Revista Internacional de Ciencia y Tecnología de la Información Geográfica
International Review of Geographical Information Science and Technology

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

ALGUNAS APORTACIONES DE LA INVESTIGACIÓN OPERATIVA A LOS PROBLEMAS DE LOCALIZACIÓN*

EMILIO CARRIZOSA
Dpto. de Estadística e Investigación Operativa
Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla, España
ecarrizosa@us.es

RESUMEN

La toma de decisiones sobre localizaciones atrae, por su impacto social y económico, creciente interés de geógrafos, economistas y matemáticos. En las páginas que siguen describimos algunas aportaciones que se están realizando desde las Matemáticas (más concretamente, desde la Investigación Operativa), tanto en el modelado, como en la resolución de los problemas de Análisis de Localizaciones.

Palabras clave: Investigación Operativa, modelos matemáticos, algoritmos, análisis multicriterio, metaheurísticos.

ABSTRACT

Locational decisions attract, due to their social and economical impact, increasing interest from geographers, economists and mathematicians. In this paper we describe some recent developments in Mathematics (more precisely, within the field of Operations Research), both for modelling and the numerical analysis of Location problems.

Keywords: Operations Research, mathematical models, algorithms, multicriteria analysis, metaheuristics.

1. Introducción.

Los problemas de localización, presentes en la existencia humana desde sus orígenes (¿dónde paso la noche?, ¿dónde construimos el poblado?) entraron en la Ciencia como problemas matemáticos: durante años, hombres de Ciencia como Fermat, Torricelli, Silvester, o Steiner

Recibido: 14 / 10 / 2005
Aceptada versión definitiva: 28 / 10 / 2005

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

propusieron ingeniosos (y en algunos casos falaces) métodos algebraicos, geométricos o mecánicos para resolver problemas como los siguientes:

- hallar el punto del plano tal que la suma de las distancias a tres puntos fijos sea mínima,
- hallar el centro del círculo de mínimo radio que encierra a un conjunto de puntos dado,
- hallar el punto de un polígono fijo tal que sea máximo el radio del círculo con éste como centro y que no contenga a su interior a ninguno de los puntos de un cierto conjunto P,
- hallar los centros de N círculos contenidos en un cuadrado, que no tengan más solapamiento entre ellos que en sus bordes, y que el radio de los discos sea máximo,
- hallar la forma de interconectar N puntos, de modo que se minimice la suma de las longitudes de los segmentos de conexión.

En el siglo XX problemas como éstos han desbordado los límites de las Matemáticas, y han sido estudiados por investigadores de diversas disciplinas, que han encontrado en ellos algo más que un mero entretenimiento matemático. Por ejemplo, el primero de los problemas anteriores (generalizado a N puntos) es el famoso problema de Fermat-Weber, que busca la localización de un centro de distribución para minimizar el coste total de transporte (asumiéndolo proporcional a la distancia recorrida) a los centros de demanda o destino; el segundo problema, con el de encontrar la localización de un centro de emergencia, de modo que el usuario más alejado esté lo más cerca posible; el tercero, con el de encontrar la ubicación a un servicio nocivo en una región (poligonal) dada, de modo que el centro de población más próximo esté lo más lejos posible; el cuarto, con el de ubicar N establecimientos (e.g. farmacias, gasolineras, etc.) que, para evitar excesiva competencia entre ellos, exista entre ellos la máxima separación posible. Este problema también es usado en telecomunicaciones, donde, en lugar de farmacias queremos ubicar transreceptores, y se desea minimizar las interferencias maximizando la separación entre ellos.

El último problema, el del *árbol de Steiner*, ha sido usado en disciplinas tan dispares como las Telecomunicaciones (diseño de conexiones de redes de ordenadores) o Bioinformática (árboles filogenéticos).

