 11 se presenta conclusiones y comentarios del trabajo de investigación.

El capítulo 12 corresponde a las referencias y a la bibliografía utilizada para el desarrollo y mejor entendimiento de la investigación.

Por último, se presentan el glosario y los anexos. Los anexos contienen la definición de las variables y los códigos fuente de los programas de los modelos de simulación.

También se presentan como anexos, las fotocopias de siete ponencias que se han expuesto en eventos nacionales en Colombia, y en eventos internacionales.

2. ASPECTOS GENERALES DE LA TESIS

2.1 TITULO DE LA TESIS:

Dinámica de Sistemas y Análisis Cualitativo Matemático, en Modelos de Gestión de la Producción

2.2 OBJETIVOS

2.2.1 Generales

- Utilizar la teoría del análisis cualitativo matemático, y la técnica de simulación con Dinámica de Sistemas, en el análisis del comportamiento de algunos de modelos de dinámica de sistemas que representan procesos de producción, bajo diferentes esquemas de gestión de la producción.
- Estudiar los comportamientos de los sistemas de gestión de la producción, ante cambios en las condiciones iniciales de las variables de estado, y ante cambios en los parámetros que influyen directamente en estas variables.

2.2.2 Específicos

- Modelar el sistema de gestión de la producción, Punto de Pedido, y analizar el comportamiento de las variables Inventario en Proceso, e Inventario de producto terminado, desde el punto de vista de la teoría del análisis cualitativo matemático.

- Modelar el sistema de gestión de la producción, Justo a Tiempo/Kanban, y analizar el comportamiento de las variables Inventario en Proceco, e Inventario de producto terminado, desde el punto de vista de la teoría del análisis cualitativo matemático.
- Modelar el sistema de gestión de la producción, MRP (en inglés, Material Requirements Planning), y analizar el comportamiento de las variables Inventario en Proceco, e Inventario de producto terminado, desde el punto de vista de la teoría del análisis cualitativo matemático.
- Hacer análisis de sensibilidad de los valores de las condiciones iniciales de las variables de estado, e identificar los comportamientos que resultan de estos cambios.
- Analizar los modelos de gestión de la producción, principalmente ante cambios en los parámetros Tiempo del Proceso de Producción, y Demanda del cliente.

2.3 HIPÓTESIS

- Los sistemas sociales, y entre estos, los sistemas de manufactura, corresponden a sistemas cuyo comportamiento es impredecible, debido a que es difícil representarlos por expresiones matemáticas exactas. Surge de aquí, la necesidad de recurrir a técnicas, métodos, y herramientas que permitan al analista, o al directivo, o al gerente, introducirse en el sistema social, y extraer de él la mayor cantidad posible de conocimiento y entendimiento, de tal forma que pueda definirse un proceso de toma de decisiones robusto, que lleve a tener sistemas sociales competitivos y sostenibles.
- La dinámica de sistemas, el pensamiento sistémico, los sistemas complejos, y la teoría del análisis cualitativo matemático, son algunas de las formas disponibles y confiables, con las cuales se puede conseguir un conocimiento bastante bueno de los sistemas, y que sirven de ayuda en la definición de los procesos de toma de decisiones.

2.4 ANTECEDENTES

Desde que Jay Wright Forrester creó la técnica de simulación continua conocida como dinámica de sistemas, se han desarrollado varios modelos de sistemas industriales y de sistemas de gestión de la producción. Los sistemas más investigados y estudiados, corresponden a variaciones del modelo clásico desarrollado por Jay Wright Forrester sobre Producción - Distribución - "Marketing"; uno de ellos es el famoso Juego de la Cerveza. Otros modelos se han limitado a estudiar el subsistema de distribución, otros a estudiar el subsistema de "marketing", y otros a estudiar el subsistema de producción.

Dentro del subsistema de producción, se han introducido los conceptos de técnicas relativamente modernas de gestión, como la filosofía Justo a Tiempo, la técnica Kanban, y el MRP.

La presente investigación de tesis doctoral, es la continuación de una serie de trabajos que han tomado como base los resultados de las investigaciones realizadas por John Morecroft (1983) y Ramón O'Callagan (1986); John Morecroft desarrolló un modelo sencillo de producción con dinámica de sistemas para representar el esquema MRP (Material requirements planning), y Ramón O'Callagan desarrollo con dinámica de sistemas, un modelo de una línea de ensamble bajo el esquema conjunto Justo a Tiempo/Kanban. A partir de los modelos y de los resultados de estos dos investigadores, el profesor Crespo (1993) y un grupo de estudiantes de la carrera de ingeniería Industrial, especialidad Organización Industrial, como son Francisco Javier Restituto Molero (1995), Ricardo Zubiría de Castro (1995), y actualmente Alfonso Pascual, han venido investigando sobre los comportamientos de un modelo de gestión de la producción; Los estudios anteriores han generado cuatro modelos, cada uno correspondiente a una técnica de gestión de producción, como son: un modelo de dinámica de sistemas bajo el esquema de Punto de Pedido, un modelo de dinámica de sistemas bajo el esquema Inventario Base (más conocido como Stock Base), un modelo de dinámica de sistemas bajo el esquema Justo a Tiempo/kanban, y un modelo de dinámica de sistemas bajo el esquema MRP.

Los modelos anteriores han sido simulados para varios escenarios, algunos de los cuales corresponden a variaciones en las siguientes condiciones:

- Costos de producción,
- Niveles mínimos para el inventario de productos terminados (servicio al cliente, calidad del servicio),
- Paradas de las máquinas (mantenimiento)
- Cuellos de botella (capacidad)
- Longitud del período de planificación.
- Restricciones de capacidad.
- Previsión de la demanda.
- Programa Maestro de Producción.

El proyecto Fin de Carrera del estudiante Alfonso Pascual fue un apoyo al inicio del presente trabajo de investigación de tesis doctoral; ambos trabajos forman parte de la línea de investigación sobre el comportamiento de los modelos de gestión de la producción, desde el punto de vista de la teoría del Análisis Cualitativo Matemático.

Los trabajos anteriores, y los que se están desarrollando actualmente, han generado varias publicaciones y ponencias en eventos internacionales que pueden verse en las siguientes referencias: Crespo (1993), Crespo et. al. (1995), Crespo et. al. (1996), Crespo et. al. (1997), Crespo et. al. (1998), Restituto (1995), Zubiría (1995), Ruiz et. al. (1996).

2.5. ALCANCE DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

El trabajo de investigación se lleva a cabo hasta la identificación de los distintos tipos de equilibrios estables (conocidos en la teoría del análisis cualitativo como atractores) y de equilibrios inestables (conocidos como repulsores), y por consiguiente, de los distintos tipos de comportamientos que se puedan presentar en los modelos de gestión de la producción que se están analizando. Los posibles tipos de atractores (equilibrios estables) que pueden presentarse son: atractor puntual, atractor de ciclo límite, atractor periódico, y atractor extraño o caótico.

2.6 IMPORTANCIA TÉCNICA Y CIENTÍFICA

El presente trabajo de investigación de tesis doctoral, tiene importancia en el campo técnico y científico, desde los siguientes puntos de vista:

- Son pocos los modelos sobre gestión de la producción que se han desarrollado hasta el momento con dinámica de sistemas pero que a la vez hayan sido analizados a partir de la teoría cualitativa matemática.
- Los avances tecnológicos que se dan día a día, están exigiendo el uso de herramientas que permitan entender la complejidad de los sistemas sociales y económicos. La industria, y específicamente los procesos de manufactura, reciben rápidamente los avances tecnológicos, y deben estar apoyados por procesos de toma de decisiones que les permita tener una visión sobre los posibles efectos de la adquisición de las nuevas tecnologías (blandas y duras), y del reemplazo de las obsoletas.
- Aunque un buen modelo de dinámica de sistemas, y un buen analista de sistemas, pueden mostrar los futuros comportamientos de los sistemas ante varios escenarios, los investigadores que utilizan la teoría del análisis cualitativo matemático han explicado que muchas veces los resultados de las simulaciones no alcanzan a mostrar algunos comportamientos que sólo se dan ante un valor crítico de un parámetro. La teoría del análisis cualitativo matemático, permite encontrar los valores críticos que hacen que un parámetro lleve al sistema a un estado estable o inestable.
- El tema de la tesis corresponde con el propósito del curso doctoral “Sistemas Integrados de Producción”, del programa de doctorado en Ingeniería de Organización, el cual busca motivar un estudio más profundo e investigativo de los conocimientos impartidos en él. Desde este punto de vista, el proyecto de tesis aportará los resultados del análisis dinámico, y especialmente cualitativo, de los sistemas de gestión de la producción, a los cursos de “Sistemas Integrados de Producción”.

- Se estudiará un caso práctico que permita ver los comportamientos analizados de acuerdo con la teoría.
- Se espera que este trabajo de investigación contribuya con el objetivo de la Sociedad Internacional de Dinámica de Sistemas, y de la organización de los Congresos Internacionales de Dinámica de Sistemas de ver y de pensar los sistemas.

2.7 METODOLOGÍA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

La metodología de trabajo seguida para el desarrollo de la presente investigación puede dividirse en dos procesos: La revisión bibliográfica, y el modelado y análisis del sistema de gestión de la producción.

En cuanto al proceso de la revisión bibliográfica, éste consistió inicialmente, en buscar artículos y documentos sobre sistemas de gestión de la producción, sobre dinámica de sistemas, y sobre análisis cualitativo matemático. Debido a que de cada tema por separado se encuentra un número indefinido de documentos, el siguiente paso fue clasificar la búsqueda en dos grupos de documentos: por un lado, los que incluyeran tanto dinámica de sistemas como sistemas de gestión de la producción, y por otro lado, la documentación que incluyera tanto análisis cualitativo como dinámica de sistemas. Esta clasificación dió como resultado, un número de artículos cercano a 60. Se consiguieron 29 artículos que trabajan conjuntamente la dinámica de sistemas y los sistemas de gestión de producción, y una cantidad similar de artículos que trabajan dinámica de sistemas y análisis cualitativo; entre estos últimos, se encuentran investigaciones económicas, ecológicas, de salud, urbanas, de manufactura, y ambientales, correspondiendo muy pocos artículos, al tema del modelado de sistemas de manufactura con dinámica de sistemas, y analizados desde la teoría del análisis cualitativo matemático.

Las clasificaciones anteriores apuntan a dos principales fuentes de obtención de artículos: la revista internacional *System Dynamics Review*, y las memorias de los congresos internacionales de dinámica de sistemas.

Además de las fuentes anteriores, se consultaron otros documentos, que por su contenido, se consideran importantes para el entendimiento tanto de los sistemas de gestión de la producción, como de la dinámica de sistemas, y del análisis cualitativo.

En cuanto al proceso de modelado y análisis de sistemas de gestión de la producción, se parte, como se dijo en los antecedentes, de cuatro modelos que han formado una línea de investigación, durante los últimos 10 años, en el departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas.

Los sistemas modelados con dinámica de sistemas, y simulados con el software VENSIM versión 1.68, son analizados de acuerdo con la teoría del análisis cualitativo matemático. Se desarrolla el análisis matemático de las ecuaciones de cada modelo, encontrando de esta forma, los puntos de equilibrio de cada uno, y las características matemáticas (hasta donde los permitan las expresiones matemáticas) que definen los tipos de comportamientos, como por ejemplo los atractores puntuales, o los atractores de ciclo límite, y las regiones de estabilidad e inestabilidad.

Muchas veces la complejidad de los modelos no permiten completar por entero el análisis cualitativo matemático, por lo tanto, las gráficas temporales y de fase que proporcionan las simulaciones obtenidas con el VENSIM, serán de gran utilidad para completar y corroborar los resultados obtenidos por medio del análisis cualitativo matemático.

2.8 CONTRIBUCIÓN DE LA ESTUDIANTE DE DOCTORADO, A LA TESIS

La contribución de la estudiante de doctorado, a la tesis, consiste en el análisis cualitativo de dos modelos sencillos de Producción - Inventario, y en el análisis cualitativo de tres modelos de gestión de la producción, además del estudio de un caso real.

Por medio del análisis cualitativo es posible identificar, si los hay, el número y tipo de puntos de equilibrio de cada modelo, y las regiones de valores iniciales donde operarán. El capítulo 6 presenta el análisis

cualitativo realizado para un modelo lineal sencillo de Producción - Inventario, y el capítulo 7 presenta el análisis cualitativo realizado para un modelo no lineal de Producción - Inventario. El análisis cualitativo será realizado por medio de una de las dos formas siguientes:

- Hasta donde sea posible, de acuerdo con la complejidad estructural del modelo, un análisis cualitativo matemático, corroborado por las gráficas de los comportamientos temporales de las variables de nivel, y por los retratos de fase.
- Donde no sea posible aplicar el análisis cualitativo matemático, se realizará un análisis empírico a partir de las gráficas de los comportamientos temporales de las variables de nivel, y de sus respectivos retratos de fase.

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1 INTRODUCCIÓN

La descripción que se presenta a continuación, contiene algunas ideas expuestas en los resultados de las investigaciones que utilizan el análisis cualitativo matemático para el estudio el comportamiento de las variables de modelos de dinámica de sistemas

El estudio del comportamiento de un sistema puede hacerse por medio de varias técnicas y teorías matemáticas, y con ellas se puede tener diferentes visiones del sistema en estudio; algunas de estas técnicas y teorías son.

- Simulación sensitiva:

Kummer y Schlange (1997) dicen que algunas de las herramientas utilizadas para hacer análisis cualitativos son: la dinámica de sistemas, los modelos sensitivos (en inglés Sensitivity Model: SM. Esta técnica es explicada por Vester y Von Hesler, 1987[†]), y la metodología del pensamiento de redes (en inglés Methodology of Network Thinking: MNT. Esta técnica es explicada por Gómez y Probst 1987[†]).

- Simulación cualitativa:

La teoría de las restricciones es utilizada por Dolado (1992) para

analizar la estructura de los modelos de Dinámica de Sistemas, y para aplicar la técnica de la Simulación Cualitativa (en inglés, Qualitative Simulation: QS). La teoría de las restricciones es la base de los algoritmos de la QS. A partir del diagrama de Fórrester, y de las ecuaciones de los modelos, se obtiene un nuevo diagrama llamado por el autor, diagrama cualitativo. Este nuevo modelo representa las relaciones causales y las relaciones entre las ecuaciones. En el momento de hacer la simulación, se utiliza un lenguaje diferente a los especialmente diseñados para la Dinámica de Sistemas. El autor considera que la QS es una nueva técnica de simulación.

- Teoría de grafos:

La teoría de grafos es utilizada por Ren'an (1995) para presentar el modelado matemático general de un diagrama Causal y un diagrama de Fórrester. Este modelo matemático permite tener otra visión del sistema y con ello mejorar su entendimiento cualitativo.

- Análisis de bucles dominantes en procesos de realimentación.

Aunque el análisis de los bucles de realimentación es un principio básico de la dinámica de sistemas, George P. Richardson (1986a, 1986b, 1995) estudia con gran detalle los bucles de realimentación, y presenta algunas fórmulas útiles que permiten calcular los parámetros que hacen que un bucle que era dominante en el modelo, dé paso al dominio de otro bucle, y a partir de este hecho puede decirse si el comportamiento del sistema tenderá a ser estable o inestable. Dice Richardson que sin embargo, cuando los modelos van adquiriendo gran complejidad, ya sea por el tamaño, o por la estructura, hay que recurrir a otras técnicas de análisis cualitativo para poder identificar la tendencia en el comportamiento del sistema.

- Teoría de Control

La dinámica de sistemas tiene sus bases en la teoría de los

servomecanismos. Por medio de desarrollos matemáticos propios de la teoría de la regulación y del control automático, pueden calcularse los valores críticos de algunos parámetros del sistema que se esté estudiando; uno de los criterios para calcular dichos valores críticos, es el criterio de estabilidad de Routh - Hurwitz, el cual permite decir si el sistema a controlar será estable, inestable, o si puede presentar diversos comportamientos, dependiendo de los signos (negativos o positivos) de los determinantes de la matriz formada por las derivadas del sistema de ecuaciones diferenciales.

- Teoría de las bifurcaciones y análisis cualitativo matemático

La teoría matemática de las bifurcaciones permite determinar las regiones de estabilidad e inestabilidad de los comportamientos de los sistemas. Dentro de la estabilidad, puede determinarse si el sistema tendrá puntos de equilibrio, o comportamientos de ciclo límite, o comportamientos periódicos, o comportamientos extraños o caóticos.

La revisión bibliográfica llevada a cabo para la elaboración de este documento, muestra, tanto el estado del arte en el análisis cualitativo de los modelos de dinámica de sistemas, como el apoyo que los investigadores de la dinámica de sistemas dan al uso del análisis cualitativo matemático para el estudio de los comportamientos de los sistemas; el análisis cualitativo matemático muestra algunas propiedades que no pueden ser vistas en los sistemas únicamente con los resultados de una simulación.

En la documentación encontrada hay artículos que aplican únicamente la teoría del análisis cualitativo, o los que utilizan únicamente la dinámica de sistemas y sus principios, pero también hay artículos que emplean conjuntamente la técnica del análisis cualitativo y la de la dinámica de sistemas; también se encuentran artículos relacionados con la teoría de control y la dinámica de sistemas, artículos relacionados con las técnicas heurísticas de optimización y la dinámica de sistemas, artículos relacionados con propuestas de herramientas que faciliten el estudio matemático del análisis cualitativo en modelos de dinámica de sistemas. Los documentos que se exponen a continuación, son los que están relacionados con la

técnica de la dinámica de sistemas y con el análisis cualitativo matemático.

3.2 ASPECTOS GENERALES DE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Los investigadores que analizan los modelos de dinámica de sistemas, unifican los postulados de la escuela norteamericana y de la de Bruselas; ésto lo hacen, al emplear las herramientas usadas por la escuela de Prigogine (análisis matemático cualitativo) para el análisis de los problemas de la escuela de Fórrester (dinámica de sistemas). Los investigadores consideran que los postulados de ambas escuelas son importantes, y por lo tanto realizan la unificación con la idea de complementar ambos postulados. Específicamente en el área de la economía, Rasmussen et. al. (1985), Brons y Sturis (1991), hacen todo lo posible para unificar los postulados de ambas escuelas.

La unificación de ambas escuelas lleva a entender el proceso evolutivo de los sistemas; con respecto a este tema, Mosekilde et. al. (1986) dicen que los procesos evolutivos sólo pueden ser entendidos en torno a las transiciones en las cuales existen estructuras que colapsan y estructuras que son creadas; el análisis cualitativo facilita la visualización de estas estructuras.

Algunos campos en los que se ha combinado la dinámica de sistemas con el análisis cualitativo matemático, son los siguientes:

- Salud
- Medio ambiente
- Dinámica urbana
- Modelos Predador y presa, o modelos ecológicos
- Economía
- Sistemas de manufactura
- Herramientas de ayuda para el análisis cualitativo

Chen (1988) en su artículo *Empirical and Theoretical Evidence of Economic Chaos* dice: “El comportamiento caótico ha sido mostrado

tanto con modelos teóricos como con pruebas empíricas. Los modelos caóticos han sido aplicados a varios fenómenos dinámicos en las áreas de la dinámica de los fluidos, óptica, química, climatología, y neurobiología. En economía también se han desarrollado modelos, especialmente en la teoría de los ciclos de la economía”.

Mosekilde et. al. (1988), y Andersen y Sturis (1988) dicen que el comportamiento caótico ha sido visto en estructuras de sistemas sociales, económicos, administrativos y gerenciales, biológicos, físicos, atmosféricos, ecológicos, y técnicos.

El sistema ecológico formado por el conjunto predador-presa-alimento es, junto con el sistema de la dinámica económica y el sistema de dinámica urbana, el más estudiado por medio del análisis cualitativo matemático. En algunas ocasiones el análisis cualitativo se hace empíricamente a partir de las gráficas de los resultados de las simulaciones, y otras veces se hace a partir del análisis matemático.

Toro y Aracil (1986) observaron que los resultados del análisis del modelo Predador-Presa, presentan resultados similares a los encontrados por Rasmussen et. al. (1984)[†] con un modelo sencillo de un sistema de Longitud del Ciclo Económico (la expresión en inglés es: economic long wave) el cual presentó la bifurcación de Hopf para el sistema no forzado, y un atractor extraño para el sistema forzado.

Brons y Sturis (1991) dicen que los resultados del análisis que hacen de su modelo de Longitud de Ciclo Económico, pueden ser aplicados a otros modelos dinámicos; en 1988, Allen había dicho algo similar, al decir que los resultados y el análisis del modelo poblacional simple pueden ser extensivos a modelos de evolución sociocultural, tales como la evolución o desarrollo tecnológico, la difusión de ideas, o actividades económicas. Desde el punto de vista poblacional, y más concretamente para el sistema Predador-Presa, la *evolución* implica algunos cambios de forma, carácter, o estrategia del comportamiento que afecte la manera en la cual los predadores individuales realizan la captura de la presa, la reproducción y evitan morir. Dice Allen (1988) en su artículo, que la evolución de los sistemas es debido a la diversidad microscópica de los sistemas; esta evolución puede ser observada en una simulación cuando se presentan comportamientos aleatorios, o en otras palabras, comportamientos caóticos. Además de

la diversidad microscópica, deben tenerse en cuenta las relaciones entre las diferentes variables, lo cual en su estudio, equivale a las diferentes especies.

Otras dos aplicaciones del análisis cualitativo en modelos de Dinámica de sistemas, mencionados por Brons y Sturis (1991), son: un modelo agropecuario sobre el ciclo de producción del cerdo (Meadows, 1970[†]), y un modelo agropecuario sobre el mercado del café (Mosekilde y Ranfelt, 1977[†]).

El colapso de la civilización Maya en el siglo VIII fue estudiado por un grupo de especialistas en arqueología y en dinámica de sistemas. El grupo de especialistas realizó un modelo de simulación en el cual plasmaron lo más correctamente que pudieron, las tensiones internas de la sociedad Maya. Las principales variables modeladas y analizadas, fueron: población, recursos alimenticios, y construcción de monumentos. Aracil (1992), toma el modelo anterior y le agrega algunas otras relaciones; éste modelo modificado es analizado cualitativamente por medio de la técnica de Escala Múltiple de Tiempos. El análisis cualitativo mostró los rangos de algunos parámetros que podrían ser los generadores de la catástrofe, o del colapso de la civilización, y los posibles rangos dentro de los cuales la civilización podría haber persistido.

A continuación se presentan los temas a desarrollar en este capítulo:

- Sistemas modelados con dinámica de sistemas, y analizados cualitativamente a partir de los resultados de las simulaciones y de la teoría cualitativa matemática.
- Sistemas modelados con dinámica de sistemas, pero que no han sido analizados cualitativamente.
- Propuesta de diseño de herramientas para el análisis cualitativo de modelos de dinámica de sistemas.

3.3 MODELOS DE DINÁMICA DE SISTEMAS Y ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO

3.3.1 Modelos ecológicos: predador - presa

- Introducción

Algunos autores han investigado y trabajado el modelo Predador-Presa, el cual, dependiendo de las condiciones iniciales del modelo, puede tener diferentes comportamientos, ya sea de crecimiento no controlado de las poblaciones, de oscilaciones suaves hacia un equilibrio estable, de oscilaciones explosivas, de ciclos límites estables, o de extinción de ellas. Cualquiera de estos comportamientos pueden obtenerse, variando al menos un parámetro, o una variable exógena, o una tabla de datos, como puede ser el variar la función de respuesta de los predadores ante la densidad de población de las presas; las funciones de respuesta pueden ser, por ejemplo, lineales, cóncavas, o sigmoideas. Si al modelo Predador-Presa se le agrega la variable de nivel Alimento, los resultados de las simulaciones pueden presentar otros comportamientos diferentes al mostrado por el modelo Predador-Presa.

- Revisión bibliográfica

Allen (1988), Swart (1990), Toro y Aracil (1986), Gross y Sturis (1992), estudian los atractores extraños o señales caóticas presentadas en un modelo ecológico sencillo desarrollado para el sistema Predador - Presa. Inicialmente, los resultados muestran un comportamiento cíclico periódico, conocido como atractor de ciclo límite; posteriormente, y mediante variación de los valores de los parámetros, se consiguen otros comportamientos, entre ellos, el atractor llamado Torus. Swart (1990) estudia con gran detalla el efecto que tiene la densidad de población de las presas en la función de respuesta de los predadores.

Una vez analizado el modelo Predador-Presa, Toro y Aracil (1986),

modelan el sistema Predador-Presa-Alimento; los resultados de este nuevo modelo presentan, de acuerdo con los valores de algunos parámetros, comportamientos de la forma: atractor puntual, atractor de ciclo límite y atractores extraños. Los resultados se presentan en gráficas de tiempo (la abscisa es tiempo y la ordenada es la variable que está siendo analizada), y en planos de fase. Toro y Aracil (1986), al igual que Allen (1988) y Lorenz (1963)[†] consideran que un modelo más complejo y con más variables (al menos tres), puede exhibir comportamientos muy complejos en los cuales se puedan observar frecuencias de oscilaciones alrededor de la solución llamada ciclo límite. Además, también puede haber soluciones más complejas en las cuales se exhiba el movimiento caótico o aparentemente aleatorio.

En 1988 Toro y Aracil presentan los resultados de un nuevo modelo ecológico Predador - Presa - Alimento (está compuesto por dos modelos; el modelo Predador - Presa, y el modelo Presa - Alimento; este último es equivalente al modelo de la Meseta Kaibab); este nuevo modelo es más detallado y tiene más estudio en los resultados que el presentado en 1986. El análisis de bifurcaciones permitió determinar los parámetros esenciales que controlan la aparición de ciclos límites. Un caso especial en el análisis de este modelo, es aquel en el cual el modelo tiende a ser del tipo Lotka-Volterra. (dos variables de nivel; predador y presa, y con condiciones iniciales que llevan al equilibrio).

El modelo del sistema Presa - Alimento de la meseta Kaibab, describe el colapso de la capacidad alimenticia de la Meseta Kaibab en un hábitat finito, debido al crecimiento incontrolado de la población de ciervos (en este caso, la presa) como consecuencia de la eliminación de los predadores naturales del ciervo como son el puma, el lobo y el coyote. El análisis cualitativo de este modelo, usa la técnica de dos escalas de tiempo para explicar cómo se produce el colapso del sistema Presa-alimento. Toro y Aracil (1988) encontraron que la unión de los modelos Predador - Presa y Presa - Alimento, puede dar origen a una gran variedad de comportamientos, incluyendo caos.

El modelo original de Lotka-Volterra presenta un equilibrio conocido como *centro*, el cual es un equilibrio inestable. Toro y Aracil (1988) y Gross y Sturis (1992), toman como modelo base para sus análisis, el modelo desarrollado por Henize (1971)[†] el cual es estructuralmente estable, o sea, que las oscilaciones son robustas contra las

perturbaciones; a partir de este modelo, y realizando cambios en algunos valores de los parámetros, el análisis de los resultados los lleva a tener una idea clara sobre el posible comportamiento futuro del modelo Predador - Presa, e igualmente, debido a que el análisis cualitativo muestra una bifurcación degenerada de Hopf, pueden definir una región del espacio de parámetros donde son probables las oscilaciones del modelo.

En el modelo Predador - Presa - Alimento, la escala de tiempo de la variable Alimento (más rápida) significa que los recursos alimenticios varían más rápidamente que el número de Presas y Predadores. Este modelo puede presentar atractores puntuales, ciclos límites y atractores extraños, para diferentes valores de los parámetros del modelo.

Allen (1988) realiza simulaciones probabilísticas de un modelo Predador-Presa, con el objeto de avanzar algo más en el análisis del modelo determinístico, a la vez que introducir cierta complejidad; utiliza para ello una función de distribución logística, y al mismo tiempo, estudia el sistema desde el punto de vista de la evolución poblacional. El modelo es muy sencillo; consta de una única variable de nivel, pero la complejidad se la dan la no linealidad y la función probabilística. Los resultados muestran dos puntos de equilibrio estables. Dice Allen, que para sistemas más complejos y con mayor número de variables, puede presentarse un rango más amplio de posibilidades de más puntos de equilibrio estables, y también, soluciones periódicas. Llega también a considerar que la fuente de la creatividad, y por lo tanto de cambio evolutivo, es el entendimiento aleatorio o el comportamiento caótico y natural de los elementos de un sistema complejo.

Los investigadores que han estudiado los modelos ecológicos Predador-Presa, Predador-Presa-Alimento, y Presa-Alimento, dicen que los resultados que han expuesto en diversas publicaciones corresponden a modelos sencillos, lo que puede llevar a suponer que modelos más complejos, o por lo menos con una variable más, puede exigir un análisis también más complejo.

3.3.2 Modelos de Dinámica urbana

- Introducción

Los estudios sobre dinámica urbana, analizan los efectos que tiene el incremento poblacional sobre las actividades educativas, culturales, industriales, económicas, recreativas, y ambientales. Pueden incluirse muchas otras actividades, dependiendo del nivel de detalle con que quiera estudiarse el sistema urbano. Una variable importante a tener en cuenta en algunas comunidades, es el efecto del incremento poblacional, ocasionado por la inmigración, sobre las actividades anteriores. Cuando la solución del sistema migratorio depende muy sensiblemente de la tendencia de los parámetros o de los valores iniciales de las variables de estado, es imposible hacer cualquier predicción razonable sobre la dinámica migratoria. Si por otro lado, la dinámica incluye únicamente puntos fijos y ciclos límites regulares, un pronóstico a corto y medio plazo parece factible. Algunos investigadores amplían un poco los modelos migratorios, al introducir en ellos algunas variables que representan diferentes grupos étnicos dentro de diferentes regiones; una variable que no ha sido estudiada con bastante atención, pero que ya empieza a ser considerada, es la que representa la violencia dentro de los grupos sociales.

- Revisión bibliográfica

Mosekilde, Aracil y Allen (1988) desarrollaron un modelo de dinámica de sistemas relacionado con la migración de dos grupos étnicos minoritarios en tres distritos de la ciudad de Waycross, la cual está situada aproximadamente a 400 millas al norte del Promise George. Algunas de las gráficas de los resultados del modelo, mostraron el fenómeno de la bifurcación, y los investigadores encontraron que uno de los parámetros del modelo, al que llamaron B , y con el cual representan la fuerza por medio de la cual las familias Lomanian (grupo étnico) son atraídas hacia las vecindades de las familias de los Itrachian (grupo étnico), es quien genera las bifurcaciones. Inicialmente, el modelo es planteado en forma lineal, y es simulado con todos los parámetros constantes, sin embargo, el punto de equilibrio se presenta como inestable y se producen

oscilaciones crecientes. Observaron que para ciertas amplitudes del parámetro, las poblaciones eran negativas, por lo cual fue necesario introducir no linealidades al modelo; con ésto, obtuvieron bifurcaciones que presentaban comportamiento de punto estable, o atractor puntual, en un espacio con varias cuencas de atracción.

Reiner et. al. (1988) estudian cualitativamente la dinámica urbana generada por las relaciones intergrupos e intragrupos. Inicialmente, los investigadores toman el modelo de Mosekilde, Aracil y Allen (1988) y analizan brevemente las interrelaciones entre las dos subpoblaciones que migran entre tres regiones. Posteriormente amplían el modelo y lo presentan para tres subpoblaciones que migran entre tres regiones; los resultados de las simulaciones de esta nueva versión del sistema migratorio, los lleva a encontrar diferentes comportamientos que se pueden clasificar como atractores punto fijo, ciclos límites y atractores extraños, prevaleciendo la dinámica regular y los ciclos límites para un amplio rango de valores de los parámetros. Para ciertas tendencias específicas de los parámetros de las tres subpoblaciones, encontraron soluciones caóticas para el sistema. Las características del movimiento también fueron analizadas por medio del llamado Espectro de Fourier, el Exponente de Lyapunov, y la dimensión fractal de los atractores. Los resultados obtenidos por medio de soluciones numéricas (aglomeración de matriz) y por medio de las gráficas obtenidas con las simulaciones, estaban de acuerdo con los resultados obtenidos con los exponentes de Lyapunov.

La no linealidad del modelo de Reiner et. al. (1988), se encuentra en la ecuación de valor medio que representa el comportamiento de la decisión de un individuo; esta ecuación es obtenida de la ecuación maestra de aproximación de Weidlich and Haag (1983)[†], la cual considera que la migración entre subpoblaciones y regiones, está representada por una probabilidad de transición no lineal. Las ecuaciones de valor medio son ecuaciones diferenciales en las que se representan las probabilidades de movilidad entre las subpoblaciones de las diferentes regiones; para cada subpoblación de cada región, se tiene una ecuación de valor medio.

Richardson y Sterman (1988), hacen un análisis heurístico de la estructura y comportamiento del modelo de dinámica migratoria presentado por Reiner et. al. (1988), y comparan los modelos de

dinámica urbana desarrollados por Fórrester (1969)[†] y Alfeld and Graham (1976)[†].

Al igual que Mosekilde et. al. (1988) y Reiner et. al. (1988), el modelo inicial estudiado por Richardson y Sterman (1988) representa un sistema urbano con dos poblaciones y tres regiones, consta de: seis niveles, doce tasas que gobiernan la migración entre los niveles, y 24 funciones no lineales que describen la atracción relativa de cada par de niveles para cada población. El sistema es de cuarto orden, lo que lo hace ver a simple vista, relativamente simple, debido a que sólo cuatro de los seis niveles son independientes. Cada función de atracción es una función exponencial simple; y las tendencias del comportamiento representadas en las funciones de atracción son determinadas por cuatro parámetros. Aunque el sistema es conceptualmente simple, adquiere un poco más de complejidad ya que cada tasa de flujo queda definida en términos de cuatro de las seis variables de nivel del sistema.

El aporte principal de Richardson y Sterman (1988) en este modelo, es el análisis heurístico de la estructura y comportamiento del modelo. Desde el punto de vista de la estructura del sistema, los investigadores analizaron los bucles de realimentación, y consideraron que el principal bucle de realimentación negativo, el cual involucra dos niveles, jugaba un papel desestabilizador. Dos bucles positivos al lado del principal negativo, sugieren que el sistema debería ser localmente inestable y debería experimentar oscilaciones en expansión. Los bucles negativos que representaban las emigraciones y que a la vez controlan que no hubiera migraciones negativas, garantizaban que el sistema fuera globalmente estable.

Richardson y Sterman (1988) se apoyan en los conceptos de Graham (1977, pg. 316-322) para expresar que la combinación de un bucle negativo principal (que produce oscilaciones), bucles menores positivos (desestabilizando el ciclo), y bucles menores negativos (asegurando robustez), significa que el sistema es capaz de producir una gran variedad de comportamientos. Si los bucles negativos menores dominan a los bucles menores positivos, el sistema tenderá hacia el equilibrio (atractor puntual). Si los bucles menores positivos dominan a los bucles menores negativos, el sistema será localmente inestable y generará ciclos límites o caos. Dependiendo de los valores

de los parámetros trabajados por Reiner et. al. (1988), y conociendo cuál bucle domina sobre cuál otro, puede deducirse el comportamiento del sistema. Sin embargo, los investigadores advierten que estos principios heurísticos no pueden distinguir entre un ciclo límite y caos; no pueden determinar la ruta del caos seguida en el modelo; no pueden decir si el modelo tiene varios ciclos límites simultáneos; y no pueden decir muchas cosas sobre la precisión de los valores de los parámetros para la diversidad de bifurcaciones que pueda exhibir el sistema. Para estos últimos asuntos no hay sustitutos del análisis cualitativo matemático.

Sturis y Mosekilde (1988) coinciden con Richardson y Sterman (1988) en el análisis de los bucles, al considerar que las inestabilidades en sistemas migratorios surgen de mecanismos de realimentación positivos que causan que la gente se agrupe en vecindades que ya albergan muchas familias que tienen características u orígenes similares. Este hecho puede surgir por los supuestos hechos en el momento del modelado del sistema; por ejemplo, el tener la condición de población no negativa, y una población total constante al no considerar nacimientos ni muertes, hace que se presenten comportamientos complicados no lineales dinámicos, tal como el caos determinístico.

Además del análisis de bucles de realimentación, Sturis y Mosekilde (1988) investigan la secuencia de bifurcación del modelo por medio de la técnica de la sección de Poincaré. Ilustran las ventajas de este método para determinar la ruta del caos seguida por un sistema migratorio de dimensión 4. Con esta técnica, complementan el modelo utilizado por Reiner et. al. (1988). Los resultados obtenidos muestran, dependiendo de los valores de los parámetros, atractores caóticos, y atractores puntuales.

Algunos textos de estudios, como por ejemplos los de los profesores Javier Aracil y Miguel Toro (1993), y el del profesor Javier Aracil (1992) dedican algunos capítulos al análisis cualitativo de modelos sencillos de crecimiento poblacional; estos modelos constan de una única variable de nivel y de tasas de natalidad representada por una función no lineal. El análisis cualitativo es realizado por medio, tanto de las gráficas obtenidas de las simulaciones, como de un sencillo análisis matemático de la ecuación diferencial del modelo; tanto las

gráficas de resultados como el análisis matemático, muestran atractores puntuales para tales modelos.

3.3.3 Modelos de Salud

En el campo de la salud, aunque se ha realizado una buena cantidad de modelos con dinámica de sistemas, en la literatura revisada sólo se encontró un estudio que incluía análisis cualitativo, y corresponde al realizado por Dijkum et. al. (1998). Los investigadores elaboraron un modelo para un centro médico holandés, en el cual consideraron las enfermedades, las acciones médicas relacionadas, y los conocimientos que reflejan las relaciones de los dos aspectos anteriores. El análisis matemático mostró que el modelo no era lineal, y como consecuencia se presentaban patrones de bifurcaciones en las variables correspondientes al desarrollo de las acciones médicas relacionadas y a de los conocimientos médicos. El modelo también presentó una alta sensibilidad por parte de la variable considerada como clave en el modelo: “velocidad de aprendizaje”.

3.3.4 Modelos de Medio ambiente

Otros estudios de dinámica de sistemas y análisis cualitativo relacionado con poblaciones, pero analizados especialmente desde el punto de vista ambiental, son los desarrollados por Aracil (1996), Aracil et. al. (1997), y Aracil et. al. (1998). En este caso, se trata de un modelo sencillo de dinámica de sistemas que estudia los efectos de la polución ambiental en la evolución de una población de peces. Los resultados de dicho modelo fueron inesperados y sorprendentes para los autores, por lo que recurrieron a la técnica matemática del análisis cualitativo para poder entender y explicar los comportamientos de los resultados. Los análisis realizados llevaron a los autores a darse cuenta de que los cambios producidos en poco tiempo, tienen efecto mucho tiempo después, cuando posiblemente las condiciones que ocasionan dichos cambios ya no estén presentes. Debido a la gran importancia que tiene el tiempo de retardo en los resultados extraños y caóticos de este modelo de polución ambiental, los autores bautizaron el fenómeno que se les presentó, como el “fenómeno de la catástrofe retrasada o diferida”.

3.3.5 Modelos de Economía

- Introducción

En economía se han desarrollado varios modelos con Dinámica de Sistemas, con el propósito de estudiar el comportamiento de los ciclos económicos y de negocios a través del tiempo. Dichos comportamientos pueden ser analizados a partir de los datos y gráficas de resultados obtenidos en las varias simulaciones de los modelos, y de esta forma poder tener una idea de lo que podría suceder en el futuro. Sin embargo, se sabe que los comportamientos de los sistemas sociales y de los económicos, al igual que los sistemas atmosféricos, no pueden ser conocidos ni predichos de antemano, aunque la dinámica completa y las condiciones iniciales de los sistemas sean conocidas y aunque el sistema no tenga aleatoriedades (Andersen y Sturis; 1988).

A partir de los planteamientos de Ilya Prigogine, el análisis cualitativo matemático se ha ido extendiendo en el campo de la dinámica de sistemas, y cada vez aumenta el número de investigadores que están utilizando el análisis cualitativo matemático para apoyar los resultados obtenidos con las simulaciones, y de en forma tener un campo más amplio para el estudio de los comportamientos los sistemas.

En economía se ha venido estudiado desde hace varios años, el comportamiento de los ciclos económicos a partir de los resultados de las simulaciones y de la información proporcionada por el análisis cualitativo matemático. En general, se han estudiado modelos sencillos de dos variables de nivel y con funciones no lineales.

Algunos investigadores han estudian el comportamiento de los ciclos económicos de onda larga; entre ellos: Rasmussen et. al. (1985); Chen (1988); Sterman (1988) y Brons y Sturis (1991). Específicamente, éstos investigadores coinciden en decir, con base en los análisis de los resultados de las simulaciones y de los análisis cualitativos matemáticos, que para valores normales de los parámetros del modelo se obtiene un equilibrio inestable del sistema, pero este equilibrio, combinado con restricciones no lineales en las tablas de funciones, da

origen a un comportamiento de ciclo límite. Para valores no normales de los parámetros, se pueden obtener comportamientos oscilatorios amortiguados en vez de los ciclos límites, o comportamientos exponenciales sostenidos, o colapso del sistema.

- Revisión bibliográfica

Rasmussen et. al. (1985) utilizan el lenguaje de dinámica de sistemas DYNAMO¹ para hacer el análisis de sensibilidad de un modelo simplificado de la onda Kondratieff, desarrollado por Sterman (1985)[†]. Para el análisis de estabilidad, los autores determinan primero las condiciones necesarias para que se presente una bifurcación de Hopf, en donde puede verse la transición de un equilibrio estable a uno inestable. También analizan las condiciones bajo las cuales las funciones no lineales fallan y los comportamientos presentan formas exponenciales o caídas del sistema. El análisis formal mostró resultados inesperados de inestabilidad, que no se hubieran visto si sólo se hubieran tenido en cuenta las simulaciones. Los investigadores analizaron cómo la forma del ciclo límite es controlada por ciertos parámetros característicos de las dos funciones no lineales del modelo; por ejemplo, se supone que la forma del ciclo límite viene dada por el valor máximo del multiplicador. Pueden obtenerse entonces, a partir del estudio de los valores de los parámetros, algunas luces sobre el significado que la saturación en los multiplicadores, tiene sobre las variables que están siendo analizadas.

El modelo de la onda de Kondratieff explica las expansiones y contracciones del sector de bienes de capital de una economía industrializada, como consecuencia de un ajuste a una capacidad de producción requerida. La dependencia del sector de capital, de su propia producción, en un proceso de expansión de la capacidad de producción, hace que el modelo sea inestable.

Brons y Sturis (1991) toman como basan para su estudio, el modelo económico de onda larga analizado por Rasmussen et. al. (1985), y

¹ RICHARDSON, George P. and PUGH III, Alexander L.. Introduction to System Dynamics Modeling with DYNAMO. 424 pages.

PUGH III, Alexander L.. DYNAMO User's Manual, Sixth Edition, 310 pgs.

PUGH III, Alexander L. 1983. Dynamo User's Manual: Including Dynamo Ii/370, Dynamo Ii/F, Dynamo Iii, Gaming Dynamo.

PUGH III, Alexander L. DYNAMO II user's manual, including DYNAMO IIöF.

combinan el análisis matemático con la simulación, con el propósito específico de estudiar los diagramas de bifurcaciones en dicho modelo. El modelo es muy sencillo en su estructura al presentar sólo dos variables de estado. Inicialmente estudian el modelo en forma lineal y luego lo extienden a un modelo con efectos no lineales. Según los valores de los parámetros, los resultados muestran la posibilidad de ocurrencia de diferentes bifurcaciones: transcritical, supercrítica, de Hopf, nodo ensilladura, de órbita periódica, la homoclina, y otras.

Chen (1988) encontró comportamientos extraños en sistemas agregados, al analizar un modelo económico bajo los tres siguientes casos:

- Cuadros simples de procesos determinísticos y estocásticos. Inicialmente estudió modelos determinísticos lineales que presentaban comportamientos amortiguados o de ciclos explosivos; posteriormente introdujo no linealidades para explicar los movimientos sostenidos en la economía. Chen observó que las fluctuaciones pueden ser causadas por mecanismos intrínsecos y choques externos, y considera que una alternativa a la aproximación estocástica, con gran número de variables y parámetros, es el caos determinístico con pocas variables. Chen presenta en su investigación una breve descripción de estudios de caos económico; hace una corta comparación entre modelos estocásticos y determinísticos, y dice que el uso de varias de técnicas en el análisis de los resultados, muestran la presencia de atractores extraños en sistemas monetarios agregados.
- Pruebas de caos económico en sistemas monetarios agregados. En este caso, Chen trabajó con cuatro formas diferentes de producir fluctuaciones: Procesos estocásticos lineales (el modelo lineal autorregresivo AR(2)); caos discreto determinístico (el modelo logístico discreto generalmente utilizado en estudios poblacionales); caos continuo determinístico (el modelo de caos continuo en espiral de Rössler (1976)[†]); y caos más ruido no lineal determinístico.
- Un modelo de realimentación retardada de crecimiento económico. Aquí planteó varios problemas a resolver: escala de tiempo, mecanismo dinámico y estabilidad del sistema. Chen expresa que una ecuación diferencial retardada, con sólo dos parámetros, puede

generar comportamientos, periódicos, multiperiodicos y caos, en modelos determinísticos.

A partir de 1992, algunos de los investigadores anteriores, y otros como Lorenz (1992); Haxholdt et. al. (1995); Hernández (1996), Hernández y Fernández (1997), y Aracil y Gordillo (1997), agregan cierta complejidad a la estructura de los modelos económicos, al analizarlos en forma desagregada.

Lorenz (1992) estudia un caso simple de la teoría tradicional de los ciclos de negocios conocido como el caso Sil'nikov; este caso muestra que la existencia de órbitas homoclinas son una señal de complejidad. También analiza pequeñas no linealidades en una versión generalizada del Modelo Estándar con Inventarios de Metzler (1941), y muestra que en él se pueden generar comportamientos caóticos. Aunque los casos que presenta Lorenz son completamente determinísticos, sus resultados presentan amplias bandas de ruido; poseen exponentes de Lyapunov positivos grandes, y tienen una dimensión de correlación fractal que indican comportamientos complejos.

Haxholdt et. al. (1995) estudian el modelo de Sterman (1985)[†], y a partir de éste obtienen otros dos modelos. En cada uno de ellos reemplazan parte de las funciones lineales del modelo original, con funciones analíticas, infinitamente diferenciables, y adicionalmente, en uno de los modelos extienden la estructura de un sólo sector a dos sectores, y en el otro modelo, extienden su estructura de un sector a múltiples sectores. En el primer modelo de dos sectores, éstos corresponden a un par de industrias las cuales representan, una la producción llevada a cabo en una planta de infraestructura de larga vida, y la otra, representa equipos y maquinaria de corta vida, como equipos de transporte, máquinas de producción, computadores, etc. Cada sector por separado produce su propia oscilación sostenida con un período y una amplitud determinada para los valores de los parámetros del sector; sin embargo, cuando los dos sectores son trabajados juntos a través de sus dependencias sobre los productos del otro, ellos tienden a sincronizarse o cerrarse juntos con una tasa racional entre los dos períodos de oscilaciones, una tasa que depende de las diferencias en los parámetros. Un proceso similar también es descrito por Aracil y Gordillo (1997), en la página 167 de su libro, donde explican brevemente el comportamiento de un área industrial

que es modelada con dos subáreas, y en ellas observan comportamientos diferentes para cada subárea, situación que no se presenta o no es advertida cuando el modelo es analizado en forma agregada.

El segundo modelo analizado por Haxholdt et. al. (1995) representa una economía real en la cual hay muchos sectores que emplean diferentes clases de capital en diferentes cantidades. Parámetros tales como la vida promedio de productividad del capital y el aumento relativo de diferentes componentes de capital empleados, pueden variar de un sector a otro. Aisladamente, los negocios y la infraestructura de capital de la industria pueden mostrar una variación temporal significativamente diferente de lo que es por ejemplo, la maquinaria industrial. El modelo del ciclo económico desagregado consta de varios sectores, en donde cada sector usa capital desde él mismo y desde el otro sector como únicos factores de producción. Cada sector recibe órdenes de capital, desde él mismo, desde el otro sector, y desde el sector consumidor de bienes. El análisis cualitativo de este modelo de varios sectores, fue realizado por medio de las gráficas de las simulaciones. El análisis matemático se desarrolló únicamente para el modelo con dos sectores.

Hernández (1996), y Hernández y Fernández (1997) analizaron los modelos desagregados de ciclos económicos estudiados por Kampmann et. al. (1993)[†], y Haxholdt et. al. (1995), e igual que estos últimos investigadores, encontraron comportamientos de ciclo límite cuando los dos sectores son similares, y comportamientos caóticos al aumentar las diferencias entre el número de años de vida del capital para cada sector. Presentan estos comportamientos tanto en gráficas obtenidas con las simulaciones, como con los cálculos de los exponentes de Lyapunov.

3.3.6 Modelos de Sistemas de Manufactura

- Introducción

En el campo de los sistemas de manufactura se han estudiado algunos modelos con dinámica de sistemas, los cuales, junto con el análisis matemático cualitativo, han permitido analizar con cierta profundidad

el comportamiento de dichos sistemas. Mosekilde et. al. (1986), Zhao y Xu (1986), Mosekilde y Larsen (1988), Sterman (1988), Andersen y Sturis (1988), Stoyanov et. al (1995), Haslett (1996), Thiel (1996), Crespo et. al (1997), y Crespo et. al. (1998), han desarrollado modelos generales con los cuales se estudia el sistema de asignación de recursos en una planta de manufactura, de acuerdo con los niveles de inventario y pedidos pendientes, y los resultados presentan comportamientos de atractor puntual, ciclos límites, atractores extraños, y caos, según los valores que tomen determinados parámetros. El objetivo que buscan los investigadores anteriormente citados, es el de mostrar cómo pueden desarrollarse comportamientos extraños en un sistema genérico de asignación de recursos, y a la vez, aplicar algunas de las herramientas matemáticas para describir el fenómeno extraño y así entender mejor la dinámica del sistema gerencial considerado.

Mosekilde y Larsen (1988), Sterman (1988), y Haslett (1996), han estudiado el problema concreto de producción y distribución, a través del juego académico conocido como el Juego de la Cerveza; Andersen y Sturis (1988) analizaron un modelo desarrollado específicamente para una fábrica ensambladora de cajas registradoras; Stoyanov et. al (1995) desarrollaron un modelo relacionado con la supervivencia de una organización en un ambiente competitivo; Haslett (1996) y Thiel (1996) hacen énfasis en los comportamientos complejos obtenidos como resultado de las decisiones locales, o reglas locales, tomadas en puntos específicos de los procesos productivos que utilizan sistemas de manejo con tarjetas, o sistemas Kanban; Mosekilde et. al. (1986) y Stoyanov (1995), hacen referencia en sus estudios, a la importancia de la dinámica de sistemas y del análisis cualitativo matemático como herramientas para entender el proceso evolutivo y de adaptación de los sistemas, a los cambios que se les presenten.

- Revisión bibliográfica

Mosekilde et. al (1986) muestran que los retardos en ajustar la producción y las ventas crean el potencial para el comportamiento oscilatorio que puede ser desestabilizado por las políticas o decisiones que se tomen en lo referente a la asignación de los recursos. Una variable importante del modelo es la relativa a los clientes, la cual disminuye su valor cuando aumenta el retardo en la entrega de los

productos, o cuando el retardo en el suministro llega a ser inaceptablemente largo; debido a que el modelo no prevé aumentar la planta de cargos, entonces la empresa hace rotación del personal con el objetivo de satisfacer las necesidades inmediatas. Los resultados de la simulación muestran comportamientos de ciclo límite, pasando por ciclos periódicos dobles, y desarrollo de caos; utilizan como herramientas matemáticas, las secciones de Poincaré y mapas de retorno, y discuten cómo estos mapas pueden ser usados para entender los cambios cualitativos observados en el comportamiento del sistema. Mosekilde et. al. (1986) dicen que un fenómeno extraño, o caótico, puede surgir cuando por ejemplo, el ciclo límite llega a ser inestable y se desarrolla a través de una cascada de bifurcaciones de doblaje de períodos; mencionan que este fenómeno también ha sido estudiado en un modelo sencillo de migración urbana (Mosekilde et al., 1985[†]), en un modelo sencillo de regulación de presión de Nephron (Jensen et al., 1986[†]), y en aplicaciones administrativas clásicas de dinámica de sistemas (Robert, 1978[†]).

Zhao y Xu (1986) modelan un sistema manufacturero sencillo, en el que intervienen como variables principales el inventario de productos terminados, la capacidad de retardo del sistema y la capacidad de cruce de productos; otras variables que intervienen en el modelo son: discrepancia de inventario, inventario deseado, tiempo de ajuste del inventario, tiempo de ajuste de la capacidad, discrepancia de la capacidad de retardos, retardos de capacidad deseados, y productividad en la producción. Además, intervienen parámetros y variables exógenas que son utilizadas para la creación de escenarios y observación de comportamientos del sistema en estudio. De acuerdo con esto, Zhao y Xu encuentran algunos valores para los tiempos de retardos con los cuales el sistema puede estar o no en equilibrio.

Mosekilde y Larsen (1988) analizan los comportamientos mostrados por el Juego de Distribución de Cerveza ante diferentes valores de algunos de sus parámetros. Este juego está diseñado principalmente con fines educativos, y por lo tanto, los valores de los parámetros, tales como retardos en el correo y en el transporte, son escogidos con el propósito de facilitar el juego, más que para representar el mundo real. El sistema es simulado inicialmente, empleando la siguiente política estándar para las órdenes de producción o suministro:

$$OR_t = \max\left(0, \frac{DINV - EI_t}{AT}\right) \quad (1)$$

Siendo:

OR_t = Tasa de órdenes

$DINV$ = Inventario deseado

EI_t = Inventario efectivo en el tiempo t

AT = Tiempo de Ajuste del Inventario

La política anterior está basada únicamente en el criterio de cubrir la diferencia entre el inventario deseado y el efectivo, sin considerar las órdenes que se están desarrollando en la línea de suministro. Con esta política, los directivos ubican las órdenes de cerveza en el próximo sector e inmediatamente se olvidan de ellas, ordenando de nuevo en la siguiente ronda (o período). Para evitar el error en estado estable, se introduce una nueva política de órdenes que incluye el reemplazamiento de los envíos, y es expresada de la siguiente forma:

$$OR_t = \max\left(0, RS_t + \frac{DINV - EI_t - UO_t}{AT}\right) \quad (2)$$

Donde:

$$RS_t = SMOOTH(OFR_t, 3) \quad (3)$$

Siendo OFR_t la tasa de órdenes no cubiertas, RS_t es el reemplazo de los envíos, y la variable de nivel UO_t representa la diferencia acumulada entre las órdenes que han sido ubicadas y los productos recibidos.

El análisis de la anterior política para un período de 1200 semanas, presenta un comportamiento estable, que lleva hacia un punto de equilibrio; sin embargo, si el sistema estuviera continuamente excitado por eventos aleatorios externos, dicha política podría ser insatisfactoria, por lo que Mosekilde y Larsen (1988) introducen otra mejora en la política, al considerar las fracciones de envíos esperados y la de órdenes no servidas, quedando la política de la siguiente forma:

$$OR_t = \max\left(0, D * \text{SMOOTH}(OFR_t, 3) + \frac{DINV - EI_t - B * UO_t}{AT}\right) \quad (4)$$

Donde D y B miden, respectivamente, la fracción de envíos esperados y la fracción de órdenes no servidas en una política de órdenes. Las combinaciones de D y B , en los rangos $(0, 1)$, producen comportamientos que van desde el ciclo límite para $D = 0$ y $B = 0$, hasta el equilibrio estable para $D = 1$ y $B = 1$, pasando por comportamientos de 2 y más oscilaciones (período 2, 4, . y otras) y comportamientos caóticos, para otras combinaciones.

Sterman (1988) analiza el Juego de la Cerveza principalmente desde el punto de vista de las políticas de los jugadores (minorista, mayorista, distribuidor y productor) quienes tienen por objetivo, mantener el menor inventario posible que evite los pedidos no satisfechos y satisfaga la demanda de los clientes. El juego es iniciado en condiciones de equilibrio. Inicialmente los clientes demandan cuatro cajas de cerveza, y en la semana 5 suben la demanda de 4 a 9 cajas semanales, sosteniendo esta demanda de ahí en adelante. Los resultados de las simulaciones presentaron los siguientes aspectos:

- Oscilaciones.
- Amplificaciones. La amplitud de las órdenes de la fábrica llega a duplicar la amplitud de las órdenes del minorista.
- Fase de retardos. Las órdenes del cliente causan una perturbación en las órdenes que se propaga desde el minorista hasta el productor.

Los resultados mostraron que treinta y un conjuntos de parámetros (70%) produjeron un comportamiento estable. Un conjunto produjo ciclo límite de período 1, otro produjo ciclo límite de período 5, y otro produjo ciclo límite de período 12. 10 produjeron caos. El juego de Distribución de Cerveza es un sistema de orden 23, lo cual lo hace excesivamente complejo. En este punto, Sterman resalta que al igual que en experimentos macroeconómicos, los resultados muestran que se genera un rico conjunto inesperado de comportamientos por la interacción de los procesos de decisión de la gente real con la estructura de realimentación del ambiente.

Andersen y Sturis (1988) muestran y explican el comportamiento

caótico en un modelo simple de un sistema de producción de cajas registradoras, cuyas variables principales - fuerza de trabajo y ajuste de inventario - presentan desde comportamientos oscilatorios hasta estructuras completamente caóticas, que dependen de los valores seleccionados de los parámetros y de las tablas de funciones.

El sistema de producción de Cajas Registradoras Continental, es un caso no real tomado de otro estudio en el cual una compañía produce cajas registradoras para empresas minoristas. Se asume que la compañía tiene nivel fijo de empleados, pero ella transfiere empleados entre producción y ventas dependiendo del estado de su actual inventario con respecto al inventario deseado. La producción es directa y linealmente proporcional al tamaño de la fuerza de producción y va a través de un retardo de producción de tercer orden, de 30 días, antes de la entrega del inventario terminado. El nivel de los clientes agregado al modelo genera una dinámica diferente a la presentada cuando el modelo no incluye el nivel de los clientes. Las ventas son lineales con respecto al número de clientes. Los clientes son reclutados en proporción al número del personal de ventas, y son fieles a la empresa durante períodos de cerca de ocho años (3.000 días); sin embargo, los clientes puede retirarse de la compañía si el inventario empieza a caer por debajo de un cierto nivel (podría ser por ejemplo, un 10% del inventario deseado). Las variables de nivel son: Producción, Clientes y Ventas; el nivel Producción consta a su vez de tres niveles correspondientes a tres etapas de producción como son: Primer montaje, segundo montaje y terminado del producto de acuerdo con los requerimientos del cliente. Este modelo puede clasificarse como un modelo tradicional de fuerza de trabajo y ajuste de inventario.

Stoyanova et. al. (1995) estudian la supervivencia de una organización en la lucha por la ventaja competitiva. El modelo de dinámica de sistemas corresponde a una organización exitosa no estándar, en donde se manejan términos como calidad, momento e inercia, y la cual presenta no linealidades que llevan al sistema a tener comportamientos complejos. Los investigadores concluyen que para que una organización sobreviva en un ambiente cambiante, debe adaptarse a éste lo más pronto posible y responder adecuadamente. La supervivencia significa Adaptación Continua a los Cambios. El software utilizado para hacer las simulaciones y explorar los

comportamientos complejos fue el POWERSIM². Las diferentes simulaciones llevadas a cabo mostraron que con distintos rangos de valores de los parámetros, pueden obtenerse comportamientos de atractor puntual, periódicos, caóticos, y posiblemente, colapso del sistema.

Haslett (1996) examina el impacto que tienen las reglas locales sobre la estabilidad y el desarrollo de los sistemas de manufactura. Específicamente, analiza dos modelos: El primero corresponde al modelo de El Juego de la Cerveza, tomado como un ejemplo de un sistema social-técnico que se mueve rápidamente y se mantiene él mismo en un estado caótico como resultado de las “reglas locales” usadas por los jugadores; el segundo corresponde a un modelo de un sistema de manufactura Kanban, usado en el Centro Horizontal de Maquinado Toshiba BMC 63. Este último sistema tiene un conjunto de reglas locales para la operación del sistema, relacionadas con los puntos de reorden y con las cantidades de partes a ordenar y que luego son manufacturadas en la línea de montaje. Existen las reglas permanentes o formales, pero además, existen otras reglas informales que son dadas por administradores y expertos dentro del sistema de tarjetas Kanban, en un esfuerzo por compensar la variabilidad inducida por las reglas permanentes.

Las reglas locales informales se refieren a la ubicación de las Kanban cuando éstas llegan a la cola: o sea, si se coloca al frente de la cola o al final. La administración dice por ejemplo, que si el contenedor de tarjetas está vacío en el momento en que llega la tarjeta, ésta se coloca al frente de la cola. Los operarios dicen por ejemplo, que si la cola tiene una longitud mayor de cinco cuando llegue la tarjeta, entonces ésta se coloca al frente de la cola. Haslett (1996) simuló el modelo con cuatro escenarios, cada escenario correspondiente a una regla: a) sólo las reglas permanentes; b) las reglas informales de la administración; c) las reglas informales de los operarios; y por último, d) la unión de las reglas informales de los administradores con las de los operarios. Los resultados mostraron tanto incrementos como disminuciones en la estabilidad del sistema, lo que indica, según Haslett (1996), una adaptación compleja en el desarrollo del subsistema.

² Información sobre el software de simulación continua, POWERSIM, puede encontrarse en la dirección electrónica: <http://www.powersim.com>

Al igual que Haslett (1996), Thiel (1996) estudia las inestabilidades y el caos que las decisiones (o reglas) locales pueden generar en sistemas de producción cuya organización esté basada en la filosofía Justo a Tiempo (Just In time), como por ejemplo, un sistema Kanban que controle los flujos de producción. En este caso, tarjetas u otros métodos manuales y equipos visuales, señalan las operaciones de transferencia y/o manufactura que actúan como órdenes de producción. Por ejemplo, un trabajador, desde una línea de montaje, necesita más componentes, junta una tarjeta de transporte a un contenedor de órdenes, vacío, que es movido a un centro de trabajo previo (de acuerdo con la rutina del procedimiento) donde es llenado (con nuevas partes manufacturadas) y movido de regreso a la línea de montaje.

Thiel (1996) hace el estudio sobre una celda elemental de una línea de producción integrada, la cual tiene muchas irregularidades como por ejemplo, paro de trabajos, o partes rechazadas. En tales circunstancias, diferentes mecanismos de regulación son activados en caso de que se presenten fluctuaciones en el inventario de trabajo en proceso. Con un modelo de dinámica de sistemas se estudia la estabilidad del inventario de acuerdo con diferentes valores de la productividad; los resultados de la simulación mostraron un comportamiento de atractor puntual en el inventario de producto en proceso, cuando el parámetro Productividad tomaba un valor igual a $2/3$ (alta productividad del 66%), comportamiento de ciclo límite (atractor periódico) cuando la Productividad tomaba un valor igual a $1/2$ (productividad del 50%), y comportamiento de atractor extraño (caos) cuando la Productividad tomaba un valor igual a $1/3$ (baja productividad del 33%). Dice Thiel (1996) que este mismo modelo fue simulado con redes neuronales y se detectó el mismo comportamiento de inestabilidad.

Crespo et. al. (1997) y Crespo et. al. (1998) analizan un modelo hipotético sencillo de producción compuesto por las siguientes variables: inventario de productos terminados, inventario de productos en proceso, discrepancia de inventario, inventario deseado, y tiempo de ajuste del inventario, además de algunos parámetros y variables exógenas que son utilizadas para la creación de escenarios y para la observación de diferentes comportamientos del sistema en estudio. Los resultados mostraron que para diferentes valores de la demanda de

productos hay una bifurcación que da origen a dos cuencas de atracción, y en cada una de ellas el inventario de productos en proceso tiene un comportamiento de equilibrio, o de atractor puntual.

3.4 MODELADO DE SISTEMAS DE MANUFACTURA, CON DINÁMICA DE SISTEMAS, SIN ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO

- **Introducción**

A continuación se presentan brevemente algunos aspectos de estudios sobre subsistemas de producción y de operaciones realizados por varios investigadores, y los resultados obtenidos con estos estudios al ser modelados por medio de dinámica de sistemas. Algunos de los aspectos estudiados por los investigadores son:

- Esquemas de manejo de la producción: MRP, Punto de pedido, Stock base, Justo a Tiempo, Kanban, Conwip, Long Production, y otros,
- Procesos de toma de decisiones,
- Influencia de los inventarios en las fluctuaciones de los sistemas de producción,
- Subsistema Distribución-Producción,
- Reingeniería de procesos,
- Subsistema de beneficio-costos.

La mayoría de los investigadores que estudian sistemas por medio de la dinámica de sistemas, están de acuerdo en que un buen proceso de toma de decisiones, es el que permite obtener comportamientos lo más estables posible.

- **Revisión Bibliográfica**

Investigadores como Morecroft (1983), O'Callagan (1986), Crespo et. al (1995), Ruiz et. al. (1995), Zubiría (1995), Georgantzas (1996), Mayberry et. al. (1996), Ruiz et. al. (1996), Ruiz et. al. (1997), y Haslett (1998), han modelado los esquemas de producción MRP, Justo

a Tiempo, Conwip, y Punto de Pedido, en los cuales han analizado entre otros aspectos, la planeación agregada de la producción, el control y administración de la mano de obra, proveedores, ventas, demandas, control de inventarios, paradas de máquinas, cuellos de botella, y capacidad de producción, entre otras variables. Los resultados de las simulaciones permiten observar los comportamientos de los sistemas de manufactura, de acuerdo con el esquema de producción utilizado. Algunos de los estudios han modelado sólo un esquema de producción, y otros han modelado varios esquemas de producción, con el propósito de comparar los resultados y determinar cuál esquema o cuál combinación de esquemas produce mejores resultados para el sistema de producción.

Fórrester (1972), Diehl (1986), Sterman (1988), y Mandal y Sohal (1996), hacen énfasis en la introducción de los retardos en el modelo de los sistemas de producción, con el fin de mostrar cómo éstos pueden ser los causantes de una gran cantidad de oscilaciones en los sistemas.

Sterman (1988), Mandal y Sohal (1996), König (1997), Haslett (1998), y Ruiz et. al. (1997), hicieron un modelo del sistema de Distribución - Producción, originalmente analizado por Fórrester (1972); uno de los aspectos principalmente analizados en este modelo, es el relacionado con el proceso de toma de decisiones; los investigadores consideran que muchas veces las inestabilidades y los comportamientos complejos de los sistemas se deben a las decisiones de los analistas, principalmente las decisiones relacionadas con las órdenes de producción.

Georgantzas (1996), Mayberry et. al. (1996), Black (1998), y Cobert-Weiss et. al. (1998), modelan sistemas de producción con el propósito de hacer reingeniería de los procesos. Los investigadores consideran que la reingeniería es una extensión de esquemas tales como Justo a Tiempo y Control de Calidad.

Morecroft (1983) presenta los conceptos, la teoría y la técnica del MRP (Material Requirements Planning). Dice Morecroft que el MRP es un esquema integrado basado en computador que ayuda al control del nivel de inventarios y de los flujos de materiales en las empresas. Sistemas de este tipo permiten reducir los niveles de inventarios y

mejorar los servicios a los clientes, pero para ello deben mantener una base de datos segura que sirva para apoyar las órdenes de material. La investigación de Morecroft tiene por objetivo el analizar si un esquema MRP puede trabajar efectivamente con el resto de la empresa manufacturera en el cual está ubicado, considerando que la administración de materiales no es sino una parte de un proceso mayor de toma de decisiones que involucra además, actividades tales como planeación agregada de la producción, administración de la mano de obra (contratación, despidos, extras), y el manejo de los proveedores.

Morecroft (1983) desarrolla inicialmente un modelo de dinámica de sistemas que opera de acuerdo con el esquema de punto de pedido (order point); posteriormente lo complementa con los cambios necesarios para que se ciña al esquema MRP. Teóricamente, un mecanismo básico del MRP como la explosión de materiales, hace que solamente se produzca un pequeño cambio en toda la estructura del proceso de toma de decisiones de la organización, y no hay garantía de que el cambio sea compatible con el resto de la organización, razón por la cual Morecroft (1983) analiza el sistema organizacional de Förrester y Mass (1976)[†], el de Morecroft (1980)[†], y el de Ward (1981)[†], compuesto por cuatro unidades correspondientes a: control de la producción, administración de la mano de obra, control de materiales y manejo de proveedores. En la unidad del control de la producción, la política de la empresa es ordenar y mantener bajos niveles de inventario; por lo tanto, los tiempos de suministro son una variable importante de competitividad. Un sistema que involucra las cuatro unidades anteriores, tarda varios años para adaptarse él mismo completamente a un nuevo nivel más alto de la demanda; este hecho genera comportamientos de fluctuaciones a largo plazo que son una característica de los sistemas de distribución de manufactura multietapas. Esto último ha podido comprobarse en todos los resultados obtenidos por las personas y los grupos que han estudiado el Juego de la Cerveza (un problema de distribución - Producción).

Los resultados de las simulaciones de diferentes escenarios, le indicaron a Morecroft (1983) que el MRP debería ser visto y evaluado como una parte de un gran sistema de manufactura. El sistema de manufactura como un todo tiene una tendencia a crear inestabilidades y fluctuaciones a largo plazo en las tasas de producción y fuerza

laboral, independientemente de la forma precisa del control de material utilizado. El MRP interviene en la estructura proporcionando información más precisa para el control de materiales sin alterar una parte substancial del proceso y estructura de toma de decisiones de la organización.

O'Callagan (1986) analiza un sistema de manufactura multietapa que se rige por un esquema Justo a Tiempo combinado con Kanban y con MRP, consistente de una línea de transferencia que incluye los siguientes procesos: 1) consecución de partes, 2) sub-montaje, 3) montaje final, y 4) envíos o despachos. Realizó simulaciones para mostrar el comportamiento del sistema ante diferentes políticas administrativas y de gestión, y a la vez, como respuesta a circunstancias inesperadas. Consideró los siguientes casos:

- Respuesta normal del sistema,
- Cambios en el número de Kanban,
- Parada de máquina,
- Incrementos pequeños y grandes en la demanda,
- Cuellos de botella: ocasionados por las restricciones de capacidad, y por la restricción de los Kanban.
- Planeamiento de la capacidad: horas extras, mano de obra, herramientas, etc.

O'Callagan (1986) exploró el efecto del “Programa Maestro de Producción” en la flexibilidad del sistema, para ver cómo respondía éste ante incrementos en la demanda; realizó simulaciones con incrementos más altos que la tasa máxima de producción, y planteó diferentes fórmulas que representan dicha demanda. Los resultados de las simulaciones mostraron que la flexibilidad de la compañía que adopta el sistema JIT-Kanban no depende tanto del sistema Kanban sino de otros factores tales como la habilidad para cambiar la capacidad, y la habilidad para planear la producción. Sólo cuando las fluctuaciones en la demanda son pequeñas, el sistema básico Kanban parece ser una forma efectiva para responder a las incertidumbres de la demanda.

Crespo et. al. (1995) toman el prototipo del sistema JIT/Kanban (el utilizado por O'Callagan, 1986), y tras algunas modificaciones, hacen simulaciones de él utilizando dos técnicas diferentes de simulación:

discreta y continua. Para la simulación discreta utilizan el software SIMAN³, y para la simulación continua utilizan el software VENSIM⁴. Comparan los resultados de ambas simulaciones a partir de diferentes escenarios relacionados con cambios en la demanda, paradas de las máquinas, cuellos de botella, ventas, tasa de retorno del dinero, unidades promedio en el inventario, y tiempos promedios por unidad en el sistema. Los resultados de ambas simulaciones presentan tendencias similares en sus comportamientos. Posteriormente, Ruiz et. al. (1997) modelaron esquemas de producción Pull (JIT-Kanban, Punto de Pedido, y Stock Base), Push (MRP) e híbridos, para una línea de producción constituida por tres etapas en serie: materia prima, trabajo en proceso y productos terminados. Analizaron la bondad de la operación y la administración del sistema de producción, por medio de los medidores ventas, productividad, ganancias, tasa de retorno, inventarios, flujo de tiempo y ajustes de tiempo. Los escenarios simulados fueron relacionados con variaciones en la demanda, paradas de las máquinas o estaciones de trabajo, restricciones de capacidad, y cuellos de botella.

Zubiría de Castro (1995) y Crespo (1996) utilizaron dinámica de sistemas para modelar líneas de producción bajo esquemas CONWIP (en inglés: Constant Work in Process) y Kanban. Los resultados de las simulaciones muestran que las líneas de producción gestionadas con los sistemas Conwip (Long Pull) parecen ofrecer una más alta realización que los sistemas basados en KANBAN, en aquellos ambientes donde un flujo perfecto de material no puede ser garantizado. Ruiz et. al. (1996) utilizan Dinámica de sistemas y Simulación discreta para estudiar el comportamiento del sistema anterior bajo un esquema Pull como el CONWIP. Las conclusiones llevaron a mostrar que los resultados con ambas técnicas de simulación eran diferentes, pero complementarios. El módulo de optimización del software VENSIM fue utilizado para encontrar el número óptimo de tarjetas del sistema, bajo el esquema CONWIP, al definir una función objetivo para maximizar la producción y para minimizar el inventario.

³ PEGDEN, C. Dennis, SHANNON, Robert E. and SADOWSKI, Randall P. 1995. Introduction to Simulation Using Siman. 2ª de. Editorial McGraw-Hill..

Ver información adicional en la dirección electrónica <http://cad.bu.edu/simlab/how.htm>

⁴ Información sobre el software de simulación continua VENSIM, puede encontrarse en la dirección electrónica <http://www.vensim.com>

Diehl (1986) analizó las causas potenciales de un comportamiento oscilatorio en un modelo producción - inventario de un sistema multisectorial. Mostró que la principal razón para las oscilaciones es el desconocimiento que tienen los actores del sistema sobre el sistema mismo, especialmente con respecto a las circunstancias por las cuales se emiten las órdenes. Ellos no pueden distinguir si las órdenes que ingresan son emitidas porque los destinatarios quieren ajustar sus inventarios o porque han cambiado su período (horizonte) de planeación de la producción, lo cual puede reducirse a decir que las fluctuaciones se deben a un problema de información. Al igual que en el Juego de la Cerveza, los resultados indican que una política de estabilización exitosa debe ser la de mejorar las políticas de información. Diehl trabaja con la hipótesis de que la existencia de inventarios de producto terminado, las políticas de ajuste del inventario, y la forma de introducir retardos (también Aracil et. al., 1998, hacen énfasis en las fluctuaciones e inestabilidades generadas por los retardos), son el punto central que causan las fluctuaciones de producción.

Zahn et. al. (1987) estudiaron el planeamiento estratégico de un sistema de montaje flexible, desde el punto de vista de algunos aspectos claves en la definición de la flexibilidad de un sistema de montaje; los aspectos considerados son:

- Parámetros de flexibilidad: El aspecto logístico, recursos humanos y equipos de montaje.
- Criterio de flexibilidad: Calidad, tiempo de suministro, y precio.
- Objeto de la flexibilidad: Procesos de montaje y piezas de trabajo de montaje.

El análisis mostró que deberían considerarse dos interfaces: una entre el ambiente organizacional y la entrada al sistema de montaje, con el propósito de ver los requerimientos reales para la flexibilidad, y una segunda interface entre el sistema estratégico de decisiones y la operación del sistema, con el propósito de tener una idea clara sobre las causas de los problemas específicos de la flexibilidad. El sistema estratégico de decisiones cubre todos los aspectos del proceso de decisiones, tales como definición de metas, formulación de estrategias, y delegación de acciones. Zahn et. al. (1987) evaluaron la segunda interface por medio de un modelo de Dinámica de Sistemas,

y las simulaciones se realizaron para dos escenarios: Uno con un sistema de maquinaria automática de montaje, y otro con un sistema de montaje integrado flexible.

Dice Georgantzas (1996) que autores como Johansson et. al. (1994)[†], ven el BPR (Business Process Reengineering) como una extensión natural de la familia de mejoramiento de las tecnologías de dirección, tales como Just In Time (JIT) y TQM (o CWQC), lo cual tradicionalmente dirigido a lo continuo, incrementa el mejoramiento de las operaciones internas de producción. El propósito del BPR es, primero, identificar lo invisible, lo sin nombre, y los procesos fragmentados que existen en los negocios y entonces, si es necesario, rediseñar estos procesos y así los directivos de los negocios puedan dirigirlos a gusto de sus clientes. La transformación del BPR en un modelo de dinámica de sistemas, tiene doble beneficio: Primero, el proceso de modelado ayuda a identificar los puntos de apalancamiento de la información que requiere el BPR. Segundo, los resultados de la simulación permiten evaluar el impacto potencial del BPR.

Cobert-Weiss et. al. (1998) utilizaron dinámica de sistemas en la Ford Motor Company, con el propósito de desarrollar un ambiente de aprendizaje del sistema de producción. Incluyeron reingeniería de los procesos de manufactura, e introdujeron la teoría y la experimentación del Pensamiento Sistémico y de la Dinámica de Sistemas, para cambiar algunos procesos en la planta. Con la ayuda de los Simuladores de Vuelo de Gestión, desarrollaron un juego que sirve, tanto como apoyo a la manufactura y a los grupos de personas, como para pensar sobre prácticas y estrategias de negocios. El objetivo principal de la investigación es que la Ford Motor Company entre en el año 2000 con ideas nuevas.

Mandal y Sohal (1996) estudiaron una industria manufacturera de fabricación de metal en Australia por medio de un modelo de dinámica de sistemas que considera, entre otras, las variables: producción, órdenes de los clientes, ventas, capacidad de adquisición, inventario, y costos. Mandal y Sohal (1996) consideran que un buen entendimiento de los mecanismos internos a través de los cuales opera el sector metalúrgico, proporciona criterios que llevan a tener un buen proceso de toma decisiones gerenciales y de políticas estratégicas, que evite excesos de capacidad, altos costos, altos inventarios, retardos en

las decisiones, y otros aspectos no deseables.

Haslett (1998) estudia las reglas locales, o lo que Fórrester (1972) denomina decisiones locales, las cuales se refieren a las decisiones que tienen que ver con los resultados inevitables del estado del sistema. Haslett tomó como base de su estudio, un modelo Kanban para un sistema de montaje y manufactura; en éste, analizó la operación del sistema y los efectos de la intervención de las reglas.

Sterman (1988) observa que los procesos de Toma de Decisiones en el modelo de la Longitud de Onda Económica y en el modelo del Juego de la Producción - Distribución de la Cerveza, son subóptimos, y llevan a comportamientos caóticos. También los retardos son generadores de comportamientos caóticos: frecuentemente hay retardos entre el inicio de una acción de control y sus efectos en el inventario, o retardos entre el cambio en el inventario y la percepción de ese cambio por parte de quien toma la decisión. La duración de esos retardos puede variar y puede estar influenciada por las acciones propias del administrador. De aquí surge que el problema del control de la administración del inventario puede ser dividido en dos partes: la primera, la estructura del inventario, el flujo de materiales del sistema y el flujo de información, y la segunda, la regla de decisión usada por el administrador.

Para tener un buen proceso de toma de decisiones, en cuanto a inventario de refiere, y a la vez tener comportamientos más estables, Fórrester (1972) y Sterman (1988) dicen que es necesario considerar los tres aspectos siguientes: Reemplazamiento de pérdidas, Ajuste del inventario, y Ajuste de la línea de suministro. Sterman (1988) propone una heurística de órdenes que tiene en cuenta los siguientes puntos:

- Las órdenes en la vida real no deben ser negativas;
- Seleccionar una expresión matemática que represente la forma de las pérdidas, y otra que represente el ajuste del inventario; una expresión puede representar, por ejemplo, un ajuste lineal; y
- Tener un ajuste para la línea de suministro que puede depender de la producción total de la empresa, y de los retardos esperados entre las órdenes y la adquisición de productos.

Konig (1997) desarrolló un modelo, en VENSIM, del sistema de

producción-distribución, similar al expuesto en Fórrester (1972), pero distribuido en varias ciudades. El modelo incluyó las variables: ingreso de productos, salida de productos, retraso de producción, capacidad de producción (máquinas y personal). El modelo representó el sistema logístico y de producción, en forma de un árbol de tres etapas: clientes, distribuidores mayoristas y minoristas. Cada cliente, cada distribuidor mayorista, y cada distribuidor minorista, se representaron con estructuras similares. El modelo contó con varios interruptores por medio de los cuales se podían activar o desactivar módulos como los siguientes: habilidad para contratar personal, compra de maquinaria nueva, construcción de plantas extras para producción, o nuevos productos. Con base en todo lo anterior, las simulaciones se hicieron bajo varias estructuras alternativas en las que se consideraron: inventarios centralizados y descentralizados, logísticas estáticas y dinámicas, introducción de nuevos productos, no introducción de nuevos productos, nuevas plantas, no más plantas.

El modelo agregado de cada proveedor (Konig, 1997) puede apreciarse en la figura 1. En él se representan un inventario de ingreso de productos, un inventario de salida de productos, un retraso de producción, y las restricciones de capacidad (de máquinas y de personal). Los datos de los clientes, como por ejemplo, las órdenes, son datos exógenos.

Aunque Konig (1997) estudió los resultados de la simulación con el propósito de mejorar un sistema de distribución-producción, en las actuales condiciones de globalización del mercado mundial, los resultados de algunas variables de su modelo y de su investigación muestran comportamientos periódicos extraños, con amplitudes que varían aleatoriamente sin llegar a obtenerse un comportamiento estable.

Morita et. al. (1996) estudiaron siete medidas competitivas en un sistema de producción, y establecieron una estructura que relacionaba dichas siete medidas. Estas medidas fueron: Capacidad de producción y desarrollo, velocidad en la introducción de un nuevo producto, calidad del producto, costos de manufactura, tiempo de ciclo de producción, apoyo y servicio al cliente, suministro a tiempo, y suministro rápido. Los resultados mostraron que la medida que más afectaba el comportamiento del sistema era la calidad del producto.

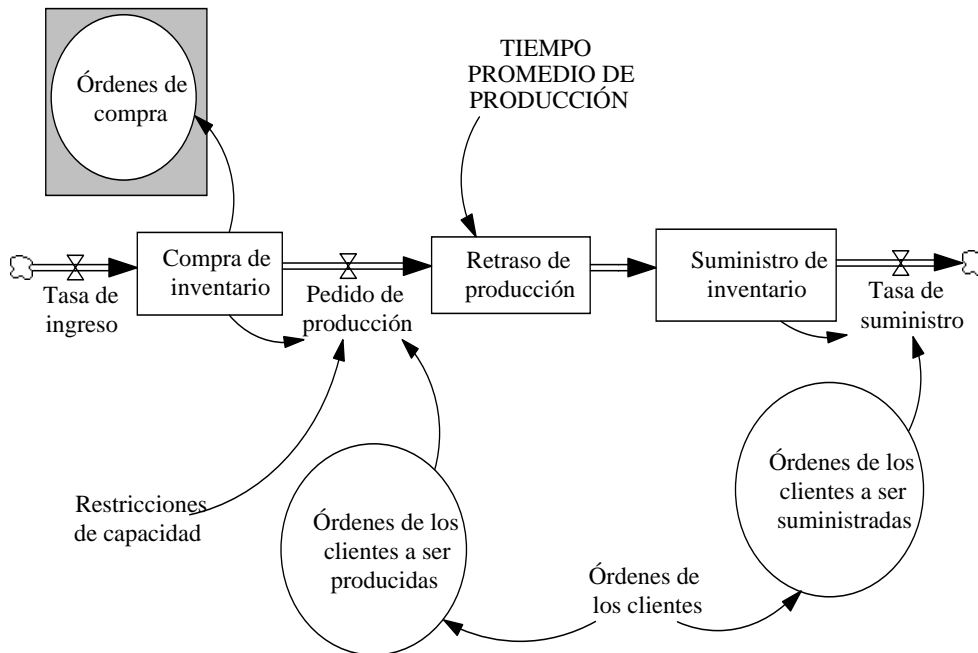


FIGURA 1. Modelo agregado correspondiente tanto a un sistema mayorista, como a un sistema minorista.

Bickle y McGarvey (1996) modelaron con el software *ithink/stella*⁵, el sistema de recuperación del área de solventes de una planta farmacéutica. Inicialmente el modelo constó de los módulos: Servicio al cliente, función de planificación, función de programación de la producción, y producto final o servicio. Incluyó factores como: tiempos de retardo, información sobre flujo de material, recursos del sistema (como gente, equipos, utilidades, y otros). Uno de los objetivos del estudio fue el de reducir los tiempos de ciclo. Posteriormente, el modelo fue complementado con otros modelos correspondientes a otras áreas de la empresa, como son: mantenimiento, compras, tratamiento de desperdicios, y procesos en lote. Bickle y McGarvey (1996) consideran que si no hay un entendimiento del comportamiento dinámico del sistema, es muy difícil diseñar sistemas de control apropiados para decidir cuándo es necesario intervenir y qué políticas óptimas se deben dar. La elaboración del modelo y su simulación, permitió obtener una nueva

⁵ Información sobre el software de simulación continua *ithink* y sobre el software *stella*, puede encontrarse en la dirección electrónica <http://www.hps-inc.com>

visión de la definición y aplicación del sistema, y cambiar de actividades reactivas a proactivas.

Mayberry et. al. (1996) realizan un proceso de reingeniería en una fábrica de producción de láminas, utilizando la dinámica de sistemas para obtener más conocimientos del sistema y un mejor entendimiento de él. El objetivo de la reingeniería era el de disminuir inventarios y tiempos de producción de las láminas, y eliminar los faltantes de materiales. La empresa analizada por Mayberry et. al. (1996), produce láminas de Silicio de acuerdo con un esquema MRP; también modelaron el sistema con esquemas de producción Pull. El software de dinámica de sistemas utilizado fue el *ithink*, el cual les permitió modelar el sistema de producción de láminas de silicio, por medio de módulos con los que fueron fácilmente analizadas las fluctuaciones producidas por las variables del sistema, especialmente por la demanda y por las órdenes no lineales.

Wiley y Bajpai (1996) modelaron los costos de manufactura presentes en una empresa, debido a que éstos son, con frecuencia, más difíciles de predecir, analizar, publicar y controlar, que el mismo proceso de manufactura. Wiley y Bajpai consideraron que los desperdicios y los reprocesos pueden dar origen a pérdida de ganancias. Materiales, máquinas, operarios, trabajos manuales, almacenamientos, retrasos, y otros aspectos, pueden llevar a costos que no estaban planeados, y por lo tanto aparecen como pérdidas. El modelo incluyó los módulos correspondientes a costos por calidad y por mantenimiento; adicionalmente, tenía los módulos de compras, “marketing” y manufactura. Este modelo permitió explorar las consecuencias de los tipos y tiempos de las inversiones. Los resultados del modelo mostraron que hay, principalmente, tres elementos que afectan el sistema de costos de una empresa, ellos son: el nivel de habilidades de los operadores, el entrenamiento de los operadores, y el mantenimiento preventivo de los equipos

Ülkü y Barlas (1997), al igual que Sterman (1988) y Fórrester (1972), dicen que el Administrar el crecimiento de una compañía es una tarea compleja que requiere entendimiento de las interacciones dinámicas entre varias decisiones estratégicas claves que pueden estar en conflicto; por esta razón, modelaron las interacciones entre “marketing”, ventas, producción, fuerza de trabajo y capacidad de

producción en una compañía. La base del modelo fue el modelo de crecimiento de mercado desarrollado por Fórrester (1972), el cual fue modificado por Ülkü y Barlas, tanto al agregarle algunas variables y relaciones como al quitarle otras, para poder adaptarlo a un caso real en Turquía. Realizaron varias simulaciones con el fin de observar la sensibilidad de diferentes parámetros; el modelo fue desarrollado con el software VENSIM.

Wang et. al. (1996) analizaron sistemas de manufactura, en forma general, partiendo del hecho de que el desarrollo de la ciencia y la tecnología, han mejorado fuertemente las condiciones de vida de la gente, además de que definen la competitividad de un país en el mercado mundial. La historia de la revolución industrial ha hecho que la industria manufacturera, la cual a su vez está compuesta por diversos sistemas de manufactura, sea la industria clave en un país. Wang et. al. (1996) utilizaron algunos métodos, técnicas y conceptos de las teorías evolucionistas y de ciclo de vida, para estudiar los sistemas de manufactura, basándose en el hecho de que ellos cambian con el tiempo debido a las condiciones del mercado; estudiaron el comportamiento macro - dinámico de los sistemas de manufactura, también llamado análisis dinámico de los sistemas de manufactura. La teoría de la evolución estudia la evolución de los procesos de los sistemas de manufactura desde el estado más bajo al estado más alto. La teoría del ciclo de vida, como su nombre lo indica, fue utilizada principalmente para estudiar el fenómeno del ciclo de vida de los sistemas de manufactura. Black (1998) hizo un estudio similar al de Wang et. al. (1996), pero sin hacer tanto énfasis en la teoría de la evolución y el ciclo de vida.

La complejidad de las estructuras de los negocios llevó a Machuca (1998) a construir una “caja blanca” para un simulador de vuelo de un sistema de negocios. Machuca considera que las relaciones no lineales, los bucles de realimentación, los retrasos en flujos de materiales e información, los objetivos organizacionales, y la interacción con el ambiente cambiante, entre muchos otros aspectos, aumentan las dificultades en la dirección de los negocios y aumentan los efectos indeseables. Muchas veces, las acciones tomadas para resolver un problema en un sector, aumentan los problemas en otros, y las acciones encaminadas a resolver un problema a corto plazo, pueden llevar a problemas en el mediano y largo plazo; igualmente,

las acciones encaminadas a alcanzar ciertos resultados llevan a diferentes efectos de los esperados. Puede suceder también que los síntomas sean tratados, mientras las causas de los problemas son dejadas a un lado; esto último ha llevado al planteamiento del arquetipo conocido como “desplazamiento de carga” el cual es explicado en los libros “La Quinta disciplina” de Peter Senge (1992) y “La Quinta Disciplina en la Práctica” de Peter Senge et. al. (1995). Otra de las dificultades presentadas en la dirección de los negocios, es la que surge cuando hay desacuerdos entre los miembros de la organización, debido al desconocimiento, o poco conocimiento que pueden tener de los objetivos principales de la organización.

Dice Machuca (1998) que las consideraciones anteriores son válidas para los subsistemas de las organizaciones, y que una forma de mejorar los resultados de las acciones, es por medio de una técnica como la dinámica de sistemas y por medio del Pensamiento de Sistemas, considerado éste, como la habilidad para ver el mundo como un sistema complejo. Un mayor y mejor conocimiento de los negocios, de los subsistemas de los negocios, y del ambiente que afecta a los negocios, se conseguiría con el desarrollo de programas simuladores de negocios, o simuladores de gestión, que sean cajas transparentes, o lo que sería lo mismo, cajas blancas, basados en pensamiento sistémico y dinámica de sistemas. De acuerdo con lo anterior, Machuca (1998) desarrolló entre 1990 y 1993, en colaboración con otros organismos, un simulador de gestión llamado TBBSS, nombre que corresponde a las iniciales de la frase: Transparent Box Business Simulators. El simulador fue desarrollado específicamente para el subsistema de Administración de Operaciones y de Producción (en inglés, POM: Production and Operations Management), y tuvo en cuenta los siguientes detalles:

- Que los problemas reales fueran entendidos en toda su complejidad sin olvidar las interacciones internas y la tremenda influencia del ambiente, lo cual debería implicar un cambio real en la administración de los negocios y de las operaciones.
- Las decisiones fueran tomadas sobre la base de descubrimientos previos de las causas reales de los problemas y no los síntomas; ésto debe ser facilitado por el conocimiento de la estructura interna de la compañía, la cual es la base de su comportamiento.
- Incrementar la capacidad de adaptación a nuevas situaciones.

Dice Machuca (1998) que el proceso de aprendizaje en la administración de sistemas complejos mejora fuertemente si el simulador de vuelo de gestión cubre no sólo el área de operaciones, sino también otras áreas que se interrelacionan en los negocios, como pueden ser: “marketing”, finanzas, personal, etc. También propone que las cajas transparentes de los simuladores de negocios sean diseñadas de tal forma que permitan el acceso a los diagramas causa-efecto y a las ecuaciones.

Peter Senge et. al. (1985), en el capítulo 85 del libro “La Quinta Disciplina en la Práctica”, describen muy brevemente otros Simuladores de Vuelo de Gestión. Peter Senge dice que los simuladores de vuelo de gestión tienen dos usos: “Primero, ayudan a los ejecutivos a comprender las relaciones internas que unen sus organizaciones, y las consecuencias de sus propios actos. Pero la frontera de esta tarea se relaciona con el segundo uso, donde los ejecutivos elaboran una teoría acerca de la organización por medio de un proceso continuo de refinamiento de su comprensión y su traducción al modelo de simulación”.

3.5 HERRAMIENTAS DE AYUDA PARA EL ANÁLISIS CUALITATIVO

En la década de los noventa, algunos estudiosos de la dinámica de sistemas han entrado en el campo del análisis cualitativo matemático, y han desarrollado programas que permiten hacer dicho análisis por medio de los lenguajes utilizados en dinámica de sistemas. Aunque aún no se tienen aplicaciones que desarrollen un análisis cualitativo completo, por lo menos sí se encuentran algunas ayudas.

Diallo y Rahn (1990) presentan un método por medio del cual, haciendo uso de uno cualquiera de los lenguajes de Dinámica de sistemas, se puede proceder a hacer una linealización directa de los modelos elaborados con la técnica de la Dinámica de Sistemas; utilizan específicamente el lenguaje DYNAMO, debido a que en el año en que fue presentado este método, el lenguaje más conocido era

el DYNAMO. La linealización directa se hace a partir de la transformación de las ecuaciones de nivel y de flujo del modelo matemático elaborado con la Dinámica de Sistemas. Dichas transformaciones, junto con las ecuaciones originales, forman parte del nuevo modelo que se simula. En los resultados de la simulación se encuentran los coeficientes a partir de los cuales se pueden calcular los autovalores que posteriormente definirán el comportamiento del, o, de los equilibrios del modelo (Diallo y Rahn, 1990).

3.6 COMENTARIOS SOBRE LA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En general, la simulación es una técnica que le permite al modelador desarrollar cada vez más su capacidad de visión sistémica. Específicamente, la dinámica de sistemas y su método de relacionar las variables, ha llevado a los modeladores de sistemas a mirar algo más que los resultados mostrados por las simulaciones; los ha llevado a ver que dichos resultados pueden mostrar una amplia gama de situaciones si un parámetro del modelo es sometido a análisis de sensibilidad. Esta gama de situaciones ha hecho que se acuda el estudio del análisis cualitativo matemático, como una más de las herramientas de ayuda en el entendimiento y prospección de los resultados de las simulaciones.

La gran mayoría de los artículos y documentos revisados, y relacionados con el modelado con dinámica de sistemas y con el análisis cualitativo matemático, mostraron cómo las simulaciones de los modelos en ellos expuestos, podían presentar comportamientos, desde estables, hasta caóticos o aleatorios, pasando por periódicos, y todo ésto, muchas veces, con sólo variar los valores de un parámetro.

Aunque los autores de los artículos revisados resaltan la importancia del análisis cualitativo para el mejor entendimiento de los resultados de los modelos, reconocen que modelos con más de tres variables de nivel hacen que el análisis cualitativo sea tan complejo como el modelo mismo, por lo que muchas veces el análisis de los resultados se convierte en una comprensión empírica que tiene por base el buen conocimiento del sistema en estudio, el dominio que se tenga de la

dinámica de sistemas, y el buen conocimiento que se tenga de las técnicas del análisis cualitativo.

El buen conocimiento del sistema en estudio es de por sí un asunto complejo que queda reflejado en el proceso de toma de decisiones; no quiere decir esto que el proceso de toma de decisiones sea complejo, sino que es muy complejo crear el proceso de toma de decisiones si no se conoce bien el sistema. Un buen proceso de toma de decisiones garantiza un modelo y unos resultados robustos y confiables.

Muchas veces los comportamientos indeseables en los resultados, o las oscilaciones no esperadas, o los comportamientos caóticos, son el resultado, no de la sensibilidad de un parámetro, sino de una mala definición del proceso de toma de decisiones, y por ende, del mal modelado de él.

Todos los investigadores, autores de los artículos y documentos revisados, insisten en la importancia que tiene la dinámica de sistema como un medio eficaz, tanto para adquirir mayor conocimiento de los sistemas, como para desarrollar el pensamiento sistémico; dicen los investigadores, que éstos dos puntos anteriores compensan fuertemente el esfuerzo dedicado al modelado y al análisis.

4. ESTADO ACTUAL DE INVESTIGACIÓN DEL ANÁLISIS CUALITATIVO EN DINÁMICA DE SISTEMAS

Aunque un modelo de dinámica de sistemas bien elaborado puede, a través del análisis de sus bucles de realimentación, anticipar algunos comportamientos de las simulaciones ante variaciones en algunos parámetros, a veces se presentan situaciones complejas, o modelos complejos, que hacen muy difícil anticiparlos; es aquí donde entra el análisis cualitativo matemático, el cual, por medio de su matemática, puede encontrar algunos valores numéricos, como por ejemplo, El Exponente de Lyapunov, o los autovalores de la ecuación característica de la matriz Jacobiana, para decir muchas cosas sobre el comportamiento futuro de las variables analizadas.

De acuerdo con el objetivo de la presente tesis doctoral, el cual es analizar cualitativamente los resultados de un modelo prototipo de producción, desarrollado con dinámica de sistemas, y según algunas técnicas de gestión de la producción como son el Punto de Pedido, el Stock Base, el MRP, y el Justo a Tiempo, se buscó información sobre modelos desarrollados con Dinámica de Sistemas, y cuyos resultados hubieran sido estudiados desde el punto de vista del análisis cualitativo matemático.

El proceso de búsqueda de la información llevó a observar que sobre cada tema en particular, como por ejemplo, únicamente dinámica de sistemas, o únicamente análisis cualitativo, hay una lista indefinida de artículos, documentos, textos de estudio, y libros.

Se seleccionó entonces, sólomente lo referente a la combinación de dinámica de sistemas y análisis cualitativo matemático. Los resultados muestran que una buena parte de dichos estudios corresponden a la

década de los ochenta, y en menor medida, sin demeritar su progreso, a la década de los noventa. Debe resaltarse que a pesar del transcurso del tiempo, algunos documentos de los años ochenta, y algunos de los años sesenta, se encuentran vigentes como material básico tanto para la enseñanza como para la comprensión del análisis cualitativo en dinámica de sistemas; incluso, artículos de Lloyd A. Meztler de los años 1941 y 1947, se consideran fundamentales para el entendimiento y posterior modelado de los ciclos económicos desde el punto de vista de los ciclos de los inventarios de producción; el libro de Dinámica Industrial de Jay W. Fórrester, del año 1961, es una guía fundamental para el aprendizaje de la dinámica de sistemas; y los artículos de Ilya Prigogine de los años setenta y ochenta, son esenciales para el estudio del análisis cualitativo y su posterior aplicación con la dinámica de sistemas.

Además de seleccionar documentación que únicamente estuviera relacionada con dinámica de sistemas y análisis cualitativo, gran parte de ella fue extraída de la Revista System Dynamics Review, de las memorias de los congresos de Dinámica de Sistemas, y de libros de dinámica de sistemas que introducen el análisis cualitativo en algunos ejemplos explicativos, no porque fuera una forma de reducir la búsqueda, sino porque fueron las únicas fuentes donde se encontraron artículos que combinaban la dinámica de sistemas y el análisis cualitativo.

Aunque Internet fue otra fuente consultada, y en ella se encuentra alguna información de dinámica de sistemas y análisis cualitativo, dicha información también está en las revistas de System Dynamics Review, y en las memorias de los congresos. Debe anotarse, que cada vez con más frecuencia, los artículos de las revistas y de las memorias de los congresos, están siendo puestas en Internet a disposición de los estudiosos e interesados en el tema de la dinámica de sistemas; Como ejemplo, los resúmenes de los artículos expuestos en el 17º Congreso de Dinámica de Sistemas - 1999, realizado en Nueva Zelanda en el mes de julio de 1999, se encuentran en Internet; desafortunadamente, sólo uno de los resúmenes del total de artículos expuestos, está relacionado con el análisis cualitativo en los modelos de dinámica de sistemas. Éste único artículo de Geoffrey Coyle, expone la importancia del análisis cualitativo en los modelos de dinámica de sistemas, y

sustenta su planteamiento con la presentación de ejemplos tomados de otras investigaciones.

El número de artículos consultados y que contienen modelos de dinámica de sistemas con la aplicación del análisis cualitativo corresponde a un total de 29, distribuidos de la siguiente forma:

- Seis artículos relacionados con modelado de sistemas ecológicos Predador - Presa, y Predador - Presa - Alimento
- Cinco artículos relacionados con el modelado de sistemas urbanos, dentro de los cuales está el modelo del colapso de la civilización Maya.
- Ocho artículos relacionados con el modelado del ciclo económico:
- Diez artículos relacionados con el modelado de sistemas de manufactura, los cuales varían desde subsistemas que representan los procesos de producción, o de transporte, o de distribución, o de calidad, hasta sistemas globales que representan toda la industria.

Un total de 23 artículos corresponden al modelado de sistemas de manufactura, sin aplicación del análisis cualitativo, los cuales varían desde subsistemas que representan los procesos de producción, hasta sistemas globales de la industria. En algunos de ellos se desarrollan simuladores de vuelo de gestión.

Como puede observarse, los artículos sobre modelos de manufactura corresponden aproximadamente a un 30% de los artículos consultados en los que se aplicó el análisis cualitativo; aunque no puede decirse que este porcentaje represente la realidad mundial, sí puede decirse que corresponde a una muestra altamente confiable, debido a que es tomada de la revista internacional que recoge los resultados que se consiguen con los estudios de dinámica de sistemas, y de las memorias de los congresos internacionales de dinámica de sistemas. También debe observarse que aunque un “30%” es un porcentaje relativamente alto, este porcentaje corresponde a realidad a sólo 10 artículos sobre temas de manufactura (o industriales) y de análisis cualitativo, que es el objeto de estudio en esta investigación.

De los 29 artículos de dinámica de sistemas y análisis cualitativo, 15 fueron publicados en la década de los años ochenta, y 14 en la década de los años noventa. De los 10 artículos que corresponden al sistema de manufactura, cinco artículos fueron publicados en la década de los años ochenta, y cinco en los noventa.

Aunque, por un lado, el estudio de modelos de manufactura con dinámica de sistemas y análisis cualitativo en la década de los años noventa ha sido de sólo cinco artículos, por otro lado, se han presentado 18 artículos en la década de los años noventa sobre modelos de sistemas de manufactura (sin análisis cualitativo), y cinco en la década de los años ochenta. Ésto último puede verse como un interés cada vez mayor en estudiar los sistemas de manufactura e industriales, a partir de una visión sistémica, con el fin de conocer y entender un poco más sobre dichos sistemas, y de esta forma, tener bases para mejorar y diseñar nuevos sistemas.

5. MARCO TEÓRICO

5.1 SISTEMAS DE MANUFACTURA

5.1.1 Introducción

El modelo de distribución-Producción de Fórrester, presentado en su libro *Dinámica Industrial* (1961), ha sido la base de gran parte de los estudios sobre modelado de sistemas, entre ellos, los económicos y los industriales. Los sistemas industriales, y concretamente los subsistemas de manufactura, se caracterizan por ser sistemas complejos en donde las decisiones requeridas día a día para correr un sistema de operaciones de manufactura, involucra la necesidad de entender y dirigir el comportamiento dinámico asociado con él. Sin un entendimiento del comportamiento dinámico, es difícil diseñar sistemas de control apropiados para decidir cuándo es necesario intervenir y qué políticas se deben dar. La dinámica natural de un sistema juega una parte importante en decidir cómo debe ser escogido el sistema de control de dirección (Bickle y McGarvey, 1996).

5.1.2 Dirección de operaciones

Machuca (1998), en su artículo “Improving POM Learning: Systems Thinking and Transparent-Box Business Simulators. Production and Operations Management” hace una interesante descripción sobre la dirección de producción y de operaciones (en inglés POM: Production and Operations Management). Machuca (1998) se apoya en Fórrester (1961, 1971[†], 1987b, 1992) y en Sterman (1994)[†], para exponer las características de los sistemas complejos abiertos, como los son los

negocios, y para exponer las razones por las cuales debería utilizarse el pensamiento de sistemas en la dirección de producción y de operaciones. Un sistema complejo puede ser, tanto la compañía considerada como un todo, como las operaciones de un subsistema de dicha compañía. Para una correcta administración de cada subsistema, deben involucrarse siempre las interacciones continuas con el resto de los subsistemas de los negocios.

Los estudiosos de los sistemas han encontrado en sus investigaciones, que el comportamiento de los sistemas complejos abiertos depende de su estructura, entendiéndose por estructura, el conjunto de variables del sistema y sus interrelaciones.

- Características de la complejidad de las operaciones de un subsistema:

Los sistemas complejos se caracterizan por el siguiente conjunto de factores (Fórrester, 1961; Fórrester, 1987b; Sterman, 1994[†]; Machuca, 1998):

- Los elementos de la organización están interconectados por medio de relaciones causales o de influencia, con frecuencia fuertes y no lineales, muchas de ellas cerrando y formando bucles de realimentación, o lo que es lo mismo, cadenas cerradas de interacciones entre variables.
- Hay retrasos e inercia en los flujos de materiales e información.
- Los objetivos organizacionales o funcionales son múltiples y frecuentemente en conflicto.
- El comportamiento de la empresa es consecuencia de la estructura interna y de la interacción con el ambiente.
- Hay interacción constante con un ambiente cambiante, el cual tiende por una adaptación constante. Dice Sterman (1994[†], p. 291): “El cambio es acelerado, y como la complejidad de los sistemas en los cuales vivimos crece, se producen efectos secundarios de las acciones humanas, además del incremento de la complejidad”.

Estas características aumentan la dificultad en la dirección de los negocios y aumentan los efectos indeseables. Algunas de las relaciones entre los efectos y los factores que caracterizan los sistemas complejos son (Machuca, 1998; Senge, 1995):

- Las acciones tomadas para resolver un problema en un sector aumentan los problemas en otro.
 - Las acciones encaminadas (no siempre exitosamente) a resolver un problema a corto plazo, puede llevar a problemas en el mediano y largo plazo.
 - Las acciones encaminadas a alcanzar ciertos resultados llevan a diferentes efectos de los esperados; es lo que Forrester (1971)[†] llama “comportamiento contraintuitivo de los sistemas sociales”.
 - Cuando se hace frente a un problema específico, puede no ser claro qué áreas deberían ser tratadas, así, con frecuencia los síntomas son enfrentados, mientras las causas son soslayadas y entonces permanece inalteradas.
 - Se pueden presentar diferentes opiniones relacionadas con los posibles efectos de una decisión, con frecuencia, entre individuos con la misma visión de un problema.
 - Continuos desacuerdos entre los departamentos de una organización, en los cuales cada uno defiende con verdadera miopía sus propios objetivos particulares, sin llegar a apreciar los daños que se pueden producir a todos los objetivos de la empresa.
 - Dificultad (a veces incapacidad) de adaptarse a un ambiente el cual tiene una influencia crítica y está cambiando rápidamente en una gran variedad de áreas (desarrollo tecnológico, avances en técnicas y dirección, globalización de la economía, etc.).
 - Uso insuficiente de pensamiento de sistemas. El Pensamiento de Sistemas hace referencia a la habilidad para ver el mundo como un sistema complejo.
 - La dificultad en conseguir un entendimiento sistémico de las operaciones del subsistema, por medio de las herramientas de enseñanza comúnmente usadas, como por ejemplo, la dinámica de sistemas.
- La necesidad del pensamiento de sistemas en la dirección de operaciones

EL pensamiento de sistemas es utilizado en muchas disciplinas, con el propósito de actuar en consonancia con los mejores intereses, a largo plazo, de los sistemas como un todo. Es pensamiento sistémico es importante por las siguientes razones (Machuca, 1998):

- Las no linealidades tienen una contribución crucial en el comportamiento de los sistemas (Fórrester, 1987b, p.104), sin embargo, hay quienes trabajan con hipótesis unidireccionales y relaciones lineales de causa-efecto.
- Hay quienes creen que la suma del comportamiento de las diferentes partes indica el comportamiento del todo, lo cual es completamente falso, dada la sinergia entre las interacciones de las partes.
- Aunque es válido hacer pronósticos basados en estadísticas del comportamiento pasado del sistema, es necesario tener conciencia de las posibles debilidades generadas por las estadísticas, y saber que estas debilidades pueden ser mejoradas en el sistema, con una aproximación basada en dinámica de sistemas.
- Con frecuencia se cree que la empresa y sus subsistemas son cerrados, lo cual es falso, dada la presencia de un ambiente influyente y cambiante, así como por las interacciones entre los subsistemas de los negocios.

El pensamiento sistémico, y la dinámica de sistemas, hacen énfasis en la interacción entre las partes, y adoptan tanto una posición analítica (concentración sobre las partes) como una posición holística (enfocado fundamentalmente sobre el todo).

5.1.3 Sistemas de gestión de la producción

- Introducción.

Una de las funciones de una empresa de manufactura consiste en satisfacer la demanda de bienes y productos. La respuesta a la demanda se realiza con criterios de eficiencia (rentabilidad) la cual incluye: Mínimos costes de producción, máxima satisfacción de los clientes, reducir al mínimo los inventarios, producir una gran variedad de productos finales, asegurar la calidad de los productos y servicios, responder a las aspiraciones del personal. Para lograr todo ésto, debe encontrar un equilibrio satisfactorio entre todos estos objetivos que le sean contradictorios.

Un equilibrio puede considerarse satisfactorio cuando sea mejor que el que logra la competencia, que la empresa se encuentre en mejor

situación, sobre todo a largo plazo; los óptimos puntuales pueden alejar a la empresa de generar beneficios en horizontes lejanos de tiempo.

El proceso de gestionar la producción consiste en sincronizar los esfuerzos de los distintos subsistemas de manufactura: planificación, programación, control y seguimiento, y costes, sin olvidar que estos subsistemas deben conocer los objetivos y estrategias de la empresa en sentido global. El proceso de gestión de la producción comienza con la previsión de la demanda, y continúa con la planificación, la gestión de los materiales que constituyen el flujo de producción, la programación de tareas, y el seguimiento y control de las operaciones.

Las técnicas que se utilizan para gestionar el flujo de materiales se suelen agrupar de acuerdo con el efecto que producen sobre las líneas de fabricación y montaje. Este efecto es consecuencia de la forma en que estas técnicas manejan y utilizan la información.

Existen técnicas de gestión que provocan un efecto de arrastre, o de tirar de la producción en la línea, que son conocidas con el nombre de técnicas “pull” (en castellano: tirar), y otras que ejercen un efecto de empuje sobre la producción, que se conocen como técnicas “push” (en castellano: empujar).

– Técnica PUSH: MRP

Este sistema utiliza como “entrada” fundamental, el plan maestro de producción y mediante un proceso denominado “explosión de la lista de materiales”, realizan una planificación de las necesidades de los distintos componentes de la fabricación.

El módulo central del sistema MRP es lo que se denomina “la explosión de las necesidades de materiales”. Este módulo puede concebirse como un proceso cuyas entradas son el plan maestro de producción, el estado del inventario, y la lista de materiales.

El Plan Maestro de Producción, en el cual se especifican las cantidades y las fechas en que tienen que estar disponibles los productos demandados. El estado del inventario especifica los elementos que están disponibles o en curso de fabricación. Y la lista

de materiales que representa la estructura de fabricación en la empresa.

A partir de estos datos, la “explosión de las necesidades de los materiales” proporciona información sobre: El Plan de Producción de cada uno de los elementos que han de ser fabricados, especificando cantidades y fechas en que han de ser lanzadas las órdenes de fabricación; el plan de aprovisionamiento en el cual se detallan las fechas y tamaños de los pedidos a los proveedores para todas aquellas referencias que sean adquiridas en el exterior; y el informe de excepciones, que permite conocer que órdenes de fabricación van retrasadas, y cuales son sus posibles repercusiones sobre el plan de producción, y en última instancia sobre las fechas de entrega de los pedidos a los clientes.

En la práctica, el sistema MRP presenta una metodología de control de la producción muy utilizada en plantas de fabricación debido a su simplicidad. Sin embargo, es conveniente especificar una serie de requisitos que se deben tener en cuenta a la hora de implementar esta metodología, como las suposiciones que recoge. Si los requisitos y suposiciones no son satisfechos, con un grado razonable de aproximación, las consecuencias de su aplicación pueden ser desastrosas (incremento de los tiempos de fabricación, aumento del nivel de inventario de fabricación, etc.).

Con el tiempo, el perfeccionamiento del sistema de gestión MRP ha dado paso al sistema MRP II, el cual realiza la Planificación de los Recursos de Fabricación, lo cual supone una concepción mas integrada de la planificación y control de la producción. Este también recibe el nombre de MRP de bucle cerrado, porque establece un mecanismo de realimentación que permite considerar el efecto de las limitaciones de capacidad existentes.

– Técnicas PULL

Se conocen como técnicas de gestión PULL, las que provocan un efecto de arrastre en la línea de producción. Este efecto tirón, supone que el flujo de producción de una etapa (i) se calcule de acuerdo al efecto que sobre los inventarios de esa etapa (i) produce la demanda de la etapa siguiente (i+1).

Los sistemas de producción “pull” se pueden dividir, según su evolución, en dos fases: una primera en la que se encuentran los sistemas basados en el enfoque del punto de pedido, y la segunda, en aquellos sistemas cuyo reabastecimiento de materiales se realiza de una manera automática conforme se produce la demanda de los mismos hasta un determinado nivel de inventario, o inventario base.

– Técnica PULL: Punto de Pedido

Es la primera técnica pull que aparece, y trata de asegurar el control de la producción mediante el control de los inventarios de fabricación. En cada etapa o proceso de fabricación hay un punto de pedido que dependerá de: el tiempo de fabricación o aprovisionamiento; el inventario de seguridad a considerar; la tendencia de la demanda; y los costes de lanzamiento o “set-up”, en caso de que estos existan.

Este tipo de enfoque incorpora una decisión de tamaño del lote así como de inventario de seguridad, y asume que los tiempos de producción son fijos al igual que los costes de lanzamiento. Si el sistema falla, lo hace por lo mismo que lo hace el MRP, es decir, al no tener en cuenta la relación existente entre el lanzamiento de órdenes que se produce, con la carga de trabajos que existirá en fabricación.

– Técnica PULL: Inventario base

La técnica de inventario base considera un punto de pedido distinto. El nuevo punto de pedido es denominado inventario base. Esta técnica selecciona un inventario base de manera que si la suma de las cantidades que están en el inventario de producción más aquellas que están pendientes de recepción o fabricándose, es inferior al citado inventario base, se lanza una nueva orden de fabricación o aprovisionamiento por la diferencia. Por tanto, el cálculo de las cantidades a fabricar o pedir a los proveedores tiene en cuenta, además de los inventarios finales de cada etapa, los trabajos que están en proceso de fabricación.

– Técnica PULL: Filosofía Justo a tiempo, y técnica Kanban

Los sistemas justo a tiempo poseen un sistema de información

descentralizado y permiten una fabricación sincronizada, equilibrada, donde los propios trabajadores deciden sobre las prioridades en la ejecución de las órdenes. Estos sistemas de producción hacen posible tener un funcionamiento ágil, que tome las decisiones inmediatas sobre la ejecución de las órdenes sin retraso y al nivel de responsabilidad en que debiera hacerse. El sistema de información descentralizado, corresponde unas tarjetas de información conocidas con su nombre japonés: “Kanban”.

El propósito de las tarjetas de información es producir el número necesario de unidades en el instante adecuado para satisfacer la demanda del producto. Si se consiguiera plenamente no sería necesaria la existencia de inventarios, ni de materias primas, ni de productos intermedios, ni de productos finales, ya que el flujo de producción estaría en perfecto equilibrio, respondiéndose de forma instantánea a cualquier excitación.

5.2 DINÁMICA DE SISTEMAS: TEORÍA GENERAL Y LENGUAJES

5.2.1 Introducción

La dinámica de sistemas fue fundada en la mitad de los años cincuenta por Jay Wright Forrester, pero ésta tiene algunas raíces intelectuales, como por ejemplo, el paradigma Newtoniano que dice que el comportamiento de un sistema puede ser entendido y anticipado identificando sus componentes y las relaciones causales entre ellos. La filosofía de la dinámica de sistemas se basa, desde el punto de vista endógeno, en el tratamiento del comportamiento del sistema como generado por las estructuras de realimentación de bucle cerrado (Allen, 1988; Forrester, 1972; Richardson, 1995b; TU et. al., 1997).

Cuando se dice: Comportamiento de un sistema, esto quiere decir que se hace referencia a un patrón particular en un período de tiempo específico de la variable afectada. El concepto clave aquí es que el comportamiento del sistema está unido con una variable, no con el comportamiento intangible del sistema como un todo. El

comportamiento de un sistema es observable sólo a través de los patrones de sus componentes, tales como niveles, tasas, u otras variables. Con diferentes variables, el comportamiento del sistema debe ser diferente y el bucle dominante de cada patrón en cada período de tiempo no debe ser todo el mismo (TU et. al., 1997).

Por sistema se entiende un conjunto de partes operativamente interrelacionadas (existen relaciones e influencias de unas partes sobre otras) y del cual interesa ante todo su comportamiento global. Si lo que interesa estudiar del sistema es su evolución en el tiempo, y en concreto, cómo las interacciones entre las partes determinan esta evolución, el modelo del comportamiento dinámico de un sistema se denomina sistema dinámico. Estas interacciones constituyen la estructura del sistema, de ahí que se diga que bajo el punto de vista de la Dinámica de Sistemas, el comportamiento dinámico de un sistema está determinado por su estructura.

- Para qué simular:

Los éxitos de la investigación en dinámica de sistemas dependen de una clara identificación inicial, de un propósito y un objetivo importante; un modelo de dinámica de sistemas debe organizar, clarificar, y unificar el conocimiento. El modelo debe darle a la gente un entendimiento más efectivo sobre un sistema: mayor confirmación de que el comportamiento actual y las políticas son correctos. El éxito de un modelo debe empezar identificando el público para el cual será desarrollado dicho modelo (Fórrester (1987a). En el caso de un modelo industrial, Mayberry et. al. (1996) dicen que el pensamiento sistémico y la simulación dinámica, a través de un proceso de reingeniería, ayudan a analizar el flujo en líneas, mejorar los diseños conceptuales, refinar conceptos, ganar aceptación organizacional, sobrellevar los obstáculos durante la implementación, entrenar a la organización, y crear nuevas métricas. Senge (1992: pg 96) dice que la esencia de la disciplina de pensamiento sistémico radica en un cambio de enfoque, en el cual se puedan ver las interrelaciones en vez de las concatenaciones lineales de causa-efecto, y se puedan ver procesos de cambio en vez de “instantáneas”

Fórrester (1987a) y Mosekilde et. al. (1988) muestran por medio de sus investigaciones, que los modelos de dinámica de sistemas tienen

poco impacto, a menos que ellos cambien la forma en que la gente percibe las situaciones. Los sistemas deben estudiarse a largo plazo y no a corto plazo. El modelo debe enlazar o relacionar la herencia del pasado a las decisiones que muestran cómo surgen las condiciones del momento presente, y extender las acciones del presente en alternativas futuras bajo una variedad determinada de escenarios. Un modelo de dinámica de sistemas, para que sea efectivo, debe comunicarse con y modificar los principales modelos mentales. Sólo las creencias de la gente, esto es, sus modelos mentales, determinarán la acción.

Dice Fórrester (1987a) que los últimos años han sido la época del entendimiento de las fronteras físicas del mundo, como son la exploración de los límites geográficos de la tierra y el espacio, y la penetración en los misterios de la ciencia física. El próximo siglo estará dedicado al entendimiento de los sistemas sociales y económicos; esto será lo que se llama la próxima frontera.

- Por qué simular

Sterman (1986), Peter Senge (1995, pg 182), Bickle y McGarvey (1996), exponen algunas razones que se dan en la práctica, por las cuales debe usarse un modelo para el estudio de un sistema:

- Estudio de sistemas con decisiones complejas,
- Mostrar cómo las estructuras sistémicas generan pautas de conducta.
- Verificar si una estructura reproduce el desempeño que se observó en el mundo real.
- Explorar cómo cambiará la conducta cuando se alteren diversos aspectos de la estructura.
- Entender las limitaciones de la estructura del sistema
- Entender la variabilidad natural del sistema (dinámica)
- Sincronizar y mejorar la eficiencia del sistema
- Revelar puntos de abordaje que de otra manera se pasarían por alto.
- Inducir a los equipos a sumirse más profundamente en el aprendizaje de sistemas y permitirles experimentar con las consecuencias de su pensamiento.
- Llevar a la organización a un aprendizaje más rápido
- Retener conocimiento del sistema

La utilidad de los modelos de simulación depende de la confianza que los usuarios del modelo concedan al modelo. El modelo debe representar la estructura física y estructural del sistema y el proceso de toma de decisiones (Sternan, 1986).

Sternan (1986) dice que en modelos de pequeñas organizaciones tales como una familia, una comunidad, o una corporación, las técnicas tradicionales de las ciencias sociales pueden ser usadas para recoger datos primarios sobre el comportamiento en la toma de decisiones. Entrevistas, encuestas, observación de participantes, y otras técnicas pueden revelar las redes del flujo de información, estructuras organizacionales, y heurísticas en la toma de decisiones necesarias para construir un modelo útil. Pero en grandes sistemas como la industria o la macroeconomía, las técnicas anteriores son menos usadas; el trabajo de campo que involucra una muestra significativamente grande de empresas es muy costoso y consume mucho tiempo. Una agregación consistente de la información es dificultosa, pero además, dicha agregación se justifica sólo si es necesario que el modelo sea lo suficientemente pequeño para que permanezca comprensible, y así sea útil. Sin embargo, la inevitabilidad de la agregación no significa que la agregación sea apropiada.

5.2.2 Diagramación y simulación

- Variables del problema.

Se determinan los distintos elementos o variables que intervienen en el modelo. Pueden ser *variables exógenas* (describen efectos sobre el sistema que pueden ser modificados desde el exterior) y *variables endógenas* (propias del modelo y determinadas por la estructura de éste).

- Diagramas Causales.

En esta parte de la diagramación, se establecen las relaciones causa-efecto que existen entre las variables del problema. Esto se realiza con un diagrama en el cual las variables están unidas entre sí por flechas que indican la implicación y la influencia de unas variables con otras.

El diagrama obtenido se denomina *diagrama causal o diagrama causa - efecto, o diagrama de influencias*.

El diagrama causal te permite conocer la estructura de un sistema dinámico y se llega a él por un proceso de análisis del problema real que precisa de colaboración de personas cercanas a dicho problema para modelarlo de forma acertada.

El diagrama causal sólo suministra un esquema de las relaciones de influencia causales, y en él coexisten bucles de realimentación positiva con bucles de realimentación negativa. Las interacciones entre ambos tipos de bucles determinan el comportamiento global del sistema.

- Diagrama de Forrester (Flujos y niveles)

En este diagrama se caracterizan cada una de las variables consideradas, según el comportamiento que presentan en su evolución y se clasifican en tres grupos; variables de nivel, variables de flujo y variables auxiliares. También pueden definirse las variables suplementarias, los parámetros, las tablas o funciones, los valores iniciales, y las constantes.

- Variables de nivel.

Variables cuya evolución es significativa para el estudio del sistema. Los niveles representan magnitudes que acumulan los resultados de acciones tomadas en el pasado. Estas variables contienen toda la historia disponible del sistema, de lo que se deduce que el modelo de un sistema debería contener un nivel por cada una de las magnitudes necesarias para definir el estado actual del mismo.

En los diagramas de Forrester los niveles se representan por medio de rectángulos. La variación de un nivel tiene lugar por medio de variables de flujo, también conocidas como variables de decisión, o funciones de decisión. A cada nivel se le asocia un flujo de entrada y uno de salida.

$$N(t) = N(0) + \int_0^t (FE - FS) * DT \quad (5)$$

Donde:

$N(t)$ es la variable de nivel en el tiempo t ; FE es el flujo de entrada, FS es el flujo de salida, y DT es el período dentro del cual se produce el cambio entre FE y FS .

– Variables de flujo.

Caracterizan las acciones resultantes de las decisiones tomadas en el sistema, determinando las variaciones de los niveles. Debido a su naturaleza se trata de variables que no son medibles en sí, sino por los efectos que producen en los niveles con los que están relacionadas. En el diagrama de Forrester estas variables están asociadas a válvulas que regulan los caudales que alimentan a los depósitos que constituyen los niveles del sistema. Las ecuaciones asociadas a una variable de flujo reciben la denominación de ecuaciones de flujo o funciones de decisión. Toda variable de nivel tiene asociada al menos una variable de flujo.

– Variables auxiliares.

Este tipo de variables auxiliares facilita la comprensión de las variables flujos. Unen los canales de información entre variables de nivel y variables de flujo. Con la existencia de estas variables auxiliares se consigue un modelo más transparente y simple. Las variables auxiliares se pueden emplear para representar las no linealidades que aparecen en el sistema. En el diagrama de Forrester las variables auxiliares se representan con un círculo.

Una descripción detallada sobre las variables, las constantes, los parámetros, los canales de información, los canales de material, y los sobre los símbolos utilizados en la dinámica de sistemas, pueden estudiarse en el libro de Dinámica Industrial de Jay Wright Forrester, 1961 (versión en inglés) y 1972 (versión en castellano).

- Pasos a seguir en la elaboración de los diagramas

El proceso de elaboración de los diagramas de ciclos causales, o diagramas causa-efecto, y de los diagramas de Forrester, debe incluir los siguientes pasos (Peter Senge; 1995, pg 188):

- Seleccionar un problema y recabar datos sobre él.
- Definir las fronteras del problema.
- Identificar variables claves (los factores que permiten comprender el problema).
- Seguir la conducta de esas variables claves a lo largo del tiempo.
- Mostrar los vínculos causales entre las variables claves, identificando las relaciones más significativas. Los diagramas pueden tener todos los elementos necesarios para comprender lo que sucede en el sistema, y brindar todos los detalles necesarios para comunicarse con su público. En este paso ya se puede dibujar el sistema tal como se ve.
- Identificar los bucles de realimentación que refuerzan (positivos) y que compensan (negativos) implícitos en los diagramas.
- Formular hipótesis para relacionar la estructura del diagrama con la dinámica del problema que se ha identificado.
- Verificar estas hipótesis mediante acopio de datos, modelado y otros medios.

- Bucles de realimentación

Hay diferentes definiciones sobre lo que es un bucle de realimentación positiva, o uno negativa. Algunos conceptos son:

- Un bucle positivo genera crecimiento exponencial, o decaimiento, y un bucle negativo corresponde a un comportamiento de búsqueda de meta (definición presentada por TU et. al. (1997) y tomada del concepto dado por Forrester (1968)[†]).
- Un bucle es positivo si él da un comportamiento divergente (Definición dada por Richardson (1995), y tomada de Ashby (1956, pg 81)[†]).
- Un bucle es positivo si su ganancia de bucle abierto en estado estable es mayor que 1 (Definición dada por Richardson (1995), y tomada de Graham, (1977)[†]).

- Un bucle es negativo cuando el bucle busca una meta que continuamente “corre en dirección a la búsqueda” (Definición dada por Richardson (1995), y tomada Richmond (1980)[†]).
- Richardson and Pugh (1981)[†] obtienen la polaridad de los bucles simplemente por el conteo de los enlaces negativos: número par de enlaces negativos, o ausencia de enlaces negativos, da como resultado una polaridad positiva; número impar de enlaces negativos, da como resultado una polaridad negativa.

Los bucles de realimentación positiva están asociados a procesos de crecimiento (crecimiento exponencial). El ejemplo clásico de este tipo es el crecimiento de la suma de dinero con la reinversión de los intereses. Los bucles de realimentación negativa están asociados a procesos autorreguladores; ejemplo de éste tipo se dan cuando los sistemas de producción tratan de ajustar el flujo de producción para llevar el inventario hacia un nivel deseado:

Los modos de comportamiento pueden ser más complejos que estos dos modos básicos, en especial, cuando ambos actúan en el sistema; es por esto que la caracterización de bucles positivos y bucles negativos en un modelo, han llevado a algunos investigadores de la dinámica de sistemas, a estudiar con detenimiento los bucles dominantes y los cambios en los bucles dominantes, en sistemas de múltiples bucles no lineales. De acuerdo con ésto, investigadores como Forrester (1972), Aracil (1992), Richardson (1995) Coyle (1996), y Aracil y Gordillo (1997), explican las clases de bucles de realimentación que se pueden presentar en los modelos de Dinámica de Sistemas, y los comportamientos que dichos bucles pueden generar.

Coyle (1974, 1977) clasifica seis modos de comportamiento de bucles de realimentación. Tres de ellos son principalmente resultado de la acción de bucles de realimentación positiva, y los otros tres debido a la realimentación negativa; estos modos de comportamientos son:

- Crecimiento en S . Gracias a la interacción de un bucle de realimentación positivo y otro negativo. La primera fase es de crecimiento y el conjunto se comporta como un modelo de primer orden con realimentación positiva. En un instante determinado, el bucle de realimentación negativa comienza a actuar y el crecimiento disminuye hasta llegar a una estabilización.

- Oscilación: La variable oscila en torno a un nivel medio permanente. Normalmente el comportamiento es muy irregular. Las oscilaciones pueden ser de distinta naturaleza: estables, explosivas o amortiguadas. La situación más habitual que se presenta es la de tener oscilaciones en torno a un valor final permanente de un crecimiento en S.
- Oscilación con Picos: Este comportamiento surge en el sistema que intenta adaptarse a los movimientos en la demanda externa a través de efectos adicionales. También puede ser debido a inestabilidades externas al sistema. Por ejemplo en el caso del consumo de bienes, los años de mucha bonanza económica se disparan las ventas, para volver a sus niveles normales cuando la situación económica vuelve a estabilizarse.
- Crecimiento Exponencial: Responde al modo de comportamiento de un bucle de primer orden con realimentación positiva.
- Crecimiento Escalonado: Es consecuencia de la actividad conjunta de bucles de realimentación positiva y negativa acoplados. Durante las fases de crecimiento los bucles positivos son dominantes, mientras que los negativos determinan el comportamiento en las fases de estabilización. Este tipo de crecimiento es muy frecuente en situaciones industriales. Los períodos de expansión van seguidos por los de estabilización.
- Crecimiento y Colapso: El sistema evoluciona hacia algún nivel límite, lo sobrepasa y los efectos negativos causados por este exceso provocan el colapso. Un ejemplo característico de este modo de comportamiento es el de los Recursos del Mundo que cuenta con recursos finitos o en el caso de una guerra cuando la capacidad defensiva de un país desciende a un mínimo, este no será invadido progresivamente sino que al situar sus defensas por debajo de una cota es como si no existieran y será invadido rápidamente. Cuando en la empresa el ritmo de crecimiento continuado es superior a su capacidad financiera, entonces va a la quiebra, o su nivel de actividad cae por debajo del que podría haber tenido si el proceso de crecimiento fuera el adecuado.

Uno de los investigadores que más ha estudiado los bucles de realimentación es Richardson (1995b); Richardson opina que el concepto de dominación de bucles de realimentación es central en el paradigma de la dinámica de sistemas. En los sistemas complejos, o sea, aquellos sistemas de realimentación de orden alto y con múltiples bucles no lineales, los comportamientos en el tiempo dependen de cuáles de los procesos de realimentación sean dominantes en el sistema. En algún momento en la evolución del sistema, algunos bucles de realimentación pueden tener una gran influencia y otros pueden estar inactivos. Debido a las no linealidades, el bucle dominante cede con frecuencia su dominio a otro bucle, cuando el comportamiento se abre o se desdobra. Cuando el sistema entra en una nueva región del espacio de estados, los bucles latentes que no han tenido un papel o una regla en el comportamiento pueden de repente llegar a estar activos, causando cambios cualitativos en el modo del comportamiento. Cambios endógenos en un bucle dominante son responsables por cambios desde, por ejemplo, crecimiento exponencial a descensos (disminución, decaimiento) o desde estabilidad a inestabilidad; estos bucles serían responsables por las bifurcaciones. Las interacciones no lineales se encuentran en el corazón de muchos comportamientos importantes observados en modelos. El entendimiento de la naturaleza de un bucle dominante y de los factores que lo causan para cambiar endógenamente, es crítico para el diseño de políticas robustas en sistemas no lineales. Los modeladores experimentados en dinámica de sistemas han usado una gran variedad de heurísticas para guiar la búsqueda de una estructura dominante en grandes modelos de simulación; sin embargo, son escasas las definiciones rigurosas y no ambiguas sobre este tema. (prólogo de John D. Sterman al artículo de George P. Richardson (1995b)).

Con respecto a lo anterior, TU et. al. (1997) dicen que los sistemas no lineales pueden, endógenamente, generar bifurcaciones y comportamientos caóticos. Sin embargo, las no linealidades pueden no ser condición necesaria para el cambio de bucle dominante.

- Toma de decisiones

Sterman (1986) dice: Las reglas de decisión en modelos de simulación apoyan el comportamiento descrito en la toma de decisiones tal como

y ellos son y no como deberían ser óptimamente. Sin un criterio de optimalidad para juzgar la regla de decisión más apropiada, los modeladores de simulación deben depender de la confirmación empírica de la estructura de sus modelos. En modelos de pequeñas organizaciones, pueden usarse métodos tradicionales de las ciencias sociales, pero estos métodos son imposibles en modelos de sistemas más grandes tales como las industrias o la macroeconomía. Los experimentos directos usan juegos interactivos en los cuales las personas juegan un papel en el sistema que está siendo modelado. Las personas juegan en el mismo contexto físico e institucional asumido en el modelo, y tienen el mismo conjunto de información, pero son libres para tomar cualquier forma de decisión que ellos deseen. El comportamiento de las personas puede entonces ser comparado directamente contra el comportamiento producido por las reglas de decisión asumidas en el modelo.

- Estimación de parámetros

Eberlein (1986) ha estudiado el tema de la estimación de parámetros en los modelos de dinámica de sistemas, y al respecto dice que la dificultad más importante que se puede encontrar en este proceso de estimación, es la de trabajar con un número potencialmente grande de variables no observables. Además, la naturaleza acumulativa de los errores en simples simulaciones, no permiten esperar un correcto valor de los parámetros. Los ruidos aleatorios afectan las simulaciones y por consiguiente la acumulación de errores. De aquí surgen las divergencias.

La utilización del filtro de Kalman es una herramienta con la cual se consigue una buena estimación de las variables del modelo. La técnica de la Minimización del Cuadrado de los Errores, sirve para encontrar el mejor valor del parámetro. El cuadrado de los errores es considerado como la calibración del cuadrado de los errores entre el valor generado por el modelo con el filtro de Kalman y los datos actuales ($y - \hat{y}$). Los algoritmos de optimización permiten determinar los mejores valores de los parámetros, después de haber utilizado otras técnicas de búsqueda de buenos parámetros (Eberlein, 1986).

- Validación

Jay Fórrester (1972; pág 131, capítulo 14) dice: “El modelo completo debe juzgarse sobre la base del comportamiento del sistema: estabilidad, períodos de fluctuación, relaciones de tiempo entre las variables y amplitudes de la fluctuación del sistema. Estas son las variables que describen el carácter general del sistema. El juicio final de los modelos dinámicos industriales descansará sobre el alcance utilitario que tienen para el gerente en el diseño de mejores sistemas industriales”.

