

# TESIS

## INICIACIÓN Y CRECIMIENTO DE GRIETAS EN FATIGA POR FRETTING

por

**CARLOS NAVARRO PINTADO**

Ingeniero Industrial por la E.S.I. de Sevilla

presentada en la

**ESCUELA SUPERIOR DE  
INGENIEROS INDUSTRIALES**

de la

**UNIVERSIDAD DE SEVILLA**

para la obtención del

**Grado de Doctor Ingeniero Industrial**

Sevilla, abril de 2005



# **TESIS DOCTORAL**

## **INICIACIÓN Y CRECIMIENTO DE GRIETAS EN FATIGA POR FRETTING**

Sevilla, a 25 de abril de 2005

**Fdo.- Jaime Domínguez Abascal**  
Director de Tesis

**Fdo.- Carlos Navarro Pintado**  
Doctorando



# Agradecimientos

En primer lugar debo agradecer a mis padres su apoyo incondicional durante todos mis estudios.

Agradezco a Jaime Domínguez su constante ayuda y consejos durante todo el tiempo que llevo trabajando con él. Aquí debo incluir también a todos mis compañeros del Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales que me han ayudado de múltiples formas.

Por último, y no por ello menos importante, agradezco a Inma su paciencia y confianza en mí, entre muchas otras cosas.

Sevilla, 24 de abril de 2005



# Índice general

<b>Índice general</b>	<b>I</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes históricos . . . . .	7
1.2. Monográficos dedicados al fretting . . . . .	12
1.3. Trabajos recientes . . . . .	15
1.4. Factores que influyen en el fretting. Las tensiones . . . . .	24
<b>2. Tipos de ensayos y geometrías</b>	<b>27</b>
2.1. Ensayos . . . . .	28
2.2. Ensayos de configuraciones reales . . . . .	32
2.3. Contacto plano . . . . .	33
2.4. Contacto plano con esquinas redondeadas . . . . .	36
2.5. Contacto cilíndrico . . . . .	42
2.6. Contacto esférico . . . . .	52
<b>3. Modelos de predicción de vida</b>	<b>63</b>
3.1. Similitud con las entallas. Modelos para entallas . . . . .	64
3.1.1. Modelos basados en la iniciación . . . . .	65
3.1.2. Modelos basados en la mecánica de la fractura . . . . .	68
3.1.3. Combinación de la iniciación y propagación . . . . .	69

3.2. Aplicación al fretting . . . . .	75
3.2.1. Modelos basados en la iniciación . . . . .	76
3.2.2. Modelos basados en la propagación desde un defecto . . . . .	81
3.2.3. Modelos combinando iniciación y propagación . . . . .	93
<b>4. Análisis de ensayos con aluminio Al 7075 T6</b>	<b>105</b>
4.1. Resultados experimentales . . . . .	105
4.2. Método de iniciación . . . . .	113
4.3. Métodos de propagación . . . . .	120
4.3.1. Propiedades mecánicas . . . . .	120
4.3.2. Estimación de vida en los ensayos terminados en fractura . . . . .	125
4.3.3. Aplicación de los métodos de propagación sobre los ensayos interrumpidos . . . . .	130
4.3.4. Influencia del tamaño de defecto inicial . . . . .	138
4.4. Métodos de iniciación-propagación . . . . .	141
4.4.1. Longitud de iniciación fija . . . . .	141
4.4.2. Longitud de iniciación variable . . . . .	152
4.5. Límite de fatiga por fretting . . . . .	162
4.5.1. Ensayos con $N=20$ N y $Q=15$ N . . . . .	165
4.5.2. Ensayos con $\sigma=83.9$ MPa y $Q/N=0.73$ . . . . .	169
4.5.3. Ensayos con $\sigma=85$ MPa y $Q=15$ N . . . . .	171
<b>5. Análisis de ensayos con aluminio Al 7075 T651</b>	<b>175</b>
5.1. Resultados experimentales . . . . .	175
5.2. Método de iniciación . . . . .	179
5.3. Métodos de propagación . . . . .	183
5.3.1. Propiedades mecánicas . . . . .	183
5.3.2. Estimaciones de vida sobre los ensayos . . . . .	184
5.3.3. Influencia del tamaño de defecto inicial . . . . .	189
5.4. Métodos de iniciación-propagación . . . . .	191



---

5.4.1. Longitud de iniciación fija . . . . .	191
5.4.2. Longitud de iniciación variable . . . . .	198
5.5. Límite de fatiga por fretting . . . . .	202
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>207</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	207
6.1.1. Geometría utilizada en los ensayos . . . . .	208
6.1.2. Modelos de estimación de vida . . . . .	209
6.2. Trabajos futuros . . . . .	215
6.2.1. Mejora del método de estimación de vida . . . . .	215
6.2.2. Ampliación a situaciones más generales . . . . .	215
<b>A. Velocidad de crecimiento (capítulo 4)</b>	<b>217</b>
<b>B. Velocidad de crecimiento (capítulo 5)</b>	<b>233</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>239</b>



# Capítulo 1

## Introducción

Como su nombre indica, *fretting fatiga* tiene relación con la fatiga, en concreto con la fatiga de materiales. La fatiga puede aparecer en numerosos materiales, pero no se empezó a mostrar interés por este fenómeno hasta el principio de la revolución industrial, cuando se produjo un considerable aumento del uso de materiales férreos. En esta época proliferaban las estructuras y máquinas hechas con estos materiales, los cuales solían romperse antes de lo esperado. Debido a ello, algunas personas se preguntaron por qué. El primer estudio sobre fatiga parece que se hizo sobre el año 1829 por un alemán de la industria minera, W.A.J. Albert [1]. Poncelet (1839) y Braithwaite (1854) se llevan el crédito de haber empleado el término *fatiga* por primera vez para denominar el fallo de componentes metálicos bajo cargas alternantes. Posteriormente, entre 1850 y 1870 Wöhler [2] realizó una serie de ensayos bien conocidos, con los que obtuvo unas curvas que relacionaban las cargas aplicadas con el número de ciclos hasta la rotura, curva  $S - N$ , y el límite de fatiga. Para ello construyó la primera máquina de fatiga por flexión rotativa. La lista de investigadores dedicados a entender y explicar este fenómeno desde estos primeros años hasta nuestros días sería interminable.

La fatiga es el fenómeno por el que en un componente metálico sometido a

unas cargas que varían con el tiempo puede aparecer, después de un determinado número de aplicaciones de la carga, una grieta y ésta a su vez puede crecer hasta llegar a la rotura completa de dicho componente. Dependiendo del entorno y circunstancias en el que se encuentre este componente se le añaden unos calificativos: fatiga, fatiga a alto número de ciclos, fatiga a bajo número de ciclos, fatiga a altas temperaturas, fatiga con corrosión, *fretting fatiga*, etc. En concreto, *fretting fatiga* es una modalidad de fatiga cuya característica es que las tensiones que originan y hacen crecer inicialmente las grietas son en gran parte debidas a que existen dos piezas en contacto.

El efecto de estas tensiones de contacto es parecido al de los concentradores de tensión. Se ha llegado a decir que el *fretting* tiene un efecto equivalente a un concentrador de tensiones igual a 4 [3]. Como se verá más adelante, este efecto depende de las cargas aplicadas, y su rango de variación es muy amplio. En teoría este rango va desde uno hasta infinito, siendo estos dos valores los casos límites, el primero para fuerzas de contacto nulas (fatiga) y el segundo para una tensión global en el componente nula. Las altas tensiones cerca de la superficie hacen que la grieta se inicie mucho antes que si no las hubiera. Además, en las primeras fases del crecimiento estas mismas tensiones, unidas a las globales, provocan un crecimiento más acelerado de la grieta. La consecuencia es que la vida del componente se puede ver seriamente reducida. En la gráfica 1.1 se muestra esquemáticamente la disposición de las fuerzas. La fuerza,  $N$ , mantiene en contacto los sólidos y suele ser constante. La fuerza tangencial variable,  $Q$ , induce al deslizamiento entre las dos piezas. Generalmente, también existe una tensión global,  $\sigma$ , variable o no, aplicada a uno de los sólidos.

En principio, el *fretting* puede aparecer en cualquier lugar donde haya piezas en contacto, es decir, en cualquier máquina o aparato o incluso estructuras. Normalmente es fácil de identificar a posteriori porque deja marcas en las zonas que han estado en contacto. Éstas pueden tener un polvo característico o tener un aspecto compacto; además, su color también es particular de cada material,

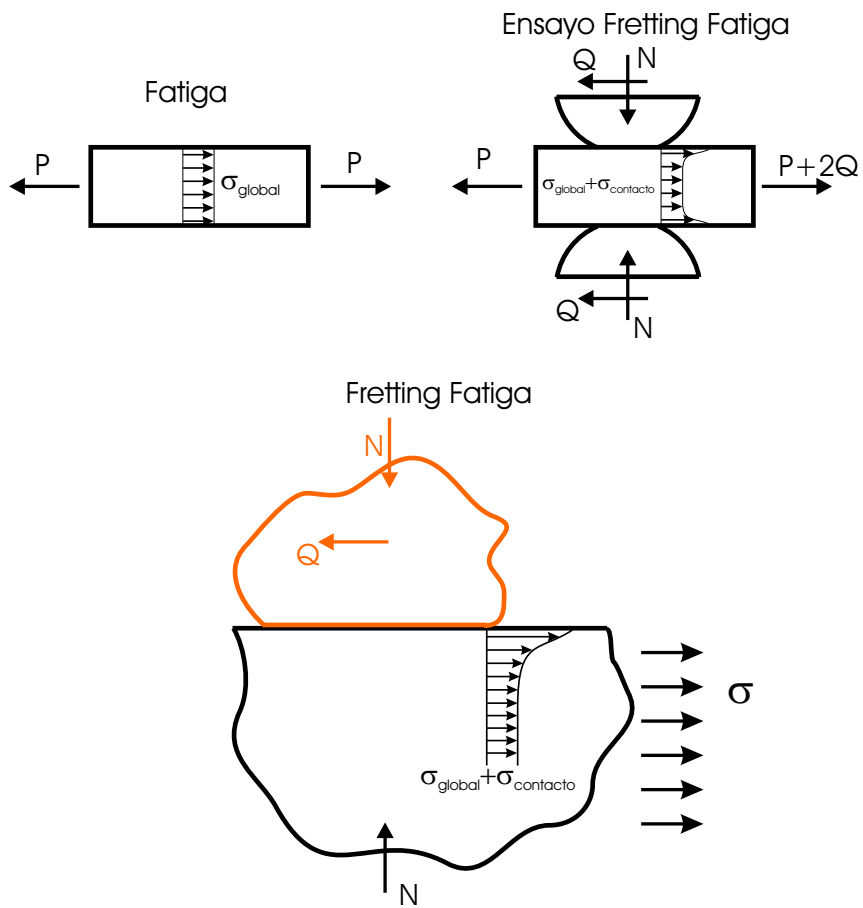


Figura 1.1: Diferencia entre fatiga y fretting.

por ejemplo, rojo-marrón en los aceros y negro en los aluminios. Los efectos de este fenómeno sobre componentes reales también han sido estudiados desde hace años. Almen [4] en 1937 explica los fallos de rodamientos en trenes por medio del fretting. Fenner et al. [5] en 1956 describen muchos fallos por fretting en la vida real y observan una reducción de vida debido a este fenómeno de 2.5-20 veces. Maxwell et al. [6] describen en 1967 fallos en ejes de tren. Waterhouse y Lamb [7] y Smethurst y Waterhouse [8] mencionan el fallo de implantes artificiales en 1980. Forsyth [3] describe en 1981 fallos en cables metálicos debidos al fretting. Antler [9] lo menciona en 1985 como el causante de fallos en contactos eléctricos.

El fallo por fretting en las turbinas de gas o vapor ha sido descrito y estudiado innumerables veces. En concreto se analizan tres posibles lugares donde se puede dar: a) el asiento del disco de la turbina en el eje [10]; b) transmisión entre el eje y el disco [11]; c) cola de milano entre el álabe y el disco [12]. En estos tres casos el deslizamiento ocurre sólo en una parte del contacto y los límites entre las zonas de deslizamiento y no deslizamiento dependen de variaciones en el coeficiente de rozamiento y por modificaciones en el campo de tensiones por aparición de la grieta. La figura 1.2 muestra el tercer caso donde se representa la fuerza centrífuga que genera la fuerza normal al contacto y las fuerzas oscilantes debidas a la vibración que generan las tensiones tangenciales en el contacto.

Otro lugar donde se pueden encontrar fallos por fretting fatiga es en estructuras roblonadas o atornilladas, es decir, desde aviones hasta torres de celosía. En este tipo de uniones existen tres posibles fuentes de fallo por fretting [13]: a) entre las placas que se unen; b) entre el agujero y el roblón; c) entre la cabeza del roblón y la placa.

Los acoplamientos flexibles están diseñados para absorber pequeños desalineamientos entre las uniones. Existen muchos modelos distintos pero en algunos de ellos existen piezas en contacto que son susceptibles de sufrir este fenómeno [13].

Se acaban de presentar algunos casos típicos donde se produce este fenómeno. Sería deseable disponer de un método que permita predecir en cada caso si se pro-

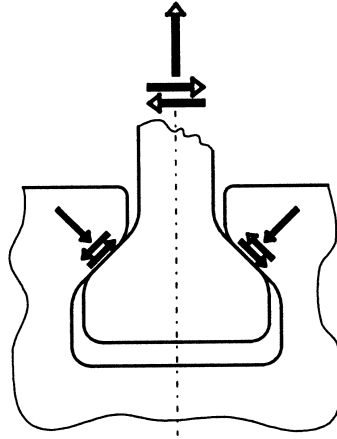


Figura 1.2: Detalle de la cogida de un álabe al disco.

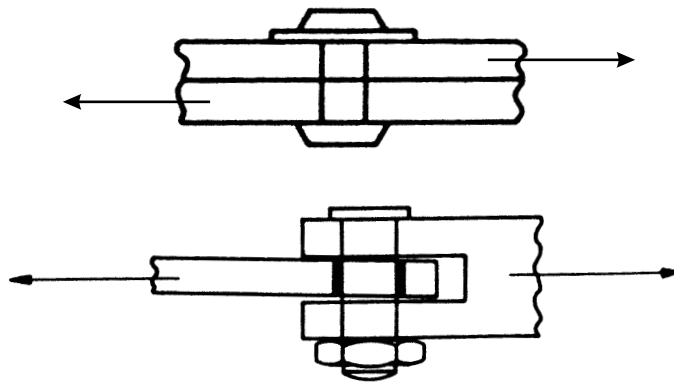


Figura 1.3: Ejemplo de unión roblonada y unión con pasador.

ducirá el fallo y en caso afirmativo cuándo. Dicho método tendría que desarrollarse primero en un caso sencillo, para luego ir ampliando a casos más complejos.

El objetivo principal de este trabajo es estimar la vida de una probeta en un ensayo de fretting. Para ello se modifica un método ya existente, que se ideó para estimar la vida a fatiga de componentes entallados, y se aplica al fretting. En esta tesis se aplica al caso del contacto esférico y se compara con resultados experimentales de distintos autores. El método combina las fases de iniciación y propagación de forma que no es necesario hacer unos ensayos previos para “calibrarlo”, es decir, que no requiere de un parámetro cuyo valor se escoge de forma que las estimaciones se ajusten al grupo de ensayos analizados. Este hecho facilita su aplicación a casos reales, que sería el siguiente paso a este trabajo. Este método también se compara con otros comúnmente usados.

En este capítulo se hace un breve resumen de la historia del estudio del fretting, de los factores de los que depende, de dónde se puede encontrar en la práctica y se describen los distintos temas que pueden ser analizados en fretting. En el capítulo 2 se comentan distintas formas de hacer un ensayo de fretting y se explican las geometrías de las superficies en contacto más comúnmente usadas en los ensayos, analizando las tensiones generadas, las ventajas e inconvenientes de cada geometría, haciendo hincapié en el contacto cilíndrico y en el esférico. El capítulo 3 se centra en la estimación de la vida en fretting. Se analizan las similitudes y diferencias respecto a los componentes con entallas; posteriormente se exponen distintos métodos existentes en la literatura tanto para entallas como para fretting; y por último se explica el modelo propuesto en este trabajo para estimar la vida a fatiga en fretting. En los capítulos 4 y 5 se comparan los resultados de ensayos de fretting realizados por diversos autores con las estimaciones hechas con los distintos modelos propuestos. Por último, en el capítulo 6 se exponen las conclusiones de este trabajo y las mejoras futuras.



## 1.1. Antecedentes históricos

La primera documentación sobre la observación del fretting se debe a Eden et al. [14]. Observaron la aparición de óxido de hierro en las mordazas de su máquina de ensayo cuando realizaban un ensayo a fatiga. Una década más tarde, Tomlinson [15] realizó el primer estudio sistemático sobre fretting, usando por primera vez el término *fretting corrosion* para describir este fenómeno. Diseñó dos máquinas que producían pequeños movimientos rotacionales entre dos superficies en contacto. Reconoció que esta corrosión era distinta a la otra más común donde sólo había una reacción química con el ambiente y mostró que el desplazamiento relativo entre las superficies estaba íntimamente ligado al fretting. Este desplazamiento podía ser muy pequeño, de hasta una décima de micra. Este trabajo fue posteriormente continuado por Tomlinson et al. [16] en 1939, concluyendo que era algo mecánico asociado al microdeslizamiento existente entre las superficies pero sin dar ningún dato sobre el efecto en la reducción de vida. Warlow-Davies [17] condujo otra serie de ensayos en 1941 en los que primero ensayaba a fretting y, después de una serie de ciclos (cuando ya se suponía que se habían desarrollado algunas grietas por fretting), retiraba los elementos de contacto y continuaba con el ensayo, pero simplemente a fatiga. La reducción de vida obtenida frente a los ensayos de fatiga pura estaba entre el 13 y 17 %.

Hasta la segunda guerra mundial sólo se había hablado de corrosión por fretting, se ligaba el fretting (frotamiento entre cuerpos) a la corrosión que se producía en el contacto, y la evidencia era el óxido que aparecía en el mismo. No se sabía a ciencia cierta cuál era la causa y cuál el efecto, en parte por desconocimiento del fenómeno, en parte porque el término de *fretting* era usado para distintas cosas. En este tiempo, *fretting* parece hacer referencia exclusivamente al rozamiento, y *fatiga* a la aparición de las grietas por las tensiones aplicadas. Posteriormente aparecieron dos líneas de investigación distintas:

a) *Fretting wear*: estudia el desgaste de las superficies en contacto entre dos cuer-

pos sometidos a cargas oscilantes y los efectos asociados.

- b) Fretting fatiga: estudia la iniciación y crecimiento de grietas por fatiga, donde además de la tensión aplicada sobre el componente se superponen las tensiones debidas al contacto.

Uhlig y Ming Feng [18] realizaron en 1954 ensayos de *fretting wear* que llevaron a Uhlig [19] a proponer un mecanismo de desgaste en el que se combinaban factores mecánicos y químicos. Según Uhlig, se producía una oxidación de la superficie y el desplazamiento relativo de las pequeñas asperezas barría ese óxido, de forma que quedaba material nuevo expuesto a la oxidación, repitiéndose dicho proceso. Por otro lado, sostenía que esas mismas asperezas producían una erosión de forma mecánica. Fenner y Field [20] investigaron sobre el daño a fatiga debido al fretting, estando entre los pioneros que utilizaron el montaje de puente de fretting con dos superficies planas como contactos. Entre sus observaciones se puede citar que la resistencia a fatiga disminuye para altos números de ciclos y que el coeficiente de rozamiento aumenta cuando aumenta el número de ciclos. Esto les llevaba a decir que la acción abrasiva del fretting eliminaba capas superficiales de óxido permitiendo “soldaduras intermetálicas en una escala suficiente para producir altas tensiones, debidas al desplazamiento tangencial, en un volumen de material suficientemente grande como para desarrollar grietas importantes”. En las mismas fechas, McDowell [21] realizaba ensayos de fretting fatiga propiamente dicho, mostrando que era más dañino que el fretting o la fatiga por separado. En estos ensayos la reducción de la resistencia a fatiga era de 2-5 o incluso mayor. Fenner y Fields [22] también realizaron ensayos de fretting fatiga y demostraron que el fretting acelera enormemente el proceso de iniciación de grietas. Milestone [23] usó en 1970 contacto cilíndrico en vez de plano por la ventaja de poder calcular analíticamente las tensiones bajo el contacto. Hizo comparaciones entre los resultados analíticos y experimentales y concluyó que la reducción de vida podía explicarse mediante los concentradores de tensión debidos al fretting.

Nishioka y Hirakawa realizaron un extenso estudio del fretting entre los años

1968-1972 [24–29]. En estos trabajos describen una serie de ensayos realizados en contacto cilíndrico con acero. Observan que aunque el fretting favorece la iniciación de grietas puede que aparezcan grietas no propagantes bajo algunas condiciones de carga. También estudian el efecto del desplazamiento relativo entre las superficies en contacto, concluyendo que a medida que aumenta el deslizamiento disminuye la resistencia a fatiga; aunque a partir de cierto momento (que parece coincidir con el deslizamiento global) la resistencia a fatiga vuelve a aumentar debido, probablemente, a que el gran desgaste producido haga desaparecer las grietas iniciadas. Observaron que en el caso de deslizamiento parcial, aparecen unas zonas de micro-deslizamiento en ambos extremos de la zona de contacto, y a medida que aumenta la fuerza tangencial, estas zonas van aumentando su tamaño. Estas observaciones también fueron hechas por Bryggman y Söderberg [30] que distinguen tres regímenes de deslizamiento: deslizamiento elástico, deslizamiento plástico y deslizamiento global. Concluyen que fretting fatiga ocurre en las condiciones de deslizamiento parcial y el *fretting wear* en deslizamiento global.

Nishioka y Hirakawa también estudiaron el lugar de iniciación de las grietas, que se encontraba en la zona de las tensiones más altas, y la inclinación con la que inicialmente crecen. Otro punto estudiado por estos autores es el hecho de que el coeficiente de rozamiento aumenta en los primeros ciclos del ensayo hasta estabilizarse en un determinado valor. Este hecho también fue observado por Bramhall [31], O'Connor y Johnson [32], Goodman y Brown [33], Milestone y Janeczko [34] y por Endo et al. [35]. Siguiendo con el trabajo de Nishioka y Hirakawa, éstos estudiaron el efecto de las tensiones medias en la resistencia a fatiga. Sus conclusiones fueron que las tensiones debidas al contacto tienen más influencia en la fase de iniciación y cerca de la superficie mientras que la tensión global aplicada al espécimen influye más sobre la posterior propagación. Por último, Nishioka y Hirakawa estudiaron el efecto de la dureza y de la presión de contacto. Se encontró que la dureza influía poco en la resistencia a fatiga pero la presión de contacto sí. Estos ensayos estaban realizados bajo una amplitud de deslizamiento global constante,

por lo tanto, un aumento de la presión de contacto significaba un aumento de la carga tangencial. Posiblemente esto último fuera la causa de la disminución de la resistencia a fatiga.

Comparando distintos ensayos con contacto plano, Wright [36] observó que la reducción de vida era mayor que la obtenida si se tiene en cuenta solamente el efecto de la concentración de tensiones. Según este autor, la concentración de tensiones debida a las asperezas puede jugar un papel importante en este hecho. Bramhall [31] realizó ensayos tanto en contacto plano aplicando flexión pura como en contacto cilíndrico. Para los primeros, se obtuvo que la reducción de vida era poca por el gradiente de tensiones debido a la flexión. Las grietas al ir creciendo encontraban una tensión cada vez menor. Para los últimos, encontró un tamaño mínimo de la zona de contacto por debajo del cuál el fretting dejaba de influir en la resistencia a fatiga. En otros ensayos de fretting en los que se variaba la máxima presión de contacto manteniendo el tamaño de la zona de contacto, Waterhouse [37] encontró un valor mínimo de dicha presión por debajo de la cual el fretting tenía poco efecto sobre la vida. En realidad, haciendo uso de las tensiones en el contacto estas dos afirmaciones son congruentes [38]. Buckley [39] describió un mecanismo de iniciación de grietas debido al fretting en el que una tensión de tracción alta en el límite de la zona de contacto provoca la aparición de unas bandas de deslizamiento oblicuas a la superficie donde aparece una fractura local.

Endo y Goto [40] midieron la velocidad de crecimiento de grieta en unas probetas de fretting hechas de acero. Encontraron que las grietas se inician en planos de tensiones tangenciales (fase I) y a una profundidad de unas 30 micras giran y crecen casi perpendicularmente a la superficie (fase II). Este hecho ha sido reiteradamente observado en estudios posteriores. También observaron que después de aproximadamente el 25% de la vida del espécimen, la grieta ya había salido de la zona de influencia de las tensiones del contacto, comportándose a partir de ese momento como una grieta en un ensayo de fatiga normal.

En la década de los 70, Edwards realizó distintas series de ensayos de fretting

fatiga con contacto plano, algunos bajo amplitud de carga constante [41,42] y otros con cargas variables [43]. Basándose en estos resultados, desarrollaron un método que utiliza la mecánica de la fractura para predecir la vida en fretting fatiga [44–46]. El método es muy simple; se trata de calcular el factor de intensidad de tensiones (FIT) a lo largo del camino por el que se supone crecerá la grieta, introducirlo en alguna ley de crecimiento (por ejemplo la de Paris) e integrar desde una longitud inicial hasta llegar a la rotura (marcada por la tenacidad a fractura del material). Según los autores, suponían un defecto inicial a partir del cual crecía la grieta. Este defecto se escogía entre 20 y 100 micras de forma que se evitaba la primera fase del crecimiento de la grieta (modo II). A la hora de calcular el FIT se hicieron varias hipótesis:

- a) Solamente se utilizó el FIT de modo I por no encontrar datos apropiados en la literatura sobre el crecimiento en modo II.
- b) Se supuso que la grieta se iniciaba en el límite de la zona de contacto y que crecía perpendicularmente a la superficie.
- c) Al no conocerse exactamente cómo se distribuían las tensiones bajo el contacto se realizaron los cálculos con varias de estas distribuciones.

Al FIT encontrado se le hizo una corrección de longitud de grieta para tener en cuenta que para grietas pequeñas el umbral de crecimiento es menor que para grietas largas [47] y que para estas grietas pequeñas la velocidad de crecimiento era mayor que para las largas para el mismo FIT [48,49]. Pook [50] sugirió, y sigue siendo aceptado, que este efecto se puede explicar porque la zona plástica en grietas pequeñas mantiene abierta la grieta más tiempo. Edwards et al. [44,45] obtuvieron una estimación, válida sólo para el aluminio BS L65, para tener en cuenta este efecto, aunque otra forma de hacerlo, más general y conocida, se propuso en ese tiempo por Haddad et al. [51]. Este tipo de análisis para estimar la vida como un proceso exclusivo de propagación sigue siendo utilizado por diversos autores con algunas modificaciones, los cuales se citarán más adelante.

## 1.2. Monográficos dedicados al fretting

En los últimos 15 años se ha ido incrementando la atención sobre el fretting, como lo demuestran los congresos y las publicaciones especialmente dedicadas a dicho tema. La American Society for Testing and Materials (ASTM) inició una serie de congresos internacionales empezando por uno que tuvo lugar en San Antonio, Tejas en 1990 y cuyo fruto es una publicación [52] aparecida en 1992. En esta conferencia se trataban todo tipo de aspectos relacionados con el fretting: métodos de ensayo, cálculo de tensiones y FIT, mejora de la resistencia por distintos métodos (ranuras, shot peening), caracterización del daño, efecto de la tensión normal, efecto de la corrosión y aplicaciones reales.

Posteriormente, la European Structural Integrity Society (ESIS) organizó el llamado Primer Simposio Internacional sobre Fretting Fatiga en Sheffield en 1993. Este congreso dio lugar a la publicación [53], donde aparecen 37 artículos organizados en 6 apartados distintos: **métodos analíticos** (cálculo de SIF, modelos sobre fretting, predicción de la evolución de la grieta, predicción de vida); **métodos experimentales** (resultados y análisis de ensayos principalmente en contacto plano, efectos del fretting en cables y plantas de potencia); **identificación y efectos** (identificación del daño microscópico en cables, efectos termoelásticos por fricción); **respuesta de los materiales** (desgaste o crecimiento de grietas, sensibilidad al ambiente o al tratamiento); **efecto del ambiente** (efectos de las condiciones ambientales de composición o temperatura) y **métodos preventivos** (influencia de las tensiones residuales, shot peening, deformación en frío, recubrimientos y métodos para estudiar dichos efectos).

El Segundo Simposio Internacional sobre Fretting Fatiga tuvo lugar en Salt Lake City, Utah, cuyos trabajos recopilados se publicaron en 2000 [54]. En él se publicaron 36 trabajos divididos en 10 temáticas: **antecedentes y aspectos críticos sobre fretting** (aspectos variados sobre deformación plástica, predicción de vida, estandarización de ensayos, desgaste, alta temperatura, aplicación de la mecánica de la fractura y efectos del espectro de cargas); **efectos de los**

**parámetros de fretting** (tensión de contacto, efecto de escala, fuerza de fricción, fatiga multiaxial, fatiga a alto y bajo número de ciclos, radio del elemento de contacto); **efectos ambientales** (vapor a alta temperatura, vacío); **nucleación de grietas por fretting fatiga** (influencia del ambiente en la nucleación, ensayos sobre aleaciones aeroespaciales); **efectos del material y la microestructura** (influencia de la microestructura de una aleación de titanio, influencia del tipo de material); **análisis del daño** (dos métodos para analizar el daño por fretting); **predicción de vida** (solamente un trabajo sobre la unión entre la iniciación y la propagación); **estudios experimentales** (aplicación independiente de deslizamiento en el contacto y tensión en el componente, ensayos de fretting con flexión rotativa, evaluación de tensiones mediante medida de temperatura, determinación de la dirección de crecimiento de la grieta basada en ensayos, ensayos de desgaste con vapor a alta temperatura); **tratamientos superficiales** (influencia sobre la resistencia a fretting fatiga del recubrimiento en diferentes rangos de temperatura) y **aplicaciones** (mecánica de la fractura aplicada a ejes sometidos a fretting, estudio del fretting en estructuras y materiales aeroespaciales).

El Tercer Simposio Internacional sobre Fretting Fatiga se organizó en Nagaoka, Japón en 2001 y la publicación correspondiente vio la luz en 2003 [55]. En este caso los trabajos presentados fueron 29, agrupados en 8 capítulos distintos: **desgaste e iniciación de grietas** (cuantificación del daño, análisis del deslizamiento relativo en fretting, análisis del daño en el estado inicial); **grietas y daño por fretting fatiga** (singularidades de las tensiones en el contacto, obtención de SIF en grietas oblicuas en condiciones de fretting, volumen de proceso de las tensiones, análisis de parámetros de daño); **predicción de vida** (modelo de estimación de vida combinando iniciación y propagación, aplicación de parámetros de fatiga multiaxial y técnicas de ponderación de las tensiones, singularidades y resistencia en contactos conformes); **efectos de parámetros de fretting fatiga** (mejora de la resistencia por medio de ranuras, efecto de la tensión de contacto, efecto de materiales no homogéneos, influencia del régimen de contacto en la iniciación

y primer crecimiento de la grieta, influencia de la geometría del contacto); **tipos de carga y ambiente** (ensayos de fretting aplicando bloques de carga, ensayos de fretting a alta frecuencia, ensayos a alta temperatura y ciclo de carga típico en motores); **aleaciones de titanio** (comportamiento de distintas aleaciones de titanio ante distintas condiciones de carga); **tratamientos superficiales** (efectos de una película lubricante anodizada en la resistencia de un aluminio, propiedades ante fretting de un acero tratado superficialmente con WC-Co) y **aplicaciones prácticas** (fallo por fretting de cables metálicos, análisis del fallo en los álabes de un compresor, análisis del fallo de un rodillo de acero).

El Cuarto Simposio Internacional sobre Fretting Fatiga se organizó en Lyon en Mayo de 2004 y los trabajos allí presentados están siendo revisados actualmente para publicarlos en un número especial de la revista Tribology International. En este congreso se presentaron 54 trabajos divididos en 6 temas: **tribología y recubrimientos** (aplicación de los llamados “fretting maps”, determinación con distintos métodos del daño provocado por el fretting, efecto de distintos tipos de recubrimientos incluido poliméricos, modelos plásticos, etc.); **modelado** (modelos de elementos finitos para calcular factores de intensidad de tensiones o estimar el factor de escala, métodos computacionales para estimar las cargas reales, análisis de métodos para estimar la vida, métodos para estimar el daño tanto experimental como analíticamente, cálculo de tensiones, efecto del espesor de la probeta, etc.); **aplicaciones** (métodos de predicción de vida basados en la mecánica de la fractura, iniciación de grietas, efecto de la carga normal, efecto de tener materiales distintos en contacto, influencia de las características microestructurales sobre la vida, etc.); **experimentales** (ensayos en distintas condiciones ambientales y materiales, determinación de la longitud de la grieta por distintos métodos, efecto del hidrógeno en válvulas, etc.); **casos prácticos** (fretting y desgaste en la industria nuclear, efecto del desgaste en aleaciones de zirconio, norma japonesa para el ensayo de fretting, etc.) y **nucleación y propagación de grietas** (estimación de vida usando la mecánica de la fractura, estimación de la resistencia a fatiga,



comportamiento de una grieta en un polímero epoxy, etc.).

También hay revistas que recientemente han publicado números especiales dedicados al tema del fretting fatiga [56, 57]. En el primer caso, publicado en 2002, aparecen 10 trabajos sobre fretting de autores que están trabajando actualmente en dicho tema. Los temas cubiertos son: cálculo de tensiones y sus concentradores tanto analítica como numéricamente, análisis y predicción del daño y de la nucleación, predicción de vida, análisis numérico del contacto entre materiales no similares, análisis del efecto del recubrimiento y caso práctico de un acoplamiento entre dos ejes. En el número especial de la segunda revista mencionada, publicada en 2003, aparecen 8 trabajos donde repiten algunos autores de la revista anterior y aparecen otros nuevos. En estos artículos se revisan temas como el efecto del alto gradiente de las tensiones en fretting, el efecto de la tensión de contacto, aplicación de la mecánica de la fractura en la estimación de vida, estudio de la iniciación y propagación mediante materiales poliméricos transparentes y estudio de la iniciación de las grietas y del desgaste.

### 1.3. Trabajos recientes

A continuación se detallan algo más las aportaciones en los últimos años en estos campos de investigación sobre el fretting, empezando por la primera forma en la que se estudió, el *fretting wear* [58–64]. Aquí se estudia la huella que deja el contacto y fricción entre los dos cuerpos y cómo evoluciona en función de los ciclos de carga aplicados. Para ello se realizan unos ensayos donde se suele aplicar un desplazamiento conocido y realizando ensayos interrumpidos a distintos números de ciclos, se mide el volumen de material que se ha desgastado y desaparecido o incluso el material que se ha transferido de un sólido a otro. Existen modelos que simulan este comportamiento así como otros fenómenos asociados. Por ejemplo, se estudia cómo varían las cargas en función del estado superficial, frecuencia y amplitud. También se estudia cómo varían las tensiones generadas en los cuerpos

en función del desgaste producido, pudiendo aparecer singularidades. Este análisis es muy importante para otros modelos que utilizan las tensiones para predecir vida u otros comportamientos. También se analizan distintos parámetros (como la amplitud del desplazamiento o la presión normal aplicada) a los que se les asocia un punto de transición entre ritmos bajos y altos de desgaste.

Muy unido al desgaste antes mencionado, siempre ha aparecido la corrosión, aunque hoy en día se encuentran pocos trabajos de corrosión junto con fretting [65, 66]. El efecto de la corrosión es potenciar el desgaste de las superficies y las consecuencias que ello conlleva. Se realizan ensayos comparativos con distintos tipos de materiales y situaciones (aluminios, implantes de titanio, etc.) y en diferentes ambientes (vacío, aire, solución acuosa, etc.).

Como es natural, el fretting, al igual que la fatiga, se ha estudiado en diferentes condiciones de temperatura, frecuencia, tipo de materiales, tipo de carga, etc. Por ejemplo, respecto a la temperatura [67–71], se observa experimentalmente cómo aumenta la temperatura de los sólidos en contacto durante un ensayo de fretting y se realizan modelos que describen este comportamiento. Este aumento de temperatura depende de los materiales en contacto, en aluminio es muy pequeño pero en titanio o materiales cerámicos es conveniente tenerlo en cuenta. También se realizan ensayos de fretting a alta temperatura (265 ó 600 °C) simulando, por ejemplo, condiciones de funcionamiento reales de una turbina. Otros ensayos se realizan a altas frecuencias llegando hasta 300Hz [72] o incluso 20000Hz [73]. El objetivo es doble, por un lado estudiar si el comportamiento del material es distinto cuando se le somete a una frecuencia tan alta y, en caso contrario, acelerar los ensayos realizándolos en menos tiempo o llegando hasta vidas mucho más altas. En principio, la alta frecuencia con amplitudes pequeñas de deslizamiento parece afectar al volumen de desgaste, aumentándolo. Para grandes amplitudes de deslizamiento la frecuencia influye poco. Esta influencia también depende del material [73].

En muchas ocasiones se encuentran materiales en contacto que no tienen las mismas propiedades [74–77], como por ejemplo en álabes de un compresor. Este

hecho complica los cálculos analíticos porque se produce un acoplamiento entre las tensiones producidas por la carga normal y la tangencial en la superficie de contacto. Normalmente se recurre a una aproximación. Si se está resolviendo este problema utilizando las ecuaciones integrales, la aproximación se basa en el hecho de que las tensiones tangenciales influyen poco en las normales. De esta forma, se calculan las tensiones normales como si no hubiera acoplamiento y posteriormente se calculan las tangenciales incluyendo el efecto de las normales. Se podría entrar en un proceso iterativo para calcular con más exactitud las tensiones aunque normalmente no es necesario. Diversos ensayos se han realizado con estas características estudiando la influencia de distintos parámetros, encontrándose que el comportamiento no se ve afectado por la no similitud de los materiales en contacto.

Aunque lo más sencillo es realizar y estudiar ensayos con carga de amplitud constante, en algún momento hay que dar el paso de acercarse a la realidad y estudiar el efecto de cargas de amplitud variable [78–83]. Existen muchas combinaciones posibles pero entre ellas se destaca la aplicación a los álabes de un rotor donde existen unos ciclos de gran amplitud (ciclo de arranque y parada) y otros de menor amplitud (vibraciones producidas durante el funcionamiento), sobre la que se han hecho numerosos ensayos. En estos casos se estudia la distribución de tensiones debido a esta combinación de cargas. Se calcula el daño producido utilizando en algunos casos una ley de acumulación de daño lineal y en otros no lineal. También es importante el efecto de la secuencia de las cargas sobre la vida a fatiga.

Otra vertiente de trabajos son los relacionados con métodos para disminuir el efecto negativo del fretting como son los lubricantes, recubrimientos o el shot peening. En cuanto al primero, cabe destacar algunos trabajos de los últimos años [84–88] en los que se estudian distintos tipos de lubricantes. Típicamente, los parámetros analizados en los ensayos con lubricantes son el coeficiente de rozamiento y el desgaste de las superficies. Los aceites, por ejemplo, tienen mayor efectividad para grandes deslizamientos entre los dos sólidos, donde el aceite se in-

roduce debajo del contacto. Sin embargo, el efecto es al contrario para pequeños deslizamientos, aumentando el coeficiente de rozamiento e incluso penetrando en la grieta y dificultando su cierre en la fase de compresión. También se hacen ensayos con grasas, aunque éstas tienen el problema del deterioro con los ciclos aplicados y la separación del aceite. Otro tipo de lubricantes son los sólidos, recomendados para deslizamientos pequeños. En éstos se estudia el coeficiente de rozamiento y la vida del lubricante sólido, que se mide en el tiempo que tarda en desgastarse y llegar hasta el substrato. Este tipo de lubricante ya se incluye en el campo de los recubrimientos [89–95], donde se busca no sólo disminuir la fricción del contacto sino mejorar las propiedades de la primera capa de material respecto al fretting. Estos recubrimientos se aplican de distintas formas y suelen tener un espesor menor de  $100\ \mu\text{m}$ . Se buscan con una dureza alta y un coeficiente de rozamiento bajo, aunque una alta dureza puede significar fragilidad (con la consiguiente nucleación de grietas). Se han realizado numerosos ensayos analizando la influencia de estos dos parámetros además del espesor del recubrimiento, las condiciones ambientales, amplitud del deslizamiento, fuerza normal aplicada, etc. Se realizan modelos intentando predecir el desgaste y comparar unos recubrimientos con otros.

El shot peening [96–99], al igual que sucede en fatiga, introduce unas tensiones residuales de compresión en la superficie que retrasa o incluso impide la aparición y crecimiento de la grieta. Estas tensiones residuales de compresión varían según el tratamiento pero suelen llegar hasta una profundidad de unas  $200\ \mu\text{m}$ . Este efecto beneficioso se ve reducido por la relajación de tensiones que se produce a altas temperaturas y por el mismo fenómeno del fretting. Existen estudios que modelan esta relajación y luego aplican criterios de fatiga multiaxial para estudiar la iniciación o modelos de crecimiento usando la mecánica de la fractura. El coeficiente de rozamiento puede verse afectado con el tratamiento de shot peening. Los resultados en este aspecto son contradictorios, aunque, en cualquier caso, la influencia es muy pequeña.

Un tema necesariamente más reciente es el empleo de materiales compuestos en

componentes relacionados con el fretting [100–104]. Estos materiales pueden ser de distintos tipos y tener distintos objetivos. Por ejemplo, se usa una resina de epoxi transparente para realizar ensayos de fretting y de desgaste y así poder estudiar el proceso de nucleación y propagación de forma visual. Se sinterizan aceros de alta velocidad a los que se les añaden componentes cerámicos para aumentar la resistencia y lubricantes sólidos para disminuir la fricción para emplearlos en el mecanismo de válvulas en la automoción. Se utiliza polietileno de peso molecular ultra alto en implantes de rodilla donde se estudian las tensiones, el desgaste y la oxidación. Otros materiales empleados y analizados son los compuestos de base epoxy y fibra de vidrio y el polimetilmetacrilato (PMMA). Los estudios que se hacen sobre estos materiales son en su mayoría de desgaste.

En algunos casos se le ha prestado atención al efecto que tiene el fretting sobre la superficie de contacto, aparte del desgaste, apareciendo el término *estructura tribológicamente transformada* (TTS son sus siglas en inglés) [105–107]. Se ha observado cómo el material justo debajo del contacto sufre ciertas transformaciones. Analizando por capas este material transformado, se encuentra primero una pequeña capa oxidada y con desechos de material, luego aparece la TTS y posteriormente una capa de material plastificado y el material original inalterado. La TTS es un material muy duro y frágil con unos granos muy pequeños y con la misma composición que el material base. Aunque existen varios modelos, no está claro por qué se forma. En estos modelos se incluyen parámetros como el aumento de temperatura, la plastificación y la transferencia de material. Según modelos y medidas experimentales, esta capa de material empieza a formarse muy al principio, sufre un considerable aumento cuando la energía disipada llega hasta un cierto valor y luego se mantiene constante. En esta fase se llega a un equilibrio entre la cantidad de material que desaparece por el desgaste y la cantidad de TTS que se forma. Dicha energía disipada depende de la carga aplicada, amplitud del deslizamiento, ciclos aplicados, etc.

Con objeto de estudiar el fretting y su efecto sobre la iniciación de grietas, etc.

se pueden analizar las tensiones de distintas formas. Debido a las características del campo de tensiones producidas en fretting, en concreto el alto gradiente de tensiones, parece razonable considerar las tensiones de una zona de un tamaño determinado llamado volumen de proceso [108–113]. Como se verá en otros capítulos, diversos trabajos suponen que es esta zona la que influirá en todo el comportamiento. En ella se pueden calcular unas tensiones medias para estimar la iniciación o predecir la orientación de la grieta. Este volumen de proceso no es único, se puede definir de distintas formas en función del análisis que se esté haciendo. Una forma de definir este volumen es a través de la plasticidad, es decir, hacerlo coincidir con la zona plástica. Dicha zona plástica se puede obtener de forma aproximada o de forma más precisa. La forma aproximada consiste en un cálculo elástico de las tensiones y posteriormente delimitar la zona donde se supera el límite elástico. Dado el campo multiaxial de tensiones habrá que utilizar una tensión equivalente, comúnmente la de von Mises. En algunas geometrías sencillas, esta zona plástica aproximada se puede obtener de forma analítica. Un estudio más apropiado de la zona plástica requiere el uso de los elementos finitos incluso para las geometrías sencillas. De esta forma se puede incorporar el comportamiento plástico del material considerando distintas leyes de endurecimiento.

Muchos trabajos analizan la zona plástica y el comportamiento elasto-plástico del material en condiciones de fretting [114–119]. En ellos se analiza cuándo el cálculo elástico de las tensiones, que es más sencillo y el que comúnmente se hace, es suficientemente aproximado a la realidad. En los casos de contacto conforme aparecen singularidades en las tensiones y será más necesario el cálculo plástico. En cambio, en el contacto no conforme no hay singularidades y los valores de las fuerzas aplicadas tendrán que ser más altas (generalmente más altas que los valores normalmente utilizados en los ensayos) para que la zona plástica sea relevante. Cuando los valores de estas cargas son altos, apareciendo deformaciones plásticas, el análisis elástico permite determinar cuáles son los puntos más críticos, pero se cometen errores al intentar estimar, por ejemplo, un número de ciclos para inicia-

ción. Siguiendo con la plasticidad, algunos modelos relacionan el régimen plástico con la cantidad y ritmo de desgaste de la superficie. Otros trabajos analizan el efecto de una capa de recubrimiento incluyendo la plasticidad. Un paso más en el acercamiento a la realidad es el modelado de distintos granos con orientaciones cristalinas diferentes. Aparentemente estos modelos predicen rangos de deformación plástica mayores en el interior del sólido, aunque no en la superficie.

Dos de los grandes temas de estudio tanto en fatiga como en fretting son la iniciación de grietas y la vida a fatiga. En cualquiera de los dos casos el análisis requiere el estudio de las tensiones producidas en las inmediaciones de la zona de contacto. En relación al primero, es necesario resaltar que el fretting presenta un estado multiaxial de tensiones, en muchos casos con variación no proporcional. Esto lleva al empleo de criterios de fatiga multiaxial, que en general son los mismos que se usan en fatiga pero adaptados a las particularidades del fretting [12, 107, 120–124]. Una de las principales particularidades del fretting es el fuerte gradiente de tensiones, al igual que ocurre con determinadas entallas, con lo que muchos criterios son heredados de estos casos. Con estos criterios se determina el lugar de iniciación de la grieta, el ángulo con el que crece y la vida de iniciación. Para ello las tensiones se evalúan bien en la superficie de contacto, en el interior del sólido o incluso se utiliza un valor medio en una zona determinada. Algunos de estos criterios son: Smith-Watson-Topper, Fatemi-Socie, Ruiz, Dang Van, McDiarmid, Crossland y muchos otros que pueden considerarse variaciones de éstos. Una vez definidos estos criterios de fatiga multiaxial se pueden aplicar al estudio de la iniciación de grietas [125–137]. La vida de una grieta se puede dividir en dos fases: iniciación y propagación. Los criterios mencionados anteriormente permiten predecir el lugar de iniciación de las grietas y, entre ellos, los que están basados en la búsqueda del plano crítico también determinan la orientación de la grieta con más o menos éxito. Suelen coincidir en que inicialmente la grieta crece formando un pequeño ángulo respecto a la superficie, aunque se ha comprobado que posteriormente gira para crecer aproximadamente perpendicular a la misma.

Esta sería la segunda fase, la propagación. En general existe cierta ambigüedad a la hora de decir cuándo termina una y empieza la otra. Por este motivo hay una gran disparidad entre los valores que proporcionan unos autores y otros sobre la proporción de vida empleada en la iniciación, simplemente depende de cómo se haya definido la iniciación. En cualquier caso, se sabe que la iniciación es más rápida que en fatiga simple, debido al concentrador de tensiones en la superficie, incluso para vidas largas. De hecho, el efecto perjudicial del fretting es más acusado para vidas largas. Aparte de los modelos, se realizan ensayos interrumpidos para comprobar el punto y forma de iniciación de la grieta, así como para determinar cuándo se ha iniciado ésta. Para explicar el inicio de la grieta se recurre a la teoría de las dislocaciones, a la interacción entre asperezas, a la plasticidad en el contacto (ratchetting) o a una mezcla de todo lo anterior. El coeficiente de rozamiento tiene un protagonismo especial en el sentido de que determina el nivel de tensiones experimentado y las condiciones de contacto en la superficie, donde se origina la grieta. Al ser un parámetro que se obtiene de forma experimental, se ve influenciado por la forma de obtenerlo y, por supuesto, hay diferentes tipos de ensayos para determinarlo, por lo que se pueden obtener distintos valores para un mismo caso.

Antes de pasar a la estimación de vida, cabe mencionar que, debido a la similitud del problema del fretting con el de componentes con entallas, aparecen recurrentemente métodos que se aprovechan de esta característica [138–142]. El parecido entre los dos problemas es básicamente el gradiente de tensiones que hace que sean muy altas en la superficie y rápidamente disminuyan hasta un determinado valor. Los métodos aquí mencionados comenzaron comparando la evolución de las tensiones en una grieta y en el contacto conforme de dos sólidos ( $\sim 1/\sqrt{r}$ ) donde se produce una singularidad en el borde de la grieta y en el límite del contacto. Posteriormente se comparó la evolución asintótica de las tensiones en un contacto plano con esquinas redondeadas con las tensiones en una entalla. Se pueden obtener unas expresiones analíticas que relacionen los dos casos, aunque no son exactas.



También se ha buscado esta relación de forma exacta aunque numéricamente para casos concretos.

Por último, pero no menos importante, cabe mencionar la estimación de vida en fretting. Diversos autores tratan de predecir si una probeta o componente se va a romper y, en caso afirmativo, cuándo [143–159]. El objetivo final es aplicar estos métodos a componentes reales, lo cual facilita considerablemente el proceso de diseño ahorrando tiempo y dinero. Existen multitud de formas distintas de predecir la vida, que pueden clasificarse en tres grupos: las que consideran sólo iniciación, sólo propagación o las que combinan las dos.

- a) **Iniciación.** En realidad sería utilizar una curva del tipo  $S - N$ , como en fatiga, pero donde las tensiones se evalúan de otra forma. Se basan en evaluar las tensiones, mediante algún criterio de fatiga multiaxial, en la superficie o en un punto en el interior del sólido o hacer una media de las tensiones a lo largo de una línea, superficie o volumen.
- b) **Propagación.** Estos métodos utilizan la mecánica de la fractura y suponen que la grieta se propaga desde algún defecto. Esta propagación se puede considerar como una línea recta desde el punto de iniciación y con una orientación determinada. Algún método supone a la grieta formada por dos tramos que serían uno primero corto y formando un ángulo pequeño respecto a la superficie y luego otro tramo perpendicular a la superficie y que se prolonga hasta la rotura. Y en otros casos, la propagación se puede modelar como muchos tramos cortos donde la orientación de cada tramo se calcula en función de las tensiones en el punto.
- c) **Iniciación más propagación.** En este caso se hace una combinación de los dos anteriores, el primero para la iniciación y el segundo para la propagación. La dificultad añadida es cómo definir qué es iniciación y cuándo comienza la propagación. Se puede definir una longitud de grieta que diferencie las dos fases, y esta longitud puede ser fija, depender del material o incluso ser

distinta para cada caso (material, cargas, geometría, etc.).

La predicción de vida se verá con más detalle en los próximos capítulos.

#### 1.4. Factores que influyen en el fretting. Las tensiones

Existe una gran cantidad de factores que afectan al comportamiento de un sistema ante el fretting [160]. Entre ellos cabe destacar a los siguientes: tensión normal de contacto, carga tangencial, carga externa aplicada a la pieza, comportamiento a fatiga de los materiales, coeficiente de fricción, tensiones residuales, amplitud del deslizamiento, efectos de escala, coeficiente de asimetría de las cargas aplicadas, número de ciclos, tratamiento superficial, dureza de las superficies, rugosidad de las superficies, condiciones ambientales, susceptibilidad a la corrosión, compatibilidad entre las superficies, espesor de las capas de óxido, frecuencia, área de contacto, temperatura, etc. Todos ellos se pueden dividir en dos grupos: los que afectan a las propiedades y comportamiento del material y los que afectan al campo de tensiones. Para estudiar el primer grupo es necesario realizar ensayos normalizados para determinar esas propiedades (ensayos en diferentes condiciones ambientales de tracción, fatiga, velocidad de crecimiento de grietas, tenacidad, desgaste, etc.), y para el segundo grupo es necesario calcular las tensiones ya sea analítica o numéricamente.

Esta tesis se concentra en el uso de la distribución de las tensiones para estimar la vida a fatiga cuando aparece el fretting. Para estimar la vida se hará uso de las propiedades del material que indican cuándo se inicia una grieta y cómo de rápido crece ésta en una probeta normalizada. Estas propiedades se obtendrán de la literatura y se suponen conocidas.

El primer análisis de las tensiones generadas por el contacto corresponde a Hertz [161], que analizó el contacto de dos sólidos no conformes bajo la acción de una carga normal. Fuchs [162] calculó en 1913 las tensiones debidas a un contacto

de Hertz numéricamente y Morton y Close [163] en 1922 extendieron este trabajo para el caso especial de esferas en contacto. En la práctica, en fretting se aplican más cargas aparte de la normal, una muy importante es la carga tangencial añadida al problema que estudió Hertz. Este caso fue resuelto por dos investigadores de forma independiente, Cattaneo [164] en 1938 y Mindlin [165] en 1949 suponiendo que se producía un deslizamiento en los extremos de la zona de contacto. Estos resultados fueron verificados experimentalmente para el contacto entre esferas por Johnson [166] en 1955 y para cilindros por Nishioka y Hirakawa [28]. La tensión bajo el contacto cuando se tiene la carga normal y la tangencial fue calculada por Poritsky [167] y por Smith y Liu [168] independientemente a principios de los años cincuenta. Otros estudios que proporcionan las tensiones en cualquier punto del sólido en función de las cargas para un contacto esférico son debidos a Hamilton y Goodman [169], Hamilton [170] y Sackfield y Hills [171]. Estos trabajos suponían que la carga tangencial se aplicaba de forma monótona y creciente. Los primeros que estudiaron las tensiones en el proceso de descarga fueron Mindlin y Deresciewicz [172]. Estos resultados fueron aplicados al fretting en primer lugar por Nishioka y Hirakawa [27] y por Milestone [23], y posteriormente por muchos otros.

Cuando el contacto es conforme, el análisis de las tensiones se complica puesto que aparecen singularidades en los extremos del contacto. Doeser [173] utilizó elementos planos en el contacto para los ensayos de fretting y para calcular las tensiones empleó el método de los elementos finitos. Con el uso extensivo de este método numérico ya se puede calcular con precisión las tensiones para cualquier geometría que se quiera utilizar en los ensayos, aunque siempre es preferible disponer de una expresión analítica. Otros trabajos donde se emplean los elementos finitos en el análisis de las tensiones en fretting fatiga son los de Tur et al. [174, 175] o el de Naboulsi y Nicholas [176]. En el caso de que se quieran analizar geometrías más complejas sin recurrir a los elementos finitos existen varias posibilidades. Por ejemplo, se pueden calcular las tensiones modelando la superficie de contacto como

un desarrollo en serie de Fourier y calcular las tensiones en el interior del sólido utilizando una transformación de Fourier, como el caso de [177, 178] para un punzón recto con esquinas redondeadas. Otra forma es encontrar aproximaciones analíticas a las tensiones en la zona de interés, con el inconveniente de que no son exactas [179, 180].

Geometrías usuales que son analizadas son el punzón recto y punzón con esquinas redondeadas en caso plano [181–183], cuña [184], punzones axisimétricos rectos y redondeados [185] y ajuste a presión [186].

En cualquier caso, siempre se pueden encontrar estudios sobre el efecto de las tensiones de muy diversa índole. Kantimathi y Alic [187] investigaron en 1981 los efectos sobre el fretting en una aleación de aluminio de grandes picos de carga que se repetían de forma periódica. Poon y Hoepfner [188] utilizaron en 1981 métodos estadísticos para probar la influencia del ambiente y de la tensión global aplicada. Chivers y Gordelier [189] estudiaron distintas formas de reducir el daño producido por fretting concluyendo que la forma más efectiva es disminuir la concentración de tensiones.

## Capítulo 2

# Tipos de ensayos y geometrías

El fenómeno del fretting se puede estudiar de dos formas: experimental y teóricamente.

- a) El primer camino consiste en estudiar tanto ensayos realizados en el laboratorio como fallos ocurridos en la vida real. En estos estudios se incluyen todos los aspectos posibles relacionados con el fenómeno (cargas, vida, lugar, forma y evolución de las grietas, condiciones ambientales, etc.). Con los ensayos se pretende encontrar la respuesta real del componente tanto si son probetas con geometrías sencillas (contacto plano, cilíndrico, esférico) o partes de una máquina o estructura real.
  
- b) En el segundo camino se proponen y analizan modelos que intentan explicar lo que pasa en los ensayos o, como fin último, el comportamiento de las estructuras y máquinas en servicio. Dentro de los parámetros que se estudian, se encuentran el lugar de iniciación de la grieta, cómo crece, cuál es la vida del componente, etc. En el caso de geometrías sencillas el estudio será analítico

(por su ventaja de rapidez y versatilidad), aunque normalmente se complementa con un estudio numérico mediante el método de los elementos finitos (MEF) para comprobar las hipótesis realizadas en el cálculo analítico de tensiones. En el caso de geometrías complicadas las tensiones se calculan directamente con el MEF y a partir de ellas se utilizaría un método analítico para estudiar cualquiera de los aspectos mencionados anteriormente.

Es imprescindible combinar las dos vertientes (experimental y teórica) de forma que se puedan obtener modelos que expliquen lo que sucede en la práctica sin necesidad de realizar nuevos ensayos. En este capítulo se mostrarán distintas formas de realizar los ensayos y en el capítulo siguiente se presentarán diferentes modelos teóricos que intentan explicar lo que pasa en estos ensayos.

## 2.1. Ensayos

En un ensayo de fretting existen varias características que lo definen y que son generales para cualquier tipo de situación. Han de existir dos sólidos en contacto, una carga normal a las superficies en contacto,  $N$ , que las mantiene unidas, una carga tangencial variable aplicada a través del contacto,  $Q$ , que induce al deslizamiento a los sólidos en contacto y una tensión global,  $\sigma$ , aplicada a uno de ellos.  $N$  suele ser constante y  $\sigma$  puede ser constante o variable. Esta tensión axial es la debida a la aplicación directa de la carga  $P$  sobre la pieza, tal como se observa en la figura 2.1. Estos ensayos de fretting se podrían clasificar de múltiples formas, de las cuales se van a ver sólo tres.

En primer lugar, se pueden clasificar en función de las cargas aplicadas, con lo que aparecen dos tipos ya mencionados en el capítulo anterior:

- a) Fretting wear. En este caso  $\sigma$  es constante y puede ser nula o no. En este tipo de ensayos no suele haber grietas que crezcan hasta romper el componente porque las cargas que producen fatiga son las debidas al contacto y éstas

disminuyen rápidamente con la profundidad. En este caso se estudia el efecto sobre la superficie.

- b) Fretting fatiga. En esta modalidad la tensión  $\sigma$  es variable y, por lo tanto, también contribuye a la iniciación y crecimiento de grietas por fatiga. Es este tipo, que además es más perjudicial, en el que se centra esta tesis.

Otra forma de clasificar los ensayos es según el tipo de montaje, dado que no existe una forma estándar de realizar los ensayos de fretting fatiga a pesar de algunas tentativas [52]:

- a) En un tipo de montaje se utiliza una máquina de ensayos con un actuador que fija una probeta y la somete a ciclos de carga axial o de flexión. Ésta, a su vez, está cargada lateralmente por dos elementos de contacto fijos que le aplican una fuerza normal y constante. Los desplazamientos relativos entre las superficies de contacto se determinan a través del alargamiento de la probeta y la flexibilidad de la máquina, figura 2.1.

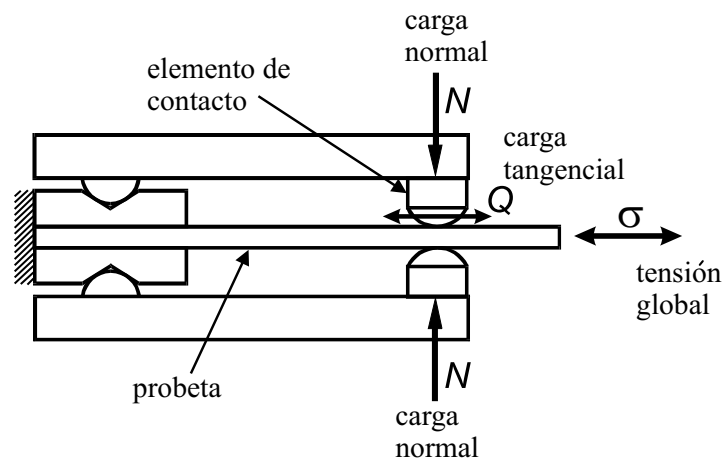


Figura 2.1: Montaje de fretting.

Este tipo de montaje fue usado por Nishioka y Hirakawa [25], Hoepfner y Goss [190], Nowell [191], Szolwinski [192], etc. Otros investigadores usaron

un montaje similar, pero aplicando carga de torsión a la probeta, en vez de axial o de flexión [35]. Las ventajas de estos montajes es que permiten un fácil control del nivel de tensión global en la probeta y permiten el uso de distintas geometrías de las superficies de contacto. Wittkowsky et al. [193] proponen otro tipo de máquina, muy parecida a la de Nowell, donde se aplica una carga axial cíclica a la probeta y ésta genera, debido a la flexibilidad de los soportes de los elementos de contacto, una carga tangencial cíclica en el contacto. En esta máquina sólo hay un actuador que controla la carga axial y además se pueden controlar independientemente las cargas tangencial y normal a ambos lados de la probeta y se pueden medir desplazamientos reales entre la probeta y el elemento de contacto. Una nueva versión de esta máquina diseñada para aplicar cargas mayores se ha desarrollado en el Departamento de Ingeniería Mecánica y de los Materiales de la Universidad de Sevilla [194] y se muestra en la figura 2.2.

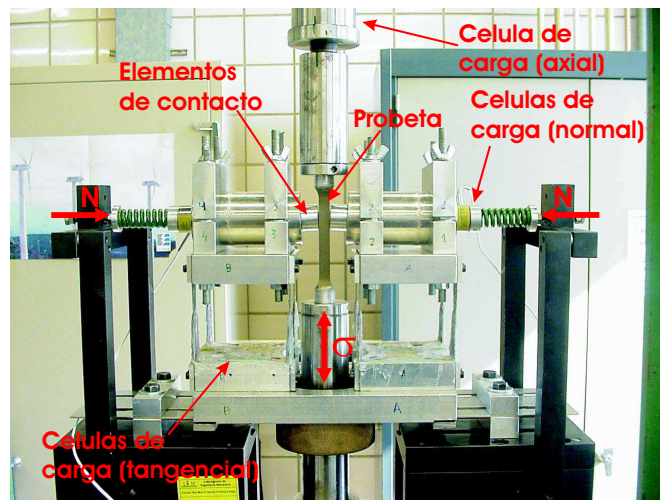


Figura 2.2: Montaje de fretting realizado en la Universidad de Sevilla.

Otro tipo de ensayos bastante similar es el que emplea el fretting bridge, figura 2.3, ya sea con elementos de contacto con superficies planas [20, 195]



o cilíndricas [23].