Los ejemplos anteriores, o los descritos, por ejemplo, en los monográficos de Drezner (1995) o de Drezner y Hamacher (2002), son meras ilustraciones del hecho de que la localización ya no es una parte de las Matemáticas. Sin embargo, las Matemáticas (y, más concretamente, la Investigación Operativa), siguen jugando un papel fundamental en el modelado y resolución de los problemas de Localización. En lo que sigue se describen algunas de las líneas en las que los matemáticos trabajan dentro del amplio e interdisciplinar campo de la Localización. El lector puede encontrar una panorámica sobre las líneas de investigación actuales en España en la colección de trabajos de investigación de Pelegrín (2004), en el sitio web del Grupo Español de Localización, www.um.es/geloca/ y en el sitio web de la *Red Temática en Análisis de Localizaciones y sus aplicaciones*, www-eio.upc.es/personnel/homepages/elena/indexRL.html, financiada por el Ministerio de Educación y Ciencia.

Una visita a la página web de Trevor Hale, webise.ent.ohiou.edu/thale/sola/thlocation.html, con unas 2600 citas en el momento de escribir este texto, puede dar una idea del dinamismo científico del tema a nivel mundial.

La globalización de la Economía, una mayor conciencia medioambiental en el mundo desarrollado y regímenes políticos que han de rendir cuentas sobre sus actuaciones aumentan el creciente interés social, económico y político sobre la toma de decisiones relacionadas con la Localización. Esto nos lleva a concluir que el desarrollo científico del tema no puede sino crecer.

2. Herramientas para el modelado.

Desde el punto de vista del modelado, hay dos herramientas (no excluyentes) que están ganando fuerza en este campo, al igual que en otros muchos de la Investigación Operativa: el *Análisis Multicriterio* y la *Programación (Lineal) Entera*.

2.1. Localización y programación multicriterio

En muchas ocasiones el modelo de localización no debe estar orientado a la optimización de un único objetivo (como, por ejemplo, la minimización del coste de transporte) sino varios objetivos, en ocasiones contrapuestos. Así, junto a la minimización del coste transporte, si el centro a ubicar tiene efectos no deseados (nocivos) para algunos individuos o regiones a proteger, debería incluirse otro objetivo orientado a la minimización del impacto ambiental. Nos encontramos en este caso con modelos *semi-repulsivos*, descritos e.g. en Blanquero y Carrizosa (2002), Carrizosa y Conde (2002), Carrizosa y Plastria (1999), Krarup, Pisinger y Plastria (2002), Ohsawa y Tamura (2003).

En la localización de servicios públicos, junto al criterio de *eficiencia* (modelado generalmente a través de la minimización del coste total de transporte), puede ser necesario considerar aspectos de *equidad*: el servicio debería ser, idealmente, de la misma calidad para todos los usuarios. Esto puede modelarse imponiendo como segundo objetivo la minimización de la mayor de las distancias, o bien minimizando una medida de dispersión de las distancias para que las distancias que separan al servicio de los usuarios sean similares. La minimización del rango, de la varianza de las distancias, o de medidas como el índice de Gini ha sido contemplada, entre otros, en Carrizosa (1999), Erkut (1993), López de los Mozos y Mesa (2001) o Marsh y Schilling (1994).

Admitido el carácter multicriterio del problema, e identificados los distintos objetivos, nos encontramos frente al difícil dilema de cómo proceder a continuación. El enfoque tradicional ha sido el de la *escalarización aditiva*, combinando todos los criterios en uno solo, que represente la suma ponderada de los anteriores. Esta aproximación tiene dos inconvenientes graves: en primer lugar, es necesario determinar los pesos de importancia asociados a los distintos criterios, lo cual puede no ser un ejercicio trivial; incluso si nos consideramos capaces de determinar la importancia relativa de cada criterio frente al resto, el agregar aditivamente los criterios puede provocar que ciertas soluciones interesantes no puedan ser detectadas. Como ilustración, supongamos el problema de determinar la ubicación de una planta contaminante, en el polígono que tiene como vértices un conjunto de ciudades. Idealmente la planta debería estar, simultáneamente, lo más alejada posible de las ciudades. En otras palabras, tenemos un objetivo por ciudad: alejar al máximo la planta de la ciudad. Podemos agregar aditivamente los objetivos, maximizando, por ejemplo, la