- Análisis de sensibilidad

El análisis de sensibilidad es el proceso para determinar cuales de las suposiciones que se tienen sobre la información, son realmente importantes, esto es, el proceso para determinar si un supuesto suavemente diferente daría una diferencia importante en el comportamiento del modelo. El análisis de sensibilidad es usualmente difícil debido a que requiere de la disponibilidad de tiempo, dinero y paciencia. Clemson et. al. (1995) mencionan cinco métodos con los cuales se puede hacer el análisis de sensibilidad, y recomiendan específicamente dos métodos: el Latin Hypercube y el Taguchi. Ambos son métodos de diseño de experimentos que permiten probar todas las combinaciones de los valores de los parámetros con un número de pruebas manejable. Los cinco métodos son:

- Aleatoriamente, dando un rango de valores a cada uno de los parámetros a analizar,
- Factorialmente, en el cual el número de pruebas es igual a la combinación del número de parámetros y el número de posibles valores que cada parámetro pueda tomar,
- El Latin Hypercube Sampling (LHS),
- El Taguchi.
- El método conocido como de respuesta superficial.

Arthur y Eberlein (1996) dicen que una vez se ha desarrollado un modelo de dinámica de sistemas, se tiene una excelente herramienta para el análisis del comportamiento del sistema bajo una amplia variedad de suposiciones paramétricas. Aunque tal análisis de sensibilidad puede ser realizado manualmente a través de repetición

de simulaciones, las herramientas automáticas permiten una exploración más completa.

Actualmente, los lenguajes de simulación continua, y concretamente los de dinámica de sistemas, incluyen paquetes que realizan rápidamente el análisis de sensibilidad para una variable o un parámetro.

- Escenarios

“Un escenario, o situación hipotética, es “un brinco imaginativo hacia el futuro”. Su objetivo no es predecir lo que sucederá, sino que se plantean varios futuros potenciales. Es probable que ninguno de ellos se concrete, pero todos nos vuelven más conscientes de las fuerzas que actúan sobre nosotros en el presente.

Los escenarios generan auténtico aprendizaje sólo cuando responden a problemas auténticos. De lo contrario, sólo constituyen un ejercicio académico. Los temas deben ser urgentes, comunes a todo el grupo de personas involucradas en la definición del escenario (idealmente de ocho a veinte personas) y estar plagados de incertidumbres.” (Peter Senge; 1995, pgs. 286, 287).

- Micromundos

Un micromundo consiste de un ambiente y una estructura institucional. El ambiente incluye el número de agentes participantes y sus preferencias individuales, conocimiento, y dotación de recursos. La estructura institucional del experimento consiste de un lenguaje específico para la interacción, reglas de localización de recursos, reglas de imputación de costos, y reglas de ajuste de procesos que gobiernen el comienzo, las transiciones, y el final del experimento. Manipulando tanto el ambiente como los arreglos institucionales, el experimentador crea situaciones controladas de acuerdo con las pruebas de hipótesis o sacar nuevos datos. Son muy importantes las decisiones tomadas por las personas, ya sea por el lado de la estructura física e institucional del sistema modelado, o por el lado del comportamiento de las reglas de decisión. En un modelo económico, por ejemplo, la decisión de introducir un mecanismo acelerador de producción de capital genera grandes amplitudes en los ciclos límites.

En los juegos se puede ver que la toma de decisiones localmente racional, por parte de los individuos de la empresa, pueden llevar a inestabilidades macroeconómicas cuando las firmas son enlazadas como un todo por medio de un mecanismo acelerador (Sterman, 1986).

5.2.3 Lenguajes de simulación continua

Además de los lenguajes de alto nivel como Fortran, C, Pascal y Basic, existen otros lenguajes orientados específicamente a las simulaciones de sistemas continuos, y concretamente a las simulaciones con dinámica de sistemas. El desarrollo de estos paquetes y su campo de aplicación, permite actualmente, en la mayoría de ellos, crear micromundos también conocidos como simuladores de vuelo.

Para el desarrollo de los micromundos, o los MFS (en inglés: Management Flight Simulator), deben escogerse lenguajes que permitan el diseño de la corteza externa del simulador, o sea, los botones y comandos que ven los usuarios (Senge et. al.; 1995; pg 559)

Luego de escoger el lenguaje (paquete de software) del diseño, debe procederse a la escogencia el lenguaje con el cual se crea el modelo. La escogencia de un lenguaje de modelado debe ser compatible con el lenguaje de desarrollo de MFS. La tabla 1 presentada por Senge et. al. (1995; pg. 559) en su libro “La Quinta Disciplina en la Práctica”, muestra algunas combinaciones apropiadas de los paquetes de software.

Varios autores mencionan en sus libros y escritos, algunos lenguajes utilizados en la ejecución de modelos de simulación continua y específicamente de dinámica de sistemas. Aracil y Gordillo (1997), en su libro “Dinámica de Sistemas”, mencionan los siguientes:

- DYNAMO
- itthink! y STELLA: Son de entorno gráfico.
- POWERSIM: Es de entorno gráfico.
- VENSIM: Es de entorno gráfico.

Richardson (1995) menciona como lenguajes de simulación continua, los siguientes: S**4, DYSMAP, Profesional DYNAMO, STELLA II/iThink, COSMIC, VENSIM, POWERSIM.

TABLA 1. Compatibilidad de software (Tomada de Senge et. al.; 1995; pg 559)

SISTEMA OPERATIVO	LENGUAJES		
	Software de modelación. (para construir el modelo del sistema)	Lenguaje básico de MFS (para construir micromundos relativamente simples)	Lenguaje sofisticado de MFS (para micromundos interactivos de gran sofisticación gráfica)
Combinaciones de software para ordenadores Macintosh	Microworld Creator	Microworld Creator	
	ithink! (versión común)	Microworld Creator	
	ithink! (versión personalizada)	ithink! (versión personalizada)	
	ithink! (versión común)		S**4 y HyperCard
Combinaciones de software para MS-DOS y Microsoft Windows	ithink! y STELLA II	ithink! y STELLA II (versión personalizada)	
	PowerSim	PowerSim	
	Vensim	Vensim	
	Professional DYNAMO	DYNAMO for Windows	Mosaikk y SimTek
	SimTek		Mosaikk y SimTek

5.3 TEORÍA GENERAL SOBRE ANÁLISIS CUALITATIVO MATEMÁTICO DE SISTEMAS DINÁMICOS

5.3.1 Introducción

El análisis cualitativo de una estructura de realimentación de un sistema tiene en cuenta tres aspectos (Kummer y Schlange, 1997):

- La estructura de realimentación necesita ser comentada e interpretada, ya que quienes participaron en la definición de la estructura, esperan la mayor cantidad posible de resultados ante los esfuerzos realizados en el modelado.
- Un modelo necesita que el trabajo básico cualitativo sea entendido, sea confiable y sea aceptado.
- Una visión rápida y temprana ayuda a eliminar malos entendidos y errores antes de proceder a un modelado cuantitativo intensivo.

La gente gana conocimiento e ideas cuando la estructura de relaciones del sistema en estudio, representa su problema y su contexto. Si la gente acepta los resultados en forma de caja negra, ésto será contraintuitivo, y posiblemente los pasos relacionados con el modelado cuantitativo sean cancelados.

La aplicación conjunta de la teoría del análisis cualitativo matemático y de la dinámica de sistemas, se debe a Ilya Prigogine¹. Rasmussen et. al. (1985), dicen que la dinámica de sistemas tiene dos escuelas diferentes dentro de la comunidad de Dinámica de Sistemas; una en

¹ Ilya Prigogine. Recibió el Premio Nobel de Química en 1977 por su contribución a Termodinámica en no equilibrio, particularmente, a la teoría de las estructuras disipativas. Nació en Moscú, Rusia, el 25 de enero de 1917, y tiene nacionalidad Belga. Actualmente es profesor de ingeniería química y física en la Universidad de Texas en Austin. En 1967, fundó el Centro de Mecánicas Estadística, más tarde renombrado Centro Ilya Prigogine para Estudios en Mecánicas Estadística y Sistemas Complejos. Desde 1959 ha sido el director del International Solvay Institutes en Brussels, Bélgica. El principal tema del trabajo científico de Ilya Prigogine ha sido el mejor entendimiento del papel del tiempo en las ciencias físicas y en la biología. Ha contribuido al entendimiento de los procesos irreversibles, particularmente en los sistemas alejados del equilibrio. Los resultados de su trabajo sobre estructuras disipativas han sido simulados por muchos científicos en todo el mundo y han tenido profundas consecuencias para el entendimiento de los sistemas biológicos. Es autor de múltiples libros, artículos y documentos para conferencias. Su correo electrónico es: annie@physics.utexas.edu

Norteamérica orientada por Jay W. Forrester², centrada en problemas del mundo real, tales como el desarrollo económico nacional, la administración de recursos, y la toma de decisiones en altos niveles; la otra escuela con sede en Bruselas, y orientada por Ilya Prigogine y sus colaboradores, centra su trabajo en el análisis matemático de las bifurcaciones, el caos, y otras formas de inestabilidades que ocurren incluso en modelos no lineales relativamente simples.

La escuela norteamericana tiene como hipótesis, que los sistemas sociales son generalmente estables e insensibles a las variaciones de los parámetros, por el contrario, la escuela de Bruselas postula que todos los sistemas sociales y biológicos son inestables, y hace énfasis especial en aquellas situaciones en las cuales pequeños cambios en los parámetros cambian el comportamiento cualitativo del sistema. Un ejemplo de esto se presenta con el Efecto Mariposa estudiado por Eduard Lorenz, y explicado por muchos investigadores, entre ellos, Briggs y Peat (1999).

La escuela de Forrester, o sea, la norteamericana, tiende a considerar el caos como un fenómeno principalmente de interés académico; la escuela de Prigogine postula que el caos es un modo de comportamiento para los sistemas restringidos (no lineales) con más de dos variables de estado.

A medida que transcurre el tiempo, aparecen estudiosos de la dinámica de sistemas, como por ejemplo, Rasmussen et. al. (1985), Toro y Aracil (1986), Sterman (1988), Sturis y Mosekilde (1988), Chen (1988), Andersen (1988), Lorenz (1992), Brons y Sturis (1991), Richardson (1995), y otros, que consideran que puede haber unión de los postulados de ambas escuelas, o sea, la de Forrester y la de Prigogine. Mosekilde et. al. (1988) dicen que la desagregación espacial es el principal prerrequisito para una integración entre la

² Jay Wright Forrester: Pionero en el campo de la dinámica de sistemas para el análisis de los comportamientos de los sistemas, e inventor del núcleo de la memoria magnética de acceso aleatorio. Nació en 1918 en Climax, Nebraska, Estados Unidos. Actualmente es profesor emérito del Instituto Tecnológico de Massachusetts. En 1956, el Profesor Forrester creó el Grupo de Dinámica de Sistemas en el Sloan School, y con él, el campo de la dinámica de sistemas. Ha escrito cinco libros, además de múltiples artículos y documentos para conferencias. Actualmente trabaja en el Proyecto del Modelo Nacional, un modelo a gran escala en computador sobre la economía de Estados Unidos. También es director del Proyecto de Educación en Dinámica de Sistemas, en MIT (Massachusetts Institute of Technology). Dirección electrónica de Jay W. Forrester: <http://sysdyn.mit.edu/people/jay-forrester.html>

dinámica de sistemas clásica (Forrester, 1961) y la teoría de las estructuras disipativas (Nicolis and Prigogine (1977)[†] ; Allen (1985)[†]).

El análisis cualitativo puede ser considerado como un complemento de los resultados obtenidos con las simulaciones de los modelos de Dinámica de Sistemas y ayuda a entender las relaciones o interacciones entre los modelos mentales y todos los diversos modos de comportamientos que ellos pueden generar. La interacción entre el análisis cualitativo y las simulaciones por computador, sirven, además de mostrar las trayectorias del comportamiento, para conseguir gran parte de las ideas que el modelo pueda ofrecer.

Wolstenholme (1985)[†] y Mosekilde et. al. (1988) dicen que en las ciencias sociales el término Análisis Cualitativo se refiere normalmente a una descripción verbal o no cuantitativa que puede incluir, por ejemplo, la formulación de diagramas de bucles causales pero excluye las simulaciones detalladas por computador

5.3.2 Aproximación a una clasificación de sistemas complejos

Robert W. Crosby (1987) presenta en su artículo “Toward a Classification of Complex Systems”, algunos principios de organización basados en procesos, que sirven como base para la clasificación de los sistemas complejos que surgen como estructuras disipativas. Es característica de una estructura disipativa el que un proceso pueda generar muchos estados diferentes. A la inversa, pueden ocurrir estados similares (iguales entre sí) en sistemas con diferentes procesos. Una clasificación de sistemas que esté basada sobre el estado del sistema (morfología) ha de ser complicada, debido precisamente a que los sistemas en evolución no tienen un único estado del sistema, por lo tanto, como dice Crosby (1987), es muy útil una clasificación basada en procesos.

- Principios de ordenamiento general para la clasificación de sistemas complejos

La base para los principios de orden general es el reconocimiento de que todos los sistemas naturales son evolucionistas (lo natural incluye los sistemas sociales). Esto se da si se acepta la teoría del “*Big Bang*”

(la gran explosión), y a la vez se reconoce que la información está contenida en, y sólo en, los patrones energía/materia. Debido a que, aparentemente y por el momento, ninguno de los sistemas que se ven cerca de nosotros existió en la época del “*Big Bang*”, todos, sin excepción, deben haber evolucionado. La clasificación se hace de acuerdo con el nivel de abstracción, y así se tienen dos clases: La de alto nivel de abstracción y la de bajo nivel de abstracción; a continuación se presentan:

– Alto nivel de abstracción

Un principio de orden de los sistemas evolutivos, en el más alto nivel de abstracción, puede estar basado en los siguientes tres procesos fundamentales:

Leyes físicas: Los procesos gobernados por los campos de fuerza de la física. Ellas dan origen a los sistemas físicos y químicos que cubren la gama desde lo cósmico (las galaxias) hasta lo local (turbulencias en los vórtices).

Transferencia genética: El proceso de almacenamiento y transferencia genética de información, y el empleo de reproducción de células. Este proceso da origen a todos los sistemas vivos. Sin embargo, tanto el proceso como el sistema que surgen de ello deben operar dentro de las restricciones de las leyes de la física.

Toma de decisiones: El proceso mental por el cual los humanos alcanzan la autodeterminación. El proceso da origen a todos los tipos de organizaciones humanas. Los llamados sistemas de decisiones operan dentro de las restricciones de las leyes de la física, sin embargo, el proceso de la toma de decisiones puede predominar sobre el imperativo genético. Únicamente la especie humana posee la capacidad de la toma de decisiones en el grado necesario para formar sistemas de decisiones.

Aunque la genética actúa sobre la conducta social humana (económica, política, educativa, religiosa, etc.), hay que decir que el hombre moderno conduce sus asuntos, en la gran mayoría de los casos, por los procesos de decisión, aunque puedan hacerlo imperfectamente debido a la falta de información o a la información

falsa, a los límites de tiempo, a la capacidad de procesamiento de información, y al cambio de preferencias. El proceso de la toma de decisiones ha creado sistemas que son distintos de los generados por la transferencia de información genética.

Debe entenderse que la principal estructura de los sistemas de decisión es de información, aunque ellos normalmente también tienen manifestaciones físicas, como lo puede ser la tecnología.

– Bajo nivel de abstracción

Los principios de ordenamiento anteriores corresponden a los niveles más altos de abstracción. En relación con niveles más bajos, se pueden sugerir tres ordenamientos basados en procesos. A continuación se presentan estas clasificaciones.

Regular: Un proceso que se presenta en un sistema cuyo camino evolutivo sigue la secuencia clásica de bifurcación, crecimiento y mantenimiento del estado estable constante.

Periódico: un proceso que conduce un sistema cuyo estado estable exhibe un ciclo límite periódico, tal como el mostrado por el sistema Predador-Presa estudiado por Volterra-Lotka.

Caótico: Proceso que produce sistemas cuyos resultados están caracterizados por variaciones aparentemente arbitrarias o aleatorias en frecuencia o amplitud. Tales sistemas han sido analizados matemáticamente en términos de dimensiones fractales y atractores extraños.

Los principios de ordenamiento “*Regular*” y “*Periódico*” para sistemas evolutivos pueden ser expuestos en términos de sus fases de desarrollo del sistema; el principio de ordenamiento “*Caótico*”, no puede ser expuesto completamente por sus fases de desarrollo. Estos principios se puede entender al imaginar un sistema que entra en una bifurcación, entonces crece en el tiempo con un nuevo camino evolutivo y finalmente entra en un estado estable en el cual el estado del sistema es mantenido hasta que se encuentra otra bifurcación. De acuerdo con esto se tienen los tres procesos mencionados en el principio “*Regular*”:

Bifurcación: Cerca a un punto de bifurcación el sistema es extremadamente sensible a pequeñas fluctuaciones, tanto en sus parámetros como en sus perturbaciones externas. Estas fluctuaciones influyen en el camino evolutivo que el sistema seguirá. El número de esos caminos, aunque es finito, puede ser muy grande, y así, se dice que el sistema es “determinísticamente limitado” en esta fase de desarrollo.

Crecimiento: En esta fase el sistema sigue la línea principal del camino evolutivo que surge desde la fase previa cuando su sensibilidad a las fluctuaciones decrece. Cuando el bucle positivo domina en el sistema, puede producir una considerable elaboración no determinística de la estructura básica. A largo plazo, hay que hacer una consideración importante sobre si un crecimiento vigoroso inducirá a otra bifurcación o si está transformado en un estado dinámicamente estable y regular.

Mantenimiento de estado estable: Cuando la realimentación negativa predomina sobre la realimentación positiva, el sistema se conserva dinámicamente estable. Este estado es mantenido hasta que se encuentra otra bifurcación, llevando a un nuevo estado viable o a la muerte del sistema como una estructura disipativa.

- Principios de ordenamiento para sistemas de decisión

Los sistemas de decisión han sido clasificados en una infinidad de formas que reflejan la variedad ilimitada de estructuras de organización que los humanos han desarrollado para innumerables propósitos. Generalmente, estas clasificaciones están basadas en la morfología. Un orden sugerido es el basado en procesos, más que en sus innumerables estructuras. Dos procesos fundamentales son:

Competición: Un proceso en el cual elementos independientes interactúan no linealmente en la actividad de sus intereses y metas locales. Los sistemas competitivos que surgen de estos procesos, sin embargo, no son buscadores de metas. El proceso competitivo puede ser benigno u hostil.

Cooperación: Un proceso de interacción organizada de unidades

dependientes. El resultado del proceso puede ser la especialización, el control jerárquico y la centralización del poder. Los sistemas cooperativos son buscadores de metas.

En el mundo real los sistemas puramente competitivos o cooperativos son raros. Jerárquicamente, un mecanismo para la cooperación surge de sistemas competitivos y estructuras competitivas son generadas dentro de jerarquías. Las grandes organizaciones son a menudo un híbrido de estructuras competitivas y cooperativas.

5.3.3 Análisis Cualitativo Matemático

Los sistemas dinámicos lineales presentan un único atractor puntual, o lo que es lo mismo, un único equilibrio. Las no linealidades y los tiempos de retardo en los sistemas de control de realimentación pueden causar comportamientos complejos, como son los que dan origen a los atractores periódicos y a los atractores extraños; los sistemas no lineales pueden presentar múltiples atractores, y cada uno de ellos puede ser diferente. Los investigadores dedicados al estudio de los sistemas no lineales, no sólo han cambiado sus herramientas de trabajo, sino también su forma de pensar y su visión del mundo, debido al descubrimiento del caos determinístico; durante los últimos 300 años se había considerado que el comportamiento de los sistemas podía predecirse si se conocían las leyes del comportamiento de los sistemas y sus condiciones iniciales, sin embargo, el caos determinístico ha introducido la aleatoriedad en los comportamientos de los sistemas, y por consiguiente, ha hecho entender que los procesos deterministas pueden generar situaciones imprevistas cuando se tienen no linealidades en ellos (Prigogine and Stengers, 1984[†]; Chen, 1988; Briggs y Peat, 1999; Forrester, 1972; Chen, 1988; Sturis y Mosekilde, 1988; Aracil y Toro, 1993; Aracil y Gordillo, 1997).

El término atractor se refiere al hecho de que las trayectorias que empiezan en puntos diferentes en el espacio de fase, todas ellas se aproximarán a un movimiento estacionario cuando el período transitorio ha desaparecido (Andersen y Sturis, 1988).

Con respecto a lo anterior, (Andersen, 1988) dice que los investigadores que trabajan en sistemas caóticos han desarrollado

algunas técnicas para el análisis de sistemas complejos, que van de simples a complejas. Las técnicas simples incluyen simulaciones que muestran oscilación durante un período largo de tiempo, con lo cual se puede mirar la dinámica de estado estable, o mirar las gráficas de fase como opuestas a las gráficas de tiempo para entender más completamente los patrones dentro de las oscilaciones. Las técnicas complejas incluyen las Secciones de Poincaré y mapas de retorno que proporcionan una forma de reducir un sistema complejo no lineal, con lo cual se consigue un caso unidimensional que permite un posterior análisis. Otras técnicas complejas son los Diagramas de bifurcación, las escaleras del diablo, los exponentes de Lyapunov, y otros accesorios analíticos

Según Aracil y Toro (1993), el primer paso para el desarrollo del análisis cualitativo de un sistema dinámico, es la determinación del número y tipo de sus atractores, y de sus correspondientes cuencas de atracción. Rasmussen et. al. (1985) opinan de la misma forma, pero detallan un poco más la serie de pasos que deberían llevarse a cabo en el análisis cualitativo de un sistema dinámico; ellos son:

- Análisis de estabilidad lineal: puntos de equilibrio, autovalores
- Análisis de bifurcación
- Análisis de estabilidad global
- Cálculo de los exponentes de Lyapunov
- Estudio de posibles comportamientos caóticos: Aunque se dice que el comportamiento caótico puede darse en sistemas con más de dos variables de estado, es posible obtener comportamientos caóticos para sistemas de dos variables de estado y con dos tablas de funciones, si al menos un parámetro del modelo es manejado externamente.

A continuación se expondrán algunas ideas y algunos conceptos relacionados con los pasos anteriores.

- Análisis de estabilidad lineal: punto de equilibrio

Mosekilde et. al. (1988) plantean que un modelo en dinámica de sistemas es un objeto matemático conocido como un sistema dinámico, donde, por ejemplo para un sistema con varias variables de estado, las expresiones $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$,, denotan las variables de

estado, y $\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t), \dots$ son las variables de las tasas netas. Si la divergencia del flujo es negativa, esto es, si:

$$\operatorname{div}\{\dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t), \dots\} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} + \dots < 0 \quad (6)$$

entonces se dice que el sistema dinámico es disipativo.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= P\{x(t), y(t), z(t), \dots\} \\ \dot{y} &= Q\{x(t), y(t), z(t), \dots\} \\ \dot{z} &= R\{x(t), y(t), z(t), \dots\} \end{aligned} \quad (7)$$

En física un sistema disipativo es un sistema en el cual una energía de alta calidad es transformada en energía (calor) de baja calidad a través de mecanismos de pérdidas tales como una resistencia ohmic en redes eléctricas o fricción en sistemas mecánicos. Cuando el tiempo pasa, un comportamiento dinámico ordenado asociado con unos pocos grados de libertad es así “disipativo” en movimientos más o menos aleatorios de un número extremadamente alto de variables. La definición matemática de un sistema disipativo representa una generalización de una definición física por la cual el concepto llega a ser aplicado a todos los sistemas dinámicos, independientemente de su connotación termodinámica.

En dinámica de sistemas se trabaja con sistemas macroscópicos en los cuales un gran número de elementos idénticos (personas, unidades de capital, dólares, sacos de café, etc.) fluyen entre varios estados. Tales sistemas macroscópicos son disipativos debido a los “mecanismos de pérdida” asociados con varios tipos de procesos de relajación, como por ejemplo, una depreciación exponencial del capital, o una suavización exponencial de un flujo de información (el cual representa pérdida de información).

Como consecuencia de los mecanismos inherentes de pérdidas, las respuestas de un sistema disipativo a perturbaciones externas, desaparecerán, y después de un transitorio inicial, las trayectorias se aproximarán a un régimen permanente que es un comportamiento a largo plazo o estacionario, del sistema.

- Análisis de bifurcación

Brons y Sturis (1991) y Aracil y Toro (1993), entre muchos otros investigadores y estudiosos del análisis cualitativo en modelos de dinámica de sistemas, han estudiado la teoría de las bifurcaciones, y a grandes rasgos, exponen lo siguiente.

La teoría de la bifurcación es la rama de la dinámica no lineal que está relacionada con los efectos paramétricos. El objetivo de un análisis de bifurcación es encontrar los valores de un parámetro que constituyen los límites entre diferentes tipos de dinámicas. Tales valores son llamados *puntos de bifurcación*; ellos permiten la partición del espacio del parámetro en un número de regiones o cuencas. Dentro de cada región o cuenca, la dinámica permanece cualitativamente igual, independientemente de los valores dados al parámetro.

La investigación de la biestabilidad, o más generalmente, de la multiestabilidad, puede ser hecha en forma sistemática usando la teoría de la bifurcación. La multiestabilidad, o sea, la coexistencia de varios comportamientos estables vecinos, ocurre con frecuencia en sistemas no lineales. En un sistema multiestable, las dinámicas después del transitorio desaparecen dependiendo de las condiciones iniciales. La dependencia sensitiva de un modo de comportamiento dependiendo de las condiciones iniciales puede ser fácilmente no tenida en cuenta, si sólo se consideran las simulaciones realizadas.

Las bifurcaciones de Hopf y de punto de silla, son dos entre muchos tipos de bifurcaciones (Aracil y Toro, 1993). Stewart y Thompson (1986)[†] han clasificado 18 bifurcaciones conocidas, cada una de las cuales puede ocurrir en los modelos de Dinámica de Sistemas. Mientras algunas bifurcaciones, como la bifurcación de Hopf, pueden ser analizadas por completo, otras sólo pueden ser encontradas con métodos numéricos; la bifurcación homoclina al infinito es una de éstas últimas. Los distintos tipos de bifurcaciones son importantes para entender la dinámica de los modelos no lineales.

La aparición de las bifurcaciones pueden darse debido a que el sistema haya sido modelado de una manera poco rígida, sin embargo, también pueden ser indicio de que un fenómeno está ocurriendo en el sistema real.

Debido a que las bifurcaciones permiten identificar las cuencas de atracción, y como se sabe, cada cuenca puede tener un atractor diferente, entonces el análisis cualitativo debe empezar por la identificación o búsqueda de los atractores del sistema. Hay tres tipos principales de atractores:

- El atractor puntual, el cual corresponde a un punto de equilibrio.
- El atractor cíclico, el cual corresponde a una oscilación estable de ciclo límite, de ciclo periódico, o de ciclo cuasi - periódico (toro), y
- Un atractor extraño, o caótico, o aperiódico, donde el movimiento parece ser completamente aleatorio.

– Atractor puntual:

En el espacio de fase, los modos estacionarios de comportamientos son representados por objetos geométricos llamados atractores. El caso más simple, es el de un punto estable de equilibrio que es aproximado (accesible) por todas las trayectorias que empiezan dentro de una cierta región del espacio de fase. El comportamiento a largo plazo corresponde con un valor estable constante para $x(t)$ y está formado por el punto de equilibrio estacionario en el cual cesa todo movimiento; todas las trayectorias convergen hacia la trayectoria de equilibrio representada por el reposo (la figura 2. muestra el comportamiento temporal de un atractor puntual, y las figuras 3, y 4 muestran los planos de fase de las variables PC y UOC. Estas figuras han sido tomadas de los resultados de simulación del modelo expuesto por Rasmussen et. al. (1985)). Este es el único atractor que puede existir en un sistema lineal. Mosekilde et. al. (1988) y Toro y Aracil (1988) demuestran con sus investigaciones, que la mayoría de los modos de comportamiento de un sistema dinámico están asociados con atractores puntuales, o sea, con atractores que son puntos de equilibrio. Un sistema que exhiba un atractor puntual puede ser analizado con herramientas matemáticas convencionales y no sofisticadas.

La figura 2 muestra el comportamiento temporal de las variables PC y UOC, del modelo económico expuesto por Rasmussen et. al. (1985). Las variables se mueven desde sus valores iniciales hasta alcanzar valores fijos a lo largo del tiempo de simulación. Este comportamiento

corresponde a un estado de equilibrio para ambas variables, y recibe el nombre de Atractor Puntual

Comportamiento de equilibrio - A. Puntual

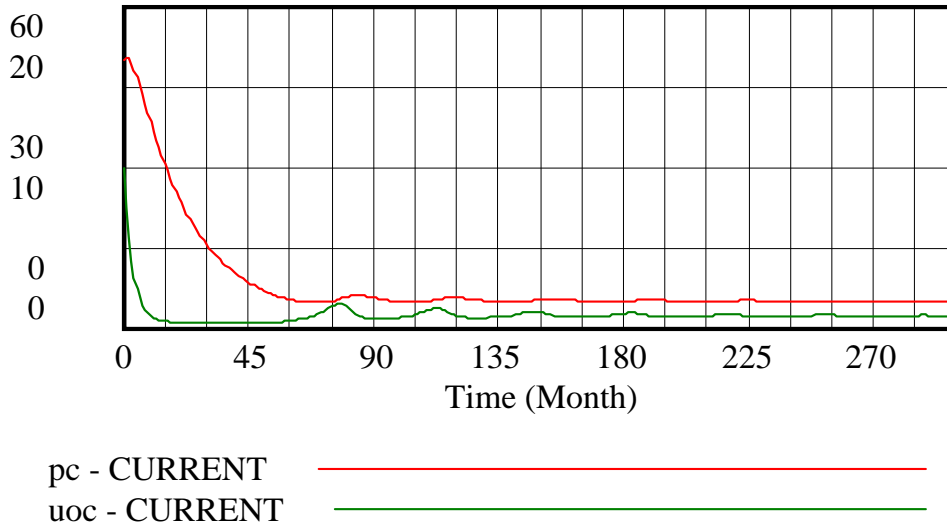


FIGURA 2. Comportamiento temporal (atractor puntual) de las variables PC y UOC.

La figura 3 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC, para el modelo económico expuesto por Rasmussen et. al. (1985). Este plano de fase corresponde al comportamiento temporal de la figura 2: A partir de unas condiciones iniciales, el comportamiento de las variables se desplaza hasta convertirse en un punto en el plano de fase.

La figura 4 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC, dibujado parcialmente, o sea, el comportamiento próximo al punto de equilibrio mostrado en la figura 3.

Asociado con cada atractor está el conjunto de todos los puntos (condiciones iniciales) que se orientan a él. Este conjunto es la cuenca de atracción de un atractor dado. Las cuencas son cercadas por separatrices, y el espacio de estado de un sistema dinámico es así dividido en las cuencas de sus varios atratores. El espacio de fase con atractores, cuencas, y separatrices dibujadas en él, es llamado el retrato de fase de un sistema dinámico. El retrato de fase proporciona una vista global de los modos de comportamiento del sistema.

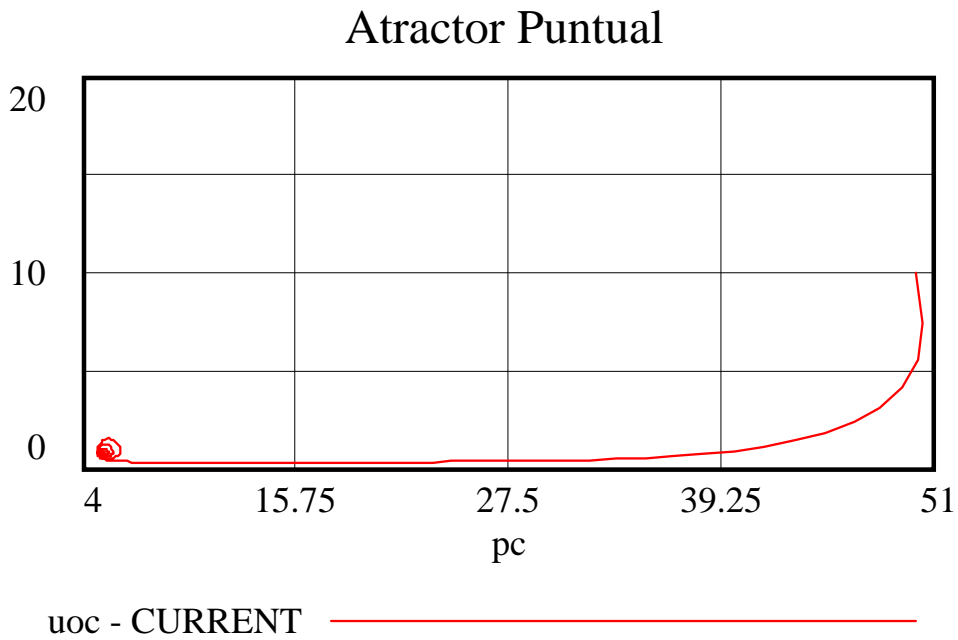


FIGURA 3. Plano de Fase de las variables PC y UOC, dibujado completamente, o sea, comportamiento desde las condiciones iniciales hasta el punto de equilibrio.

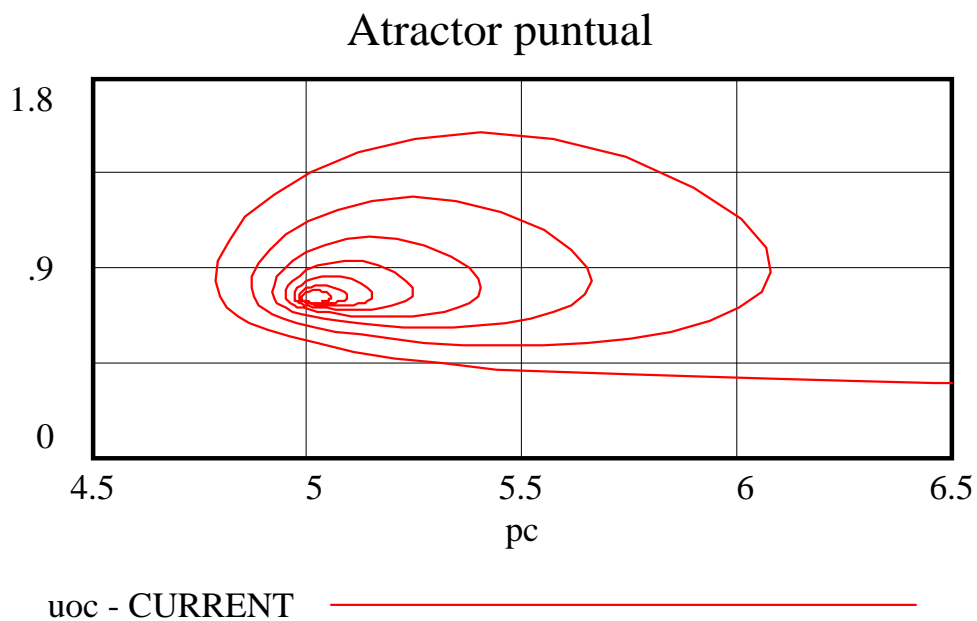


FIGURA 4. Plano de Fase de las variables PC y UOC, dibujado parcialmente, o sea, el comportamiento próximo al punto de equilibrio.

Cuando se producen cambios en los parámetros de un sistema dinámico, también pueden producirse cambios en el retrato de fase. Si estos cambios en los parámetros dejan el carácter del retrato de fase sin ser cambiado, se dice que el sistema es estructuralmente estable; esto asegura la robustez del modelo bajo el cambio de los parámetros considerados. Si un número de tipos de atractores cambia, se dice que ha tenido lugar una bifurcación (Poston y Steward, 1978[†]; Thom, 1977[†]; Zeeman, 1977[†]).

Un punto de equilibrio es estable si el Jacobiano de la matriz, evaluado en este punto, tiene todos sus autovalores en la mitad del plano negativo.

Un equilibrio estable puede llegar a ser inestable para algún valor del parámetro α . En este valor de α se dice que ha sucedido una bifurcación. La pérdida de la estabilidad de un punto de equilibrio puede ocurrir de dos formas (Toro, Aracil; 1988):

- * Un autovalor real atraviese el eje imaginario. Esto sucede cuando $\det J = 0$ (determinante de J igual a cero), donde J es la matriz jacobiana de dinámica de sistemas, en el punto de equilibrio. En este caso, se produce una bifurcación estática.
- * Un par de autovalores conjugados atraviesen el eje imaginario. En este caso, se tiene una bifurcación dinámica llamada una bifurcación de Hopf, la cual genera un ciclo límite empezando desde un punto de equilibrio.

Lorenz (1992) y Hernández y Fernández (1997), presentan cada uno y como ejemplo, sistemas de ecuaciones similares al que se expone a continuación, con el propósito de mostrar el procedimiento matemático que permite identificar los diferentes tipos de equilibrios estables o inestables:

$$\begin{aligned}
 & \bullet \\
 & y = x \\
 & \bullet \\
 & x = z \\
 & \bullet \\
 & z = -A_2 x - A_1 z + \beta y(d - y)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Derivando el anterior sistema de ecuaciones con respecto a y , x , z , respectivamente, se obtiene la matriz del jacobiano

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta(d-2y) & -A_2 & -A_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A continuación se calcula la expresión $(\mathbf{J} - \lambda\mathbf{I})$:

$$[J - \lambda I] = \begin{bmatrix} -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1 \\ \beta(d-2y) & -A_2 & -A_1 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (10)$$

El determinante de $(\mathbf{J} - \lambda\mathbf{I})$ es:

$$-\lambda(-\lambda(-A_1 - \lambda) + A_2) - 1(-\beta(d-2y)) + 0 = 0 \quad (11)$$

El polinomio característico es entonces igual a:

$$\lambda^3 + A_1 \lambda^2 + A_2 \lambda - \beta(d-2y) = 0 \quad (12)$$

De acuerdo con el criterio de estabilidad de Routh-Hurwitz, los equilibrios son localmente estables si:

$$\begin{aligned} A_1 &> 0 \\ A_1 A_2 + \beta(d-2y) &> 0 \\ -A_1 A_2 \beta(d-2y) - (-\beta(d-2y))^2 &> 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Al escribir la tercera desigualdad como:

$$-\beta(d-2y)(A_1 A_2 + \beta(d-2y)) > 0 \quad (14)$$

y al sustituir por los valores de equilibrio, el resultado revela que el origen es siempre local y asintóticamente inestable si la suposición de A_1 se sostiene. Dicen Lorenz (1992) y Hernández y Fernández (1997) que algunos cálculos simples pero tediosos muestran que la ecuación

característica posee un autovalor real y dos complejos conjugados si $A_1 < A_2$. En particular, el discriminante de la forma reducida del polinomio característico es positivo. Además, si el autovalor real es positivo, entonces las partes reales de los autovalores complejos conjugados son negativos y viceversa. Si todos los autovalores de la Matriz Jacobiana del sistema en el punto de equilibrio tienen parte real estrictamente menor que cero, entonces el punto de equilibrio es local y asintóticamente estable.

La desagregación espacial es uno de los principales prerequisites para una integración entre la dinámica de sistemas clásica (Forrester, 1961) y la teoría de las estructuras disipativas (Nicolis and Prigogine, 1977[†]; Allen, 1985[†]). Cuando se trata de un análisis cualitativo de sistemas de gran escala, Mosekilde et. al. (1988) recomiendan utilizar un método conocido como descomposición de escala de tiempo, el cual ha sido expuesto por varios investigadores como Sastry and Desoer (1981)[†], Aracil y Toro (1993), y Aracil y Gordillo (1997). En física, este método es referenciado como la Aproximación Adiabática, y consiste en descomponer el comportamiento dinámico en dos o más escalas de tiempo cualitativamente diferentes.

– Atractor cíclico:

El nivel máximo de los multiplicadores, también reconocido como nivel de saturación, generalmente tiene como efecto en el modelo, el generar comportamientos de ciclo límite. (Rasmussen et. al., 1985).

El comportamiento de cíclico puede clasificarse en:

* Atractor de ciclo límite: Después del atractor puntual, o punto de equilibrio, la siguiente forma más simple por desarrollar de un atractor, es usualmente el ciclo límite, el cual es una oscilación autosostenida de una amplitud constante mantenida a través de la competición de un mecanismo de ganancia inherente y factores limitantes no lineales. El conjunto atractivo es una curva cerrada en el espacio de estados. El comportamiento a largo plazo es un movimiento periódico, como muestran Aracil y Toro (1993, pg 27), y Rasmussen et. al. (1985); ver las figuras 5 y 6. Las trayectorias no alcanzan nunca el reposo, sino que oscilan indefinidamente.

La figura 5 muestra el comportamiento temporal de las variables PC y UOC. Se observa el punto de inicio de las variables, y su posterior comportamiento oscilatorio estable de un único período, equivalente a un Atractor de Ciclo Límite. La figura 6 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC. Igual que en la figura 5 se observa cómo el comportamiento de las variables se desplaza desde sus valores iniciales hacia un comportamiento periódico estable con un único ciclo, equivalente a un atractor de Ciclo Límite.

* Atractor periódico: Para sistemas con tres o más variables de estado, la competición entre la tendencia básica de crecimiento y los factores limitantes no lineales, puede causar un cambio cualitativo en la forma de los atractores. Cuando algún parámetro λ en el sistema es incrementado, el ciclo límite simple que cierra a él mismo después de una revolución sencilla en el espacio de fase puede de repente llegar a ser inestable, para ser reemplazado por un atractor con doble período original de revolución, un ciclo-2 (2-cycle). Este fenómeno se conoce como una bifurcación de doble período (period-doubling bifurcation. (Feigenbaum, 1980)[†]). La mayoría de los ciclos-2 se cierran ellos mismos después de una sencilla revolución en el espacio de fase; el fenómeno consiste en que el ciclo falla o se desvía un poco, pero luego retorna a su punto inicial sólo después de una segunda revolución.

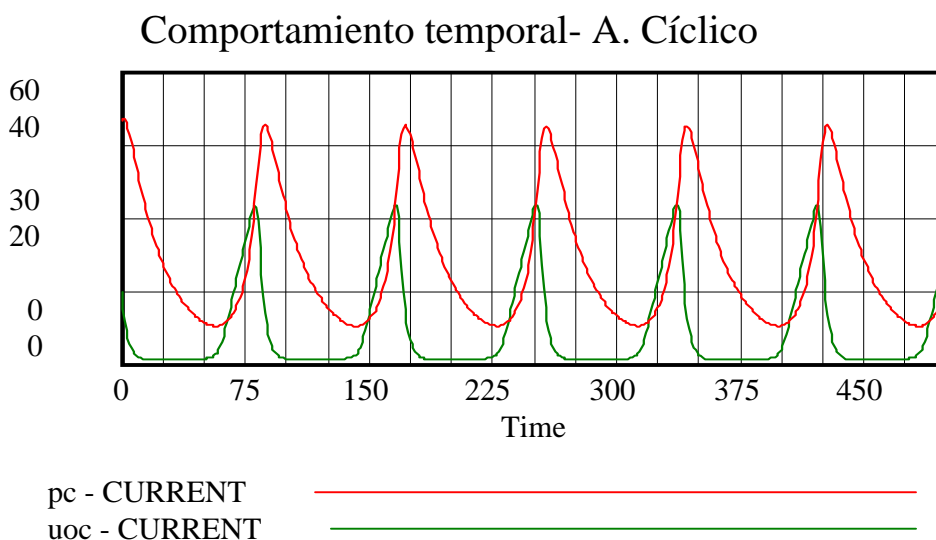


FIGURA 5. Comportamiento temporal de las variables PC y UOC. Estado estable denominado Atractor de ciclo límite.

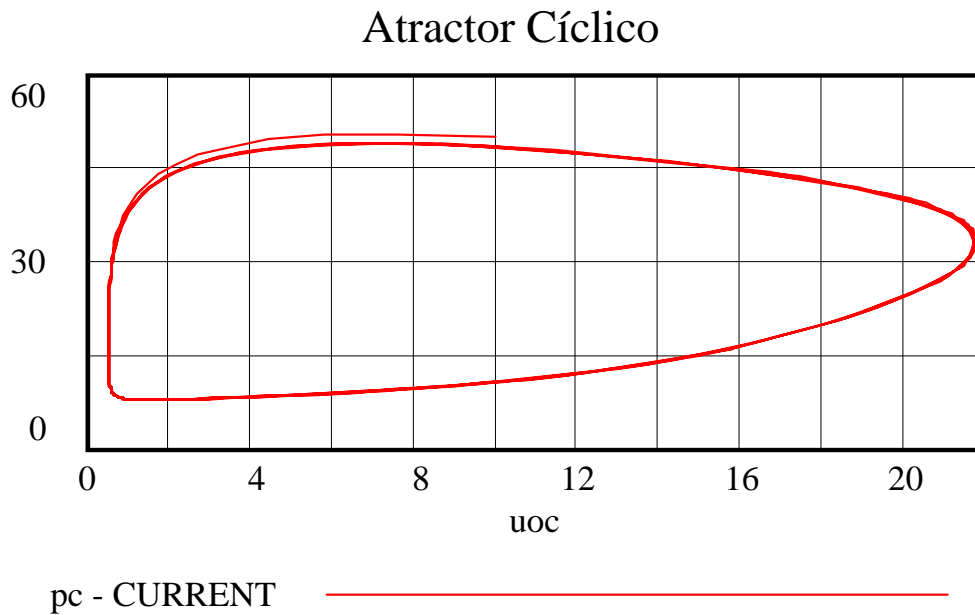


FIGURA 6. Plano de Fase de las variables PC y UOC. Comportamiento desde las condiciones iniciales hasta alcanzar el estado estable de ciclo límite.

Para un valor un poco más alto del parámetro λ , puede ocurrir un nuevo período doble (duplicación del período), así el atractor sólo retorna a su punto inicial o de comienzo después de cuatro revoluciones en el espacio de estado. Si el comportamiento del sistema es espectralmente analizado, la primera duplicación del período corresponde a la generación de un componente sub-armónico en la mitad de la frecuencia del ciclo límite original, con el componente fundamental y su sub-armónico entrando juntos a una fase cerrada. Similarmente, la segunda duplicación corresponde a la generación de señales subarmónicas en una cuarta y tres cuartas partes de la frecuencia original (Ver figuras 7 y 8).

La figura 7 muestra el comportamiento temporal de las variables PC y UOC. El comportamiento de las variables empieza en unas condiciones iniciales para las variables, y se mueve hasta alcanzar un estado estable formado por oscilaciones de doble período, o de doble ciclo. Este estado estable se conoce como Atractor de doble período, o doble ciclo.

La figura 8 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC, correspondiente al comportamiento temporal de la figura 7. La figura muestra el punto inicial del comportamiento de las variables, y su posterior desplazamiento hasta alcanzar el estado estable oscilatorio de doble período o doble ciclo.

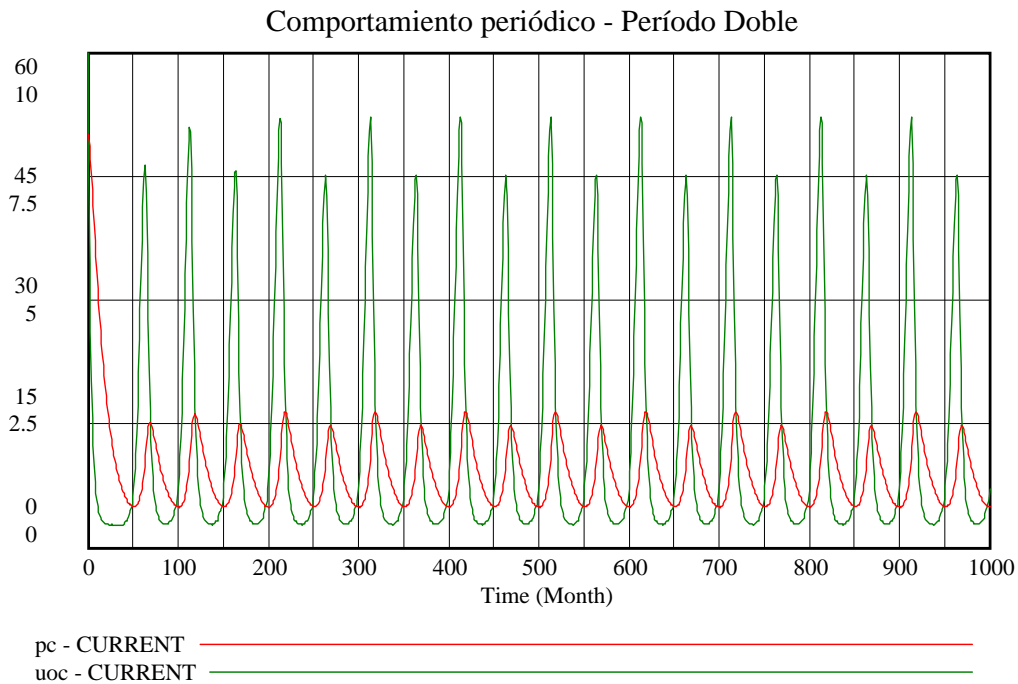


FIGURA 7. Comportamiento temporal de las variables PC y UOC. Atractor estable de doble período, o doble ciclo.

La figura 9 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC, correspondiente únicamente al estado estable, o sea, después de eliminar el estado transitorio.

* Atractor cuasi - periódico: Los ciclos extraños pueden ocurrir sólo en régimen caótico, así, una solución de período 3 es frecuentemente considerada como un sistema caótico. El régimen caótico también contiene complicadas secuencias de otros modos de periodicidad tales como, por ejemplo, modos de período-6, período-10, o período-12 (Andersen y Sturis, 1988)

Un comportamiento de atractor cuasi-periódico, es el conocido como Toro, o trayectoria con múltiples períodos, en la cual la órbita nunca se repite y de hecho llega a cubrir toda la superficie del toro.

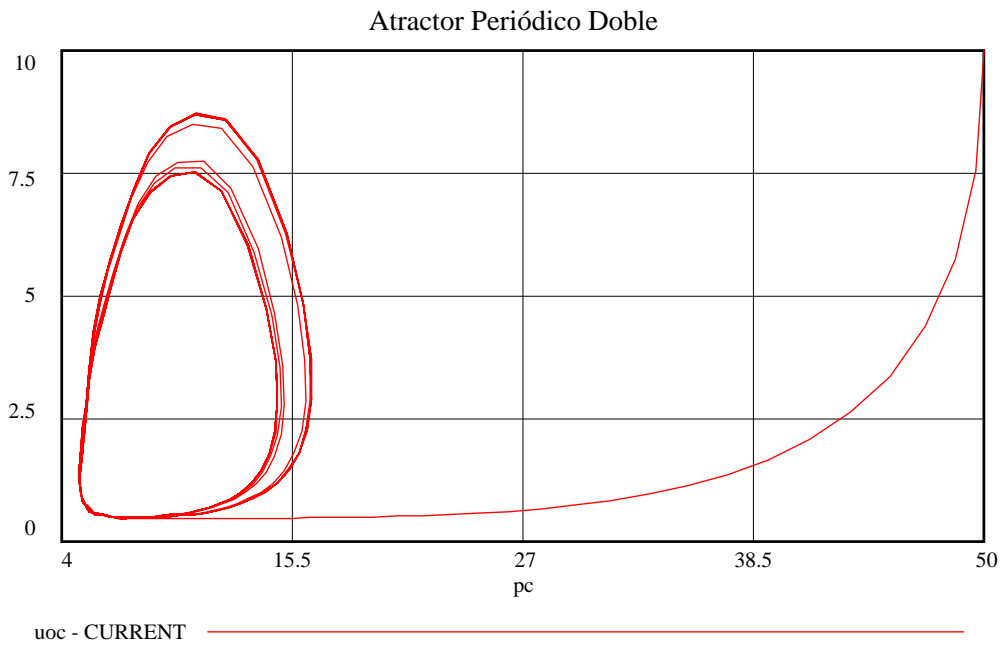


FIGURA 8. Plano de Fase de las variables PC y UOC. Comportamiento desde las condiciones iniciales hasta alcanzar el estado estable de oscilación periódica.

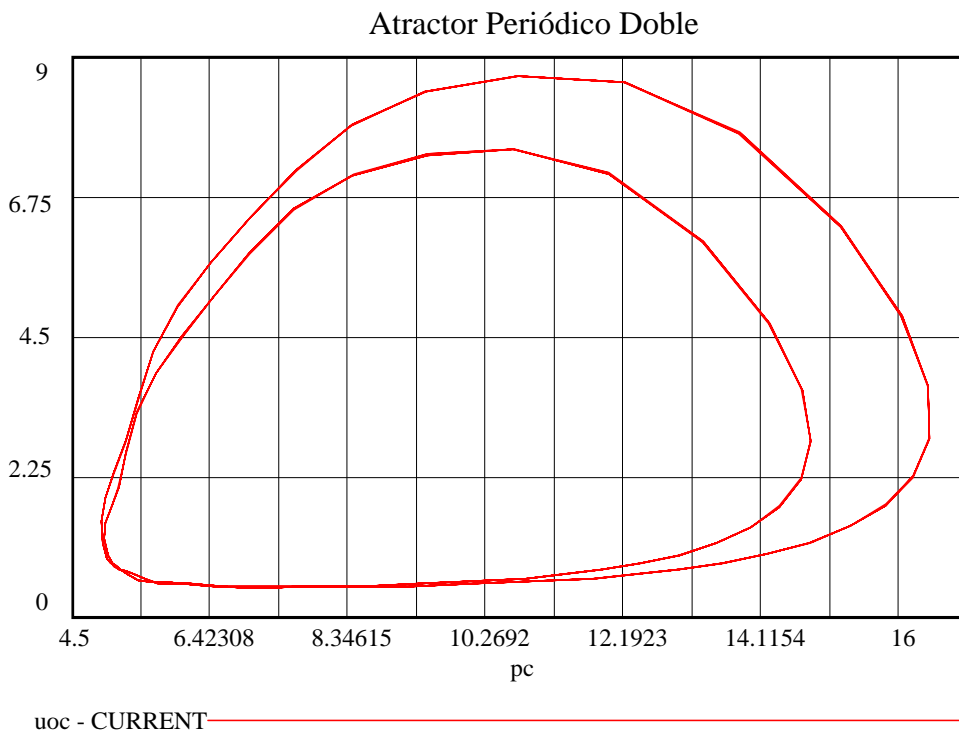


FIGURA 9. Plano de Fase de las variables PC y UOC, correspondiente al estado estable, o sea, después de eliminar el estado transitorio.

– Atractor extraño o caótico:

Hay una situación en la cual, una vez ha sido iniciada la ruta, las bifurcaciones de períodos dobles (duplicación de períodos) pueden continuar hasta para un valor finito del parámetro λ_{∞} ; el período llega a ser infinitamente largo, la trayectoria es caótica, y el atractor es extraño, o caótico. El atractor caótico posee normalmente una estructura fractal.

La primera característica que surge del análisis de una trayectoria en el seno de un atractor caótico, es que no muestra ninguna pauta repetitiva. El movimiento no presenta ninguna forma de regularidad, y en cada momento muestra un rumbo impredecible.

Dicen Mosekilde et. al. (1988), que Feigenbaum (1980)[†] ha mostrado cómo esta ruta al caos desarrolla asintótica y cuantitativamente la misma forma para un gran número de sistemas, independientes de su naturaleza (social, biológica, física, o técnica) o del número de variables de estado, e independiente de la forma precisa de las ecuaciones de movimiento.

La figura 10 muestra el comportamiento temporal extraño de las variables PC y UOC. En él se puede observar que es imposible definir un estado estable, por lo que se dirá que las variables PC y UOC presentan un comportamiento correspondiente a un Atractor caótico.

La figura 11 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC. Estas se mueven desde un valor inicial (PC = 10, y UOC = 3), hacia un comportamiento imposible de definir. Se puede observar que al terminar la simulación, el último punto alcanzado por las variables es aproximadamente el correspondiente a PC = 9.6 y UOC = 4.3.

La figura 12 muestra el Plano de Fase de las variables PC y UOC, correspondiente a un estado extraño que se conserva aún después de eliminar un período de tiempo considerado como de estado transitorio; por esta razón, en ésta figura no aparece el valor inicial de las variables PC y UOC, pero sí el valor final de la simulación, o sea: PC = 9.6 y UOC = 4.3 aproximadamente.

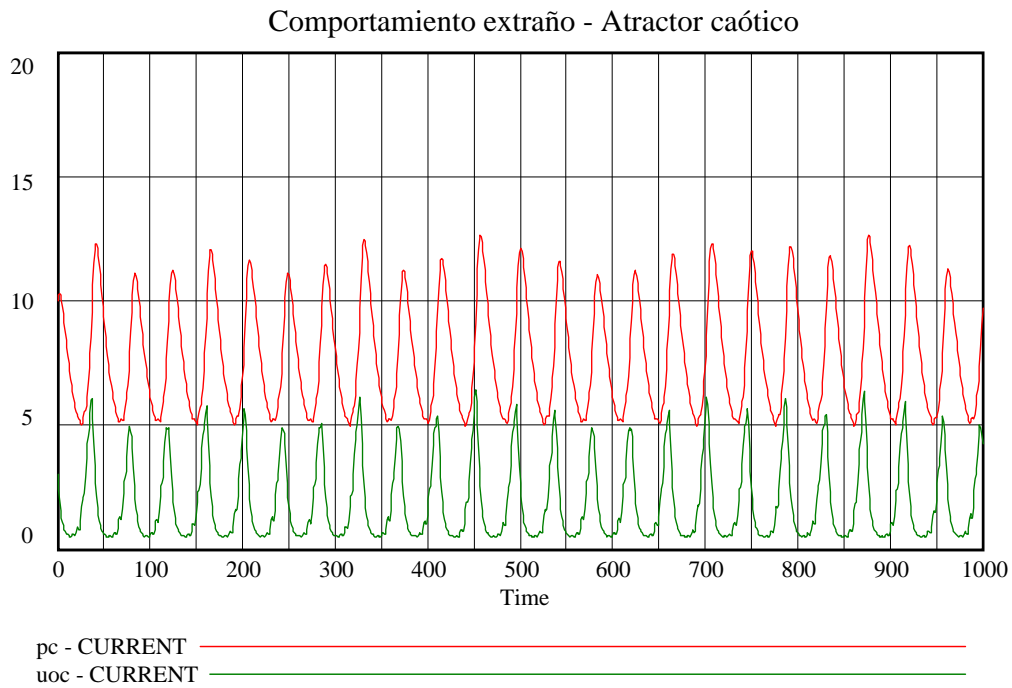


FIGURA 10. Comportamiento temporal extraño de las variables PC y UOC. Atractor caótico.

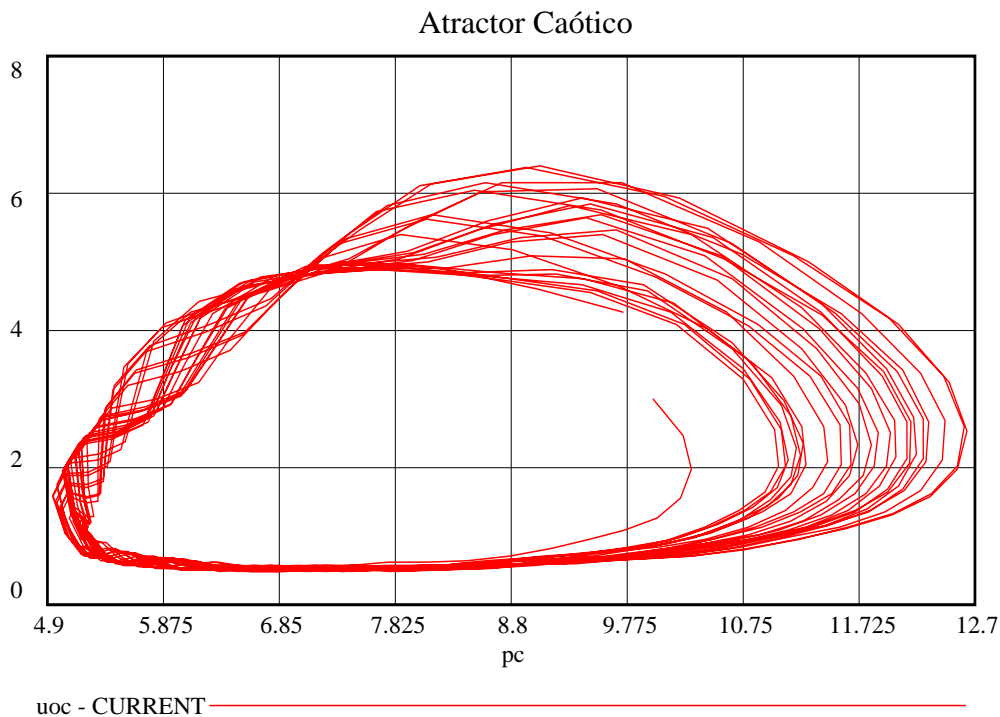


FIGURA 11. Plano de Fase de las variables PC y UOC. Comportamiento desde las condiciones iniciales, hasta alcanzar un comportamiento extraño.

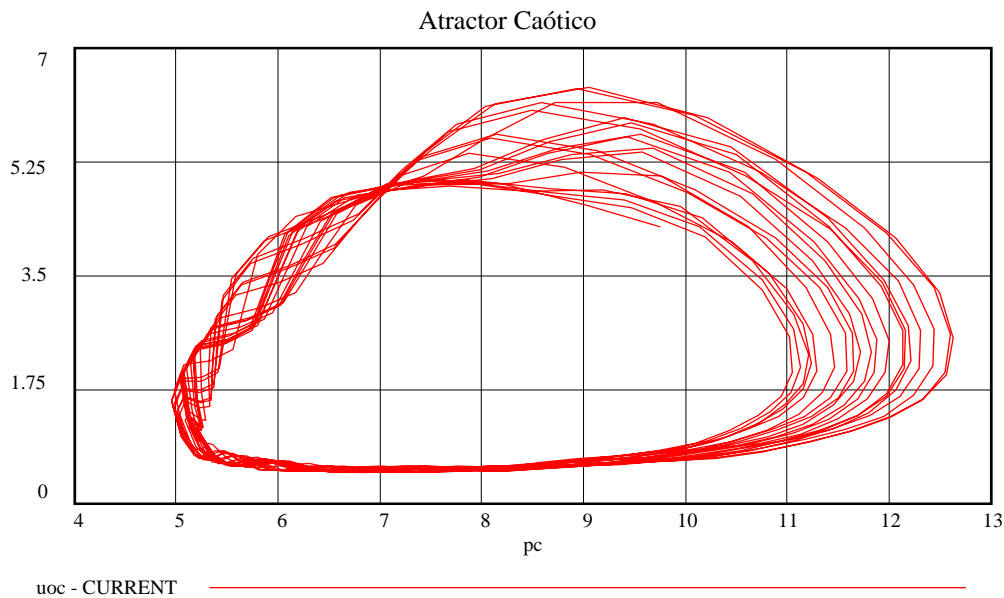


FIGURA 12. Plano de Fase de las variables PC y UOC, correspondiente a un estado extraño, después de eliminar el estado transitorio.

El diagrama de Forrester de la figura 13, representa el modelo económico estudiado por Rasmussen et. al. (1985), y a partir del cual se obtuvieron las figuras presentadas anteriormente, correspondientes a los comportamientos de atractor puntual, atractor de ciclo límite, atractor periódico de doble ciclo, y atractor caótico. Dichos comportamientos fueron obtenidos a través de modificaciones hechas en los parámetros que dan forma a la variable *dpg* del modelo.

- Análisis de estabilidad global

El propósito de un análisis de estabilidad global es investigar la forma del comportamiento del modelo desde un punto fuera del equilibrio. Para ésto, deben considerarse con gran detalle las funciones no lineales, y en especial, el establecimiento de las isoclinas. Las isoclinas permiten observar si algunas variaciones en las funciones no lineales, generan nuevos puntos de bifurcaciones, como por ejemplo, que el comportamiento de ciclo límite sea reemplazado por un crecimiento exponencial o por un colapso (Rasmussen et. al., 1985).

Las preguntas típicas que orientan este análisis de la estabilidad global, son las siguientes:

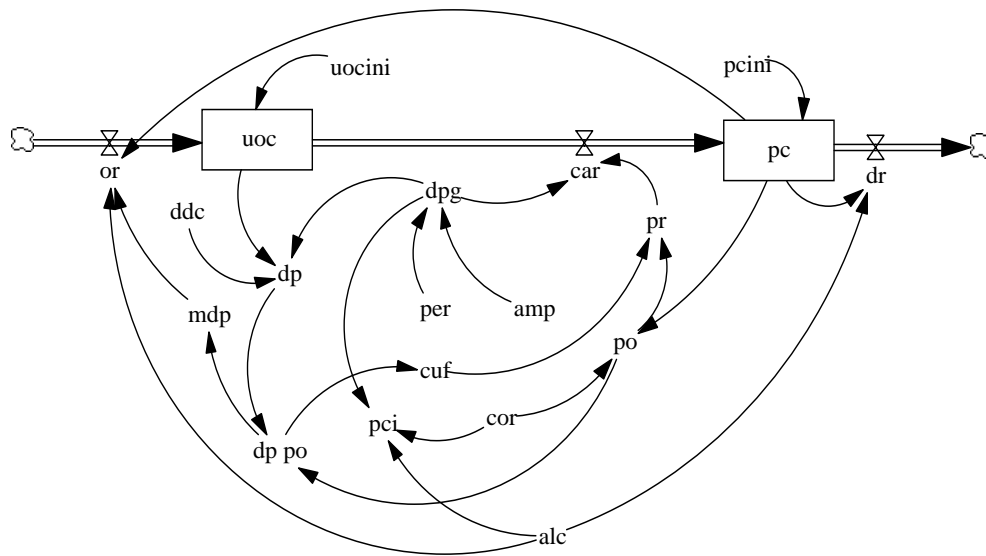


FIGURA 13. Diagrama de Forrester correspondiente a un sistema económico (Tomado de Rasmussen et. al. 1985).

- ¿Bajo qué condiciones las no linealidades serán lo suficientemente fuertes para contener el sistema y producir un ciclo límite?
- ¿Puede haber más de un ciclo límite?
- ¿Qué parámetros determinan la forma del ciclo límite en varias regiones del espacio de fase?
- ¿Qué tan rápidamente se alcanza la trayectoria del ciclo límite empezando en un punto fuera del atractor?
- Cálculo de los exponentes de Lyapunov

Rasmussen et. al. (1985), Reiner et al. (1988), Chen (1988), y Richardson (1995), exponen en sus investigaciones cómo el cálculo de los exponentes de Lyapunov sirve para identificar los tipos de atractores, por ejemplo, atractores puntuales, atractores de ciclo límite, o atractores extraños. Chen (1988) dice que si se tiene una serie de tiempos, entonces puede calcularse numéricamente el máximo

exponente de Lyapunov, por medio del algoritmo de Wolf (Wolf et. al. (1985)[†], Wolf (1986)[†]). También Lorenz (1992) utiliza el algoritmo de Wolf para calcular los exponentes de Lyapunov. Algunas de las normas relacionadas con dichos exponentes son:

- Si todos los λ_i son negativos, el atractor es un nodo o foco estable, o lo que es lo mismo, un punto fijo.
- Si $\lambda_1 = 0$, y todos los otros $\lambda_i < 0$, el atractor es un ciclo límite estable.
- Si $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, y todos los otros son negativos, el atractor es un torus de dos dimensiones en el espacio de estado.
- Si al menos uno de los exponentes de Lyapunov llega a ser positivo, y la suma de los λ_i es negativa, el atractor exhibe un comportamiento extraño, o también, un comportamiento caótico.
- Si el mayor exponente característico de Lyapunov es positivo, entonces se dice que la señal sobre un atractor es caótica determinística.

- **Caos**

Lorenz (1992), Toro y Aracil (1988), Rasmussen et. al. (1985), y Mosekilde et. al. (1988), entre otros, presentan estudios realizados con dinámica de sistemas, que muestran que el caos puede ocurrir únicamente en sistemas no lineales; por lo tanto, el comportamiento caótico no puede ser entendido a partir de la generalización de conceptos de la teoría de sistemas lineales. El caos es un comportamiento que está limitado en el espacio de estados y parece tener una cierta ocurrencia: sin embargo, cada balanceo es único; el sistema nunca se repite él mismo, y el verdadero período es infinito. El caos está caracterizado matemáticamente por el hecho de que mientras el trazo de la matriz jacobiana es negativo, el mayor de los exponentes de Lyapunov es positivo. También debe tenerse en cuenta que el caos no puede ocurrir en sistemas continuos y autónomos, a menos que haya tres o más variables de estado, aunque un sistema de dos dimensiones (dos variables de estado) puede presentar un comportamiento caótico si el sistema es dirigido o manejado exógenamente por medio de tablas de funciones, o de curvas seno como en el caso de la Onda Económica de Kondratieff, explicado por Rasmussen et. al. (1985).

Son muchos los investigadores, entre ellos Toro y Aracil (1986) y Mosekilde et. al. (1988), que llaman la atención sobre el hecho de que los sistemas determinísticos pueden presentar comportamientos caóticos, y que por ejemplo, los atractores extraños son sensibles a las condiciones iniciales, lo cual a su vez, hace que sea imposible que el comportamiento del sistema puede ser representado por una única trayectoria. Las trayectorias empiezan en puntos del espacio de fase que están infinitesimalmente apartadas, y así después de un rato, se desarrolla en maneras completamente diferentes. Cuando aparecen comportamientos extraños en los modelos, debe emprenderse un estudio sobre la naturaleza estocástica del modelo.

Chen (1988) dice que una ecuación diferencial retardada, con sólo dos parámetros, puede generar ella misma comportamientos periódicos, multiperiodicos y caos, en modelos determinísticos. Una alternativa a la aproximación estocástica, con gran número de variables y parámetros, es el caos determinístico con pocas variables o atractores extraños de baja dimensionalidad. Las fluctuaciones deberían ser atribuidas a mecanismos endógenos (descritos por caos determinístico) o por choques exógenos (descritos por ruidos estocásticos).

Cuando una estructura oscilante se mueve dentro de un modo caótico, él alcanza un estado estable en el cual la trayectoria del modelo nunca se repite ella misma. Esto es, el estado estable del modelo es inherentemente turbulento. El concepto de un estado estable turbulento es una de las características extrañas del caos (Andersen y Sturis, 1988).

De acuerdo con la teoría del caos expuesta por Feigenbaum (1980)[†] se puede mostrar que hay una clase de sistemas en los cuales el caos se desarrolla de una manera ordenada y cuantitativamente universal (Mosekilde et. al., 1988; Briggs y Peat, 1999)

- Rutas alternativas para caos:

Según los estudios de Mosekilde et. al. (1988), y Aracil y Toro (1993), hay varios caminos, o caminos alternativos, por medio de los cuales se

puede alcanzar el caos determinístico, y no hay una clasificación general por la cual los sistemas dinámicos puedan ser diferenciados de acuerdo con los posibles tipos de transformaciones caóticas. El mismo sistema puede exhibir diferentes rutas al caos, dependiendo bajo cual de los parámetros se realicen los cambios o en cual parte del espacio de fase se hace el análisis.

Una primera ruta es la de la Cascada de Período Doble, o cascada de Feigenbaum, la cual parte de una órbita periódica estable. Al mover un parámetro, un autovalor de la parte lineal de la aplicación de Poincaré pasa por -1 , y se produce la separación de una órbita de período doble. Al seguir variando el parámetro, la órbita anterior se hace inestable apareciendo otra de período cuatro, y así sucesivamente hasta aparecer un régimen caótico.

Una segunda ruta para el análisis del caos, es la que se conoce como “el escenario de Ruelle-Takens”, (Ruelle-Takens, 1971[†]), el cual dice que el caos se puede presentar por la interacción de tres sistemas, cada uno con un comportamiento sostenido de ciclo límite. Cuando los tres sistemas interactúan, se presentan comportamientos caóticos para una gran variedad de combinaciones de los parámetros. Por ejemplo, la interacción de tres sistemas Predador-Presa presenta caos. Aracil y Toro (1993) explican el escenario de Ruelle-Takens, diciendo que éste parte de un atractor puntual; Al mover un parámetro se produce una bifurcación de Hopf; Al seguir moviendo el parámetro ocurre una nueva bifurcación de Hopf y aparece un atractor toroidal. Cada nueva bifurcación de Hopf introduce una nueva frecuencia fundamental en el sistema.

Una tercera ruta para el caos es la conocida como Intermitente, la cual se desarrolla de acuerdo con el escenario de Pomeau-Manneville (1980)[†]. En este escenario, la estocasticidad temporal se desarrolla más o menos continuamente y se manifiesta él mismo en forma de ráfagas aleatorias, interrumpiendo una oscilación regular; en otras palabras, la intermitencia ocurre cuando dos puntos fijos, uno estable y otro inestable, de la aplicación de Poincaré colapsan hasta desaparecer, o sea, el autovalor de la aplicación de Poincaré pasa por uno. En el entorno del punto donde ambos puntos fijos colapsan el sistema, presenta regiones de movimiento regular mezcladas con zonas de movimiento caótico que dan lugar a la aparición de un

atractor extraño (Aracil y Toro, 1993); o en forma más sencilla, como dicen Briggs y Peat (1999), la intermitencia consiste en las irrupciones del caos dentro de un orden regular, y estallidos de orden en medio del caos.

- El comportamiento caótico y el proceso de toma de decisiones

Los comportamientos caóticos llevan a un proceso de reflexión sobre el sistema real; como dicen Toro y Aracil (1986, 1988), cuando se presentan divergencias entre los resultados del modelo y el sistema real, el analista puede recurrir a la utilización de datos más confiables, o a tomar las trayectorias de otros modelos para explicar el sistema real; sin embargo, cuando el sistema tiene comportamientos caóticos, las soluciones anteriores no son significativas y se tiene un problema más profundo que puede tener su origen en el proceso de toma de decisiones, o en la metodología utilizada.

Forrester (1961, 1972), Sterman (1988), y otros investigadores, han realizado experimentos que evidencian que los comportamientos caóticos pueden ser producidos por los procesos de toma de decisiones de la gente real que está implicada en la formulación, análisis y pruebas de los modelos del comportamiento humano.

El caos es un comportamiento común no sólo en sistemas físicos sino también en sistemas sociales y económicos. Los sistemas sociales son bombardeados por ruidos conocidos como choques aleatorios que degradan el punto de predicción de la mayoría de los sistemas.

5.3.4 Análisis cualitativo realizado por medio del análisis de las estructuras de los bucles de realimentación

Richardson (1995b) ha estudiado los comportamientos de los sistemas desde el punto de vista del análisis de los bucles de realimentación; es así como dice que una bifurcación se presenta cuando hay un cambio repentino en las condiciones de un sistema continuo no lineal, y agrega que a pesar de los riesgos de las generalizaciones, las bifurcaciones ocurren en puntos de equilibrio que también son puntos de cambio de polaridad del bucle dominante, de negativa a positiva. El aparente repentino cambio en el estado de la meta es una consecuencia

de un cambio en la polaridad dominante. Los cambios en el bucle dominante llevan al corazón de la importancia de la realimentación en los sistemas dinámicos.

Tres aspectos importantes a resaltar en el estudio los bucles dominantes en los procesos de realimentación son:

- La polaridad (positiva o negativa) dominante lleva a entender la noción de ganancia en estado estable de bucle abierto.
- La noción de polaridad dominante significa identificar los bucles dominantes y los cambios en la dominación de bucles en sistemas no lineales. Debe hacerse el esfuerzo por usar los autovalores.
- La posibilidad de entender el fenómeno de la bifurcación y quizás aún matemáticamente el caos en términos de los cambios en la dominación de bucles.

El aporte principal que Richardson y Sterman (1988) hacen al análisis de la estructura de los sistemas, es el del análisis heurístico de los bucles de realimentación, y se basan para ello en todo el cuerpo de principios heurísticos que hay sobre relaciones cualitativas entre las estructuras de realimentación y el comportamiento dinámico, iniciado por Forrester (1961,1968[†]), extendido por Senge et. al. (1975), e impulsado por Graham (1977, pg. 316-322)[†]. La combinación de un bucle negativo principal (que produce oscilaciones), bucles positivos menores (desestabilizando el ciclo), y bucles negativos menores (asegurando robustez), indican que el sistema es capaz de producir una gran variedad de comportamientos. Si los bucles negativos menores dominan a los bucles positivos menores, el sistema tenderá hacia el equilibrio (atractor puntual). Si los bucles menores positivos dominan los bucles menores positivos, el sistema será localmente inestable y generará ciclos límites o caos. Sin embargo, estos principios heurísticos no pueden distinguir entre un ciclo límite y caos; no pueden determinar la ruta de caos seguida en el modelo; no pueden decir si el modelo tiene varios ciclos límites simultáneos; y no pueden decir muchas cosas sobre la precisión de los valores de los parámetros para la diversidad de bifurcaciones que pueda exhibir el sistema. Para estos últimos asuntos no hay sustitutos para la clase de análisis proporcionado por la teoría cualitativa matemática.

El estudio de los bucles dominantes es un puente entre las

interacciones complejas en modelos de simulación y el entendimiento que el modelador quiere llevarle a la gente. Una ayuda para este entendimiento, es el ir más allá en los avances cuantitativos como son el análisis de autovalores, la teoría de bifurcaciones, y los sistemas caóticos.

6. MODELO DINÁMICO LINEAL: PROTOTIPO SENCILLO DE UN PROCESO DE PRODUCCIÓN – INVENTARIO

6.1 INTRODUCCIÓN

A partir de los planos de fase de las variables de nivel utilizadas en Dinámica de Sistemas, y a partir de las gráficas de análisis de sensibilidad, es posible detectar visualmente si el sistema modelado presenta puntos de equilibrios estables o inestables. Los puntos de equilibrio estable hacen que los comportamientos de las variables, después de un período de tiempo transitorio, se estabilizan alrededor de un único punto, formando así el atractor puntual; el comportamiento podría ser cíclico, y se obtendría en este caso, un atractor de ciclo límite; dependiendo de las formas de los comportamientos, pueden obtenerse otros tipos de atractores (Aracil y Toro, 1993). Los puntos de equilibrio inestables llevan a que el comportamiento del sistema se dirija hacia una u otra zona de equilibrio estable, o llevar a una catástrofe. Estos puntos de equilibrio inestables, que separan regiones o cuencas de puntos que tienen igual topología, se conocen como bifurcaciones (Hale and Kocak, 1991; Kuznetsov, 1995). Otra situación que se puede observar, es aquella en la cual no se detectan atractores ni bifurcaciones, lo cual puede indicar que el sistema nunca alcanzará un equilibrio.

Es posible por lo tanto, por medio del análisis cualitativo, encontrar y explicar problemas que se estén presentando en los sistemas reales, o que puedan llegar a presentarse; uno de los sistemas que se han estudiado con análisis cualitativo matemático, es el que corresponde a un modelo de desarrollo urbano (Aracil, 1992 y 1984; Aracil y Toro, 1993). La información cualitativa que proporciona la dinámica de sistemas, puede ser complementada con ayudas analíticas como las

ecuaciones diferenciales, y con ayudas informáticas de resolución de ecuaciones diferenciales.

6.2 CASO DE ESTUDIO

El sistema de producción - inventario modelado, representa dos procesos: primero, un proceso sencillo de producción que puede realizarse en una única máquina y que proporcionará en cada momento la información sobre el inventario en proceso, y segundo, el proceso de almacenamiento del producto terminado. Se analiza entonces, un proceso general de fabricación, a partir de un nivel mínimo del inventario de productos terminados. Cuando el inventario real de producto terminado se sitúa por debajo del nivel de inventario deseado, entonces se lanzan órdenes de producción por la diferencia entre el nivel de inventario deseado y el nivel real del inventario.

El tiempo de proceso del producto se considera constante, independientemente de la cantidad de producto en proceso. La cantidad de producto terminado que se entrega al cliente, es igual a la cantidad demandada por él. La demanda es constante a través del tiempo, y se considera que la demanda que no se pueda satisfacer, no queda pendiente.

6.3 DIAGRAMA DE CAUSALIDAD

A continuación se definen las variables del diagrama de causa - efecto mostrado en la figura 14, y se analizan cada uno de los bucles de realimentación.

6.3.1 Definición de las variables y de los parámetros utilizados en el diagrama causa - efecto

- Variables de nivel:
 - INV: Inventario de producto terminado.
 - WIP: Inventario de trabajo en proceso.

- Variables de flujo:
 - fp: Flujo de producción.

- fpt: Flujo de productos terminados.
- fd: Flujo de la demanda de producto terminado.

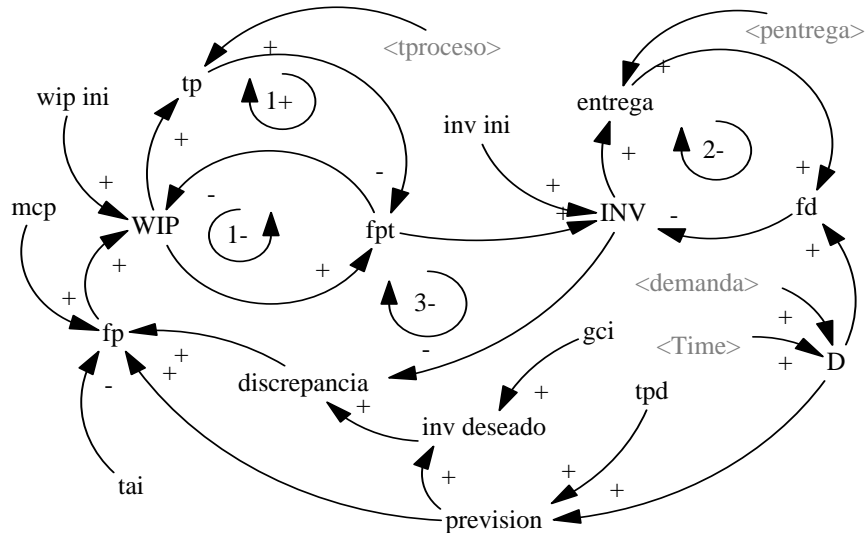


FIGURA 14. Diagrama de causalidad para un proceso de producción inventario.

- Variables auxiliares:

- D: Demanda de productos terminados, por parte de los clientes externos.
- discrepancia: Discrepancia entre el inventario deseado de producto terminado y el inventario real de producto terminado (invent deseado - INV).
- entrega: porcentaje de producto terminado entregado al cliente, dependiendo del nivel del inventario (función del parámetro: pentrega).
- inv deseado: inventario deseado de producto terminado.
- prevision: prevision de la demanda (demanda suavizada).
- tp: tiempo de proceso (función del parámetro: tproceso).

- Parámetros:

- demanda = demanda externa de productos terminados (está en función del tiempo).
- gci = Grado de cobertura del inventario, equivalente al período de seguridad del inventario (constante).

- entrega = porcentaje de producto terminado que se le entrega al cliente externo (es una función de la cantidad de inventario real).
- tai = Tasa de ajuste del inventario (constante).
- tpd = Tiempo de previsión, o de alisamiento, de la demanda (constante).
- tproceso = tiempo consumido en el proceso de producción, dependiendo de la cantidad de producto en proceso.
- mcp: máxima capacidad de producción. La máxima capacidad de producción involucra recursos tales como: mano de obra, equipo de capital, materias primas, y otros recursos que en algún momento puedan ser restrictivos de la capacidad de producción.

6.3.2 Análisis de bucles de realimentación

Se observa cómo el aumento de la demanda (D) genera un aumento en la previsión (variable: previsión) la cual lleva a aumentar la variable correspondiente al inventario deseado (inv deseado), ésta a su vez aumenta la discrepancia (calculada como la diferencia entre el nivel del inventario y el inventario deseado): una mayor discrepancia hace que sea mayor el flujo de producción (representado por la variable: fp). Iniciando desde la variable Demanda (D), se puede observar que el aumento en la demanda genera aumento en la previsión, y que ésta a su vez, genera aumento en el flujo de producción (fp). Por otro lado, el aumento en la demanda ocasiona un aumento en la variable Flujo de la Demanda (fd).

El bucle de realimentación negativo número uno relaciona las variables Nivel del producto en proceso (wip) y Flujo de Producto Terminado (fpt); el control del bucle se presenta al disminuir el nivel del Producto en Proceso (wip) como consecuencia de un aumento en el Flujo de Producto Terminado (fpt).

El bucle de realimentación negativo número dos relaciona las variables Inventario de Producto Terminado (inv), la política de entrega de producto terminado (entrega) y Flujo de la Demanda (fd). El control del bucle se presenta al disminuir el inventario como consecuencia de la entrega de producto terminado al cliente.

El bucle negativo número tres relaciona las variables Flujo de Producción (fp), Trabajo en Proceso (wip), Flujo de Productos

Terminados (fpt), nivel de Inventario de Productos Terminados (inv) y Discrepancia (discrepancia). El control del bucle se presenta al disminuir la Discrepancia, como consecuencia de un aumento en el nivel del Inventario de Producto Terminado (inv).

El bucle de realimentación positivo número uno relaciona las variables, Nivel del Producto en Proceso (wip), Tiempo de Proceso (tp), y Flujo de Producto Terminado (fpt). El crecimiento del bucle se presenta al anularse la disminución del Producto en Proceso (wip) con la disminución del Flujo de Producto Terminado (fpt).

6.4 DIAGRAMA DE FLUJOS Y NIVELES

El diagrama de Flujos y Niveles correspondiente al diagrama de Causalidad de la figura 14, se presenta en la figura 15.

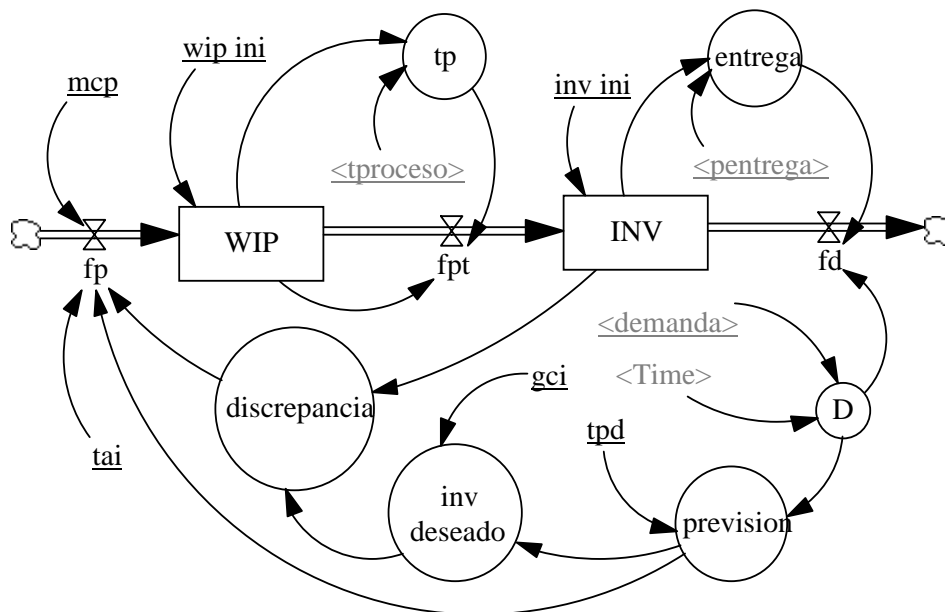


FIGURA 15. Diagrama de Flujos y Niveles para un proceso de producción - inventario.

6.5 ECUACIONES DE NIVEL DEL MODELO

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd \quad (15)$$

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt \quad (16)$$

En situación de equilibrio, o sea, cuando las ecuaciones diferenciales son iguales a cero, y haciendo los reemplazos equivalentes para cada flujo, se tiene:

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0 \quad (17)$$

Como el flujo de producción que entra al nivel WIP depende de la máxima capacidad de producción, entonces la ecuación diferencial de WIP puede tener una de las dos formas siguientes:

Si no influye la máxima capacidad de producción, entonces será de la forma siguiente:

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci - inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0 \quad (18a)$$

Cuando influye la máxima capacidad de producción, entonces será de la forma siguiente:

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0 \quad (18b)$$

De donde, si no influye la máxima capacidad de producción, los valores de equilibrio de las variables de nivel, serán:

$$inv = (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv)) \quad (19)$$

$$wip = D * entrega(inv) * tp(wip) \quad (20)$$

Pero cuando la máxima capacidad de producción limita la orden de producción, entonces los puntos de equilibrio de las variables de nivel son:

$$entrega(inv) = \frac{wip}{D * tp(wip)} \quad (21)$$

$$wip = mcp * tp(wip) \quad (22)$$

De las ecuaciones (7) y (8) puede obtenerse la siguiente expresión:

$$entrega(inv) * D = \frac{wip}{tp(wip)} = mpc \quad (23)$$

Lo cual indica que los puntos de equilibrio, tanto el inventario de producto en proceso como el inventario de producto terminado, dependen de la máxima capacidad de producción.

tp(wip): La variable “*tp*” es una tabla de una función no lineal, que depende de la cantidad de producto en proceso (WIP). Inicialmente tiene la forma de una curva logística con punto inicial en $wip = 0$, y $tp = 0.5$. El *tp* toma valores entre 0.5 y 1.

entrega(inv): La variable “*entrega*”, es una tabla de una función no lineal, que toma valores entre 0 y 1 de acuerdo con el nivel del inventario de producto terminado (INV). A partir de un inventario de producto terminado igual a 14, la válvula toma un valor constante de 1, indicando que puede entregar el 100% del inventario.

D: La variable *D* (demanda) es el resultado de una tabla que puede tomar los valores constantes de: 100, o 110; o ser no lineal entre 100 y 110. Está en función del tiempo.

tai = 0.5: Es el número de unidades de tiempo requeridas para hacer el ajuste del "inventario deseado".

gci = 0.8: Es un porcentaje, y representa el grado de cobertura del inventario deseado.

mcp = Máxima capacidad de producción. Es un parámetro utilizado para modificar la capacidad de producción de la fábrica, suponiendo dicho parámetro incluye restricciones en los recursos mano de obra, equipo de capital, materia prima, y otros recursos restrictivos.

El total de ecuaciones del modelo y su descripción, se presentan en el ANEXO 1.

6.6 PROCEDIMIENTO ANALÍTICO PARA ENCONTRAR LAS REGIONES DE EQUILIBRIO DEL MODELO

Para realizar el análisis cualitativo del sistema, se considerará que el tiempo de producción ($tp(wip) = tp$) es constante al igual que la cantidad entregada de inventario de producto terminado ($entrega(inv) = entrega$): ésta última tendrá el valor 1 (uno).

Analíticamente se pueden encontrar las regiones de estabilidad e inestabilidad de los modelos. A partir de las ecuaciones de nivel, en estado de equilibrio, se encuentran los puntos de equilibrio para dichas variables. Con las derivadas de las expresiones de los puntos de equilibrio, se encuentra la matriz Jacobiana; si la matriz Jacobiana presenta alguna complejidad para calcular los autovalores, entonces se obtiene el polinomio característico, y a partir del análisis del polinomio característica se define si hay estabilidad o inestabilidad.

A continuación se presenta el desarrollo analítico llevado a cabo hasta encontrar el polinomio característico.

6.6.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden y puntos de equilibrio

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = f_{pt} - fd \quad (24)$$

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = fp - f_{pt} \quad (25)$$

El resultado de hacer los reemplazamientos correspondientes, y de igualar a cero las dos ecuaciones diferenciales anteriores, es:

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0 \quad (26)$$

Si la máxima capacidad de producción no influye, entonces la ecuación de diferencia de la variable wip , tiene la forma siguiente:

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci - inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0 \quad (27)$$

Cuando influye la máxima capacidad de producción, entonces será de la forma siguiente:

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0 \quad (28)$$

Los equilibrios son:

$$inv = (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv)) \quad (29)$$

$$wip = D * entrega(inv) * tp(wip) \quad (30)$$

Pero cuando la máxima capacidad de producción está limitada por la orden de producción, entonces los puntos de equilibrio de las variables de nivel son:

$$entrega(inv) = \frac{wip}{D * tp(wip)} \quad (31)$$

$$wip = mcp * tp(wip) \quad (32)$$

De las ecuaciones (31) y (32) puede obtenerse la siguiente expresión:

$$entrega(inv) * D = \frac{wip}{tp(wip)} = mpc \quad (33)$$

Lo cual indica que los puntos de equilibrio, tanto el inventario de producto en proceso como el inventario de producto terminado, dependen de la máxima capacidad de producción.

Pero como se supone que el tiempo de proceso, tp , es constante e igual a 0.5, y que la entrega de inventario, $entrega$, también es constante e igual a 1 (uno), entonces las ecuaciones de las variables de nivel del modelo, corresponden a un sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden; las ecuaciones 29, 30, 31, 32 y 33, tienen las siguientes expresiones:

- Cuando la máxima capacidad de producción no afecta la orden de producción:

$$\text{de (29): } inv = (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega)$$

$$inv = (gci * D) + (tai * D) * (1 - entrega) \quad (34)$$

$$\text{de (30): } wip = D * entrega * tp \quad (35)$$

$$(inv, wip) = ((gci * D) + (tai * D) * (1 - entrega)), (D * tp) \quad (36)$$

- Cuando la máxima capacidad de producción afecta la orden de producción:

$$\text{de (31): } entrega = \frac{wip}{D * tp}$$

$$wip = D * tp * entrega \quad (37)$$

$$\text{de (32): } wip = mcp * tp \quad (38)$$

$$\text{de (33): } entrega * D = \frac{wip}{tp} = mpc$$

$$wip = entrega * D * tp = mpc * tp \quad (39)$$

De las ecuaciones (37), (38) y (39) se deduce que cuando la máxima capacidad de producción, mcp , afecta las órdenes de producción, sólo será posible encontrar un punto de equilibrio para el inventario de producto en proceso, wip , el cual dependerá del parámetro que representa el porcentaje de inventario de producto terminado entregado al cliente ($entrega$), de la demanda (D), y del tiempo de proceso (tp), o de la máxima capacidad de producción (mcp), y el tiempo de proceso (tp). No será posible determinar un punto de equilibrio para el inventario de producto terminado, inv .

En general, el punto de equilibrio cuando se tiene en cuenta la máxima capacidad de producción, es:

$$(inv, wip) = (?, (entrega * D * tp)) = (?, (mcp * tp))(40)$$

6.6.2 Cálculo de la matriz Jacobiana y ecuación característica

EL paso siguiente es saber si los puntos de equilibrio para el inventario de producto en proceso, wip , y en inventario de producto terminado, inv , son estables o no. Para saber esto, se procede a continuación a calcular la matriz Jacobiana.

Debido a que la cantidad de inventario de producto terminado que se entrega ($entrega$), es constante e igual a 1, y que el tiempo de proceso también es constante, las ecuaciones diferenciales del modelo, correspondientes a las variables de nivel, son:

- Cuando la máxima capacidad de producción no afecta la orden de producción:

$$\text{de (26): } \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (D * entrega) = 0 (41)$$

$$\text{de (27): } \frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci}{tai} \right) - \left(\frac{inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0 (42)$$

- Cuando la máxima capacidad de producción afecta la orden de producción:

$$\text{de (26): } \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (D * entrega) = 0 (43)$$

$$\text{de (28): } \frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0 (44)$$

La matriz Jacobiana, J , se calcula con la derivada de las ecuaciones (41) y (42), cuando no se tiene en cuenta la máxima capacidad de producción (mcp), y con la derivada de las ecuaciones (43) y (44), cuando se tiene en cuenta la máxima capacidad de producción (mcp).

- Cuando la máxima capacidad de producción no afecta a la orden de producción:

De (41) y (42):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tp} \end{bmatrix} \text{ determinante de } J \text{ diferente de cero: } |J| \neq 0 \quad (45)$$

Para obtener los autovalores, o valores característicos, o exponentes de Lyapunov, se forma el polinomio característico, por medio de la matriz $(J - \lambda I)$, donde $-\lambda$ son las raíces del polinomio, o ecuación característica, e I es la matriz identidad. El polinomio característico se forma a partir del determinante de la nueva matriz $(J - \lambda I)$:

$$(J - \lambda I) = \begin{bmatrix} 0 - \lambda & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tp} - \lambda \end{bmatrix} \quad (46)$$

El polinomio característico es:

$$P(\lambda) = |J - \lambda I| = \begin{vmatrix} 0 - \lambda & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tp} - \lambda \end{vmatrix} = (-\lambda) * \left(-\frac{1}{tp} - \lambda\right) + \frac{1}{tp * tai} = 0 \quad (47)$$

$$P(\lambda) = |J - \lambda I| = \lambda^2 * + \frac{\lambda}{tp} + \frac{1}{tp * tai} = 0 \quad (48)$$

El polinomio característico $P(\lambda)$ es una expresión cuadrática de la forma:

$$P(\lambda) = a \lambda^2 + b \lambda + c = 0 \text{ donde: } \lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a} \quad (49)$$

que da dos valores para λ .

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2 * tp} - \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}} \quad (50)$$

$$\lambda_2 = \frac{-1}{2 * tp} + \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}} \quad (51)$$

- Cuando la máxima capacidad de producción afecta a la orden de producción:

De (43) y (44):

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} \end{bmatrix} \text{ Siendo el determinante de } J \text{ igual cero: } |J| = 0 \quad (52)$$

En este caso no se cumple que el determinante de J diferente de cero: $|J| \neq 0$; esta situación se analizará más adelante.

Para obtener los autovalores, o valores característicos, se forma el polinomio característico creando la matriz $(J - \lambda I)$, donde λ es la raíz del polinomio (o ecuación) característico, e I es la matriz identidad. El polinomio característico se forma a partir del determinante de la nueva matriz $(J - \lambda I)$:

$$(J - \lambda I) = \begin{bmatrix} 0 - \lambda & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} - \lambda \end{bmatrix} \quad (53)$$

El polinomio característico es:

$$P(\lambda) = |J - \lambda I| = \begin{vmatrix} 0 - \lambda & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} - \lambda \end{vmatrix} = (-\lambda) * \left(-\frac{1}{tp} - \lambda\right) - 0 = 0 \quad (54)$$

$$P(\lambda) = |J - \lambda I| = (-\lambda) * \left(-\frac{1}{tp} - \lambda\right) = 0 \quad (55)$$

De la expresión (55) pueden obtenerse fácilmente los valores de λ :

$$\lambda_1 = 0 \quad \text{y} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{tp} \quad (56)$$

6.6.3 Análisis cualitativo de los puntos de equilibrio a partir del análisis de los autovalores

La forma del comportamiento de la solución del sistema homogéneo de ecuaciones diferenciales de primer orden, como el correspondiente a las ecuaciones (26) y (27) y (26) y (28), está dada por la naturaleza de las raíces (autovalores λ_i) de la ecuación característica. Las ecuaciones (26), (27) y (28) se muestran nuevamente a continuación:

- Cuando la máxima capacidad de producción no afecta a la orden de producción:

$$\text{de (26)} \quad \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0$$

$$\text{de (27)} \quad \frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci - inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0$$

- Cuando la máxima capacidad de producción afecta a la orden de producción:

$$\text{de (26)} \quad \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0$$

$$\text{de (28)} \quad \frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0$$

De acuerdo con Edwards y Penney (1993), Elsgoltz (1977), y otros autores, las raíces de la ecuación característica indican el tipo de punto crítico. La tabla 2 presenta los diferentes tipos de puntos críticos que pueden surgir, dependiendo de los valores de las raíces características, o autovalores.

- Raíces reales distintas con igual signo, ambas negativas. Si los ejes del plano de fase corresponden a las variables X y Y , entonces las

trayectorias en el sistema de coordenadas XY son parábolas que tienen su punto inicial en (X_0, Y_0) y terminan en el punto de equilibrio del sistema. Este punto de equilibrio es asintóticamente estable y se conoce como “Nodo impropio”. Las figuras 16 y 17 muestran cómo cada una de las seis trayectorias inician en diferentes valores y se aproximan asintóticamente al punto $(0,0)$, hasta terminar en él.

TABLA 2. Tipos de puntos críticos, según las raíces características.

Raíces de la ecuación característica	Tipo de punto crítico
Raíces reales distintas con igual signo	Nodo impropio
Raíces reales distintas con signo opuesto	Punto de silla, o ensilladura
Raíces reales iguales pero diferentes de cero	Nodo propio o impropio
Raíces complejas conjugadas	Punto en espiral
Raíces puras imaginarias	Centro

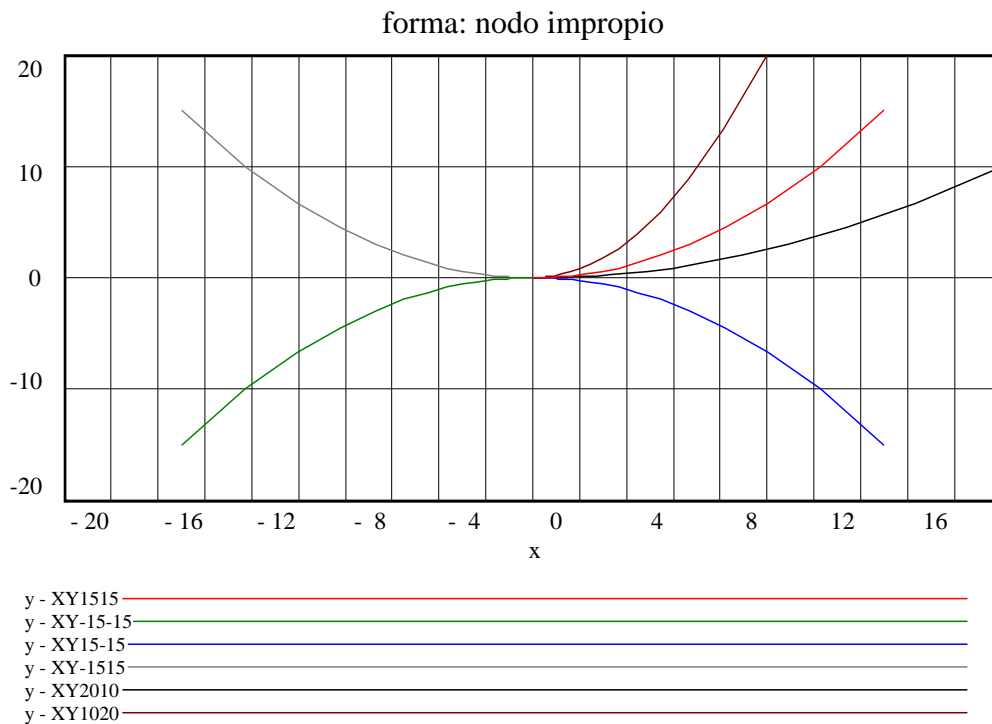


FIGURA 16. Plano de fase de un nodo impropio asintóticamente estable.

- Raíces reales distintas con igual signo, ambas positivas. Si los ejes del plano de fase corresponden a las variables X y Y , entonces las

trayectorias en el sistema de coordenadas XY son parábolas que tienen su punto inicial en (X_0, Y_0) y se alejan del punto de equilibrio del sistema. Este punto de equilibrio es inestable, aunque también se conoce como “Nodo impropio”. Si en el caso anterior las trayectorias se dirigen hacia el punto de equilibrio, en este caso sucede lo contrario, se alejan de punto de equilibrio; las trayectorias en este caso tienen sentido contrario al del caso anterior.

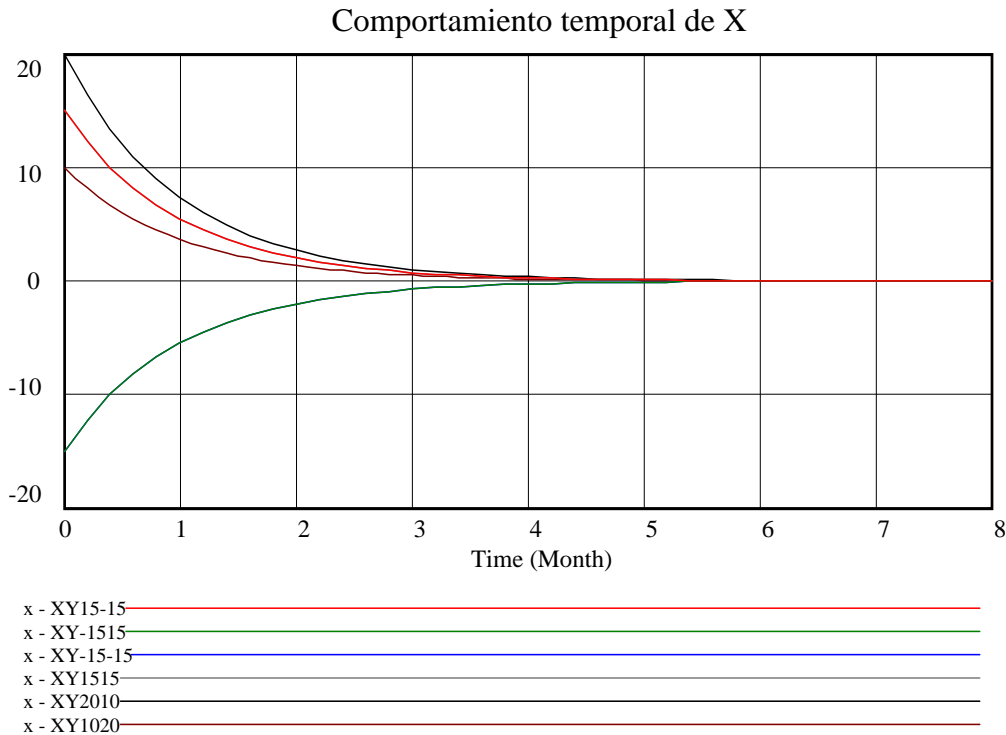


FIGURA 17. Comportamiento temporal de un nodo impropio asintóticamente estable.

- Raíces reales distintas con signo opuesto. Si los ejes del plano de fase corresponden a las variables X y Y , entonces las trayectorias en el sistema de coordenadas XY son hipérbolas que tienen su punto inicial en (X_0, Y_0) , se acercan al punto de equilibrio sin llegar hasta él, y se alejan asintóticamente hacia el infinito de uno de los ejes: inicialmente se acercan al punto de equilibrio del sistema hasta un tiempo t en el cual empiezan a alejarse de dicho punto. Este punto de equilibrio es inestable y se conoce como “Punto de silla, o ensilladura”, o “montura” debido a que la disposición de las trayectorias se asemejan a la disposición de las líneas de nivel en un

entorno de un punto del tipo “silla de montar” de la superficie del tipo: $z = f(x, y)$. La figura 18 muestra el plano de fase del punto (0,0) dando forma a un punto de silla, o ensilladura; cada una de las seis trayectorias inician en puntos diferentes, se aproximan al punto de equilibrio (0,0), y a continuación se alejan de este punto.

La figuras 19 muestra el comportamiento temporal de cada una de las seis trayectorias en el período $0 < t < 0.45$; las trayectorias inician su recorrido en diferentes valores, luego se aproximan al punto (0,0) en el tiempo $t \approx 0.2$, y a continuación se alejan cada vez más del punto de equilibrio inestable; los valores de la variable X se encuentran en el rango $-20 < X < 20$. La figura 20 muestra el comportamiento temporal de cada una de las seis trayectorias al final del período de tiempo considerado, $13.3 < t < 15$; se observan los valores de la variable X en el tiempo $t = 15$, los cuales están en el rango $-6^{31} < X < 6^{31}$.

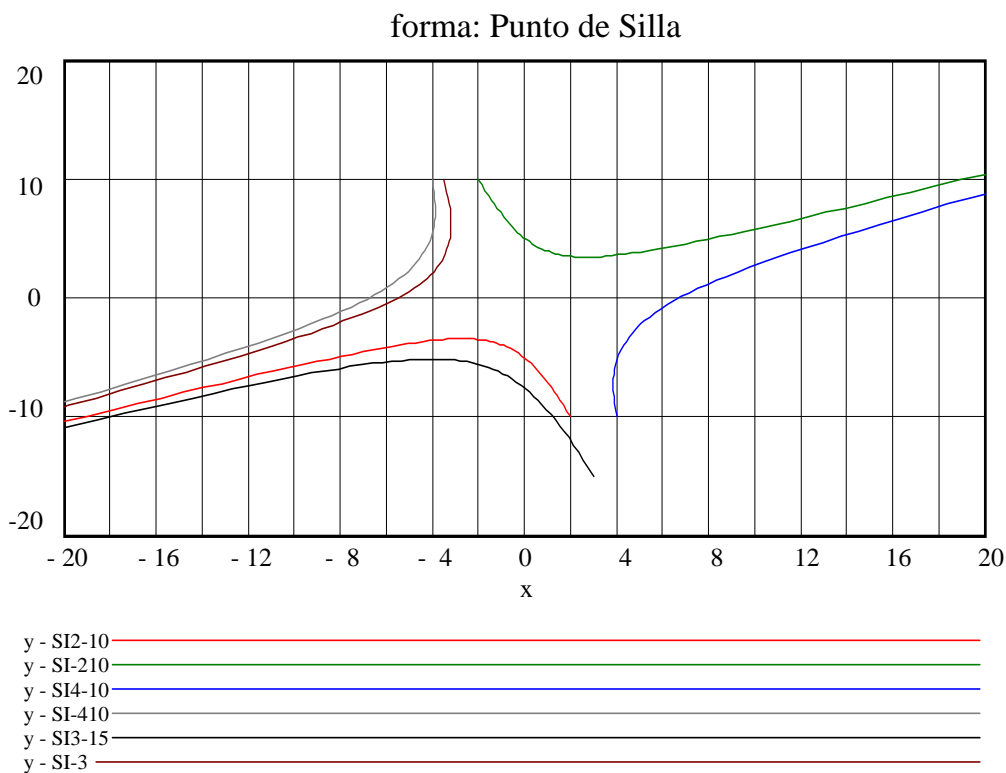


FIGURA 18. Plano de fase de un Punto de Silla.

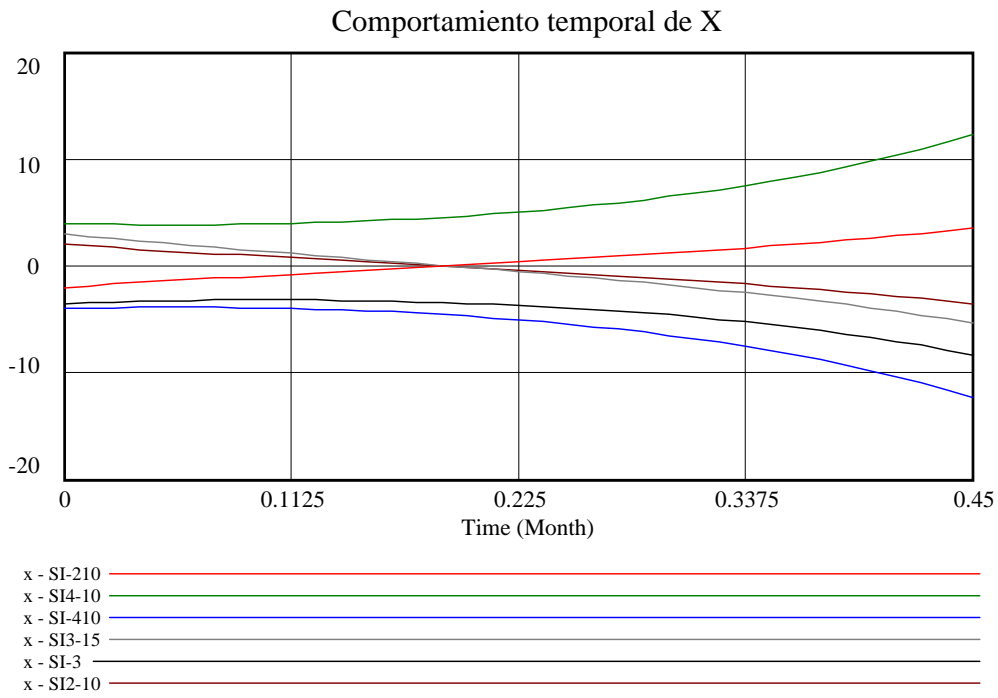


FIGURA 19. Comportamiento temporal, a corto plazo, de un Punto de Silla:

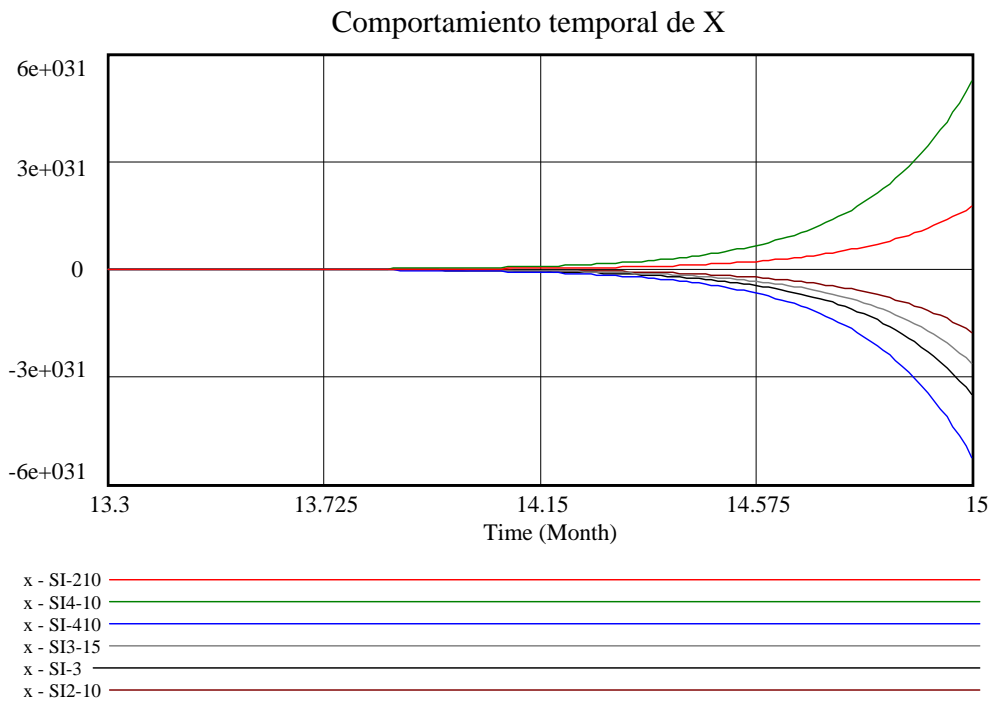


FIGURA 20. Comportamiento temporal, a largo plazo, de un Punto de Silla, inestable.

- Raíces reales iguales (o raíces múltiples) negativas. Si los ejes del plano de fase corresponden a las variables X y Y , entonces las trayectorias en el sistema de coordenadas XY pueden ser parábolas que tienen su punto inicial en (X_0, Y_0) y terminan en el punto de equilibrio del sistema; este punto de equilibrio es asintóticamente estable y se conoce como “Nodo impropio”. La figura 21 presenta el plano de fase de un nodo impropio cuyas trayectorias son tangentes a una recta que pasa por el punto de equilibrio (en la figura, el punto $(0,0)$); las trayectorias empiezan en puntos diferentes hasta que se acercan asintóticamente al punto de equilibrio. La figura 22 presenta el comportamiento temporal de dichas trayectorias, las cuales empiezan en puntos diferentes, y después de un período de tiempo se aproximan asintóticamente al punto de equilibrio, hasta quedarse en él.

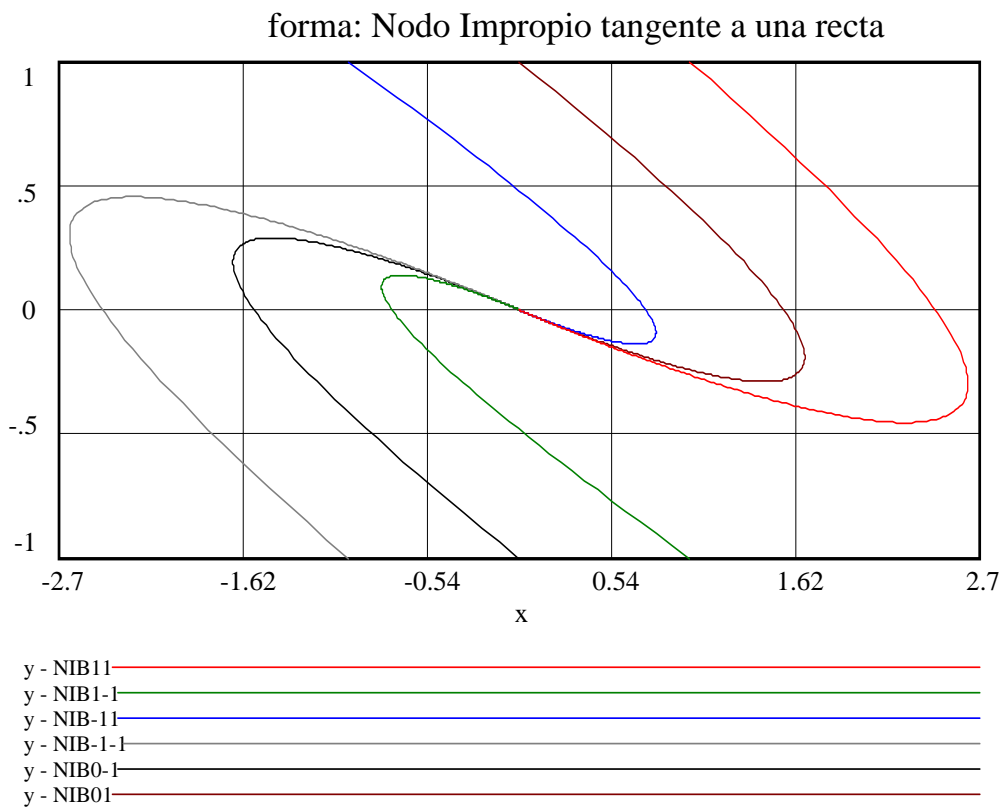


FIGURA 21. Plano de fase de un nodo impropio, tangente a una recta, asintóticamente estable.

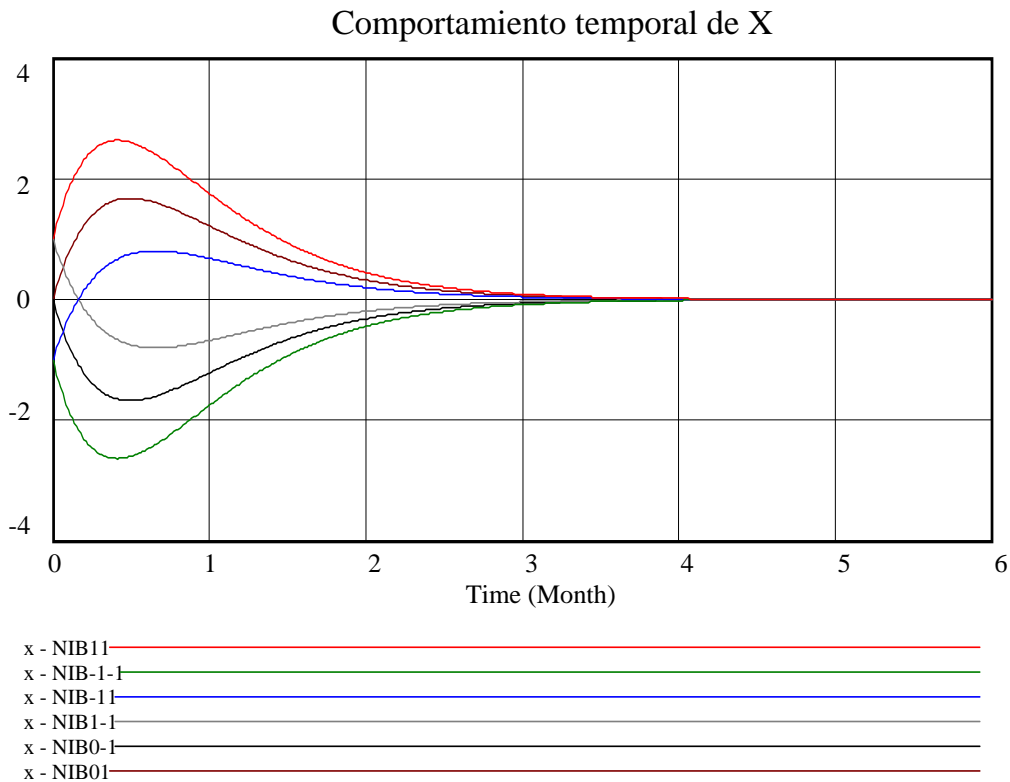


FIGURA 22. Comportamiento temporal de un nodo impropio, asintóticamente estable.

Cuando la trayectoria es una línea recta tangente al punto de equilibrio, se conoce como “Nodo propio” o “nodo dicrítico”, y es un equilibrio asintóticamente estable. La figura 23 presenta el plano de fase de un nodo propio, cuyas trayectorias empiezan en puntos diferentes y luego se aproximan y se quedan en el punto de equilibrio. La figura 24 presenta el comportamiento temporal de dichas trayectorias a través del tiempo; empiezan en puntos diferentes y luego se aproximan asintóticamente hasta el punto de equilibrio (en este caso el $(0,0)$) y permanecen en él.

- Raíces reales iguales (o raíces múltiples) positivas. Este caso es igual al anterior, excepto que las trayectorias tienen sentido contrario, con lo cual se tiene un punto de equilibrio inestable (ver figuras 25 y 26).

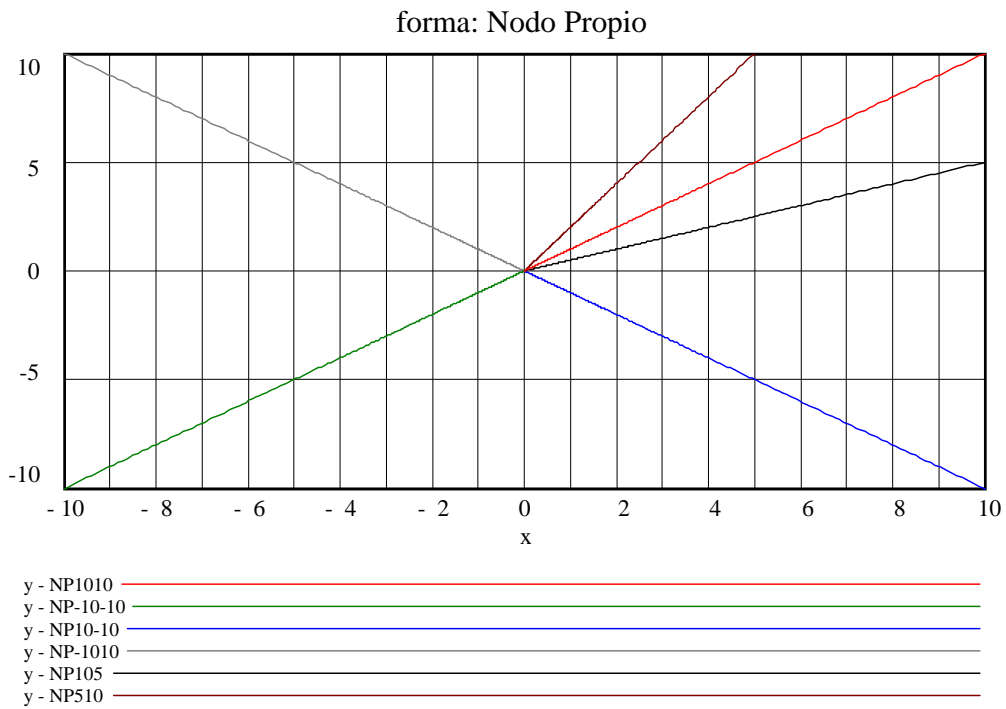


FIGURA 23. Plano de fase de un nodo propio, asintóticamente estable.

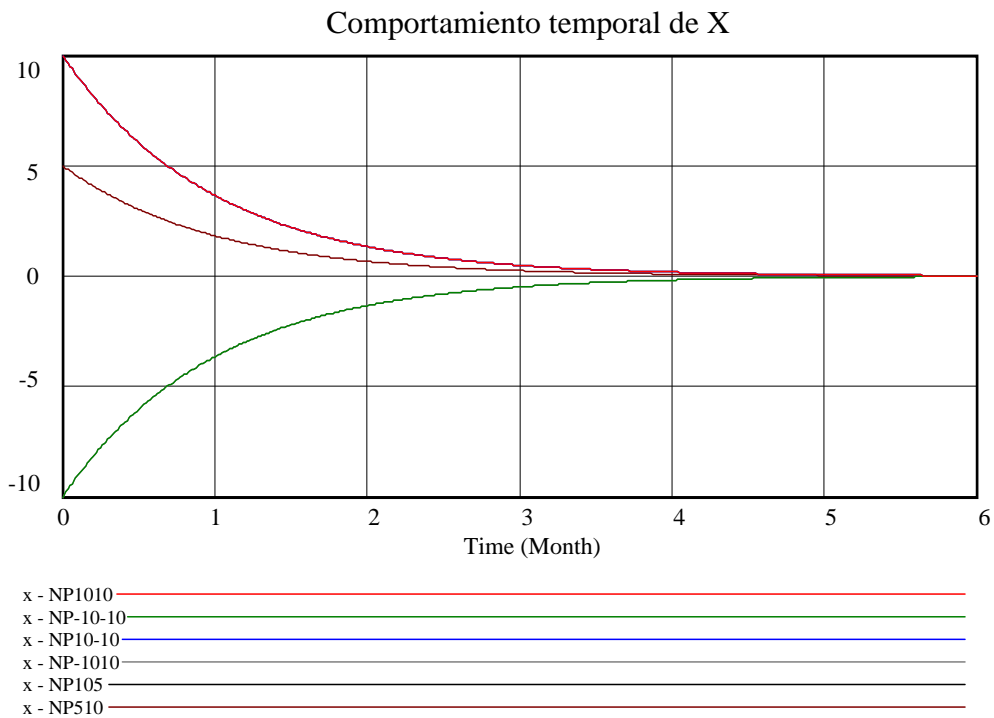


FIGURA 24. Comportamiento temporal de un nodo propio, asintóticamente estable.

La figura 25 presenta el plano de fase de un punto de equilibrio (en este caso el punto $(0, 0)$) conocido como nodo propio inestable. Las seis trayectorias de la figura empiezan en puntos diferentes, y en lugar de acercarse al punto de equilibrio $(0, 0)$, se alejan de él en forma de rectas. La figura 26 presenta el comportamiento temporal de las seis trayectorias del nodo propio inestable. Debido a los valores tan grandes de la variable X , no se aprecia el punto de inicio de las trayectorias, pero puede observarse cómo éstas, a medida que transcurre el tiempo, se alejan del punto de equilibrio $(0, 0)$.

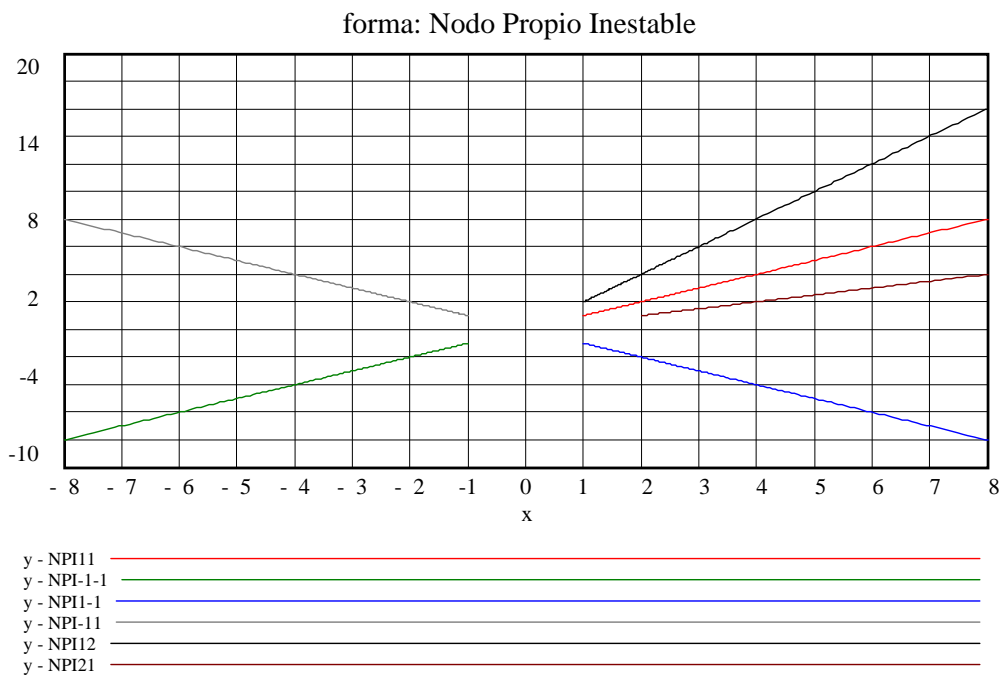


FIGURA 25. Plano de fase de un nodo propio, inestable.

- Raíces complejas conjugadas. En este caso las raíces son de la forma: $\lambda_1 = p + qi$ y $\lambda_2 = p - qi$ con p y q diferentes de cero. Se pueden presentar dos casos: cuando $p < 0$ y $q \neq 0$; y cuando $p > 0$ y $q \neq 0$; .En el caso en que p , tanto en λ_1 como en λ_2 , sea negativo, entonces las trayectorias de X y de Y oscilan entre valores negativos y positivos a medida que transcurre el tiempo, dando origen a trayectorias en forma de espiral que se aproximan asintóticamente al punto de equilibrio y permanecen en él: este punto de equilibrio es asintóticamente estable. En el caso en que p es positivo ($p > 0$ y $q \neq 0$), entonces las trayectorias también son en espiral pero en sentido contrario a cuando p es positivo; en este caso, el punto de

equilibrio, o punto crítico, es inestable. La figura 27 muestra el plano de fase del punto de equilibrio $(0, 0)$ al cual se llega asintóticamente en forma de espiral, dando lugar a un punto de equilibrio estable. La figura 28 muestra cómo la trayectoria empieza en el punto $(1,1)$ y se mueve con oscilaciones fuertes que se van amortiguando hasta quedar en reposo, y de esta forma se alcanza el punto de equilibrio estable.

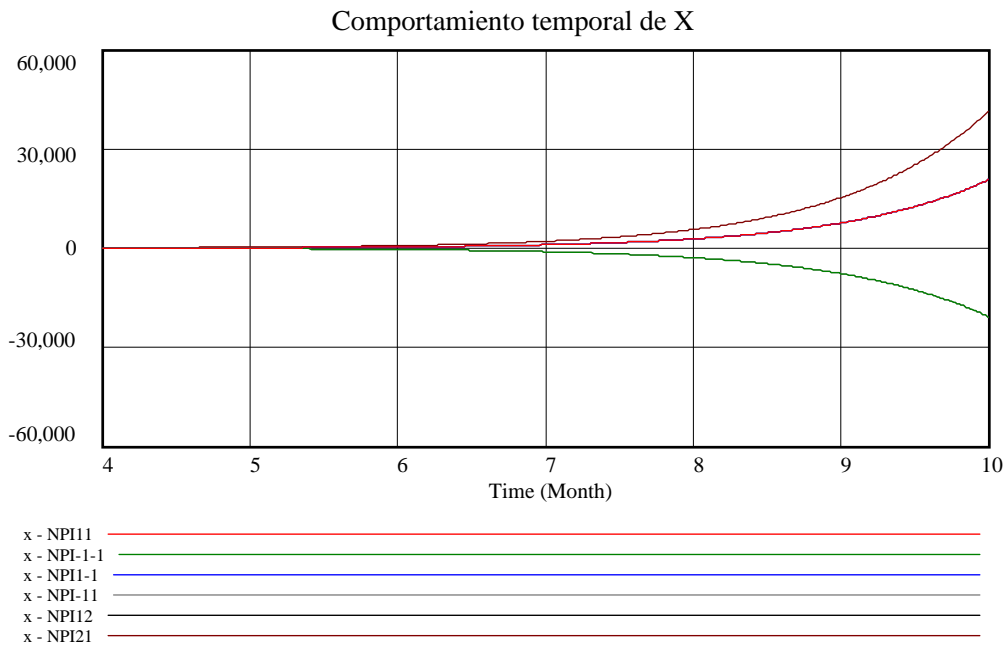


FIGURA 26. Comportamiento temporal de un nodo propio, inestable.

- Raíces reales iguales (o raíces múltiples) e iguales a cero. Este caso no se presenta debido a la condición de que el determinante de la matriz J debe ser diferente de cero: $|J| \neq 0$
- Raíces puras imaginarias. . En este caso las raíces son de la forma: $\lambda_1 = +qi$ y $\lambda_2 = -qi$, con lo cual el punto crítico, o de equilibrio, es conocido como “centro”; es un punto estable pero no asintóticamente estable. Las trayectorias son curvas cerradas que rodean el punto de reposo (o de equilibrio). Los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales sólo presentan comportamientos de puntos de equilibrio, ya sea estables o inestables, como los mostrados anteriormente. En este caso de las raíces imaginarias puras que representan curvas concéntricas alrededor de un punto,

equivalen a representar comportamientos temporales cíclicos, no presentes en sistemas lineales sino en sistemas no lineales. Las figuras 29 y 30 muestran el plano de fase y el comportamiento temporal, respectivamente, de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales lineales correspondiente al siguiente sistema:

$$x = e^{pt}(c_1 \cos(qt) + c_2 \operatorname{sen}(qt)), y = e^{pt}(c_1^* \cos(qt) + c_2^* \operatorname{sen}(qt)) \text{ con } p=0 \quad (57)$$

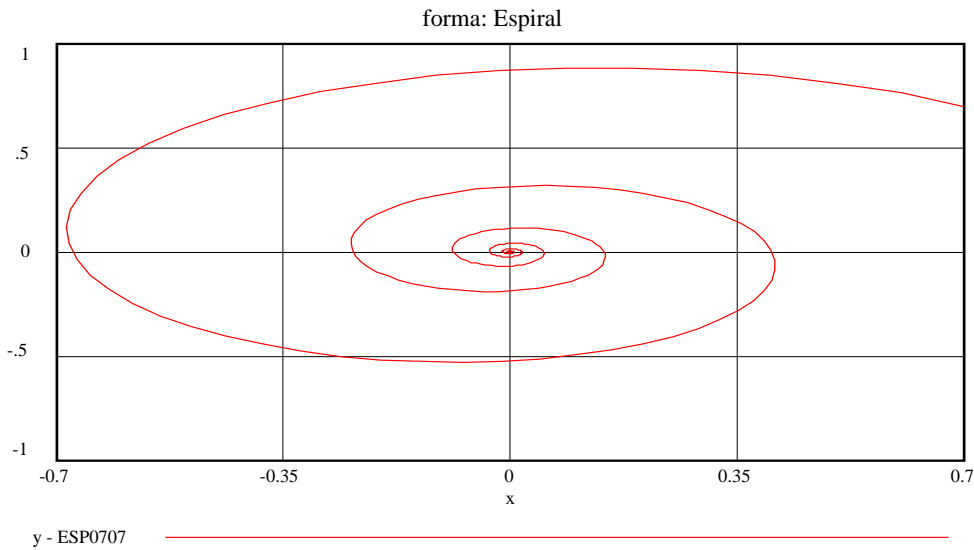


FIGURA 27. Plano de fase de un Punto en Espiral, asintóticamente estable.

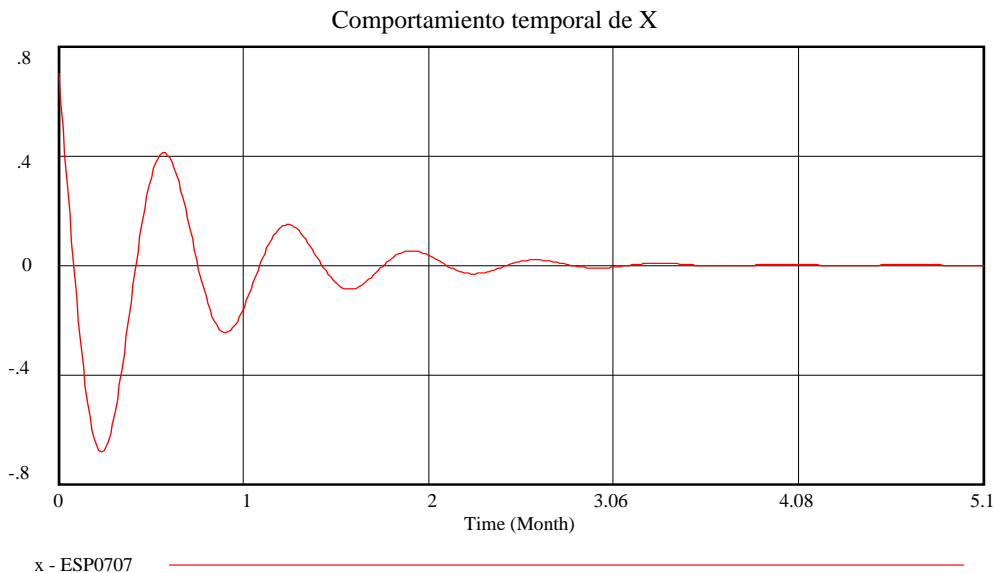


FIGURA 28. Comportamiento temporal de un Punto en Espiral, asintóticamente estable.