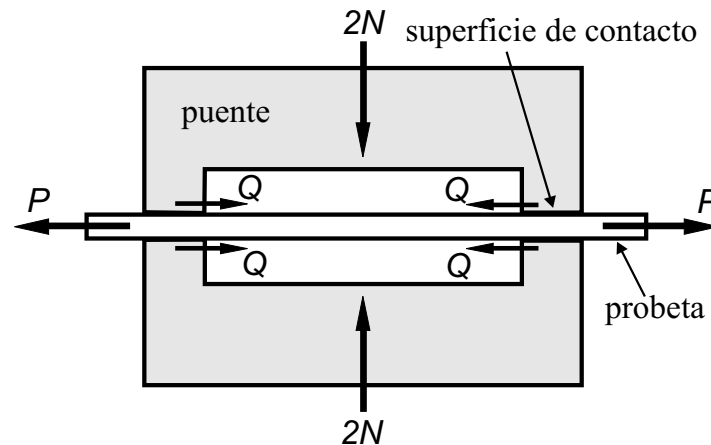


Figura 2.3: Puente de fretting.

- b) Vincent et al. [196] critican el montaje anterior y proponen un ensayo donde se le aplica una tensión constante a la probeta y un actuador mueve los elementos de contacto. Este tipo de ensayo, sin embargo, no tiene una tensión axial cíclica que promueva el crecimiento de grietas por fatiga más allá de la zona de influencia de las tensiones de contacto. Por ello se emplea principalmente para el análisis de procesos de iniciación de grietas por fretting y procesos de desgaste.
- c) Otro tipo de montaje es el empleado por Favrow et al. [197]. Mediante dos actuadores servohidráulicos controlados independientemente se puede aplicar carga axial a la probeta al mismo tiempo que cualquier movimiento cíclico a los elementos de contacto. Ello permite el control independiente del movimiento relativo de estos últimos respecto de la probeta, algo que en los otros montajes no es posible, ya que los movimientos relativos son coordinados con la deformación de la probeta y las amplitudes dependen de la flexibilidad de la probeta y los elementos de fijación de los elementos de contacto.

Por último, también se pueden clasificar los ensayos según la geometría de las

superficies que estén en contacto, a lo que se le va a prestar una mayor atención. En los siguientes apartados se detallan estas geometrías, estudiando las distribuciones de tensiones que se generan y cuáles serían sus ventajas e inconvenientes. Se hace mayor hincapié en dos de ellas, cilíndrica y esférica.

## 2.2. Ensayos de configuraciones reales

Cuando se diseña una máquina o pieza se utilizan programas de simulación que permiten conocer su comportamiento ante distintos tipos de solicitaciones. Sin embargo, esto no evita por completo la necesidad de ensayar dichas piezas. Por lo tanto, este tipo de ensayos busca comprobar la durabilidad de una pieza real. Las posibles geometrías de piezas tienden a infinito, ejemplos típicos podrían ser álabes de turbina, transmisiones entre ejes, cogidas de cables, amortiguadores, etc. [146, 198–203]. Las figuras 2.4 y 2.5 representan dos ejemplos de este tipo de ensayos. En el primero se ensaya un cable donde el fretting se produce por el contacto y fricción entre los hilos que forman el cable. En el segundo se muestra el ensayo a fatiga de un amortiguador donde el fretting se produce en el contacto entre el tubo y la abrazadera.

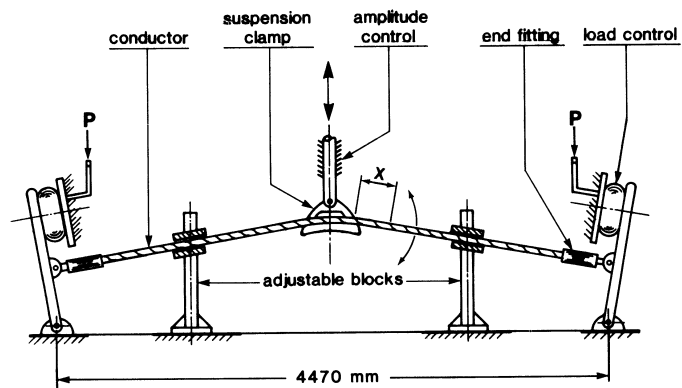


Figura 2.4: Ensayo de fretting sobre una cogida de cable eléctrico [201].

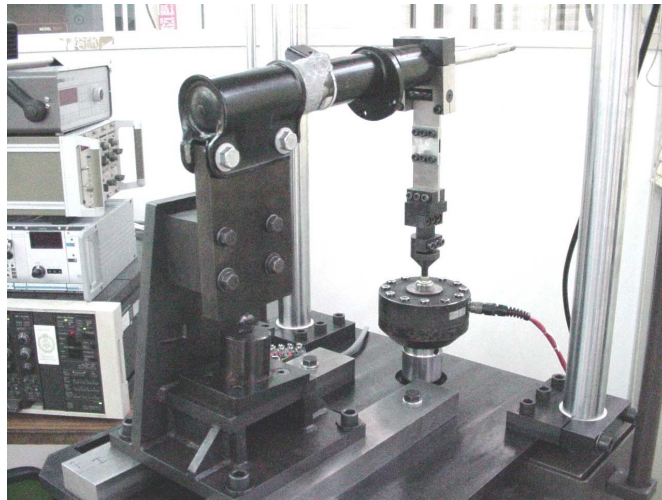


Figura 2.5: Ensayo de fretting sobre un amortiguador [203].

El estudio de las tensiones en estas piezas, que suelen ser complejas, requiere el uso de herramientas como el método de los elementos finitos para calcular las tensiones. Sin embargo, siempre que sea posible es preferible utilizar una solución analítica de las tensiones por su rapidez y versatilidad. Esto es posible en algunos contactos que se pueden asimilar a geometrías más sencillas. Sería el caso del contacto entre un álabe de una turbina con el eje, que se puede aproximar por el contacto de una superficie plana con esquinas redondeadas contra una superficie plana, figura 2.6. Este tipo de geometría se analiza en el apartado 2.4. La ventaja de utilizar una geometría real es que refleja directamente el comportamiento de la pieza que se esté fabricando y el inconveniente es que es más complejo y mucho más caro.

### 2.3. Contacto plano

Esta geometría tiene la ventaja de que es muy fácil fabricar la probeta requerida y montar un ensayo con puente de fretting, figura 2.3. Es la más sencilla de

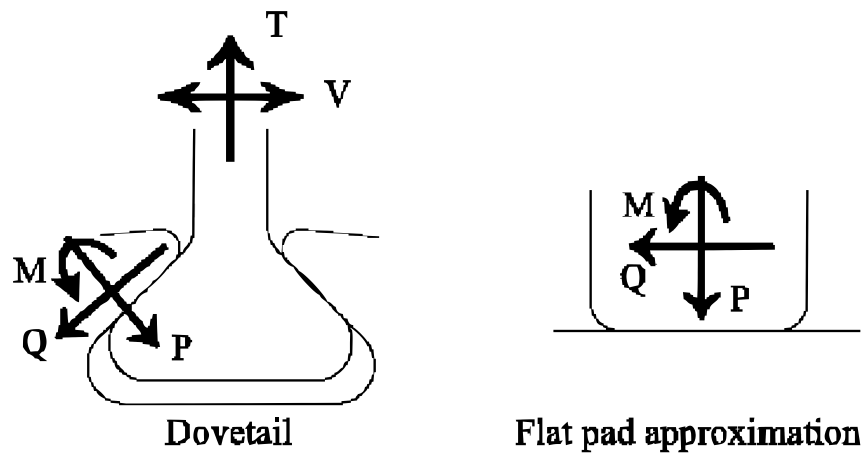
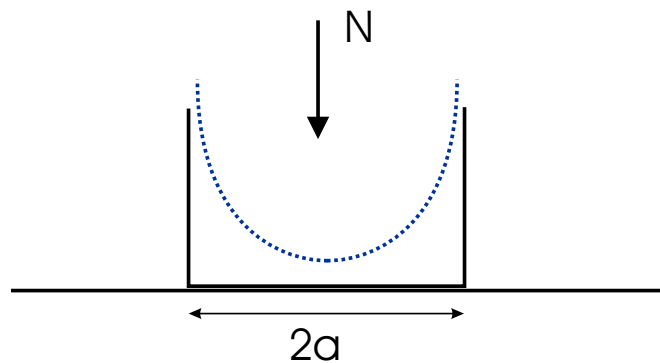


Figura 2.6: Similitud entre el contacto de un álabe y el de un punzón con esquinas redondeadas [142].

modelar para el caso elástico y la expresión de las tensiones bajo el contacto es bien conocida. Sin embargo, tiene el inconveniente de que en las esquinas aparece una singularidad, es decir, las tensiones son infinitas teóricamente. Como esto no es posible, el material se acomoda plásticamente. En ese caso, no se puede suponer que el campo de tensiones bajo la superficie es elástico-lineal. Por lo tanto, o bien se complica el modelo considerando comportamiento elasto-plástico, o bien se aplica el modelo elástico-lineal pero sabiendo que se comete un error. Este error dependerá del tamaño de la zona plástica. No obstante, el error en las tensiones calculadas en las inmediaciones del borde dependerá de la bondad del modelo de comportamiento supuesto y de la forma exacta del borde del elemento de contacto. La tensión normal debida a una carga  $N$  por unidad de espesor en un punzón rígido de anchura  $2a$  (figura 2.7) y en ausencia de fricción viene dada por la ecuación

$$p(x) = \frac{N/\pi}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (2.1)$$

Dicha distribución se muestra con línea discontinua y de forma aproximada en la figura 2.7, donde se observa que la tensión tiende a infinito al aproximarse a los

Figura 2.7: Punzón recto de ancho  $2a$ .

bordes del punzón. Hay que hacer notar que en este caso y los siguientes donde las geometrías son sencillas, las tensiones se calculan analíticamente suponiendo semiespacios infinitos. Esto es válido siempre y cuando la zona de contacto sea pequeña comparada con el espesor de la probeta y el elemento de contacto. En caso contrario, las distribuciones de tensiones cambian y habría que acudir al MEF.

Otro inconveniente del empleo del contacto plano es que la fuerza de rozamiento producida en la superficie del elemento de contacto genera un momento en el puente que soporta al elemento. Dicho momento genera una tendencia al giro de la superficie de contacto, alrededor de un eje paralelo a la superficie y perpendicular al eje de la probeta axial, figura 2.8.

El resultado es una distribución no simétrica de tensiones de contacto. La desviación respecto a la solución simétrica será mayor o menor dependiendo de la fuerza tangencial de contacto y de la rigidez de la estructura soporte. Todo ello genera una nueva fuente de error de las tensiones calculadas y las producidas realmente, con la consiguiente influencia sobre la resistencia a fatiga. De cualquier modo, este efecto se puede estimar calculando el momento a través de la rigidez del soporte y de las cargas y aplicando algunas expresiones ya conocidas [181].

A partir de la distribución de las tensiones en la superficie se puede conocer el estado tensional en el interior del sólido utilizando, por ejemplo, los potenciales de

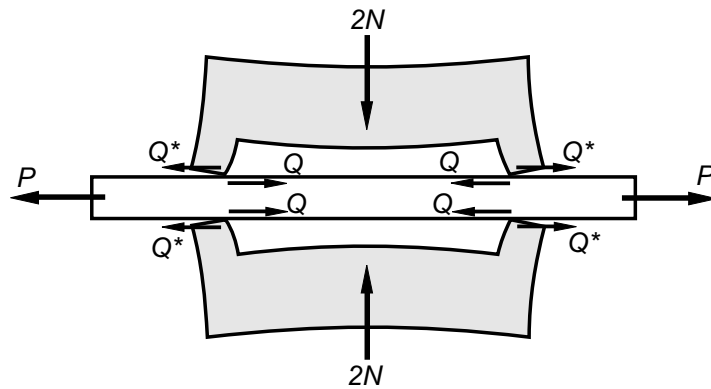


Figura 2.8: Puente de fretting.

Muskhelishvili [204]. A partir del conocimiento de estas tensiones y las propiedades del material se podrán hacer los análisis que sean pertinentes.

## 2.4. Contacto plano con esquinas redondeadas

Para evitar el problema de la singularidad de las tensiones en el contacto plano se ha recurrido a un tipo de contacto distinto: contacto entre un punzón plano con esquinas redondeadas y un plano, figura 2.9.

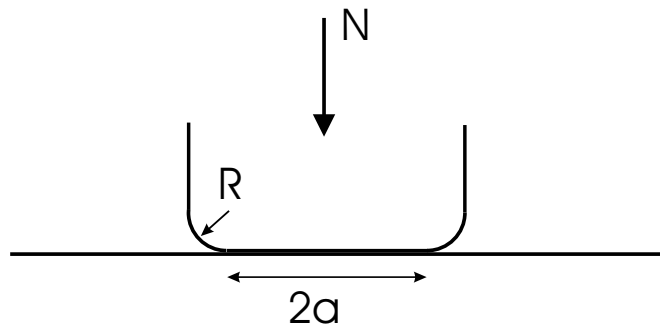


Figura 2.9: Punzón con esquinas redondeadas; ancho de la base plana  $2a$  y esquinas de radio  $R$ .

En un ensayo con una geometría de este tipo la probeta se correspondería con la superficie plana y el punzón con los elementos de contacto. Las ventajas de esta geometría son varias. Ya no se produce singularidad en las esquinas y no tiene por qué aparecer plastificación (depende del nivel de carga). Esta geometría es más próxima a la real puesto que en la práctica los sólidos nunca tienen aristas vivas, siempre se tiene un radio por pequeño que sea. Para este problema se ha encontrado una expresión analítica de la presión normal en el contacto en materiales similares debido tan sólo a una carga normal [183].

$$\frac{bp(\phi)}{N} = \frac{2}{\pi(\pi - 2\phi_0 - \sin(2\phi_0))} \times \left[ (\pi - 2\phi_0) \cos \phi + \ln \left( \left| \frac{\sin(\phi + \phi_0)}{\sin(\phi - \phi_0)} \right|^{\sin \phi} \left| \tan \left( \frac{\phi + \phi_0}{2} \right) \tan \left( \frac{\phi - \phi_0}{2} \right) \right|^{\sin \phi_0} \right) \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{NR}{a^2 E^*} = \frac{\pi - 2\phi_0}{4 \sin^2 \phi_0} - \frac{1}{2} \cot \phi_0 \quad (2.3)$$

donde

$$\sin \phi = x/b \quad \sin \phi_0 = a/b \quad E^* = \frac{E}{2(1 - \nu^2)} \quad (2.4)$$

En estas ecuaciones,  $N$  es la carga normal al contacto por unidad de espesor,  $R$  es el radio de la parte redondeada,  $a$  es el semiancho de la base plana,  $b$  es el semiancho de la zona de contacto y  $E^*$  es el módulo de Young equivalente para el contacto de materiales similares.

En la figura 2.10 se muestra la tensión normal en el contacto para un caso concreto de una carga aplicada de  $N=500$  N/mm,  $a=10$  mm,  $E=71$  GPa y  $\nu=0.33$ , y para tres valores del radio en la esquina,  $R=0$  mm (punzón recto),  $R=1$  mm y  $R=1000$  mm. En estos tres casos la relación entre la parte plana,  $2a$ , y la zona de contacto,  $2b$ , es  $a/b=1$ ,  $a/b=0.997$  y  $a/b=0.802$ , respectivamente. Cuanto más próximo a la unidad sea este cociente más parecido habrá con el punzón recto, tal como se aprecia en dicha figura. Las tensiones para el caso del punzón recto y de  $R=1$  mm son muy parecidas, la diferencia es que en el primer caso llegan

hasta el infinito y en el segundo llegan a un valor muy alto pero finito, (400 MPa). Cuando el radio en la esquina se hace muy grande en comparación con la zona plana, el contacto ya deja de parecerse a un punzón recto y las tensiones y la zona de contacto varían considerablemente.

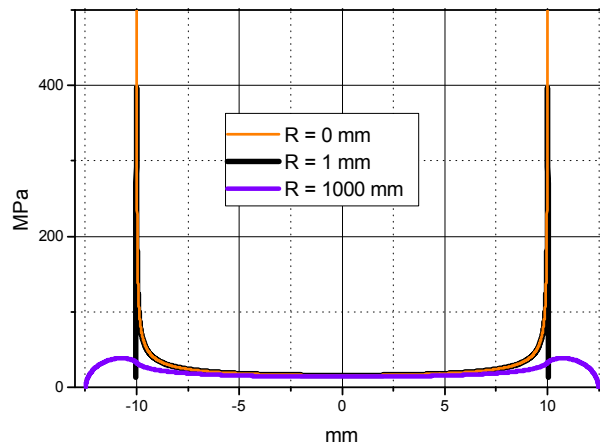


Figura 2.10: Distribución de tensiones normales debidas a la aplicación de la fuerza  $N$ .

Si se aplica una tensión tangencial en estas condiciones, se producirá un pequeño deslizamiento entre las superficies en los extremos del contacto donde el punzón está curvado. El resto de la zona de contacto permanecerá adherida. Si se continúa aumentando dicha carga tangencial, la zona de deslizamiento irá penetrando hacia el interior hasta el momento en que llegue a los límites de la zona plana. Un posterior incremento de la carga tangencial provocará un deslizamiento en toda la zona de contacto. Se llega a esta conclusión porque no hay solución posible a las ecuaciones integrales planteadas para resolver el problema para una zona de adhesión incluida íntegramente en la parte plana [182]. Si además de la carga tangencial se aplica simultáneamente una carga axial en la probeta,  $\sigma$ , la zona de adhesión ya no estará centrada en la zona de contacto sino que tendrá una



cierta excentricidad. La figura 2.11 muestra la disposición de las cargas, donde la fuerza  $P$  da lugar a la tensión axial  $\sigma$ .

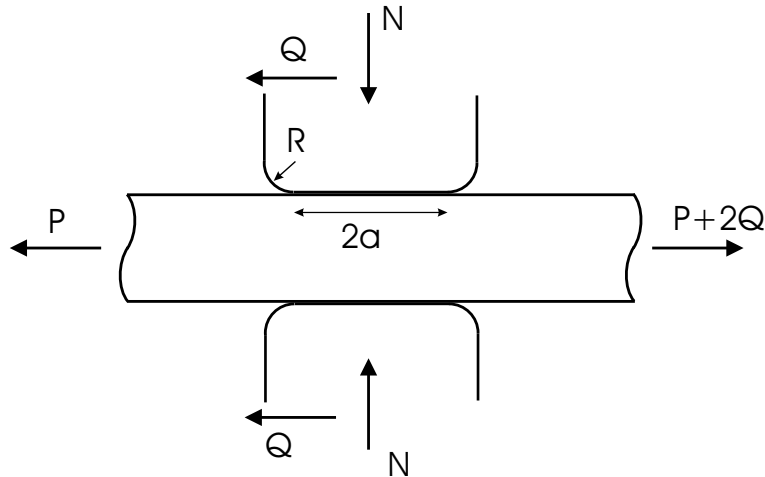


Figura 2.11: Disposición de las cargas aplicadas en un ensayo de fretting con elementos de contacto planos con esquinas redondeadas.

Debido a que las tres fuerzas ( $N$ ,  $Q$ ,  $\sigma$ ) son independientes, se pueden producir distintas situaciones que condicionan la forma de resolver el problema [182]. La figura 2.12 muestra, para cada valor de las cargas tangencial y axial adimensionalizadas, la posición de la zona de adhesión para una relación entre la zona plana y la zona redondeada del contacto de  $a/b = 0.6$ . Cada curva se ha obtenido para un valor de la tensión axial y en ellas se pueden distinguir dos zonas, una superior y otra inferior delimitadas por el punto donde la zona de adhesión llega al límite de la zona de contacto.

Estas dos zonas se pueden diferenciar en función de la tensión axial y la fuerza tangencial aplicadas:

- a) Tensión axial pequeña y carga tangencial grande. Esta es la parte superior de la figura 2.12, mencionada anteriormente. En este caso el deslizamiento se produce en el mismo sentido en las dos zonas periféricas de deslizamiento. En esta situación se observan dos comportamientos distintos. Si los límites

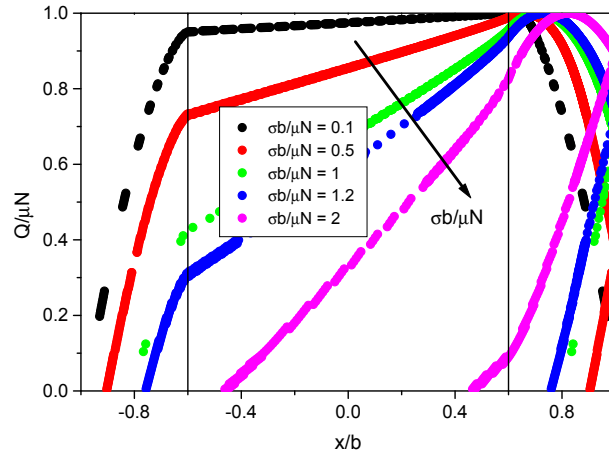


Figura 2.12: Posición de la zona de adhesión en función de la carga tangencial adimensionalizada,  $Q/\mu N$ , y de la tensión axial adimensionalizada,  $\sigma b/\mu N$ , para  $a/b = 0.6$ .

de la zona de adhesión se encuentran en la zona curva del contacto, se puede decir que el efecto de aumentar  $Q$  es disminuir el tamaño de la zona de adhesión pero sin variar su posición, y el efecto de aumentar  $\sigma$  es aumentar la excentricidad pero sin variar el tamaño de la zona de contacto. La otra posibilidad es que uno de los límites de la zona de adhesión se sitúe en la parte plana del contacto, en cuyo caso tanto el aumento de  $Q$  como de  $\sigma$  provocan una disminución de la zona de adhesión y un aumento de la excentricidad de dicha zona. Esto es debido a que el límite entre adhesión y deslizamiento es mucho más sensible a las fuerzas aplicadas cuando se encuentra dentro de la parte plana del contacto.

A la hora de resolver este problema se supone que se produce el deslizamiento en toda la zona de contacto en un mismo sentido y se le añade una perturbación, que será la incógnita del problema, en la zona donde habrá adhesión. La posición y tamaño de la zona de adhesión se escoge a priori y al resolver las ecuaciones se obtienen tanto la distribución de tensiones tangenciales en

la superficie como las cargas necesarias para conseguir dicha distribución. Una distribución típica de este caso se muestra en la figura 2.13 en color azul y trazo fino. Si la tensión axial se aumenta se llegará a una situación en la que el límite de la zona de adhesión coincida con el del contacto. Para tensiones axiales mayores se produce deslizamiento reverso, que es el caso del siguiente punto.

- b) Tensión axial grande y carga tangencial pequeña. En este caso la tensión axial provoca que se produzca un deslizamiento en los extremos del contacto pero en sentidos opuestos, llamado deslizamiento reverso. A diferencia del caso anterior, se puede obtener una zona de adhesión que esté totalmente incluida dentro de la parte plana del contacto como se observa en la figura 2.12. Este caso se resuelve de forma similar al anterior con la diferencia de que se supone que en las dos zonas de deslizamiento, éste tiene sentidos opuestos. Posteriormente se supone una posición y tamaño de la zona de adhesión. Con estos datos se resuelven las ecuaciones integrales donde las incógnitas son la distribución de tensiones tangenciales y las cargas aplicadas. Una distribución típica de este caso se muestra en la figura 2.13 en color rojo y trazo grueso. Al igual que en el caso anterior, se pueden apreciar dos situaciones distintas. Si los dos límites de la zona de adhesión se encuentran en la parte plana o los dos en la parte curva del contacto, el efecto de  $Q$  es modificar la excentricidad y el efecto de  $\sigma$  es modificar el tamaño de la zona de adhesión (más  $\sigma$  implica una zona de adhesión más pequeña). En este caso particular los papeles de  $Q$  y  $\sigma$  se han intercambiado respecto al apartado anterior. En cambio, si uno de los límites está en la parte plana y otro en la curva, tanto  $Q$  como  $\sigma$  provocan un aumento de la excentricidad y una disminución del tamaño de la zona de adhesión.

Una forma alternativa de calcular la distribución de tensiones en el contacto es aproximando tanto las funciones como la geometría del contacto por un desarrollo en serie de funciones trigonométricas y haciendo un cambio de variable del tipo  $x =$

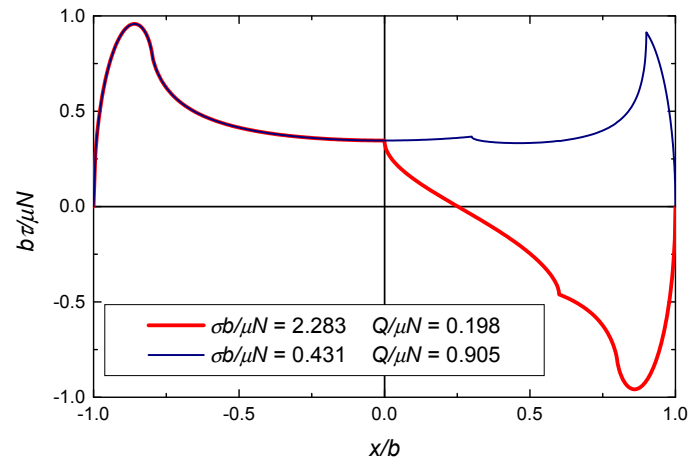


Figura 2.13: Distribución de la tensión tangencial  $\tau$  en la superficie de contacto, adimensionalizada con el coeficiente de rozamiento  $\mu$ , el semiancho de la zona de contacto  $b$  y la carga normal  $N$ . En ambas curvas  $a/b = 0.8$ .

$a \cos \phi$ , [205,206], llegándose a las mismas distribuciones de tensiones. Este método tiene la ventaja de que mediante dicho desarrollo en serie se puede aproximar tanto como se quiera cualquier geometría, simulando por ejemplo rugosidades y desgastes, añadiendo términos al sumatorio.

En cualquier caso y pese a las ventajas ya comentadas de esta geometría frente a la del punzón recto, con este tipo de contacto también es necesario alinear muy bien las caras planas que entran en contacto para que no se produzcan concentradores de tensión indeseables e incontrolados, así como una distribución asimétrica de tensiones.

## 2.5. Contacto cilíndrico

Como su nombre indica, el contacto cilíndrico es el que se produce entre dos cilindros. En los ensayos de fretting en particular, uno de los dos cilindros tiene

un radio infinito, es decir, se produce el contacto entre un cilindro y un plano, figura 2.14. En un ensayo de fretting se le aplica la carga normal constante  $N$  que mantiene en contacto los sólidos y posteriormente se aplican las cargas variables  $Q$  y  $P$ . Normalmente estas dos cargas serán aplicadas en fase. Debido a ellas, se distinguen dos tipos de zonas en el contacto, una en el interior, de tamaño  $2c$ , donde las superficies se mantendrán adheridas y otra, en ambos extremos de la zona de contacto, donde se produce un deslizamiento. Si la carga axial  $P$  es nula, la zona de adhesión estará centrada respecto a la zona de contacto. Si dicha carga no es nula, la zona de adhesión se desplaza hacia un lateral una cantidad,  $e$ , llamada excentricidad.

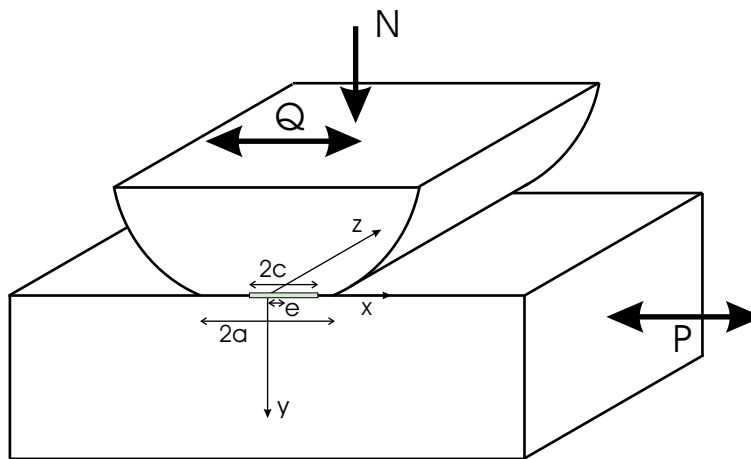


Figura 2.14: Contacto cilíndrico con las fuerzas aplicadas en un ensayo; el semiancho de la zona de contacto es  $a$ , el de la zona de adhesión es  $c$  y la excentricidad de dicha zona  $e$ .

Una ventaja del empleo de esta geometría es que, a diferencia de las anteriores, la distribución de tensiones bajo la zona de contacto no presenta singularidades. Tampoco aparece el efecto del giro de la superficie de contacto en el montaje de puente de fretting, tal como se mostró en la figura 2.8. En aquel caso, el giro del elemento de contacto implicaba una asimetría de la distribución de las tensiones

normales, en contacto cilíndrico solamente implica un ligero desplazamiento de la zona de contacto. Esta geometría es de las más usadas si se desea tener una buena aproximación de las tensiones producidas en el contacto, al mismo tiempo que la posibilidad de determinarlas analíticamente. Tiene la desventaja de que existen pocos casos reales de fatiga por fretting en los que aparezcan esta geometría en el contacto. Pero, con el contacto cilíndrico no se pretende plasmar casos reales, sino disponer de una geometría sencilla, en la que se puedan conocer las tensiones de contacto con suficiente aproximación y para la que se disponga de soluciones analíticas que permitan aplicar fácilmente los modelos de fatiga por fretting propuestos. Este requisito lo cumple muy bien el contacto cilíndrico, en el que se conoce una expresión analítica para el campo de tensiones bajo el contacto en función de las cargas aplicadas en la superficie [207]. Esta última aseveración habría que matizarla. Al igual que en la geometría anterior, en función de los valores de  $Q$  y  $P$ , pueden aparecer dos casos muy distintos, uno en el que el deslizamiento se produce en el mismo sentido en todo el contacto y otro en el que los deslizamientos se producen en sentidos contrarios en las dos zonas de deslizamiento existentes. A continuación se presentan las expresiones de las tensiones normales y tangenciales en la superficie para el primer caso, que es el más común en los ensayos de fretting. La presión normal viene dada por

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad (2.5)$$

donde  $p_0$  es la máxima tensión normal debido a  $N$  y  $a$  es el semiancho de la zona de contacto tal como se muestra en la figura 2.14.

$$p_0 = \frac{2N}{\pi a} \quad (2.6)$$

$$a = \left( \frac{4NR}{\pi E^*} \right)^{1/2} \quad (2.7)$$

El parámetro  $E^*$  es el mismo de la ecuación (2.4) y  $R$  es el radio del cilindro.

Si se aplica la carga tangencial aparece un deslizamiento cerca de los límites de la zona de contacto y una zona central de tamaño  $2c$  permanece en adhesión.

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \quad (2.8)$$

Si además se aplica la fuerza  $P$  en la probeta a la vez que  $Q$ , se producirá una excentricidad,  $e$ , en la zona de adhesión. Nowell y Hills [208] trataron este problema como una perturbación de un problema similar al de Mindlin [165, 172] o Cattaneo [164], donde no había fuerza axial,  $P$ . A la deformación existente en la probeta le añadieron la debida a dicha carga suponiendo que la probeta tiene el tamaño suficiente para considerar deformación plana. En este caso la tensión tangencial en la zona de deslizamiento es

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \quad |x| \leq a \quad |x - e| \geq c \quad (2.9)$$

mientras que en la zona de adhesión es

$$q(x) = \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} - \frac{c}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{(x - e)^2}{c^2}} \quad |x - e| \leq c \quad (2.10)$$

La excentricidad  $e$  de la zona de adhesión viene dada por la expresión

$$e = \frac{a\sigma}{4\mu p_0} \quad (2.11)$$

donde  $\sigma$  es la tensión axial en la probeta debida a la carga  $P$ .

En las gráficas siguientes se muestra la distribución de los distintos componentes del tensor de tensiones para un caso típico de carga y a distintas profundidades. Como material se ha escogido un aluminio,  $E=70$  GPa y  $\nu=0.33$ , coeficiente de rozamiento  $\mu=0.75$ , radio del cilindro en contacto  $R=100$  mm, carga normal  $N=250$  N/mm, carga tangencial  $Q=150$  N/mm y tensión axial en la probeta  $\sigma=100$  MPa. Esto genera una tensión normal máxima debida a  $N$  de  $p_0=176.8$  MPa y un semiancho de la zona de contacto de  $a=0.9$  mm.

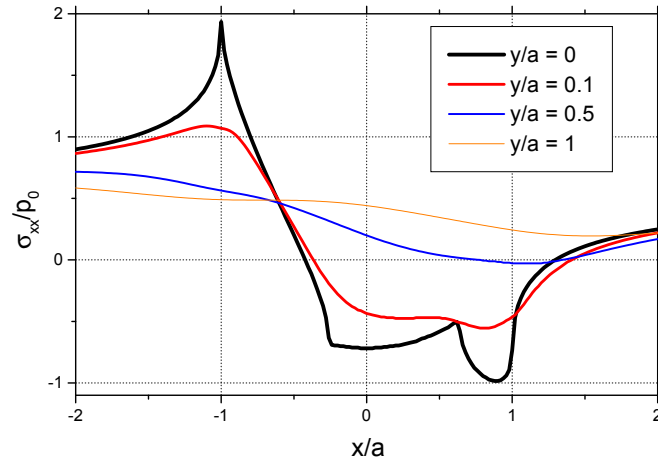


Figura 2.15: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga  $P$  (dirección  $x$ ) para cuatro profundidades distintas.

La figura 2.15 muestra la distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga  $P$  (dirección  $x$ ) para cuatro profundidades distintas. En ella se observa que el valor máximo en la superficie se alcanza justo en el límite de la zona de contacto, además, este valor es 3.42 veces mayor que la tensión axial,  $\sigma$ , aplicada en la probeta. Con esto se comprueba el alto valor de la concentración de tensiones que supone el efecto del fretting. Este hecho es más notable si se tiene en cuenta que la grieta que se forme por fretting crecerá principalmente debido a esta tensión  $\sigma_{xx}$ . El alto valor de las tensiones no sólo está concentrado en una pequeña región del contacto sino que además disminuye muy rápidamente con la profundidad. A una profundidad de la mitad del semiancho de la zona de contacto ya se ha reducido hasta el valor de  $\sigma$ , llegando incluso a disminuir algo más. Esta evolución se observa más claramente en la figura 2.16, donde se representa dicha tensión en función de la profundidad para  $x = -a$ . La línea horizontal representa la tensión axial adimensionalizada,  $\sigma/p_0$ .



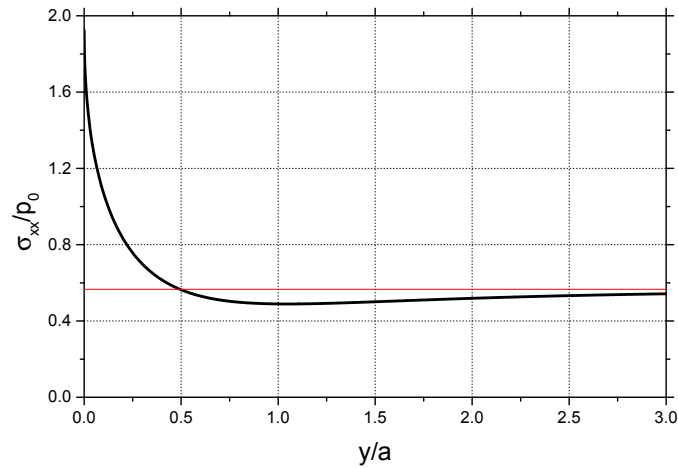


Figura 2.16: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección  $x$  en función de la profundidad.

Las tensiones  $\sigma_{yy}$ , figura 2.17, y  $\sigma_{xy}$ , figura 2.18, a diferencia de  $\sigma_{xx}$ , no tienen unos valores tan altos y no disminuyen tan rápidamente con la profundidad. De hecho, el valor máximo de  $\sigma_{yy}$  aumenta inicialmente a pequeñas profundidades, disminuyendo posteriormente. Este aumento inicial es debido a que la tensión normal en dirección  $y$  causada por la distribución de tensiones tangenciales en la superficie es nula en la superficie pero no en el interior.

Con estas componentes del tensor de tensiones se puede calcular la tensión de von Mises para las cuatro profundidades comentadas, figura 2.19. Según este parámetro, el punto más desfavorable en la superficie es el límite de la zona de contacto. Sin embargo, a una profundidad del 10% del semiancho de la zona de contacto, el valor máximo ha disminuido un 25% y su posición se ha desplazado hacia el interior del contacto. Este hecho tendrá sus implicaciones cuando se estudie más adelante el lugar de iniciación de las grietas.

En las distribuciones de tensiones mostradas se ha supuesto que el deslizamien-

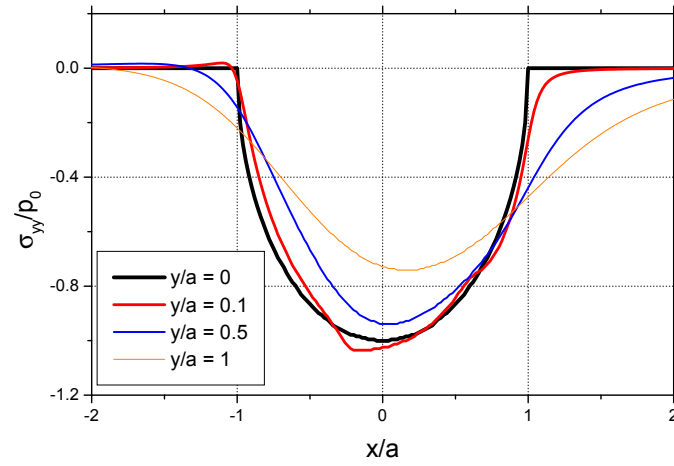


Figura 2.17: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección perpendicular a la superficie para cuatro profundidades distintas.

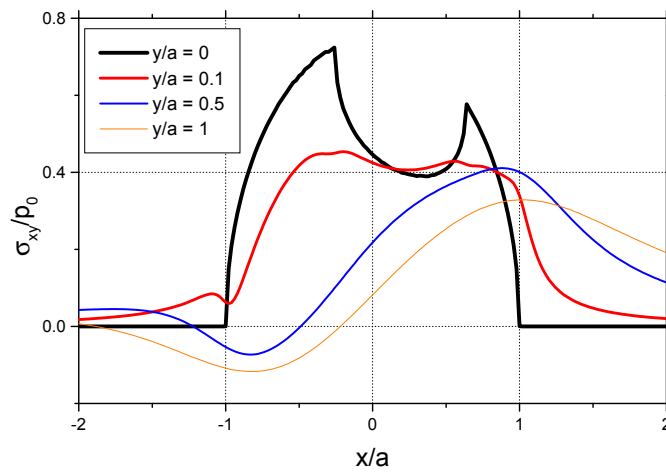


Figura 2.18: Distribución de tensiones tangenciales, adimensionalizadas con  $p_0$ , para cuatro profundidades distintas.

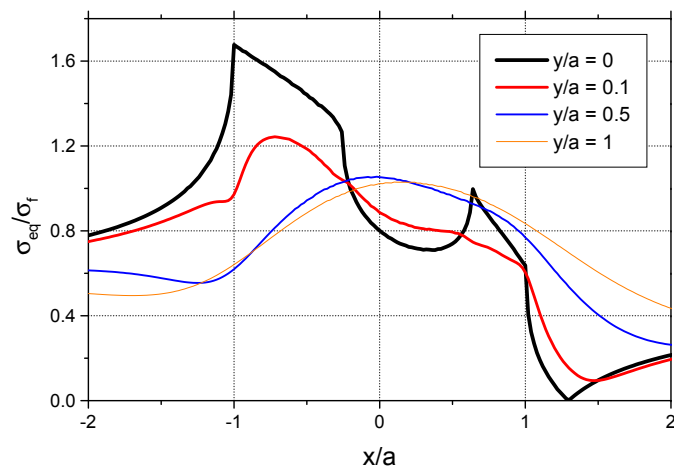


Figura 2.19: Distribución de la tensión equivalente de von Mises en deformación plana, adimensionalizada con el límite de fatiga,  $\sigma_f=180$  MPa, para cuatro profundidades distintas.

to se produce en el mismo sentido en toda la zona de deslizamiento, sin embargo no siempre es así. De las ecuaciones (2.8) y (2.11) se puede obtener la condición para que el deslizamiento se produzca en el mismo sentido y, por lo tanto, para que las distribuciones de tensiones mostradas sean válidas. La condición necesaria es que la posición más extrema del límite de la zona de adhesión quede dentro de la zona de contacto  $e + c \leq a$ . Operando con dichas ecuaciones se obtiene

$$\frac{\sigma}{\mu p_0} \leq 4 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right) \quad (2.12)$$

Si esta condición no se cumple, entonces el problema no tiene solución analítica y se resuelve por medio de ecuaciones integrales [208]. No obstante, las ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7) siguen siendo válidas. En este caso aparece un deslizamiento reverso y las tensiones tangenciales en la superficie cambian de sentido. En la figura 2.20 se muestran tres ejemplos de la distribución de tensiones tangenciales en la superficie. La curva de color negro representa un caso donde el límite de la zona

de adhesión coincide con el borde del contacto. En las otras dos curvas aparece el deslizamiento reverso mencionado.

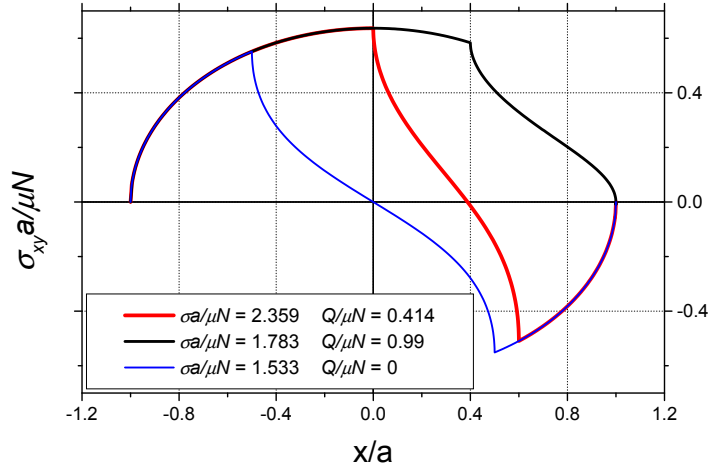


Figura 2.20: Distribución de tensiones tangenciales en la superficie para tres casos distintos con deslizamiento reverso.

Bramhall [31] y Nowell [191] observaron una ventaja del contacto cilíndrico a la hora de estudiar el efecto de la escala. De las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtiene que

$$p_0 \propto \sqrt{\frac{N}{R}} \quad (2.13)$$

$$a \propto \sqrt{NR} \quad (2.14)$$

De acuerdo con estas expresiones, variando la carga normal y el radio del cilindro en la misma proporción, el semiancho de la zona de contacto,  $a$ , variará en la misma proporción, manteniéndose constante la presión máxima. Por ejemplo, se puede aumentar al doble la carga y el radio, con lo que el tamaño de la zona de contacto aumenta también al doble, sin embargo,  $p_0$  no cambia. Esto significa

que se puede aumentar la zona de contacto, y por ende, la extensión del campo de tensiones sin aumentar su magnitud.

Se ha visto que en el contacto cilíndrico el campo de tensiones producido puede aproximarse suficientemente bien mediante modelos bidimensionales. Sin embargo, esta misma ventaja supone un inconveniente a la hora de analizar la iniciación de las grietas en los ensayos, ya que en la realidad existen tres dimensiones en lugar de dos. En los modelos se supone que una grieta idealmente atraviesa la probeta de parte a parte, sin embargo, en la realidad esto sucede cuando la grieta tiene ya cierta longitud pero no en la iniciación. Una grieta no se inicia simultáneamente a lo largo de todo el ancho de la probeta, sino que se inicia en un punto. Empezará a crecer con forma semiéptica y luego se irá transformando hasta su forma final. En su crecimiento puede unirse con otras grietas, generadas en otros puntos del contacto. Además, el punto de iniciación está indeterminado, no se sabe a priori dónde se iniciará la grieta. Esto implica que si se pretende estudiar el proceso de iniciación, será muy difícil detectar grietas incipientes en los ensayos. Si la grieta es suficientemente pequeña, será muy difícil localizarla en secciones de la probeta perpendiculares a la superficie de contacto y paralelas al eje de la probeta. Si, por el contrario, la grieta se extiende a lo largo de una parte importante del ancho de la probeta, lo que permitirá detectarla más fácilmente, habrá dejado de ser una grieta incipiente, pudiéndose dar por concluido el proceso de iniciación. Este hecho hace más complicado el estudio teórico y experimental de la iniciación de grietas, tanto en casos de contacto cilíndrico como de plano.

Otras implicaciones del hecho de que en realidad se tienen tres dimensiones en lugar de dos son, por un lado, que aunque se haya supuesto deformación plana para estudiar las tensiones, en las superficies libres se tensión tensión plana y las tensiones reales serán distintas a las calculadas. La importancia de escoger deformación o tensión plana dependerá del espesor de los especímenes ensayados. Un análisis más completo requeriría un modelo 3D. Por otro lado, sigue existiendo el problema de alinear la generatriz del cilindro con el plano a la hora de realizar

un ensayo. En caso contrario, en el extremo del cilindro que contacte antes con el plano se producirán unas tensiones más altas y en el otro extremo más bajas, sin conocerse exactamente su valor. Además, el modelo bidimensional utilizado no puede reflejar este comportamiento. Esto hace necesario diseñar un sistema que garantice que la carga se aplica correctamente.

## 2.6. Contacto esférico

El contacto esférico es similar al cilíndrico en el sentido de que se conoce una expresión analítica para las tensiones provocadas por las cargas de contacto [171] y en que este tipo de contacto no aparece en los casos reales. Además, presenta otra serie de diferencias respecto a otros contactos. El modelo ya no puede ser bidimensional, con lo que se añade algo de complejidad al problema. La figura 2.21 muestra la geometría de este contacto.

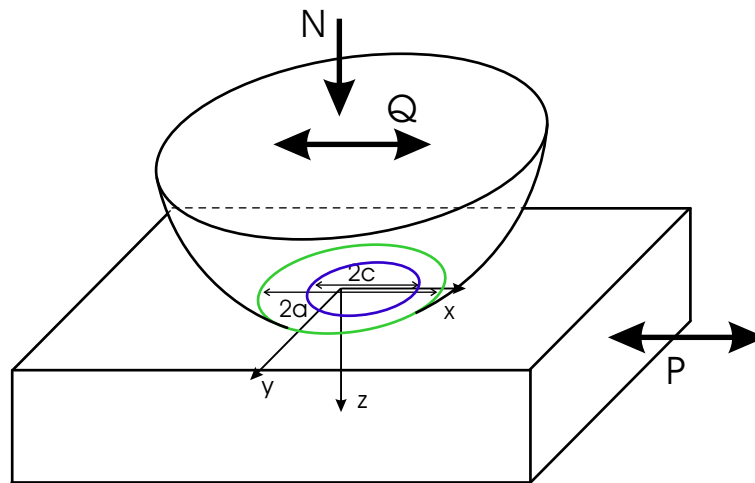


Figura 2.21: Contacto esférico con las fuerzas aplicadas en un ensayo; el radio de la zona de contacto es  $a$ , el radio de la zona de adhesión es  $c$ .

En primer lugar la presión normal ya la calculó Hertz [161]

$$p(r) = p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad r \leq a \quad (2.15)$$

donde  $a$  es el radio de la zona de contacto y

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad p_0 = \frac{3N}{2\pi a^2} \quad a = \left( \frac{3NR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (2.16)$$

Al igual que en el contacto cilíndrico,  $p_0$  es la máxima tensión debida a la carga normal  $N$ . La expresión de  $E^*$  es la misma que en el caso cilíndrico. A partir de esta distribución se puede calcular la distribución de tensiones tangenciales cuando se aplica la carga  $Q$  como la superposición de dos efectos, un deslizamiento global en todo el contacto y una distribución similar que impida el deslizamiento en la zona de adhesión [165, 172]. Esta zona de adhesión tiene forma circular con radio  $c$ . Si además se aplica la carga  $P$ , se produce una excentricidad en dicha zona de adhesión de forma similar al contacto cilíndrico. El problema se resuelve de la misma forma, utilizando una perturbación del problema de Mindlin. Como resultado se obtiene la tensión tangencial en la superficie en la dirección de aplicación de la carga. En la zona de deslizamiento es

$$q_x(r) = \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad r \leq a \quad r_e \geq c \quad (2.17)$$

y en la zona de adhesión

$$q_x(r) = \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} - \frac{c}{a} \mu p_0 \sqrt{1 - \frac{r_e^2}{a^2}} \quad r_e \leq c \quad (2.18)$$

donde  $r_e = \sqrt{(x - e)^2 + y^2}$ ,  $c$  es el radio de la zona de adhesión, que se obtiene de

$$\frac{c}{a} = \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu N}} \quad (2.19)$$

y la excentricidad, según se suponga deformación o tensión plana, será

$$e = \frac{4a\sigma}{\pi\mu p_0} \frac{1 - \nu}{4 - 3\nu} \quad \text{deformación plana} \quad (2.20)$$

$$e = \frac{4a\sigma}{\pi\mu p_0} \frac{1}{4 + \nu - 3\nu^2} \quad \text{tensión plana} \quad (2.21)$$

Estudios recientes muestran que utilizando la expresión de la excentricidad suponiendo tensión plana, se obtiene una distribución analítica de tensiones más acorde con los resultados de un modelo de elementos finitos [175].

En el cálculo realizado se ha supuesto que la tensión tangencial en la superficie perpendicular a la aplicación de la carga,  $q_y$ , es nula. En realidad no es exacto, pues al resolver las ecuaciones se observa que se produce un pequeño deslizamiento en dicha dirección incluso dentro de la zona de adhesión calculada. Al no ser posible por la misma definición de la zona de adhesión, se genera una tensión tangencial para anular el citado deslizamiento. La conclusión es que la distribución de tensiones que se va a emplear en los cálculos no es exacta, pero sí suficientemente aproximada [209].

A continuación se muestran todas las componentes no nulas del tensor de tensiones en el plano de simetría del contacto y a cuatro profundidades distintas. Se ha escogido un caso típico de cargas donde, además, se ha hecho coincidir  $\sigma$ ,  $p_0$  y  $\sigma_{xx \max}$  con el caso de contacto cilíndrico mostrado en el apartado anterior. En este caso el material es el mismo  $E=70$  GPa y  $\nu=0.33$ , coeficiente de rozamiento  $\mu=0.75$ , radio de la esfera en contacto  $R=100$  mm, carga normal  $N=185.1$  N, carga tangencial  $Q=133$  N y tensión axial en la probeta  $\sigma=100$  MPa. Esto genera una tensión normal máxima debida a  $N$  de  $p_0=176.8$  MPa y un radio de la zona de contacto de  $a=0.707$  mm.

La figura 2.22 muestra unas distribuciones de tensiones,  $\sigma_{xx}$ , muy parecidas al caso de contacto cilíndrico. En la figura 2.23 se compara la evolución de la tensión  $\sigma_{xx}$  con la profundidad para las dos geometrías. Las cargas se escogieron de forma que la tensión máxima y la tensión axial aplicada a la probeta fueran la misma, por lo tanto, en la superficie y muy lejos de ella las tensiones en ambos casos coinciden. Se observa que en el caso del contacto cilíndrico, la tensión  $\sigma_{xx}$  cae más rápidamente que en el contacto esférico. En ambos casos la tensión disminuye por debajo de la tensión axial para luego, lentamente, tender a ella. Sin embargo, en el contac-



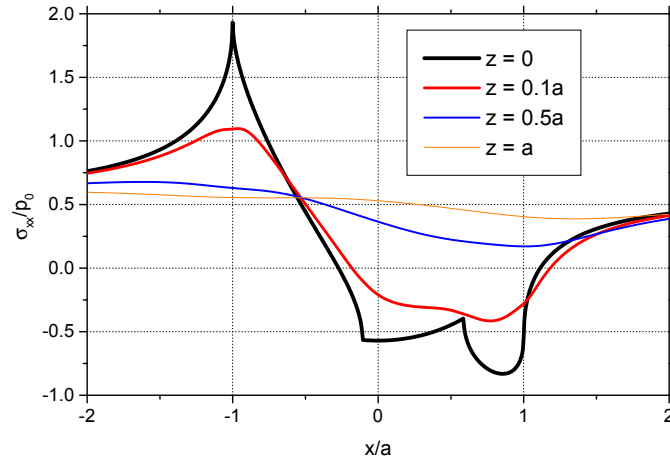


Figura 2.22: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga para cuatro profundidades distintas,  $y = 0$ .

to cilíndrico este mínimo es más acusado y posteriormente tiende más lentamente al valor de la tensión axial. Mientras que esta tensión disminuye rápidamente al aumentar la profundidad, no ocurre lo mismo cuando se varía la coordenada  $y$ . La figura 2.24 muestra la distribución de la tensión  $\sigma_{xx}$  en la superficie para cuatro valores distintos de  $x$ . Cerca del límite de la zona de contacto, dicha tensión no sólo no disminuye al alejarse del plano de simetría sino que inicialmente aumenta. Este comportamiento es muy diferente del observado cuando la profundidad aumenta, figura 2.23. Esto quiere decir que inicialmente el gradiente de tensiones es más pronunciado en la dirección perpendicular al contacto que en la superficie.

La tensión  $\sigma_{yy}$ , figura 2.25, es similar a  $\sigma_{zz}$ , figura 2.26, en la superficie aunque disminuye mucho más rápidamente con la profundidad. La figura 2.26 muestra un comportamiento similar a las tensiones normales al contacto en el caso cilíndrico, figura 2.17, que se explica de la misma forma. La distribución de tensiones tangenciales,  $\sigma_{xz}$ , mostrada en la figura 2.27 también es similar respecto a la tensión

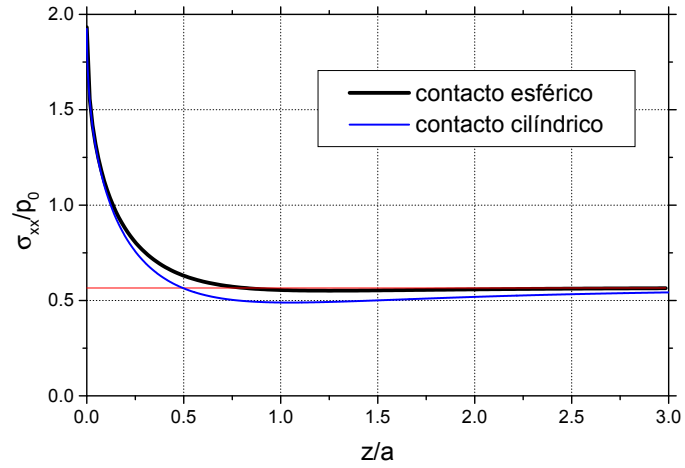


Figura 2.23: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga en función de la profundidad,  $y = 0$ .

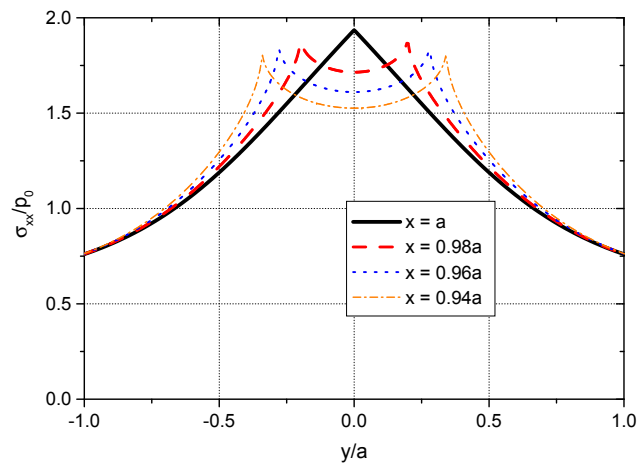


Figura 2.24: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga, en la superficie.

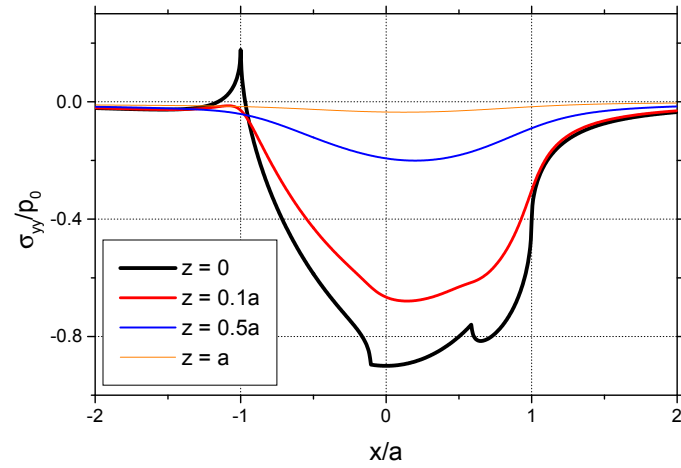


Figura 2.25: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección perpendicular a la de aplicación de la carga y paralela a la superficie para cuatro profundidades distintas,  $y = 0$ .

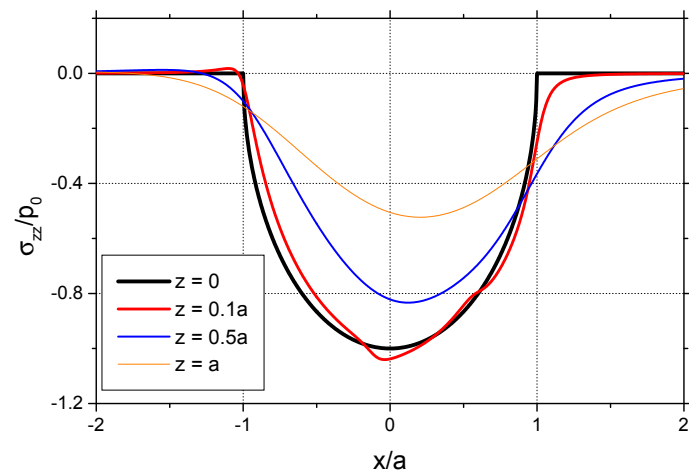


Figura 2.26: Distribución de tensiones normales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección normal al contacto para cuatro profundidades distintas,  $y = 0$ .

análoga del contacto cilíndrico.

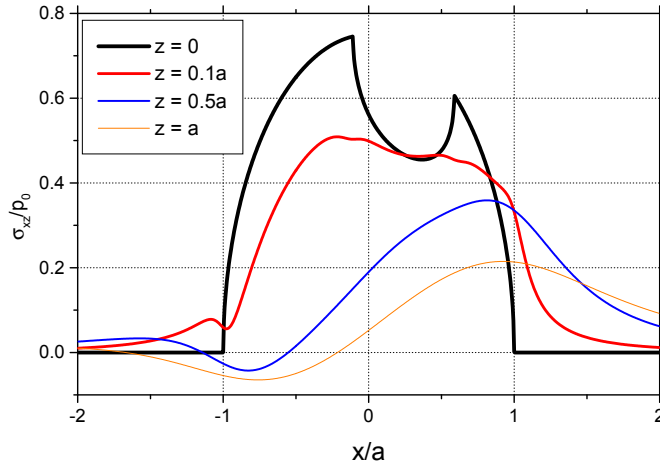


Figura 2.27: Distribución de tensiones tangenciales, adimensionalizadas con  $p_0$ , en la dirección de aplicación de la carga para cuatro profundidades distintas,  $y = 0$ .

La figura 2.28 muestra la evolución de la tensión equivalente de von Mises para las cuatro profundidades ya mencionadas y en el plano de simetría del contacto. Se observa que la evolución de las tensiones es similar a las del contacto cilíndrico, aunque en el contacto esférico son algo mayores.

En el desarrollo hecho hasta este punto de la distribución de tensiones en contacto esférico, se ha supuesto que el deslizamiento se produce en el mismo sentido en toda la zona de contacto. Esto será cierto siempre que  $e + c \leq a$ , análogamente al caso cilíndrico. Esta condición se traduce en la siguiente expresión, suponiendo tensión plana

$$\frac{\sigma}{\mu p_0} \leq \frac{\pi(4 + \nu - 3\nu^2)}{4} \left( 1 - \sqrt[3]{1 - \frac{Q}{\mu N}} \right) \quad (2.22)$$

Si esta condición no se cumple, aparecerán zonas en el interior del contacto donde se produzca un deslizamiento en sentido contrario. Para calcular la distribución

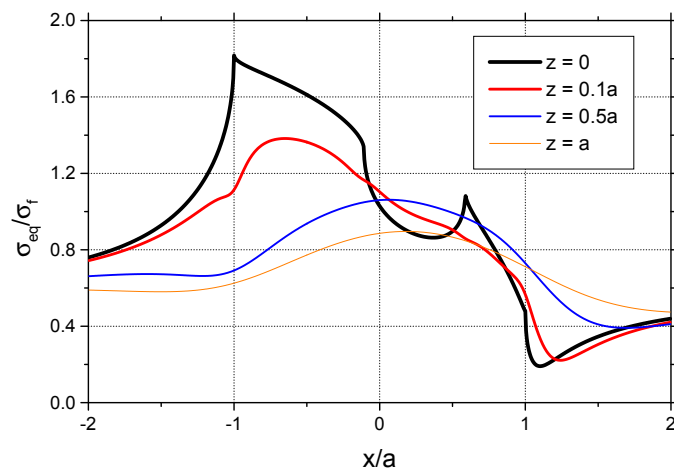


Figura 2.28: Distribución de la tensión equivalente de von Mises en tensión plana adimensionalizada con el límite de fatiga  $\sigma_f=180$  MPa para cuatro profundidades distintas,  $y = 0$ .

de tensiones habrá que acudir a algún método numérico [175].

Ya se comentó la utilidad del contacto cilíndrico para estudiar el fenómeno de escala, sin embargo, con el contacto esférico también es posible aunque quizás de una manera algo más restringida. El razonamiento es similar al expuesto en la geometría anterior, es decir, de las ecuaciones (2.16) se obtiene

$$p_0 \propto \sqrt[3]{\frac{N}{R^2}} \quad (2.23)$$

$$a \propto \sqrt[3]{NR} \quad (2.24)$$

Esto implica que aumentando  $n$  veces el radio de la esfera y  $n^2$  la carga normal aplicada se consigue que la magnitud del campo de tensiones,  $p_0$ , no varíe pero que su extensión,  $a$ , sea  $n$  veces mayor. El inconveniente en este caso es que al variar la carga con el cuadrado, el rango de valores que habrá que aplicar será mucho mayor. Este hecho ya fue observado por Hills [210], que decía que “*the load has to*

*be varied over an impractically wide range*". Sin embargo, se han realizado ensayos en contacto esférico con radios de 25.4 mm [193] y 100 mm [194] con aluminio 7075 con la única complicación de cambiar los sensores que miden las fuerzas normales y tangenciales, dado que cambia su rango de aplicación. Esto no significa que sea necesario cambiar de sensores cada vez que se ensaya con un radio distinto. En la práctica, con dos juegos de sensores bien escogidos es suficiente para cubrir un rango muy amplio de radios de los elementos de contacto.

Si uno de los objetivos de los ensayos es el análisis del proceso de iniciación de las grietas en condiciones de fretting, es más ventajoso emplear contacto esférico. En este caso, el lugar más probable para la iniciación de la grieta no es una superficie cuya longitud es el ancho de la zona de la probeta, como ocurre en el contacto cilíndrico o plano, sino una pequeña zona en las proximidades del eje de simetría del área de contacto. Esta zona coincide con los valores más elevados de la tensión equivalente de fatiga tal como se ha mostrado en la figura 2.28. A partir de la iniciación, la grieta irá creciendo con forma semielíptica. Si se realiza un ensayo parcial en el que la probeta no llegue a la fractura total, será más fácil determinar en qué lugar se han iniciado grietas, con qué forma y en qué dirección.

Una ventaja más del contacto esférico frente al resto está relacionada con el alineamiento de los elementos de contacto. No importa en qué posición se coloque la esfera frente al plano, el contacto será igual. Esto es algo que no ocurre en ninguno de los contactos anteriores, ni siquiera en el cilíndrico.