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

distancia media que separe la planta de las ciudades. Pero puede demostrarse que, en esas condiciones, la localización óptima para la planta se encuentra precisamente en alguna de las ciudades. Otras soluciones más sensatas, como la que maximiza la menor de las distancias planta-ciudad no puede obtenerse maximizando una suma ponderada de las distancias.

En lugar de esta peligrosa estrategia, parece más razonable perseguir la descripción del conjunto de soluciones *eficientes*, o, en su defecto, una aproximación al mismo, como en Blanquero y Carrizosa (2002). Invitamos al lector a examinar el texto de Fernández, Caballero y Romero (2004), auspiciado por la Red Temática de Decisiones Multicriterio, para una introducción a la práctica del Análisis Multicriterio en España, con aplicaciones, entre otras, a la localización de plantas.

2.2. Localización y programación lineal entera.

El espectacular incremento de la potencia y la disponibilidad de recursos informáticos, y, en particular, de optimizadores como CPLEX, ha propiciado que se planteen nuevos problemas de localización, escritos como problemas de programación lineal en números enteros.

La versatilidad de la programación en números enteros para abordar problemas de localización es bien conocida. Así, si disponemos de un conjunto F de posibles ubicaciones para un servicio, y un conjunto J de clientes, definimos

- para cada posible ubicación f de la planta, la variable x(f) que toma el valor 1 si efectivamente abrimos un servicio en f, y 0 en caso contrario;
- para cada usuario j y cada posible ubicación f de la planta, la variable y(j,f) que vale 1 si la planta en f da servicio al usuario j, y 0 en caso contrario.

Con estas variables es fácil escribir a través de *restricciones lineales* (es decir: una suma de variables multiplicadas por coeficientes constantes) muchas condiciones lógicas. Por ejemplo, imponer que se abren a lo sumo k servicios es equivalente a imponer que la suma de las variables x(f) no supere k; el decir que un usuario j no puede ser servido por una planta en f, salvo que ésta esté abierta, reformula a través de la restricción lineal $y(j,f)-x(f) \leq 0$; decir que el número total de usuarios asignados a f no supere una capacidad K(f) establecida, se puede escribir como $y(1,f)+y(2,f)+\ldots \leq K(f)$.

Imponer condiciones de exclusión es igualmente posible: decir, por ejemplo, que las plantas f1 y f2 no pueden estar simultáneamente abiertas, se escribe a través de la restricción lineal $x(f1)+x(f2) <= 1$.

Si bien formular eficazmente las condiciones lógicas como restricciones lineales no es siempre inmediato, existen técnicas que facilitan esta labor. Recomendamos al lector, por ejemplo, el artículo de Plastria (2002), o los muchos ejemplos del manual de Daskin (1995). Como ilustración del uso sofisticado de estas técnicas, véase, por ejemplo, Freling *et al*. (2003).

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

3. Estrategias de resolución.

Cómo tratar numéricamente un problema de localización dependerá, fundamentalmente, de cuántas variables (cuántas posibles ubicaciones) tengamos. En el caso en el que tengamos un conjunto *pequeño* de posibles ubicaciones, seguramente la mejor herramienta de resolución es la inspección de todas las posibles soluciones. Esto es evidente tanto para el caso unicriterio como para el multicriterio: no es difícil implantar en la hoja de cálculo (y, por tanto, sin necesidad de adquirir el costoso y no siempre fiable software ad-hoc) métodos de decisión multicriterio estándar propuestos para problemas de localización, como el método Promethée, el AHP, o las metodologías de Punto Ideal.