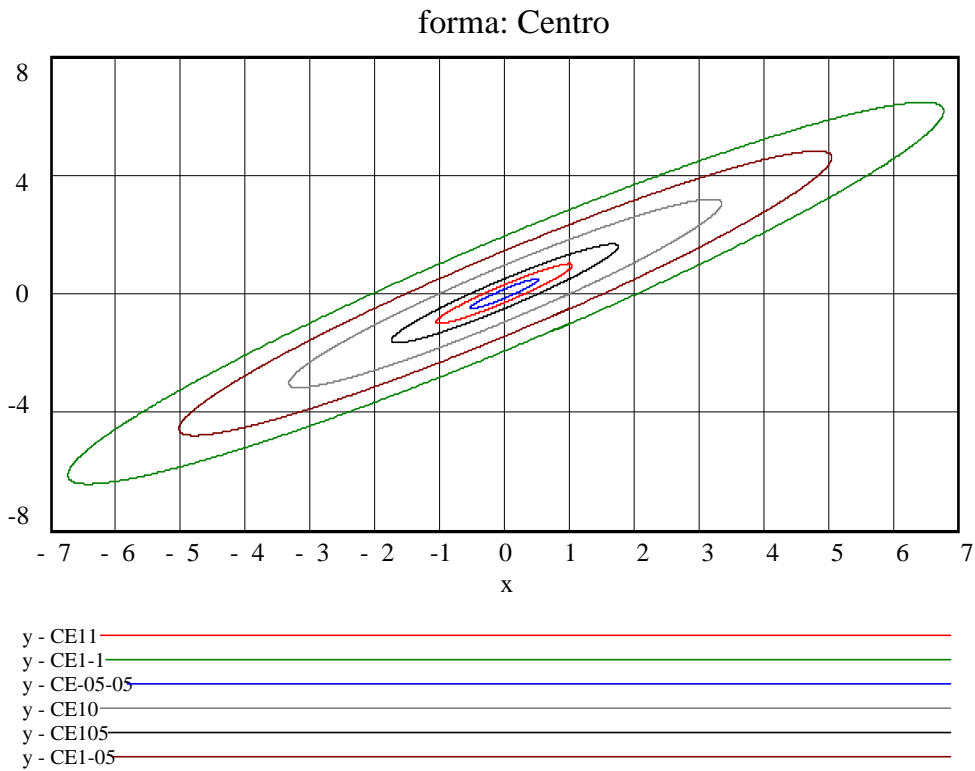


FIGURA 29. Plano de fase de un Punto Centro. Curvas concéntricas alrededor del equilibrio (en este caso, el punto (0, 0)).

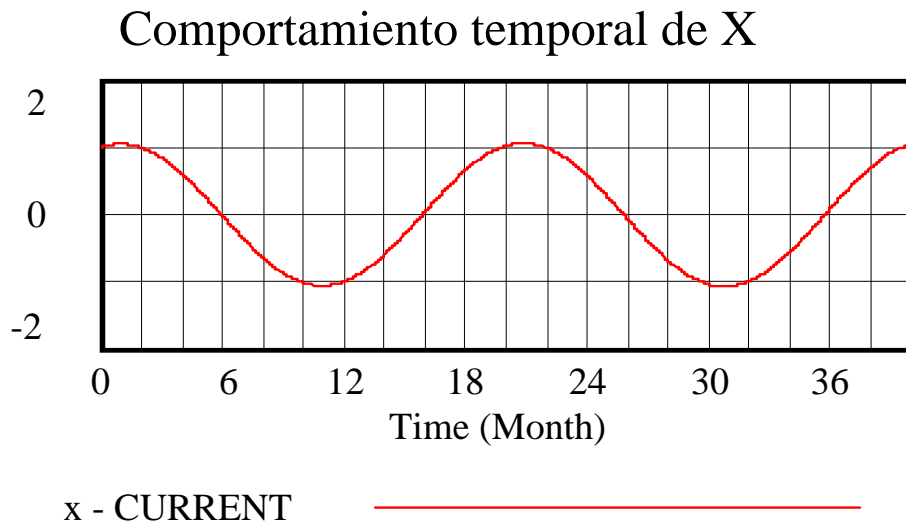


FIGURA 30. Comportamiento temporal de un Punto Centro, o de curvas periódicas, representadas por comportamientos cíclicos de igual período.

En el sistema

$$\frac{d(x)}{d(t)} = q * y \quad , \quad \frac{d(y)}{d(t)} = -q * x \quad \text{donde} \quad \lambda = \pm q i \quad (58)$$

si $q > 0$, entonces las curvas concéntricas se mueven en el sentido de las agujas del reloj. Si $q < 0$, entonces las curvas concéntricas se mueven en sentido contrario, o sea, en sentido contrario a las agujas del reloj.

- Otro caso por analizar, es el que se presenta cuando el determinante de la matriz J es igual a cero: $|J| = 0$. Cuando el determinante de una matriz es igual a cero, se dice que la matriz es singular, y por lo tanto la solución del sistema de ecuaciones $JX = b$, no existe, o existe pero no es única. En general, el sistema de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, de dimensión dos, y con determinante de la matriz J igual a cero, tiene una solución de la siguiente forma:

$$x = c_1 \alpha_1 + c_2 \beta_1 e^{\lambda_2 t} \quad , \quad y = c_1 \alpha_2 + c_2 \beta_2 e^{\lambda_2 t} \quad , \text{con} \quad \lambda_1 = 0 \quad (59)$$

Si $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 \neq 0$, entonces se obtiene una familia de rectas paralelas (ver figuras .31, 32 y 33). Se presentan dos casos: cuando $\lambda_2 < 0$ y cuando $\lambda_2 > 0$.

En el caso en que $\lambda_2 < 0$ y $t \rightarrow \infty$, entonces en cada trayectoria los puntos se aproximan al punto de reposo o de equilibrio $x = c_1 \alpha_1$, $y = c_1 \alpha_2$ que es estable pero no asintóticamente estable, y que se haya en dicha trayectoria; el punto de reposo $x = 0$, $y = 0$, es estable pero no asintóticamente estable.

En el caso en que $\lambda_2 > 0$, las trayectorias son de la misma forma que para el caso $\lambda_2 < 0$, pero el movimiento de los puntos por la trayectoria se efectúa en sentido contrario, obteniéndose un punto inestable. Cuando tanto λ_1 como λ_2 son iguales a cero ($\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 = 0$), todos los puntos del sistema son puntos de equilibrio o de reposo, y son estables.

La figura 31 muestra el plano de fase de correspondiente a 6 trayectorias que empiezan todas en puntos diferentes. Todas las trayectorias son líneas rectas paralelas, lo cual indica que no hay un único punto de equilibrio. Este plano de fase indica además, que los puntos de equilibrio son inestables, o sea que todas las trayectorias se alejan del conjunto de puntos de equilibrio; las seis trayectorias tienen sus valores iniciales dentro del plano de fase, y a medida que transcurre el tiempo, se alejan de sus puntos de inicio. Las gráficas 32 y 33 muestran mejor este hecho.

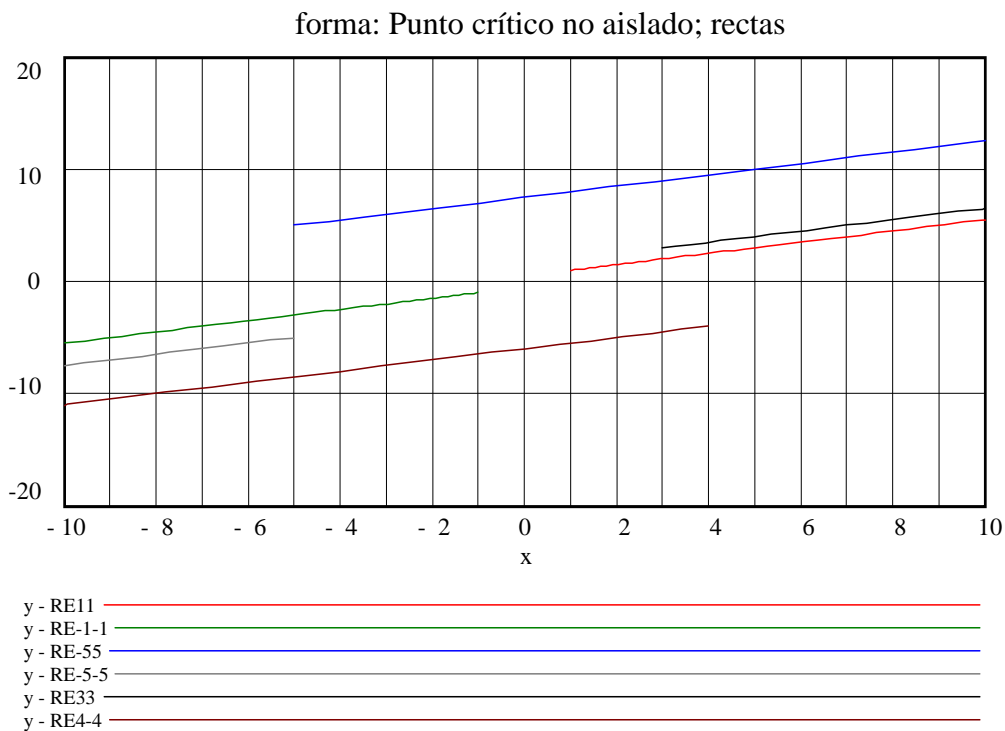


FIGURA 31. Plano de fase de una familia de rectas, con puntos de equilibrio en cada recta.

La figura 32 muestra cómo las trayectorias se alejan del punto de equilibrio a medida que transcurre el tiempo; debido a los valores tan grandes alcanzados por la variable X (ordenada), no es posible ver los valores iniciales, pero estos pueden ser observados en la figura 33. En esta última se muestra los valores iniciales de cada una de las trayectorias y cómo se alejan del punto de equilibrio, en este caso $(0, 0)$, a medida que avanza el tiempo.

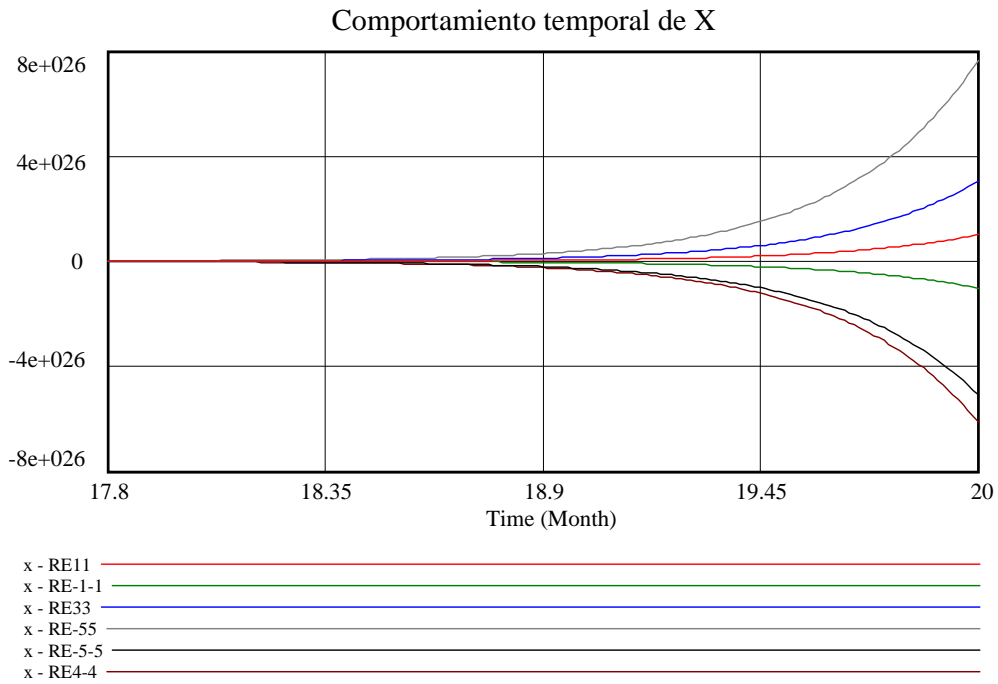


FIGURA 32. Comportamiento temporal, a largo plazo, de la familia de rectas.

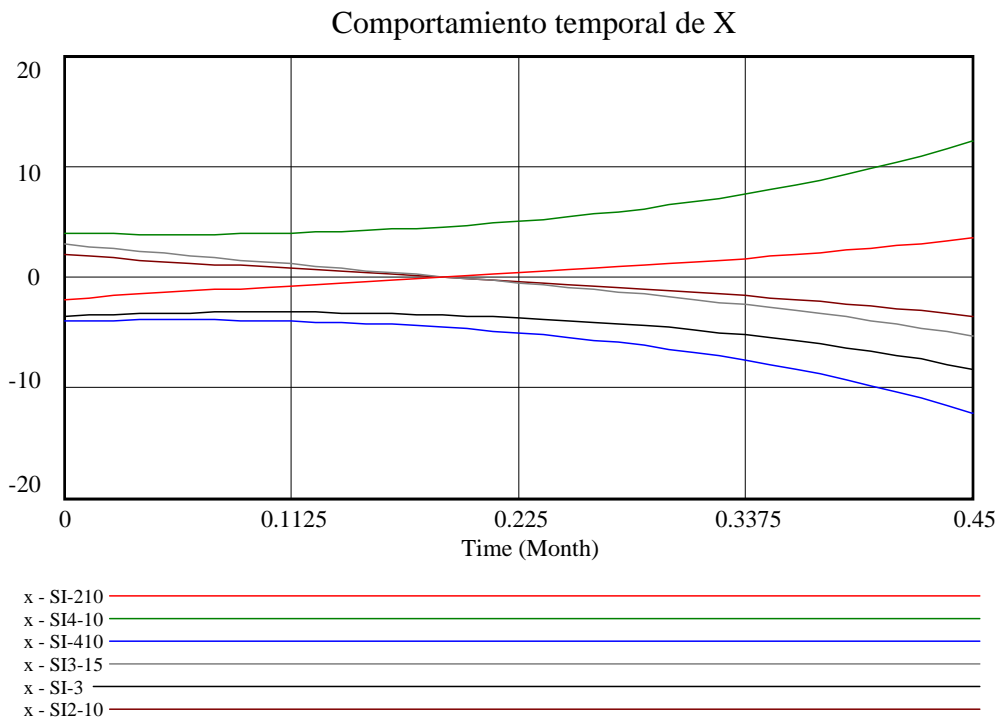


FIGURA 33. Comportamiento temporal, a corto plazo, de la familia de rectas.

La estabilidad de los puntos críticos se obtiene a partir del signo de las componentes reales de las raíces de la ecuación característica. Cuando las raíces son de por sí reales, entonces ellas mismas son su parte real. Esto se enuncia en el siguiente teorema.

Teorema 1: Estabilidad de sistemas lineales:

Sean λ_1 y λ_2 las raíces de la ecuación característica:

$$\lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0 \quad (60)$$

del sistema lineal:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= ax + by \\ \frac{dy}{dt} &= cx + dy \end{aligned} \quad (61)$$

con $ad - bc \neq 0$, entonces el punto crítico (0,0) es:

- Asintóticamente estable si la parte real de ambas raíces λ_1 y λ_2 es negativa.
- Estable pero no asintóticamente estable, si la parte real de ambas raíces λ_1 y λ_2 es cero (como el caso de las raíces puras imaginarias: $\lambda_1 = +qi$ y $\lambda_2 = -qi$).
- Inestable si una de las dos raíces λ_1 o λ_2 tiene la parte real positiva.

La tabla 3 muestra un cuadro resumen por medio del cual Boyce y DiPrima (1992) presentan las propiedades de estabilidad de los sistemas lineales.

La estabilidad de los sistemas “casi lineales” (los compuestos por términos lineales y no lineales) se verá más adelante en uno de los capítulos correspondientes al modelo no lineal. La teoría dice que a los sistemas “casi lineales” se les pueden hacer los mismos análisis que se hacen para los sistemas lineales, ya que los términos no lineales pueden ser considerados como “pequeñas perturbaciones” del sistema lineal.

TABLA 3. Propiedades de estabilidad de los sistemas lineales

Sea: $d(x)/dt = X' = AX$, $det A \neq 0$, $det(A - \lambda I) = 0$		
Raíces características (Autovalores)	Tipo de punto crítico	Estabilidad
$\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	Nodo impropio	Inestable
$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	Nodo impropio	Asintóticamente estable
$\lambda_2 < 0 < \lambda_1$	Punto de silla	Inestable
$\lambda_1 = \lambda_2 > 0$	Nodo propio o impropio	Inestable
$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Nodo propio o impropio	Asintóticamente estable
$\lambda_1, \lambda_2 = p \pm qi$ $p > 0$ $p < 0$	Espiral	Inestable Asintóticamente estable
$\lambda_1 = qi, \lambda_2 = -qi$	Centro	Estable

6.7 SIMULACIÓN Y ANÁLISIS CUALITATIVO DEL SISTEMA LINEAL PRODUCCIÓN - INVENTARIO

6.7.1 Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $ta_i = 0.5$

Los valores numéricos de los parámetros y constantes del modelo lineal del sistema producción - inventario, son:

$D = 100$: unidades por unidad de tiempo. La demanda está descrita como una tabla en función del tiempo. Para el caso analizado, se tomará la demanda igual a 100 unidades, en cada unidad de tiempo.

$tp = 0.5$: El tiempo del proceso de producción está descrito en el modelo, como una tabla que proporciona un tiempo, según la cantidad de producto en proceso: es representada por la variable $t_{proceso}$ y se tomará un tiempo de proceso (tp) igual a 0.5.

entrega = 1: La entrega es una cantidad adimensional que representa el porcentaje de demanda que se le entrega al cliente, de acuerdo con la disponibilidad de inventario de producto terminado. El porcentaje de entrega se obtiene de una tabla representada por la variable $pentrega$; para el caso analizado, el porcentaje será

constante e igual a 1, sin considerar la disponibilidad de inventario de producto terminado.

mcp = 200: Máxima capacidad de producción

gci = 0.8: Grado de cobertura del inventario

tai = 0.5: Tiempo de ajuste del inventario

tpd = 1: Tiempo de previsión de la demanda.

El sistema lineal de ecuaciones diferenciales del modelo producción - inventario es:

$$\text{de (15)} \frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd \qquad \text{de (16)} \frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt$$

$$\text{de (26)} \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0$$

$$\text{de (27)} \frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci - inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0$$

Como las variables $entrega(inv)$ y $tp(wip)$ son lineales y constantes, entonces:

$$\text{de (41)}: \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (D * entrega) = 0$$

$$\text{de (42)}: \frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci}{tai} \right) - \left(\frac{inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0$$

La ecuación (36) presenta el punto de equilibrio para el sistema dinámico lineal de primer orden, cuando se considera que la máxima capacidad de producción no afecta las órdenes de producción.

$$\text{de (36)}: (inv, wip) = (((gci * D) + (tai * D) * (1 - entrega)), (D * tp))$$

A partir de la ecuación (45) se calcula el jacobiano del anterior sistema de ecuaciones diferenciales lineales, el cual es:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tp} \end{bmatrix} \text{determinante de } J \text{ diferente de cero: } |J| \neq 0$$

Un determinante de una matriz, diferente de cero, indica que el sistema de ecuaciones tiene una única solución. Los autovalores correspondientes son:

$$\text{de (50)} \lambda_1 = \frac{-1}{2 * tp} - \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}}$$

$$\text{de (51)} \lambda_2 = \frac{-1}{2 * tp} + \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}}$$

Los valores numéricos de los autovalores se calculan a partir de los datos: $tp = 0.5$, y $tai = 0.5$. Al hacer los reemplazos correspondientes, se obtiene lo siguiente:

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2 * 0.5} - \frac{1}{2 * 0.5} * \sqrt{1 - 4 * \frac{0.5}{0.5}} = -1 - 1 * \sqrt{1 - 4} = -1 - 1.73 i$$

$$\lambda_2 = \frac{-1}{2 * 0.5} + \frac{1}{2 * 0.5} * \sqrt{1 - 4 * \frac{0.5}{0.5}} = -1 + 1 * \sqrt{1 - 4} = -1 + 1.73 i$$

Por lo tanto; $\lambda_1 = -1 - 1.73 i$, $\lambda_2 = -1 + 1.73 i$ (62)

El valor numérico del punto de equilibrio, se obtiene reemplazando en la ecuación (36), los valores de las variables (constantes) gci , D , tai , $entrega$, y tp , los cuales son, respectivamente: 0.8, 100, 0.5, 1, y 0.5.

de (36): $(inv, wip) = ((gci * D) + (tai * D) * (1 - entrega)), (D * tp)$

$$(inv, wip) = (((0.8 * 100) + (0.5 * 100) * (1 - 1)), (100 * 0.5)) = (80, 50)$$

O sea, $inv = 80, wip = 50$ (63)

Los dos autovalores corresponden a raíces complejas conjugadas con parte real negativa, lo cual, de acuerdo con las tablas 2 y 3, significa que el punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$, es un punto de equilibrio cuyas trayectorias, originadas en diferentes puntos iniciales, se aproximan a él en forma de espiral y asintóticamente; las figuras 27 y 28 muestran el plano de fase y el comportamiento temporal de una trayectoria en espiral, asintóticamente estable. Se puede decir entonces, que el punto $(inv, wip) = (80, 50)$ es un punto asintóticamente estable. Las gráficas de los resultados de las simulaciones, mostrarán este comportamiento.

La simulación fue para un período de 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los siguientes valores para los parámetros:

$$D = 100; \quad tp = 0.5; \quad entrega = 1; \quad gci = 0.8; \quad tai = 0.5; \quad tpd = 1$$

Las gráficas fueron obtenidas a partir de diferentes condiciones iniciales de las variables de nivel. Estas condiciones iniciales se muestran en la tabla 4.

TABLA 4. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. Modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 0.5$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: $wip\text{-}ini$	Valor inicial del inventario de producto terminado: $inv\text{-}ini$
w10i170	10	170
w170i10	170	10
w50i150	50	150
w150i70	150	70
w90i40	90	40
w50i80	50	80

En condiciones de equilibrio perfecto, $wip\ ini = 50$, e $inv\ ini = 80$, la trayectoria es una línea recta igual a 50, en la gráfica temporal del producto en proceso, e igual a 80 en la gráfica temporal del inventario de producto terminado. En el plano de fase, o retrato de fase, corresponde a un punto, por lo que no es posible observarlo.

La figura 34 muestra el comportamiento de seis trayectorias del producto en proceso (wip), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias, excepto una, presentan oscilaciones que terminan en un único punto de equilibrio: $wip = 50$. Unas trayectorias terminan su oscilación antes que otras, pero todas concluyen en el mismo punto. La única trayectoria que no presenta oscilaciones, es la trayectoria que empieza en el punto de equilibrio del producto en proceso: $wip\text{-}ini = 50$.

La figura 35 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (inv), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias, excepto

una, presentan oscilaciones que terminan en un único punto de equilibrio: $inv = 80$. Unas trayectorias terminan su oscilación antes que otras, pero todas concluyen en el mismo punto. La única trayectoria que no presenta oscilaciones, como se aprecia en la gráfica, es la trayectoria que empieza exactamente en el punto de equilibrio del inventario de producto terminado: $inv-ini = 80$.

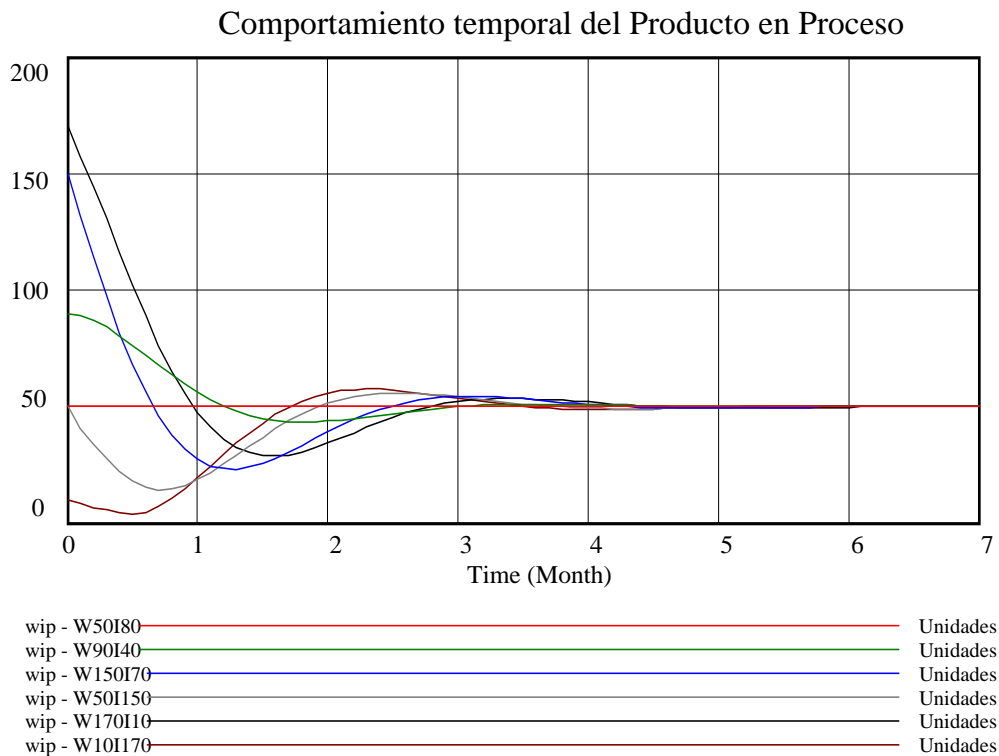


FIGURA 34. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.

La figura 36 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro $wip-ini$, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del producto en proceso, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio

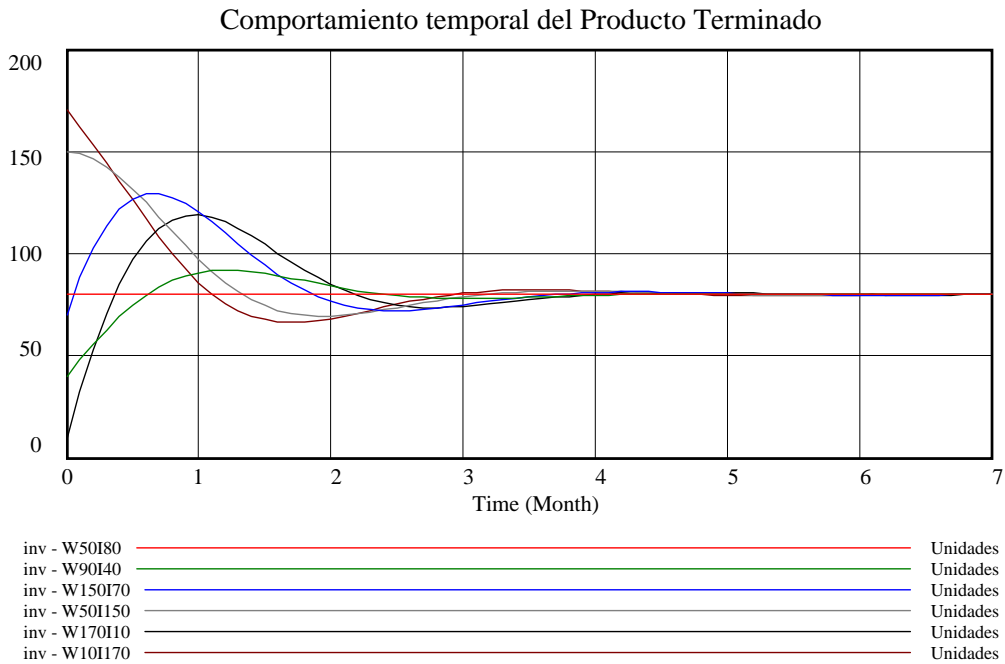


FIGURA 35. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.

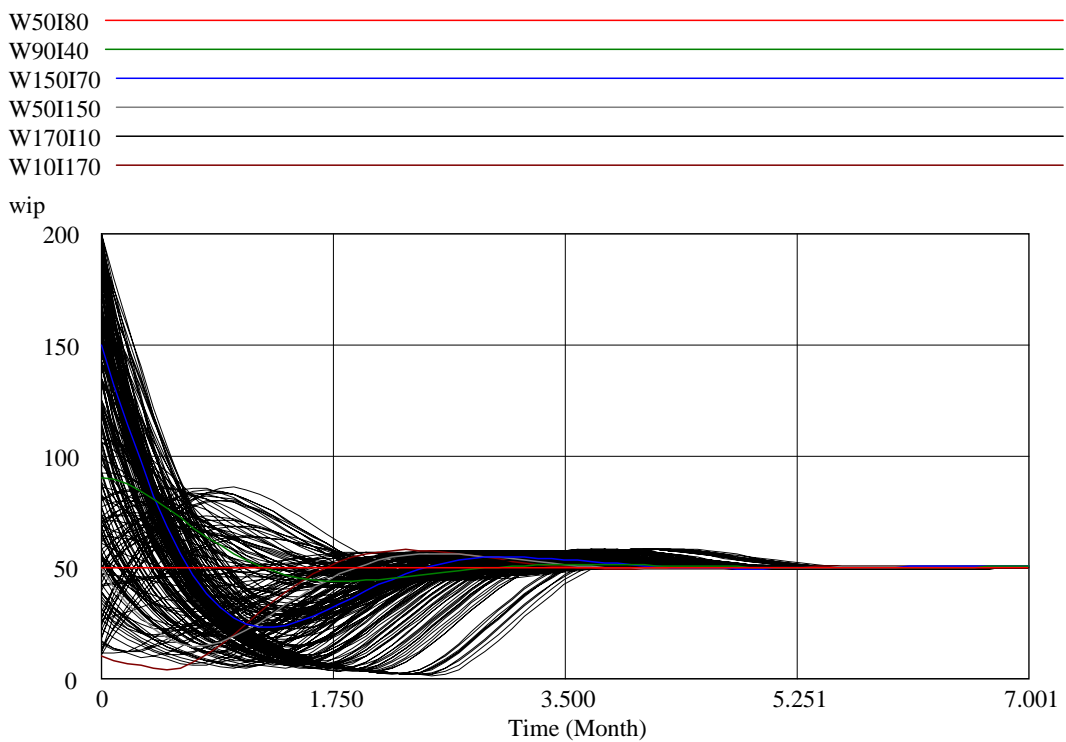


FIGURA 36. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 37 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro $inv\text{-}ini$, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (inv). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del inventario de producto terminado, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

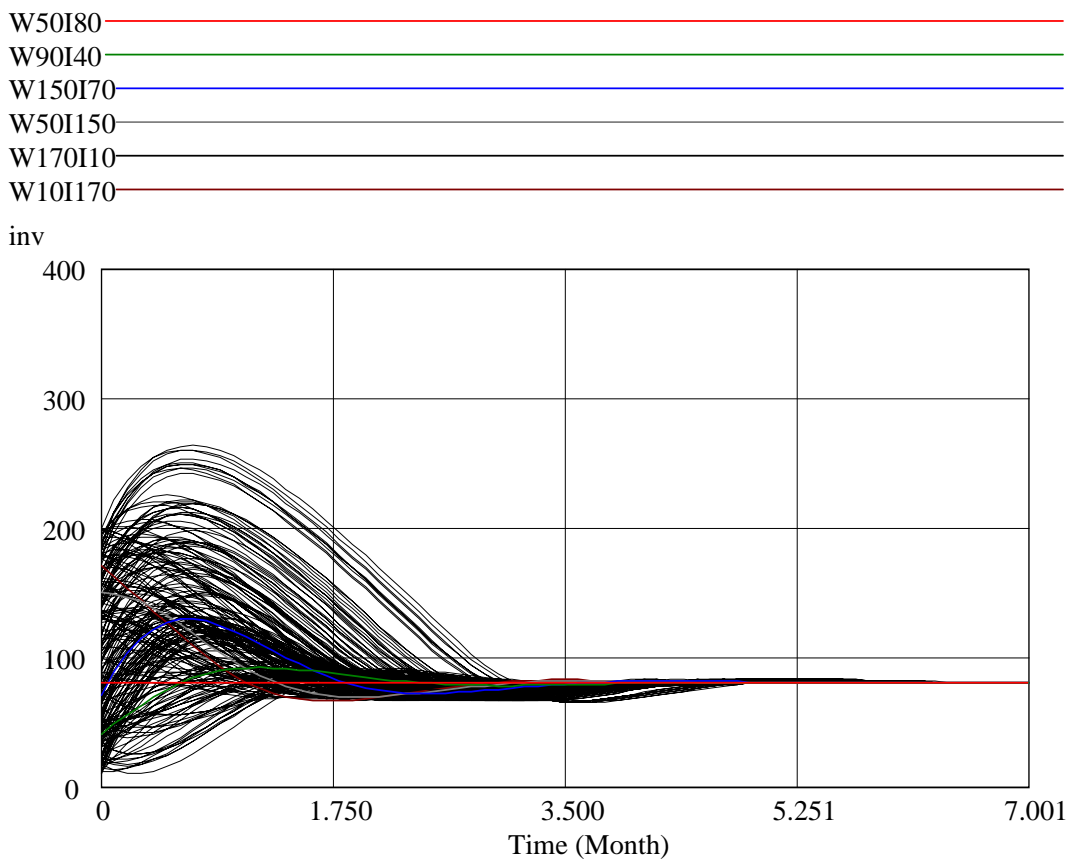


FIGURA 37. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 38 muestra el retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 34 y 35. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias en espiral que se dirigen asintóticamente hacia el mismo punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$. La única trayectoria que no se puede observar, es la que empieza exactamente en el punto $(inv, wip) = (80, 50)$, o sea que su trayectoria

es un punto en el retrato de fase, y es una recta que coincide con el punto de equilibrio, en las gráficas temporales. El retrato de fase presenta el punto de equilibrio asintóticamente estable, también conocido como “*Atractor Puntual*”.

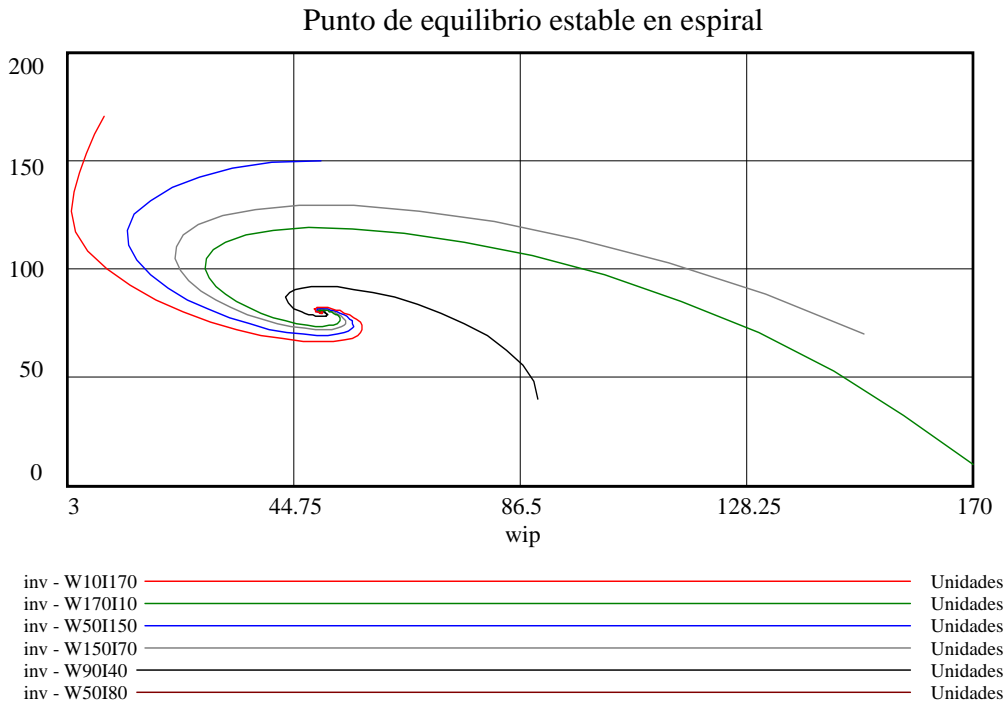


FIGURA 38. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 34 y 35.

6.7.2 Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 3$

En la sección anterior, 6.7.1, los autovalores de la ecuación característica son de la forma: $\lambda = \frac{-1}{2 * tp} \pm \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}}$

En dicha sección, de acuerdo con los valores de tp y de tai , los autovalores son complejos conjugados, o sea, la segunda parte del autovalor contiene un valor imaginario; las trayectorias de las variables wip e inv , eran espirales asintóticamente estables. La raíz de los autovalores puede ser positiva, si:

$$\sqrt{\left(1 - 4 \cdot \frac{tp}{tai}\right)} > 0 \quad \text{si} \quad 1 > 4 \cdot \frac{tp}{tai} \quad \text{osea,} \quad tai > 4 \cdot tp \quad (64)$$

En esta sección, se cambia el valor de tai ; se toma un nuevo valor igual a 3, o sea, $tai = 3$. Este nuevo valor de tai , hace que la raíz del autovalor sea positiva, lo que resultará en autovalores reales y distintos. A continuación se analizará un sistema igual al de la sección 6.7.1, pero cambiando el valor del parámetro tai .

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2 \cdot 0.5} - \frac{1}{2 \cdot 0.5} \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{0.5}{3}} = -1 - \sqrt{1 - 0.666} = -1 - \sqrt{0.333} = -1 - 0.5774 = -1.5774$$

$$\lambda_2 = \frac{-1}{2 \cdot 0.5} + \frac{1}{2 \cdot 0.5} \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{0.5}{3}} = -1 + \sqrt{1 - 0.666} = -1 + \sqrt{0.333} = -1 + 0.5774 = -0.4226$$

$$\text{Por lo tanto; } \lambda_1 = -1.5774 \quad , \quad \lambda_2 = -0.4226 \quad (65)$$

El valor numérico del punto de equilibrio, se obtiene reemplazando en la ecuación (36), los valores de las variables (constantes) gci , D , tai , $entrega$, y tp , los cuales son, respectivamente: 0.8, 100, 3, 1, y 0.5.

$$(36)(inv, wip) = ((gci \cdot D) + (tai \cdot D) \cdot (1 - entrega)), (D \cdot tp)$$

$$(inv, wip) = (((0.8 \cdot 100) + (3 \cdot 100) \cdot (1 - 1)), (100 \cdot 0.5)) = (80, 50)$$

$$\text{O sea, } inv = 80, wip = 50 \quad (66)$$

Debido a que la variable $entrega$ tiene un valor igual a 1, entonces la variable tai , cualquiera que sea su valor, no afecta para el cálculo del punto de equilibrio; lo anterior significa, que el único efecto que tiene la variable tai sobre el valor del inventario, es el de suavizar las oscilaciones, o hacerlas más pronunciadas, dependiendo de si el valor de tai es alto o bajo, respectivamente. Como en esta sección se ha pasado de un valor de tai de 0.5 a un nuevo valor de 3, entonces los comportamientos temporales del inventario en proceso (wip) y del inventario de producto terminado (inv), presentarán oscilaciones más amortiguadas que las de la sección 6.7.1.

El comportamiento temporal amortiguado de las variables wip e inv , producido por el aumento del valor de la variable tai , es corroborado por los autovalores. El que los autovalores tengan valores reales

distintos, ambos negativos, indican que las trayectorias de las variables wip e inv corresponden a nodos impropios asintóticamente estables, cuyas trayectorias son medias parábolas como las mostradas en las figuras 16 y 17, sólo que a diferencia de las trayectorias de las figuras 16 y 17, las presentadas en la simulación de esta sección, son trayectorias en forma de medias parábolas oblicuas, y pueden formar parábolas perfectas debido a que se pueden presentar los cuatro cuadrantes formados por una ordenada y una abscisa que se cruzan en el punto de equilibrio.

A partir de las ecuaciones (65) y (66), se puede decir que el punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$, es un punto de equilibrio cuyas trayectorias, con origen en diferentes puntos iniciales, se aproximan a él asintóticamente en forma de medias parábolas oblicuas. El punto $(inv, wip) = (80, 50)$ es entonces un punto asintóticamente estable, conocido como nodo impropio; debido a su carácter asintótico y estable, también recibe el nombre general de “*Atractor Puntual*”, igual que el punto de equilibrio ya analizado en la sección 6.7.1.

La simulación fue realizada para 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los siguientes valores para los parámetros: $D = 100$; $tp = 0.5$; entrega = 1; $gci = 0.8$; $tai = 3$; $tpd = 1$. Las gráficas fueron obtenidas a partir de diferentes condiciones iniciales de las variables de nivel. Estas condiciones iniciales se muestran en la tabla 5.

TABLA 5. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. Modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 3$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: $wip\text{-}ini$	Valor inicial del inventario de producto terminado: $inv\text{-}ini$
tw10i70	10	70
tw10i170	10	170
tw150i10	150	10
tw50i180	50	180
tw10i20	10	20
tw90i10	90	10

La figura 39 muestra el comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*), por medio de seis trayectorias de medias parábolas que se dirigen asintóticamente desde diferentes puntos iniciales hasta el punto equilibrio $wip = 50$: este comportamiento muestra que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

La figura 40 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). Se observa como todas las trayectorias se dirigen asintóticamente desde diferentes puntos iniciales, hacia un único punto de equilibrio: $inv = 80$. El punto de equilibrio es asintóticamente estable.

La figura 41 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *wip-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del producto en proceso, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias son medias parábolas que llegan asintóticamente al punto de equilibrio $wip = 50$.

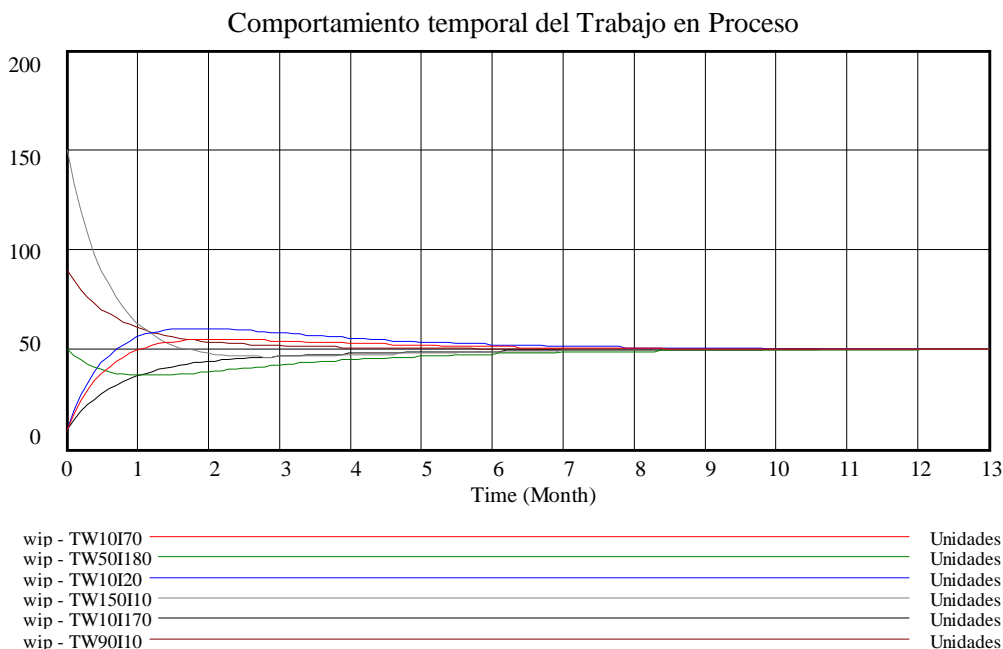


FIGURA 39. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Trayectorias exponenciales, o en parábola; punto asintóticamente estable.

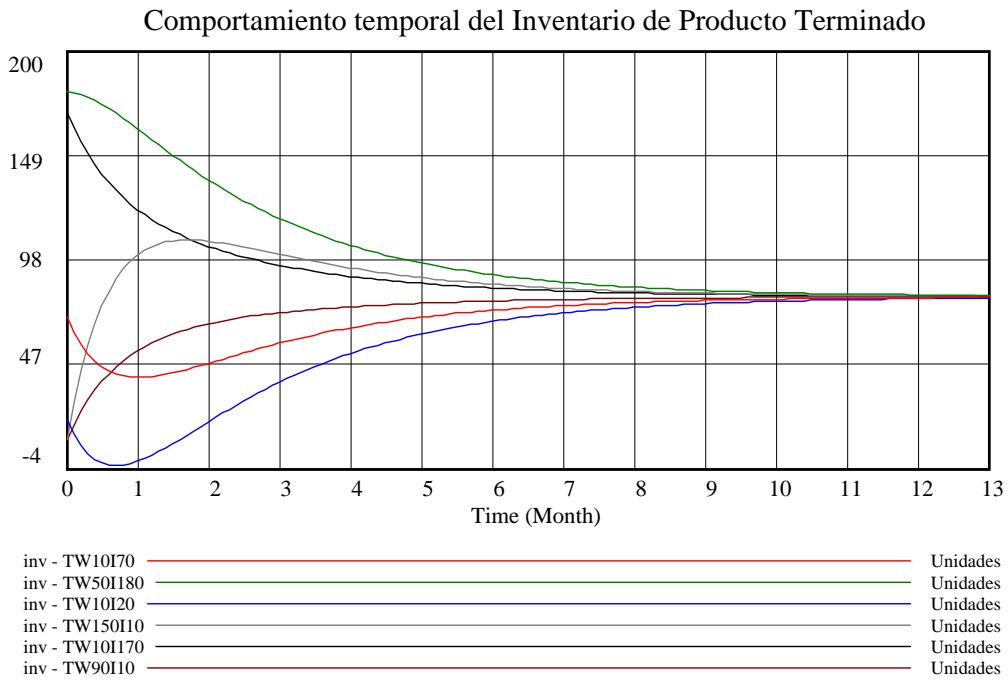


FIGURA 40. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Trayectorias exponenciales, o de parábola, asintóticamente estables.

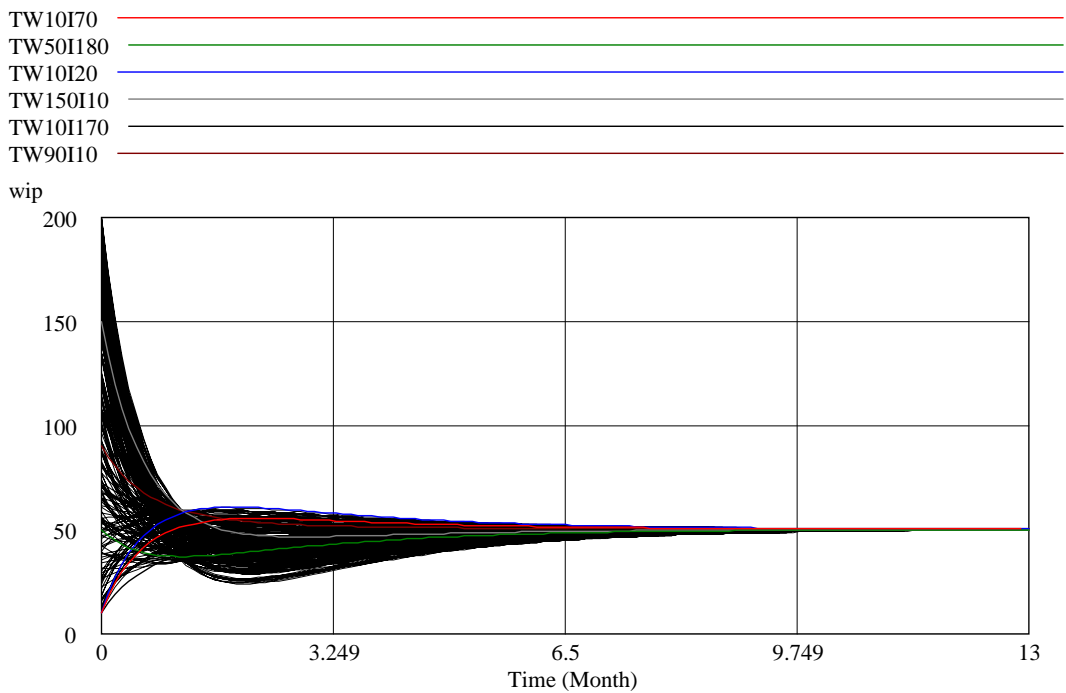


FIGURA 41. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 42 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro $inv\text{-}ini$, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (inv). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del inventario de producto terminado, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias son medias parábolas que llegan asintóticamente al punto de equilibrio $inv = 80$.

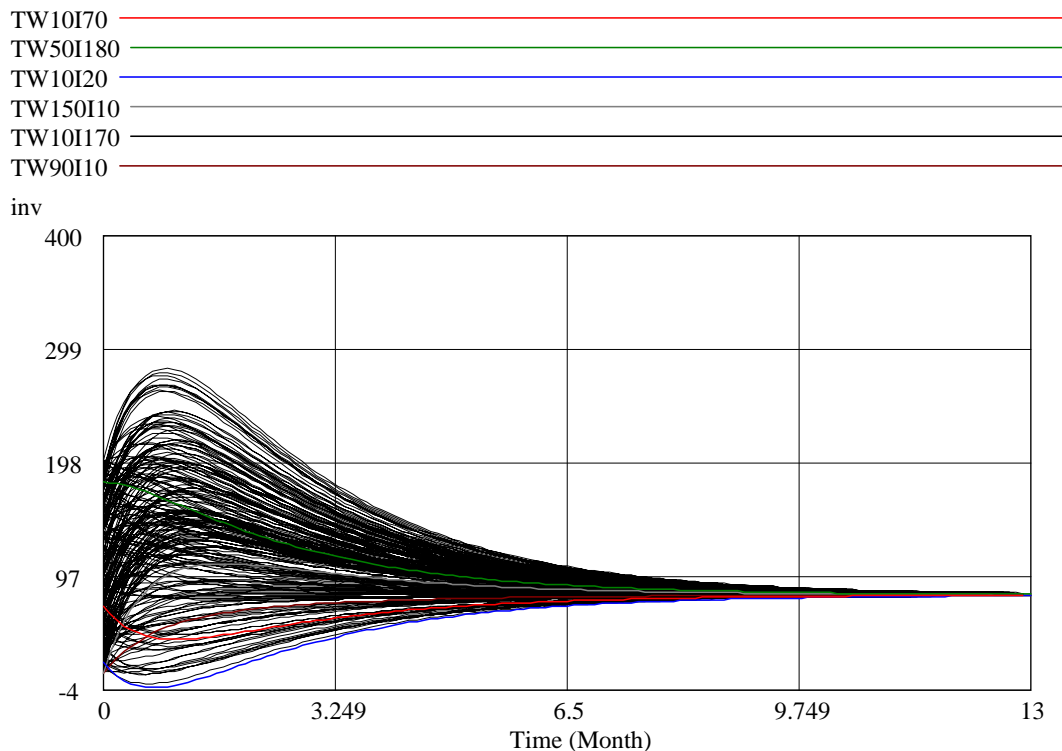


FIGURA 42. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (inv). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 43 muestra el retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 39 y 40. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias parabólicas oblicuas que se dirigen asintóticamente, desde el punto inicial, hacia el punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$. El retrato de fase que presenta este punto de equilibrio asintóticamente estable, también es conocido como “*Atractor Puntual*”.

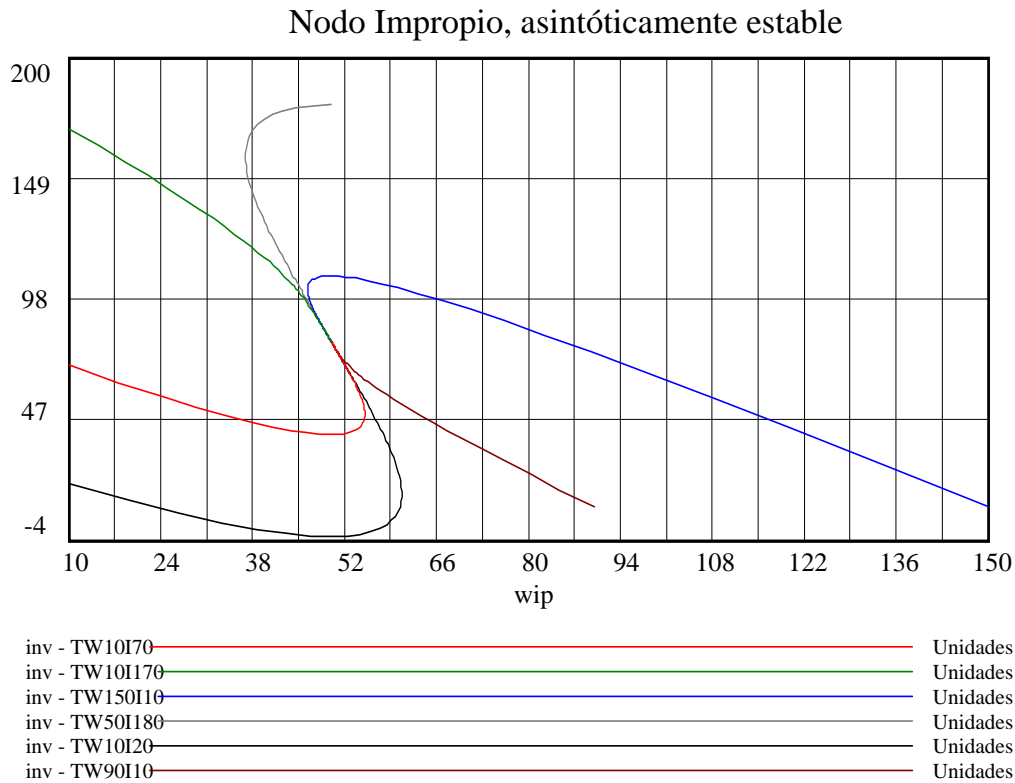


FIGURA 43. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 39 y 40.

6.7.3 Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (mcp) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 2$

En la sección anterior, 6.7.1, los autovalores de la ecuación característica son de la forma: $\lambda = \frac{-1}{2 * tp} \pm \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}}$

En la sección 6.7.1, de acuerdo con los valores de tp y de tai , los autovalores son complejos conjugados, o sea, la segunda parte del autovalor contiene un valor imaginario; las trayectorias de las variables wip e inv , eran espirales asintóticamente estables. En la sección 6.7.2, la raíz de los autovalores es positiva, por lo que se tienen dos autovalores reales, distintos, y ambos negativos, lo que indica que el punto de equilibrio es un nodo impropio, con trayectorias que llegan a él en forma de medias parábolas oblicuas. En esta

sección, la 6.7.3, se trabajará con la raíz del autovalor igual a cero, y para obtener ésto, se tomará un valor para el parámetro tai , igual a 2. Véase la ecuación 67.

$$\sqrt{\left(1 - 4 * \frac{tp}{tai}\right)} = 0 \quad \text{si} \quad 1 = 4 * \frac{tp}{tai} \quad \text{osea,} \quad tai = 4 * tp \quad (67)$$

En esta sección, se cambia el valor de tai ; se toma un nuevo valor igual a 2, o sea, $tai = 2$. Este nuevo valor de tai , hace que la raíz del autovalor igual a cero, lo que resultará en autovalores reales, iguales, y ambos negativos. A continuación se analizará un sistema igual al de la sección 6.7.1, pero cambiando el valor del parámetro tai .

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2 * 0.5} - \frac{1}{2 * 0.5} \sqrt{1 - 4 * \frac{0.5}{2}} = -1 - \sqrt{1 - 1} = -1 - \sqrt{0} = -1 - 0 = -1$$

$$\lambda_2 = \frac{-1}{2 * 0.5} + \frac{1}{2 * 0.5} \sqrt{1 - 4 * \frac{0.5}{2}} = -1 + \sqrt{1 - 1} = -1 + \sqrt{0} = -1 + 0 = -1$$

$$\text{Por lo tanto; } \lambda_1 = -1 \quad , \quad \lambda_2 = -1 \quad (68)$$

El valor numérico del punto de equilibrio, se obtiene reemplazando en la ecuación (36), los valores de las variables (constantes) gci , D , tai , $entrega$, y tp , los cuales son, respectivamente: 0.8, 100, 2, 1, y 0.5.

$$(36)(inv, wip) = ((gci * D) + (tai * D) * (1 - entrega)), (D * tp)$$

$$(inv, wip) = (((0.8 * 100) + (2 * 100) * (1 - 1)), (100 * 0.5)) = (80, 50)$$

$$\text{O sea, } inv = 80, wip = 50 \quad (69)$$

Debido a que la variable $entrega$ tiene un valor igual a 1, entonces la variable tai , cualquiera que sea su valor, no afecta para el cálculo del punto de equilibrio; lo anterior significa, que el único efecto que tiene la variable tai sobre el valor del inventario, es el de suavizar las oscilaciones, o hacerlas más pronunciadas, dependiendo de si el valor de tai es alto o bajo, respectivamente. Como en esta sección se ha pasado de un valor de tai de 0.5 a un nuevo valor de 2, entonces los comportamientos temporales del inventario en proceso (wip) y del inventario de producto terminado (inv), presentarán oscilaciones más

amortiguadas que las de la sección 6.7.1, pero menos amortiguadas que la de la sección 6.7.2.

El comportamiento temporal amortiguado de las variables wip e inv , producido por el aumento del valor de la variable tai , es corroborado por los autovalores. El que los autovalores tengan valores reales iguales, ambos negativos, indican que las trayectorias de las variables wip e inv corresponden a nodos impropios asintóticamente estables, cuyas trayectorias son medias parábolas como las mostradas en las figuras 21 y 22; sólo que a diferencia de las trayectorias de las figuras 16 y 17, (y a diferencia de las figuras de la sección 6.7.2, especialmente la figura 43), las presentadas en la simulación de esta sección 6.7.3, son trayectorias en forma de medias parábolas oblicuas ubicadas en cuadrantes opuestos diagonalmente. El cruce de la ordenada y de la abscisa ocurre en el punto de equilibrio.

A partir de las ecuaciones (68) y (69), se puede decir que el punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$, es un punto de equilibrio cuyas trayectorias, con origen en diferentes puntos iniciales, se aproximan a él asintóticamente en forma de medias parábolas oblicuas, pero desde cuadrantes opuestos. El punto $(inv, wip) = (80, 50)$ es entonces un punto asintóticamente estable, conocido como nodo impropio; debido a su carácter asintótico y estable, también recibe el nombre general de “*Atractor Puntual*”, igual que el punto de equilibrio ya analizado en las secciones 6.7.1 y 6.7.2. Las gráficas de los resultados de las simulaciones, mostrarán este comportamiento.

La simulación fue realizada para 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los siguientes valores para los parámetros: $D = 100$; $tp = 0.5$; $entrega = 1$; $gci = 0.8$; $tai = 2$; $tpd = 1$

Las gráficas fueron obtenidas a partir de diferentes condiciones iniciales de las variables de nivel. Estas condiciones iniciales se muestran en la tabla 6.

La diferencia de los comportamientos de las trayectorias parabólicas de esta sección 6.7.3 con las trayectorias parabólicas de la sección 6.7.2, es que las trayectorias de la sección 6.7.2 forman parábolas completas, en cambio las de esta sección sólo se quedan en medias

parábolas, y estas medias parábolas se encuentran en cuadrantes opuestos diagonalmente. Al igual que las parábolas de la sección 6.7.2, las de esta sección 6.7.3 son oblicuas. Por los valores de los autovalores obtenidos en ambas secciones (6.7.2 y 6.7.3) puede verse que la diferencia en las trayectorias no es muy significativa. Los autovalores de la sección 6.7.2 son reales, distintos y ambos negativos; los de la sección 6.7.3 son reales, iguales y negativos. Mientras que en la sección 6.7.2 puede haber trayectorias de medias parábolas en cualquiera de los 4 cuadrantes (siendo el punto de cruce de las ordenadas y de las abscisas, el punto de equilibrio, y siendo tanto la ordenada como la abscisa, perpendiculares, pero oblicuas), en la sección 6.7.3 sólo se presentan medias parábolas en dos cuadrantes que son opuestos diagonalmente.

TABLA 6. Condiciones iniciales de las seis simulaciones. Modelo lineal, con $tp = 0.5$ y $tai = 2$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: wip-ini	Valor inicial del inventario de producto terminado: inv-ini
tw110i10	110	10
tw10i130	10	130
tw150i10	150	10
tw50i180	50	180
tw10i20	10	20
tw10i70	10	70

La figura 44 muestra el comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*), por medio de seis trayectorias de medias parábolas que se dirigen asintóticamente desde diferentes puntos iniciales hasta el punto equilibrio $wip = 50$: este comportamiento muestra que el punto de equilibrio es asintóticamente estable.

La figura 45 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). Se observa como todas las trayectorias se dirigen asintóticamente desde diferentes puntos iniciales, hacia un único punto de equilibrio: $inv = 80$. El punto de equilibrio es asintóticamente estable.

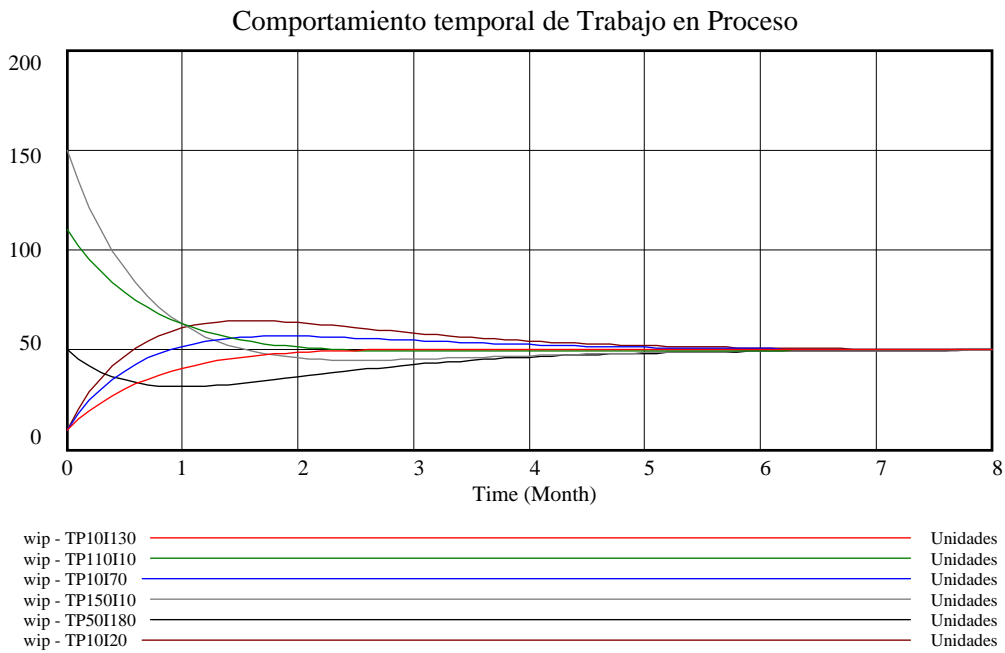


FIGURA 44. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Trayectorias exponenciales, o en parábola; punto asintóticamente estable.

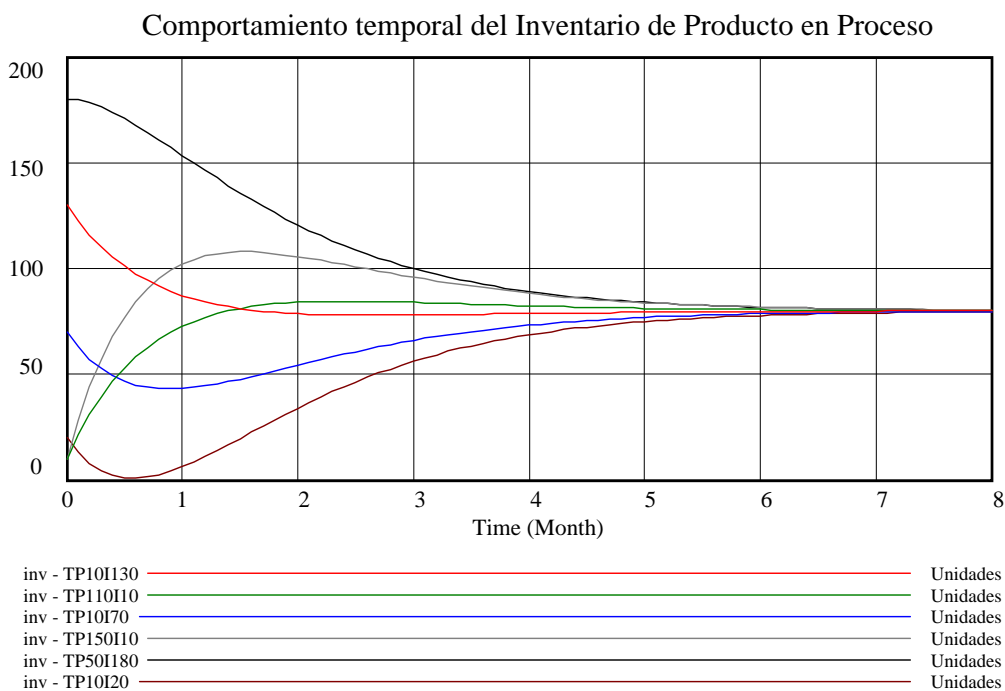


FIGURA 45. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Trayectorias exponenciales, o de parábola, asintóticamente estables.

La figura 46 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *wip-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del producto en proceso, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias son medias parábolas que llegan asintóticamente al punto de equilibrio $wip = 50$.

La figura 47 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *inv-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del inventario de producto terminado, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias son medias parábolas que llegan asintóticamente al punto de equilibrio $inv = 80$.

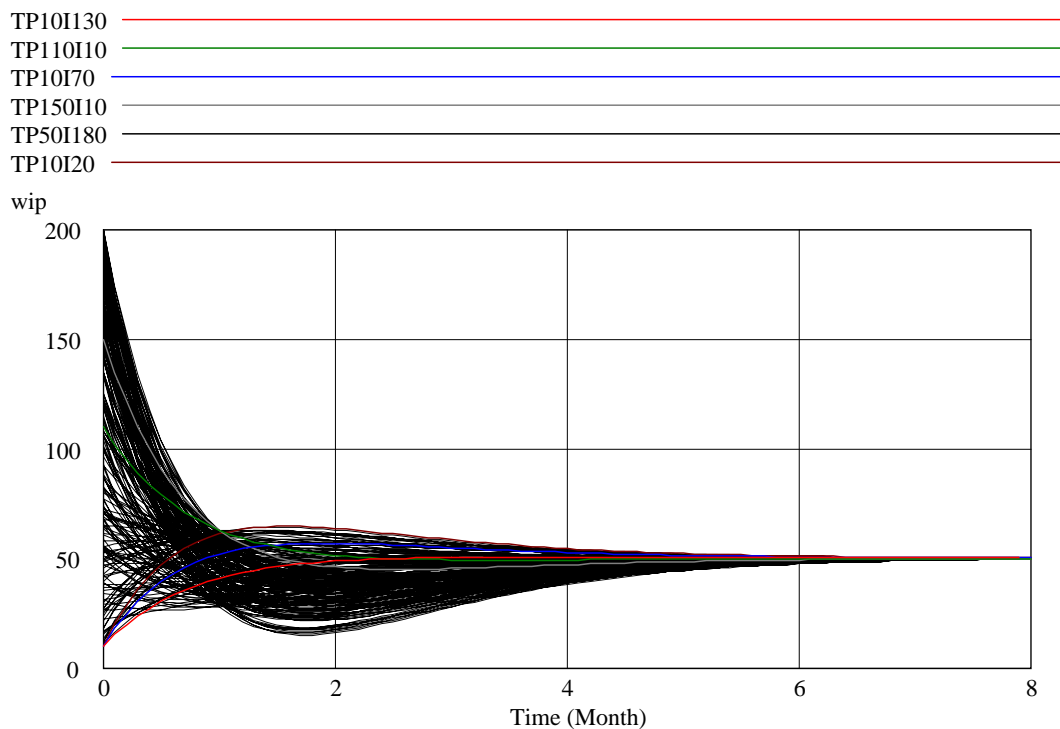


FIGURA 46. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

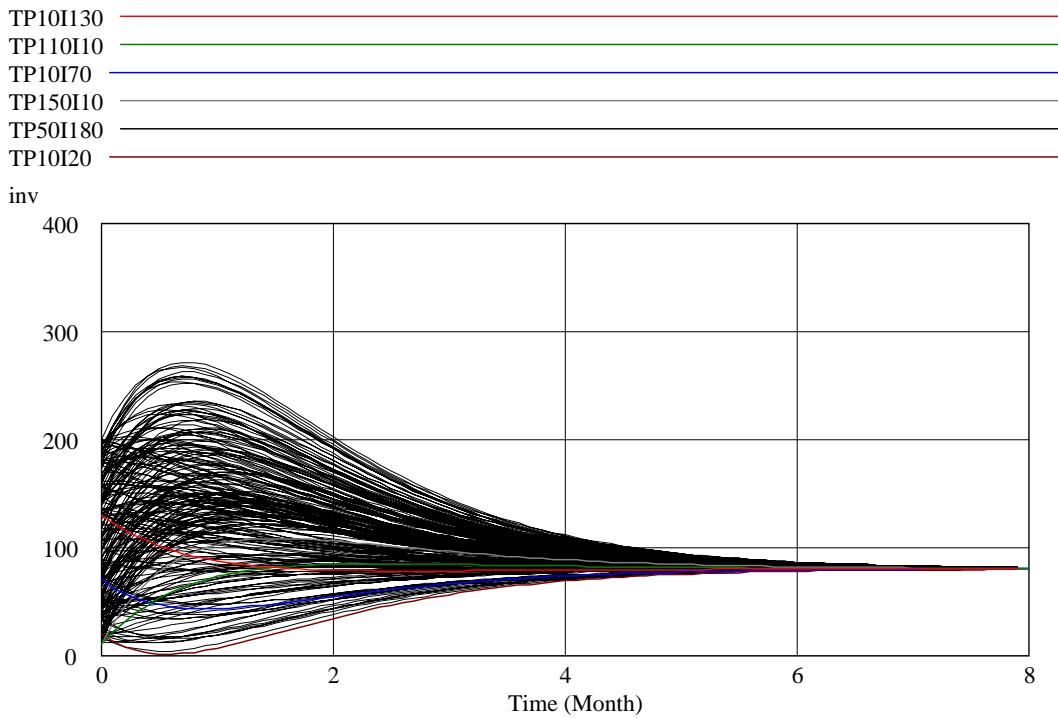


FIGURA 47. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (*inv*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 48 muestra el retrato de fase de las variables *wip* e *inv*, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 44 y 45. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias parabólicas oblicuas que se dirigen asintóticamente, desde el punto inicial, hacia el punto de equilibrio (*inv*, *wip*) = (80, 50). El retrato de fase que presenta este punto de equilibrio asintóticamente estable, también es conocido como “*Atractor Puntual*”.

6.7.4 Sistema dinámico lineal, sin considerar la máxima capacidad de producción (*mcp*) en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 0.5$ $D = 150$.

En la sección anterior, 6.7.1, los autovalores de la ecuación característica son de la forma: $\lambda = \frac{-1}{2 * tp} \pm \frac{1}{2 * tp} * \sqrt{1 - 4 * \frac{tp}{tai}}$

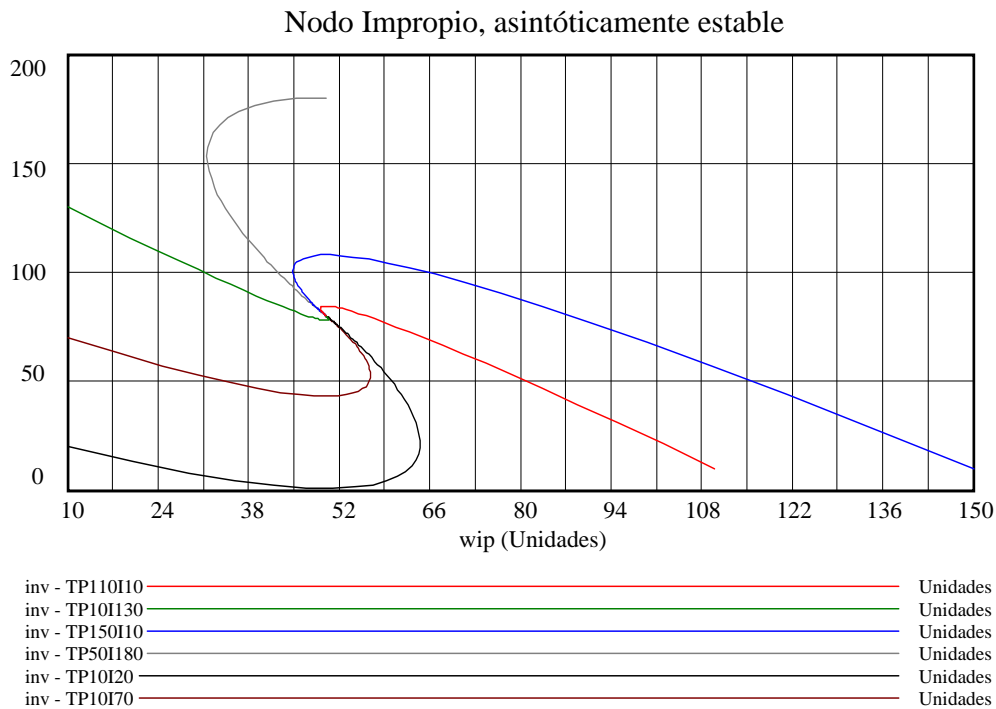


FIGURA 48. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 39 y 40.

Los parámetros que afectan a los autovalores, y que por lo tanto pueden modificar los tipos de los autovalores, son tai y tp (tiempo de ajuste del inventario y tiempo de proceso). Sin embargo, sólomente con variaciones en el parámetro tai se puede pasar del autovalor Complejo Conjugado, a un autovalor real, y esto se consigue por medio de la eliminación de la parte compleja del autovalor. La eliminación de la parte compleja, se logra, ya sea haciendo cero la raíz cuadrada, o haciendo positivo el valor interno de la raíz. Las modificaciones del parámetro tai , dieron paso a tres tipos de autovalores: en espiral asintóticamente estable, nodo impropio asintóticamente estable en forma de parábola completa oblicua, y nodo impropio asintóticamente estable en forma de media parábola oblicua.

Las modificaciones que se hagan del parámetro tp no tienen ninguna repercusión en el tipo de autovalor; por grande o por pequeño que sea el valor del parámetro tp (tiempo de proceso); el autovalor siempre será un complejo conjugado con parte real negativa, que indica que el punto de equilibrio es en espiral asintóticamente estable.

Sin embargo, el parámetro tp sí puede modificar el valor del punto de equilibrio, específicamente el equilibrio de la variable WIP la cual es función de los parámetros D y tp . El punto de equilibrio del sistema depende de los parámetros gci , D , tai , $entrega$, y tp , como lo muestra la ecuación (36).

$$(36)(inv, wip) = (((gci * D) + (tai * D)*(1-entrega)), (D * tp))$$

Cualquier modificación realizada en cualquiera de los parámetros anteriores, excepto en el parámetro tai , producirá cambios en el valor del punto de equilibrio, pero su tipo y su estabilidad, permanecerá igual. Como ejemplo, véanse las figuras 49, 50, 51, 52 y 53. Los valores iniciales de las simulaciones, con una demanda $D = 150$, se presentan en la tabla 7. El nuevo punto de equilibrio se obtiene reemplazando el valor de D en la ecuación (36): $(inv, wip) = (120, 75)$

TABLA 7. Condiciones iniciales de las simulaciones. Modelo lineal, con $tp = 0.5$, $tai = 0.5$, $gci = 0.8$, $entrega = 1$, $D = 150$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: wip-ini	Valor inicial del inventario de producto terminado: inv-ini
gw110i10	110	10
gw10i80	10	80
gw150i10	150	10
gw70i150	70	150
gw10i20	10	20
gw90i10	90	10

La figura 49 muestra el comportamiento de seis trayectorias del producto en proceso (wip), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias presentan oscilaciones que terminan en un único punto de equilibrio: $wip = 75$. Unas trayectorias terminan su oscilación antes que otras, pero todas concluyen en el mismo punto. La figura 50 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (inv), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias presentan oscilaciones que terminan en un único punto de equilibrio: $inv = 125$. Unas trayectorias terminan su oscilación antes que otras, pero todas concluyen en el mismo punto.

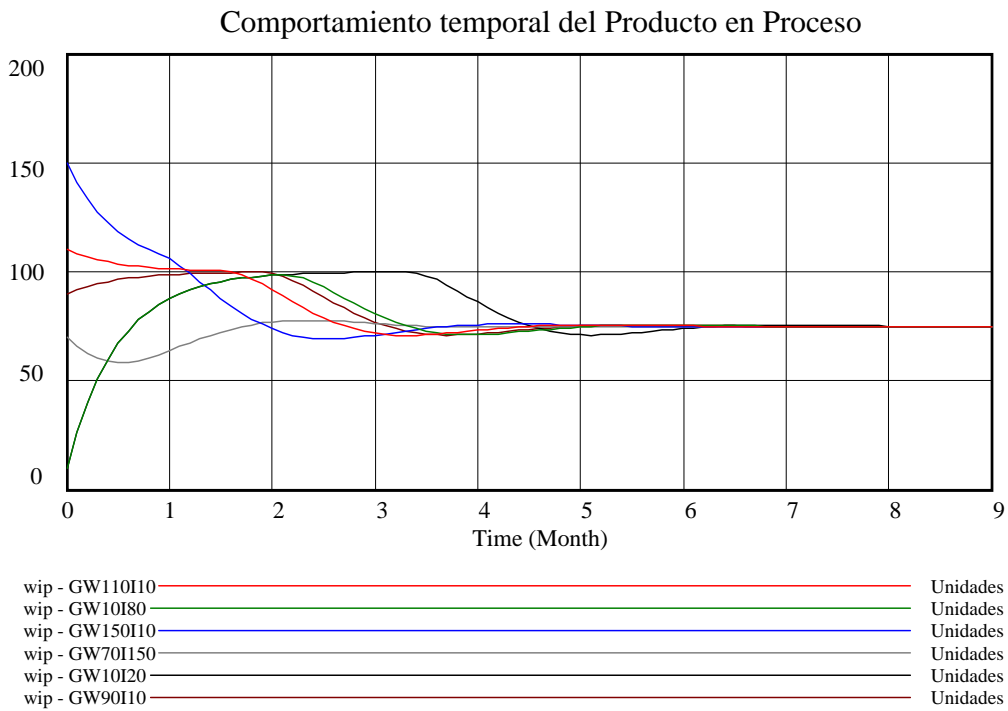


FIGURA 49. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.

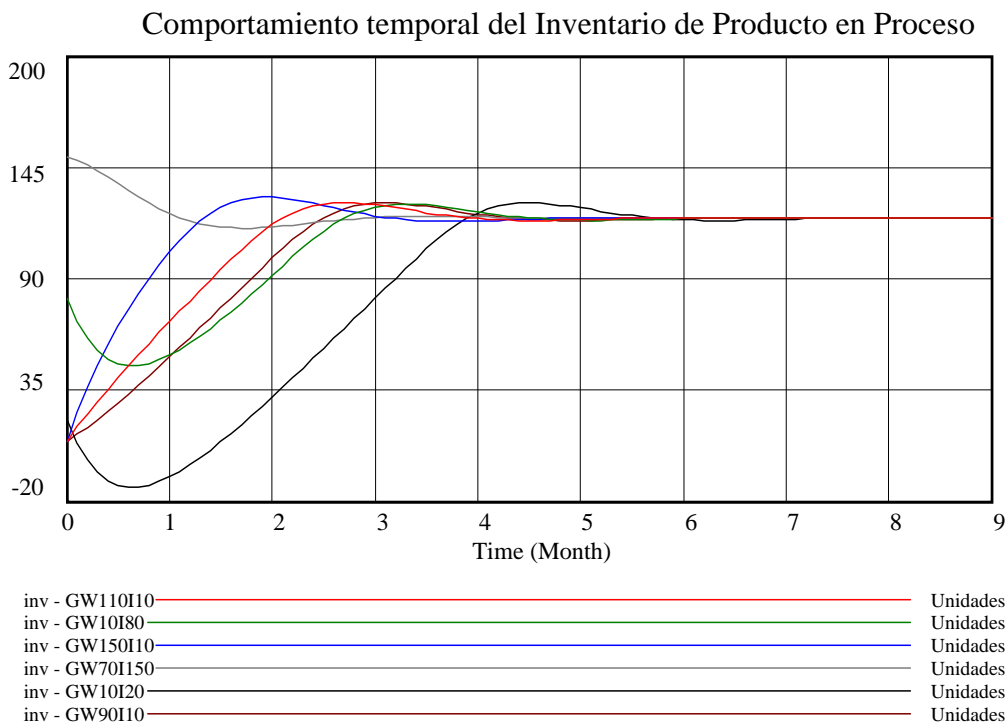


FIGURA 50. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.

La figura 51 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *wip-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del producto en proceso, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio

La figura 52 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *inv-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del inventario de producto terminado, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio

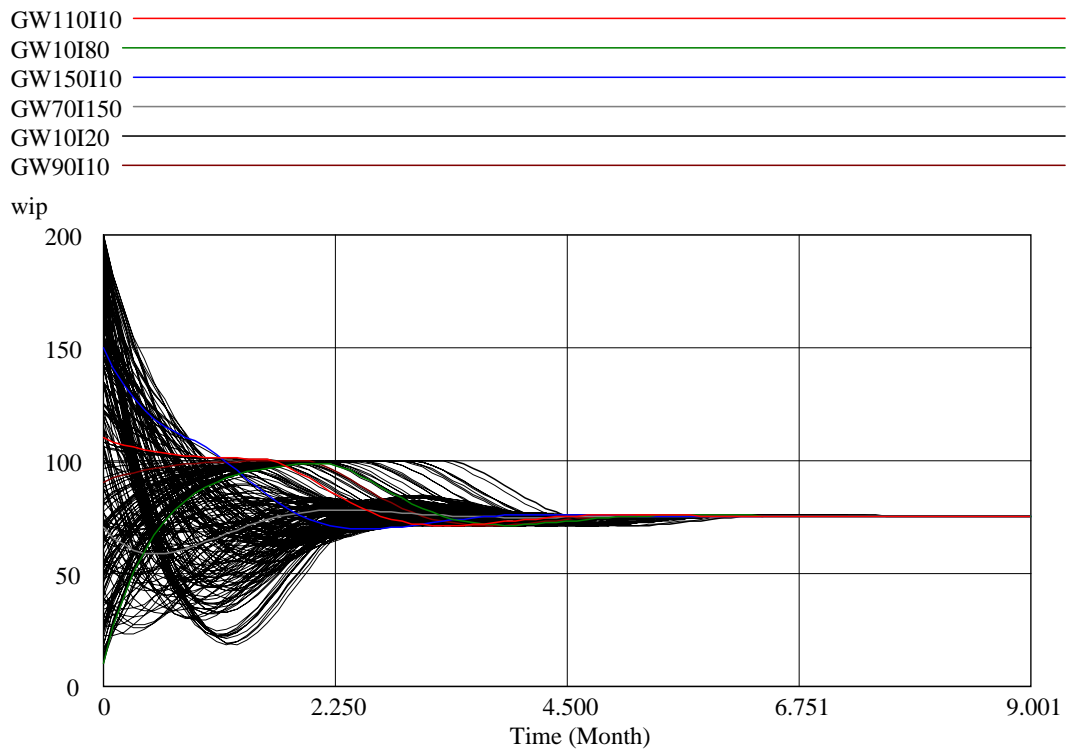


FIGURA 51. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

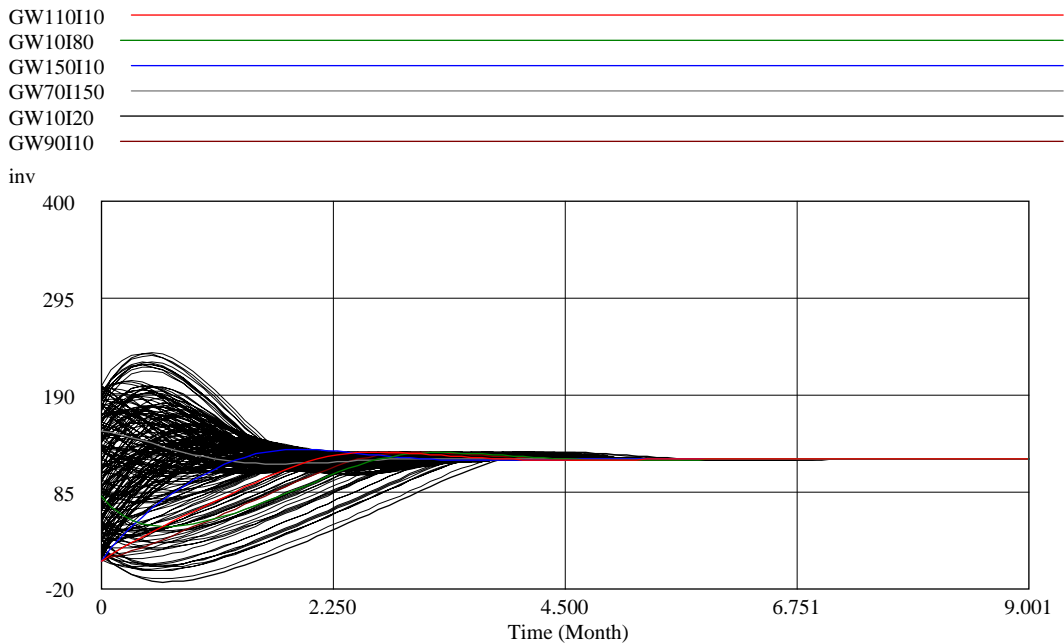


FIGURA 52. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (*inv*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

La figura 53 muestra el retrato de fase de las variables *wip* e *inv*, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 49 y 50. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias en espiral que se dirigen asintóticamente hacia el mismo punto de equilibrio $(inv, wip) = (120, 75)$. El retrato de fase presenta el punto de equilibrio asintóticamente estable, también conocido como “*Atractor Puntual*”.

Los análisis realizados en las tres secciones anteriores, la 6.7.1, la 6.7.2, la 6.7.3 y la 6.7.4, corresponden a análisis realizados para cambios en los valores de los parámetros que afectan, ya sea al punto de equilibrio del sistema, o a los autovalores. Si el valor del parámetro *entrega* tuviera un valor diferente de 1, ésto implicaría que una modificación del parámetro *tai* produciría una modificación en el valor del punto de equilibrio y en el tipo de autovalor. Debido a que las secciones 6.7.1, 6.7.2 y 6.7.3 se trabajó con un valor del parámetro *entrega* igual a uno, entonces el punto de equilibrio $(inv, wip) = (80, 50)$ permanece igual en el análisis realizados en las tres secciones, como puede verse en la ecuación (36).

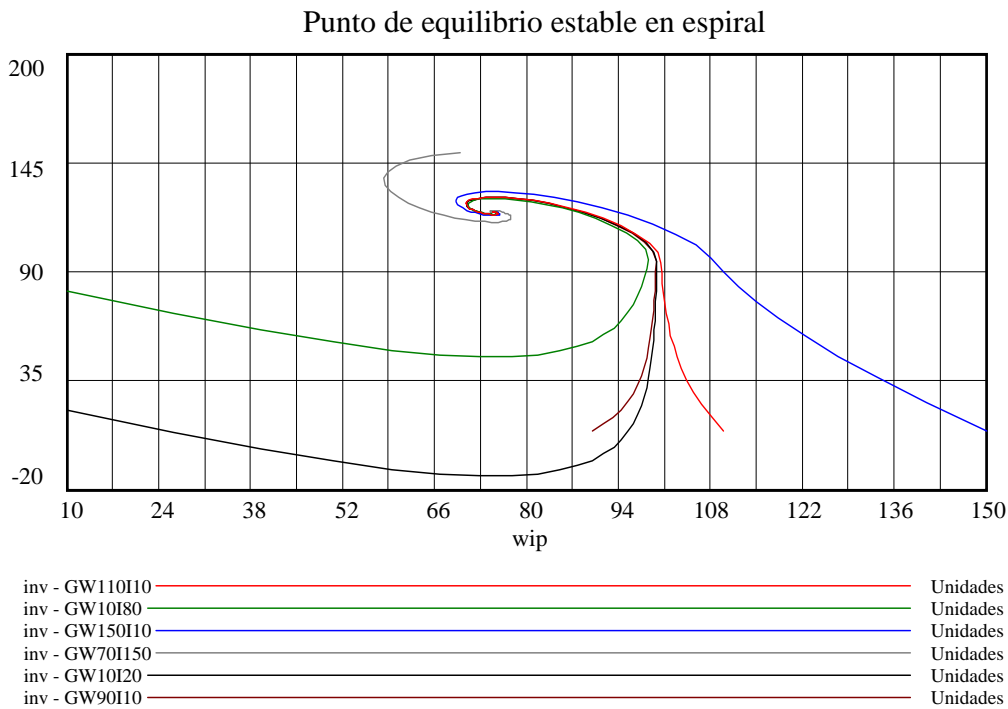


FIGURA 53. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 49 y 50.

De (36) $(inv, wip) = (((gci * D) + (tai * D)*(1-entrega)), (D * tp))$

Como $entrega = 1$, entonces: $(inv, wip) = ((gci * D), (D * tp))$

En las secciones 6.7.5 y 6.7.6 se analizará el sistema ante cambios estructurales. Un cambio consiste en hacer depender las órdenes de producción, única y exclusivamente de la máxima capacidad de producción y no de la discrepancia del inventario ni de la previsión de la demanda como se hizo en las secciones anteriores, o sea, se produce lo que permita la máxima capacidad de producción. Una segunda modificación estructural consiste en hacer que el flujo de la demanda sea igual a un porcentaje del inventario, y no que dependa de la demanda como se hizo en las secciones anteriores. En la sección 6.7.5 las órdenes de producción serán iguales a la máxima capacidad e producción, y en la sección 6.7.6, modificarán las políticas, tanto la relacionada con las órdenes de producción como la relacionada con el flujo de la demanda.

6.7.5 Sistema dinámico lineal, considerando cambios estructurales en las órdenes de producción: *flujo de producción* = $fp = mcp = 100$.

El sistema lineal de ecuaciones diferenciales del modelo producción - inventario, cuando la máxima capacidad de producción (mcp) es igual al flujo de órdenes de producción, es el siguiente:

$$\text{de (15)} \frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd, \text{ de (16)} \frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt$$

$$\text{de (26)} \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0$$

$$\text{de (28)} \frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0$$

Como las variables $entrega(inv)$ y $tp(wip)$ son lineales, entonces:

$$\text{de (43)}: \frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (D * entrega) = 0$$

$$\text{de (44)}: \frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0$$

El sistema de ecuaciones diferenciales lineales formado por las ecuaciones (43) y (44), corresponde al diagrama de Fórrester de la figura 54. Al quedar el flujo de la orden de producción definida exclusivamente por la máxima capacidad de producción (mcp), se pierde el proceso de realimentación entre las variables que corresponden al inventario de producto terminado (inv) y al trabajo en proceso (wip). Esta situación hace que el proceso de toma de decisiones sea deficiente y no refleje cabalmente el funcionamiento del sistema.

Con el sistema anterior, se obtiene el punto de equilibrio para el sistema dinámico lineal de primer orden, cuando se considera que la máxima capacidad de producción es una restricción para las órdenes de producción. El punto de equilibrio, como lo muestra la ecuación (40), corresponde a una sistema cuya matriz Jacobiana (J) tiene un determinante igual a cero, lo cual significa que el sistema no tiene

solución, o si la tiene, no es única; un determinante de J igual a cero, $\det J = 0$, también indica que se ha perdido la estabilidad estructural del sistema (Aracil, 1992). La figura 54 muestra que posiblemente hay un problema estructural al no considerarse la realimentación entre las variables wip e inv .

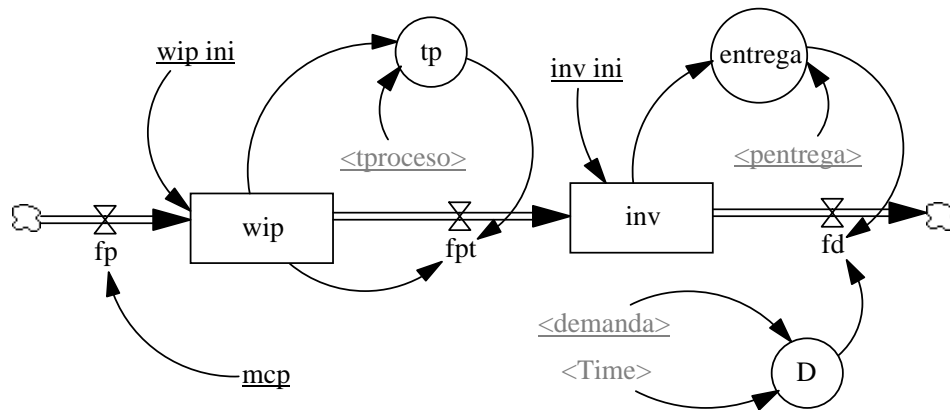


FIGURA 54. Diagrama de Fórrester de un sistema con flujo de órdenes de producción igual a la máxima capacidad de producción (mcp).

$$\begin{aligned} \text{de (40)} (inv, wip) &= (?, (entrega * D * tp)) = (?, (mcp * tp)) \\ (inv, wip) &= (?, (1 * 100 * 0.5)) = (?, (100 * 0.5)) = (?, 50) \\ (inv, wip) &= (?, 50) \end{aligned}$$

El jacobiano del sistema anterior es:

$$\text{de (52)} J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} \end{bmatrix} \text{determinante de } J \text{ igual cero: } |J| = 0$$

Los autovalores para este punto de equilibrio son:

$$\text{de (56)} \lambda_1 = 0 \quad \text{y} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{tp}$$

Los valores numéricos de los autovalores se calculan a partir del dato: $tp = 0.5$, con lo cual se tiene que son iguales a:

$$\lambda_1 = 0 \quad \text{y} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{0.5} = -2 \quad (70)$$

Debido a que $\lambda_1 = 0$ y $\lambda_2 < 0$, entonces cada una de las trayectorias¹: de los resultados de las simulaciones se aproximan a un punto de reposo, o de equilibrio, que se encuentra en la recta de puntos de equilibrios $x = c_1 \alpha_1$, $y = c_1 \alpha_2$ que es estable pero no asintóticamente estable.

La simulación fue realizada para 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los valores: $D = 100$; $tp = 0.5$; $entrega = 1$; $mcp = 100$

Las gráficas correspondientes a seis simulaciones fueron obtenidas a partir de diferentes condiciones iniciales de las variables de nivel. Estas condiciones iniciales se muestran en la tabla 8.

TABLA.8 Condiciones iniciales de seis simulaciones. Orden de producción igual a la máxima capacidad de producción: $mcp = 100$. $tp = 0.5$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: <i>wip-ini</i>	Valor inicial del inventario de producto terminado: <i>inv-ini</i>
nw110i10	110	10
nw10i80	10	80
nw150i10	150	10
nw70i150	70	150
nw10i20	10	20
nw90i10	90	10

La figura 55 muestra el comportamiento de seis trayectorias del producto en proceso (*wip*), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias presentan oscilaciones que terminan en un único punto de equilibrio: $wip = 50$. Unas trayectorias terminan su oscilación antes que otras, pero todas concluyen en el mismo punto.

¹ Ver sección 6.6.3 del capítulo 6; ver el libro Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional, de L. Elsgoltz, 1977, página 215 y 216; y ver Aracil 1992, páginas 309, 310).

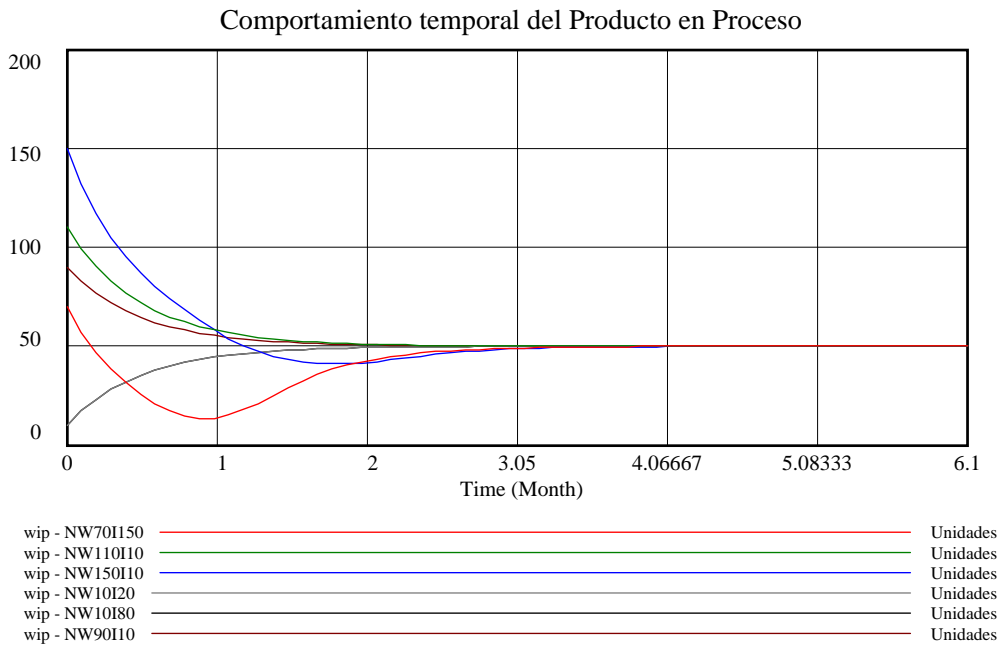


FIGURA 55. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Trayectorias en espiral; punto asintóticamente estable.

La figura 56 muestra el comportamiento de seis de las trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa cómo todas las trayectorias, después de un período de oscilación, son paralelas. Se tiene entonces un sistema con múltiples equilibrios para el nivel del inventario, dependiendo éstos del valor inicial del inventario.

La figura 57 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *wip-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio $wip = 50$.

La figura 58 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *inv-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200. Todas las trayectorias son paralelas, y hay tantas trayectorias paralelas, como valores iniciales del inventario haya.

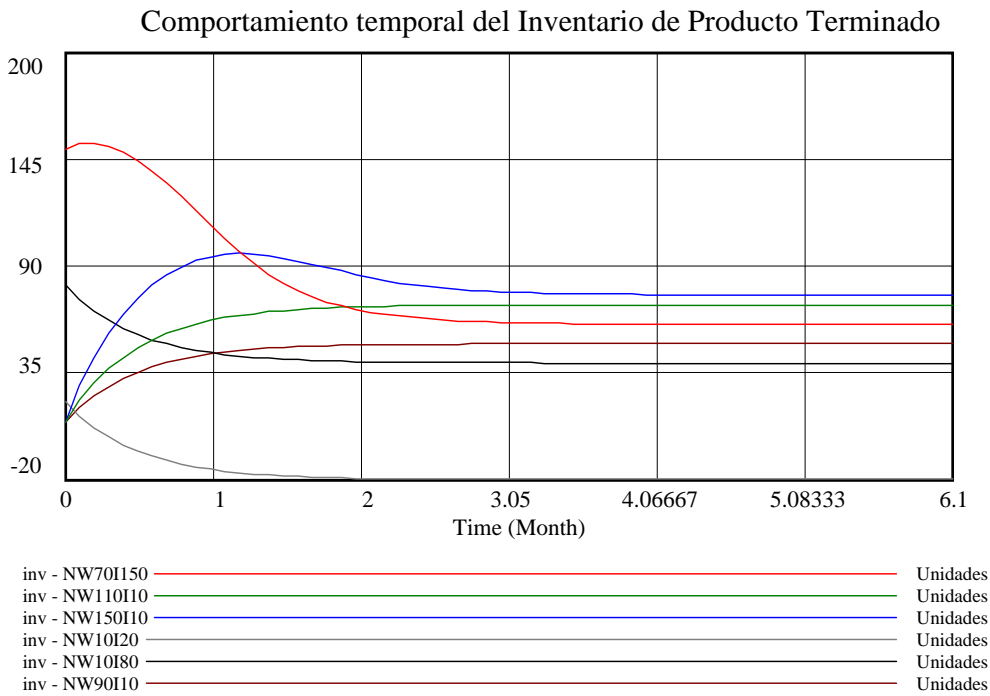


FIGURA 56. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Trayectorias paralelas, una por cada condición inicial.

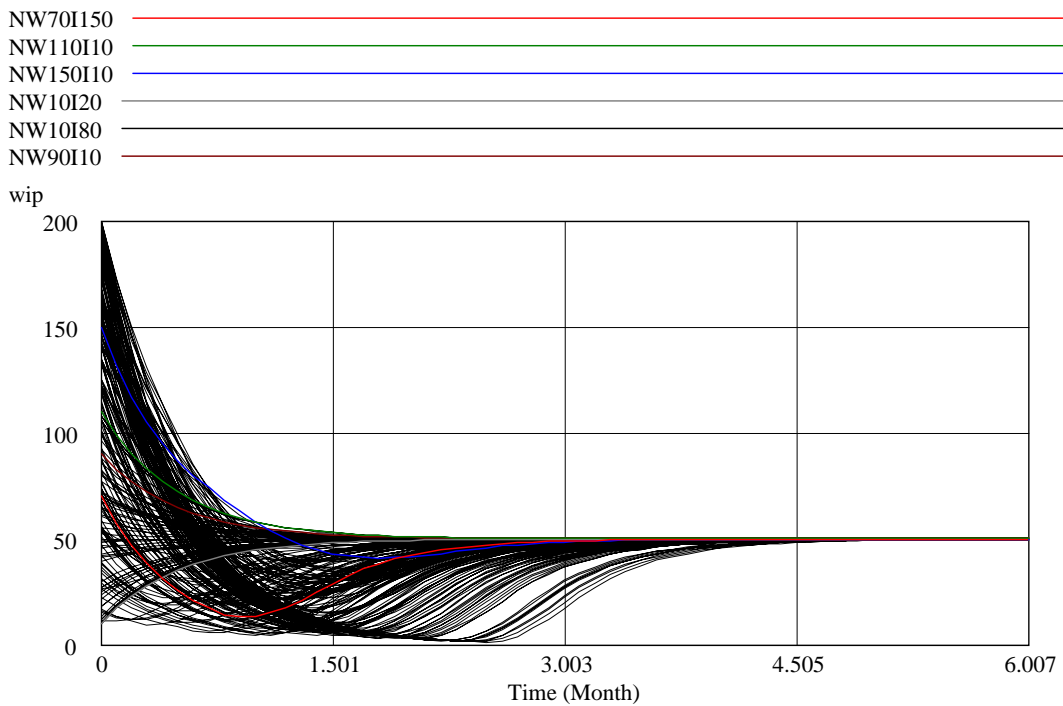


FIGURA 57. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

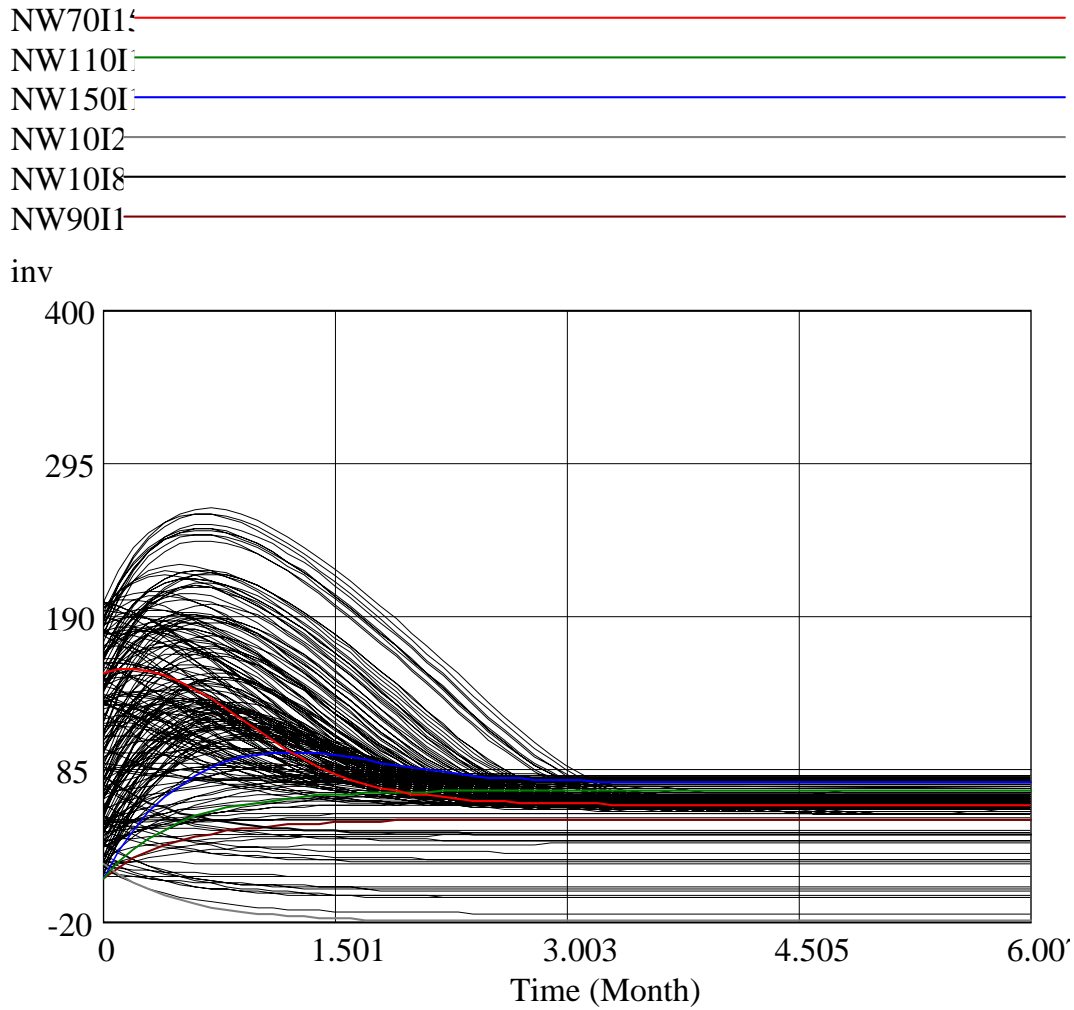


FIGURA 58. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (*inv*). Todas las trayectorias son paralelas.

La figura 59 muestra el retrato de fase de las variables *wip* e *inv*, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 55 y 56. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias paralelas (después de una leve oscilación) que se dirigen hacia una recta que corresponde al valor de equilibrio del Producto en proceso $wip = 50$; esta recta contiene tantos puntos de equilibrio para el Inventario de producto terminado, como valores iniciales diferentes haya para él. Cada punto de equilibrio (*inv*, *wip*) es estable pero no asintóticamente estable.

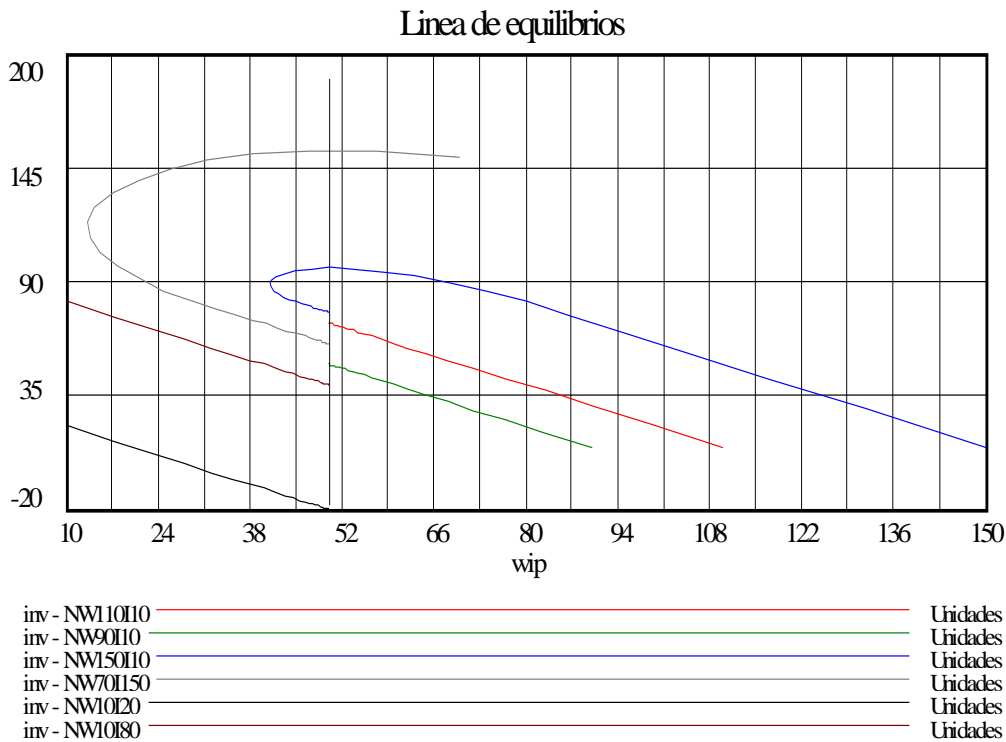


FIGURA 59. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 55 y 56.

6.7.6 Sistema dinámico lineal, considerando cambios estructurales en las órdenes de producción y en la de flujo de la demanda: $flujo\ de\ producción = fp = mcp = 100$; $flujo\ de\ la\ demanda = fd = entrega * inv$.

Al cambiar la estructura del modelo de la figura 15, con el propósito de mantener unas órdenes de producción iguales a la máxima capacidad de producción (mcp), y un flujo de la demanda igual a un porcentaje del inventario, entonces se obtiene un nuevo modelo como el de la figura 60.

El nuevo sistema de ecuaciones diferenciales se presenta en las ecuaciones (71) y (72)

$$\text{de (15)} \frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd ; \text{de (16)} \frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt$$

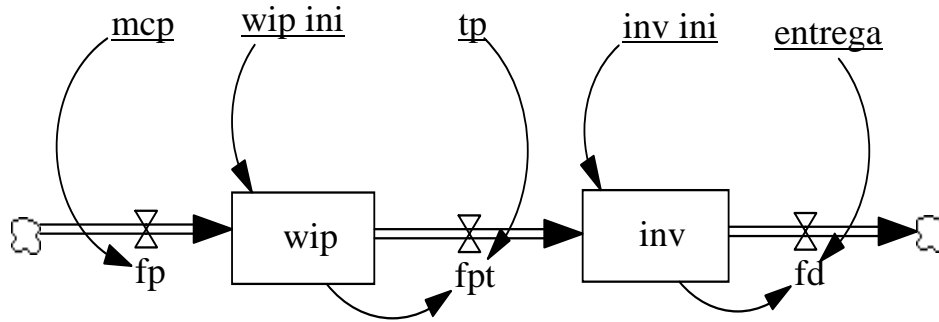


FIGURA 60. Diagrama de Flujos y Niveles de un modelo con flujo de producción constante y con flujo de demanda que depende del inventario.

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (inv * entrega) = 0 \quad (71)$$

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = mcp - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0 \quad (72)$$

El punto de equilibrio del sistema se muestra en la ecuación (73).

$$inv = mcp/entrega, wip = Tp*mcp$$

$$(inv, wip) = (mcp/entrega , tp*mcp)(73)$$

El punto de equilibrio, como lo muestra la ecuación (73), corresponde a una sistema cuya matriz Jacobiana (J) tiene un determinante diferente de cero, ($det /J/ \neq 0$), lo cual significa que el sistema lineal tiene una única solución. El jacobiano del sistema anterior es:

$$J = \begin{bmatrix} -entrega & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} \end{bmatrix} \quad \therefore |J - \lambda| = \begin{vmatrix} -entrega - \lambda & \frac{1}{tp} \\ 0 & -\frac{1}{tp} - \lambda \end{vmatrix}$$

La ecuación (74) muestra la Ecuación Característica y los autovalores.

$$(-entrega - \lambda) * \left(-\frac{1}{tp} - \lambda\right) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = -entrega, \lambda_2 = -\frac{1}{tp} \quad (74)$$

Debido a que los parámetros *entrega* y *tp* siempre tienen valores positivos, el primero por ser un porcentaje, y el segundo por ser tiempo de proceso, entonces los autovalores siempre serán negativos. Suponiendo que los valores de los parámetros *entrega* y *tp* sean 1 y 0.5, respectivamente, entonces los valores de los autovalores son:

$$\lambda_1 = -1 \quad y \quad \lambda_2 = -\frac{1}{0.5} = -2 \quad (75)$$

El punto de equilibrio del sistema se obtiene reemplazando en la ecuación (73) los valores de los parámetros *entrega* (1), *mcp* (100,) y *tp* (0.5).

$$\begin{aligned} \text{de (73)}(inv, wip) &= (mcp/entrega, tp*mcp) = (100/1, 0.5*100) \\ (inv, wip) &= (100, 50) \end{aligned}$$

De acuerdo con la tabla 3, los autovalores reales, distinto y negativos, representan un punto de equilibrio conocido como Nodo Impropio el cual es asintóticamente estable. Las simulaciones mostrarán la forma de las trayectorias a este nodo impropio, las cuales pueden ser: rectas, parábolas enteras, o medias parábolas.

La simulación fue realizada para 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los valores de $tp = 0.5$, $entrega = 1$, y $mcp = 100$

Las gráficas correspondientes a seis simulaciones fueron obtenidas a partir de diferentes condiciones iniciales de las variables de nivel. Estas condiciones iniciales se muestran en la tabla 9.

La figura 61 muestra el comportamiento de seis trayectorias del producto en proceso (*wip*), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias se dirigen asintóticamente hacia un único punto de equilibrio ($wip = 50$) estable.

TABLA 9. Condiciones iniciales de seis simulaciones. Orden de producción igual a la máxima capacidad de producción; flujo de demanda igual a un porcentaje del Inventario. $mcp = 100$. $tp = 0.5$, $entrega = 1$.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: wip-ini	Valor inicial del inventario de producto terminado: inv-ini
mw110i10	110	10
mw10i80	10	80
mw150i10	150	10
mw70i150	70	150
mw10i20	10	20
mw90i10	90	10

Comportamiento temporal del Producto en Proceso

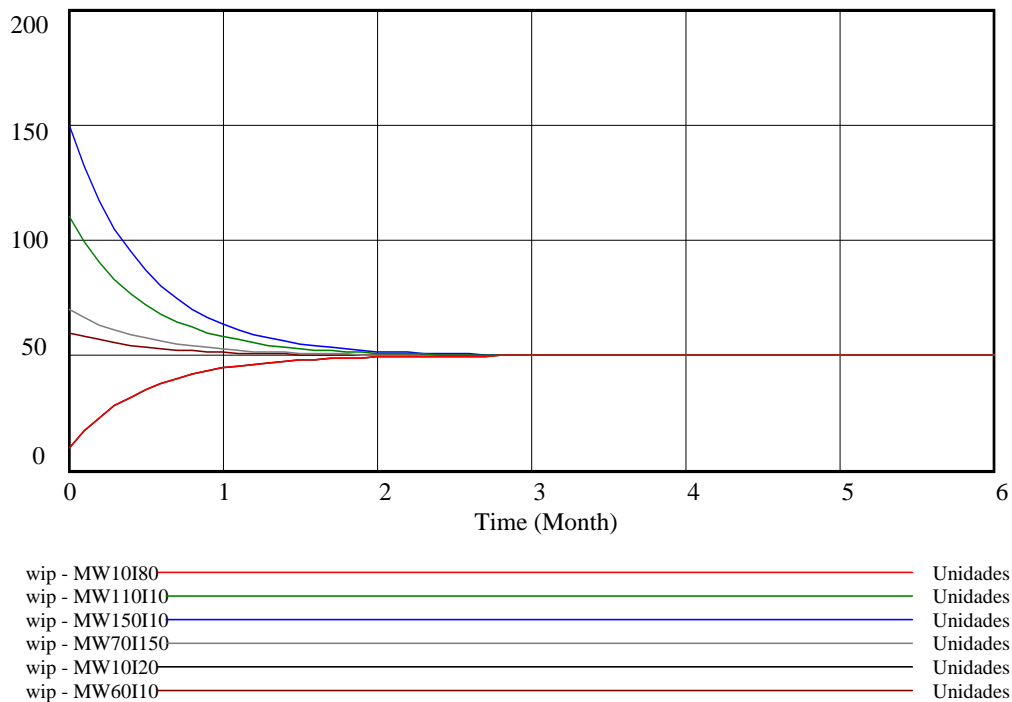


FIGURA 61. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio estable.

La figura 62 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*), cada una empezando en puntos diferentes. Las trayectorias se dirigen asintóticamente hacia el único equilibrio estable del Inventario ($wip = 100$).

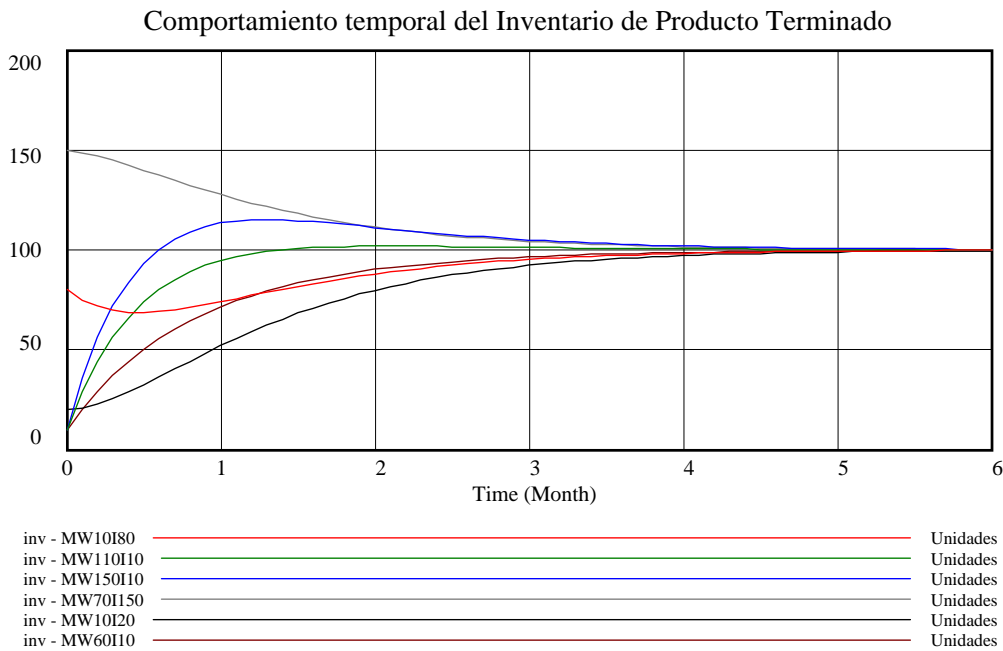


FIGURA 62. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (*inv*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

La figura 63 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *wip-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (*wip*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio $wip = 50$.

La figura 64 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro *inv-ini*, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al equilibrio estable ($inv = 100$).

La figura 65 muestra el retrato de fase de las variables *wip* e *inv*, correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 61 y 62. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias parabólicas que se dirigen hacia el único punto de equilibrio del sistema: $(inv, wip) = (100, 50)$. Este punto de equilibrio es estable.

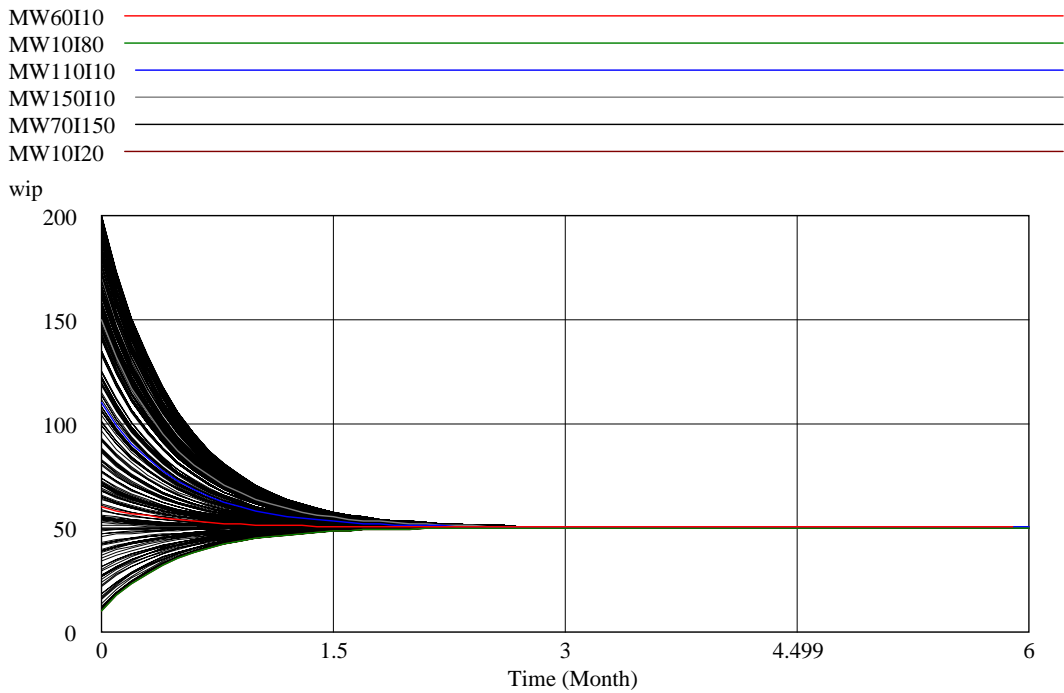


FIGURA 63. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

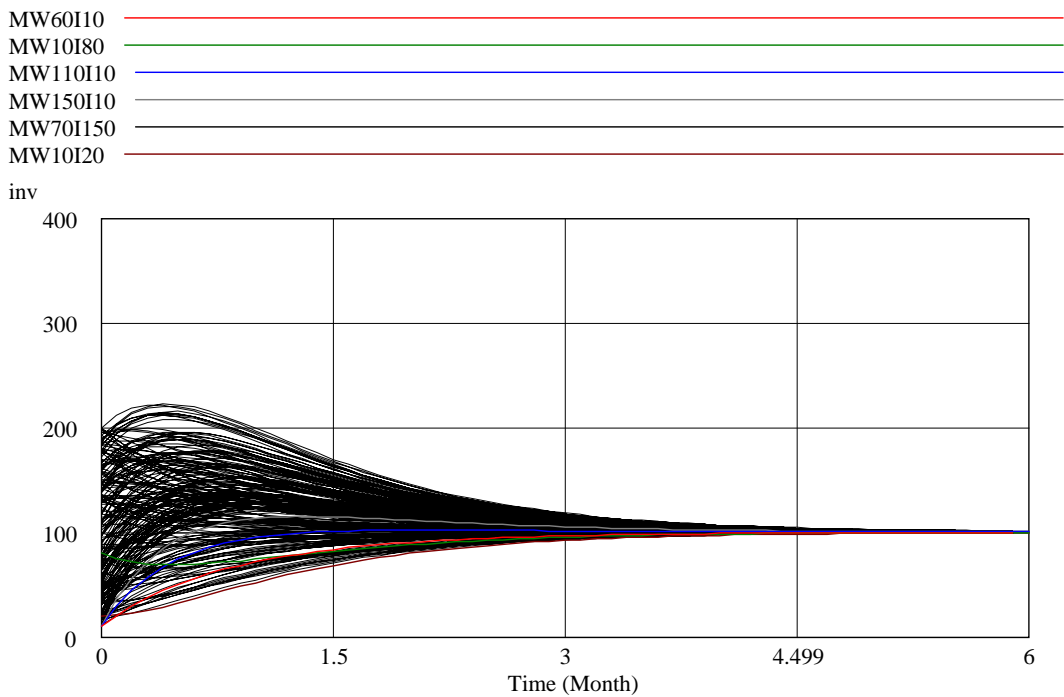


FIGURA 64. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto terminado (*inv*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

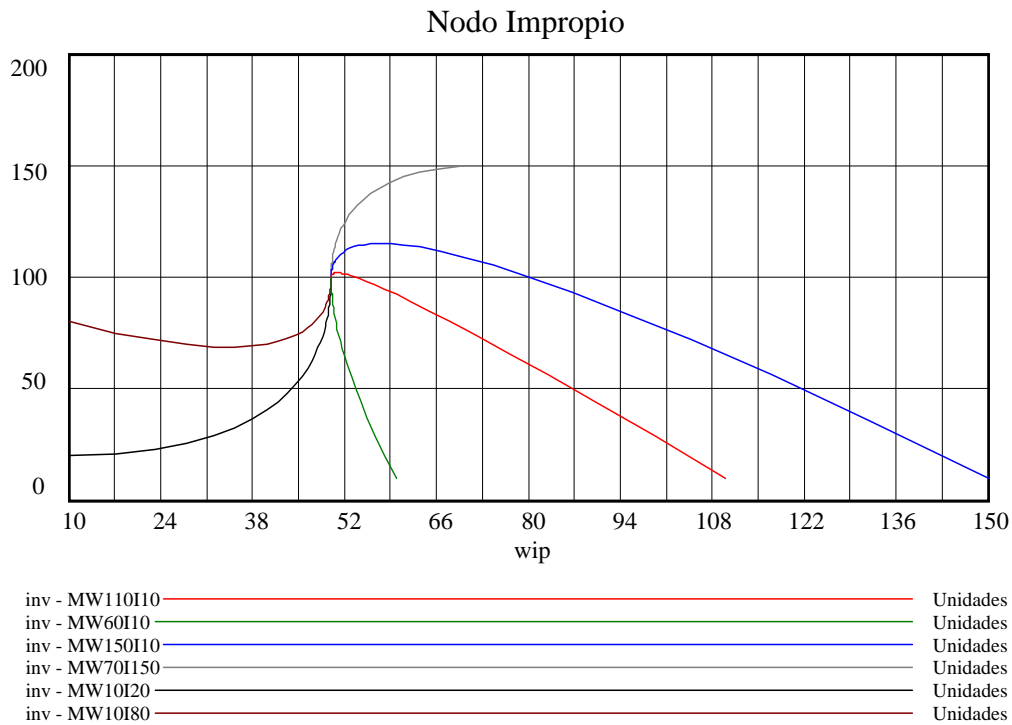


FIGURA 65. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 61 y 62.

6.7.7 Sistema dinámico lineal, considerando la máxima capacidad de producción (mcp) y la cantidad de producto en proceso en la política de las órdenes de producción. $tp = 0.5$, $tai = 0.5$

Las ecuaciones (76) y (77) corresponden al sistema lineal de ecuaciones diferenciales del modelo producción - inventario, que se observa en el diagrama de la figura 66. Si $previsión = D$, entonces:

$$\text{de (15)} \frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd, \text{ de (16)} \frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt$$

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp} \right) - (D * entrega) = 0 \quad (76)$$

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = \left(D + \frac{D * gci}{tai} - \frac{inv}{tai} - \frac{wip}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp} \right) = 0 \quad (77)$$

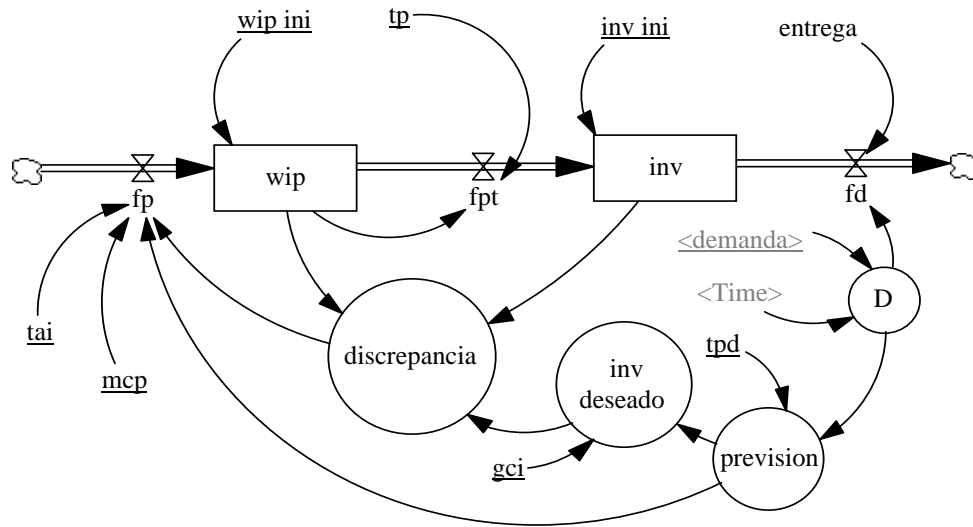


FIGURA 66. Diagrama de Flujos y Niveles del modelo Producción-Inventario, en el cual se mejora la política de las órdenes de decisión, al considerar dentro de ella, la existencia del Producto en Proceso (*wip*).

La ecuación (78) presenta el punto de equilibrio para el sistema dinámico lineal de primer orden, de las ecuaciones (76) y (77).

$$wip = D * entrega * tp \quad (78)$$

$$inv = (tai * D) + (gci * D) - \left(tai * tp * D * entrega * \left(\frac{1}{tai} + \frac{1}{tp} \right) \right)$$

$$inv = D * (tai + gci) - D * entrega * (tp + tai) \quad (79)$$

Dando los valores $D = 100$, $gci = 0.8$, $tai = 0.5$, $entrega = 1$, $tp = 0.5$, se tiene que el valor del punto de equilibrio es:

$$(inv, wip) = (30, 50) \quad (80)$$

El jacobiano del sistema anterior de ecuaciones diferenciales lineales, es:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tai + tp} \end{bmatrix} \quad \therefore \quad |J - \lambda| = \begin{bmatrix} -\lambda & \frac{1}{tp} \\ -\frac{1}{tai} & -\frac{1}{tai + tp} - \lambda \end{bmatrix} \quad (81)$$

Con el determinante de J diferente de cero: $|J| \neq 0$, lo que indica que hay una única solución. La ecuación característica es:

$$(-\lambda) * \left(-\lambda \frac{1}{(tai + tp)} \right) + \frac{1}{(tai * tp)} = 0 \Rightarrow \lambda^2 + \frac{1}{(tai * tp)} + \frac{1}{(tai * tp)} = 0 \quad (82)$$

Los autovalores son:

$$\lambda_1 = \frac{-1}{2 * (tai + tp)} - \frac{1}{2} * \sqrt{\left(\frac{1}{(tai + tp)} \right)^2 - \frac{4}{tai * tp}} \quad (83)$$

$$\lambda_2 = \frac{-1}{2 * (tai + tp)} + \frac{1}{2} * \sqrt{\left(\frac{1}{(tai + tp)} \right)^2 - \frac{4}{tai * tp}} \quad (84)$$

Los valores numéricos de los autovalores se calculan a partir de los datos: $tp = 0.5$, y $tai = 0.5$. Al hacer los reemplazos se obtienen los siguientes valores:

$$\lambda_1 = -0.5 - 0.866i \quad , \quad \lambda_2 = -0.5 + 0.866i \quad (85)$$

Los dos autovalores corresponden a raíces complejas conjugadas con parte real negativa, lo cual, de acuerdo con las tablas 2 y 3, significa que el punto de equilibrio $(inv, wip) = (30, 50)$, es un punto de equilibrio cuyas trayectorias, originadas en diferentes puntos iniciales, se aproximan a él en forma de espiral y asintóticamente; las figuras 67 a 71 muestran el comportamiento temporal y el plano de fase de las variables wip e inv . El punto $(inv, wip) = (30, 50)$ es un punto de equilibrio asintóticamente estable.

Las simulaciones fueron realizadas para períodos de 100 unidades de tiempo, con un salto en el método de integración igual a 0.05, y con los siguientes valores para los parámetros: $D = 100$, $tp = 0.5$, $entrega = 1$, $gci = 0.8$, $tai = 0.5$, $tpd = 1$. Los valores de las condiciones iniciales de las variables wip e inv , en cada simulación, se muestran en la tabla 10.

TABLA 10. Condiciones iniciales de simulaciones. Modelo lineal. La política de la orden de producción incluye la variable *wip*.

Nombre del archivo de resultados	Valor inicial del inventario de producto en proceso: <i>wip</i> -ini	Valor inicial del inventario de producto terminado: <i>inv</i> -ini
7w110i10	110	10
7w10i80	10	80
7w150i10	150	10
7w70i150	70	150
7w10i20	10	20
7w90i10	90	10

La figura 67 muestra el comportamiento de seis trayectorias del producto en proceso (*wip*), cada una empezando en puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias se dirigen a un único punto de equilibrio: $wip = 50$, después de una leve oscilación.

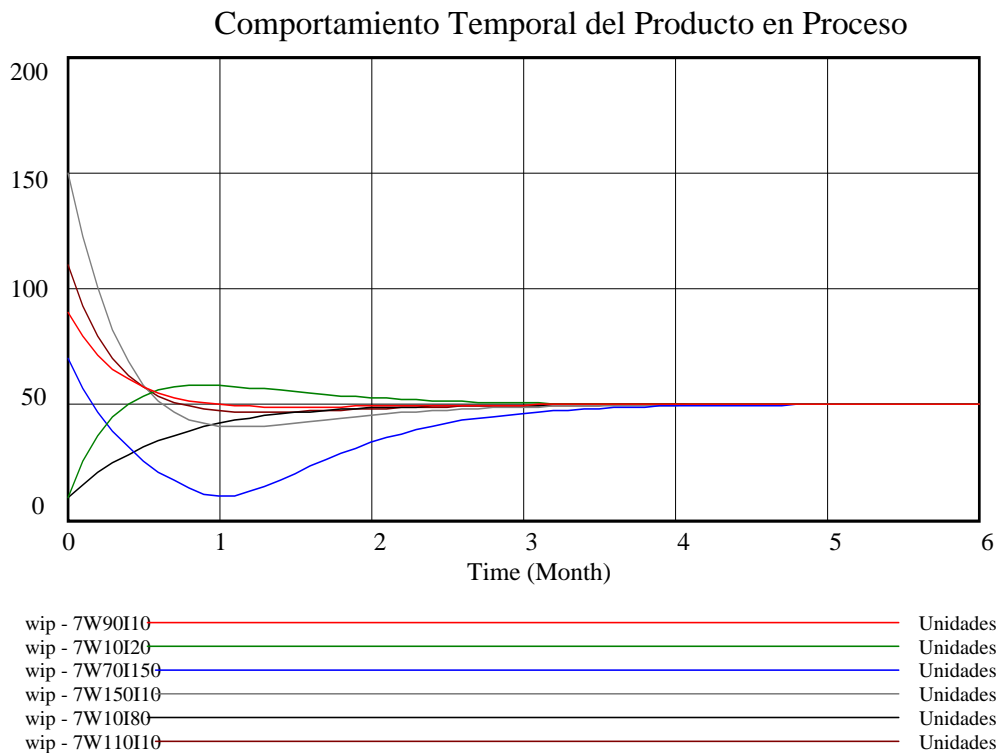


FIGURA 67. Comportamiento temporal del producto en proceso (*wip*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio estable.

La figura 68 muestra el comportamiento de seis trayectorias del inventario de producto terminado (*inv*), cada una empezando en

puntos diferentes. Se observa como todas las trayectorias se dirigen a un único punto de equilibrio: $inv = 30$, después de una leve oscilación.