Por último, se ha comprobado que el rango de fuerzas normales que se han de aplicar en cada geometría para conseguir el mismo  $p_0$  difiere bastante. Por ejemplo, comparando la carga normal en el caso de contacto esférico,  $N_e$ , con el de cilíndrico,  $N_c$ , para conseguir la misma  $p_0$  con el mismo  $R$  y el mismo material se obtiene la relación

$$N_e = N_c^{3/2} \frac{\pi^{3/2}}{6} \sqrt{\frac{R}{E^* b^3}} \quad (2.25)$$

siendo  $b$  el ancho de la probeta en el ensayo de fretting cilíndrico. En un caso

concreto en el que se tenga una aleación de aluminio con  $E^*=40$  GPa, el radio de la esfera y del cilindro  $R=100$  mm, el ancho de la probeta  $b=10$  mm, para conseguir una  $p_0=100$  MPa se tendrá que aplicar una carga de  $N_e=32.3$  N en contacto esférico y de  $N_c=785.4$  N en cilíndrico. La razón de que sea considerablemente más alta en cilíndrico es que el contacto se produce en un área mayor,  $2ab$  frente a  $\pi a^2$ , siendo  $a$  mucho menor que  $b$ . Al ser las cargas aplicadas en contacto esférico mucho menores que en contacto cilíndrico, los útiles necesarios para poder aplicarlas tendrán unas dimensiones menores.





## Capítulo 3

# Modelos de predicción de vida

Como ya se dijo en la introducción, la predicción de vida es un tema al que se le presta cada vez más atención. En realidad tiene dos vertientes, una es determinar si el componente o probeta falla o no falla, la otra es determinar cuándo falla. Lo ideal sería encontrar un método que pudiera predecir tanto lo uno como lo otro. Este método tendría una visión global del fenómeno y permitiría su aplicación a piezas que se diseñan a vida infinita y las que se diseñan a vida finita.

Tradicionalmente en fatiga cuando no hay gradiente, se calculan las tensiones en la superficie y se aplica la relación  $S-N$  o bien  $\epsilon-N$  del material para determinar el número de ciclos hasta la rotura.

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (3.1)$$

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (3.2)$$

Las tensiones se calculan en la superficie porque es el sitio más desfavorable y al no haber gradiente, o al menos al ser pequeño, se pueden utilizar los resultados

de ensayos normalizados. Si el estado de tensiones es multiaxial, se aplica alguno de los muchos criterios de fatiga multiaxial junto con las ecuaciones anteriores. Sin embargo, en el fretting existen unos altos gradientes de tensiones que exigen otros métodos.

### 3.1. Similitud con las entallas. Modelos para entallas

Las entallas se asemejan al fretting debido a que crean una concentración de tensiones en la superficie y un gradiente de tensiones. Se diferencian en cómo evolucionan las tensiones desde esa concentración hacia el interior del sólido. En las entallas depende de la geometría y en el fretting depende de la geometría y de la combinación de las cargas aplicadas a los sólidos en contacto. En este caso la variabilidad es enorme y por lo tanto más complejo.

Una forma de predecir la vida en componentes con entallas es hacer ensayos de fatiga para determinar una curva similar a la representada por la ecuación (3.2). El inconveniente es que haría falta determinar una relación deformación-vida para cada tipo de entalla y las posibilidades son infinitas. Es más económico en términos de tiempo y dinero determinar las propiedades a fatiga del material en una probeta lisa para luego extrapolar los resultados al caso entallado mediante algún método de predicción de vida.

Entre los métodos usados se pueden destacar varios que se dividen en tres grupos. En primer lugar los que analizan la fatiga como un proceso global modelado por las ecuaciones (3.1) y (3.2). En segundo lugar, los que consideran todo el proceso como si fuera una propagación desde una longitud inicial, empleando la mecánica de la fractura elástica lineal (MFEL). Por último, están los métodos que combinan de alguna forma las fases de iniciación y propagación. En cualquier caso, no se pretende hacer un estudio exhaustivo de los métodos para estimar la vida en entallas sino mostrar algunos ejemplos.

### 3.1.1. Modelos basados en la iniciación

Dentro de este apartado se mencionan distintas formas posibles de predecir la vida. Todas ellas contemplan la fatiga como un solo proceso, una especie de caja negra que lo engloba todo que es la curva  $S - N$ , o la  $\epsilon - N$ , dependiendo de si el análisis de tensiones es elástico o no. Se dice que están basados en la iniciación porque principalmente modelan la primera fase de iniciación, e incluso a veces en la definición de las curvas  $S - N$  y  $\epsilon - N$  se emplea el número de ciclos para la iniciación de una grieta en vez de el de fallo. De hecho, en la zona de alto número de ciclos estas dos definiciones son prácticamente iguales porque la fase de propagación es despreciable frente a la de iniciación.

La primera opción sería modificar la curva  $S - N$  para tener en cuenta el efecto de la entalla. Esto se puede hacer de distintas formas, por ejemplo modificando el límite de fatiga a  $10^6$  ciclos sin tocar la curva a bajo número de ciclos, figura 3.1.

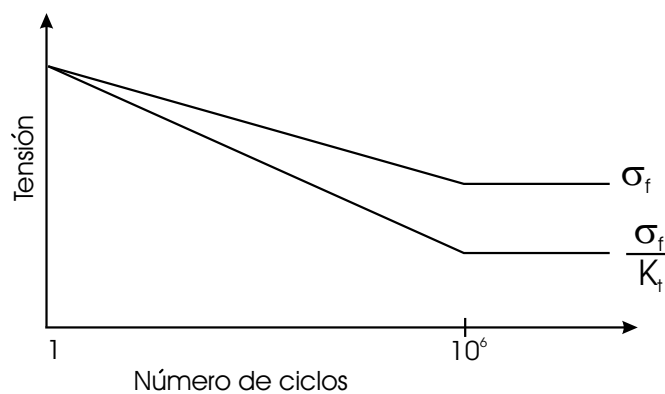


Figura 3.1: Modificación de la curva  $S - N$  para componentes con entalla.

El nuevo límite de fatiga se calcula a través de la ecuación

$$\sigma_{f\text{ nuevo}} = \frac{\sigma_f}{K_t} \quad (3.3)$$

donde  $K_t$  es el concentrador teórico de tensiones en la superficie y  $\sigma_f$  es el límite de fatiga. Sin embargo, de esta forma se está ignorando el gradiente de tensiones. Este

gradiente negativo de tensiones hace que una grieta que se inicie en la superficie vea que la tensión es cada vez menor, haciendo posible que se pare y no se llegue a la rotura. Por ello, en vez usar  $K_t$  se usará  $K_f$ , que es el coeficiente efectivo de concentración de tensiones y que viene dado por

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad (3.4)$$

donde  $q$  es el coeficiente de sensibilidad de la entalla que depende de la geometría de la entalla y del material. En esta nueva curva se entraría con la tensión nominal (no la del concentrador) y se obtendría el número de ciclos de fallo. Esta modalidad no es válida para bajo número de ciclos puesto que en este caso las tensiones son muy altas y las deformaciones plásticas no son despreciables.

En el caso de que las tensiones puedan ser altas, se tendrán en cuenta las deformaciones locales en la entalla. Se puede utilizar la regla de Neuber [211] que establece que

$$K_t = \sqrt{K_\sigma K_\epsilon} \quad (3.5)$$

donde  $K_\sigma$  es la relación entre tensiones locales,  $\sigma$ , y globales,  $S$ , y  $K_\epsilon$  es la relación entre deformaciones locales,  $\epsilon$ , y globales,  $e$ . Para un comportamiento nominalmente elástico se llega a la ecuación

$$\frac{(K_t S)^2}{E} = \sigma \epsilon \quad (3.6)$$

Se observa que esta ecuación representa una hipérbola en los ejes  $\epsilon - \sigma$ . Topper et al. [212] propusieron cambiar  $K_t$  por  $K_f$  si los cálculos se aplican a la fatiga, como es este caso. La ecuación (3.6) se combina con la curva cíclica tensión-deformación, ecuación (3.7), para calcular los valores reales de la tensión,  $\sigma$ , y la deformación,  $\epsilon$ , en la superficie:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K}\right)^{1/n} \quad (3.7)$$

donde  $E$  es el módulo de Young y  $K$  y  $n$  son unos parámetros que definen la curva. Una vez calculada la deformación, ésta se introduce en la ecuación (3.2) y se obtiene el número de ciclos buscado.

En las dos opciones mencionadas anteriormente el efecto del gradiente se ha tenido en cuenta a través de los parámetros  $K_t$  y  $q$ . El primero depende de la geometría y el segundo de la geometría y del material. El concentrador de tensiones,  $K_t$ , es sencillo de calcular pero la sensibilidad a la entalla,  $q$ , es más complicada porque depende del material. Taylor [213] propuso un método que incluía la dependencia de la geometría y del material a partir de otras propiedades conocidas del mismo. Aunque en primera instancia se empleaba para estimar el límite de fatiga, también se puede utilizar para estimar vida. Antes de aplicar el método es necesario introducir una constante propuesta por El Haddad et al. [51]. Esta constante se obtiene del diagrama de Kitagawa-Takahashi, donde se representa la tensión umbral para que crezca una grieta frente a la longitud de grieta. Para grietas cortas la curva tenderá al límite de fatiga:

$$\Delta\sigma_{th} = \Delta\sigma_f \quad (3.8)$$

y para grietas largas en un medio infinito, a partir de la MFEL

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3.9)$$

imponiendo que la tensión umbral se obtiene cuando el factor de intensidad de tensiones es igual al umbral de crecimiento,  $\Delta K = \Delta K_{th}$ , se llega a

$$\Delta K_{th} = \Delta\sigma_{th}\sqrt{\pi a} \quad \rightarrow \quad \Delta\sigma_{th} = \frac{\Delta K_{th}}{\sqrt{\pi a}} \quad (3.10)$$

La intersección de las dos rectas, ecuaciones (3.8) y (3.10), se produce en un punto que es la constante de El Haddad:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma_f} \right)^2 \quad (3.11)$$

Esta constante marca la transición entre iniciación y propagación. Prosiguiendo con el método de Taylor, se observa que, en presencia de una grieta larga, la tensión en dirección perpendicular a la grieta evaluada a una distancia  $a_0/2$  del borde de la misma, coincide con el límite de fatiga,  $\sigma_f$ , si  $\Delta K = \Delta K_{th}$ . Esto quiere decir que, teniendo una grieta cualquiera, si se evalúa la tensión a una distancia  $a_0/2$  del borde de la grieta y resulta ser menor que el límite de fatiga, entonces la grieta no crecerá. Por el contrario, si la tensión a esa distancia es mayor que el límite de fatiga entonces la grieta seguirá creciendo.

Se llega a la misma conclusión si se calcula la tensión media a lo largo de una línea de longitud  $2a_0$  que empiece en el borde de grieta, o si se calcula la tensión media en un área semicircular centrada en el borde de grieta y de radio  $a_0$ . En el caso de una grieta corta estos resultados no serían exactos pero sí bastante aproximados. Finalmente, este método se puede aplicar a entallas dando buenos resultados en la estimación del límite de fatiga según Taylor [213].

La ampliación de este método para estimar la vida se detalla en otro trabajo [214], aplicado en este caso a un componente real con entallas. La metodología sería, primero, calcular  $a_0$  para el material en cuestión, segundo, evaluar las tensiones a una profundidad de  $a_0/2$ , y tercero, comparar esta tensión con la ecuación (3.1). También se podría haber usado la media de las tensiones en una línea o área.

### 3.1.2. Modelos basados en la mecánica de la fractura

En vez de modelar el proceso como una “caja negra”, estos modelos analizan la evolución del proceso mediante la mecánica de la fractura. Tienen dos inconvenientes, el primero es que necesitan definir una longitud inicial. El segundo es que esa longitud inicial puede ser muy pequeña, llegando incluso al régimen de grietas cortas y a zonas donde el tamaño de la zona plástica no permitiría aplicar la MFEL.

Un modelo de este tipo puede ser el propuesto por Smith y Miller [215]. Analizaron el problema de la evolución del factor de intensidad de tensiones (FIT)

partiendo de una entalla. Cuando la grieta es muy pequeña, el FIT está dominado por la concentración de tensiones debido a la entalla. Sin embargo, cuando la grieta es larga ya no le afecta la entalla y se puede considerar la longitud de grieta como la suma de la profundidad de la entalla y la longitud real de la grieta. Estos autores realizaron un ajuste numérico del FIT a una serie de entallas. Suponiendo que la tensión global aplicada es  $S$  y llamando  $l$  a la longitud de grieta desde la entalla, obtuvieron como resultado:

$$\begin{aligned} l < l_t & \quad K = S \sqrt{\pi l} \left(1 + 7.69 \sqrt{D/\rho}\right)^{1/2} \\ l > l_t & \quad K = F S \sqrt{\pi(l + D)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

donde  $l_t$  es la longitud de transición entre los dos regímenes:

$$l_t = 0.13 \sqrt{D\rho} \quad (3.13)$$

siendo  $\rho$  y  $D$  el radio y la profundidad de la entalla respectivamente.

Smith y Miller calculan la vida total del espécimen, ecuación (3.14), como la propagación de una grieta desde una longitud inicial,  $l_i$ , que estaría por determinar, hasta una longitud final,  $l_f$ . Estas longitudes de grieta están medidas desde la entalla. Smith y Miller utilizan diferentes  $l_i$  en distintas entallas y comentan que el resultado depende mucho de este valor. Esto es lógico porque la parte más complicada de modelar del crecimiento de una grieta es su fase inicial.

$$\begin{aligned} N_t = & \int_{l_i}^{0.13\sqrt{D\rho}} \frac{dl}{C \left( \Delta S \sqrt{\pi l} \left(1 + 7.69 \sqrt{D/\rho}\right)^{1/2} \right)^n} + \\ & + \int_{0.13\sqrt{D\rho}}^{l_f} \frac{dl}{C \left( F \Delta S \sqrt{\pi(D + l)} \right)^n} \end{aligned} \quad (3.14)$$

### 3.1.3. Combinación de la iniciación y propagación

Los métodos anteriores tienen el inconveniente de que, en el primer caso, evalúan las tensiones en una zona cercana a la superficie con lo que ignoran lo

que pasa después. En el segundo caso en cambio, es la fase inicial la que no se modela correctamente dadas las restricciones de la MFEL cuando la grieta es muy pequeña. En este apartado se asume que el crecimiento de una grieta consta en realidad de dos fases, iniciación más propagación.

Si se combina iniciación con propagación es necesario determinar cuándo acaba una y cuándo empieza otra. Dowling [216] propuso una forma de distinguir las dos fases cuando la grieta nace de una entalla. En primer lugar, suponía que cuando la grieta es pequeña en comparación con la entalla, se comporta como una grieta de borde sometida a la tensión del concentrador. En este caso el factor de intensidad de tensiones es

$$K_s = 1.12 K_t S \sqrt{\pi l} \quad (3.15)$$

donde  $S$  es la tensión nominal y  $l$  es la longitud de grieta desde la superficie de la entalla. Sin embargo, cuando la grieta es suficientemente larga, la entalla no influye y se comporta como una grieta de longitud  $a = D + l$  donde  $D$  es la profundidad de la entalla. En este caso se tiene

$$K_l = F S \sqrt{\pi a} \quad (3.16)$$

donde  $F$  es un factor que depende de la geometría. En la zona intermedia habrá una transición entre un comportamiento y otro tal como se muestra en la figura 3.2. A la intersección de las dos curvas se le llamará el punto de transición  $l_t$ .

$$l_t = \frac{D}{(1.12 K_t / F)^2 - 1} \quad (3.17)$$

Dado que la plasticidad puede ser relevante para  $l < l_t$ , según Dowling, se puede escoger ésta como longitud de iniciación. El número de ciclos para iniciación  $N_i$  se obtendría de calcular las tensiones y deformaciones locales en la superficie de la entalla, utilizando la regla de Neuber ya mencionada, y aplicando luego la ecuación  $\epsilon - N$ . De esta forma, la fase de iniciación se encarga de todo el crecimiento de la



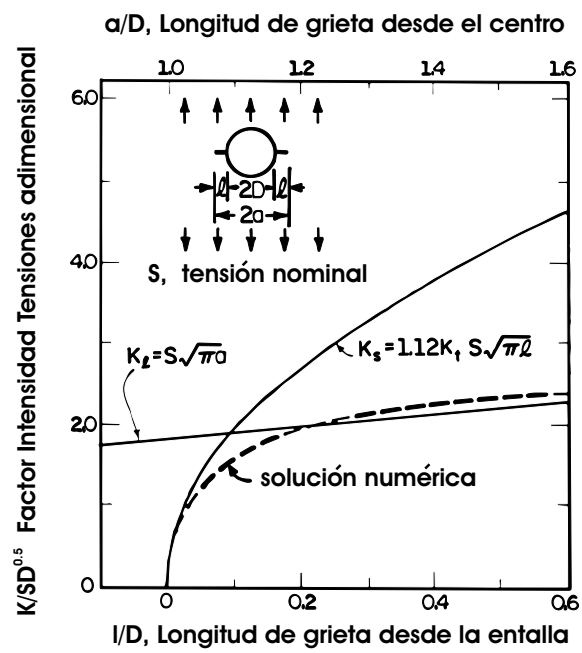


Figura 3.2: Evolución del factor de intensidad de tensiones según las ecuaciones (3.15) y (3.16).

grieta cuando no es válida la MFEL. Según Dowling, en la curva  $\epsilon - N$  utilizada, el número de ciclos debería estar definido como el necesario para generar una grieta de tamaño  $l_t$ . Sin embargo, comprueba que el resultado obtenido con esta definición es conservativo debido al gradiente de tensiones. Por lo tanto, propone usar una curva  $\epsilon - N$  donde  $N$  sea el número de ciclos hasta el fallo en una probeta lisa, eso sí, que tenga un diámetro del mismo orden de la sección neta del componente con entalla estudiado. En sus experimentos comprobó que en entallas suaves el resultado era algo conservativo pero aceptable y en entallas agudas la fase de iniciación es tan pequeña que influye poco en el resultado final. En cuanto a la fase de propagación, se puede aplicar la mecánica de la fractura elástica lineal a partir de esta longitud,  $l_t$ :

$$N_p = \int_{l_t}^{l_f} \frac{dl}{C \Delta K^n} = \int_{l_t}^{l_f} \frac{dl}{C \left( F \Delta S \sqrt{\pi(D+l)} \right)^n} \quad (3.18)$$

siendo  $l_f$  la longitud final de la grieta cuando se produce el fallo. La vida total será la suma de las dos  $N_t = N_i + N_p$ .

Los modelos de Dowling [216] y de Smith y Miller [215], expuesto en el punto anterior, son muy parecidos en el sentido de que los dos diferencian dos fases en el crecimiento de la grieta a partir de la entalla. La expresión del FIT de estas dos aproximaciones es bastante parecida, diferenciándose solamente cuando la grieta es pequeña y por lo tanto en la expresión de la longitud de transición entre grieta corta y larga, ecuaciones (3.13) y (3.17). Es interesante comprobar hasta qué punto son similares estas expresiones obtenidas de formas distintas. Para comprobar su parecido se analizará el caso de una entalla elíptica en un espacio infinito sometida a una tensión  $S$ . En este caso el concentrador teórico de tensiones viene dado por

$$K_t = 1 + 2\sqrt{\frac{D}{\rho}} \quad (3.19)$$

donde  $D$  es el semieje de la elipse y  $\rho$  es el radio de curvatura en el fondo de la entalla. Sustituyendo esta expresión en las ecuaciones (3.15) y (3.17), adimen-

sionalizando el FIT con  $S\sqrt{D}$  y la longitud de grieta,  $l$ , con la profundidad de la entalla,  $D$ , se llega a las funciones representadas en la figura 3.3 para cuatro relaciones distintas de  $D/\rho$ .

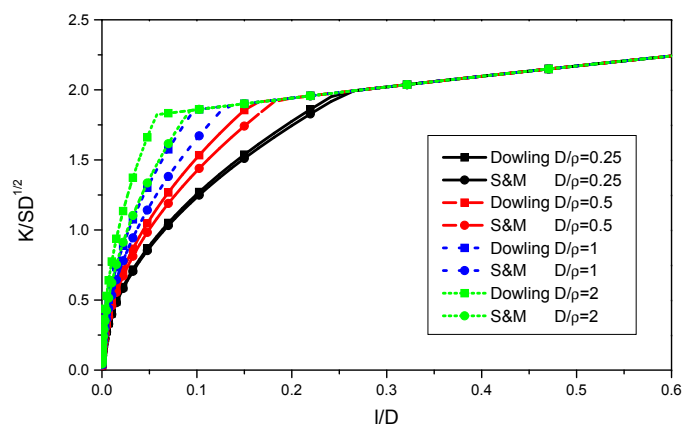


Figura 3.3: Comparación del factor de intensidad de tensiones según los modelos propuestos por Smith y Miller [215] y por Dowling [216].

Una diferencia fundamental entre los dos modelos es la definición de hasta dónde llega la influencia de la entalla, es decir, la longitud de transición. La figura 3.4 muestra la evolución de dicha longitud de transición en los dos modelos en función del cociente  $D/\rho$  para el caso de una entalla elíptica de profundidad  $D$  y radio de curvatura en el fondo de la entalla  $\rho$ . También se ha representado el concentrador teórico de tensiones,  $K_t$ , que en este tipo de entallas depende de  $D/\rho$ , según la ecuación (3.19). Se observa que la longitud de transición es muy parecida en ambos modelos cuando  $0.005 < D/\rho < 0.5$ , o lo que es lo mismo, cuando  $1.14 < K_t < 2.41$ . Fuera de ese rango, la diferencia empieza a ser considerable, siendo la longitud proporcionada por Smith y Miller siempre mayor en esas zonas. Otro efecto apreciable de la gráfica 3.4 es que, cuanto más suave es la entalla, más larga tiene que ser la grieta para que deje de estar influenciada por la geometría

de la entalla.

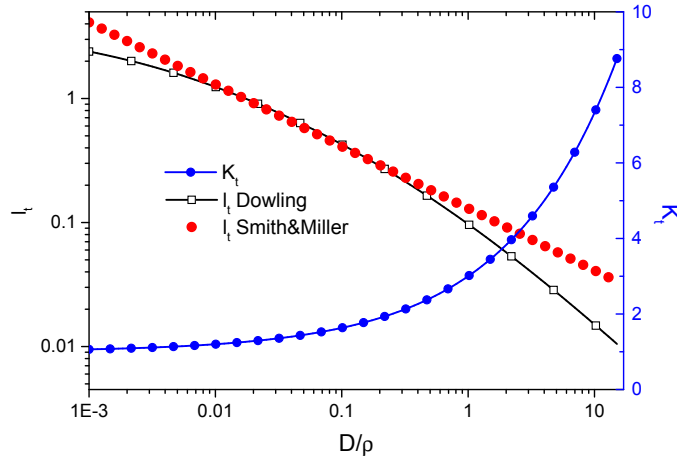


Figura 3.4: Longitud de transición según los modelos propuestos por Smith y Miller [215], y por Dowling [216].

Otra posibilidad [217] para estimar la vida en un componente con una entalla es calcular la iniciación utilizando la relación  $\epsilon - N$  considerando  $K_t = K_f$  y la propagación como la de una grieta larga (3.18) pero iniciándose desde la superficie de la entalla,  $l_t = 0$ .

Por último se mencionará otro método para predecir vida en componentes con entalla propuesto por Socie et al. [218]. En este caso también existe una longitud de transición entre la iniciación y la propagación a la que se denomina longitud de iniciación. Este punto es la intersección de dos curvas que es necesario calcular. La primera se puede asimilar a una velocidad de crecimiento de grieta por iniciación que se obtiene a partir de la curva que representa, a lo largo del camino hipotético que sigue la grieta, el número de ciclos que serían necesarios para que se iniciara la grieta en cada punto. La segunda curva es la clásica de velocidad de crecimiento de grieta obtenida mediante la MFEL. La vida total será la de iniciación en el punto de cruce de las dos curvas mencionadas más la de propagación desde ese

punto hasta la rotura. Este método se ha adaptado en esta tesis para el caso de fretting fatiga y se explicará con más detalle al final de este capítulo.

## 3.2. Aplicación al fretting

A la hora de predecir la vida en fretting se pueden tomar las mismas consideraciones que en el caso de las entallas. Se pueden realizar estimaciones suponiendo que todo es iniciación, todo es propagación o una combinación de ambas.

La primera tiene la ventaja de la sencillez de aplicación, aunque al igual que con las entallas, ignoran lo que ocurre a partir de la profundidad en la que evalúan las tensiones.

También se puede suponer que todo es propagación. Este caso tiene la desventaja de que hay que elegir, de forma más o menos arbitraria, una longitud inicial desde donde empieza a propagarse la grieta. La forma de elegirla será basándose en la experiencia y a través de ciertos parámetros como la rugosidad superficial, defectos internos, tamaño de la zona de proceso, etc. Otra forma de elegirla es realizando un ajuste a un grupo de ensayos determinado, es decir, elegir la longitud de iniciación de forma que se optimicen las estimaciones de vida en ese grupo de ensayos. Esto tiene la desventaja de que en un grupo de ensayos distintos, con geometrías distintas, por ejemplo, esa longitud obtenida no tiene por qué ser la mejor elección. Por otro lado, si la longitud inicial entra dentro del rango de grieta corta, estos métodos tendrán que tener en cuenta de alguna forma que las grietas cortas tienen un umbral de crecimiento más bajo que las largas y que para el mismo factor de intensidad de tensiones crecen más rápido.

En cuanto a los que combinan la iniciación con la propagación, parece que son más completos en el sentido de que abarcan todas las fases del proceso. Presentan la dificultad de tener que diferenciar las fases de iniciación y propagación, es decir, cuándo acaba una y empieza la otra. Más adelante se detallarán distintas formas de llevarlo a cabo.

### 3.2.1. Modelos basados en la iniciación

Estos modelos cobrarán más importancia cuando la fase de iniciación sea mayor que la de propagación y, en cualquier caso, serán más conservativos que el resto porque sólo analizan una parte del crecimiento. Sus ventajas e inconvenientes son los mismos que en el caso de las entallas.

En la aplicación de estos modelos hay que destacar dos partes diferenciadas, por un lado la forma en que se calculan las tensiones y por otro lado cómo se aplican en la obtención del número de ciclos de iniciación.

En cuanto a lo primero, las tensiones se pueden calcular en la superficie del sólido [219, 220] o se puede hacer una media de las tensiones a lo largo de una línea, área o volumen [112, 128, 221]. También se puede utilizar la tensión a una profundidad determinada al igual que se hacía con las entallas.

En cuanto a lo segundo, una vez calculada la tensión, ésta se puede introducir directamente en las ecuaciones (3.2) o (3.1) [219], o se puede hacer uso de alguno de los muchos criterios de fatiga multiaxial y calcular una tensión equivalente para luego introducirla en dichas ecuaciones [112, 128, 221]. También se puede aplicar la regla de Neuber tal como se explicó en las entallas, ecuaciones (3.6) y (3.7), pero definiendo un concentrador de tensiones equivalente en función de la evolución de las tensiones para luego aplicar la ecuación (3.2), [220].

Entre los criterios multiaxiales que existen se verán solamente algunos que representan distintas tendencias.

#### **McDiarmid**

Este criterio [222] fue desarrollado para fatiga multiaxial en los casos donde la iniciación de la grieta está gobernada por las tensiones tangenciales. Se le engloba dentro de los criterios llamados de “plano crítico”, así llamados porque buscan el plano u orientación donde alguna componente de las tensiones o algún parámetro toma un valor máximo. En este criterio el plano crítico es aquél donde el rango de variación de las tensiones tangenciales a lo largo de un ciclo de carga se hace

máximo. Así, se define la tensión equivalente

$$\sigma_{eq} = \frac{\Delta\tau_{max}}{2} + \frac{t}{2\sigma_u}\sigma_{max} \quad (3.20)$$

donde  $\Delta\tau_{max}$  es el máximo incremento de tensiones tangenciales,  $\sigma_{max}$  es la máxima tensión normal en la dirección perpendicular al plano donde  $\Delta\tau$  es máxima,  $t$  es el límite de fatiga a torsión y  $\sigma_u$  es la tensión de rotura. En realidad, McDiarmid menciona dos límites de fatiga a torsión,  $t_A$  y  $t_B$ , en función de si la grieta crece a lo largo de la superficie o si crece hacia dentro desde la superficie, respectivamente. Normalmente sólo se dispone de un valor de  $t$  que será el que se use. La forma de combinar este criterio con la curva deformación-vida, ecuación (3.2), es aplicarlo al caso para el que se obtiene esta relación, es decir, para ensayos de fatiga sobre probetas sin entallas y ciclo simétrico,  $\pm\sigma$ . En ese caso la tensión equivalente se convierte en

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma}{2} + \frac{t}{2\sigma_u} \frac{\sigma}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} \cdot \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{t}{2\sigma_u} \right) = \frac{\Delta\sigma}{2} \cdot f \quad (3.21)$$

Combinando las ecuaciones (3.2) y (3.21) se obtiene la ecuación que proporciona el número de ciclos de iniciación en función de la tensión equivalente de McDiarmid.

$$\sigma_{eq} = f \cdot (\sigma'_f (2N_f)^b + E\epsilon'_f (2N_f)^c) \quad (3.22)$$

Según esta ecuación, la tensión equivalente  $\sigma_{eq}$  ha de obtenerse mediante un cálculo de tensiones que tenga en cuenta la plasticidad. En el caso de hacerse un cálculo elástico de las tensiones sería más aconsejable utilizar la expresión

$$\sigma_{eq} = f \cdot \sigma'_f (2N_f)^b \quad (3.23)$$

### Fatemi-Socie

El criterio de Fatemi y Socie [223] también está enfocado a materiales que fallan en modo II (tensiones tangenciales) pero utiliza el rango de deformaciones

tangenciales en vez de las tensiones. También incorpora un término que refleja la apertura de la grieta, que es la tensión normal máxima perpendicular al plano de los máximos incrementos de deformación tangencial. El parámetro queda

$$FS = \frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left( 1 + k \frac{\sigma_{max}}{\sigma_y} \right) \quad (3.24)$$

donde  $\Delta\gamma_{max}$  es el incremento de deformaciones tangenciales en el plano donde éste es máximo,  $k$  es una constante para ajustar los datos de fatiga uniaxial y de torsión,  $\sigma_{max}$  es la tensión normal máxima perpendicular al plano donde se produce el máximo de  $\Delta\gamma$ , y  $\sigma_y$  es el límite elástico. Al igual que con el criterio anterior, este parámetro se puede aplicar al caso de fatiga simple de ciclo simétrico,  $\pm\sigma$ , y combinarlo con la ecuación (3.2) para tener

$$FS = (1 + \nu) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \frac{k}{2} (1 + \nu) \frac{\sigma'^2_f}{E\sigma_y} (2N_f)^{2b} + (1 + \nu_p) \epsilon'_f (2N_f)^c + \frac{k}{2} (1 + \nu_p) \frac{\epsilon'_f \sigma'_f}{\sigma_y} (2N_f)^{b+c} \quad (3.25)$$

donde  $\nu_p$  es el coeficiente de Poisson plástico, que si se supone la incompresibilidad de las deformaciones plásticas se tendría  $\nu_p = 0.5$ . Este parámetro y el de McDiarmid son muy parecidos, sobre todo si el análisis de tensiones realizado es elástico. En el caso de un cálculo elástico de las tensiones la expresión sería

$$FS = (1 + \nu) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \frac{k}{2} (1 + \nu) \frac{\sigma'^2_f}{E\sigma_y} (2N_f)^{2b} \quad (3.26)$$

### Smith-Watson-Topper

El criterio definido por Smith et al. [224] se aplica a otro tipo de grietas, aquéllas que crecen prácticamente desde el principio en modo I, es decir, crecen debido a una tensión normal. En este caso al parámetro se le suele llamar Smith-Watson-Topper (SWT) y es

$$SWT = \sigma_1^{max} \frac{\Delta\epsilon_1}{2} \quad (3.27)$$



donde  $\Delta\epsilon_1$  es el rango máximo de deformación principal y  $\sigma_1^{max}$  es la tensión máxima en el plano donde se produce el rango máximo de deformación principal.

El parámetro se aplica según la ecuación

$$SWT = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \epsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (3.28)$$

Aunque si el cálculo de tensiones es elástico entonces se reduce a

$$SWT = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} \quad (3.29)$$

Cuando el ciclo de carga es no proporcional, como sucede en fretting, la aplicación de este parámetro es más complicada debido al giro de las direcciones principales. En este caso, el parámetro SWT se definirá como el máximo entre todas las orientaciones posibles del producto de la amplitud de la deformación por la tensión normal máxima:

$$SWT = \left( \sigma_{max} \frac{\Delta\epsilon}{2} \right)_{max} \quad (3.30)$$

De esta forma se gana en sencillez y los resultados son prácticamente iguales a los obtenidos con la primera definición de este parámetro, ecuación (3.27), [225].

### Crossland

El criterio de Crossland [226] también es diferente a los anteriores en el sentido de que ya no es de plano crítico sino que es un invariante de las tensiones. Mientras que en los anteriores había que buscar un máximo entre todas las direcciones proyectando las tensiones (o deformaciones), en el de Crossland solamente se necesita calcular las tensiones en una orientación cualquiera y calcular el invariante. Este criterio tiene la ventaja obvia de que necesita un tiempo de computación mucho menor, con el inconveniente de que se pierde sentido físico del problema. El parámetro de tensiones o tensión equivalente es

$$Cross = \sqrt{J_{2,a}} + \frac{I_{1,max}}{3} \left( \frac{3t}{b} - \sqrt{3} \right) \quad (3.31)$$

donde  $J_{2,a}$  es la amplitud del segundo invariante del tensor desviador de tensiones y  $I_{1,max}$  es el máximo del primer invariante del tensor de tensiones,  $t$  es el límite de fatiga a torsión y  $b$  es el límite de fatiga a flexión. Este criterio se puede escribir en función de las tensiones en unos ejes cualesquiera  $x - y - z$ :

$$Cross = \sqrt{\frac{1}{6} ((\sigma_{x,a} - \sigma_{y,a})^2 + (\sigma_{y,a} - \sigma_{z,a})^2 + (\sigma_{z,a} - \sigma_{x,a})^2) + \tau_{xy,a}^2 + \tau_{yz,a}^2 + \tau_{zx,a}^2} + \frac{\sigma_{x,max} + \sigma_{y,max} + \sigma_{z,max}}{3} \left( \frac{3t}{b} - \sqrt{3} \right) \quad (3.32)$$

El subíndice “a” hace referencia a la amplitud de las tensiones. Aplicando este parámetro al caso de un ensayo de fatiga uniaxial se obtiene la relación necesaria para aplicarlo a cualquier caso para calcular el número de ciclos

$$Cross \cdot \frac{b}{t} = \sigma'_f (2N_f)^b + E c'_f (2N_f)^c \quad (3.33)$$

### Ruiz

El parámetro Ruiz et al. [12] es uno de los pocos criterios de daño que han surgido específicamente para el fretting. Éste en concreto se originó en el estudio del fretting producido en álabes. Aunque no se utilizará en los cálculos para estimar la vida en esta tesis, se menciona dada su relevancia. En realidad existen dos versiones de este parámetro. A la primera se le llama “parámetro de daño por fretting”, FDP son sus siglas en inglés:

$$FDP = \tau \cdot \delta \quad (3.34)$$

donde  $\tau$  es la tensión tangencial en el contacto y  $\delta$  es el deslizamiento relativo entre las superficies. El máximo de este parámetro a lo largo de la superficie de

contacto, según los autores, marca el punto de mayor daño que será donde se inicie la grieta. Una vez iniciada la grieta, se define otro parámetro similar que controlaría el crecimiento de la misma, el “parámetro de daño por fretting fatiga” (FFDP):

$$FFDP = \sigma_T \cdot \tau \cdot \delta \quad (3.35)$$

donde  $\sigma_T$  es la tensión normal paralela a la superficie de contacto. Estos parámetros fueron utilizados para detectar los puntos críticos donde más daño se producía y también para comparar los niveles de daño en distintos ensayos. En cualquier caso, su propia definición restringe su aplicación a la primera fase del crecimiento de la grieta.

### 3.2.2. Modelos basados en la propagación desde un defecto

Estos modelos estimarán la vida como un proceso de propagación de una grieta desde una longitud inicial mediante la mecánica de la fractura. Pero antes de analizar distintos modelos es necesario definir una serie de parámetros que son comunes a todos ellos. En primer lugar, hay que determinar el lugar de iniciación de la grieta. Para ello se aplica algún criterio de fatiga multiaxial tratando de buscar el punto donde el parámetro característico alcanza el máximo. En el caso de contacto cilíndrico y esférico, si se analizan sólo puntos de la superficie, el máximo se encuentra en el límite de la zona de contacto. Si se calculan a una pequeña profundidad del sólido, este máximo se desplaza hacia el interior de la zona de contacto. En el capítulo 2 se muestra la evolución de la tensión equivalente de von Mises en estos casos a distintas profundidades.

Una vez determinado el punto de iniciación, es necesario elegir una longitud inicial de grieta desde donde propagarla. Ésta depende del material y se analizará en la aplicación de los modelos a ensayos concretos.

Otro parámetro a considerar es el camino que sigue la grieta. En el punto de iniciación mantiene una gran inclinación, pero al llegar a una profundidad en

torno a  $20 \mu\text{m}$ , gira para crecer casi perpendicularmente a la superficie. Diferentes caminos se pueden utilizar en la simulación para el recorrido de la grieta. Una posibilidad es suponer dos fases en el crecimiento de la grieta, siendo la primera una grieta inclinada con un ángulo obtenido de aplicar un método llamado “crack analogue” [138] y la segunda fase una grieta perpendicular a la superficie. El punto de transición entre las dos se puede definir usando diferentes criterios, como por ejemplo la longitud de grieta donde el factor de intensidad de tensiones iguale al umbral de crecimiento [138]. Otra opción es determinar la orientación de la grieta en cada punto calculando la dirección donde  $\Delta\sigma_\theta$  es máximo y posteriormente incrementando la grieta en un cierto valor [148]. En cualquier caso, la hipótesis más sencilla es considerar que la grieta crece en línea recta, lo cual es cierto para la mayor parte de la vida.

Una vez que estos parámetros se han definido, es necesario calcular el factor de intensidad de tensiones. Se pueden emplear diversos métodos. Dado que la geometría que se va a analizar es sencilla, se utilizarán métodos analíticos por su rapidez de cálculo y facilidad de introducir en un programa informático. El método de los elementos finitos se utiliza en estas geometrías para comprobar la bondad de la solución analítica. La opción usada en las simulaciones es el empleo de una función de peso propuesta por Bueckner [227] para una grieta pasante:

$$w(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \left( 1 + m_1 \cdot \frac{s}{a} + m_2 \cdot \left( \frac{s}{a} \right)^2 \right) \quad (3.36)$$

donde  $a$  es la longitud de grieta y  $s$  es una variable de integración que va desde el borde de grieta hasta la superficie, figura 3.5. Los parámetros  $m_1$  y  $m_2$  son funciones que dependen del cociente  $a/W$ , donde  $W$  es el espesor del espécimen:

$$\begin{aligned} m_1 &= 0.6147 + 17.1844 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 8.7822 \left( \frac{a}{W} \right)^6 \\ m_2 &= 0.2502 + 3.2889 \left( \frac{a}{W} \right)^2 + 70.0444 \left( \frac{a}{W} \right)^6 \end{aligned} \quad (3.37)$$

Con esta función de peso el factor de intensidad de tensiones en modo I se obtiene de la siguiente expresión:

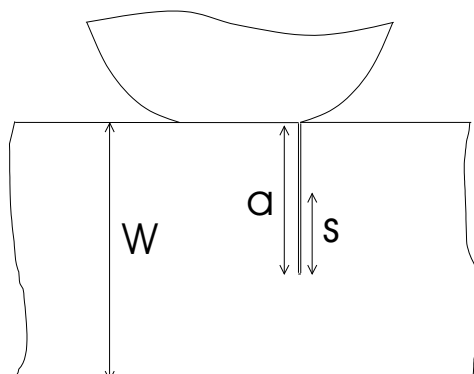


Figura 3.5: Esquema de la grieta pasante.

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^a w(s) \cdot \sigma_x(s) ds \quad (3.38)$$

donde  $\sigma_x$  es la tensión normal en la dirección perpendicular al plano de la grieta. El hecho de que en la realidad la primera parte de la grieta forme un ángulo muy distinto de  $90^\circ$  respecto de la superficie no influye en el cálculo del FIT en la segunda parte del crecimiento que sí es casi perpendicular [228]. Se despreciará el modo II [143] porque, a pesar de que en el extremo de la grieta se da un modo mixto de carga, el modo II es muy pequeño en comparación con el modo I para la grieta perpendicular. Esta forma de calcular el FIT incorpora el efecto del espesor finito de la probeta y es válida solamente para una grieta que cumpla  $a/W < 0.5$  [227]. Además de esto, la función de peso (3.36) fue desarrollada para una grieta bidimensional. Si se estudian casos donde la grieta sea tridimensional como en el contacto esférico, el FIT antes obtenido tendrá que modificarse. En concreto la ecuación (3.38) habrá que dividirla por un factor,  $\Phi$ , calculado por Irwin [229] para una grieta elíptica y que depende de la forma de la grieta:

$$\Phi = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \left(1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2\right) \text{sen}^2 \varphi} d\varphi \quad (3.39)$$

La relación de aspecto de la grieta,  $a/c$ , refleja la forma de la misma. La figura

3.6 muestra dicha relación suponiendo que la grieta tiene forma semielíptica y siendo  $a$  el semieje hacia el interior del sólido y  $c$  el semieje sobre la superficie. La relación de aspecto varía según la geometría de las piezas en contacto, por ejemplo: en el contacto entre un cilindro y un plano, la grieta tiene una forma más achatada ( $a/c$  menor) que en el de una esfera y un plano. La relación de aspecto de la grieta también varía en un mismo ensayo conforme la grieta va creciendo al ser el campo de tensiones no uniforme. Esta variación de  $a/c$  a lo largo de un ensayo, si se conoce, habrá que tenerla en cuenta en los cálculos para estimar la vida.

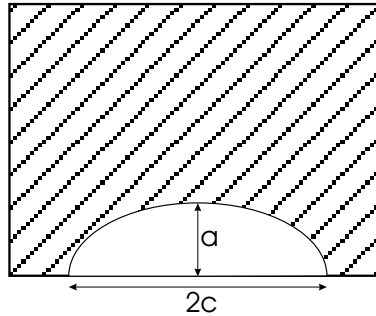


Figura 3.6: Esquema de una grieta semielíptica.

Independientemente de los parámetros escogidos para la definición de la grieta y el cálculo del factor de intensidad de tensiones, es importante definir la ley de crecimiento de la grieta a lo largo de todo el proceso de crecimiento. Diferentes leyes de propagación de grietas se pueden utilizar para simular este proceso. Por ejemplo, se pueden usar datos experimentales tabulados para el mismo material y condiciones ( $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ , temperatura, etc.), ajustados por una ecuación compleja. Otra aproximación es usar ecuaciones sencillas que se ajusten a los datos obtenidos en ensayos estándar de velocidad de crecimiento de grietas. Entre las leyes encontradas en la literatura, algunas tienen en cuenta el umbral de crecimiento y otras no. Además, cuando se analiza el crecimiento de grietas pequeñas, algunas leyes modifican el umbral de crecimiento reduciéndolo y otras introducen una lon-

gitud de grieta efectiva (que es mayor) en los cálculos del factor de intensidad de tensiones.

El objetivo buscado es encontrar una expresión para la velocidad de crecimiento de grieta que pueda ser obtenida a partir de curvas básicas como la ley de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n \quad (3.40)$$

El efecto del umbral de grieta se puede modelar de muchas formas distintas, aquí se verán solamente dos. La más sencilla es sustituir  $\Delta K$  por  $\Delta K - \Delta K_{th}$ . De esta forma la ley de crecimiento queda

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^n \quad (3.41)$$

La otra forma en la que se va a contemplar la introducción del umbral de grieta es mediante la expresión

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^n - \Delta K_{th}^n) \quad (3.42)$$

El aspecto de estas tres leyes se puede comprobar en la figura 3.7 para un material en concreto que tenga  $C = 4.8 \cdot 10^{-11}$ ,  $n = 3.5$  y  $\Delta K_{th} = 2.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  para  $R = 0$  y unidades en metros y MPa. El tipo “1” de la figura se corresponde con la ecuación (3.41) y el tipo “2” con (3.42). El efecto de utilizar una u otra se verá en el siguiente capítulo con los ensayos analizados.

Aparte de la introducción del umbral de crecimiento se debería hacer otra modificación a la curva de forma que refleje el comportamiento de grietas pequeñas. Esta modificación también se puede llevar a cabo de distintas formas. A continuación se explicarán las distintas leyes de propagación que se aplicarán en los próximos capítulos para la estimación de la vida de propagación.

### Ley de Paris

La primera opción y más sencilla es utilizar la ley de Paris como se expuso en la ecuación (3.40). Esta ley es muy simple pero tiene la desventaja de que no

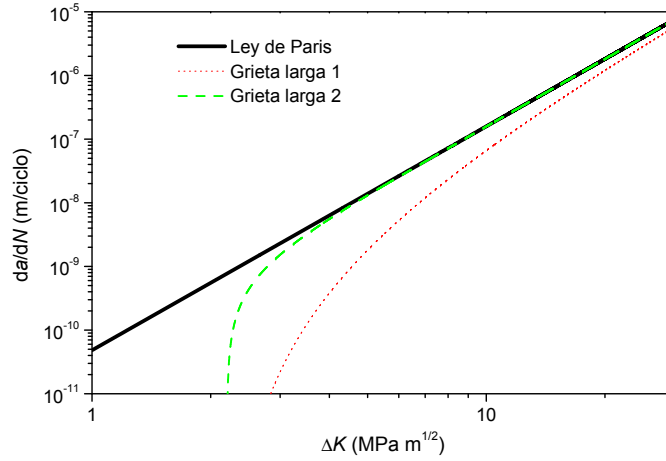


Figura 3.7: Ejemplo de las tres aproximaciones a la ley de crecimiento.

tiene en cuenta ni el umbral de crecimiento de grieta ni el comportamiento de las grietas cortas, con lo que la aleja de la realidad. Esto no impide que se hagan análisis usando la ley de Paris y buscando el valor de la longitud de grieta inicial que mejor prediga los resultados. Fellows et al [130], en ese sentido, buscan una “longitud de grieta efectiva” que prediga la vida total siendo conscientes de que la iniciación y la propagación de grieta corta irán englobadas en la primera fase del crecimiento usando la ley de Paris.

### Grieta larga

En este modelo de grieta larga se utilizan las ecuaciones (3.41) y (3.42), pero matizando que el umbral de crecimiento es para grietas largas,  $\Delta K_{th\infty}$ . Las ecuaciones quedan

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th\infty})^n \quad (3.43)$$



$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^n - \Delta K_{th\infty}^n) \quad (3.44)$$

En este caso se mejora el modelo básico de Paris porque introduce el umbral, aunque ya se verá más adelante que en realidad se obtienen peores resultados porque no tiene en cuenta el comportamiento de grietas pequeñas.

### Modificación del umbral

Este modelo utiliza la misma ley que el modelo de grieta larga salvo que se modifica el  $\Delta K_{th\infty}$  disminuyéndolo para tener en cuenta el hecho de que el umbral para grietas cortas es menor. El origen de esta ecuación es un ajuste teórico al diagrama de Kitagawa-Takahashi que proporciona la tensión umbral para el crecimiento de una grieta en función de la longitud de la grieta [51]:

$$\Delta\sigma_{th}(a) = \Delta\sigma_f \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a + a_0}} \quad (3.45)$$

donde  $\sigma_f$  es el límite de fatiga y el parámetro  $a_0$  ya fue definido en la ecuación (3.11). En términos de factor de intensidad de tensiones esta ecuación se transforma a

$$\Delta K_{th}(a) = \Delta K_{th\infty} \cdot \sqrt{\frac{a}{a + a_0}} \quad (3.46)$$

Esta modificación en el umbral para tener en cuenta a las grietas cortas ya fue utilizada por Faanes y Fernando [143] según la ecuación

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K - \Delta K_{th\infty} \cdot \sqrt{\frac{a}{a + a_0}} \right)^n \quad (3.47)$$

Al igual que en el modelo de grieta larga, también se estudiará la variante

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K^n - \left( \Delta K_{th\infty} \cdot \sqrt{\frac{a}{a + a_0}} \right)^n \right) \quad (3.48)$$

Recientemente, Vallellano et al. [230] han obtenido otra expresión para la tensión umbral de crecimiento, que se ha aplicado a probetas lisas y con entalla e incluso al fretting, aunque solamente para la obtención del límite de fatiga:

$$\frac{\Delta\sigma_{th}(a)}{\Delta\sigma_f} = \frac{a_0^{1/2}}{(a^f + a_0^f - l_0^f)^{1/2f}} \quad (3.49)$$

donde  $\Delta\sigma_f$  es el límite de fatiga,  $a_0$  fue definido en la ecuación (3.11) y  $l_0$  es la distancia media desde la superficie hasta la primera barrera microestructural, que se tomará como la mitad del tamaño de grano. El exponente  $f$  gobierna la transición de grieta corta a larga. Esta expresión tiene la ventaja de que incluye tres propiedades del material, el límite de fatiga,  $\Delta\sigma_f$ , el umbral de crecimiento de grietas largas,  $\Delta K_{th\infty}$ , y la distancia típica entre las barreras microestructurales como pueden ser los límites de grano,  $2l_0$ .

La figura 3.8 muestra la evolución de estas dos aproximaciones al diagrama de Kitagawa-Takahashi, ecuaciones (3.45) y (3.49), junto con otra expresión, ecuación (3.50), que representa los dos casos límites (grieta corta, grieta larga) y que también puede usarse para representar dicho diagrama [150]:

$$\begin{aligned} a < a_0 & \quad \Delta\sigma_{th}(a) = \Delta\sigma_f \\ a > a_0 & \quad \Delta\sigma_{th}(a) = \Delta\sigma_f \cdot \sqrt{\frac{a_0}{a}} \end{aligned} \quad (3.50)$$

Esta última expresión no se utilizará en los cálculos de estimación de vida porque experimentalmente se observa que la transición de un régimen a otro en el diagrama de Kitagawa-Takahashi se produce de forma suave. Para poder representar la ecuación (3.49) se ha escogido un valor de  $f = 2.5$ , según [230] y un valor orientativo de  $l_0 = a_0/3$ .

A partir de la ecuación (3.49) se puede obtener una relación similar a la de (3.46) utilizando la relación entre las ecuaciones (3.45) y (3.46). El umbral modificado en función de la longitud de grieta quedaría:

$$\Delta K_{th}(a) = \Delta K_{th\infty} \cdot \left( \frac{a^f}{a^f + a_0^f - l_0^f} \right)^{1/2f} \quad (3.51)$$

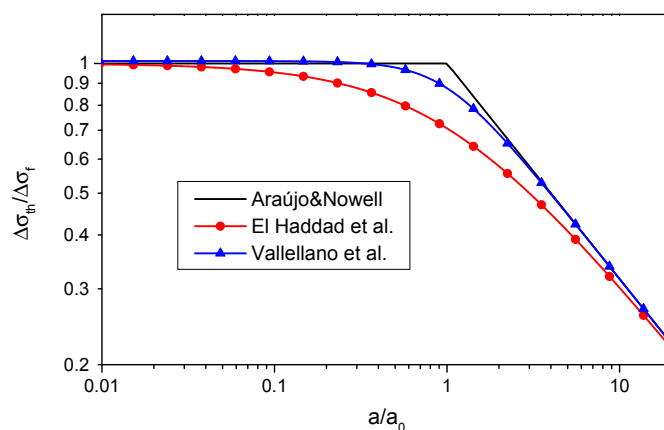


Figura 3.8: Diagrama de Kitagawa-Takahashi mediante tres aproximaciones distintas, Araújo y Nowell [150], El Haddad et al. [51] y Vallellano et al. [230].

Este nuevo umbral da lugar a las leyes de propagación

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K - \Delta K_{th\infty} \cdot \left( \frac{a^f}{a^f + a_0^f - l_0^f} \right)^{1/2f} \right)^n \quad (3.52)$$

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K^n - \left( \Delta K_{th\infty} \cdot \left( \frac{a^f}{a^f + a_0^f - l_0^f} \right)^{1/2f} \right)^n \right) \quad (3.53)$$

### Modificación del Factor de Intensidad de Tensiones

En este caso, para incluir el efecto de las grietas pequeñas, lo que se modifica es el FIT, calculando un  $\Delta K_{efectivo}$  que será igual al original multiplicado por el cociente entre  $\Delta K_{th\infty}$  y  $\Delta K_{th}(a)$  [147]. En la práctica lo que se está haciendo es mayorar el FIT cuando la grieta es pequeña:

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K \cdot \sqrt{\frac{a + a_0}{a}} - \Delta K_{th\infty} \right)^n \quad (3.54)$$

$$\frac{da}{dN} = C \left( \left( \Delta K \cdot \sqrt{\frac{a+a_0}{a}} \right)^n - \Delta K_{th\infty}^n \right) \quad (3.55)$$

De forma similar al caso anterior, también se puede modificar el FIT basándose en la ecuación (3.49):

$$\frac{da}{dN} = C \left( \Delta K \cdot \left( \frac{a^f + a_0^f - l_0^f}{a^f} \right)^{1/2f} - \Delta K_{th\infty} \right)^n \quad (3.56)$$

$$\frac{da}{dN} = C \left( \left( \Delta K \cdot \left( \frac{a^f + a_0^f - l_0^f}{a^f} \right)^{1/2f} \right)^n - \Delta K_{th\infty}^n \right) \quad (3.57)$$

### Modificación de la longitud de grieta

Este modelo utiliza las ecuaciones de grieta larga, (3.43) y (3.44), pero utilizando una longitud de grieta efectiva que viene dada por  $a_{ef} = a + a_0$ , tal como propusieron El Haddad et al. [51]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K(a_{ef}) - \Delta K_{th\infty})^n \quad (3.58)$$

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^n(a_{ef}) - \Delta K_{th\infty}^n) \quad (3.59)$$

En estas ecuaciones se ha hecho explícita la dependencia del FIT de la longitud de grieta para remarcar el uso de la longitud de grieta efectiva,  $a_{ef}$ .

### Ajuste a datos de ensayos

Una forma menos versátil de utilizar una ley de crecimiento es ajustar una ley compleja a una serie de ensayos realizados en condiciones distintas. Un ejemplo sería la ley de propagación utilizada en el programa NASA/FLAGRO [231]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(1-R)^m \Delta K^n (\Delta K - (1-R)\Delta K_{th})^p}{((1-R)K_c - \Delta K)^q} \quad (3.60)$$

donde  $R = K_{min}/K_{max}$  y  $K_c$  es la tenacidad a fractura. Esta ecuación también se puede modificar para incluir el efecto de grietas cortas disminuyendo el umbral al igual que en (3.47) o (3.48).

### Caso límite de grietas cortas

Cuando las grietas son cortas la velocidad de crecimiento es mucho más alta que para las largas, con el mismo valor de  $\Delta K$ , especialmente para  $\Delta K$  bajos. Pero cuando la grieta va creciendo se va encontrando con barreras que la frenan, para luego acelerarse al traspasarlas. En conjunto, a veces se aprecia una gran disminución de la velocidad en un punto aunque luego aumenta y se aproxima ya al comportamiento de grieta larga, tal como se muestra en la figura 3.9. El valor mínimo en la velocidad depende, entre otros factores, del nivel de tensiones; cuanto más bajas sean las tensiones más acusado es dicho mínimo en la velocidad de crecimiento. De entre las posibles situaciones presentadas en la figura 3.9, se pueden destacar dos casos límite. Uno es el de grieta larga que presenta un claro umbral de crecimiento y que ya ha sido explicado con anterioridad. El otro sería el máximo  $da/dN$  para todos los ensayos analizados por Lankford [232] para un aluminio Al7075-T6. Es este último el que se analiza aquí. Los resultados obtenidos con esta evolución de la velocidad de crecimiento probablemente representarán una cota inferior en las vidas estimadas. Por otro lado, es de esperar que las vidas estimadas con esta curva se ajustarán más a la realidad cuando se trate de ensayos con altas tensiones en la zona de grieta corta, es decir, cerca de la superficie.

### Resumen

Todas estas leyes distintas de crecimiento se comportan prácticamente igual para  $\Delta K$  altos, pero pueden ser muy diferentes para la combinación de  $\Delta K$  y  $a$  bajos. Es esta zona la que marcará la diferencia entre todos ellos.

Como resumen de esta metodología se pueden destacar los pasos a seguir. Primero, elegir de alguna forma la longitud de iniciación. Después, elegir el punto

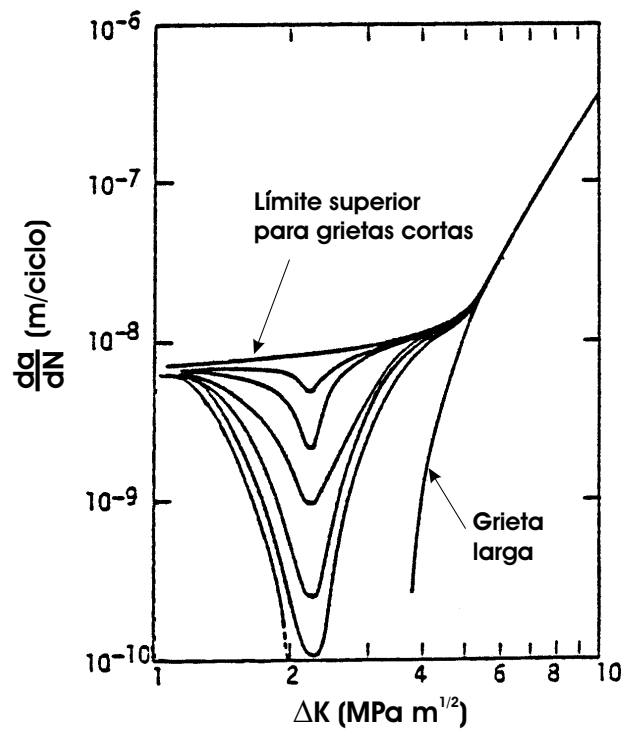


Figura 3.9: Diferentes velocidades de propagación en grietas cortas para un aluminio 7075-T6 [232].

de origen y la orientación de la grieta que puede ser mediante un criterio de fatiga multiaxial. A continuación, calcular la evolución del factor de intensidad de tensiones en función de la longitud de grieta. Y por último, escoger un modelo de propagación e integrar la ecuación desde la longitud inicial,  $a_i$ , hasta la longitud final,  $a_f$ :

$$\frac{da}{dN} = f(a) \quad \Rightarrow \quad N_p = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(a)} \quad (3.61)$$

### 3.2.3. Modelos combinando iniciación y propagación

Como ya se ha mencionado anteriormente, estos métodos calculan una vida que es la suma de la vida de iniciación y la de propagación. El problema estriba en determinar dónde acaba una y dónde empieza otra. La de propagación se calculará usando, por ejemplo, alguna de las leyes explicadas en el apartado 3.2.2 desde una longitud de grieta que habrá que definir. La de iniciación se calculará a partir de las tensiones en la superficie o cerca de ella, aplicando, por ejemplo, cualquiera de los criterios del apartado 3.2.1. Dicha longitud de iniciación que separa las dos fases de crecimiento puede ser una longitud fija definida a priori o puede ser variable: distinta para cada caso y obtenida como resultado del modelo.

#### Longitud de iniciación fija

Szolwinski y Farris [153] y Araújo y Nowell [151] consideran que la fase de iniciación termina cuando la grieta alcanza 1 mm de longitud. Sin embargo, para poder determinar el número de ciclos de iniciación solamente tienen en cuenta las tensiones producidas en la superficie, en el caso de Szolwinski y Farris, o a una profundidad de algunas decenas de micras, correspondiendo a uno o varios granos, en el caso de Araújo y Nowell.

Szolwinski y Farris basan su decisión de tomar 1 mm como la longitud de iniciación en dos consideraciones. Por un lado, en los casos analizados de contacto cilíndrico, la mayor parte de los valores del semiancho de la zona de contacto se

encontraban alrededor de 1.5 mm. Esto hace que el efecto de la zona de contacto sobre la grieta se puede considerar poco influyente desde una longitud de grieta de 1 mm. Por otro lado, el tomar 1 mm como la longitud de iniciación coincide con los estudios llevados a cabo por Socie [233,234].

Araújo y Nowell [151] usan 1 mm basándose en el trabajo de Szolwinski y Farris [153] y en el hecho de que hay gran cantidad de datos en la literatura sobre el material usado por ellos para la longitud de iniciación de 1 mm. Es decir, curvas  $\epsilon - N$  donde el criterio para el fallo es tener una grieta de 1 mm. Sin embargo, la información que normalmente aparece en la literatura en relación a la curva  $\epsilon - N$  se refiere a probetas prácticamente sin gradiente de tensiones, cuando, por el contrario, el fretting se caracteriza por la aparición de grandes gradientes. En concreto, los estudios de Socie et al. [234] fueron llevados a cabo con probetas tubulares donde la máxima diferencia en las tensiones en el espesor de 2 mm era menor de 2% para carga axial y menor de 15% para torsión. La existencia del alto gradiente producido en fretting en la zona cercana al contacto hace que sea muy discutible que el estado de tensiones en la superficie o en una distancia de algunas decenas de micras defina el comportamiento hasta profundidades de 1 mm, sin tener en cuenta el estado de tensiones existente entre esas dos profundidades.

Lykins et al. [235] se basan también en el modelo descrito en [153] pero usan una longitud de iniciación de 0.380 mm que justifican por ser, aproximadamente, la grieta más pequeña detectable por la técnica no destructiva de corrientes inducidas. Además, argumentan que el valor en sí no tiene tanta importancia como el hecho de que se utilice el mismo valor para determinar la vida de iniciación en ensayos de fatiga. Una vez más, la mayoría de dichos ensayos de fatiga se realizan en probetas sin gradiente de tensiones.

La metodología seguida por dichos autores [151,153,235] para estimar la vida se resume en cuatro pasos:

1. Definir la longitud de iniciación  $x_p$  (1 mm, 0.380 mm).
2. Calcular la duración de la propagación,  $N_p$ , desde dicha longitud hasta la



rotura conocidas las sollicitaciones a que está sometida la probeta y aplicando la mecánica de la fractura.

3. Calcular una “vida de iniciación experimental” que será

$$N_{i \text{ exp}} = N_f - N_p \quad (3.62)$$

donde  $N_f$  es el número de ciclos hasta el fallo obtenido en el ensayo.

4. Por último, representar en una gráfica, para cada ensayo, una tensión equivalente calculada en la superficie [153,235], o cerca [112,151], frente a  $N_{i \text{ exp}}$ . La nube de puntos así calculada la comparan con la curva  $S - N$  del material en fatiga.

Araújo y Nowell [151] y Namjoshi et al. [112] proponen elegir la profundidad a la que calcular la tensión equivalente a partir de resultados experimentales. Es decir, se elige dicha profundidad de forma que los puntos obtenidos estén lo más cerca posible de la curva  $S - N$ . Idealmente, si el modelo fuera perfecto, la nube de puntos calculada coincidiría exactamente con la curva  $S - N$ . En la práctica, siempre habrá una dispersión de resultados alrededor de dicha curva. Cuanto mayor sea la dispersión peor será el modelo, ya sea por el modelo en sí, por la definición de la longitud de iniciación, la forma de calcular la tensión equivalente, etc.