En otras palabras, cuando tenemos pocas soluciones posibles, el problema de localización es, desde un punto de vista numérico, simple. La dificultad está en el caso multicriterio, tanto si trabajamos sobre la hoja de cálculo como si hemos adquirido software comercial que haga lo mismo, en la elección de parámetros (los pesos de importancia de los criterios, las medidas difusas de preferencias en el Promethée, el método de ajuste de errores en el AHP, la elección de la norma en los métodos de Punto Ideal) y las hipótesis subyacentes en estos métodos.

Cuando el número de soluciones posibles se hace grande (o infinito), la enumeración total de las mismas es inviable, y debemos recurrir a algoritmos numéricos que resuelvan el problema. Afortunadamente hay un buen número de programas, tanto comerciales como de uso abierto, que permiten resolver problemas de optimización como los descritos previamente en tiempo razonable.

Resolver un problema de localización con un conjunto infinito de soluciones posibles (todos los de una región) puede ser computacionalmente más simple que resolver problemas cuando el conjunto de posibles ubicaciones es finito: los problemas de *localización continua* pueden ser más sencillos que los de *localización discreta*. Por ejemplo, es fácil resolver un problema de localización de una planta en una región del plano para minimizar el coste medio de transporte (el problema de Fermat-Weber) simplemente con la hoja de cálculo Excel y el optimizador Solver que le acompaña, www.solver.com

Algo más difícil (por el problema técnico de existencia óptimos locales no globales) es la resolución con Solver de Excel de problemas de localización de un servicio que debe competir contra otros ya existentes para maximizar el mercado capturado, como los descritos en los textos de Pelegrín (2004) o Plastria (2001): el ordenador puede darnos como solución una localización que es mejor que todas las vecinas, pero peor (y en ocasiones muchísimo peor) que otra localización geográficamente alejada de la propuesta por el sistema. Algo parecido ocurre cuando consideramos problemas de localización a escala mundial: en este caso, no debemos considerar el problema sobre el plano, sino, obviamente sobre el globo terráqueo, reemplazando distancias euclídeas por distancias geodésicas. Nada cambia formalmente … pero los problemas de optimización resultantes son más complejos por tener óptimos locales no globales.

En localización continua nos encontramos en ocasiones con problemas con una fuerte carga geométrica, y su resolución puede hacerse, emulando a los clásicos, por métodos geométricos. El uso de algoritmos (implantados en ordenador) en Geometría ha dado pie al nacimiento de una disciplina tan joven como efervescente: la *Geometría Computacional*, (Okabe *et al*., 2000). Si bien

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

algunos de los algoritmos propuestos en Geometría Computacional son más bien de tipo teórico, siendo su implantación en ordenador sumamente difícil, otros son de extraordinaria aplicabilidad en los SIGs. Algoritmos rápidos para determinar si un punto está dentro o fuera de un polígono, para el cálculo de la distancia de un punto a una recta (o a un segmento), o determinar cuál es el punto más cercano a uno dado de entre un conjunto finito de puntos son operaciones básicas que deben realizarse eficientemente en los SIGs.

Pero la utilidad de la Geometría Computacional no es sólo descriptiva sino de ayuda a la toma de decisiones: problemas como encontrar el punto de una región a máxima distancia del más próximo de un conjunto de usuarios puede resolverse construyendo eficientemente en ordenador el *diagrama de Voronoi* del conjunto de usuarios; encontrar el punto de una región que maximiza el número de usuarios a una distancia que no exceda un umbral dado, construyendo un arreglo de discos en el plano, o construyendo mediatrices y evaluando vértices de un cierto diagrama de Voronoi, e.g. Plastria y Carrizosa (2004).