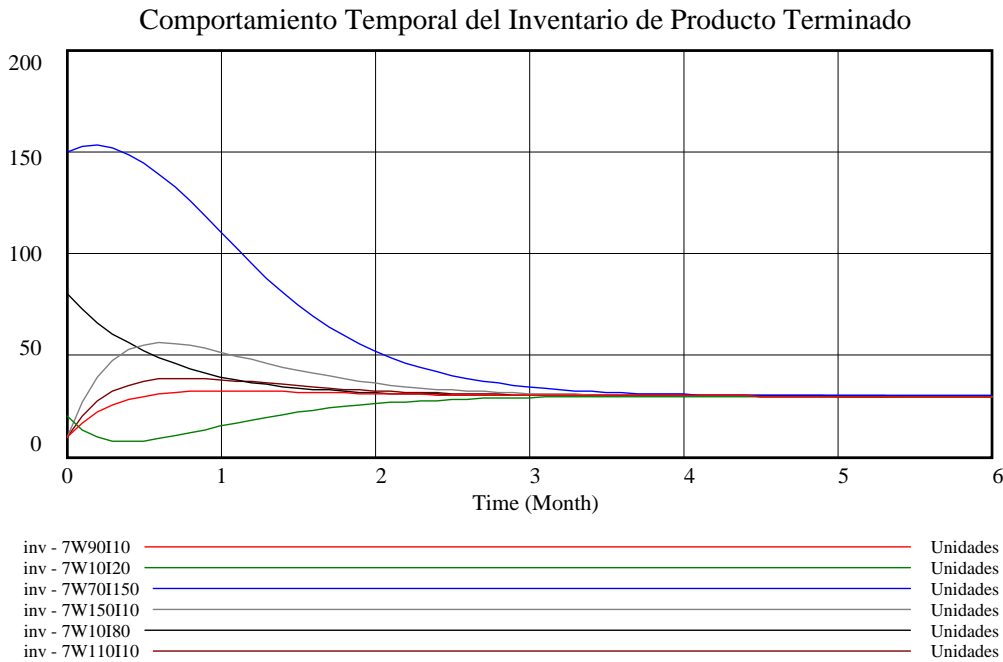


FIGURA 68. Comportamiento temporal del inventario de producto terminado (inv). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

La figura 69 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro $wip-ini$, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del producto en proceso (wip). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del producto en proceso, que pueden estar en dicho intervalo. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio

La figura 70 muestra el análisis de sensibilidad realizado para el parámetro $inv-ini$, el cual corresponde al punto inicial de las trayectorias del inventario de producto terminado (inv). La sensibilidad corresponde a una distribución uniforme que varía entre los valores 10 y 200, para así representar los valores iniciales del inventario de producto terminado, que pueden estar en el intervalo desde 10 unidades hasta 200 unidades. Todas las trayectorias llegan asintóticamente al punto de equilibrio.

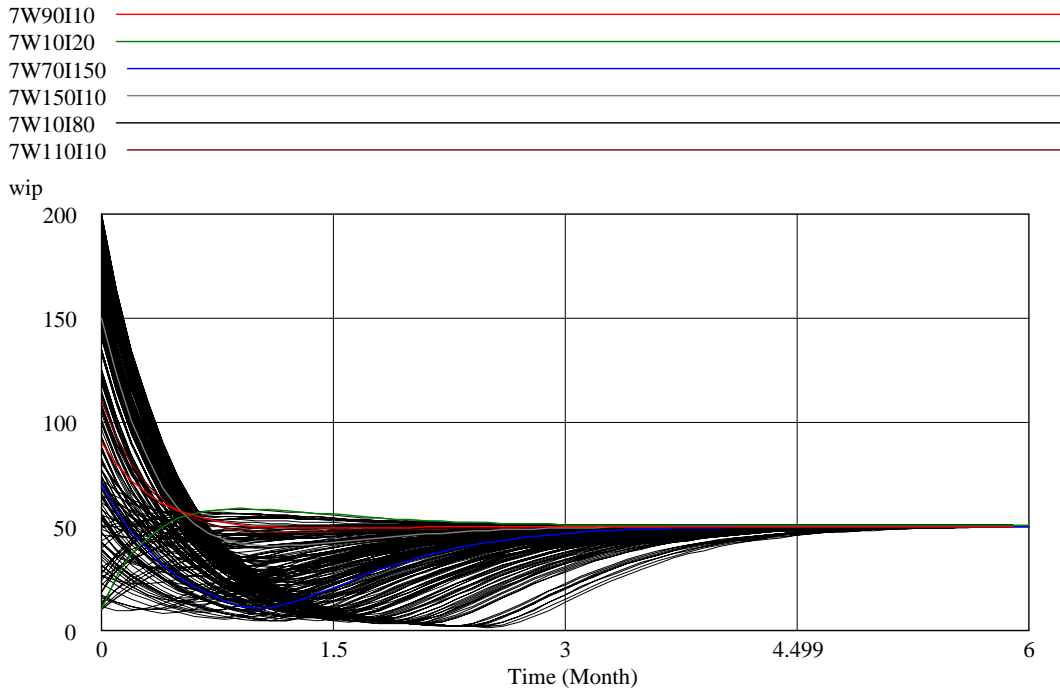


FIGURA 69. Análisis de sensibilidad del punto inicial del producto en proceso (*wip*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

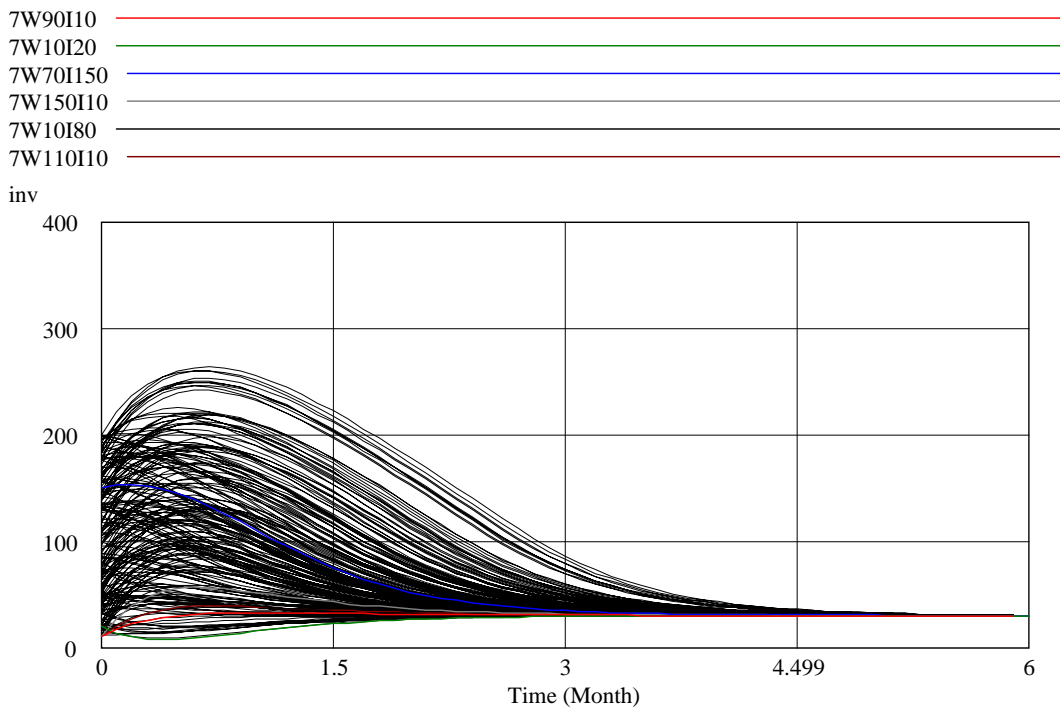


FIGURA 70. Análisis de sensibilidad del punto inicial del inventario de producto terminado (*inv*). Las trayectorias van asintóticamente hacia el equilibrio.

La figura 71 muestra el retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 67 y 68. Se pueden apreciar fácilmente los puntos iniciales de cada una de las variables, y sus trayectorias en espiral que se dirigen asintóticamente hacia el mismo punto de equilibrio $(inv, wip) = (30, 50)$. El retrato de fase presenta el punto de equilibrio asintóticamente estable, también conocido como “*Atractor Puntual*”.

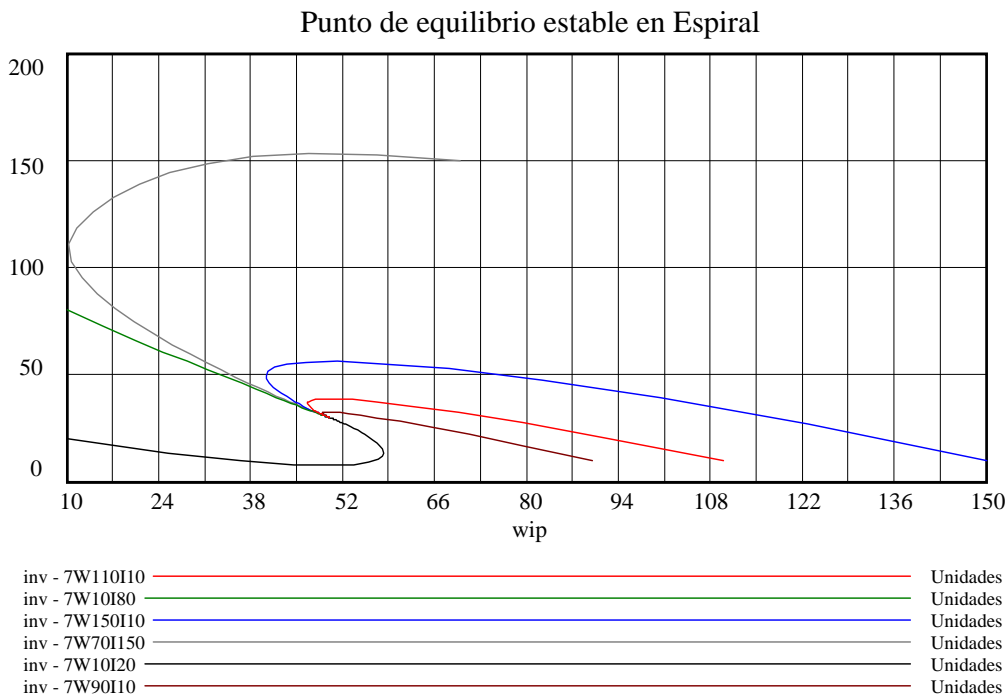


FIGURA 71. Retrato de fase de las variables wip e inv , correspondiente a los comportamientos temporales mostrados en las figuras 67 y 68.

En las secciones anteriores se analizó un mismo modelo, pero en cada sección se consideraron políticas diferentes al definir los flujos de órdenes de producción, y los flujos de demanda.

En las secciones 6.7.1, 6.7.2, 6.7.3, y 7.6.4 se utilizó la política de definir las órdenes de producción a partir de la previsión de la demanda más la discrepancia del inventario, la cual sería cubierta en un cierto tiempo de ajuste del inventario. En las tres primeras secciones se modificó el tiempo de ajuste del inventario, con el propósito de conocer el comportamiento del sistema ante la variación

de este ajuste; estas variaciones corresponden a un análisis de sensibilidad del parámetro tai . En la sección 7.6.4 se modificó únicamente el parámetro tp . En las secciones 6.7.5, 6.7.6, y 6.7.7 se realizó un análisis de sensibilidad estructural, al modificar, no el valor de un parámetro, sino las políticas de flujo de producción y de flujo de la demanda.

La tabla 11 muestra los distintos tipos de puntos de equilibrio encontrados en los análisis realizados en cada sección, y sus estabildades. Todos los casos son lineales, por lo tanto sólo se encuentra un punto de equilibrio, excepto en el caso en que el determinante del Jacobiano es igual a cero. La tabla presenta además, la política utilizada en el flujo de producción y en el flujo de demanda, el tipo de autovalor, y el valor del determinante del Jacobiano. Un determinante de J diferente de cero, indica que el sistema lineal tiene solución, y es única. Un determinante igual a cero, indica que el sistema no tiene solución, y si la tiene, es porque tiene múltiples soluciones.

La tabla 11 también presenta en su última columna, las figuras que muestran inventarios de producto terminado (inv) negativos. En ningún caso se presentó Trabajo en proceso (wip) negativo. Los inventarios negativos reflejan que hay problemas en la política de entrega de mercancía al cliente, o lo que es lo mismo, que para algunas condiciones iniciales de las variables wip e inv , la demanda está siendo superior a las existencias de inventario de producto terminado, y la política utilizada en el modelo no detecta esta situación. La sección 7.7.6 trata de evitar los inventarios negativos, y los trabajos en proceso negativos, al incluir en la política de las órdenes de producción, no sólo la discrepancia entre el inventario de producto terminado (inv) y el inventario deseado ($inv\ deseado$), sino también la cantidad de producto en proceso (wip). Las figuras correspondientes a las simulaciones de la sección 6.7.7 no muestran ni inventarios de producto terminado negativos (inv), ni productos en proceso negativos (wip). Una forma más adecuada de evitar niveles negativos, es por medio de no-linealidades; éstas se verán en el capítulo siguiente, aunque su análisis cualitativo matemático es más complejo de realizar.

TABLA 11. Tipos de equilibrio y estabilidad de los modelos: secciones 6.7.1, 6.7.2, 6.7.3, 6.7.4, 6.7.5, 6.7.6 y 6.7.7

Sección	Det (J)	Autovalor	Tipo de equilibrio	Estabilidad	Política: Orden de producir	Política: Flujo de la demanda	Figuras con inventario negativo
6.7.1	Det \neq 0	Complejo conjugado	Espiral	Asintóticamente estable	D +(D*gci)/tai- Inv/tai	D*entrega	
6.7.2	Det \neq 0	$\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	Nodo Impropio	Asintóticamente estable	D +(D*gci)/tai- Inv/tai	D*entrega	40, 42,43
6.7.3	Det \neq 0	$\lambda_1 = \lambda_2 < 0$	Nodo Impropio	Asintóticamente estable	D +(D*gci)/tai- Inv/tai	D*entrega	
6.7.4	Det \neq 0	Complejo conjugado	Espiral	Asintóticamente estable	D +(D*gci)/tai- Inv/tai	D*entrega	50, 52, 53
6.7.5	Det = 0	$\lambda_1 = 0,$ $\lambda_2 < 0$	Recta de Puntos de equilibrio	Estable pero no asintótico	mcp	D*entrega	56, 58, 59
6.7.6	Det \neq 0	$\lambda_2 < \lambda_1 < 0$	Nodo Impropio	Asintóticamente estable	mcp	Inv * entrega	
6.7.7	Det \neq 0	Complejo conjugado	Espiral	Asintóticamente estable	D + (d*gci)/tai - inv/tai - wip/tai	D * entrega	

7. MODELO DINÁMICO NO LINEAL: PROTOTIPO SENCILLO DE UN PROCESO DE PRODUCCIÓN

7.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo 6 se presentó el análisis de un sistema lineal, en el cual pueden presentarse puntos de equilibrio asintóticamente estables, ya sea de la forma Espiral, Nodo Impropio, o Nodo Propio, los cuales, en general, se conocen en la teoría de análisis cualitativo, como Atractores Puntuales; o, también pueden presentarse los puntos de equilibrio inestables, como el punto de silla, conocido en la teoría del análisis cualitativo, como Repulsor; otro equilibrio que puede presentarse, es el de la recta que consta de equilibrios múltiples, pero de cualquier forma, éstos son, o atractores puntuales, o repulsores. Los comportamientos de equilibrio estable llevan a obtener comportamientos que se estabilizan alrededor de un único punto, o alrededor de un ciclo que se repite cada cierto tiempo. En un sistema lineal no se presentará nunca un comportamiento a largo plazo que sea cíclico, situación que sí se presenta en un sistema no lineal, y que además, puede considerarse como una situación normal de los sistemas no lineales; este comportamiento cíclico recibe el nombre de Centro en la teoría de las ecuaciones diferenciales, y recibe el nombre de atractor de ciclo límite en la teoría del análisis cualitativo. Los sistemas no lineales pueden presentar otros comportamientos extraños en sus trayectorias, y algunos de ellos pueden ser caóticos. Los puntos de equilibrio inestables llevan a que el comportamiento del sistema se dirija hacia una u otra zona de equilibrio estable, o llevar a la catástrofe.

El sistema no lineal que se analiza en este capítulo, incluye no linealidades representadas por medio de tablas, lo cual hace prácticamente imposible realizar un análisis matemático; se recurre

entonces a un análisis gráfico, tanto de las no linealidades, como de los resultados de las simulaciones. El software de simulación utilizado es el VENSIM (VENSIM, 1988).

7.2 CASO DE ESTUDIO

El modelo al cual se le realizará análisis cualitativo, corresponde a un sistema de producción compuesto por dos eventos: uno que representa un proceso sencillo de fabricación que puede realizarse en una única máquina, y otro que representa el proceso de almacenamiento del producto terminado.

El tiempo de producción del producto (*t*_{proceso}), depende de la cantidad de producto en proceso; a mayor cantidad de producto en proceso, mayor es el tiempo que demora el producto en salir del proceso; para esta situación, se considera que el tiempo de proceso es una función no lineal de forma casi logística, la cual se trabaja en el modelo en forma de tabla; ésta puede verse en la figura 72. El eje de la ordenada representa la cantidad de tiempo consumido en el proceso, de acuerdo con la cantidad de productos que estén siendo procesados; el mínimo tiempo de proceso se ha tomado igual a 0.5 unidades de tiempo, y el máximo tiempo de producción se ha tomado igual a una unidad de tiempo. Debido a la restricción de máxima capacidad de producción, el nivel del producto en proceso (variable WIP), no excede el valor de 200; por esta circunstancia, la abscisa toma valores extremos de 0 y 200 unidades de producción.

La cantidad de producto que se entrega al cliente, es una función no lineal que depende tanto de la cantidad de producto terminado que haya en inventario como de la demanda. La demanda es constante a través del tiempo, y se considera que si ésta no es satisfecha completamente, lo que queda faltando por entregar, no se entrega. La figura 73 muestra la tabla que representa el porcentaje de entrega de producto terminado, de acuerdo con las existencias de producto terminado; el eje de la ordenada representa el porcentaje, y el eje de la abscisa representa el inventario de producto terminado.

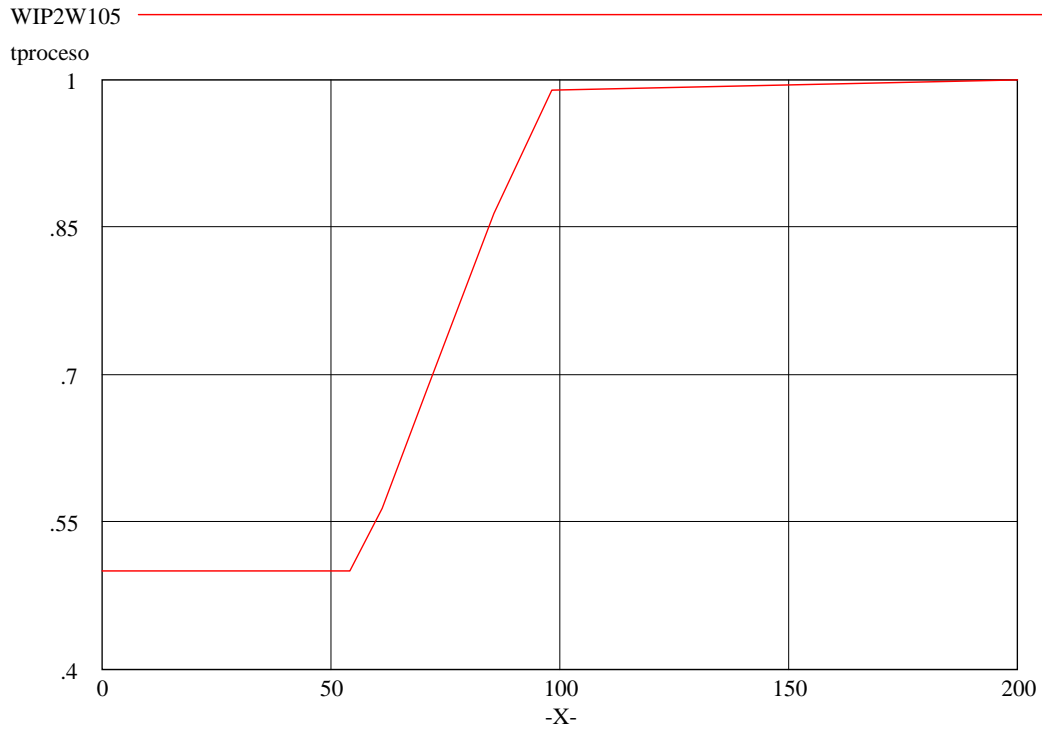


FIGURA 72. Tiempo de producción en función de la cantidad de Producto en Proceso.

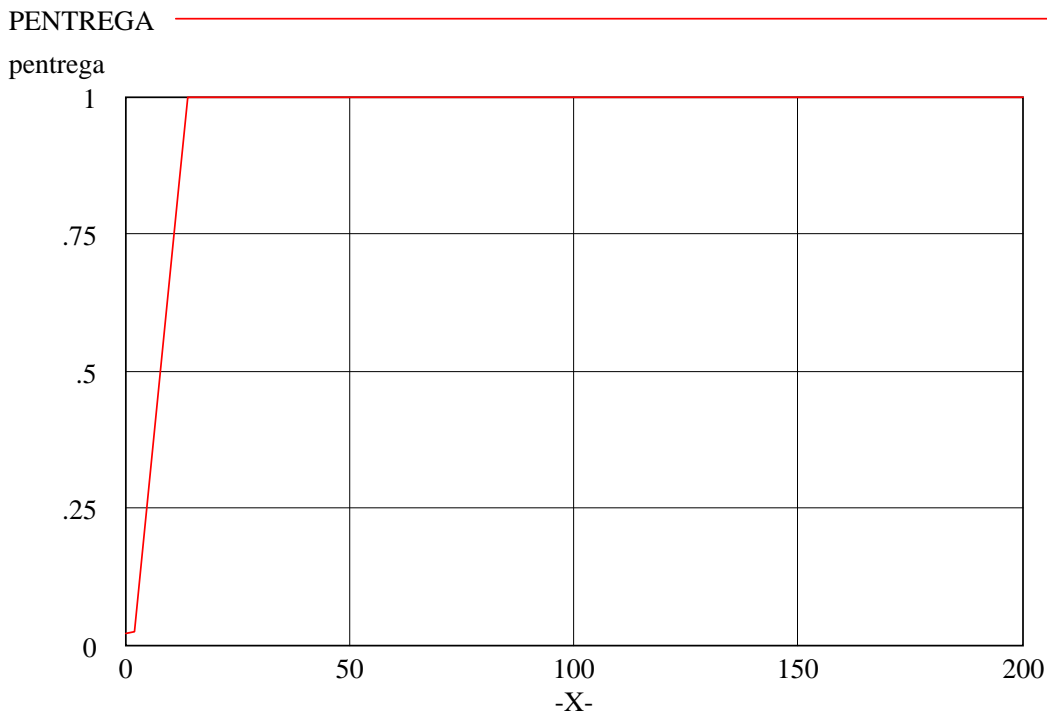


FIGURA 73. Porcentaje de entrega de Producto Terminado, de acuerdo con el nivel de Inventario de Producto Terminado (INV).

Aunque el análisis cualitativo de un modelo que utiliza tablas es mucho más complicado de hacer que el análisis de un modelo que utiliza funciones matemáticas conocidas, para efectos de simulación es más práctico el uso de tablas, ya que éstas permiten ser modificadas fácilmente antes de cualquier simulación. La modificación de los valores de las tablas puede corresponder al planteamiento de diferentes políticas o escenarios.

7.3 DIAGRAMA DE CAUSALIDAD

A continuación se da una breve explicación de las relaciones entre las variables del modelo mostrado en la figura 74, haciendo énfasis en cada uno de los ciclos de realimentación.

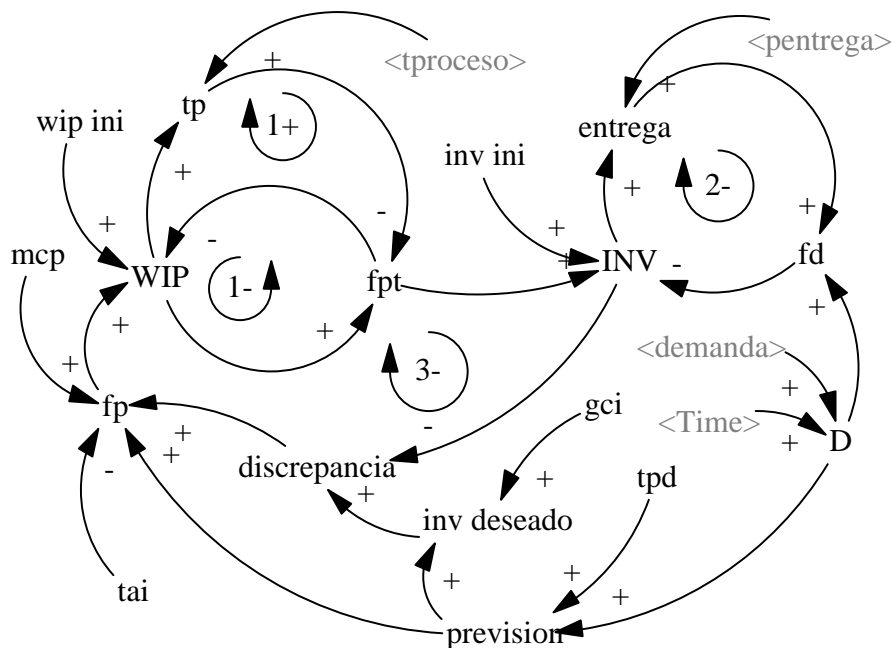


FIGURA 74. Diagrama de causalidad para un proceso de producción.

Se observa cómo el aumento de la demanda (D) genera un aumento en la variable *prevision* la cual lleva a aumentar la variable correspondiente al inventario deseado (*inv deseado*), ésta a su vez aumenta la *discrepancia* (calculada como la diferencia entre el nivel

del inventario y el inventario deseado): una mayor discrepancia hace que sea mayor el flujo de producción (representado por la variable: fp). Iniciando desde la variable Demanda (D), se puede observar que el aumento en la demanda genera aumento en la *previsión*, y que ésta a su vez, genera aumento en el flujo de producción (fp). Por otro lado, el aumento en la demanda ocasiona un aumento en la variable Flujo de la Demanda (fd).

El bucle de realimentación negativo número uno (-1) relaciona las variables Nivel del producto en proceso (wip) y Flujo de Producto Terminado (fpt); el control del bucle se presenta al disminuir el nivel del Producto en Proceso (wip) como consecuencia de un aumento en el Flujo de Producto Terminado (fpt).

El bucle de realimentación negativo número dos (-2) relaciona las variables Inventario de Producto Terminado (inv), entrega de producto terminado (*entrega*) y Flujo de la Demanda (fd). El control del bucle se presenta al disminuir el inventario como consecuencia de la entrega al cliente, de producto terminado.

El bucle negativo número tres (-3) relaciona las variables Flujo de Producción (fp), Trabajo en Proceso (wip), Flujo de Productos Terminados (fpt), nivel de Inventario de Productos Terminados (inv) y Discrepancia (*discrepancia*). El control del bucle se presenta al disminuir la Discrepancia como consecuencia de un aumento en el nivel del Inventario de Producto Terminado (inv).

El bucle de realimentación positivo número uno (1) relaciona las variables, Nivel del Producto en Proceso (wip), Tiempo de Proceso (tp), y Flujo de Producto Terminado (fpt). El crecimiento del bucle se presenta al anularse la disminución del Producto en Proceso (wip) con la disminución del Flujo de Producto Terminado (fpt).

7.4 DIAGRAMA DE FLUJOS Y NIVELES

El diagrama de Flujos y Niveles correspondiente al diagrama de Causalidad de la figura 74, se presenta en la figura 75.

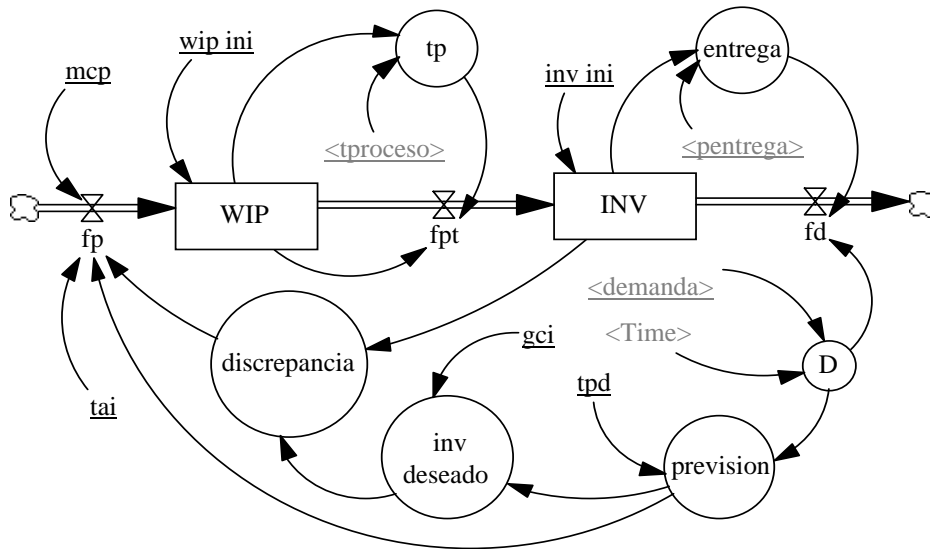


FIGURA 75. Diagrama de Flujos y Niveles para un proceso de producción.

7.5 ECUACIONES DIFERENCIALES DEL MODELO

Ecuaciones de las variables de nivel: wip e inv.

El sistema de la figura 75 consta de dos variables de nivel, WIP e INV, lo que da lugar a sistema formado por dos ecuaciones diferenciales de primer orden.

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = fpt - fd \quad (86)$$

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = fp - fpt \quad (87)$$

Al reemplazar las variables fp , fpt , y fd , se tiene el sistema de ecuaciones (88) y (89). Los puntos de equilibrio se encuentran al hacer que las ecuaciones diferenciales sean iguales a cero:

$$\frac{d(inv)}{d(t)} = \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) - (D * entrega(inv)) = 0 \quad (88)$$

Como el flujo de producción (fp) que entra al nivel WIP depende de la máxima capacidad de producción (mcp), entonces, por comodidad en

el análisis, se tomará un valor muy grande para mcp , de tal forma que no se presente restricción en la producción por culpa de esta variable:

$$\frac{d(wip)}{d(t)} = D + \left(\frac{D * gci}{tai} \right) - \left(\frac{inv}{tai} \right) - \left(\frac{wip}{tp(wip)} \right) = 0 \quad (89)$$

De las ecuaciones (88) y (89) se tiene los siguientes puntos de equilibrio:

$$inv = (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv))$$

$$inv + tai * D * entrega(inv) = D * (tai + gci) \quad (90)$$

$$\frac{wip}{tp(wip)} = D * entrega(inv) \quad (91)$$

Donde:

$tp(wip)$: La variable “ $tp(wip)$ ” es el tiempo de proceso que se obtiene de la tabla no lineal $tproceso$, que depende de la cantidad de producto en proceso (WIP). Inicialmente tiene la forma de una curva casi logística con punto inicial en $wip = 0$, y $tp = 0.5$. La variable tp toma valores entre 0.5 y 1.

$entrega(inv)$: La variable “ $entrega(inv)$ ”, es el porcentaje de producto a entregar obtenido de la tabla no lineal $pentrega$, que depende de la cantidad de producto terminado que haya en inventario. Toma valores entre 0 y 1 de acuerdo con el nivel del inventario de producto terminado (INV). A partir de un inventario de producto terminado igual a 14, la válvula toma un valor constante de 1, indicando que puede entregar el 100% del inventario.

D : La variable D es el resultado de la tabla $demanda$ que puede tomar los valores constantes de: 100, o 110; o ser no lineal entre 100 y 110. Está en función del tiempo.

$tai = 0.5$: Es el número de unidades de tiempo requeridas para hacer el ajuste del inventario deseado ($inv\ deseado$).

$gci = 0.8$: Es un porcentaje, y representa el grado de cobertura del inventario deseado.

mcp = Máxima capacidad de producción. Es un parámetro utilizado para modificar la capacidad de producción de la fábrica, suponiendo que dicho parámetro incluye restricciones en recursos tales como mano de obra, activos de producción, materia prima, y otros recursos. Las ecuaciones del modelo no lineal se presentan en el Anexo 2.

7.6 PROCEDIMIENTO PARA ENCONTRAR LAS REGIONES DE EQUILIBRIO DEL MODELO

Existen modelos no lineales a los cuales se les puede encontrar analíticamente las regiones de estabilidad e inestabilidad. A partir de las ecuaciones de nivel en estado de equilibrio (igualadas a cero), se obtienen los puntos de equilibrio para las variables de nivel. Con las derivadas de las ecuaciones, evaluadas en los puntos de equilibrio, se forma la matriz Jacobiana; si la matriz Jacobiana tiene un determinante diferente de cero, entonces puede tenerse la certeza de que el sistema tiene solución, y el siguiente paso consiste en calcular los autovalores a partir del polinomio característico. Las raíces de éste son los autovalores, y a partir de los signos de ellos se sabe si los puntos de equilibrio son estables o inestables. En muchas ocasiones el polinomio característico es muy complejo y por lo tanto es difícil calcular los autovalores; en estos casos hay dos alternativas: primero, adquirir un conocimiento matemático profundo sobre la teoría del análisis cualitativo, o, segundo, se hace un análisis detallado de las gráficas temporales y de fase.

La metodología utilizada para el análisis del modelo que se está estudiando en este capítulo, es la siguiente:

- Hacer el desarrollo analítico a partir de las ecuaciones diferenciales hasta el posible cálculo de los autovalores.
- Hacer el análisis de estabilidad e inestabilidad por medio del análisis de sensibilidad de los valores iniciales de las variables de nivel, de las gráficas temporales y de los planos de fase, en el caso

en que el desarrollo analítico no lleve a obtener los valores numéricos de los autovalores.

A continuación se presenta el desarrollo analítico a partir de las ecuaciones diferenciales de las variables de nivel, hasta obtener la expresión matemática de los autovalores.

Sean: $D = \text{constante}$,

$$x = \text{inv}, \quad y = \text{wip}, \quad g_1(y) = \text{tp}(\text{wip}), \quad g_2(x) = \text{entrega}(\text{inv}) \quad (92)$$

$$\text{de (89):} \quad a_1 = D + \frac{D * gci}{tai} \quad (93)$$

Entonces;

$$\text{de (88)} \quad \frac{d(x)}{d(t)} = \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) - (D * g_2(x)) = 0 \quad (94)$$

$$\text{de (89)} \quad \frac{d(y)}{d(t)} = a_1 - \frac{x}{tai} - \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) = 0 \quad (95)$$

$$\text{Sea:} \quad h(y) = \frac{y}{g_1(y)} \quad (96)$$

Por lo tanto;

$$\frac{d(x)}{d(t)} = h(y) - (D * g_2(x)) = 0 \quad (97)$$

$$\frac{d(y)}{d(t)} = a_1 - \frac{x}{tai} - h(y) = 0 \quad (98)$$

Obtención del Jacobiano:

$$J = \begin{bmatrix} -D * g_2' & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \quad \therefore \quad |J - \lambda| = \begin{vmatrix} -D * g_2' - \lambda & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' - \lambda \end{vmatrix} \quad (99)$$

Polinomio característico:

$$P(\lambda) = \lambda^2 + \lambda * (D * g_2' + h') + D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai} \quad (100)$$

$$\text{Sean: } a = 1, \quad b = D * g_2' + h' \quad y \quad c = D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai} \quad (101)$$

$$\text{Donde: } P(\lambda) = a \lambda^2 + b \lambda + c = 0 \quad y \quad \lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a}$$

entonces:

$$\lambda_1 = \frac{-(D * g_2' + h')}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(D * g_2' + h')^2 - 4 * \left(D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right)} \quad (102)$$

$$\lambda_2 = \frac{-(D * g_2' + h')}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(D * g_2' + h')^2 - 4 * \left(D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right)} \quad (103)$$

Se tienen dos autovalores que aparentemente son complejos conjugados, con la parte real aparentemente negativa. Sin embargo, no puede concluirse nada a partir de estos autovalores, debido a que hay que conocer con exactitud el, o los puntos de equilibrio, para poder conocer el signo de la derivada de h (h'). Lo mismo sucede con las expresiones de la raíz cuadrada; debe conocerse el signo y el valor de la derivada de h , para saber si el valor de la raíz es positivo o negativo. Por la tabla de la figura 73 se sabe que la derivada de g_2 es positiva o cero; no puede decirse lo mismo de h , ya que h es el resultado de dividir a y entre g_1 . De todas formas, puede decirse que los autovalores serán reales si:

$$(D * g_2' + h')^2 > 4 * \left(D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right) \quad (104)$$

o serán complejos conjugados si:

$$(D * g_2' + h')^2 < 4 * \left(D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right) \quad (105)$$

Otro criterio para definir la estabilidad o inestabilidad de un punto de equilibrio, es el criterio de Routh - Hurwitz, el cual dice: Si se tiene la expresión del polinomio característico siguiente: $a \lambda^2 + b \lambda + c = 0$, y si de acuerdo con dicha expresión, se tiene que: $a > 0$, $b > 0$ y $b * c > 0$, entonces los puntos de equilibrio corresponden a regiones estables¹, o sea, sólo si:

$$a > 0, \left(D * g_2' + h' \right) > 0 \quad y \quad \left(D * g_2' + h' \right) * \left(D * g_2' * h' + \frac{h'}{tai} \right) > 0 \quad (106)$$

puede decirse que el punto de equilibrio (INV, WIP; o su equivalente X, Y) es estable. Debido a que h' y g_2' son tablas y por lo tanto no es posible encontrarles sus derivadas, entonces debe recurrirse al análisis de las gráficas de las simulaciones, con el fin de determinar las regiones de estabilidad, o inestabilidad, en caso de que las haya.

Las gráficas de las simulaciones, y las curvas de equilibrio, permitirán visualizar la forma de h , y en este caso, podrá volverse a analizar la ecuación (106) para corroborar la estabilidad o la inestabilidad del, o de los puntos de equilibrio. Antes de dibujar las curvas de equilibrio, se presenta la tabla 12 y en ella pueden verse los parámetros y las expresiones que modifican a los puntos de equilibrio y a los autovalores.

Una modificación en el parámetro tai produce una modificación, o un nuevo valor, de la variable de nivel *INV*, pero no de la variable de nivel *WIP*; este parámetro también modifica a los autovalores, pero debido que no es posible conocer los valores de las derivadas de las funciones g_1 y g_2 , tampoco es posible decir si un cambio en tai produce únicamente un cambio en el valor de los autovalores, o si además, produce un cambio en la estabilidad de los puntos de equilibrio.

Igualmente, un cambio en la función $tp(wip)$ produce un cambio en el equilibrio de la variable *WIP*, pero no en el equilibrio de la variable *INV*; si fuera posible conocer el valor numérico de la derivada de la

¹ BOYCE, William E. and DiPRIMA, Richard C. 1992. Elementary Differential Equations. 5ª edición. Editorial John Wiley & Sons. página 202: Hurwitz Stability Criterion.

función h ($h = y/gI(y)$, o en forma equivalente, $h = wip/tp(wip)$), podría detectarse si un cambio en $tp(wip)$ produce sólo un cambio en el valor numérico de los autovalores, o si además produce un cambio en la estabilidad de los puntos de equilibrio.

Un cambio en el parámetro gci , sólo produce un cambio en el punto de equilibrio de la variable de nivel INV , sin que se pierda la estabilidad (o inestabilidad) del nuevo equilibrio. Cambios en el parámetro D y en la función $entrega(inv)$ (o equivalentemente, $g_2(x)$), producen cambios en los valores numéricos de los equilibrios de las variables WIP e INV , y también pueden producir cambios de estabilidad en estos nuevos equilibrios.

TABLA 12. Parámetros y expresiones que modifican al punto de equilibrio y a los autovalores.

Equilibrios y autovalores	Parámetros y expresiones que afectan a los puntos de equilibrio y a los autovalores				
	tai	D	gci	entrega(inv) = $g_2(x)$	tp(wip) = $g_1(y)$
inv = x	*	*	*	*	
wip = y		*		*	*
λ_1	*	*		*	*
λ_2	*	*		*	*

Con el fin de obtener las curvas de equilibrio del modelo de las figuras 74 y 75, se elabora un modelo que es simulado con el software VENSIM, y por medio del cual se reflejan las ecuaciones diferenciales en equilibrio mostradas en las ecuaciones (94) y (95). El modelo elaborado para las curvas de equilibrio se muestra en la figura 76, y sus ecuaciones se muestran en la figura 77.

El código de la figura 77 se utiliza en el software VENSIM, y los resultados de las simulaciones son utilizados para graficar las curvas de equilibrio correspondientes a las expresiones: D , $Y/GI(Y)$, $(A-X/TAI)$, y $D*G2$. Las intersecciones de estas cuatro curvas son los puntos de equilibrio de las variables (X, Y) , o lo que es lo mismo, de las variables (INV, WIP) . Estas curvas de equilibrio serán incorporadas, más adelante, al diagrama de Fórrester (figura 75), con el propósito de obtener los puntos de equilibrio del modelo completo, o sea, cuando en el modelo están interactuando todas las variables y parámetros.

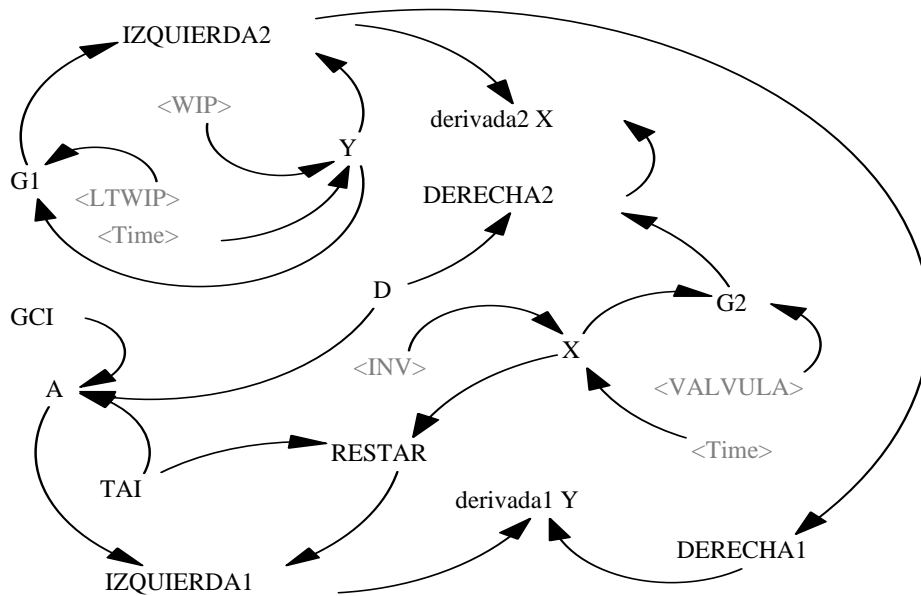


FIGURA 76. Modelo de las ecuaciones diferenciales en equilibrio, mostradas en las ecuaciones (94) y (95).

$$\begin{aligned}
 A &= D+(D*GCI)/TAI \\
 D &= 105 \\
 G1 &= TPWIP(Y) \\
 G2 &= ENTREGA(X) \\
 GCI &= 0.8 \\
 RESTAR &= X/TAI \\
 TAI &= 0.5 \\
 IZQUIERDA1 &= A-RESTAR \\
 IZQUIERDA2 &= Y/G1 \\
 DERECHA2 &= D*G2 \\
 DERECHA1 &= IZQUIERDA2 \\
 DERIVADA1Y &= IZQUIERDA1-DERECHA1 \\
 DERIVADA2X &= IZQUIERDA2-DERECHA2 \\
 INV &([(0,0)-(2000,2000)], (0,0), (200,200), (2000,2000)) \\
 WIP &([(0,0)-(2000,2000)], (0,0), (200,200), (2000,2000)) \\
 TPWIP &([(0,0)-(2000,1)], (0,0), (1.03093,0.5), (45.6186,0.5), \\
 &(54.1237,0.5), (61.3402,0.56338), (71.134,0.683099), (85.8247,0.86267 \\
 &6), (98.4536,0.989437), (200,1), (200,1)) \\
 ENTREGA &([(0,0)-(2000,1)], (0,0), (2.31959,0.0246479), \\
 &(12.1134,0.84507), (13.9175,1), (200,1), (200,1)) \\
 X &= INV(Time) \\
 Y &= WIP(Time)
 \end{aligned}$$

FIGURA 77. Ecuaciones del modelo mostrado en la figura 76, y correspondiente a las ecuaciones de equilibrio de las variables diferenciales WIP e INV (ver ecuaciones (74) y (95)).

El código del programa de la figura 77, y el modelo de la figura 76, son obtenidos a partir de las ecuaciones diferenciales (94) y (95). Las variables *TPWIP* y *ENTREGA*, contienen los valores de las tablas mostradas en las figuras 73 y 74.

$$\text{de (94):} \quad \frac{d(x)}{d(t)} = \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) - (D * g_2(x)) = 0$$

$$\text{Donde:} \quad \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) = \text{izquierda2}, \quad y \quad (D * g_2(x)) = \text{derecha2}$$

$$\text{de (95):} \quad \frac{d(y)}{d(t)} = a_1 - \frac{x}{tai} - \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) = 0$$

$$\text{Donde:} \quad a_1 - \frac{x}{tai} = \text{izquierda1}, \quad y \quad \left(\frac{y}{g_1(y)} \right) = \text{derecha1}$$

$$a_1 = A, \quad y \quad \frac{x}{tai} = \text{restar}$$

7.7 SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Algunas gráficas obtenidas con las ecuaciones de la Figura 76, muestran los puntos de intercesión entre las curvas de equilibrio obtenidas con las ecuaciones (94) y (95); los puntos de intercesión corresponden a los puntos de equilibrio entre las diferentes curvas. En todas las gráficas que se muestran a continuación, se observa que la expresión *Y/G1* corresponde a una línea que tiene un máximo local cercano a 108.87, cuando *Y* tiene un valor aproximado de 61.25, y un mínimo local cercano a 99.48 cuando *Y* tiene un valor aproximado de 87.87. Cuando la línea *Y/G1* es atravesada por la línea $D * G2 = D = 105$ (*demanda = 105*), que es completamente horizontal, pueden verse tres puntos de intersección entre ambas líneas; esto se aprecia en los puntos 1, 3, y 5 de la figura 78. Para valores de $D * G2$ inferiores al mínimo local de la línea *Y/G1* (punto 4 en la figura 78) y para valores superiores al máximo local de la línea *Y/G1* (punto 2 de la figura 78), sólo se presenta un punto de intercesión entre ambas líneas. Para un valor de $D * G2$ igual al mínimo local de la línea *Y/G1* y para un valor de $D * G2$ igual al máximo local de la línea *Y/G1*, sólo se presentan dos puntos de intercesión entre ambas líneas; este caso se explicará por

medio de la figura 79. Los tres casos de número de intercesiones que se acaban de mencionar, se describen con un poco más de detalle, a continuación:

7.7.1 Tres puntos de intercesión

Tres puntos de intercesión: Se presentan cuando $D*G2 = D$ se desplaza verticalmente en el intervalo abierto del eje de la ordenada (99.48, 108.87); entonces $D*G2$ intercepta a la curva $Y/G1$ en tres puntos en el intervalo abierto de Y (49.7, 107.83) (el valor 49.7 es la proyección del punto 6 de la figura 79, y el valor 107.83 es la proyección del punto 7 en la misma figura). Los cuatro puntos de intercesión entre las curvas $Y/G1$ y $D*G2$, son los que corresponden a los números 8, 1, 3 y 5, de la figura 78, además del origen. Los números 2 y 4 corresponden respectivamente al máximo local y al mínimo local de la curva $Y/G1$. El punto 8 representa la intercesión de las curvas $Y/G1$ y $D*G2$, cuando $D*G2$ es una línea inclinada con pendiente positiva. La tabla 13 presenta los valores de los puntos de las gráficas de las figuras 78 y 79.

TABLA 13. Valores de los puntos de las gráficas de las figuras 78, 79.

	Puntos								
	0	8	6	1	2	3	4	5	7
Y	0	2.62	49.7	52.5	61.25	69	86.87- 87.87	103.95	107.83
$D*G2=Y/G1$	0	5.25	99.48	105	108.87	105	99.48	105	108.87
Pendiente	2	1.92	+	1.97	0	-0.3	0	0.99	+
					Máximo		Mínimo		

La curva $Y/G1$ tiene una tangente positiva en el intervalo de Y (49.7, 61.25), o sea, entre los puntos marcados con los números (6) y (2) en la figura 79; tiene una tangente negativa en el intervalo Y (61.25, 85.87), o sea entre los puntos (2) y (4); y tiene una tangente positiva en el intervalo (87.87, 107.83), o sea, entre los puntos (4) y (7). La pendiente entre el punto 8 y el punto 1, es positiva. El signo de la tangente se utilizará para definir la estabilidad o inestabilidad de los puntos de equilibrio, y la forma del acceso al equilibrio.

La curva $D*G2$ tiene pendiente igual a 1.1156 en el origen, y tiene pendiente igual 8.638 en el punto que tiene el número 8 en la figura 78.

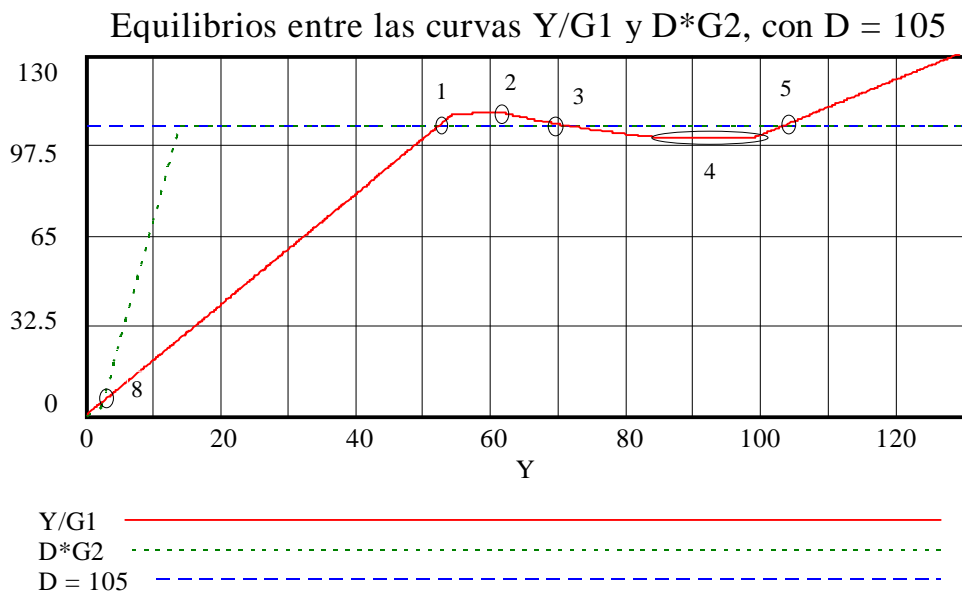


FIGURA 78. Curvas de equilibrio de la ecuación (94)

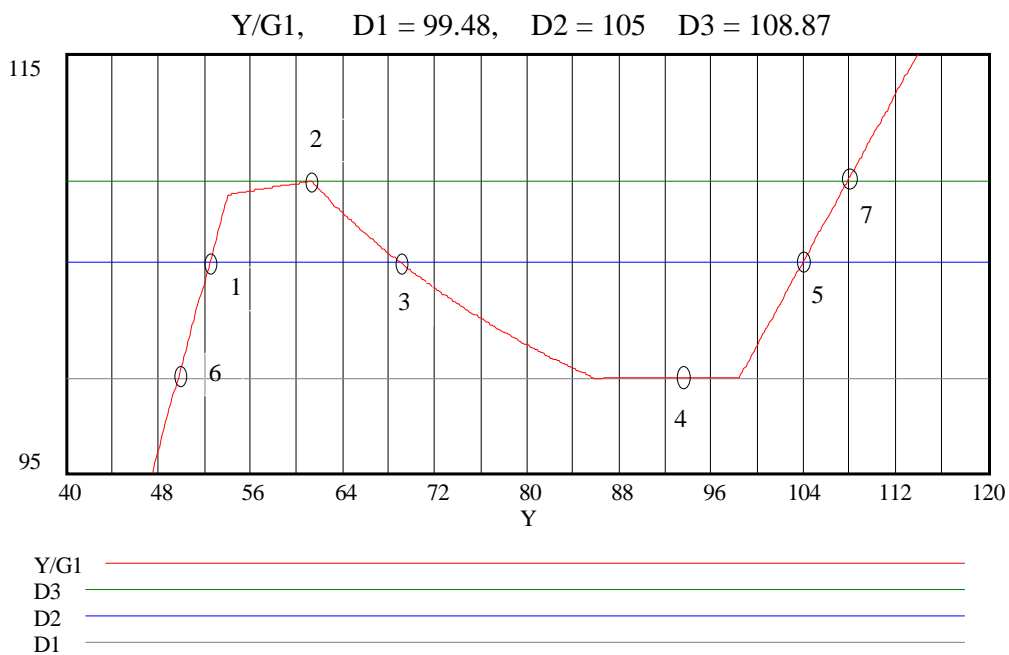


FIGURA 79. Banda dentro de la cual se presentan tres puntos de equilibrio para la variable Y , cuando $D = D*G2 = 105$. (Ampliación de la gráfica de la figura 78).

La figura 80 muestra que el único punto de equilibrio de la variable X , es igual a 84 (este punto está identificado en la gráfica, con el número 9), cuando la demanda D es igual a 105, y a la vez es igual a $D \cdot G2$. Este valor de la variable X también puede ser calculado por medio de la ecuación (90). Por ejemplo, en el punto 1 de la gráfica 79, el valor de X es:

$$\begin{aligned} \text{De (90)} \quad inv &= (tai \cdot D) + (gci \cdot D) - (tai \cdot D \cdot entrega(inv)) \\ &= (0.5 \cdot 105) + (0.8 \cdot 105) - (0.5 \cdot 105 \cdot 1) = 84 \quad (107) \end{aligned}$$

De acuerdo con el cambio de variables que se hizo en la ecuación (92), se tiene que $inv = X = 84$. Si este cálculo se realiza para los puntos 3 y 5 de la figura 79, se obtendrá el mismo valor igual a 84 para X . Por lo tanto, para la franja en la cual $99.48 < D \cdot G2 < 108.87$, el modelo presenta tres posibles puntos de equilibrios, correspondientes a un único valor para X , y a tres posibles valores para Y . Se tiene un cuarto punto de equilibrio, mostrado en la figura 78 con el número 8, y su valor también se puede calcular con la ecuación (90).

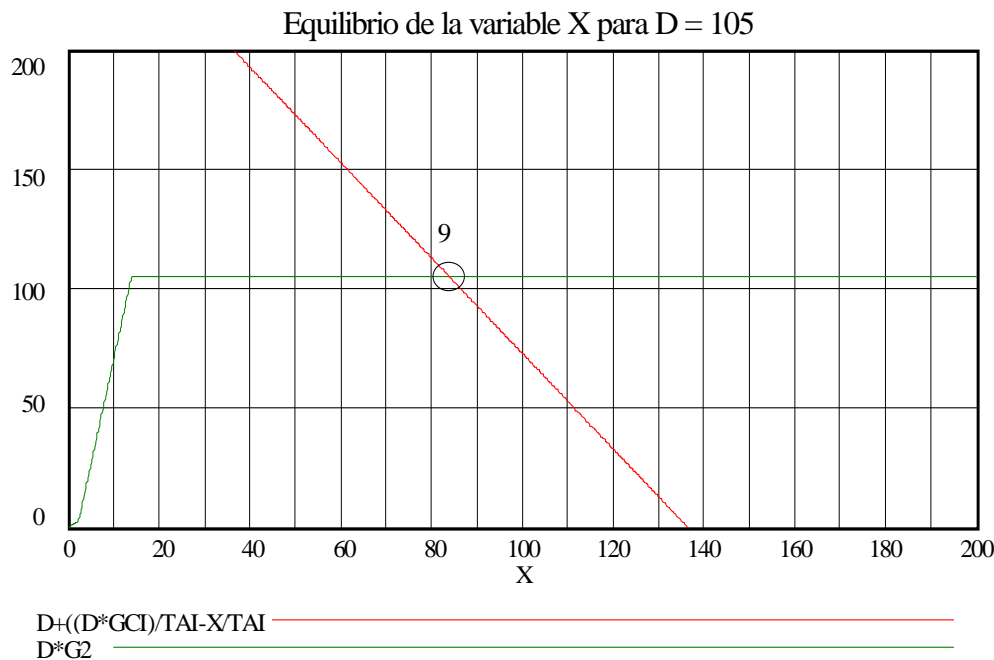


FIGURA 80. Punto de equilibrio de la variable X , cuando $D = 105$.

La figura 81 muestra los puntos de intersección de las expresiones matemáticas del sistema de ecuaciones diferenciales correspondientes a las ecuaciones (94) y (95), y agrupa las gráficas de las figuras 78, 79 y 80. Las curvas de esta gráfica fueron obtenidas con una demanda $D = 105$.

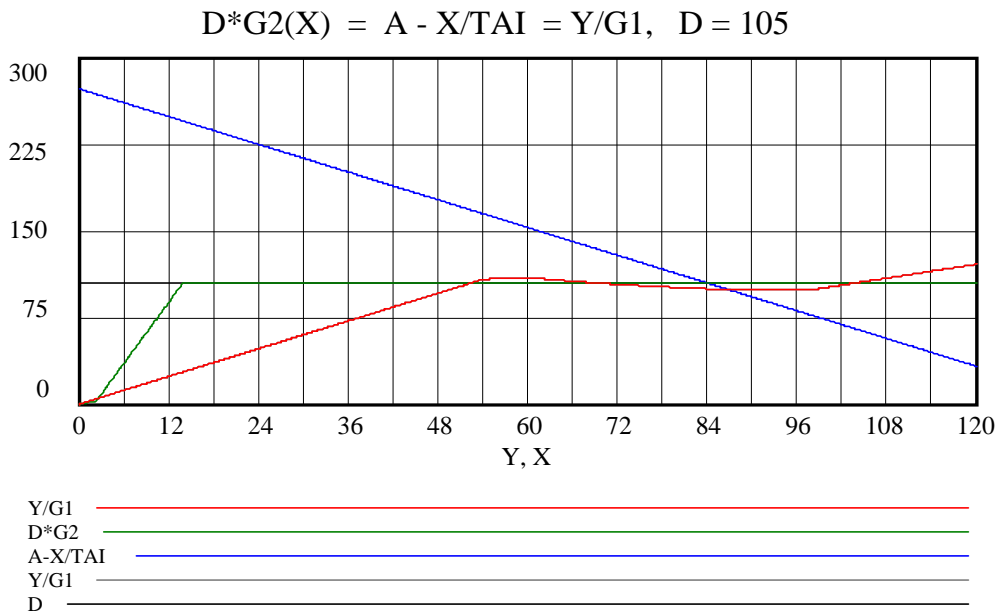


FIGURA 81. Puntos de equilibrio del sistema de ecuaciones diferenciales correspondientes a las ecuaciones (94) y (95), cuando $D = 105$

Las coordenadas del punto número 8 de la figura 78, son: $Y = 2.62$, y $Y/G1 = D * G2 = 5.25$ (ver figura 78 y tabla 12); sin embargo, no hay ningún punto de intersección entre las tres curvas, que haga que la curva $D + ((D * G2)/tai) - (INV/tai)$ intercepte a la curva $D * G2$ o a la curva $Y/G1$ en un punto con ordenada igual a 2.62. Para que exista un punto de equilibrio para el modelo, debe darse que las tres curvas se intercepten de tal forma, que tengan igual valor en la ordenada (Ver figura 81). Hay que recordar que:

$$\begin{aligned}
 D + ((D * G2)/TAI) - (INV/TAI) &= && \text{IZQUIERDA1} \\
 Y/G1 &= && \text{IZQUIERDA2} \\
 D * G2 &= && \text{DERECHA2} \\
 Y/G1 = D * G1 &= && \text{DERECHA1} \quad (\text{ver figura 77})
 \end{aligned}$$

Al utilizar los datos del punto 8 de la tabla 12, para calcular el valor de X correspondiente a ellos, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{De (90): } inv &= (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv)) \\ &= (0.5 * 105) + (0.8 * 105) - (0.5 * 105 * 0.05) = 133.87, \quad (108) \end{aligned}$$

Pero como se observa en la figura 81, no hay ningún intercepto entre las curvas que haga que X sea igual a 133.87; por lo tanto, el punto $(X, Y) = (INV, WIP) = (133.87, 2.62)$, no es punto de equilibrio en el modelo mostrado en las figuras 74 y 75. Igual análisis puede hacerse para el punto cero de la tabla 13.

Sólo quedan entonces, tres posibles puntos de equilibrio para el modelo, los cuales se alcanzan, según sea el valor inicial del Producto en Proceso (WIP), y según sea el valor de la demanda. Cuando la demanda se encuentra en el intervalo $(99.48, 108.87)$, como por ejemplo, $D = D * G2 = 105$, los tres puntos de equilibrio son:

$$(X, Y) = \{(84, 52.5), (84, 69), (84, 103.95)\}$$

La expresión empleada en la gráfica de la figura 80, para encontrar el punto de equilibrio de la variable X es: $a_1 - \frac{x}{tai} = D * g_2$

Si el determinante de la matriz Jacobiana es diferente de cero, entonces el sistema de ecuaciones diferenciales tiene una única solución; si es igual a cero, no hay solución, o hay soluciones múltiples. Con los autovalores se definen la forma y la estabilidad de los tres puntos de equilibrio de Y (cuando $D * G2 = D = 105$) mostrados en las figuras 78 y 79. Las ecuaciones (102) y (103) definen los autovalores. Sean los puntos:

$$\begin{aligned} (X, Y) &= p1 = (84, 52.5), \\ (X, Y) &= p3 = (84, 69), \\ (X, Y) &= p5 = (84, 103.95) \end{aligned}$$

$$\text{de (99)} \quad J = \begin{bmatrix} -D * g_2' & h' \\ \frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore |J - \lambda| = \begin{vmatrix} -D * g_2' - \lambda & h' \\ \frac{1}{tai} & -h' - \lambda \end{vmatrix}$$

$$\text{De (102)} \quad \lambda_1 = \frac{-(D^* g_2' + h')}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(D^* g_2' + h')^2 - 4 * \left(D^* g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right)}$$

$$\text{de (103)} \quad \lambda_2 = \frac{-(D^* g_2' + h')}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(D^* g_2' + h')^2 - 4 * \left(D^* g_2' * h' + \frac{h'}{tai}\right)}$$

Para calcular el determinante de la matriz jacobiana, y los autovalores, es necesario conocer las pendientes de las tangentes de las curvas g_2 , y h , cuando $D^*G_2 = 105$, o lo que es lo mismo, sus derivadas. Como se aprecia en las gráficas 78, 79 y 80, la curva g_2 (que en el modelo es una tabla), tiene pendiente igual a cero en los tres puntos de equilibrio $p1$, $p3$, y $p5$, ya que en estos puntos, la curva es completamente horizontal; por lo tanto, en las ecuaciones del determinante del Jacobiano, y de los autovalores, toda expresión que involucre una multiplicación por g_2 , tendrá un valor igual a cero. De acuerdo con esto, las nuevas expresiones son:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore |J| = \begin{pmatrix} h' \\ 1 \\ tai \end{pmatrix} \therefore |J| \neq 0; \text{ por lo tanto, se tiene solución:}$$

$$\lambda_1 = \frac{-(h')}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(h')^2 - 4 * \left(\frac{h'}{tai}\right)}, \quad \lambda_2 = \frac{-(h')}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(h')^2 - 4 * \left(\frac{h'}{tai}\right)}$$

La pendiente de los puntos $p1$, $p3$ y $p5$, en la curva h , se calcularán por medio de la fórmula de la pendiente de la tangente m :

$$m = \frac{(v_1 - v_0)}{(u_1 - u_0)} \quad (109)$$

Donde (u_0, v_0) es el punto de la tangencia, y (u_1, v_1) es otro punto de la curva (u es abscisa, y v es ordenada). Aunque el cálculo de la pendiente m no es exactamente el valor de la derivada de la curva en el punto de equilibrio, por lo menos sí es muy aproximado, y para lo que se pretende hacer, que es determinar si los autovalores son positivos o negativos, y si son imaginarios o no, es suficiente con el cálculo de la pendiente.

- Cálculo de la pendiente en el punto $p1 = (u_0, v_0) = (52.5, 105)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 52.5)$.

Sea $(u_0, v_0) = (52.5, 105)$, (el punto 1 de la figura 79)

Sea $(u_1, v_1) = (49.7, 99.48)$ (el punto 6 de la figura 79)

$$m1 = (99.48-105)/(49.7-52.5) = 1.97 = h'$$

$$\lambda = \frac{-(1.97)}{2} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{(1.97)^2 - 4 * \left(\frac{1.97}{0.5}\right)} = -0.985 \pm 3.71i$$

$$\lambda_1 = -0.985 - 3.71i \quad , \quad \lambda_2 = -0.985 + 3.71i \quad (110)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (84, 52.5)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral. Las figuras 82 y 83 muestran respectivamente, los comportamientos temporales de las variables WIP e INV , y el retrato de fase de ambas variables. En la gráfica de la figura 82, se observa la forma como el Producto en Proceso (WIP) y el Producto terminado (INV), alcanzan el equilibrio: empiezan en unos valores iniciales, y luego de un período transitorio dentro del cual se mueven a través de oscilaciones amortiguadas, se estabilizan en un único valor conocido como equilibrio o reposo. Se observa en la gráfica de la figura 83, cómo el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 52.5)$, es alcanzado a través de una curva en forma de espiral. Este tipo de punto estable es conocido como “Atractor”, debido a que atrae todas las trayectorias hacia él.

Las gráficas de las figuras que se muestran a continuación, y que representan los comportamientos temporales de las variables INV e WIP , son obtenidas con los resultados de las simulaciones del modelo causa - efecto mostrado en la figura 74, el cual es equivalente al diagrama de flujos y niveles que se muestra en la figura 75. Los retratos de fase también son obtenidos a partir de las simulaciones del modelo de la figura 74.

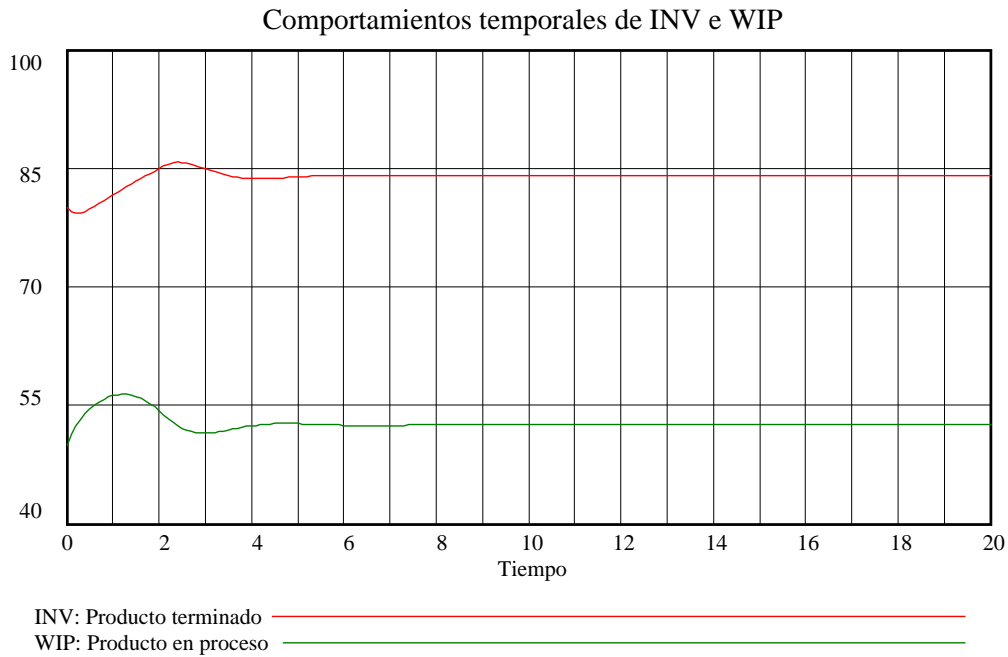


FIGURA 82. Comportamiento temporal de las variables INV e WIP, en el punto de equilibrio (84, 52.5), cuando la demanda es igual a 105.

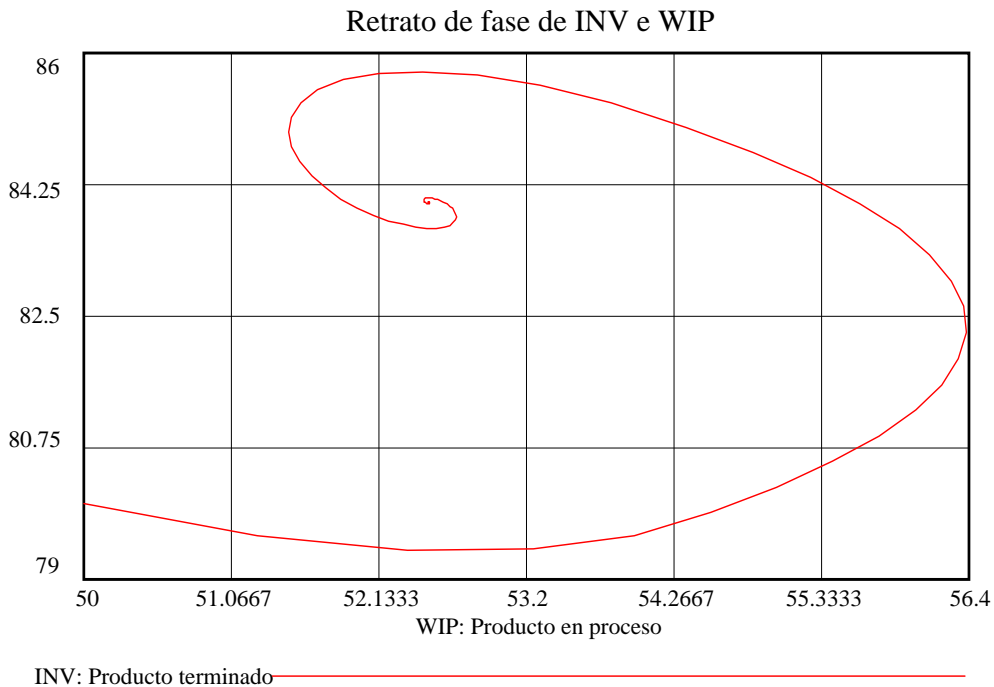


FIGURA 83. Retrato de fase de las variables INV y WIP, en el punto de equilibrio (84, 52.5), cuando la demanda es igual a 105.

- Cálculo de la pendiente en el punto $p3 = (u_0, v_0) = (69, 105)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 69)$.

$$\begin{aligned} \text{Sea } (u_0, v_0) &= (69, 105), && \text{(el punto 3 de la figura 79)} \\ \text{Sea } (u_1, v_1) &= (85.87, 99.48) && \text{(el punto 4 de la figura 79)} \\ m3 &= (99.48-105)/(85.87-69) = -0.3272 = h' \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{-(-0.3272) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(-0.3272)^2 - 4 * \left(\frac{-0.3272}{0.5} \right)}}{2} = 0.1636 \pm 0.825$$

$$\lambda_1 = -0.6614 \quad , \quad \lambda_2 = 0.9886 \quad (111)$$

Los autovalores corresponden a raíces reales con signo opuesto, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (84, 69)$ es inestable y todas las trayectorias se alejan de él en forma tal, que el conjunto de ellas dan origen al punto de equilibrio inestable conocido como Punto de Silla, o Ensilladura, o Tipo Montura. Las figuras 84 y 85 muestran respectivamente, los comportamientos temporales de las variables INV e WIP , y el retrato de fase de ambas variables. Se observa en las gráficas, cómo el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 69)$ es un repulsor que aleja las trayectorias hacia otros puntos de equilibrio.

La figura 84, muestra dos equilibrios para la variable WIP en los valores 52.5 y 103.95, y se muestra un único equilibrio para la variable INV con un valor igual a 84.

La figura 85 muestra los puntos iniciales de la variable WIP , en 60 y en 70 (abscisa), y el valor inicial de la variable INV en 80 (ordenada), y se observa cómo la trayectoria que empieza en el punto (80, 60) se dirige hacia el equilibrio estable (84, 52.5), mostrando de esta forma que el punto (80, 69) repele a la trayectoria, alejándola de él (las figuras 81 y 82 muestran que el punto (84, 52.5) es un punto de equilibrio estable, con trayectorias que llegan a él en forma de espiral). Igualmente, la trayectoria que empieza en el punto (80, 70) es rechazada por el punto (80, 69), y es lanzada hacia el punto de equilibrio (84, 103.95).

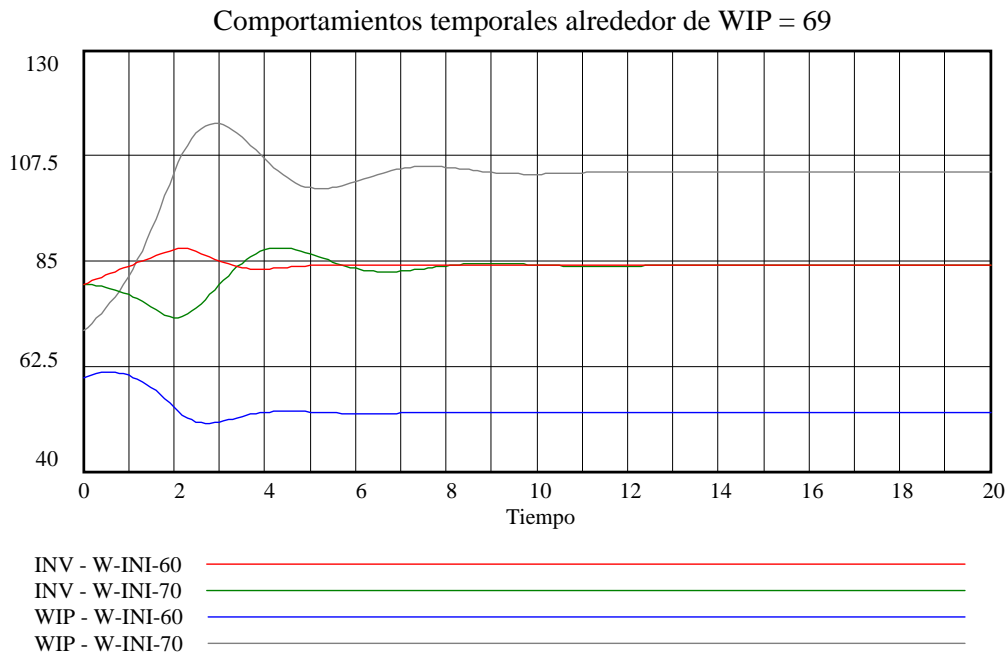


FIGURA 84. Comportamiento temporal de las variables INV y WIP, en el punto de equilibrio (84, 69), cuando la demanda es igual a 105.

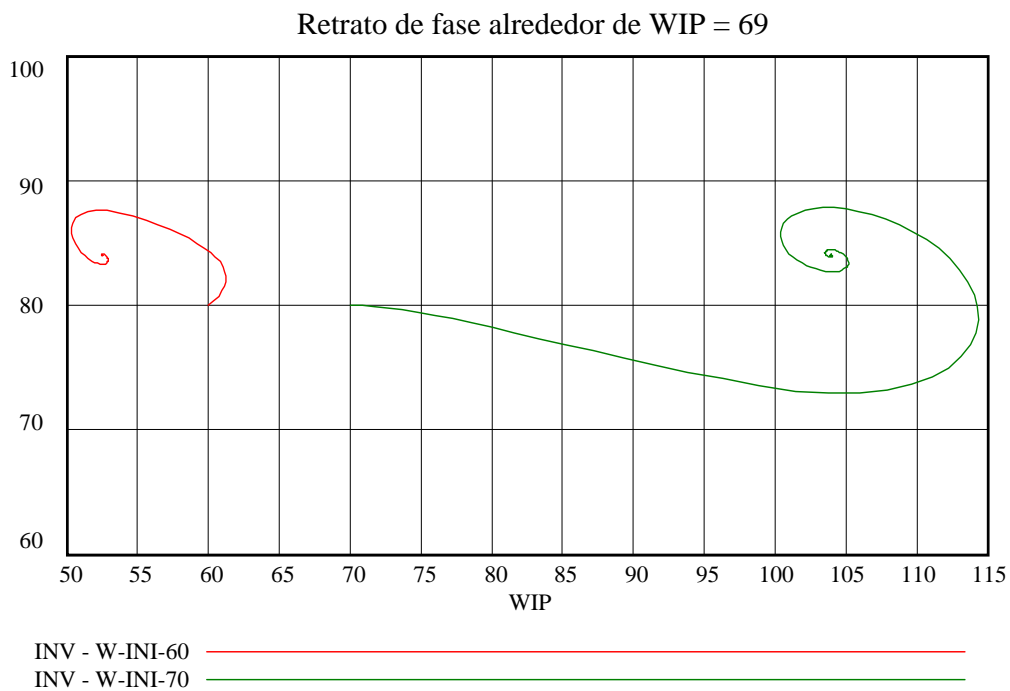


FIGURA 85. Retrato de fase de las variables INV y WIP, al rededor del equilibrio (84, 69), cuando la demanda es igual a 105.

- Cálculo de la pendiente en el punto $p5 = (u_0, v_0) = (103.95, 105)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 103.95)$.

Sea $(u_0, v_0) = (103.95, 105)$ (el punto 5 de la figura 79)

Sea $(u_1, v_1) = (107.83, 108.87)$ (el punto 7 de la figura 79)

$$m5 = ((108.87 - 105)/(107.83 - 103.95)) = 0.9974 = h'$$

$$\lambda = \frac{-(0.9974)}{2} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{(0.9974)^2 - 4 * \left(\frac{0.9974}{0.5}\right)} = -0.4987 \pm 1.3214i$$

$$\lambda_1 = -0.4987 - 1.3214i \quad , \quad \lambda_2 = -0.4987 + 1.3214i \quad (112)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (84, 103.95)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral.

Las figuras 86 y 87 muestran respectivamente, los comportamientos temporales de las variables INV e WIP , y el retrato de fase de ambas variables.

La gráfica de la figura 86, muestra la forma como el Producto en Proceso (WIP) y el Producto terminado (INV), alcanzan el equilibrio: empiezan en unos valores iniciales, y luego de un período transitorio dentro del cual se mueven a través de oscilaciones que se van amortiguando, se estabilizan en un único valor conocido como equilibrio o reposo.

Se observa en la gráfica de la figura 87, cómo el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 103.95)$, es alcanzado a través de una curva en forma de espiral. Este tipo de punto estable es conocido como “Atractor”, debido a que atrae todas las trayectorias hacia él.

La figura 88 muestra el sentido en que se mueven las trayectorias del Producto en Proceso (WIP), cuando la demanda D está en el intervalo $(99.48 < D < 108.87)$, y dependiendo del valor inicial de la variables WIP .

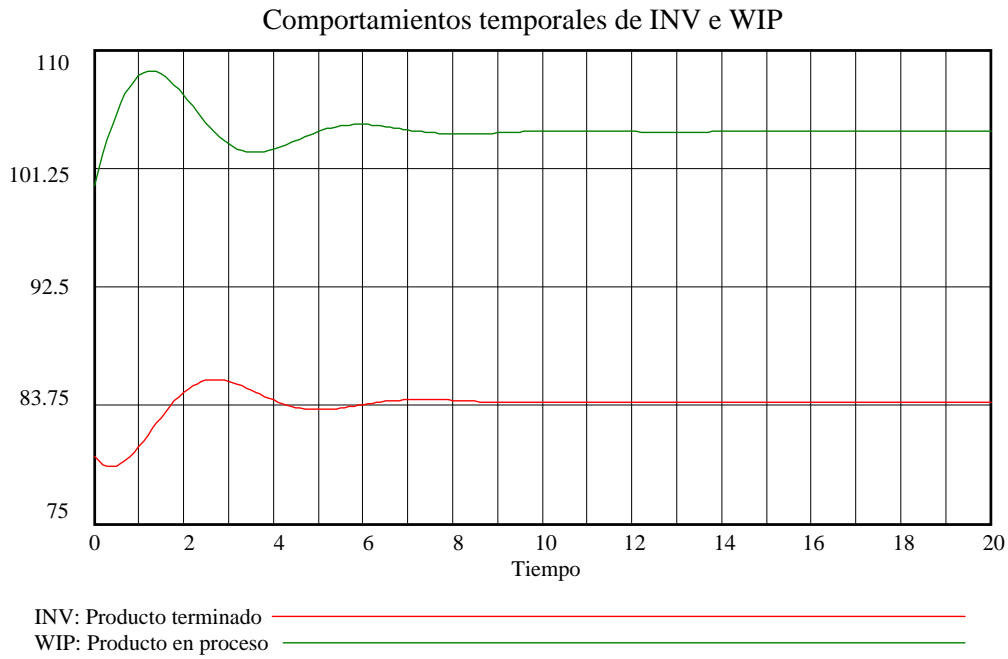


FIGURA 86. Comportamiento temporal de las variables INV y WIP, en el punto de equilibrio (84, 103.95), cuando la demanda es igual a 105.

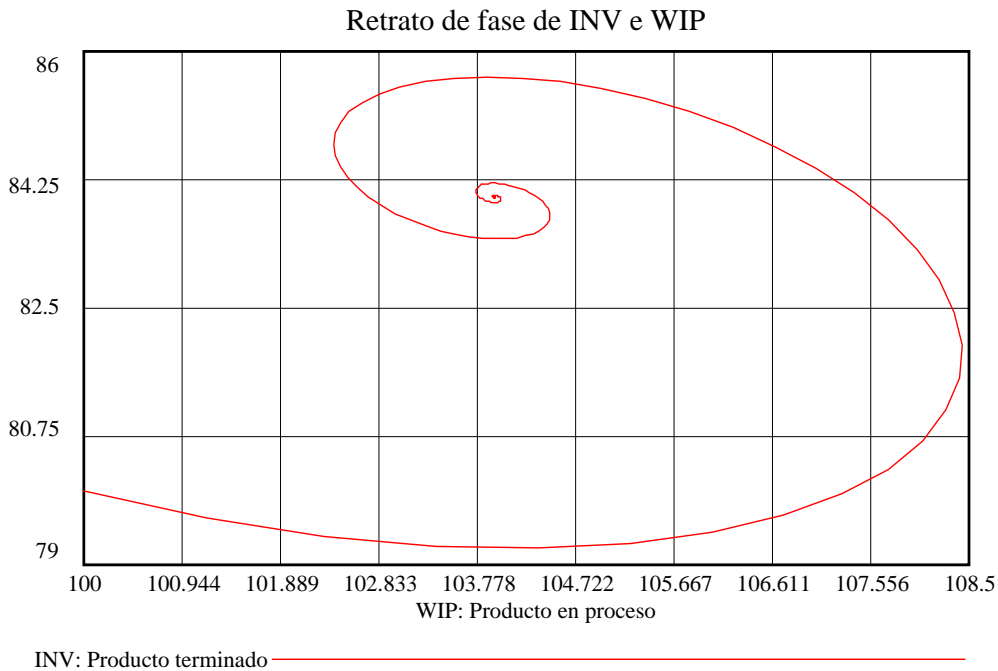


FIGURA 87. Retrato de fase de las variables INV y WIP, en el punto de equilibrio (84, 103.95), cuando la demanda es igual a 105.

Todas las trayectorias de WIP , en la figura 88, cuyos valores iniciales estén en el intervalo $(0 < WIP < 52.5)$, se dirigen hacia el punto de equilibrio estable $WIP = 52.5$. Debido a que el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 69)$ es un punto de equilibrio inestable, y por lo tanto repulsor, entonces todas las trayectorias de WIP cuyos valores iniciales empiecen en el intervalo $(52.5 < WIP < 69)$ se dirigen hacia el punto de equilibrio estable $WIP = 52.5$; en forma similar, todas las trayectorias de WIP que empiecen en el intervalo $(69 < WIP < 103.95)$, son rechazadas por el punto $WIP = 69$, y atraídas por el punto de equilibrio estable $WIP = 103.95$. Finalmente, todas las trayectorias de WIP que empiecen con un valor superior a $WIP = 103.95$, son atraídas por el punto de equilibrio estable $(INV, WIP) = (84, 103.95)$.

Cuando la demanda D es inferior a 99.48, sólo se tendrá un punto de equilibrio, según el lugar en el cual se presente la intersección de las curvas $D*G2$, $Y/G1$, y $(D+((D*GCI)/TAI)-(INV/TAI))$. Igualmente, cuando la demanda D es superior a 108.87, sólo se tendrá un punto de equilibrio. Estos dos casos de un único punto de equilibrio, se analizan más adelante, aunque las figuras 88 y 89 anticipan el comportamiento.

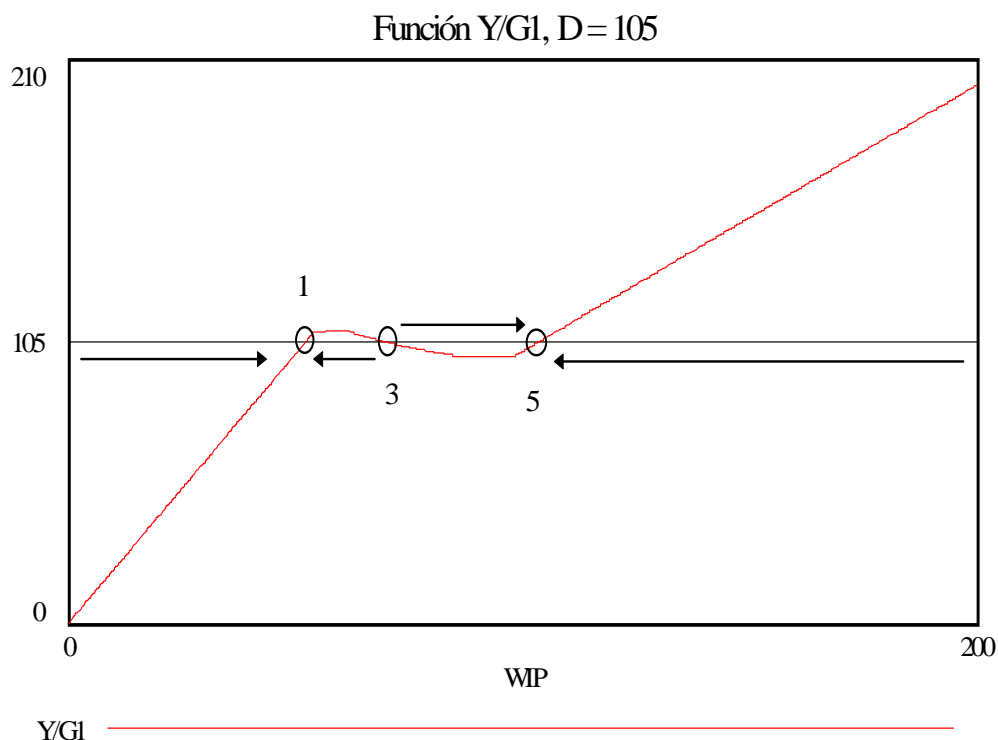


FIGURA 88. Zonas de estabilidad e inestabilidad creadas por la función $Y/G1$

La figura 89 muestra la función inversa de la curva Y/GI (ver la figura 78). El objetivo de esta figura, es mostrar principalmente, los puntos de inestabilidad del modelo, los cuales se presentan cuando la pendiente de la curva Y/GI es negativa, y cuando es cero. En la figura 78 se observa que la pendiente de Y/GI es igual a cero en los puntos de máximo local y de mínimo local, o sea, cuando la demanda D es igual a 99.48 y 108.87. En los puntos de máximo local y de mínimo local, el determinante del Jacobiano es igual a cero, lo cual indica un cambio en la estabilidad del sistema, ya sea que pase de estable a inestable, o de inestable a estable.

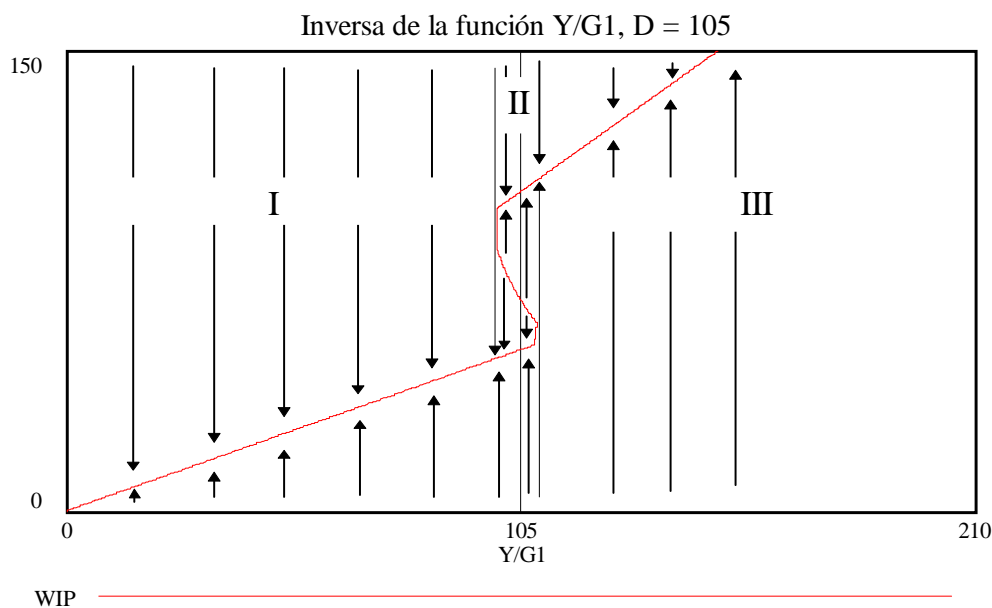


FIGURA 89. Cuencas de atracción y bifurcación creadas por la función Y/GI

Las zonas I y III de la figura 89, corresponden cada una a una única zona de atracción, o cuenca de atracción, en la dirección que indican las flechas. La zona II es una zona con dos cuencas de atracción, cada una según las direcciones de las flechas. Cuando la demanda D está en el intervalo $(99.48 < D < 108.87)$, el modelo puede tener dos puntos de equilibrio estable y un punto de equilibrio inestable o de rechazo, dando origen a dos cuencas de atracción. Las líneas discontinuas indican un cambio en la estabilidad estructural del modelo; se pasa de un único punto de equilibrio en la zona I, a dos puntos de equilibrio en la zona II, o viceversa, o se produce el cambio entre las zonas II y III. Las figuras comprendidas entre la figura 90 y la figura 98, inclusive éstas, muestran los comportamientos temporales y los planos de fase

de las variables WIP e INV , obtenidas con simulaciones realizadas en varios intervalos de WIP , dentro de la zona II, con una demanda constante e igual a 105.

La figura 90 muestra el comportamiento temporal de la variable WIP cuando la demanda D es igual a 105, y cuando los valores iniciales de WIP están dentro del intervalo ($10 < WIP < 40$). Todas las trayectorias de WIP se dirigen hacia un único punto de equilibrio igual a 52.5, identificado con el número 1 en la figura 88. El punto de reposo se alcanza después de una fuerte oscilación que se amortigua rápidamente.

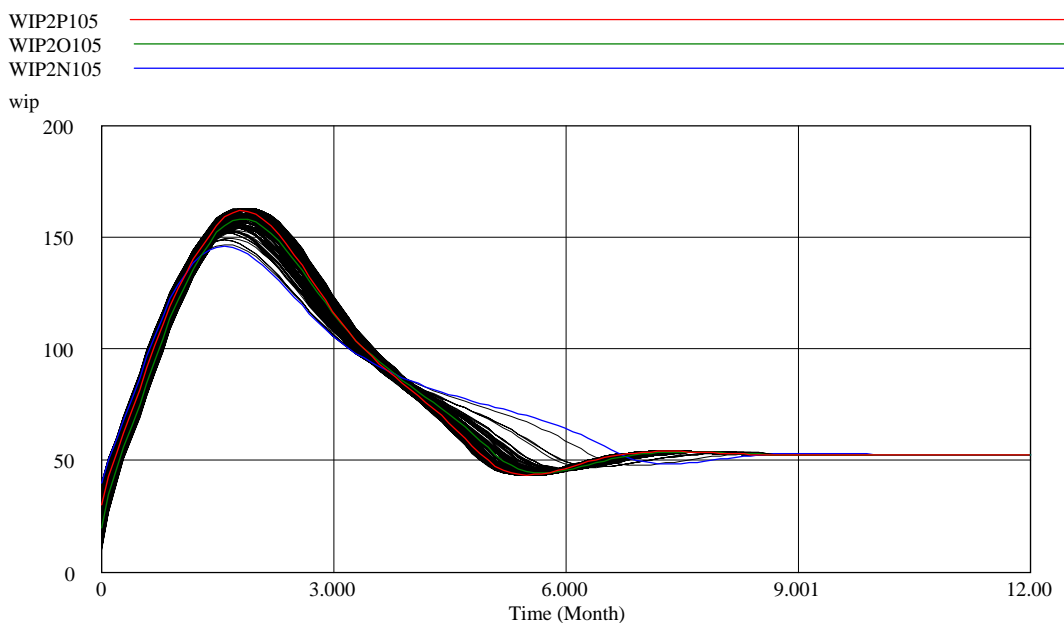


FIGURA 90. Comportamiento temporal de la variable WIP . Valores iniciales para WIP en el intervalo (10, 40). Demanda = 105. Equilibrio de WIP en 52.5

La figura 91 muestra el comportamiento temporal de la variable INV cuando la demanda D es igual a 105, y cuando los valores iniciales de INV están dentro del intervalo ($10 < INV < 40$). Todas las trayectorias de INV se dirigen hacia un único punto de equilibrio igual a 84, lo cual corrobora el valor identificado con el número 9 en la figura 80, y el valor encontrado por medio de la ecuación (90) (ver ecuación 107). Las simulaciones responden a variaciones en las condiciones iniciales tanto de la variable WIP como de la variable INV . Ante cualquier

condición inicial de alguna de las dos variables, el punto de reposo, o de equilibrio, siempre es el mismo.

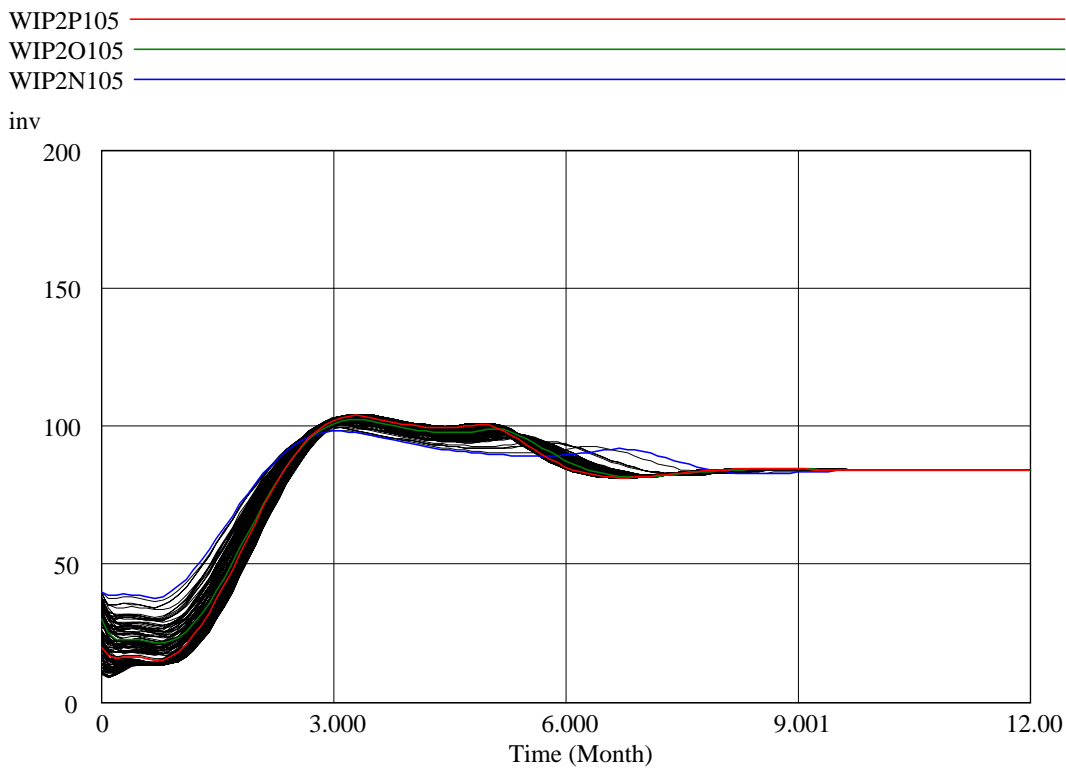


FIGURA 91. Comportamiento temporal de la variable INV. Valores iniciales para INV en el intervalo (10, 40). Demanda = 105. Equilibrio de INV en 84.

La figura 92 muestra el Retrato de fase de las variables WIP e INV . Este retrato es obtenido por medio de tres simulaciones, correspondientes a tres valores iniciales diferentes de WIP e INV . Estos tres puntos iniciales son: $(INV, WIP) = : \{(40, 40), (30, 20), (20, 30)\}$. Las tres trayectorias tienen forma de espiral, algo deforme, debido a que intentan acercarse al punto de equilibrio inestable (punto 3 de la figura 88), pero son rechazadas y obligadas a estabilizarse en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 52.5)$. Estas trayectorias también muestran la fuerte oscilación que se ve en el comportamiento temporal de la figura 90.

La figura 93 muestra la región donde se encuentra el punto de equilibrio inestable igual a 69, el cual corresponde al punto 3 de la figura 88. Todo valor inicial de WIP que sea inferior a 69, hace que la trayectoria de WIP se dirija hacia el punto de equilibrio estable de

WIP igual a 52.5 (punto 1 de la figura 88), y todo valor inicial de WIP superior a 69, hace que la trayectoria de WIP se dirija hacia el punto de equilibrio estable de WIP igual a 103.95 (punto 5 de la figura 88). El punto de equilibrio inestable $WIP = 69$, además de ser un repulsor, es también la separatriz que da origen a dos cuencas de atracción estables. Las trayectorias de esta figura fueron obtenidas variando los valores iniciales de WIP , pero dejando constante el valor inicial de la variable INV . Una simulación en la cual se varíen simultáneamente los valores iniciales de WIP e INV , daría como resultado unas trayectorias diferentes a las presentadas, debido a que se está en la zona II, donde está el punto de equilibrio inestable, y por esta razón debería hacerse un análisis adicional del comportamiento de las trayectorias de la variable WIP , como funciones tanto del parámetro D (demanda), como de las condiciones iniciales. El intervalo de valores iniciales de WIP , considerado para la elaboración de esta figura, es el intervalo ($50 < WIP < 110$), y el valor inicial constante de la variable INV , es $INV = 80$.

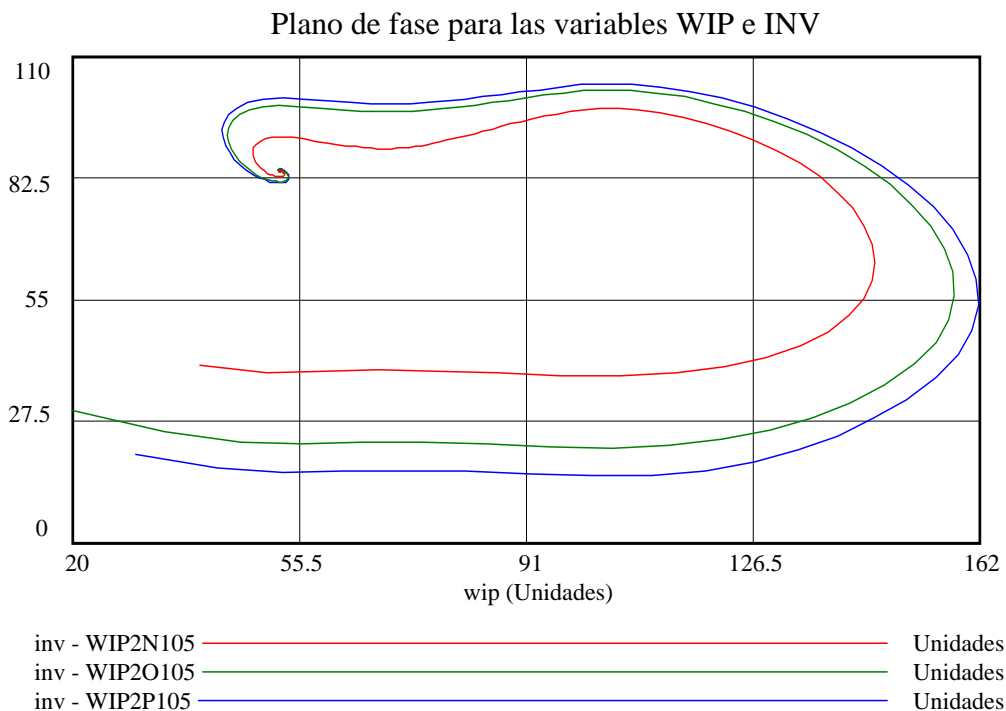


FIGURA 92. Retrato de fase para las variables de nivel WIP e INV , para una demanda constante igual a 105, y para diferentes valores iniciales de INV y de WIP ; $(INV, WIP) = : \{(40, 40), (30, 20), (20, 30)\}$. Punto de equilibrio: $(INV, WIP) = (84, 52.5)$.

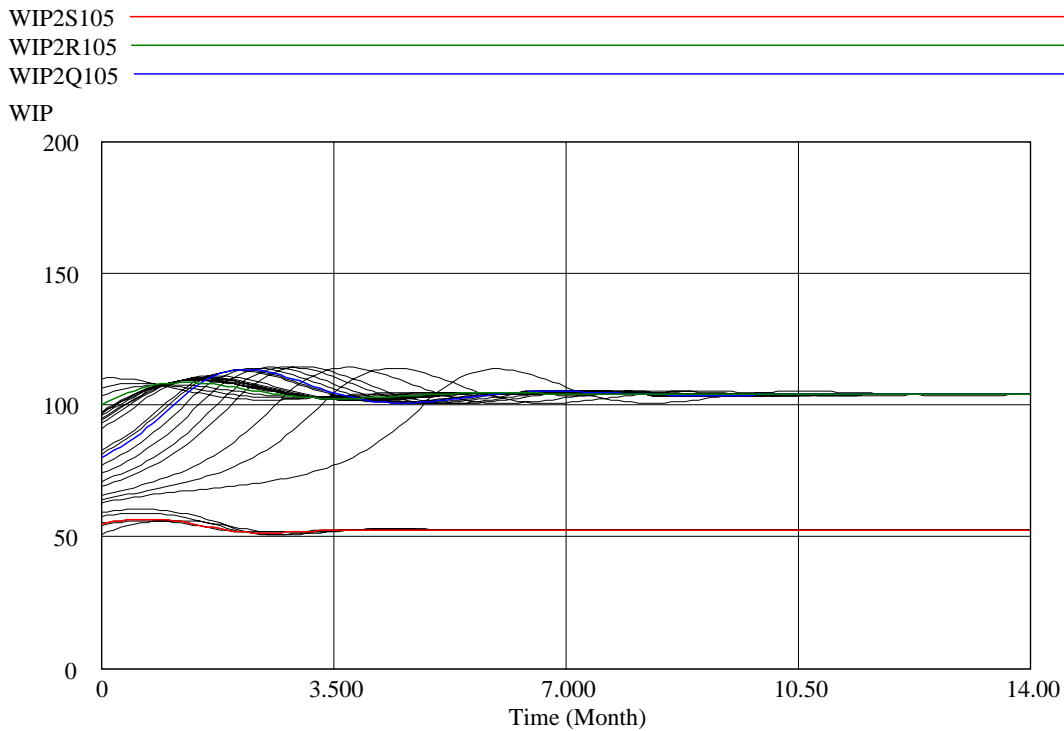


FIGURA 93. Comportamiento temporal de la variable *WIP*; valores iniciales para *WIP* en el intervalo (50, 110). Demanda = 105. Valor inicial de *INV* = 80. Separatriz en *WIP* = 69.

La figura 94 presenta las trayectorias temporales de la variable *INV*, de acuerdo con los valores iniciales de la variable *WIP*. El punto de equilibrio de *INV* siempre es igual a 84, y junto con cada equilibrio de *WIP*, forma un equilibrio estable. La trayectoria que se aprecia en *INV* es de oscilaciones amortiguadas que rápidamente alcanzan el reposo. La figura 95 muestra el retrato de fase de las variables *WIP* e *INV*, cuando los valores iniciales de *WIP* son 55, 80 y 100, y el valor inicial de *INV* es igual a 80 para cada valor inicial de *WIP*. Los equilibrios alcanzados en forma de espiral son: $(INV, WIP) = \{(84, 52.5), (84, 103.95)\}$.

La figura 96 muestra el comportamiento temporal de la variable *WIP* cuando la demanda *D* es igual a 105, y cuando los valores iniciales de *WIP* están dentro del intervalo $(130 < WIP < 200)$. Todas las trayectorias de *WIP* se dirigen hacia un único punto de equilibrio igual a 103.95, identificado con el número 5 en la figura 88. El punto de reposo se alcanza después de una fuerte oscilación que se amortigua rápidamente.

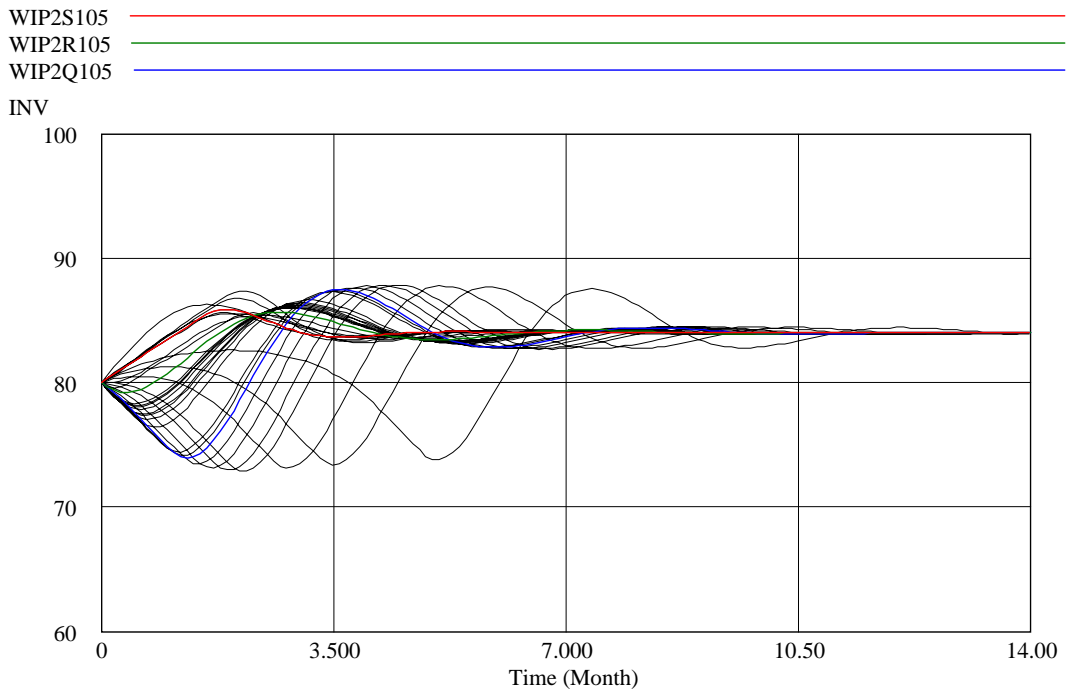


FIGURA 94. Comportamiento temporal de la variable INV. Valores iniciales para WIP en el intervalo (50, 110). Demanda = 105. Valor inicial de INV = 80.

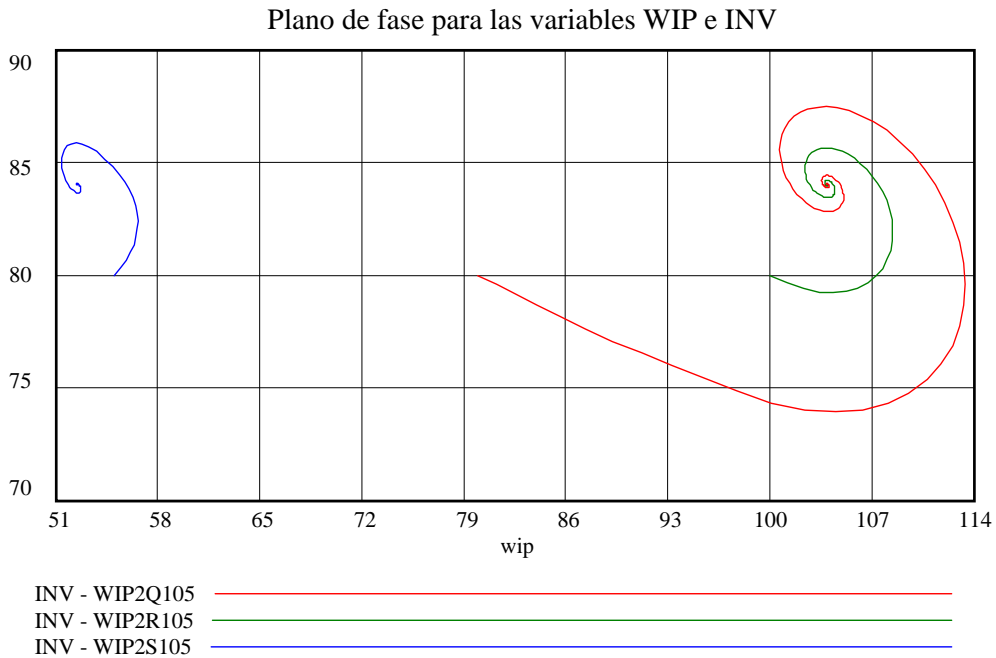


FIGURA 95. Diagrama de fase para las variables de nivel WIP e INV, para una demanda constante igual a 105, un valor inicial de INV constante e igual a 80, y diferentes valores iniciales de WIP: $(INV, WIP) = \{(80, 80), (80, 100), (80, 55)\}$.

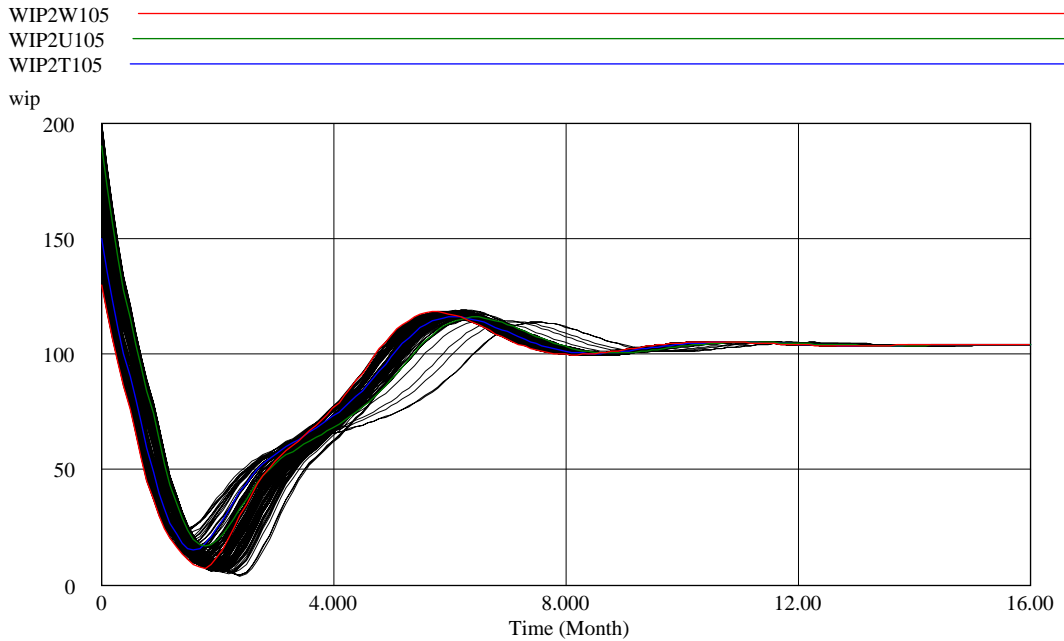


FIGURA 96. Comportamiento temporal de la variable WIP. Valores iniciales para WIP en el intervalo (130, 200). Demanda = 105.

La figura 97 muestra el comportamiento temporal de la variable INV cuando la demanda D es igual a 105, y cuando los valores iniciales de INV están dentro del intervalo ($130 < INV < 200$). Todas las trayectorias de INV se dirigen hacia un único punto de equilibrio igual a 84, lo cual corrobora el valor identificado con el número 9 en la figura 80, y el valor encontrado por medio de la ecuación (90) (ver ecuación 107). Las simulaciones responden a variaciones en las condiciones iniciales tanto de la variable WIP como de la variable INV . Ante cualquier condición inicial de alguna de las dos variables, el punto de reposo, o de equilibrio, siempre es el mismo. La figura 98 muestra el Retrato de fase de las variables WIP e INV . Este retrato es obtenido por medio de tres simulaciones, correspondientes a tres valores iniciales diferentes de WIP e INV . Estos tres puntos iniciales son: $(INV, WIP) = : \{(150, 150), (130, 190), (1900, 130)\}$. Las tres trayectorias tienen forma de espiral, algo deforme, debido a que intentan acercarse al punto de equilibrio inestable (punto 3 de la figura 88), pero son rechazadas y obligadas a estabilizarse en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (84, 103.95)$. Estas trayectorias también muestran la fuerte oscilación que se ve en el comportamiento temporal de la figura 96.

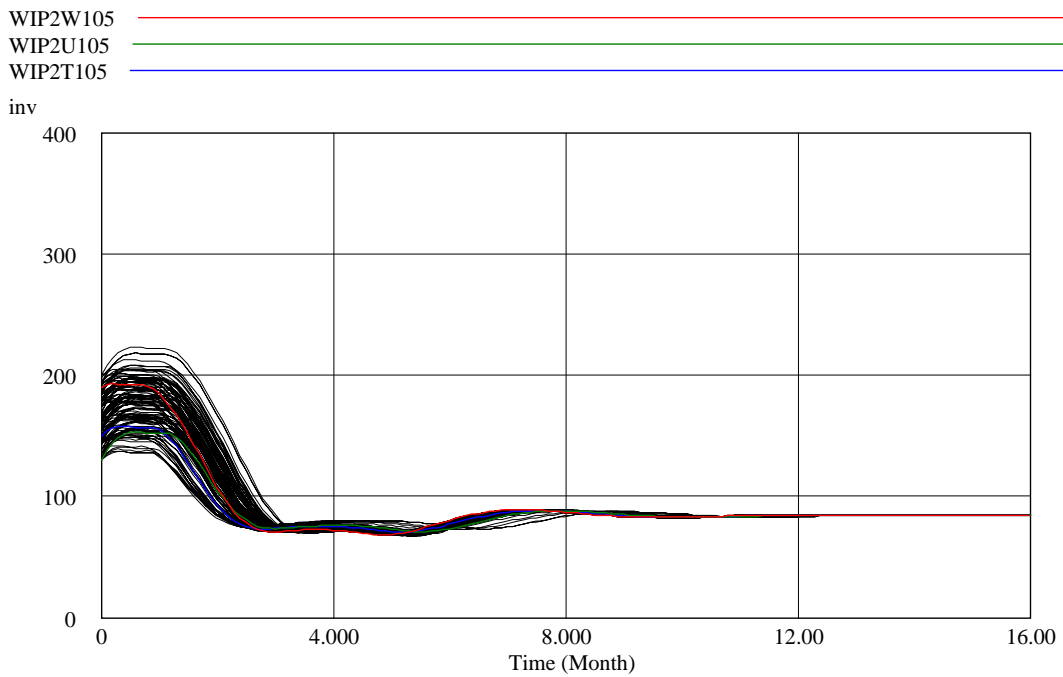


FIGURA 97. Comportamiento temporal de la variable *INV*. Valores iniciales para *INV* en el intervalo (130, 200). Demanda = 105.

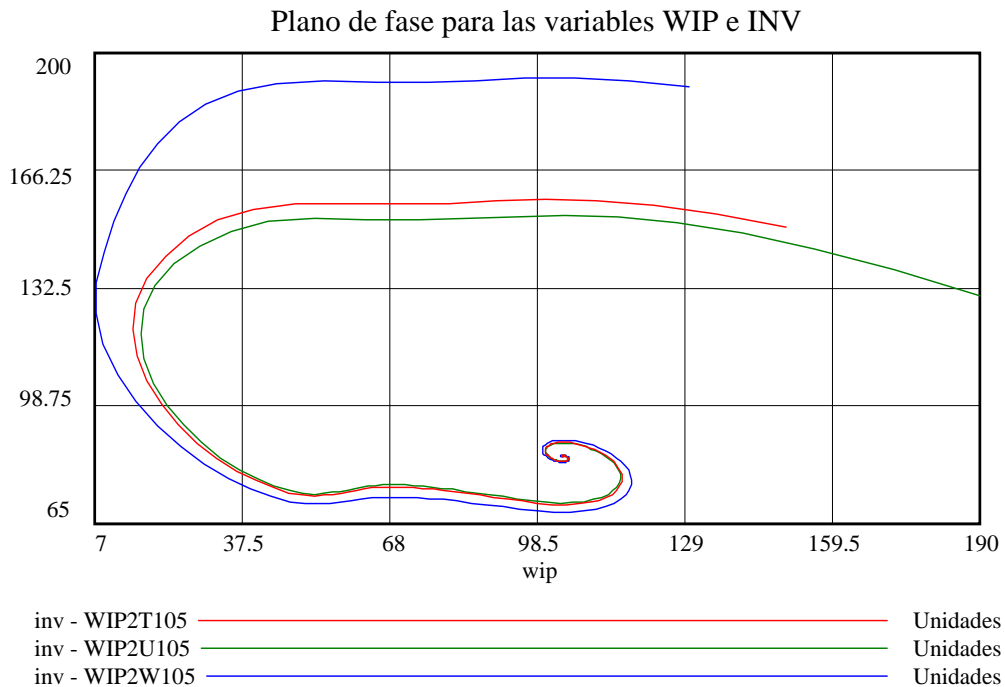


FIGURA 98. Diagrama de fase para las variables de nivel *WIP* e *INV*, para una demanda constante igual a 105, y para diferentes valores iniciales de *INV* y de *WIP*; $(INV, WIP) = : \{(150, 150), (130, 190), (190, 130)\}$.

7.7.2 Dos puntos de intercesión: Equilibrio estable y bifurcación

La figura 99 es igual a la figura 79; en esta sección se utilizará para analizar los puntos 2, 7, 6 y 4, siendo el punto 2 un máximo local, y el punto 4 un mínimo local, lo que significa que la derivada de la función $Y/G1$ en dichos puntos es igual a cero: cualitativamente, estos puntos de máximo y de mínimo, con derivada igual a cero, hacen que el determinante de la matriz Jacobiana sea igual a cero, y dan origen a lo que se conoce como “*bifurcación*”. Los puntos 6 y 7, según los análisis realizados en la sección 7.7.1, deben ser puntos de equilibrio estable.

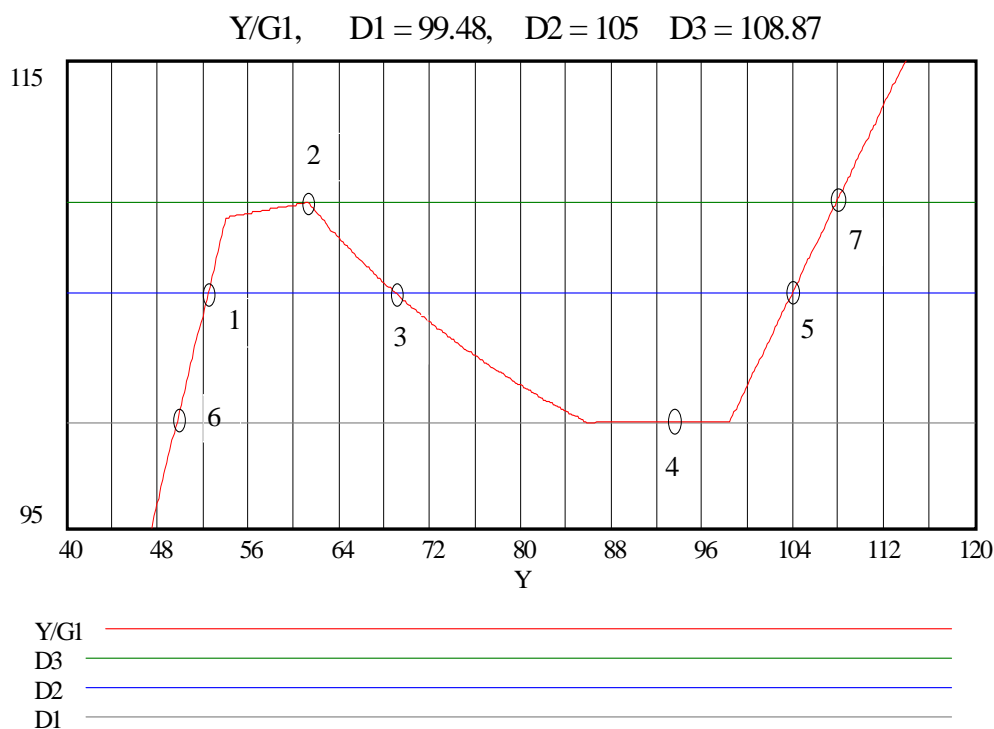


FIGURA 99. Puntos de equilibrio para la variable Y , cuando $D = D*G2 = 108.87$, y $D = D*G2 = 99.48$ (Ampliación de la gráfica de la figura 78).

Las figuras 100 y 101 muestran los puntos de intercesión de las curvas de equilibrio, cuando las demandas son $D = 99.48$ y $D = 108.87$. Por medio de estas intercesiones se pueden ver los puntos de equilibrio, tanto para la variable Y (equivalente a WIP) como para la variable X (equivalente a INV)

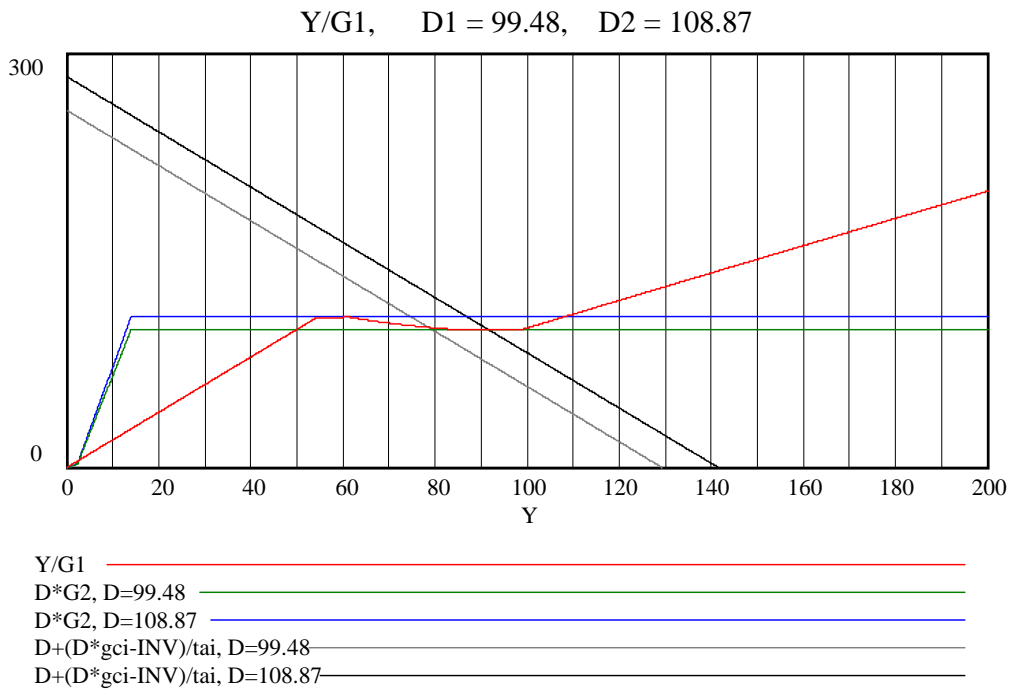


FIGURA 100. Intersecciones de las curvas de equilibrio con dos demandas diferentes: $D = 99.48$ y $D = 108.87$.

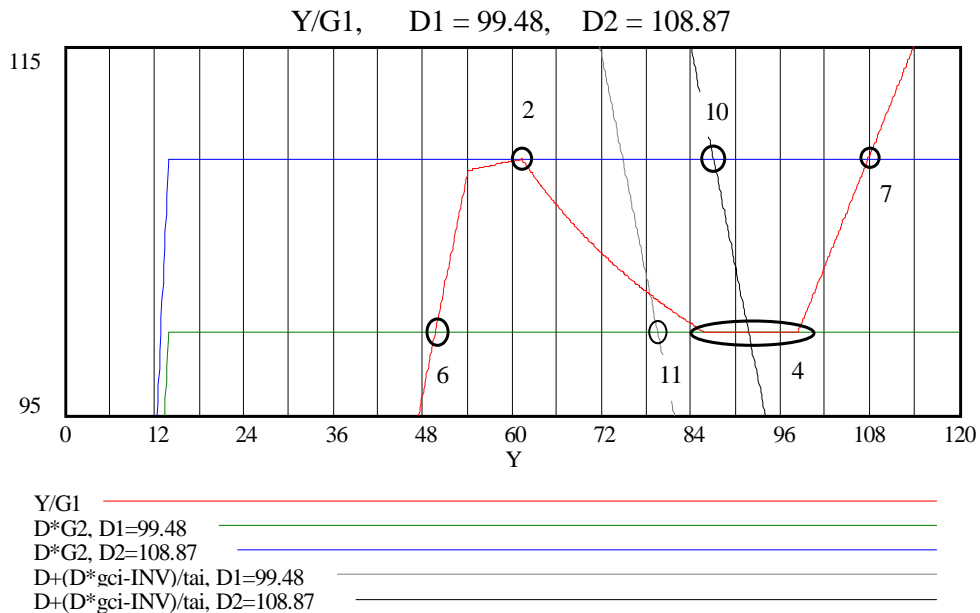


FIGURA 101. Ampliación de las intersecciones de las curvas de equilibrio con dos demandas diferentes: $D = 99.48$ y $D = 108.87$.

A continuación se calculan los autovalores para los puntos que tienen los números 6 y 7 en la figura 99. Estos dos puntos son los puntos de equilibrio para la variable Y . El cálculo de los autovalores requiere conocer las derivadas de las funciones h ($Y/G1$) y $G2$. Por la gráfica, y por los resultados de las simulaciones (que no se muestran aquí), se ve que la derivada de la función $G2$ en los puntos 6 y 7 de la figura 99, es igual a cero. La derivada de la función $Y/G1$ en los puntos 6 y 7 se calcula por medio de la pendiente de la tangente en dichos puntos. En los puntos 2 y 4, tanto la función $Y/G1$ como la función $G2$, tienen derivada igual a cero.

En la tabla 13 se presentaron las coordenadas a partir de las cuales se calculan las pendientes de las tangentes en los puntos 6 y 7.

- Cálculo de la pendiente en el punto $P6 = (u_0, v_0) = (49.73, 99.48)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (79.58, 49.73)$. $D = 99.48$.

Sea $(u_0, v_0) = (49.73, 99.48)$ (el punto 6 de las figuras 79 y 101)

Sea $(u_1, v_1) = (52.5, 105)$ (el punto 1 de la figura 79).

$$m_6 = (105 - 99.48) / (52.5 - 49.7) = 1.9714 = h'$$

$$\begin{aligned} \text{De (90)} \quad \text{inv} &= (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv)) \\ \text{inv} &= (0.5 * 99.48) + (0.8 * 99.48) - (0.5 * 99.48 * 1) = 79.58 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{De (91)} \quad \text{wip} &= D * entrega(inv) * tp(wip) \\ \text{wip} &= 99.48 * 1 * 0.5 = 49.73 \end{aligned}$$

El punto de equilibrio del modelo cuando $D = 99.48$ es:

$$(inv, wip) = (79.58, 49.73) \quad (113)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva $D * G2$, tanto en el punto de equilibrio de Y (punto 6 de la figura 101) como en el punto de equilibrio de X (punto 11 de la figura 101), es igual a cero, por lo tanto;

$$J = \begin{bmatrix} 0 & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore |J| = \begin{pmatrix} h' \\ \frac{1}{tai} \end{pmatrix} \therefore |J| \neq 0; \text{ o sea, el sistema tiene solución}$$

$$\lambda = \frac{-(1.9714)}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1.9714)^2 - 4 \left(\frac{1.9714}{tai} \right)}, \quad \lambda = -0.9857 \pm 1.7237i$$

$$\lambda_1 = -0.9857 - 1.7237i, \lambda_2 = -0.9857 + 1.7237i \quad (114)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (79.58, 49.73)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral. En las gráficas de las figuras 102 y 103, se observa la forma como el Producto en Proceso (WIP) y el Producto terminado (INV) alcanzan el equilibrio: empiezan en unos valores iniciales, y luego de un período transitorio dentro del cual se mueven a través de oscilaciones amortiguadas, se estabilizan en un único valor conocido como equilibrio o reposo. Se observa en la gráfica de la figura 104, cómo el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (79.58, 49.73)$, es alcanzado a través de una curva en forma de espiral. Este punto estable es un “Atractor puntual”.

Las gráficas de las figuras 102 y 103 fueron obtenidas con simulaciones realizadas con una demanda $D = 99.48$, y haciendo análisis de sensibilidad de los parámetros de los valores iniciales del Producto en Proceso (WIP_{INI}) y del producto terminado (INV_{INI}). El rango dentro del cual varían los parámetros de los valores iniciales de ambas variables, está comprendido entre los valores 0 y 200. La figura 102 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable WIP es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta obtener el reposo en el valor de $WIP = 49.73$. La figura 103 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable INV es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta estabilizarse en el valor de $INV = 79.58$. La figura 104 muestra el retrato de fase de las variables WIP e INV . Se tiene tres trayectorias que alcanzan el punto $(INV, WIP) = (79.58, 49.73)$, en forma de espiral. Los valores iniciales de la variables que dan origen a las tres trayectorias son: $(INV, WIP) = \{(60, 70), (85, 60), (100, 90)\}$

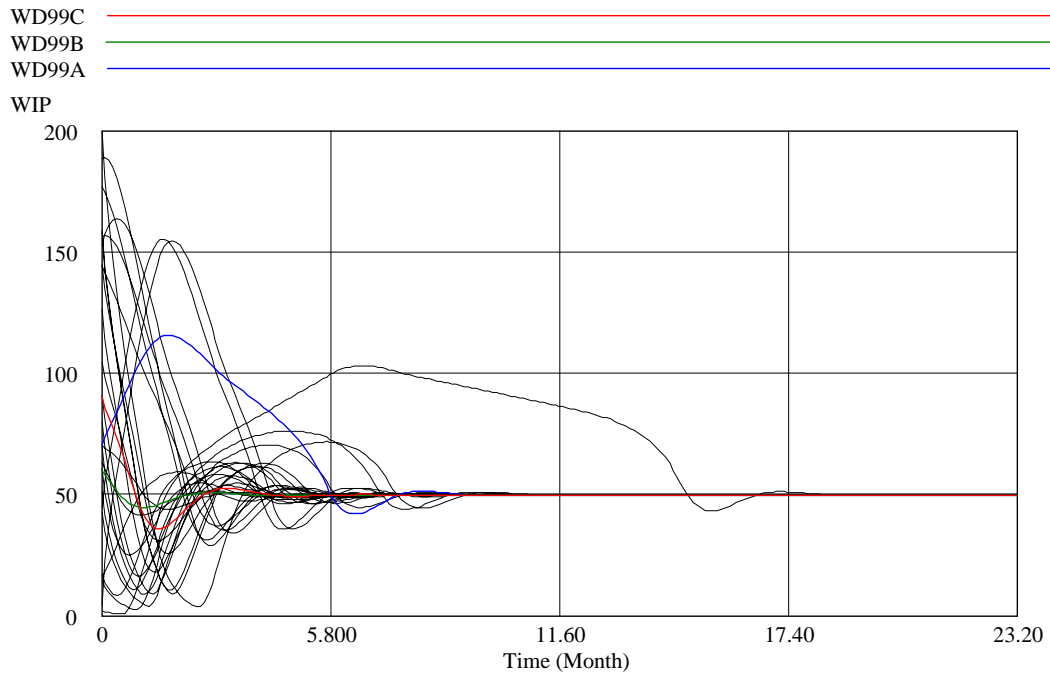


FIGURA 102. Comportamiento temporal de la variable *WIP*. Valores iniciales para *WIP* en el intervalo (0, 200). Demanda = 99.48. Equilibrio de *WIP* en 49.73.

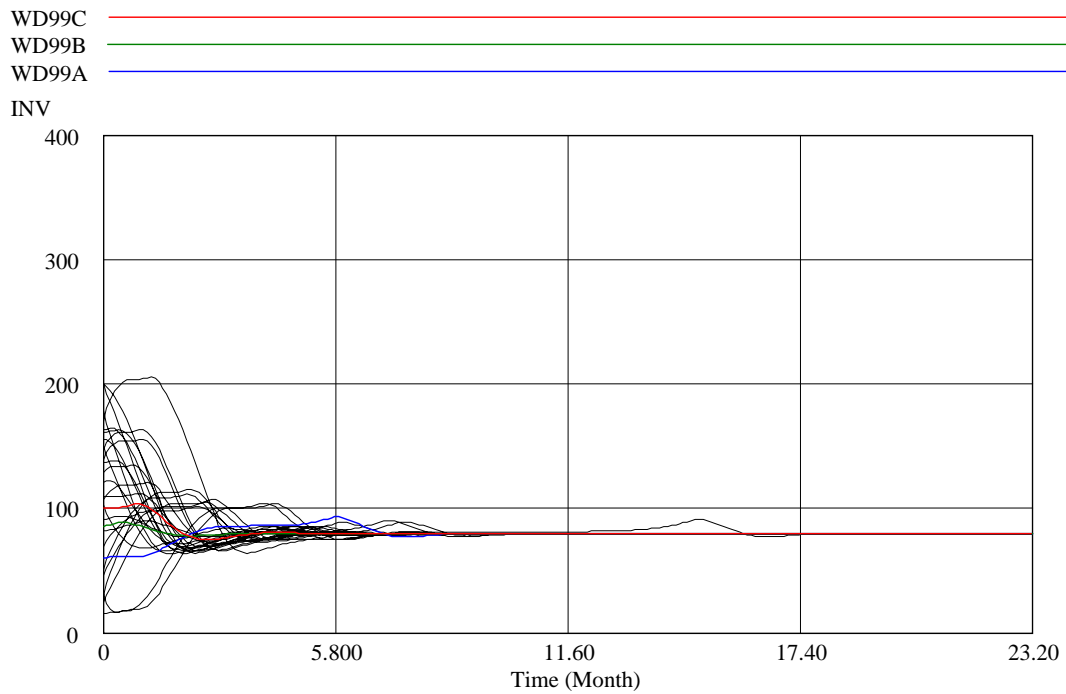


FIGURA 103. Comportamiento temporal de la variable *INV*. Valores iniciales para *INV* en el intervalo (0, 200). Demanda = 99.48. Equilibrio de *INV* en 79.58.