En esta tesis se va a aplicar este método a varios grupos de ensayos, pero, considerando distintas longitudes de iniciación e introduciendo algunas variaciones. La primera diferencia es que la comparación entre estimaciones y resultados experimentales se hará con vidas totales en lugar de vidas de iniciación como hacían los autores mencionados anteriormente. Lo único que implica esta variación es que aquellos autores suponen que la vida de propagación es correcta y atribuyen a la fase de iniciación todo el error cometido en las estimaciones, mientras que aquí el error cometido se le imputa a ambas fases, iniciación y propagación. La segunda diferencia es la forma de aplicar el método, el cual se explica a continuación.

El primer paso en la aplicación de este método consiste en definir una profundidad de grieta,  $x_p$ , desde donde considerar la propagación y calcular el número de ciclos necesarios para propagar la grieta desde esa profundidad hasta la rotura,  $N_p(x_p)$ . Esta longitud es el parámetro definido por los autores mencionados anteriormente donde escogían  $x_p=1$  mm [151, 153] y  $x_p=0.380$  mm [235]. En este trabajo se considerarán varios valores distintos del parámetro  $x_p$  con el objeto de estudiar su influencia en la estimación de la vida: 1, 0.5 y 0.2 mm.

Por otro lado, basándose en las tensiones cerca de la superficie, se calcula el número de ciclos de iniciación,  $N_i(x_i)$ . Esta profundidad,  $x_i$ , a la que se evalúan las tensiones era tomada igual a cero por unos autores [153, 235] y tomada como algunas decenas de micras por otros [151]. Además de éstas, se van a emplear otras formas de evaluar las tensiones para estimar la vida de iniciación, figura 3.10: i) el valor de la tensión equivalente en la superficie,  $x_i = 0$ ; ii) el valor de la tensión a una profundidad determinada,  $x_i$ ; iii) la media de las tensiones a lo largo de una línea de longitud  $x_i$ ; iv) la media de las tensiones en un volumen de tamaño determinado, con dimensión característica  $x_i$ . Se hará referencia a ellas por el método de la superficie, del punto, de la línea y del volumen respectivamente. Variando  $x_i$  en los tres últimos pueden conseguirse distintas estimaciones de la vida del espécimen.

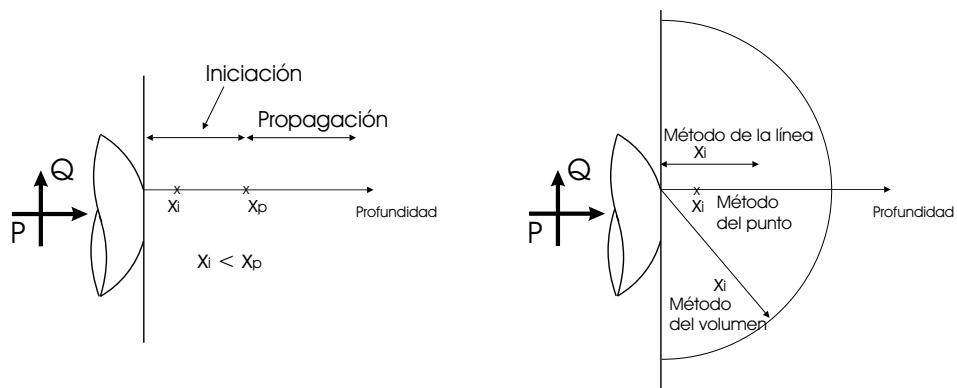


Figura 3.10: Definiciones de  $x_i$  y  $x_p$ .

La forma de elegir el valor de  $x_i$  a utilizar en las estimaciones puede ser muy simple, como en el caso i) ( $x_i = 0$ ), o más complicada como en los otros tres, ya que puede depender de diversos parámetros entre los que se incluyen el gradiente de tensiones en la zona de contacto o el tamaño de grano. Al igual que Araújo y Nowell [151] y Namjoshi et al. [112], se elegirá a partir de resultados experimentales. Para ello, se busca el valor de  $x_i$  para el que se obtiene una vida de iniciación igual a la experimental,  $N_i(x_i) = N_{i \text{ exp}} = N_f - N_p(x_p)$ , empleando un criterio multiaxial y la curva  $\epsilon$ -N (ver apartado 3.2.1). Un problema que se plantea en este caso es que cada ensayo diferente produce un valor de  $x_i$  distinto, con lo que el ensayo utilizado para definir  $x_i$  debería ser lo más parecido posible al problema real que se quiera estudiar. En esta tesis se calculará un  $x_i$  particular para cada ensayo y se utilizará el valor medio de todos ellos en la estimación de la vida de iniciación:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x_{i j} \quad (3.63)$$

siendo  $M$  el número total de ensayos y  $x_{i j}$  el parámetro  $x_i$  en el ensayo  $j$ . De esta forma se asegura que las vidas estimadas estarán centradas alrededor de las vidas reales. Sin embargo, el hecho de que este valor de  $\bar{x}_i$  se haya obtenido para un grupo de ensayos determinado, implica que no tiene por qué ser el óptimo para otro grupo de ensayos, donde, el material, las cargas, la geometría u otros factores pueden ser diferentes. Esto limita la versatilidad del método.

Para terminar, la estimación de vida total será la suma de la vida de iniciación y de propagación,  $N_T = N_i(\bar{x}_i) + N_p(x_p)$ .

### Longitud de iniciación variable

Este método, que se propone en esta tesis, deriva de un método anterior propuesto por Socie et al. [218] para componentes con entalla bajo carga uniaxial. Se asume que dos mecanismos diferentes actúan en un material sometido a fatiga: iniciación y propagación. Son fenómenos distintos que son tratados separadamente aunque la consecuencia es la misma, el fallo del material. En cada punto, uno

domina sobre el otro. Para tener en cuenta a los dos se calculan dos curvas en función de la longitud de la grieta, es decir, a lo largo del camino que se supone va a seguir la grieta: (i) la velocidad de crecimiento de grieta debido mecanismos de iniciación ( $da/dN|_i - a$ ) y (ii) la velocidad de crecimiento de grieta a partir de la teoría de MFEL ( $da/dN|_p - a$ ).

La primera se obtiene calculando, para cada punto a lo largo del camino de la grieta, el número de ciclos necesario para que se inicie una grieta. Para ello, se calculan las tensiones en cada punto y se obtiene una tensión equivalente usando algún criterio de fatiga multiaxial. Con esta tensión equivalente y la relación  $\epsilon - N$  de fatiga del material se obtiene el número de ciclos, apartado 3.2.1. Posteriormente se calcula la derivada a esta curva,  $da/dN|_i$ . De esta forma se obtiene algo que se puede asimilar a una velocidad de crecimiento por iniciación, figura 3.11.

La segunda curva es la velocidad de crecimiento durante la fase de propagación propiamente dicha ( $da/dN|_p - a$ ), donde se aplica la MFEL, figura 3.12. Se calcula usando la curva experimental del material ( $da/dN|_p - \Delta K$ ) y la curva ( $\Delta K - a$ ) mediante cualquier método explicado en el apartado 3.2.2.

La velocidad de crecimiento por iniciación,  $da/dN|_i$ , decrece con la profundidad y, para los puntos cercanos a la superficie, tiene un valor mayor que la clásica velocidad de crecimiento debido a la mecánica de la fractura,  $da/dN|_p$ , que aumenta con la profundidad. Por lo tanto, una grieta que fuera suficientemente pequeña crecería más rápidamente por iniciación que por propagación. Esto significa que, teniendo una grieta de longitud  $a$ , tardaría menos en iniciarse una grieta en  $a + \Delta a$  que propagarse la grieta existente una distancia  $\Delta a$ . A una profundidad determinada las dos curvas se cruzan y a partir de ese momento la velocidad de crecimiento por propagación es mayor, figura 3.13.

De acuerdo con Socie et al., este punto de intersección determina lo que ellos llaman “longitud de iniciación”. La vida de iniciación,  $N_i$ , sería aquella que se corresponde con la de este punto. La vida de propagación,  $N_p$ , sería el número de ciclos necesarios para propagar la grieta desde esa profundidad hasta la rotura

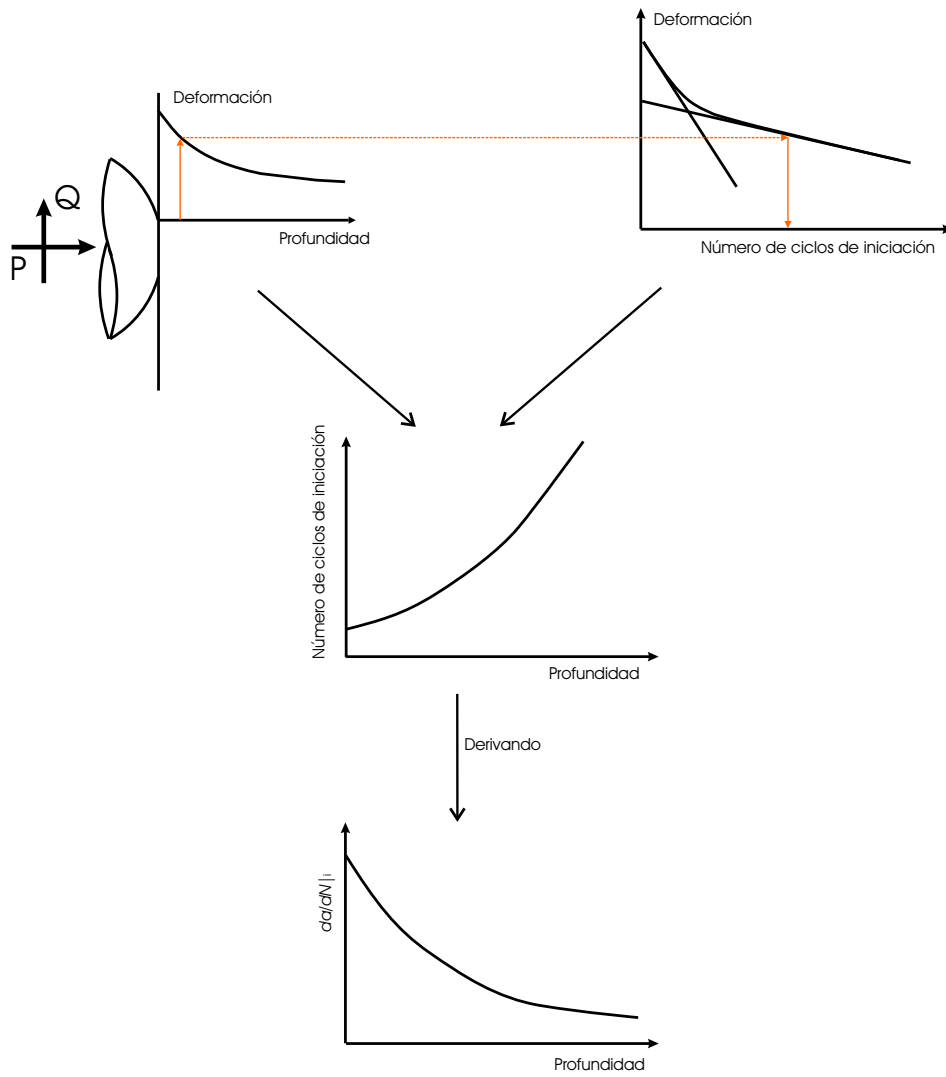


Figura 3.11: Obtención de la curva de velocidad de crecimiento por iniciación.

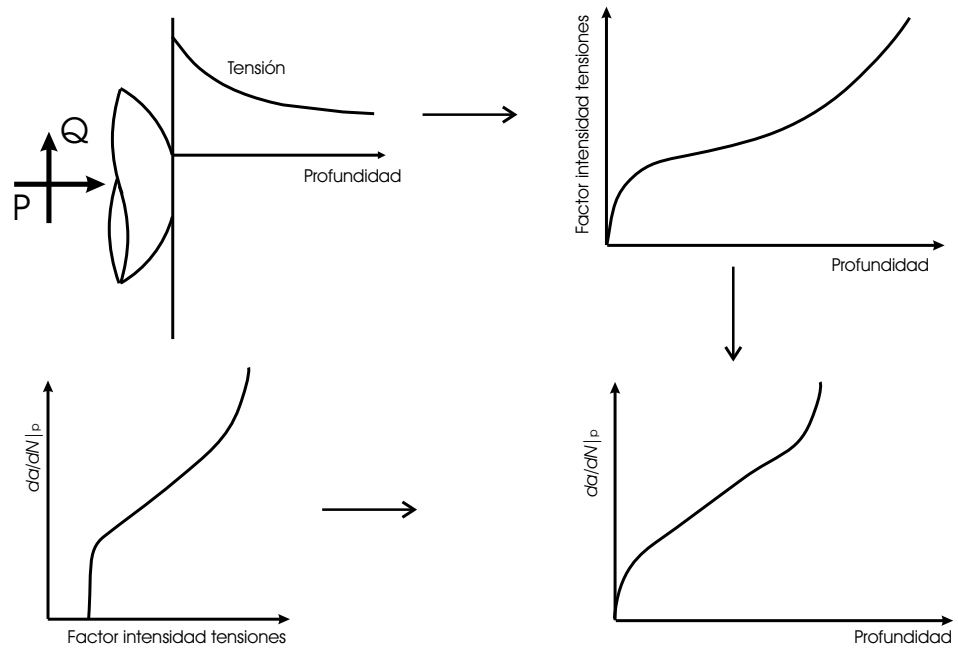


Figura 3.12: Obtención de la curva de velocidad de crecimiento por propagación.

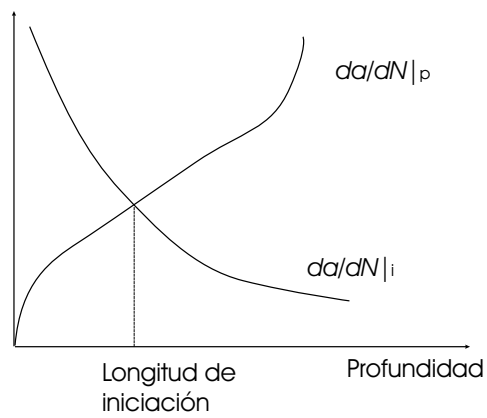


Figura 3.13: Intersección de las curvas de velocidad de crecimiento. Longitud de iniciación.

final.

No obstante, en vez de calcular la vida de la forma explicada se empleará un método numéricamente equivalente pero más sencillo [236]. Al igual que antes, se calcula el número de ciclos necesarios para iniciar una grieta a lo largo del camino que va a seguir la grieta,  $N_i$ , pero sin calcular la derivada. Por otro lado, para cada punto a lo largo del camino de la grieta, se calcula el número de ciclos necesario para propagar la grieta desde ese punto hasta la rotura,  $N_p$ , usando la teoría de la MFEL. Para ello es necesario obtener la curva  $(da/dN)_p - \Delta K$  e integrarla desde cada punto hasta la fractura final. La suma de las curvas  $N_i$  y  $N_p$  proporciona la vida total asociada a cada punto, considerado como el punto donde el crecimiento pasa de estar gobernado por la iniciación a la propagación. Por lo tanto, se puede decir que el punto más desfavorable de la curva y que proporciona la vida de la probeta es el mínimo de dicha curva tal como muestra la figura 3.14.

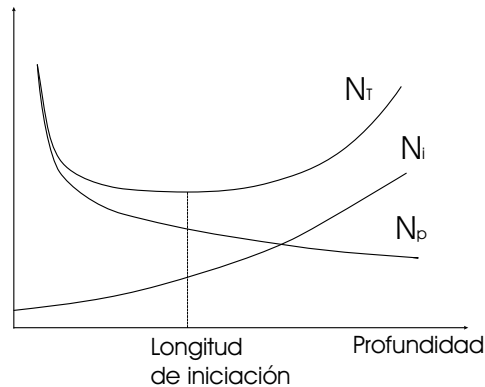


Figura 3.14: Curvas de iniciación, propagación y total. Longitud de iniciación.

El punto donde se produce el mínimo también define la longitud de iniciación. Este punto coincide exactamente con el valor calculado usando el procedimiento anterior, figura 3.13, como se muestra a continuación. La figura 3.14 muestra que

$$N_T = N_i + N_p \quad (3.64)$$

El mínimo de esta curva se puede determinar buscando el punto con pendiente nula. En ese punto se cumple que

$$\frac{dN_T}{da} = 0 = \frac{dN_i}{da} + \frac{dN_p}{da} \quad (3.65)$$

El término  $dN_i/da$  de la ecuación (3.65) es el inverso de  $da/dN|_i$  de la figura 3.13, de hecho, esta velocidad se obtiene a partir de  $N_i$  de la figura 3.14. Sin embargo, en cuanto al término de propagación, se tiene que  $N_p$  es el número de ciclos de propagación desde un punto hasta la rotura, que, por supuesto, disminuye con la profundidad, figura 3.14. Pero,  $N$ , en la figura 3.13, es el número de ciclos del ensayo, que aumenta con la profundidad. Uno y otro están relacionados por la ecuación

$$N_p = N_f - N \quad (3.66)$$

donde  $N_f$  es el número de ciclos para el fallo, que para cada ensayo es una constante. Derivando esta ecuación respecto a la longitud de grieta se obtiene

$$\frac{dN_p}{da} = - \left. \frac{dN}{da} \right|_p \quad (3.67)$$

Y ahora, sustituyendo la ecuación (3.67) en (3.65) se llega a que

$$\left. \frac{da}{dN} \right|_i = \left. \frac{da}{dN} \right|_p \quad (3.68)$$

Es decir, se comprueba que el mínimo de  $N_T$  se produce en el mismo punto donde  $da/dN|_i$  y  $da/dN|_p$  son iguales, por lo tanto las dos definiciones de la longitud de iniciación son equivalentes y la vida total obtenida es la misma.

En la aplicación de este método se hará uso de los criterios explicados en el apartado 3.2.1 para la fase de iniciación y de los modelos explicados en el apartado 3.2.2 para la fase de propagación. En las dos fases es necesario calcular las tensiones, que se hará preferiblemente de forma analítica y, si no es posible, numéricamente.



Un inconveniente de este método es que, aparentemente, presenta una incongruencia en el cálculo de la fase de iniciación. La razón es que la curva  $\epsilon - N$  se obtiene de unos ensayos donde el final de los mismos se define normalmente como la rotura de la probeta. Sin embargo, aquí se usa para estimar la vida de iniciación en un punto concreto, que normalmente se encuentra cerca de la superficie. En la práctica, el error cometido no es importante si se tiene en cuenta que la curva  $\epsilon - N$  se obtiene para una probeta sin entalla, es decir, sin gradiente de tensiones. Este mismo problema lo analizó Dowling [216] en el caso de entallas. En fretting se pueden plantear dos situaciones, dependiendo de que las tensiones cerca de la superficie sean bajas o altas:

**Tensiones bajas.** Cuando no hay gradiente, como ocurre en los ensayos de fatiga simple, para tensiones bajas la mayor parte de la vida es iniciación, y cuando finalmente se inicia la grieta, ésta crece rápidamente hasta la rotura. Por tanto, la vida de iniciación es aproximadamente igual a la vida del ensayo. En ese caso, si en un ensayo de fretting se toma como número de ciclos de iniciación, el número de ciclos de fallo en el ensayo de fatiga simple, el error relativo cometido en la estimación de vida total en fretting es pequeño. Esto sería así independientemente de lo corta o larga que sea la fase de propagación en la probeta sometida a fretting.

**Tensiones altas.** Cuando en un ensayo de fatiga simple las tensiones son altas, la fase de propagación no es despreciable frente a la de iniciación, pero en conjunto el número de ciclos es pequeño. Por otro lado, si las tensiones son altas en el contacto en un ensayo de fretting, la iniciación será corta mientras que la propagación normalmente será bastante más larga. Por tanto, el error de tomar la vida de iniciación en fretting igual a la de la vida total en un ensayo de fatiga simple será despreciable frente a la vida total estimada en el ensayo de fretting. Solamente en el caso de que, tanto la vida de propagación como la de iniciación en fretting sean cortas, se estaría cometiendo un error no despreciable en la estimación de vida en fretting al equiparar la vida de

iniciación en fretting con la vida total en fatiga simple.

En cualquier caso, si se considera que el error puede ser apreciable y se quieren tener mejores estimaciones de la vida cuando las tensiones son altas y  $N_{inic} > N_{prop}$ , habrá que buscar relaciones  $\epsilon - N$  para las que el número de ciclos,  $N$ , esté definido no como el de rotura sino como el de iniciación de una grieta pequeña.

Por último, cabe mencionar una ventaja de este método respecto al de longitud de iniciación fija. Mientras que en el anterior era necesario definir dos parámetros,  $x_i$  y  $x_p$ , de forma algo arbitraria y dependiente del grupo de ensayos a analizar, en este caso no. Incluso la longitud de grieta que separa la iniciación de la propagación no se escoge, se obtiene como resultado de aplicar el método. Esto le da una versatilidad grande, para poder aplicar el modelo a cualquier caso nuevo.

## Capítulo 4

# Análisis de ensayos con aluminio Al 7075 T6

En este capítulo se contrastarán los métodos de estimación de vida, presentados en el capítulo anterior, con un grupo de ensayos realizados por Wittkowsky et al. [237]. En primer lugar se describen dichos ensayos incluyendo las propiedades mecánicas del material, la geometría de los sólidos en contacto, las cargas aplicadas en los ensayos y el número de ciclos. Posteriormente se aplican los métodos de iniciación, propagación y los que combinan la iniciación con la propagación (longitud de iniciación fija y longitud de iniciación variable). En cada uno de ellos se analizan las distintas opciones y la influencia de los parámetros que utiliza cada uno en la estimación de vida.

### 4.1. Resultados experimentales

En el grupo de ensayos analizado el tipo de contacto es esférico. El material usado en los ensayos es Al7075-T6 y sus propiedades se muestran en las tablas 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4. La curva  $\epsilon - N$  a la que se hace referencia en la tabla 4.2 está definida

por la ecuación (4.1) y la ley de Paris de la tabla 4.3 por la ecuación (4.2).

$$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \frac{A}{E} + \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \epsilon'_f (2N_f)^c \quad (4.1)$$

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n \quad (4.2)$$

El tipo de montaje del ensayo ya fue explicado en el capítulo 2 y se muestra en la figura 2.2. Las probetas tienen una sección cuadrada de 5x5mm y el radio de los elementos esféricos de contacto es 25.4mm. El tamaño de grano en dirección perpendicular a la superficie es 35  $\mu\text{m}$ , medido según la norma ASTM [238]. El coeficiente de rozamiento entre las dos superficies se toma  $\mu = 1.2$  según las medidas realizadas por los autores [193]. En cuanto al valor del umbral de crecimiento, también se han encontrado diversos valores en la literatura, los cuales se muestran en la tabla 4.4.

Tabla 4.1: Propiedades mecánicas de la aleación Al7075-T6.

Límite elástico	$\sigma_y$	503 MPa
Límite de rotura	$\sigma_u$	572 MPa
Módulo de Young	$E$	71 GPa
Coficiente de Poisson	$\nu$	0.33

Tabla 4.2: Propiedades de fatiga de la aleación Al7075-T6,  $R = -1$ .

Referencias		[236]	[239]	[240]
Coficiente de resistencia a fatiga	$\sigma'_f$	1917 MPa	1113.6 MPa	1090 MPa
Coficiente de ductilidad a fatiga	$\epsilon'_f$	0.8	—	0.0836
Exponente de resistencia a fatiga	$b$	-0.176	-0.1294	-0.1122
Exponente de ductilidad a fatiga	$c$	-0.839	—	-0.5426
Límite de fatiga a $N = \infty$	A	—	44.9 MPa	—

Los resultados experimentales de los ensayos analizados en este capítulo se separan en dos tablas, una para los ensayos que acabaron en rotura y otra para los que fueron interrumpidos sin fallar cuando ya se habían aplicado un alto número

Tabla 4.3: Ley de Paris de la aleación Al7075-T6,  $R = 0$ .

Referencias		[231]	[239]	[241](placas)	[242](chapas)
Coficiente					
(ciclos/m, $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	$C$	$4.8254 \cdot 10^{-11}$	$8.8308 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$4.2 \cdot 10^{-11}$
Exponente	$n$	3.517	3.3219	3	3.7

Tabla 4.4: Parte positiva del umbral de crecimiento,  $\Delta K_{th}$ , de la aleación Al7075-T6 con  $R = -1$ .

Referencias	[231]	[243]	[237]
$\Delta K_{th}$ ( $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	2.75	2.3	2.2

de ciclos. La tabla 4.5 muestra las cargas aplicadas en los ensayos que acabaron en el fallo de la probeta, el radio teórico de la zona de contacto y el número de ciclos a los que se produjo el fallo. La tensión axial en la probeta no es la misma a un lado y otro del contacto debido a la tensión inducida por la fuerza tangencial en los contactos. Experimentalmente se ha comprobado que el fallo se produce en el lado del contacto donde  $\sigma$  es mayor. Esta tensión es la que se muestra en la tabla 4.5.

La tabla 4.6 muestra las cargas aplicadas en los ensayos que se pararon antes de que se produjera el fallo y el número de ciclos al que se paró el ensayo. Un grupo de estas probetas se analizó para buscar la posible existencia de grietas. Para ello, las probetas eran cortadas, empastilladas, pulidas, atacadas químicamente y fotografiadas. Posteriormente se eliminaba, mediante pulido,  $30 \mu\text{m}$  de espesor de material y se volvía a atacar químicamente y fotografiar. Este proceso se repetía hasta que toda la grieta era analizada. Este procedimiento hace posible el obtener la forma, dimensiones y zona de iniciación de las grietas presentes en la probeta. La última columna de esta tabla muestra la máxima profundidad de grieta encontrada en las probetas analizadas.

Las figuras 4.1, 4.2 y 4.3 muestran ejemplos de las grietas encontradas en las probetas. En las fotografías se observa cómo las grietas se inician formando un ángulo pequeño respecto a la superficie. Esta dirección del crecimiento se corres-

Tabla 4.5: Cargas, radio de la zona de contacto y número de ciclos aplicados en los ensayos que terminaron con el fallo de la probeta.

Ensayo	$N(N)$	$Q(N)$	$\sigma(\text{MPa})$	Radio zona de contacto ( $\mu\text{m}$ )	$N_f(\text{ciclos})$
7	30	$\pm 15$	$\pm 86.2$	243	480000
8	20.8	$\pm 15$	$\pm 84.2$	215	449500
9	15.6	$\pm 15$	$\pm 86.2$	195	395000
11	12.5	$\pm 15$	$\pm 84.2$	182	361000
12	18.5	$\pm 13.6$	$\pm 78.1$	207	551000
13	16	$\pm 11.7$	$\pm 83.9$	197	530000
16	13.9	$\pm 10$	$\pm 83.8$	188	803000
17	10.3	$\pm 7.5$	$\pm 83.6$	170	2940000
19	8.33	$\pm 8$	$\pm 83.6$	159	616500
32	20	$\pm 15$	$\pm 84.2$	212	549000
33	20	$\pm 15$	$\pm 71.2$	212	516000

Tabla 4.6: Cargas, radio de la zona de contacto, número de ciclos aplicados en los ensayos que se pararon antes de producirse el fallo de la probeta y tamaño de grieta encontrada.

Ensayo	$N(N)$	$Q(N)$	$\sigma(\text{MPa})$	Radio zona de contacto ( $\mu\text{m}$ )	N (ciclos)	Longitud de grieta ( $\mu\text{m}$ )
14	8.75	$\pm 7$	$\pm 83.56$	161	3000000	53
15	13	$\pm 7$	$\pm 83.56$	184	10000000	40
18	7.31	$\pm 6.6$	$\pm 83.53$	152	3450000	162
22	20	$\pm 11.5$	$\pm 55.92$	212	1410000	
23	20	$\pm 16$	$\pm 63.78$	212	2186000	65
27	20	$\pm 20$	$\pm 64.1$	212	2500000	
28	24	$\pm 20.25$	$\pm 64.12$	226	2660000	
31	12	$\pm 9$	$\pm 83.72$	179	2680000	
34	20	$\pm 15$	$\pm 57.2$	212	1540000	150
35	20	$\pm 15$	$\pm 64.2$	212	2940000	110
36	20	$\pm 15$	$\pm 60.2$	212	1777000	150

ponde aproximadamente con el plano donde la variación de tensiones tangenciales es máxima, modo II. Después de algunas micras, la grieta gira hasta formar un ángulo entre 70 y 80 grados respecto a la superficie, es decir, perpendicular a la dirección de tensiones principales máximas, figura 4.1 y 4.2. Estas figuras se corresponden aproximadamente con el punto de iniciación de la grieta, es decir, el plano  $y = 0$  según la figura 2.21. Cuando la grieta tiene cierto tamaño crece en modo I, perpendicularmente a la superficie. En la figura 4.3 se puede ver otra sección de la misma grieta que la de la figura 4.2, pero en  $y = 100 \mu\text{m}$ . En este caso no aparece la zona de crecimiento en modo II cerca de la superficie porque la grieta se ha alejado suficientemente de la zona de iniciación.

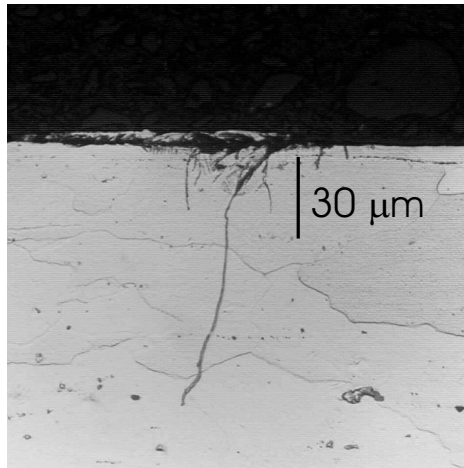


Figura 4.1: Sección de una grieta en el plano de simetría del ensayo 35;  $y = 0$ .

Las figuras 4.4 y 4.5 muestran la huella dejada por fretting en dos ensayos distintos. Se observa cómo la grieta se inicia próxima al límite de la zona de contacto, tal como predicen los criterios de fatiga multiaxial evaluados en la superficie del contacto. En la figura 4.4 se ven más claramente las zonas de adhesión y de deslizamiento descritas en el capítulo 2. Se han marcado con circunferencias blancas dichas zonas utilizando las expresiones teóricas del tamaño de la zona de contacto, tamaño de la zona de adhesión y excentricidad de esta última, pudiéndose com-

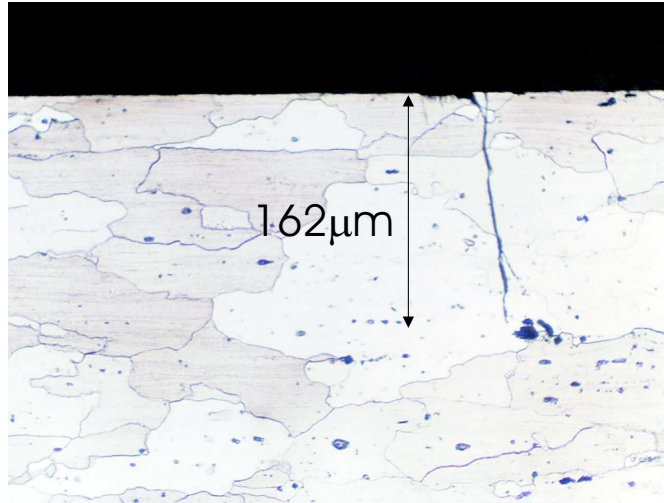


Figura 4.2: Sección de una grieta en el plano de simetría del ensayo 18;  $y = 0$ .

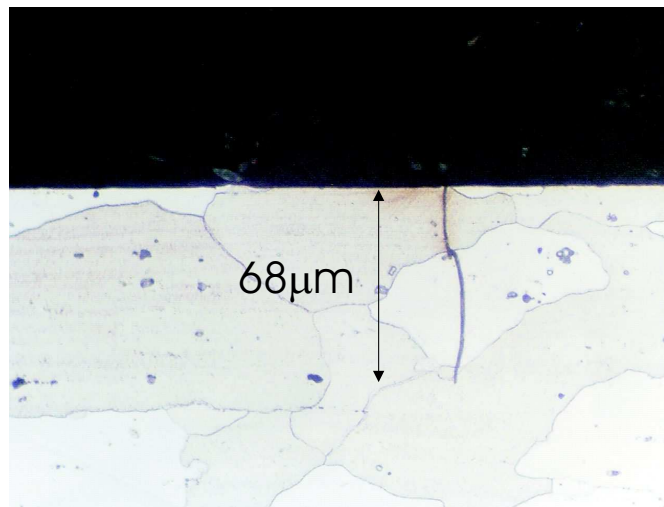


Figura 4.3: Sección de una grieta del ensayo 18;  $y = 100 \mu\text{m}$ .



probar que se obtiene un excelente ajuste a la huella real. También se ha marcado con una línea, A-A, la grieta sobre la superficie. En la figura 4.5, además de la huella, se muestra el perfil de la grieta. La superficie de esta huella está un poco deteriorada y no se distinguen las zonas de adhesión y deslizamiento. La forma anómala de esta huella posiblemente sea debida a un deslizamiento global inicial que deteriorara la superficie. Esto es posible porque el coeficiente de rozamiento en un ensayo de fretting tiene un valor inicial y aumenta en los primeros ciclos hasta llegar a un valor estable. En este ensayo la relación  $Q/N \simeq 0.9$  está muy próxima al valor del coeficiente de rozamiento medido,  $\mu = 1.2$ . Por lo tanto, si inicialmente el coeficiente de rozamiento era menor de 0.9 se habría producido un deslizamiento global en los primeros ciclos hasta que hubiera superado el valor de 0.9. La zona cercana a la grieta aparece más dañada, quizás por la mayor flexibilidad de la probeta al crecer la grieta. En cualquier caso, sobre la huella se han dibujado dos circunferencias con el diámetro teórico que debería tener la zona de contacto según la fórmula de Hertz. Estos dos círculos podrían representar las posiciones extremas alcanzadas por el elemento de contacto durante el ensayo debido a ese posible desplazamiento global.

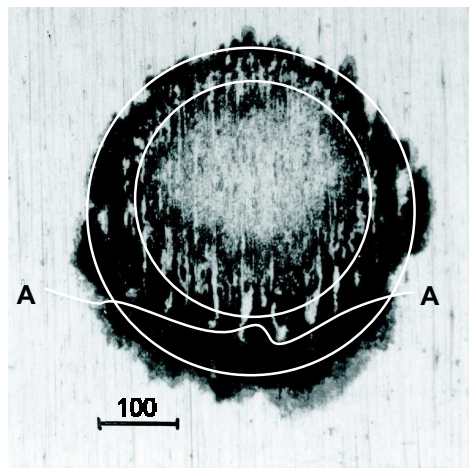


Figura 4.4: Huella por fretting del ensayo 36.

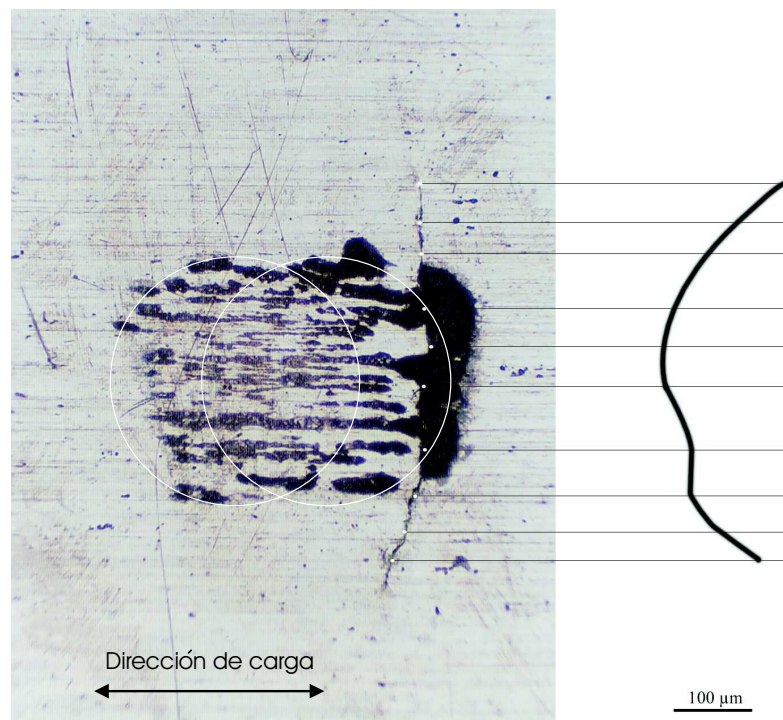


Figura 4.5: Huella por fretting del ensayo 18 y perfil de la grieta.

## 4.2. Método de iniciación

De las diversas formas de estimar la vida presentadas en el apartado 3.2.1, se analizará la propuesta por Taylor [213] y aplicada a casos reales con entallas. Se calcularán las tensiones en un punto a una profundidad determinada y, mediante un criterio de fatiga multiaxial y la curva  $\epsilon - N$ , se calculará un número de ciclos. La profundidad a la que se evalúan las tensiones es la llamada distancia crítica. Se evaluarán las tensiones a una profundidad de  $a_0/2$  partiendo del límite de la zona de contacto y mediante un criterio de fatiga multiaxial y la relación  $\epsilon - N$  se obtendrá el número de ciclos.

En la literatura se pueden encontrar diversas curvas de fatiga para el mismo material, como las mostradas en la tabla 4.2. Dado que el cálculo de las tensiones es elástico, es más correcto emplear solamente la parte elástica de la ecuación (4.1), representada en la figura 4.6. En dicha figura se observa que una de las tres curvas mostradas es muy diferente a las otras dos, habiéndose incluido para mostrar la gran disparidad de datos que se pueden encontrar sobre el mismo material. En cuanto a las otras dos, cabe mencionar que la obtenida de [239] no tiene término de deformación plástica en la ecuación (4.1), mientras que la obtenida de [240] sí. Si en esta última no se tiene en cuenta dicho término, entonces estas dos curvas coinciden exactamente hasta unos dos millones de ciclos, como se observa en la figura 4.6. Por lo tanto, los resultados serán bastante parecidos utilizando [239] o [240], aunque aquí se usará la parte elástica de la ecuación dada por la referencia [240], representada por cuadrados en la figura, por tener una expresión más clásica.

En la aplicación de este método se utilizarán cuatro criterios distintos de fatiga multiaxial que ya fueron tratados en el capítulo anterior: McDiarmid, Fatemi-Socie, Smith-Watson-Topper y Crossland.

Antes de aplicar el método es necesario calcular el parámetro  $a_0$ , ecuación (3.11). Para ello, es necesario elegir un valor del umbral de crecimiento,  $K_{th}$ , y del límite de fatiga,  $\sigma_f$ . Entre los valores umbrales mostrados en la tabla 4.4, se escogerá un valor intermedio de  $2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . El aluminio no presenta un límite de

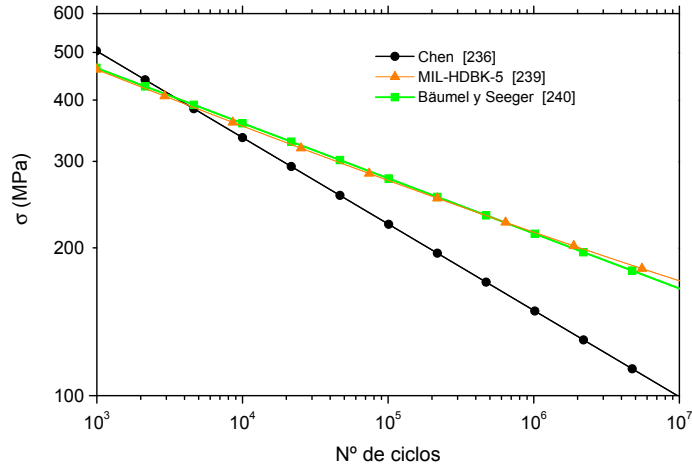


Figura 4.6: Curva  $S - N$  del aluminio Al7075 T6 según tres fuentes distintas, tabla 4.2.

fatiga definido en torno a  $10^6$  ciclos como los materiales férreos, lo que significa que habrá de escogerse un límite de fatiga para un número determinado de ciclos. En principio se escoge el valor de la curva [240] para  $10^6$  ciclos, es decir, 216 MPa. Estos dos valores son la parte positiva del umbral y el límite de fatiga para  $R = -1$ . Se puede hacer un análisis de la influencia de estos factores variando tanto el umbral de crecimiento como el límite de fatiga para tener un valor mínimo y máximo de  $a_0$ . Estos valores se muestran en la tabla 4.7. La primera opción de la tabla es la ya mencionada, la segunda se obtiene a partir del valor mínimo de  $K_{th}$  de la tabla 4.4, y la tercera se obtiene del valor máximo de  $K_{th}$  encontrado y del límite de fatiga según [240] para  $10^7$  ciclos.

Tabla 4.7: Valores escogidos de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ . Parte positiva para  $R = -1$ .

Opción	$K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\sigma_f$ (MPa)	$a_0$ ( $\mu m$ )
1	2.5	216	42.6
2	2.2	216	33
3	2.75	166	87.4

Finalmente, aplicando el método de la distancia crítica a los ensayos que acabaron con la rotura de la probeta, tabla 4.5, se obtienen los resultados mostrados en la figura 4.7. Dicha figura muestra los resultados para los cuatro criterios de fatiga multiaxial mencionados y los tres valores de  $a_0$ , según la tabla 4.7.

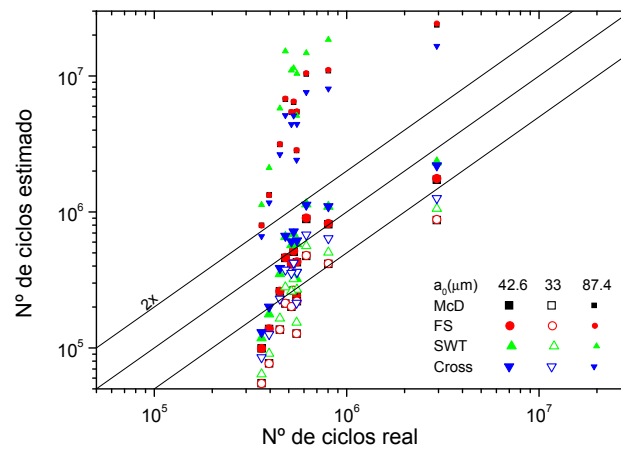


Figura 4.7: Estimaciones de vida sobre los ensayos que fallaron según el método de distancia crítica con cuatro criterios distintos de fatiga multiaxial y tres valores distintos de  $a_0$ .

A simple vista se observa que el criterio de McDiarmid y el de Fatemi-Socie producen el mismo resultado. También se aprecia que el valor de  $a_0$  escogido puede tener una gran influencia sobre el resultado.

Para una determinación más objetiva y resumida de qué opción produce mejores resultados con una dispersión menor es necesario recurrir a parámetros estadísticos. Para ello, en cada ensayo se calcula el cociente entre la estimación de vida y la vida real obtenida experimentalmente,  $c_i$ . A estos cocientes se les puede calcular el valor medio y la desviación típica. Sin embargo, las vidas en fatiga se suelen representar por una distribución logarítmico-normal, por lo tanto se calculará la media y desviación típica sobre los logaritmos de los cocientes entre las

vidas estimadas y las reales. Finalmente, los parámetros mostrados serán los anti-logaritmos de dicha media y desviación típica. A partir de este punto, siempre que se hable de valores medios y dispersión en la estimación de la vida se referirá a los calculados según la ecuación (4.3). Aplicando esta metodología a los datos presentados en la figura 4.7, se obtienen los resultados de la tabla 4.8.

$$c_i = \frac{N_i \text{ estimada}}{N_i \text{ real}}$$

$$\bar{c} = 10^{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log c_i} \quad (4.3)$$

$$Desv = 10^{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\log c_i - \log \bar{c})^2}}$$

Tabla 4.8: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales obtenidas en los ensayos que terminaron en rotura, gráfica 4.7.

$K_{th}$ ( $\sqrt{\text{m}}$ )	$\sigma_f$ (MPa)	McD		FS		SWT		Cross	
		med	disp	med	disp	med	disp	med	disp
2.5	216	0.67	1.65	0.67	1.66	0.89	1.70	0.93	1.64
2.2	216	0.35	1.60	0.35	1.61	0.42	1.63	0.56	1.59
2.75	166	8.01	1.89	8.08	1.90	13.97	2.03	6.36	1.81

Al igual que en la gráfica, se observa que el valor del parámetro  $a_0$  influye notablemente en el resultado, obteniéndose los mejores resultados en los cuatro criterios con la primera opción elegida,  $a_0/2=21 \mu\text{m}$ . Además, tiene la ventaja de que son unas estimaciones conservativas. Los criterios de McDiarmid y Fatemi-Socie dan el mismo valor medio aunque la dispersión de Fatemi-Socie es ligeramente superior. De entre los cuatro criterios analizados, con el que se obtienen mejores resultados es el de Crossland, incluso en el sentido de que le afecta menos la variación del parámetro  $a_0$ . Las mayores diferencias entre un criterio y otro son de un 60%.

Este método se puede aplicar también a los ensayos que fueron detenidos antes de producirse el fallo, tabla 4.6. Al igual que con los ensayos que sí fallaron, se evalúan las tensiones a una profundidad de  $a_0/2$  y mediante la curva  $S - N$  se determina si la probeta falla o no, y en caso afirmativo cuándo. Si la curva  $S - N$  utilizada no presenta un límite de fatiga, como es este caso, entonces las

vidas estimadas con este método serán siempre finitas. Las estimaciones de vida se muestran en la gráfica 4.8. En este caso, los valores medios y las desviaciones típicas, definidas según la ecuación (4.3), se calculan utilizando los cocientes entre vida estimada y número de ciclos al que se detuvo el ensayo, tabla 4.9.

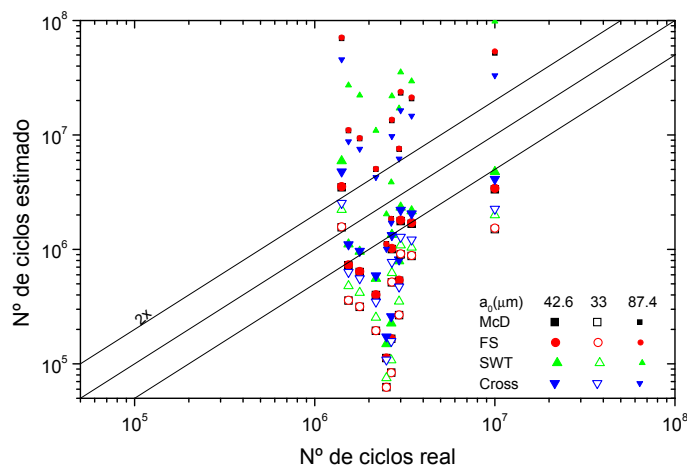


Figura 4.8: Estimaciones de vida sobre los ensayos que se pararon antes del fallo según el método de distancia crítica con cuatro criterios distintos de fatiga multiaxial y tres valores distintos de  $a_0$ .

Tabla 4.9: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales obtenidas en los ensayos que fueron interrumpidos antes de la rotura, gráfica 4.8.

$K_{th}$ ( $\sqrt{m}$ )	$\sigma_f$ (MPa)	McD		FS		SWT		Cross	
		med	disp	med	disp	med	disp	med	disp
2.5	216	0.29	2.99	0.30	3.01	0.42	3.13	0.41	2.85
2.2	216	0.15	2.88	0.15	2.89	0.19	2.95	0.24	2.74
2.75	166	3.99	3.52	4.04	3.54	8.11	3.91	3.07	3.19

Al igual que con el grupo de ensayos que fallaron, tanto la gráfica como la tabla muestran que los criterios de McDiarmid y Fatemi-Socie dan los mismos resultados y que el de Crossland da mejores resultados en valor medio y dispersión.

Comparando los resultados sobre las probetas rotas y no rotas, se observa que en estas últimas la dispersión es bastante más alta. Además, la vida estimada está muy por debajo del número de ciclos al que se paró el ensayo, excepto para la opción 3, aunque ya se vio que esta opción proporcionaba unos resultados considerablemente peores que las otras dos al aplicarla sobre los ensayos que fallaron. También se observa que en los ensayos que no fallaron se pueden tener tensiones en  $a_0/2$  más altas que en los que sí fallaron. Idealmente, el método de la distancia crítica debería estimar unas vidas infinitas, o al menos más altas que las experimentales, en este grupo de ensayos, sin embargo sucede al contrario.

Estos resultados se pueden analizar desde otro punto de vista. Originalmente, este método de distancia crítica se desarrolló con objeto de determinar si en la probeta se producía o no el fallo. Para ello, se comparaba la tensión en  $a_0/2$  con el límite de fatiga. Siguiendo este mismo procedimiento en los ensayos de fretting que se están analizando, habría que comparar el número de ciclos estimado con el límite de fatiga empleado en cada caso. Esto quiere decir que en los casos de  $a_0 = 42.6 \mu\text{m}$  y  $a_0 = 33 \mu\text{m}$  habría que comparar con  $10^6$  ciclos y en el caso de  $a_0 = 87.4 \mu\text{m}$  con  $10^7$ . De la gráfica 4.8 se puede concluir que con los dos primeros valores de  $a_0$ , en la mayoría de los ensayos la vida estimada es menor que el límite de fatiga, es decir, se prediría que fallan. Con la tercera opción,  $a_0 = 87.4 \mu\text{m}$ , se predice el fallo en la mitad de los ensayos salvo con el criterio de fatiga multiaxial SWT donde se estima que 9 de los 11 ensayos no fallan. Desde este punto de vista los resultados parecen algo mejores aunque siguen sin ser suficientemente buenos.

Por uno u otro camino se muestra que este método no funciona bien con los ensayos que fueron interrumpidos. Además, se comprueba que las vidas estimadas tanto en los ensayos que sí fallaron como en los interrumpidos son del mismo orden, con lo que este método no es capaz de establecer una diferencia de comportamiento entre unos y otros. Esta diferencia puede estar tanto en el nivel de tensiones, como en la evolución de las mismas frente a la longitud de grieta o en los dos factores a la vez. Esta distribución de tensiones se puede representar en función



de la profundidad, en concreto la amplitud de tensiones normales en la dirección  $x$ , dirección de aplicación de la carga. La figura 4.9 muestra dicha distribución en los ensayos que acabaron en rotura, y la figura 4.10 en los ensayos detenidos. También se han representado los tres valores de  $a_0/2$  empleados. La distribución de tensiones es parecida en una gráfica y otra, razón por la cual las vidas obtenidas se encuentran en el mismo rango. Las vidas estimadas dependen de la profundidad a la que se evalúen las tensiones, hasta el punto de que la vida estimada de un ensayo puede ser mayor o menor que la de otro en función de esta profundidad. De hecho, en las figuras 4.9 y 4.10 se pueden encontrar múltiples ejemplos de este comportamiento.

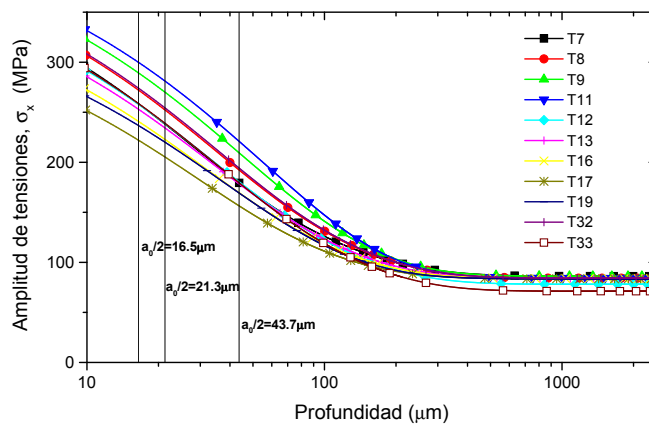


Figura 4.9: Evolución del rango de tensiones con la profundidad en los ensayos que fallaron.

Hasta el momento se puede concluir que, con el  $a_0$  adecuado, este método predice la vida de forma razonable en los ensayos analizados de vida finita. Sin embargo, no es capaz de reflejar el comportamiento cuando en los ensayos se alcanza un alto número de ciclos, como en los ensayos analizados que fueron interrumpidos sin alcanzar el fallo. Habrá que comprobar si en otros ensayos, con otras geometrías,

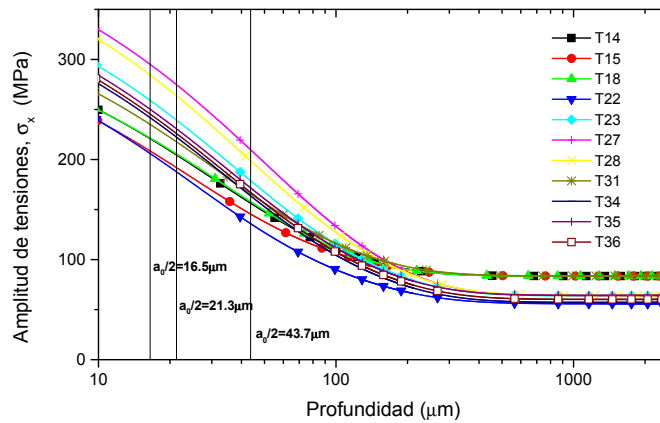


Figura 4.10: Evolución del rango de tensiones con la profundidad en los ensayos que se pararon antes del fallo.

materiales, etc. se comportaría igual.

### 4.3. Métodos de propagación

#### 4.3.1. Propiedades mecánicas

El método aquí aplicado es muy diferente al anterior y ya fue explicado en el apartado 3.2.2. En este caso, se calculará la propagación por medio de la mecánica de la fractura desde una longitud inicial utilizando las distintas leyes de propagación descritas.

En la aplicación de estos métodos para estimar la vida en ensayos reales se tomará el punto de máxima tensión en la superficie como lugar de inicio de la grieta. Se supondrá que la grieta crece perpendicularmente a la superficie. En lugar de propagar la grieta desde la superficie, con lo que se obtendría siempre una vida infinita, se define una longitud de grieta inicial. Teniendo en cuenta que el material de las probetas es Al 7075 T6, se tomará la longitud inicial igual a

5  $\mu\text{m}$ , [232].

Se pueden encontrar diferentes valores de los parámetros de la ley de Paris para este aluminio, algunos de los cuales se muestran en la tabla 4.3. En la figura 4.11 se han representado estas curvas, además de la velocidad de crecimiento de grieta obtenida para este aluminio por Bu y Stephens [243], donde incluso se observa el umbral de crecimiento de grieta larga. Así mismo, se incluye una curva propuesta por Lankford [232] que representa el caso límite de crecimiento de grietas cortas, que como es sabido, a igualdad de  $\Delta K$  y para valores bajos crecen más rápido que las grietas largas.

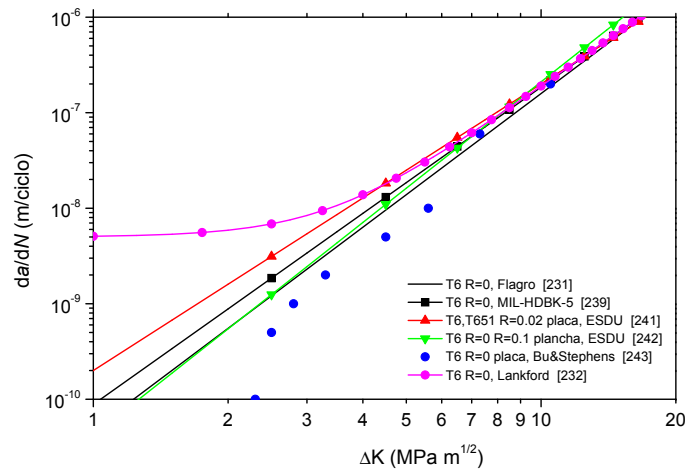


Figura 4.11: Velocidad de crecimiento de grieta del aluminio Al 7075 según distintas fuentes. Tratamientos T6, T651.

Tal como se explicó en el capítulo 3, la mayor parte de las leyes de propagación empleadas en esta tesis se basan en la ley de Paris, modificada según las distintas variantes. Por lo tanto, habrá que escoger una ley de Paris entre las mostradas en la figura 4.11. La escogida es la obtenida en [239], representada por cuadrados en la figura, que presenta un comportamiento intermedio entre las otras.

Otro tema comentado en el capítulo 3 es la relación de aspecto de la grieta,

$a/c$ , la cual es necesario calcular para obtener el factor de intensidad de tensiones (FIT). En la fase inicial del crecimiento, la tensión en la superficie se mantiene aproximadamente constante en la dirección perpendicular a la de aplicación de la carga, figura 2.24, mientras que disminuye rápidamente con la profundidad, figura 2.23. Este hecho implica una grieta con forma achatada. Esto se ha comprobado en análisis como el mostrado en la figura 4.5, donde la relación de aspecto es del orden de 0.5 cuando la grieta es pequeña. Sin embargo, esta relación aumenta cuando la grieta crece y se aleja de la influencia de las fuerzas del contacto. Experimentalmente se ha comprobado que aproximadamente tiende a una relación de  $a/c = 0.9$ . Numéricamente se puede obtener que la relación de aspecto a la que tiende una grieta semielíptica en una probeta de sección cuadrada sometida a carga axial varía entre 0.88 y 0.84. Por lo tanto, se usará una relación de aspecto que se ajuste a estos valores: 0.5 en la superficie y 0.9 en la longitud final de grieta, variando de forma cuadrática. Para esta longitud final de grieta se ha escogido la mitad del espesor de la probeta por varios motivos. En primer lugar, cuando la grieta llega a esta profundidad, la velocidad de crecimiento de la misma es tal que cualquier incremento de su longitud se produce en un número de ciclos que se puede considerar despreciable. En segundo lugar, las expresiones utilizadas para calcular el FIT sólo son válidas hasta esta profundidad. Por último, si la longitud de la grieta es igual a la mitad del espesor, entonces la grieta vista en la superficie ya habrá llegado al borde de la probeta. A partir de este punto la configuración de la grieta sería distinta, dejando de ser válida la expresión del FIT utilizada hasta el momento.

Como se ha indicado anteriormente, en algunas de las variantes aquí mencionadas se emplea la constante  $a_0$ , que depende de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ . En la literatura se han encontrado distintos valores para el umbral, desde 2.2 hasta  $2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . En cuanto al límite de fatiga, dado que este material no presenta un límite definido, se toma la tensión correspondiente a un número de ciclos que habrá que definir. Con objeto de escoger unos valores para estos parámetros dentro del rango men-

cionado, se hace un análisis previo. Para ello, se representa la evolución del FIT de todos los ensayos, separados en dos gráficas, una para los que terminaron en rotura y otra para los detenidos antes del fallo, 4.12 y 4.13 respectivamente. En estas gráficas también se incluye la evolución del umbral de crecimiento modificado según la ecuación:

$$K_{th} = K_{th\infty} \sqrt{\frac{a}{a + a_0}} \quad (4.4)$$

con tres conjuntos de valores de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ , tabla 4.10. Los dos primeros tienen un  $K_{th}$  intermedio entre los posibles valores de la tabla 4.4. Se diferencian en que el primero usa el límite de fatiga para  $10^6$  ciclos y el segundo para  $10^7$  ciclos. La tercera opción emplea el valor mínimo del umbral según la tabla 4.4 y el límite de fatiga para  $10^6$  ciclos.

Tabla 4.10: Valores escogidos de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ . Parte positiva para  $R = -1$ .

$K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\sigma_f$ (MPa)	$a_0$ ( $\mu\text{m}$ )
2.5	216	42.6
2.5	166	72.2
2.2	216	33

En estas figuras, 4.12 y 4.13, se puede apreciar la diferencia en el valor del FIT entre los dos grupos de ensayos. Se observa cómo en algunos ensayos el valor del FIT se hace menor que el valor del umbral de crecimiento, esto indica que para ese ensayo se prediría una vida infinita, ya que en dicho punto la velocidad de crecimiento es nula. Por lo tanto, una variación del umbral deseable sería la que esté en todo momento por debajo del FIT en los ensayos terminados en rotura y que en algún punto sea mayor que el FIT en los ensayos detenidos sin que hubieran fallado. La elección del umbral y el límite de fatiga no es sencilla, pero posiblemente la que dé mejores resultados en el conjunto de todos los ensayos, los que fallaron y los que no, es la segunda opción de la tabla 4.10. Por ello, en las estimaciones de vida se empleará un umbral de  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{m}$  y un límite de fatiga de  $\sigma_f = 166 \text{ MPa}$ .

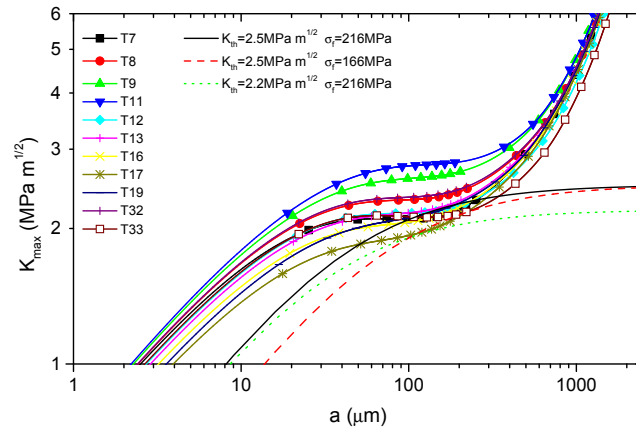


Figura 4.12: Factor de intensidad de tensiones máximo en función de la longitud de la grieta para los ensayos terminados en rotura.

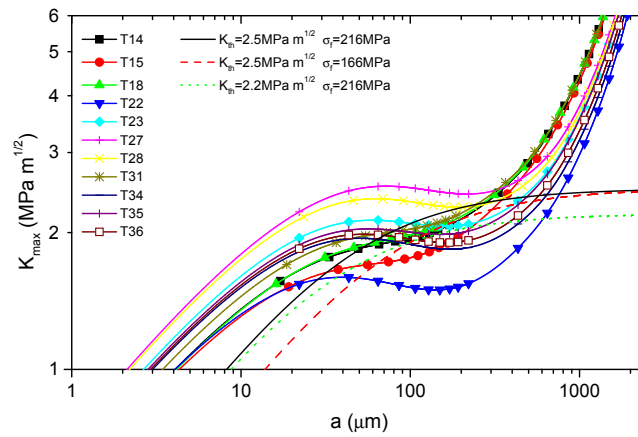


Figura 4.13: Factor de intensidad de tensiones máximo en función de la longitud de la grieta para los ensayos detenidos antes del fallo.

### 4.3.2. Estimación de vida en los ensayos terminados en fractura

En este apartado se aplican las distintas leyes de propagación a los once ensayos que terminaron con la rotura de la probeta, tabla 4.5. Para hacer más cómoda la presentación de los resultados a la hora de hacer referencia a las distintas leyes de propagación aplicadas en este apartado, se van a emplear una serie de abreviaturas, tabla 4.11. Conviene recordar que la primera ley expuesta era la ley de Paris y las restantes eran modificaciones hechas sobre ésta. Por otro lado, cuando en la tabla se hace referencia a la versión 1, se refiere a que en la ley de crecimiento la diferencia entre el FIT y el umbral está elevada al exponente  $n$ ,  $(K - K_{th})^n$ . Cuando se refiere a la versión 2, el FIT y el umbral están elevados cada uno por separado al exponente  $n$ ,  $K^n - K_{th}^n$ . Además, en la tabla también se muestra la referencia a la ecuación correspondiente a cada una de las leyes empleadas.

Aplicando este conjunto de leyes a los datos experimentales se obtienen una serie de resultados que se muestran en las tablas 4.12 y 4.13. Al igual que se hizo en el apartado anterior, se muestran en la tabla 4.14 los valores medios y dispersión de los cocientes entre vidas estimadas y reales calculados según la ecuación (4.3). Con objeto de obtener la máxima información y no desvirtuar estos resultados resumidos, los valores medios y las desviaciones se calculan sobre los ensayos en los que se predice una vida finita. Además, para completar esta información, en otra fila de la tabla 4.14 también se incluye el número de ensayos en los que se predice vida finita.