Para la resolución de problemas lineales en números enteros, el programa comercial más eficaz (aunque no el más barato) es CPLEX, http://www.ilog.com/products/cplex/. Otras muchísimas alternativas aparecen descritas en la *Guía NEOS*, http://www-fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/

El inconveniente principal de CPLEX para el usuario es que funciona usualmente como una subrutina para ser llamada, por ejemplo, desde un programa escrito en lenguaje de programación C. Muy eficiente para el profesional de la Investigación Operativa, pero seguramente muy complejo y desalentador para el usuario que proviene de otros campos.

Afortunadamente, la batalla no está perdida, y en paralelo al espectacular incremento de potencia de optimizadores como CPLEX han aparecido *lenguajes para el modelado*, que permiten escribir los problemas en un formato natural (natural para un matemático), y dejan que el programa traduzca internamente el problema al formato que entiende un optimizador como CPLEX. Aunque existen muchos lenguajes de modelado (el clásico GAMS, LINGO, o algún añadido a la hoja de cálculo Excel), el más extendido y posiblemente útil en el contexto de la localización es el AMPL.

Desde el sitio web de AMPL http://www.ampl.com/ se puede descargar la versión de estudiante, con los correspondientes optimizadores (entre ellos, CPLEX), aunque éstos tienen limitado el número de variables a usar. La versión estudiante del software, junto con el manual, Fourer, Gay y Kernighan (2002), pueden ser un excelente comienzo para convencerse de que formular en AMPL problemas de optimización es una actividad con un nivel de dificultad razonable.

AMPL (o cualquier otro lenguaje de modelado algebraico) puede ser el puente para encontrar la solución óptima de *ciertos* problemas de localización. El lector puede experimentar que si, sobre una formulación usual (e.g., la de la p-mediana), al aumentar el número de ubicaciones posibles para las plantas o el número de puntos candidatos, el tiempo que necesita el ordenador para hallar la solución óptima crece, en ocasiones a una velocidad mucho mayor que el incremento de tamaño del problema. Del mismo modo es fácil observar empíricamente que, si añadimos sobre el problema condiciones extra (e.g., que si una planta sirve a un cliente A también debe servir a B o C, pero nunca a B y C simultáneamente), entonces el tiempo de cómputo, incluso sin aumentar el

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

tamaño del problema, puede dispararse. La explicación a este fenómeno está mucho más allá del nivel técnico de estas páginas, pero, a grandes rasgos, se resume en el hecho de que hay problemas intrínsecamente difíciles y otros fáciles, y que el hecho de añadir unas restricciones puede convertir un problema fácil en difícil. Remitimos al lector interesado, por ejemplo, al texto de Nemhauser y Wolsey (1988) para profundizar en el tema.

Es comúnmente aceptado que el tiempo de ejecución de los algoritmos no debe ser el principal aspecto a considerar en la resolución de un problema de localización: habitualmente nos enfrentamos a decisiones estratégicas, con muy largo horizonte de planificación, por lo que obtener del ordenador la solución de modo casi instantáneo no parece ser la gran prioridad.

Dicho esto, no es menos cierto que, para resolver ciertos problemas reales con ayuda de AMPL, puede ser que el ordenador necesite años (o siglos) para encontrar la solución. Ante este (probable) hecho, podemos intentar trabajar directamente con el optimizador (como CPLEX), evitando pasar por el lenguaje de modelado algebraico. Pasamos de un entorno amigable a otro que no lo es tanto. Además, habrá que estudiar matemáticamente la estructura del problema, detectando restricciones redundantes, reforzando las ya existentes, etc. Los resultados obtenidos son excelentes, pero el proceso requiere sofisticadas técnicas matemáticas e informáticas. El lector puede encontrar ejemplos ilustrativos recientes en Albareda, Díaz y Fernández (2005), Cánovas, Landete y Marín (2002) o Labbé, Rodríguez y Salazar (2004).

Como hemos mencionado anteriormente, los resultados esperados con el uso de estas sofisticadas técnicas son muy interesantes, aunque el esfuerzo técnico (matemático e informático) necesario es muy elevado. Además, si nos enfrentamos a problemas intrínsecamente difíciles, el tiempo de ejecución de estos sofisticados algoritmos puede ser prohibitivo.