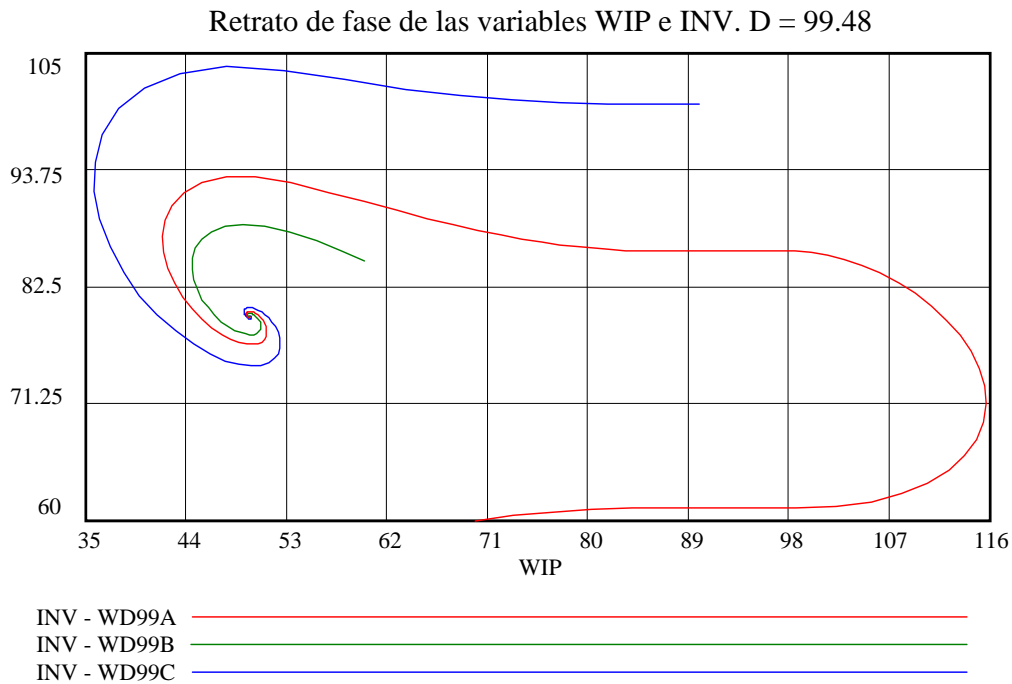


FIGURA 104. Retrato de fase de las variables INV y WIP , en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (79.58, 49.73)$, cuando la demanda D es igual a 99.48

- Cálculo de la pendiente en el punto $P4 = (u_0, v_0) = (86.84, 99.48)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (79.58, 86.84)$. $D = 99.48$.

El segundo punto de intersección entre las curvas de equilibrio, cuando la demanda $D = 99.48$, se presenta en el punto número 4 de la figura 101. El equilibrio de la variable X sigue siendo igual a 79.58. El equilibrio de la variable Y puede calcularse por medio de la ecuación (91); el valor de la función GI , necesario para calcular el valor de Y , puede obtenerse de la gráfica mostrada en la figura 72. Esta gráfica contiene los tiempos de producción, en función de la cantidad de trabajo en proceso. Como el punto 4 de la figura 101 corresponde a una recta horizontal, hay varios valores de la función GI (en el intervalo $0.8634 < GI < 0.8835$) y hay varios valores de Y (en el intervalo $85.87 < Y < 87.9$) que hacen que la curva Y/GI siempre sea igual a 99.48. Se cogerá arbitrariamente, el valor de GI igual a 0.8729

De (91)
$$wip = D * entrega(inv) * tp(wip)$$

$$wip = 99.48 * 1 * 0.8729 = 86.84$$

El segundo punto de equilibrio del modelo cuando $D = 99.48$, es:

$$(inv, wip) = (79.58, 86.84) \quad (114)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva $D * G2$, es igual a cero, debido que $D * G2$ es una recta horizontal. La derivada del punto 4 también es igual a cero, debido a que este punto es un mínimo local de la curva $Y/G1$, según se muestra en la figura 101. De acuerdo con lo anterior, se tiene que:

$$J = \begin{bmatrix} -D * G_2' & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore \det|J| = 0 \quad , \quad |J - \lambda| = -\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \quad (115)$$

o sea, que se presenta la pérdida de la estabilidad estructural del sistema.

El punto de equilibrio $(inv, wip) = (79.58, 86.84)$ pertenece al conjunto de puntos de la curva $Y/G1$ que hace que el determinante de la matriz Jacobiana sea igual a cero. Este punto donde el determinante del Jacobiano es igual a cero ($\det(J) = 0$), y por consiguiente, donde se presenta una pérdida de la estabilidad estructural del sistema, se conoce como “*bifurcación*” (Aracil, 1992; pg. 325). En la figura 89 se presentan dos líneas verticales discontinuas, una cuando D tiene un valor igual a 99.48 (separación entre las zonas I y II), y otra cuando D tiene un valor igual a 108.87 (separación entre las zonas II y III). Estas dos líneas discontinuas, representan las bifurcaciones del sistema que se está estudiando.

La bifurcación cuando $D = 99.48$, hace que se pase de la zona II (figura 89) a la zona I, o viceversa, según el estudio que se esté haciendo. De acuerdo con el desarrollo llevado a cabo hasta este momento, se ha pasado de la zona II a la zona I, con lo cual se ha dejado la zona de dos cuencas de atracción, para pasar a una zona con una única cuenca de atracción. Los comportamientos de las trayectorias de las variables WIP e INV , en la zona de atracción I, son similares a las mostradas en las figuras 102, 103 y 104.

- Cálculo de la pendiente en el punto $p7 = (u_0, v_0) = (107.83, 108.87)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (87.09, 107.83)$. $D = 108.87$.

Sea $(u_0, v_0) = (103.95, 105)$ (el punto 5 de las figuras 79 y 101)

Sea $(u_1, v_1) = (197.83, 108.87)$ (el punto 7 de la figura 79).

$$m7 = (105 - 108.87)/(103.95 - 107.83) = 0.9974 = h'$$

$$\begin{aligned} \text{De (90)} \quad inv &= (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv)) \\ inv &= (0.5 * 108.87) + (0.8 * 108.87) - (0.5 * 108.87 * 1) \\ inv &= 87.09 \end{aligned}$$

Para calcular el valor de equilibrio de la variable WIP , es necesario conocer el valor $G1$ (equivalente a la variable $tp(wip)$); éste valor se consigue en la gráfica de la figura 72, la cual contiene los tiempos de proceso para diferentes valores del producto en proceso (WIP). Los resultados de las simulaciones, proporcionan tanto los valores de $G1$ como sus respectivos valores para la variable WIP ; estos resultados muestran que la variable WIP es igual a 107.83 cuando $D = 108.87$ y cuando $G1 = tp(wip) = 0.9904$. De todas formas, al aplicar la ecuación (91), el valor de WIP es igual a:

$$\begin{aligned} \text{De (91)} \quad wip &= D * entrega(inv) * tp(wip) \\ wip &= 108.87 * 1 * 0.9904 \\ wip &= 107.83 \end{aligned}$$

Por consiguiente, el punto de equilibrio del modelo cuando $D = 108.87$, es:

$$(inv, wip) = (87.09, 107.83) \quad (116)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva $D * G2$, tanto en el punto de equilibrio de Y (punto 7 de la figura 101) como en el punto de equilibrio de X (punto 10 de la figura 101), es igual a cero, por lo tanto;

$$J = \begin{bmatrix} 0 & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \quad \therefore \quad |J| = \begin{pmatrix} h' \\ \frac{1}{tai} \end{pmatrix} \quad \therefore \quad |J| \neq 0; \text{ o sea, el sistema tiene solución:}$$

$$\lambda = \frac{-(0.9974)}{2} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{(0.9974)^2 - 4 * \left(\frac{0.9974}{0.5}\right)}, \quad \lambda = -0.4987 \pm 1.3214i$$

$$\lambda_1 = -0.4987 - 1.3214i \quad , \quad \lambda_2 = -0.4987 + 1.3214i \quad (117)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (87.09, 107.83)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral.

Las gráficas de las figuras 105 y 106 fueron obtenidas con simulaciones realizadas con una demanda $D = 198.87$, y haciendo análisis de sensibilidad de los parámetros de los valores iniciales del Producto en Proceso (WIP_INI) y del producto terminado (INV_INI). El rango dentro del cual varían los parámetros de los valores iniciales de ambas variables, está comprendido entre los valores 0 y 200.

La figura 105 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable WIP es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta obtener el reposo en el valor de $WIP = 107.83$.

La figura 106 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable INV es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta estabilizarse en el valor de $INV = 87.09$.

Los puntos de equilibrio de las figuras 105 y 106, se conocen con el nombre de atractores puntuales, debido a que el equilibrio es un único punto.

La figura 107 muestra el retrato de fase de las variables WIP e INV . Se tiene tres trayectorias que alcanzan el punto $(INV, WIP) = (87.09, 107.83)$, en forma de espiral. Los valores iniciales de la variables que dan origen a las tres trayectorias son: $(INV, WIP) = \{(60, 70), (85, 40), (100, 90)\}$

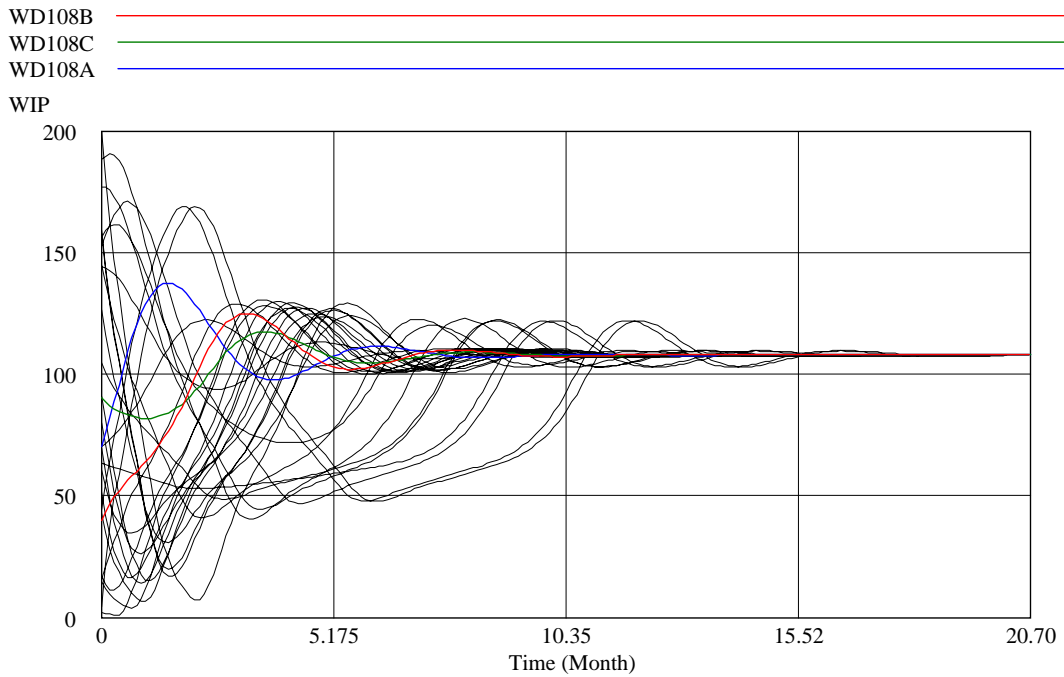


FIGURA 105. Comportamiento temporal de la variable *WIP*. Valores iniciales para *WIP* en el intervalo (0, 200). Demanda = 108.87. Equilibrio de *WIP* en 107.83.

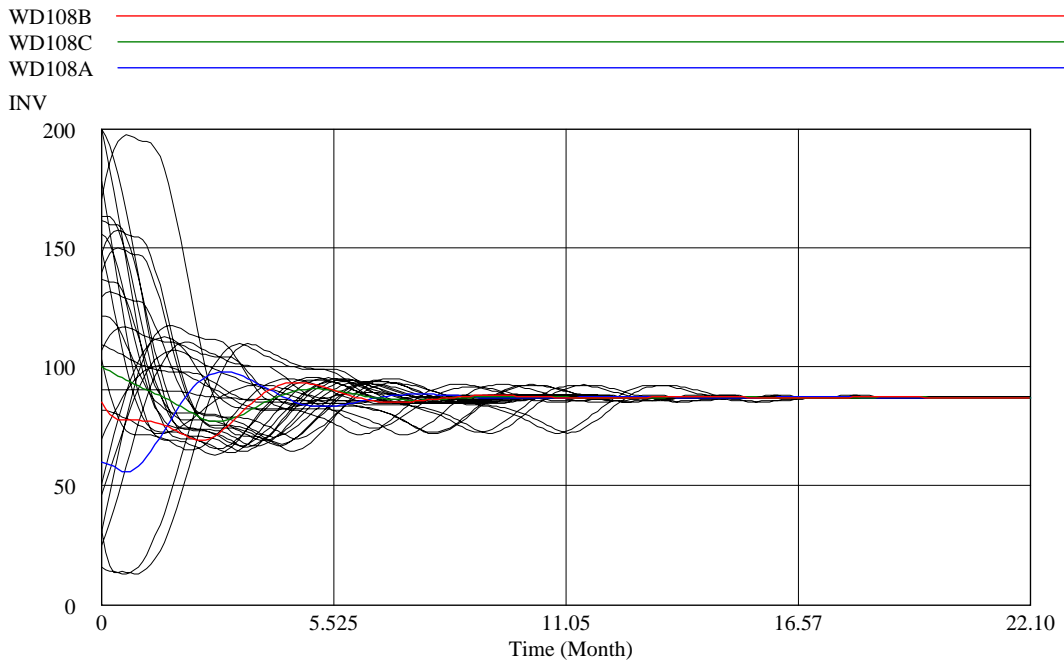


FIGURA 106. Comportamiento temporal de la variable *INV*. Valores iniciales para *INV* en el intervalo (0, 200). Demanda = 108.87. Equilibrio de *INV* en 87.09.

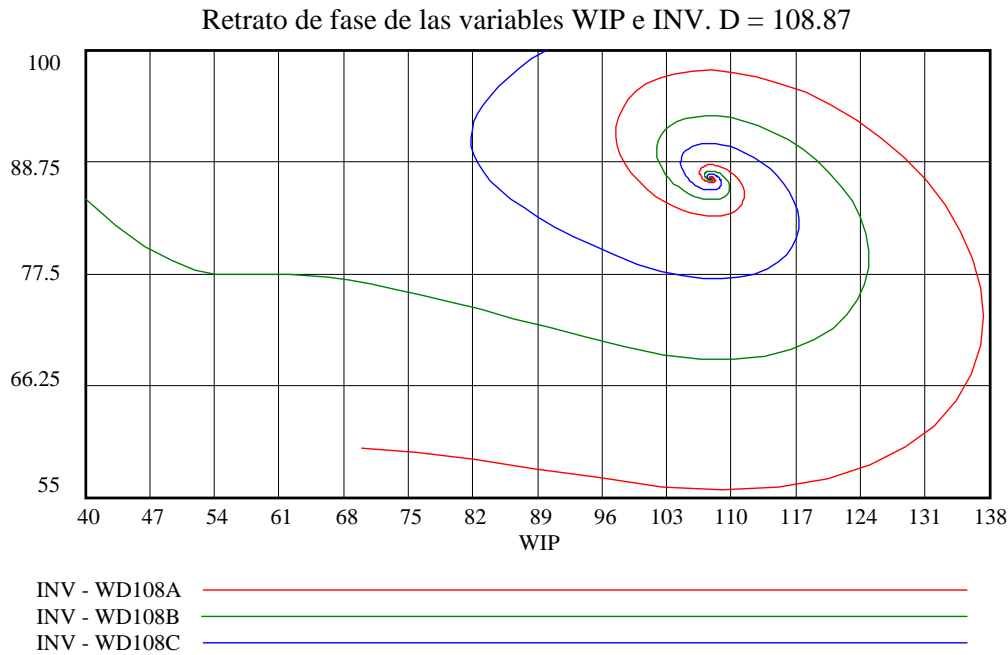


FIGURA 107. Retrato de fase de las variables INV y WIP , en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (87.09, 107.83)$, cuando la demanda D es igual a 108.87

- Cálculo de la pendiente en el punto $P2 = (u_0, v_0) = (61.25, 108.87)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (87.09, 61.25)$. $D = 108.87$.

El segundo punto de intersección entre las curvas de equilibrio, cuando la demanda $D = 108.878$, se presenta en el punto número 2 de la figura 101. El equilibrio de la variable X sigue siendo igual a 87.09. El equilibrio de la variable Y puede calcularse por medio de la ecuación (91); el valor de la función $G1$, necesario para calcular el valor de Y , se puede obtener de la gráfica mostrada en la figura 72. El valor de $G1$ en el punto 2 de la figura 101 igual a 0.5625

$$\begin{aligned} \text{De (91)} \quad wip &= D * entrega(inv) * tp(wip) \\ wip &= 108.87 * 1 * 0.5626 = 61.25 \end{aligned}$$

El segundo punto de equilibrio del modelo cuando $D = 108.87$, es:

$$(inv, wip) = (87.09, 61.25) \quad (118)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva D^*G2 , es igual a cero, debido que D^*G2 es una recta horizontal. La derivada del punto 2 también es igual a cero, debido a que este punto es un máximo local de la curva $Y/G1$, según se muestra en la figura 101. De acuerdo con lo anterior, se tiene que:

$$J = \begin{bmatrix} -D^*G2' & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore \det|J|=0 \quad , \quad |J-\lambda| = -\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 0 \quad (119)$$

o sea, que se presenta la pérdida de la estabilidad estructural del sistema.

El punto de equilibrio $(inv, wip) = (87.09, 61.25)$ pertenece al conjunto de puntos de la curva $Y/G1$ que hace que el determinante de la matriz Jacobiana sea igual a cero, y por consiguiente, donde se presenta una “*bifurcación*” (Aracil, 1992; pg. 325).

La bifurcación cuando $D = 108.87$, hace que se pase de la zona II (figura 89) a la zona III, o viceversa, según el estudio que se esté haciendo. De acuerdo con el desarrollo llevado a cabo hasta este momento, se ha pasado de la zona II a la zona III, con lo cual se ha dejado la zona de dos cuencas de atracción, para pasar a una zona con una única cuenca de atracción. Los comportamientos de las trayectorias de las variables WIP e INV , en la zona de atracción III, son similares a los mostrados en las figuras 105, 106 y 107.

7.7.3 Un punto de intercesión

Se presenta sólo un punto de intercesión, cuando la línea D toma valores inferiores a 99.48, o sea, cuando D está por debajo del punto mínimo local; o cuando toma valores superiores a 108.87, o sea, cuando está por encima del punto máximo local. Las figuras 108 y 112, muestran dos casos en los cuales sólo hay un punto de equilibrio para Y y para X . Las gráficas de estas figuras fueron obtenidas con valores de D iguales 70 y 150. La figura 108 muestra el único punto de equilibrio que se presenta para X y para Y , cuando la demanda D es igual a 70. Los números 12 y 13 muestran respectivamente, el valor del equilibrio de X y el valor del equilibrio de Y .

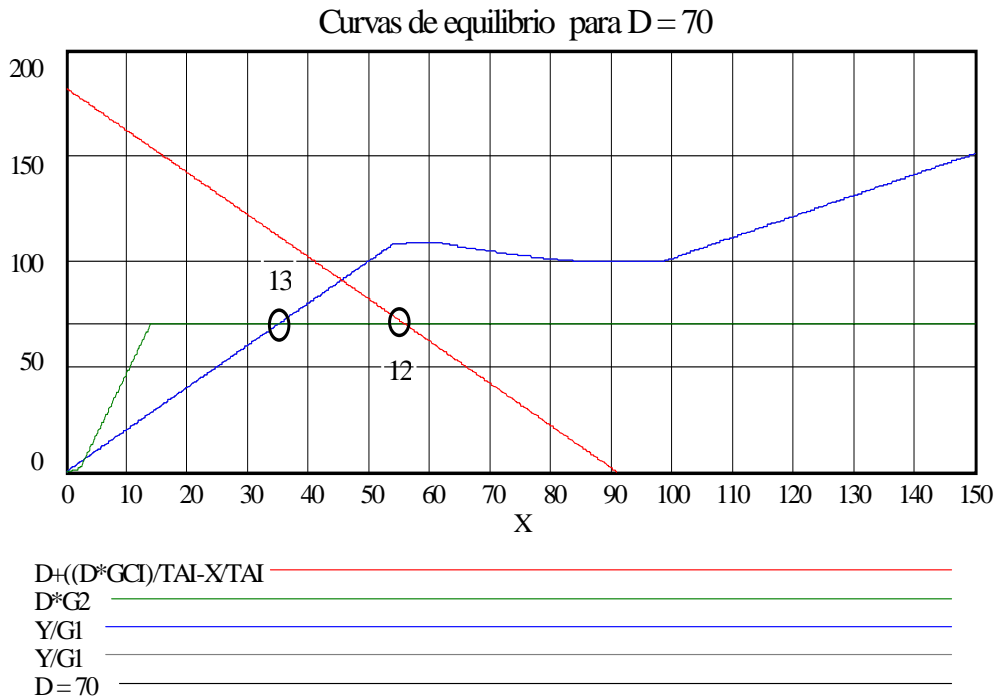


FIGURA 108. Punto de equilibrio entre las líneas $D*G2(X)$, $(A-X/TAI)$, y $Y/G1$, cuando la demanda D es igual a 70.

- Cálculo de la pendiente en el punto $p13 = (u_0, v_0) = (35, 70)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (56, 35)$. $D = 70$.

Sea $(u_1, v_1) = (34.89, 69.79)$

Sea $(u_0, v_0) = (35, 70)$ (punto 13 de la figura 108).

$$m7 = (69.79 - 70)/(34.89 - 35) = 1.91 = h'$$

$$\begin{aligned} \text{De (90)} \quad inv &= (tai*D) + (gci*D) - (tai*D*entrega(inv)) \\ inv &= (0.5*70) + (0.8*70) - (0.5*70*1) = 56 \end{aligned}$$

Para calcular el valor de equilibrio de la variable WIP , es necesario conocer el valor $G1$ (igual a la variable $tp(wip)$); éste valor se consigue en la gráfica de la figura 72.

$$\begin{aligned} \text{De (91)} \quad wip &= D*entrega(inv)*tp(wip) \\ wip &= 70*1*0.5 = 35 \end{aligned}$$

Por consiguiente, el punto de equilibrio del modelo cuando $D = 70$, es:

$$(inv, wip) = (56, 35) \quad (120)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva D^*G2 , tanto en el punto de equilibrio de Y (punto 13 de la figura 108) como en el punto de equilibrio de X (punto 12 de la figura 108), es igual a cero, por lo tanto;

$$J = \begin{bmatrix} 0 & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore |J| = \begin{pmatrix} h' \\ \frac{1}{tai} \end{pmatrix} \therefore |J| \neq 0; \text{ o sea, el sistema tiene solución}$$

$$\lambda = \frac{-(1.91)}{2} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{(1.91)^2 - 4 * \left(\frac{1.91}{0.5}\right)}, \quad \lambda = -0.955 \pm 1.71i$$

$$\lambda_1 = -0.955 - 1.71i \quad , \quad \lambda_2 = -0.955 + 1.71i \quad (121)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (56, 35)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral.

Las gráficas de las figuras 109 y 110 fueron obtenidas con simulaciones realizadas con una demanda $D = 70$, y haciendo análisis de sensibilidad de los parámetros de los valores iniciales del Producto en Proceso (WIP_INI) y del producto terminado (INV_INI). El rango dentro del cual varían los parámetros de los valores iniciales de ambas variables, está comprendido entre los valores 0 y 200. Los puntos de equilibrio de las figuras 109 y 110, se conocen con el nombre de atractores puntuales, debido a que el equilibrio es un punto.

La figura 109 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable WIP es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta obtener el reposo en el valor de $WIP = 35$.

La figura 110 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable INV es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta estabilizarse en el valor de $INV = 56$.

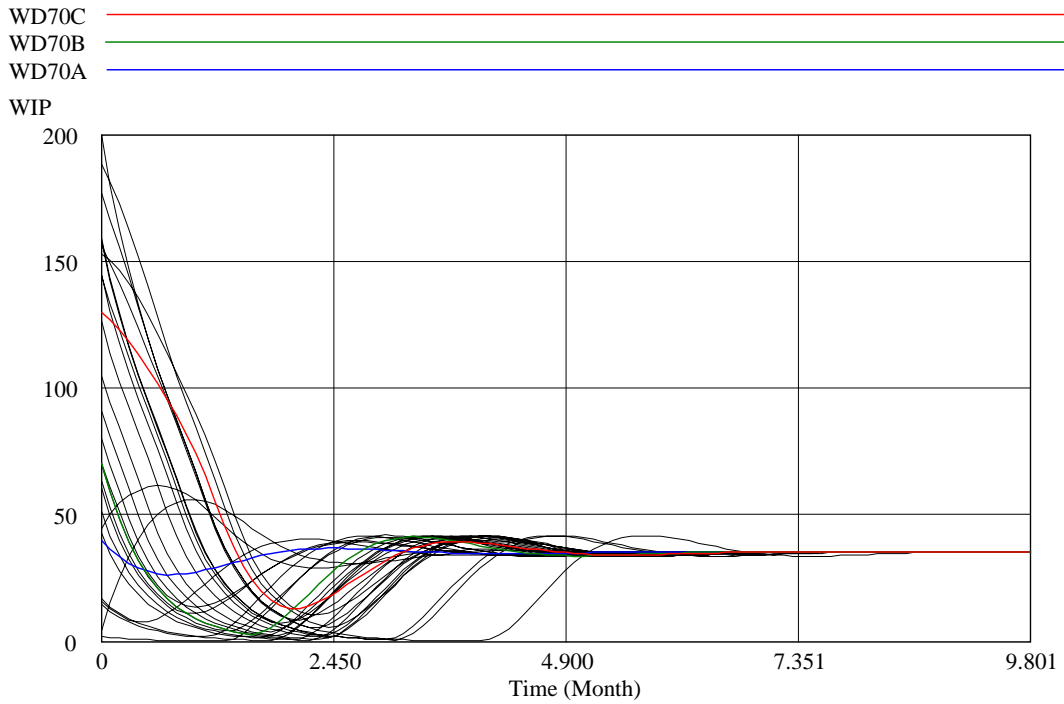


FIGURA 109. Comportamiento temporal de la variable *WIP*. Valores iniciales para *WIP* en el intervalo (0, 200). Demanda = 70. Equilibrio de *WIP* en 35.

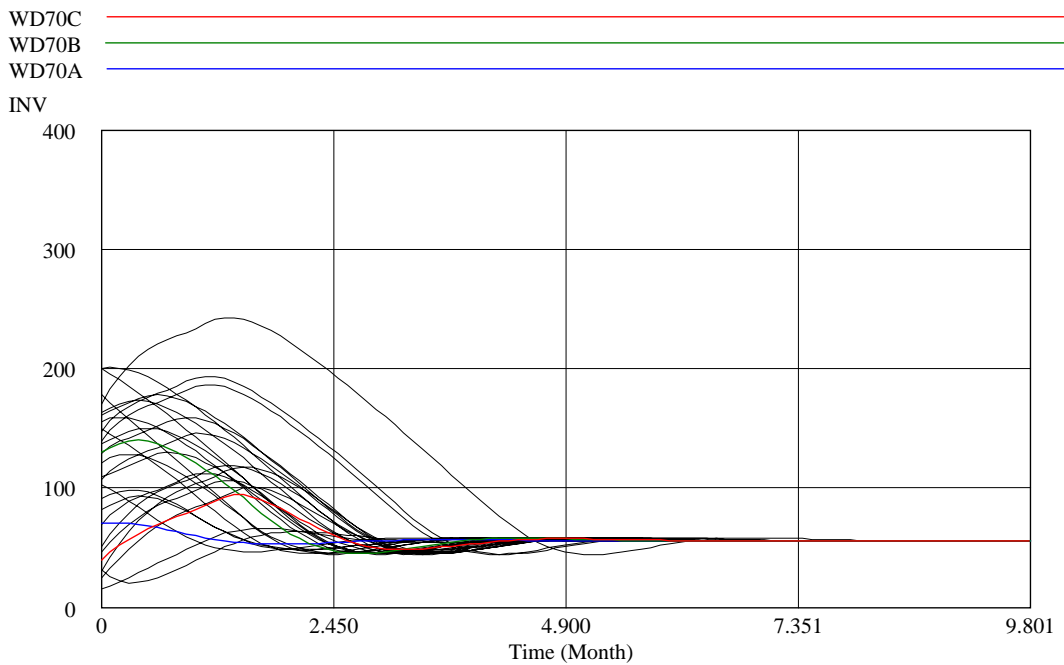


FIGURA 110. Comportamiento temporal de la variable *INV*. Valores iniciales para *INV* en

La figura 111 muestra el retrato de fase de las variables WIP e INV . Se tiene tres trayectorias que alcanzan el punto $(INV, WIP) = (56, 35)$, en forma de espiral. Los valores iniciales de las variables que dan origen a las tres trayectorias son: $(INV, WIP) = \{(70, 40), (130, 70), (40, 130)\}$

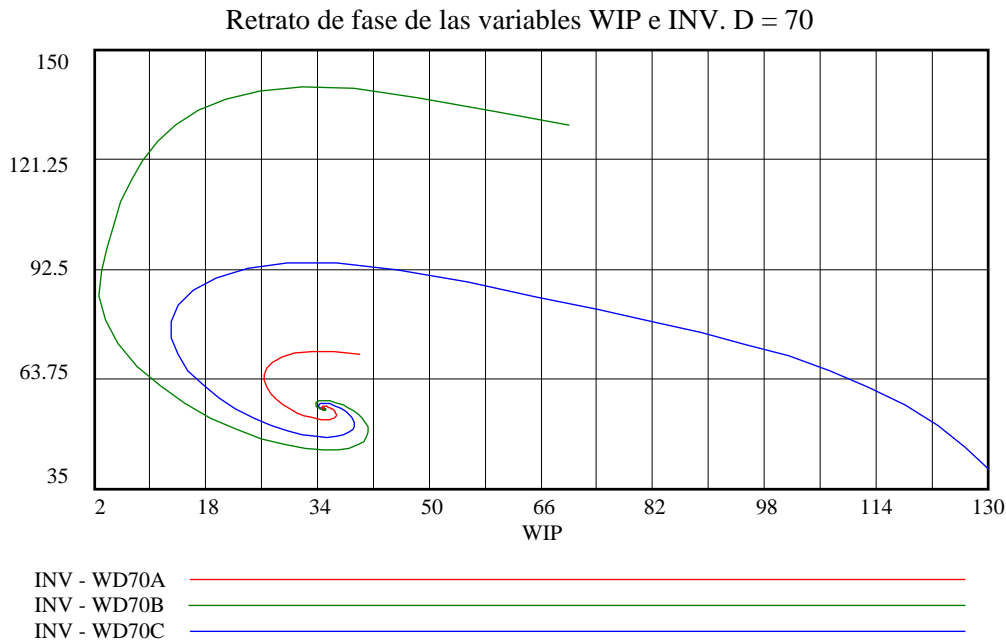


FIGURA 111. Retrato de fase de las variables INV y WIP , en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (56, 35)$, cuando la demanda D es igual a 70

La figura 112 muestra el único punto de equilibrio que se presenta para X y para Y , cuando la demanda D es igual a 150. Los números 14 y 15 muestran respectivamente, el valor del equilibrio de X y el de Y .

- Cálculo de la pendiente en el punto $p15 = (u_0, v_0) = (149.2, 149.99)$ de la curva h , y cálculo del autovalor para el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (120, 149.2)$. $D = 150$.

Sea $(u_0, v_0) = (149.2, 149.99)$ (punto 15 de las figuras 79 y 101)

Sea $(u_1, v_1) = (149.3, 150.09)$

$$m7 = (150.09 - 149.99)/(149.3 - 149.2) = 1 = h'$$

$$\begin{aligned} \text{De (90)} \quad \text{inv} &= (\text{tai} * D) + (\text{gci} * D) - (\text{tai} * D * \text{entrega}(\text{inv})) \\ \text{inv} &= (0.5 * 150) + (0.8 * 150) - (0.5 * 150 * 1) = 120 \end{aligned}$$

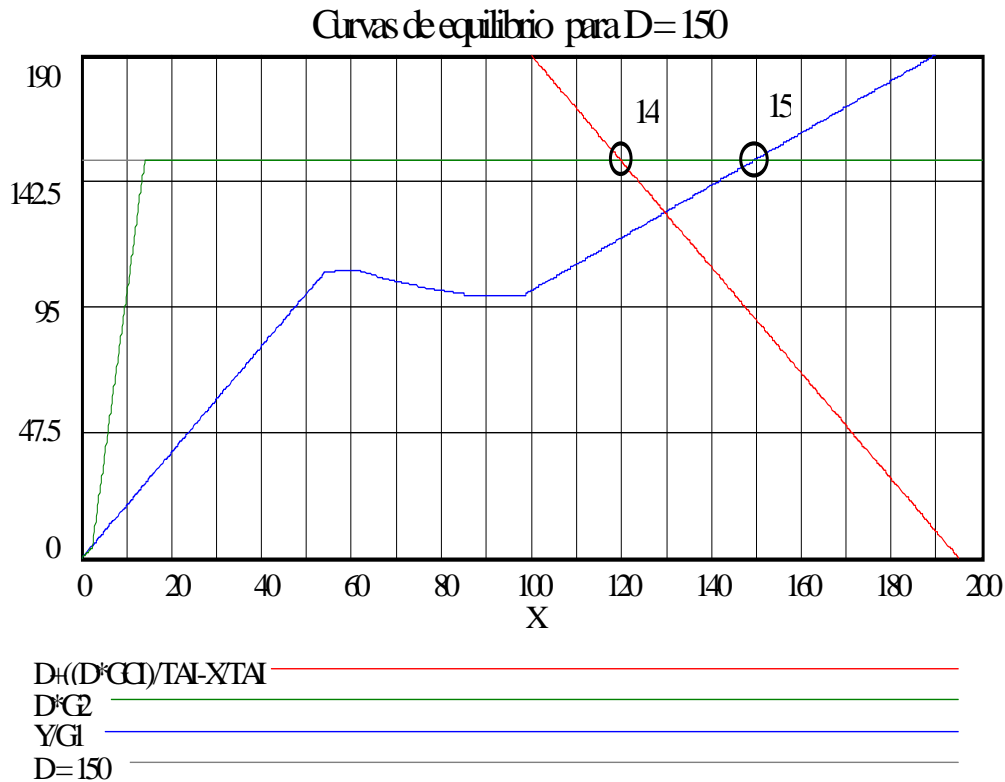


FIGURA 112. Punto de equilibrio entre las líneas $D * G2(X)$, $(A - X / TAI)$, y Y / GI , cuando la demanda D es igual a 150.

Para calcular el valor de equilibrio de la variable WIP , es necesario conocer el valor GI (igual a la variable $tp(wip)$); éste valor se consigue en la gráfica de la figura 72.

$$\begin{aligned} \text{De (91)} \quad \text{wip} &= D * \text{entrega}(\text{inv}) * \text{tp}(\text{wip}) \\ \text{wip} &= 150 * 1 * 0.9947 = 149.2 \end{aligned}$$

De donde, el punto de equilibrio del modelo cuando $D = 150$, es:

$$(\text{inv}, \text{wip}) = (120, 149.2) \quad (122)$$

La derivada de la función $G2$ en la curva $D * G2$, tanto en el punto de equilibrio de Y (punto 15 de la figura 112) como en el punto de

equilibrio de X (punto 14 de la figura 112), es igual a cero, por lo tanto:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \therefore |J| = \begin{pmatrix} h' \\ \frac{1}{tai} \end{pmatrix} \therefore |J| \neq 0; \text{ o sea, el sistema tiene solución}$$

$$\lambda = \frac{-(1)}{2} \pm \frac{1}{2} * \sqrt{(1)^2 - 4 * \left(\frac{1}{0.5}\right)}, \quad \lambda = -0.5 \pm 1.32i$$

$$\lambda_1 = -0.5 - 1.32i, \quad \lambda_2 = -0.5 + 1.32i \quad (123)$$

Los autovalores son complejos conjugados, ambos con parte real negativa, por lo tanto, de acuerdo con la tabla 3, el punto de equilibrio $(X, Y) = (INV, WIP) = (120, 149.2)$ es asintóticamente estable, todas las trayectorias se acercan a él en forma de espiral.

Las gráficas de las figuras 113 y 114 fueron obtenidas con simulaciones realizadas con una demanda $D = 150$, y haciendo análisis de sensibilidad de los parámetros de los valores iniciales del Producto en Proceso (WIP_{INI}) y del producto terminado (INV_{INI}). El rango dentro del cual varían los parámetros de los valores iniciales de ambas variables, está comprendido entre los valores 0 y 200. Los puntos de equilibrio de las figuras 113 y 114, se conocen con el nombre de atractores puntuales, debido a que el equilibrio es un punto.

La figura 113 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable WIP es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta obtener el reposo en el valor de $WIP = 149.2$.

La figura 114 muestra cómo el punto de equilibrio de la variable INV es alcanzado después de un período transitorio de oscilaciones amortiguadas, hasta estabilizarse en el valor de $INV = 120$.

La figura 115 muestra el retrato de fase de las variables WIP e INV . Se tiene tres trayectorias que alcanzan el punto $(INV, WIP) = (120, 149.2)$, en forma de espiral. Los valores iniciales de las variables que dan origen a las tres trayectorias son: $(INV, WIP) = \{(130, 40), (40, 70), (70, 130)\}$

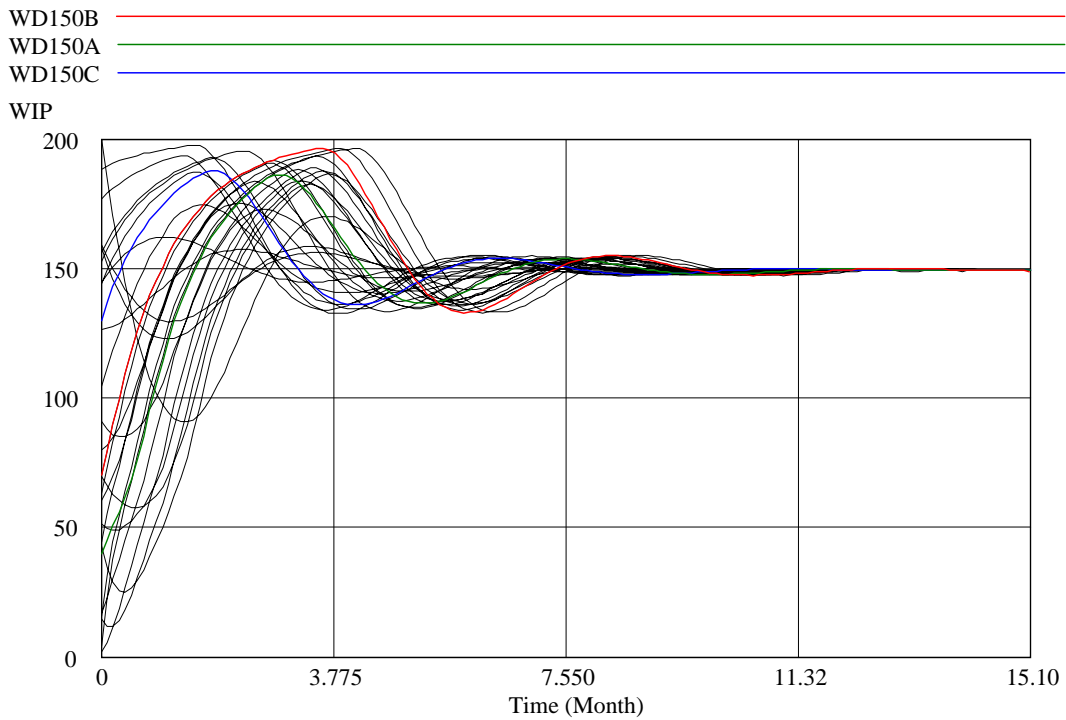


FIGURA 113. Comportamiento temporal de la variable WIP . Valores iniciales para WIP en el intervalo $(0, 200)$. Demanda = 150. Equilibrio de WIP en 149.2.

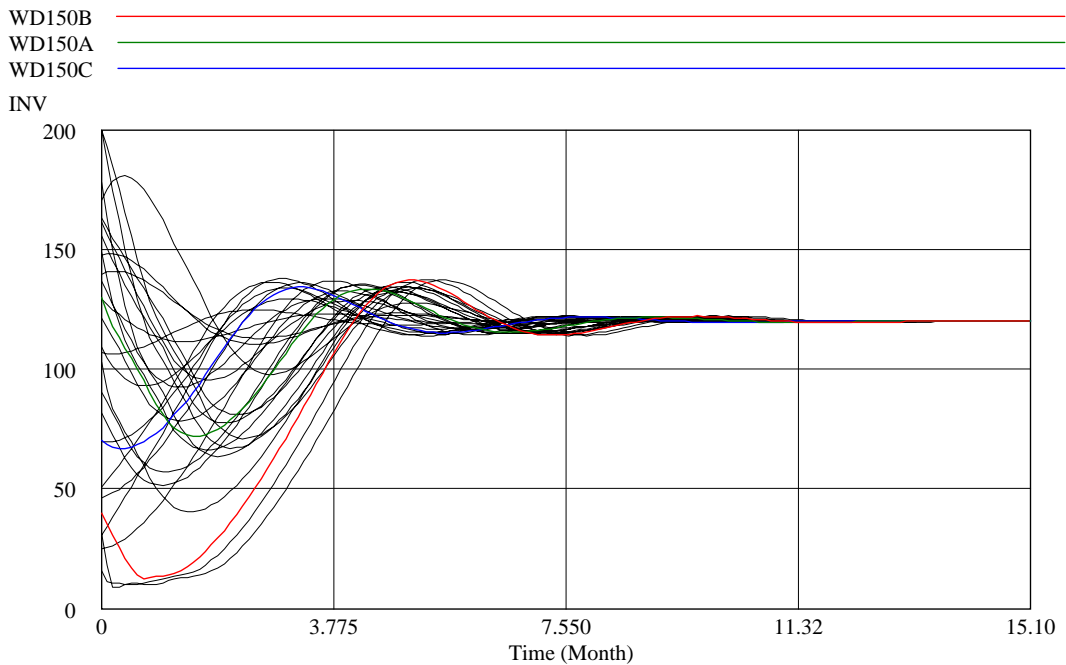


FIGURA 114. Comportamiento temporal de la variable INV . Valores iniciales para INV en el intervalo $(0, 200)$. Demanda = 150. Equilibrio de INV en 120.

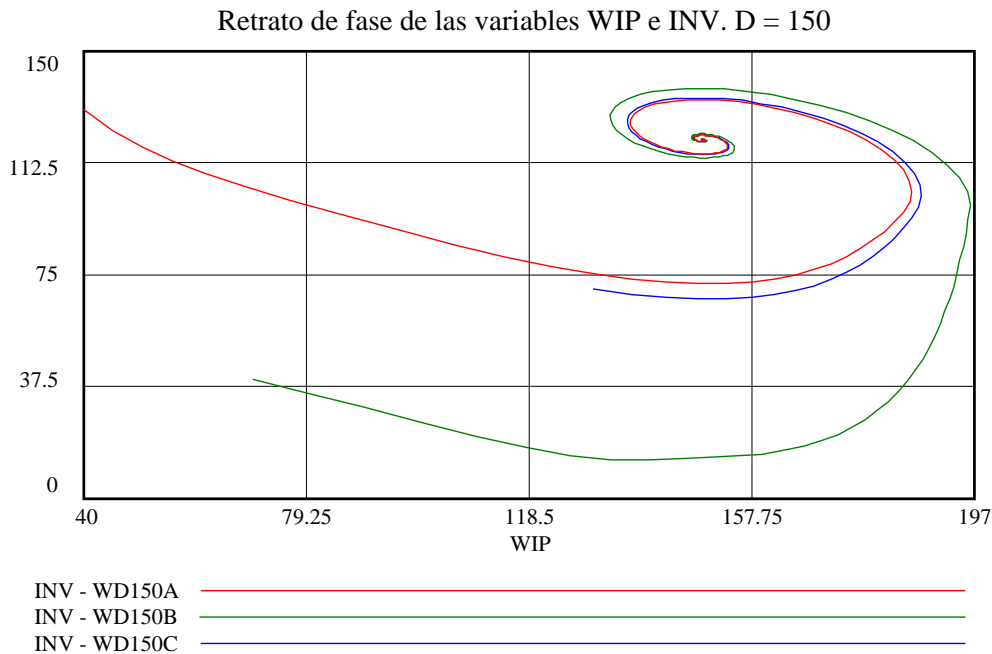


FIGURA 115. Retrato de fase de las variables INV y WIP , en el punto de equilibrio $(INV, WIP) = (120, 149.2)$, cuando la demanda D es igual a 150.

7.7.4 Formas diferentes de la tabla de datos referentes a tiempos de proceso

Las figura 116 muestra seis formas diferentes de la función h , según cambien los datos de las tablas de los tiempos de proceso (donde h es igual a Y/GI e igual a $wip/tp(wip)$, y $tp(wip) = t_{proceso}$ es la tabla que contiene los tiempos de proceso). Se observa a simple vista, que hay cinco funciones en las cuales, en cada una de ellas, dependiendo del valor del parámetro D , se tendrían tres puntos de equilibrio, y una función en la que independientemente del valor del parámetro D , nunca se presentarían tres puntos de equilibrio. La figura 117 muestra las funciones inversas de h , y se ven claramente los posibles puntos de bifurcaciones con sus correspondientes zonas de estabilidad. Se ven las zonas donde sólo hay un equilibrio, y las zonas donde podrían presentarse dos equilibrios, o zonas de inestabilidad.

Para cada función diferente de los tiempos de proceso, puede hacerse un análisis similar al que se ha realizado en este capítulo 7; de esta forma, se tendría una análisis cualitativo que involucraría tanto al

parámetro D como a la función - tabla de tiempos de procesos. A medida que se vayan agregando parámetros y tablas al análisis cualitativo, este se va volviendo más complejo, y por lo tanto, el análisis cualitativo matemático empieza a dar paso al análisis empírico de las gráficas obtenidas con los resultados de las simulaciones.

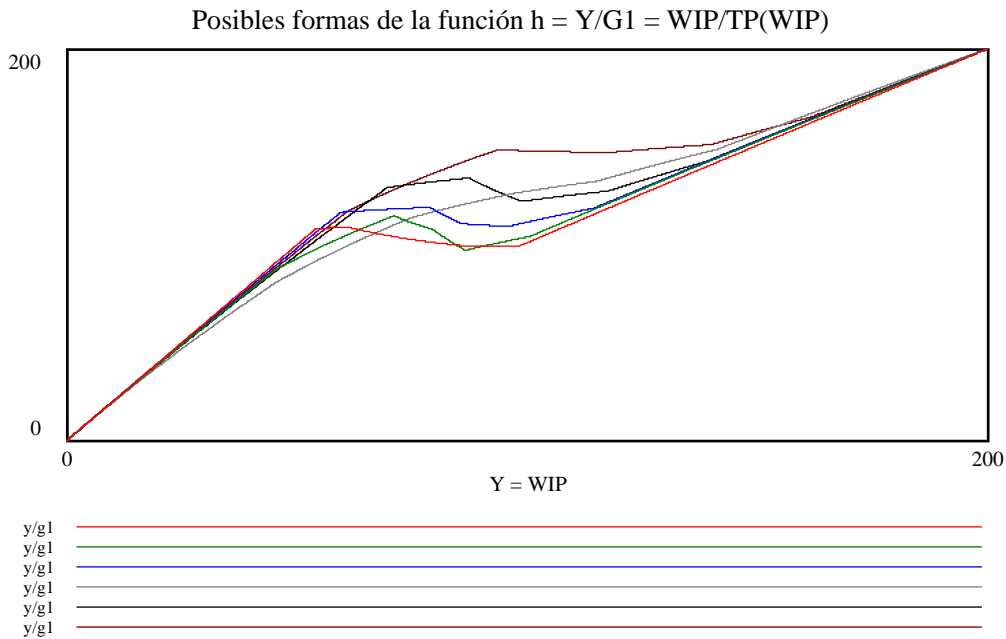


FIGURA 116. Diferentes formas posibles de la función $Y/G1$

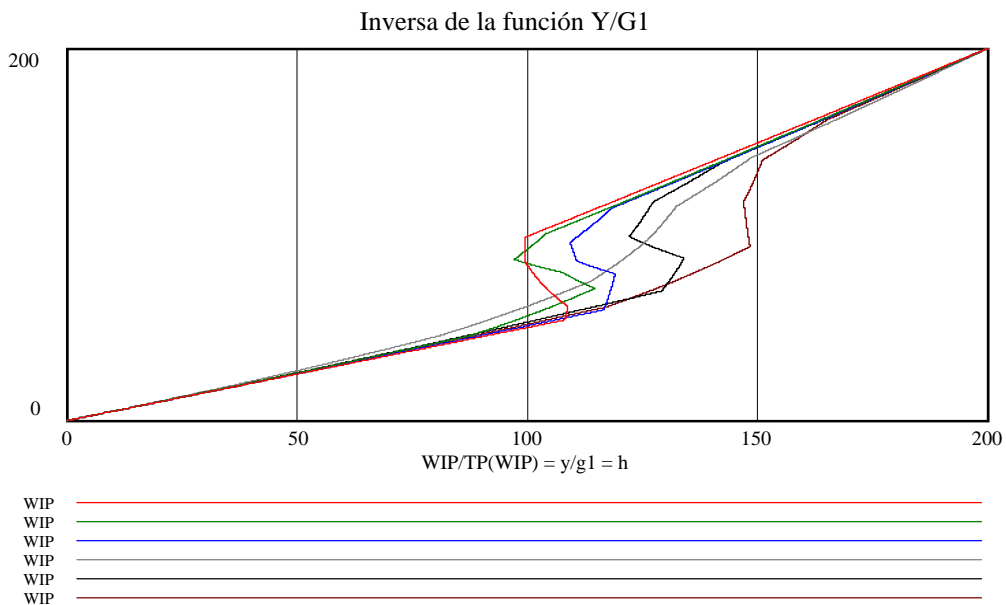


FIGURA 117. Funciones inversas de diferentes formas de la función $Y/G1$.

7.8 COMENTARIOS

En este capítulo 7 se ha realizado el análisis cualitativo del modelo no lineal (ver figuras 74 y 75), cuando el único parámetro que varía es la demanda D ; hay algunos otros parámetros que podrían variarse, como por ejemplo, el tiempo de ajuste del inventario (tai), y el grado de cobertura del inventario (gci), de tal forma que se generen cambios en los comportamientos de las variables del modelo analizado. También pueden variarse las tablas de datos, como se ha mostrado en las figuras 116 y 117; el modelo que se ha analizado tiene dos tablas de datos: la que contiene los tiempos de proceso, y la que contiene el porcentaje de producto terminado que ha de entregarse al cliente. Las tablas también pueden considerarse como parámetros.

La tabla 12 de la sección 7.6 de este capítulo, muestra un resumen de los parámetros y tablas que afectan a las ecuaciones de los puntos de equilibrio, y a los autovalores. En esta tabla se ve cómo el parámetro gci (grado de cobertura del inventario) afecta únicamente el punto de equilibrio de la variable INV , y cómo el parámetro tai (tiempo de ajuste del inventario) modifica tanto al punto de equilibrio de la variable INV , como a los autovalores. Las modificaciones en los autovalores pueden indicar cambios en la estabilidad estructural del sistema; por ejemplo, que la parte real negativa del autovalor se convierta en positiva. La raíz real negativa indica que el sistema tiene punto de equilibrio estable, pero una raíz real positiva indica que se tiene un punto de equilibrio inestable.

Las ecuaciones de los puntos de equilibrio son:

$$\text{De (90)} \quad inv = (tai * D) + (gci * D) - (tai * D * entrega(inv))$$

$$\text{De (91)} \quad wip = D * entrega(inv) * tp(wip)$$

Los autovalores son obtenidos a partir de la matriz Jacobiana, pero antes de calcularlos, es posible saber si el sistema tendrá solución o no.

Si el determinante del Jacobiano es diferente de cero, entonces el sistema tiene una única solución en el punto analizado. Si el determinante del Jacobiano es igual a cero, entonces se presenta una bifurcación, lo cual significa que hay un cambio de estabilidad estructural del sistema; puede decirse que se sale de una cuenca de atracción y se entra en otra que puede ser estable o inestable. La expresión de la matriz Jacobiana es:

$$\text{de (99)} \quad J = \begin{bmatrix} -D^* g_2' & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' \end{bmatrix} \quad \therefore \quad |J - \lambda| = \begin{vmatrix} -D^* g_2' - \lambda & h' \\ -\frac{1}{tai} & -h' - \lambda \end{vmatrix}$$

La expresión de los autovalores, para el modelo de las figuras 74 y 75, es:

$$\text{De (102)} \quad \lambda_1 = \frac{-(D^* g_2' + h')}{2} - \frac{1}{2} * \sqrt{(D^* g_2' + h')^2 - 4 * \left(D^* g_2' * h' + \frac{h'}{tai} \right)}$$

$$\text{de (103)} \quad \lambda_2 = \frac{-(D^* g_2' + h')}{2} + \frac{1}{2} * \sqrt{(D^* g_2' + h')^2 - 4 * \left(D^* g_2' * h' + \frac{h'}{tai} \right)}$$

Además del análisis cualitativo realizado en el modelo, a partir de los parámetros, también es posible realizar un análisis cualitativo a partir de los valores iniciales de las variables de nivel, y a partir de cambios estructurales del modelo. Por cambio estructural se entiende la adición o supresión de variables, o la redefinición de relaciones entre las variables.

Los cambios en los comportamientos de los sistemas, pueden deberse entonces a:

- Cambios en los valores iniciales de las variables de nivel
- Cambios en los parámetros
- Cambios estructurales.

8 ANÁLISIS DE TRES SISTEMAS NO LINEALES: CON DOS VARIABLES DE NIVEL Y CON CUATRO VARIABLES DE NIVEL

8.1 INTRODUCCIÓN

El análisis realizado hasta el capítulo 7 está relacionado con un modelo sencillo de producción-inventario, el cual se vio desde dos aspectos:

- Tiempo constante de producción.
- Tiempo variable de producción, dependiendo del producto en proceso.

El modelo con tiempo constante muestra comportamientos estables puntuales, los cuales pueden corresponder a trayectorias que se aproximan a la estabilidad, en forma exponencial o en forma de espiral; Tanto las formas de las trayectorias como el tipo de estabilidad, pueden depender de los valores de algunos parámetros o de las condiciones iniciales de las variables de nivel.

El modelo con tiempo variable presenta una bifurcación que puede llevar a una de dos cuencas estables, cada una con atractores puntuales. Al igual que en el modelo con tiempo constante, las trayectorias pueden alcanzar la estabilidad en forma exponencial o en forma de espiral. La bifurcación se origina por un punto inestable que corresponde a un punto de silla, el cual, dependiendo de las condiciones iniciales, puede desviar la trayectoria a una de las dos cuencas de atracción.

En el desarrollo de este capítulo, se analiza el sistema bajo diferentes condiciones; ellas son:

- Una orden de producción sin control del WIP y sin retardos.
- Una orden de producción con control del WIP y con retardos.
- Inclusión de dos nuevas variables de nivel: “programación producción” y “entregas pendientes”. Orden de producción con control del WIP. Retardos en las dos nuevas variables de nivel.

A continuación se presentan los análisis de los modelos de los tres casos anteriores y sus resultados.

8.2 CASOS A ANALIZAR EN EL MODELO DE DOS VARIABLES DE NIVEL

8.2.1 CASO 1: MODELO DINÁMICO NO LINEAL. Aspectos a analizar: La variable WIP no afecta la orden de producción; No hay retardos.

Se tiene un sistema sencillo de producción - inventario, representado por dos procesos: primero, un proceso sencillo de producción que proporciona en cada momento la información sobre el inventario en proceso, y segundo, el proceso de almacenamiento del producto terminado (Figura 118). Se analiza un proceso general de fabricación, a partir de un nivel mínimo del inventario de productos terminados. Cuando el inventario real de producto terminado se sitúa por debajo del nivel de inventario deseado, entonces se lanzan órdenes de producción por la diferencia entre el nivel de inventario deseado y el nivel real del inventario, más la demanda; la orden de producción es:

$$\text{Orden} = \text{demanda} + \text{discrepancia}/\text{tai}$$

Donde: $\text{discrepancia} = \text{inv deseado} - \text{INV}$

El tiempo de proceso del producto depende de la cantidad de producto en proceso. La cantidad de producto terminado que se entrega al cliente, depende del nivel del inventario. Inicialmente, la demanda es constante a través del tiempo, y la que no se pueda satisfacer, no queda pendiente.

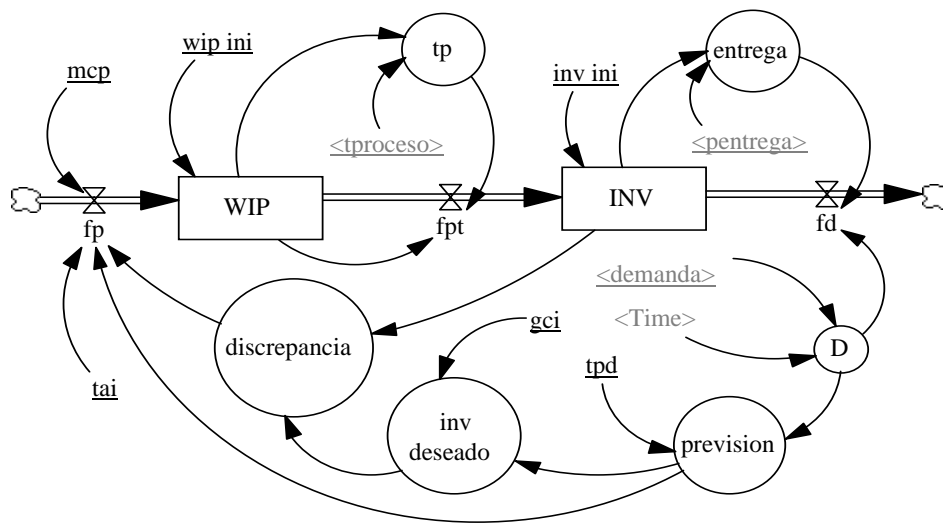


FIGURA 118. Diagrama de causalidad para un proceso producción-inventario.

8.2.2 CASO 2: MODELO DINÁMICO NO LINEAL. Aspectos a analizar: La variable WIP sí afecta la orden de producción; no hay retardos

La Figura 119 representa el mismo sistema del caso 1, pero con una nueva política de órdenes de producción; en esta nueva política, el WIP forma parte de la orden de producción, situación que no se considera en el diagrama de la Figura 118. Aunque con este nuevo modelo se ha mejorado la política de órdenes de producción, la cual lleva a tener una situación de equilibrio más rápidamente, siguen presentándose dos cuencas de atracción para la variable WIP, cada una con un atractor puntual. No se consideran retardos en la orden de producción, la cual tiene la siguiente expresión:

$$\text{Orden} = \text{demanda} + \text{discrepancia}/\text{tai}$$

$$\text{Donde: } \text{discrepancia} = \text{inv deseado} - \text{INV} - \text{WIP}$$

El análisis de sensibilidad muestra que es posible que se presenten dos cuencas de atracción, sin embargo, también es claro en las gráficas 120 y 121, que la bifurcación tiene poca probabilidad de presentarse, ya que la mayoría de las trayectorias se dirigen sólo a una cuenca de atracción puntual, tanto para la variable WIP como para la variable INV.

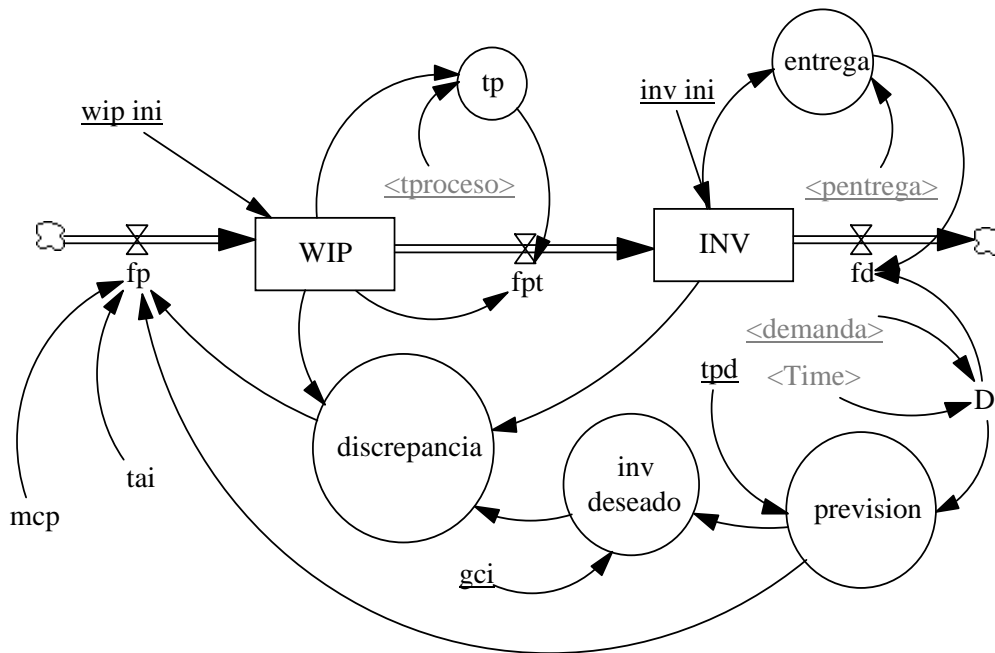


FIGURA 119. Modelo de producción en el cual el WIP forma parte de la política de Ordenes de Producción.

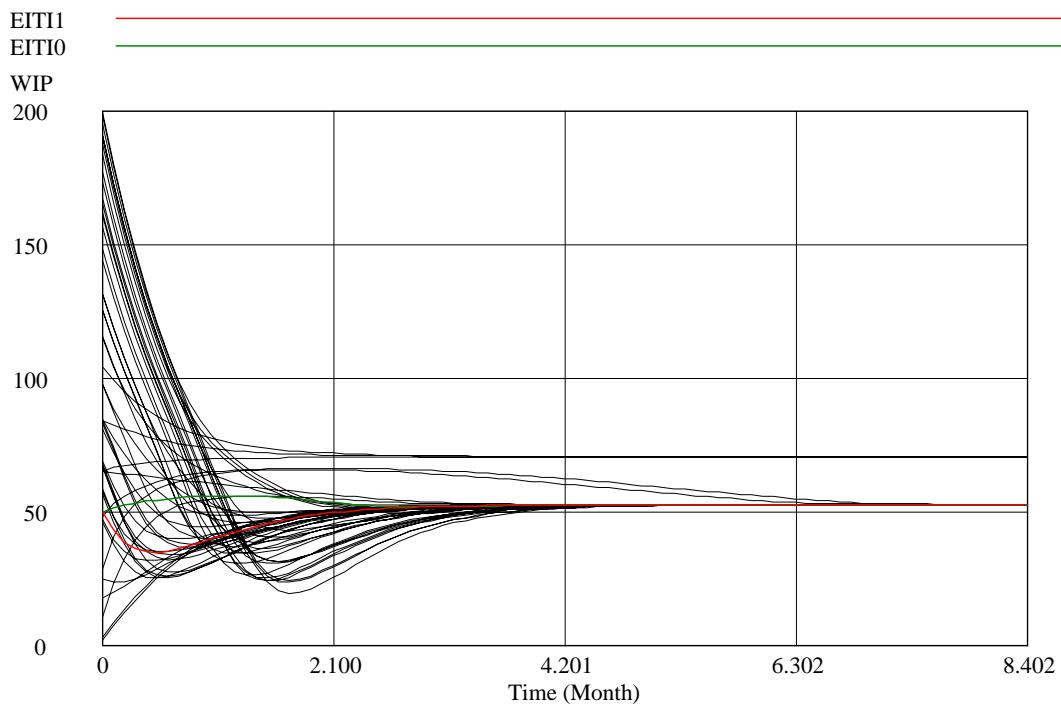


FIGURA 120. Gráfica del WIP en el modelo CASO 2. Posibilidad de dos atractores puntuales: uno para el equilibrio WIP = 74 y otro para el equilibrio WIP = 52.5.

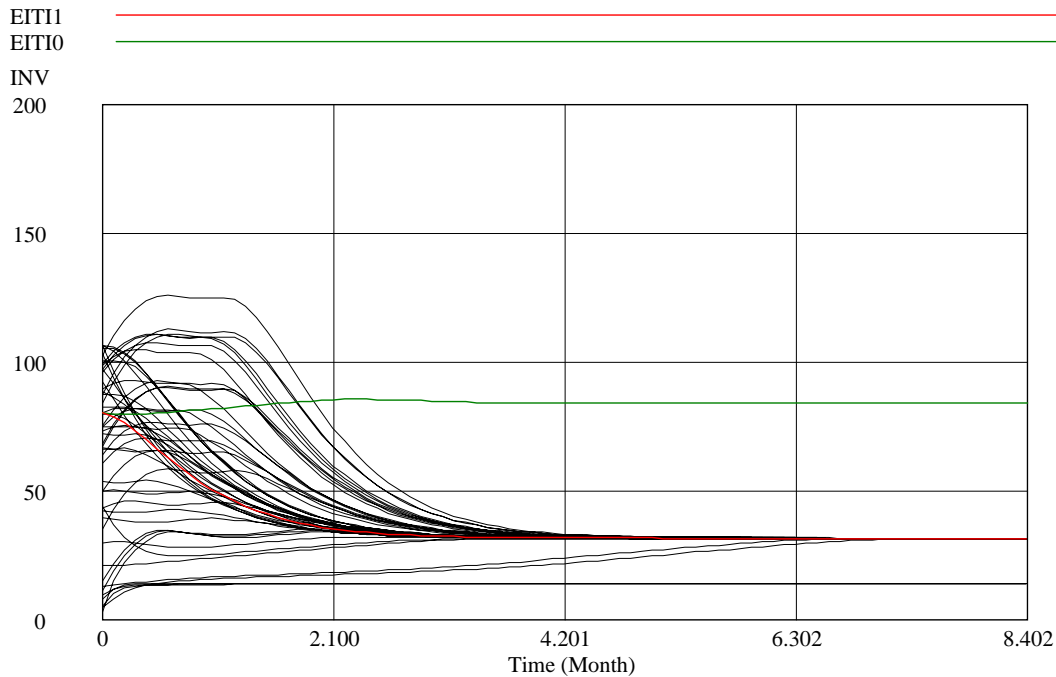


FIGURA 121. Gráfica del INV en el modelo CASO 2. Posibilidad de dos atractores puntuales: uno para el equilibrio $INV = 31.5$ y otro para el equilibrio $INV = 12.5$. La línea punteada representa el equilibrio del modelo CASO 1.

8.2.3 CASO 3: MODELO DINÁMICO NO LINEAL. Aspectos a analizar:

La variable WIP afecta la orden de producción; hay una demora en la orden de producción igual a 1.5.

Este sistema es similar al de la Figura 119, en el cual el Trabajo en Proceso (WIP) afecta a la variable Orden de Producción, y ésta a la vez, tiene un retardo de tercer orden, con tiempo de retardo igual a 1.5 unidades de tiempo. Con esta orden de producción, las trayectorias de la variable WIP, cada uno con valores iniciales diferentes, presentan un atractor cíclico. La política de la orden de producción se muestra a continuación:

$$\text{Orden} = \text{DELAY3}(\text{previsión} + \text{discrepancia}/\text{tai}, 1.5)$$

Donde: $\text{discrepancia} = \text{inv deseado} - \text{INV} - \text{WIP}$

La Figura 122 muestra el comportamiento estable cíclico de una trayectoria de la variable WIP con un valor inicial igual a 50 unidades.

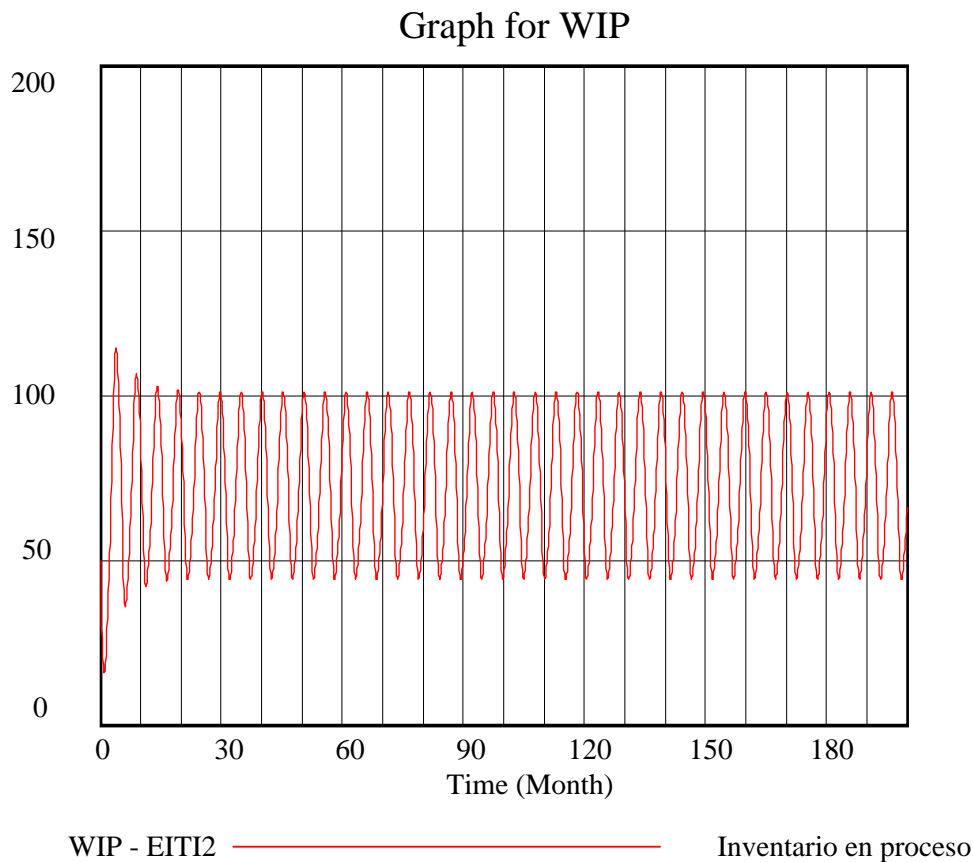


FIGURA 122. Atractor cíclico para la trayectoria generada con un valor inicial del WIP = 50. La variable WIP varía cíclicamente entre 44.27 y 100.92. CASO 3.

La Figura 123 muestra los comportamientos de varias trayectorias de la variable INV, ante diferentes valores iniciales. Se puede apreciar que durante las primeras 150 unidades de tiempo hay dos atractores: uno periódico alrededor de punto $INV = 12$, y otro caótico que puede describirse como un atractor puntual inestable en forma de espiral con amortiguaciones cada vez más amplias, para convertirse en atractor periódico alrededor del tiempo igual 150. A partir de este tiempo, el sistema sólo tendrá un atractor periódico. Las trayectorias en el período transitorio presentan fluctuaciones de gran amplitud.

La Figura 124 muestra el comportamiento periódico de una trayectoria particular de la variable INV. La Figura 125 muestra el plano de fase de las variables WIP e INV.

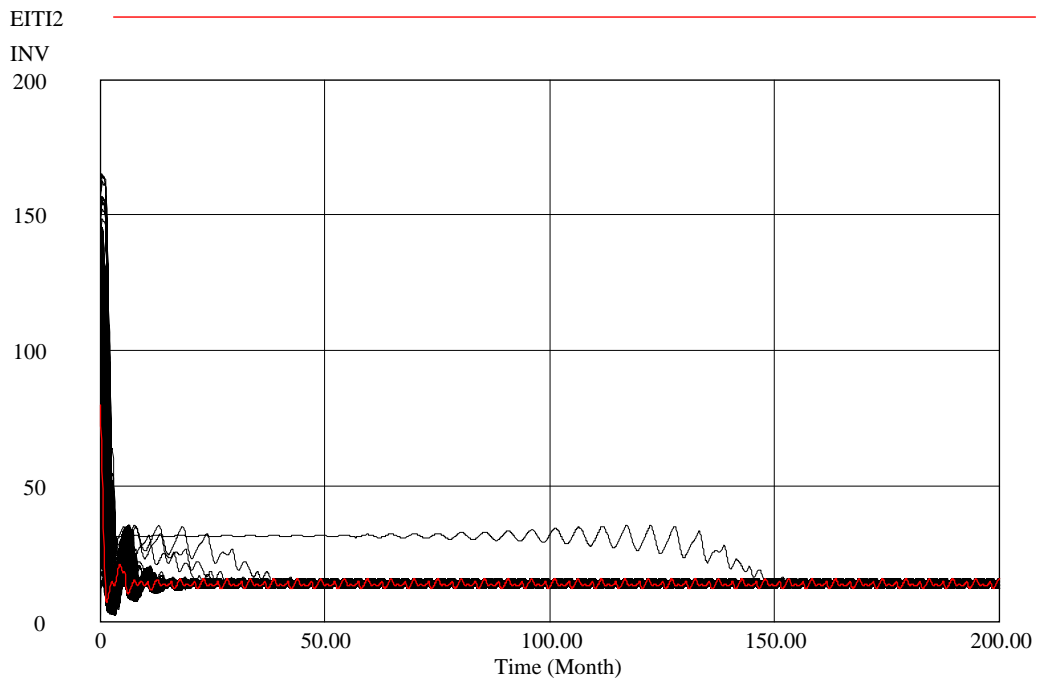


FIGURA 123. Comportamiento del INV en el modelo del CASO 3. Dos atractores hasta el tiempo igual a 150, uno caótico y otro periódico.

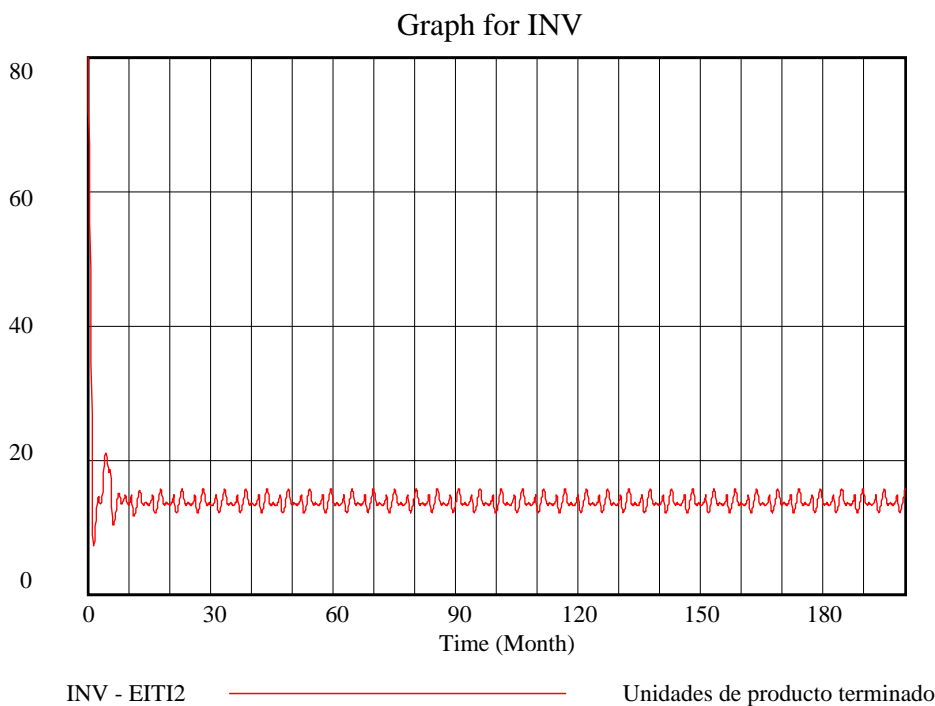


FIGURA 124. Comportamiento n-periódico de la variable INV, en el modelo del CASO 3, con un valor inicial igual 80, el cual fluctúa entre 12.15 y 15.62 unidades.

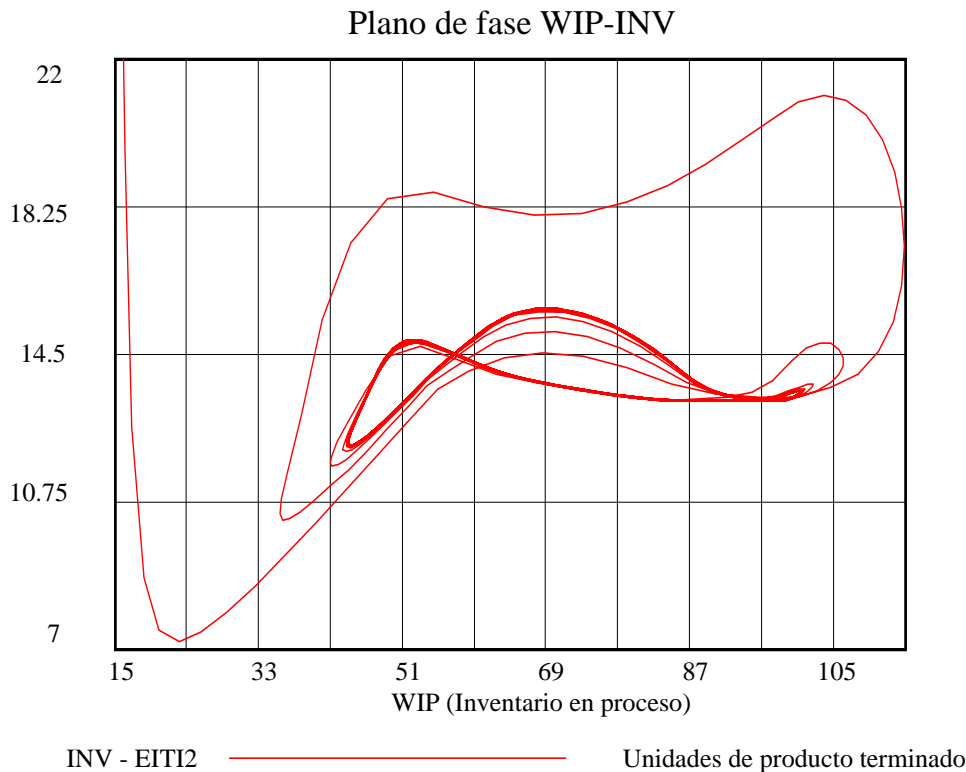


FIGURA 125. Plano de fase de las variables WIP e INV, en el modelo del CASO 3. El plano muestra el comportamiento periódico de las dos variables de nivel.

8.2.4 CASO 4: MODELO DINÁMICO NO LINEAL. Aspectos a analizar: La variable WIP afecta la orden de producción; hay una demora en la orden de producción igual a 1

Sistema igual al del la Figura 119, en el cual el Trabajo en Proceso (WIP) afecta a la variable Orden de Producción, y ésta a la vez, tiene un retardo de tercer orden, con tiempo de retardo igual a 1 unidades de tiempo. Con esta orden de producción, las trayectorias de la variable WIP, cada uno con valores iniciales diferentes, presentan un atractor puntual; el estado transitorio corresponde a una trayectoria en espiral que alcanza el estado estable puntual alrededor del tiempo 36. La estabilidad del sistema se alcanza cuando la variable WIP es igual a 52.5 unidades de producto. La Figura 126 muestra un atractor puntual correspondiente a la trayectoria generada con un valor inicial del WIP = 50.

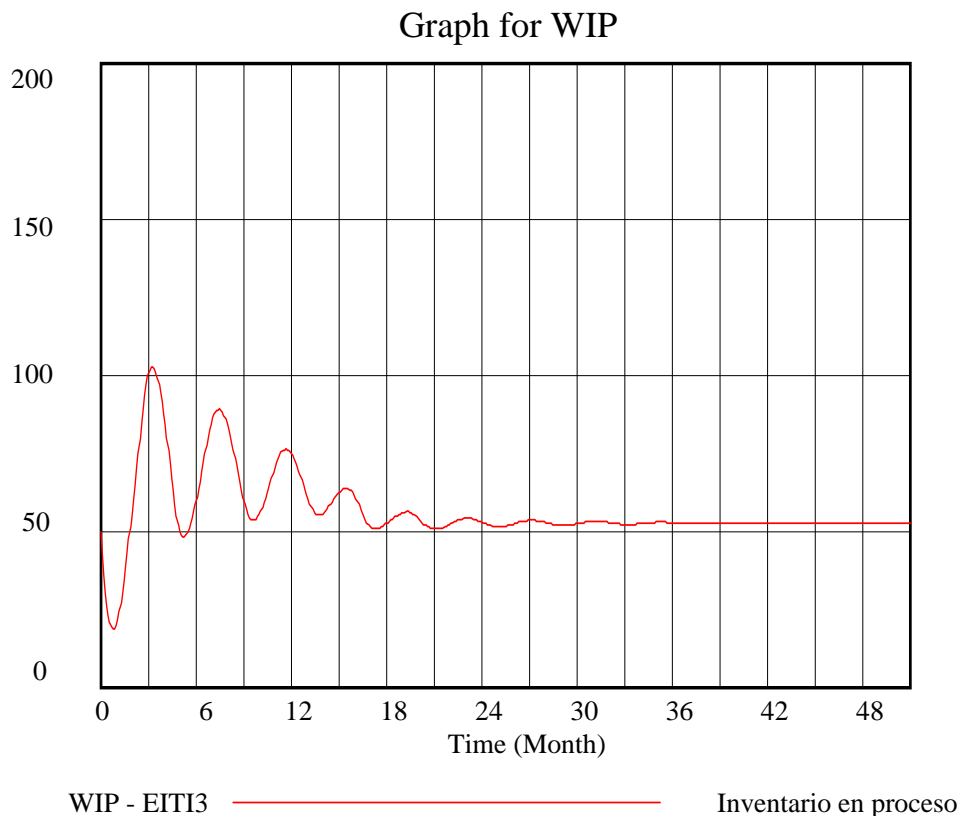


FIGURA 126. Atractor puntual en el modelo del CASO 4, para la trayectoria generada con un valor inicial del WIP = 50. La estabilidad se alcanza en WIP = 52.5

La Figura 127 muestra un comportamiento extraño en la variable INV. Hasta aproximadamente el tiempo 25, se presentan dos atractores, uno caótico y otro periódico, los cuales se juntan en el tiempo 25 para dar paso a una región con un único atractor puntual para todas las trayectorias generadas con distintos valores iniciales del INV; podría considerarse que el comportamiento hasta el tiempo 25, corresponde al estado transitorio entre los tiempos 10 y 32 aproximadamente. Posteriormente, la variable INV se estabiliza en el valor 31.5.

La Figura 128 presenta el plano de fase para WIP e INV; Se observa el comportamiento extraño al principio, y cómo finalmente se convierte en un atractor puntual con forma de espiral asintóticamente estable.

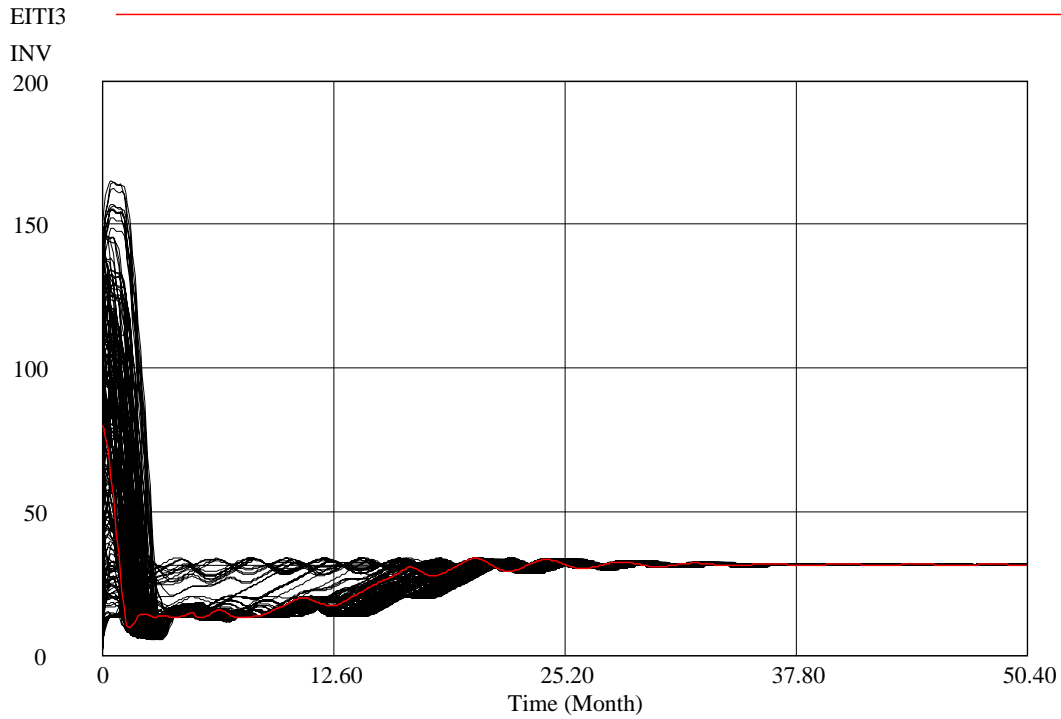


FIGURA 127. Atractor puntual en el modelo del CASO 4. Hasta el tiempo igual a 25, aproximadamente, se presentan dos atractores, uno caótico y otro periódico, los cuales se juntan en el tiempo 25 para dar paso una región con un único atractor puntual.

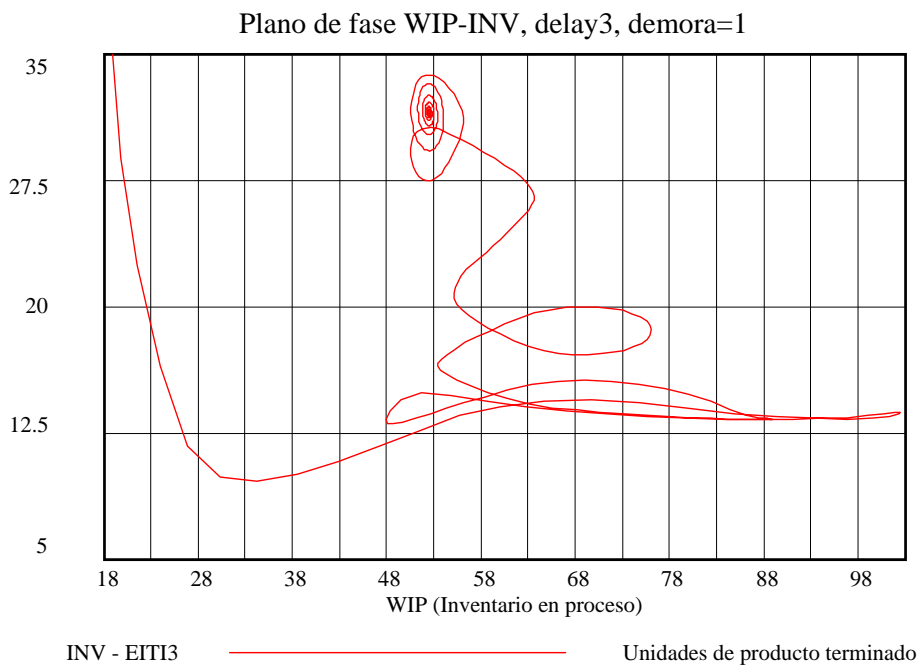


FIGURA 128. Plano de fase para WIP e INV en el modelo del CASO 4.

8.2.5 OTROS CASOS. MODELO DINÁMICO NO LINEAL.

Aspectos a analizar: La variable *WIP* forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo mayores de una (1) unidad en la orden de producción.

Las diferentes simulaciones realizadas con tiempos de retardos mayores de una unidad de tiempo en la orden de producción, dan como resultado, en todos los casos, trayectorias con comportamientos cíclicos en la variable *WIP* (similares a la Figura 122) y comportamiento *n*-periódico en la variable *INV* (similares a la Figura 124); a un mayor tiempo de retardo hay una mayor amplitud tanto del ciclo como del período.

8.2.6 Resumen de los casos no lineales, con dos variables de nivel

La Figura 129 muestra los comportamientos temporales de las variables *WIP* e *INV*, de acuerdo con las cuatro políticas de la variable Orden de Producción. Puede observarse que tres de las trayectorias corresponden a atractores puntuales en forma de espirales asintóticamente estables; una de las trayectorias corresponde a una estabilidad en forma de atractor cíclico.

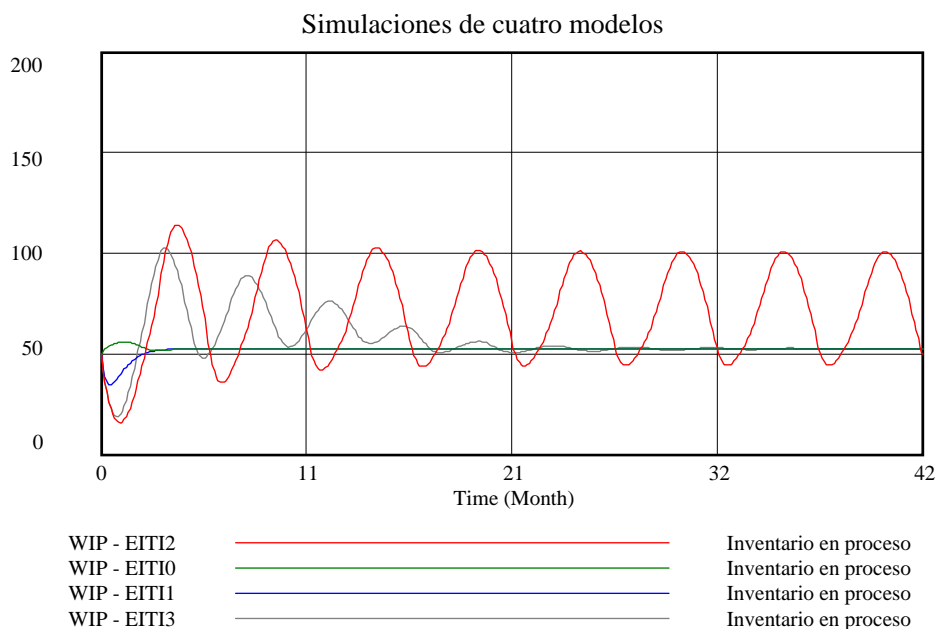


FIGURA 129. Atractores para la variable *WIP*, de acuerdo con cada uno de los cuatro casos diferentes de órdenes de producción.

TABLA 14. Resumen de los valores de los parámetros TAI, Retardo fp, y tiempo retardo pendiente, para el modelo de la Figura 130.

Sección	PARÁMETROS					Atractor
	TAI	Retardo fp		Tiempo retardo pendiente		
		Valor	Rango sensibilidad	Valor	Rango sensibilidad	
8.3.1	exponencial entre 5 y 10	1	(0.1, 1.5)	0.32	(0.1, 1)	Cíclico
8.3.2	0.5	0.3	(0.29, 0.31)	0.78	(0.77, 0.786)	Puntual

8.3.1 CASO 1. MODELO DINÁMICO NO LINEAL CON CUATRO VARIABLES DE NIVEL. Aspectos a analizar: La variable WIP forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo de una (1) unidad.

La Figura 130 muestra el modelo de producción visto en la Figura 119, al cual se le han agregado dos variables de nivel; ellas son: “programación producción” y “entregas pendientes”.

La variable de nivel “programación producción” representa la cantidad de producción que está esperando ser procesada. Esta variable es alimentada por una variable de flujo que calcula la orden de producción, y es disminuida por una variable de flujo que alimenta, en forma retardada, al proceso de producción. La ecuación de la variable “orden retardada”, con un retardo de tercer orden tiene la siguiente expresión:

$orden\ retardada = DELAY3(programación\ producción, retardo\ fp)$,
en donde el parámetro “retardo fp” tiene el valor 1 (uno).

La variable “orden retardada” representa las demoras u obstáculos que se puedan presentar en el momento del lanzamiento de la orden de producción, lo cual hace que el proceso productivo también tenga una demora.

La variable de nivel “entregas pendientes” representa la cantidad de producto que no se vende, ya sea porque haya un déficit en el inventario de producto terminado, INV, o por alguna otra política de ventas que hace que queden entregas pendientes. Esta variable

formará parte de la política de la orden de producción, “orden”, al incrementarla en una cantidad igual a la variable “producir pendiente”, la cual tiene un retardo de tercer orden, como se escribe a continuación:

$$\text{producir pendiente} = \text{DELAY3}(\text{entregas pendientes}, \text{tiempo retardo pendientes})$$

en donde la variable “tiempo retardo pendientes” tiene el valor 0.32.

La variable “entregas pendientes” pasa retardada a la orden de producción, “orden”, debido, entre otras razones, a los trámites involucrados en el manejo administrativo de ellas.

La política de la orden de producción, “orden”, se expresa de la siguiente forma:

$$\text{orden} = \text{MAX}(\text{prevision} + \text{producir pendiente} + \text{discrepancia} / \text{variacion tai}, 0)$$

La variable “variación tai”, donde “tai” es el tiempo de ajuste del inventario, varía de acuerdo con el valor de la “discrepancia”, de tal forma que si la “discrepancia” está cercana a cero, entonces el tiempo de ajuste está cercano a cinco unidades de tiempo, y si la “discrepancia” es muy alta, entonces el tiempo de ajuste está cercano a 10 unidades de tiempo. Lo anterior significa que mientras mayor sea el valor de la discrepancia, mayor será el valor de la variable “variación tai”.

Las Figuras 131, 132, 133 y 134, muestran respectivamente el comportamiento de las variables “WIP”, “INV”, “entregas pendientes” y “programación producción”, cuando las simulaciones se realizan con las condiciones mencionadas anteriormente, es decir: tiempo de retardo de la variable “orden retardada” igual a una unidad; tiempo de retardo de la variable “producir pendientes” igual a 0.32 unidades; y “variación tai” dependiendo de los valores de la “discrepancia”. Los comportamientos de las cuatro variables son estables cíclicos, los cuales se alcanza después de un período transitorio de más o menos 12 unidades de tiempo.

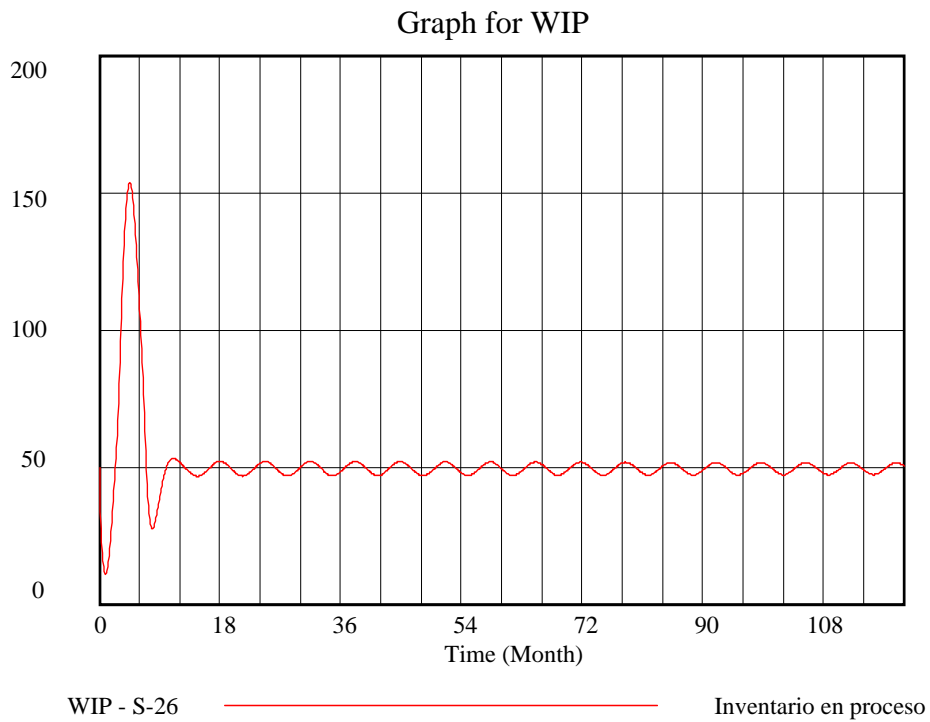


FIGURA 131. Comportamiento estable cíclico de la variable WIP.

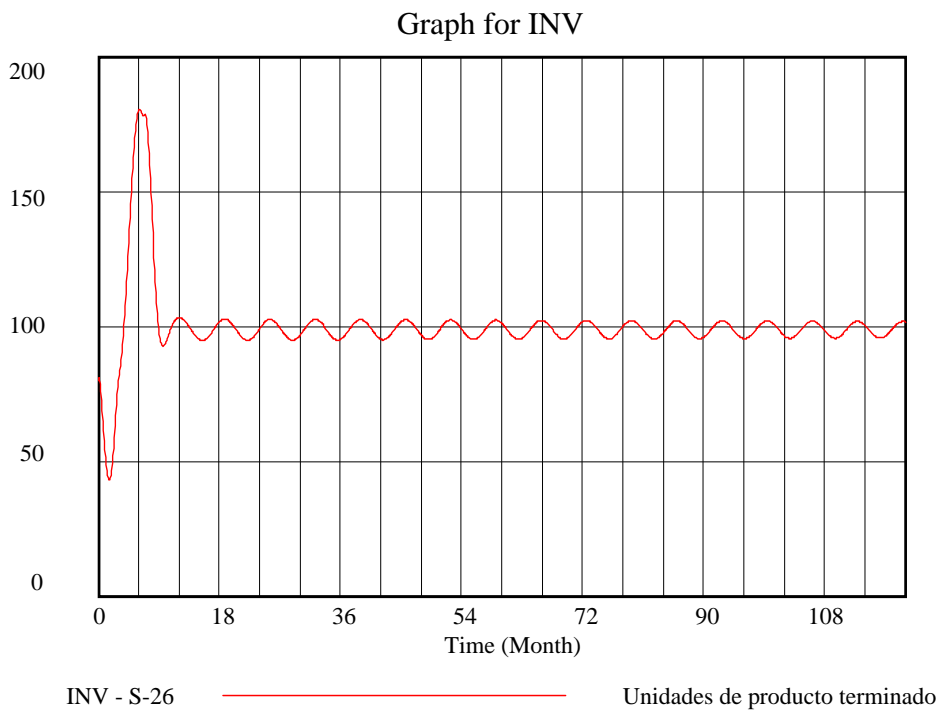


FIGURA 132. Comportamiento estable cíclico de la variable INV.

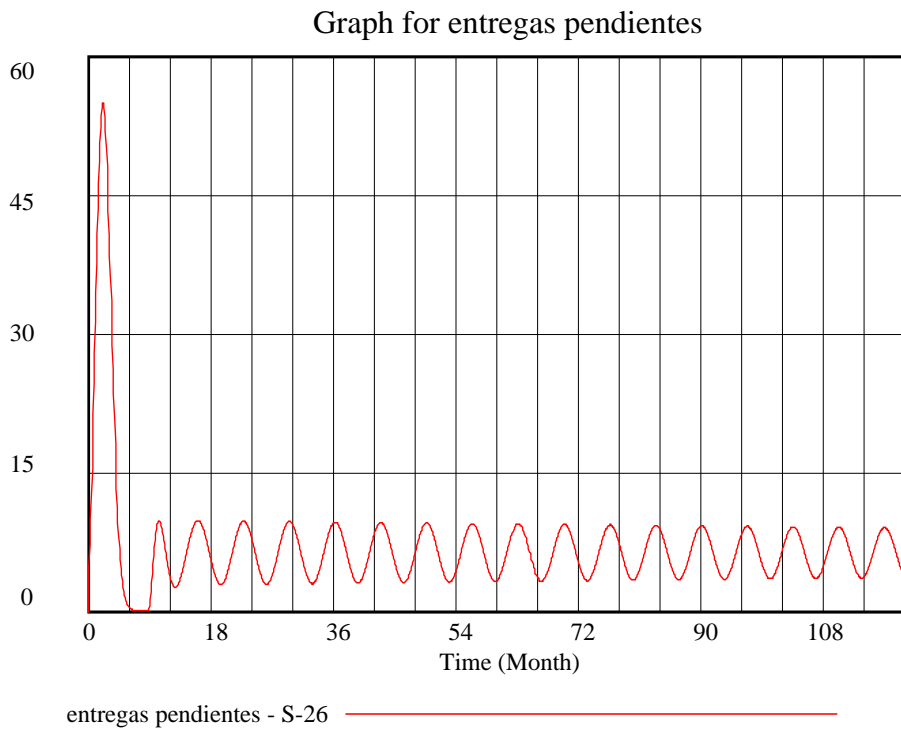


FIGURA 133. Comportamiento estable cíclico de la variable “entregas pendientes”

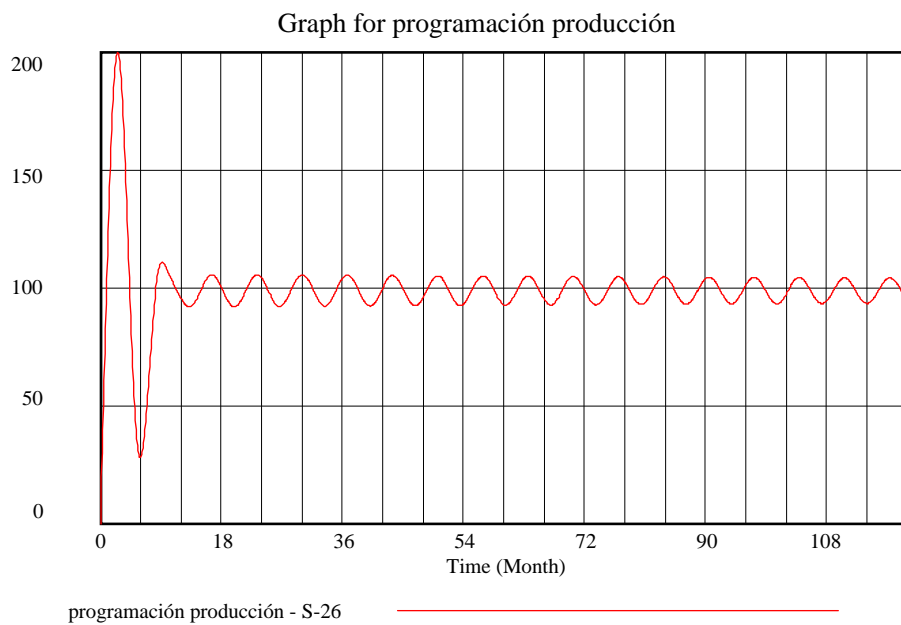


FIGURA 134. Comportamiento estable cíclico de la variable “programación producción”.

La Figura 135 muestra el plano de fase para las variables “programación producción” y “entregas pendientes”. Se observa el comportamiento transitorio que empieza en las coordenadas (0,0), después del cual se alcanza el comportamiento permanente cíclico.

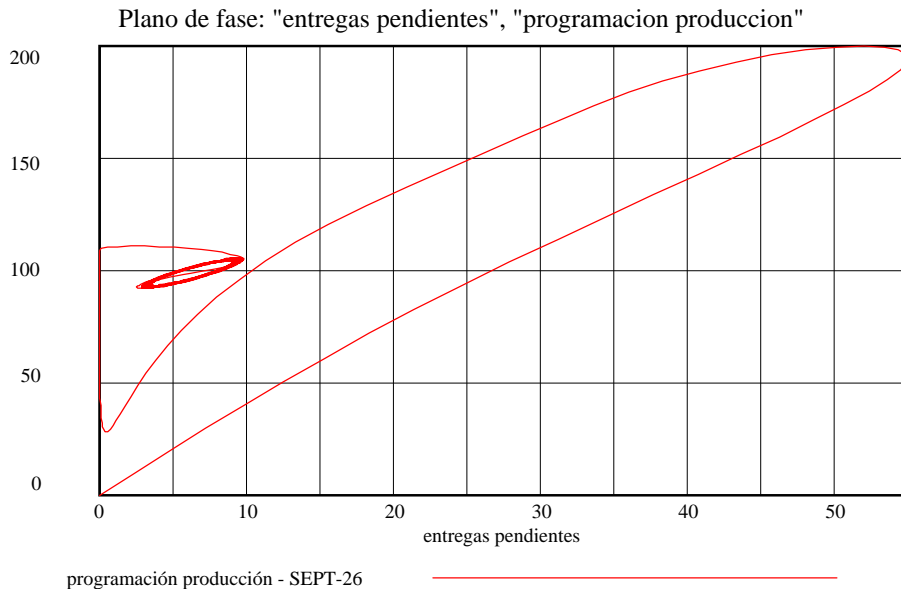


FIGURA 135. Plano de fase para las variables programación producción y entregas pendientes.

8.3.2 CASO 2. MODELO DINÁMICO NO LINEAL CON CUATRO VARIABLES DE NIVEL. Aspectos a analizar: La variable *WIP* forma parte de la política de la orden de producción. Tiempos de retardo mayores de una (1) unidad. Tiempo de ajuste del inventario constante.

En la sección 8.3.1 se analizó el sistema a partir de un tiempo de ajuste del inventario variable, el cual depende de la discrepancia entre el inventario deseado y el inventario del sistema. La forma de la dependencia es creciente; a medida que aumenta la discrepancia, mayor es el tiempo de ajuste del inventario, y viceversa, a menor discrepancia, menor será el tiempo de ajuste. Esta suposición se hace a partir del hecho de que si la discrepancia es muy grande, es posible que la Organización no tenga la capacidad suficiente para elevar la producción rápidamente, y por lo tanto el tiempo de ajuste tenderá a crecer.

En la sección presente, la 8.3.2, al llevar el valor de la variable TAI a una cantidad constante, las variables de nivel se estabilizan todas en un atractor puntual; sin embargo, para el análisis que se hace de este caso, la variable TAI está afectada por cambios en otras variables o parámetros como son los tiempos de retardo en la orden de producción (*retardo fp*) y en los pedidos pendientes (*tiempo retardo pendiente*). Para que la estabilidad de las variables de nivel se conserve como atractor puntual, los rangos de variación de estos dos retardos deben ser bastante estrecho, y así las variables de nivel no se vuelven negativos en el período transitorio.

El objetivo del cambio en la variable TAI , es el de analizar qué tan conveniente sería ampliar o reducir el tiempo de ajuste del inventario, sabiendo de antemano que se pueden presentar retardos en las órdenes de producción y en las órdenes de disminución de los pedidos pendientes. A continuación se presentan algunos análisis para esta situación, teniendo en cuenta que los valores de algunos de los parámetros son:

$$TAI = 0.5$$

Retardo fp = 0.3, con un rango de sensibilidad igual a (0.29, 0.31)

Tiempo retardo pendiente = 0.78, con un rango de sensibilidad igual a (0.77, 0.785).

Las gráficas con los comportamientos temporales de las variables WIP , INV , *programación producción*, y *entregas pendientes*, se muestran en las Figuras 136, 137, 138 y 139. Cada una de las cuatro Figuras tienen trayectorias diferentes generadas por medio del análisis de sensibilidad; todas ellas se estabilizan en atractores puntuales. La Figura 140 muestra el plano de fase de las cuatro variables de nivel; en ella se observa que los atractores corresponden a trayectorias en espiral asintóticamente estables, formando así los atractores puntuales.

El plano de fase muestra un inventario inicial (INV) de 80 unidades, un trabajo en proceso (WIP) con un valor inicial de 50 unidades, y valores iniciales para las variables *entregas pendientes* y *programación producción* iguales a cero unidades. A partir del inventario inicial igual a 80, las otras tres variables de nivel se mueven en forma de espiral, hasta alcanzar el punto estable.

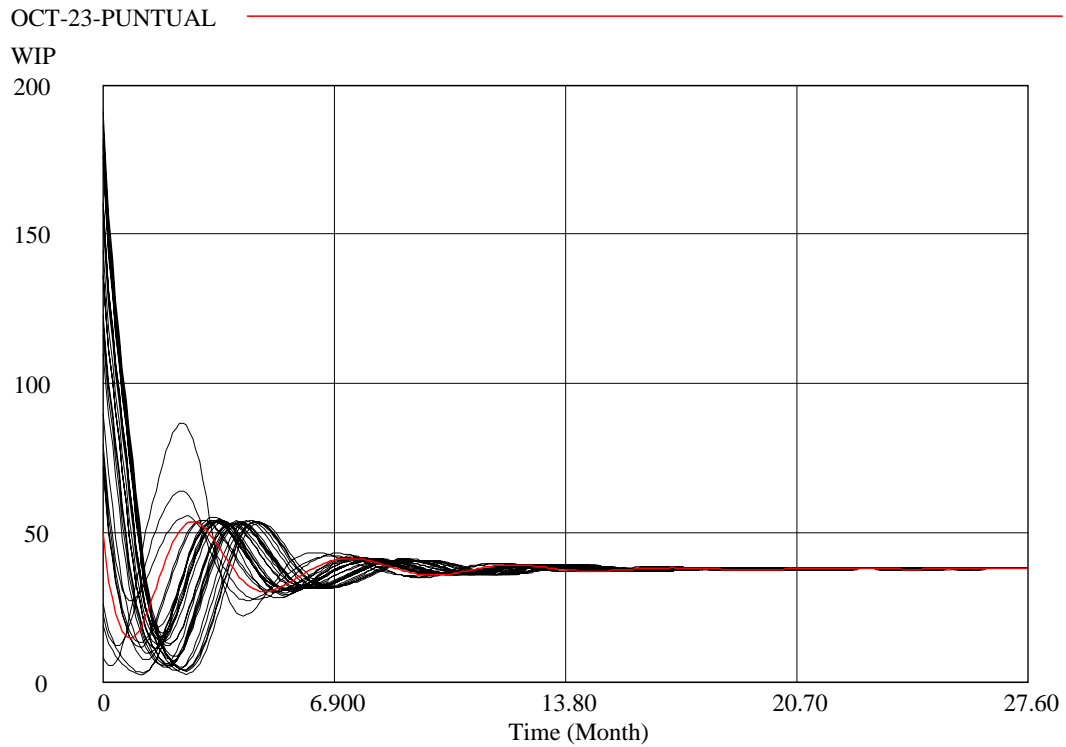


FIGURA 136. Comportamiento estable puntual de la variable WIP

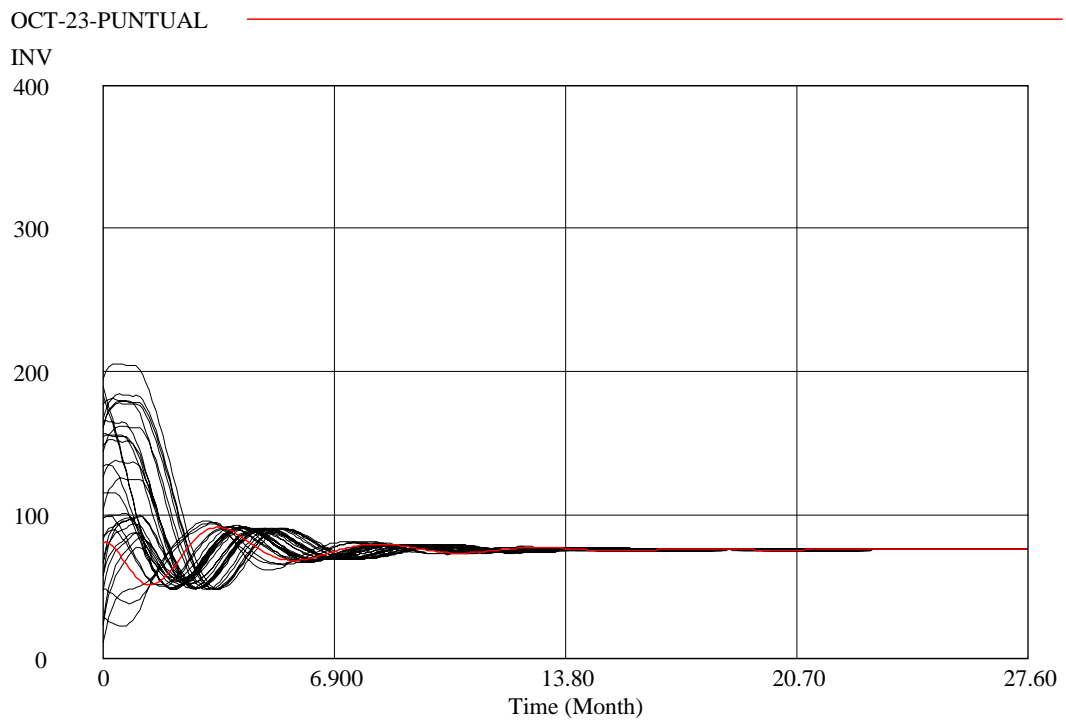


FIGURA 137. Comportamiento estable puntual de la variable INV

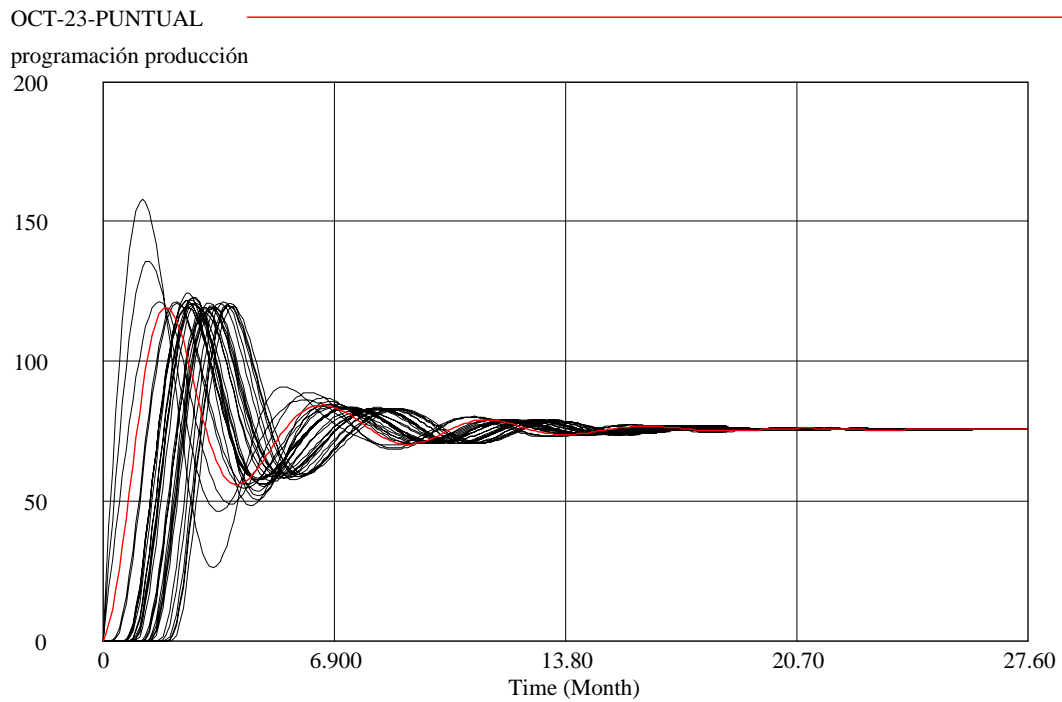


FIGURA 138. Comportamiento estable puntual de la variable Programación Producción

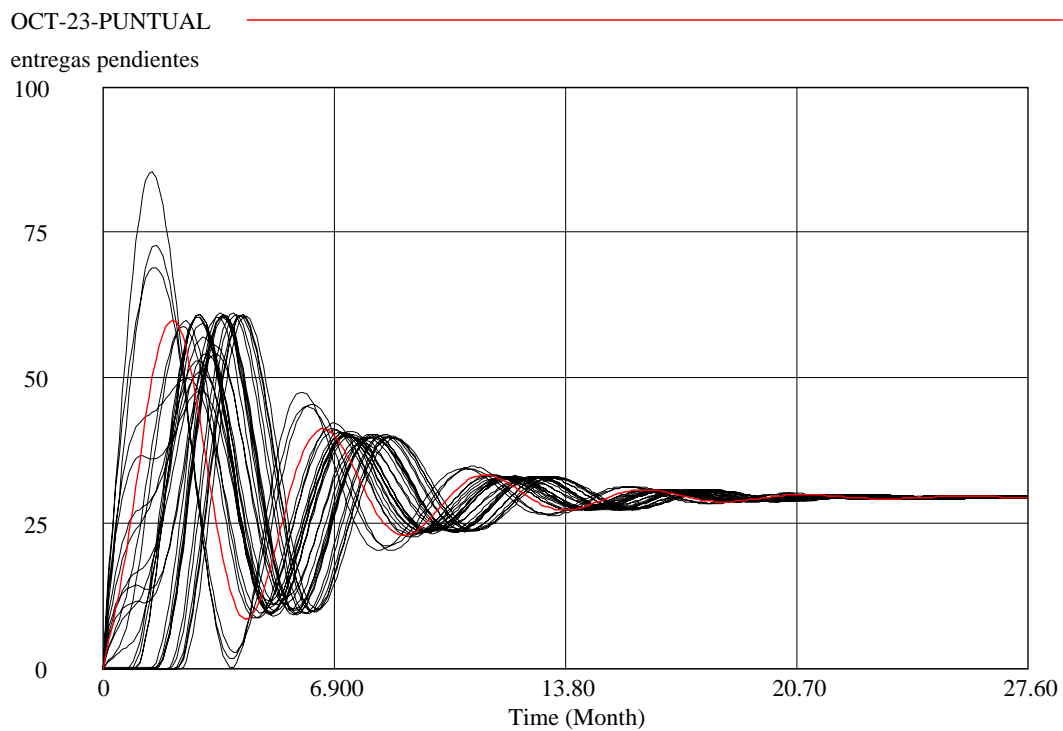


FIGURA 139. Comportamiento estable puntual de la variable entregas pendientes

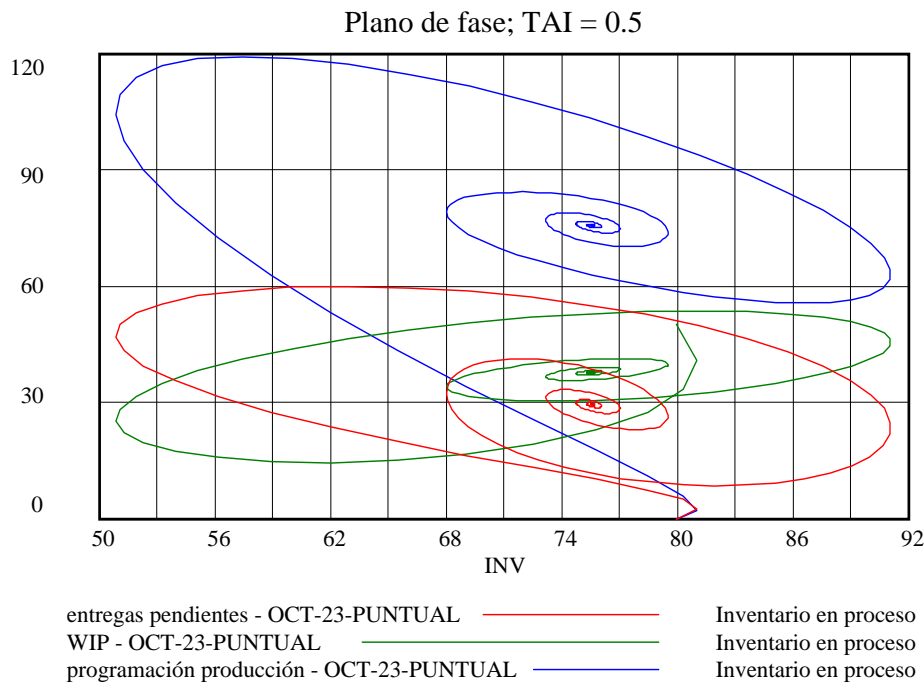


FIGURA 140. Plano de fase de las variables de nivel con respecto a la variable INV; WIP, entregas pendientes, y programación producción.

8.4 MODIFICACIÓN DE PARÁMETROS EN EL MODELO CON DOS VARIABLES DE NIVEL

En las secciones 8.2 y 8.3 se analizaron dos modelos, uno con dos variables de nivel y el otro con cuatro. El análisis de los resultados de ambos modelos muestran que hay valores de los parámetros que pueden llevar a los sistemas a tener equilibrios puntuales o cíclicos, independientemente si el modelo es de dos o de cuatro variables; lo que más afecta las formas de las trayectorias son las condiciones iniciales de las variables de nivel o los parámetros, y por supuesto la combinación de ambos. En la presente sección 8.4, se retoma el modelo de dos variables de nivel, pero en este caso se analizan los resultados de las simulaciones cuando se modifican la demanda (D), el tiempo de ajuste del inventario (TAI), el grado de cobertura del inventario (gci), y los tiempos de retardo (“retardo fp” y “Tiempo retardo pendiente”).

8.4.1 CASO 1. MODELO DINÁMICO NO LINEAL CON DOS VARIABLES DE NIVEL. Aspectos a analizar: Tiempo de ajuste del inventario variable, dependiendo de la discrepancia. Demanda aleatoria

La Figura 141 muestra un modelo de gestión de producción con dos variables de nivel. El tiempo de ajuste del inventario, TAI , depende de la discrepancia entre el inventario deseado y los niveles de los inventarios en proceso y terminado. Si la discrepancia es negativa, o sea, hay exceso de inventarios en proceso y de producto terminado, entonces la orden de producción será igual a la previsión de la demanda menos lo que hay en inventarios; si la discrepancia es positiva, entonces la orden de producción será igual a la previsión de la demanda más lo que hay de discrepancia, pero ésta última retardada de acuerdo con un tiempo de ajuste.

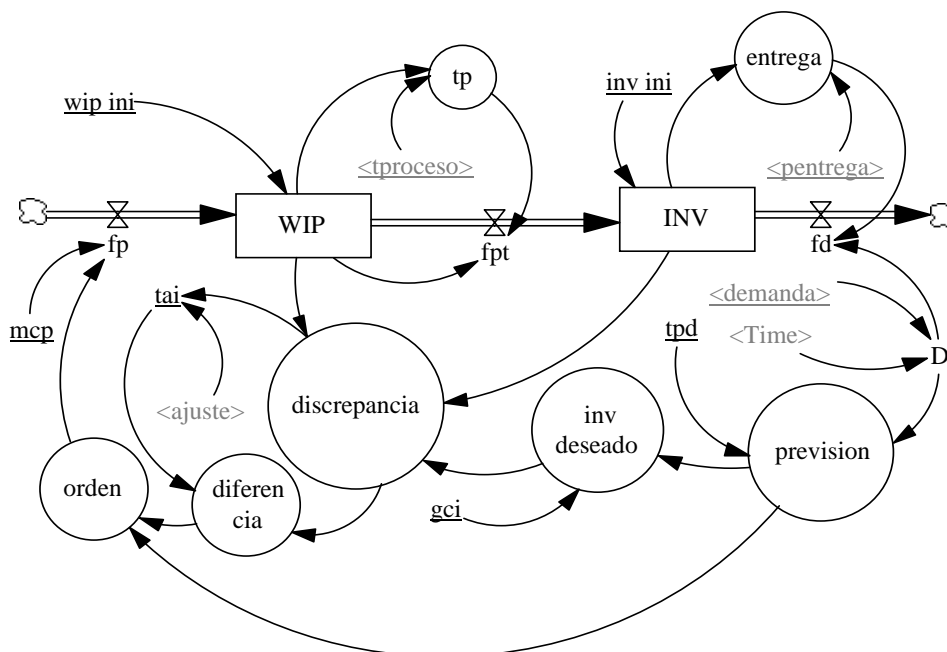


FIGURA 141. Modelo con la variable “tai” dependiendo de la variable “discrepancia”.

El tiempo de ajuste del inventario, TAI , se trabaja de acuerdo con las formas mostradas en la Figura 142: Una curva en forma de S y otra en forma logarítmica. La forma no-lineal del tiempo de ajuste del inventario, TAI , se presenta debido a la posibilidad de que haya organizaciones en las cuales, por sus capacidades, no se puede responder rápidamente cuando hay discrepancias grandes, lo cual hace

que se presenten retardos en el ajuste; a medida que aumentan las discrepancias, menor es la capacidad de respuesta de la organización, y por lo tanto aumenta el tiempo de ajuste del inventario.

TABLA-TAI-NOV12

TABLA-TAI-NOV8

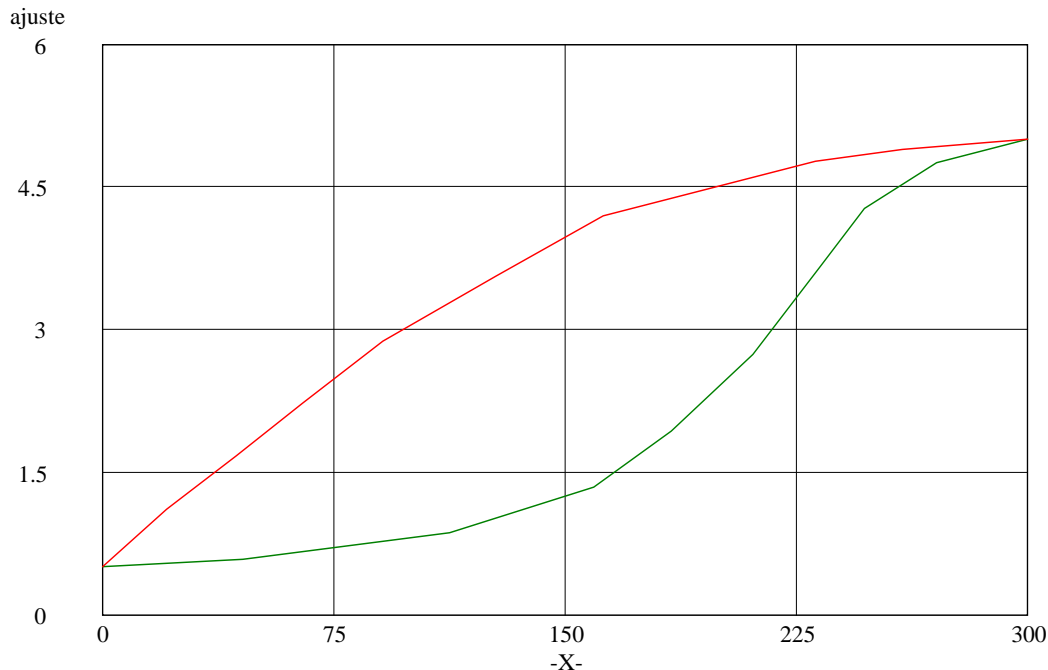


FIGURA 142. Formas del tiempo de ajuste del inventario, TAI, como función de la discrepancia: forma en S y forma logarítmica.

Ambas formas del *TAI* presentan resultados idénticos para las variables del modelo, específicamente para las variables de nivel, *WIP* e *INV*; esto se debe a que el modelo está controlado, lo que lleva a que la discrepancia sea negativa la mayor parte de la simulación, y por lo tanto el valor del tiempo de ajuste siempre es igual al límite inferior, en este caso, igual a 0.5. Los valores de la variable *TAI* se muestran en la tabla 15.

TABLA 15. Valores del parámetro TAI, como función de la discrepancia: modelo de la Figura 141.

Sección	Variable TAI		Variable D, demanda	Atractor
	Forma	valores		
8.4.1	Logarítmica	Entre 0.5 y 5	Aleatoria durante 200 períodos	Extraño - puntual
8.4.1	Curva en S	Entre 0.5 y 5	Aleatoria durante 200 períodos	Extraño - puntual

Simultáneamente con la no-linealidad de la variable TAI, se presenta una demanda D aleatoria que produce un comportamiento extraño en las trayectorias de las variables (Figura 143); sin embargo, no puede decirse que el comportamiento sea extraño debido a la dinámica del modelo, sino a la aleatoriedad de la demanda. En el momento en que la demanda deja de ser aleatoria, pasar a ser constante, y las trayectorias se estabilizan en atractores puntuales luego de cortos períodos transitorios donde se ven oscilaciones amortiguadas; en la Figura 145 la trayectoria de la variable INV se estabiliza en un atractor puntual a partir del período 200, debido precisamente a que en dicho período la demanda deja de ser aleatoria y pasa a ser constante.

TABLA-TAI-NOV12
TABLA-TAI-NOV8

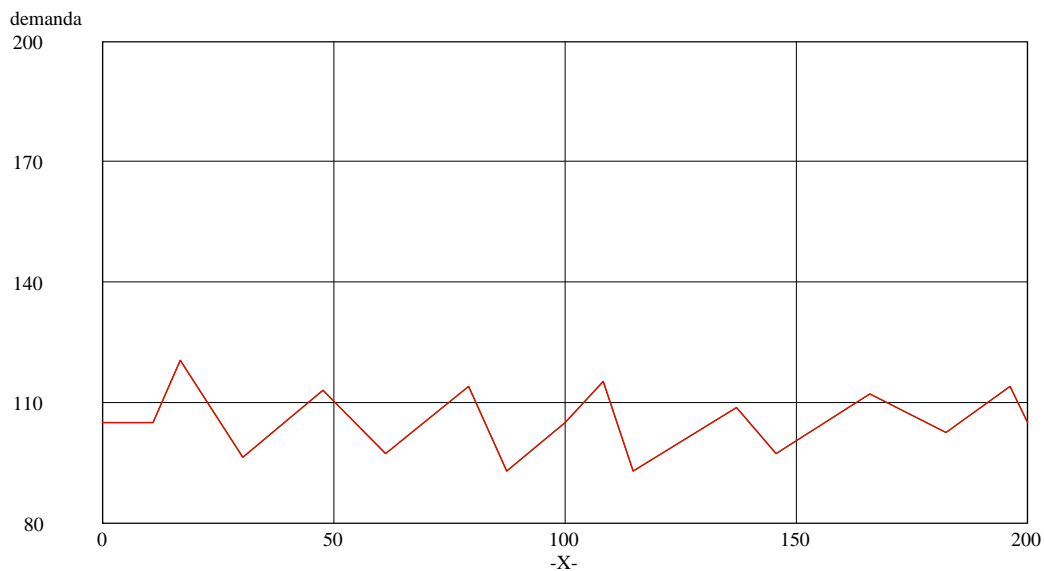


FIGURA 143. Comportamiento aleatorio de la demanda.

Debido a que la discrepancia es negativa durante casi toda la simulación, entonces la forma del tiempo de ajuste del inventario, TAI, no afecta a la orden de producción; en ambos casos, el TAI logarítmico y el TAI en forma de S, tomarán el mismo valor.

La Figura 144 muestra la trayectoria del trabajo en proceso, WIP; hasta aproximadamente el período 200, el comportamiento del trabajo en proceso es extraño, pero a partir de éste período, pasa a un estado estable puntual. El cambio en el comportamiento se debe a que en dicho año, la demanda se estabiliza en un valor constante, según como

se muestra en la Figura 143. Las Figuras 145 y 146 muestran el comportamiento del inventario de producto terminado, INV, el cual está afectado más por la demanda aleatoria, que por la discrepancia. También muestran respectivamente los comportamientos de las variables WIP e INV con análisis de sensibilidad para las condiciones iniciales de ambas variables. Los valores iniciales se distribuyen uniformemente entre 1 y 500 unidades. Se observa que para cualquier valor inicial de cada variable de nivel, existe una única cuenca de atracción con atractores extraños, la demanda es aleatoria, y los atractores son puntuales cuando la demanda es constante.

TABLA-TAI-NOV12

TABLA-TAI-NOV8

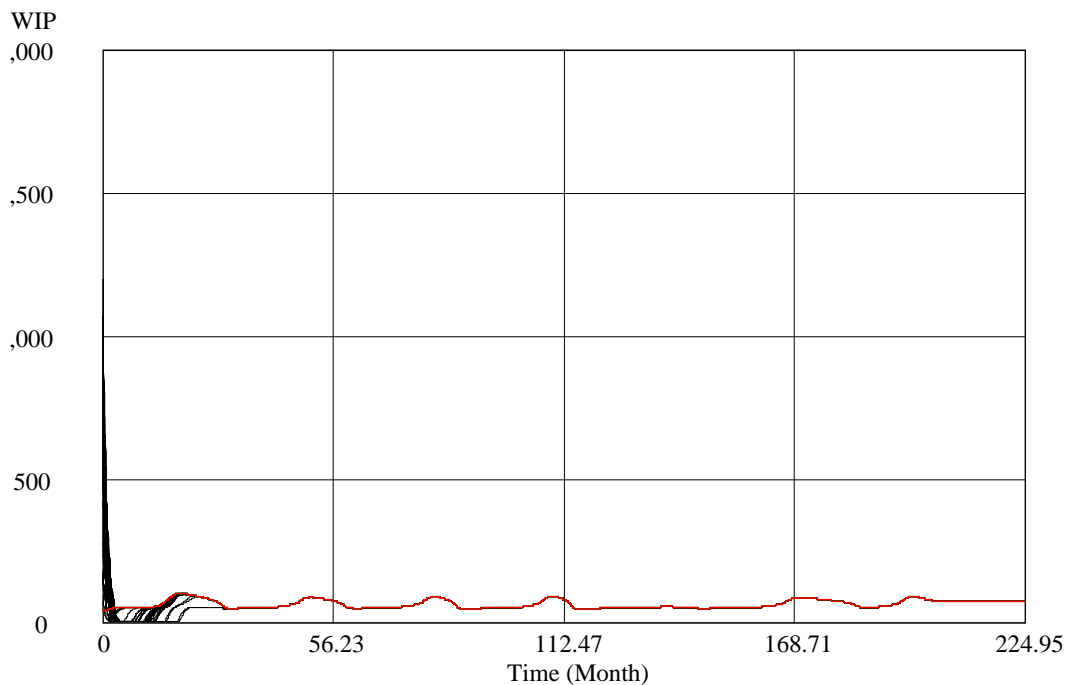


FIGURA 144. Análisis de sensibilidad para la variable WIP.

La Figura 146 presenta el comportamiento de una única trayectoria de la variable INV, o sea, sin las trayectorias del análisis de sensibilidad. Esta trayectoria se presenta sola, con el propósito de poder observar su comportamiento, el cual es extraño mientras la demanda es aleatoria, y luego es estable puntual cuando la demanda es constante. Esta situación puede representar la situación de una empresa que produce en distintas épocas; unas suponiendo que tiene una demanda aleatoria y otras con una demanda constante, aunque sea por períodos cortos.

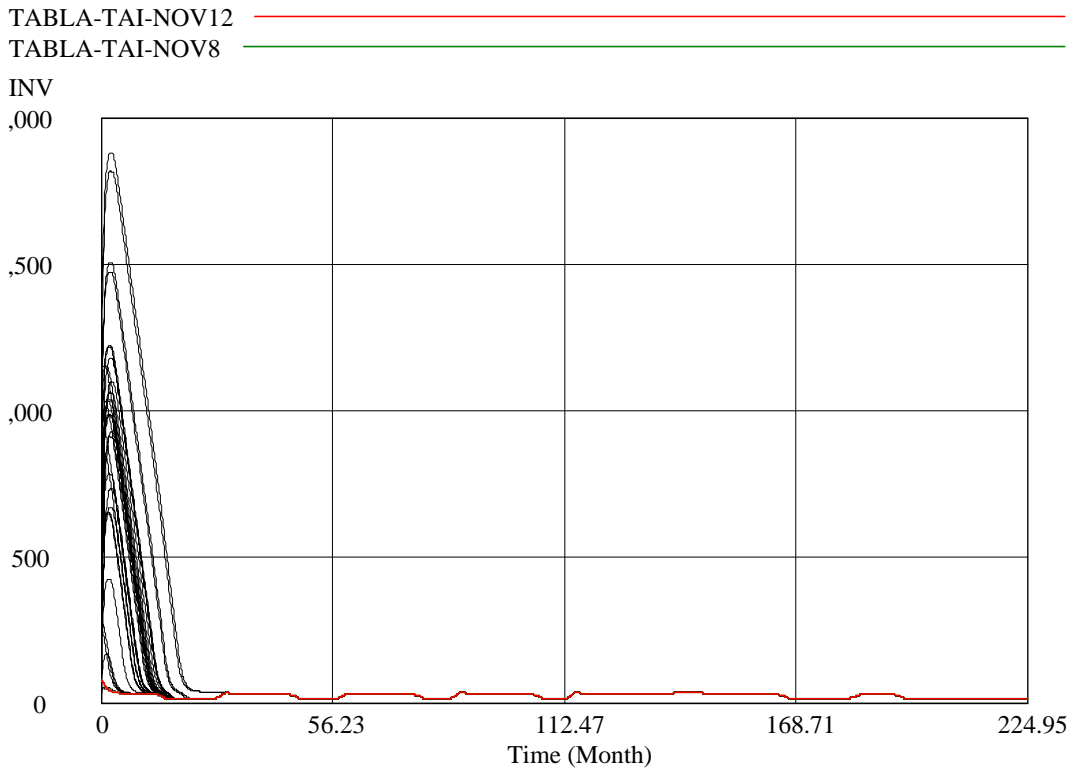


FIGURA 145. Análisis de sensibilidad para la variable INV.