De estas tres tablas se pueden obtener varias conclusiones. Entre los dos grupos de leyes de crecimiento denominadas como versión 1 y versión 2, la primera genera unos resultados inaceptables teniendo en cuenta que en la mayor parte de los ensayos se predice vida infinita y en los que predice vida finita, ésta es del orden de 1000 veces mayor que la real. En cuanto a la llamada versión 2, salvo para  $L2$ , se tienen unas estimaciones bastante cercanas a la realidad, entre 1.5 y 2 mayor, y con desviaciones no muy altas. Entre ellas destacan  $UH2$  y  $KH2$  porque predicen

Tabla 4.11: Abreviaturas de las distintas leyes de crecimiento empleadas.

Abreviatura	Ley de propagación	Ecuación
P	Ley de Paris	(3.40)
L1	Comportamiento como grieta larga, versión 1	(3.43)
L2	Comportamiento como grieta larga, versión 2	(3.44)
UH1	Modificando el umbral según Haddad, versión 1	(3.47)
UH2	Modificando el umbral según Haddad, versión 2	(3.48)
UV1	Modificando el umbral según Vallellano, versión 1	(3.52)
UV2	Modificando el umbral según Vallellano, versión 2	(3.53)
KH1	Modificando el FIT según Haddad, versión 1	(3.54)
KH2	Modificando el FIT según Haddad, versión 2	(3.55)
KV1	Modificando el FIT según Vallellano, versión 1	(3.56)
KV2	Modificando el FIT según Vallellano, versión 2	(3.57)
H1	Modificando la longitud de grieta, versión 1	(3.58)
H2	Modificando la longitud de grieta, versión 2	(3.59)
C	Comportamiento límite de grietas cortas	figura 4.11

Tabla 4.12: Número de ciclos reales y estimados en los ensayos que terminaron con el fallo de la probeta (1).

Ensayo	Real	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1
7	480000	$\infty$	$1.04 \cdot 10^{10}$	$\infty$	$6.04 \cdot 10^9$	$\infty$	$\infty$
8	449500	$\infty$	$1.61 \cdot 10^8$	$\infty$	$9.81 \cdot 10^7$	$\infty$	$\infty$
9	395000	$\infty$	$2.73 \cdot 10^7$	$3.93 \cdot 10^8$	$1.72 \cdot 10^7$	$3.59 \cdot 10^8$	$3.64 \cdot 10^9$
11	361000	$\infty$	$1.61 \cdot 10^7$	$8.64 \cdot 10^7$	$1.05 \cdot 10^7$	$7.96 \cdot 10^7$	$1.61 \cdot 10^8$
12	551000	$\infty$	$2.57 \cdot 10^9$	$\infty$	$1.57 \cdot 10^9$	$\infty$	$\infty$
13	530000	$\infty$	$7.42 \cdot 10^8$	$\infty$	$4.34 \cdot 10^8$	$\infty$	$\infty$
16	803000	$\infty$	$5.55 \cdot 10^9$	$\infty$	$3.14 \cdot 10^9$	$\infty$	$\infty$
17	$2.94 \cdot 10^6$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
19	616500	$\infty$	$1.32 \cdot 10^9$	$\infty$	$7.57 \cdot 10^8$	$\infty$	$\infty$
32	549000	$\infty$	$1.24 \cdot 10^8$	$\infty$	$7.57 \cdot 10^7$	$\infty$	$\infty$
33	516000	$\infty$	$1.00 \cdot 10^{13}$	$\infty$	$6.32 \cdot 10^{12}$	$\infty$	$\infty$



Tabla 4.13: Número de ciclos reales y estimados en los ensayos que terminaron con el fallo de la probeta (2).

Ensayo	Real	P	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2	C
7	480000	476496	$\infty$	$1.89 \cdot 10^6$	$\infty$	$1.11 \cdot 10^6$	$\infty$	$\infty$	144264
8	449500	389805	$\infty$	757274	$\infty$	455898	$\infty$	$\infty$	137258
9	395000	302261	$\infty$	453736	703593	275200	605818	856371	123901
11	361000	273541	$\infty$	383658	502848	237407	431221	477680	120533
12	551000	491805	$\infty$	$1.52 \cdot 10^6$	$\infty$	928491	$\infty$	$\infty$	152961
13	530000	450497	$\infty$	$1.12 \cdot 10^6$	$\infty$	654236	$\infty$	$\infty$	142083
16	803000	498870	$\infty$	$1.76 \cdot 10^6$	$\infty$	$10^6$	$\infty$	$\infty$	145214
17	$2.94 \cdot 10^6$	583332	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	149299
19	616500	483551	$\infty$	$1.33 \cdot 10^6$	$\infty$	750804	$\infty$	$\infty$	142781
32	549000	379198	$\infty$	706912	$\infty$	426491	$\infty$	$\infty$	136007
33	516000	573439	$\infty$	$8.05 \cdot 10^6$	$\infty$	$5.09 \cdot 10^6$	$\infty$	$\infty$	168647

Tabla 4.14: Media y dispersión de los cocientes entre vidas estimadas y reales según las distintas leyes de crecimiento. Número de ensayos en los que se predice vida finita.

Método	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1		
Media	$\infty$	2515	488	1520	448	2027		
Dispersión	-	41.7	2.74	41.5	2.72	8.51		
N°	0	10	2	10	2	2		
Método	P	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2	C
Media	0.72	$\infty$	2.32	1.58	1.39	1.35	1.69	0.24
Dispersión	1.58	-	2.19	1.19	2.21	1.19	1.42	1.72
N°	11	0	10	2	10	2	2	11

vidas finitas en diez de los once ensayos, mientras que  $UV2$ ,  $KV2$  y  $H2$  predicen vidas finitas en solamente dos. Como ya se ha visto, tanto con  $L1$  como con  $L2$  se obtienen vidas infinitas en todos los ensayos, por lo que parece claro que, en lo que respecta a estos ensayos, no se puede utilizar una ley de propagación de grieta larga.

La ley que se ha establecido como un límite superior de la velocidad de crecimiento para cualquier valor del FIT, incluyendo el comportamiento de grietas cortas,  $C$ , predice vidas finitas en todos los casos. Esto se sabía a priori puesto que no tiene un umbral de crecimiento. Sin embargo, las vidas predichas son demasiado conservativas: en torno a la cuarta parte de las vidas reales.

Por último, la ley de propagación que mejores resultados da en todos los sentidos, valor medio, dispersión y número de ensayos en los que se predice vida finita, es la ley de Paris,  $P$ . Con esta ley de propagación tampoco se predicen vidas infinitas porque carece de umbral de crecimiento. La vida estimada está en torno a un 30% por debajo de la real, lo cual es una estimación conservativa, y mejora los resultados de  $UH2$  y  $KH2$ . En cuanto a la dispersión de los mismos, también mejora los de  $UH2$  y  $KH2$ . En cuanto al número de ensayos en los que se predice una vida finita, estas tres leyes de propagación proporcionan casi el mismo resultado. Con  $UH2$  y  $KH2$  sólo se predice vida infinita en el ensayo 17, que falló a los  $2.94 \cdot 10^6$  ciclos, siendo bastante más alta que la del resto de los ensayos. De hecho, según el análisis de propagación realizado, este ensayo se encuentra en el límite entre el fallo y no fallo. Se puede comprobar que incrementando proporcionalmente la carga normal  $N$ , la tangencial  $Q$  y la axial  $\sigma$  un 1.7% y utilizando  $KH2$ , ya se predice una vida finita. Incrementando estas cargas un 2.3%, se predice exactamente la vida observada experimentalmente. Utilizando  $UH2$ , los valores son 1.7% y 3.3%, respectivamente. Teniendo en cuenta que errores del 2 y 3%, cometidos tanto en la medida de tensiones como en el análisis de las mismas, son valores razonables, el resultado del ensayo 17 parece aceptable. En la figura 4.14 se muestran los resultados obtenidos para este grupo de ensayos con algunos de

los métodos empleados.

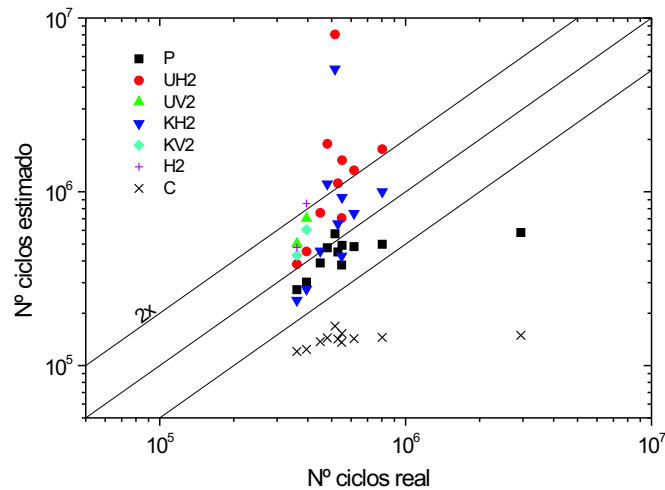


Figura 4.14: Estimaciones de vida sobre los ensayos que acabaron en fallo.

Las diferencias entre los resultados obtenidos al usar un método u otro surgen de la forma de tratar a las grietas cortas. Esto se puede comprobar en la figura 4.15, donde se representa la velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de la misma con las distintas leyes de propagación empleadas en el caso concreto del ensayo 7. Puede comprobarse que hasta una profundidad de unas  $50 \mu\text{m}$ , la velocidad de crecimiento entre una ley y otra puede variar hasta en un factor de 10000. En algunas leyes de crecimiento se predice un crecimiento nulo, es decir, vida infinita, entre  $50 \mu\text{m}$  y  $300 \mu\text{m}$ , mientras que otras leyes sí predicen un crecimiento aunque puede variar en un factor de 100 de una ley a otra. Por último, a partir de grietas de algo menos de 1 mm, las velocidades coinciden, agrupándose por un lado la versión 1 y por otra la 2. Este hecho resalta la importancia de modelar correctamente la fase inicial de la grieta porque, una vez que ha crecido suficientemente, la grieta crece rápidamente y además la velocidad predicha por

cualquiera de estos métodos es muy parecida.

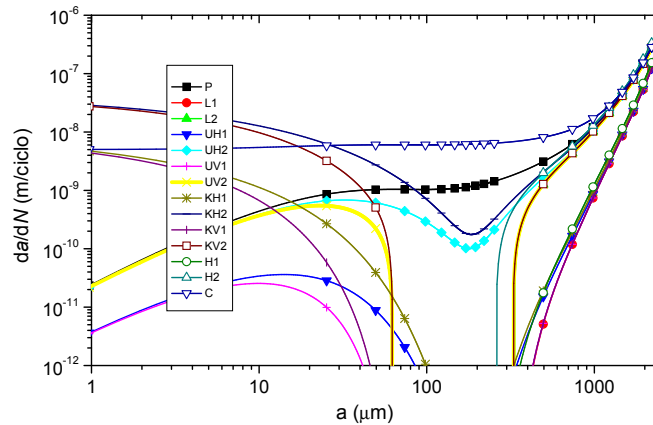


Figura 4.15: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta en el ensayo 7.

### 4.3.3. Aplicación de los métodos de propagación sobre los ensayos interrumpidos

A continuación se analizarán los ensayos que fueron interrumpidos antes del fallo, tabla 4.6. El método se aplica de la misma forma, intentando predecir la vida de la probeta hasta el fallo total. Las grietas existentes en estos ensayos pueden estar paradas o no, por lo tanto, las estimaciones de vida total, ya sea finita o infinita, deberían dar un número de ciclos mayor que el del ensayo. Los resultados se presentan en las tablas 4.15 y 4.16.

La ley de Paris,  $P$ , salvo en el ensayo 22, y la de grietas cortas,  $C$ , predicen vidas muy inferiores al número de ciclos al que se paró el ensayo. Se puede afirmar que ninguna de las dos puede modelar correctamente los ensayos donde el crecimiento de la grieta se ve fuertemente frenado debido, probablemente, a la proximidad del umbral de crecimiento en algún punto de su recorrido.



En la versión 1 de las leyes de crecimiento se obtiene siempre vida infinita o mucho mayor que en el ensayo. En cambio, con la versión 2 se estima vida finita en cuatro ensayos empleando  $UH2$  y  $KH2$ . En tres de ellos, aplicando  $UH2$ , y en los cuatro, aplicando  $KH2$ , la vida total estimada es menor que el número de ciclos al que se detuvo el ensayo, lo cual es una incongruencia. Esto quiere decir que dichas leyes de propagación no generan resultados coherentes en algunos de los ensayos.

Hasta el momento se observa que con las leyes de crecimiento que mejor funcionaban en los ensayos terminados en rotura, se obtienen ahora los peores resultados en el sentido de que predicen en algunos ensayos vidas finitas e incluso menores que el número de ciclos al que se detuvo el ensayo. Esto implica que la mejor opción entre las leyes de crecimiento propuestas tendrá que buscar un compromiso de forma que optimice los resultados en ambos grupos de ensayos. Se puede realizar un estudio con más detalle de estos ensayos interrumpidos, dado que se tienen datos de las longitudes de grieta presentes en seis de ellos, tabla 4.6. Teniendo en cuenta que para el alto número de ciclos que habían experimentado dichos ensayos, entre  $1.5 \cdot 10^6$  y  $10^7$  ciclos, las grietas encontradas eran pequeñas, entre 40 y  $162 \mu\text{m}$ , podría decirse que éstas están paradas o que su velocidad de crecimiento ha disminuido hasta un nivel en el que prácticamente lo están. En este caso, el objetivo consiste en determinar si las distintas leyes de crecimiento son capaces de predecir la existencia de estas grietas (grietas no propagantes) y su longitud. Esto se puede hacer de diversas formas, aunque todas ellas se basan en el mismo hecho: para que una grieta se pare, el FIT debe ser inferior al umbral de crecimiento en algún punto. La longitud de grieta a la que esto sucede sería la longitud de grieta no propagante que se está buscando.

Otra forma de calcular dicha longitud es representando la velocidad de crecimiento en función de la longitud de grieta. Entre todos los ensayos y leyes de crecimiento se pueden dar diferentes casos. En algunos, la velocidad es no nula en todo momento, con lo que la probeta falla y no se estiman grietas no propagantes. En otros, la velocidad de crecimiento es nula ya en el inicio y por lo tanto se predice

vida infinita, pero las grietas ni siquiera se inician. Por último, en otros casos la velocidad es no nula inicialmente pero luego disminuye hasta cero. En estos casos se estaría prediciendo una vida infinita y una longitud de grieta no propagante, es decir, una grieta que se inicia, crece y luego se detiene. La longitud de dicha grieta viene determinada por la profundidad a la que la velocidad se hace nula. Todos estos comportamientos se pueden comprobar en las figuras A.1 a A.14, mostradas en el anexo A, página 217.

Analizando estas gráficas se puede determinar qué métodos y en qué ensayos se predicen grietas no propagantes. En las tablas 4.17 y 4.18, se muestran las longitudes medidas experimentalmente y las estimadas por las leyes de crecimiento que tienen en cuenta el umbral. En el ensayo 18 no se predicen grietas no propagantes con las leyes de crecimiento *UH1*, *KH1* y *UH2*, así que en la tabla se muestra el valor de la longitud de grieta estimada para el número de ciclos aplicados en el ensayo. La ley de crecimiento *KH2* no sólo no predice una grieta no propagante en el ensayo 18 sino que obtiene que la probeta falla con un número de ciclos menor al aplicado realmente. En concreto se estima que con  $1.03 \cdot 10^6$  ciclos se alcanza la longitud de grieta real,  $162 \mu\text{m}$ , y que la probeta falla a los  $2.69 \cdot 10^6$  ciclos.

Tabla 4.17: Longitudes de grieta reales y longitudes de grietas no propagantes estimadas (1).

Ensayo	Ciclos exp.	Grieta exp. ( $\mu\text{m}$ )	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1
14	$3 \cdot 10^6$	53	0	121	41	122	41	0
15	$1 \cdot 10^7$	40	0	63	32	63	32	0
18	$3.45 \cdot 10^6$	162	0	$28^a$	42	$55^a$	42	0
23	$2.19 \cdot 10^6$	65	0	154	66	155	66	0
34	$1.54 \cdot 10^6$	150	0	96	49	96	49	0
35	$2.94 \cdot 10^6$	110	0	124	57	124	57	0
36	$1.78 \cdot 10^6$	150	0	106	52	106	52	0

<sup>a</sup> longitud de grieta estimada para el número de ciclos aplicado en el ensayo

La ley de Paris, *P*, no presenta umbral de crecimiento, por lo tanto, no es

Tabla 4.18: Longitudes de grieta reales y longitudes de grietas no propagantes estimadas (2).

Ensayo	Ciclos exp.	Grieta exp. ( $\mu\text{m}$ )	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2
14	$3 \cdot 10^6$	53	0	122	41	122	41	0
15	$1 \cdot 10^7$	40	0	63	32	63	32	0
18	$3.45 \cdot 10^6$	162	0	$191^a$	42	$-^b$	42	0
23	$2.19 \cdot 10^6$	65	0	155	65	155	65	0
34	$1.54 \cdot 10^6$	150	0	95	49	96	49	0
35	$2.94 \cdot 10^6$	110	0	124	57	124	57	0
36	$1.78 \cdot 10^6$	150	0	106	52	106	52	0

<sup>a</sup> longitud de grieta estimada para el número de ciclos aplicado en el ensayo

<sup>b</sup> vida total estimada menor que el número de ciclos aplicado en el ensayo

capaz de predecir grietas no propagantes. Las leyes  $L1$ ,  $L2$ ,  $H1$  y  $H2$  predicen que la grieta ni siquiera empieza a crecer, lo cual se encuentra en contradicción con los resultados experimentales analizados, donde siempre aparece una grieta, por pequeña que sea. En cuanto al resto de las leyes de propagación, se pueden diferenciar dos grupos de resultados, por un lado se tienen,  $UH1$ ,  $UH2$ ,  $KH1$  y  $KH2$  y por otro lado  $UV1$ ,  $UV2$ ,  $KV1$  y  $KV2$ . Los primeros son los derivados de la aproximación de El Haddad [51] con leyes que modifican, bien el umbral mediante el parámetro

$$\sqrt{\frac{a}{a+a_0}} \quad (4.5)$$

(leyes  $UH1$  y  $UH2$ ), o bien el FIT mediante su inversa (leyes  $KH1$  y  $KH2$ ). Los segundos son los derivados de la propuesta de Vallellano et al. [230], que usan el parámetro

$$\left( \frac{a^f}{a^f + a_0^f - l_0^f} \right)^{1/2f} \quad (4.6)$$

para modificar, bien el umbral (leyes  $UV1$  y  $UV2$ ), o bien el FIT mediante su inversa (leyes  $KV1$  y  $KV2$ ). Entre estos dos grupos, con los primeros se obtie-



nen valores más aproximados. Además, las longitudes de grietas no propagantes obtenidas con ellos, en su mayoría, son algo mayores que los valores obtenidos experimentalmente. Esto tiene sentido si se tiene en cuenta que las grietas encontradas en las probetas podrían haber crecido algo más si no se hubieran interrumpido los ensayos.

La coincidencia de las grietas estimadas en cada uno de estos grupos implica que no influye el que se utilice la versión 1 o la 2 de las leyes de crecimiento. Las dos versiones utilizan el mismo umbral de grieta larga, por lo tanto la condición  $K < K_{th}$  se cumple en el mismo punto. Tampoco influye el que se modifique el umbral de crecimiento o el FIT. Al modificar el umbral con el inverso del parámetro con el que se modifica el FIT, la longitud de grieta en la que se cumple que  $K < K_{th}$  es la misma, dando lugar a la misma longitud de grieta no propagante.

Las gráficas A.4 a A.11 también muestran una diferencia fundamental entre las leyes que modifican el umbral y las que modifican el FIT en la zona de grieta pequeña. En el caso de modificar el umbral, el parámetro que lo modifica, ecuaciones (4.5) y (4.6), es menor que la unidad y nulo cuando la grieta no existe. Para una longitud nula el umbral se anula y la velocidad de crecimiento de la grieta en esos instantes se hace igual a la dada por la ley de Paris. Al crecer la grieta, el umbral irá aumentando desde cero hasta el valor para grietas largas. La velocidad de crecimiento se irá aproximando a la de grietas largas pero en todo momento estará por debajo de la velocidad dada por la ley de Paris. Esto implica que sus estimaciones de vida siempre estarán por encima de las obtenidas con la ley de Paris. Esta evolución se aprecia mejor en la figura 4.15, donde se compara la velocidad de crecimiento para el ensayo 7.

Sin embargo, cuando se modifica el FIT la situación es muy diferente. En este caso, el factor que multiplica al FIT tiende a infinito cuando la grieta es muy pequeña y se va acercando a la unidad cuando la grieta crece. Es decir, en el inicio de la grieta, se tiene un FIT prácticamente nulo multiplicado por un factor muy elevado, lo que da lugar a un FIT modificado finito pero mayor que en el caso de

modificar el umbral. La velocidad de crecimiento en esos instantes será superior a la obtenida modificando el umbral. Posteriormente, la velocidad tenderá a la de grieta larga. Por esta razón, las estimaciones de vida obtenidas modificando el FIT pueden ser mayores o menores que las obtenidas con la ley de Paris pero siempre menores que las obtenidas modificando el umbral.

Otra forma similar de determinar la longitud de grietas no propagantes en el caso de que existan sería representando la longitud de grieta frente al número de ciclos. De esta forma también se puede determinar en qué zona del crecimiento se emplea la mayor parte de la vida. Las figuras 4.16 y 4.17 muestran esta evolución. La figura 4.16 muestra los resultados de aplicar la ley de crecimiento  $KH2$  a todos los ensayos, separados en los que fallaron (a) y los interrumpidos (b). Se puede comprobar la vida estimada en cada ensayo y los ensayos en los que se predice una grieta no propagante. Ésta se detecta porque el número de ciclos de aplicación de carga aumenta pero la longitud no. La figura muestra que el 90 % de la vida se emplea en llegar hasta una profundidad entre 0.5 mm y 1 mm, dependiendo del ensayo. Comparando esta gráfica con la figura A.9 se observa que esta profundidad se encuentra una vez superado el mínimo en velocidad de crecimiento. Por otro lado, en la figura 4.17 se muestran las estimaciones para el ensayo 19 según distintas leyes de crecimiento. Se ha escogido el ensayo 19 porque, además de éste, se realizó un ensayo con las mismas cargas pero interrumpido a los 500000 ciclos. Esta probeta fue analizada y se encontró una grieta cuya profundidad máxima era de 1.26 mm. Así se tienen dos puntos experimentales de la evolución de la grieta que también se representan en la figura 4.17, 1.26 mm a los 500000 ciclos, y 2.5 mm (considerada como longitud final de la grieta) a los 616500 ciclos, momento en el que falló el ensayo 19. Estos resultados indican que la ley de Paris y  $KH2$  son los que modelan mejor este crecimiento. También se ilustra tanto teórica como experimentalmente que la mayor parte de la vida se emplea en generar una grieta de 1 mm. Sin embargo, todas las leyes de propagación predicen este comportamiento, si la vida estimada es finita. Para saber qué ley de

propagación se ajusta más a la evolución real de la grieta habría que hacer ensayos interrumpidos de forma que las grietas existentes fueran menores de  $500\ \mu\text{m}$ .

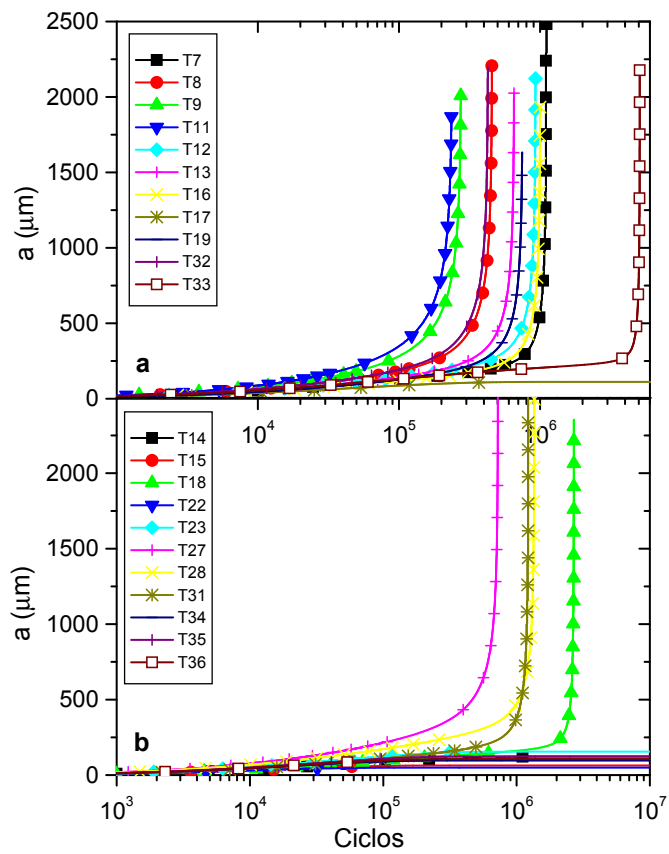


Figura 4.16: Evolución de la grieta en función del número de ciclos según *KH2*; a) fallo; b) no fallo.

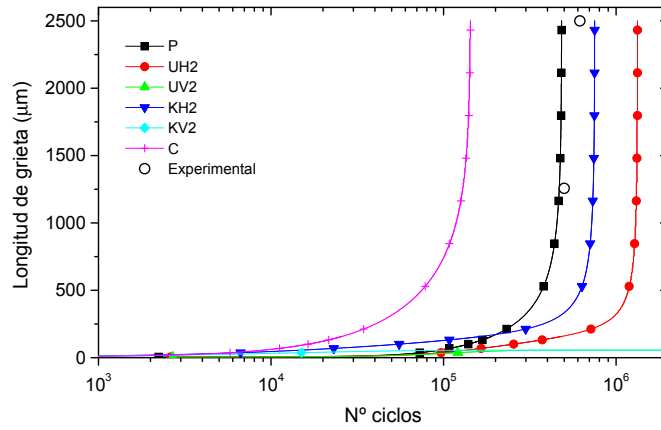


Figura 4.17: Evolución de la grieta en el ensayo 19 con distintas leyes de propagación.

#### 4.3.4. Influencia del tamaño de defecto inicial

Este apartado analiza la influencia del valor de la longitud inicial de grieta sobre el grupo de ensayos que terminó en fractura. Dicha longitud se había tomado igual a  $5 \mu\text{m}$  basado en un tamaño de defecto típico, aunque este valor puede parecer algo arbitrario. Con objeto de estudiar la influencia de este parámetro en este método, se han tomado diversos valores: 5, 25, 50 y  $100 \mu\text{m}$ . El valor del umbral y límite de fatiga utilizados en estos cálculos son, respectivamente,  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 166 \text{ MPa}$ . La tabla 4.19 muestra, para distintas leyes de crecimiento, la media y dispersión de los cocientes entre vida estimada y real. Conviene recordar que estos parámetros se calculan para los ensayos donde se estima una vida finita. Se ha excluido la versión 1 de las leyes de crecimiento en dicha tabla porque ya se ha comprobado que las vidas estimadas con ellas son muy superiores a las reales, ver tabla 4.14. Para que la información sea más completa, también se muestra el número de ensayos para los que se estima una vida finita, frente al total de 11. Este valor es tan importante o más que la media y dispersión para determinar la

bondad de cada método.

Tabla 4.19: Media y dispersión de los cocientes entre vidas estimadas y reales para las distintas leyes en función de la longitud de grieta inicial. Número de ensayos, del total de 11, en los que se predice una vida finita.

Método		$a_{inic} = 5 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$	$50 \mu\text{m}$	$100 \mu\text{m}$
P	Media	0.72	0.65	0.61	0.55
	Dispersión	1.58	1.6	1.61	1.63
	N°	11	11	11	11
L2	Media	$\infty$	$\infty$	1.48	1.51
	Dispersión	-	-	-	1.34
	N°	0	0	1	2
UH2	Media	2.32	2.21	2.14	1.97
	Dispersión	2.19	2.23	2.26	2.32
	N°	10	10	10	10
UV2	Media	1.58	1.49	1.43	1.29
	Dispersión	1.19	1.20	1.21	1.20
	N°	2	2	2	2
KH2	Media	1.39	1.38	1.37	1.31
	Dispersión	2.21	2.21	2.22	2.24
	N°	10	10	10	10
KV2	Media	1.35	1.35	1.33	1.24
	Dispersión	1.19	1.19	1.20	1.19
	N°	2	2	2	2
H2	Media	1.69	1.53	1.35	1.07
	Dispersión	1.42	1.34	1.27	1.15
	N°	2	2	2	2
C	Media	0.24	0.23	0.22	0.21
	Dispersión	1.71	1.71	1.72	1.72
	N°	11	11	11	11

Los resultados muestran que el aumento de la longitud inicial de propagación, desde  $5 \mu\text{m}$  hasta  $100 \mu\text{m}$ , tiene poco efecto entre las distintas leyes de crecimiento. El comportamiento cualitativo es el mismo en todas, es decir, con las leyes de propagación *L2*, *UV2*, *KV2*, *H2* y *C* se obtienen malos resultados y con *P*, *UH2*

y  $KH2$  buenos resultados.

El cambio de la longitud inicial afecta más a  $P$  y a los que modifican el umbral frente a los que modifican el FIT. En los primeros, la vida estimada disminuye en un 18% aproximadamente, mientras que en los segundos disminuye un 7%. La explicación se encuentra en la velocidad de crecimiento mostrada en el anexo A, página 217. Cuando se modifica el umbral, la velocidad de crecimiento cerca de la superficie es mucho menor que cuando se modifica el FIT. Es decir, en este último caso las primeras decenas de micras pesan mucho menos en la vida total.

En la ley de crecimiento  $L2$ , al aumentar la longitud inicial, la propagación comienza desde una zona donde el FIT es mayor que el umbral de grieta larga y se obtiene una vida finita, aunque sólo en dos ensayos. Las leyes  $UV2$  y  $KV2$  mejoran ligeramente sus resultados aunque, siendo buenos los valores estimados, sólo estiman una vida finita en dos de los once ensayos. Las leyes  $UH2$  y  $KH2$  también mejoran ligeramente sus resultados en cuanto a valor medio de las estimaciones, aunque la dispersión aumenta.

La ley de Paris,  $P$ , da buenos resultados, disminuyendo el número de ciclos estimado cuando aumenta la longitud inicial. Es decir, los resultados empeoran al ser las estimaciones de vida conservativas. Además, la dispersión no disminuye sino que aumenta, aunque en una cantidad poco relevante. El resultado se podría mejorar en este caso disminuyendo la longitud inicial, aunque el margen es sumamente estrecho ya que justo en la superficie el FIT es nulo y por lo tanto la propagación de la grieta desde la superficie tendería a infinito.

En el caso de la ley de propagación  $C$ , el valor medio de las estimaciones disminuye con el aumento de la longitud inicial, alejándola todavía más de los valores experimentales. La dispersión también aumenta ligeramente.

## 4.4. Métodos de iniciación-propagación

### 4.4.1. Longitud de iniciación fija

En este apartado se aplica el método de longitud de iniciación fija presentado en el capítulo 3. En él se combina la iniciación y la propagación de la grieta, pero definiendo a priori una longitud fija para separar ambas fases del crecimiento. Para poder aplicar este método es necesario definir dos parámetros. El primero es el punto a partir del cual se calcula el crecimiento de la grieta mediante la mecánica de la fractura,  $x_p$ . El segundo parámetro,  $x_i$ , está relacionado con la profundidad a la que se evalúan las tensiones para estimar la vida de iniciación. El proceso de aplicación del método es el siguiente:

1. Calcular el número de ciclos de propagación de la grieta, desde el  $x_p$  elegido hasta la rotura, para cada ensayo,  $N_p$ .
2. Calcular el número de ciclos de iniciación experimental en cada ensayo restando el número de ciclos de propagación del número de ciclos aplicado en el ensayo,  $N_{i \text{ exp}} = N_f - N_p$ .
3. Buscar en cada ensayo el  $x_i$  donde evaluar las tensiones de forma que se estime exactamente  $N_{i \text{ exp}}$ .
4. Calcular el valor medio de los  $x_i$  obtenidos en el punto anterior y utilizarlo para estimar la vida de iniciación en ellos.

Antes de aplicar este método se definirán una serie de parámetros, criterios de fatiga multiaxial y leyes de crecimiento de grieta que serán necesarios utilizar. Esta metodología, en la que se busca el  $x_i$  que mejor aproxime los resultados experimentales, sólo tiene sentido aplicarla a los ensayos terminados en rotura. En los ensayos interrumpidos antes del fallo de la probeta se podrá estimar la vida total a partir de los valores medios de  $x_i$  obtenidos con los ensayos que sí fallaron. Estos resultados se presentarán al final de este apartado.

En la fase de propagación se utilizarán diferentes valores de  $x_p$  con objeto de estudiar su influencia:  $x_p = 1$  mm,  $x_p = 0.5$  mm y  $x_p = 0.2$  mm. Cabe destacar que este último valor es muy cercano al tamaño medio de la zona de contacto para el grupo de ensayos analizados. En cuanto a la ley de crecimiento utilizada en esta fase, se pueden utilizar las distintas leyes descritas en el apartado anterior. Sin embargo, ya se vio que la velocidad de propagación desde  $x_p = 1$  mm es la misma para cualquier ley utilizada, figura 4.15, por lo que no influiría en este caso. En el otro extremo, la velocidad de propagación desde  $x_p = 0.2$  mm sí se ve influida por la ley de crecimiento utilizada. No obstante, en la fase de propagación solamente se utilizará la ley de Paris,  $P$ . El motivo es que al aplicar otras leyes de crecimiento, se dan casos en los que el número de ciclos de propagación estimado es mayor que el total observado en el ensayo,  $N_p > N_f$ . Esto quiere decir que en la fase de iniciación se debería estimar un número de ciclos negativo para que la vida total estimada fuera correcta, y eso es imposible.

En la fase de iniciación se emplearán cuatro formas distintas de evaluar las tensiones para estimar la vida de iniciación: método de la superficie, del punto, de la línea y del volumen. En el método de la superficie se evalúan las tensiones en la superficie  $x_i = 0$ . En el del punto se evalúan a una profundidad  $x_i$ . En el de la línea se calcula la tensión media a lo largo de una línea de longitud  $x_i$ . En el del volumen se calcula la tensión media en un volumen de dimensión característica  $x_i$ . Cada una de estas cuatro formas dará lugar a valores de  $x_i$  diferentes.

El método del volumen requiere definir qué tipo de volumen emplear (esfera, semiesfera, cubo, etc.) y dónde ubicarlo. Con objeto de dilucidar esta cuestión, se ha calculado la distribución de una tensión equivalente en el plano de simetría del contacto para el ensayo 13, suponiendo que el aspecto de la distribución de tensiones debe ser similar para el resto de los ensayos. Dicha distribución de tensiones se muestra en la figura 4.18, donde  $z$  es la profundidad y  $x$  es el eje de simetría de la superficie de contacto. Tanto  $z$  como  $x$  están adimensionalizadas con el radio de la zona de contacto  $a$ . A la luz de esta figura, parece más conveniente utilizar una



semiesfera centrada en el límite de la zona de contacto,  $x = a$ . La posición de esta semiesfera viene además reforzada por algunos cálculos preliminares en los que las vidas obtenidas al variar la posición de la semiesfera es superior a la obtenida con la posición elegida.

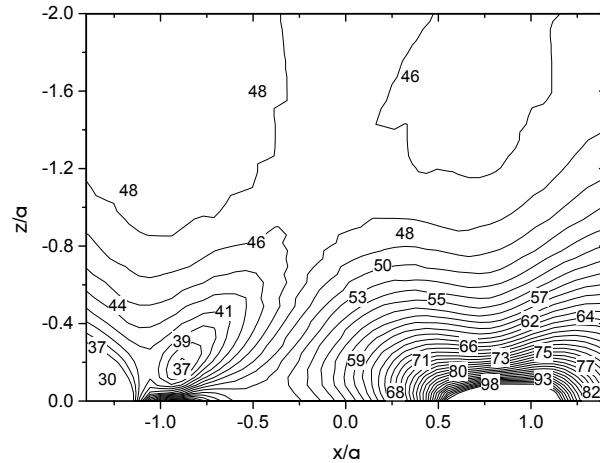


Figura 4.18: Distribución de la tensión equivalente de McDiarmid (MPa) en el plano de simetría del contacto en el ensayo 13.

Por otro lado, al estimar los ciclos de iniciación en un tamaño característico  $x_i$ , ha de usarse algún criterio de fatiga multiaxial. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el apartado 4.2, se utilizarán dos de los cuatro criterios de fatiga multiaxial descritos: McDiarmid y Crossland. Al ser estos dos criterios distintos, el valor de  $x_i$  también será distinto y, por lo tanto, se presentarán los resultados obtenidos con uno y otro por separado.

#### Aplicación del criterio de McDiarmid para la iniciación

La figura 4.19 muestra los valores de  $x_i$  obtenidos para cada ensayo, con las tres longitudes iniciales de propagación,  $x_p$ , diferentes y según el método del punto. Las figuras 4.20 y 4.21 son similares pero usando el método de la línea y del volumen

respectivamente.

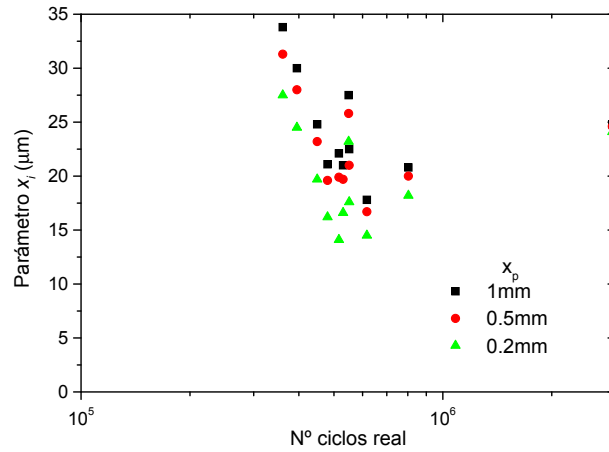


Figura 4.19: Distancia,  $x_i$ , a la que se evalúan las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método del punto.

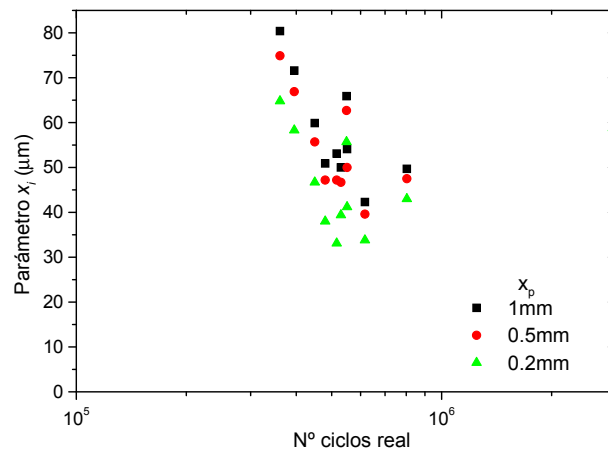


Figura 4.20: Longitud de la línea,  $x_i$ , sobre la que se calcula la media de las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método de la línea.

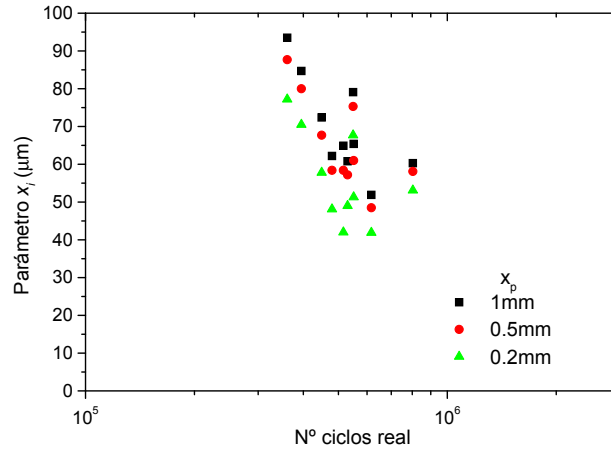


Figura 4.21: Radio de la semiesfera,  $x_i$ , sobre la que se calcula la media de las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método del volumen.

Se puede observar en la figura 4.19 que las distancias,  $x_i$ , obtenidas con el método del punto se encuentran entre  $18 \mu\text{m}$  y  $34 \mu\text{m}$  para un  $x_p = 1 \text{ mm}$  y entre  $14 \mu\text{m}$  y  $27 \mu\text{m}$  para un  $x_p = 0.2 \text{ mm}$ . Estas distancias se encuentran dentro del tamaño de grano, donde las tensiones son todavía considerables. Las distancias obtenidas con el método de la línea son aproximadamente 2.4 veces mayores que con el del punto. La razón es que la longitud tiene que ser mayor, de forma que la tensión media produzca el mismo valor de vida que con el método del punto. Las distancias obtenidas con el método del volumen son aproximadamente 2.9 veces mayores que con el del punto. Se puede observar la diferencia con lo expuesto por Taylor [213] para estimar el límite de fatiga en una entalla, donde se evaluaba la tensión a una profundidad de  $x_i = a_0/2$  en el método del punto,  $x_i = 2a_0$  en el de la línea y  $x_i = a_0$  en el del área, que aquí sería equivalente al del volumen. Los cocientes de estos valores respecto al método del punto serían 4 y 2, en vez de los estimados en estos ensayos de fretting, 2.4 y 2.9, respectivamente. Esto muestra la diferencia entre el comportamiento de las tensiones, y su efecto sobre la fatiga, en

el caso de una entalla y en fretting. Por otro lado, en las tres gráficas se observa una gran dispersión y una ligera tendencia a que la distancia sea menor en los ensayos de más duración. El valor de  $x_i$  a emplear en la estimación de vida será el valor medio de todos los ensayos. Éste se muestra en la tabla 4.20 para los distintos  $x_p$  y para los métodos del punto, línea y volumen.

Tabla 4.20: Valores medios de  $x_i$  en los métodos del punto, línea y volumen y para los distintos  $x_p$ , usando el criterio de McDiarmid.

	$x_p = 1 \text{ mm}$	$x_p = 0.5 \text{ mm}$	$x_p = 0.2 \text{ mm}$
Punto	24.2 $\mu\text{m}$	22.7 $\mu\text{m}$	19.7 $\mu\text{m}$
Línea	58.1 $\mu\text{m}$	54.4 $\mu\text{m}$	46.6 $\mu\text{m}$
Volumen	69.7 $\mu\text{m}$	65.7 $\mu\text{m}$	57.1 $\mu\text{m}$

Con estos valores ya se pueden realizar las estimaciones de vida. Éstas se presentan en las gráficas 4.22, 4.23, 4.24 y 4.25, para los métodos de la superficie, punto, línea y volumen, respectivamente. Los resultados resumidos, valor medio y dispersión de los cocientes entre la vida estimada y la real, de estas cuatro gráficas, se muestran en la tabla 4.21. En este caso, se predice vida finita en todos los ensayos porque en ningún momento se ha empleado un umbral de crecimiento.

Tabla 4.21: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, utilizando el parámetro de McDiarmid.

		superficie	punto	línea	volumen
$x_p = 1 \text{ mm}$	Media	0.057	1.05	1.03	1.04
	Dispersión	1.70	1.63	1.60	1.61
$x_p = 0.5 \text{ mm}$	Media	0.20	1.04	1.03	1.05
	Dispersión	1.71	1.49	1.48	1.48
$x_p = 0.2 \text{ mm}$	Media	0.43	1.02	1.01	1.02
	Dispersión	1.66	1.38	1.38	1.38

La primera conclusión es que las vidas estimadas utilizando el método de la superficie son demasiado cortas. Esto es debido a que las tensiones en la superficie son muy altas, con lo que el número de ciclos es muy bajo. Cuanto menor es la

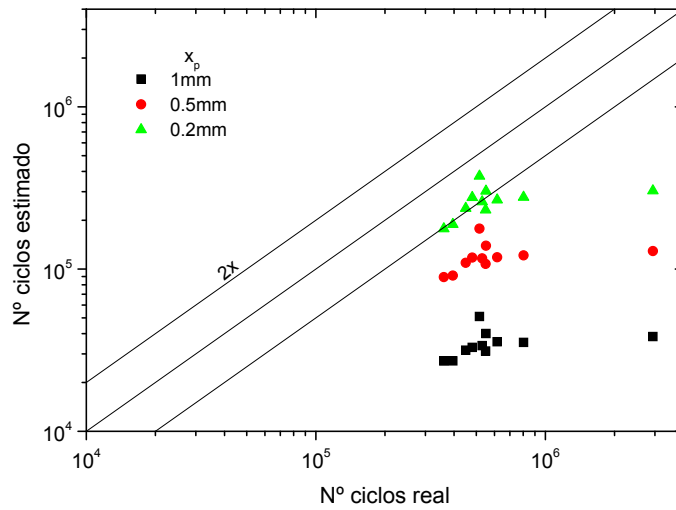


Figura 4.22: Estimaciones de vida en los ensayos que acabaron en fallo con el método de la superficie y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

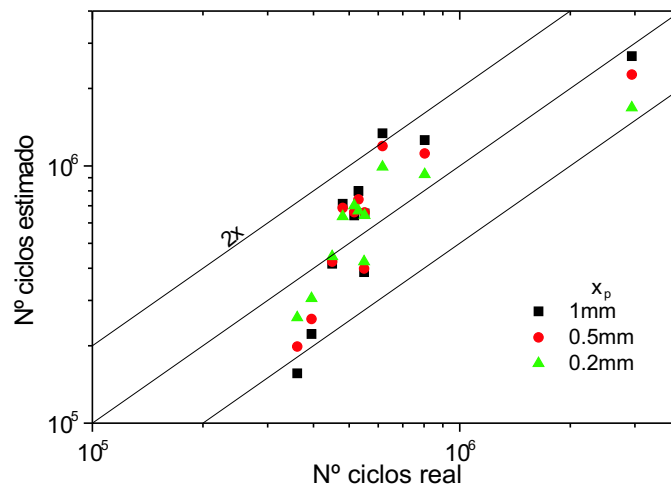


Figura 4.23: Estimaciones de vida en los ensayos que acabaron en fallo con el método del punto y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

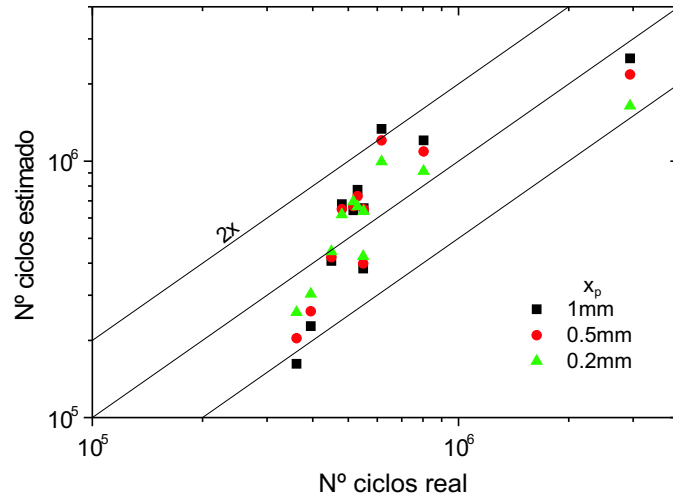


Figura 4.24: Estimaciones de vida en los ensayos que acabaron en fallo con el método de la línea y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

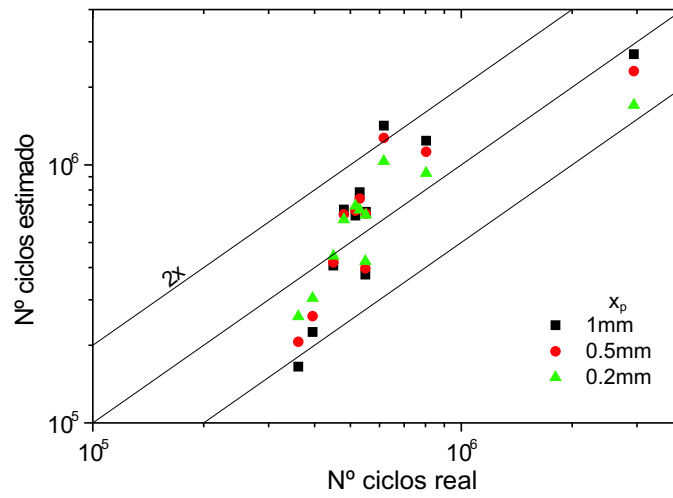


Figura 4.25: Estimaciones de vida en los ensayos que acabaron en fallo con el método del volumen y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

profundidad a partir de la cual se considera propagación,  $x_p$ , mejor es la estimación. Para que este método pudiera estimar bien las vidas,  $x_p$  tendría que ser tan pequeño que se confundiría con un método donde sólo hubiera propagación desde una profundidad pequeña.

Las predicciones del método del punto, línea y volumen son buenas, aunque esto es así por la propia definición del método, donde se utiliza un  $x_i$  medio entre los que estiman exactamente la vida. En estos casos, lo que se busca es que la dispersión sea pequeña. En ese sentido, se puede afirmar que en los ensayos analizados la dispersión es aceptable. Por otro lado, para el mismo  $x_p$ , el punto, media y volumen tienen aproximadamente la misma dispersión de resultados. A medida que  $x_p$  es menor, la dispersión disminuye. Es decir, el haber integrado el crecimiento de la grieta durante un tramo mayor del recorrido de la misma ha mejorado el comportamiento del modelo. Este hecho resalta la dificultad de estimar la vida a fatiga a partir de las tensiones en una pequeña zona cercana a la superficie cuando existen gradientes de tensiones y cuando además, estos gradientes varían de un ensayo a otro. En una primera aproximación, según los resultados obtenidos, una elección razonable para  $x_p$  podría ser el radio de la zona de contacto de los ensayos analizados.

Un factor a tener en cuenta de estos resultados es la fracción de vida que se emplea en iniciación, lo cual es un indicativo de qué fase tiene más peso en la evolución de la grieta y de dónde habría que actuar para una posible mejora del método. Ya se explicó que esta fracción depende de cómo se defina qué es iniciación y qué es propagación. El resultado medio obtenido es el mismo para el método del punto, línea y volumen:  $x_p = 1$  mm, 94% de iniciación;  $x_p = 0.5$  mm, 79% de iniciación, y  $x_p = 0.2$  mm, 55% de iniciación. Es decir, tal como está definida la iniciación, ésta tiene una gran importancia en la vida total. Cualquier cambio en los factores que afectan a esta fase implicará una variación de los resultados. Ésta será tanto menor cuanto menor sea  $x_p$ .

### Aplicación del criterio de Crossland para la iniciación

Todo este proceso se puede repetir utilizando el criterio de Crossland en vez de el de McDiarmid. La elección de este parámetro es debida a que tuvo unos resultados ligeramente mejores al aplicar el método que solamente tiene en cuenta la iniciación de la grieta. Al ser un criterio diferente, será necesario empezar desde el principio calculando los valores de  $x_i$ . En cualquier caso, dado que los resultados de  $x_i$  y su dispersión no son muy diferentes de los calculados usando el criterio de McDiarmid, se expondrán directamente en la tabla 4.22 los valores medios obtenidos.

Tabla 4.22: Valores medios de  $x_i$  en los métodos del punto, línea y volumen y para los distintos  $x_p$ , usando el criterio de Crossland.

	$x_p = 1 \text{ mm}$	$x_p = 0.5 \text{ mm}$	$x_p = 0.2 \text{ mm}$
Punto	21.9 $\mu\text{m}$	20.1 $\mu\text{m}$	16.4 $\mu\text{m}$
Línea	51 $\mu\text{m}$	46.9 $\mu\text{m}$	38.1 $\mu\text{m}$
Volumen	73.3 $\mu\text{m}$	67.7 $\mu\text{m}$	55.8 $\mu\text{m}$

Tabla 4.23: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, utilizando el parámetro de Crossland.

		superficie	punto	línea	volumen
$x_p = 1 \text{ mm}$	Media	0.067	1.05	1.03	1.03
	Dispersión	1.54	1.59	1.57	1.57
$x_p = 0.5 \text{ mm}$	Media	0.21	1.05	1.03	1.03
	Dispersión	1.65	1.47	1.46	1.46
$x_p = 0.2 \text{ mm}$	Media	0.44	1.01	1.01	1.01
	Dispersión	1.64	1.39	1.39	1.39

De la misma forma, las estimaciones de vida son similares a las obtenidas con el criterio de McDiarmid. Por esta razón, se mostrarán solamente los valores medios y la dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, tabla 4.23. Parece existir una ligera mejoría de los resultados en cuanto a dispersión, aunque esta mejoría es menor cuanto menor es  $x_p$ . De hecho, para  $x_p = 0.2 \text{ mm}$  la



dispersión aumenta, aunque tan poco, que puede considerarse que tanto el criterio de McDiarmid como el de Crossland producen el mismo resultado para este valor de  $x_p$ .

### Aplicación a los ensayos interrumpidos

En el proceso de cálculo del parámetro  $x_i$  no era posible incluir los ensayos que fueron interrumpidos sin llegar a la rotura. En cambio, sí se pueden utilizar los  $x_i$  medios anteriormente obtenidos para estimar cuál sería la vida total de estos ensayos y comprobar si es infinita o no, o si al menos es mayor que la de los ensayos. Antes incluso de realizar los cálculos se puede afirmar que siempre se obtendrán vidas finitas. Esto se debe a que la curva de fatiga empleada no tiene límite de fatiga y a que la ley de propagación utilizada es la de Paris, que no modela el umbral de crecimiento. Esta ley de crecimiento fue la única escogida porque se comprobó que con otras leyes que sí incluían un umbral de crecimiento se obtenían en ocasiones vidas de iniciación experimentales negativas. Los resultados resumidos utilizando el criterio de McDiarmid se muestran en la tabla 4.24.

Tabla 4.24: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y los números de ciclos a los que se pararon los ensayos, utilizando el parámetro de McDiarmid.

		superficie	punto	línea	volumen
$x_p = 1 \text{ mm}$	Media	0.02	0.48	0.46	0.44
	Dispersión	2.23	2.85	2.77	3.06
$x_p = 0.5 \text{ mm}$	Media	0.08	0.48	0.47	0.36
	Dispersión	2.38	2.45	2.39	3.03
$x_p = 0.2 \text{ mm}$	Media	0.17	0.46	0.45	0.23
	Dispersión	2.31	2.11	2.09	2.95

En estos casos, se estiman siempre unas vidas que son aproximadamente la mitad del número de ciclos al que se paró el ensayo. La diferencia entre la estimación y la realidad es notable si se comparan los resultados con los del grupo de ensayos que sí fallaron. Esta diferencia sería aún mayor si se tiene en cuenta que

los ensayos interrumpidos, de no haberlos detenido, habrían fallado más adelante o incluso no habrían fallado. La conclusión es que este método no es capaz de predecir cuándo un ensayo no falla o incluso cuándo se ralentiza el crecimiento de la grieta. Las mismas conclusiones se pueden extraer si se emplea cualquier otro criterio de fatiga multiaxial.

#### 4.4.2. Longitud de iniciación variable

Como ya se explicó en el capítulo 3, para aplicar este método no hace falta definir a priori ningún parámetro ni hacer un análisis previo de los ensayos que se van a estudiar. Es necesario saber dónde se inicia la grieta y con qué dirección, y las propiedades mecánicas del material, aunque esto también es necesario en cualquier método de los presentados en esta tesis. De hecho, en todos ellos se ha supuesto que el origen y la orientación es la misma. El punto de inicio se encuentra buscando en la superficie el máximo de algún criterio de fatiga multiaxial, obteniéndose en el límite de la zona de contacto. Experimentalmente se comprueba que efectivamente es en esta zona donde se inicia. En cuanto a la orientación de la grieta, aplicando el método según distintas orientaciones, se obtiene un valor mínimo de la vida estimada cuando la grieta es perpendicular a la superficie. Experimentalmente se comprueba que el ángulo está próximo a esta dirección. Por lo tanto, y al igual que en los métodos anteriores, se supone que la grieta se inicia en el límite de la zona de contacto y perpendicular a la superficie.

Algunas de las leyes de propagación mencionadas necesitan conocer el valor del límite de fatiga y el umbral de crecimiento. Como ya se ha indicado, los valores encontrados en la literatura para estos parámetros varían según la fuente y esto influye en los resultados. En principio, en este apartado se empleará el mismo límite de fatiga y umbral de crecimiento de grietas que en el apartado 4.3, es decir,  $S_f = 166$  MPa y la parte positiva del umbral de crecimiento de grieta larga para  $R = -1$ ,  $K_{th} = 2.5$  MPa $\sqrt{\text{m}}$ . No obstante, también se estudiará la influencia de un cambio en estos parámetros.

Se puede adelantar que los resultados aquí obtenidos son muy parecidos a los que se generaban al considerar exclusivamente la propagación, sin embargo, hay una diferencia fundamental. Al combinar la iniciación con la propagación y buscar un mínimo en la curva de número de ciclos hasta el fallo en función de la longitud de grieta, no se obtienen vidas infinitas. El caso más extremo será aquél en que la grieta no sea capaz de crecer en ningún momento mediante la mecánica de la fractura. En este caso, su vida estará determinada por las tensiones existentes en el punto donde se encuentra el borde de la grieta supuesta cuando alcanza su longitud final, que se ha tomado como la mitad del espesor de la probeta. En este punto la influencia del contacto ha desaparecido y lo que queda es la tensión axial aplicada a la probeta. Si se utiliza una curva  $\epsilon - N$  como la empleada aquí, del tipo  $\epsilon = \sigma_f/E(2N_f)^b$ , la vida, aunque alta, será finita. Es decir, comparando los resultados con los obtenidos al aplicar exclusivamente propagación, cuando en éstos se obtenía vida infinita, en el método de longitud de iniciación variable se obtiene una vida determinada por la curva  $\epsilon - N$  del material y la tensión axial aplicada a la probeta. Estas vidas, en los ensayos analizados, son varios órdenes de magnitud superiores al número de ciclos al que se interrumpieron los ensayos. Con objeto de poder comparar los resultados aquí obtenidos con los de otros apartados, a la hora de calcular los valores medios y dispersiones de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, se considera como vida infinita el que la vida estimada venga determinada por esta curva,  $\epsilon - N$ , y la tensión axial aplicada a la probeta. En las tablas de resultados se refleja el número de ensayos en los que se predice una vida “finita”, según la definición anterior.

Este método sólo es capaz de dar vidas realmente infinitas en un caso muy especial. En este caso, dado que la vida total es la suma de la de iniciación más la de propagación, para cualquier longitud de grieta alguna de las dos (vida de iniciación o bien de propagación) tiene que ser infinita. Tal como se muestra en la figura 3.14, el número de ciclos de iniciación cerca de la superficie es menor que el de propagación, al contrario de lo que sucede lejos de la superficie. Por lo tanto,

para que la vida total sea infinita a cualquier valor de la profundidad, se tiene que cumplir que en la curva de iniciación se llegue al límite de fatiga a una profundidad en la que todavía el FIT sea menor que el umbral de crecimiento. Como la curva de fatiga empleada en estos ensayos no presenta límite de fatiga, en los resultados presentados en esta tesis siempre se estimarán vidas finitas con este método.

Las figuras 4.26 y 4.27 representan dos casos de la aplicación del método de longitud de iniciación variable. En ellas se muestran las curvas de vida de iniciación frente a longitud de grieta,  $N_i$ , y la de número de ciclos de propagación desde cada punto hasta la longitud final,  $N_p$ , tal como se ilustraba en la figura 3.14. También se muestra la suma de las dos,  $N_T$ , que es la vida total y cuyo mínimo determina la vida estimada para el ensayo y la longitud de grieta de iniciación. Cada figura se corresponde con un ensayo diferente y en cada una se utilizan dos leyes de crecimiento distintas,  $P$  y  $KH2$ , y el mismo criterio de fatiga multiaxial, McDiarmid.

La figura 4.26 se corresponde con el ensayo 8 que acabó en rotura. La curva de iniciación es creciente debido a que al aumentar la profundidad las tensiones disminuyen. En cuanto a la curva de propagación, se observa que la debida a  $P$  disminuye con mayor rapidez, la razón es que la velocidad de crecimiento es menor que la debida a  $KH2$  cuando las grietas son cortas. Se comprueba cómo utilizando la ley de propagación de Paris se produce un mínimo en la vida total a una profundidad de unas 5 micras, siendo la vida de iniciación pequeña en comparación con la total. En cambio, con la ley de propagación  $KH2$ , el mínimo se produce prácticamente en la superficie, siendo la vida de iniciación despreciable frente a la total.

La figura 4.27 se corresponde con el ensayo 15 que fue interrumpido a los  $10^7$  ciclos sin haber fallado y al que se le encontró una grieta de  $40 \mu m$ . En esta figura se ha representado la profundidad hasta la mitad del espesor porque el mínimo de la curva de ciclos total para el fallo,  $N_T$ , al emplear  $KH2$  se produce en este punto. En este ensayo, con la ley de Paris se estima una vida más alta, aunque

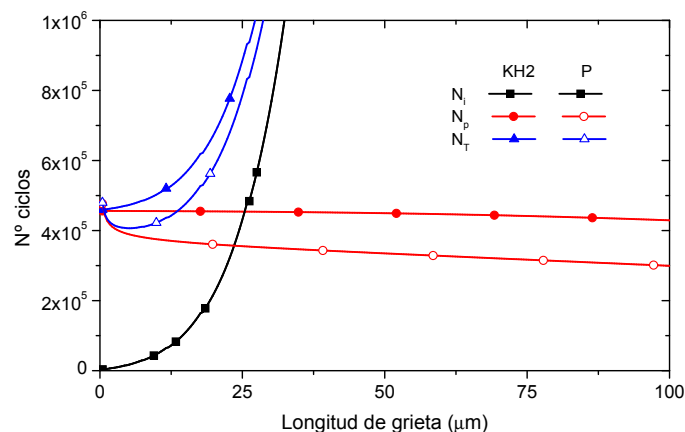


Figura 4.26: Curvas de número de ciclos de iniciación, propagación y total en el ensayo 8 utilizando  $P$  y  $KH2$ , y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

del mismo orden, que en el ensayo anterior. El mínimo del número total de ciclos se produce a una profundidad aproximada de  $2 \mu\text{m}$ . Sin embargo, la realidad es claramente distinta, quedando patente que la grieta, o se paró, o se vio fuertemente frenada. Con la ley de propagación  $KH2$ , el mínimo de la vida total se obtiene a una profundidad que es la mitad del espesor, considerada como la longitud final de la grieta. En la figura se observa que para profundidades menores de  $300 \mu\text{m}$ , el número de ciclos de propagación hasta la rotura es infinito. Esto es porque la velocidad de crecimiento llega a ser nula en esa zona, figura A.9. A partir de  $300 \mu\text{m}$ , el número de ciclos de propagación es finito, aunque mucho menor que el de iniciación que es aproximadamente  $10^{10}$  ciclos. Por ello, el número de ciclos total coincide con el número de ciclos de iniciación a partir de esta profundidad en la figura 4.27 al utilizar  $KH2$ . Por otro lado, la curva de iniciación desciende ligeramente a partir de  $250 \mu\text{m}$ . Esto es debido a que las tensiones llegan a un mínimo alrededor de esta profundidad para luego aumentar, figura 2.23. Por lo tanto, el mínimo del número total de ciclos es  $4 \cdot 10^9$  y se encuentra a la profundidad

de 2.5 mm.