Desde un punto de vista práctico (y pragmático), puede ser que estemos dispuestos a aceptar que el ordenador nos proporcione una solución que no es necesariamente la óptima, si esto consigue reducir sustancialmente la inversión en tiempo para obtener tal solución, o aumentar considerablemente el tamaño de los problemas que se pueden abordar en un tiempo razonable.

Aceptando el riesgo de que la solución propuesta no sea la óptima (y, seguramente sin garantías de que ni siquiera sea razonablemente buena), podemos plantear la resolución *heurística* del problema como alternativa a la resolución *exacta*.

Supongamos, por ejemplo, que buscamos p ubicaciones para plantas, en todo el plano, minimizando la suma de los costes de transporte entre los usuarios y su planta más cercana. Generamos aleatoriamente p ubicaciones, y asignamos cada usuario a su planta más cercana; fijada la asignación, nos planteamos el problema de determinar la ubicación de las p plantas. Si el coste de transporte se supone proporcional al cuadrado de la distancia, entonces cada planta debe relocalizarse en el centro de gravedad de los usuarios asignados (descrito por la media aritmética de las coordenadas de los mismos); si el coste de transporte se supone proporcional a la distancia, entonces la nueva ubicación de cada planta se obtiene resolviendo un sencillo problema (el de Fermat-Weber), para el que hay algoritmos numéricos muy rápidos, como los descritos en Drezner-Hamacher (2002). Una vez calculadas las ubicaciones para las p plantas, se recalculan las asignaciones usuario-planta, a partir de ellas, las ubicaciones, a partir de ellas las asignaciones, y

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

así, hasta que las asignaciones (y por tanto las ubicaciones) quedan fijas de una iteración a la siguiente.

¿Tenemos garantías de haber encontrado con este algoritmo heurístico la solución óptima para la ubicación de las plantas? No ¿Tenemos garantías de haber encontrado con este algoritmo heurístico una solución razonable (digamos, que su coste difiera en a lo sumo un 20% del coste óptimo)? Tampoco. Aunque los experimentos publicados en la literatura afirmen que, generalmente, el salto entre el valor óptimo y el obtenido es mucho menor.

Ponemos esos aspectos en un lado de la balanza, y en el otro ponemos el hecho de que escribir un código que ejecute las operaciones anteriores es una tarea elemental, y que la resolución vía AMPL puede ser infactible si el problema es de gran tamaño o intrínsecamente difícil.

El uso de técnicas heurísticas, como la descrita antes, no es, ni mucho menos novedoso; de hecho la anterior es una versión del algoritmo de localización-asignación de Cooper, (Cooper, 1963). Sin ser una idea nueva, en la última década se ha popularizado en este campo el uso de *metaheurísticas*, es decir, de procedimientos heurísticos generales (por contraposición a los procedimientos ad hoc, como el anterior). Muchas son las metaheurísticas propuestas para problemas de localización; la mayoría tienen nombres muy sugerentes, como *Redes de Neuronas Artificiales, Algoritmos Genéticos, Colonias de Hormigas, Sistemas de Abejas,* todos *bioinspirados,* la *Búsqueda Tabú, Recocido Simulado,* etc. En algunos casos, estos sugerentes nombres vienen acompañados de un buen rendimiento empírico.

Tan eficaces como las anteriores y tan fáciles de programar, aunque quizás no tan exóticos en su planteamiento, son el VNS, e.g. Hansen-Mladenovic (2001), o el GRASP, Feo-Resende (1995). El optar por una u otra puede depender más de los gustos personales del técnico que de otros factores, pues, a priori, el rendimiento es parecido.

Estas son, a día de hoy, las únicas estrategias posibles para resolver problemas de localización de gran tamaño.