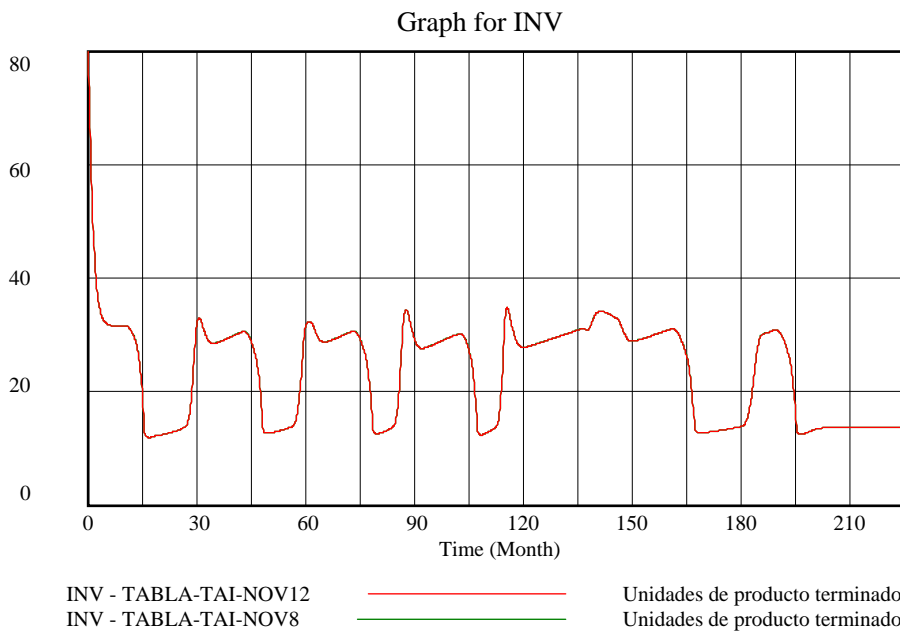


FIGURA 146. Comportamiento extraño del inventario INV cuando la demanda es aleatoria hasta el período 200, y comportamiento puntual a partir del período 200.

A continuación se presenta un caso en el cual se tienen las siguientes situaciones: demanda constante; tiempo de ajuste del inventario, TAI, no-lineal; y grado de cobertura del inventario con un valor igual a 2.

8.4.2 CASO 2. MODELO DINÁMICO NO LINEAL CON DOS VARIABLES DE NIVEL. Aspectos a analizar: Tiempo de ajuste del inventario variable. Demanda constante igual a 105; grado de cobertura del inventario gci igual a 2.

La tabla 16 muestra las condiciones con las cuales se simula el modelo de la Figura 141, y cuyos resultados se observan en las Figuras 147 a 155.

TABLA 16. Resumen de los valores del parámetro TAI, como función de la discrepancia; Demanda D constante. Modelo de la Figura 24.

Sección n	TAI		Demanda	gci	WIP inicial	INV inicial	Atractor
	Forma	Valor					
8.4.2	Logarítmica	Entre 0.5 y 5	Constante = 105	2	50	80	Puntual
8.4.2	Exponencial negativa	Entre 0.5 y 5	Constante = 105	2	50	80	Puntual

El análisis que se presenta a continuación corresponde a la situación en la cual el grado de cobertura del inventario deseado, gci , tiene un valor igual a 2. En los casos anteriores se ha trabajado con un valor del gci igual a 0.8. El aumento del valor del gci se hace debido a la posibilidad que puede haber en las organizaciones de contar con un mayor nivel del inventario deseado, por alguna de las siguientes razones: Ampliación de planta, Alianzas entre organizaciones, Proximidad a períodos de cíclicos de alta demanda, Nuevos competidores en el mercado.

Al hacer el análisis de sensibilidad con las condiciones iniciales de las variables de nivel, WIP e INV, el modelo reacciona inmediatamente al aumento del gci mostrando una bifurcación que crea dos cuencas de atracción con atractores puntuales.

La Figura 147 muestra las trayectorias de la variable *WIP* a partir de distintos valores iniciales de dicha variable. Se observan dos cuencas de atracción puntuales; la superior con punto de equilibrio alrededor de 109 unidades, y la inferior con un punto de equilibrio alrededor de 52 unidades. La zona de la bifurcación se encuentra entre los valores 60 y 130 unidades, dando origen a que las trayectorias generadas en esta zona se dirijan indistintamente hacia el atractor superior o al inferior; las trayectorias con valores iniciales superiores a 130 se dirigen a la cuenca inferior, y las trayectorias con valores inferiores a 60 se dirigen a la cuenca superior. La Figura 148 muestra las trayectorias de la variable *INV* a partir de distintos valores iniciales de dicha variable. Se observan dos cuencas de atracción puntuales; la superior con punto de equilibrio alrededor de 160 unidades, y la inferior con un punto de equilibrio alrededor de 104 unidades. La zona de la bifurcación se encuentra entre los valores 0 y 70 unidades, dando origen a que las trayectorias generadas en esta zona se dirijan indistintamente hacia el atractor superior o hacia el inferior; Las trayectorias con valores iniciales superiores a 80 se dirigen todas a la cuenca superior.

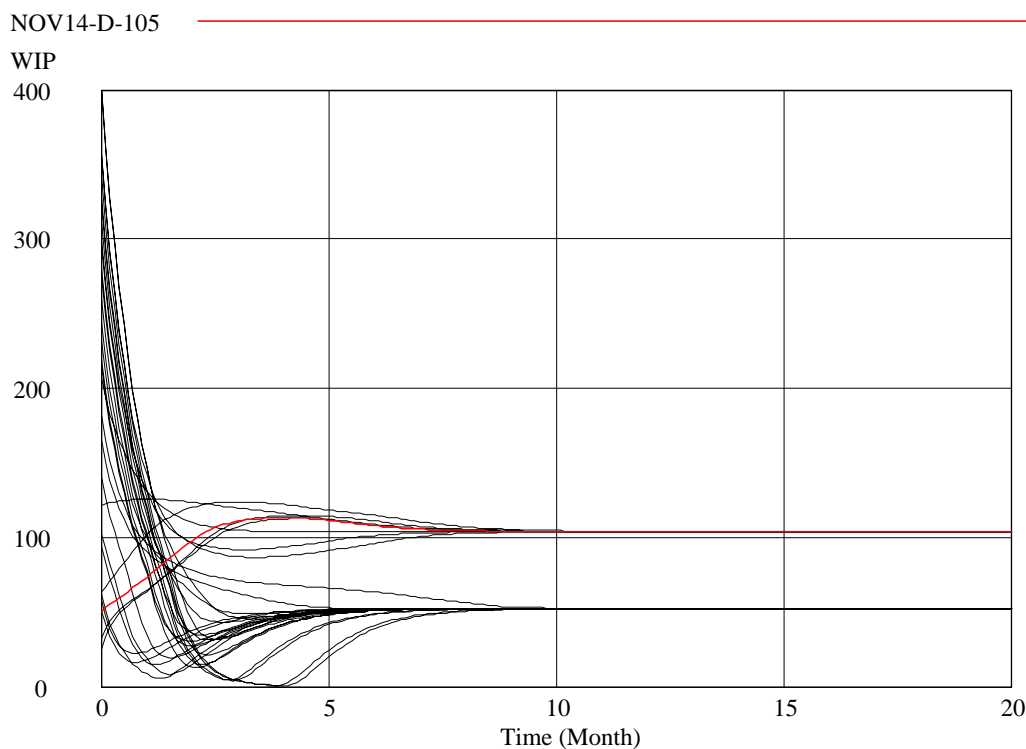


FIGURA 147. Zona de bifurcación y cuencas de atracción para la variable *WIP*, cuando el *gci* toma el valor 2.

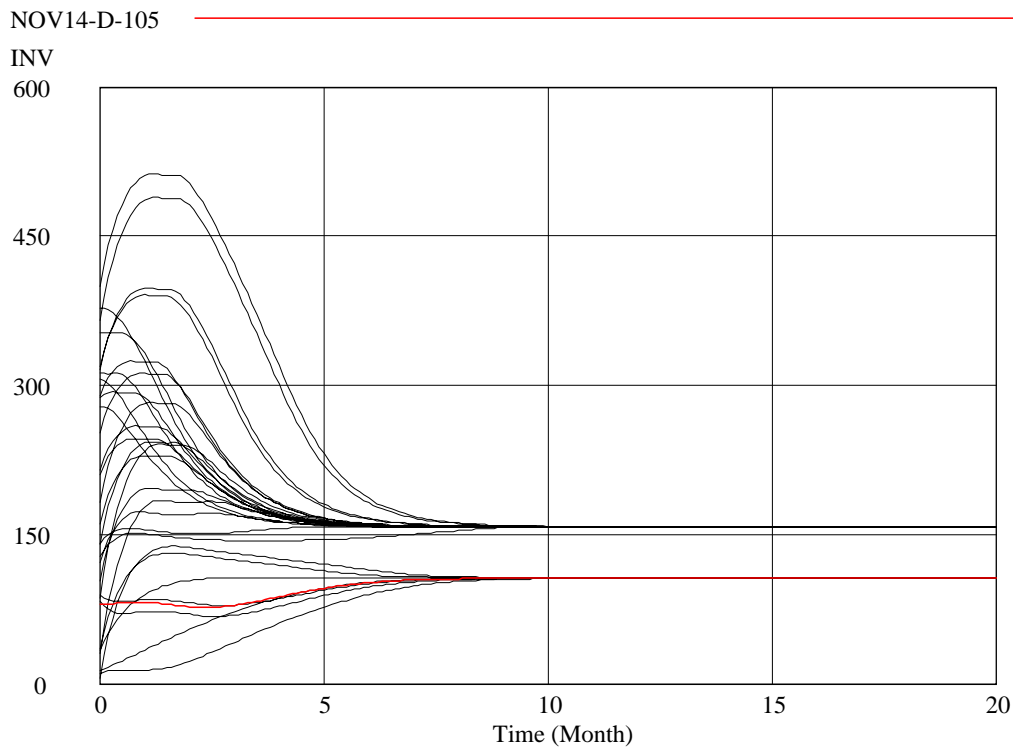


FIGURA 148. Zona de bifurcación y cuencas de atracción para la variable INV, cuando el gci toma el valor 2

La Figura 149 muestra la forma logarítmica dada al tiempo de ajuste de inventario, TAI , en función de los valores de la *discrepancia*. A medida que la *discrepancia* va tomando valores mayores, el TAI también aumenta; ésto, debido a la posibilidad de que la organización no tenga la capacidad suficiente para producir rápidamente, lo que genera un retardo en la producción. La línea de la función del TAI tiene una ordenada que se mueve entre 0.5 y 3.25 unidades de tiempo, y una abscisa que se mueve entre cero y 100 unidades de diferencia entre el inventario deseado y la producción que hay en proceso y terminada.

La Figura 150 muestra el TAI y la *discrepancia*. Aquí se observa que la *discrepancia* tiende a cero a medida que transcurre el tiempo de la simulación, lo cual quiere decir que cada vez se tiene menos *discrepancia*, por lo tanto la organización sí está en condiciones de producir rápidamente las *discrepancias* pequeñas. Esto lleva a que el TAI sea cada vez menor, hasta que su efecto sobre las órdenes de producción se pierde en el tiempo.

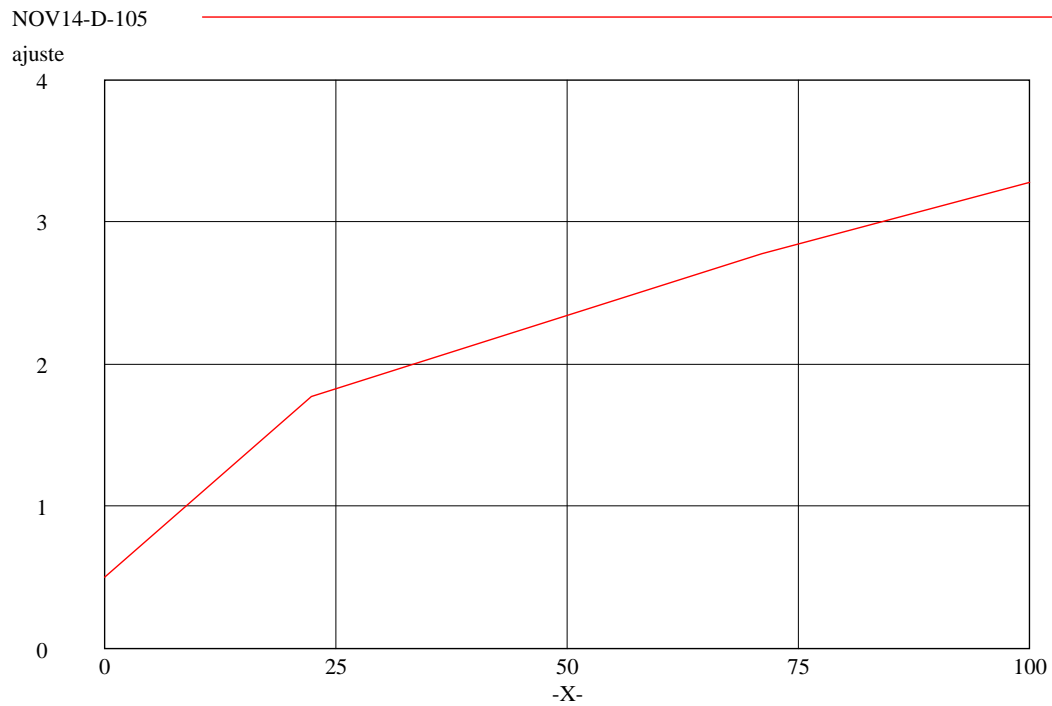


FIGURA 149. Forma logarítmica del tiempo de ajuste del inventario, TAI.

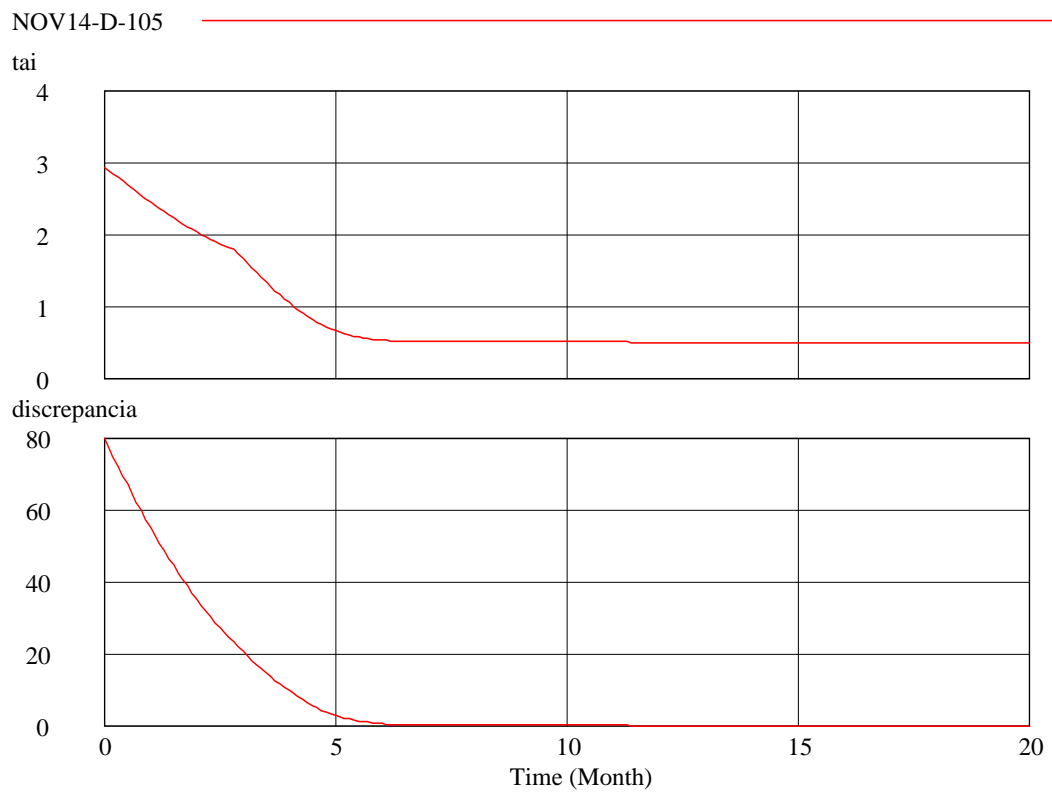


FIGURA 150. Comportamiento del TAI y de la discrepancia.

En este documento se presentan dos funciones de *TAI*, pero se probaron varias. Todas dieron el mismo resultado debido a que la *discrepancia* siempre tiende a cero, por lo tanto el *TAI* tiende al tomar su valor más pequeño. Las dos funciones se muestran en la Figura 151. La *discrepancia* tiende a cero debido a que la política de la orden de producción permite tener un sistema controlado y estable puntualmente, donde el inventario deseado es exactamente igual a la cantidad de producto en proceso más la cantidad de producto terminado.

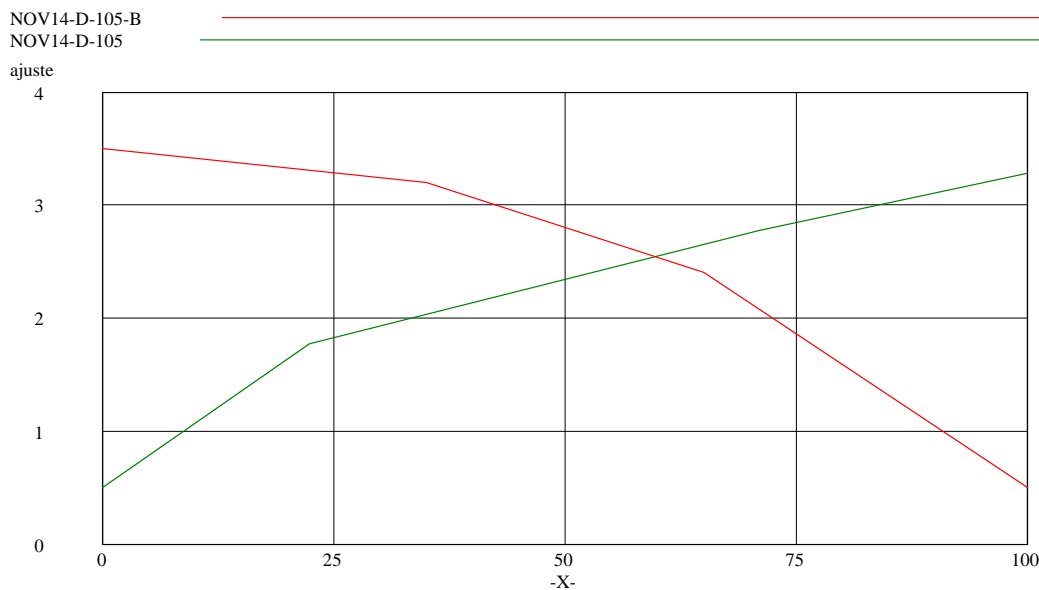


FIGURA 151. Funciones del tiempo de ajuste del inventario, *TAI*.

La Figura 152 muestra dos trayectorias del inventario terminado, *INV*; la línea punteada corresponde a la simulación del modelo cuando la función del *TAI* tiene una forma logarítmica. La línea continua corresponde a la simulación del modelo cuando la función del *TAI* tiene una forma inversa a la logarítmica; o sea, cuando la discrepancia es pequeña, la organización se demora más tiempo en responder que cuando ella es alta; esta situación puede corresponder a una organización que considera que no es muy urgente cubrir las discrepancias pequeñas, en cambio, para las grandes discrepancias debe garantizar que tiene recursos suficientes para responderle rápido al cliente. El garantizar recursos para satisfacer rápidamente las pequeñas discrepancias podría llevar a tener un sistema en el cual es muy costoso mantener recursos para pequeñas adiciones en la producción o para satisfacer pequeñas cantidades.

Las dos trayectorias de la Figura 152 tienen comportamientos similares que llevan a atractores puntuales. La trayectoria de la línea punteada se obtuvo con la función logarítmica, o sea con tiempos pequeños para discrepancias pequeñas. La trayectoria de la línea continua se obtuvo con tiempos grandes del TAI cuando la discrepancia es pequeña. El efecto de un valor alto para TAI es el de generar un comportamiento suavizado de la trayectoria.

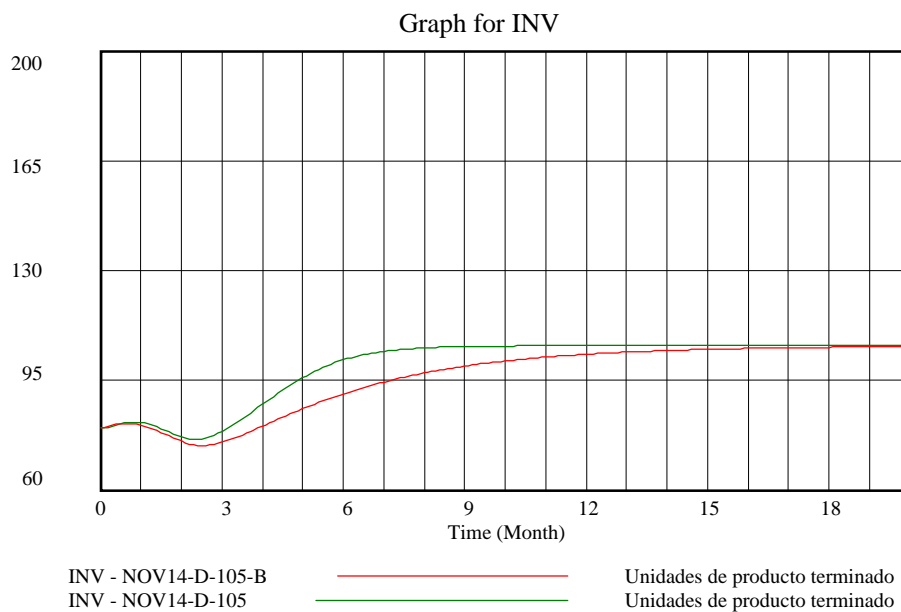


FIGURA 152. Trayectorias del inventario INV, para distintos valores iniciales del TAI.

La trayectoria continua de la variable WIP en la Figura 153, al igual que la trayectoria continua de la variable INV en la Figura 152, alcanza el punto de equilibrio en forma más suave que las trayectorias con líneas punteadas, pero adicionalmente, también se demoran más en alcanzar dicho punto de equilibrio.

Cuando el TAI es grande, las trayectorias alcanzan el punto de equilibrio en una forma más suave, pero también se demoran más tiempo en alcanzarlo. Las trayectorias de la *discrepancia*, en la Figura 154, muestran este comportamiento; de igual se muestran las trayectorias del inventario de producto terminado INV en la Figura 152, y las del inventario del producto en proceso WIP en la Figura 153.

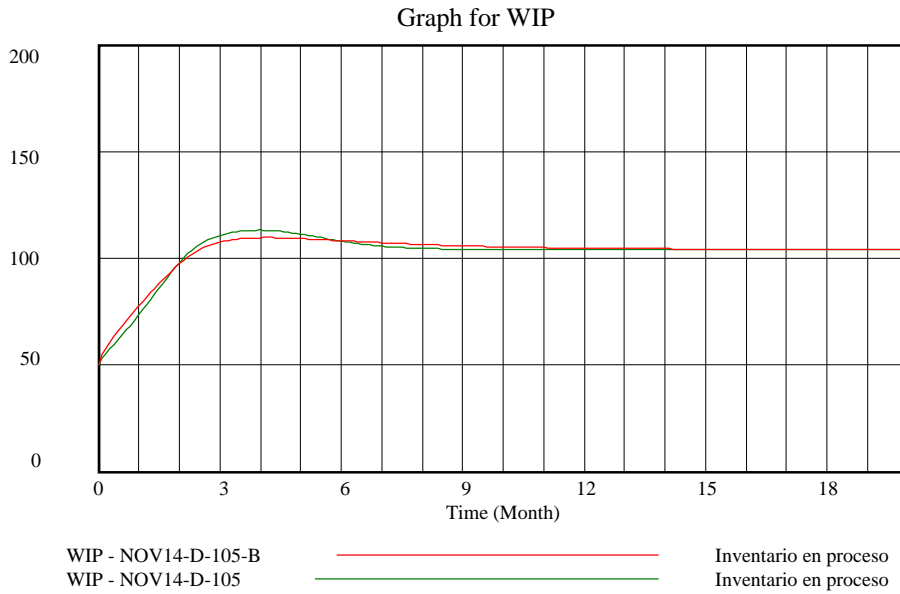


FIGURA 153. Trayectorias del inventario WIP, para distintos valores iniciales del TAI

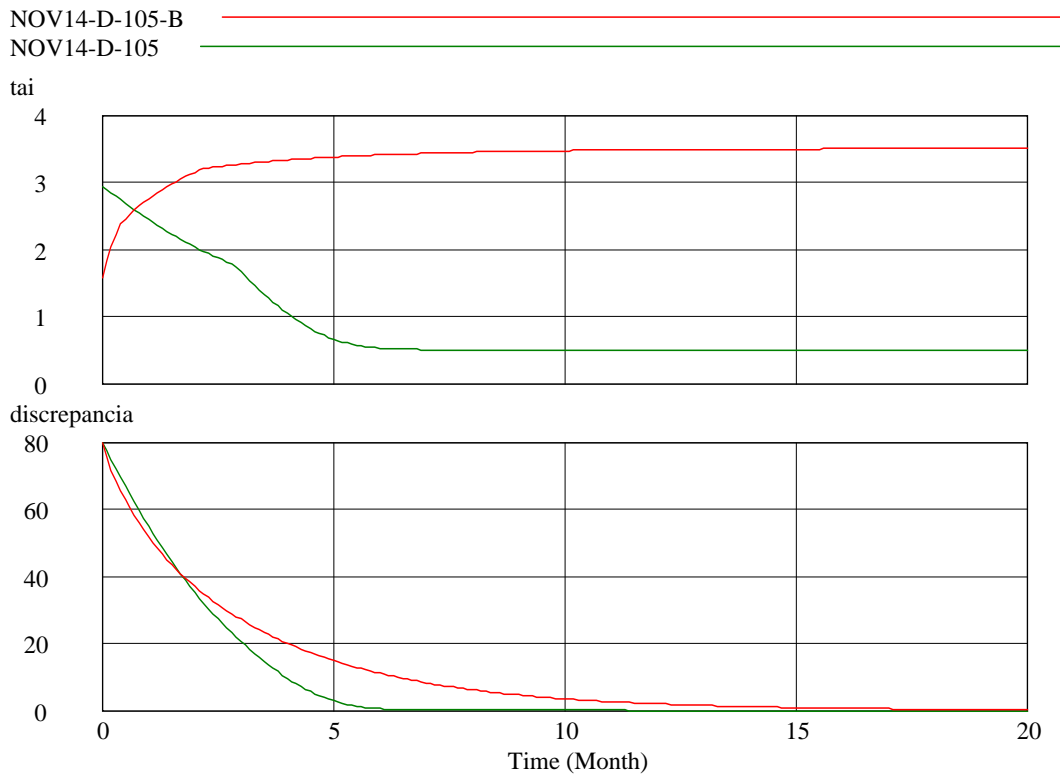


FIGURA 154. Comparación de las trayectorias de la discrepancia, cuando TAI tiene un valor inicial pequeño (cerca a 1.5), y otro relativamente grande (cerca a 3).

La Figura 155 muestra el plano de fase para las variables WIP e INV . Se observan seis trayectorias, cada una de ellas empezando en valores diferentes del WIP y del INV . Las parejas de valores iniciales (WIP , INV) son: $(50, 50)$, $(50, 80)$, $(80, 160)$, $(140, 140)$, $(145, 145)$, $(160, 160)$. En el plano de fase se observa que la zona de bifurcación está comprendida entre los intervalos (WIP , INV) siguientes: $(140, 140)$, $(145, 145)$.

Las parejas de trayectorias que tienen valores iniciales iguales a $(50, 50)$, $(50, 80)$ y $(140, 140)$, se dirigen a la cuenca de atracción puntual con equilibrio (WIP , INV) aproximadamente igual a $(104, 109)$. Las parejas de trayectorias que tienen valores iniciales iguales a $(80, 160)$, $(145, 145)$, $(160, 160)$, se dirigen a la cuenca de atracción puntual con equilibrio (WIP , INV) aproximadamente igual a $(52, 160)$.

El plano de fase de la Figura 155 y las gráficas temporales de las Figuras 147 y 148 son complementarios. El plano de fase permite ver que, independientemente de los valores iniciales del WIP , las trayectorias con valores iniciales del INV superiores a 160 se dirigen a la cuenca de atracción con equilibrio puntual igual a $(WIP, INV) = (52, 160)$, y las trayectorias con valores iniciales del INV inferiores a 145 se dirigen a la cuenca de atracción con equilibrio puntual igual a $(WIP, INV) = (104, 109)$.

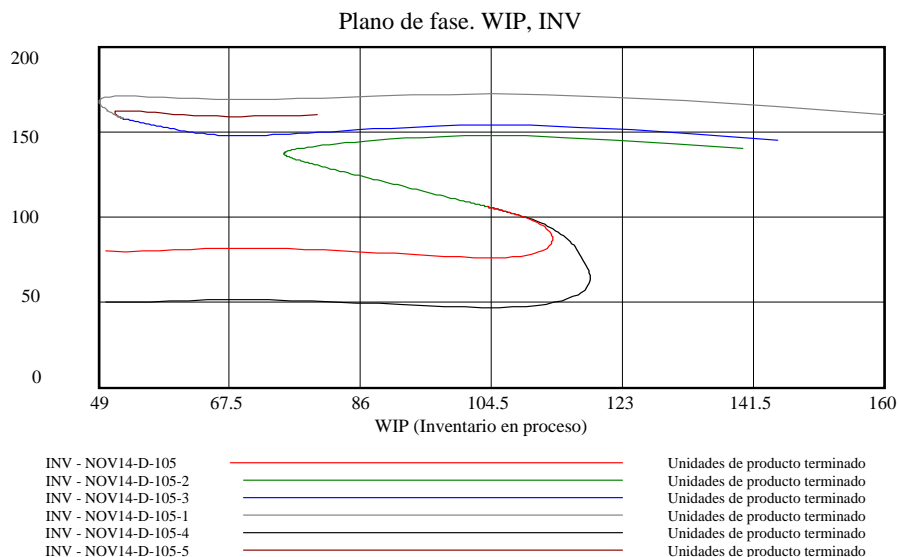


FIGURA 155. Plano de fase de las variables WIP e INV , con seis pares diferentes de valores iniciales.

8.4.3 CASO 3. MODELO DINÁMICO NO LINEAL CON DOS VARIABLES DE NIVEL. Aspectos a analizar: Tiempo de ajuste del inventario, TAI, variable, dependiendo de la discrepancia. Demanda aleatoria entre 96 y 110; grado de cobertura del inventario, gci , igual a 2.

La tabla 17 muestra las condiciones con que se simula el modelo de la Figura 141, y cuyos resultados se observan en las Figuras 156 a 161.

TABLA 17. Resumen de los valores del parámetro TAI, como función de la discrepancia; Demanda D aleatoria. Modelo de la Figura 141.

Sección n	TAI		Demanda	gci	WIP inicial	INV inicial	Atractor
	Forma	Valor					
8.4.3	Logarítmica	Entre 0.5 y 5	Aleatoria (96, 110)	2	50	80	Puntual
8.4.3	Exponencial	Entre 0.5 y 5	Aleatoria (96, 110)	2	50	80	Puntual

El análisis que se presenta a continuación corresponde a la situación en la cual el grado de cobertura del inventario deseado, gci , tiene un valor igual a 2, y la demanda es aleatoria aproximadamente entre 96 y 110 unidades; ésta última se aprecia en la Figura 156.

NOV15-D-VARIABLE

demanda

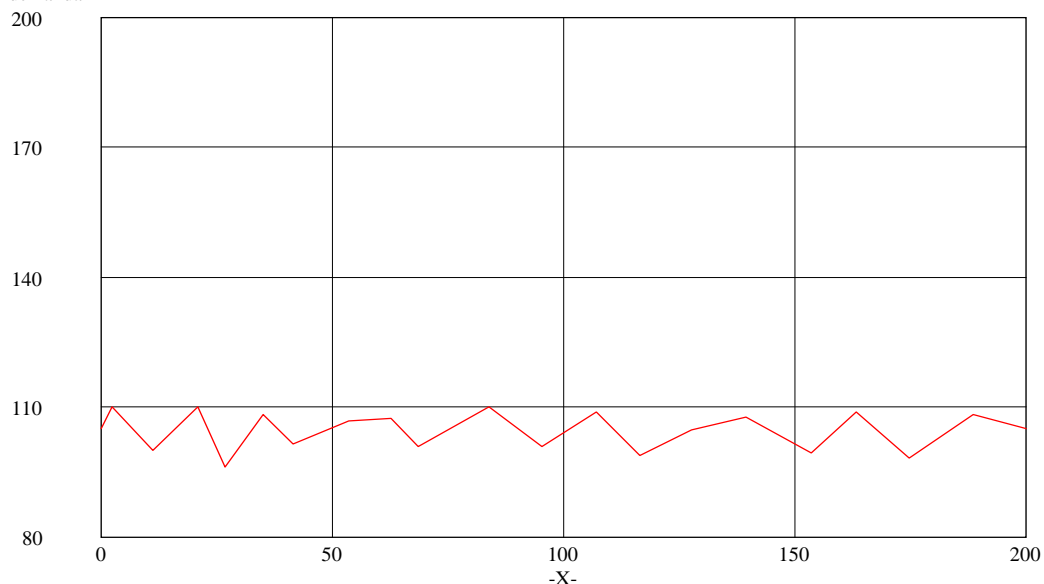


FIGURA 156. Demanda aleatoria, aproximadamente entre 96 y 110 unidades.

La Figura 157 muestra las formas logarítmica y exponencial dadas al tiempo de ajuste de inventario, TAI , en función de los valores de la *discrepancia*. A medida que la discrepancia va tomando valores mayores, el TAI también aumenta; ésto, debido a la posibilidad de que la organización no tenga la capacidad suficiente para producir rápidamente, lo que genera un retardo en la producción. La tabla de la función del TAI tiene una ordenada que se mueve entre 0.5 y 3.25 unidades de tiempo, y una abscisa que se mueve entre cero y 100 unidades de diferencia entre el inventario deseado y la producción que hay en proceso y terminada.

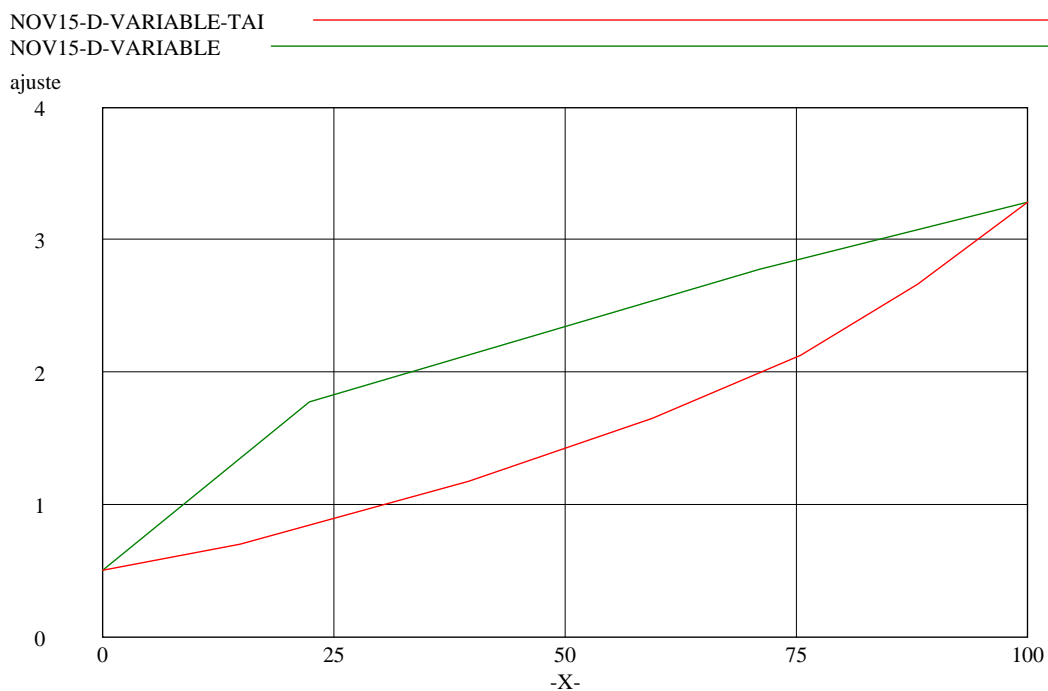


FIGURA 157. Formas logarítmica y exponencial del TAI , como función de la discrepancia.

La Figura 158 muestra las variables TAI y *discrepancia*. Aquí se observa que la *discrepancia* tiende a cero a medida que transcurre el tiempo de la simulación, lo cual quiere decir que cada vez se tiene menos *discrepancia*, por lo tanto la organización está en condiciones de producir rápidamente las *discrepancias* pequeñas. Esto lleva a que el TAI sea cada vez menor, hasta que su efecto sobre las órdenes de producción se pierde en la simulación; el análisis de este caso es igual al de la sección 8.3.4.

Las trayectorias extrañas que se observan en la Figura 158, correspondientes al TAI y a la discrepancia, de deben a la demanda aleatoria; como se vió en la sección 8.3.4, cuando la demanda es constante, tanto el *TAI* como la *discrepancia* alcanzan estados estables puntuales. En este caso, Figura 158, puede decirse que *TAI* y *discrepancia* también alcanzan estados estables extraños, producidos por la demanda aleatoria pero no por la dinámica del modelo.

Al hacer el análisis de sensibilidad con las condiciones iniciales de las variables de nivel, *WIP* e *INV*, el modelo reacciona inmediatamente al aumento del *gci* mostrando una bifurcación que crea dos cuencas de atracción con atractores puntuales, Figuras 159 y 160; debe resaltarse el hecho de que la demanda es aleatoria, y aún así se tiene un comportamiento similar al caso que se analizó en la sección 8.3.4. Algunas simulaciones que no se muestran en este documento, muestran que para demandas aleatorias con valores superiores a 110 unidades e inferiores a 96 unidades, el sistema sólo tiene una cuenca de atracción puntual.

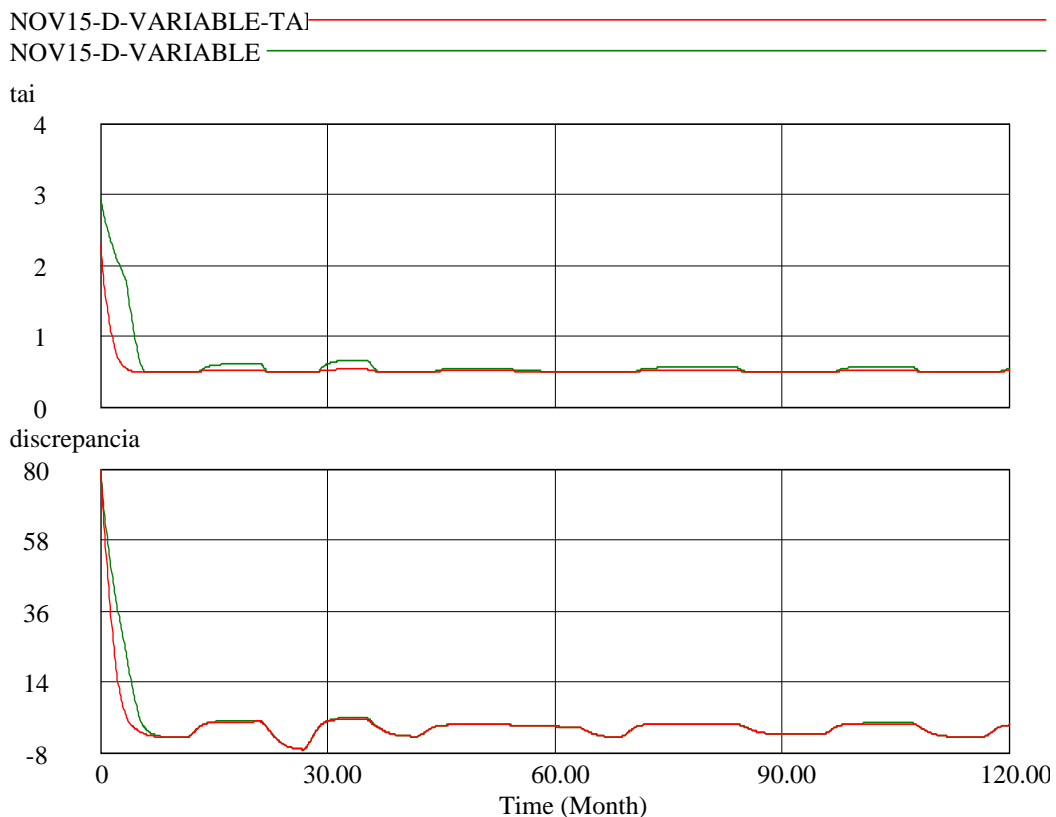


FIGURA 158. Comportamientos del TAI y de la discrepancia, durante la simulación.

La Figura 159 muestra las trayectorias de la variable *WIP* a partir de distintos valores iniciales de dicha variable. Se observan dos cuencas de atracción aproximadamente puntuales; la superior con punto de equilibrio alrededor de 109 unidades, y la inferior con un punto de equilibrio alrededor de 52 unidades. La zona de la bifurcación se encuentra entre los valores 60 y 130 unidades, dando origen a que las trayectorias generadas en esta zona se dirijan indistintamente hacia el atractor superior o al inferior. La Figura 160 muestra las trayectorias de la variable *INV* a partir de distintos valores iniciales de dicha variable. Se observan dos cuencas de atracción puntuales; la superior con punto de equilibrio alrededor de 160 unidades, y la inferior con un punto de equilibrio alrededor de 104 unidades.

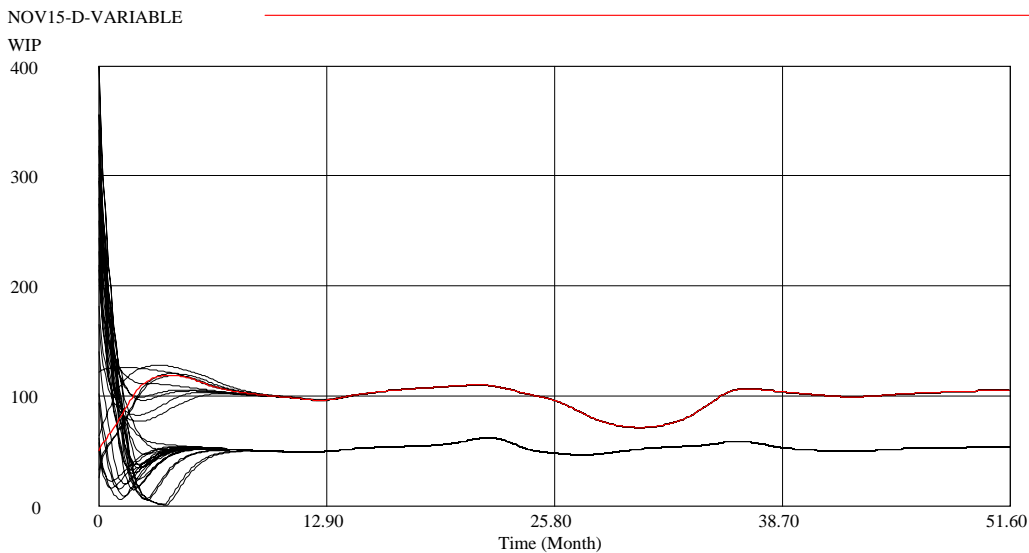


FIGURA 159. Bifurcación y cuencas de atracción puntual del *WIP*, con demanda aleatoria.

La Figura 161 muestra el plano de fase para las variables *WIP* e *INV*, con demanda aleatoria entre 96 y 110 unidades. Se observan seis trayectorias, cada una de ellas empezando en valores diferentes del *WIP* y del *INV*. Las parejas de valores iniciales (*WIP*, *INV*) son: (50, 50), (150, 50), (145, 145), (40, 160), (80, 165), (160, 160). En el plano de fase se observa que la zona de bifurcación está comprendida entre los siguientes intervalos (*WIP*, *INV*): (145, 145), (155, 155), la cual es muy parecida a la zona de bifurcación de a Figura 155. La diferencia en el rango de la zona de bifurcación se debe a que en el caso que se muestra en la Figura 161, la demanda es aleatoria, mientras que en la Figura 155 la demanda es constante.

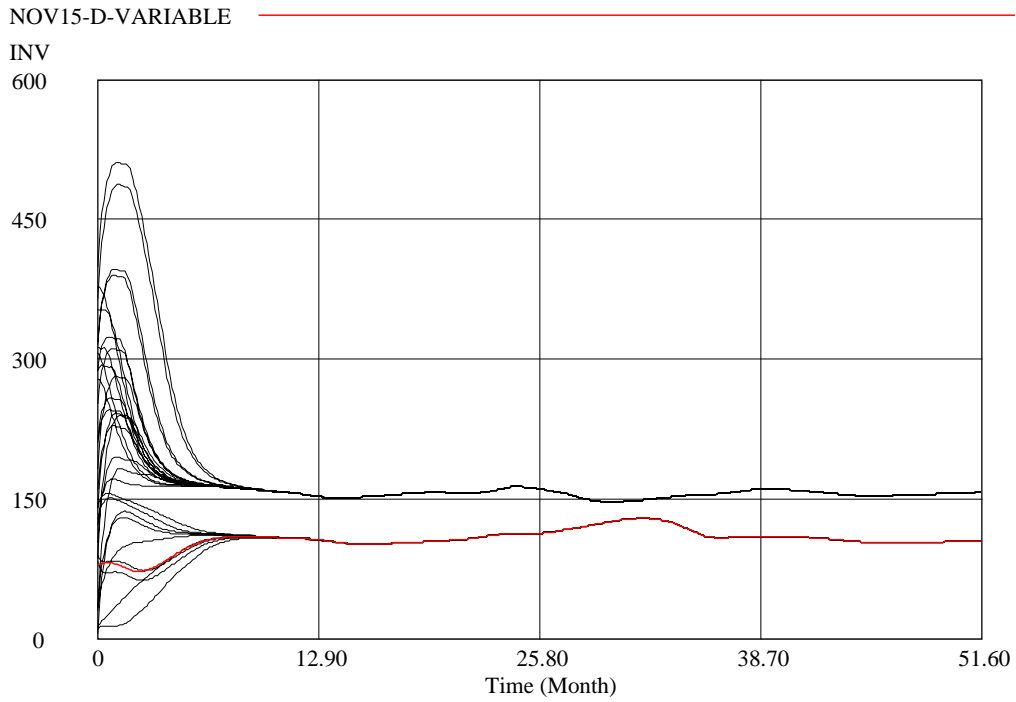


FIGURA 160. Bifurcación y cuencas de atracción puntual del INV, con demanda aleatoria

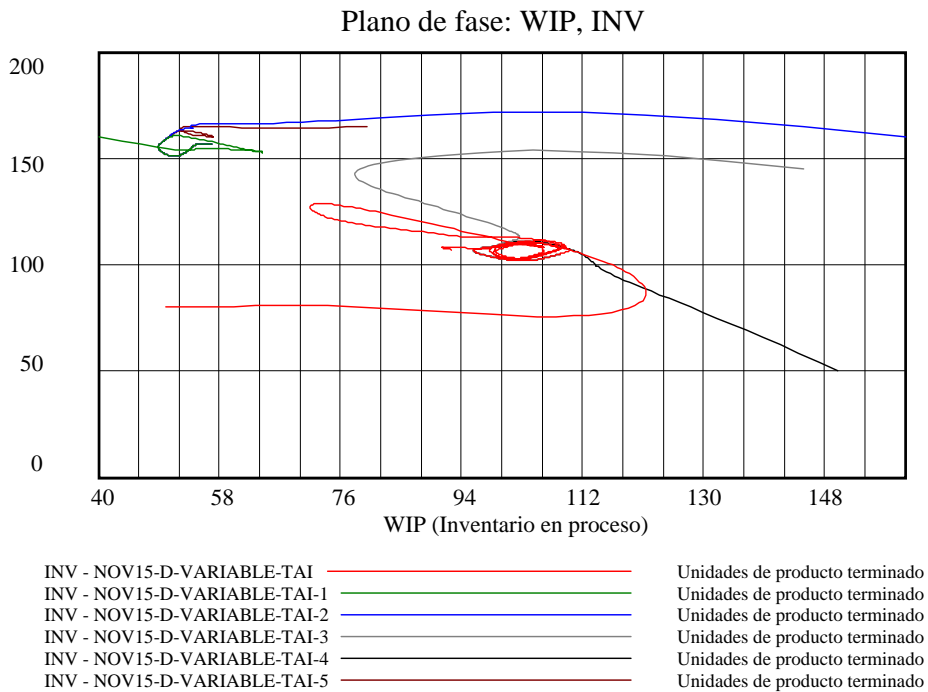


FIGURA 161. Plano de fase del WIP y del INV, con demanda aleatoria.

Las parejas de trayectorias que tienen valores iniciales iguales a $(50, 50)$, $(145, 145)$ y $(150, 50)$, se dirigen a la cuenca de atracción puntual con equilibrio (WIP, INV) aproximadamente igual a $(104, 109)$. Las parejas de trayectorias que tienen valores iniciales iguales a $(40, 160)$, $(80, 165)$, $(160, 160)$, se dirigen a la cuenca de atracción puntual con equilibrio (WIP, INV) aproximadamente igual a $(52, 160)$, muy similar al plano de fase de la Figura 155.

El plano de fase de la Figura 161 y las gráficas temporales de las Figuras 159 y 160 son complementarios. El plano de fase permite ver que, independientemente de los valores iniciales del WIP , las trayectorias con valores iniciales del INV superiores a 160 se dirigen a la cuenca de atracción con equilibrio puntual igual a $(WIP, INV) = (52, 160)$, y las trayectorias con valores iniciales del INV inferiores a 145 se dirigen a la cuenca de atracción con equilibrio puntual igual a $(WIP, INV) = (104, 109)$.

La Figura 162 muestra la demanda aleatoria, similar a la de la Figura 156, con la diferencia de que en la Figura 162 la demanda supera el valor de 110 unidades en algunos valores y es inferior a 96 en algunos puntos.

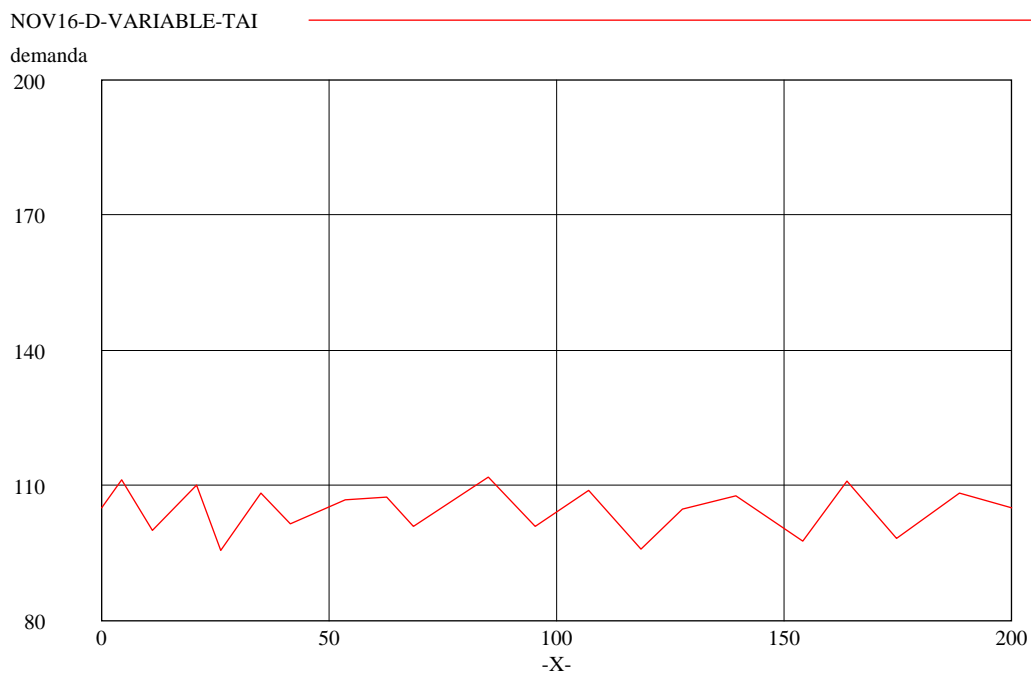


FIGURA 162. Demanda aleatoria: algunos valores superiores a 110 y otros inferiores a 96.

Esta demanda aleatoria produce una bifurcación con dos cuencas de atracción puntuales, como se observa en las Figuras 163 y 164, tanto en el *WIP* como en el *INV*, en los primeros 32 períodos de la simulación. A partir de este período, se juntan las dos cuencas de atracción para dar origen a una única cuenca de atracción puntual, con punto de equilibrio aproximadamente igual a 55 unidades de producto en proceso, *WIP*, y con punto de equilibrio aproximadamente igual 155 unidades de Inventario de producto terminado, *INV*.

Los puntos de equilibrio tanto para el inventario de producto proceso *WIP*, como para el inventario de producto terminado *INV*, no son exactamente puntuales, debido a la aleatoriedad de la demanda. Se recalca que para una demanda constante, los atractores serían completamente puntuales.

NOV16-D-VARIABLE-T_r

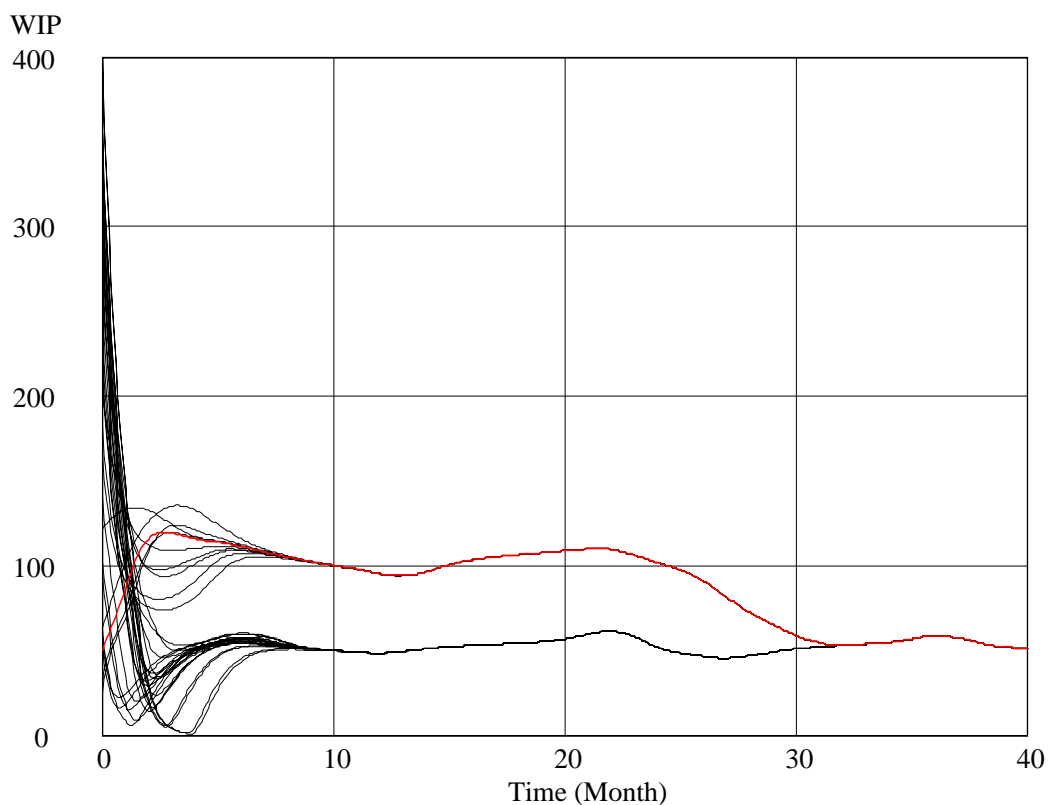


FIGURA 163. Comportamiento del *WIP* cuando la demanda es aleatoria y superior a 110 e inferior a 96, en algunos puntos. Atractor puntual a partir del período 32.

NOV16-D-VARIABLE-TA

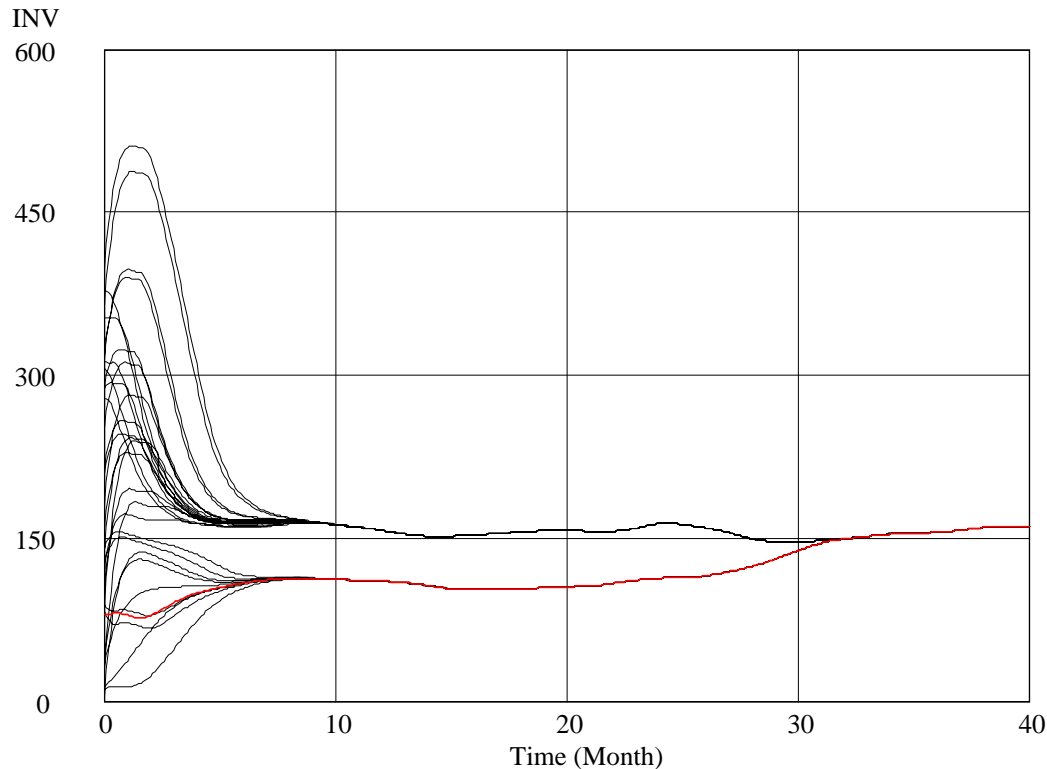


FIGURA 164. Comportamiento del INV cuando la demanda es aleatoria y superior a 110 e inferior a 96 en algunos puntos. Atractor puntual a partir del período 32.

8.5 TABLA RESUMEN

La Tabla 18 presenta un resumen de los comportamientos encontrados en las simulaciones de los casos de las distintas secciones.

8.6 ANALISIS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA GESTIÓN

En este capítulo se han presentado varios casos del modelo de producción-inventario, con dos variables de nivel; en cada caso se propone una política diferente, ya sea que se presenten retardos en la

orden de producción, o que no se presenten. En las políticas que tiene en cuenta los retardos, se proponen diferentes tiempos de retardos, y se aprecia que para tiempos menores de una unidad, los comportamientos del sistema son estables puntuales, mientras que para tiempos de retardo mayores de una unidad, los comportamientos cíclicos con n -períodos.

Los principios del análisis cualitativo matemático, y la simulación, permiten ver los valores críticos de algunos parámetros que podrían llevar el sistema al colapso. Un colapso puede producirse, tanto por exceso de producción, como por escasez de ella. El exceso de producción puede llevar a la utilización de recursos físicos que posiblemente resulten muy costosos para la empresa. La escasez de producción puede llevar que no tener producción suficiente y por consiguiente, ventas insuficientes que impidan sostener la empresa.

Valores intermedios iniciales de producción también pueden presentar comportamientos extraños, por ejemplo, que después de un período de estabilidad, se pase a un nuevo punto de equilibrio completamente diferente al que se tenía.

El análisis cualitativo y la simulación, específicamente con Dinámica de Sistemas, pueden lograr que las personas encargadas de la toma de decisiones en una organización, ya sea de manufactura, agrícola, de salud, financiera, de educación, y en general, en toda clase de sistemas, tengan una mayor claridad sobre los efectos que pueden resultar del proceso de toma de decisiones; se consigue por lo tanto, una mayor capacidad para pensar sistémicamente, y de prever el comportamiento emergente de cada conglomerado, llámese conglomerado un grupo de personas, empresas, ambientes, recursos.

El presente capítulo muestra una pequeña parte de lo que puede ser el análisis de un sistema complejo; en los casos expuestos se analizó un sistema sencillo de producción-inventario, desde el punto de vista de la producción manufacturera, pero el modelo puede ser la representación de diferentes sistemas, por ejemplo, un sistema hidráulico en el cual se tiene una oferta de agua potable y su almacenamiento.

TABLA 18. Resumen de los casos analizados.

Modelos analizados	Casos analizados	Resultados	Comportamientos de la producción y del inventario
Sistema no Lineal con dos variables de nivel	<ul style="list-style-type: none"> Control del WIP. Sin retardos. Caso 8.2.2	<ul style="list-style-type: none"> Atractores puntuales. Nodos asintóticamente estables. Figura 120, 121	La producción y el inventario se estabilizan suavemente en valores puntuales.
	<ul style="list-style-type: none"> Control del WIP. Retardos = 1.5 Caso 8.2.3	<ul style="list-style-type: none"> Atractores cíclicos y periódicos. Figuras 122, 123, 124	La producción y el inventario se mueven cíclicamente sin alcanzar valores puntuales
	<ul style="list-style-type: none"> Control del WIP. Retardos = 1 Caso 8.2.4	<ul style="list-style-type: none"> Atractores puntual. Espirales asintóticamente estables. Figura 126, 127	La producción y el inventario se estabilizan en valores puntuales después de varias oscilaciones.
Sistema no lineal con dos variables de nivel.	<ul style="list-style-type: none"> Control del WIP TAI variable. Demanda Aleatoria. Caso 8.4.1	<ul style="list-style-type: none"> Atractores extraños debido a la aleatoriedad de la demanda. Figuras 144, 145, 146. Si la demanda no es aleatoria, entonces los atractores son puntuales.	La producción y el inventario se no alcanzan equilibrios en valores puntuales, debido a la aleatoriedad de la demanda.
	<ul style="list-style-type: none"> Control del WIP. TAI variable. Demanda constante. Aumento en el GCI hasta 2. Caso 8.4.2	<ul style="list-style-type: none"> Atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 147, 148, 152, 153	La producción y el inventario se estabilizan suavemente en valores puntuales

TABLA 18. Resumen de los casos analizados.

Modelos analizados	Casos analizados	Resultados	Comportamientos de la producción y del inventario
	<ul style="list-style-type: none"> • Control del WIP • TAI variable. • Demanda Aleatoria. • Aumento en el GCI hasta 2. Caso 8.4.3	<ul style="list-style-type: none"> • Atractores puntuales. • Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 159, 160, 163, 164	La producción y el inventario se estabilizan suavemente en valores puntuales
Sistema no lineal con cuatro variables de nivel.	<ul style="list-style-type: none"> • Control del WIP. Retardos = 1 • TAI variable Caso 8.3.1	<ul style="list-style-type: none"> • Atractores de Ciclo límite. Figuras 131, 132, 133, 134.	La producción y el inventario se mueven cíclicamente sin alcanzar valores puntuales
	<ul style="list-style-type: none"> • Control del WIP. Retardos > 1 • TAI constante Caso 8.3.2	<ul style="list-style-type: none"> • Atractores puntuales. • Espirales asintóticamente estables. Figuras 136, 137, 138, 139.	La producción y el inventario se estabilizan en valores puntuales después de varias oscilaciones

9 MODELOS PUSH Y PULL

9.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo 8 se analizaron dos modelos sencillos. El primero con dos variables de nivel cuyos resultados de simulación muestran algunos comportamientos con posibilidad de más de un atractor puntual; además, se plantearon retardos en la orden de producción para observar los resultados, y estos muestran atractores de ciclo límite en algunos casos. Posteriormente se analizó un modelo de cuatro variables de nivel en el cual se introdujeron retardos en las órdenes de producción, e igualmente, los resultados muestran atractores puntuales y atractores de ciclo límite.

En el presente capítulo se analizan unos modelos de sistemas sencillos de producción PUSH y PULL, los cuales son representados en esta sección en una forma simplificada tomando de cada uno de ellos su característica principal, como la planificación de necesidades en el sistema PUSH, y el concepto de mínimos tiempos y mínimos inventarios para el sistema PULL; este último caso se modela utilizando la técnica KANBAN de control de la fabricación.

El modelo del sistema PUSH tiene tres variables de nivel: Producto en Proceso (WIP), Inventario de Producto Terminado (INV) y cartera de pedidos pendientes (CTRA)". El modelo del sistema PULL tiene cuatro variables de nivel: Producto en Proceso (WIP), Inventario de Producto Terminado (INV), cartera de pedidos pendientes (CTRA), y "Plan de Producción (PP)". El Anexo 3 contiene las ecuaciones utilizadas para la simulación de los modelos Push y Pull.

Las anteriores variables de nivel se analizan a partir de variaciones de algunos parámetros de los modelos.

9.2 MODELOS PUSH Y PULL SIN CONTROL DEL WIP

El análisis que se hace a continuación representa modelos de ambos sistemas, el PUSH y el PULL, en donde para el cálculo de las órdenes de producción no se tiene en cuenta el inventario del producto en proceso WIP; dicho cálculo se hace con la información que proporcionan el inventario de producto terminado INV, y el inventario deseado (SS en el sistema PUSH, y OP en el sistema PULL). La Tabla 19 contiene la definición de las variables utilizadas en los modelos.

TABLA 19. Definición de las variables de los modelos Push y Pull

VARIABLE	DEFINICIÓN
CI	<i>Número de contenedores</i>
CPP	<i>Cambio en el plan de producción</i>
CPP AUX	<i>Variable auxiliar para el plan de producción</i>
CTRA PULL	<i>Cartera en el sistema Pull</i>
CTRA PUSH	<i>Cartera en el sistema Push</i>
D PULL	<i>Demanda en el sistema Pull</i>
D PUSH	<i>Demanda en el sistema Push</i>
DEMANDA	<i>Tabla con pronósticos de la demanda, tanto para el sistema Pull como para el Push</i>
DIF	<i>Diferencia entre el inventario deseado y la suma de los inventarios en proceso y terminado, en el sistema Push.</i>
FP PULL	<i>Flujo de producción en el sistema Pull</i>
FP PUSH	<i>Flujo de producción en el sistema Push</i>
FPD PULL	<i>Flujo de producción deseada en el sistema Pull</i>
FPT PULL	<i>Flujo de producto terminado en el sistema Pull</i>
FPT PUSH	<i>Flujo de producto terminado en el sistema Push</i>
GCI PUSH	<i>Grado de cobertura del inventario en el sistema Push.</i>
INTS	<i>Interruptor para entregar inventario terminado en el sistema Pull.</i>
INV INI	<i>Valor inicial del Inventario Terminado, tanto en el sistema Push como en el Pull.</i>
INV PULL	<i>Inventario terminado en el sistema Pull</i>
INV PUSH	<i>Inventario terminado en el sistema Push</i>
IT	<i>Ciclo Kanban en el sistema Pull</i>
LT PULL	<i>Tiempo de procesamiento en el sistema Pull</i>
LT PUSH	<i>Tiempo de procesamiento en el sistema Push</i>

TABLA 19. Definición de las variables de los modelos Push y Pull

VARIABLE	DEFINICIÓN
MCP PULL	<i>Máxima capacidad de producción en el sistema Pull</i>
MCP PUSH	<i>Máxima capacidad de producción en el sistema Push</i>
MCS	<i>Máxima capacidad de suministro en el sistema Pull</i>
MCS PUSH	<i>Máxima capacidad de suministro en el sistema Push</i>
NB PUSH	<i>Necesidades brutas en el sistema Push (plan maestro de producción)</i>
NK	<i>Número de Kanbans</i>
NN PUSH	<i>Necesidades netas en el sistema Push</i>
NPP	<i>Plan neto de producción en el sistema Pull</i>
OP PULL	<i>Orden de producción en el sistema Pull</i>
P PULL	<i>Previsión de la demanda en el sistema Pull</i>
P PUSH	<i>Previsión de la demanda en el sistema Push</i>
PE	<i>Flujo de pedidos entregados en el sistema Push</i>
PE PULL	<i>Flujo de pedidos entregados en el sistema Pull</i>
PNE PUSH	<i>Retardo en la entrega del pedido en el sistema Push</i>
PP PULL	<i>Plan de producción en el sistema Pull</i>
PP PUSH	<i>Plan de producción en el sistema Pull</i>
PPL	<i>Período de planificación</i>
PR	<i>Flujo de pedidos recibidos en el sistema Push</i>
PR PULL	<i>Flujo de pedidos recibidos en el sistema Pull</i>
PS PULL	<i>Flujo de suministro en el sistema Pull</i>
PS PUSH	<i>Flujo de suministro en el sistema Push</i>
PSD PULL	<i>Pedidos deseados a entregar en el sistema Pull</i>
PSD PUSH	<i>Pedidos deseados a entregar en el sistema Push</i>
RE PULL	<i>Retardo en la entrega de los pedidos en el sistema Pull</i>
SS	<i>Período de seguridad en el sistema Pull</i>
SS PUSH	<i>Inventario de seguridad en el sistema Push</i>
TAD	<i>Tiempo de alisamiento de la demanda en el sistema Push</i>
TAD PULL	<i>Tiempo de alisamiento de la demanda en el sistema Pull</i>
TAI	<i>Tiempo de ajuste del inventario en el sistema Push</i>
TINTS	<i>Tabla que alimenta al interruptor de entrega de inventario</i>
TP	<i>Tabla no lineal de tiempos de procesamiento</i>
UC	<i>Unidades por contenedor</i>
WIP INI	<i>Valor inicial del Inventario de producto en proceso</i>
WIP PULL	<i>Inventario de producto en proceso en el sistema Pull</i>
WIP PUSH	<i>Inventario de producto en proceso en el sistema Push</i>
X	<i>Coefficiente de ponderación utilizado en el sistema Pull</i>
X SUICHE PUSH	<i>Interruptor para cambios en el plan de producción en el sistema Push.</i>

La Figura 165 muestra el sistema PUSH, en el cual, a través de la relación entre las variables “INV PUSH” e Inventario Deseado “SS PUSH”, se obtiene la variable que representa las necesidades netas “NN PUSH”. La Figura 166 muestra el sistema PULL, en el cual, a través de la relación entre las variables “INV PULL” y número Kanban “NK”, se obtiene la variable que representa la producción deseada “FPD PULL”.

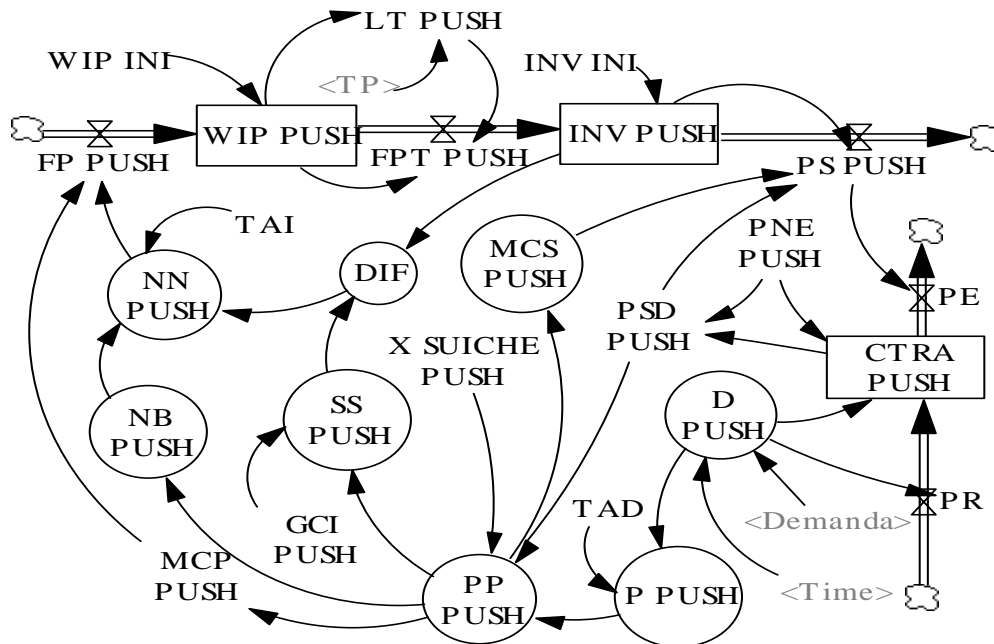


FIGURA 165. Diagrama de un sistema PUSH. La variable WIP no forma parte de la política de la orden de producción.

Los modelos presentados en las Figuras 165 y 166, son bastante sencillos, aún así, las simulaciones realizadas al modificar sus parámetros y sus condiciones iniciales, mostraron comportamientos complejos ante cambios pequeños en los parámetro y en las condiciones iniciales. De todas las simulaciones realizadas, se presentan a continuación cinco casos de situaciones, que por sus características de comportamiento, se consideran importantes para mostrar.

- i. Análisis de las gráficas de resultados obtenidas a partir de una función de tiempos de producción no lineal (sección 9.2.1; Figura 167).

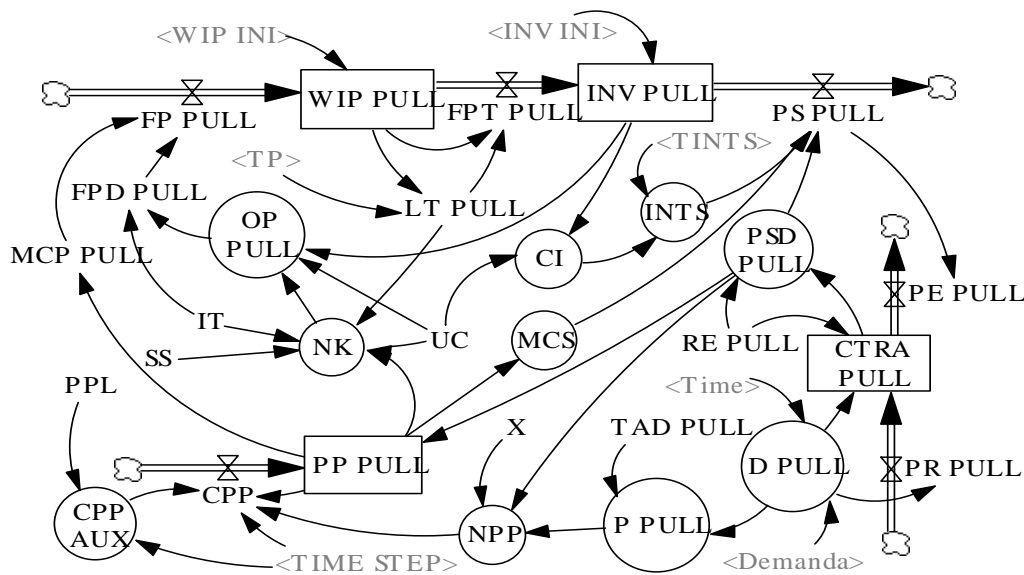


FIGURA 166. Diagrama de un sistema PULL. La variable WIP no forma parte de la política de la orden de producción

- ii. Modificar la función de tiempos de producción y analizar los resultados obtenidos con esta nueva función (sección 9.2.2; Figura 173).
- iii. Conservar la primera tabla de tiempos (i) y modificar los valores del período de seguridad *SS* en el sistema PULL y el grado de cobertura del inventario *GCI* en el sistema PUSH (sección 9.2.3).
- iv. Analizar incrementos de la demanda en el horizonte de tiempo de la simulación. Los otros parámetros se conservan con los mismos valores que se trabajan en la primera situación (i), (ver sección 9.2.4).
- v. Simular con la variable Tiempo de ajuste del inventario, *TAI*, como una función no lineal, al igual que el tiempo de ciclo *kanban*, *IT*. Los otros datos son como los de la primera situación (i) (ver sección 9.2.5).

Los parámetros utilizados en las cinco situaciones son:

TAI: Tiempo de ajuste del inventario

IT: Ciclo *Kanban*

GCI: Grado de cobertura del inventario
 SS: Período de seguridad
 TP: Tiempo de proceso (Lead Time)
 D: Demanda

9.2.1 Tiempo de proceso (TP) no lineal; Figura 167.

La Tabla 20 muestra los valores iniciales del modelo con los cuales se realiza la simulación.

TABLA 20. Parámetros utilizados en la simulación. Primera situación, TP no lineal.

CASO	TAI	GCI	IT	SS	TP	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 167	105	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 167	105	50	80	Ciclo límite

La Figura 167 muestra la curva del tiempo del proceso de producción, la cual cambia de acuerdo con la cantidad de producto en proceso que haya en cada instante. La curva se grafica de una forma arbitraria, con el propósito de representan situaciones extremas o anormales.

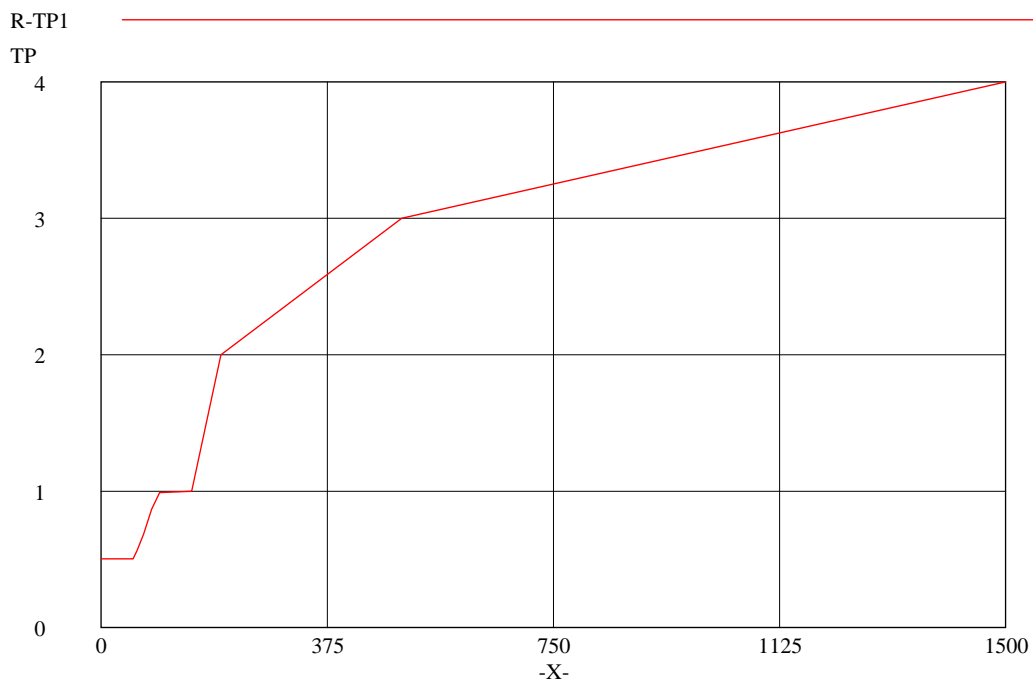


FIGURA 167. Tiempo de proceso de acuerdo con la cantidad de trabajo en proceso.

Las Figuras 168 y 169 muestran las trayectorias del WIP y del INV del sistema PUSH. En la Figura 168 se observa la posibilidad de tres cuencas de atracción con sus respectivos atractores puntuales cuyos valores aproximados son 50, 110 y 225 unidades, siendo este último atractor muy poco alcanzado; casi todas las trayectorias que dirigen a los atractores con valores aproximados de 50 y 100; podría decirse que el atractor aproximado a 225 puede ser peligroso para el sistema productivo, o de pronto, puede ser un indicio de una mejor capacidad de producción no explorada. La Figura 169 sólo muestra la posibilidad de una cuenca de atracción con su respectivo atractor puntual cuyo valor aproximado es 105.

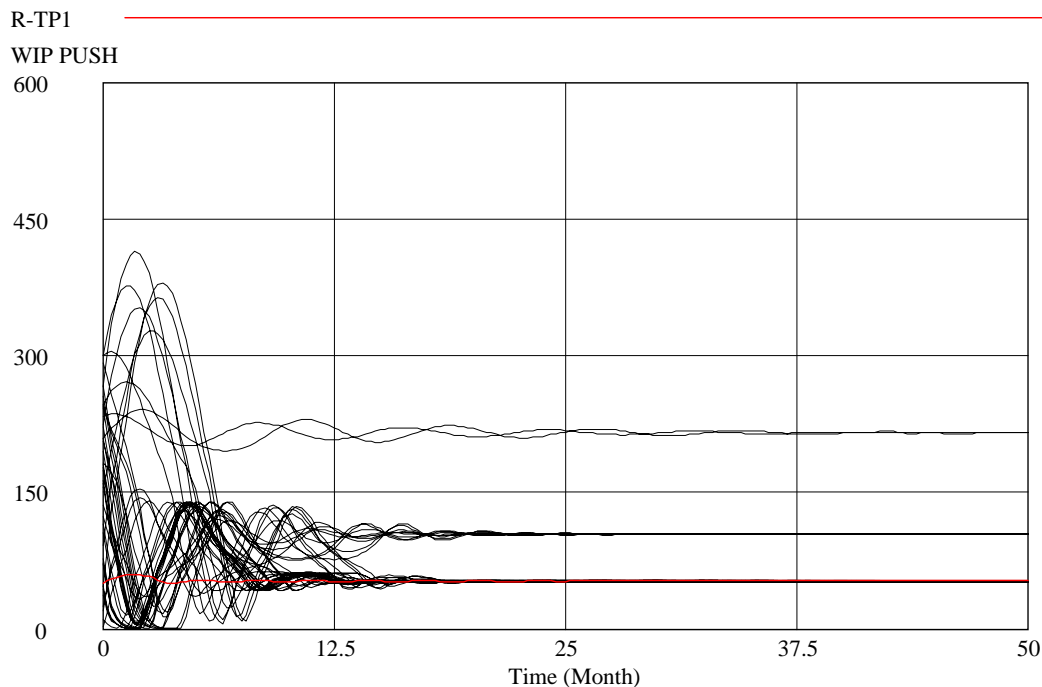


FIGURA 168. Plano temporal del trabajo en proceso, WIP. Tres atractores puntuales.

Las Figuras 170 y 171 muestran las trayectorias del WIP y del INV del sistema PULL. En la Figura 170 se observa la posibilidad de una cuenca de atracción con un atractor de ciclo límite el cual tiene un rango aproximado entre cero y 1400 unidades. La Figura 171 muestra la posibilidad de sólo una cuenca de atracción con un atractor de ciclo límite el cual tiene un rango aproximado entre 60 y 1200 unidades.

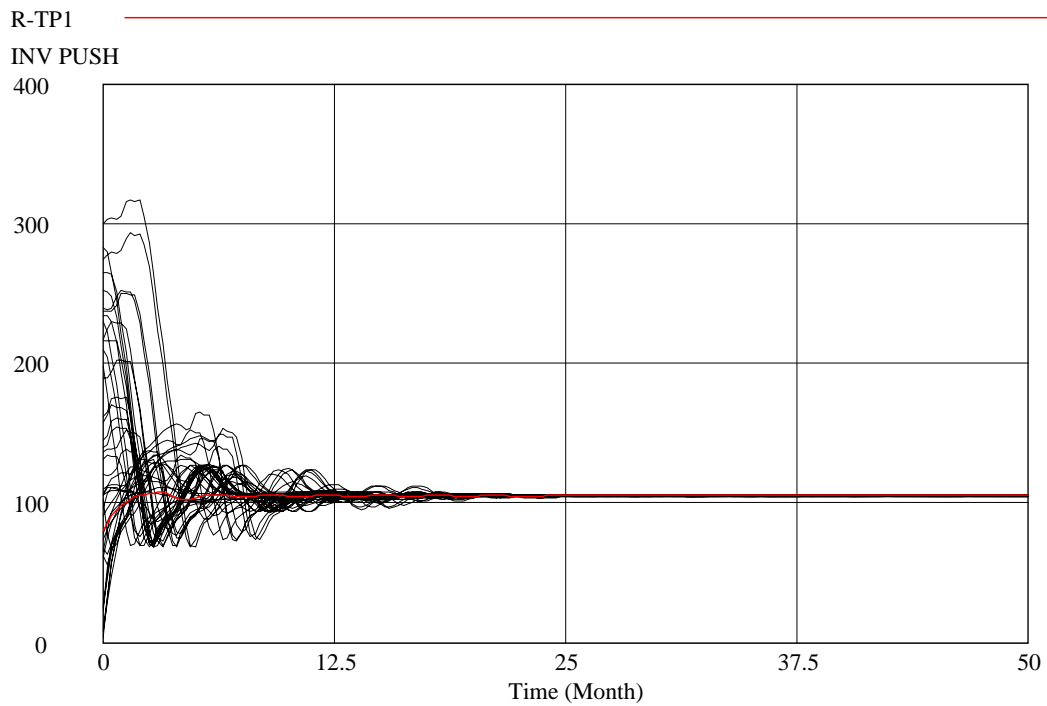


FIGURA 169. Plano temporal del inventario terminado, INV. Un atractor puntual.

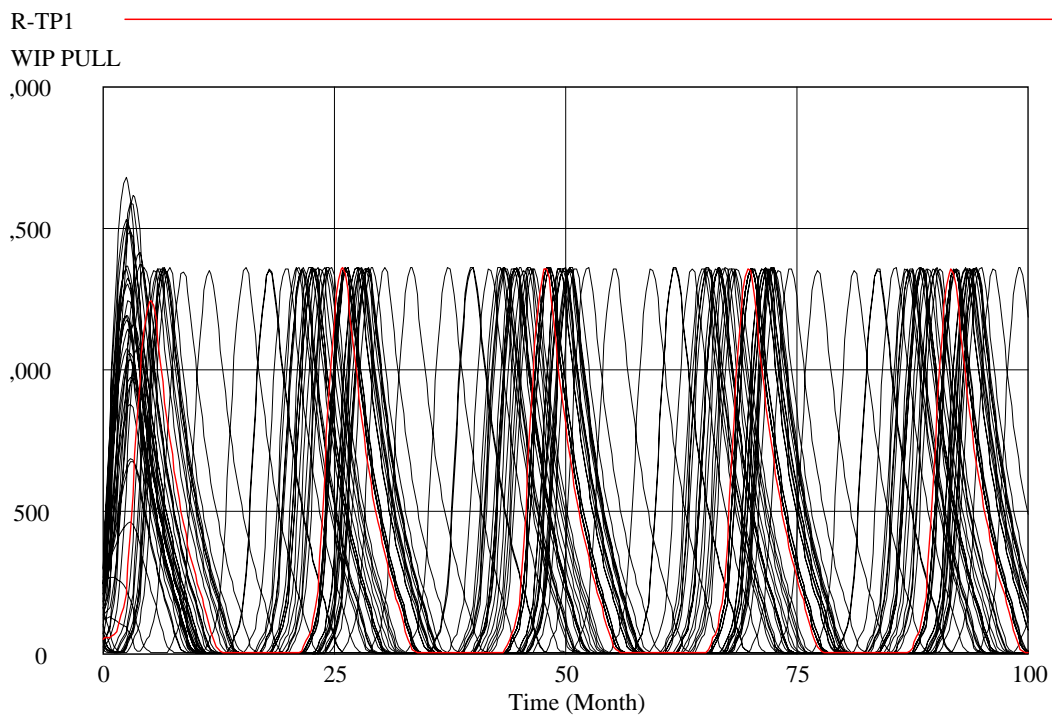


FIGURA 170. Plano temporal del trabajo en proceso, WIP. Atractor de ciclo límite.

Se observa de estas cuatro Figuras, que para la variación del tiempo de proceso aquí utilizado y para la política de la orden de producción en la cual no se tiene en cuenta la cantidad de producto en proceso, el sistema PUSH parece ser mejor que el sistema PULL, debido a que tiene inventarios mucho más bajos y además alcanzan un estado estable puntual. En el sistema PULL se tiene ciclos límites con amplitudes bastante preocupantes en un sistema de inventarios, sobretodo teniendo en cuenta que de acuerdo con la teoría, la mayoría de las veces el sistema PUSH da mejores resultados (Damodarna and Melouk, 2002).

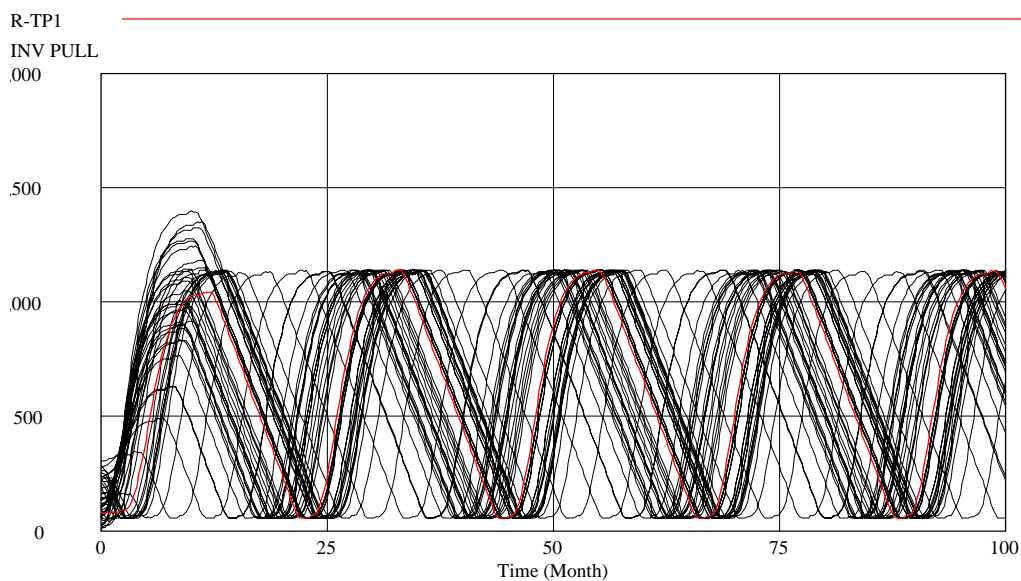


FIGURA 171. Plano temporal del inventario terminado, INV. Atractor de ciclo límite.

La Figura 172 muestra el plano de fase para las variables WIP e INV, en el sistema PULL. La trayectoria tiene un estado transitorio que empieza en las condiciones iniciales $(wip, inv) = (50, 80)$ y se mueve hasta alcanzar el estado estable cíclico.

9.2.2 Tiempo de proceso (TP) no lineal; Figura 173.

Al cambiar un poco la forma del tiempo de proceso (TP), Figura 173, se observa que cambia cualitativamente la gráfica del inventario en proceso, WIP PUSH, en el sistema PUSH; en lugar de tener la posibilidad de tres cuencas de atracción como el que se muestra en la

figura 168, ahora se tiene la posibilidad de dos cuencas de atracción como se muestra en la Figura 174. Los datos para estas simulaciones se presentan en la Tabla 21.

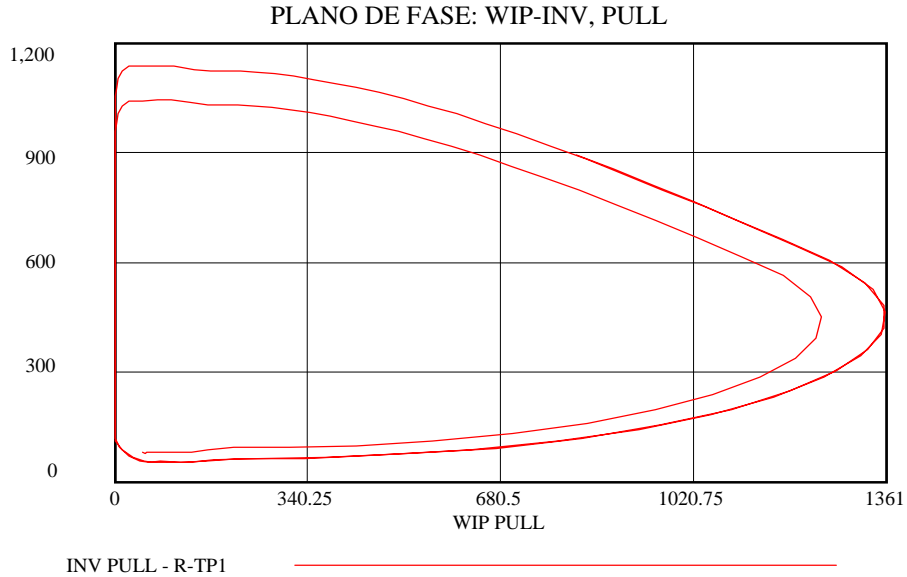


FIGURA 172. Plano de fase del WIP y del INV. Atractor de ciclo límite. Un período

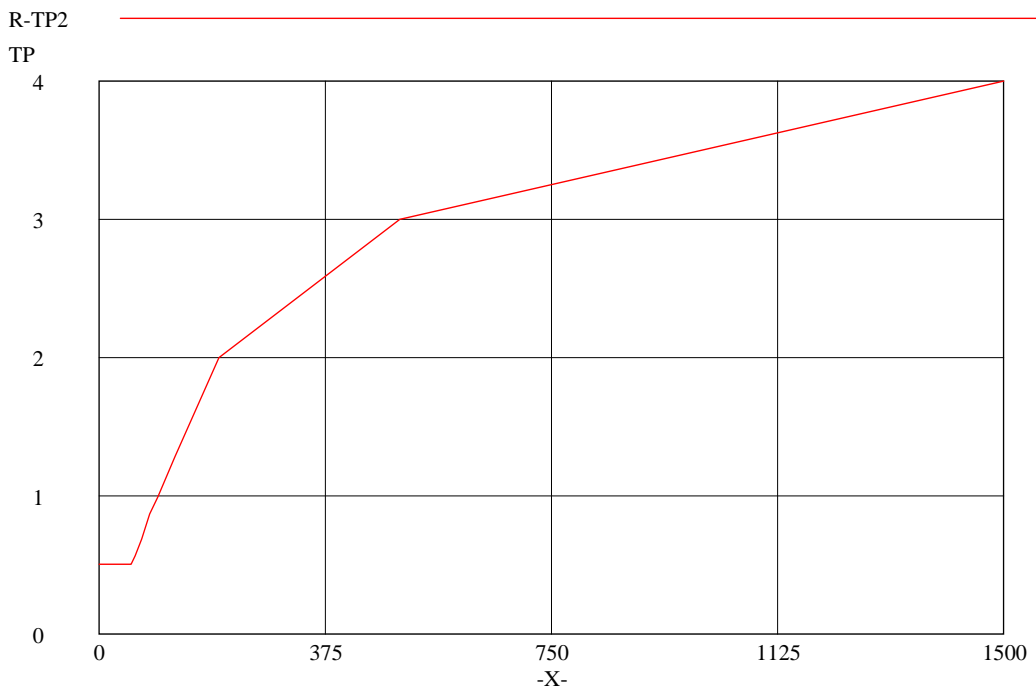


FIGURA 173. Tiempo de proceso de acuerdo con la cantidad de trabajo en proceso.

TABLA 21. Parámetros de la simulación. Variación en la función del tiempo de producción; Figura 173.

CASO	TAI	GCI	IT	SS	LT	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 173	105	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 173	105	50	80	Ciclo límite

La diferencia entre las Figuras 168 y la 174 se encuentra en la posibilidad de encontrar cuencas de atracción: en la Figura 168 existe la posibilidad de tres cuencas de atracción, mientras que en la Figura 174 existe la posibilidad de sólo dos cuencas de atracción. De acuerdo con los anterior, puede decirse que en un sistema de producción, al variar el tiempo de producción, podría llegar a tenerse en el transcurso del tiempo, un inventario de producto en proceso que se estabilice alrededor de 225 unidades o alrededor de 50 unidades. De acuerdo con la Figura 174, la mayoría de las veces el sistema se estabilizaría alrededor de 225 unidades. Las otras variables, WIP-PULL, INV-PULL, INV-PUSH, tienen comportamientos similares en ambas secciones; la 9.2.1 y la 9.2.2.

R-TP2

WIP PUSH

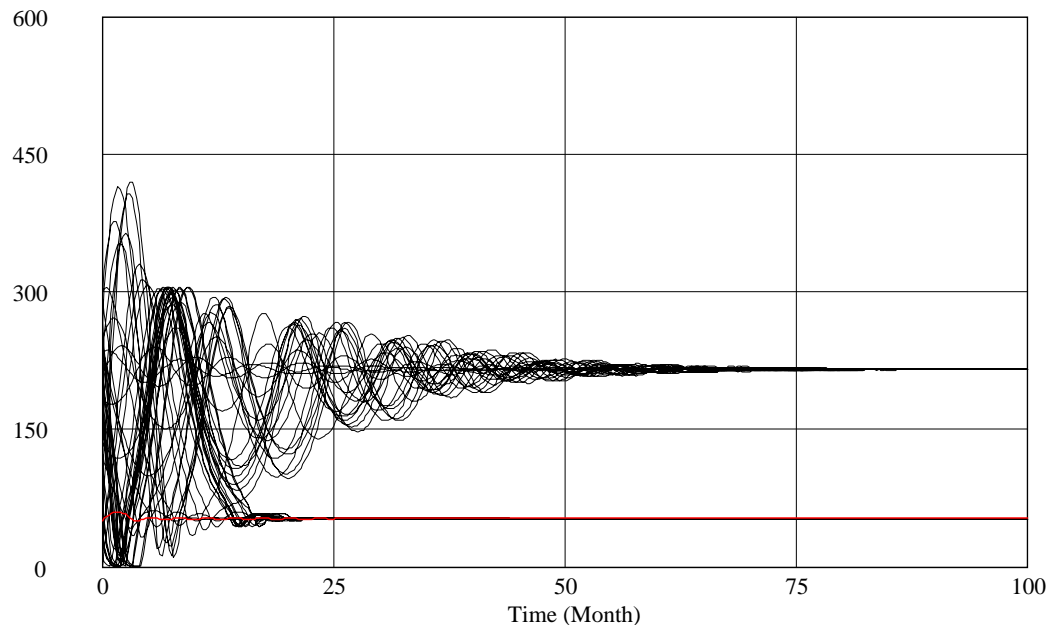


FIGURA 174. Plano temporal del trabajo en proceso, WIP. Dos atractores puntuales.

9.2.3 Variación en el período de seguridad (SS) y en el grado de cobertura del inventario (GCI).

Se realizaron varias simulaciones en las cuales se conservaron los datos de la Tabla 21, excepto los datos correspondientes a SS y a GCI. Los comportamientos de las trayectorias de los inventarios en proceso y de los inventarios terminados variaron cuantitativamente, pero no cualitativamente. Con todos los cambios realizados en las variables SS y GCI, las trayectorias de los inventarios del sistema PUSH permanecen como atractores puntuales, y las de los inventarios del sistema PULL permanecen como atractores de ciclo límite de un período.

9.2.4 Variación en la demanda.

La Tabla 22 contiene los valores que se utilizaron para las simulaciones realizadas con la demanda incrementándose en el tiempo; las otras condiciones se mantienen constantes.

TABLA 22. Parámetros utilizados en la simulación. Variación de la demanda

CASO	TAI	GCI	IT	SS	LT	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 167	Fig. 175	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 167	Fig. 175	50	80	Ciclo límite

La variación de la demanda en función del tiempo sólo produce cambios en el inventario del producto en proceso, WIP PUSH, del sistema PUSH. Cuando la demanda es constante e igual a 150 unidades, se presenta la posibilidad de tres cuencas de atracción en el producto en proceso (figura 168); esto, si el rango de los valores iniciales de este último está en el intervalo (1, 300). Cuando la demanda se incrementa en el horizonte de planificación, como se muestra en la Figura 175, se presenta una situación en la cual las dos cuencas de atracción que tiene como atractores los valores 50 y 100 se unen, y la de atractor aproximadamente igual a 225 permanece sola, pasando así de tener la posibilidad de tres cuencas a la posibilidad de

tener dos, a partir aproximadamente del período igual a 30 unidades de tiempo. La Figura 176 muestra las trayectorias de la variable WIP PUSH y sus comportamientos al aumentar la demanda.

La variable WIP PULL conserva la trayectoria cíclica, pero con el posible inconveniente de tener valores extremos que van desde cero hasta alrededor de 1700 unidades; esto se aprecia en la Figura 177. En el sistema PUSH las oscilaciones son más moderadas en el período transitorio sin llegar a superar las 500 unidades.

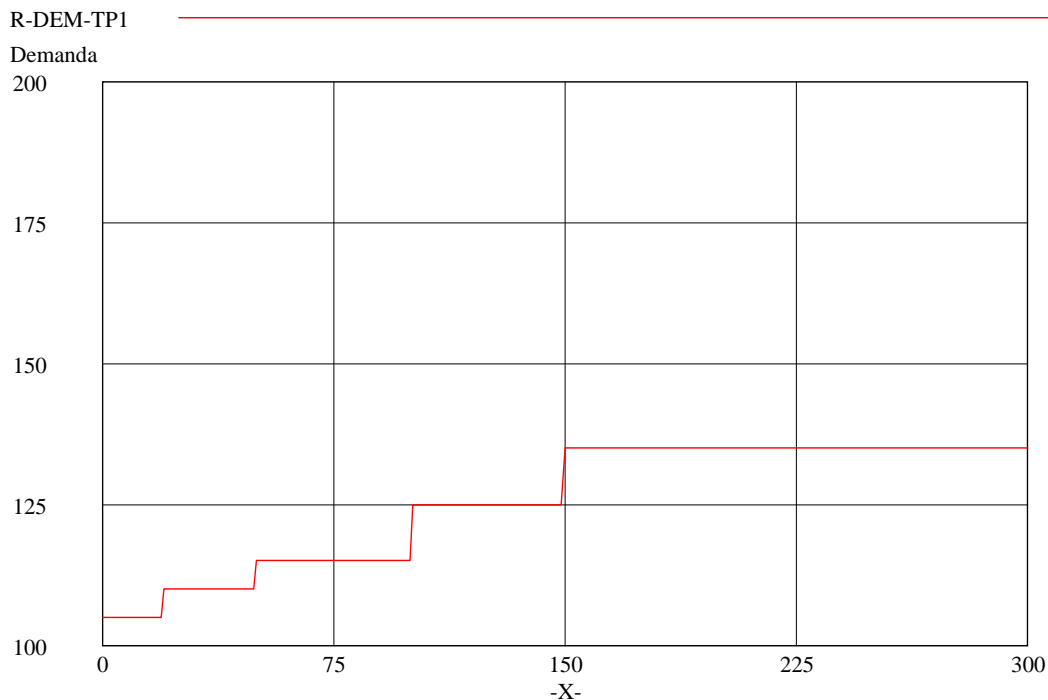


FIGURA 175. Incrementos de la demanda en función del tiempo.

9.2.5 Variación en TAI (Sistema PUSH) y en IT (Sistema PULL)

En esta sección se analizan los resultados de las simulaciones en el caso en que tanto el tiempo de ajuste del inventario (TAI) en el sistema PUSH, como el tiempo del ciclo KANBAN (IT) en el sistema PULL varían respectivamente de acuerdo con los valores de la discrepancia (sistema PUSH) y de la orden de producción (sistema PULL). La discrepancia en el sistema PUSH está definida como:

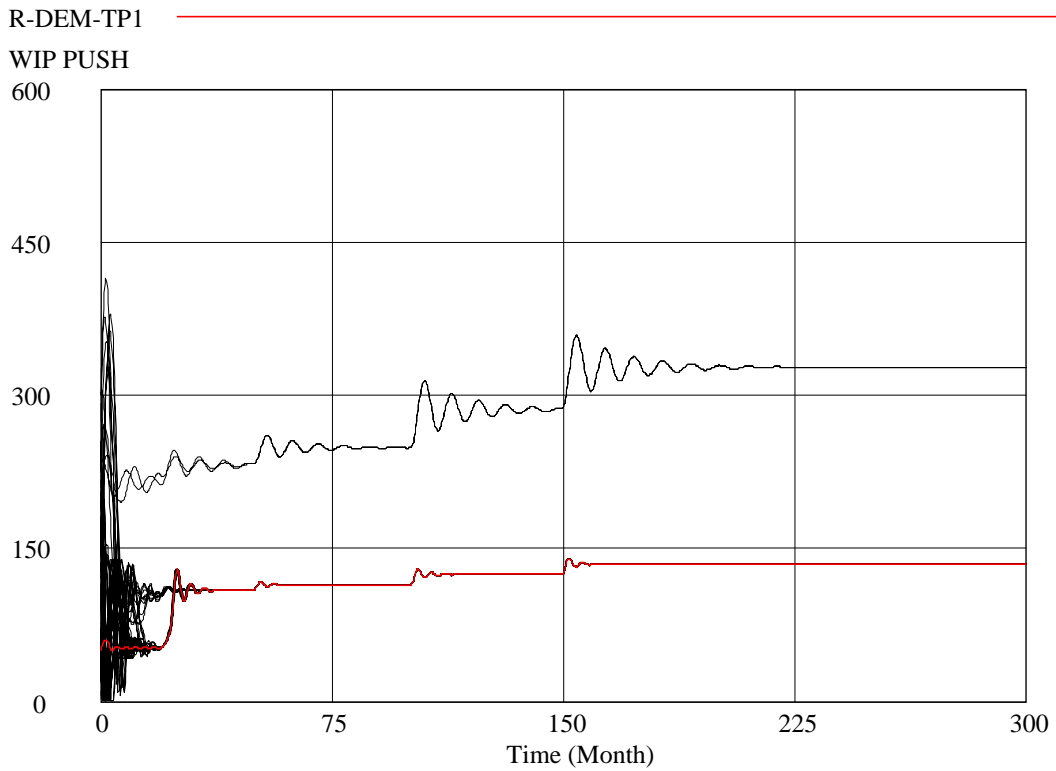


FIGURA 176. Atractores para la variable WIP PUSH cuando la demanda se incrementa.

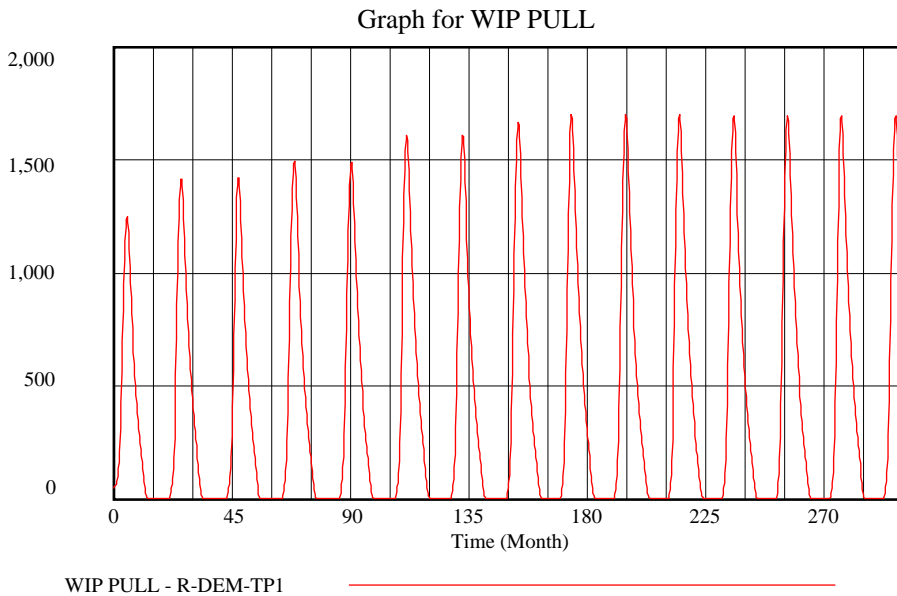


FIGURA 177. Atractor cíclico para WIP PULL cuando la demanda se incrementa.

$$DIF = SS \text{ PUSH} - INV \text{ PUSH}$$

SS PUSH: el período de seguridad

INV PUSH: el inventario de producto terminado

La orden de producción en el sistema PULL está definida como:

$$OP \text{ PULL} = NK * UC - INV \text{ PULL}$$

NK: Kanbans

UC: Unidades por contenedor

INV PULL: Inventario unidades terminadas

La Figura 178 muestra la forma de la curva de los tiempos del TAI y del IT, de acuerdo con las variaciones mencionadas anteriormente. La Tabla 23 muestra los datos utilizados para realizar las simulaciones.

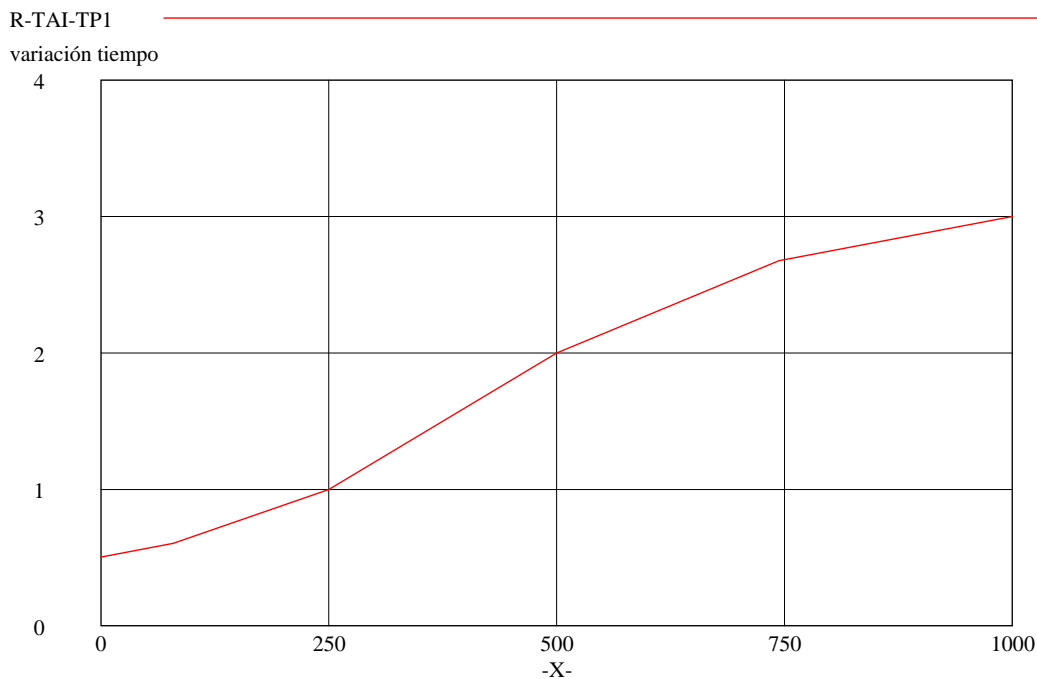


FIGURA 178. Variación del TAI (sistema PUSH) y del IT (sistemas PULL) de acuerdo con los valores de la discrepancia y de la orden producción.

TABLA 23. Parámetros utilizados. Variación en TAI y en IT

CASO	TAI	gci	IT	SS	TP	D	WIP Ini	INV Ini	Atractor
PUSH	Fig. 178	0.8			Fig. 167	105	50	80	Puntual
PULL			Fig. 178	0.3	Fig. 167	105	50	80	Ciclo límite puntual

La Figura 179, la cual muestra el comportamiento del producto en proceso, WIP, en un sistema PUSH, es igual a la Figura 168. La razón para que sean iguales a pesar de que el TAI es variable según la discrepancia, es que el sistema llega muy rápidamente a tener inventarios terminados superiores a los inventarios deseados lo que a la vez lleva a que la variable discrepancia sea negativa, por lo tanto el tiempo de ajuste del inventario, TAI, tomará durante casi toda la simulación el valor de 0.5. El análisis de sensibilidad permite ver la posibilidad de tres cuencas de atracción, cada una con un atractor puntual aproximadamente con valores de 50, 100 y 225 unidades.

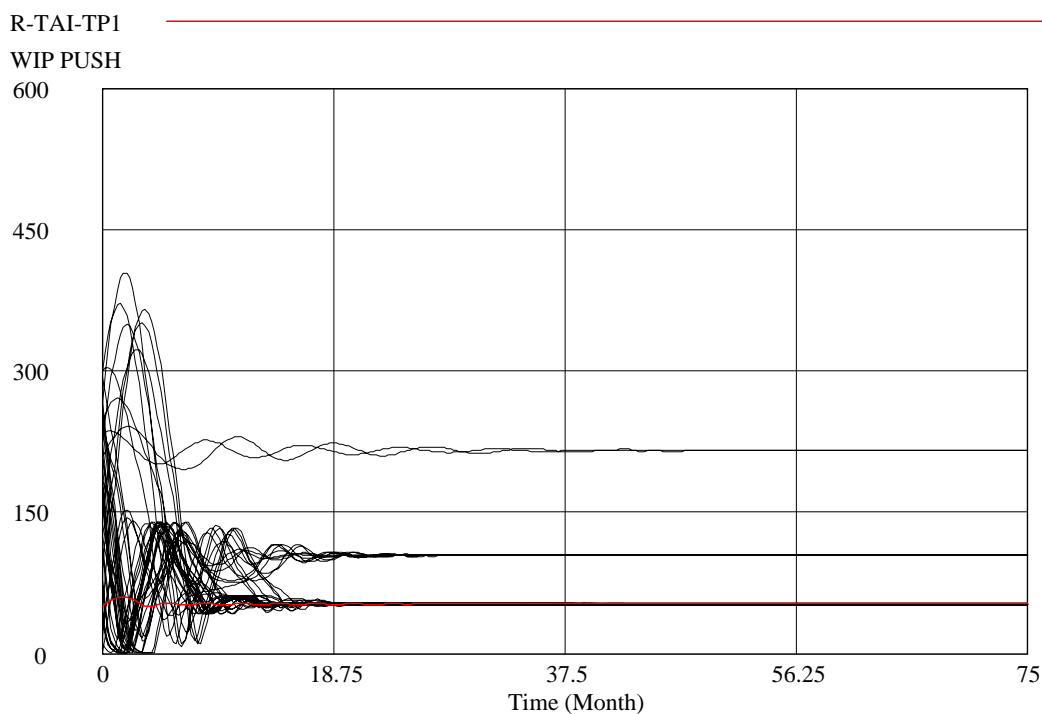


FIGURA 179. Plano temporal de la variable WIP-PUSH. Posibilidad de tres atractores puntuales.

No sucede lo mismo con la Figura 180 la cual muestra el comportamiento del producto en proceso en un sistema PULL (WIP PULL); en esta Figura se observan dos atractores, uno puntual y otro de ciclo límite. Para las condiciones iniciales del modelo, el atractor es puntual; para otras condiciones iniciales generadas con análisis de sensibilidad, se presenta la posibilidad de dos cuencas de atracción; una con un atractor de ciclo límite cuyos valores oscilan entre cero y 250 unidades aproximadamente, y otra con un atractor puntual que alcanza el equilibrio más o menos en un valor de 1400 unidades. En

este sistema PULL la diferencia entre el inventario terminado y la orden de producción proporciona valores positivos que hacen que el tiempo del ciclo KANBAN varíe durante la simulación y por lo tanto se ve afectado todo el sistema.

El rango de sensibilidad de las condiciones iniciales, Figura 180, está entre 1 y 300 unidades, y la mayoría de las trayectorias se dirigen a un atractor de ciclo límite, sin embargo, hay que poner cuidado con el valor del atractor puntual ya que el rango de variación relativamente pequeño genera un atractor puntual muy elevado como es el de aproximadamente 1400 unidades.

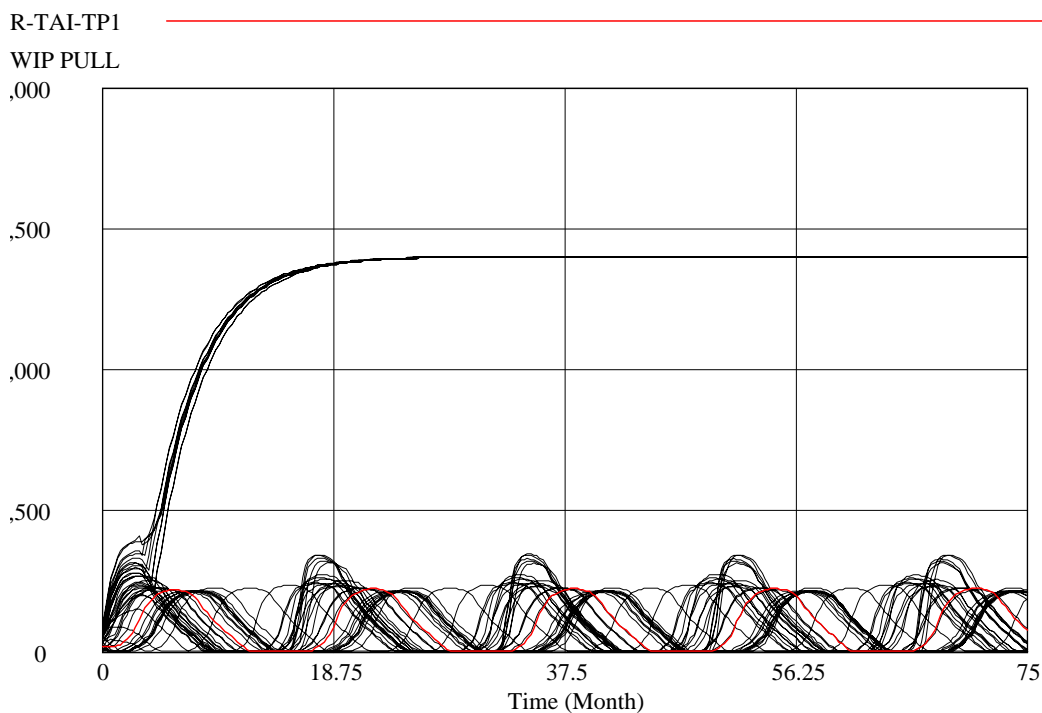


FIGURA 180. Plano temporal de la variable WIP-PULL. Atractor puntual y atractor de ciclo límite.

Aunque la simulación de este modelo se hizo para un período de 300 unidades de tiempo, la Figura 181 sólo muestra las trayectorias de la variable INV PULL para doce unidades de tiempo, debido a que el comportamiento hasta el período 300 sigue la tendencia mostrada en la Figura 180. Se observan múltiples trayectorias asintóticamente inestables (crecimiento exponencial) y múltiples trayectorias puntuales.

En el caso del sistema PULL, no es conveniente tratar el tiempo del ciclo KANBAN como una función de la cantidad de orden de producción, ya que como se ve en las Figuras 180 y 181, ambos inventarios, el de proceso y el terminado, pueden incrementarse exageradamente. Aunque la gráfica del WIP presenta un punto estable bastante elevado, para algunas trayectorias, esta situación se ve opacada por el problema de tener inventarios de producto terminado bastante inestables desde el comienzo de la simulación.

Se observa que el hecho de no considerar el WIP dentro de la política de la orden de producción, en el sistema PULL, lleva a tener atractores de ciclo límite en el inventario en proceso y en el inventario terminado; pero si además se modifica el tiempo del ciclo KANBAN, los comportamientos de los inventarios se vuelven más complejos: posibilidad de varios ciclos límites, inventarios que crecen indefinidamente, un atractor puntual por cada conjunto de condiciones iniciales.

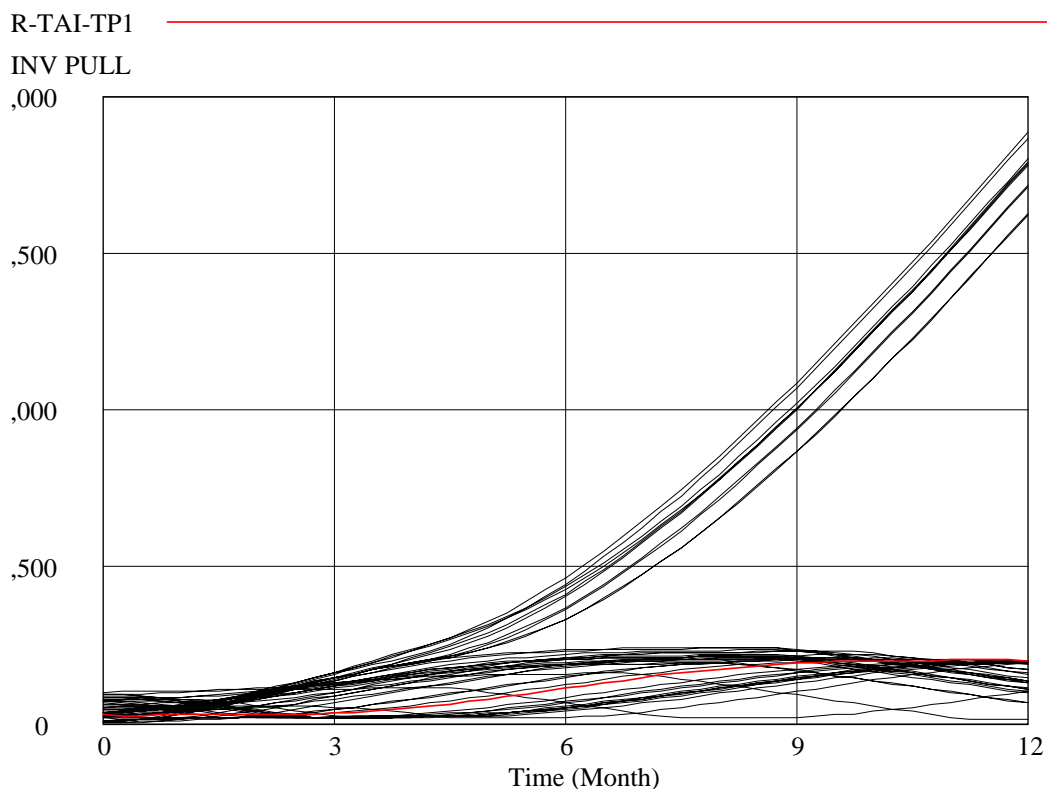


FIGURA 181. Plano temporal de la variable INV-PULL. Atractores puntuales y atractores asintóticamente inestables.

9.3 MODELOS PUSH Y PULL CON CONTROL DEL WIP

El análisis que se hace a continuación representa ambos sistemas, el PUSH y el PULL, y tiene como característica principal, el hecho de que para el cálculo de las órdenes de producción se tiene en cuenta el inventario del producto en proceso; dicho cálculo se hace con la información relacionada con el inventario de producto en proceso WIP, con la de inventario de producto terminado INV y con la de inventario deseado (SS en el sistema PUSH, y OP en el sistema PULL).

La figura 182 muestra el sistema PUSH relacionando las variables WIP PUSH y DIF (la diferencia entre el inventario deseado y los inventarios existentes, tanto de producto en proceso como terminado). La figura 183 muestra el sistema PULL relacionando las variables WIP PULL y OP PULL (orden de producción).

Se presentan las mismas cinco situaciones de la sección 9.2:

- i. Analizar las gráficas obtenidas con una tabla de tiempos de producción no lineales como la de la figura 167. En la sección 9.3.1 se explica este punto.
- ii. Modificar levemente la tabla de tiempos de producción, como se muestra en la figura 173. En la sección 9.3.2 se explica este punto.
- iii. Conservar la primera tabla de tiempos (i) y modificar los valores del período de seguridad SS (sistema PULL) y el grado de cobertura GCI (sistema PUSH) (ver 9.3.3).
- iv. Aumentar la demanda en el horizonte del tiempo de la simulación. Los otros parámetros se conservan con los mismos valores que se trabajan en la situación (i) (ver 9.3.4).
- v. Suponer que los tiempos de ajuste del inventario, TAI, y el tiempo del ciclo KANBAN, IT, son funciones no lineales que dependen de la discrepancia entre los inventarios reales y los deseados. Los otros datos son los de la situación (i) (ver 9.3.5).

9.3.1 Tiempo de proceso (TP) no lineal; Figura 167.

La tabla 24 muestra los valores con que se simulan los modelos PUSH y PULL. Los valores son los mismos que se utilizaron en la sección 9.2.1, o sea, el tiempo de proceso es una función no lineal como la que se muestra en la Figura 167; en esta situación los modelos incorporan la variable WIP en la política de la orden de producción (Figuras 182 y 183).

TABLA 24. Parámetros de la simulación. Tiempo de producción no lineal. Primera situación

CASO	TAI	GCI	IT	SS	TP	D	WIP Ini	INV Ini	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 167	105	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 167	105	50	80	Puntual

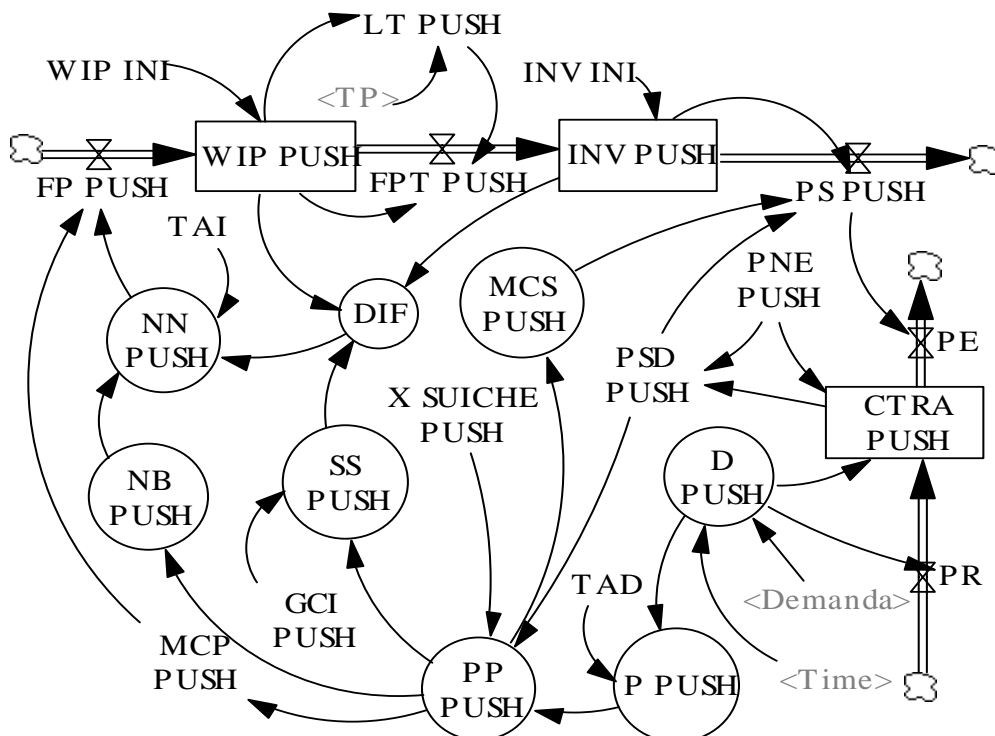


FIGURA 182. Diagrama de un sistema PUSH. La variable WIP forma parte de la política de la orden de producción.

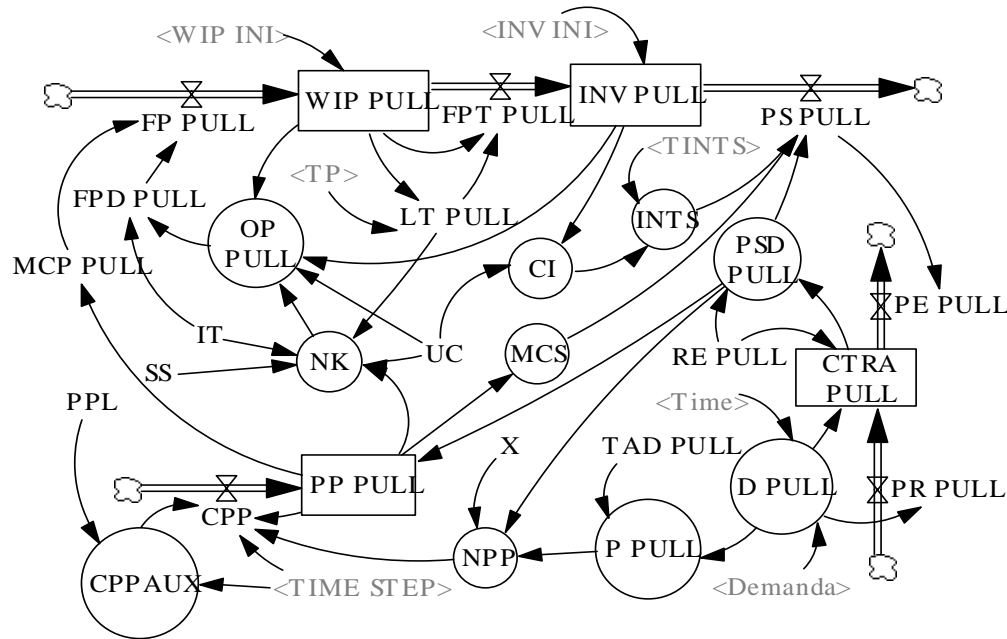


FIGURA 183. Diagrama de un sistema PULL. La variable WIP forma parte de la política de la orden de producción

La figura 184 conserva la posibilidad de dos de los tres atractores puntuales que se presentaron en la Figura 168 cuando no existía el control del WIP. Los puntos de equilibrio son aproximadamente 50 y 100, similares a los dos atractores de la Figura 168. El tercer equilibrio puntual que se tenía en la Figura 168 ya no se presenta en la Figura 184. Puede pensarse que el control del WIP estabiliza un poco más el sistema PUSH al desaparecer un equilibrio relativamente alto como el de la Figura 168, cuyo valor aproximado es de 225 unidades. Además, las trayectorias de la Figura 184 alcanzan el equilibrio más rápidamente, casi en la mitad del tiempo en que lo hacen las trayectorias de la Figura 168, y no presentan tantas fluctuaciones. Las trayectorias de la Figura 168 son espirales asintóticamente estables, mientras que las trayectorias de la Figura 184 son más aproximadas a nodos impropios asintóticamente estables, lo cual quiere decir que la estabilidad se alcanza después de una única oscilación que no logra completar un ciclo (ver sección 6.6.3). Desde el punto de vista de producción, esto puede interpretarse como menos fluctuaciones en el proceso productivo, una estabilidad más rápida, y la seguridad de que no habrá un nivel de inventario de Producto en Proceso, WIP, que supere más o menos las 100 unidades; las posibilidades de los niveles de inventario serían aproximadamente 50 o 100 unidades.

La Figura 185 presenta la trayectoria de la variable INV PUSH en el sistema PUSH con control de la variable WIP en la orden de producción. El punto de equilibrio, un atractor puntual, es exactamente el mismo de la Figura 169, aunque en esta última figura no hay control del WIP. El equilibrio se alcanza aproximadamente en 105 unidades. El atractor de la Figura 169 es una espiral asintóticamente estable mientras que el de la Figura 185 tiende a ser un nodo impropio asintóticamente estable, lo cual indica que la estabilidad del inventario de Producto en Proceso, WIP PUSH, en el proceso productivo, se alcanza sin fluctuaciones, o a los sumo con una leve fluctuación de medio período.

De acuerdo con las gráficas presentadas en las Figuras 168, 169, 184 y 185, puede decirse que el sistema PUSH con control de la variable WIP en la política de la orden de producción, lleva a tener un sistema más estable debido a que hay menos atractores; los equilibrios se alcanzan casi en la mitad del tiempo del sistema sin control del WIP; y además, las trayectorias fluctúan menos al pasar de espirales asintóticamente estables en el sistema sin control del WIP, a nodos impropios asintóticamente estables en el sistema con control de WIP.

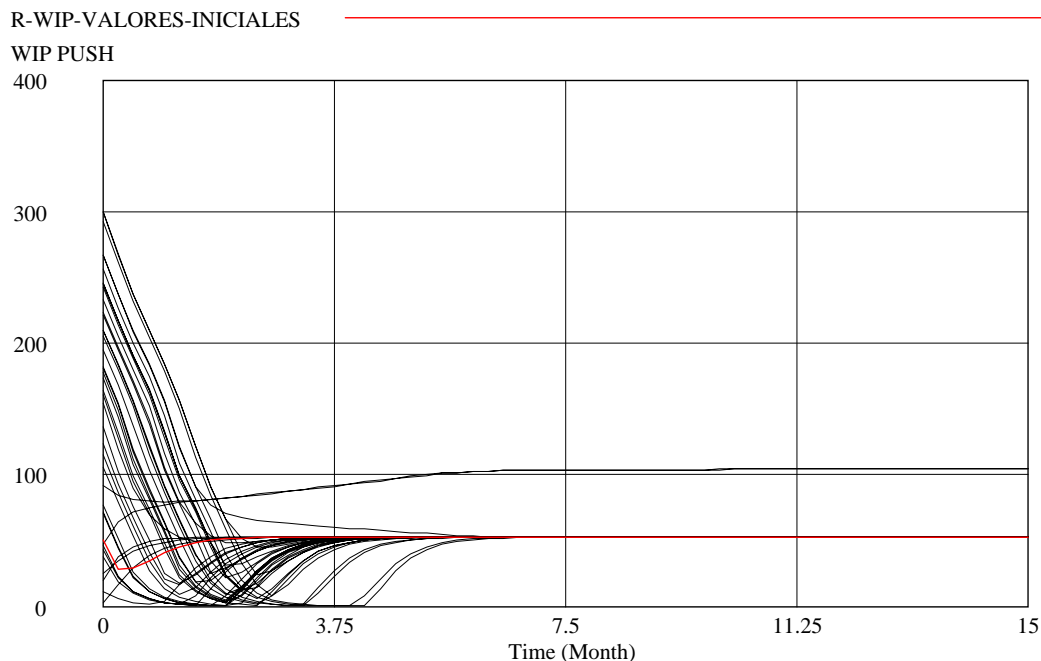


FIGURA 184. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PUSH con control del WIP en la política de la orden de producción. Dos atractores.

R-WIP-VALORES-INICIALES

INV PUSH

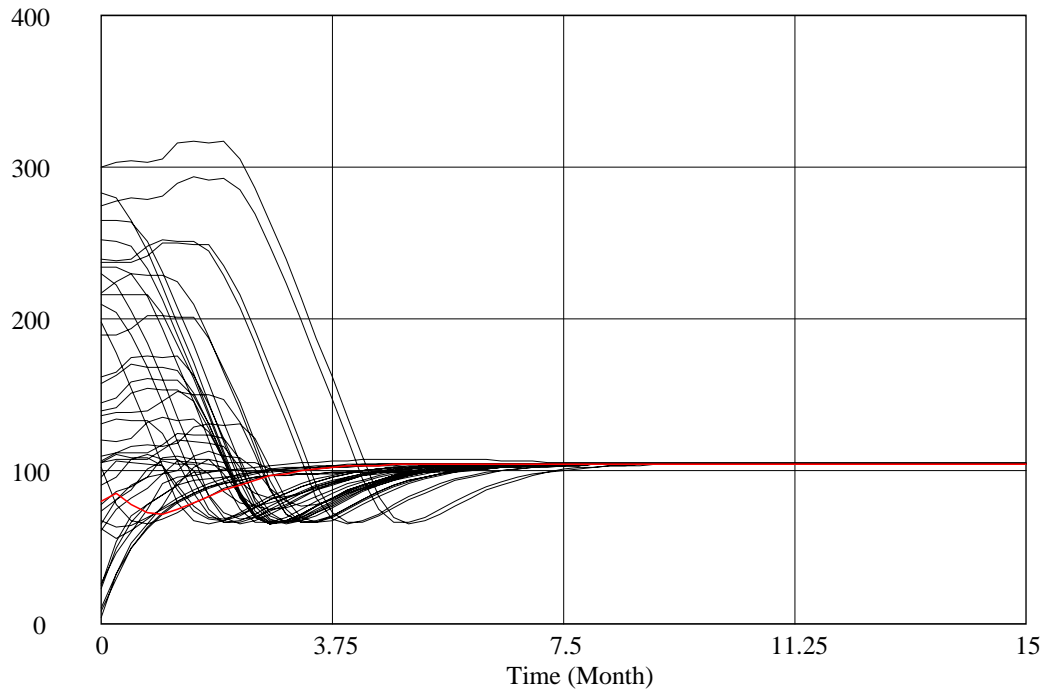


FIGURA 185. Comportamiento temporal del INV en el sistema PUSH con control del WIP en la política de la orden de producción. Un atractor.