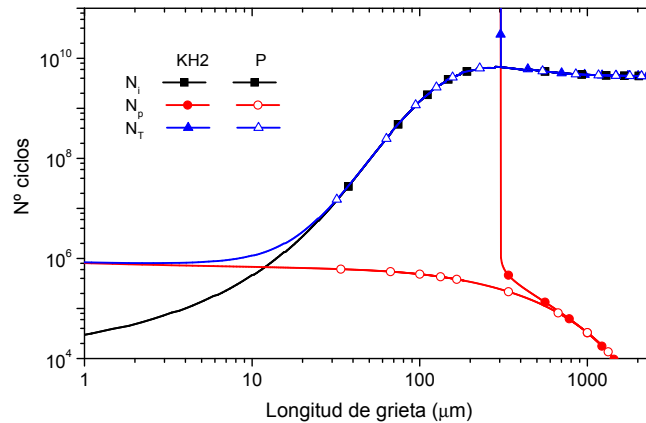


Figura 4.27: Curvas de número de ciclos de iniciación, propagación y total en el ensayo 15 utilizando *P* y *KH2*, y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

### Influencia del criterio de fatiga multiaxial

Con las catorce leyes de propagación utilizadas en otros apartados y los cuatro criterios de fatiga multiaxial se podrían obtener 56 grupos de resultados, aunque solamente se expondrán los más significativos por brevedad. Por ejemplo, de las catorce leyes de crecimiento no se mostrarán los resultados correspondientes a la llamada versión 1, cuyos resultados no son buenos, al igual que cuando se consideraba exclusivamente la propagación.

También se han utilizado los cuatro criterios de fatiga multiaxial aplicados anteriormente, McDiarmid, Fatemi-Socie, Smith-Watson-Topper y el de Crossland. Se han aplicado los cuatro en vez de solamente dos, como en el método de longitud de iniciación fija, porque la aplicación de este método es mucho más rápida y sencilla que el anterior. La influencia de utilizar un criterio u otro en la estimación de vida dependerá de la importancia de la fase de iniciación, que habrá que

determinar. En la tabla 4.25 se muestran los valores medios y desviaciones de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales. Las vidas estimadas son algo mayores a las que se obtuvieron al considerar todo el crecimiento de la grieta como una propagación desde un defecto. La dispersión es la misma.

Respecto al criterio de iniciación, las conclusiones que se pueden obtener de dicha tabla son varias. En primer lugar, en estos ensayos y haciendo un análisis elástico de las tensiones, los criterios de McDiarmid y Fatemi-Socie dan el mismo resultado sea cual sea la ley de propagación. El criterio de Smith-Watson-Topper prácticamente coincide con los dos anteriores salvo en el caso de  $L2$ , donde se obtiene un resultado algo peor. El criterio de Crossland es el que produce resultados más diferentes respecto al resto. A diferencia de cuando se aplicaba el método de iniciación, el criterio de fatiga multiaxial utilizado influye poco en la vida total. La variación en la vida por usar un criterio u otro se encuentra entre un 1% y 4%, dependiendo de la ley de crecimiento. Si se calcula la fracción de vida empleada en iniciación, según este método, se observa que es pequeña, por lo tanto, variaciones en la primera influyen poco en la segunda.

El valor medio de las vidas de iniciación mencionadas y las longitudes de grieta a las que se da ésta se muestra en la tabla 4.26. Dichos valores se han obtenido con los cuatro criterios de fatiga definidos y las ocho leyes de propagación más significativas. Los resultados se pueden agrupar en dos grupos, McD, FS y SWT por un lado y el criterio de Crossland por otro. De forma general, el criterio de Crossland produce longitudes de iniciación menores pero vidas de iniciación mayores. Se observa que la longitud de iniciación y la fracción de vida empleada en esta fase es sensiblemente menor en el caso de  $KH2$  que en  $P$ , por comparar las dos leyes de propagación que producen los mejores resultados. Esta conclusión es lógica, si se tiene en cuenta que la curva de iniciación recoge el comportamiento de la grieta cuando es pequeña. Si en la ley de propagación se mejora el modelo de crecimiento de grietas cortas,  $KH2$ , entonces la curva de iniciación pierde protagonismo en reflejar esta fase del crecimiento, lo cual se ve plasmado en los datos

Tabla 4.25: Media y dispersión obtenidas con las distintas leyes en función del criterio de fatiga multiaxial. Número de ensayos, de un total de 11 que acabaron en fallo, en los que se predice una vida “finita”.

Método		McD	FS	SWT	Cross
P	Media	0.77	0.77	0.77	0.82
	Dispersión	1.55	1.55	1.55	1.53
	Nº	11	11	11	11
L2	Media	5.83	5.83	7.57	5.17
	Dispersión	2.56	2.57	3.02	2.23
	Nº	2	2	2	2
UH2	Media	2.37	2.37	2.37	2.44
	Dispersión	2.17	2.17	2.17	2.15
	Nº	10	10	10	10
UV2	Media	1.60	1.60	1.60	1.64
	Dispersión	1.19	1.19	1.19	1.19
	Nº	2	2	2	2
KH2	Media	1.40	1.40	1.39	1.42
	Dispersión	2.20	2.20	2.20	2.19
	Nº	10	10	10	10
KV2	Media	1.36	1.36	1.36	1.37
	Dispersión	1.19	1.19	1.19	1.19
	Nº	2	2	2	2
H2	Media	1.71	1.71	1.71	1.74
	Dispersión	1.40	1.40	1.40	1.42
	Nº	2	2	2	2
C	Media	0.24	0.24	0.24	0.25
	Dispersión	1.70	1.70	1.70	1.65
	Nº	11	11	11	11



obtenidos. Por el contrario, la fase de iniciación con  $L2$  es la más larga, siendo esta ley de crecimiento la que peor modela el comportamiento de grietas cortas.

Tabla 4.26: Valores medios de la longitud de iniciación y de la fracción de vida empleada en iniciación.

Método		McD	FS	SWT	Cross
P	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	4.5	4.6	4.6	3.1
	% iniciación	5	5	4.9	8.7
L2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	45.5	45.5	45.1	45.7
	% iniciación	56.2	56.1	63	52.6
UH2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	5	5	5	3.4
	% iniciación	2.2	2.1	2.1	3.8
UV2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	6.6	6.6	6.6	5.1
	% iniciación	2.4	2.4	2.4	4.1
KH2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	0.4	0.4	0.4	0.4
	% iniciación	0.7	0.7	0.6	2.3
KV2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	0.4	0.4	0.4	0.4
	% iniciación	0.4	0.4	0.4	1.4
H2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	6.9	6.9	6.7	3.7
	% iniciación	2.7	2.6	2.5	2.8
C	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	0	0	0	0
	% iniciación	1.9	1.9	1.6	6.9

### Influencia del límite de fatiga y del umbral de crecimiento

Ya se ha comentado que con este método de longitud de iniciación variable no es necesario definir dónde termina la iniciación y empieza la propagación, esta división se obtiene como resultado de aplicar el método. Tampoco es necesario hacer un análisis previo de los resultados experimentales para buscar el punto donde analizar las tensiones y así predecir correctamente la vida. Estas dos son ventajas importantes del método de longitud de iniciación variable frente al de longitud de iniciación fija. Por otro lado, no es necesario definir una longitud inicial de grieta como en los métodos que solamente analizan la propagación. Sin embar-

go, en algunas de las leyes de propagación aplicadas aparecen unos parámetros que las modifican e influyen notablemente en los resultados. Estos parámetros son el límite de fatiga y el umbral de crecimiento de grietas largas. A continuación se analizará cómo influye cada parámetro y se mostrarán unos resultados de vidas estimadas, con distintos valores de dichos parámetros, sobre los ensayos que terminaron en rotura.

La variación del límite de fatiga empleado afecta principalmente al valor de  $a_0$ , ecuación (3.11), que aparece en el factor que modifica la ley de crecimiento, ecuaciones (4.5) y (4.6). Para un límite de fatiga menor, el parámetro  $a_0$  es mayor y, por lo tanto, modifica en mayor medida la ley de crecimiento, es decir, se tienen velocidades más altas y vidas más cortas.

La variación del umbral afecta en dos sentidos. Por un lado, esa variación influye directamente en la velocidad de crecimiento para  $\Delta K$  bajos, es decir, la disminución del umbral genera velocidades distintas de cero en una zona más amplia. Por otro lado, el umbral también afecta a  $a_0$ . Una disminución del umbral provoca una disminución de  $a_0$ , es decir, velocidades más bajas y vidas más altas. Estos dos efectos trabajan uno en sentido contrario al otro. Dada la discordancia observada en la literatura sobre el límite de fatiga y el umbral de crecimiento, y con objeto de analizar el efecto sobre las estimaciones de vida de estas propiedades, se ha aplicado este modelo a cuatro combinaciones distintas de estos dos parámetros. El criterio de fatiga multiaxial empleado en todos ellos es el de McDiarmid.

Los valores medios y desviaciones obtenidas de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales se muestran en la tabla 4.27. Se han incluido solamente las leyes de crecimiento en las que aparecen los dos parámetros analizados. Conviene recordar que a la hora de calcular los parámetros estadísticos, se considera vida infinita cuando la vida viene determinada por la curva de iniciación para la tensión axial,  $\sigma$ , aplicada a la probeta, es decir, cuando se tiene una vida varios órdenes de magnitud mayor que la real.

La mayor influencia se observa sobre el número de ensayos en los que se estima

Tabla 4.27: Media y dispersión obtenidas con las distintas leyes en función del límite de fatiga y del umbral de crecimiento. Número de ensayos, de un total de 11 que acabaron en fallo, en los que se predice una vida finita.

Método	$\sigma_f$ (MPa)	216	166	166	216
	$K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	2.5	2.5	2.2	2.2
L2	Media	5.76	5.83	2.81	2.79
	Dispersión	2.55	2.56	1.92	1.92
	N°	2	2	4	4
UH2	Media	2.18	2.37	1.27	1.67
	Dispersión	2.08	2.17	1.51	1.42
	N°	5	10	11	11
UV2	Media	1.90	1.60	2.10	1.58
	Dispersión	1.30	1.19	1.95	1.37
	N°	2	2	6	4
KH2	Media	1.49	1.40	0.79	1.17
	Dispersión	2.05	2.20	1.55	1.43
	N°	5	10	11	11
KV2	Media	1.70	1.36	1.83	1.42
	Dispersión	1.31	1.19	2.00	1.39
	N°	2	2	6	4
H2	Media	2.06	1.71	1.36	1.53
	Dispersión	1.54	1.40	1.44	1.49
	N°	2	2	4	4

una vida finita, y entre todas las leyes de crecimiento la influencia es más alta en las que mejores resultados dan,  $UH2$  y  $KH2$ , variando el número de casos en los que se predice vida finita de 5 a 11. Sin embargo, los valores medios y desviaciones no varían tanto al utilizar unos valores u otros del límite de fatiga y del umbral. Esto significa que la variación de estos parámetros afecta sobre todo a algunos ensayos que pasan de vida finita a infinita, o al contrario. Pero en los ensayos en los que se estima en todos los casos una vida finita, la influencia de los parámetros es mucho menor. Esto parece indicar que algunos ensayos están cercanos a un punto límite donde pequeños cambios en los parámetros de la simulación implican pasar de una vida finita a una infinita o viceversa. En cambio, otros ensayos están lo suficientemente alejados de este límite como para que no se produzcan esos cambios tan señalados en las estimaciones.

De los resultados también se puede deducir que, entre los dos efectos contrarios sobre la vida estimada de la variación de  $K_{th}$ , en general, tiene más peso el efecto directo del umbral que su efecto a través de  $a_0$ . Por lo tanto, un umbral más alto produce vidas más altas, y viceversa.

La figura 4.28 muestra los resultados individuales de las leyes de crecimiento más significativas, con distintos valores del umbral y del límite de fatiga. Las que mejores resultados proporcionan son siempre  $P$ ,  $UH2$  y  $KH2$ . La ley de Paris sin modificar,  $P$ , tiene la ventaja de que no depende de propiedades como  $\sigma_f$  o  $K_{th}$ , y que sus resultados son conservativos. Aunque no es capaz de predecir que por debajo de un nivel determinado de tensiones la vida aumenta enormemente y ésta ya sólo depende de la tensión axial,  $\sigma$ , aplicada a la probeta. Esta consecuencia se entenderá mejor en el siguiente apartado.

## 4.5. Límite de fatiga por fretting

Analizando las estimaciones obtenidas en todos los ensayos, interrumpidos o no, se ha encontrado una diferencia sustancial que divide en dos grupos a los métodos

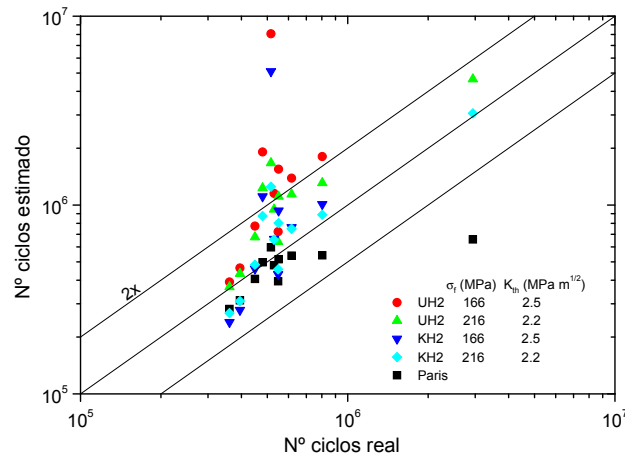


Figura 4.28: Estimaciones de vida con el método de longitud de iniciación variable en los ensayos que acabaron en fallo con distintas leyes de propagación y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

expuestos: los que no son capaces de predecir vidas infinitas, o muy altas, y los que sí. Los primeros (grupo A) son aquéllos que no incluyen ningún umbral para el crecimiento o la iniciación: el método de iniciación, propagación mediante la ley de Paris, longitud de iniciación fija y longitud de iniciación variable con Paris como ley de propagación. Los segundos (grupo B) son aquéllos que sí utilizan un umbral de crecimiento: métodos de propagación y de longitud de iniciación variable con umbral de crecimiento. Éstos son capaces de predecir lo que se podría llamar “límite de fatiga por fretting” (LFF). Este valor establece un límite para las cargas aplicadas en el ensayo por debajo del cuál las fuerzas aplicadas en el contacto ya no influyen en la vida a fatiga de la probeta. Este límite depende de la combinación de fuerzas aplicadas y de la geometría.

Con objeto de mostrar esta diferencia de una forma más clara se han dividido los ensayos realizados en tres grupos distintos. A estos ensayos se han añadido algunos obtenidos por Kirpatrick [244], realizados en el mismo laboratorio, sobre

el mismo material y la misma geometría. Cada uno de los grupos de ensayos mencionados tiene en común dos de las tres cargas independientes aplicadas en los ensayos ( $N$ ,  $Q$  y  $\sigma$ ):

1. El primer grupo tiene la misma carga normal,  $N = 20$  N, y tangencial,  $Q = 15$  N, pero distintos valores de la tensión axial,  $\sigma$ .
2. El segundo tiene en común la tensión axial,  $\sigma = 83.9$  MPa, y la relación entre la carga tangencial y normal,  $Q/N=0.73$ .
3. En el tercer grupo la tensión axial,  $\sigma = 85$  MPa, y la carga tangencial,  $Q = 15$  N, es la misma para todos los ensayos y la que varía es la carga normal,  $N$ .

De esta forma, se puede analizar de forma individual la influencia de cada parámetro sobre la vida. En las gráficas que muestran estos resultados se observará que grandes diferencias en la vida estimada pueden estar provocadas por pequeñas diferencias en la carga aplicada, sobre todo cuando se está cerca del LFF. Esto explica por qué en algunos ensayos, aplicando dos métodos parecidos o variando una pequeña cantidad el umbral de crecimiento, se pasa de obtener una vida finita a una infinita o viceversa.

En las estimaciones de vida realizadas en este apartado se utilizarán solamente algunas de las muchas variantes presentadas en los apartados anteriores, concretamente las más significativas. De esta forma, en el caso del método de iniciación se evaluarán las tensiones a una profundidad de  $a_0/2 = 21 \mu\text{m}$ . En los métodos de propagación se utilizará una longitud inicial de  $5 \mu\text{m}$  y en el caso de que se utilice un umbral,  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 166 \text{ MPa}$ . En el método de longitud de iniciación fija se considerará propagación desde una profundidad de  $x_p = 0.2 \text{ mm}$ , se utilizará el criterio de McDiarmid y se promediarán las tensiones a lo largo de una línea de longitud  $x_i = 46.6 \mu\text{m}$  para la fase de iniciación. Por último, en el método de longitud de iniciación variable se emplea el criterio de McDiarmid en

la fase de iniciación, y en el caso de que se utilice un umbral en la propagación,  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 166 \text{ MPa}$ .

#### 4.5.1. Ensayos con $N=20 \text{ N}$ y $Q=15 \text{ N}$

Para analizar este grupo de ensayos se han representado las vidas obtenidas en esos ensayos frente a la tensión axial aplicada en cada uno. La figura 4.29 muestra estos valores así como las curvas teóricas obtenidas mediante los métodos de estimación de vida del grupo A, es decir, los que no utilizan un umbral de crecimiento. También se incluye la curva de fatiga simple del material, ecuación (4.1), con lo que además se puede comprobar el efecto perjudicial del fretting en este caso concreto. Para una misma tensión axial en la probeta, en los ensayos de fretting analizados se obtienen vidas del orden de 100 veces menor que en fatiga simple. Este efecto se atenúa a medida que la tensión axial es más alta. También se observa que los distintos métodos del grupo A predicen vidas muy similares a partir de los 300000 ciclos. Por debajo de este número de ciclos difieren bastante, siendo el peor el método de iniciación y los mejores el de propagación y el de longitud de iniciación variable. Un hecho notable que distingue a estos métodos de los del grupo B es que ninguna de estas leyes de crecimiento refleja que en los ensayos en los que se aplicó una tensión axial por debajo de 70 MPa, aproximadamente, no se produjo el fallo.

La gráfica 4.30 muestra, además de los ensayos, las estimaciones de vida utilizando los métodos del grupo B, es decir, los que sí utilizan un umbral de crecimiento. En cada uno se especifica la ley de propagación empleada,  $UH2$  o  $KH2$ . A diferencia de los métodos del grupo A, se predicen vidas infinitas o muy altas para tensiones axiales menores de 72 MPa. Este valor sería el límite de fatiga por fretting predicho.

Al modificar el FIT para modelar grietas cortas,  $KH2$ , se obtienen vidas más cortas que cuando se modifica el umbral,  $UH2$ . En los ensayos analizados en esta tesis se obtienen mejores resultados con la primera, aunque para vidas cortas es

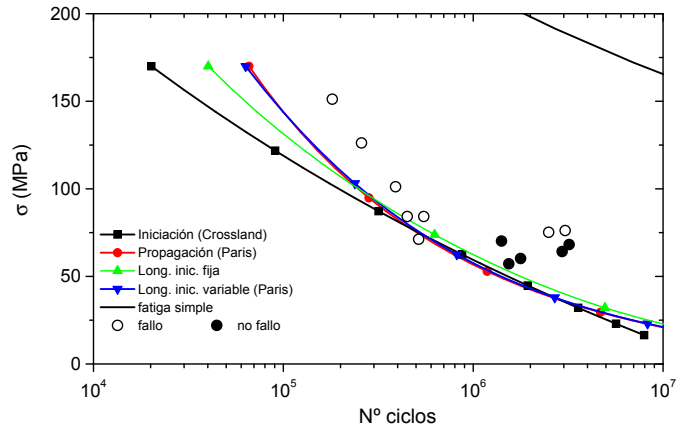


Figura 4.29: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo A;  $N=20$  N,  $Q=15$  N.

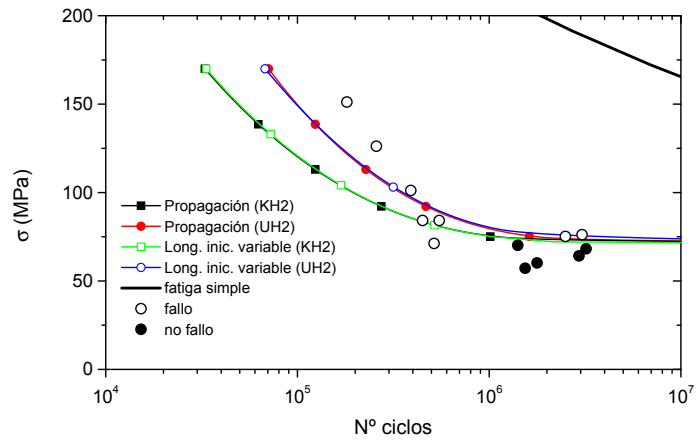


Figura 4.30: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $N = 20$  N,  $Q = 15$  N.



demasiado conservativo. Sin embargo, tanto  $KH2$  como  $UH2$  predicen el mismo límite de fatiga por fretting. La razón es que este límite depende del umbral de grieta larga empleado,  $K_{th}$ , que es el mismo para las dos.

En la gráfica 4.30 se observa que los métodos de propagación y de longitud de iniciación variable dan el mismo resultado. No obstante, se diferencian en que los primeros predicen realmente un límite de fatiga (vidas infinitas por debajo de dicho valor) y los segundos, una vez por debajo del LFF, predicen una vida a fatiga determinada exclusivamente por la tensión axial aplicada a la probeta. Este comportamiento se muestra en la gráfica 4.31, que es igual que la gráfica 4.30 pero representada en un rango de vida más amplio. En la figura se observa que para tensiones axiales menores que el LFF ( $\sim 72$  MPa), las curvas de fatiga simple y longitud de iniciación variable coinciden. Esto quiere decir que, según el método de longitud de iniciación variable incluyendo un umbral de crecimiento, las cargas aplicadas en el contacto no influyen en la vida de la probeta cuando la tensión axial es menor que el LFF y, por lo tanto, la probeta se comporta como si sólo estuviera sometida a la carga axial.

Según el método de longitud de iniciación variable, podrían darse tres situaciones distintas en la zona de alto número de ciclos. Una es la representada en la figura 4.31 donde la curva de fatiga empleada no presenta límite de fatiga y por lo tanto siempre se estiman vidas finitas. Otra posibilidad es que en fatiga simple sí exista un límite de fatiga y que éste sea mayor que el LFF, en cuyo caso la curva estimada por este método para el fretting sería idéntica a la obtenida con los métodos de propagación. La tercera posibilidad es que el límite de fatiga sea menor que el LFF. Este caso podría darse si se utilizara un límite de fatiga como el mostrado en la tabla 4.2 bajo la referencia [239], cuyo valor es 44.9 MPa a un número de ciclos infinito. El resultado de estimar la vida a fatiga en este caso se muestra en la figura 4.32, donde se ha señalado el límite de fatiga por fretting (LFF) y el límite de fatiga simple (LF). Se ha utilizado el método de longitud de iniciación variable con  $UH2$  como ley de crecimiento y el criterio de McDiarmid

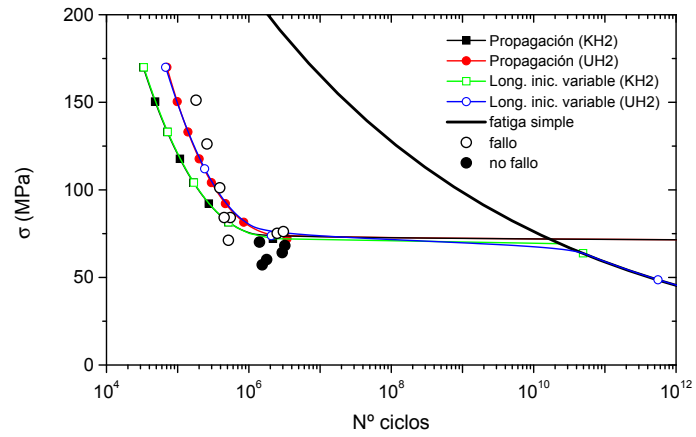


Figura 4.31: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $N = 20$  N,  $Q = 15$  N.

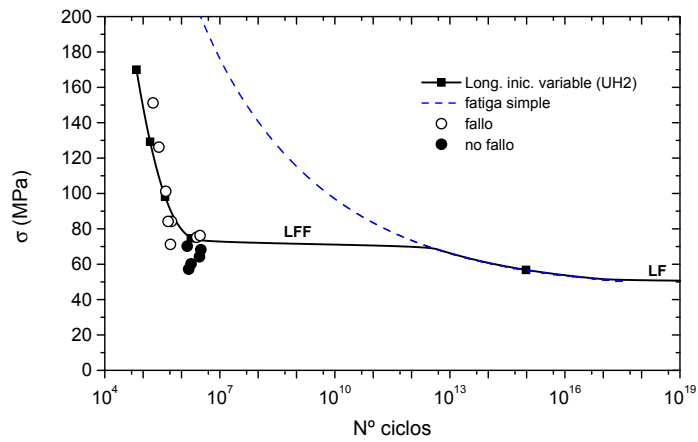


Figura 4.32: Ensayos y estimación de la vida con el método de longitud de iniciación variable con UH2 y una curva de fatiga con un límite menor que LFF;  $N = 20$  N,  $Q = 15$  N.

en la fase de iniciación. El motivo de representar esta curva es simplemente ilustrar el comportamiento de este método. En la práctica, estos rangos de vidas son demasiado altos como para contrastar los resultados teóricos con ensayos reales.

#### 4.5.2. Ensayos con $\sigma=83.9$ MPa y $Q/N=0.73$

En este grupo de ensayos se aplicó la misma tensión axial,  $\sigma = 83.9$  MPa, y la misma relación  $Q/N=0.73$ . La figura 4.33 muestra la carga tangencial aplicada frente al número de ciclos aplicados en cada ensayo. Además, se muestran las vidas teóricas estimadas con los métodos del grupo A, es decir, los que no utilizan un umbral de crecimiento. Como es lógico, al disminuir las cargas aplicadas en el contacto aumenta la vida. Esto lo reflejan tanto los ensayos como los métodos de predicción de vida. Entre ellos, el de longitud de iniciación fija y el de iniciación parecen modelar mejor los resultados.

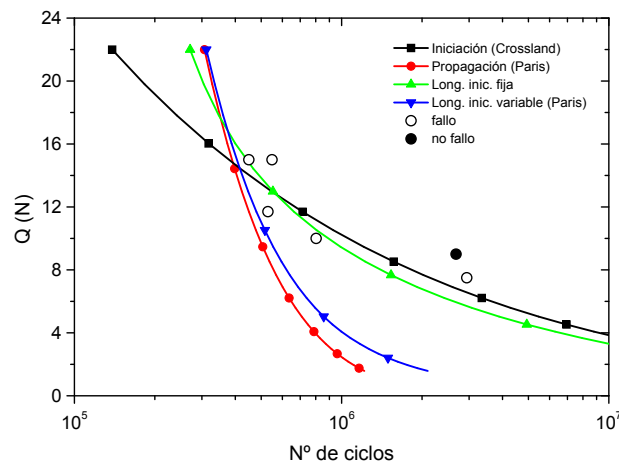


Figura 4.33: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo A;  $\sigma = 83.9$  MPa,  $Q/N=0.73$ .

La figura 4.34 muestra estos mismos ensayos comparados con las estimaciones de vida realizadas con los métodos que sí emplean un umbral de crecimiento, grupo

B. Los resultados teóricos se ajustan mejor a los experimentales que los obtenidos con los métodos del grupo A. Al igual que con el grupo A, se predice que para la misma tensión axial y relación entre la carga tangencial y la normal, al disminuir las cargas del contacto aumenta la vida. Sin embargo, con los del grupo B, al llegar a cierto punto, la vida estimada se hace infinita, o muy alta, según se use un método de propagación o el de longitud de iniciación variable, respectivamente. Este punto es el que se ha llamado límite de fatiga por fretting, LFF.

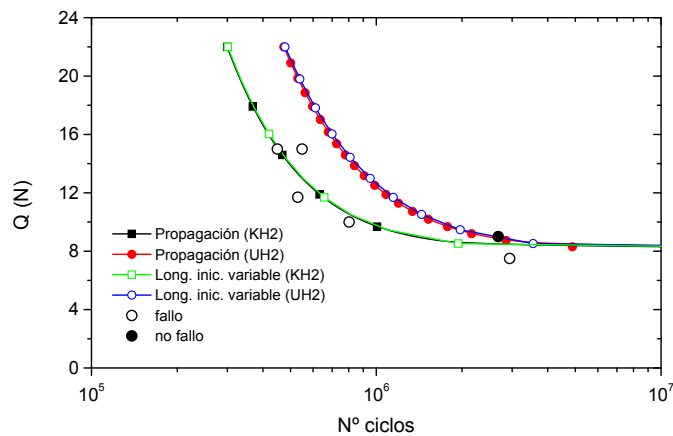


Figura 4.34: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $\sigma = 83.9$  MPa,  $Q/N=0.73$ .

En el grupo B, los métodos de propagación y de longitud de iniciación variable dan el mismo resultado cuando se aplican cargas por encima del LFF. Sin embargo, ya se ha comentado que por debajo del LFF los resultados difieren en ambos métodos. Esto se muestra en la figura 4.35, que es la misma que 4.34 pero representada en un rango de vida más amplio. Según el método de longitud de iniciación variable, por debajo de una determinada fuerza de contacto donde aparece el LFF, la vida viene determinada por la tensión axial aplicada en la probeta, 83.9 MPa, y la curva de fatiga simple. Este resultado es similar al del apartado anterior, es decir,

aparece un LFF por debajo del cuál la probeta se comporta como si sólo estuviera sometida a la fuerza axial,  $\sigma$ . Esto es más lógico que el resultado obtenido por el método de propagación, que predice vida infinita por debajo de dicho límite de fatiga por fretting. En el caso más extremo, cuando las fuerzas en el contacto son cero, el ensayo se convierte en uno de fatiga simple. No cabe duda de que en este caso la vida viene determinada por la curva  $\epsilon - N$ , esto no es capaz de reflejarlo un método de propagación pero sí uno de longitud de iniciación variable del grupo B.

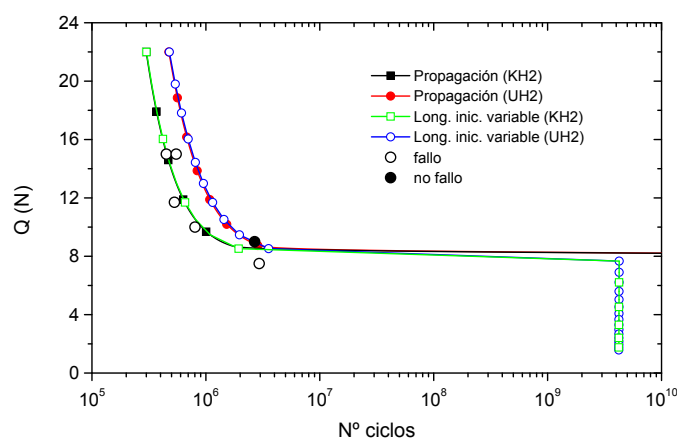


Figura 4.35: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $\sigma = 83.9$  MPa,  $Q/N=0.73$ .

#### 4.5.3. Ensayos con $\sigma=85$ MPa y $Q=15$ N

Por último, se ha realizado la misma operación con otro grupo de ensayos en los que la tensión axial era  $\sigma = 85$  MPa y la carga tangencial  $Q = 15$  N. La figura 4.36 muestra la carga normal aplicada en cada ensayo frente al número de ciclos al que se produjo el fallo. También se han representado en dicha figura las vidas estimadas con los métodos del grupo A. El comportamiento en este caso es

diferente al de los apartados anteriores en el sentido de que al aumentar la carga normal de contacto, la vida aumenta. El motivo es que la fuerza normal introduce tensiones constantes de compresión, lo cual dificulta la iniciación y crecimiento de grietas. Este hecho queda reflejado tanto experimental como teóricamente. En este caso, las peores estimaciones parecen provenir del método de iniciación.

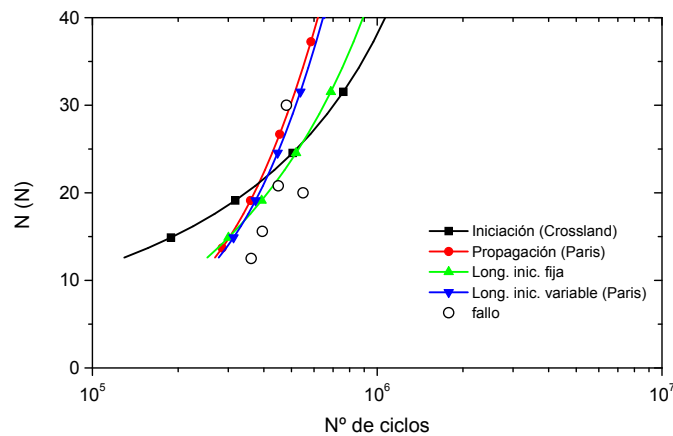


Figura 4.36: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo A;  $\sigma = 85$  MPa,  $Q = 15$  N.

Con los métodos del grupo B se predice un LFF, aunque en este caso particular aparece cuando se aumenta la carga normal por encima de un determinado valor, figura 4.37. Ninguno de los ensayos de este grupo fue interrumpido sin producirse el fallo y no se puede comprobar este límite. La figura 4.38 muestra la misma gráfica pero en un rango de vida superior. Como en los apartados anteriores, se aprecia la misma diferencia entre los métodos de propagación y los de longitud de iniciación variable. En los primeros, la vida estimada es infinita cuando se supera el LFF, mientras que en los segundos, la vida estimada no es infinita, sino que viene determinada por la tensión axial aplicada en la probeta y la curva  $\epsilon - N$ . Con valores aún mayores de la carga normal en el contacto, llegaría un momento en

que la tensión de compresión debida a  $N$  alcanzaría la parte central de la probeta y haría aumentar la vida. Sin embargo, para que esto suceda la zona de contacto debe ser tan grande que no se pueda hacer la hipótesis de sólido semi-infinito en el cálculo de tensiones.

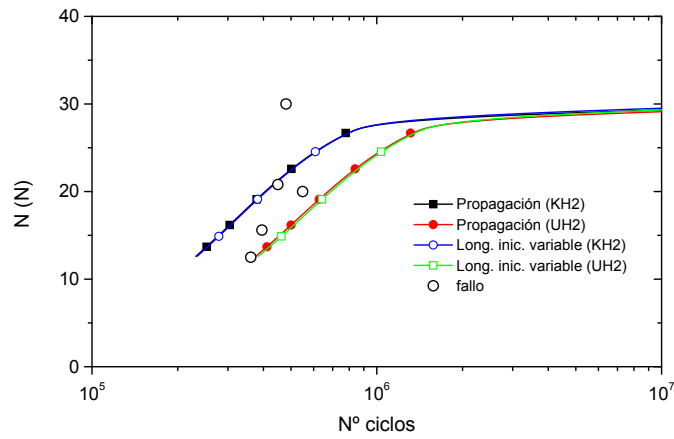


Figura 4.37: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $\sigma = 85$  MPa,  $Q = 15$  N.

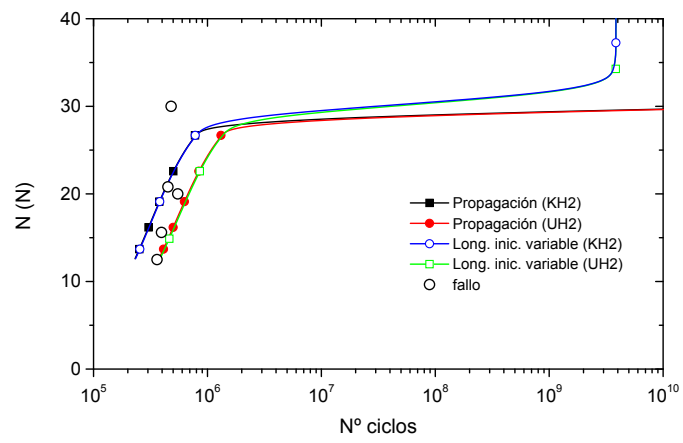


Figura 4.38: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $\sigma = 85$  MPa,  $Q = 15$  N.



## Capítulo 5

# Análisis de ensayos con aluminio Al 7075 T651

En este capítulo se compararán los resultados de estimaciones de vida realizadas utilizando algunos de los criterios presentados en el capítulo 3, con los resultados experimentales descritos en Navarro et al. [245]. El proceso seguido es similar al del capítulo 4. En primer lugar se describen dichos ensayos incluyendo las propiedades mecánicas del material, la geometría de los sólidos en contacto, las cargas aplicadas en los ensayos y el número de ciclos. Posteriormente se aplican los métodos de iniciación, propagación y los que combinan la iniciación con la propagación (longitud de iniciación fija y longitud de iniciación variable). En cada uno de ellos se analizan las distintas opciones y la influencia de los parámetros que utiliza cada uno en la estimación de vida.

### 5.1. Resultados experimentales

El material utilizado en estos ensayos es muy parecido al de los ensayos analizados en el capítulo anterior y el tipo de contacto también es esférico. La diferencia

fundamental entre los dos grupos de ensayos es el radio del elemento esférico de contacto. El material usado en los ensayos es Al7075 T651, y sus propiedades se muestran en las tablas 5.1, 5.2 y 5.3. En muchos casos las propiedades que aparecen en la literatura son compartidas por Al7075 T6 y Al7075 T651, por lo que si no se dispone de las de esta última aleación se utilizarán las de la primera. La curva  $\epsilon - N$  a la que se hace referencia en la tabla 5.2 tiene la forma de la ecuación (4.1) y la ley de Paris está definida según la ecuación (4.2).

El tipo de montaje de los ensayos es el mismo que el utilizado en el capítulo anterior y se muestra en la figura 2.2. Las probetas tienen una sección cuadrada de 10x10mm y el radio de los elementos esféricos de contacto es 100 mm. El tamaño de grano en la dirección perpendicular a la superficie es aproximadamente 50  $\mu\text{m}$ , medido según la norma ASTM [238]. El coeficiente de rozamiento entre las dos superficies se toma  $\mu=1.27$  según las medidas realizadas por los autores [245]. En cuanto al valor del umbral de crecimiento, se emplearán los mismos valores que para la aleación Al7075 T6, tabla 4.4.

Tabla 5.1: Propiedades mecánicas de la aleación Al7075-T651.

Límite elástico	$\sigma_y$	503 MPa
Límite de rotura	$\sigma_u$	572 MPa
Módulo de Young	$E$	71 GPa
Coficiente de Poisson	$\nu$	0.33

Tabla 5.2: Propiedades de fatiga de la aleación Al7075,  $R = -1$ .

Referencias		T651 [236]	T651 [246]	T6 [239]	T6 [240]
Coficiente de resistencia a fatiga	$\sigma'_f$	1664 MPa	1610 MPa	1113.6 MPa	1090 MPa
Coficiente de ductilidad a fatiga	$\epsilon'_f$	0.158	–	–	0.0836
Exponente de resistencia a fatiga	$b$	–0.149	–0.1553	–0.1294	–0.1122
Exponente de ductilidad a fatiga	$c$	–0.83	–	–	–0.5426
Límite de fatiga a $N = \infty$	A	–	–	44.9 MPa	–

Los valores de las cargas aplicadas en los ensayos analizados se muestran en la tabla 5.4, junto con el radio de la zona de contacto y el número de ciclos a

Tabla 5.3: Ley de Paris de la aleación Al7075.

Referencias		T651; $R = 0.02$ [231]	T6,T651; $R = 0.02$ [241]	T6; $R = 0$ [239]
Coficiente				
(ciclos/m, $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ )	$C$	$3.299 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$8.831 \cdot 10^{-11}$
Exponente	$n$	3.641	3	3.322

los que se produjo el fallo. Como ya se explicó anteriormente, la tensión axial en la probeta a un lado y otro de la zona de contacto no es la misma. Esta tabla proporciona la tensión axial que experimenta el lado donde se produce la rotura. Se observa cómo las cargas en el contacto son considerablemente mayores que las aplicadas en los ensayos analizados en el capítulo 4. Ya se explicó en el capítulo 2 que esto es debido a que ahora el radio de la esfera de contacto es cuatro veces mayor y para obtener las mismas tensiones se ha de aumentar la fuerza aplicada.

Tabla 5.4: Cargas, radio de la zona de contacto y número de ciclos aplicados en los ensayos.

Ensayo	$N(N)$	$Q(N)$	$\sigma(\text{MPa})$	Radio zona de contacto ( $\mu\text{m}$ )	$N_f(\text{ciclos})$
1	230	$\pm 117$	$\pm 82.5$	757	413000
2	230	$\pm 127$	$\pm 111.6$	757	211000
3	120	$\pm 67$	$\pm 111$	609	222000
4	70	$\pm 29$	$\pm 110$	509	326000
5	420	$\pm 207$	$\pm 68.3$	925	588000

Las grietas evolucionan de forma similar en estos ensayos a los analizados en el capítulo anterior. Las figuras 5.1 y 5.2 muestran la superficie de fractura de los ensayos 2 y 4. En los ensayos se inician grietas en ambas zonas de contacto, pero sólo la grieta de uno de los dos lados es la que causa la fractura final de la probeta. Esta grieta es la llamada grieta principal en las figuras. Se puede observar el punto de inicio de las grietas y, aunque en las fotografías no se aprecia, en dicha zona inicial la grieta aparece inclinada para luego crecer perpendicularmente a la superficie. En las dos grietas, aunque de forma especialmente clara en la secundaria, se

observa perfectamente la forma semielíptica de la grieta. Estas grietas secundarias encontradas en los ensayos 2 y 4 tienen una profundidad de 1.25 mm y 2.25 mm, respectivamente. Más adelante se comprobará que grietas de estos tamaños están muy próximas a provocar la rotura final de la probeta. Esto quiere decir que las dos grietas, principal y secundaria, se iniciaron prácticamente al mismo tiempo.

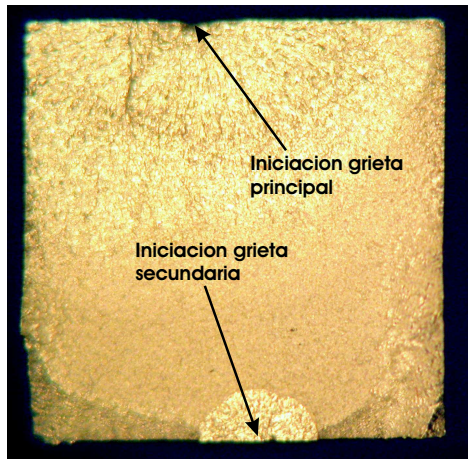


Figura 5.1: Superficie de fractura en el ensayo 2.

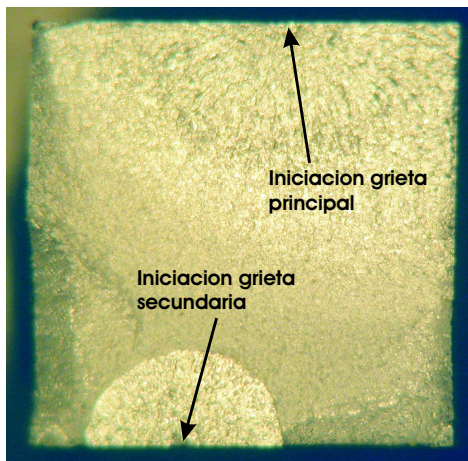


Figura 5.2: Superficie de fractura en el ensayo 4.

## 5.2. Método de iniciación

El proceso seguido será el mismo que en el capítulo 4, donde se aplicaba el método propuesto por Taylor en concentradores de tensión. Éste consistía en evaluar las tensiones a una profundidad de  $a_0/2$  y, mediante un criterio de fatiga multiaxial y la curva  $\epsilon - N$ , estimar la vida a fatiga. La figura 5.3 muestra las curvas de fatiga obtenidas empleando los datos proporcionados por distintas fuentes, ver tabla 5.2. Teniendo en cuenta que las tensiones se calculan elásticamente, en la figura 5.3 se ha representado únicamente la parte elástica de la ecuación (4.1). Una de estas curvas [246] representa el ajuste hecho, según la norma ASTM E 468-98 [247], sobre unos ensayos realizados en la Escuela de Ingenieros de Sevilla. En estos ensayos se ha empleado el mismo material con el que se han fabricado las probetas de fretting, con lo que parece natural utilizar esta curva en las estimaciones de vida.

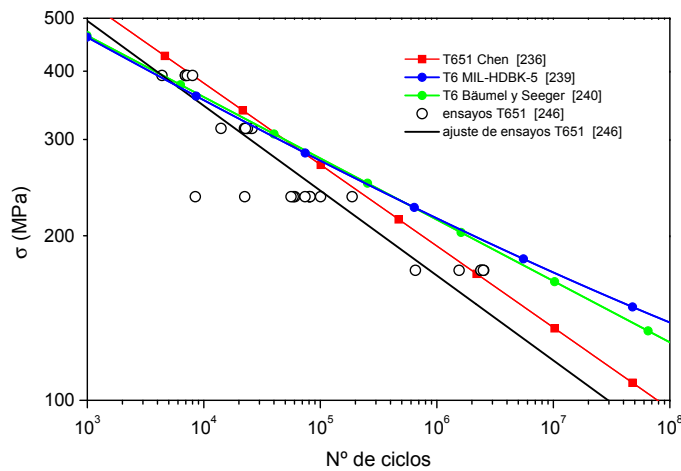


Figura 5.3: Curva de fatiga del aluminio 7075 según cuatro fuentes distintas, tabla 5.2.

En la aplicación de este método se utilizarán cuatro criterios distintos de fatiga multiaxial que ya fueron tratados en el capítulo 3 y aplicados en el 4: McDiarmid,

Fatemi-Socie, Smith-Watson-Topper y Crossland. Para el cálculo del parámetro  $a_0$  se escogerá un valor intermedio del umbral,  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , y para el límite de fatiga se escogerá el valor de la curva de fatiga para  $10^6$  ciclos, 169 MPa. En cualquier caso, se puede hacer un análisis de la influencia de estos factores variando tanto el umbral de crecimiento como el límite de fatiga para tener un valor mínimo y máximo de  $a_0$ . Estos valores se muestran en la tabla 5.5. La primera opción de la tabla es la ya mencionada, la segunda se obtiene a partir del valor mínimo de  $K_{th}$  de la tabla 4.4, y la tercera se obtiene del valor máximo de  $K_{th}$  encontrado en la bibliografía [231] y del límite de fatiga para  $10^7$  ciclos.

Tabla 5.5: Valores escogidos de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ .

Opción	$K_{th}(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	$\sigma_f(\text{MPa})$	$a_0(\mu\text{m})$
1	2.5	169	69.7
2	2.2	169	53.9
3	2.75	118	172.9

Aplicando este método a los ensayos de la tabla 5.4, se obtienen los resultados mostrados en la figura 5.4. Dicha figura muestra los resultados para los cuatro criterios de fatiga multiaxial mencionados y los tres valores de  $a_0$ , según la tabla 5.5. De la misma forma que en el capítulo anterior, también se pueden obtener los valores medios y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, con objeto de cuantificarlos y poder compararlos fácilmente con los de otros métodos. Dicho resumen se muestra en la tabla 5.6.

Tabla 5.6: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales mostradas en la gráfica 5.4.

$K_{th}(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})$	$\sigma_f(\text{MPa})$	McD		FS		SWT		Cross	
		med	disp	med	disp	med	disp	med	disp
2.5	169	0.25	2.37	0.25	2.38	0.26	2.35	0.41	2.12
2.2	169	0.18	2.39	0.18	2.39	0.18	2.37	0.31	2.13
2.75	118	1.37	2.31	1.37	2.32	1.62	2.13	1.52	2.07

Cualitativamente, los resultados obtenidos con los distintos criterios son simi-

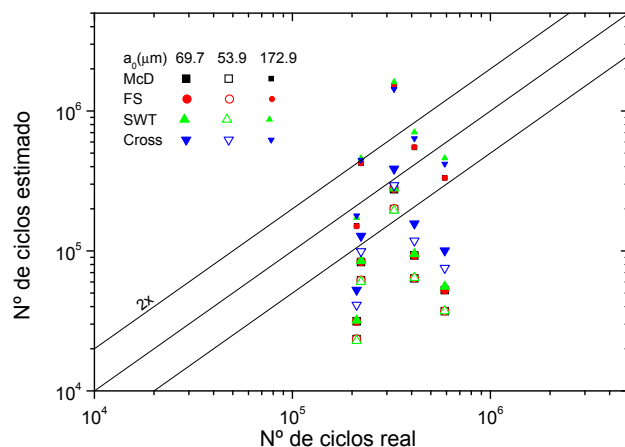


Figura 5.4: Estimaciones de vida sobre los ensayos según el método de distancia crítica con cuatro criterios distintos de fatiga multiaxial y tres valores distintos de  $a_0$ .

lares a los obtenidos con el grupo de ensayos analizado en el capítulo 4. Es decir, los criterios de McDiarmid y Fatemi-Socie dan los mismos resultados y con las vidas más cortas, y el criterio de Crossland tiene la menor dispersión de los cuatro y en general las vidas más altas. Los resultados también dependen en gran medida del valor de  $a_0$  empleado. En este grupo de ensayos se obtienen mejores resultados con la opción 3, donde  $a_0/2=86 \mu\text{m}$ . Por último, la dispersión de resultados es mayor en los ensayos analizados en este capítulo.

La variabilidad en la vida estimada al utilizar un valor de  $a_0$  u otro se debe al gradiente de tensiones cerca de la superficie, tal como se muestra en la figura 5.5. Esta figura representa la amplitud de tensiones normales en la dirección  $x$ , que es la dirección de aplicación de la carga. También se han representado los tres valores de  $a_0/2$  escogidos. El ensayo 2 es el que experimenta unas tensiones más altas en todo momento y el que, lógicamente, falla con un número de ciclos menor. Sin embargo, las tensiones en el resto de los ensayos se entrecruzan unas con otras, lo cual es una evidencia de lo diferente que puede ser la evolución de tensiones en

distintos casos. Todo esto indica, una vez más, la dificultad de estimar la vida de una probeta a partir de las tensiones en un determinado punto.

Los valores de las tensiones en estos ensayos y en los analizados en el capítulo 4 son similares, figuras 5.5 y 4.9. La principal diferencia es que en los ensayos de la figura 5.5 el gradiente de tensiones es menor porque el tamaño de la zona de contacto es mayor y, por lo tanto, la influencia de las cargas del contacto también es mayor. En estas figuras se observa que la influencia del contacto se extiende hasta las 200  $\mu\text{m}$  en la figura 4.9, mientras que en la figura 5.5 se extiende hasta las 600  $\mu\text{m}$ , aproximadamente. Un gradiente menor implica una tendencia mayor al fallo con tensiones similares en la superficie.

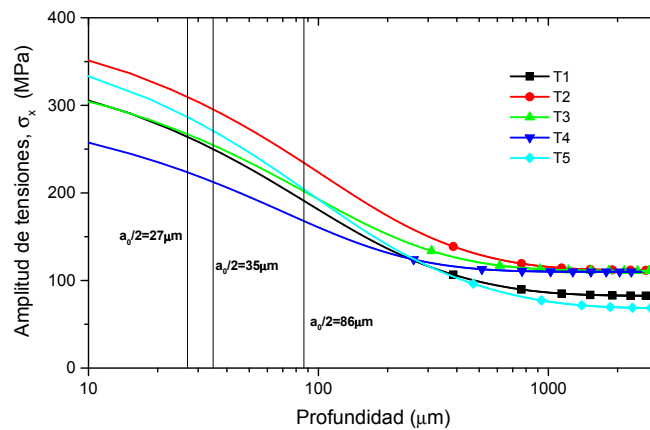


Figura 5.5: Evolución de la amplitud de tensiones con la profundidad.



## 5.3. Métodos de propagación

### 5.3.1. Propiedades mecánicas

En este apartado se aplican los mismos métodos de estimación de vida que en el capítulo anterior, mediante el uso exclusivo de la mecánica de la fractura a partir de un defecto inicial. Por ser el material prácticamente el mismo, la longitud inicial se tomará también igual a  $5\ \mu\text{m}$ . La figura 5.6 muestra distintas leyes de crecimiento cuyas constantes se muestran en la tabla 5.3. Entre ellas se ha incluido la misma curva que en el capítulo anterior, que representa el caso límite de crecimiento de grietas cortas, que para  $\Delta K$  bajos crecen más rápido que las grietas largas [232]. Como ley de propagación se escogerá una intermedia que resulta ser la misma ecuación utilizada con la aleación Al7075 T6, [239].

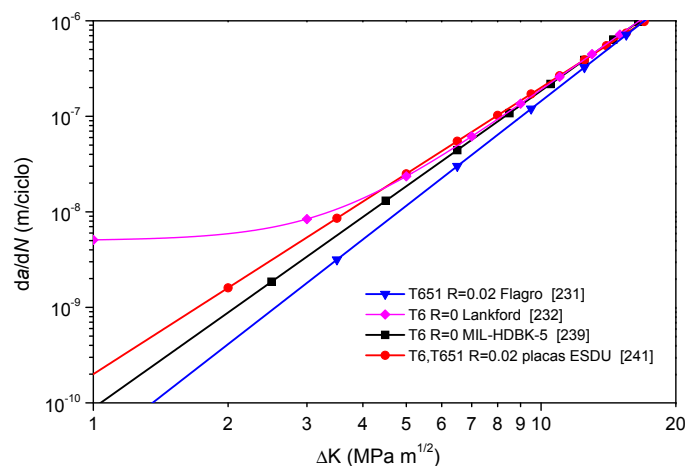


Figura 5.6: Velocidad de crecimiento de grieta del aluminio 7075 según distintas fuentes, tabla 5.3.

La evolución de la relación de aspecto, adimensionalizada con el radio de la zona de contacto, se toma la misma que en el otro grupo de ensayos.

La figura 5.7 compara el FIT de cada ensayo con el umbral modificado según

la ecuación (4.4), para tres conjuntos de valores de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ , tabla 5.7. Los valores del umbral presentados en dicha tabla se encuentran dentro del rango de valores encontrados en la bibliografía para el material. Respecto al límite de fatiga, 169 MPa corresponde a  $10^6$  ciclos y 118 MPa a  $10^7$  ciclos. A diferencia de los ensayos del capítulo anterior, el FIT se encuentra muy por encima del umbral de crecimiento a cualquier longitud de grieta. Esto quiere decir que las estimaciones de vida serán muy parecidas con cualquiera de las combinaciones de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$  mostradas en la tabla 5.7. Todos los ensayos analizados terminaron en rotura, con lo que no existen datos de ensayos interrumpidos a un alto número de ciclos para poder determinar los valores más apropiados, dentro de los posibles, del umbral y del límite de fatiga. Sin embargo, se puede comprobar que de las tres opciones mencionadas en la tabla 5.7, se obtienen estimaciones de vida algo mejores con  $K_{th} = 2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 169 \text{ MPa}$ .

Tabla 5.7: Valores escogidos de  $K_{th}$  y  $\sigma_f$ . Parte positiva para  $R = -1$ .

$K_{th}$ (MPa $\sqrt{\text{m}}$ )	$\sigma_f$ (MPa)	$a_0$ ( $\mu\text{m}$ )
2.5	169	69.7
2.75	169	84.3
2.5	118	142.9

### 5.3.2. Estimaciones de vida sobre los ensayos

Una vez definidos todos los parámetros, se pueden realizar las estimaciones de vida con las mismas leyes de propagación utilizadas en el capítulo 4. De la misma forma, con objeto de simplificar la nomenclatura se utilizarán las abreviaturas expuestas en la tabla 4.11. En la tabla 5.8 se muestran los valores medios y dispersión de los cocientes entre la vida estimada y la real. También se muestra el número de ensayos de un total de cinco en los que se predice una vida finita. Algunos de estos resultados se muestran en la figura 5.8.

Las versiones 1 de las leyes de propagación dan vidas finitas pero entre 10 y

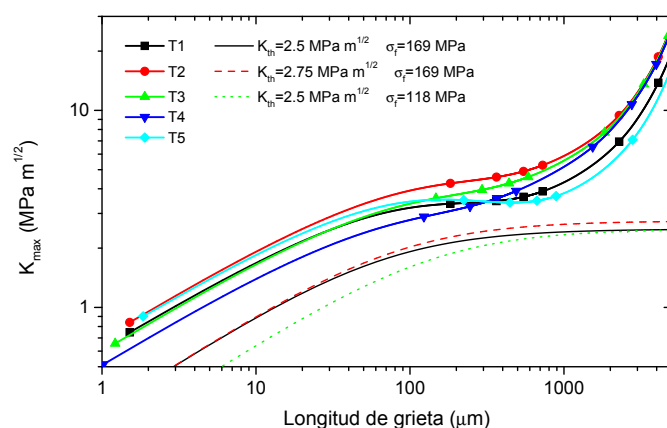


Figura 5.7: Evolución del FIT en función de la longitud de grieta para cada ensayo.

40 veces mayores que las vidas reales. Por esta razón no aparecen en la figura 5.8, donde sí están las estimaciones individuales con las restantes leyes de crecimiento. En esta ocasión todos predicen una vida finita salvo el de grieta larga  $L$ . Además, entre los que predicen unas vidas próximas a las reales, que son  $P$ ,  $C$  y la versión 2 de las leyes de crecimiento, las estimaciones son muy parecidas. Como en otras ocasiones,  $C$  estima unas vidas demasiado cortas. Por otro lado,  $P$ ,  $KV2$  y  $H2$  predicen la misma vida. La dispersión de los resultados es similar en todos ellos, aunque esas pequeñas diferencias son fácilmente reconocibles en la figura.

Comparando los resultados aquí obtenidos con los del capítulo 4 se observa un comportamiento distinto. En los ensayos realizados por Navarro et al. [245] se estiman vidas próximas a las reales con todas las leyes de crecimiento. La razón es que en este caso el FIT está lejos del umbral, como se puede ver en la figura 5.7 y, por lo tanto, la velocidad de crecimiento de la grieta será similar para las diferentes leyes de crecimiento. Éstas se muestran representadas frente a la longitud de grieta en las figuras B.1 a B.8, página 233.

Aunque parecido, el FIT es más alto en estos ensayos que en los anteriores hasta

Tabla 5.8: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales según las distintas leyes de crecimiento. Número de ensayos en los que se predice vida finita.

Método	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1		
Media	$\infty$	15.7	43.6	8.81	34.5	26.8		
Dispersión	-	2.12	3.74	2.23	3.78	2.82		
Nº	0	5	5	5	5	4		
Método	P	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2	C
Media	0.65	$\infty$	0.80	0.92	0.46	0.70	0.64	0.35
Dispersión	1.20	-	1.24	1.36	1.20	1.31	1.29	1.10
Nº	5	0	5	5	5	5	4	5

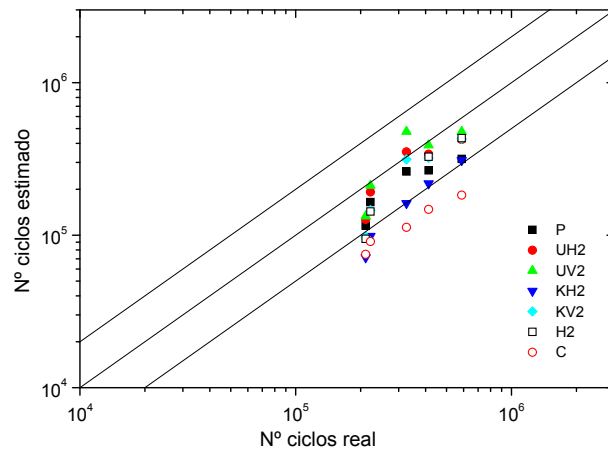


Figura 5.8: Estimaciones de vida según distintas leyes de propagación.

una profundidad aproximada de 1 mm. Esta parte inicial es la más importante del crecimiento de la grieta, es decir, donde se emplea más tiempo. En las curvas de velocidad de crecimiento de grieta también se observa un gran parecido entre los distintos métodos y que no aparecen esos “pozos”, grandes caídas en la velocidad, que sí aparecían en los ensayos del capítulo 4. Esto significa que el FIT es lo suficientemente alto de forma que le afecta poco el umbral de crecimiento. La velocidad de crecimiento según la ley de Paris, figura B.1, es muy parecida a la obtenida en el capítulo 4 en las cinco primeras micras y a partir de un milímetro, pero en la zona intermedia es mayor. Utilizando la ley de grieta larga  $L2$ , figura B.2, se observa que el umbral de crecimiento se supera para grietas entre 30 y  $100 \mu\text{m}$ , mientras que en los ensayos realizados por Wittkowsky et al. [237] dicho umbral se situaba a partir de  $200 \mu\text{m}$ . La ley de crecimiento  $UH2$ , figura B.3, es muy parecida a la de Paris porque no aparecen esos mínimos en la velocidad. La ley  $UV2$ , figura B.4, presenta una velocidad muy similar pero algo menor que la anterior. La ley de crecimiento  $KH2$ , figura B.5, estima una velocidad inicial muy parecida a la de los ensayos del capítulo 4 pero no tiene los mínimos de velocidad. La ley de crecimiento  $KV2$ , figura B.6, es muy similar a la anterior con la diferencia de que la velocidad de crecimiento cae algo más en la zona de las  $100 \mu\text{m}$ . Con la ley  $H2$ , figura B.7, el umbral de crecimiento se supera a una profundidad menor respecto al otro grupo de ensayos o incluso desaparece.

Entre los cinco ensayos parece que el 4 presenta más diferencias en la velocidad de crecimiento. Representando dicha velocidad con algunas de las leyes de crecimiento, figura 5.9, se observa que, aún siendo diferentes, son mucho más parecidas entre sí que las estimadas en los ensayos de Wittkowsky et al. [237]. Otra forma de representar estos datos es, a partir de la figura 5.9, calcular el número de ciclos en función de la longitud de grieta, figura 5.10. En esta figura también se muestra que, en estos ensayos, el 90 % de la vida se emplea en generar una grieta de aproximadamente 1 mm de longitud.

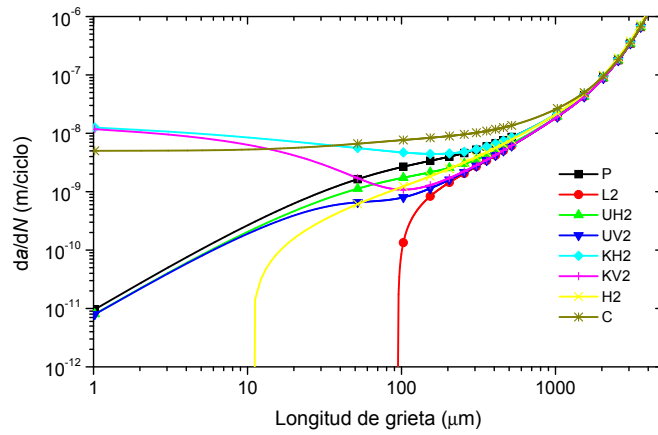


Figura 5.9: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta en el ensayo 4.

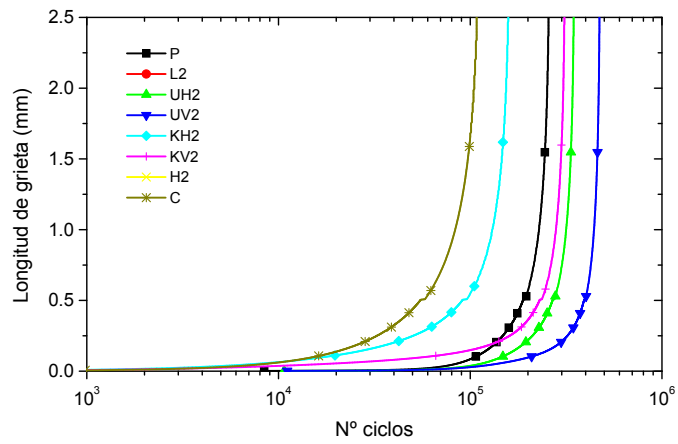


Figura 5.10: Evolución de la grieta en función del número de ciclos en el ensayo 4.