El atractor de ciclo límite del sistema PULL de la Figura 170 da paso a la posibilidad de tres atractores puntuales los cuales se muestran en la Figura 186, y éstos últimos son exactamente iguales a los atractores del sistema PUSH de la Figura 168.

La diferencia entre el sistema PUSH de la Figura 168 (sin control de la variable WIP en la orden de producción) y el sistema PULL (con control de la variable WIP en la orden de producción) es que las trayectorias de la figura 168 son espirales asintóticamente estables, mientras que las trayectorias de la figura 186 son nodos impropios asintóticamente estables. Los dos sistemas, PUSH (sin control del WIP) y PULL (con control del WIP) indican que dependiendo de las condiciones iniciales de las variables de nivel, puede presentarse la posibilidad de tres equilibrios en ambos sistemas, e independientemente del sistema que sea, los puntos de equilibrio son aproximadamente 50, 100 y 225. Los equilibrios en la Figura 186, sistema PULL, se alcanzan en un tercio del tiempo en que se alcanzan los equilibrios en la Figuras 168, sistema PUSH.

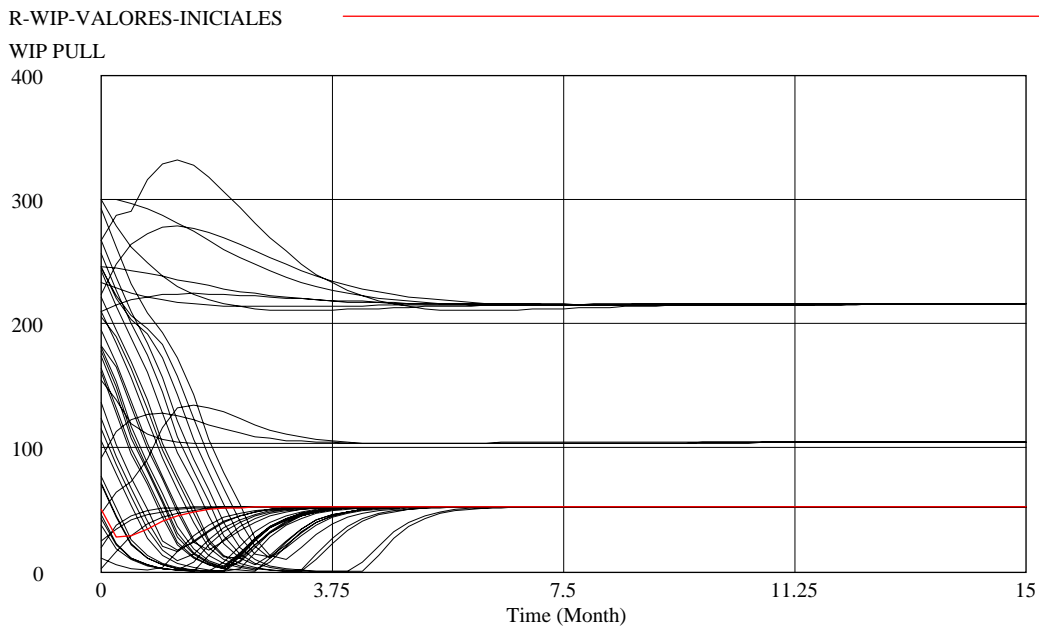


FIGURA 186. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PULL. Tres atractores

La comparación de las figuras 170 y 186 del sistema PULL, sin y con control de la variable WIP PULL en la política de la orden de producción, puede llevar a pensar que entre el sistema PULL de la Figura 170 (sin control del WIP en la orden de producción) y el sistema PULL de la Figura 186 (con control de la variable WIP) debería preferirse el sistema PULL de la Figura 186 ya que presenta estabilidad en forma de atractores puntuales, en tanto que el sistema mostrado en la Figura 170 muestra una estabilidad de ciclo límite con amplitudes aparentemente grandes ya que fluctúan entre cero y aproximadamente 1400 unidades.

Es importante notar que estando en el mismo sistema PULL, al incluir la variable WIP como un control en la política de la orden de producción, el comportamiento del sistema pasa de unas trayectorias con estabilidad de ciclo límite, Figura 170, a la posibilidad de unas trayectorias que parten de tres cuencas de atracción que se estabilizan cada una en atractores puntuales, Figura 186. También cabe recordar que el tiempo del proceso es una función no lineal como la que se muestra en la Figura 167.

La Figura 187 presenta las trayectorias de la variable INV PULL en el sistema PULL con control de la variable WIP en la orden de producción. Se ve la posibilidad de tres puntos de equilibrios, atractores puntuales, con valores aproximados de 90, 52 y 30 unidades.

El sistema PUSH correspondiente es el que no tiene la variable WIP como control en la política de la orden de producción, y éste se observa en la Figura 171, la cual presenta trayectorias estables de ciclo límite con amplitudes aproximadas entre 15 y 1200 unidades, aparentemente bastante grandes. Al comparar las trayectorias de este sistema PULL, sin y con la variable WIP en la orden de producción, es posible decir que es preferible el sistema PULL con control de la variable WIP en la orden de producción, debido a que no presenta los ciclos tan amplios de la Figura 171, sino equilibrios de atractor puntual que se pueden presentar en el rango (0, 100). Sin embargo, al comparar la variable INV en los sistemas PUSH (con y sin control del WIP; Figuras 171 y 185) y PULL (con control del WIP; Figura 187), de pronto es preferible el sistema PUSH, ya que para cualquier condición inicial siempre va a haber una única cuenca de atracción y por lo tanto un único atractor puntual que alcanza un valor de 105 unidades aproximadamente; a no ser que quienes toman las decisiones consideren que aunque en el sistema PULL con control del WIP se puede presentar la posibilidad de tres atractores puntuales, éste sistema sea preferible al mostrado en las Figuras 171 y 185 (ambas PUSH), debido a que cualquiera de los tres atractores puntuales siempre están por debajo del punto de equilibrio del sistema PULL mostrado en la Figura 187.

El atractor de la Figura 171 (sistema PULL) es una espiral asintóticamente estable, y los de las Figuras 185 y 187 (sistemas PUSH y PULL respectivamente) tienden a ser nodos impropios asintóticamente estables. Al igual que con las Figuras 170 y 186, en el caso de la variable INV es importante notar que aún estando en el mismo sistema PULL, al incluir la variable WIP como un control en la política de la orden de producción, el comportamiento del sistema pasa de unas trayectorias con estabilidad de ciclo límite, Figura 171, a la posibilidad de unas trayectorias que parten de tres cuencas de atracción y que se estabilizan cada una en atractores puntuales, como se muestra en la Figura 187.

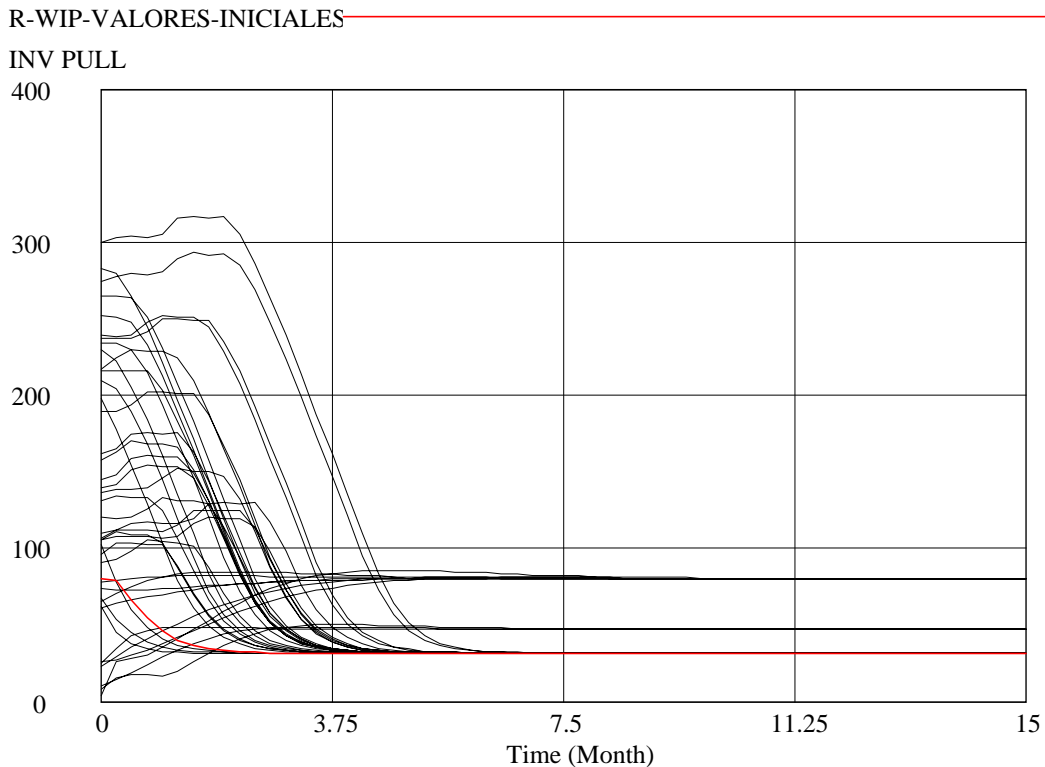


FIGURA 187. Comportamiento temporal del INV en el sistema PULL. Tres atractores.

De las gráficas presentadas en las Figuras 170, 171, 186 y 187, puede decirse que el sistema PULL con control de la variable WIP en la política de la orden de producción, lleva a tener un sistema más estable debido a que pasa de un sistema con estabilidad de ciclo límite con amplitudes bastante grandes, a un sistema de estabilidad puntual con atractores de valores relativamente bajos.

De acuerdo con lo expuesto antes, en los planos de fase de los sistemas PUSH (Figura 188) y PULL (Figura 189), se observa que los atractores puntuales alcanzan muy rápidamente el equilibrio como se muestra en las Figuras 184, 185, 186 y 187; o sea, las trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables. En términos de los procesos productivos, significa que la estabilidad de los inventarios se alcanza sin fluctuaciones.

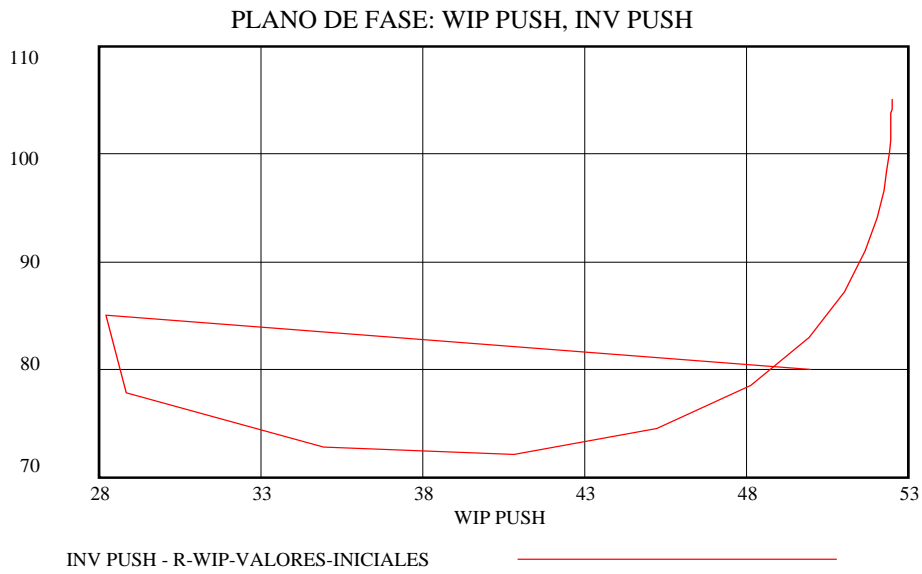


FIGURA 188. Plano de fase del sistema PUSH. Atractor puntual. Condiciones iniciales (WIP, INV) = (50, 80). Condiciones iniciales sin modificar.

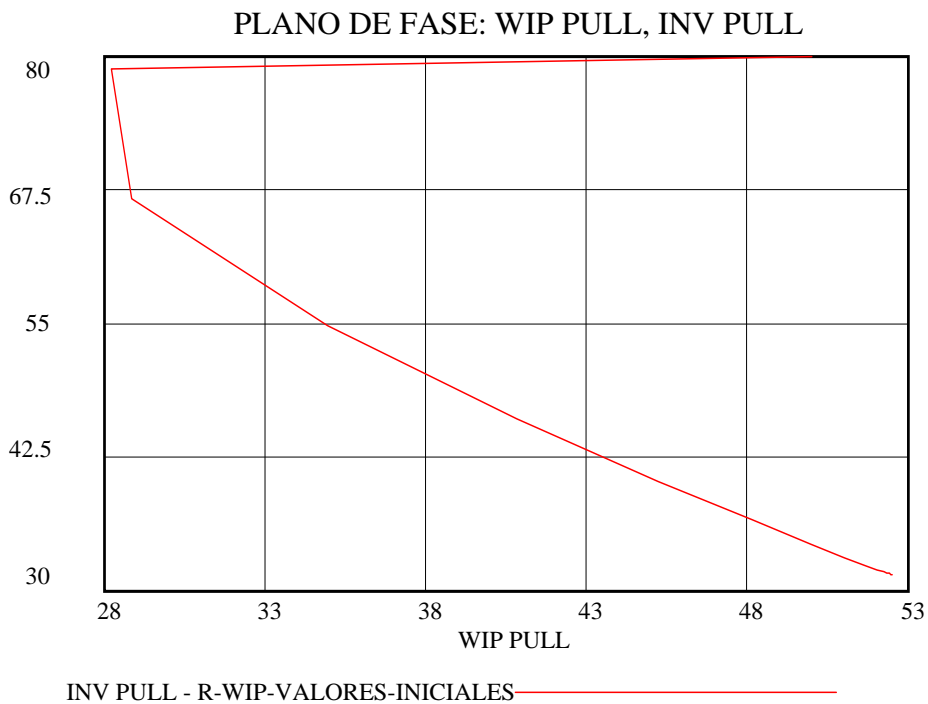


FIGURA 189. Plano de fase del sistema PULL. Atractor puntual. Condiciones iniciales (WIP, INV) = (50, 80). Condiciones iniciales sin modificar.

9.3.2 Tiempo de proceso (TP) no lineal; segunda tabla.

La tabla 25 muestra los valores con que se simulan los modelos PUSH y PULL. Los valores son los mismos que se utilizaron en la sección 9.3.1, o sea, el tiempo de proceso es una función no lineal como la que se muestra en la Figura 173; en esta situación los modelos incorporan la variable WIP en la política de la orden de producción (Figuras 182 y 183). El cambio en la función no lineal del tiempo de proceso se hace con el objetivo de observar la sensibilidad de las variables WIP e INV, a pequeños cambios en dicha función. Al hacer cambios en la función no lineal del tiempo de proceso, de acuerdo a como se muestra en la Figura 173, se tiene que tanto el sistema PUSH como el PULL tienen atractores puntuales para las variables WIP e INV.

TABLA 25. Parámetros de la simulación. Variación del tiempo de producción. Segunda situación.

CASO	TAI	GCI	IT	SS	LT	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 173	105	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 173	105	50	80	Puntual

En los sistemas PUSH y PULL, cuando la variable WIP no controla la política de la orden de producción, ambos sistemas también tienen atractores puntuales en la siguiente forma: La variable WIP del sistema PUSH presenta la posibilidad de dos atractores puntuales, cuyas trayectorias son espirales asintóticamente estables (Figura 174). Las variables WIP del sistema PULL y las variables INV de los dos sistemas, presentan cada una un único atractor puntual cuyas trayectorias son espirales asintóticamente estables; Las gráficas de estas últimas tres variables no se presentan aquí.

En la presente situación, cuando la variable WIP sí forma parte de la política de la orden de producción y cuando se ha modificado la forma no lineal del tiempo de proceso, se tiene que tanto la variable WIP como la variable INV en los sistemas PUSH y PULL, presentan la posibilidad de dos atractores puntuales (Figuras 190, 192 y 193), excepto la variable INV del sistema PUSH la cual muestra un único atractor (Figura 191). Las trayectorias de las cuatro Figuras, aunque presentan oscilaciones pronunciadas, tienden a ser nodos impropios asintóticamente estables que alcanzan el equilibrio muy rápidamente.

La Figura 190 muestra la variable WIP PUSH del sistema PUSH y en ella se observa la posibilidad de dos atractores puntuales, uno que alcanza el equilibrio rápidamente en un valor aproximado de 50 unidades, en tanto que el segundo atractor puntual alcanza su equilibrio de aproximadamente 225 unidades, en forma más lenta. Al comparar la gráfica de esta Figura 190 con la gráfica de la Figura 184 se observa que hay equilibrios con el mismo valor de aproximadamente 50 unidades, pero el segundo atractor es diferente; En la Figura 184 tiene un valor de aproximadamente 100 unidades, y en la Figura 190 es de aproximadamente 210. Esta diferencia es debida al cambio en la forma no lineal del tiempo de proceso.

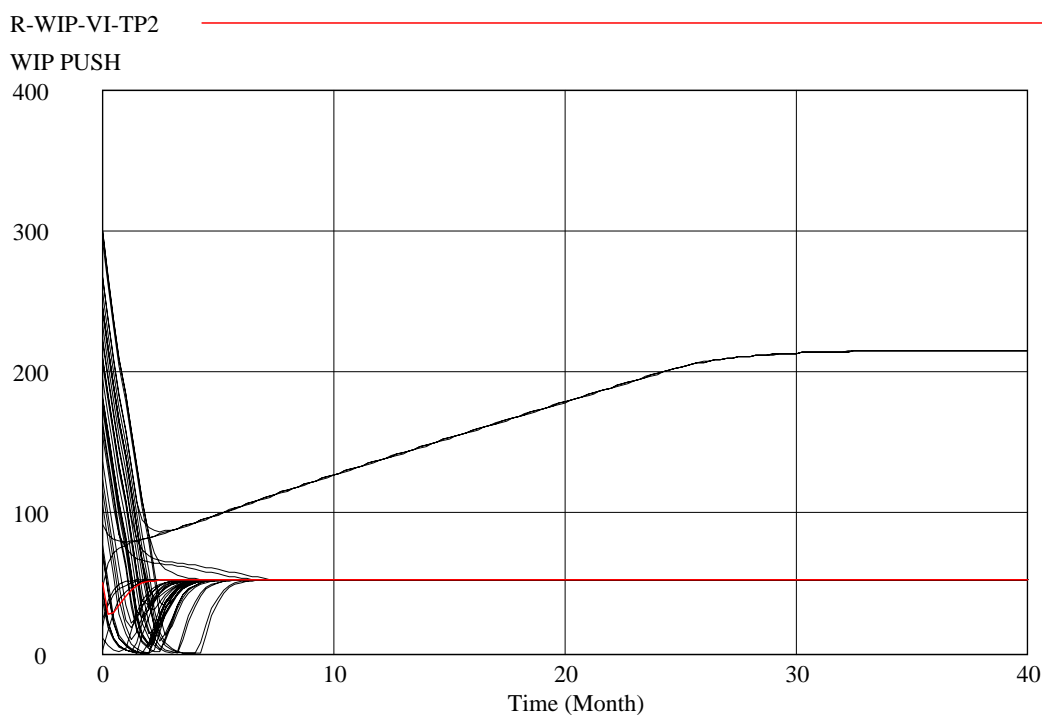


FIGURA 190. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PUSH. Dos atractores

La variable INV del sistema PUSH, en la Figura 191, tiene un único atractor puntual, con un equilibrio aproximado de 100 unidades, el cual es exactamente el mismo valor que presenta esta variable en las Figuras 169 y 185, indicando con esto, que la variable INV tiene poca sensibilidad a los cambios en los parámetros y al cambio en las políticas de control de la orden de producción planteadas hasta el momento.

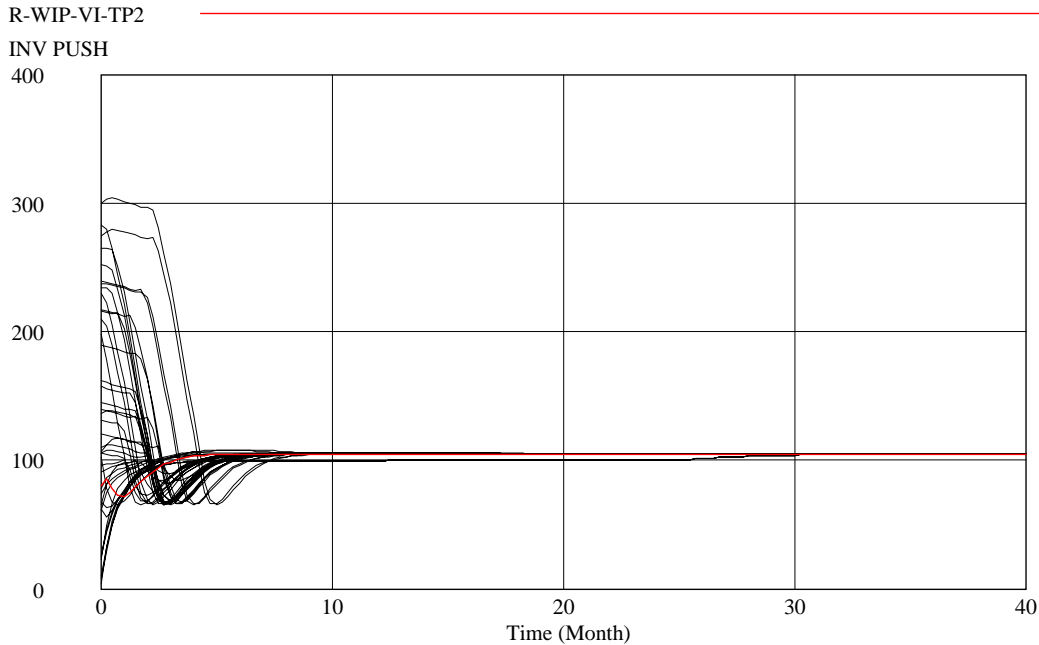


FIGURA 191. Comportamiento temporal del INV en el sistema PUSH. Un atractor.

La variable WIP PULL del sistema PULL, en la Figura 192, tiene dos atractores puntuales con trayectorias que tienden a ser nodos impropios asintóticamente estables. Un equilibrio se encuentra en el punto aproximadamente igual a 50 unidades y el segundo en el punto aproximadamente igual a 225 unidades. Al retomar la Figura 186 se observa que la diferencia con respecto a la Figura 192, es que en esta última no aparece el atractor intermedio que se ve en la Figura 186 y el cual tiene un valor aproximado de 100 unidades. Es claro entonces que el efecto del cambio en la forma no lineal del tiempo de proceso, está representado por la no presencia de un tercer atractor en la Figura 192, aunque los otros dos equilibrios son iguales en ambas figuras.

La variable INV del sistema PULL, en la Figura 193, tiene un análisis similar al del párrafo anterior. En dicha figura se muestran dos atractores que coinciden con dos de los tres atractores de la Figura 187. Coinciden los equilibrios con los valores aproximados de 50 y 90 unidades; en la Figura 193 falta el equilibrio con valor aproximado de 50 unidades. Se puede decir entonces, que el efecto del cambio en la forma no lineal del tiempo de proceso, está representado por la no presencia de un tercer atractor en la Figura 193, aunque los otros dos equilibrios son iguales en ambas figuras.

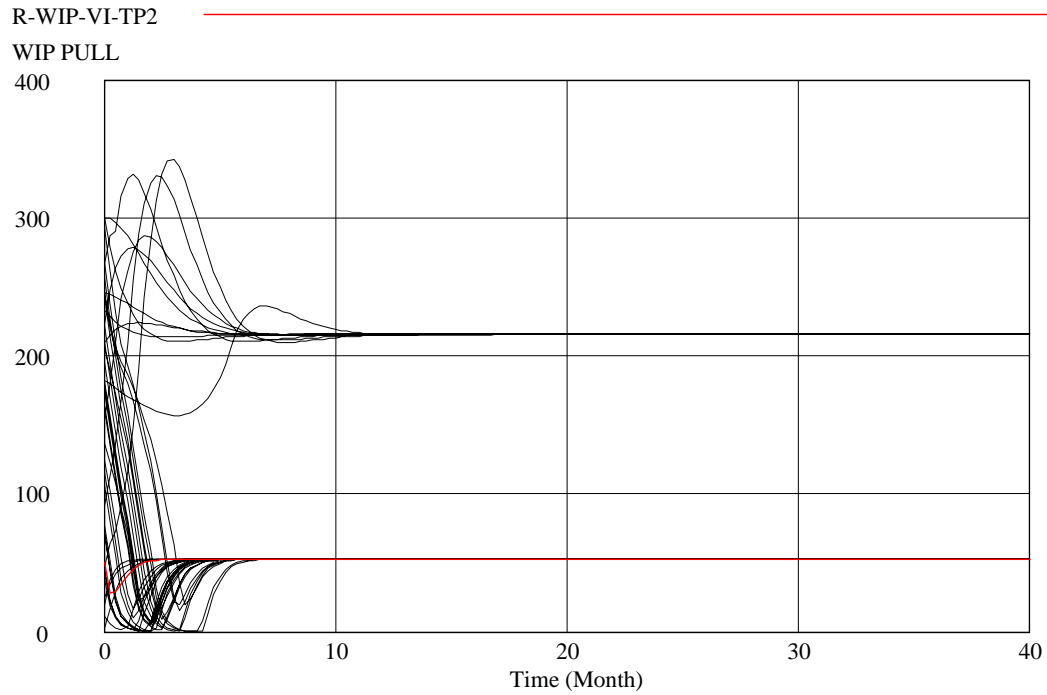


FIGURA 192. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PULL. Dos atractores

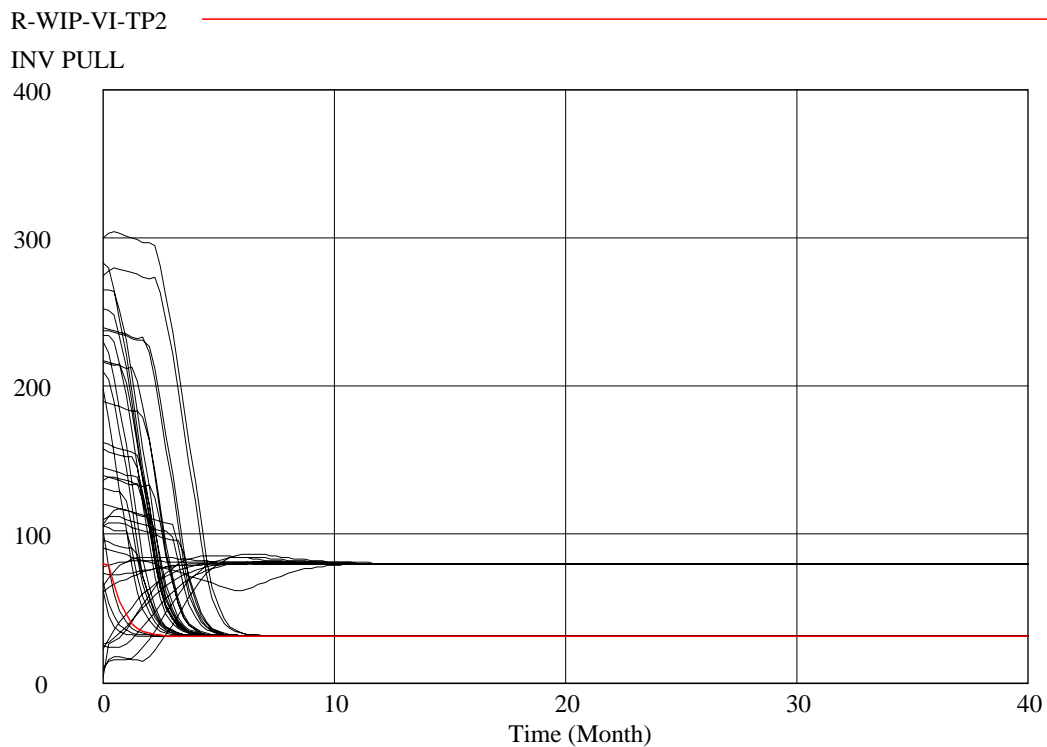


FIGURA 193. Comportamiento temporal del INV en el sistema PULL. Dos atractores

Los planos de fase correspondiente a esta sección, dadas las mismas condiciones iniciales para las variables WIP e INV, son iguales a los de las Figuras 188 y 189; o sea, trayectorias que son nodos impropios asintóticamente estables.

9.3.3 Variación en el grado de cobertura del inventario (GCI) y en el período de seguridad (SS), en los sistemas PUSH y PULL, respectivamente.

Se plantean cambios en el grado de cobertura del inventario (GCI) en el sistema PUSH, y cambios en el período de seguridad (SS) en el sistema PULL, con el propósito de observar los comportamientos de las variables WIP e INV frente a ellos. Al modificar estos parámetros, se supone que puede haber situaciones en las cuales se pueda tener mucho inventario si el cambio consiste en aumentar el valor de los parámetros, o tener poco inventario si el cambio consiste en disminuir el valor de los parámetros. Los resultados de estas suposiciones se ven las Figuras 194, 195, 196 y 197. La Tabla 26 presenta los valores con los cuales se hicieron las simulaciones de los sistemas PUSH y PULL.

TABLA 26. Parámetros de la simulación. Variación en GCI y SS.

CASO	TAI	GCI	IT	SS	LT	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	2			Fig. 167	105	50	80	Puntual
PULL			0.5	2	Fig. 167	105	50	80	Puntual

La Figura 194 muestra la posibilidad de tres atractores puntuales que se pueden presentar en la variable WIP PUSH del sistema PUSH, dependiendo de las condiciones iniciales de de la variable WIP. Es interesante observar que esta figura es similar, tanto cualitativa como cuantitativamente, a la Figura 186 de la sección 9.3.1; ambas figuras presentan los mismos tres atractores puntuales con los mismos equilibrios, aproximadamente: 50, 100 y 225 unidades; la Figura 186 corresponde a la variable WIP PULL del sistema PULL. Cualitativamente, las trayectorias de ambas figuras son nodos impropios asintóticamente estables; incluso, el tiempo en el cual alcanzan los equilibrios son prácticamente iguales. Se tiene entonces que para algunas situaciones diferentes, los dos sistemas PUSH y PULL pueden tener comportamientos iguales, en los cuales los

procesos de producción se estabilizan suavemente, casi sin fluctuaciones.

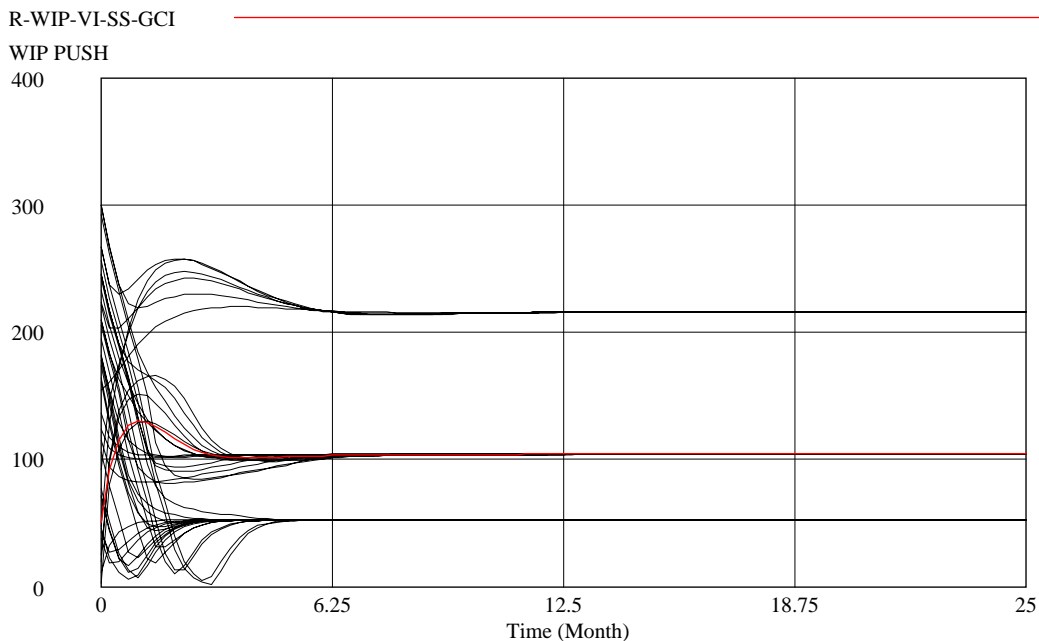


FIGURA 194. Comportamiento temporal del WIP PUSH en el sistema PUSH. Tres atractores

La variable INV PUSH del sistema PUSH se muestra en la Figura 195. En ésta se observa que se puede dar la posibilidad de tener dos atractores puntuales, dependiendo de las condiciones iniciales, cuyas trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables. A diferencia de la Figura 185 en la cual sólo hay un atractor puntual con valor de equilibrio aproximadamente igual a 100 unidades, en la Figura 195 se tiene la posibilidad de dos atractores puntuales, uno de ellos con un con equilibrio aproximadamente igual a 160 unidades.

Del análisis de las Figuras 194 y 195 se puede concluir que el aumento en el valor del parámetro GCI afecta el comportamiento del WIP y del INV, en el sistema PUSH, al mostrar la posibilidad de un equilibrio adicional en ambas variables, conservando el equilibrio original, o sea, cuando no se modifica el valor del parámetro GCI.

Al aumentar el valor del parámetro SS, del sistema PULL (Figura 196), se observa que las trayectorias alcanzan en el período transitorio fluctuaciones que van desde cero hasta un poco más de 1000 unidades,

y luego bajan hasta alcanzar el equilibrio aproximado de 52 unidades. No es fácil hacer comparaciones de esta figura con otras, debido a la gran amplitud de las trayectorias en el período transitorio. Aún así, también hay algunas trayectorias que no presentan amplitudes significativas y llegan muy rápidamente al equilibrio aproximadamente igual a 110. En esta figura se ven trayectorias en espiral y de nodo impropio, ambas asintóticamente estables, pero prevalecen las que tienen forma de espiral, aunque dichas espirales sólo alcanzan un máximo y un mínimo para luego estabilizarse en un atractor puntual.

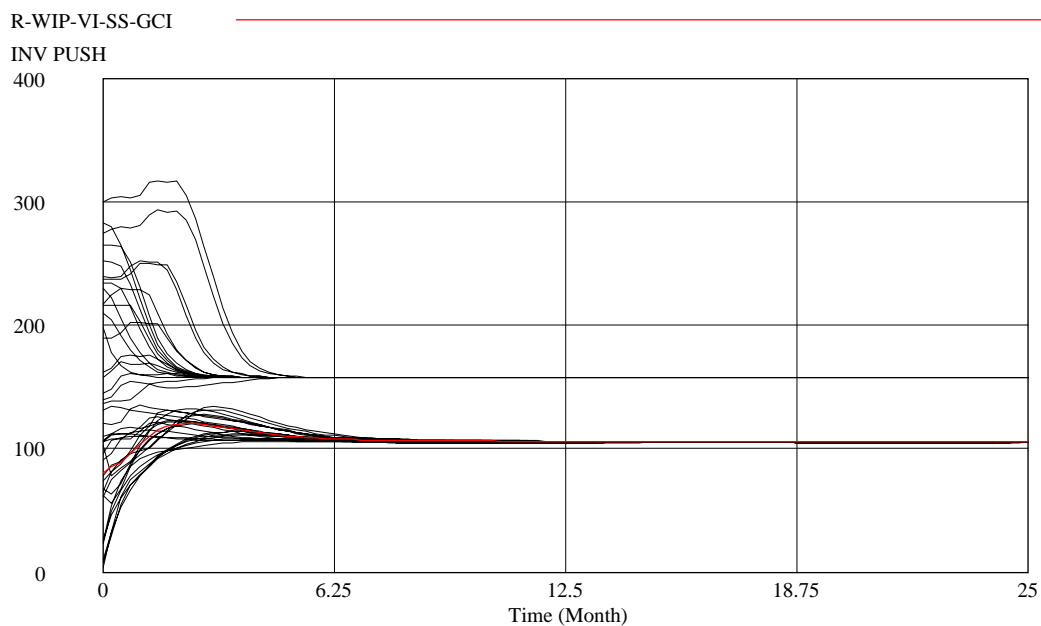


FIGURA 195. Comportamiento temporal del INV en el sistema PUSH. Dos atractores.

La Figura 197 muestra los resultados que se generan al aumentar el valor del parámetro SS, del sistema PULL; en el período transitorio las trayectorias alcanzan fluctuaciones que van desde cero hasta un poco más de 600 unidades, y luego bajan hasta alcanzar el equilibrio en 210 unidades. No es fácil hacer comparaciones de esta figura con otras, debido a la amplitud de las trayectorias en el período transitorio. En esta figura hay un atractor puntual, aislado del resto de trayectorias, con equilibrio aproximadamente igual 320 unidades, que indica la posible presencia de una bifurcación para algún caso excepcional, ya sea ante las condiciones iniciales o ante cambios en los parámetros, que podría llevar al sistema a tener un equilibrio no

deseado en producción; o por el contrario, que éste único equilibrio sea preferible a los otros, dado que no presenta fluctuaciones pronunciadas.

En los resultados de las figura 196 se presenta una situación similar a la de la figura 197; un atractor aislado del resto de las trayectorias, que indican la presencia de un bifurcación excepcional. Este atractor aislado podría ser seleccionado en un momento determinado, como un punto de equilibrio mejor que el otro atractor, debido a que sus fluctuaciones, en el período transitorio son muy pocas; con este atractor aislado debe tenerse cuidado ya que cualquier cambio, por mínimo que sea, en una condición inicial, o en algún parámetro, puede hacerlo desaparecer.

Aunque en el sistema PUSH se producen varios atractores puntuales, éstos tienen una diferencia entre ellos de unas 100 unidades aproximadamente, razón por la cual podría pensarse que es un sistema algo más estable que el sistema PULL. Los inconvenientes de los resultados de sistema PULL son la amplitud de las trayectorias en el período transitorio y el punto de equilibrio alrededor del valor aproximado de 320 unidades.

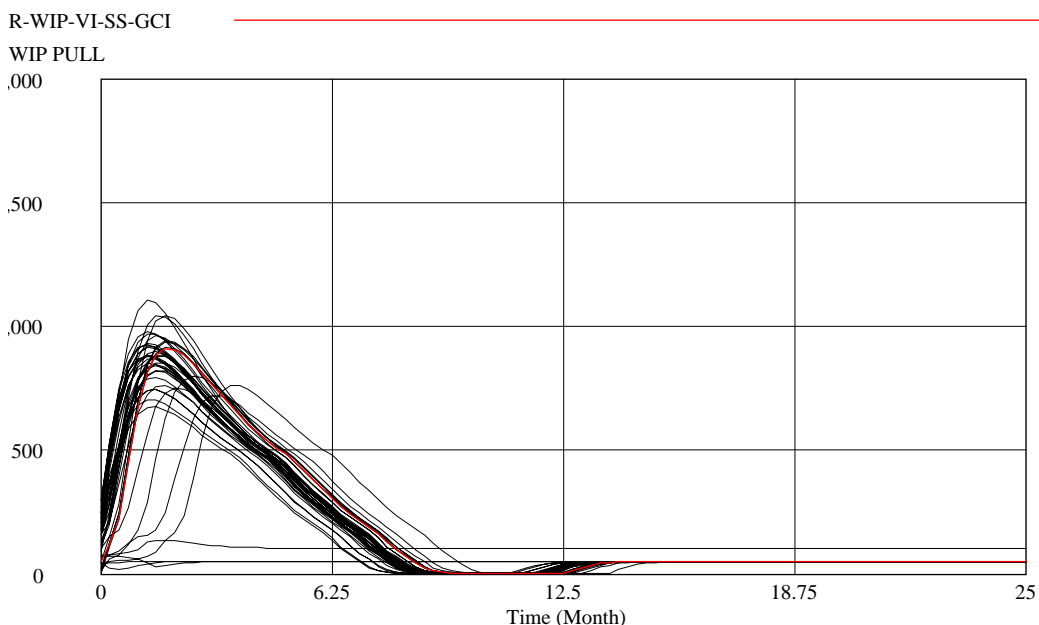


FIGURA 196. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PULL. Dos atractores

Los planos de fase mostrados en las Figuras 198 y 199 representan las trayectorias de nodos impropios asintóticamente estables. En la sección 9.2.3 se menciona que los cambios en los parámetros GCI y SS, en los sistemas PUSH y PULL respectivamente, cuando la variable WIP no controla la política de la orden de producción, generan planos de fase que muestran trayectorias en espirales asintóticamente estables en los sistemas PUSH y trayectorias de atractores de ciclo límite en los sistemas PULL.

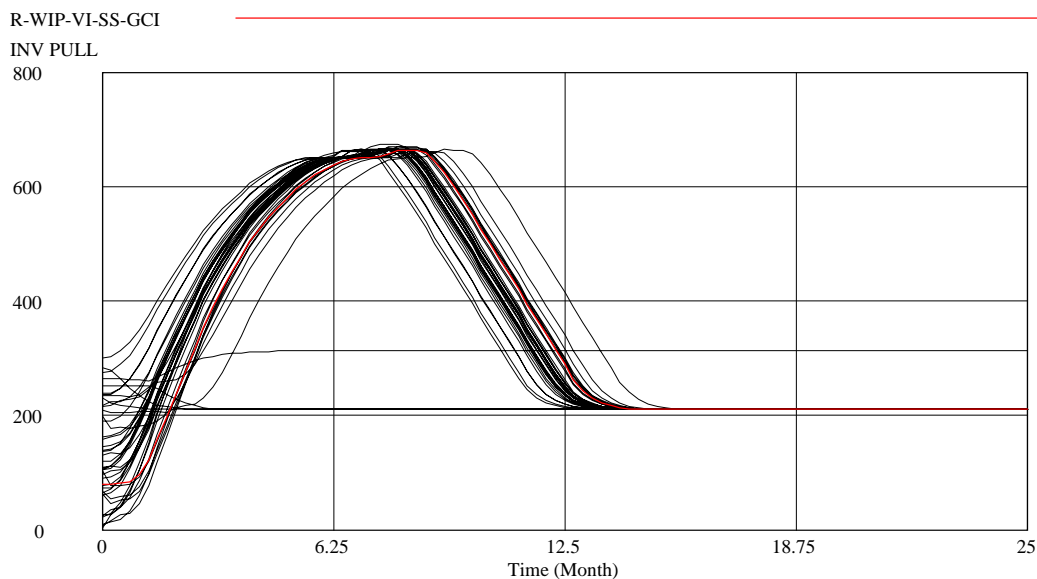


FIGURA 197. Comportamiento temporal del INV en el sistema PULL. Dos atractores

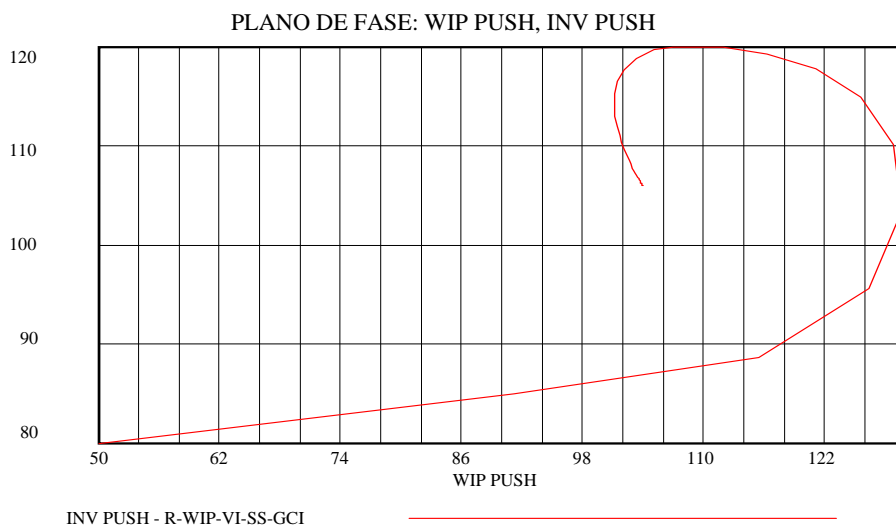


FIGURA 198. Plano de fase del sistema PUSH. Atractor puntual. Condiciones iniciales $(WIP, INV) = (50, 80)$. Variación de GCI: se cambió de 0.8 a 2.

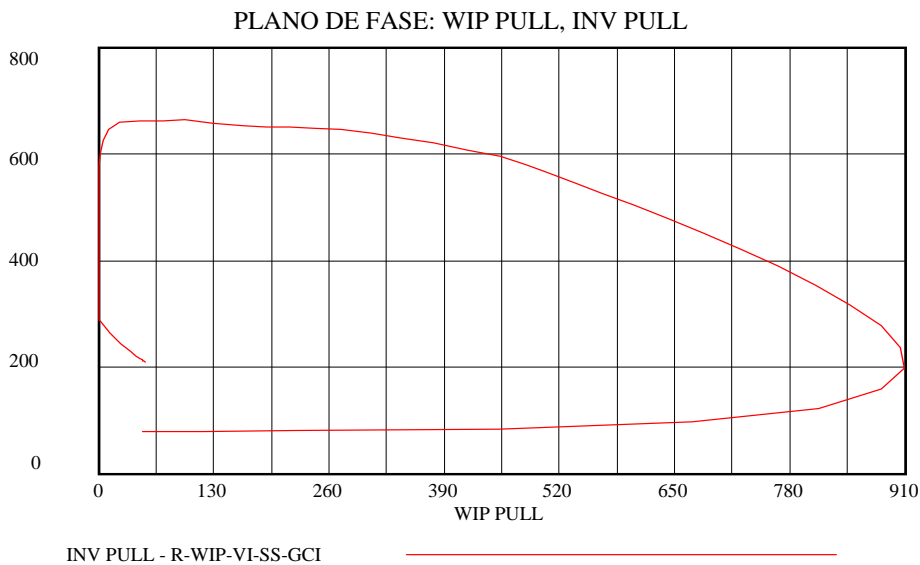


FIGURA 199. Plano de fase del sistema PULL. Atractor puntual. Condiciones iniciales $(WIP, INV) = (50, 80)$. Variación de SS: se cambió de 0.3 a 2.

9.3.4 Variación en la demanda.

En esta sección se mantienen constantes los datos del modelo inicial correspondiente a la sección 9.2.1, excepto la demanda que pasa de ser constante durante todo el período de la simulación, para ser una función creciente en el tiempo; el crecimiento corresponde a saltos de la demanda en algunos períodos del tiempo. Se empieza en el tiempo cero con 105 unidades, y los incrementos son: de cinco unidades en el tiempo 20; de cinco unidades en el tiempo 50; de diez unidades en el tiempo 100; y de 10 unidades en el tiempo 150. Este último valor de 135 unidades se conserva el resto del tiempo de la simulación.

El cambio de la demanda a través del tiempo se plantea con el propósito de analizar los modelos PUSH y PULL, ante los incrementos de la demanda, situación que debe de ser normal en una empresa que esté en crecimiento. En la sección 9.2.4 se analizó esta misma situación en el caso en que la variable WIP no forma parte del control de la política de la orden de producción. En la presente sección 9.3.4 se analiza en el caso en que la variable WIP sí forma parte de dicha política. La Tabla 27 contiene los valores que se utilizan para las simulaciones realizadas con la demanda incrementándose en el tiempo; las otras condiciones se mantienen constantes.

TABLA 27. Parámetros de la simulación. Variación en la demanda.

CASO	TAI	GCI	IT	SS	LT	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	0.5	0.8			Fig. 167	Fig. 175	50	80	Puntual
PULL			0.5	0.3	Fig. 167	Fig. 175	50	80	Puntual

Cuando la demanda se incrementa en el horizonte de planificación, como se muestra en la Figura 175, se presenta una situación en la cual dos cuencas de atracción se unen al cabo de algunos períodos de tiempo para dar paso a un único atractor. En algunos casos aparece un tercer atractor que se mantiene sólo sin llegar a juntarse ninguno de los otros atractores. Las Figuras 200, 201, 202 y 203 muestran los comportamientos temporales de las variables WIP e INV, en los sistemas PUSH y PULL, cuando hay incrementos de la demanda en el horizonte de la planificación.

Las trayectorias de la Figura 200 corresponden a dos cuencas de atracción que dan origen a sendos atractores puntuales, los cuales al producirse el primer incremento de cinco unidades en la demanda en el período de tiempo igual a 20, se juntan para dar paso a un único atractor. En este caso, el equilibrio de aproximadamente 52 unidades cambia su valor por uno nuevo de aproximadamente 110 unidades al incrementarse la demanda en cinco unidades. A partir de este nuevo equilibrio único, el atractor sigue aumentando el valor de su equilibrio cada vez que hay un incremento de la demanda. Se observa que en el período de tiempo igual a 50, el atractor alcanza un nuevo equilibrio, lo cual coincide con el cambio en la demanda. El gráfico temporal sólo muestra el comportamiento de las trayectorias de la variable WIP en el sistema PUSH, para un período de 75 unidades, pero el comportamiento es similar para un mayor período de tiempo.

La Figura 201 muestra las trayectorias de la variable INV en el sistema PUSH. Estas trayectorias parten de una misma cuenca de atracción por lo tanto sólo se tiene un atractor que en este caso es puntual. Se observa que el atractor incrementa su punto de equilibrio a medida que se incrementa la demanda.

Las trayectorias de la variable WIP del sistema PULL mostradas en la Figura 202, tienen un comportamiento similar al del sistema PUSH.

Se ven dos atractores puntuales que se juntan para dar paso un único atractor cuando se da el primer incremento de la demanda; la unión de los dos atractores no aparece exactamente en el tiempo 20 sino un poco más tarde, indicando de esta forma, que hay un retardo entre el momento del incremento de demanda y su efecto. En el sistema PUSH se presenta el mismo retardo. Adicionalmente, en la Figura 202 aparece un tercer atractor que continúa aislado por lo menos para el período de 100 unidades de tiempo en que se hizo la simulación. Es posible que para un período de tiempo mayor se lleguen a juntar los tres atractores. Tanto las trayectorias de la Figura 200 como las de la Figura 202 van incrementando el valor del equilibrio a medida que se incrementa la demanda; cada nuevo equilibrio se alcanza suavemente con un retardo.

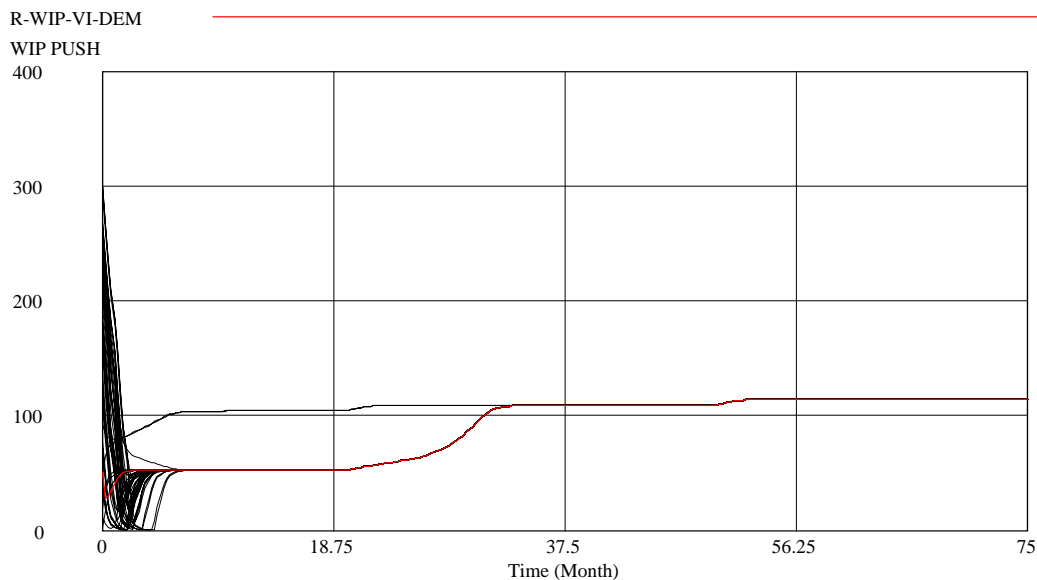


FIGURA 200. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PUSH. Un atractor

Las trayectorias de la variable INV en el sistema PULL, de la Figura 203, tienen un comportamiento similar al de las trayectorias de la Figura 202, con la diferencia de que en lugar de incrementar el valor del equilibrio al aumentar la demanda, ellas disminuyen el valor del equilibrio al aumentar la demanda. En este caso se puede pasar de un sistema que puede tener tres atractores puntuales, dependiendo de las condiciones iniciales, a un sistema con dos atractores, resultado del incremento de la demanda, e independientemente de las condiciones iniciales.

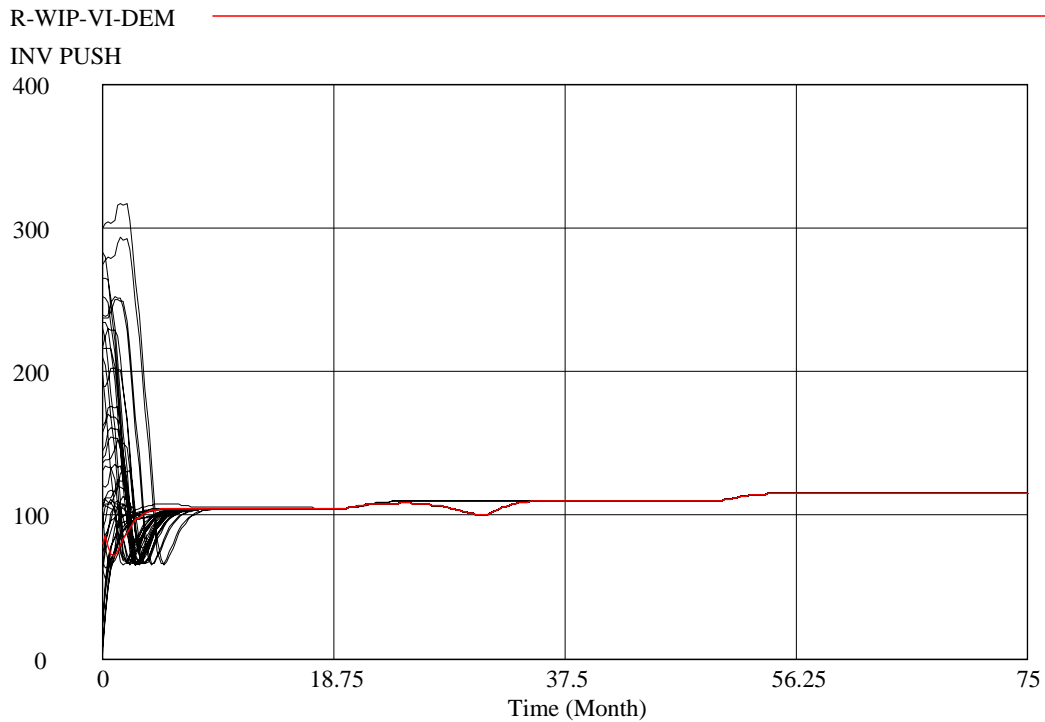


FIGURA 201. Comportamiento temporal del INV en el sistema PUSH. Un atractor.

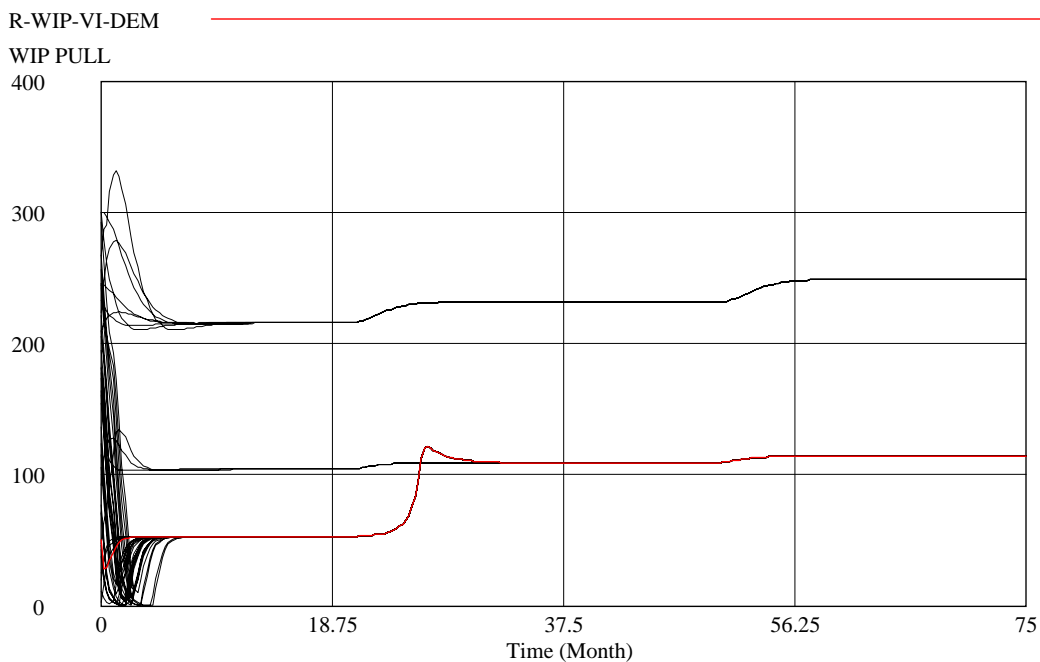


FIGURA 202. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PULL. Dos atractores

Es interesante observar que las trayectorias de la variable INV del sistema PULL, en la Figura 203, disminuyen el valor de su equilibrio a medida que aumenta la demanda, mientras que las variables WIP e INV del sistema PUSH, y WIP del sistema PULL incrementan el valor de sus equilibrios a medida que aumenta la demanda. De esto puede decirse que tanto la variable WIP, producto en proceso, del sistema PUSH como la variable WIP del sistema PULL, tienen comportamientos crecientes, incluso, los valores numéricos del equilibrio son exactamente iguales; el único equilibrio de la variable WIP del sistema PUSH tiene el mismo valor numérico del equilibrio de la variable WIP del sistema PULL, el cual se ve en la parte inferior de la Figura 202. Por otro lado, mientras la variable INV del sistema PUSH (Figura 201) aumenta cuando aumenta la demanda, la variable INV del sistema PULL (Figura 203) disminuye cuando aumenta la demanda. De acuerdo con lo anterior, parece que el sistema PULL podría comportarse mejor al manejar un sistema de producción con incrementos en la demanda, ya que el inventario de producto terminado tiende a disminuir mientras que en el sistema PUSH tiende a aumentar.

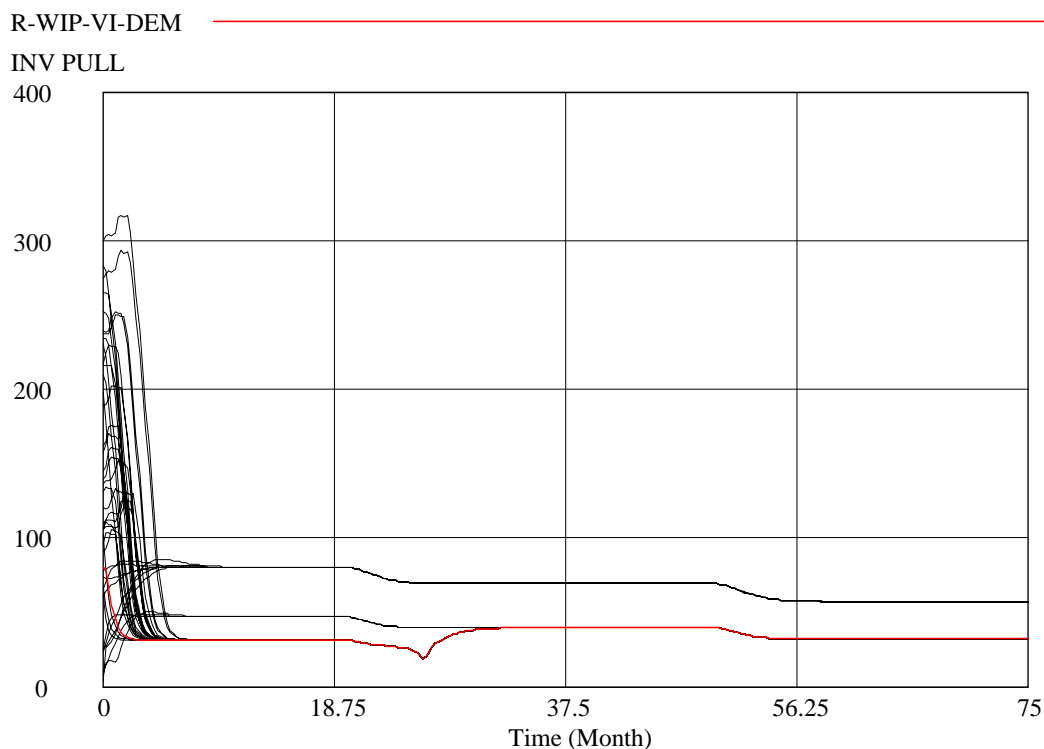


FIGURA 203. Comportamiento temporal del INV en el sistema PULL. Dos atractores

Al comparar el sistema PULL que tiene control del WIP, con el sistema PULL que no tiene control del WIP, se observa que el primero alcanza estados estables puntuales, mientras que el segundo alcanza estados estables de atractor cíclico con amplitudes que van entre cero y 1700 unidades. De aquí puede concluirse que el sistema que tiene control del WIP es más estable que el sistema sin control del WIP.

Las Figuras 204 y 205 muestran los planos de fase de los sistemas PUSH y PULL respectivamente. Las trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables, las cuales antes de estabilizarse tienen comportamientos un poco erráticos, debidos al incremento de la demanda. En ambos planos de fase se grafican las variables WIP e INV.

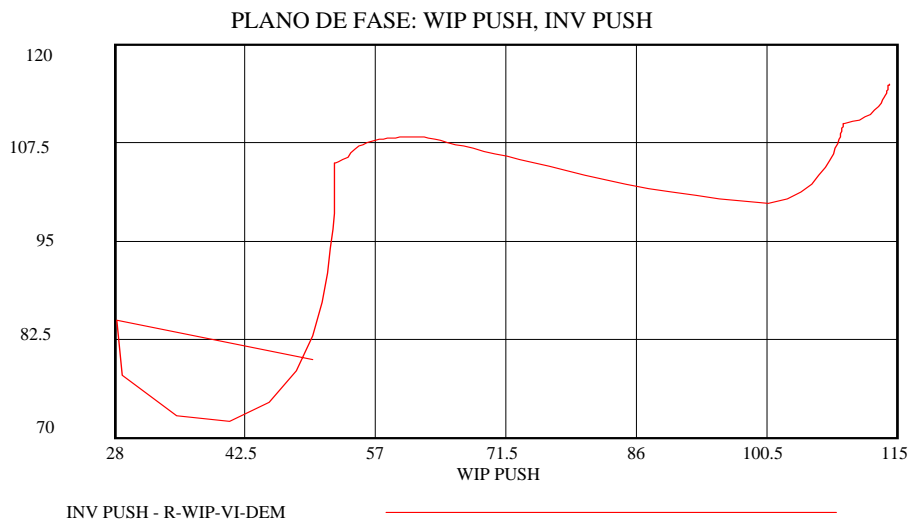


FIGURA 204. Plano de fase del sistema PUSH. Atractor puntual. Demanda ascendente. $(WIP, INV) = (50, 80)$.

9.3.5 Variación en el TAI (Sistema PUSH) y en el IT (Sistema PULL)

En esta sección se analizan los resultados de las simulaciones en el caso en que tanto el tiempo de ajuste del inventario (TAI) en el sistema PUSH, como el tiempo del ciclo KANBAN (IT) en el sistema PULL varían respectivamente de acuerdo con los valores de la discrepancia (en el sistema PUSH) y de la orden de producción (en el sistema PULL).

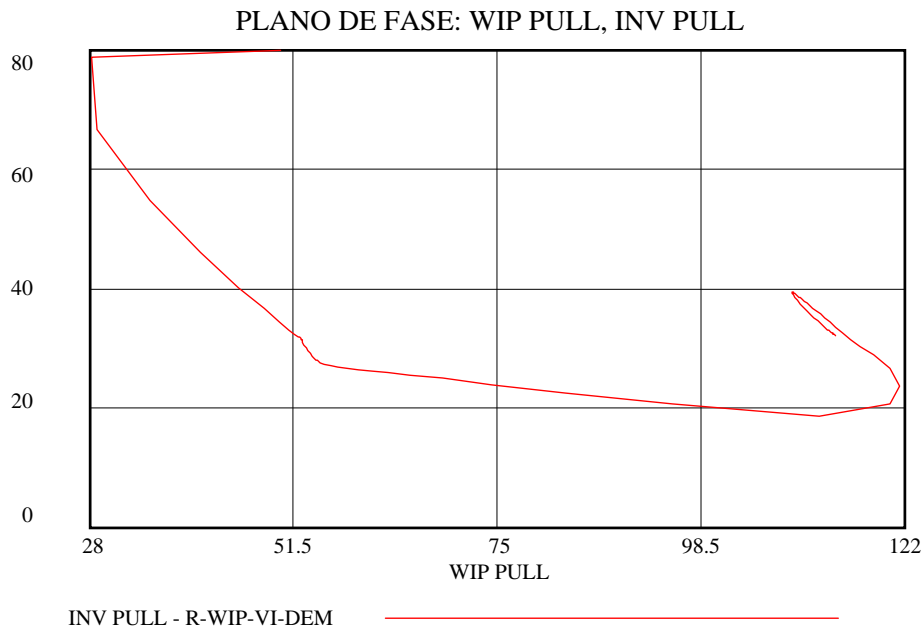


FIGURA 205. Plano de fase del sistema PULL. Atractor puntual. Demanda ascendente. $(WIP, INV) = (50, 80)$.

La discrepancia en el sistema PUSH está definida como:

$$DIF = SS\ PUSH - INV\ PUSH - WIP\ PUSH$$

SS PUSH: período de seguridad

INV PUSH: inventario de producto terminado

WIP PUSH: inventario de producto en proceso

La orden de producción en el sistema PULL está definida como:

$$OP\ PULL = NK * UC - INV\ PULL - WIP\ PULL$$

NK: Kanbans

UC: Unidades por contenedor

INV PULL: Inventario unidades terminadas

WIP PULL: Inventario de producto en proceso

Se analizan los cambios en el TAI y en el IT bajo la suposición de que una organización puede tener restricciones de capacidad y por lo tanto, al tener una discrepancia positiva, o sea, déficit de inventario, se vería la necesidad de conseguir mayor capacidad, o demorar las órdenes de producción. De esta forma, el análisis siguiente se hace con base en una función no lineal de los tiempos de ajuste del

inventario y de los tiempos del ciclo del producto; en forma similar a como se hizo en el modelo de la Figura 183, en esta sección se hace el cálculo de Kanban teniendo en cuenta que IT representa el tiempo del ciclo de vida Kanban. La función no lineal de las nuevas variables TAI e IT, es una función creciente como la que se muestra en la Figura 178. A mayor discrepancia positiva entre el inventario deseado y el inventario del proceso productivo, se necesitará más tiempo de ajuste de las órdenes de producción; esto significa que la organización no amplía su capacidad de producción sino que demora la orden de producción.

La Figura 178 muestra la forma de la curva de los tiempos del TAI y del IT, de acuerdo con las variaciones que se presenten en el cálculo de las diferencias entre los inventarios deseados y los que se tengan en el sistema. Para un mejor análisis de los resultados de las simulaciones, se supone que la función no lineal de los tiempos de ajuste de los inventarios será la misma tanto para el sistema PUSH como para el sistema PULL. La Tabla 28 muestra los valores de los parámetros y de las funciones no lineales utilizadas para el análisis.

TABLA 28. Parámetros utilizados en la simulación. Variación no lineal en TAI y en IT

CASO	TAI	gci	IT	SS	TP	D	WIP inicial	INV inicial	Atractor
PUSH	Fig. 178	0.8			Fig. 167	105	50	80	Puntual
PULL			Fig. 178	0.3	Fig. 167	105	50	80	Puntual

La Figura 206 muestra el comportamiento de la variable WIP en el sistema PUSH. Esta Figura es igual a la Figura 185 de la sección 9.3.1, debido a que el cambio del parámetro TAI en el sistema PUSH no afecta el comportamiento de las trayectorias. Esto se debe a que la discrepancia es negativa desde que empieza la simulación, o sea, siempre se presenta excedente de inventario, por lo tanto no hay una discrepancia con el inventario deseado que amerite la consecución de mayor capacidad de planta, o en su defecto, aplicar un retardo en la orden de producción. Ante esta situación, el sistema PUSH de la presente sección 9.3.5 es equivalente al de la sección 9.2.1. Lo mismo sucede con las Figuras 185 y 207.

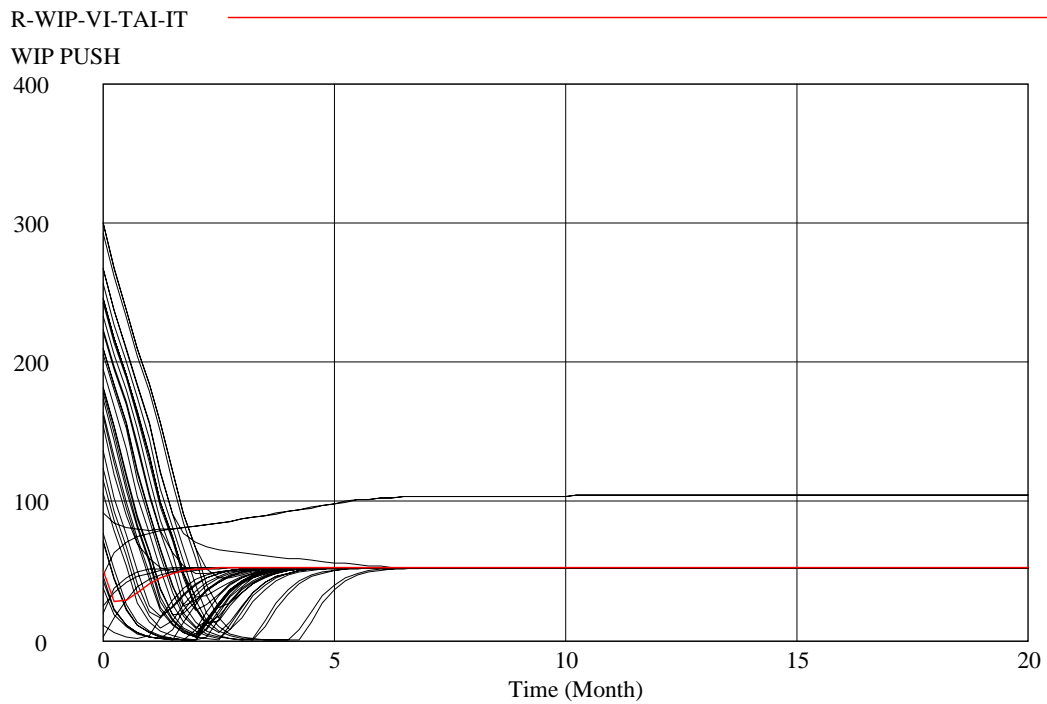


FIGURA 206. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PUSH. Dos atractores

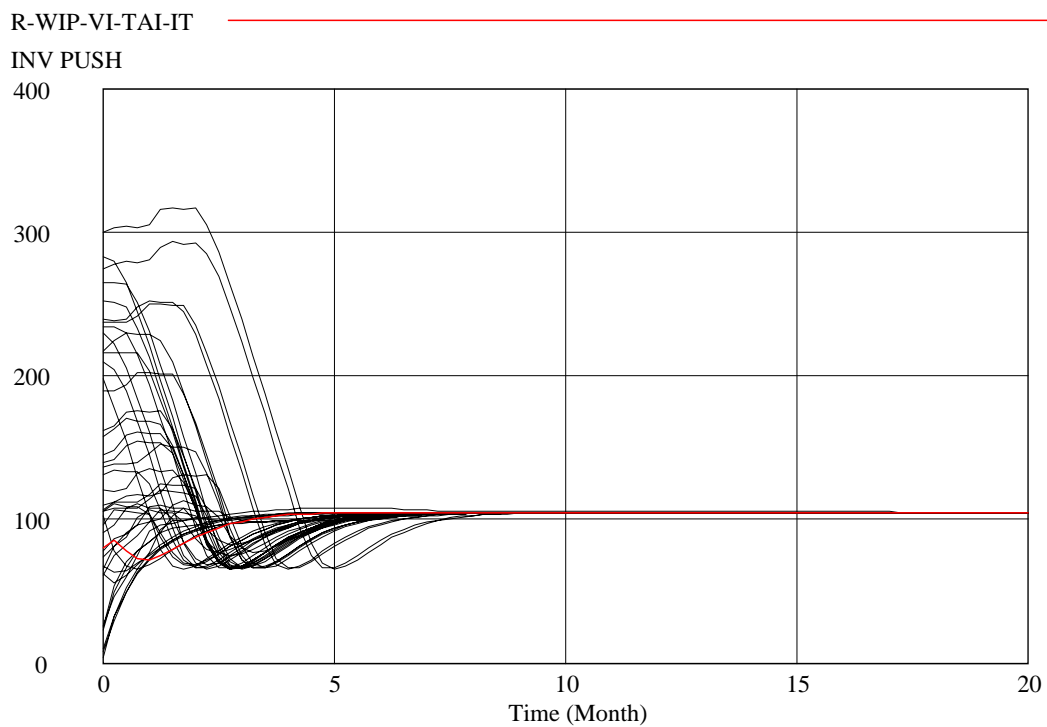


FIGURA 207. Comportamiento temporal del INV en el sistema PUSH. Un atractor.

La Figura 208 muestra el comportamiento de la variable WIP en el sistema PULL. Aunque en este caso el parámetro IT sí cambia sus valores de acuerdo con la función no lineal de la Figura 178, el cambio no llega a ser lo suficientemente significativo como para que produzca cambios en las trayectorias y en las cuencas de atracción, por lo tanto se tiene un sistema igual al que se muestra en la Figura 186, con tres atractores puntuales cuyos equilibrios son aproximadamente iguales a los valores 52, 105 y 210, y las trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables.

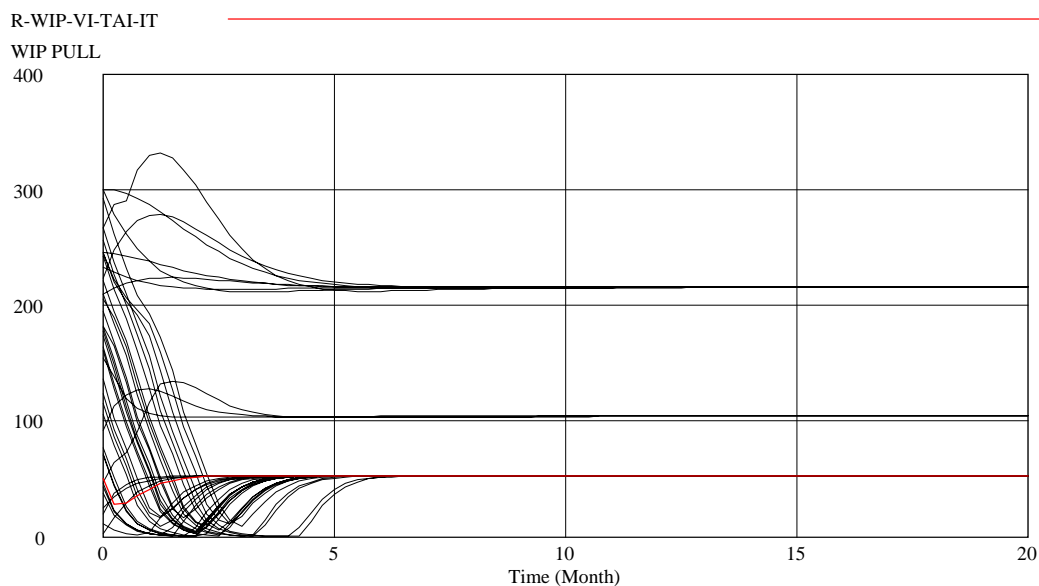


FIGURA 208. Comportamiento temporal del WIP en el sistema PULL. Tres atractores

La Figura 209 presenta las trayectorias de la variable INV en el sistema PULL. Igual que en el caso anterior, Figura 208, parece que el cambio en el valor del parámetro IT no es muy significativo, aunque se observan comportamientos algo extraños como por ejemplo, los múltiples atractores puntuales. Esta Figura 209 tiende a ser igual a la Figura 187; inicialmente parece que fueran iguales ya que hay equilibrios puntuales alrededor de los valores 30, 52 y 90, sin embargo, si se observa bien en la Figura 209, alrededor de cada equilibrio hay muchos equilibrios, lo que puede llevar a tener un sistema, no con tres atractores puntuales impropios asintóticamente estables, sino con múltiples atractores puntuales. La ventaja en este caso, es que los equilibrios están muy cerca uno de otros, con lo cual

es posible que no se presenten grandes traumatismos cuando se tomen decisiones. Los planos de fase de las variables WIP e INV son iguales a los de las Figuras 188 y 189. La Tabla 29 presenta el resumen de los comportamientos mostrados en las figuras de los sistemas PUSH y PULL.

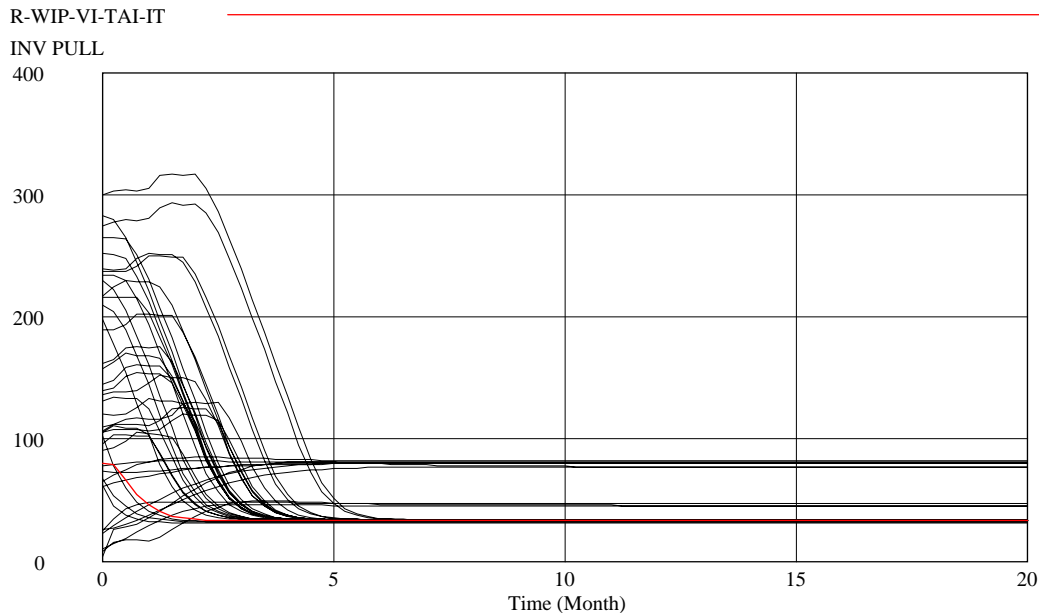


FIGURA 209. Comportamiento temporal del INV en el sistema PULL. Tres atractores

9.4 ANÁLISIS DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA GESTIÓN

El análisis de los dos modelos sencillos de los sistemas PUSH y PULL lleva a plantear algunas conclusiones e inquietudes sobre ambos sistemas, como las siguientes:

El análisis de sensibilidad de los sistemas que no involucran los inventarios de producto en proceso, WIP, muestran la posibilidad de que se presenten: una, dos y hasta tres cuencas de atracción con atractores puntuales cuyas trayectorias pueden ser espirales asintóticamente estables; también se presentan atractores de ciclo límite, específicamente en el sistema PULL. Los comportamientos más comunes que muestran los resultados son los de atractores puntuales, especialmente para los sistemas PUSH. En los sistemas PULL son más comunes los atractores de ciclo límite.

El análisis de sensibilidad de los sistemas que sí involucran los inventarios de producto en proceso *WIP*, muestran la posibilidad de que se presenten una, dos y hasta tres cuencas de atracción, tanto en los sistema *PUSH* como en los *PULL*, pero en este caso los atractores son todos puntuales y sus trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables; sólo en una figura se observa un nodo propio asintóticamente estable. Los nodos propios e impropios, indican que los equilibrios se alcanzan sin fluctuaciones en el período transitorio.

Los inventarios de producto en proceso y de producto terminado, cuando la variable *WIP* no se incluye en la política de la orden de producción, tienen niveles más altos que los inventarios en los sistemas que sí incluyen la variable *WIP* en la orden de producción.

La estabilidad de los inventarios, ya sea con valores altos o bajos, se alcanza de manera más rápida y más suave en los sistemas que incluyen la variable *WIP* en la orden de producción, que en los sistemas que no la incluyen. Como se observa en las figuras de la sección 9.2, la cual no incluye la variable *WIP* en la orden de producción, los atractores puntuales tiene trayectorias en forma de espirales asintóticamente estables, mientras que las figuras de la sección 9.3 muestran atractores puntuales con trayectorias en forma de nodos impropios asintóticamente estables.

A partir de este análisis no es fácil de identificar la preferencia por un sistema *PUSH* o por un sistema *PULL*, debido a que, aunque ambos sistemas son bastante sencillos, las no linealidades hacen que las variaciones en los parámetros lleven a que unas veces las simulaciones muestren que el sistema *PUSH* sea mejor que el *PULL*, y otras veces las simulaciones muestran lo contrario.

Otra situación que no es fácil de definir, es la de si un sistema con estabilidad cíclica sea preferible a un sistema con trayectorias en espiral asintóticamente estable, o a un sistema con trayectorias impropias asintóticamente estables. La selección de una u otra situación queda a criterio del encargado de tomar las decisiones; en algunas ocasiones un atractor de ciclo límite de poca amplitud, puede ser preferible a un atractor puntual con un nivel de inventario bastante alto.

TABLA 29. Resumen de las Situaciones Analizadas en los Sistemas PUSH y PULL.

Situaciones analizadas	Sistema push				Sistema pull			
	Variable WIP		Variable INV		Variable WIP		Variable INV	
	Sin control del WIP.	Con control del WIP	Sin control del WIP	Con control del WIP	Sin control del WIP	Con control del WIP.	Sin control del WIP	Con control del WIP
Tiempos de proceso no lineales. Figura 167.	Tres atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables. Figura 168. Sección 9.2.1	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 184.	Un atractor puntual. Espirales asintóticamente estables. Figura 169. Sección 9.2.1	Un atractor puntual. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 185.	Un atractor de Ciclo límite. Figura 170. Sección 9.2.1.	Tres atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 186.	Un atractor de Ciclo límite. Figura 171. Sección 9.2.1	Tres atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 187
Tiempos de proceso no lineales. Figura 173	Dos atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables. Figura 174. Sección 9.2.2	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 190.	Un atractor puntual. Espirales asintóticamente estables. Similar a la sección 9.2.1	Un atractor puntual. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 191.	Un atractor de Ciclo límite. Similar a la sección 9.2.1	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 192.	Un atractor de Ciclo límite. Similar a la sección 9.2.1	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 193.
Cambios en SS-PULL y GCI-PUSH Tiempos de proceso de la Figura 167.	Atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables.	Tres atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 194.	Atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables.	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 195.	Atractor de ciclo límite.	Dos atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables. Figura 196.	Atractor de ciclo límite.	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 197.

TABLA 29. CONTINUACIÓN. Resumen de las Situaciones Analizadas en los Sistemas PUSH y PULL.

Situaciones analizadas	Sistema push				Sistema pull			
	Variable WIP		Variable INV		Variable WIP		Variable INV	
	Sin control del WIP.	Con control del WIP	Sin control del WIP	Con control del WIP	Sin control del WIP	Con control del WIP.	Sin control del WIP	Con control del WIP
Incrementos en demanda. Tiempos de proceso de la Figura 167.	Tres atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables. Figura 176	Dos atractores puntuales que se convierten en un atractor puntual. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 200	Un atractor puntual. Espirales asintóticamente estables.	Un atractor puntual. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 201	Atractor de ciclo límite. Figura 177	Tres atractores puntuales que se convierten en dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 202	Atractor de ciclo límite.	Tres atractores puntuales que se convierten en dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 203
Cambios en TAI-PUSH y IT-PULL. Tiempos de proceso de la Figura 167.	Posibilidad de tres atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables. Figura 179.	Dos atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 42 Igual a la Figura 184	Atractores puntuales. Espirales asintóticamente estables	Un atractor puntual. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 43 Igual a la Figura 21	Un Atractor puntual, nodo propio asintóticamente estable. Atractor de ciclo límite. Figura 180.	Tres atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 44 Igual a la Figura 186	1. Múltiples atractores puntuales. Nodos propios asintóticamente estables. 2. Múltiples repulsares. Nodos propios inestables. Figura 181.	Múltiples atractores puntuales. Nodos impropios asintóticamente estables. Figura 209

10. CASO DE ESTUDIO: PYME DEL SECTOR DE LA CONFECCIÓN EN MEDELLÍN, COLOMBIA

10.1 INTRODUCCIÓN

La investigación realizada en el sector de las PYMES, tuvo como finalidad desarrollar un modelo en Dinámica de Sistemas (DS) que suministre una herramienta alternativa a las pequeñas y medianas empresas (PYME) del sector confección para gestionar sus inventarios, para esto se desarrolla un diagnóstico del sector en el cual se identifican los principales problemas para administrar inventarios, y se determina cuáles son las variables más significativas en la cadena de inventarios, para así, con base en el modelo propuesto, elaborar recomendaciones que puedan ser utilizadas para mejorar el desempeño de la gestión de inventarios en las PYME. En el presente capítulo se muestran algunos de los resultados¹.

La metodología utilizada para el desarrollo del trabajo consistió en los siguientes pasos:

- Se hizo una revisión bibliográfica con el propósito de encontrar estudios que se hayan realizado con la técnica de simulación en el sector de las confecciones, especialmente con dinámica de Sistemas, a nivel regional, nacional e internacional, encontrándose que son muy pocos los estudios. A nivel local, se visitan principalmente los gremios y las asociaciones que reúnen la información acerca del sector de la confección, como la Asociación Colombiana de Pequeños Industriales (ACOPI),

¹ CARDONA H., Christian David y CATAÑO P., Javier Eduardo. 2003. Modelo para una gestión eficiente de inventarios en PYMES utilizando Dinámica de Sistemas. Trabajo Dirigido de Grado presentado como requisito para optar por el título de Ingeniero Industrial. Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Trabajo dirigido por los profesores Alexander Correa Espinal y Gloria Elena Peña Zapata. Año 2003.

ASUEMPRESA y otros estamentos como la Cámara de Comercio de Medellín.

- Se elabora una caracterización del subsector de las confecciones, por medio de 8 visitas realizadas a pequeñas y medianas empresas, en donde la observación directa fue la metodología utilizada para analizar el problema, además con la ayuda de entrevistas realizadas a expertos en el tema de inventarios y cierta experiencia en el sector confecciones, se completa el diagnóstico.
- Se identifican las variables más relevantes en el sistema de inventario.
- Se construyó un modelo de simulación continua basado en dinámica de sistemas.
- Se seleccionó una empresa que cumple con las características del subsector y con datos suministrados por la gerencia de ésta, se hizo la validación del modelo en cuanto a su estructura, es decir qué tanto se acerca este a la realidad. De esta validación se concluye que el modelo es capaz de mostrar el comportamiento del sistema inventarios de manera aproximada; de la empresa elegida se validaron los datos de ingresos, niveles de inventarios, costos y ventas.

El problema de gestionar eficientemente el sistema de inventarios cobra importancia desde hace ya varias décadas, la implementación de muchos métodos y técnicas han logrado desarrollos importantes a nivel de tecnologías para abordar este tema, pero aún no se recogen los resultados esperados por los expertos. Algunas de las técnicas que se han utilizado en las empresas son: MRP (planeación de requerimientos de material), MRPII que abarca la gestión de varias áreas de la empresa como finanzas, planeación de capacidad entre otras. Según Tome y Miguillon, consultores de la firma S&T en Argentina la mala administración de los inventarios se debe principalmente al enfoque de gestión que se le da al sistema; decisiones que impactan sobre la cadena de suministros en su conjunto son tomadas por cada parte desde un enfoque independiente con objetivos e información restringida a lo local, como si el resto de los eslabones no existiera, esto además genera conflictos dividiendo las

áreas de la empresa. También han evolucionado herramientas computacionales como la utilización de heurísticos, implementación de software especializado en inventarios, y la utilización de técnicas de simulación discreta y continua. (Sipper y Bulfin 1998)

Se considera apropiado el modelo desarrollado en dinámica de sistemas, dada las características del proceso de administración de inventarios, en donde existen múltiples variables que se relacionan entre sí, y para una gestión eficiente del sistema es necesaria la integración de éstas, por medio de una realimentación de información.

Por último se propone un modelo flexible que se adapta mediante algunas modificaciones a las características de las empresas del sector elegido, ésto apoyado en el diagnóstico realizado y teniendo en cuenta sus limitaciones para empresas del sector, se salen del estándar propuesto.

Con el trabajo desarrollado se quiere dar inicio a futuras investigaciones en la pequeña y mediana empresa en Medellín, con la utilización de técnicas de simulación, específicamente en Dinámica de sistemas, para la administración de procesos logísticos y el mejoramiento continuo de sus operaciones.

10.2. ALGUNOS CONCEPTOS UTILIZADOS PARA EL ANÁLISIS DEL SISTEMA

A continuación se describen algunos conceptos relacionados con el sistema de gestión de la producción y de los inventarios, que fueron utilizados para analizar el sistema de producción de Pymes de confección.

10.2.1 Descripción de la cadena de inventarios

El proceso de administrar los inventarios está integrado a varias áreas de la empresa, por lo general éste comienza en el área comercial, la cual se encarga de realizar los pronósticos de demanda del producto, los cuales son importantes en el momento de tomar decisiones acerca de cuánto se debe producir para cumplir con los requerimientos del mercado; éstos pueden estructurarse de varias maneras según las

características de demanda del producto. Cuando las ventas reales están por debajo de lo presupuestado la empresa incurre en costos por exceso de inventario de producto terminado o en ocasiones pérdidas por obsolescencia.

Luego de tener el presupuesto de ventas el proceso de inventarios se traslada al área de producción; en ésta se elabora la lista de materiales necesarios para realizar los productos requeridos, aquí es muy importante la planeación de la producción debido a que ésta define en qué momento y en qué cantidad se deben elaborar los productos.

Hecha la requisición de materiales, el área de compras elabora los órdenes de materia prima e insumos necesarios en el proceso. Esta área es de mucha importancia para determinar los niveles de inventario de materia prima que tendrá la empresa. Aquí se deben identificar variables que influyen en la administración los inventarios, como: punto de reorden, inventario de seguridad, tiempos de suministro, cantidad de inventario actual, capital de trabajo, poder de negociación entre otras.

El paso final de esta secuencia es producir los artículos donde se obtiene un inventario de producto en proceso y luego un inventario de producto terminado que se almacena para hacer las entregas a los clientes; el consumidor final, parte fundamental de la cadena, se sentirá satisfecho o no según las especificaciones exigidas al proveedor y las entregas oportunas realizadas por este. El anterior proceso se resume en la Figura 210 la cual muestra el ciclo genérico de la cadena de inventarios, empezando por la demanda de producto hasta su entrega al consumidor final.

10.2.2. Enfoques de decisiones en la gestión de inventarios

Existen varios enfoques para abordar las decisiones de gestión de inventarios dentro de una organización, en este trabajo se ilustran de manera clara y concisa tres de los enfoques utilizados, según investigaciones hechas en Argentina por la firma de consultoría S&T; estos se consideran de mayor impacto para la cadena de suministros; en primer lugar se tiene el sistema que trabaja con base en decisiones de optimización de una etapa de la cadena, sin tener en cuenta los otros departamentos de la empresa, esquema independiente; en

segundo lugar se plantea un sistema que trabaja con base en un óptimo local, subordinando así las demás áreas de la cadena, enfoque dependiente; por último un sistema que trabaja considerando la optimización de toda la cadena de abastecimiento mediante un enfoque sistémico o interdependiente.

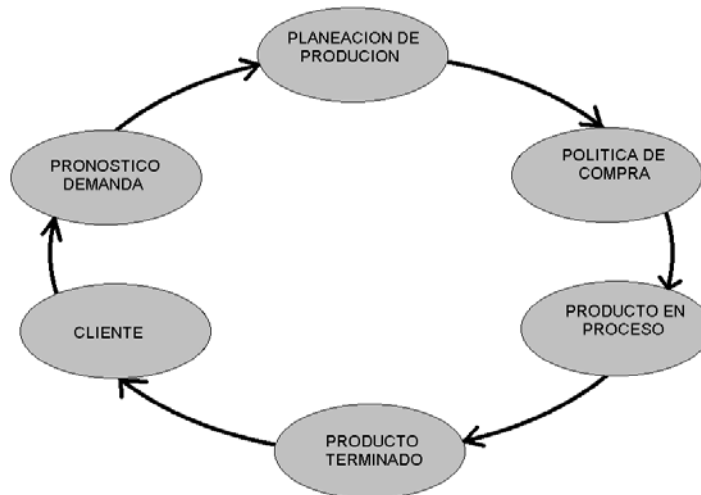


FIGURA 210 Ciclo genérico de la cadena de Inventarios. (Adaptado de Sipper y Bulfin, 1998).

La tabla 30 presenta un resumen de los diferentes enfoques, especificando el énfasis que el actor persigue en la cadena de suministros, con respecto a la decisión de gestión y el alcance que ésta tiene.

10.2.3 Costos de inventarios

Los costos que influyen en el proceso de inventarios son tres: los costos de aprovisionamiento, los de mantenimiento y los costos de ruptura de inventario.

Costos de aprovisionamiento: cuando se realiza un pedido para reposición de inventarios, incluyen el costo de fabricación del producto para diversos tamaños de pedido, el costo de procesar el pedido, el costo de transmitir el pedido al proveedor, el costo de transportar el pedido, el costo de procesamiento del pedido en el muelle de recepción (Ballou, 1991). Cuando la empresa se

autoabastece, el costo de aprovisionamiento es el de poner en marcha la producción.

TABLA 30. Enfoques alternativos para la decisión de inventarios

*	<i>Énfasis</i>	<i>Propósito</i>	<i>Quien</i>	<i>Alcance</i>
Enfoque Independiente	Controlante	Minimizar el costo del controlante sin importar los demás eslabones de la cadena	Demandante u oferente	La empresa
Enfoque dependiente	Subordinado	Minimizar el costo sujeto a las condiciones impuestas por quien controla la relación	El oferente si controla el demandante o el demandante si controla el oferente	La empresa
Enfoque Interdependiente	Sistémico	Minimizar el costo para todo el sistema demandante-oferente	El demandante y el oferente bajo el liderazgo de la parte que controla la relación.	La cadena

*Fuente: Tomé y Miguillón, 2001.

Costos de mantenimiento: son aquellos en los que incurre la empresa por almacenar productos durante un período de tiempo y son aproximadamente proporcionales a la cantidad media de artículos disponibles. Estos se dividen en cuatro:

- Costos de espacio: se deben al uso de un volumen de almacenamiento dentro de un edificio.
- Costos de capital: los costos de dinero invertidos en inventario, el cual representa el 80% del costo total de mantenimiento y es el más intangible.
- Costos de servicio del inventario: estos son por seguros e impuestos y su cuantía no depende sólo de la cantidad de inventario disponible.
- Costos de riesgo del inventario: son los costos asociados con el deterioro, merma, defectuosos u obsolescencia.

Costos de ruptura de inventarios: se da cuando hay un pedido en curso pero no puede satisfacerse a partir del inventario disponible. Hay dos clases de ruptura:

- Costos por pérdida de ventas: cuando el cliente al encontrar que no hay inventarios disponibles, decide retirar su pedido. El costo es el beneficio que se hubiera obtenido con esa venta y el adicional por el efecto negativo en las ventas futuras.
- Costo por retardo de la venta: aparece cuando el cliente espera a que su pedido se haga efectivo, y se da por los costos adicionales en que se incurre por el procesamiento de los pedidos, transporte y manipulación (Ballou, 1991).

La definición de los costos de inventarios se hace con el objetivo de determinar qué costos que se incluyen en el modelo de simulación; los costos más relevantes son: costos de fabricación, espacio, capital, servicios del inventario y riesgo del inventario, estos se tienen en cuenta en el modelo y se detallan en la descripción de las variables.

10.3 DIAGNÓSTICO DEL SECTOR PYME

Según ACOPI (Asociación Colombiana de Pequeños Industriales) se entiende por pequeña empresa aquella con un número de empleados entre 10 y 49, y por mediana empresa aquella entre 50 y 200; ésta es una definición más adaptada al sector manufacturero que a otros sectores, no debe ser el único criterio de identificación, dado que con el avance tecnológico de este sector y el posible desarrollo de otros sectores deberían incluirse otros criterios para su definición, además cuando se dispongan de estadísticas más completas.

En el Período 1991-1995 la PYME representa cerca del 92.5% de los establecimientos industriales, en el período preapertura económica como en el postapertura la PYME generó cerca del 40 % de la producción bruta y el 34 % del valor agregado, además en materia de generación de empleo se puede decir que desde 1993 el empleo industrial para todo tamaño de empresa, empezó a sentir los efectos de la competencia externa y la búsqueda de mayor racionalización de costos en las empresas, con disminuciones de empleo en términos

absolutos; sin embargo, durante los años 1985-1995 el sector PYME ha generado entre el 49 y el 50% del empleo industrial colombiano.

En general se puede decir que la competitividad de las pequeñas y medianas empresas es menor debido a su más baja productividad laboral. Esto también las lleva a pagar menores salarios por persona ocupada y a encontrar mano de obra de menor calificación, a involucrarse en producciones de menor complejidad tecnológica (menor valor agregado por producto) y a enfrentar así de forma desventajosa la competencia internacional. (ACOPI 1998).

Con lo anterior se puede observar que la pequeña y mediana industria en Colombia está bien posicionada en el sector manufacturero y es de gran aporte para la economía colombiana, sin embargo es un sector con debilidades que podrían mejorarse con inversión en proyectos de desarrollo.

10.3.1 Fortalezas del sector de la Pyme

- Un tamaño pequeño debería permitirles una capacidad de repuesta rápida ante cambios en el entorno.
- Estas empresas son una importante fuente de empleo y de generación de ingresos para sectores socialmente débiles.
- El sector PYME sirve de apoyo de suministros para la gran empresa. (ACOPI, 1998).

10.3.2 Principales problemas globales identificados

- El sector PYME es más vulnerable a las fases de recesión económica.
- El sector PYME enfrenta el comercio mundial con grandes debilidades estructurales.

Existen razones de peso para que las PYME presenten los problemas descritos anteriormente, la PYME es más vulnerable a las fases de recesión económica dado que estas tienen su mayor impacto en la clase media y baja, clase que a su vez representa un gran porcentaje de los clientes de la PYME; además, la PYME tiene problemas para enfrentar el comercio mundial por razones como: normatividad de los

productos, ligado a ésto está la certificación de entidades internacionales de calidad, tecnologías utilizadas en producción, créditos de financiación para mejorar sus condiciones de productividad y otros aspectos. (ACOPI 1998)

10.3.3 Problemas identificados en tecnología en las Pymes (acopi 1998).

- Problema cultural; es una de las causas de mayor atraso y obsolescencia tecnológica de la PYME, en general el nivel de información y la actitud sobre nuevas tecnologías es negativa.
- Para una empresa pequeña o mediana a nivel individual es muy difícil hacer investigación y desarrollo, debido a su tamaño.
- En asociaciones empresariales existentes de pequeñas y medianas empresas la uniformidad en la calidad del producto y el cumplimiento en los compromisos adquiridos se convierten en una limitante de peso para el desarrollo de éstas.
- La oferta de redes de información tecnológica es baja en la PYMES en Colombia, ésto también es una limitante para la consolidación de grupos empresariales en el sector PYME.
- Inadecuada información existente sobre las condiciones del mercado doméstico e internacional.
- Los empresarios tienen baja capacitación para presentar solicitudes de préstamos y en general la percepción que tiene el sector financiero sobre las PYME es de alto riesgo, aunque ésta es variable para algunos subsectores.

Debido a la inadecuada información, la administración en la cadena de suministros presenta dificultades en algunos de los eslabones más importantes como son la gestión comercial, administración de la producción y manejo de inventarios.

10.3.4 Manejo de inventarios en las Pyme

Como se mencionó anteriormente, uno de los problemas identificados en tecnología en la PYME es la dificultad para llegar a una gestión eficiente de los inventarios, en esta parte se da una introducción al manejo de inventarios en la PYME, como apoyo al desarrollo de este trabajo.

El manejar altos niveles de inventario puede ser beneficioso hasta el punto en que proporcionen un servicio eficiente a la demanda de los clientes, además que la empresa ahorra en la producción y adquisiciones, ya que puede cubrir los pedidos con más rapidez. Sin embargo los altos niveles de inventario afectan negativamente al negocio por los altos costos en que se incurren para el almacenamiento y su manejo, además de esto los productos tienden a la obsolescencia; este es el caso de las PYME en Medellín.

Puede decirse que en el manejo de los inventarios, la ganancia se limita única y exclusivamente a la programación de la producción y no se consideran aspectos como la evaluación del impacto sobre la liquidez de la empresa, el cálculo de los costos relacionados con el mantenimiento y adquisición de inventarios y los costos financieros relacionados con el margen de los inventarios.

Las decisiones sobre inventarios dependen de los niveles de producción y del comportamiento del mercado; es decir la mayoría de las empresas trabajan bajo pedido, esto conlleva a que los niveles de inventario estén estrechamente relacionados con los niveles de producción programados directamente por el cliente.

10.4 CARACTERIZACION DEL SUBSECTOR CONFECCIONES

A continuación se describen algunas características de las Pymes en el subsector de la confección.

10.4.1 Generalidades del Subsector

La industria de las confecciones es de surgimiento reciente, ubicándose su crecimiento en la última década. Se caracteriza por un proceso de producción simple, poco intensiva en capital, al ser comparada con el resto de la industria manufacturera y con grandes potencialidades, dada la gran tradición familiar existente al respecto en el país y a que la pequeña producción tiene grandes posibilidades por ser intensiva en mano de obra. La actividad del confeccionista tiene un comportamiento típicamente estacional y responde a la mayor

demanda que tradicionalmente se genera en el segundo semestre del año.

La mayor parte de las empresas de confección tienden a especializarse en ropa exterior e interior femenina ya que estas prendas presentan mayor variedad y demanda. (MISAS, 1990)

10.4.2 Principales Problemas

- Uno de los problemas que aquejan al pequeño empresario dentro del sector, es la adquisición de materia prima. La producción en pequeña escala debe recurrir a agencias y conseguir la materia prima de contado, al hacerlo asume un sobre costo que la coloca en desventaja con las unidades modernas. De otra parte, las telas de mejor calidad se encuentran reservadas para aquellos clientes que compren grandes cantidades, esto hace vulnerable al pequeño productor, por doble vía, precio y calidad.
- En los mercados internacionales se compite con buen precio, calidad y entregas a tiempo; en Colombia la calidad en la cadena textil-confección está bien posicionada a nivel internacional, pero producir con calidad no es barato, debido a la falta de una buena implementación de Ingeniería Industrial, que genera baja productividad, y a esto se suma los costos de mano de obra y otros aspectos que elevan los costos de los productos, además, la maquinaria que se utiliza en términos generales es obsoleta. En cuanto a las entregas a tiempo las empresas no poseen una cultura de cumplimiento y muchas veces se presentan demoras tanto interna como externamente. (Henao, 1999. Colombia Textil Vol. 35)
- Un problema que enfrentan las producciones no tecnificadas, es el de la comercialización, sin embargo, la práctica de la subcontratación aparece aminorando el esfuerzo de la venta.
- La maquinaria esencial utilizada no representa mayores costos, la componen básicamente máquinas planas y fileteadoras, sin embargo, ampliar la producción exige la utilización de otras como botoneadoras y ojaladoras, las cuales son de difícil acceso para los pequeños productores debido a su precio.

- Durante los últimos años la poca inversión en esta industria, ha generado un problema de fondo como lo es el exceso de capacidad.
- En las confecciones la competitividad internacional está influida en forma decisiva por los costos de la materia prima, los salarios y la productividad del trabajo.
- En este sector hay una estabilidad entre lo que se compra de materia prima y lo que se produce, pero hay una diferencia significativa entre lo que se produce y lo que se vende, esto muestra una falencia en cuanto a los métodos de pronóstico utilizados y se ve reflejado en los niveles elevados de inventario de producto terminado.
- La simplicidad de la tecnología y los mínimos requerimientos de escala hacen que esta industria sea eminentemente competitiva con muy fácil entrada y salida del negocio. (ACOPI 1998).
- El manejo de los inventarios conserva la metodología Push o de empujar, la falta de manejo logístico hace que las empresas se llenen de inventarios al hacer lotes grandes de producción y se pierda mucho dinero en el proceso. Se insiste en la preparación de la gente para un conocimiento de los métodos adecuados para administrar los inventarios; una mejora en el manejo de la contabilidad de costos sería el punto de partida para concientizar a los pequeños empresarios que la administración de los inventarios puede ahorrar mucho dinero, además de una adecuada distribución de las plantas de producción.

10.4.3 Análisis descriptivo de las encuestas y las entrevistas

- En lo que se refiere al manejo de presupuestos de venta, el 75 % de las empresas visitadas elaboran sus presupuestos con base en datos históricos que proporciona el área comercial, no siguiendo un estudio riguroso estadístico de los datos sino más estimativo por el personal de experiencia en el área; este método puede ser apropiado debido a que se aproxima el valor de la demanda por medio de una combinación entre históricos y apreciaciones

cualitativas de personas que se les considera conocedores del proceso, sin embargo el acierto de estos pronósticos es desviado por las fluctuaciones del mercado Colombiano; esto se ve reflejado en los altos niveles de inventarios manejados por estas empresas.

- El restante de las empresas visitadas no utilizan ningún pronóstico de ventas dado que trabajan sobre pedidos, los niveles de inventario de estas empresas son mucho menores que las anteriores, pero su proyección de ventas y su participación en el mercado es menor.
- Las empresas que elaboran su producción con base en históricos conservan la metodología de empuje de mercancía, conocida como PUSH, en este los empresarios producen cantidades de productos e intentan empujarlos hacia el mercado por medio de vendedores que son externos a la compañía.
- En cuanto al manejo de la planeación y programación de producción se puede decir que en las empresas visitadas en un 100% no se planea a largo plazo, y la programación se hace de manera empírica en el 75% de estas; sólo el 25% utiliza herramientas sistematizadas como software de nivel medio.
- A pesar de que las PYMES en su mayoría elaboran su programación de producción empíricamente, los niveles de inventario de producto en proceso son bajos ya que el procedimiento se hace de una forma lógica.
- En el 100% de las empresas la distribución de la planta es improvisada y adaptada a la capacidad disponible de acuerdo con los recursos de la empresa, sin embargo se cuenta con líneas bien balanceadas y una configuración en módulos que optimiza el flujo de material, los espacios son reducidos lo cual dificulta el manejo de la materia prima.
- En el 75% de las empresas visitadas, las compras se hacen con base en el presupuesto de ventas, los niveles de inventario con que se cuenta, así como con unos niveles deseados y tiempos de suministro; en las empresas restantes se compra sólo lo necesario para cubrir los pedidos hechos por los clientes.

- Las relaciones con los proveedores especialmente de telas tiene un punto crítico en general para los pequeños y medianos empresarios, este tiene que ver con los suministros a tiempo de las telas, dado que los grandes proveedores de telas, que por lo general son los de mejor calidad, son exportadores o manejan clientes especiales por tanto dan prioridad a estos y relegan al sector PYME.
- El 62.5% de las empresas visitadas poseen unos niveles de Inventario de materia prima con buena rotación y se pueden considerar bajos, un 25% de estas empresas poseen altos niveles de inventario de materia prima y el restante posee un nivel medio de inventario de materia prima.
- Los inventarios de producto terminado tienen más problemas que los anteriores debido a un mercado cambiante en el cual se desempeñan los empresarios Colombianos debido, a que producen grandes cantidades y luego las mercadean, se encontró que un 62.5% de las empresas visitadas poseen niveles de inventarios medios y altos con respecto al nivel deseado y el restante tienen unos niveles de inventarios bajos.
- El 75% de las empresas visitadas se dedican a la maquila de prendas para grandes empresas, estos por supuesto no tienen problemas de inventarios debido a que este lo maneja el empresario que subcontrata la confección, las empresas restantes subcontratan producción y los costos de inventarios se convierten en críticos así como los costos de distribución, por lo general esto se presenta en las medianas empresas.
- Un 62.5% de las empresas visitadas no tienen determinados los costos por inventarios de manera específica, por esto muchas veces se desconoce la importancia de ellos para el capital de la empresa lo que lleva a que no se tomen medidas adecuadas para su administración; el porcentaje restante de empresas tiene establecidos los costos por tener inventarios, pero no se hace un control sobre éstos para desarrollar la gestión de manera más eficiente.

- El 75% de las empresas visitadas determinan un nivel de inventario de seguridad o nivel deseado del inventario de manera empírica, mediante un análisis de la rotación de las referencias, cada vez que el inventario está por debajo de éste se hace un ajuste o pedido adicional con el propósito de estabilizarlo; el porcentaje restante de las empresas no maneja inventario de seguridad.
- En el 87.5% de las empresas visitadas, el manejo de la información de entrada y salida de inventario de materia prima y producto terminado se hace de manera rudimentaria, trabajan con kardex o registros manuales de entrada y salida de la mercancía, por esto el control del inventario es crítico y en la mayoría de las veces se delega a personas consideradas de confianza dentro de la empresa; esto además no permite tener la información necesaria para la toma de decisiones de cuánto pedir y cuándo hacerlo. El porcentaje restante de estas empresas poseen software especializado para la gestión de los inventarios. Una de las causas de que el manejo de la información en su mayoría se lleve de esta manera es la falta de inversión en tecnologías modernas y la baja capacitación técnica del personal.
- El manejo de la información necesaria para gestionar los inventarios es compartido por las áreas fundamentales para este proceso, además porque varias áreas son manejadas por la misma persona, pero cuando esto no es así existe un conflicto entre compras y producción. El 75% de las empresas visitadas poseen buena comunicación entre las áreas, al contrario del resto.
- El 75 % de las empresas consideran el almacén como una dependencia con una importancia media y alta, y el resto consideran que éste es un área de baja importancia.
- Con la anterior descripción se hace una caracterización de la PYME en el subsector confecciones, haciendo un análisis de estadística descriptiva más no probabilística, ya que la muestra elegida (8 empresas) no es representativa en este sentido. Además como se mencionó anteriormente se busca apoyar la caracterización descrita por medio de los gremios industriales relacionados con la PYME en general, así como con la opinión de los expertos en el tema.

10.4.4 Empresa elegida para la validación del modelo

La empresa que proporcionó la información básica para hacer las simulaciones del modelo y su posterior validación tiene como razón social el nombre CODENÍ & PIMPINELA LTDA

- **RESEÑA HISTORICA:** Confecciones Codeni & Pimpinela Ltda., es una empresa del sector de la confección, dedicada a la producción de ropa interior para dama. Nace con la iniciativa de dos personas en la década de los años sesentas, aproximadamente en 1963.

En un comienzo se trabajó la ropa para niños y en mayor proporción la ropa para dama, pero al cambiar la empresa de dueño, se hizo énfasis en la producción del brasier para dama. Una década después se presentó una crisis de liquidez que condujo a una reestructuración de la empresa incluyendo la composición de los socios.

La empresa posee un plantilla variable de trabajadores entre 20 y 30 en un sólo turno, de los cuales se destinan el 50 % de estos al procesamiento del producto propio y el restante al procesamiento de los productos subcontratados.

En la actualidad manejan aproximadamente 80 referencias, éstas varían durante el año, y la comercialización de ellas se enfoca a los estratos socioeconómicos bajos; su estrategia de venta está basada en agentes viajeros ya que no poseen puntos de ventas directas.

- **Misión:** Codeni & Pimpinela Ltda. Es una empresa dedicada a fabricar ropa interior femenina, dirigida a sus clientes con la mejor calidad, presentación, diseño, precio y servicio. Para ésto necesita tener un grupo humano comprometido con la empresa, y así mejorar su calidad de vida y su bienestar laboral.
- **Visión:** Codeni & Pimpinela Ltda. Para el año 2005 habrá recuperado el mercado nacional en las zonas fronterizas y ampliará el mercado en Ecuador y Bolivia.

- **Producto elegido:** Brasier señorero referencia 30 lleva aproximadamente 40 años en el mercado, su mayor venta se obtiene en los departamentos (provincias) de Santander, Santander del Norte y Cundinamarca, por mujeres de la tercera edad. Esta referencia es la que mayor participación tiene de maquila en la empresa, pues la empresa LEONISA S.A, mayor subcontratante de la empresa CODENI & PIMPINELA LTDA., la comercializa. Su participación sobre las ventas totales de la empresa es del 44% y con base en esto se hace la distribución de los costos fijos de la empresa.

El producto está compuesto en un 90% por tela llamada pipelina, y un 10% de insumos.

En la tabla 31 se presenta la secuencia de operaciones de la referencia 30 con el objetivo de que el lector tenga una visión mas detallada de la producción.

TABLA 31. Secuencia de proceso referencia 30.

SECUENCIA	DESCRIPCIÓN	MAQUINA
01	Doblar marquilla	Plana
02	Unir partes de copas	Plana sencilla
03	Voltear partes	Manual
04	Unir superior e inferior	Fagot
05	Hacer espiral	Plana sencilla
06	Unir centro	Plana cuchilla
07	Sesgar centro	Sesgadora
08	Sesgar base	Sesgadora
09	Hacer tira cotilla	caderreta
10	Hacer cotilla emperador	Crocheta
11	Pegar cotilla	Crocheta
12	Pulir cotilla y base	Manual
13	Pegar elástico lateral	Plana sencilla
14	Sesgar base y lateral	Sesgadora
15	Pegar espaldas	Plana sencilla
16	Pegar elástico	Plana cuchilla
17	Sesgar espalda	Sesgadora
18	Hacer sesgo mora	Plana automática
19	Pegar sesgo mora / cargadera	Sesgadora
20	Pegar gancho y ojete	ZZJ
21	Pulir prenda	manual
22	Revisión prenda	manual

10.5. MODELO DE DINÁMICA DE SISTEMAS

A continuación se muestran el diagrama causal y el de flujos y niveles del proceso de administración de inventarios descrito para la pequeña y mediana empresa del subsector confecciones en Medellín. El diagrama causal incluye el ciclo integrado de procesamiento propio y un diagrama para el ciclo de maquila. También se describen las variables de forma detallada, especificando: tipo de variable, unidades de las variables, su relación con otras variables, y las ecuaciones matemáticas de las variables.

10.5.1 Diagrama causal

La Figura 211 muestra cuatro de las etapas que describen el modelo, como son: inventario de materia prima, producto en proceso y producto terminado, ingresos brutos y estructura de costos. También se muestra el diagrama del proceso de maquila, es decir el producto que recibe la empresa, de las empresas grandes, para ser procesado. El proceso de maquila está directamente relacionado a través del inventario de producto en proceso y los ingresos brutos de la empresa.

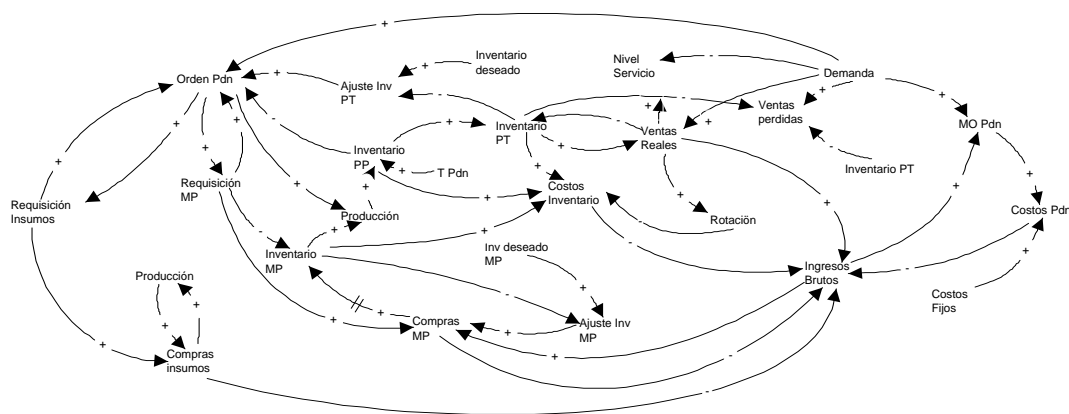


FIGURA 211. Diagrama Causal Administración de Inventarios

Las cuatro etapas del proceso inician con la estimación de la demanda, la cual genera una orden de producción que se convierte en dos tipos de requisición, de materia prima y de insumos; la primera disminuye el nivel del inventario de materia prima, y la segunda incrementa las

compras de insumos, las cuales son aproximadamente iguales al total de la requisición ya que estos no se tienen en una cantidad significativa en la empresa. Las compras disminuyen los ingresos brutos de la empresa lo cual implica que si los ingresos brutos son iguales a cero no se realizan compras.

Para realizar el cálculo de las compras de materia prima se revisa el valor del inventario de materia prima, para determinar si es necesario hacer un ajuste de éste, hasta llegar al nivel deseado y luego se suman las requisiciones que provienen de la orden de producción, esto incrementa el nivel de inventario de materia prima.

Luego de esto se genera la producción la cual incrementa el nivel del inventario de producto en proceso, éste después de un tiempo de procesamiento se convierte en producto terminado el cual se vende y genera ingresos que incrementan los ingresos brutos de la empresa.

Según las ventas reales y el inventario promedio, se determina la rotación del inventario el cual es un indicador de la permanencia de los productos en el almacén, lo cual es importante, ya que éste determina con qué frecuencia se están vendiendo los productos. El mantener inventario en bodega genera unos costos por manutención del inventario.

En la Figura 212 se ve que el proceso de maquila parte de una demanda de maquila o producto subcontratado por lo general por empresas grandes, a empresas pequeñas o medianas; esta demanda generalmente es conocida en el tiempo debido a que se hace en forma de convenio o contrato por la empresa grande (contratante) y la empresa pequeña o mediana (contratista). La entrega de la materia prima presenta un retardo por causa del proceso de preparación del corte de la tela y su posterior envío; luego de esto se genera una entrega de maquila que incrementa el nivel de inventario de maquila el cual en el modelo se considera de bajos costos para la empresa.

Se realiza la orden de producción de maquila la cual incrementa el nivel de inventario de producto en proceso, después de un tiempo de procesamiento se obtiene el producto terminado el cual se entrega inmediatamente a la empresa contratante, por último se obtiene una utilidad originada por el procesamiento de estos productos.

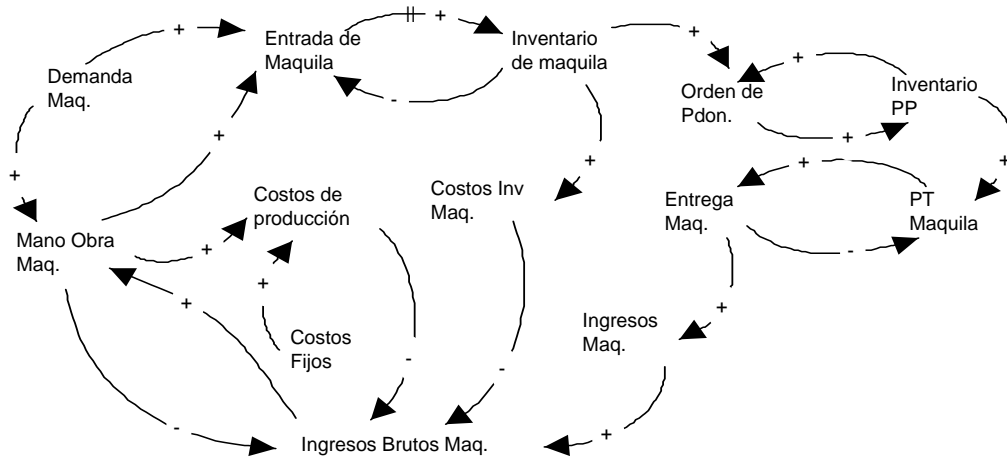


FIGURA 212. Diagrama Causal del proceso de maquila.

La demanda de maquila requiere de una mano de obra adicional a la que posee la empresa para procesar su producto propio, esta mano de obra incurre en unos costos de producción que disminuyen los ingresos brutos, lo que da a entender que si no se dispone de estos no se podrá contar con mano de obra para maquila, a su vez la mano de obra con que se cuenta para este proceso determinara la capacidad de recibir productos subcontratados de otras empresas.

10.5.2 Diagrama de Flujos y Niveles

A partir del diagrama causal presentado en la figura 211 se construyen las etapas 1, 2, 3, 4 y 5. Los diagramas descritos en las figuras 213 y 216 representan un ejemplo de la estructura del modelo de simulación de las etapas 1 y 4; con base en los resultados de las simulaciones se elabora la validación y el análisis del sistema de administración de inventarios en la PYME confección.

Las cinco variables de nivel del modelo Administración de Inventarios, son:

Ingresos brutos:

Inventario de Maquila:

Inventario de Materia Prima:

Inventario de Producto en Proceso:

Inventario de Producto Terminado:

$Ingresos_Brutos = ingresos - Egresos$

$Inv_Maq = - Orden_Pdn_maq +$
 $Entrada_Maq$

$Inv_MP = + llegada_de_MP -$
 $producción$

$Inv_PP = - PT_Maq - Entrada_PT +$
 $entrada_PP$

$Inv_PT = + Entrada_PT - Ventas_PT$

En el anexo 4 se muestra el tipo de las variables utilizadas en las cinco etapas, el significado de ellas y las relaciones funcionales o ecuaciones de cada una. A continuación se muestran los diagramas de flujo y niveles de las etapas 1 y 4, lo mismo que las gráficas de las series históricas de las demandas “propia de la PYME” y por “maquila”.

♣ Etapa 1: Inventario de Materia prima

La Figura 213 muestra en detalle el diagrama de Flujos del proceso de la etapa 1, Inv_Materia_Prima.

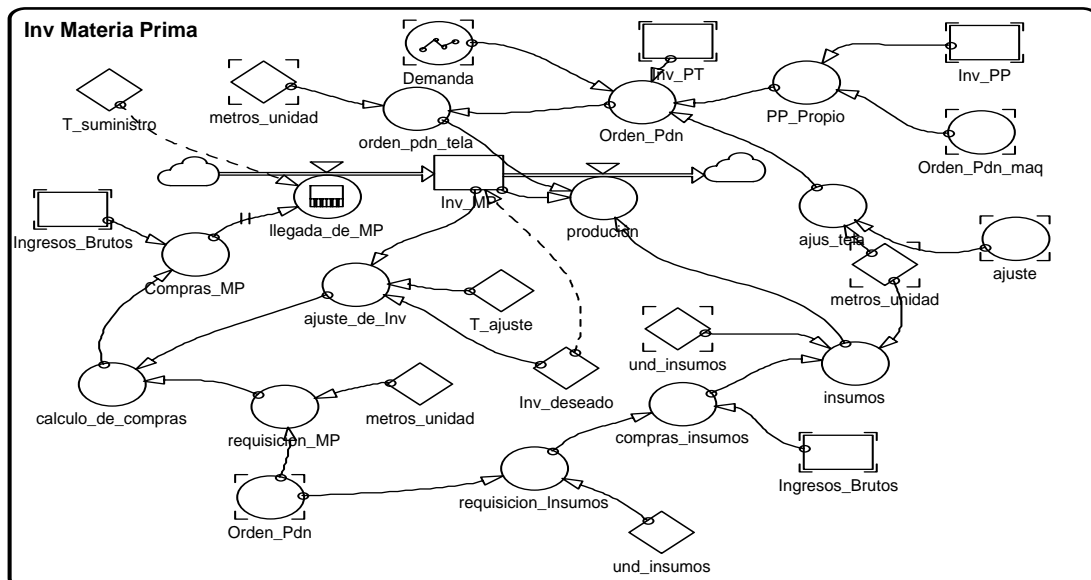


FIGURA 213. Diagrama de Flujos y Niveles de la etapa correspondiente al módulo de inventario de materia prima.

De las cinco variables de nivel, en esta sección sólo se muestra la variable *Inv_MP* (inventario de materia prima), expresada como función, tanto de las variables de nivel del modelo, incluida ella misma, como de parámetros y constantes. La ecuación de la variable de nivel *Inv_MP* es la siguiente:

$$Inv_MP = dt * llegada_de_MP - dt * producción$$

Donde:

$$\text{llegada_de_MP} = \text{DELAYPPL}(\text{Compras_MP}, T_{\text{suministro}}, 0)$$

$$\begin{aligned} \text{llegada_de_MP} = & \text{DELAYPPL}(\text{IF}(\text{Ingresos_Brutos} > 0, \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado} \leq \text{Inv_MP}, 0, \\ & \text{Inv_deseado} - (\text{Inv_MP}/2)) + \\ & (\text{IF}((\text{Inv_PT} + (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq})) > (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}), 0, (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}) \\ & - \text{Inv_PT} - (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq}))) * \text{metros_unidad}, \\ & 0), 2, 0) \end{aligned}$$

$$\text{producción} = \text{MIN}(\text{Inv_MP}, \text{insumos}, \text{orden_pdn_tela})$$

$$\begin{aligned} \text{producción} = & \text{MIN}(\text{Inv_MP}, ((\text{IF}(\text{Ingresos_Brutos} > 0, \\ & (\text{IF}((\text{Inv_PT} + (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq})) > (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}), 0, (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}) - \text{Inv_PT} - (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq}))) \\ & * \text{und_insumos}, 0)) / \text{und_insumos}) \\ & * \text{metros_unidad}, (\text{IF}((\text{Inv_PT} + (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq})) > \\ & (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}), 0, (\text{Demanda} + \\ & \text{IF}(\text{Inv_deseado_PT} \leq \text{Inv_PT}, 0, \text{Inv_deseado_PT} - \text{Inv_PT}) \\ & * \text{metros_unidad}) - \text{Inv_PT} \\ & - (\text{Inv_PP} - \text{Inv_Maq}))) * \text{metros_unidad}) \end{aligned}$$

Al mirar con detalle la ecuación anterior, Inv_MP (inventario de materia prima), se observan las tres siguientes no-linealidades:

- La función de retardo de tubería DELAYPPL,
- La expresión de condicionalidad IF, y,
- La expresión de selección MIN.

La presencia de estas tres no-linealidades en la ecuación, indica que el sistema tiene un límite de capacidad en alguno o algunos de sus procesos, pero además, es claro que las no-linealidades no tienen expresiones matemáticas que lleven a pensar que el sistema pueda presentar bifurcaciones o comportamientos extraños en sus trayectorias. Todas las posibles alternativas de la función IF y de la función MIN, representan la selección de parámetros o de variables que involucran sólo operaciones básicas matemáticas entre las

variables y los parámetros; esto ocasiona que el efecto en las trayectorias resultantes sea de proporcionalidad. Las trayectorias deben corresponder por lo tanto, a atractores puntuales; un atractor puntual por cada cambio en un parámetro o en un conjunto de ellos. Sin embargo, como la demanda es obtenida a partir de series históricas, los atractores puntuales se convierten en atractores caóticos, pero sólo debido a la estocasticidad de la demanda.

El análisis de las otras cuatro variables de nivel muestra que todas ellas tienen una forma similar a la variable Inv_MP: Retardos, función condicional IF, y función de selección MIN. En la sección de resultados se muestran algunas gráficas con los comportamientos de las variables Inv_PT e Inv_PP.

La Figura 214 muestra la serie histórica de cuatro años, correspondiente a la Demanda propia de la empresa, o sea, sin la demanda de la maquila. A partir de la demanda se determina la cantidad de producto terminado requerido por los clientes en cada mes. Para la validación del modelo se utilizaron datos históricos de los cuatro años.

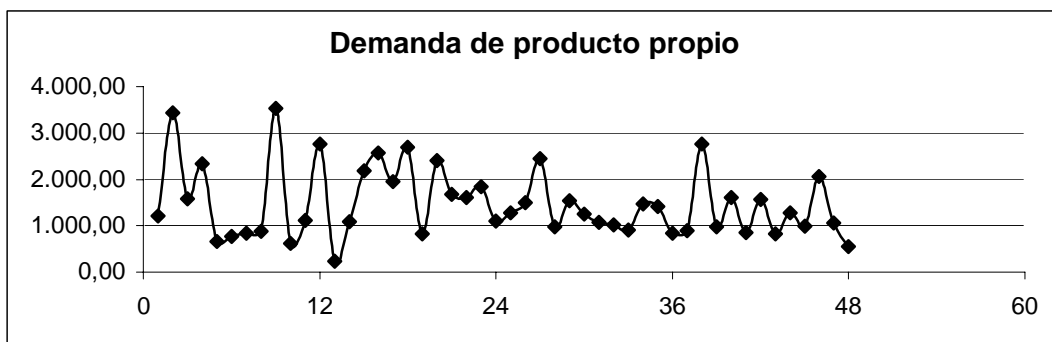


FIGURA 214. Históricos de demanda propia, 1999-2002, Codeni & Pimpinela Ltda. (Cifras en número de unidades)

Esta etapa 1 se relaciona directamente con la etapa de inventario de producto en proceso y de producto terminado por medio de las variables producto terminado, producto en proceso, ingresos brutos, demanda y producción.

En el anexo 4 se presenta un resumen de las variables de todas las etapas, en donde se especifica el tipo de variable, su sigla en el

diagrama de Flujos y Niveles, sus unidades y su relación con las demás variables.

Las variables y los diagramas de Flujos y Niveles de todas las etapas, la 1, 2, 3, 4 y 5 pueden consultarse en detalle en Cardona y Cataño (2003). Aquí sólo se presentan las figuras de las etapas 1 y 4, con el propósito de mostrar cómo se hizo el estudio de la PYME y de tener presente el proceso de Maquila.

♣ Etapa 4: Producción de maquila

El diagrama de Flujos y Niveles del proceso de producción de maquila o unidades subcontratadas que se muestra en la Figura 215, se obtiene a partir del diagrama causal de la figura 212.

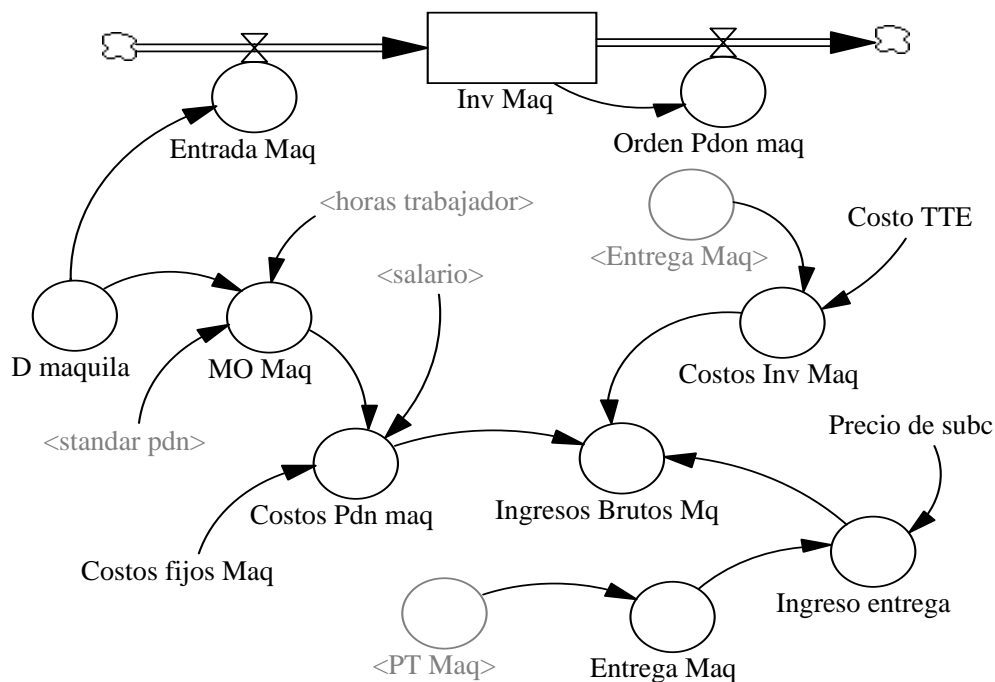


FIGURA 215. Diagrama de Flujos y Niveles de la etapa correspondiente al módulo de Producción de Maquila.

La figura 216 muestra la serie histórica de los cuatro años comprendidos entre 1999 y 2002. La demanda de maquila es la cantidad de unidades subcontratadas por una empresa para ser fabricadas en la empresa pequeña.

Esta etapa se relaciona con las otras por medio de las variables “entrada de producto en proceso” e “ingresos brutos”.

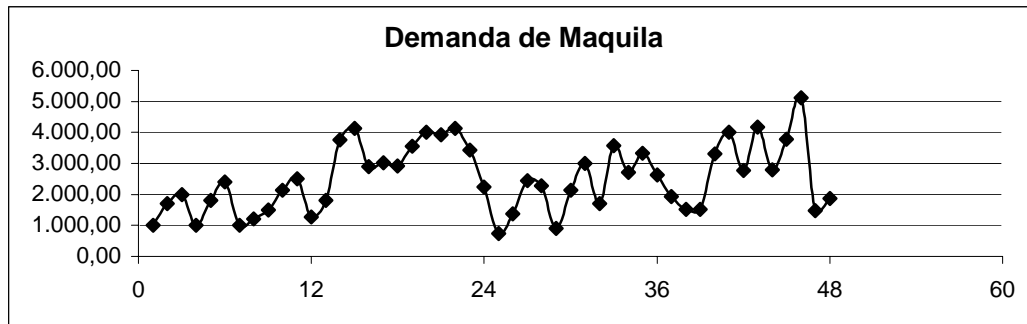


FIGURA 216. Demanda de maquila Codeni & Pimpinela.1999-2002. (Cifras en número de unidades)

10.5.3 Validación del modelo de simulación

La validación del modelo de simulación se hizo principalmente desde el punto de vista de su estructura, y de los datos históricos, es decir, se compararon los resultados de las ventas con los datos históricos de los años 1999 a 2002; estos últimos fueron proporcionados por la empresa Codeni & Pimpinela, y se observó que los resultados de la simulación están bastante cerca de los históricos, además, los resultados muestran comportamientos acorde con el funcionamiento del sistema real.

10.5.4 Análisis de los resultados de la simulación

Desde el punto de vista del Análisis Cualitativo, se observa que dada la complejidad del modelo, en cuanto al número de variables y a las formas no lineales, es difícil hacer un estudio matemático, por lo cual se recurre al análisis a partir de variaciones en las condiciones iniciales de las variables de nivel. Este análisis mostró que, dada la forma de la serie histórica de las demandas propias de la empresa, y por maquila, el comportamiento del sistema corresponderá casi siempre a un proceso aleatorio, o a un atractor caótico. Las características del sistema de la PYME de confección estudiada, y el entorno productivo, económico, social y gubernamental en el cual está ubicada la empresa, hacen que la mayoría de los parámetros varíen

continuamente, razón por la cual es difícil tener una estabilidad puntual, cíclica o periódica.

Como se mencionó en la descripción del sistema, la empresa busca acomodarse a las condiciones del mercado, ya sea contratando personal si la demanda sobrepasa los límites de capacidad de su propia planta de cargos, ya sea contratando vendedores que ofrezcan y vendan los excedentes de producción.

La figura 217 muestra un análisis de sensibilidad para las trayectorias de la variable *Inv_MP*, Inventario de Materia Prima. El aparente comportamiento caótico de todas las trayectorias, corresponde a un comportamiento aleatorio ocasionado por la estocasticidad de la demanda; cuando la demanda es constante, se presenta un atractor puntual. La multiplicidad de trayectorias corresponden, como se explicó en la sección 10.5.2, a la forma proporcional de las ecuaciones de nivel; modificaciones en algunos parámetros generan tantas trayectorias como valores distintos se le de al parámetro al que se le haga el análisis de sensibilidad.

La figura 218 muestra la variable auxiliar “*proces_propio*”, la cual forma parte del inventario en proceso, pero además alimenta a la variable de flujo que entra en la variable de nivel “*Inv_PT*”. Esta variable “*proces_propio*” tiene trayectorias un poco más caóticas que las de *Inv_MP*. Aunque parezca que las trayectorias de la figura 217 tienen puntos de quiebre más suaves que los puntos de quiebre de la figura 218, ello se debe a la escala que se maneja en el eje de las ordenadas en ambas figura. Las trayectorias tienden a estabilizarse, aunque sea aleatoriamente, a partir del período 20, después de un período transitorio.

Las trayectorias de las figura 217 y 218 se obtuvieron por medio de un análisis de sensibilidad que se hizo en las condiciones iniciales de las variables de nivel “*Inv_PP*”, inventario de producto en proceso, e “*Inv_PT*”, Inventario de producto terminado. En la Figura 218 puede verse en el eje de la ordenada, el intervalo de variación en las condiciones iniciales del producto en Proceso, “*Proces_propio*”, el cual está aproximadamente entre cero y 1.600 unidades. Las trayectorias generadas en dicho rango, dan como resultado la posibilidad de varios atractores caóticos o aleatorios, lo que indica que

de acuerdo con las condiciones iniciales, podrían presentarse distintas cuencas de atracción.

El producto en proceso por maquila “Inv_PP”, está formado por la producción generada por Maquila. La figura 218 muestra solamente la producción propia, en tanto que la Figura 219 muestra la producción por maquila.

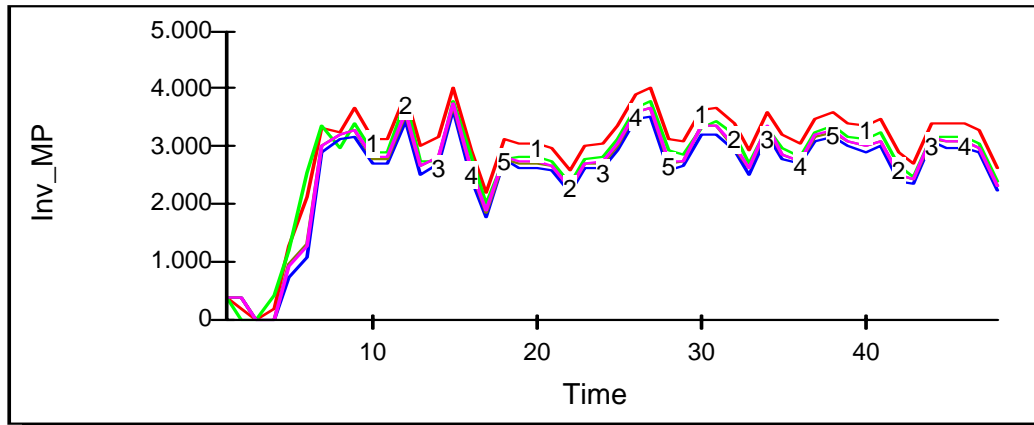


FIGURA 217. Análisis de sensibilidad realizado a la variable de nivel Inv_MP.

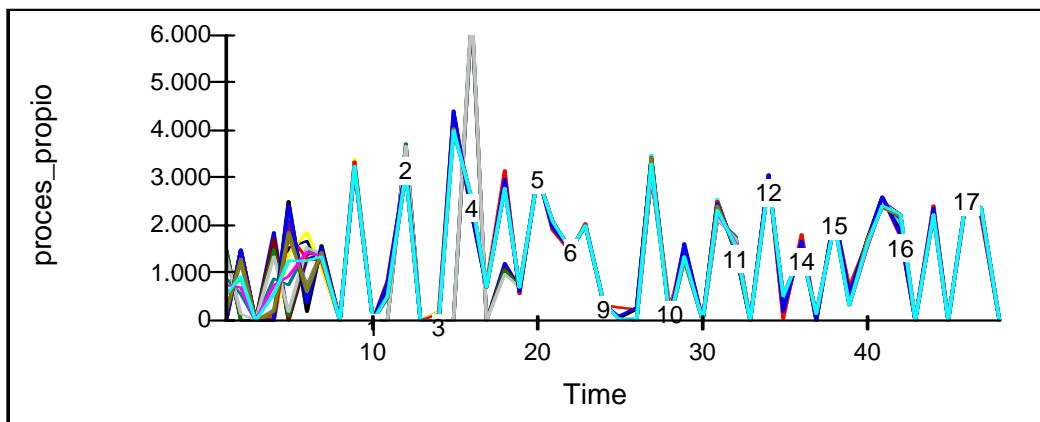


FIGURA 218. Análisis de sensibilidad realizado a la variable “proces_propio”.

El análisis de sensibilidad muestra un efecto proporcional en la producción de maquila. Los cambios, tanto en algunos parámetros como en las condiciones iniciales, llevan a tener tantos atractores puntuales como valores iniciales se tengan; No se presentan cuencas de atracción que permitan tener un mismo atractor para una región. Parte de este comportamiento se debe a que la empresa le da prioridad a la producción por maquila, y por lo tanto adecúa su capacidad de producción para poder cumplir con el pedido de maquila.

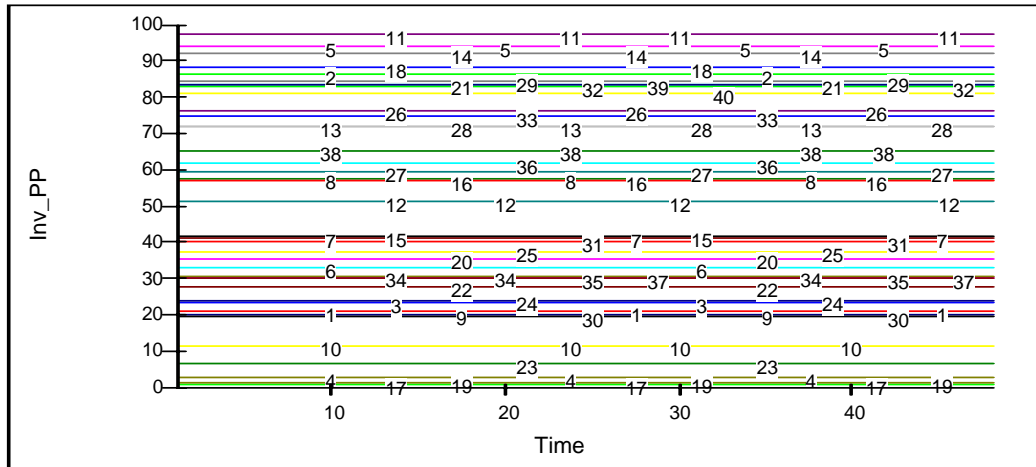


FIGURA 219. Análisis de sensibilidad realizado a la variable “Inv_PP”.

La gráfica de la figura 220 recoge la producción propia “proces_propio” más la producción por maquila “Inv_PP”. En ella se ve un comportamiento similar a la producción propia “proces_propio” de la figura 218; la producción por maquila permanece constante. La gráfica del inventario de producto terminado, “Inv_PT”, en la figura 220, muestra un comportamiento caótico, producido más por la aleatoriedad de la demanda que por la estructura del sistema; al igual que la producción propia “proces_propio”, hay múltiples atractores. Dependiendo de las condiciones iniciales, podrían presentarse diferentes cuencas de atracción, cada una con un atractor aleatorio.

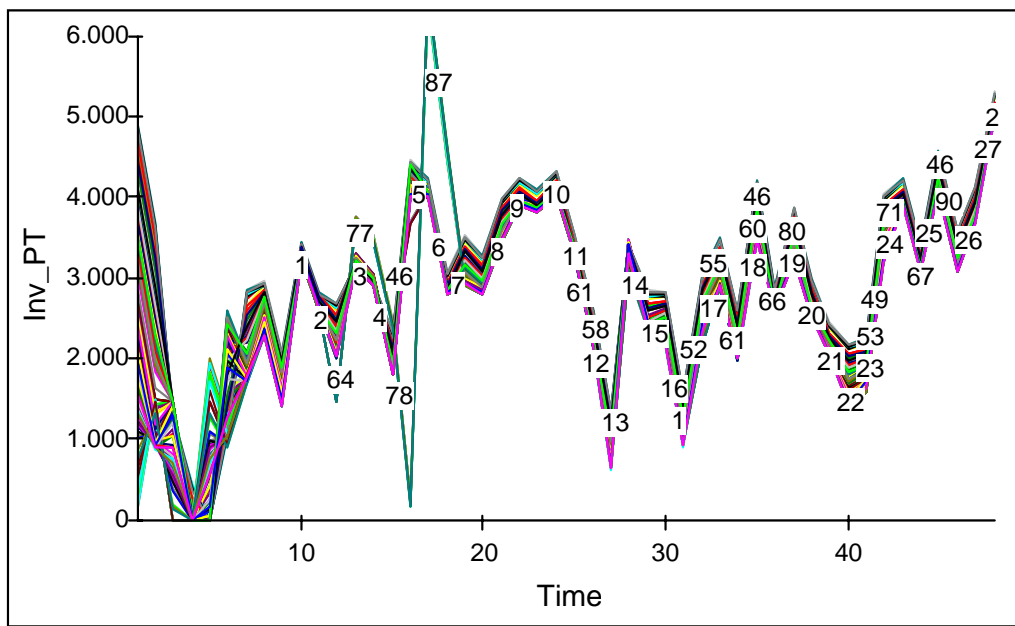


FIGURA 220. Análisis de sensibilidad realizado a la variable “Inv_PT”.

En la figura 221 se muestran los niveles de demanda y las ventas reales del producto propio que tuvo la empresa durante los últimos 4 años, se puede observar que la empresa se acercó bastante a cumplir con las demandas exigidas por el mercado.

Se observa que aproximadamente, entre los períodos 1 y 10, y 26, 27, las ventas están por debajo de la demanda. Ésto se debe, en parte, al trabajo de maquila, ya que la empresa le da preferencia a los pedidos de las empresas grandes, y mientras está trabajando en dicho pedido es posible que no tenga capacidad para atender la demanda propia, ni se preocupa por ampliar su capacidad para poderla atender. Debe recordarse que el trabajo de maquila tiene un tiempo determinado para producirse, lo que es posible que lleve a que haya períodos sin ventas propias; sólo se tendrá la venta cuando se entregue el producto terminado de Maquila. Aún así, cuando no hay producción por maquila, o ésta es baja, la empresa emplea toda su capacidad en la producción propia, con el propósito de poder tener producto terminado en todo momento, con el cual puede satisfacer la demanda.

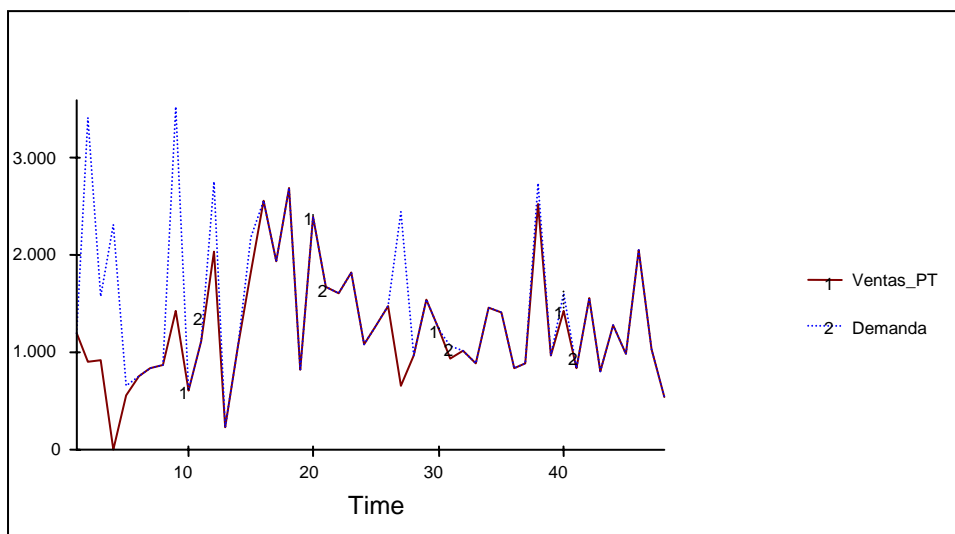


FIGURA 221. Ventas de Producto terminado y Demanda de Producto Terminado

La situación de la PYME de confección, en cuanto al manejo histórico de la demanda, corresponde con los casos analizados en las secciones 8.4.1, 8.4.3, 9.2.4 y 9.3.4, cuando la demanda varía con el tiempo. En los casos hipotéticos de los capítulos 8 y 9 fue posible ver

bifurcaciones; en este caso real se comprueba la posibilidad de que se presenten diversas cuencas de atracción.

La figura 222 muestra las ventas perdidas de la empresa; esta figura es complementaria con la figura 221. Aunque hay períodos con ventas perdidas bastante altas, es mayor el número de períodos sin ventas perdidas. Igual que en la figura 221, y dada la complementariedad, el comportamiento de las ventas perdidas es caótico; períodos con mucha pérdida y períodos sin pérdidas. La forma de disminuir los altos picos de ventas perdidas depende del control o de las políticas que lleven a satisfacer la demanda propia de la empresa.

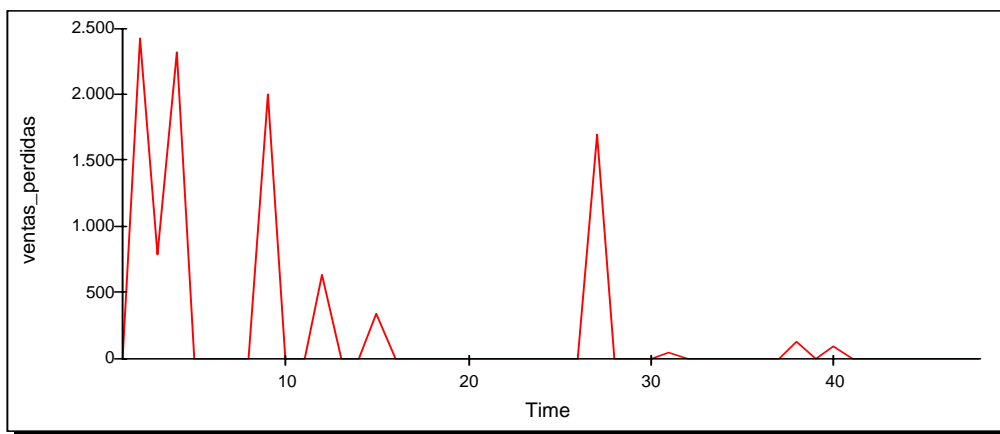


FIGURA 222. Ventas perdidas de producto terminado.

La figura 223 muestra los porcentajes de atención de la demanda; se observa que son bastantes las veces que se satisfacen cien por ciento las demandas.

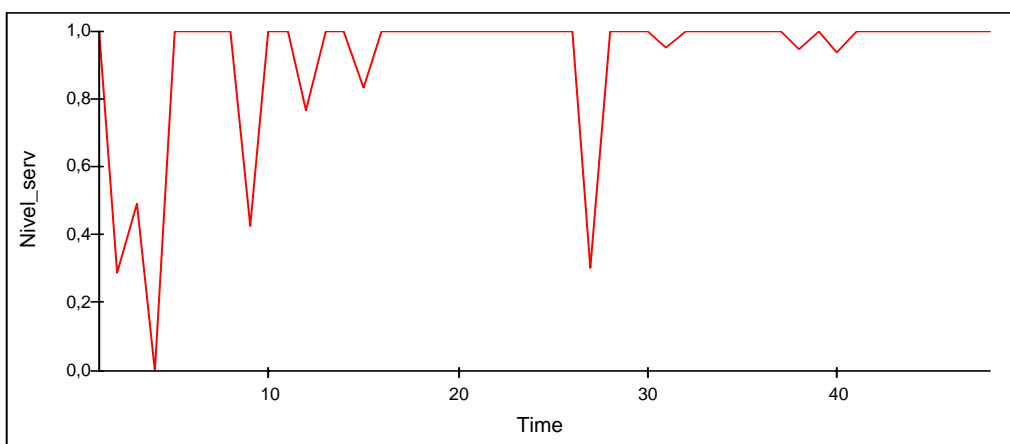


FIGURA 223. Nivel de servicio al cliente

Después de realizar las simulaciones se generaron las figuras 224 a 227 de la etapa 1 del ciclo de administración de inventarios, en éstas se observa que la empresa pagó un alto costo por la respuesta efectiva que dió a sus clientes, en otras palabras la empresa incurrió en altos niveles de inventario de producto terminado, figura 224, y a su vez en altos costos por mantener este inventario figura 225, esto se ve reflejado en los picos que se presentan en el gráfico de egresos de la figura 226, así como también en la baja rotación de los inventarios de la figura 227.

La figura 224, equivalente a la figura 220, muestra niveles bastante elevados de inventario de producto terminado; esto explica en parte el hecho de que en la figura 221 casi siempre pueda satisfacerse la demanda, y que en la figura 223 se tengan altos niveles de servicio al cliente. Igual que en las figuras anteriores, el comportamiento de la variable de Nivel, Inventario de producto terminado, “Inv PT”, presenta comportamiento caótico o aleatorio, el cual trata de seguir el ritmo de crecimiento de la demanda. Es claro que los costos aumenten a medida que aumenta el inventario, pero además, en la misma forma estocástica del comportamiento de la demanda, como lo muestran los resultados de las variables “Inv_PT” figura 224 y “Costos tot Inv” figura 225.

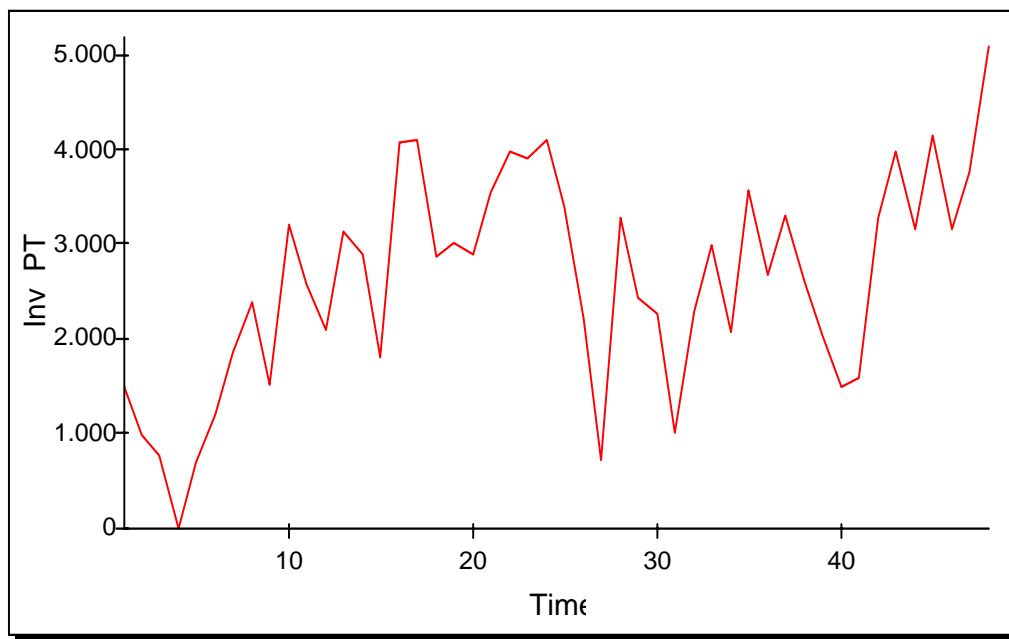


FIGURA 224. Inventario de producto terminado

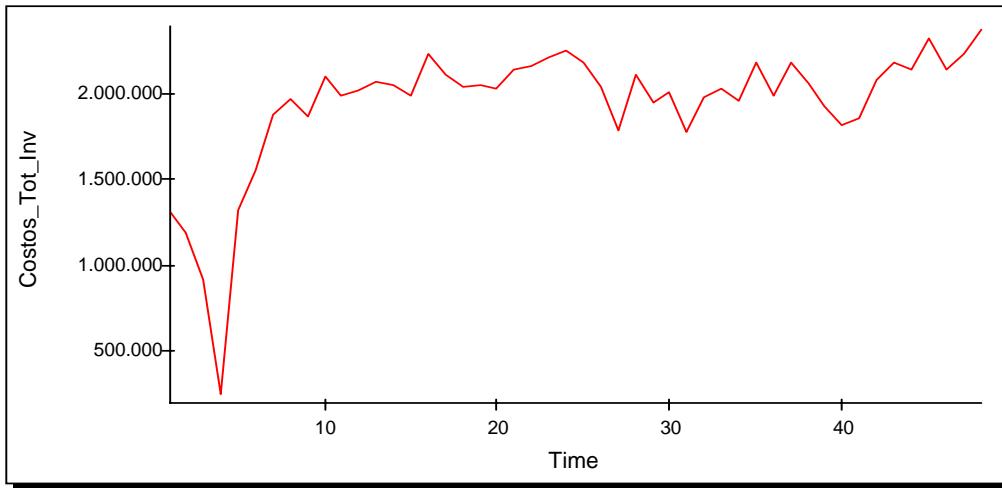


FIGURA 225. Costos totales por mantener inventarios

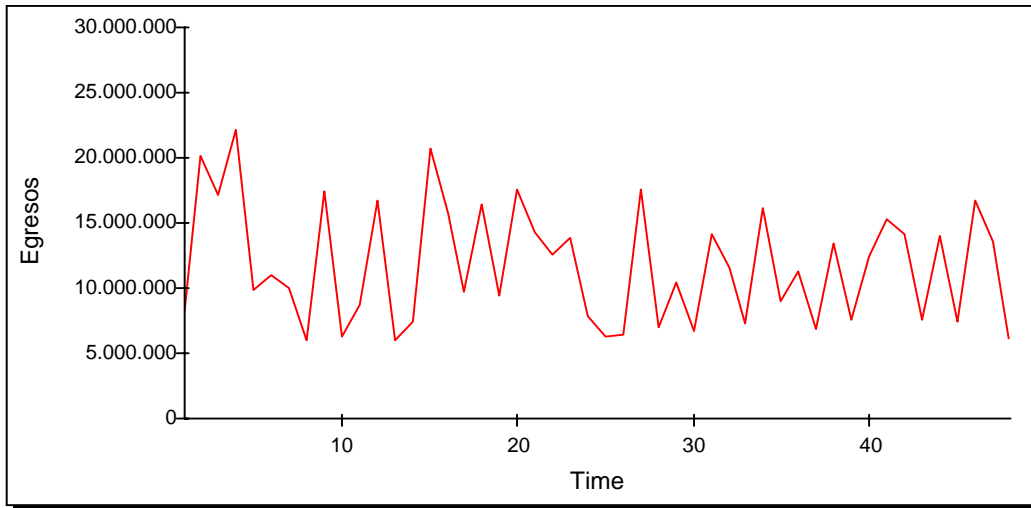


FIGURA 226. Egresos

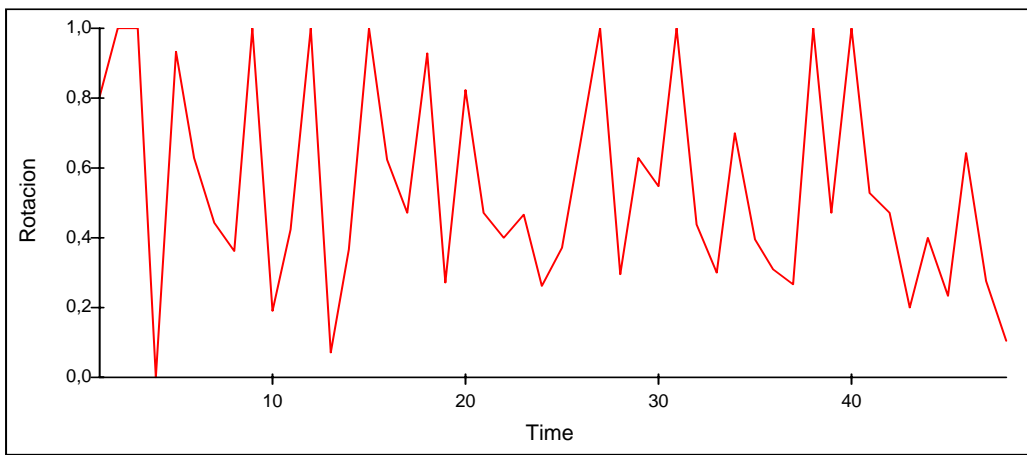


FIGURA 227. Rotación del inventario.

El administrador de la PYME confecciones es autónomo en cuanto a su política de gestión de inventarios, por ejemplo, Codeni & Pimpinela, maneja un alto inventario de producto terminado, para responder de forma oportuna a la demanda, pero podría ganar eficiencia en su gestión si le diera más atención a otras variables, como por ejemplo, las de costos y la de rotación del inventario, además, las compras de materia prima y el inventario de materia prima. Al igual que el producto terminado se necesita para cumplir con la demanda del mercado, así el inventario de materia prima se necesita para poder cumplir con la producción requerida y no sufrir rupturas de inventario; el administrador de la PYME confección, determina su política de compra con base en este supuesto, y teniendo en cuenta los tiempos de suministro, pero no es conciente de los costos que esto genera ya que no posee una estructura de costos detallada en su empresa. Una forma de ganar eficiencia en este proceso, sería que el administrador plantee escenarios de compras y evalúe las implicaciones sobre las demás variables de interés.

La PYME confección posee una limitante en cuanto a la adquisición de materia prima, ya que los proveedores en algunos casos no cumplen con los tiempos de suministros establecidos, lo que los obliga a tener inventario de materia prima en exceso. Este problema es mucho más complicado de resolver, pues hace parte del poder de adquisición de los administradores de la PYME.

10.6 INFORMACIÓN DE ENTRADA AL MODELO

En la tabla 32 se presentan las principales variables del modelo. En la tabla 33 se muestran las constantes del modelo.

10.7 COMENTARIOS A PARTIR DEL MODELO DE LA PYME Y DE LOS RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

- El subsector confección es considerado uno de los más importantes para la pequeña y mediana empresa en Medellín, debido a su gran aporte en generación de empleo y producción bruta, por lo tanto se

considera un subsector con un amplio campo para la investigación, como apoyo al desarrollo sostenible de sus gestiones. Los principales problemas de este subsector son: el poder de negociación, restricciones del mercado nacional, deficiente administración de la cadena de suministros y un inadecuado manejo de la información.

TABLA 32. Información de las variables del modelo

INFORMACION	VARIABLE
Metros por unidad de producto	metros_unidad
Unidades de insumos	und_insumos.
Tiempo de suministro de la materia prima	T_suministro
Estándar de producción	standar_minutos
Inventario deseado de materia prima	Inv_deseado
Tiempo de ajuste	T_ajuste
Precio de venta del producto	precio_venta
Salarios de los operarios	Salario
Horas por trabajador	horas_trabajdor
Días hábiles	dias_habiles
Costo de la materia prima	costo_MP
Costo de insumos	costo_de_Insumos
Inventario deseado de producto terminado	Inv_deseado_PT
Inventario inicial de materia prima	Inv_deseado
Inventario inicial de producto terminado	Inv_deseado_PT
Ingresos brutos iniciales	Capital inicial
Precio de subcontratación	precio_de_subc

TABLA 33. Constantes del modelo

INFORMACION	VARIABLE
Costo de materia prima	costo_MP
Costo de insumos	costo_de_Insumos
Costos fijos	Costos_Fijos
Costo de transporte de maquila	Costo_TTE
Costos fijos de maquila	Costos_fijos_Maq
Costo fijo de almacenamiento producto terminado	costo_fijo_alm_pt
Costo fijo de almacenamiento materia prima	costo_fijo_alm_mp
Costo fijo de almacenamiento Producto en proceso	costo_fijo_alm_pt
Costo unitario de oportunidad Producto terminado	cu_oport_pt
Costo unitario de oportunidad Materia prima	cu_oport_mp
Costo unitario de oportunidad Producto en proceso	cu_oport_pp
Interés de oportunidad	i_oportunidad
Costo de producto en proceso	costo_PP

- Los niveles de inventario de materia prima son altos debido a las limitantes que posee la PYME confección para la adquisición de estos; el inventario de producto terminado también se considera alto debido a la alta producción y a la no apertura de nuevos mercados. Esto genera unos costos altos por mantener inventarios lo que hace que la empresa pierda rentabilidad. El inventario de producto en proceso es menos crítico que los dos anteriores ya que la PYME confección posee en general una buena distribución de planta de producción, lo que conlleva a tener inventario mínimo.
- El modelo de simulación propuesto se considera eficiente para la gestión de inventarios en la PYME confección debido a que relaciona las variables más relevantes de este proceso, y permite evaluar indicadores de forma integral, esto ayuda a la toma de decisiones en gestión de inventarios con una visión sistémica. Un trabajo más asiduo de modelamiento en el sector de las PYMES de confección, puede ayudar a que los directivos y los encargados de la toma de decisiones, se concienticen sobre la necesidad de modelar los procesos productivos.
- El modelo de simulación propuesto puede servir como base de futuras investigaciones en la PYME de confección, utilizando métodos de simulación continua para ganar eficiencia en la administración de la cadena de suministros.
- Un manejo adecuado de la información relacionada con la administración de inventarios, en la PYME confección, facilitaría la tarea de gestión ya que se contaría con una base importante para la toma de las decisiones involucradas en este proceso.
- Una cultura organizacional enfocada hacia la capacitación del personal, puede llevar a la PYME confección a desarrollar técnicas para administrar eficientemente sus inventarios.
- La formación de alianzas estratégicas entre empresas del subsector pueden ayudar a tener un mayor poder de negociación e inversión en investigación para la solución de problemas tecnológicos.

- El alcance de una certificación de calidad, podría llevar a la PYME confección a ampliar su mercado nacional y acceder a los mercados internacionales, aprovechando así las preferencias arancelarias de las cuales el gobierno dispone para la PYME.

11. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

El análisis cualitativo permite estudiar con algún detalle el comportamiento de las variables de nivel de los modelos de gestión de la producción expuestos en los capítulos 6, 7, 8, 9 y 10.

Se identifican las zonas (o el espacio de estados) de estabilidad e inestabilidad de los puntos de equilibrio de las variables de nivel, especialmente la variable que representa el Producto en Proceso (WIP).

El análisis cualitativo y la simulación, permiten ver los valores críticos de algunos parámetros que podrían llevar el sistema al colapso. Un colapso puede producirse, tanto por exceso de producción, como por escasez de ella. El exceso de producción puede llevar a la utilización de recursos físicos que posiblemente resulten muy costosos para la empresa. La escasez de producción puede llevar a tener ventas insuficientes para poder sostener la empresa.

El establecimiento de los “Espacios de Estado” dentro de los cuales se presentan estabilidades o inestabilidades de las variables analizadas, forman parte del proceso de decisiones en una empresa, dentro del cual, los directores, los analistas y los administradores logran entender muchas de las causas y los efectos de las relaciones que se presentan en los sistemas, y por consiguiente les ayuda a diseñar y a tomar mejores decisiones.

El prototipo de gestión de la producción, aunque aparentemente sencillo, permite hacer un análisis profundo, y complejo. Varios aspectos no han sido analizados en detalle en este estudio, entre ellos: Retardos; variaciones en la demanda a través del tiempo; variaciones

en otros parámetros que afectan directamente a las variables de nivel; y otras funciones no lineales para los tiempos de proceso.

La revisión bibliográfica muestra cómo el análisis cualitativo es una ayuda importante, tanto para el entendimiento de los comportamientos de los sistemas industriales, y dentro de éstos, los sistemas de gestión de la producción, como de otros muchos sistemas entre los que pueden destacarse: los sistemas urbanos, los económicos, los de salud, los ambientales, los ecológicos, y posiblemente muchos otros que aún no han sido estudiados.

La revisión bibliográfica muestra que aún hay trabajo por hacer y por investigar en el comportamiento de los sistemas, por medio del análisis cualitativo de los modelos de dinámica de sistemas.

En el capítulo 8 se presentaron varios casos del modelo de producción-inventario, con dos variables de nivel; en cada caso se simuló con una política diferente, ya fuera la de trabajar sin retardos en la orden de producción, o la de trabajar con retardos. En las políticas de trabajar con retardos, se propusieron diferentes tiempos de retardos, y se apreció que para tiempos menores de una unidad, los comportamientos del sistema son estables puntuales, mientras que para tiempos de retardo mayores de una unidad, los comportamientos son estables, pero con de acuerdo con comportamientos n -periódicos.

Valores intermedios iniciales de producción también pueden presentar comportamientos extraños, por ejemplo, que después de un período de estabilidad, se pase a un nuevo punto de equilibrio completamente diferente al que se tenía.

El análisis cualitativo y la simulación, específicamente con Dinámica de Sistemas, pueden lograr que las personas encargadas de la toma de decisiones en una organización, ya sea de manufactura, agrícola, de salud, financiera, de educación, y en general, en toda clase de sistemas, tengan una mayor claridad sobre los efectos que pueden resultar del proceso de toma de decisiones; se consigue por lo tanto, una mayor capacidad del pensamiento sistémico, y de prever el comportamiento emergente de cada conglomerado, llámese conglomerado un grupo de personas, empresas, ambientes, recursos.

El análisis de dos modelos sencillos de sistemas PUSH y PULL lleva a plantear algunas conclusiones y opiniones sobre ambos sistemas, como las siguientes:

- El análisis de sensibilidad de los sistemas que no involucran los inventarios de producto en proceso, WIP, muestran una, dos y hasta tres cuencas de atracción que presentan atractores puntuales con trayectorias que son espirales asintóticamente estables; también se presentan atractores de ciclo límite, específicamente en el sistema PULL.
- Los comportamientos más comunes que muestran los resultados son los de atractores puntuales, especialmente para los sistemas PUSH. En los sistemas PULL son más comunes los atractores de ciclo límite.
- El análisis de sensibilidad de los sistemas que sí involucran los inventarios de producto en proceso WIP, muestran una, dos y hasta tres cuencas de atracción, tanto en los sistema PUSH como en los PULL, pero en este caso los atractores son todos puntuales y sus trayectorias son nodos impropios asintóticamente estables; sólo en una figura se observa un nodo propio asintóticamente estable.
- Los inventarios de producto en proceso y de producto terminado, cuando la variable WIP no se incluye en la política de la orden de producción, tienen niveles más altos que los inventarios en los sistemas que sí incluyen la variable WIP en la orden de producción.
- La estabilidad de los inventarios, ya sea con valores altos o bajos, se alcanza de manera más rápida y más suave en los sistemas que incluyen la variable WIP en la orden de producción, que en los sistemas que no la incluyen. Como se observa en las figuras de la sección 9.1, la cual no incluye la variable WIP en la orden de producción, los atractores puntuales tiene trayectorias en forma de espirales asintóticamente estables, mientras que las figuras de la sección 9.2 muestran atractores puntuales con trayectorias en forma de nodos impropios asintóticamente estables.

- A partir de este análisis no es fácil de identificar la preferencia por un sistema PUSH o por un sistema PULL, debido a que, aunque ambos sistemas son bastante sencillos, las no linealidades hacen que las variaciones en los parámetros lleven a que unas veces las simulaciones muestren que el sistema PUSH sea mejor que el PULL, y otras veces las simulaciones muestran lo contrario.
- Otra situación que no es fácil de definir, es la de si un sistema con estabilidad cíclica sea preferible a un sistema con trayectorias en espiral asintóticamente estable, o a un sistema con trayectorias impropias asintóticamente estables. La selección de una u otra situación queda a criterio del tomador de decisiones; en algunas ocasiones un atractor de ciclo límite de poca amplitud, puede ser preferible a un atractor puntual con un nivel de inventario bastante alto.

El análisis del modelo de producción e inventarios para el caso de las Pymes del sector de la confección permite plantear algunas conclusiones y opiniones sobre un caso práctico real; ellas son:

- El modelo de simulación propuesto se considera eficiente para la gestión de inventarios en la PYME de la confección debido a que relaciona las variables más relevantes de este proceso, y permite evaluar indicadores de forma integral, esto ayuda a la toma de decisiones en gestión de inventarios con una visión sistémica.
- La presencia de las no-linealidades en las ecuaciones de nivel, tales como los retardos, la función de condicionalidad, y la función de selección de valores máximos o mínimos, indica que el sistema tiene límites de capacidad en alguno o algunos de sus procesos.
- Las no-linealidades presentes en el modelo no tienen expresiones matemáticas sino no-linealidades originadas por las funciones IF y MIN, las cuales permiten hacer selección de parámetros o de variables que involucran sólo operaciones básicas matemáticas entre las variables y los parámetros; esto ocasiona que el efecto en las trayectorias resultantes sea de proporcionalidad.

- Desde el punto de vista del Análisis Cualitativo se observa que, dada la complejidad del modelo, en cuanto al número de variables y a la presencia de límites de capacidad producidas por las formas de no-linealidad (retardos, condición IF, y condiciones de MAX y de MIN), es difícil hacer un estudio matemático, por lo cual se recurre al análisis a partir de variaciones en las condiciones iniciales de las variables de nivel y a partir de cambios en los valores de los parámetros.
- Dada la forma de la serie histórica de la demanda propia de la empresa, y de la demanda por maquila, el comportamiento del sistema corresponderá casi siempre a un proceso aleatorio, o a un atractor caótico.
- Las características del sistema de la PYME de confección estudiada, y el entorno productivo, económico, social y gubernamental en el cual está ubicada la empresa, hacen que la mayoría de los parámetros varíen continuamente, razón por la cual es difícil tener una estabilidad puntual, cíclica o periódica.
- Las trayectorias de algunas variables, en el análisis de sensibilidad, dan como resultado la posibilidad de varios atractores caóticos o aleatorios, lo que indica que de acuerdo con las condiciones iniciales, podrían presentarse distintas cuencas de atracción.

El resumen del análisis del modelo correspondiente a las PYMES es:

- En un modelo estable, cuando se introduce una demanda aleatoria, parece que surgiera un comportamiento caótico, sin embargo, éste es generado por la misma aleatoriedad de la demanda.
- Los entornos socio económicos de los sistemas afectan fuertemente la elaboración de los modelos.
- El modelo de simulación propuesto puede servir como base de futuras investigaciones en la PYME de confección, utilizando métodos de simulación continua para ganar eficiencia en la administración de la cadena de suministros.

- Un manejo adecuado de la información relacionada con la administración de inventarios, en la PYME confección, facilitaría la tarea de gestión ya que se contaría con una base importante para la toma de las decisiones involucradas en este proceso.

12. BIBLIOGRAFÍA

12.1 BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

- ABRAHAN, R. and SHAW, Ch.D. 1992. Dynamics: The Geometry of Behavior. Second Edition, Addison-Wesley.
- ACOPI. 1999. Desarrollo de la pequeña y mediana industria en Colombia, Santa Fé de Bogotá, DNP.
- ALEKSEEVA, Elena Y.; and KIRZHNER, Valery M. 1994. Migration on Networks and its Stability Consequences. pg 63-85. System Dynamics Review. Volume 10. Number 1. Spring. 1994. pages 1-94. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 10(1) 1-94 (1994).
- ALFELD, Louis Edward; and SHOLTES, Robert M. 1996. The Industrial Base Analysis Model (IBAM). pg 20-23. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages
- ALPASLAN, A.K.; SAYAR, M.; DEMIREL, M.C.; and ATILGAN, A.R. 1997. Local Forecasting of Chaotic Time Series. pg 551-554. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- ÁLVAREZ GIL, María José. 1991. El Diseño del Proceso del Planificación, Programación y Control de la Producción en las Factorías del Futuro. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 109-116. ISSN: 0002-6549.
- ALLEN, Peter M. 1988. Dynamic Models of Evolving Systems. pg 109-130. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- ANDERSEN, David F. 1988. Foreword: Chaos in System Dynamics Models. pg 3-13. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- ANDERSEN, David F.; and STURIS, Jeppe. 1988. Chaotic Structures in Generic Management Models: Pedagogical Principles and Examples. pg 218-245. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- ANDRETTA, M.; LUGARESI, M.; MAZZANTI, P.; and SERRA, R. 1986. MAPS: An Expert Advisor for the Qualitative Analysis of Dynamical Systems. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY.

- System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 2. 22-24 october 1986. pg 1049-1064.
- ARACIL, Javier. 1981. Structural Stability of Low-order System Dynamics Models. *Int. J. System Science*. 12:423-441.
- ARACIL, Javier. 1996. Bifurcaciones en Sistemas Dinámicos. Memorias de la "Lección para el curso sobre Análisis de Sistemas Complejos, UPV, San Sebastián, noviembre, 1996.
- ARACIL, J.; PONCE, E.; and PIZARRO, L. 1997. Behavior patterns of logistic models with a delay. *Mathematics and Computers in Simulation* 44 (1997) 123-141. Editorial Elsevier Science B.V.
- ARACIL, Javier. 1975. Métodos Modernos de Diseño de Sistemas de Control. Departamento de Control Automático, Sevilla, Enero de 1975. Departamento de Publicaciones, E.T.S.I.I (Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales) Universidad de Sevilla. Asignatura: Sistemas de Control.
- ARACIL, Javier. 1992. Introducción a la Dinámica de Sistemas. Editorial Alianza Universidad Textos. Madrid. ISBN: 84-206-8058-3. pgs. 398. pp: 153-178
- ARACIL, Javier; GORDILLO, Francisco. 1997. Dinámica de Sistemas. Editorial: Alianza Universidad Textos S.A. AUT. 168, Madrid. ISBN: 84-206-8168-7. 198p
- ARACIL, Javier; KARSKY, Michel; and PAULRE, Bernard. 1998. A Phenomenon of RETARDED CATASTROPHE- Examples in Environmental Pollution and in Economic Crises- A System Dynamics Model and its Qualitative Analysis. pg 16. *Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society*. Québec '98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- ARACIL, Javier; y TORO, Miguel. 1993. Métodos Cualitativos en Dinámica de Sistemas. De. Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, España, serie: Ingeniería. ISBN: 84-7405-980-1. 305p.
- ARANA PÉREZ, Pilar; y OCHOA LABURU, Carlos. 1995. La Programación Automática de las Cargas de Trabajo en Taller; un Tema Importante de Moda. *Alta Dirección*, No. 180, Marzo-Abril, pp 57-63. ISSN: 0002-6549.
- ARBONES MALISANI, Eduardo A. 1989. Optimización Industrial (II): Programación de Recursos. Colección: Productiva, volumen 29. Editorial Marcombo, S.A., Boixareu. Barcelona (España). ISBN: 84-267-0743-2. 146p.
- ARTHUR, William B.; and EBERLEIN, Robert L. 1996. Sensitivity Simulations. pg 44-47. *INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE*. System Dynamics '96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L. 320 pages.
- ATAY, Fatihcan M. 1997. Stability, Feedback, and Delays. pg 699-702. *15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE '97*. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. *Proceedings*. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- BALBI, J.H.; BALBI, N.; GIROLAMI, G.; ORENGA, P.; and SIMONNOT, G. 1986. Identification of Dynamic Systems. *THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY*. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 85-92.
- BARLAS, Yaman; and AKSOGAN, Ayse. 1996. Product Diversification and Quick Response Order Strategies in Supply Chain Management. pg 51-54. *INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE*. System

- Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- BARTON, P.M. and TOBIAS, A.M. 1998. Accurate estimation of performance measures for system dynamics models. pp: 85-94. System Dynamics Review. Volume 14. Number 1. Spring. 1998. pages 1-104. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 14(1) 1-104 (1998).
- BICKLE, Bruce L.; and McGARVEY, Bernard. 1996. Application of Dynamic Modeling to a Solvent Recovery Area at a Pharmaceutical Manufacturing Plant. pg 78-81. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- BLACK, Laura. 1998. Milestone Timing: Improving Process in New Product Development. pg 23. Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society. Québec'98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- BLUMENFELD, Dennis E. 1990. A Simple Formula for Estimating Throughput of Serial Production Lines with Variable Processing Times and Limited buffer Capacity. International Journal Production Research, 1990, Vol. 28, No. 6, 1163-1182. Editor Taylor & Francis Ltd.
- BOYCE, William E. and DiPRIMA, Richard C. 1992. Elementary Differential Equations. Edición quinta, Editorial John Wiley & Sons, Inc. Estados Unidos de América. ISBN: 0-471-50997-3. pg: 553.
- BRIGGS, John. y PEAT, F. David. 1999. Las Siete Leyes del Caos; Las Ventajas de una Vida Caótica. Ediciones Revelaciones, Editorial Grijalbo, Barcelona. ISBN: 84-253-3334-2. 235pgs. (Título original: Seven Life Lessons of Chaos; Timeless Wisdom From the Science of Change. New York, 1999).
- BRONS, Morten; and STURIS, Jeppe. 1991. Local and Global Bifurcations in a Model of the Economic Long Wave. pg 41-60. System Dynamics Review. Volume 7. Number 1. Winter. 1991. pages 1-92. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 7(1) 1-92 (1991).
- BROWN, Gordon S. 1992. Improving Education in Public Schools: innovative Teachers to the Rescue. pg 83-89. System Dynamics Review. Volume 8. Number 1. Winter. 1992. pages 1-110. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 8(1) 1-110 (1992).
- BROWN, Gordon S., y CAMPBELL, Donald P. 1948. Principles of Servomechanisms. John Wiley & Sons, Nueva York, 1948.
- BRUCKNER, Eberhard; EBELING, Werner; and SCHARNHORST, Andrea. 1989. Stochastic Dynamics of Instabilities in Evolutionary Systems. pg 176-191. System Dynamics Review. Volume 5. Number 2. Summer. 1989. pages 93-220. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 5(2) 93-220 (1989).
- BUCKLEY, Ruth V. 1974. Fundamentos de Servosistemas. Primera edición. Editorial Labor S.A., Colección: nuevos manuales técnicos labor, 26. Barcelona, ISBN: 84-335-6346-7. 169p. Título original de la obra: Fundamentals of Servomechanisms; traducción de Lorenzo Amengual Pizá, Ingeniero Industrial Profesor de la E.T.S.I.I de Barcelona.
- CARDONA H., Christian David y CATAÑO P., Javier Eduardo. 2003. Modelo para una gestión eficiente de inventarios en PYMES utilizando Dinámica de Sistemas. Trabajo Dirigido de Grado presentado como requisito para optar por el título de Ingeniero Industrial. Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Trabajo dirigido por los profesores Alexander CORREA Espinal y Gloria Elena Peña Zapata. Marzo de 2003.

- CLARK, Thomas D. Jr.; and AUGUSTINE, Fred K. Jr. 1992. Using System Dynamics to Measure the Value of Information in a Business Firm. pg 149-173. System Dynamics Review. Volume 8. Number 2. Summer. 1992. pages 111-192. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 8(2) 111-192 (1992).
- CLAVIJO TORNERO, Rafael; RUIZ USANO, Rafael; MARTÍNEZ ORTEGA, Luis Eduardo; y CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo. 1991. El MRP y el KANBAN; un Estudio Comparativo. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 83-90. ISSN: 0002-6549.
- CLEMSON, Barry; TANG, Yongming; PYNE, James; and UNAL, Resit. 1995. Efficient methods for sensitivity analysis. pp: 31-49. System Dynamics Review. Volume 11. Number 1. Spring. 1995. pages 1-94. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 11(1) 1-94 (1995).
- COVER-WEISS, Shelia; CLARK, Gregory J; and ODENSE, Phil. 1998. The Development and Use of the Production Learning Environment Simulation at Ford Motor Company. pg 28. Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society. Québec'98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- COYLE, R. Geoffrey. 1985. The Use of Optimization Methods for Policy Design in a System Dynamics Model. pg 81-91. System Dynamics Review. Volume 1. Number 1. Summer. 1985. pages 1-138. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 1(1) 1-138 (1985).
- COYLE, R.G. 1974. Management System Dynamics - an introductory text, part one and part two (Interim version). System Dynamics Research Group. University of Bradford.
- COYLE, R.G. 1996. System dynamics modelling; a practical approach. Editorial: Chapman and Hall. 414p. (Precio en la Librería Diaz de Santos: 12.240 pesetas).
- CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo. 1993. Técnicas Push-Pull de Fabricación: Caracterización, Análisis y Alternativas. Tesis doctoral, Universidad de Sevilla, Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas, programa de doctorado en Ingeniería de Organización. Escuela Superior de Ingenieros Industriales. España.
- CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ USANO, Rafael; and FRAMIÑÁN TORRES, José Manuel. 1998. Improving Manufacturing Performance Applying Qualitative Analysis Through System Dynamics. pg 93. Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society. Québec'98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ USANO, Rafael; FRAMIÑÁN TORRES, José Manuel; and ZUBIRÍA DE CASTRO, Ricardo. 1996. The Pull Control Systems; A System Dynamics Perspective. pg 109-112. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ USANO, Rafael; PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; and ARACIL, Javier. 1997. System Dynamics Production Models. A Qualitative Analysis. pg 539-542. 15ht INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.

- CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ USANO, Rafael; y DAVID AZNAR, Ramón. 1995. Continuous and Discrete Simulation in a Production Planning System; a Comparative Study. (Notas de clase).
- CREUS SOLÉ, Antonio. 1988. Control de Procesos Industriales, Criterios de Implantación. Volumen 16. Editorial Marcombo, Colección "Productiva", Barcelona (c/Gran Vía de les Corts Catalanes 594, cp: 08007), España. ISBN: 84-267-0713-0. 1988.
- CROSBY, Robert W. 1987. Toward a Classification of Complex Systems. European Journal of Operational Research, vol. 30(1987) 291-293. Editorial Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland
- CHEN, Ping. 1988. Empirical and Theoretical Evidence of Economic Chaos. pg 81-108. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- CHONG HUI, Fan; and YI MIN, Zhang. 1986. The Time Delay and Oscillation of Economic System. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 525-535.
- DAMODARAN, P. and MELOUK S. 2002. Comparison of push and pull systems with transporters: a metamodelling approach. Int. J. Prod. Res., Vol. 40, No. 12. 2923-2936.
- DAVENPORT, Thomas H.; JAMES E. Short. The New Industrial Engineering: Information technology and Business Process Redesign. Sloan Management Review, (MIT), Summer, 1990.
- DE LA FUENTE GARCÍA, David; y PRIORE MORENO, Paolo. 1997. Desarrollo de un Programa de Gestión de la Producción con Nuevas Herramientas Informáticas. Alta Dirección, No. 194, Julio-Agosto, pp 58-70. ISSN: 0002-6549.
- DIALLO, Amadou; and RAHN, R. Joel. 1990. Direct Linearization of System Dynamics Models. pg 214-218. System Dynamics Review. Volume 6. Number 2. Summer. 1990. pages 1-104. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 6(2) 123-221 (1990).
- DIAWATI, Lucía; KAWASHIMA, Hironao; and HAYASHI, Yoshio. 1994. Skill Formation and its Impact on the Adaptation Process of New Production Systems. pg 29-47. System Dynamics Review. Volume 10. Number 1. Spring. 1994. pages 1-94. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 10(1) 1-94 (1994).
- DIEHL, Ernst W. 1986. A Multi-Sector Model of Inventory-Production Fluctuations: The Impact of Local Information On Global Performance. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 2. 22-24 october 1986. pg 879-893.
- DIJKUM, Cor van; KUIJK, Etzel van; and MENS VERHULST, Janneke. 1998. Experiments with a Non-linear Model of Health-related Actions. pg 93. E-mail: c.vandijkum@fsw.ruu.nl. Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society. Québec'98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- DOLADO, José Javier. 1992. Qualitative Simulation and System Dynamics. pg 55-81. System Dynamics Review. Volume 8. Number 1. Winter. 1992. pages 1-110. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 8(1) 1-110 (1992).
- DOMÍNGUEZ MACHUCA, José Antonio. 1991. La Calidad y su importancia en la Implementación de los Métodos Avanzados de Planificación de la Producción. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 55-58. ISSN: 0002-6549.

- DOMÍNGUEZ MACHUCA, José Antonio; GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago. 1991. La Gestión Integrada de la Empresa y el Papel Representado por el MRP. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 25-31. ISSN: 0002-6549.
- DOMÍNGUEZ MACHUCA, José Antonio; GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago. 1991. Del MRP al MRP II: Evolución, Descripción y Precisión Conceptual. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 33-40. ISSN: 0002-6549.
- DOMÍNGUEZ MACHUCA, José Antonio; LUNA HUERTAS, Paula. 1991. La Filosofía Just In Time; Objetivos e Instrumentos. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 65-72. ISSN: 0002-6549.
- DOYLE; James K. and FORD, David N. 1998. Mental models concepts for system dynamics research. pp: 3-29. System Dynamics Review. Volume 14. Number 1. Spring. 1998. pages 1-104. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 14(1) 1-104 (1998).
- EBERLEIN, Robert L. 1986. Full Feedback Parameter Estimation. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 69-83.
- EBERLEIN, Robert L. 1986. Identifying and Displaying Important Feedback Paths. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 159-177.
- EBERLEIN, Robert L. 1989. Simplification and Understanding of Models. pg 51-68. System Dynamics Review. Volume 5. Number 1. Winter. 1989. pages 1-91. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 5(1) 1-91 (1989).
- ECO, Humberto. 1983. Cómo se hace una Tesis; Técnicas y Procedimientos de investigación, Estudio y Escritura. Edición 5ª. Editorial Gedisa S.A, Barcelona (España). Colección Libertad y Cambio; serie práctica. (Título del original italiano: Come si fa una tesi di laurea, 1977). ISBN: 84-7432-137-9
- EDWARDS, Charles Henry, Jr. and PENNEY, David E. 1993. Elementary Differential Equations with Boundary Value Problems. Third Edition. Editorial Prentice-Hall, Englewood, New Jersey. ISBN: 0-13-253410-X. 774p.
- ELSGOLTZ, Lev. 1977. Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional. Editorial MIR-MOSCÚ, impreso en URSS. Segunda edición, Madrid. Traducción al español 1977. 432p.
- FORD, Andrew. 1995. Simulating the controllability of feebates. pp: 3-29. System Dynamics Review. Volume 11. Number 1. Spring. 1995. pages 1-94. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 11(1) 1-94 (1995).
- FORD, David N. and STERMAN, John D. 1998. Dynamic modeling of product development processes. pp: 31-68. System Dynamics Review. Volume 14. Number 1. Spring. 1998. pages 1-104. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 14(1) 1-104 (1998).
- FÓRRESTER, Jay Wright. 1987a. Lesson From System Dynamic Modeling. pg 136-149. System Dynamics Review. Volume 3. Number 2. Summer. 1987. pages 81-167. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 3(2) 81-167 (1987).
- FÓRRESTER, Jay Wright. 1987b. Nonlinearity in High-Order Models of Social Systems. European Journal of Operational Research, vol. 30(1987) 104-109. Editorial Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland
- FÓRRESTER, Jay Wright. 1992. Policies, Decisions and Information Sources for Modeling. European Journal of Operational Research, vol. 59(1992) 42-63. Editorial Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland
- FÓRRESTER, Jay Wright. 1961. Industrial Dynamics. Cambridge, Mass: MIT Press.

- FÓRRESTER, Jay Wright. 1972. *Dinámica Industrial*. (Título de la obra en inglés: *Industrial Dynamics*, 1961). Editorial El Ateneo, Serie de Economía, Buenos Aires (Argentina). 449p.
- FÓRRESTER, Nathan B. 1987. The Role of Econometric Techniques in Dynamic Modeling: Systematic Bias in the Estimation of Stock Adjustment Models. pg 45-67. *System Dynamics Review*. Volume 3. Number 1. Winter. 1987. pages 1-79. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 3(1) 1-79 (1987).
- FRANKLIN, Gene F. 19 .Control de Sistemas Dinámicos con Retroalimentación.
- FREEMAN, Randy A.; and KOKOTOVIC, Peter V. 1996. *Robust Nonlinear Control Design: State-Space and Lyapunov Technique*. Editorial Birkhäuser, Boston ... , 1996.257p. Título de la serie: *Systems and Control: foundations and applications*. ISBN/ISSN: 0-8176-3930-6. (Materias en que se dicta en la Universidad: Control, teoría de sistemas; Localización en la Universidad: ESI, Departamento de Automática).
- GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago. 1991. El Sistema MRP II; Ventajas e Inconvenientes. *Alta Dirección*, No. 155, Enero-Febrero, pp 43-50. ISSN: 0002-6549.
- GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago. 1991. La Implementación como clave del Éxito en los Sistemas MRP; Propuesta de un Plan. *Alta Dirección*, No. 157, Mayo-Junio, pp 41-48. ISSN: 0002-6549.
- GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago; y GARCÍA GRAGERA, Juan. 1996. Medición de la Capacidad en Configuraciones Productivas por Funciones: Los Tiempos de Carga Unitarios; II Parte. *Alta Dirección*, No. 187, Mayo-Junio, pp 49-57. ISSN: 0002-6549.
- GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago; y GARCÍA GRAGERA, Juan. 1996. Medición de la Capacidad en Configuraciones Productivas por Funciones: Los Tiempos de Carga Unitarios; I Parte. *Alta Dirección*, No. 186, Marzo-Abril, pp 29-38. ISSN: 0002-6549.
- GEORGANTZAS, Nicholas C. 1996. Reengineering Business Process Reengineering with System Dynamics. pg 178-181. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- GEORGANTZAS, Nicholas C.; FRASER, James S.; and TUGSUZ, Elvan. 1995. Bipartisan Process Improvement in Polymer Coating: Combining System Dynamics with Statistical process Control (SPC). pg 502-511. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- GOLDRATT, Eliyahu M. y COX, Jeff. 1987. *La Meta, Un proceso de mejora continua*. (Título original en Inglés: *The Goal, A Process of on-gong improvement*. 1984). Segunda edición. Ediciones Taular, S.A, Madrid. ISBN: 84-86484-02-2. 238p.
- GROSS, Peter; and STURIS, Jeppe. 1992. Hopf Bifurcation Analysis Applied to Predator-Prey Modeling. pg 179-186. *System Dynamics Review*. Volume 8. Number 2. Summer. 1992. pages 111-192. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 8(2) 111-192 (1992).
- GUCKENHEIMER, J. and HOLMES, P. 1983, 145-154. *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields*. Berlin; Springer.
- GUZMÁN, Miguel de. 1975. *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Teoría de Estabilidad y Control*. Primera edición. Editorial Alhambra, S.A. Madrid. ISBN: 84-205-0554-4. 300p.
- HALE, J.K., and KOCAK, H. 1991. *Dynamics and Bifurcations*. Springer- Verlag.

- HASLETT, Tim. 1996. Local Decision Rules: Complexity or Chaos?. pg 210-213. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- HASLETT, Tim. 1998. Local Rules: The Theory, the Application and the Chances of Success. pg 39. E-mail: linchpin@surf.net.au. Proceedings of The Sixteenth International Conference of the System Dynamics Society. Québec'98. July 20-23 1998. Québec City, Canadá. Editorial: The System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0.
- HAX, Arnaldo C. and CANDEA, Dan. 1984. Production and Inventory Management. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey. ISBN: 0-13-724880-6.
- HAXHOLDT, Christian; KAMPMANN, Christian; MOSEKILDE, Erik; and STERMAN, John D. 1995. Mode-locking and entrainment of endogenous economic cycles. pp: 177-198. System Dynamics Review. Volume 11. Number 3. Fall. 1995. pages 177-248. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 11(3) 177-248 (1995).
- HENAO, Gabriel. 1999. "La realidad de la competitividad de la cadena textil-confección en los mercados internacionales. Colombia Textil, Medellín. Vol. 35 #129. pp 45-46. Dic.
- HERNÁNDEZ GUERRA, Juan. 1996. Studies of a Model of Entrainment Between Economic Cycles. pg 198-201. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages.
- HERNÁNDEZ Guerra, Juan; and FERNÁNDEZ Rodríguez, Fernando. 1997. A qualitative study of the disaggregated long-wave model. pg 87-96. System Dynamics Review. Volume 13. Number 1. Spring. 1997. pages 1-96. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 13(1) 1-102 (1997).
- HIGUCHI, Tohru. 1996. Parameter Estimation in System Dynamics Model by Multi-Optimization Technique. pg 221-224. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 1: A-L.320 pages
- HOMER, Jack B. 1996. Why We Iterate: Scientific Modeling in Theory and Practice. pg 1-19. System Dynamics Review. Volume 12. Number 1. Spring. 1996. pages 1-86. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 12(1) 1-86 (1996).
- HORWICH, George and SAMUELSON, Paul A. 1974. Trade, Stability, and Macroeconomics; Economic Theory and Mathematical Economics; Essays in Honor of Lloyd A. Metzler. Ed. Academic Press, New York and London. 558p.
- JEONG, Sanghwa; and MADAY, C.J. 1996. Dynamic Information Control for Multiechelon Production-Distribution Systems with Constrained Production Capacity. pg 331-343. System Dynamics Review. Volume 12. Number 4. Winter. 1996. pages 251-354. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 12(4) 251-354 (1996).
- JOHN, S.; NAIM, M.M; and TOWILL, D.R. 1995. Dynamic analysis of a WIP compensated decision support system. (Received 25 October 1994, Accepted 24 April 1995). pg 283-297.
- JURY, Eliahu I. 1958. Sampled-Data Control Systems. De. John Wiley & Sons, Nueva York .
- KAUFFMAN and HOLLAND. Theory of Local Rules

- KELOHARJU, R.; and WOLSTENHOLME, E.F. 1986. A Case Study in System Dynamics Optimisation. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 389-402.
- KIM, Dong-Hwan; and KIM, Doa Hoon. 1997. A System Dynamics Model for a Mixed-Strategy Game Between Police and Driver. pg 33-52. System Dynamics Review. Volume 13. Number 1. Spring. 1997. pages 1-102. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 13(1)1-102 (1997).
- KIVENKO, Kenneth. 1981. Managing Work-in-Process Inventory. Industrial Engineering, A Series of Reference Books and Textbooks. Editorial MDI (Marcel Dekker, inc.), New York. 222p.
- KIVIJÄRVI, Hannu; and SOISMAA, Margareta. 1986. An Investment and Pricing Problem. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 603-631.
- KIVIJÄRVI, Hannu; and SOISMAA, Margareta. 1986. An Investment and Pricing Problem. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 603-631.
- KIVIJARVI, Hannu; and SOISMAA, Margareta. 1995. Terminal Condition in System Dynamics. pg 95-112. System Dynamics Review. Volume 11. Number 2. Summer. 1985. pages 95-176. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 11(2) 95-176 (1987).
- KIVIJARVI, Hannu; and TUOMINEN, Markku. 1986. Solving Economic Optimal Control Problems with System Dynamics. pg 138-149. System Dynamics Review. Volume 2. Number 2. Summer. 1986. pages 87-175. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 2(2) 87-175 (1986).
- KÖNIG, Ulli H. 1997. Simulating Multidimensional Supply Chains - A Vensim Based Model. pg 447-450. e-mail: ukoenig@is.bwl.uni-mannheim.de. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- KRUPP, James A. G. 1997. Fundamentals of Materials Management. Production and Inventory Management Journal. pg 37-40. Second Quarter, Editorial APICS
- KUBAT, Cemalettin; and TASKIN, Harun. 1997. Nonlinear Dynamical Behaviours of the Physical Processes: A Comparison Between Crisp and Fuzzy Models. pg 555-562. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997
- KUMMER, Stephan D., and SCHLANGE, Lutz E. 1997. Strengthening the Bridge between Qualitative and Quantitative Modeling: Contributions to the toolbox for analyzing qualitative models. pg 543- 549. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- KUZNETSOV, Y.A. 1995. Elements of Applied Bifurcation Theory. Springer-Verlag.
- LARRAÑETA, J.C.; ONIEVA, L.; & LOZANO, S. 1988. Métodos Modernos de Gestión de la Producción. Editorial Alianza Universal de Textos.

- LARRAÑETA, J.; ONIEVA, L.; LOZANO, S.; y DÍAZ, A. 1991. Inteligencia Artificial Aplicada a la Planificación, Programación y Control de la Producción. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 101-108. ISSN: 0002-6549.
- LORENZ, Eduard N.
- LORENZ, Hans Walter. 1997. Nonlinear Dynamical economics and chaotic motion. Editorial Springer-Verlag, Berlin .., de. 2º. 319p. ISBN/ISSN: 3-540-56881-6. 1997. (Localización en la biblioteca: ESI; departamento de Matemáticas).
- LORENZ, Hans-Walter. 1992. Complex Dynamics in Low-Dimensional Continuous-Time Business Cycle Models: The Sil'nikov Case. pg 233-250. System Dynamics Review. Volume 8. Number 3. Fall. 1992. pages 193-278. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 8(3) 193-278 (1992).
- LUNA HUERTAS, Paula; GARCÍA GONZÁLEZ, Santiago. 1991. MRP; un Sistema Válido para el Tratamiento de Diversos Problemas en la Empresa. Alta Dirección, No. 156, Marzo-Abril, pp 73-79. ISSN: 0002-6549.
- MACEDO, Julio. 1989. A Reference Approach for Policy Optimization in System Dynamics Models. pg 148-175. System Dynamics Review. Volume 5. Number 2. Summer. 1989. pages 93-220. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 5(2) 93-220 (1989).
- MacMILLAN, R.H. 1951. An Introduction to the Theory of Control in Mechanical Engineering. The University Press, Cambridge, 1951.
- MACHUCA, José A. D. 1998. Improving POM Learning: Systems Thinking and Transparent-Box Business Simulators. Production and Operations Management, Vol. 7, No. 2, Summer, 1998, pp 210-227. Printed in U.S.A. (Received May 1996; revisión received April 1997; accepted May 1997).
- MAGEE, John F.; and BOODMAN, David M. 1967. Production Planning and Inventory Control. Segunda edición. Editorial McGraw-Hill, New York. ISBN: 07-039488-1. 397P.
- MANDAL, Purnendu; and SOHAL, Amrik S. 1996. Understanding Long Term Interactions in Fabricated Metal Manufacturing Industry; A Case. pg 357-360. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- MANDELBROT, Benoi B. 1985. The fractal geometry of nature.
- MANDELBROT, Benoi B. 1997. La Geometría Fractal de la Naturaleza. Editorial Tusquets, Barcelona, 1997. 662p. 16p de Lám. c y n: il; 23cm. Título de la serie: Metatemas 49. ISBN/ISSN: 84-8310-549-7. (Localización en la Universidad: FFS, EARQ).
- MARTÍNEZ VILADESAU, E. 1996. ¿Se consideró, Hace Años, la Posibilidad de Aplicación de una Técnica que Coincide con la Filosofía del Just In Time?. Alta Dirección, No. 187. Mayo-Junio. pp 73-75. ISSN: 0002-6549.
- MAYBERRY, Matt; HOXSEY, Kent; McCracken, Kerry; and Rendell, Carl. 1996. Using Systems Thinking and Dynamic Simulations to Reengineer Manufacturing Processes at Silicon Graphics. pg 365-368. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- METZLER, Lloyd A. 1941. The Nature and Stability of Inventory Cycles. In: Review of Economics and Statistics. Vol. 23, No. 3, August, (1941), Pp. 113-129. Published by Harvard University, Cambridge, Mass, U.S.A.

- METZLER, Lloyd A. 1947. Factors Governing the Length of Inventory Cycles. In: Review of Economics and Statistics. Vol 29, No. 1. febrero (1947), Pp. 1-15. Published by Harvard University, Cambridge, Mass, U.S.A.
- MEYER, Arnold de; wittenberg, Cox. Nuevo Enfoque de la Función de Producción. (Buscar el libro en el departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas.
- MISAS, Gabriel. 1990. El papel de las pequeñas unidades de producción en el desarrollo industrial colombiano. Bogotá. PNDM : DNP.
- MOHAPATRA, Pratap K. J. 1995. Use of System Dynamics Diagrammatic Tools As Representation Schemes for Linear Programming Models. pg 698-707. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- MOHAPATRA, Pratap K.J; and SHARNA, Sushil K. 1985. Synthetic Design of Policy Decisions in System Dynamics Models: A Model Control Theoretical Approach. pg 63-80. System Dynamics Review. Volume 1. Number 1. Summer. 1985. pages 1-138. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 1(1) 1-138 (1985).
- MOJTAHEDZADEH, Mohammad T. and RICHARDSON, George P. 1995. Confusion in the Polarity of Major Loops. pg 718-727. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- MOJTAHEDZADEH, Mohammad T.; RICHARDSON, George P.; and ANDERSEN, David F. 1997. The Pathway Participation Metric: A Tool for Understanding the Connection Between Feedback Loop Structures and Their Behavior. pg 703-707. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- MORECROFT, John D. W. 1983. Concepts, Theory, and Techniques: A Systems Perspective on Material Requirements Planning. Decision Sciences, The Journal for the American Institute for Decision Sciences. Volume 14, No. 1, January, pp 1-18. 1983.
- MORITA, Michiya; TANAKA, Nobuhide; TAKAHASHI, Yutaka; and HIGUCHI, Toru. 1996. Linkage Structure and Trade-Offs of Competitive Measures. pg 393-396. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- MOSEKILDE, Erik, and LARSEN, Erik Reimer. 1988. Deterministic Chaos in the Beer Production-Distribution Model. pg 131-147. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- MOSEKILDE, Erik; ARACIL, Javier; and ALLEN, Peter M. 1988. Instabilities and Chaos in Nonlinear Dynamic Systems. pg 14-55. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- MOSEKILDE, Erik; RASMUSSEN, Dan René; JENSEN, Henrik; STURIS, Jeppe; and JESPERSEN, Jorn. 1986. Autonomous Chaotic Behaviour in a Generic Resource Allocation Problem. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 339-351.

- MOXNES, Erling. 1986. Interfuel Substitution in OECD-European Electricity Production. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 579-600.
- O'CALLAGAN, Ramón. 1986. A System Dynamics Perspective on Jit-Kanban. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 2. 22-24 october 1986. pg 959-1004.
- OGATA, Katsuhiko, 1970. Ingeniería de Control Moderna. Ed. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.Pg. 836.
- OGATA, Katsuhiko, 1970. Modern Control Engineering. Ed. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.Pg. 836.
- OGATA, Katsuhiko, 1998. System Dynamics. Third edition, International Edition, Editorial Prentice Hall, New Jersey, ISBN: 0-13-950537-7. 758p.
- OLORUNNIWO, Festus; and WOOD, Donna. 1998. Reengineering in the Wholesale and Retail Industries. Industrial Management, May-june, Vol 40, Number 3, pp 8-11. Editorial Advisory Board, Publised IIE, ISSN: 0019-8471.
- OLLERO de Castro, Pedro; FERNÁNDEZ Camacho, Eduardo. 1997. Control e Instrumentación de Procesos Químicos. De. Síntesis, Madrid. 1997. 454p. ISBN/ISSN: 84-7738-517-3
- OLLERO, A.; ARACIL, J; FERNÁNDEZ CAMACHO, E. 1984. Optimization of dynamic regional models: an interactive multiobjective approach. Large Scale Systems, Vol. 6, 1984, pp. 1-12.
- OLLERO, P.; CHACÓN, S. 19... Sistemas Complejos de Control. Monografía. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de Sevilla, Universidad de Sevilla.
- OOSTVEEN, J.P.; SWEENY, D.J.; DE WEYER, A.; and LEEST, E.v.d. 1986. Does Stock Control Need Modelling or Simply Experience?, Sysetm Dynamics of Hospital Linen. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 2. 22-24 october 1986. pg 767-773.
- OZVEREN, Cuneyt M; and STERMAN, John D. 1989. Control Theory Heuristics for Improving the Behavior of Economic Models. System Dynamics Review. Volume 5. Number 2. Summer. 1989. pages 130-147. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 5(2) 93-220 (1989).
- PLA-LÓPEZ, Rafael. 1986. Study by System Dynamics of the Problem of the Equalization of the Gain Rate. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 133-140.
- POINCARÉ,
- POTRER, A. 1950. An Introduction to Servomechanisms, Methuen & Co. Londres, y John Wiley & Sons, Nueva York, 1950.
- POWERS, William T. 1990. Control Theory: a Model of Organisms. pg 1-20. System Dynamics Review. Volume 6. Number 1. Winter. 1990. pages 1-100. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 6(1) 1-122 (1990).
- PRIGOGINE, Ilya. 1987. Exploring Complexity. European Journal of Operational Research, vol. 30(1987) 97-103. Editorial Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland
- PUENTE, E. Andrés. 1978. Regulación Automática I. Tomo 1. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid. Sección de Publicaciones, Madrid, 1978.

- RADZICKI, Michael J. 1993. Dyadic processes, tempestuous relationships, and System dynamics. pg 79-94. *System Dynamics Review*. Volume 9. Number 1. Winter. 1993. pages 1-100. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 9(1) 1-100 (1993).
- RAGAZZINI, John R., y FRANKLIN, Gene F. 1958. *Sampled-Data Control Systems*. McGraw-Hill Book Company, Nueva York..
- RAHN, R. Joel. 1985. Aggregation in System Dynamics. pg 111-122. *System Dynamics Review*. Volume 1. Number 1. Summer. 1985. pages 1-138. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 1(1) 1-138 (1985).
- RASMUSSEN, Steen; MOSEKILDE, Erik; and STERMAN, John D. 1985. Bifurcations and Chaotic Behavior in a Simple Model of the Economic Long Wave. pg 92-110. *System Dynamics Review*. Volume 1. Number 1. Summer. 1985. pages 1-138. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 1(1) 1-138 (1985).
- REINER, Rolf; MUNZ, Martin; and WEIDLICH, Wolfgang. 1988. Migratory Dynamics of Interacting Subpopulations: Regular and Chaotic Behavior. pg 179-199. *System Dynamics Review*. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- REN'AN, Jia. 1995. A Mathematical Definition System of System Dynamics. pg 582-590. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- RESTITUTO MOLERO, Francisco Javier. 1995. Aplicación Informática en Entorno Gráfico para Simulación Interactiva de Sistemas de Producción con Dinámica de Sistemas. Proyecto Fin de Carrera, Ingeniería Industrial, especialidad en Organización Industrial. Universidad de Sevilla, Sevilla, España.
- RICHARDSON, George P.; and STERMAN, John D. 1988. A Note on Migratory Dynamics. pg 200-207. *System Dynamics Review*. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- RICHARDSON, George P. 1986. Dominant Structure. pg 68-75. *System Dynamics Review*. Volume 2. Number 1. Winter. 1986. pages 1-86. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 2(1) 1-86 (1986).
- RICHARDSON, George P. 1986a. Problems with Causal-Loop Diagrams. pg 158-170. *System Dynamics Review*. Volume 2. Number 2. Summer. 1986. pages 87-175. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 2(2) 87-175 (1986).
- RICHARDSON, George P. 1995. Chaos from Generic Structures: A Cautionary Tale. pg. 211-221. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- RICHARDSON, George P. 1995a. Loop polarity, loop dominance, and the concept of dominant polarity (Archives 1984). pp: 67-88. *System Dynamics Review*. Volume 11. Number 1. Spring. 1995. pages 1-94. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 11(1) 1-94 (1995).
- RICHARDSON, George P. 1995b. Problems for the Future of System Dynamics. pg 222-234. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume II: Parallel Program. pages of 313 at 1046.
- RÍO GARCÍA, Juan Carlos; y COQUE MARTÍNEZ, Jorge. 1996. La Importancia del Flujo Uniforme en los Sistemas de Fabricación "Justo a Tiempo"; un Estudio de Simulación. *Alta Dirección*, No. 189. Septiembre-Octubre. pp 59-66. ISSN: 0002-6549.

- RODRÍGUEZ DELGADO, Rafael. 1986. Systems Dynamics in a G.S.T Framework. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 511-522.
- ROY, R. 1998. Scheduling and Control, performance measures and Discrete Event Simulation. Journal of the Operational Research Society, 1998, Vol 49, pp 151-156. Editor Stockton.
- RUIZ JIMÉNEZ, Antonio. 1991. Aplicación de las Técnicas “Just-In-Time” a la Disminución de Inventarios en la Empresa. Alta Dirección, No. 158, Julio-Agosto, pp 25-31. ISSN: 0002-6549.
- RUIZ ORCARAY, Victoria Eugenia. 1991. Un Caso de Implantación de JIT: FASA RENAULT Sevilla. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 73-80. ISSN: 0002-6549.
- RUIZ USANO, Rafael; CLAVIJO TORNERO, Rafael; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; y MARTÍNEZ ORTEGA, Luis Eduardo. 1991. Tecnología de Producción Optimizada; Sistemas OPT/DBR/TOC. Alta Dirección, No. 155, Enero-Febrero, pp 91-98. ISSN: 0002-6549.
- RUIZ USANO, Rafael; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; and FRAMIÑÁN TORRES, José M. 1997. Modeling Manufacturing Systems. A Simulation Study. pg 671-674. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE’ 97. “Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century”. August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- RUIZ USANO, Rafael; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; and FRAMIÑÁN TORRES, José Manuel. 1995. Advanced Manufacturing System Dynamics: The Lean Production Approach. pg 888-896. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics’95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume II: Parallel Program. 312 pages.
- RUIZ USANO, Rafael; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; CLAVIJO TORNERO, Rafael; y MARTÍNEZ ORTEGA, Luis Eduardo. 1991. Consideraciones sobre los Modernos Sistemas de Producción en Japón: una Caracterización. Alta Dirección, No. 156, Marzo-Abril, pp 63-70. ISSN: 0002-6549.
- RUIZ USANO, Rafael; FRAMIÑÁN TORRES, José Manuel; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; and ZUBIRÍA DE CASTRO, Ricardo. 1996. System Dynamics and Discrete Simulation in a Constant Work In Process System; A Comparative Study. pg 457-460. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics’96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- SCHEINERMAN, Eduard R. 1996. Invitation to Dynamical Systems. Editorial Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. 1996. 373p, 25cm. ISBN/ISSN: 0-13-185000-8. (Materias en que se dicta en la Universidad: Dinámica diferenciable, Comportamiento caótico de sistemas. Localización en la Universidad: EUP, departamento de matemáticas aplicadas).
- SEIFER, William W., y STEEG, Carl W., Jr. Editores. 1960. Control Systems Engineering. McGraw-Hill Book Company, Nueva York.
- SENGE, Peter. 1992. La Quinta Disciplina. Editorial Granica, Barcelona, España. (Versión original en inglés: The Fifth Discipline, 1990). ISBN; 950-641-0136-0. 492p.

- SENIGE, Peter; ROSS, R.; SMITH, B; ROBERTS, CH; KLEINER, A. 1995. La Quinta Disciplina en la Práctica. Editorial Granica, Barcelona, España. ISBN; 84-7577-393-1. pgs: 593. pp:182-186.
- SHOUSHEN, Xie; DEMIN, Xu; and BINGZHENG Yang. 1991. Improvement of Badr's Algorithm of Robust Control System. pg 41- 49. Supplemental Proceedings of the INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'91. Bangkok, Thailand, August 27 through 30, 1991. Edited by: Khalid Saeed, David Andersen, and José Machuca. 90 pages.
- SINHA, D.K. 1981. Catastrophe; Theory and applications. Published by Halsted Press, a division of John Wiley & Sons, New York. ISBN 0-470-27303-8. 158p. 1981
- SIPPER y Bulfin. 1998. Planeación y control de la producción. Mc.Graw-Hill Interamericana de México.
- SMITH, Corrigio. Control Automático de Proceso. Teoría y Práctica.
- SPEARMAN, Mark L.; WOODRUFF, David L.; and HOPP, Wallace J. 1990. CONWIP: a pull alternative to kanban. International Journal Production Research, 1990, Vol. 28, No. 5, 879-894. Editor Taylor & Francis Ltd. Abstract: This paper describes a new pull-based production system called CONWIP. Practical advantages of CONWIP over push other pull systems are given. Theoretical arguments in favour of the system are outlined and simulation studies are included to give insight into the systems performance.
- STERMAN, John D. 1986. Testing Behavioral Simulation Models by Direct Experiment. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 93-131.
- STERMAN, John D. 1988. Deterministic Chaos in Models of Human Behavior: Methodological Issues and Experimental Results. pg 148-178. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- STOYANOVA, P.; MOSCARDINI, A.O.; ELLIOTT, M.; and WOODWARD R. 1995. Order and Disorder in a Creative Organisation. pg 847-855. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 2: Plenary Program. 312 pages.
- STURIS , Jeppe; and MOSEKILDE, Erik. 1988. Bifurcation Sequence in a Simple Model of Migratory Dynamics. pg 208-217. System Dynamics Review. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- SWART, Johan. 1990. A System Dynamics Approach to Predator-Prey Modeling. pg 94-99. System Dynamics Review. Volume 6. Number 1. Winter. 1990. pages 1-122. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 6(1) 1-122 (1990).
- TAKAHAGI, Eiichiro. 1995. Determination Methods of Rate Variables Using Fuzzy Tehories. pb 858-867. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- THIEL, Daniel. 1996. Instabilities and Deterministic Chaos In Just In Time Production Systems; Comparison between neural networks simulation and continuous simulation. pg 549-552. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.

- THOMPSON, J.M.T., and STEWART, H.G. 1986. *Nonlinear Dynamics and Chaos. Geometric Methods for Engineers and Scientist*. New York: Wiley. 367p. Reimpreso en 1994. ISBN: 0 471 90960 2. (buscar más datos de este libro en la biblioteca. D 531.124 THO.). - *Libro referenciado por Toro y Aracil (1988)*.
- TOME y Miguillón. 2000. *Gestión eficiente de inventarios*. S&T Empresa de consultaría en logística integral. Argentina.
- TORO, Miguel; and ARACIL, Javier. 1986. *Chaotic Behavior in Predator-Prey-Food System Dynamics Models*. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. *System Dynamics: On the Move*. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 353-369.
- TORO, Miguel; and ARACIL, Javier. 1988. *Qualitative Analysis of System Dynamics Ecological Models*. pg 56-80. *System Dynamics Review*. Volume 4. Numbers 1-2. 1988. pages 1-250. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 4(1-2) 1-250 (1988).
- TU, Yi-ming; CHEN, Chia-ping; and TSENG, Ya-tsai. 1997. *Study on Dynamic System Behavior and Comparison of Dominant Loop Analysis Approaches*. pg 713-718. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- TUSTIN, Arnold. 1953. *The Mechanism of Economic System*, Harvard University Press, Cambridge, Mass. 1953. - Libro recomendado por Fórrester.
- ÜLKÜ, Özgür; and BARLAS, Yaman (e-mial:ybarlas@boun.edu.tr). 1997. *An Interactive Dynamic Simulation Model of Growth Management*. pg 451-455. 15th INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- VENSIM. 1988-1995. *Ventana Simulation Environment, Standard Professional DSS. User's Guide Version 1.62*.
- VENSIM. 1988-1995. *Ventana Simulation Environment, Standard Professional DSS. Reference Manual Version 1.62*.
- VERAL, Emre. 1995. *Using Production and Transfer Batches in Flowshops Under MRP Control*. *Journal of Operations Management*, 12 (1995) 89-100. Editorial Elsevier Science B.V. SSDI 0272-6963 (94)00007-7.
- VILLAZÓN, César. 1986. *A Dynamic Model of Portfolio Selection: Analysis of Bifurcations*. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. *System Dynamics: On the Move*. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 179-200.
- WANG, Wanlong; FUH, Jerry Y. H.; and YAN, Yongnian. 1996. *Dynamic Analysis of Manufacturing Systems*. pg 565-568. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. *System Dynamics'96*. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- WERMUS, Marek; POPE, James A. 1995. *Student Planning in an MRP Framework*. *Production and Inventory Management Journal*. pg 51-55. Second Quarter, Editorial APICS
- WILLEY, Phillip C. T.; and BAJPAI, Anil K. 1996. *A Systems Dynamics Model of Manufacturing Quality Costs and Benefits*. pg 573-576. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. *System Dynamics'96*. Cambridge,

- Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- WIRL, Franz. 1991. Dynamics of Commodity Tazation: an Example of an Energy Tax. pg 145-158. System Dynamics Review. Volume 7. Number 2. Summer. 1991. pages 93-206. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 7(2) 93-206 (1991).
- WOLSTENHOLME, E.F. 1986. Algorithmic Control Modules for System Dynamics Models. pg 1-19. System Dynamics Review. Volume 2. Number 1. Winter. 1986. pages 1-86. Editorial: John Wiley & Sons, Ltd. ISSN 0883-7066. SDREEG 2(1) 1-86 (1986).
- WOLSTENHOLME, E.F. and AL-ALUSI, A.S. 1986. A Case Study in Army Combat Modelling. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986.373-388
- YAMAGUCHI, Kaoru. 1997. A System Dynamic Approach to A Chaotic Market Economy. pg 563-567. 15ht INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE' 97. "Systems Approach to Learning and Education into the 21 st Century". August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Proceedings. Edited by: Yaman Barlas, Vedat G. Diker, Seckin Polat. Volume 2. 1997.
- YOUNG, Showing H.; and LO, Shih-Hui. 1996. Experiences in Designing Board-Type Simulation Games for Center-Satellite Industrial Systems. pg 601-604. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'96. Cambridge, Massachusetts, 21-25 July 1996. Edited by: George p. Richardson, John D. Sterman. Volume 2: M-Z. pages of 321 to 628.
- YUSUF, Ijaz; and SAEED, Khalid. 1995. A System Dynamics Approach to Analyze the Effect of High Set Up Time of Machines On Marketing Growth the Case of packages Ltd. Pakistan. 1995. pg 1016-1025. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE. System Dynamics'95. Tokyo, Japan, July 30 through August 4, 1995. Edited by: Toshiro Shimada and Khalid Saeed. Volume 1: Plenary Program. 312 pages.
- ZAHN, Erich; BUNZ, Andreas; and HOPFMANN, Lienhard. 1987. System Dynamics Models: A Tool for Strategic Planning of Flexible Assembly Systems. pg 150-155. System Dynamics Review. Volume 3. Number 2. Summer. 1987. pages 81-167. Editorial: Wiley. ISSN 0883-7066. SDREEG 3(2) 81-167 (1987).
- ZHAO, Chongjie; and XU, Chingrui. 1986. Feedback and Delay in Planned Economy System. THE 1986 INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE SYSTEM DYNAMICS SOCIETY. System Dynamics: On the Move. Sevilla, October. Volume 1. 22-24 october 1986. pg 655-659.
- ZUBIRÍA DE CASTRO, Ricardo. 1995. Aplicación de la Metodología de la Dinámica de Sistemas en los Sistemas CONWIP de Fabricación. Proyecto Fin de Carrera. Universidad de Sevilla, Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Departamento de Organización Industrial y Gestión de Empresas. España. 365p.

12.2 BIBLIOGRAFÍA CITADA POR OTROS INVESTIGADORES

† Autores y artículos referenciados por otros investigadores

- ABRAMOVITZ, Moses. 1950. Inventories and business cycles, with special reference to manufacturers' inventories. Studies in business cycles No. 4. National Bureau of Economic Research. New York. - *Artículos referenciados en DIEHL, Ernst W. 1986*
- ALFELD, L.E.; and GRAHAM, A.K. 1976. Introduction to Urban Dynamics. Cambridge, Mass.: MIT Press. - *Artículo referenciado por Richardson y Sterman (1988).*
- ALLEN, P.M. 1985. Ecology, Thermodynamics, and Self-Organization: Towards a New Understanding of Complexity. In Ecosystem Theory for Biological Oceanography, de. Ulanowicz and Platt. Canadian Bulletin of Fisheries and Aquatic Sciences. No. 213. Fisheries and Oceans, 200 Kent Street, Ottawa, Ontario K1A 0E6, Canadá). - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- ARACIL, J. 1981. Further Results on Structural Stability of Urban Dynamics Models. In System Dynamics and the Analysis of Change: Proceedings of the 6th International Conference on System Dynamics (París), de. E. Paulré, 315-334. New York: North-Holland. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- ARACIL, J. 1984. Qualitative Analysis and Bifurcations in System Dynamics Models. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-14(4):688-696. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- ASHBY, W.R. 1956. Introduction to Cybernetics. New York: Wiley. - *Libro referenciado por Richardson (1995b).*
- BELSLEY, David A. 1969. Inventory Production Behavior. The Order-Stock Distinction. North-Holland Publishing Company. Amsterdam.- *Artículos referenciados en DIEHL, Ernst W. 1986*
- BENETTIN, G., GALGNI, L., and STRELCYN, J.M. 1976. Kolmogorov Entropy and Numerical Experiments. Physical Review A 14:2338. - *Artículo referenciado por Reiner et. al. (1988).*
- BERGÉ, P.; POMEAU, Y. and VIDAL, C. 1984. Orden Within Chaos: Towards a Deterministic Approach to Turbulence. New York: Wiley. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- CVITANOVIC, P. de. 1984. Universality in Chaos. Bristol: Hilger. - *Artículo referenciado por Andersen (1988).*
- CURRY, J., and YORKE, J.A. 1977. A Transition From Hopf-Bifurcation to Chaos: Computer Experiments With Maps in R². Springer Notes in Mathematics 668. Berlin: Springer. - *Artículo referenciado por Sturis y Mosekilde (1988).*
- FEIGENBAUM, M.J. 1979. "The Universal Metric Properties of Non-Linear Transformations". J. Stat. Phys. 21. 669-706. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1986).*
- FEIGENBAUM, M.J. 1980. Universal Behavior in Nonlinear Systems. Los Alamos Science 1:4; also Physica D 7(1983): 16-39. - *Artículo referenciado por Sturis y Mosekilde (1988), y por Mosekilde et. al. (1988).*
- FÓRRESTER, J.W. 1968. Principles of Systems. Cambridge, Mass.: MIT Press. Reprinted by Productivity Press, Portland, Ore., U.S.A. - *Artículo referenciado por Andersen y Sturis (1988), Richardson y Sterman (1988) y TU (1997).*
- FÓRRESTER, J.W. 1969. Urban Dynamics. Cambridge, Mass.: MIT Press. *Artículo referenciado por Richardson y Sterman (1988)*
- FÓRRESTER, J.W. 1971. Counterintuitive Behaviour of Socail Systems. Technology Review, 73, 52-68. - *Artículo referenciado por Machuca J.A.D (1998).*

- FÓRRESTER, J.W., & MASS, N.J. 1976. The production Sector of the System Dynamics National Model - Equation Description (System Dynamics Group Working Paper D- 2486-3). Cambridge, Mass, : Massachusetts Institute of Technology, Sloan School of Management. - *Artículo referenciado por Morecroft 1983.*
- GANDOLFO, G. 1983, 259ff. Economic Dynamics: Methods and Models, 2d de. Amsterdam: Norht-Holland. - *Artículo referenciado por LORENZ, Hans-Walter. 1992.*
- GLEICK, J. 1986. Chaos, Making an New Science. William Heineman, Great Britain.
- GÓMEZ, Peter; and PROBST, Gilbert J.B. 1987. Vernetztes Denken im Management. Die Orientierung 89, Bern. - *Artículo referenciado por Kummer y Schlange (1997).*
- GRAHAM, A.K. 1977. Principles on the Relationship Between Structure and Behavior in Dynamic Systems. Ph.D. dissertation, M.I.T., Cambridge, MA 02139. - *Artículo referenciado por Richardson y Sterman (1988) por Richardson (1995b).*
- GUCKENHEIMER, J., and HOLMES, P. 1983. Nonlinear Oscillations, Dynamical System, and Bifurcations of Vector Fields. Berlin: Springer. - *Libro referenciado por Mosekilde et. al. (1988), y por Toro y Aracil (1988).*
- HAKEN, H. 1983. Advanced Synergetics. Series in Synergetics. Vol. 20. Berlin: Springer. - *Artículo referenciado por Reiner et. al. (1988).*
- HENIZE, J. 1971. Course Materials for Principles of Dynamic Systems. System Dynamics Group Memo D-1598, Sloan School of Management, M.I.T., Cambridge, MA 02139. - *Artículo referenciado por Toro y Aracil (1988).*
- HIRSCH, Albert A. and LOVELL, Michael C. 1969. Sales Anticipations and Inventory Behavior. Wiley. New York.- *Artículos referenciados en DIEHL, Ernst W. 1986*
- HIRSCH, W., and SMALE, S. 1974. Differential Ecuations, Dynamical Systems, and Linear Algebra. San Diego: Harcourt Brace Jovanovich (Academic Press). - *Libro referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- HOLT, Charles C.; MODIGLIANI, franco; MUTH, John F.; and SIMON, Herbert A. 1960. Planning Production, Inventories, and Workforce. Prentice Hall. Englewood Cliffs, N.J.- *Artículos referenciados en DIEHL, Ernst W. 1986*
- JENSEN, K.S.; MOSEKILDE, E.: and HOLSTEIN-RATHLOU, N.H. 1986. "Self-Sustained Oscillations and Chaotic Behaviour in Kidney Pressure Regulation". Proc. Solvay Institutes Discoveries 1985. Symp., Mondes en Development, Tome 14, No. 53. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1986).*
- JOHANSSON, H.J.; McHUGH, P.; PENDLEBURY, A.J.; and WHEELER, W.A. III. 1994. Business Process Reengineering: Break Point Strategies for Market Dominance. Chichester, UL: John Wiley & Sons. - *Artículo referenciado por GEORGANTZAS, 1996.*
- KAMPMANN, C.; HAXHOLDT, C.; MOSEKILDE, E.; and STERMAN, J.D. 1993. Entrainment in a Disaggregated Economic Long-wave Model. ed. L. Leydesdorff and P. Van den Besselaar. In Evolutionary Economics and Chaos Theory, London: Pinter.
- KUBICECK, M. and MAREK, M. 1983. Computational Methods in Bifurcation Theory and Dissipative Structures. Berlin: Springer. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- LORENZ, E.N. 1963. Deterministic Nonperiodic Flow. Journal of the Atmospheric Sciences 20:130-141. - *Artículo referenciado por Allen (1988)*

- MACK, Ruth P. 1967. Information Expectations, and Inventory Fluctuation. National Bureau of Economic Research. Columbia University Press. New York. London. - *Artículos referenciados en DIEHL, Ernst W. 1986*
- MEADOWS, D.L. 1970. Dynamics of Commodity Production Cycles. Cambridge, Mass.: Productivity Press. *Artículo referenciado por Brons y Sturis (1991).*
- MEDIO, A. 1991a. Continuous-Time Models of Chaos in Economics. Journal of Economic Behavior and Organization. 16: 115-151. - *Artículo referenciado por LORENZ, Hans-Walter. 1992.*
- MEDIO, A. 1991b. Discrete and Continuous Models of Chaotic Dynamics in Economics. Journal of Structural Change and Economic Dynamics, 2: 99-118. - *Artículo referenciado por LORENZ, Hans-Walter. 1992.*
- MITTELMANN, H.D, and WEBER, H. 1980. Bifurcation Problems and Their Numerical Solution. Basel: Birkhauser. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- MORECROFT, J.D.W. 1980. Structures causing instability in production and distribution systems (System Dynamics Group Working Paper D- 3244-2). Cambridge, Mass. : Massachusetts Institute of Technology, Sloan School of Management. - *Artículo referenciado por Morecroft 1983.*
- MOSEKILDE, E. and RANFELT, L. 1977. Buffer Stock Stabilisation of the International Commodity Market: An Analysis of UNCTAD's Proposal of an Integrated Programme for Raw Materials. GRS-WP 110. Oslo: Resource Policy Group, Technical-Scientific Research Council of Norway.- *Artículo referenciado por Brons y Sturis (1991).*
- MOSEKILDE, E.; RASMUSSEN, S.; JOERGENSEN, H.; JALLER, F.; and JENSEN, C. 1985. Chaotic Behavior in a Simple Model of Urban Migration. In Proceedings of the 1985 International System Dynamics Conference (Keystone, Colorado, p. 575-589.). - *Artículo referenciado por Mosekilde, Aracil y Allen (1988a), y por Mosekilde et. al. (1986).*
- NICOLIS, G. and PRIGOGINE, I. 1977. Self-Organization in Nonequilibrium Systems. New York: Wiley. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- POINCARÉ, H. 1892. Les methodes Nouvelles de la Mechanique Celeste. París; Gauthier-Villars. - *Artículo referenciado por Mosekilde, Aracil y Allen (1988a).*
- POMEAU, Y.; and MANNEVILLE, P. 1980. Intermittent Transition to Turbulence in Dissipative Dynamical Systems. Communications in Mathematical Physics 74:189. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- POSTON, T. and STEWARD, I.N. 1978. Catastrophe Theory and Its Applications. Marshfield, Mass.: Pitman. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*
- PRIGOGINE, I. and STENGERS, I. 1984. Order Out of Chaos. New York: Bantam. - *Libro referenciado por Chen (1988).*
- RASMUSSEN, D., and MOSEKILDE, Erik. 1988. Bifurcations and Chaos in a Generic Management Model . European Journal of Operational Research 35: 80-88. - *Artículo referenciado por Brons y Sturis (1991).*
- RASMUSSEN, Steen; MOSEKILDE, Erik; and STERMAN, John D. 1984. Bifurcations and Chaotic Behavior in a Simple Model of the Economic Long Wave. First Minieuro-Conference, Brujas. - *Artículo referenciado por Toro y Aracil (1986).*
- RICHARDSON, G.P., and PUGH III, A.L. 1981. Introduction to System Dynamics Modeling with DYNAMO. Cambridge, Mass.: MIT Press. Reprinted by Productivity Press, Portland, Oregon., U.S.A. - *Libro referenciado por Richardson (1995a, 1995b).*

- RICHMOND, B. 1980. A New Look at an Old Friend. Plexus. Resource Policy Center, Thayer School of Engineering, Dartmouth College, Hanover, NH 03755, U.S.A. - *Artículo referenciado por Richardson (1995b)*.
- RICHMOND, B., VESCUSO, P. and PETERSON, S. 1987. An Academic Users Guide to STELLA. Hanover, NH: High Performance Systems. - *Libro referenciado por Richardson (1995a)*.
- ROBERT, E.B. 1978. Managerial Applications of System Dynamics". MIT-Press.). - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1986)*.
- RÖSSLER, O.E. 1976. An Equation for Continuous Chaos. Physics Letters A 57:397-398.
- RUELLE, D.; and TAKENS, F. 1971. On the Nature of Turbulence. Communications in Mathematical Physics 20:167. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988)*.
- SASTRY, S.S. and DESOER, C.A. 1981. Jump Behavior of Circuits and Systems. IEEE Transactions on Circuits and Systems CAS-28:1109-1124. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988)*.
- SKINNER, W. 1978. Manufacturing in the Corporate Strategy, De. Wiley. - *Libro referenciado por Morita et. al. (1996)*
- STERMAN, J.D. 1985. A Behavioral Model of the Economic Long Wave. Journal of Economic Behavior and Organization 6: 17-53. - *Artículo referenciado por Haxholdt et. al. (1995); y por Rasmussen et. al. (1985)*.
- STERMAN, J.D. 1994. Learning it About Complex Systems. System Dynamics Review, 10, 2-3. - *Artículo referenciado por Machuca J.A.D (1998)*.
- STEWART, H.B. and THOMPSON, J.M.T. 1986. Towards a Classification of Generic Bifurcations in Dissipative Dynamical Systems. Revista: Dynamics and Stability of System 1: 87-96. - *Artículo referenciado por Brons y Sturis (1991)*.
- STROGATZ, S. 1994. Nonlinear Dynamics and Chaos. Addison Wesley. - *Libro referenciado por STOYANOVA, P.; MOSCARDINI, A.O.; ELLIOTT, M.; and WOODWARD R. 1995. Order and Disorder in a Creative Organisation. pg 847-855. INTERNATIONAL SYSTEM DYNAMICS CONFERENCE*
- TAKENS, F 1981. Detecting Strange Attractors in Turbulence. In Dynamical Systems and Turbulence (Lecture Notes in Mathematics. No. 898), de. D.A. Rand and L.S. Young, 366-381. Berlin: Springer.
- THOM, R. 1977. Stabilité Structurale et Morphogenese. París: Inter Editions. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988)*.
- THOMPSON, J.M.T. and STEWART, H.G. 1986. Nonlinear Dynamics and Chaos: Geometric Methods for Engineers and Scientists. New York: Wiley. Reimpreso en 1994. ISBN: 0 471 90960 2. - *Artículo referenciado por Toro y Aracil (1988)*.
- VESTER, F.; and HESLER, A. 1987. Sensitivity Model. 2nd de. Umlandverband Frankfurt: Frankfurt a.M. - *Artículo referenciado por Kummer y Schlange (1997)*.
- WALDROP, M.M. 1992. Complexity, the Emerging Science at the Edge of Order and Chaos. Viking, London.
- WARD, E.E. 1981. Improve Production Planning with an Inventory Adjustment Policy. Production and inventory management journal, 21 (First quarter), 1-12. - *Artículo referenciado por Morecroft 1983*.
- WEIDLICH, W.;and HAAG, G. 1983. Concepts and Models of a Quantitative Sociology. Series in Synergetics. Vol. 14. Berlín: Springer. - *Artículo referenciado por Reiner et. al. (1988)*.
- WOLF, A. 1986. Quantifying Chaos with Lyapunov Exponents. In Chaos, de. A.V. Holden. Manchester; Manchester University Press. - *Artículo referenciado por Lorenz (1992)*.

- WOLF, A.; SWIFT, J.; SWINNEY, H.L.; and VASTANO, J. 1985. Determining Lyapunov Exponents From a Time Series. *Physica D* 16:285-317. - *Artículo referenciado por Chen (1988) y por Lorenz (1992).*
- WOLSTENHOLME, E.F. 1985. A Methodology for Qualitative System Dynamics. In *Proceedings of the 1985 International System Dynamics Conference (Keystone, Colo.)*. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988)*
- ZEEMAN, E.C. 1977. *Catastrophe Theory: Selected Paper, 1972-1977*. Reading, Mass.: Addison-Wesley. - *Artículo referenciado por Mosekilde et. al. (1988).*

GLOSARIO

Atractor: 1) El término atractor se refiere al hecho de que las trayectorias que empiezan en puntos diferentes en el espacio de fase, todas ellas se aproximarán a un movimiento estacionario cuando el período transitorio ha desaparecido (Andersen y Sturis, 1988). 2) Conjunto compacto de puntos del espacio de estados que cumplen las siguientes condiciones (Aracil y Toro, 1993):

- Las soluciones con condiciones iniciales dentro del atractor, permanecen constantes
- Es un entorno del atractor existe un conjunto de puntos (llamado “cuenca de atracción”) tal que las soluciones que tienen condiciones iniciales en dicho conjunto se aproximan asintóticamente al atractor.

Atractor caótico o extraño: Es un conjunto compacto que no es ni puntual, ni cíclico, ni periódico, y normalmente posee estructura fractal.

Atractor cíclico: El conjunto atractivo es una curva cerrada en el espacio de estados. El comportamiento a largo plazo es un movimiento periódico. Las trayectorias no alcanzan nunca el reposo, sino que oscilan indefinidamente.

Atractor periódico: La órbita evoluciona a lo largo del tiempo, hasta que termina repitiéndose.

Atractor puntual: El conjunto atractor es un punto. Es el conjunto límite más simple que ese puede concebir. El comportamiento a

largo plazo corresponde con un valor estable constante para $X(t)$.

Bifurcación: Son las modificaciones que se presentan en la estructura topológica del retrato de estados.

Espacio de estados: Es el espacio de los posibles estados alcanzados por el sistema.

Estado del sistema: Valor tomado por el conjunto de magnitudes X_i , en un instante de tiempo determinado

Estabilidad: Un sistema es estable si la topología de su retrato de estados no se altera sensiblemente como consecuencia de un ligera modificación arbitraria de el modelo.

PYME: Pequeña y mediana empresa.

Retrato de estados: Es el conjunto de las proyecciones de las trayectorias de los espacios de estado.

ANEXO 1. ECUACIONES DEL MODELO LINEAL

$D = \text{demanda}(\text{Time})$

~ Unidades

$mcp = 200$

~ Unidades

~ Máxima capacidad de producción

$fp = \text{IF THEN ELSE}(mcp \geq \text{MAX}(\text{prevision} + (\text{discrepancia}/\text{tai}), 0),$
 $\text{MAX}(\text{prevision} + (\text{discrepancia}/\text{tai}), 0), mcp)$

~ Unidades/día

~ Flujo de artículos que entran al proceso de producción.

$fd = D * \text{entrega}$

~ Unidades/día

~ Flujo de producto terminado que se envía al cliente.

$fpt = (\text{wip}/\text{tp})$

~ Unidades/día

~ Flujo de producto que sale en el día del proceso de producción y entra a aumentar el inventario de producto terminado.

$\text{inv} = \text{INTEG}(fpt - fd, \text{inv ini})$

~ Unidades

~ Inventario de productos terminados, en inventario.

$\text{wip} = \text{INTEG}(fp - fpt, \text{wip ini})$

~ Unidades

~ Cantidad inicial de unidades de productos en proceso.

$\text{wip ini} = 50$

~ Unidades

~ Cantidad inicial de unidades de producto en proceso,

$\text{inv ini} = 80$

~ Unidades

~ Cantidad inicial de unidades de producto terminado

$\text{demanda}([(0,0)-(100,150)],(0,105),(10,105),(11,105),(100,105))$

~ Unidades

~ Pronóstico de la demanda diaria.

$\text{discrepancia} = \text{inv deseado} - \text{inv}$

~ Unidades

~ Cantidad de producto que hace falta para alcanzar el punto del inventario deseado.

$\text{gci} = 0.8$

~ Porcentaje

~ Grado de cobertura del inventario deseado.

inv deseado = prevision*gci
 ~ Unidades
 ~ Es el nivel máximo que se desea tener en el inventario de producto terminado, en cada momento.

tp = 0.5
 ~ día
 ~ Es el tiempo que dura el proceso de producción

prevision =SMOOTH(D,tpd)
 ~ Unidades
 Es el resultado del pronóstico suavizado de la demanda

tai = 0.5
 ~ día
 ~ Número de días requeridos para ajustar el "inventario deseado".

tpd = 1
 ~ día
 ~ número de días requeridos para la suavización de la demanda

entrega = 1
 ~ Porcentaje
 ~ Porcentaje de cubrimiento de la demanda (1 es equivalente al 100%).

 .Control Simulation Control Paramaters
 *****~

FINAL TIME = 100
 ~ Month
 ~ The final time for the simulation.

INITIAL TIME = 0
 ~ Month
 ~ The initial time for the simulation.

SAVEPER = 1
 ~ Month
 ~ The frequency with which output is stored.

TIME STEP = 0.05
 ~ Month
 ~ The time step for the simulation.

ANEXO 2. ECUACIONES DEL MODELO NO LINEAL

$D = \text{demanda}(\text{Time})$
 ~ Unidades
 $mcp = 200$
 ~ Unidades
 ~ Máxima capacidad de producción.
 $fp = \text{IF THEN ELSE}(mcp \geq \text{MAX}(\text{prevision} + (\text{discrepancia}/\text{tai}), 0), \text{MAX}(\text{prevision} + (\text{discrepancia}/\text{tai}), 0), mcp)$
 ~ Unidades/día
 ~ Flujo de artículos que entran al proceso de producción.
 $fd = D * \text{entrega}$
 ~ Unidades/día
 ~ Flujo de producto terminado que se envía al cliente.
 $fpt = (\text{wip}/\text{tp})$
 ~ Unidades/día
 ~ Flujo de producto que sale en el día del proceso de producción y entra a aumentar el inventario de producto terminado.
 $inv = \text{INTEG}(fpt - fd, \text{inv ini})$
 ~ Unidades
 ~ Inventario de productos terminados, en inventario.
 $wip = \text{INTEG}(fp - fpt, \text{wip ini})$
 ~ Unidades
 ~ Cantidad inicial de unidades de productos en proceso.
 $wip \text{ ini} = 50$
 ~ Unidades
 ~ Cantidad inicial de unidades de producto en proceso.
 $inv \text{ ini} = 80$
 ~ Unidades
 ~ Cantidad inicial de unidades de producto terminado.
 $\text{demanda}([(0,0)-(100,150)], (0,105), (10,105), (11,105), (100,105))$
 ~ Unidades
 ~ Pronóstico de la demanda diaria.
 $\text{discrepancia} = \text{inv deseado} - \text{inv}$
 ~ Unidades
 ~ Cantidad de producto que hace falta para alcanzar el punto del inventario deseado.
 $gci = 0.8$
 ~ Porcentaje
 ~ Grado de cobertura del inventario deseado.

inv deseado = prevision*gci
 ~ Unidades
 ~ Es el nivel máximo que se desea tener en el inventario de producto terminado, en cada momento.

tproceso ((0,0)-(200,1.1)],(0,0.5),(1.03093,0.5),(45.6186,0.5),(54.1237,0.5),
 (61.3402,0.56338), (71.134,0.683099),(85.8247,0.862676),(98.4536,0.989437),(200,1))
 ~ día
 ~ Es una tabla que relaciona el tiempo de producción (*tp*) con las unidades que están en el proceso de producción (*WIP*). El resultado de la tabla es un tiempo de proceso *tp*, en el día *t*, de acuerdo con el valor que haya de productos en proceso (*WIP*) en el mismo día *t*.

tp =tproceso(wip)
 ~ día
 ~ Es el tiempo que dura el proceso de producción.

prevision =SMOOTH(D,tpd)
 ~ Unidades
 Es el resultado del pronóstico suavizado de la demanda.

tai = 0.5
 ~ día
 ~ Número de días requeridos para ajustar el "inventario deseado".

tpd = 1
 ~ día
 ~ número de días requeridos para la suavización de la demanda.

entrega = pentrega(inv)
 ~ Porcentaje
 ~ Es el porcentaje de cubrimiento de la demanda.

pentrega ((0,0)-(200,1.1)],(0,0.02),(2.31959,0.0246479),(12.1134,0.84507),
 (13.9175,1),(17.268,1),(27.3196,1),(28.866,1),(32.9897,1),(39.6907,1),(44.0722,1),(48.9
 691,1), (54.6392,1),(58.5052,1),(61.5979,1),(66.2371,1),(70.8763,1),(200,1))
 ~ Porcentaje
 ~ Es una tabla que relaciona porcentaje con cantidad de unidades de producto terminado.

 .Control Simulation Control Paramaters
 *****~

FINAL TIME = 100
 ~ Month
 ~ The final time for the simulation.

INITIAL TIME = 0
 ~ Month
 ~ The initial time for the simulation.

SAVEPER = 1
 ~ Month
 ~ The frequency with which output is stored.

TIME STEP = 0.05
 ~ Month
 ~ The time step for the simulation.

ANEXO 3. ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL

ANEXO 3.1 ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL SIN CONTROL DEL WIP

Demanda $[(0,0)-(1000,200)],(0,105),(1,105),(2,105),(100,105),(1000,105)$)
 INV INI = 80
 WIP PULL = INTEG(FP PULL-FPT PULL,WIP INI)
 ~ Inventario en proceso
 INV PULL = INTEG(+FPT PULL-PS PULL,INV INI)
 ~ Inventario unidades completas.
 INV PUSH = INTEG(+FPT PUSH-PS PUSH,INV INI)
 ~ Inventario de unidades
 WIP PUSH = INTEG(FP PUSH-FPT PUSH,WIP INI)
 ~ Inventario en proceso
 WIP INI = 50
 OP PULL = NK*UC-INV PULL
 D PULL = Demanda(Time)
 ~ Demanda
 D PUSH = Demanda(Time)
 LT PULL = TP(WIP PULL)
 ~ Lead Time
 DIF = SS PUSH-INV PUSH
 NN PUSH = NB PUSH+DIF/TAI
 ~ Necesidades netas en montaje
 PS PUSH = MAX(MIN(IF THEN ELSE(PSD PUSH>=MCS PUSH,MCS PUSH,PSD PUSH),INV PUSH),0)
 ~ Flujo de suministro
 INV INICIAL PULL = NK*UC-(D PULL*LT PULL)-(D PULL*IT)
 WIP INI PULL = D PULL*LT PULL
 LT PUSH = TP(WIP PUSH)
 ~ días, ~ Lead Time 2
 TP $[(0,0)-(1500,4)],(0,0.5),(22,0.5),(54,0.5),(61,0.563),(71,0.68),(86,0.863),$
 $(98,0.989),(127.577,1.28169),(200,2),(500,3),(1500,4)$)
 ~ Tabla con tiempos de proceso según la cantidad de producto en proceso (WIP)
 FPT PULL = WIP PULL/LT PULL
 ~ Flujo productos terminados etapa 3

$FP\ PULL = MAX(IF\ THEN\ ELSE(FPD\ PULL \geq MCP\ PULL, MCP\ PULL, FPD\ PULL), 0)$
 $FPT\ PUSH = WIP\ PUSH / LT\ PUSH$
 ~ Flujo de productos terminados 2
 $CPP = CPP\ AUX * (NPP - PP\ PULL) / TIME\ STEP$
 ~ Cambio en el plan de producción
 $FP\ PUSH = MAX(IF\ THEN\ ELSE(NN\ PUSH \geq MCP\ PUSH, MCP\ PUSH, NN\ PUSH), 0)$
 $CPP\ AUX = PULSE(TIME\ STEP, PPL)$
 $CI = INV\ PULL / UC$
 ~ Número de contenedores en etapa 3
 $CTRA\ PUSH = INTEG(+PR - PE, PNE\ PUSH * D\ PUSH)$
 $CTRA\ PULL = INTEG(+PR\ PULL - PE\ PULL, RE\ PULL * D\ PULL)$
 ~ Cartera
 $GCI\ PUSH = 0.8$
 ~ Grado de cobertura del inventario
 $MCP\ PUSH = 12 * PP\ PUSH$
 ~ Máxima capacidad de producción
 $FPD\ PULL = OP\ PULL / IT$
 ~ Producción deseada
 $MCS\ PUSH = 10 * PP\ PUSH$
 ~ Máxima capacidad de suministro
 $INTS = TINTS(CI)$
 ~ Interruptor inventario-entrega
 $NB\ PUSH = PP\ PUSH$
 ~ Las necesidades brutas de la última etapa equivalen al plan maestro de producción.
 $IT = 0.5$
 ~ días, ~ Int. tiempo de CICLO KANBAN
 $P\ PUSH = SMOOTH(D\ PUSH, TAD)$
 ~ previsión de la demanda
 $PE = PS\ PUSH$
 ~ Flujo pedidos servidos
 $MCP\ PULL = 10 * PP\ PULL$
 ~ Máxima capacidad de producción
 $PNE\ PUSH = 1.3$
 ~ días, ~ Retraso en la entrega
 $MCS = 10 * PP\ PULL$
 ~ Máxima capacidad de suministro
 $PP\ PUSH = P\ PUSH * X\ SUICHE\ PUSH + (1 - X\ SUICHE\ PUSH) * PSD\ PUSH$
 ~ Plan maestro de producción
 $NK = ((PP\ PULL / UC) * (LT\ PULL + IT) * (1 + SS))$
 ~ Kanbans tercera etapa
 $PR = D\ PUSH$
 ~ Flujo pedidos recibidos
 $NPP = P\ PULL * X + (1 - X) * PSD\ PULL$
 $P\ PULL = SMOOTH(D\ PULL, TAD\ PULL)$
 ~ Previsión
 $PSD\ PUSH = CTRA\ PUSH / PNE\ PUSH$
 ~ Pedidos a servir deseados
 $PE\ PULL = PS\ PULL$
 ~ Flujo pedidos servidos
 $SS\ PUSH = PP\ PUSH * GCI\ PUSH$

~ Stock de seguridad deseado.
 Se supone un stock de seguridad igual por cada etapa y en función al plan de producción.
 PP PULL = INTEG(CPP,PSD PULL)
 ~ Plan de producción. PP inicial = PSD: Flujo de suministro deseado
 TAD = 5
 ~ días, ~ Tasa alisamiento de la demanda
 PPL = 10
 ~ días, ~ Período de planificación
 TAI = 0.5
 ~ días, ~ Tasa (tiempo?) de ajuste del inventario
 PR PULL = D PULL
 ~ Flujo pedidos recibidos
 X SUICHE PUSH = 0
 PS PULL = IF THEN ELSE(PSD PULL>=MCS,MCS,PSD PULL)*INTS
 ~ Flujo de suministro
 PSD PULL = CTRA PULL/RE PULL
 ~ Pedidos a servir deseados
 RE PULL = 1.3
 ~ días, ~ Retraso en la entrega
 SS = 0.3
 ~ Período de seguridad
 TAD PULL = 5
 ~ días, ~ Tiempo alisamiento demanda
 TINTS ((0,0)-(200,1)],(0,0),(1,0.8),(2,0.95),(3,1),(4,1),(200,1))
 UC = 10
 ~ Unidades por contenedor
 X = 0
 ~ Coeficiente de ponderación

 .Control
 *****~
 Simulation Control Paramaters
 FINAL TIME = 100
 ~ Month
 ~ The final time for the simulation.
 INITIAL TIME = 0
 ~ Month
 ~ The initial time for the simulation.
 SAVEPER = 0.25
 ~ Month
 ~ The frequency with which output is stored.
 |
 TIME STEP = 0.25
 ~ Month
 ~ The time step for the simulation.
 \\---//

ANEXO 3.2 ECUACIONES DE LOS MODELOS PUSH Y PULL CON CONTROL DEL WIP

DIF = SS PUSH-INV PUSH-WIP PUSH

NN PUSH = NB PUSH+DIF/TAI

~ Necesidades netas en montaje

PS PUSH = MAX(MIN(IF THEN ELSE(PSD PUSH>=MCS PUSH,MCS PUSH,PSD PUSH),INV PUSH),0)

~ Flujo de suministro

INV INICIAL PULL = NK*UC-(D PULL*LT PULL)-(D PULL*IT)

II PUSH = 80

~ Inventario inicial

INV PULL = INTEG(+FPT PULL-PS PULL,IINIPULL)

~ Inventario unidades completas.

INV PUSH = INTEG(+FPT PUSH-PS PUSH,II PUSH)

~ Inventario de unidades

IINIPULL = 80

WIP INI PULL = D PULL*LT PULL

LT PUSH = TP(WIP PUSH)

~ dias, ~ Lead Time 2

WIP PULL = INTEG(FP PULL-FPT PULL,WINIPULL)

~ Inventario en proceso

WIP PUSH = INTEG(FP PUSH-FPT PUSH,WINI PUSH)

~ Inventario en proceso

WINIPULL = 50

TP ((0,0)-(1000,4),(0,0.5),(22,0.5),(54,0.5),(61,0.563),(71,0.68),(86,0.863),(98,0.989),(150,1),(200,2),(500,3),(1000,4))

~ Tabla con tiempos de proceso según la cantidad de producto en proceso (WIP)

FPT PULL = WIP PULL/LT PULL

~ Flujo productos terminados etapa 3

WINI PUSH = 50

~ WIP inicial

FP PULL = MAX(IF THEN ELSE(FPD PULL>=MCP PULL,MCP PULL,FPD PULL),0)

FPT PUSH = WIP PUSH/LT PUSH

~ Flujo de productos terminados 2

CPP = CPPAUX*(NPP-PP PULL)/TIME STEP

~ Cambio en el plan de producción

FP PUSH = MAX(IF THEN ELSE(NN PUSH>=MCP PUSH,MCP PUSH,NN PUSH),0)

CPPAUX = PULSE(TIME STEP,PPL)

CI = INV PULL/UC

~ Número de contenedores en etapa 3

CTRA PUSH = INTEG(+PR-PE,PNE PUSH*D PUSH)

CTRA PULL = INTEG(+PR PULL-PE PULL,RE PULL*D PULL)

~ Cartera

GCI PUSH = 1.8

~ Grado de cobertura del inventario

MCP PUSH = 12*PP PUSH

~ Máxima capacidad de producción

$FPD\ PULL = OP\ PULL/IT$
 ~ Producción deseada
 $MCS\ PUSH = 10*PP\ PUSH$
 ~ Máxima capacidad de suministro
 $INTS = TINTS(CI)$
 ~ Interruptor inventario-entrega
 $NB\ PUSH = PP\ PUSH$
 ~ Las necesidades brutas de la última etapa equivalen al plan maestro de producción.
 $IT = 0.5$
 ~ días, ~ Int. tiempo de CICLO KANBAN
 $P\ PUSH = SMOOTH(D\ PUSH, TAD)$
 ~ previsión de la demanda
 $PE = PS\ PUSH$
 ~ Flujo pedidos servidos
 $MCP\ PULL = 10*PP\ PULL$
 ~ Máxima capacidad de producción
 $PNE\ PUSH = 1.3$
 ~ días, ~ Retraso en la entrega
 $MCS = 10*PP\ PULL$
 ~ Máxima capacidad de suministro
 $PP\ PUSH = P\ PUSH*X\ SUICHE\ PUSH + (1-X\ SUICHE\ PUSH)*PSD\ PUSH$
 ~ Plan maestro de producción
 $NK = ((PP\ PULL/UC)*(LT\ PULL+IT)*(1+SS))$
 ~ Kanbans tercera etapa
 $PR = D\ PUSH$
 ~ Flujo pedidos recibidos
 $NPP = P\ PULL*X + (1-X)*PSD\ PULL$
 $P\ PULL = SMOOTH(D\ PULL, TAD\ PULL)$
 ~ Previsión
 $PSD\ PUSH = CTRA\ PUSH/PNE\ PUSH$
 ~ Pedidos a servir deseados
 $PE\ PULL = PS\ PULL$
 ~ Flujo pedidos servidos
 $SS\ PUSH = PP\ PUSH*GCI\ PUSH$
 ~ Stock de seguridad deseado.
 Se supone un stock de seguridad igual por cada etapa y en función al plan de producción.
 $PP\ PULL = INTEG(CPP, PSD\ PULL)$
 ~ Plan de producción. PP inicial = PSD: Flujo de suministro deseado
 $TAD = 5$
 ~ días, ~ Tasa alisamiento de la demanda
 $PPL = 10$
 ~ días, ~ Período de planificación
 $TAI = 0.5$
 ~ días, ~ Tasa (tiempo?) de ajuste del inventario
 $PR\ PULL = D\ PULL$
 ~ Flujo pedidos recibidos
 $X\ SUICHE\ PUSH = 0$
 $PS\ PULL = IF\ THEN\ ELSE(PSD\ PULL \geq MCS, MCS, PSD\ PULL)*INTS$
 ~ Flujo de suministro
 $PSD\ PULL = CTRA\ PULL/RE\ PULL$
 ~ Pedidos a servir deseados

RE PULL = 1.3
 ~ dias, ~ Retraso en la entrega
 SS = 0.3
 ~ Período de seguridad
 TAD PULL = 5
 ~ dias
 ~ Tiempo alisamiento demanda
 TINTS ((0,0)-(200,1)],(0,0),(1,0.8),(2,0.95),(3,1),(4,1),(200,1))
 UC = 10
 ~ Unidades por contenedor
 X = 0
 ~ Coeficiente de ponderación

 .Control
 *****~
 Simulation Control Paramaters
 FINAL TIME = 100
 ~ Month
 ~ The final time for the simulation.
 INITIAL TIME = 0
 ~ Month
 ~ The initial time for the simulation.
 SAVEPER = 0.25
 ~ Month
 ~ The frequency with which output is stored.
 TIME STEP = 0.25
 ~ Month
 ~ The time step for the simulation.
 \\---//

ANEXO 4. TABLAS DE LAS ECUACIONES DEL MODELO DE LA PYME

TABLA 34. ANEXO 4.1. ETAPA 1: INVENTARIO DE MP

Variable	Sigla	Tipo	Unidades	Relación funcional
Demanda	Demanda	Auxiliar	Productos / mes	Proyección
Orden producción	Orden_Pdn	Auxiliar	Productos	$IF((Inv_PT+PP_Propio) > (Demanda+ajus_tela), 0, (Demanda+ajus_tela)-Inv_PT-PP_Propio)$
Requisición MP	requisicion_MP	Auxiliar	Metros de tela	$Orden_Pdn * metros_unidad$
Compras MP	Compras_MP	Auxiliar	Metros de tela	$IF(K_trabajo > 0, calculo_de_compras, 0)$
Llegada de MP	Llegada de MP	Auxiliar	Metros de tela	$DELAYPPL(Compras_MP, T_suministro, 0)$
Tiempo suministro	T_suministro	Constante	Días	60
Inventario MP	Inv_MP	Nivel	Metros de tela	Inicial = 0 Flujo: $Inv_MP = +dt * llegada_de_MP - dt * producción$
Producción	producción	Auxiliar	Metros de tela	$MIN(Inv_MP, insumos, orden_pdn_tela)$
Calculo de compras	calculo_de_compras	Auxiliar	Metros de tela	$requisicion_MP + ajuste_de_Inv$
Ajuste de Inventario MP	ajuste_de_Inv	Auxiliar	Metros de tela	$IF(Inv_deseado \leq Inv_MP, 0, Inv_deseado - (Inv_MP / t_ajuste))$
Inventario deseado MP	Inv_deseado	Constante	Metros de tela	420
Metros por unidad	metros_unidad	Constante	Metros de tela/producto	0.28
Tiempo de ajuste	t_ajuste	Constante	Días	60

TABLA 35. ANEXO 4.2. ETAPA 2: INVENTARIO DE PP Y PT

Variable	Sigla	Tipo	Unidades	Relación funcional
Entrada de producto en proceso	entrada_PP	Auxiliar	Producto	proces_propio+Orden_Pdn_maq
Inventario de producto en proceso	Inv_PP	Auxiliar	Producto	Inicial=0 Flujo= Inv_PP = - dt*PT_Maq -dt*Entrada_PT +dt*entrada_PP
Entrada de producto T	Entrada_PT	Auxiliar	Producto	Inv_deseado_PT
Producto terminado de maquila	PT_Maq	Auxiliar	Producto	Orden_Pdn_maq
Proceso propio	Proces_propio	Auxiliar	Producto	(producción/metros_unidad)
Ventas de PT	Ventas_PT	Auxiliar	Producto	IF(Inv_PT<=Demanda, Inv_PT, Demanda)
Nivel de servicio	Nivel_serv	Auxiliar	Adimensional	Ventas_PT/Demanda
Ventas perdidas	ventas_perdidas	Auxiliar	Producto	IF(Demanda>Inv_PT, Demanda-Inv_PT, 0)
Rotación	Rotación	Auxiliar	Adimensional	Ventas_PT/Inv_PT
Tiempo de pdn	tiempo_pdn	Auxiliar	Minutos	proces_propio*standar_minutos
Estándar de pdn	standar_minutos	Constante	Minutos	13
Tiempo pdn Maq	tiempo_pdn_Mq	Auxiliar	Minutos	Orden_Pdn_maq*standar_minutos
Tiempo total pdn	T_total_pdn	Auxiliar	Minutos	(tiempo_pdn+tiempo_pdn_Mq)/60
Inventario deseado PT	Inv_deseado_PT	Constante	Producto	1500
Inventario de producto terminado	Inv_PT	Nivel	Producto	Inicial= 0 Flujo = Inv_PT = +dt*Entrada_PT -dt*Ventas_PT

TABLA 36. ANEXO 4.3. ETAPA 3: INGRESOS BRUTOS

Variable	Sigla	Tipo	Unidades	Relación funcional
ingresos	ingresos	Auxiliar	pesos	$Ventas_PT * precio_venta + Ingresos_entrega$
Precio de venta	precio_venta	Constante	pesos	6728
Ingresos Brutos	Ingresos_Brutos	Nivel	pesos	Inicial = 50000000 $Ingresos_Brutos = +dt * ingresos - dt * Egresos$
Egresos	Egresos	Auxiliar	Pesos	$Compras_MP * costo_MP + deducción_costo_inv + Costos_MO + compras_insumos * costo_de_Insumos + Costos_Inv_Maq + Costos_Pdn_maq$
Costo MP	costo_MP	Constante	Pesos	5432
Costo de Insumos	costo_de_Insumos	Constante	Pesos	117
Costos Fijos	Costos_Fijos	Constante	pesos	3030655
salario	salario	Constante	pesos	495000
MO_prod	MO_prod	Auxiliar	Trabajadores	$IF((Demanda * standar_pdn) / (horas_trabajador * dias_habiles * 60) > 8, 8, (Demanda * standar_pdn) / (horas_trabajador * dias_habiles * 60))$
horas trabajador	horas_trabajador	Constante	horas	8
Días hábiles	dias_habiles	Constante	Días	26
Costo MO	Costos_MO	Auxiliar	Pesos	$MO_prod * salario + Costos_Fijos$
Costo oportunidad	costo_oportunidad	Auxiliar	Pesos	$Costo_opor_MP + Costo_opor_PP + Costo_opor_PT$
Deducción de costos	Deducción_costos_inv	Auxiliar	Pesos	$Costos_Tot_Inv - costo_oportunidad$

TABLA 37. ANEXO 4.4. ETAPA 4: MAQUILA

Variable	Sigla	Tipo	Unidades	Relación funcional
Entrada_Maq	Entrada_Maq	Auxiliar	producto	D_maquila
Demandamaquila	D_maquila	Auxiliar	Producto	Grafico
Mano de Obra Maq	MO_Maq	Auxiliar	trabajador	IF((D_maquila*standar_minutos)/(horas_trabajdor*26*60)>8,8, (D_maquila*standar_minutos)/(horas_trabajdor*26*60))
Costos_Pdn_maq	Costos_Pdn_maq	Auxiliar	pesos	MO_Maq*salario+Costos_fijos_Maq
Costos_fijos_Maq	Costos_fijos_Maq	Constante	pesos/unidad	1010218
Precio subcontratación	precio_de_subc	Constante	pesos/unidad	1750
Costo de transporte	Costo_TTE	Constante	pesos/unidad	14
Inventario de Maq	Inv_Maq	Nivel	Producto	Inicial = 1000 Flujo Inv_Maq = - dt*Orden_Pdn_maq +dt*Entrada_Maq
Orden pdn de Maq	Orden_Pdn_maq	Auxiliar	Producto	Inv_Maq
Costos inventario Maq	Costos_Inv_Maq	Auxiliar	Pesos	Entrega_Maq*Costo_TTE
Ingresos brutos Maq	Ingresos_Brutos_Mq	Auxiliar	Pesos	Ingreso_entrega- Costos_Inv_Maq- Costos_Pdn_maq
Entrega de Maquila	Entrega_Maq	Auxiliar	producto	PT_Maq
Ingresos entrega Maq	Ingreso _ entrega	Auxiliar	pesos	Entrega_Maq*precio_de_subc

TABLA 38. ANEXO 4.5. ETAPA 5. ESTRUCTURA DE COSTOS

Variable	Sigla	Tipo	Unidades	Relación funcional
Costos totales de inventario	Costos_Tot_Inv	Auxiliar	Pesos	$Inv_MP * Cu_tener_MP + Inv_PP * Cu_tener_PP + Inv_PT * Cu_tener_pt$
Tasa de interés	i_oportunidad	Constante	Porcentaje	0.03
Costo total oportunidad MP	Costo_opor_MP	Auxiliar	Pesos	$Inv_MP * costo_MP * i_oportunidad$
Costo total oportunidad producto proceso	Costo_opor_PP	Auxiliar	Pesos	$Inv_PP * costo_PP * i_oportunidad$
Costo total oportunidad producto terminado	Costo_opor_PT	Auxiliar	Pesos	$Inv_PT * precio_venta * i_oportunidad$
Costo unitario oportunidad Mp	cu_oport_mp	Constante	Pesos	163
Costo unitario oportunidad producto proceso	cu_oport_pp	Constante	Pesos	57
Costo unitario oportunidad producto terminado	Costo_opor_PT	Auxiliar	Pesos	$Inv_PT * precio_venta * i_oportunidad$
Costo unitario producto proceso	Cu_tener_PP	Auxiliar	Pesos	$costo_alm_pp + cu_oport_pp$

ANEXO 5. CAPÍTULO DE LIBRO Y PONENCIAS EN EVENTOS ACADÉMICOS

ANEXO 5.1. PONENCIA CONGRESO DS ISTANBUL 1997

CRESPO-MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ-USANO, Rafael; PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; ARACIL, Javier. *System Dynamics Production Models; “A Qualitative Análisis. 15th Internacional the System Dynamics Conference: Systems approach to learning and education into the 21st century”*. August 19-22, 1997, Istanbul, TURKEY. Vol. 2. Editorial: System Dynamics Society. ISBN: 975-518-099-0 (TK), 975-518-101-6 (2.c). 1997. Website: www.systemdynamics.org.

ANEXO 5.2. CAPÍTULO EN LIBRO

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena. Capítulo: *Análisis cualitativo de un modelo de un sistema productivo*. Libro: *Modelos poblacionales y de gestión*. Autor: Adolfo Crespo Márquez; Colaboradores: Angel Isidro MENA Nieto, Gloria Elena Peña Zapata, Jesús Gamuza González, Antonio Pulido Jurado. Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla, España. Diciembre 1998, 1^a. Edición. ISBN: 84-88783-35-3.

ANEXO 5.3. POSTER CONGRESO DS CANADÁ 1998

CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; RUIZ USANO, Rafael; FRAMIÑÁN TORRES, José Manuel. *Improving Manufacturing Performance Applying Qualitative Análisis Through System Dynamics*. The sixteenth internacional conference of the System Dynamics Society, Québec'98. July 20-23, Québec, Canadá. Editorial: System Dynamics Society. ISBN: 0-9683849-0-0. 1998. Website: www.systemdynamics.org.

ANEXO 5.4. PONENCIA CONGRESO IO COLOMBIA 2002

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; BEDOYA VALENCIA, Leonardo. *Aplicación del análisis cualitativo en Dinámica de Sistemas, a un modelo general de producción*. 1er encuentro andino – 2do congreso colombiano de investigación de operaciones (CCIO – 2002). Editorial: Departamento de Procesos Productivos, Facultad de Ingeniería, Universidad Javeriana. Website: www.javeriana.edu.co/ccio2002. Bogotá, septiembre 12, 13, 14, de 2002.

ANEXO 5.5. PONENCIA EITI COLOMBIA 2002

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; BEDOYA VALENCIA, Leonardo; DYNER R., Isaac; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo. *Análisis cualitativo y dinámica de sistemas, en modelos de gestión de la producción*. EITI-2002: Encuentro de investigación sobre tecnologías de información aplicadas a la solución de problemas. Septiembre, Medellín. Editorial: Universidad Nacional de Colombia, Medellín. ISBN: 958-9352-55-3. 2002.

ANEXO 5.6. PONENCIA ENCUESTRO DS COLOMBIA 2003

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; DYNER R., Isaac; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; DÍAZ SERNA, Francisco J., MORENO VELÁSQUEZ, Luis Fernando. *Análisis cualitativo de modelos de producción, con dinámica de sistemas*. Primer encuentro colombiano de Dinámica de Sistemas: Dinámica de sistemas en la práctica. Editorial: Universidad Nacional de Colombia, Medellín. Memorias del encuentro en medio electrónico CD. Noviembre de 2002.

ANEXO 5.7. PONENCIA CONGRESO DS MÉXICO 2003

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo; DYNER R., Isaac; MORENO VELÁSQUEZ, Luis Fernando; DÍAZ SERNA, Francisco J. *Análisis cualitativo de un modelo de producción – inventario*. 1er Congreso Latinoamericano de Dinámica de Sistemas. México. Editorial: TEC de Monterrey, México. Abril 10, 11 y 12. 2003.

ANEXO 5.8. POSTER CONGRESO DS NEW YORK CITY 2003

PEÑA ZAPATA, Gloria Elena; CRESPO MÁRQUEZ, Adolfo. *A Qualitative Análisis of Push and Pull Models*. 21st internacional conference of the System Dynamics Society. July 20-24, 2003, New York City, USA. .Editorial: System Dynamics Society. ISBN: 0-9672914-8-8. 2003. Website: www.systemdynamics.org.