### 5.3.3. Influencia del tamaño de defecto inicial

Este apartado analiza la influencia del valor de la longitud inicial de grieta sobre las estimaciones de vida. El valor tomado inicialmente de dicho parámetro ha sido el mismo que el utilizado en el capítulo 4,  $5 \mu\text{m}$ , basado en el tamaño de defectos típicos de este material. Con objeto de estudiar la influencia del tamaño inicial de grieta, se han tomado diversos valores: 5, 25, 50 y  $100 \mu\text{m}$ . El valor del umbral y límite de fatiga utilizados en estos cálculos son, respectivamente,  $K_{th} = 2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 169 \text{ MPa}$ . La tabla 5.9 muestra los valores medios y dispersión de los cocientes entre vida estimada y real, siempre que la vida estimada sea finita, con algunas de las leyes de crecimiento. Se ha excluido la versión 1 de las leyes de crecimiento en dicha tabla porque ya se ha comprobado que las vidas estimadas con ellos son muy superiores a las reales, ver tabla 5.8. Para que la información sea más completa, también se muestra el número de ensayos, frente al total de 5, para los que se estima una vida finita.

Los resultados indican que la influencia es poca. La dispersión de los resultados no varía. Al pasar de una longitud de iniciación de  $5 \mu\text{m}$  a otra de  $100 \mu\text{m}$ , el valor medio de las estimaciones ha disminuido un 30 % en  $P$ ,  $UH2$  y  $UV2$  y un 10 % en  $KH2$ ,  $KV2$ ,  $H2$  y  $C$ . De forma cualitativa, la influencia es la misma que en los ensayos analizados en el capítulo 4. Cuantitativamente, en aquel caso, el aumento de la longitud inicial de grieta influía menos en la estimación de la vida. La razón es que en aquellos ensayos se estimaba una fuerte disminución de la velocidad de crecimiento a una profundidad mayor de  $100 \mu\text{m}$ , lo que significaba que la primera fase de crecimiento hasta  $100 \mu\text{m}$  tenía relativamente menos importancia. En cambio, en los ensayos presentados por Navarro et al. [245] no se estima una disminución tan fuerte de la velocidad para longitudes mayores de  $100 \mu\text{m}$ , por lo tanto las primeras  $100 \mu\text{m}$  cobran mayor importancia.

La diferencia más notable es que con la ley de grietas largas  $L2$  se pasa de estimar vidas infinitas a estimar vidas muy próximas a las reales y con una dispersión pequeña. Este resultado enlaza con otros anteriores donde se decía que el compor-

tamiento de las grietas en estos ensayos está mucho más próximo al de la zona de grietas largas que en los realizados por Wittkowsky et al. [237]. Es decir, están alejados del umbral, modificado o no, y las velocidades de crecimiento estimadas con cada ley de propagación son más parecidas.

Tabla 5.9: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales para las distintas leyes en función de la longitud de grieta inicial. Número de ensayos, de un total de 5, en los que se predice una vida finita.

Método		$a_{inic} = 5 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$	$50 \mu\text{m}$	$100 \mu\text{m}$
P	Media	0.65	0.54	0.50	0.46
	Dispersión	1.20	1.14	1.13	1.12
	N°	5	5	5	5
L2	Media	$\infty$	$\infty$	0.73	0.71
	Dispersión	-	-	1.30	1.43
	N°	0	0	4	5
UH2	Media	0.80	0.68	0.63	0.57
	Dispersión	1.24	1.21	1.21	1.21
	N°	5	5	5	5
UV2	Media	0.92	0.79	0.74	0.66
	Dispersión	1.36	1.35	1.33	1.30
	N°	5	5	5	5
KH2	Media	0.46	0.46	0.45	0.43
	Dispersión	1.20	1.21	1.21	1.22
	N°	5	5	5	5
KV2	Media	0.70	0.69	0.68	0.63
	Dispersión	1.31	1.31	1.31	1.29
	N°	5	5	5	5
H2	Media	0.64	0.69	0.63	0.56
	Dispersión	1.29	1.36	1.30	1.28
	N°	4	5	5	5
C	Media	0.35	0.34	0.33	0.31
	Dispersión	1.10	1.10	1.09	1.08
	N°	5	5	5	5



## 5.4. Métodos de iniciación-propagación

### 5.4.1. Longitud de iniciación fija

El procedimiento que se aplica en este apartado es el mismo que el del capítulo anterior. Ya se explicó la necesidad de definir dos parámetros. El primero es el punto a partir del cual se considerará el crecimiento de la grieta a través de la mecánica de la fractura,  $x_p$ . Se utilizarán los mismos valores que en el capítulo anterior,  $x_p = 1$  mm,  $x_p = 0.5$  mm y  $x_p = 0.2$  mm. En esta ocasión, los distintos radios de la zona de contacto de los ensayos analizados se encuentran entre 0.5 mm y 1 mm. Teniendo en cuenta que la influencia de las fuerzas de contacto llega hasta una profundidad del orden del radio de la zona de contacto, en los cálculos de la propagación a partir de  $x_p$  no se pueden despreciar las tensiones debidas a este contacto. El segundo parámetro,  $x_i$ , está relacionado con la profundidad a la que se evalúan las tensiones para estimar la vida de iniciación. Se calculará de igual forma utilizando el método de la superficie, el punto, la línea y el volumen. Se utilizará la ley de Paris para la propagación y dos criterios de fatiga multiaxial para la iniciación, McDiarmid y Crossland.

#### Aplicación del criterio de McDiarmid para la iniciación

La figura 5.11 muestran los valores de  $x_i$  obtenidos para cada ensayo, con las tres longitudes iniciales de propagación,  $x_p$ , diferentes y según el método del punto. Las figuras 5.12 y 5.13 son similares pero usando el método de la línea y del volumen respectivamente. Las distancias aquí obtenidas son tres veces mayores que las del grupo de ensayos analizado en el capítulo 4, para lo que se pueden encontrar dos explicaciones. La primera es que dadas todas las características analizadas hasta ahora (vidas, evolución de la velocidad de crecimiento, evolución del FIT, etc.), parece que este grupo de ensayos se comporta de forma parecida a los ensayos adicionales que se añadieron en el capítulo anterior provenientes de Kirpatrick [244]. Estos ensayos tenían vidas más cortas, pero las vidas estimadas

eran aún menores, por lo que para estimarlas correctamente con este método harían falta distancias  $x_i$  mayores. La segunda explicación puede ser simplemente que el parámetro  $x_i$  depende también de factores como el radio de la zona de contacto.

Las distancias obtenidas con el método del punto varían entre 36 y 98  $\mu\text{m}$  para  $x_p = 1 \text{ mm}$  y entre 27 y 87  $\mu\text{m}$  para  $x_p = 0.2 \text{ mm}$ . Estos valores están comprendidos entre uno y dos granos del material. Con el método de la línea y del volumen se obtienen distancias aproximadamente 2.4 y 2.9 veces mayores que con el punto, respectivamente. Estas relaciones son las mismas que aparecerían con los ensayos del capítulo 4, lo cual apunta a una relación fija entre unos y otros, es decir a una evolución semejante de las tensiones.

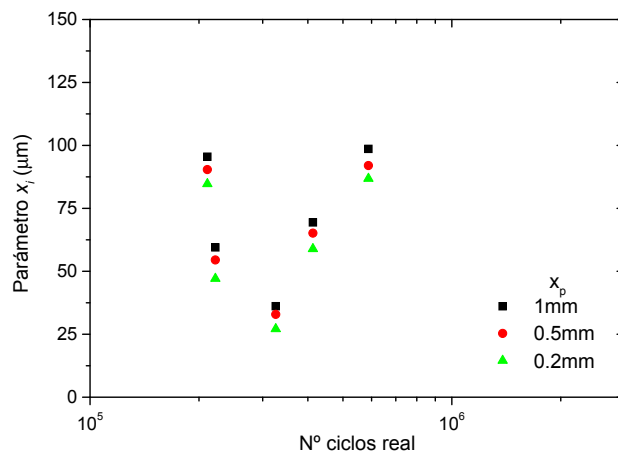


Figura 5.11: Distancia,  $x_i$ , a la que se evalúan las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método del punto.

En las tres gráficas se observa una gran dispersión. El valor de  $x_i$  empleado será el valor medio de todos los ensayos. Éste se muestra en la tabla 5.10 para los distintos  $x_p$  y para los métodos del punto, línea y volumen. En el método de la línea y volumen con  $x_p = 0.2 \text{ mm}$  se obtiene una distancia  $x_i$  que prácticamente se solapa con  $x_p$ .

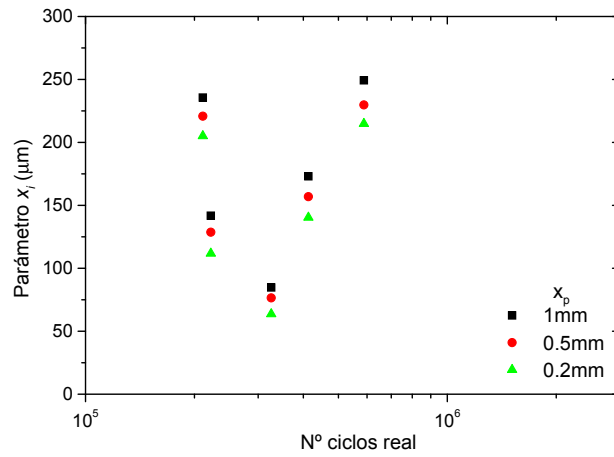


Figura 5.12: Longitud de la línea,  $x_i$ , sobre la que se calcula la media de las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método de la línea.

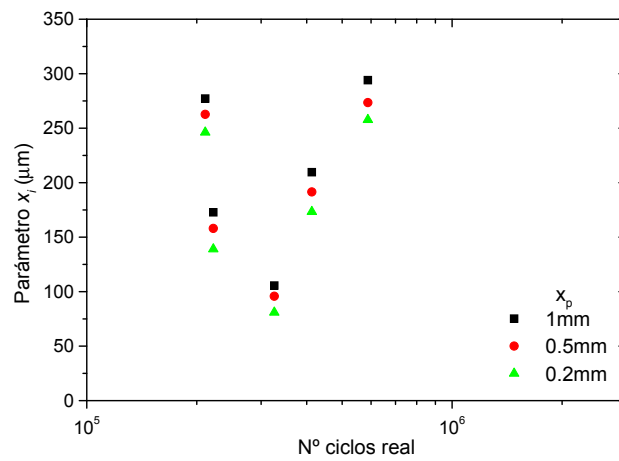


Figura 5.13: Radio de la semiesfera,  $x_i$ , sobre la que se calcula la media de las tensiones para predecir correctamente la vida en cada ensayo en el método del volumen.

Con estos valores se estiman las vidas en los ensayos. Éstas se presentan en las gráficas 5.14, 5.15, 5.16 y 5.17, para los métodos de la superficie, punto, línea y volumen, respectivamente. Los resultados resumidos, es decir, valor medio y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales, de estas cuatro gráficas se muestran en la tabla 5.11.

Tabla 5.10: Valores medios de  $x_i$  en los métodos del punto, línea y volumen y para los distintos  $x_p$ , usando el criterio de McDiarmid.

	$x_p = 1 \text{ mm}$	$x_p = 0.5 \text{ mm}$	$x_p = 0.2 \text{ mm}$
Punto	$71.8 \mu\text{m}$	$67 \mu\text{m}$	$60.9 \mu\text{m}$
Línea	$176.9 \mu\text{m}$	$162.5 \mu\text{m}$	$147.1 \mu\text{m}$
Volumen	$211.9 \mu\text{m}$	$196.3 \mu\text{m}$	$179.4 \mu\text{m}$

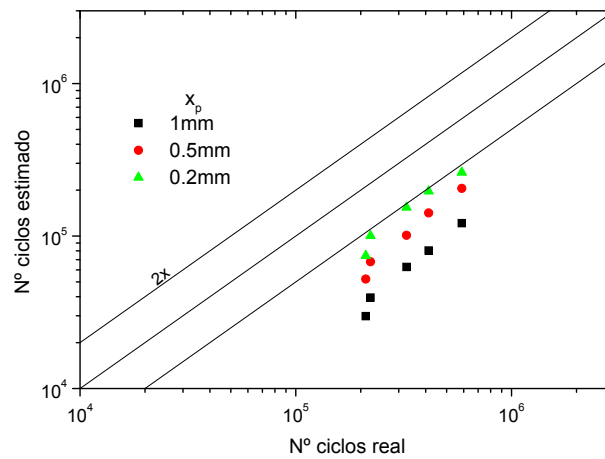


Figura 5.14: Estimaciones de vida en los ensayos con el método de la superficie y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

Al igual que en el capítulo 4, las vidas estimadas con el método de la superficie son demasiado cortas. Sin embargo, dependen menos del valor de  $x_p$ . Probablemente se deba a que en este caso, la zona de influencia de las fuerzas de contacto es mayor y las diferencias entre usar  $x_p = 1 \text{ mm}$  o  $x_p = 0.2 \text{ mm}$  no son tan grandes.

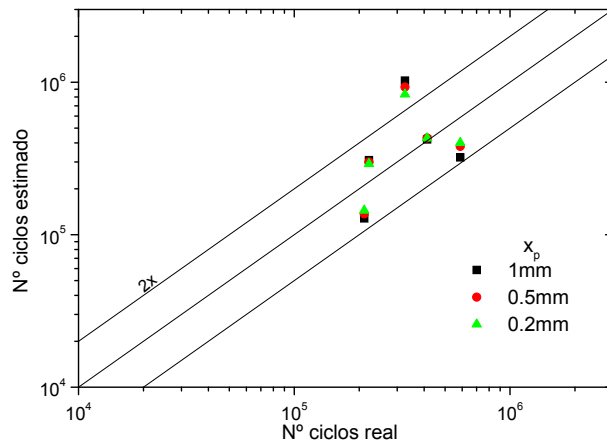


Figura 5.15: Estimaciones de vida en los ensayos con el método del punto y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

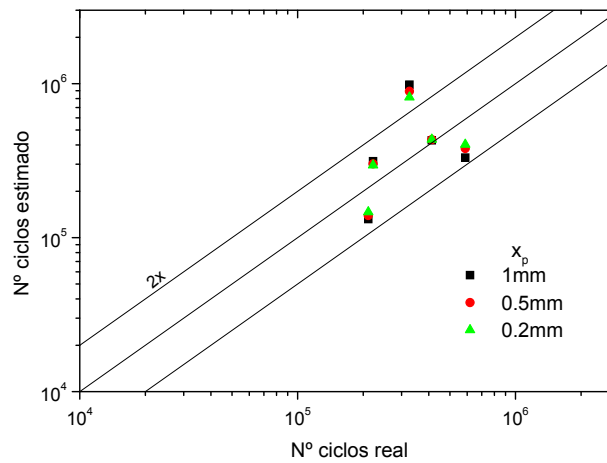


Figura 5.16: Estimaciones de vida en los ensayos con el método de la línea y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

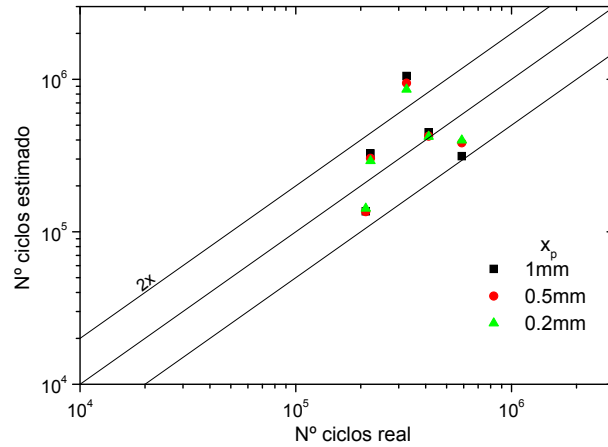


Figura 5.17: Estimaciones de vida en los ensayos con el método del volumen y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

Tabla 5.11: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales utilizando el criterio de McDiarmid.

		superficie	punto	línea	volumen
$x_p = 1 \text{ mm}$	Media	0.18	1.08	1.09	1.12
	Dispersión	1.16	2.03	1.98	2.04
$x_p = 0.5 \text{ mm}$	Media	0.31	1.11	1.11	1.11
	Dispersión	1.15	1.85	1.82	1.86
$x_p = 0.2 \text{ mm}$	Media	0.44	1.10	1.11	1.10
	Dispersión	1.13	1.73	1.71	1.76

Con los métodos del punto, línea y volumen se obtienen los mismos resultados medios, aunque esto es consecuencia de la definición del  $x_i$  empleado, valor medio entre los  $x_i$  que estiman exactamente la vida en cada ensayo. La dispersión es la misma en punto, línea y volumen, pero disminuye al disminuir  $x_p$ . De nuevo se repite la misma conclusión que con los ensayos de Wittkoswky et al. [237], la dispersión disminuye cuanto mayor sea el tramo del recorrido de la grieta donde se calcula la propagación. Dicho de otra forma, es más difícil estimar correctamente las vidas a fatiga en unos ensayos si se ignora la evolución de las tensiones en parte del recorrido de la grieta. Por último, se observa que la dispersión de los resultados es mayor en este caso que en los obtenidos en el capítulo 4.

El que se consiga el mejor resultado con un  $x_p = 0.2$  mm, del orden de 4 veces menor que el tamaño de la zona hasta donde llega la influencia de las cargas del contacto, invalidaría una posible elección de dicho parámetro en función del tamaño de la zona de contacto.

La importancia de la fase de iniciación ha cambiado poco respecto al grupo de ensayos del capítulo 4. El resultado en valor medio obtenido es el mismo para el método del punto, línea y volumen:  $x_p = 1$  mm, 83 % de iniciación;  $x_p = 0.5$  mm, 71 % de iniciación, y  $x_p = 0.2$  mm, 60 % de iniciación.

#### **Aplicación del criterio de Crossland para la iniciación**

Todo este proceso se puede repetir utilizando el criterio de Crossland en vez de el de McDiarmid. Al ser un criterio diferente, los valores de  $x_i$  serán diferentes y las estimaciones de vida también. Sin embargo, dado que los resultados de  $x_i$  y su dispersión no son muy diferentes de los calculados usando McDiarmid, se expondrán directamente en la tabla 5.12 los valores medios obtenidos. Aplicando los distintos métodos con estas longitudes se obtienen unas vidas estimadas que no difieren mucho de los anteriores. Por esta razón, se mostrarán solamente los valores medios y la dispersión, tabla 5.13. Los resultados mejoran, en cuanto a dispersión, al utilizar el criterio de Crossland, aunque esta mejoría es menor cuanto menor

es  $x_p$ . Estas conclusiones son las mismas que las extraídas en el capítulo 4: es recomendable reducir el valor de  $x_p$  y el criterio de Crossland produce resultados algo mejores.

Tabla 5.12: Valores medios de  $x_i$  en los métodos del punto, línea y volumen y para los distintos  $x_p$ , usando el criterio de Crossland.

	$x_p = 1 \text{ mm}$	$x_p = 0.5 \text{ mm}$	$x_p = 0.2 \text{ mm}$
Punto	$63.5 \mu\text{m}$	$57.1 \mu\text{m}$	$50.3 \mu\text{m}$
Línea	$152.4 \mu\text{m}$	$136.1 \mu\text{m}$	$119 \mu\text{m}$
Volumen	$224.4 \mu\text{m}$	$201.6 \mu\text{m}$	$177.8 \mu\text{m}$

Tabla 5.13: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales utilizando el criterio de Crossland.

		superficie	punto	línea	volumen
$x_p = 1 \text{ mm}$	Media	0.23	1.09	1.09	1.12
	Dispersión	1.22	1.86	1.84	1.91
$x_p = 0.5 \text{ mm}$	Media	0.36	1.10	1.10	1.12
	Dispersión	1.16	1.72	1.70	1.76
$x_p = 0.2 \text{ mm}$	Media	0.49	1.10	1.10	1.11
	Dispersión	1.17	1.62	1.61	1.66

#### 5.4.2. Longitud de iniciación variable

La aplicación de este método a la estimación de vida sigue el mismo proceso y con las mismas consideraciones que en el capítulo anterior. El umbral de crecimiento y el límite de fatiga empleado será el mismo que el utilizado en los métodos de propagación,  $K_{th} = 2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 169 \text{ MPa}$ , respectivamente. La tabla 5.14 resume los resultados obtenidos con este método con las distintas leyes de propagación y el criterio de McDiarmid. Cabe destacar el hecho de que con todas las leyes de propagación expuestas en dicha tabla se estiman valores finitos de las vidas, incluso con  $L1$ . Los resultados individuales de la tabla 5.14 con las leyes de propagación más significativas se muestran en la figura 5.18. Las vidas estimadas



son muy parecidas, independientemente de si se emplea una ley de propagación u otra, incluso la de grieta larga,  $L2$ , o la que empleaba una longitud de grieta efectiva,  $H2$ .

Tabla 5.14: Media y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales con las distintas leyes de crecimiento y McDiarmid como criterio multiaxial.

Método	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1		
Media	28.6	13.4	26.5	8.86	25.5	22.9		
Dispersión	2.42	2.17	2.47	2.22	2.54	2.64		
Método	P	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2	C
Media	0.68	1.54	0.82	0.94	0.50	0.73	0.78	0.38
Dispersión	1.27	2.49	1.30	1.41	1.21	1.32	1.52	1.13

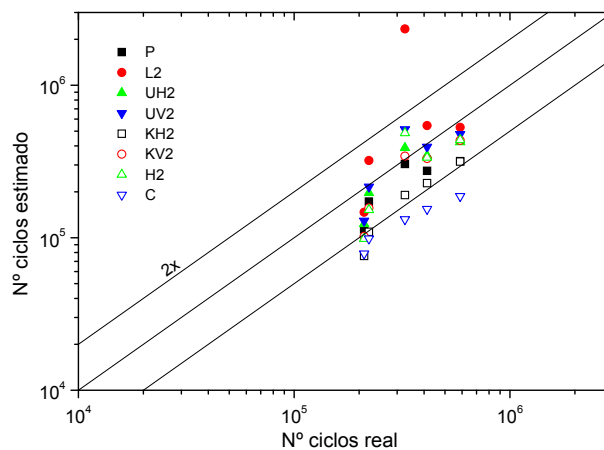


Figura 5.18: Estimaciones de vida con distintas leyes de propagación y McDiarmid como criterio de fatiga multiaxial.

### Influencia del criterio de fatiga multiaxial

También se analiza la influencia del criterio de fatiga multiaxial empleado. Los resultados de este análisis se muestran en la tabla 5.15. Los criterios de McDiarmid

y Fatemi-Socie vuelven a dar el mismo resultado en todos menos en  $L2$ , que es muy parecido. El criterio de Smith-Watson-Topper es similar a los dos anteriores en valor medio y dispersión. El criterio de Crossland es el que da unos resultados diferentes, siempre mayores y con una dispersión algo mayor, menos en  $L2$ . Las variaciones en la vida estimada por usar un criterio u otro se encuentran alrededor del 10 %.

Tabla 5.15: Media y dispersión obtenidas con las distintas leyes en función del criterio de fatiga multiaxial.

Método		McD	FS	SWT	Cross
P	Media	0.68	0.68	0.67	0.75
	Dispersión	1.27	1.27	1.27	1.31
L2	Media	1.54	1.55	1.57	1.68
	Dispersión	2.49	2.52	2.55	2.30
UH2	Media	0.82	0.82	0.82	0.90
	Dispersión	1.30	1.30	1.30	1.33
UV2	Media	0.94	0.94	0.93	1.02
	Dispersión	1.41	1.41	1.41	1.43
KH2	Media	0.50	0.50	0.49	0.55
	Dispersión	1.21	1.21	1.21	1.23
KV2	Media	0.73	0.73	0.73	0.78
	Dispersión	1.32	1.32	1.32	1.34
H2	Media	0.78	0.78	0.78	0.83
	Dispersión	1.52	1.52	1.52	1.59
C	Media	0.38	0.38	0.38	0.41
	Dispersión	1.13	1.13	1.13	1.18

El valor medio de las longitudes de iniciación y la fracción de vida empleada en esta fase se muestra en la tabla 5.16. Se muestran los resultados obtenidos con los cuatro criterios de fatiga definidos y las ocho leyes de propagación más significativas. De forma cualitativa, los resultados se comportan de la misma forma que en el capítulo 4. El criterio de Crossland genera longitudes de iniciación menores pero emplea una fracción de vida mayor en la iniciación. De forma cuantitativa,

tanto las longitudes de iniciación como el tanto por ciento de vida empleado en iniciación son mayores que en los ensayos realizados por Wittkowsky et al. [237]. Esto explica por qué en los ensayos realizados por Navarro et al. [245] tiene más influencia sobre la vida estimada el criterio de fatiga multiaxial utilizado para la iniciación. Solamente aparecen dos excepciones, en las leyes  $L2$  y  $H2$ .

Tabla 5.16: Valores medios de la longitud de iniciación y de la fracción de vida empleada en iniciación.

Método		McD	FS	SWT	Cross
P	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	12.2	12.2	11.8	8.3
	% iniciación	12.9	13.0	12.1	18.9
L2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	52.4	52.4	51.8	51.4
	% iniciación	36.2	36.4	36.5	42.1
UH2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	13.2	13.2	12.6	9.2
	% iniciación	11.6	11.6	10.7	16.8
UV2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	13.2	13.2	13.1	9.2
	% iniciación	10.1	10.1	9.7	14.7
KH2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	1.4	1.4	1.4	1.4
	% iniciación	7.4	7.4	6.6	15.3
KV2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	1.4	1.4	1.4	1.4
	% iniciación	4.8	4.8	4.3	10.4
H2	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	3.7	3.7	3.7	3.5
	% iniciación	7.1	7.1	6.8	11.8
C	long. inic. ( $\mu\text{m}$ )	0	0	0	0
	% iniciación	5.9	5.9	5.2	13.3

### Influencia del umbral de crecimiento

El valor del umbral de crecimiento también influye en las estimaciones de vida. Sin embargo, en estos ensayos dicha influencia es poca porque el FIT se encuentra muy por encima del umbral de crecimiento para cualquier valor de la longitud de grieta, figura 5.7. En la tabla 5.17 se muestran los valores medios y dispersión de los cocientes entre las vidas estimadas y las reales con un umbral de  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

en vez de  $2.75 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Las vidas estimadas con este otro valor del umbral han disminuido solamente entre un 0 % y un 10 %.

Tabla 5.17: Valores medios y desviaciones de las distintas leyes con  $K_{th} = 2.5 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  y McDiarmid como criterio multiaxial.

Método	L1	UH1	UV1	KH1	KV1	H1		
Media	16.7	9.05	15.7	6.23	15.2	13.0		
Dispersión	2.25	1.91	2.26	1.92	2.29	2.20		
Método	P	L2	UH2	UV2	KH2	KV2	H2	C
Media	0.68	1.15	0.78	0.85	0.50	0.70	0.67	0.38
Dispersión	1.27	1.92	1.30	1.37	1.19	1.27	1.31	1.13

## 5.5. Límite de fatiga por fretting

Del grupo de cinco ensayos analizados, el 2 y el 3 tienen prácticamente la misma tensión axial aplicada,  $\sigma = 111 \text{ MPa}$ , y la misma relación  $Q/N=0.55$ . Aprovechando esta circunstancia, se pueden emplear los distintos métodos de estimación de vida para analizar la influencia de las fuerzas del contacto si se aplica dicha tensión axial y relación  $Q/N$ . De nuevo, los métodos de estimación de vida se van a separar en dos grupos: los que no son capaces de predecir vidas infinitas, o muy altas, y los que sí. Los primeros (grupo A) son aquéllos que no incluyen ningún umbral para el crecimiento o la iniciación: el método de iniciación, propagación mediante la ley de Paris, longitud de iniciación fija y longitud de iniciación variable con Paris como ley de propagación. Los segundos (grupo B) son aquéllos que sí utilizan un umbral de crecimiento: métodos de propagación y de longitud de iniciación variable con umbral de crecimiento. Éstos son capaces de predecir lo que se definió en el capítulo anterior como “límite de fatiga por fretting” (LFF). Éste es un límite que aparece en las tensiones por debajo del cual las fuerzas aplicadas en el contacto no influyen en la vida a fatiga.

En las estimaciones de vida realizadas en este apartado se utilizarán solamente

algunas de las muchas variantes presentadas en los apartados anteriores, concretamente las más significativas. De esta forma, en el caso del método de iniciación se evaluarán las tensiones a una profundidad de  $a_0/2 = 86 \mu\text{m}$ . En los métodos de propagación se utilizará una longitud inicial de  $5 \mu\text{m}$  y en el caso de que se utilice un umbral,  $K_{th} = 2.75 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 169 \text{MPa}$ . En el método de longitud de iniciación fija se considerará propagación desde una profundidad de  $x_p = 0.2 \text{mm}$ , se utilizará el criterio de Crossland y se promediarán las tensiones a lo largo de una línea de longitud  $x_i = 119 \mu\text{m}$  para la fase de iniciación. Por último, en el método de longitud de iniciación variable se emplea el criterio de McDiarmid en la fase de iniciación, y en el caso de que se utilice un umbral en la propagación,  $K_{th} = 2.75 \text{MPa}\sqrt{\text{m}}$  y  $\sigma_f = 169 \text{MPa}$ . En estos dos últimos métodos, longitud de iniciación fija y variable, se ha empleado el criterio de fatiga multiaxial con el que se obtenía una dispersión menor en los resultados. En cualquier caso, ya se ha comprobado que las estimaciones de vida dependen poco del criterio elegido en estos métodos.

En la figura 5.19 se muestra la fuerza tangencial aplicada en los ensayos 2 y 3 frente al número de ciclos aplicado en los ensayos. Además, se han representado las diferentes estimaciones de vida obtenidas con los métodos del grupo A para una tensión axial de  $\sigma = 111 \text{MPa}$  y una relación  $Q/N=0.55$ . Se distinguen dos comportamientos. Los que estiman la vida como un proceso exclusivo de propagación,  $P$  y  $C$ , no son capaces de reflejar el hecho de que cuando la fuerza aplicada en el contacto tiende a cero, el problema se convierte en una probeta sometida a fatiga, y la vida viene determinada por la curva  $\epsilon - N$ . Los otros cuatro métodos de la figura sí predicen esta vida a fatiga porque, de una forma u otra, evalúan las tensiones cerca de la superficie y aplican  $\epsilon - N$ .

En la figura 5.20 se muestran igualmente los resultados experimentales de los ensayos 2 y 3, y además se añaden las estimaciones teóricas obtenidas con los métodos de estimación de vida del grupo B. También se observan distintos comportamientos. Entre los métodos que consideran solamente la propagación y los de

longitud de iniciación variable la diferencia estriba en que estos últimos sí son capaces de predecir la vida a fatiga cuando las cargas del contacto se desvanecen. En concreto, predicen la vida correspondiente a una tensión alternante de 111 MPa, que según la curva de fatiga escogida para este material es  $1.48 \cdot 10^7$  ciclos. En cambio, los que calculan la propagación desde un defecto inicial estiman una vida infinita cuando las cargas en el contacto son nulas.

Se comprueba una vez más por qué los distintos métodos estiman vidas finitas y relativamente parecidas en este grupo de ensayos: se encuentran muy por encima de los umbrales predichos incluso por las leyes más restrictivas  $H2$ ,  $UV2$  y  $KV2$ . La diferencia con los ensayos del capítulo 4 es que la tensión axial es tan alta que el límite de fatiga por fretting aparece a un nivel muy bajo de las fuerzas en el contacto. Más ensayos son necesarios, en todos los rangos de vida, para comparar de forma más fiable unos métodos y otros.

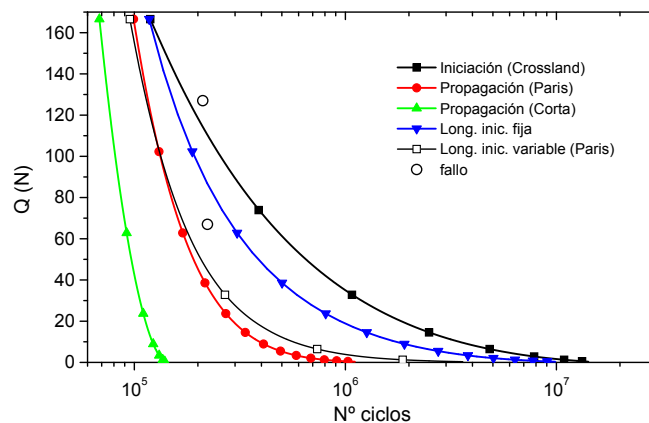


Figura 5.19: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo A;  $\sigma = 111$  MPa,  $Q/N=0.55$ .

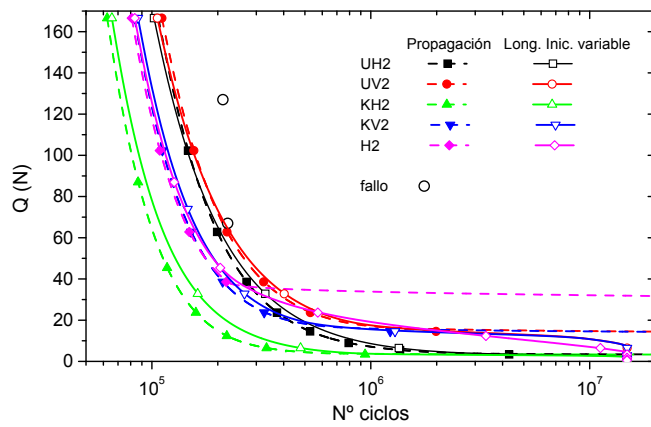


Figura 5.20: Ensayos y estimaciones de vida con los métodos del grupo B;  $\sigma = 111$  MPa,  $Q/N=0.55$ .





## Capítulo 6

# Conclusiones y trabajos futuros

### 6.1. Conclusiones

A lo largo de este trabajo se han constatado diversos hechos sobre la fatiga por fretting conocidos desde hace algunos años. Por ejemplo, se ha comprobado que las grietas se inician cerca del límite del contacto, que inicialmente crecen con un ángulo pequeño y que a una profundidad de unas 20-30  $\mu\text{m}$  giran para crecer aproximadamente perpendicular a la superficie. La concentración de tensiones debida a las fuerzas de contacto que Forsyth [3] cifraba en 4 aproximadamente, en los ensayos analizados en esta tesis se encuentra entre 2.5 y 5. Según Fenner et al. [5], la reducción en vida debido al fretting se encuentra entre 2.5 y 20 veces. En los ensayos analizados esta reducción es mayor de 100, aunque de los resultados se infiere que la tendencia es que para vidas más cortas la reducción es menor. Bramhall [31] observó en contacto cilíndrico que existe un tamaño mínimo del radio de la pieza de contacto por debajo del cual no se producían fallos, de forma análoga se encontraba una presión mínima de contacto con la que se obtenía

el mismo resultado. Un comportamiento similar se ha obtenido en esta tesis con algunos de los modelos propuestos, los que introducen un umbral de crecimiento, donde a partir de un determinado nivel de las cargas el fretting ya no afecta y la probeta se comporta como si estuviera sometida a fatiga simple.

A continuación se detallan las conclusiones que se pueden obtener de esta tesis agrupadas en dos bloques: geometría utilizada en los ensayos y modelos de estimación de vida.

### 6.1.1. Geometría utilizada en los ensayos

En el capítulo 2 se analizaron diversas geometrías exponiendo sus ventajas e inconvenientes.

Los ensayos sobre geometrías reales tienen la ventaja de que directamente se obtiene el comportamiento de la pieza real pero tienen el inconveniente de que no se pueden extrapolar los resultados a otras piezas y son más costosos. Por ello, se utilizan geometrías más sencillas.

La geometría más sencilla es el contacto de un punzón plano contra un plano. Las tensiones producidas en el caso elástico son bien conocidas, pero esta geometría tiene el inconveniente de que aparecen singularidades en las tensiones en las esquinas del punzón y, además, resulta complicada la correcta alineación de las caras planas. Si esta alineación no es correcta, la carga se aplica de forma asimétrica y la distribución de tensiones real difiere de la teórica.

El punzón con esquinas redondeadas es una geometría que deriva de la anterior con el objetivo de evitar las singularidades en las esquinas. Aparte de la ventaja mencionada, esta geometría es muy similar a la que aparece en la realidad en diversos casos como en el contacto de los álabes de una turbina con el eje. Sin embargo, el problema del alineamiento sigue apareciendo.

En el contacto cilíndrico la solución analítica de las tensiones también se conoce y se alinea más fácilmente que las anteriores. Aunque esta alineación también tiene complicación puesto que si la generatriz del cilindro no se apoya paralelamente al

plano, se producen singularidades y asimetría en la distribución de las tensiones.

En el contacto esférico se conoce la solución analítica de las tensiones, aunque no es exacta. En este caso no aparece ningún problema de alineamiento. Además tiene la ventaja de que fácilmente se encuentra la zona de iniciación de la grieta puesto que las máximas tensiones se producen en un punto y no en una línea como en las geometrías anteriores.

Analizando las tensiones en el contacto cilíndrico y esférico se ha encontrado que para la misma tensión en la superficie y en el interior de la probeta en uno y otro caso, el gradiente de tensiones es ligeramente mayor en el contacto cilíndrico.

### 6.1.2. Modelos de estimación de vida

En general, todos los métodos de estimación de vida, con los valores adecuados de sus parámetros, pueden tener buenos resultados en un determinado rango de vidas. La diferencia estriba en cuántos de esos parámetros, de los que utiliza cada método, es necesario ajustar para conseguir buenas estimaciones de vida; en la sensibilidad de los resultados a variaciones en dichos parámetros; y en el rango de vidas en el que se obtienen buenos resultados. Las conclusiones presentadas se han obtenido en función de las estimaciones de vida aplicadas a ensayos de dos tipos distintos, donde la diferencia fundamental era el radio de la superficie esférica que entraba en contacto.

#### Método de iniciación

En el método que solamente tiene en cuenta la fase de iniciación, las estimaciones de vida dependen fuertemente del parámetro  $a_0$ , que dicta a qué profundidad se evalúan las tensiones. Esto implica realizar un análisis previo para encontrar el valor de  $a_0$  que mejor ajuste las estimaciones a los ensayos experimentales.

El rango de vidas en donde este método funciona bien es estrecho y no es capaz de predecir el hecho de que aparezca un límite de fatiga por fretting. Es decir, no predice un valor de las cargas aplicadas a partir del cual las fuerzas del contacto

no influyen en la vida.

De los distintos criterios de fatiga multiaxial empleados con este método se han obtenido los mismos resultados con el de McDiarmid y con el de Fatemi-Socie. Esto es lógico teniendo en cuenta que el análisis de tensiones es elástico y los dos buscan el plano donde se producen los mayores incrementos de tensiones tangenciales, el primero, y los mayores incrementos de deformaciones tangenciales, el segundo.

Con el criterio de Crossland se obtiene una dispersión de los resultados menor que con el resto de criterios.

Las diferencias en estimación de vida al usar uno u otro criterio llegan a ser hasta de un 70 %.

La ventaja de este método es que es muy rápido y fácil de utilizar.

### Método de propagación

En el método de estimación de vida que utiliza exclusivamente una ley de propagación desde un pequeño defecto superficial se define un parámetro: la longitud de grieta inicial,  $a_i$ . Este parámetro se escoge en función del tamaño típico de defecto encontrado en el material en cuestión.

La variación de la longitud de grieta inicial entre 5 y 100  $\mu\text{m}$  produce variaciones en la vida estimada entre un 10 % y un 30 %. La influencia es mayor en los ensayos analizados con mayor radio de la esfera de contacto porque en éstos no se produce un mínimo en la velocidad de crecimiento tan acusado a una profundidad mayor de 100  $\mu\text{m}$ .

En algunas de las leyes de propagación empleadas se utiliza el umbral de crecimiento para grietas largas y el límite de fatiga. Éstas son propiedades del material empleado en los ensayos. Sin embargo, en la literatura se pueden encontrar diversos valores para ellas. La estimación de vida en algunos ensayos depende mucho del valor del umbral y límite de fatiga utilizado. Estos ensayos son los que se encuentran cerca del límite de fatiga por fretting.

La disminución en la velocidad de crecimiento al aumentar la longitud de la

grieta en algunos ensayos se debe a que el factor de intensidad de tensiones (FIT) se aproxima al umbral de crecimiento. La profundidad a la que se produce este mínimo depende, por un lado, de la influencia de las fuerzas en el contacto, que está relacionado con el tamaño de la zona de contacto, y por otro lado del umbral de crecimiento de grieta larga y del límite de fatiga. Dicha profundidad aumenta al aumentar el tamaño de la zona de contacto, y al aumentar y disminuir el umbral de crecimiento y el límite de fatiga, respectivamente.

Al introducir el umbral de propagación en la ley de crecimiento, se obtienen resultados considerablemente mejores con una expresión del tipo  $C(\Delta K^n - \Delta K_{th}^n)$  frente a  $C(\Delta K - \Delta K_{th})^n$ . Otra opción sería disponer de la curva experimental en todo el rango de variación del factor de intensidad de tensiones.

En general, con las leyes de propagación que suponen el crecimiento como grieta larga, L2, las que toman el comportamiento límite de grietas cortas, C, y las que utilizan una longitud de grieta efectiva, H2, no se obtienen resultados aceptables.

La ley de Paris proporciona los mejores resultados en un rango limitado de vidas, por debajo de  $10^6$  ciclos. Pero no es capaz de predecir un límite de fatiga por fretting, es decir, siempre se obtendrán vidas finitas. Tiene la ventaja de no depender de propiedades como el umbral de crecimiento o el límite de fatiga y de ser conservativa.

Las leyes de crecimiento que modifican el umbral, UH2 y UV2, o el FIT, KH2 y KV2, son capaces de predecir el límite de fatiga por fretting. También son capaces de predecir longitudes de grieta no propagante del mismo orden que las medidas experimentalmente en los ensayos interrumpidos sin haber fallado. Sin embargo, aunque predicen el límite de fatiga por fretting, por debajo de este valor siempre predicen vida infinita cuando en realidad la vida viene determinada por la tensión axial aplicada en la probeta, pudiendo ser esta vida finita o infinita.

Teniendo en cuenta tanto a los ensayos que fallaron como a los interrumpidos, se consiguen mejores resultados modificando el umbral crecimiento en vez de el FIT.

Para vidas más cortas el método de propagación con las leyes de crecimiento empleadas se hace más conservativo.

En los ensayos analizados, las predicciones indican que la mayor parte de la vida (80 %-90 %) se emplea en llegar hasta grietas de 0.5 mm ó 1 mm de longitud.

### **Método de iniciación-propagación. Longitud de iniciación fija**

En este método es necesario elegir dos parámetros. La longitud a partir de la cual se considera propagación,  $x_p$ , y el tamaño de la zona donde se evalúan las tensiones para estimar la iniciación,  $x_i$ .

El valor del  $x_p$ , de entre los elegidos, que proporciona los mejores resultados ha sido siempre el menor,  $x_p = 0.2$  mm. Esto descarta la elección de dicho parámetro en función del radio de la zona de contacto si se tiene en cuenta que estos tamaños variaban entre 160 y 925  $\mu\text{m}$ .

El valor de  $x_i$  apropiado es función del grupo de ensayos analizado, pudiéndose obtener valores muy distintos en uno u otro grupo de ensayos. Por lo tanto, será necesario realizar un análisis previo si se utiliza este método. El valor óptimo de este parámetro también depende del criterio de fatiga multiaxial empleado.

Los valores de  $x_i$  y  $x_p$  sólo son válidos para el grupo de ensayos analizados, si cambia el material o la geometría de los sólidos en contacto, dichos parámetros probablemente cambiarán.

Solamente se utiliza la ley de propagación de Paris porque una ley que introduzca el efecto del umbral de alguna forma puede llevar a resultados incoherentes (vidas de iniciación negativas).

Entre las distintas formas de evaluar las tensiones para estimar la vida de iniciación, se obtienen buenos resultados con: estado de tensiones en un punto a una profundidad determinada, media de las tensiones a lo largo de una línea o media en un volumen. Los resultados con estas tres modalidades son muy similares, con lo que se puede optar por el método del punto o de la línea por su mayor sencillez y rapidez de cálculo. Queda excluida la modalidad en la que se evaluaban

las tensiones en la superficie por los malos resultados y la extremada sensibilidad al parámetro  $x_p$ .

La proporción de vida empleada en iniciación depende del valor de  $x_p$  escogido y del grupo de ensayos, variando entre 55 % y 94 %. Esto explica que con distintos criterios de fatiga multiaxial se requieran valores muy distintos de  $x_i$  para estimar correctamente las vidas en los ensayos.

Con el criterio de fatiga multiaxial de Crossland se obtiene una dispersión en los resultados algo menor que con el criterio de McDiarmid.

El método de longitud de iniciación fija no es capaz de predecir un límite de fatiga por fretting, es decir, no es capaz de predecir que a partir de cierto nivel en las cargas aplicadas las fuerzas de contacto no influyen en la vida de la probeta.

#### **Método de iniciación-propagación. Longitud de iniciación variable**

Este método es el que se ha propuesto en esta tesis y se ha comparado con otros métodos utilizados en la estimación de vida en fretting con contacto esférico.

Con este método no es necesario definir parámetros arbitrarios como  $x_p$ ,  $x_i$  y  $a_i$ . Esto implica además que no es necesario realizar un análisis previo de los ensayos para encontrar los parámetros que permitan estimar la vida correctamente.

Para aplicar el método sólo se necesita conocer la geometría, las fuerzas aplicadas y las propiedades mecánicas generales del material. Se ha encontrado cierta variabilidad en las propiedades a fatiga del material que permiten un cierto reajuste en los resultados.

Los resultados son muy parecidos a los obtenidos con el método de propagación desde un defecto siempre que en este último se estimen vidas finitas. El límite de fatiga por fretting predicho es el mismo en uno y otro caso, la diferencia está en que por debajo de él la vida estimada con el método de longitud de iniciación variable viene determinada por la tensión axial aplicada y la curva de fatiga simple. Por lo tanto, este método tiene las ventajas del método de propagación pero sin los inconvenientes de tener que elegir un  $a_i$  y de estimar vidas infinitas por debajo del

límite de fatiga por fretting.

Otra diferencia con el método de propagación, que se deriva de la anterior, es que no se predicen grietas no propagantes en los mismos casos, aunque en realidad esto no es una desventaja. En los ensayos analizados, cuando el método de propagación predecía una vida infinita y su correspondiente grieta no propagante, el método de longitud de iniciación variable predecía una vida determinada por la tensión axial y la curva de fatiga del orden de  $10^9$  ciclos. Para saber cuál de las dos versiones se ajusta más a la realidad habría que hacer ensayos que no fueran interrumpidos hasta un número de ciclos demasiado elevado. En esta tesis se sostiene que la segunda opción es la más plausible.

Algunas de las conclusiones obtenidas respecto a las leyes de propagación en el método de propagación son las mismas que se derivan en este caso. La ley de Paris proporciona los mejores resultados para vidas por debajo de  $10^6$  ciclos y no necesita utilizar un umbral de crecimiento y un límite de fatiga. El inconveniente es que no predice un límite de fatiga por fretting. De forma general, se obtienen mejores resultados en todo el espectro de vida si se modifica el umbral en vez de el FIT. Para vidas cortas el método se hace cada vez más conservativo.

El valor medio de la fracción de vida empleada en la fase de iniciación puede variar entre 1% y 20% según los distintos criterios de iniciación y propagación empleados. En los ensayos con el mayor radio de la esfera de contacto, la fase de iniciación es más importante, posiblemente por el menor gradiente de tensiones. También se observa que, si se aumentan las cargas en el contacto manteniendo la tensión axial, la fase de iniciación disminuye y viceversa.

Debido a la poca importancia de la fase de iniciación, la influencia sobre la estimación de vida de utilizar uno u otro criterio de fatiga multiaxial se reduce hasta un 10% aproximadamente.



## 6.2. Trabajos futuros

### 6.2.1. Mejora del método de estimación de vida

El método propuesto de longitud de iniciación variable se puede mejorar en varios aspectos que se enumeran a continuación:

- En algunos casos, las tensiones debidas al contacto pueden ser importantes. Sería interesante realizar un cálculo elastoplástico de las tensiones que afectaría tanto al cálculo del factor de intensidad de tensiones como a la fase de iniciación. En esta situación, se podrían encontrar más diferencias entre los resultados obtenidos con distintos criterios de fatiga multiaxial, aunque la importancia de la fase de iniciación siga siendo pequeña respecto a la vida total.
- En el cálculo del crecimiento de grieta se realizó la hipótesis, en función de otros autores, de que el crecimiento en modo II era despreciable frente al modo I. Introduciendo un crecimiento en modo mixto también se podría obtener que la vida estimada viene determinada por un crecimiento en otra dirección que no sea la perpendicular a la superficie.
- En el crecimiento de la grieta se ha tomado solamente la parte positiva del ciclo de carga para calcular el factor de intensidad de tensiones. Se podría introducir la variación real del coeficiente de asimetría de las tensiones,  $R$ , para lo cual sería necesario conocer la dependencia de la curva  $da/dN - \Delta K$  y del umbral  $\Delta K_{th}$  respecto a dicho parámetro. En este punto, también se podría incluir el cierre de grieta.

### 6.2.2. Ampliación a situaciones más generales

El objetivo de esta tesis era predecir la vida a fatiga en ensayos de fretting con contacto esférico. Además de realizar más ensayos del mismo tipo con el objetivo de

conocer mejor las características de los métodos de estimación de vida, se pueden aplicar los métodos a otras situaciones que se detallan a continuación:

- Aplicación a ensayos con contacto esférico en otros materiales como el titanio o el acero que sí presenta un límite de fatiga definido.
- Adaptación a ensayos con contacto esférico en los que a la probeta se le haya aplicado algún recubrimiento con el objeto de paliar los efectos perjudiciales del fretting.
- Adaptación a ensayos con contacto esférico en los que la probeta haya sido sometida a shot-peening, también con el objeto de paliar los efectos del fretting.
- Adaptación al caso de contacto cilíndrico.
- Adaptación al caso de contacto plano con esquinas redondeadas.
- Adaptación al caso de una configuración eje-cubo.
- Adaptación a otros casos reales.

## Apéndice A

Velocidad de crecimiento de grieta estimada en los ensayos del capítulo 4 según las distintas leyes de crecimiento

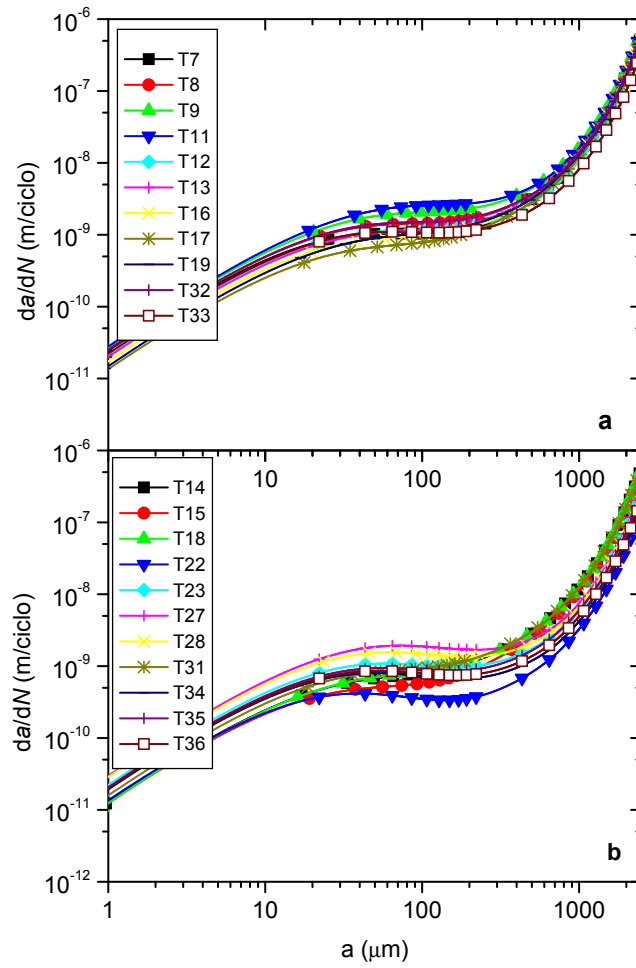


Figura A.1: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $P$ ; a) fallo; b) no fallo.

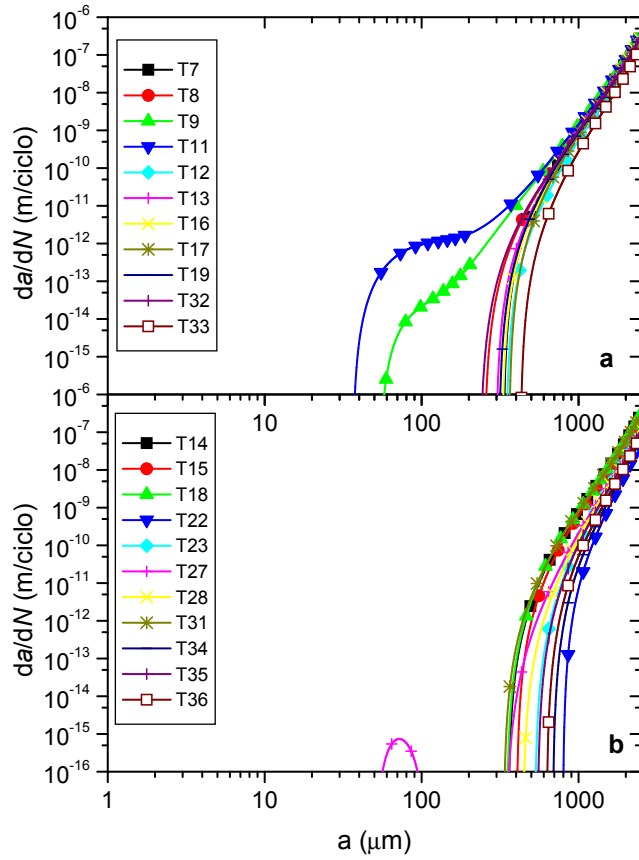


Figura A.2: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $LI$ ; a) fallo; b) no fallo.

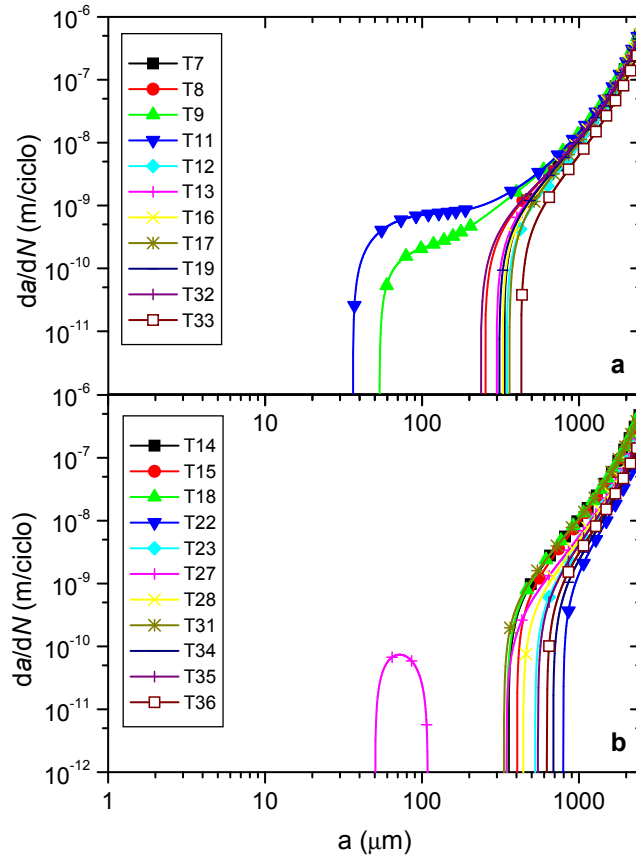


Figura A.3: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $L2$ ;  
a) fallo; b) no fallo.

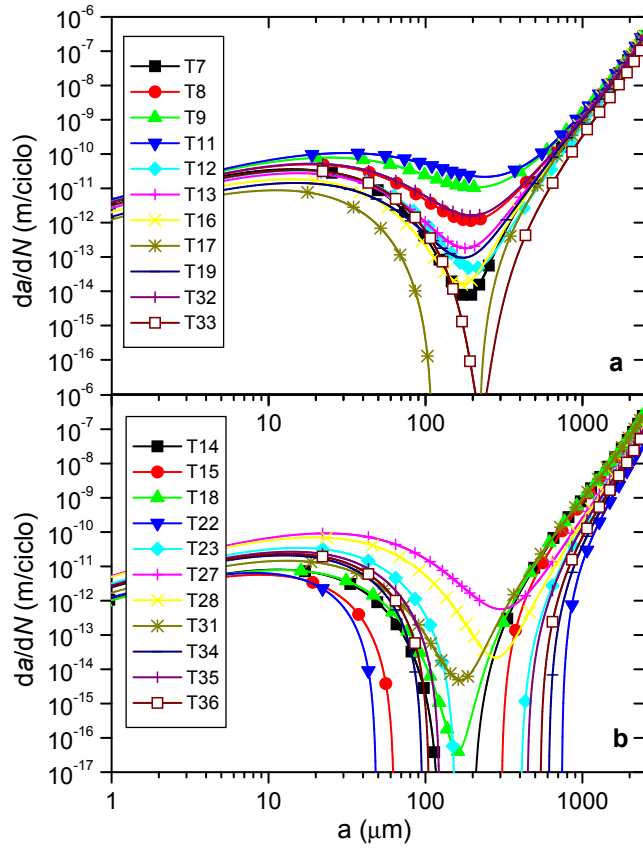


Figura A.4: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *UHI*;  
a) fallo; b) no fallo.

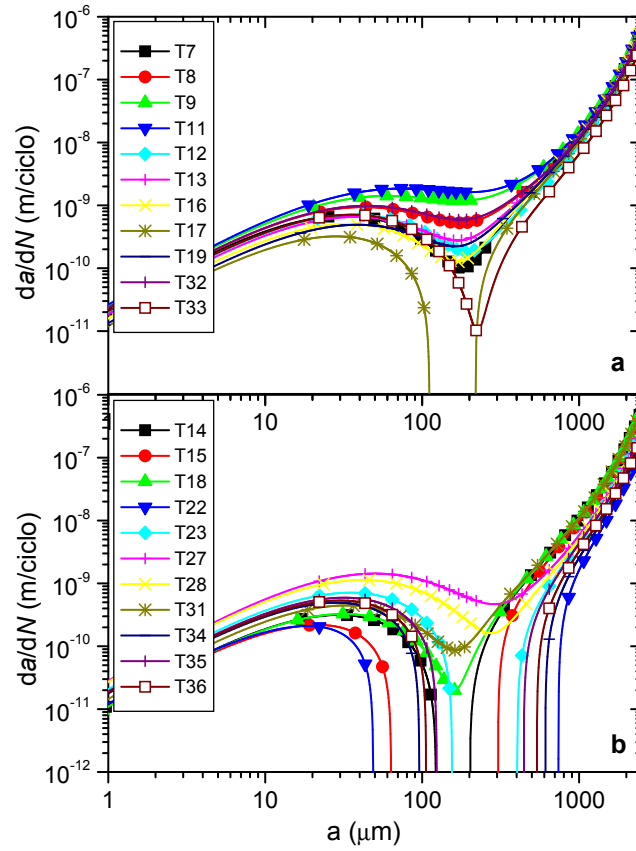


Figura A.5: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *UH2*;  
a) fallo; b) no fallo.



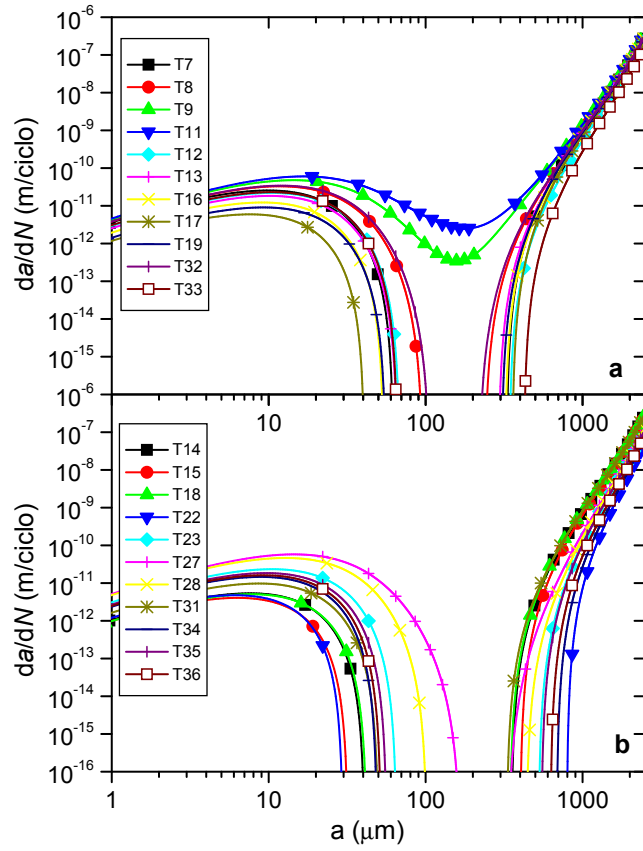


Figura A.6: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *UV1*;  
a) fallo; b) no fallo.

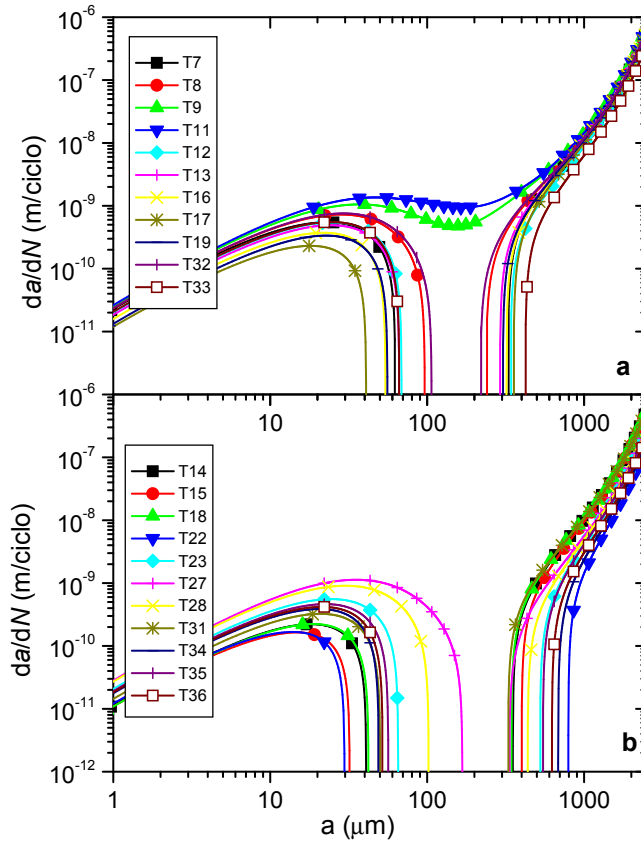


Figura A.7: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *UV2*;  
a) fallo; b) no fallo.

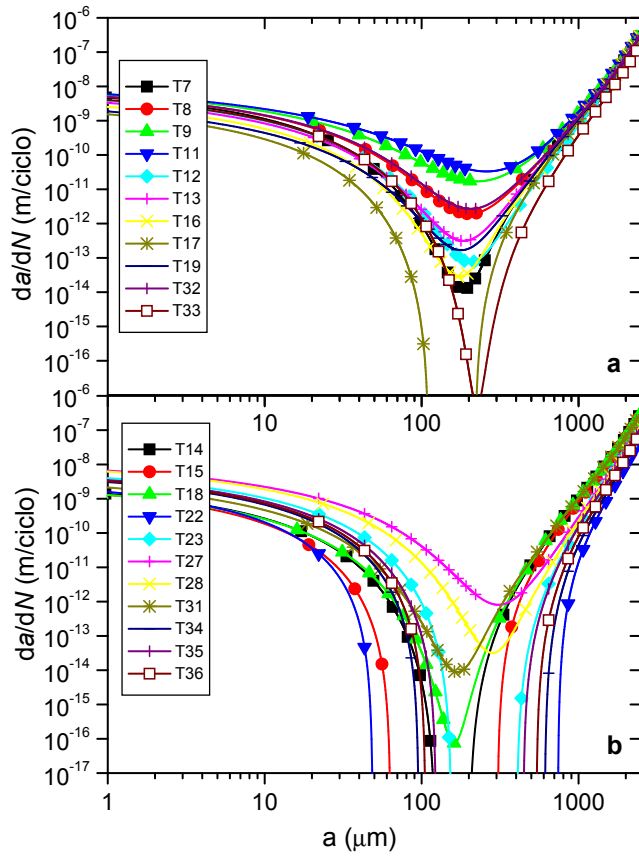


Figura A.8: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *KH1*;  
a) fallo; b) no fallo.

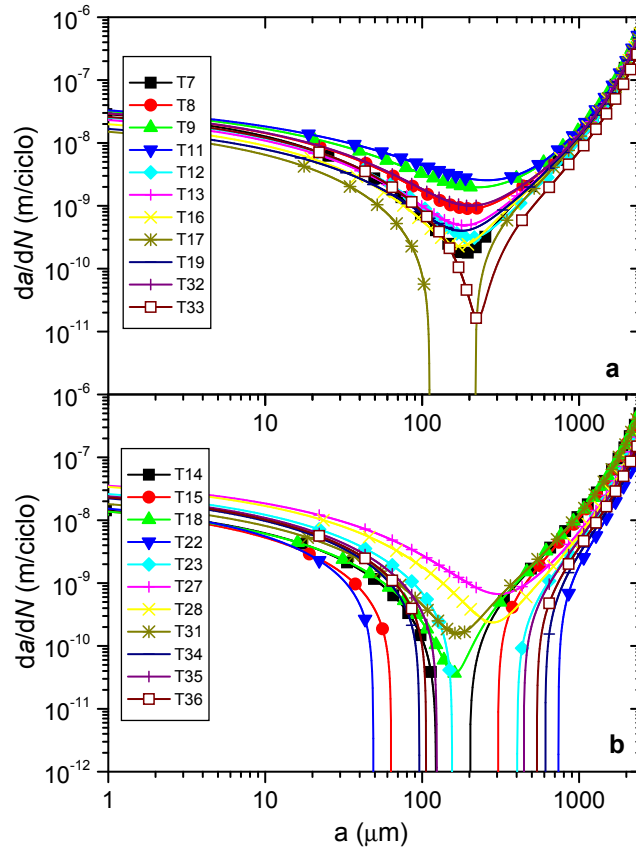


Figura A.9: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $KH2$ ;  
a) fallo; b) no fallo.

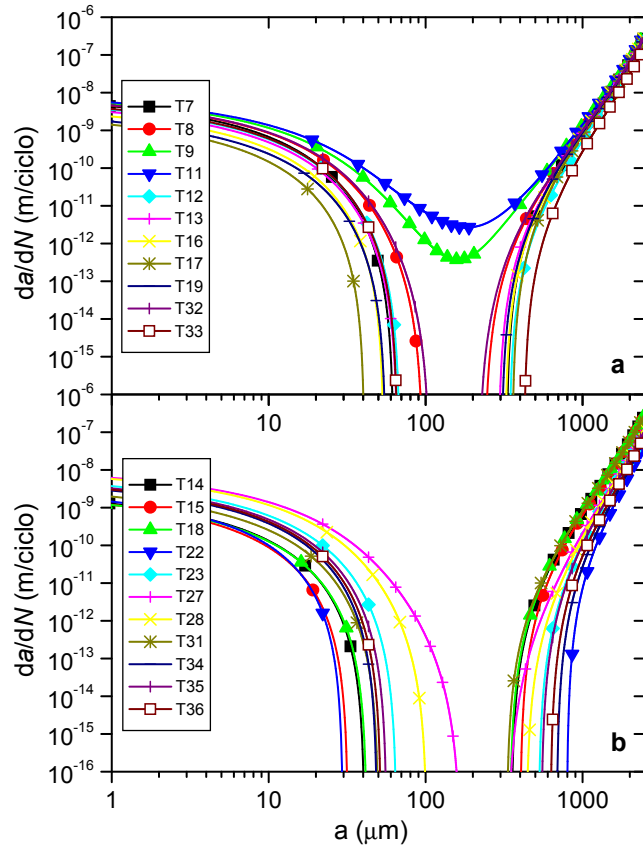


Figura A.10: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según *KV1*;  
a) fallo; b) no fallo.

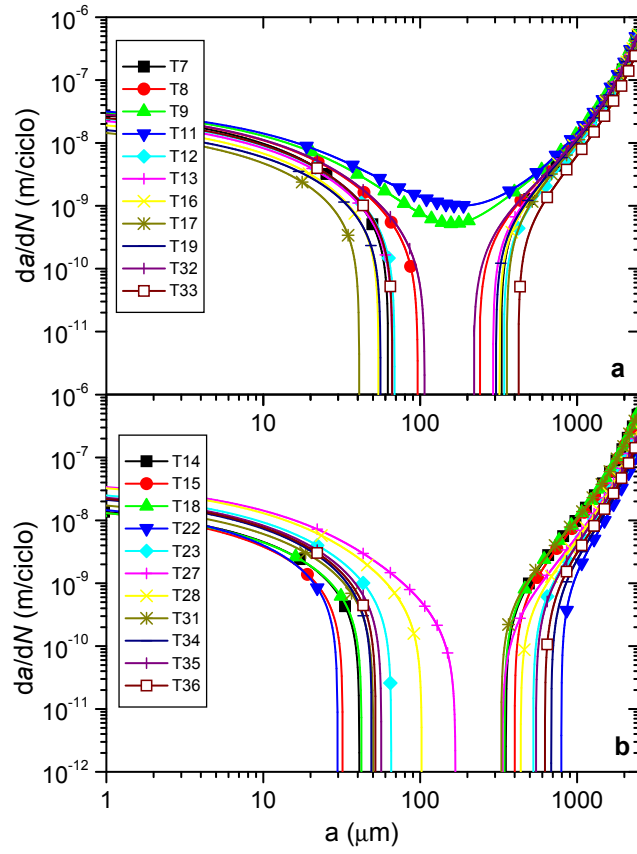


Figura A.11: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $KV2$ ;  
a) fallo; b) no fallo.

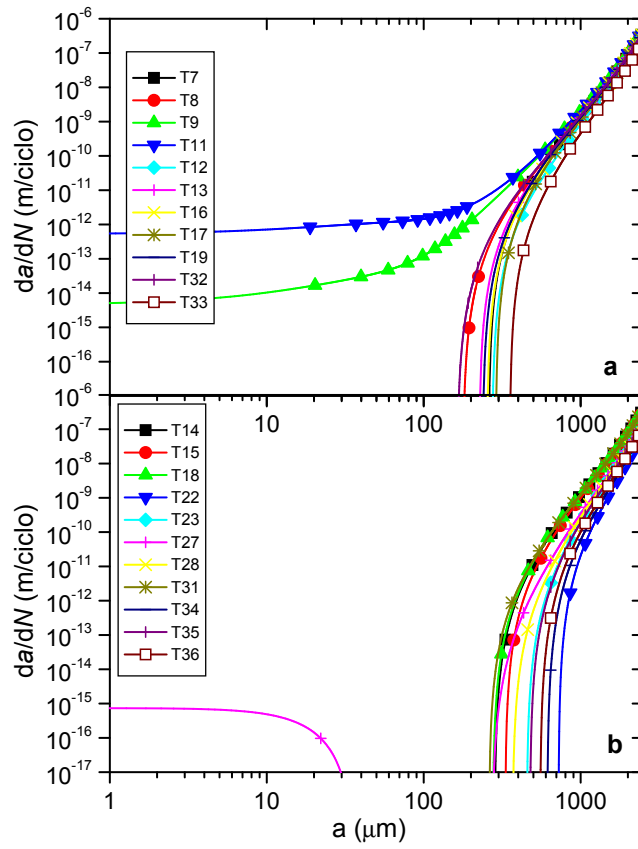


Figura A.12: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $H1$ ;  
a) fallo; b) no fallo.

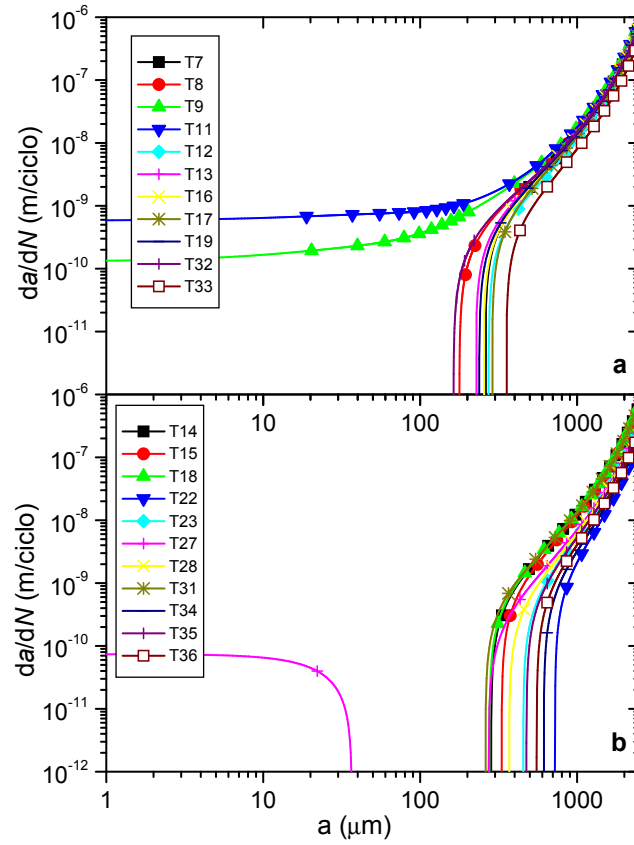


Figura A.13: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $H2$ ;  
a) fallo; b) no fallo.



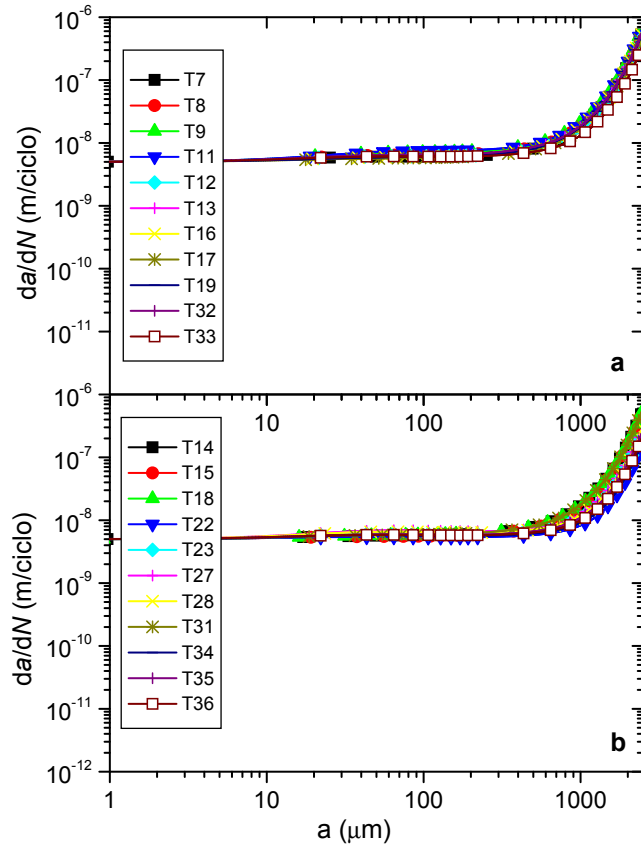


Figura A.14: Velocidad de crecimiento en función de la longitud de la grieta según  $C$ ;  
a) fallo; b) no fallo.



## Apéndice B

Velocidad de crecimiento de grieta estimada en los ensayos del capítulo 5 según las distintas leyes de crecimiento

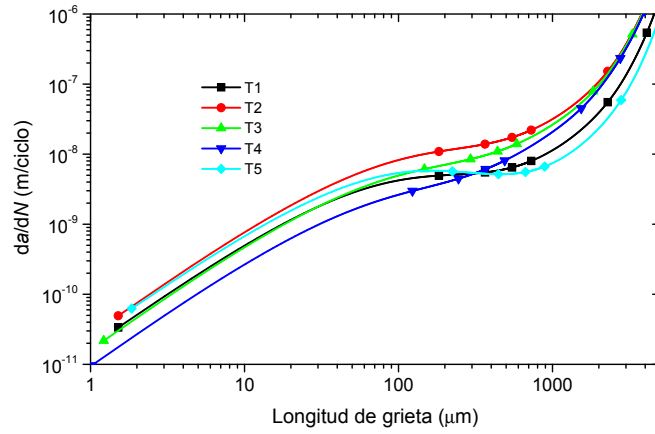


Figura B.1: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según  $P$ .

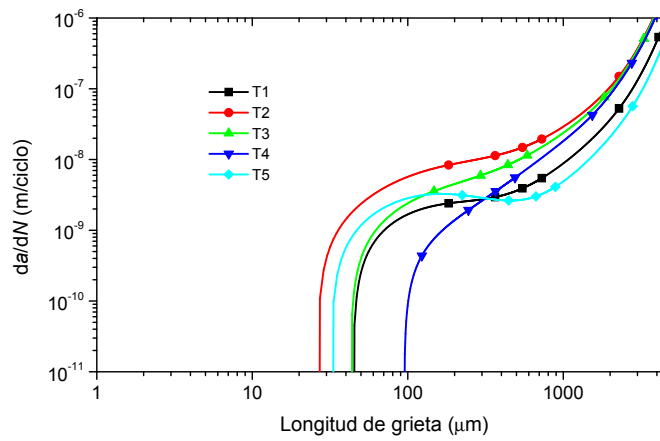


Figura B.2: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según  $L2$ .

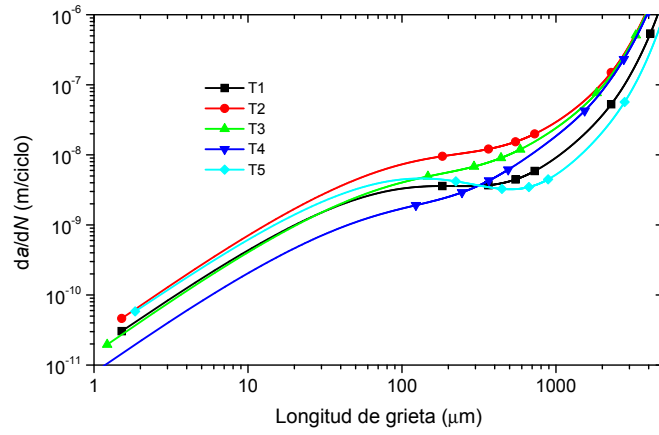


Figura B.3: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según *UH2*.

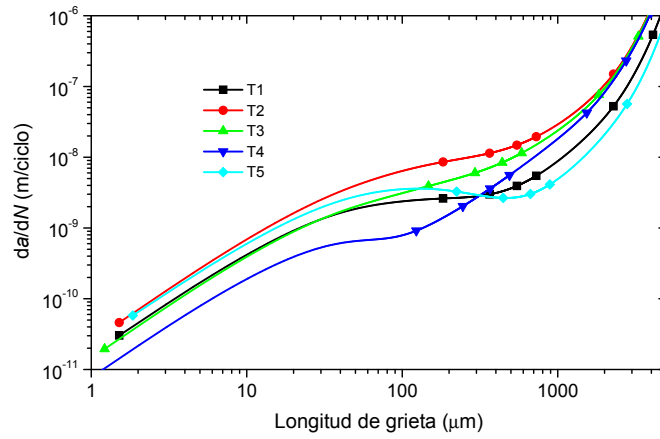


Figura B.4: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según *UV2*.

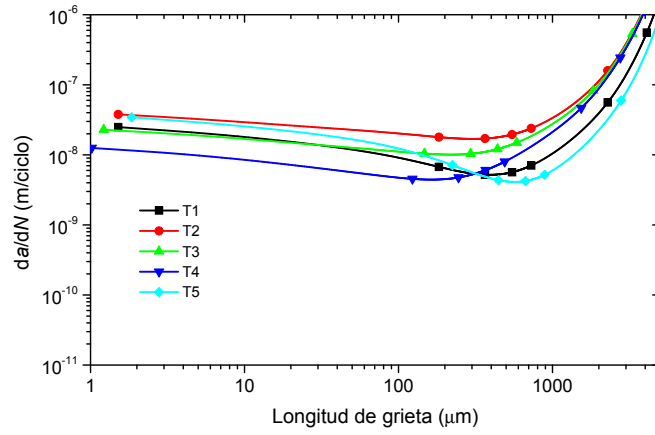


Figura B.5: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según  $KH2$ .

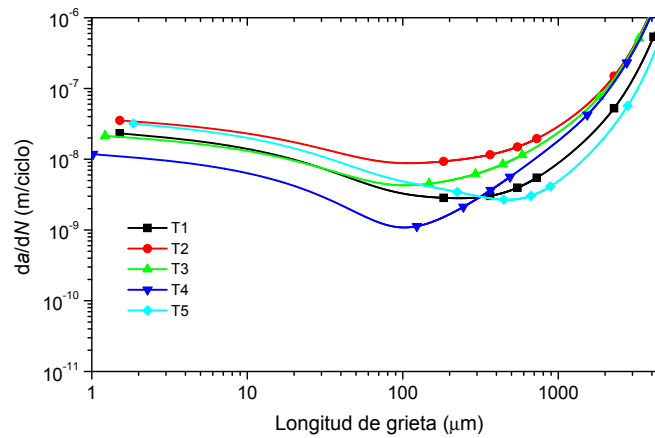


Figura B.6: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según  $KV2$ .

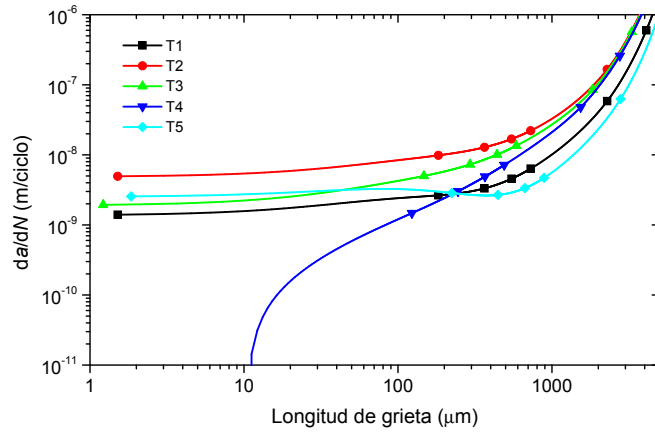


Figura B.7: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según *H2*.

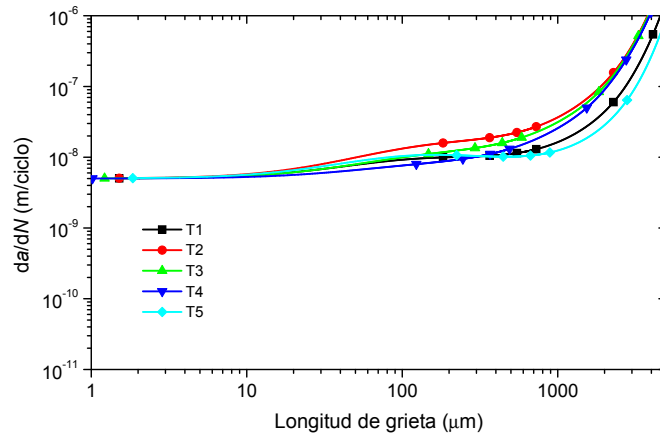


Figura B.8: Velocidad de crecimiento de grieta en función de la longitud de ésta según *C*.





# Bibliografía

- [1] W.A.J. ALBERT. *Arch. Miner. Geognosie Berg. Huttenkunde* **10**, 215 (1938).
- [2] A. WÖHLER. Test to determine the forces acting on railway carriage axles and the capacity of resistance of the axles. *Engineering* **11**, 199 (1871).
- [3] P.J.E. FORSYTH. Occurrence of fretting fatigue failures in practice. En R.B. WATERHOUSE, editor, “Fretting Fatigue”, capítulo 4, páginas 99–125. Applied Science, London (1981).
- [4] J.O. ALMEN. Lubricants and the false brinelling of ball and roller bearings. *Mechanical Engineering* **4**, 415 (1937).
- [5] A.J. FENNER, K.H.R. WRIGHT Y J.Y. MANN. Fretting corrosion and its influence on fatigue failure. En “International Conference on Fatigue of Metals”, página 386, London (1956).
- [6] W.W. MAXWELL, B.R. DUDLEY, A.B. CLEARY, J. RICHARDS Y J. SHAW. Measures to counter fatigue failures in railway axles. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* **182**(1), 89–108 (1967).
- [7] R.B. WATERHOUSE Y M. LAMB. Fretting corrosion of orthopedic implant materials by bone cement. *Wear* **60**, 357–368 (1980).

- 
- [8] R.B. WATERHOUSE Y E. SMETHURST. *Journal of Material Science* **12**, 1781–1792 (1977).
- [9] M. ANTLER. Electrical effects of fretting connector contact materials: A review. *Wear* **106**, 357–368 (1985).
- [10] M.B. COYLE Y S.J. WATSON. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* **178**(1), 147–160 (1963).
- [11] Y. LINDBLOM Y G. BURMAN. En “High temperature alloys for gas turbines”. Riedel Publ. Co., Dordrecht, The Netherlands (1982).
- [12] C. RUIZ, P.H.B. BODDINGTON Y K.C. CHEN. An investigation of fatigue and fretting on a dovetailjoint. *Experimental Mechanics* **24**, 208–217 (1984).
- [13] R.B. WATERHOUSE. Fretting fatigue. *International Materials Reviews* **37**(2), 77–97 (1992).
- [14] E.M. EDEN, W.N. ROSE Y F.L. CUNNINGHAM. The endurance of metals. *Proceedings Institution Mechanical Engineers* **4**, 839–974 (1911).
- [15] G.A. TOMLINSON. The rusting of steel surfaces in contact. *Proceedings Royal Society* **A115**, 472–483 (1927).
- [16] G. A. TOMLINSON, P. L. THORPE Y H. J. GOUGH. An investigation of the fretting corrosion of closely fitting surfaces. *Proceedings Institution Mechanical Engineers* **141**, 223–249 (1939).
- [17] E.J. WARLOW-DAVIES. Fretting corrosion and fatigue strength: brief results of preliminary experiments. *Proceedings Institution Mechanical Engineers* **146**, 33–38 (1941).
- [18] H.H. UHLIG Y I. MING-FENG. Fretting corrosion of mild steel in air and nitrogen. *Journal of Applied Mechanics* **21**, 395–400 (1954).

- [19] H.H. UHLIG. A mechanism of fretting corrosion. *Journal of Applied Mechanics* **21**, 401–407 (1954).
- [20] A.J. FENNER Y J.E. FIELD. A study of the onset of fatigue damage due to fretting. *Proc. N E Coast Institute of Engineers and Shipbuilders* **76**, 183 (1960).
- [21] J.R. MCDOWELL. Fretting corrosion tendencies of several combinations of materials. En “ASTM STP144: Symposium on Fretting Corrosion”. ASTM, Philadelphia (1953).
- [22] A.J. FENNER Y J.E. FIELD. La fatigue dans les conditions de frottement. *Rev. Métall.* **55**, 475–485 (1958).
- [23] W.D. MILESTONE. Fretting and fretting fatigue in metal to metal contacts. En “Proc. AIAA Structural dynamics and materials conf.”, página 86, Denver, Colorado (1970).
- [24] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 1). *Bull. JSME* **11**(45), 437 (1968).
- [25] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 2). *Bull. JSME* **12**(50), 180–187 (1969).
- [26] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 3). *Bull. JSME* **12**(51), 397–407 (1969).
- [27] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 4). *Bull. JSME* **12**(52), 408–414 (1969).
- [28] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 5). *Bull. JSME* **12**(52), 692–697 (1969).
- [29] K. NISHIOKA Y K. HIRAKAWA. Fundamental investigations of fretting fatigue (part 6). *Bull. JSME* **15**(80), 135–144 (1972).

- [30] U. BRYGGMAN Y S. SÖDERBERG. Contact conditions in fretting. *Wear* **110**, 1–17 (1986).
- [31] R. BRAMHALL. “Studies in fretting fatigue”. Tesis Doctoral, Oxford University (1973).
- [32] J.J. O’CONNOR Y K.L. JOHNSON. The role of surface asperities in transmitting tangential forces between metals. *Wear* **6**, 118 (1963).
- [33] L.E. GOODMAN Y C.B. BROWN. Energy dissipation in contact friction; constant normal and cyclic tangential loading. *Journal of Applied Mechanics* **84**, 17 (1962).
- [34] W.D. MILESTONE Y J.J. JANECZKO. Friction between steel surfaces during fretting. *Wear* **18**, 219–240 (1971).
- [35] K. ENDO, H. GOTO Y T. FUKUNAGA. Behaviors of frictional force in fretting fatigue. *Bull. JSME* **17**(108), 647–654 (1974).
- [36] G.P. WRIGHT. “Studies in fretting fatigue”. Tesis Doctoral, Oxford University (1970).
- [37] R.B. WATERHOUSE. “Fretting corrosion”, páginas 37–43. Oxford, Pergamon (1972).
- [38] J.J. O’CONNOR. The role of elastic stress analysis in the interpretation of fretting fatigue failures. En R.B. WATERHOUSE, editor, “Fretting Fatigue”, capítulo 2, páginas 23–66. Applied Science, London (1981).
- [39] D.H. BUCKLEY. Effect of various material properties on the adhesive stage of fretting. Agard-CP-161. Paper No. 13 (1975).
- [40] K. ENDO Y H. GOTO. Initiation and propagation of fretting fatigue cracks. *Wear* **38**, 311–324 (1975).

- [41] P.R. EDWARDS Y R.J. RYMAN. Studies in fretting fatigue under service loading conditions. En “Proc. Eighth ICAF Symposium”, Lausanne (1975).
- [42] P.R. EDWARDS Y R. COOK. Frictional force measurements on fretted specimens under constant amplitude loading. RAE TR 78019 (1978).
- [43] P.R. EDWARDS Y R. COOK. Frictional force measurements on fretted specimens under variable amplitude loading. RAE TR 78059 (1978).
- [44] P.R. EDWARDS, R.J. RYMAN Y R. COOK. Fracture mechanics prediction of fretting fatigue. En “Proc. Ninth ICAF Symposium”, Darmstadt (1977).
- [45] P.R. EDWARDS, R.J. RYMAN Y R. COOK. Fracture mechanics prediction of fretting fatigue under constant amplitude loading. RAE TR 78056 (1977).
- [46] P.R. EDWARDS Y R. COOK. Fracture mechanics prediction of fretting fatigue under gaussian random loading. RAE TR 78086 (1978).
- [47] N.E. FROST, L.P. POOK Y K. DENTON. A fracture mechanics analysis of fatigue crack growth data for various materials. NEL/A2/1/69 (1969).
- [48] B.C. FISHER Y F. SHERRATT. A fracture mechanics analysis of fatigue crack growth data for short cracks. En P. STANLEY, editor, “Fracture mechanics in engineering practice”. Applied Science Publishers, London (1977).
- [49] N.E. DOWLING. Crack growth during low cyclic fatigue of axial specimens. En “ASTM STP 637”. ASTM (1978).
- [50] L.P. POOK. Various aspects of the fatigue damage threshold in mild steel. En “Proc. SEE Conference Fatigue Testing and Design” (1976).
- [51] M.H. EL HADDAD, T.H. TOPPER Y K.N. SMITH. Prediction of non-propagating cracks. *Engineering Fracture Mechanics* **11**, 573–584 (1979).
- [52] M. HELMI ATTIA Y R.B. WATERHOUSE, editores. “ASTM STP 1159. Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment”. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1992).

- [53] R.B. WATERHOUSE Y T.C. LINDLEY, editores. “ESIS 18. Fretting fatigue”. Mechanical Engineering Publications Limited, London (1994).
- [54] D.W. HOEPPNER, V. CHANDRASEKARAN Y C.B. ELLIOT III, editores. “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [55] S.E. KINYON, D.W. HOEPPNER Y Y. MUTOH, editores. “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [56] *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6) (2002).
- [57] *Tribology International* **36** (2003).
- [58] Y. BERTHIER, L. VICENT Y M. GODET. Fretting fatigue and fretting wear. *Tribology International* **22**(4), 235–242 (1989).
- [59] Z.R. ZHOU, S.R. GU Y L. VINCENT. Investigation of the fretting wear of two aluminum alloys. *Tribology International* **30**(1), 1–7 (1997).
- [60] S. FOUVRY, P. KAPSA Y L. VINCENT. Fretting-wear and fretting-fatigue: Relation through a mapping concept. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 49–64. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [61] S. FOUVRY. Shakedown analysis and fretting wear response under gross slip condition. *Wear* **250**, 1320–1331 (2001).
- [62] I.G. GORYACHEVA, P.T. RAJEEV Y T.N. FARRIS. Wear in partial slip contact. *Journal of Tribology* **123**(4), 848–856 (2001).
- [63] K. ELLEUCH Y S. FOUVRY. Wear analysis of A357 aluminum alloy under fretting. *Wear* **253**(5), 662–672 (2002).

- [64] K. MIYOSHI, B.A. LERCH Y S.L. DRAPER. Fretting wear of Ti-48Al-2Cr-2Nb. *Tribology International* **36**(2), 145–153 (2003).
- [65] V. CHANDRASEKARAN, A.M. TAYLOR Y D.W. HOEPPNER. Evaluation of the fretting corrosion behavior of the proximal pad taper of a modular hip design. *Wear* **231**(1), 54–64 (1999).
- [66] C.B. ELLIOT III Y D.W. HOEPPNER. Importance of wear and corrosion on the fretting fatigue behavior of two aluminum alloys. *Wear* **236**(1), 128–133 (1999).
- [67] G. HARISH, M.P. SZOLWINSKI, T.N. FARRIS Y T. SAKAGAMI. Evaluation of fretting stresses through full-field temperature measurements. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 423–435. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [68] M.H. ATTIA. Fretting fatigue of some nickel-based alloys in steam environment at 265 °C. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 231–246. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [69] M.H. ATTIA. On the standardization of fretting fatigue test method - modeling issues related to the thermal constriction phenomenon and prediction of contact temperature. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 31–48. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [70] T. HANSSON, M. KAMARAJ, Y. MUTOH Y B. PETERSSON. High temperature fretting fatigue behavior in an XD<sup>TM</sup>  $\gamma$ -base TiAl. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 65–79. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).

- [71] H. MURTHY, P.T. RAJEEV, M. OKANE Y T.N. FARRIS. Development of test methods for high temperature fretting of turbine materials subjected to engine-type loading. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 273–288. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [72] J.F. MATLIK Y T.N. FARRIS. High-frequency fretting fatigue experiments. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 251–272. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [73] S. SÖDERBERG, U. BRYGGMAN Y T. MCCULLOUGH. Frequency effects in fretting wear. *Wear* **110**, 19–34 (1986).
- [74] R.L. MUNISAMY, D.A. HILLS Y D. NOWELL. Contact of similar and dissimilar elastic sphere under tangential loading. En A. CURNIER, editor, “Proc. Contact Mechanics Int. Symp.”, páginas 447–462 (1992).
- [75] P.T. RAJEEV Y T.N. FARRIS. Numerical analysis of fretting contacts of dissimilar isotropic and anisotropic materials. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6), 503–517 (2002).
- [76] H. LEE, O. JIN Y S. MALL. Fretting fatigue behavior of Ti-6Al-4V with dissimilar mating materials. *International Journal of Fatigue* **26**(4), 393–402 (2004).
- [77] H. LEE Y S. MALL. Effect of dissimilar mating materials and contact force on fretting fatigue behavior of Ti-6Al-4V. *Tribology International* **36**(2), 121–131 (2004).
- [78] M.P. SZOLWINSKI, J.F. MATLIK Y T.N. FARRIS. Effects of HCF loading on fretting fatigue crack nucleation. *International Journal of Fatigue* **21**(7), 671–677 (1999).



- [79] S.A. NAMJOSHI Y S. MALL. Fretting behavior of Ti-6Al-4V under combined high cycle and low cycle fatigue loading. *International Journal of Fatigue* **23**(SUPPL. 1), S455–S461 (2001).
- [80] S. NABOULSI Y S. MALL. Investigation of high cycle and low cycle fatigue interaction on fretting behavior. *International Journal of Mechanical Sciences* **44**(8), 1625–1645 (2002).
- [81] S. SHIRAI, K. KUMUTHINI, Y. MUTOH Y K. NAGATA. Fretting fatigue characteristics of titanium alloy Ti-6Al-4V in ultra high cycle regime. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 353–365. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [82] S.E. KINYON Y D.W. HOEPPNER. Spectrum load effects on the fretting behavior of Ti-6Al-4V. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 100–115. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [83] O. JIN, H. LEE Y S. MALL. Investigation into cumulative damage rules to predict fretting fatigue life of Ti-6Al-4V under two-level block loading condition. *Journal of engineering Materials and Technology* **125**(3), 315–323 (2003).
- [84] M. SHIMA, H. SUETAKE, I.R. MCCOLL, R.B. WATERHOUSE Y M. TAKEUCHI. On the behaviour of an oil lubricated fretting contact. *Wear* **210**(1), 304–310 (1997).
- [85] Z.R. ZHOU Y L. VINCENT. Lubrication in fretting - a review. *Wear* **225**(2), 962–967 (1999).
- [86] Z.R. ZHOU, Q.Y. LIU, M.H. ZHU, L. TANJALA, PH. KAPSA Y L. VINCENT. Investigation of fretting behaviour of several metallic materials under grease lubrication. *Tribology International* **33**(2), 69–74 (2000).

- [87] T. NISHIDA, J. MIZUTANI, Y. MUTOH Y M. MAEJIMA. Effect of lubricating anodic film on fretting fatigue strength of aluminum alloy. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 369–384. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [88] V. FRIDRICI, S. FOUVRY, P. KAPSA Y P. PERRUCHAUT. Impact of contact size and geometry on the lifetime of a solid lubricant. *Wear* **255**(7-12), 875–882 (2003).
- [89] Z.R. ZHOU Y L. VINCENT. Lubrication by thin polystyrene coating in fretting. *Wear* **231**(2), 179–184 (1999).
- [90] J. XU, M.H. ZHU, Z.R. ZHOU, PH. KAPSA Y L. VINCENT. An investigation on fretting wear life of bonded MoS<sub>2</sub> solid lubricant coatings in complex conditions. *Wear* **255**(1-6), 253–258 (2003).
- [91] J.F. CARTON, A.B. VANNES Y L. VINCENT. Basis of a coating choice methodology in fretting. *Wear* **185**(1-2), 47–57 (1995).
- [92] S. FOUVRY, PH. KAPSA, H. ZAHOUANI Y L. VINCENT. Wear analysis in fretting of hard coatings through a dissipated energy concept. *Wear* **203-204**, 393–403 (1997).
- [93] K. MIYOSHI, B. POHLCHUCK, K.W. STREET, J.S. ZABINSKI, J.H. SANDERS, A.A. VOEVODIN Y R.L.C. WU. Sliding wear and fretting wear of diamondlike carbon-based, functionally graded nanocomposite coatings. *Wear* **225-229**(1), 65–73 (1999).
- [94] J. OKADO, M. SHIMA, I.R. MCCOLL, R.B. WATERHOUSE, T. HASEGAWA Y M. KASAYA. Ni-P and Mo: An excellent fretting wear resistant combination. *Wear* **225-229**(2), 749–757 (1999).
- [95] M.H. ZHU, Z.R. ZHOU, PH. KAPSA Y L. VINCENT. Radial fretting fatigue damage of surface coatings. *Wear* **250-251**, 650–657 (2001).

- [96] V. FRIDRICI, S. FOUVRY Y PH. KAPSA. Effect of shot peening on the fretting wear of Ti-6Al-4V. *Wear* **250-251**, 642–649 (2001).
- [97] S. SHKARAYEV Y S. MALL. Computational modelling of shot-peening effects on crack propagation under fretting fatigue. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **38**(6), 495–506 (2003).
- [98] H. LEE, O. JIN Y S. MALL. Fretting fatigue behaviour of shot-peened Ti-6Al-4V at room and elevated temperatures. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **26**(9), 767–778 (2003).
- [99] H. LEE Y S. MALL. Stress relaxation behavior of shot-peened Ti-6Al-4V under fretting fatigue at elevated temperature. *Materials Science and Engineering A* **366**(2), 412–420 (2004).
- [100] M. DAOUD, A. CHATEAUMINOIS Y L. VINCENT. Fretting of glass fibre reinforced composites. *Journal of Materials Science* **34**(1), 191–194 (1999).
- [101] F.E. KENNEDY, J.H. CURRIER, S. PLUMET, J.L. DUDA, D.P. GESTWICK, J.P. COLLIER, B.H. CURRIER Y M.C. DUBOURG. Contact fatigue failure of ultra-high molecular weight polyethylene bearing components of knee prostheses. *Journal of Tribology* **122**(1), 332–339 (2000).
- [102] B.J. BRISCOE, A. CHATEAUMINOIS, T.C. LINDLEY Y D. PARSONAGE. Contact damage of poly(methylmethacrylate) during complex microdisplacements. *Wear* **240**(1-2), 27–39 (2000).
- [103] B. MARTIN, L. VINCENT, C.S. WRIGHT, A.M. EAGLES Y A.S. WRONSKI. Fretting wear and cracking in sintered metal matrix composites. *Wear* **248**, 65–74 (2001).
- [104] M.C. DUBOURG, A. CHATEAUMINOIS Y B. VILLECHAISE. In situ analysis and modeling of crack initiation and propagation within model fretting

- contacts using polymer materials. *Tribology International* **36**(2), 109–119 (2003).
- [105] Z.R. ZHOU, E. SAUGER, J.J. LIU Y L. VINCENT. Nucleation and early growth of tribologically transformed structure (TTS) induced by fretting. *Wear* **212**(1), 50–58 (1997).
- [106] E. SAUGER, L. PONSONNET, J.M. MARTIN Y L. VINCENT. Study of the tribologically transformed structure created during fretting tests. *Tribology International* **33**(11), 743–750 (2000).
- [107] E. SAUGER, S. FOUVRY, L. PONSONNET, PH. KAPSA, J.M. MARTIN Y L. VINCENT. Tribologically transformed structure in fretting. *Wear* **245**(1), 39–52 (2000).
- [108] A. MUGADU Y D.A. HILLS. Characterising the process zone in complete fretting contacts using plain fatigue sharp V-notch. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **50**(7), 1417–1429 (2002).
- [109] A. MUGADU Y D.A. HILLS. A generalised stress intensity approach to characterising the process zone in complete fretting contact. *International Journal of Solids and Structures* **39**(5), 1327–1335 (2002).
- [110] A. MUGADU Y D.A. HILLS. The evolution of the process zone when a complete contact is subject to cyclically varying loads. *International Journal of Solids and Structures* **40**(17), 4417–4435 (2003).
- [111] D.R. SWALLA Y R.W. NEU. Characterization of fretting fatigue process volume using finite element analysis. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 89–107. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [112] S.A. NAMJOSHI, S. MALL, V.K. JAIN Y O. JIN. Effects of process variables on fretting fatigue crack initiation in Ti-6Al-4V. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6), 535–547 (2002).

- [113] S. MALL Y S. NABOULSI. Fretting fatigue crack initiation behavior using process volume approach and finite element analysis. *Tribology International* **36**(2), 121–131 (2003).
- [114] J.M. AMBRICO Y M.R. BEGLEY. Plasticity in fretting contact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **48**, 2391–2417 (2000).
- [115] S. FOUVRY, PH. KAPSA Y L. VINCENT. Elastic-plastic shakedown analysis of fretting wear. *Wear* **247**(1), 41–54 (2001).
- [116] C. GOH, J.M. WALLACE, R.W. NEU Y D.L. MCDOWELL. Polycrystal plasticity simulations of fretting fatigue. *International Journal of Fatigue* **23**(SUPPL. 1), S423–S435 (2001).
- [117] C. GOH, R.W. NEU Y D.L. MCDOWELL. Crystallographic plasticity in fretting of Ti-6Al-4V. *International Journal of Plasticity* **19**(10), 1627–1650 (2003).
- [118] C. GOH, D.L. MCDOWELL Y R.W. NEU. Characteristics of plastic deformation field in polycrystalline fretting contacts. *International Journal of Fatigue* **25**(9-11), 1047–1058 (2003).
- [119] M.R. BEGLEY Y J.W. HUTCHINSON. Plasticity in fretting of coated substrates. *Engineering Fracture Mechanics* **62**(2), 145–164 (1999).
- [120] N. MAUCHE, M.H. MAITOURNAM Y K. DANG VAN. On a new method of evaluation of the inelastic state due to moving contacts. *Wear* **203-204**, 139–147 (1997).
- [121] M. CIAVARELLA, D. DINI Y G.P. DEMELIO. A critical assessment of damage parameters for fretting fatigue. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 108–117. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).

- [122] C.D. LYKINS, S. MALL Y V. JAIN. Evaluation of parameters for predicting fretting fatigue crack initiation. *International Journal of Fatigue* **22**(8), 703–716 (2000).
- [123] C.D. LYKINS, S. MALL Y V. JAIN. A shear stress-based parameter for fretting fatigue crack initiation. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **24**(7), 461–473 (2001).
- [124] D. NOWELL Y J.A. ARAÚJO. Application of multiaxial fatigue parameters to fretting contacts with high stress gradients. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 133–144. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [125] R.A. ANTONIOU. Mechanisms of fretting-fatigue of titanium alloys. *Materials Science and Engineering A: Structural Materials: Properties, Microstructure and Processing* **A237**(2), 229–240 (1997).
- [126] V. LAMACQ, M.C. DUBOURG Y L. VICENT. Theoretical model for the prediction of initial growth angles and sites of fretting fatigue cracks. *Tribology International* **30**(6), 391–400 (1997).
- [127] V. LAMACQ Y M.C. DUBOURG. Modelling of initial fatigue crack growth and crack branching under fretting conditions. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **22**(6), 535–542 (1999).
- [128] S. FOUVRY, K. ELLEUCH Y G. SIMEON. Prediction of crack nucleation under partial slip fretting conditions. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6), 549–564 (2002).
- [129] M. KUNO, R.B. WATERHOUSE, D. NOWELL Y D.A. HILLS. Initiation and growth of fretting fatigue cracks in the partial slip regime. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **12**(5), 387–398 (1989).

- [130] L.J. FELLOWS, D. NOWELL Y D.A. HILLS. Analysis of crack initiation and propagation in fretting fatigue: the effective initial flaw size methodology. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **20**(1), 61–70 (1997).
- [131] L.J. FELLOWS, D. NOWELL Y D.A. HILLS. On the initiation of fretting fatigue cracks. *Wear* **205**(1-2), 120–129 (1997).
- [132] Y.J. XIE Y D.A. HILLS. Crack initiation at contact surface. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* **40**(3), 279–283 (2003).
- [133] A.L. HUTSON, C. NESLEN Y T. NICHOLAS. Characterization of fretting fatigue crack initiation processes in CR Ti-6Al-4V. *Tribology International* **36**(2), 133–143 (2003).
- [134] D.R. SWALLA Y R.W. NEU. Influence of coefficient of friction on fretting fatigue crack nucleation prediction. *Tribology International* **34**(7), 493–503 (2001).
- [135] J.M. WALLACE Y R.W. NEU. Fretting fatigue crack nucleation in Ti-6Al-4V. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **26**(3), 199–214 (2003).
- [136] C.D. LYKINS, S. MALL Y V.K. JAIN. Combined experimental-numerical investigation of fretting fatigue crack initiation. *International Journal of Fatigue* **23**(8), 703–711 (2001).
- [137] S.A. NAMJOSHI, V.K. JAIN, O. JIN Y S. MALL. Fretting fatigue crack initiation mechanism in Ti-6Al-4V. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **25**(10), 955–964 (2002).
- [138] A.E. GIANNAKOPOULOS, T.C. LINDLEY Y S. SURESH. Aspects of equivalence between contact mechanics and fracture mechanics: theoretical connections and a life prediction methodology for fretting-fatigue. *Acta Materialia* **46**, 2955–2967 (1998).

- [139] A.E. GIANNAKOPOULOS, T.C. LINDLEY Y S. SURESH. Similarities of stress concentration in contact at round punches and fatigue at notches: implication to fretting fatigue crack initiation. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **23**, 561–571 (2000).
- [140] M. CIAVARELLA. A 'crack-like' notch analogue for a safe-life fretting fatigue design methodology. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **26**(12), 1159–1170 (2003).
- [141] M. CIAVARELLA Y G. MACINA. A note on the crack analogue model for fretting fatigue. *International Journal of Solids and Structures* **40**(4), 807–825 (2003).
- [142] D. NOWELL Y D. DINI. Stress gradient effects in fretting fatigue. *Tribology International* **36**(2), 71–78 (2003).
- [143] S. FAANES Y U.S. FERNANDO. Life prediction in fretting fatigue using fracture mechanics. En T.C. LINDLEY R.B. WATERHOUSE, editor, "ESIS 18. Fretting Fatigue", páginas 149–159. Mechanical Engineering Publications Limited, London (1994).
- [144] T. MAKINO, M. YAMAMOTO Y K. HIRAKAWA. Fracture mechanics approach to the fretting fatigue strength of axle assemblies. En "ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices", páginas 509–522. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [145] T. HATTORI, M. NAKAMURA Y T. WATANABE. New approach to the prediction of the fretting fatigue life that considers the shifting of the contact edge by wear. En "ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices", páginas 19–30. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).



- [146] T. YOSHIMURA, T. MACHIDA Y T. HATTORI. Evaluating fatigue life of compressor dovetails by using stress singularity parameters at the contact edge. En “ASTM STP 1425. Fretting Fatigue: Advances in the Basic Understanding and Applications”, páginas 423–433. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2003).
- [147] T. HATTORI, M. NAKAMURA Y T. WATANABE. Simulation of fretting-fatigue life by using stress-singularity parameters and fracture mechanics. *Tribology International* **36**(2), 87–97 (2003).
- [148] Y. MUTOH Y J.Q. XU. Fracture mechanics approach to fretting fatigue and problems to be solved. *Tribology International* **36**(2), 99–107 (2003).
- [149] B.P. CONNER, T.C. LINDLEY, T. NICHOLAS Y S. SURESH. Application of a fracture mechanics based life prediction method for contact fatigue. *International Journal of Fatigue* **26**(5), 511–520 (2004).
- [150] J.A. ARAÚJO Y D. NOWELL. Analysis of pad size effects in fretting fatigue using short crack arrest methodologies. *International Journal of Fatigue* **21**(9), 947–956 (1999).
- [151] J.A. ARAÚJO Y D. NOWELL. The effect of rapidly varying contact stress fields on fretting fatigue. *International Journal of Fatigue* **24**(7), 763–775 (2002).
- [152] M.P. SZOLWINSKI Y T.N. FARRIS. Mechanics of fretting fatigue crack formation. *Wear* **198**(1-2), 93–107 (1996).
- [153] M.P. SZOLWINSKI Y T.N. FARRIS. Observation, analysis and prediction of fretting fatigue in 2024-T351 aluminum alloy. *Wear* **221**(1), 24–36 (1998).
- [154] M.P. SZOLWINSKI, G. HARISH, P.A. MCVEIGH Y T.N.FARRIS. Experimental study of fretting crack nucleation in aerospace alloys with emphasis

- on life prediction. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 267–281. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [155] R.W. NEU, J.A. PAPE Y D.R. SWALLA. Methodologies for linking nucleation and propagation approaches for predicting life under fretting fatigue. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 369–388. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [156] C. NAVARRO, M. GARCÍA Y J. DOMÍNGUEZ. A procedure for estimating the total life in fretting fatigue. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **26**, 459–468 (2003).
- [157] C. NAVARRO Y J. DOMÍNGUEZ. Initiation criteria in fretting fatigue with spherical contact. *International Journal of Fatigue* **26**, 1253–1262 (2004).
- [158] C. NAVARRO Y J. DOMÍNGUEZ. Propagation in fretting fatigue from a surface defect. En “4th International Symposium on Fretting Fatigue”, Ecole Centrale de Lyon, France (Mayo 2004).
- [159] C. NAVARRO, C. VALLELLANO Y J. DOMÍNGUEZ. Estimation of life in fretting fatigue with cylindrical contact. En “7th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture”, Berlin (Junio 2004).
- [160] J.M. DOBROMIRSKI. Variables of fretting process: Are there 50 of them? En R.B. WATERHOUSE M. HELMI ATTIA, editor, “ASTM STP 1159. Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment”. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1992).
- [161] H. HERTZ. Über die Berührung fester elastischer Körper. *Jnl. reine und angewandte Mathematik* **92**, 156–171 (1882).
- [162] S. FUCHS. Hauptspannungstrajektorie bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte. *Physikalische Zeitschrift* **14**, 1282 (1913).

- [163] W.P. MORTON Y L.J. CLOSE. Notes on Hertz' theory of contact problems. *Philosophical Magazine* **43**, 320 (1922).
- [164] C. CATTANEO. Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi. *Reconditi dell Accademia nazionale dei Lincei* **27**, 342–248, 434–436, 474–478 (1938).
- [165] R.D. MINDLIN. Compliance of elastic bodies in contact. *Journal of Applied Mechanics* **16**, 259–268 (1949).
- [166] K.L. JOHNSON. Surface interaction between elastically loaded bodies under tangential forces. En “Proceedings Royal Society”, tomo 230 de “Series A”, páginas 531–548 (1955).
- [167] H. PORITSKY. Stresses and deflections of cylindrical bodies in contact with application to contact of gears and of locomotive wheels. *Journal of Applied Mechanics* **17**, 191–201 (1950).
- [168] J.O. SMITH Y C.K. LIU. Stresses due to tangential and normal loads on an elastic solid with application to some contact stress problems. *Journal of Applied Mechanics* **20**, 157 (1953).
- [169] G.M. HAMILTON Y L.E. GOODMAN. The stress field created by a circular sliding contact. *Journal of Applied Mechanics* **33**, 371–376 (1966).
- [170] G.M. HAMILTON. Explicit equations for the stresses beneath a sliding spherical contact. *Proceedings Institution Mechanical Engineers* **197C**, 53–59 (1983).
- [171] A. SACKFIELD Y D. HILLS. A note on the Hertz contact problem: a correlation of standard formulae. *Journal of Strain Analysis* **18**, 195–197 (1983).
- [172] R.D. MINDLIN Y H. DERESIEWICZ. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of Applied Mechanics* **20**, 327–344 (1953).

- [173] B. DOESER. “The study of fretting fatigue using finite element analysis and electron microscopy”. Tesis Doctoral, Nottingham University (1981).
- [174] M. TUR, J. FUENMAYOR, J.J. RODENAS Y E. GINER. 3D analysis of the influence of specimen dimensions on fretting stresses. *Finite Elements in Analysis and Design* **39**(10), 933–949 (2003).
- [175] M. TUR, J. FUENMAYOR Y J.J. RODENAS. Influence of bulk stress on contact conditions and stresses during fretting fatigue. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6), 479–492 (2002).
- [176] S. NABOULSI Y T. NICHOLAS. Limitations of the Coulomb friction assumption in fretting fatigue analysis. *International Journal of Solids and Structures* **40**(23), 6497–6512 (2003).
- [177] L.J. FELLOWS, D. NOWELL Y D.A. HILLS. Contact stresses in a moderately thin strip (with particular reference to fretting experiments). *Wear* **185**(1-2), 235–238 (1995).
- [178] H. MURTHY, G. HARISH Y T.N. FARRIS. Efficient modeling of fretting of blade/disk contacts including load history effects. *Journal of Tribology* **126**(1), 56–64 (2004).
- [179] M. CIAVARELLA, G. MACINA Y G.P. DEMELIO. On stress concentration on nearly flat contacts. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **37**(6), 493–501 (2002).
- [180] C. NAVARRO, D.A. HILLS Y J. DOMÍNGUEZ. The effect of a corner radius on an asymptotic solution to the fretting of complete contacts including the plastic process zone. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **26**, 223–228 (2003).
- [181] A. SACKFIELD, C.E. TRUMAN Y D.A. HILLS. The tilted punch under normal and shear load (with application to fretting tests). *International Journal of Mechanical Sciences* **43**(8), 1881–1892 (2001).

- [182] C. NAVARRO, A. MUGADU, D.A. HILLS Y J. DOMÍNGUEZ. The influence of underlying tension on partial slip in complete and nearly complete contacts. *International Journal of Mechanical Sciences* **45**, 757–773 (2003).
- [183] M. CIAVARELLA, D.A. HILLS Y G. MONNO. The influence of rounded edges on indentation by a flat punch. *Journal of Mechanical Engineering Science* **212**, 319–328 (1998).
- [184] M. CIAVARELLA, D.A. HILLS Y G. MONNO. Contact problems for a wedge with rounded apex. *International Journal of Mechanical Sciences* **40**(10), 977–988 (1998).
- [185] M. CIAVARELLA. Indentation by nominally flat or conical indenters with rounded corners. *International Journal of Solids and Structures* **36**(27), 4149–4181 (1999).
- [186] G.U. SOSA, D.A. HILLS Y A. SACKFIELD. Shrink-fit peg subject to bending and shearing forces. *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* **34**(1), 23–29 (1999).
- [187] A. KANTIMATHI Y J.A. ALIC. The effect of periodic high loads on fretting fatigue. *Journal Engineering Materials and Technology* **103**(3), 223–228 (1981).
- [188] C.J. POON Y D.W. HOEPPNER. A statistically based investigation of the environmental and cyclic stress effects of fretting fatigue. *Journal Engineering Materials and Technology* **103**(3), 218–222 (1981).
- [189] T.C. CHIVERS Y S.C. GORDELIER. Fretting fatigue palliatives: some comparative experiments. *Wear* **96**, 153–175 (1984).
- [190] D.W. HOEPPNER Y G.L. GOSS. A fretting fatigue damage threshold concept. *Wear* **27**, 175–187 (1974).

- [191] D. NOWELL. “An analysis of fretting fatigue”. Tesis Doctoral, Oxford University (1988).
- [192] M.P. SZOLWINSKI. Mechanics of fretting fatigue crack initiation. Proyecto Fin de Carrera, Purdue University, W. Lafayette, IN (1995).
- [193] B.U. WITTKOWSKY, P.R. BIRCH, J. DOMÍNGUEZ Y S. SURESH. An apparatus for quantitative fretting-fatigue testing. *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures* **22**, 307–320 (1999).
- [194] L. ARTILLO, C. NAVARRO Y J. DOMÍNGUEZ. Caracterización de una máquina para realizar ensayos de fretting fatiga. *Anales de Mecánica de la Fractura* **19**, 289–294 (2002).
- [195] K.J. NIX Y T.C. LINDLEY. The application of fracture mechanics to fretting fatigue. *Fatigue and Fracture Engineering Materials and Structures* **8**, 143–160 (1985).
- [196] L. VINCENT, Y. BERTHIER, M.C. DUBORG Y M. GODET. Mechanics and materials in fretting. *Wear* **153**, 135–148 (1992).
- [197] L.H. FAVROW, D. WERNER, D.D. PEARSO, M.J. LUTIAN, B.S. ANNIGERI Y D.L. ANTON. Fretting fatigue testing methodology incorporating independent slip and fatigue stress control. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 391–403. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [198] D. NOWELL. Advances in the understanding of fretting fatigue with reference to gas turbine engines. En F. PARIS J. MORTON, editor, “Progress in Structural Mechanics”, páginas 61–72, University of Seville (2000).
- [199] S.B. LEEN, T.H. HYDE, C.H.H. RATSIMBA, E.J. WILLIAMS Y I.R. MCCOLL. An investigation of the fatigue and fretting performance of a representative aero-engine spline coupling. *Journal of Strain Analysis* **37**, 565–583 (2002).

- [200] C. RUIZ, Z.P. WANG Y P.H. WEBB. Techniques for the characterization of fretting fatigue damage. En “ASTM STP 1159. Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment”, páginas 170–177. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1992).
- [201] A. CARDOU, L. CLOUTIER, M. ST-LOUIS Y A. LEBLOND. ACSR electrical conductor fretting fatigue at spacer clamp. En “ASTM STP 1159. Standardization of Fretting Fatigue Test Methods and Equipment”, páginas 231–242. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1992).
- [202] J. DOMÍNGUEZ. Análisis y mejora de la resistencia a fretting fatiga en los tubos depósitos de los amortiguadores para el Toyota 202-776-TR. DELPHI S.A. (1998).
- [203] J. DOMÍNGUEZ. Análisis experimental de la resistencia a fatiga de amortiguadores tipo McPherson. DELPHI S.A. (2001).
- [204] N.I. MUSKHELISHVILI. “Some basic problems of the mathematical theory of elasticity”. Gronigen: Noordhoff (1953).
- [205] H. MURTHY, T.N. FARRIS Y D.C. SLAVIK. Fretting fatigue of Ti-6Al-4V subjected to blade/disc contact loading. En “50th Anniversary of Japan Society of Materials Science”, páginas 41–48 (2001).
- [206] H. MURTHY. Modeling of fretting fatigue and life prediction in blade/disk contacts. Proyecto Fin de Carrera, Purdue University, W. Lafayette, IN (2000).
- [207] K.L. JOHNSON. “Contact Mechanics”. Cambridge University Press (1985).
- [208] D. NOWELL Y D.A. HILLS. Mechanics of fretting fatigue tests. *International Journal of Mechanical Sciences* **29**(5), 355–365 (1987).
- [209] C. NAVARRO Y J. DOMÍNGUEZ. Contact conditions and stresses induced during fretting fatigue. En C.A. BREBBIA L. GAUL, editor,

- “Computational Methods In Contact Mechanics IV”, páginas 453–462. WIT Press/Computational Mechanics Publications (1999).
- [210] D.A. HILLS Y G. URRIOLAGOITIA-SOSA. Brief note: some observations on the parametric relationships in hertzian fretting fatigue tests. *Journal of Strain Analysis* **35**(5), 441–443 (2000).
- [211] H. NEUBER. Theory of stress concentration for shear-strained prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress-strain laws. *Journal of Applied Mechanics* **28**, 544 (1961).
- [212] T.H. TOPPER, R.M. WETZEL Y J.D. MORROW. Neuber’s rule applied to fatigue of notched specimens. *Journal of Materials* **4**(1), 200–209 (1969).
- [213] D. TAYLOR. Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model. *International Journal of Fatigue* **21**, 413–420 (1999).
- [214] D. TAYLOR, P. BOLOGNA Y K. BEL KNANI. Prediction of fatigue failure location on a component using a critical distance method. *International Journal of Fatigue* **22**, 735–742 (2000).
- [215] R.A. SMITH Y K.J. MILLER. Fatigue cracks at notches. *International Journal of Mechanical Sciences* **19**, 11–22 (1977).
- [216] N.E. DOWLING. Notched member fatigue life predictions combining crack initiation and propagation. *Fatigue of Engineering Materials and Structures* **2**, 129–138 (1979).
- [217] D.F. SOCIE, N.E. DOWLING Y P. KURATH. Fatigue life estimation of notched members. En “ASTM STP 833. Fracture Mechanics”, páginas 284–299. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1984).
- [218] D.F. SOCIE, J. MORROW Y W.C. CHEN. A procedure for estimating the total fatigue life of notched and cracked members. *Engineering Fracture Mechanics* **11**, 851–859 (1979).



- [219] A.E. GIANNAKOPOULOS Y S. SURESH. A three-dimensional analysis of fretting fatigue. *Acta Materialia* **46**, 177–192 (1998).
- [220] R.J. GREEN Y U.S. FERNANDO. Prediction of fretting fatigue lives for flat on flat contacts using numerically derived sub-surface stresses. En “7th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture”, Berlin (Junio 2004).
- [221] R. C. VIVACQUA, A.T.S. BERNARDO, E.N. MAMIYA Y J.A. ARAÚJO. Fretting fatigue: the use of HCF multiaxial models. En “7th International Conference on Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture”, Berlin (Junio 2004).
- [222] D.L. MCDIARMID. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **17**, 1475–1484 (1994).
- [223] A. FATEMI Y D. SOCIE. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **11**, 145–165 (1988).
- [224] R.N. SMITH, P. WATSON Y T.H. TOPPER. A stress strain function for the fatigue of metals. *J. of Materials JMLSA* **5**, 767–778 (1970).
- [225] D. SOCIE. Multiaxial fatigue damage models. *Journal of Engineering Materials and Technology* **109**, 293–298 (1987).
- [226] B. CROSSLAND. Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. En “Proceedings International Conference on Fatigue of Metals”, páginas 138–149. Institution of Mechanical Engineers, London (1956).
- [227] H.J. BUECKNER. Weight functions and stress-intensity factors. En G.C. SIH, editor, “Methods of analysis and solutions of crack problems”, páginas 306–307. Leyden: Noordhoff International Publishing (1973).

- [228] D.A. HILLS, P.A. KELLY, D.N. DAI Y A.M. KORSUNSKY. “Solution of Crack Problems: The Distributed Dislocation Technique”. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht (1996).
- [229] G.R. IRWIN. Crack-extension force for a part-through crack in a plate. *Applied Mechanics* **29**, 651–654 (1962).
- [230] C. VALLELLANO, J. DOMÍNGUEZ Y A. NAVARRO. On the estimation of fatigue failure under fretting conditions using notch methodologies. *Fatigue and Fracture Engineering Materials Structures* **26**, 469–478 (2003).
- [231] “Fatigue Crack Growth Computer Program, NASA/FLAGRO”. L.B. Johnson Space Center (1986).
- [232] J. LANKFORD. The growth of small fatigue cracks in 7075-T6 aluminum. *Fatigue Engineering Materials Structures* **5**, 233–248 (1982).
- [233] D.F. SOCIE. Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment. En “ASTM STP 1191. Advances in Multiaxial Fatigue”, páginas 7–36. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1993).
- [234] D.F. SOCIE, L.A. WAILL Y D.F. DITTMER. Biaxial fatigue of Inconel 718 including mean stress effects. En “ASTM STP 853. Multiaxial Fatigue”, páginas 463–481. American Society for Testing and Materials, Philadelphia (1985).
- [235] C.D. LYKINS, S. MALL Y V.K. JAIN. Combined experimental-numerical investigation of fretting fatigue crack initiation. *International Journal of Fatigue* **23**(8), 703–711 (2001).
- [236] W.C. CHEN. “A model for joining the fatigue crack initiation and propagation analyses”. Tesis Doctoral, University of Illinois at Urbana-Champaign (1979).

- [237] B.U. WITTKOWSKY, P.R. BIRCH, J. DOMÍNGUEZ Y S. SURESH. An experimental investigation of fretting fatigue with spherical contact in 7075-T6 aluminum alloy. En “ASTM STP 1367. Fretting Fatigue: Current Technology and Practices”, páginas 213–227. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA (2000).
- [238] ASTM STANDARD E112-96. Standard test methods for determining average grain size (2004).
- [239] MIL-HDBK-5 (1998).
- [240] A. BÄUMEL JR. Y T. SEEGER, editores. “Materials data for cyclic loading”, tomo 1. Elsevier Science Publishers B.V. (1990).
- [241] ENGINEERING SCIENCES DATA UNIT. Item 81031. <http://www.esdu.com> (1998).
- [242] ENGINEERING SCIENCES DATA UNIT. Item 83007. <http://www.esdu.com> (1983).
- [243] R. BU Y R.I. STEPHENS. Comparison of short and long fatigue crack growth in 7075-T6 aluminum. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* **9**(1), 35–48 (1986).
- [244] G.W. KIRKPATRICK. Fretting fatigue analysis and palliatives. Proyecto Fin de Carrera, Massachusetts Institute of Technology (1999).
- [245] C. NAVARRO, S. MUÑOZ Y J. DOMÍNGUEZ. Propagation in fretting fatigue from a surface defect. Enviado a *Tribology International* (2004).
- [246] J. ESCACENA. Caracterización de las propiedades mecánicas del aluminio Al7075-T651. Proyecto Fin de Carrera (2005).
- [247] ASTM STANDARD E468-90. Standard practice for presentation of constant amplitude fatigue test results for metallic materials (2004).