4. Conclusiones.

El análisis de la toma de decisiones sobre localizaciones es de enorme interés por su impacto social, económico y mediático. Para tomar decisiones sobre localizaciones racionalmente es necesario disponer de un modelo matemático que refleje con adecuada precisión los deseos del decisor sobre eficiencia, equidad, etc. El modelo matemático se convierte en un problema que, generalmente, deberá ser resuelto usando algún algoritmo de optimización.

En estas líneas hemos intentado presentar, sin pretender ser exhaustivos, algunas tendencias en Localización (desde la perspectiva de la Investigación Operativa) tanto en el modelado como en la resolución algorítmica de los problemas. Mucha más información aparece en las referencias citadas en el texto, en el sitio del EURO Working Group on Locational Analysis, www.vub.ac.be/EWGLA o en la Sección de Localización de Informs, www.ent.ohiou.edu/~thale/sola/sola.html .

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

La interacción de los investigadores de operaciones españoles con expertos en otras disciplinas es una necesidad: los matemáticos deben bajar (más) de la torre de marfil de los modelos abstractos, y los usuarios de los modelos y métodos matemáticos deben comprender (mejor) las herramientas que usan. Los planes de I+D+I aprobados por las administraciones públicas españolas y el Espacio Europeo de Investigación, que se avecina inexorable, exigirán el esfuerzo de todos por ganar masa crítica y aumentar la interdisciplinariedad de nuestras investigaciones. Para ello será necesaria una cooperación científica más activa entre investigadores de diversa procedencia, hoy quizás demasiado centrados en los compartimentos (¿estancos?) hijos del catálogo de áreas de conocimiento. La coordinación de geógrafos y matemáticos en el análisis conjunto de problemas de localización puede ser un buen ejemplo. La participación conjunta en proyectos y contratos con la Administración, la creación de Redes Temáticas financiadas por el MEC y la participación en congresos, cursos y jornadas multidisciplinares de interés común debe ser alentada. Esperamos que estas páginas sean entendidas como una minúscula pero sincera aportación en esta dirección.

Referencias bibliográficas

Albareda, M., Díaz, J.A. y Fernández, E. (2005): "A compact model and tight bounds for a combined Location-Routing problem", *Computers and Operations Research,* 32, pp. 407-428.

Blanquero, R. y Carrizosa, E. (2002): "A d.c. biobjective location model", *Journal of Global Optimization,* 23, pp. 139-154.

Cánovas, L., Landete, M. y Marín, A. (2002): "On the facets of the simple plant location packing polytope", *Discrete Applied Mathematics,* 15, pp. 27-53.

Carrizosa, E. (1999): "Minimizing the variance of Euclidean distances", *Studies in Locational Analysis,* 12, pp. 101- 118.

Carrizosa, E. y Conde, E. (2002): "A fractional model for locating semi-desirable facilities on networks", *European Journal of Operational Research,* 136, pp. 67-80.

Carrizosa, E. y Plastria, F. (1999): "Location of semi-obnoxious facilities", *Studies in Locational Analysis,* 12, pp. 1-27.

Cooper, L. (1963): "Location-allocation problems", *Operations Research,* 11, pp. 331-342.

Daskin, M.S. (1995): *Network and discrete location: models, algorithms and applications.* Nueva York, Wiley.

Drezner, Z. (1995): *Facility location. A survey of applications and methods.* Berlin, Springer Verlag.

Drezner, Z. y Hamacher, H.W. (2002): *Facility location: applications and theory.* Berlin, Springer Verlag.

Erkut, E. (1993): "Inequality measures for location problems", *Location Science,* 1, pp. 199-217.

Feo, T., Feo, A. y Resende, M.G.C. (1995): "Greedy randomized adaptive search procedures", *Journal of Global Optimization,* 6, pp. 109-133.

Fernández, F. R., Caballero, R. y Romero, C. (2004): *La aventura de decidir: una aproximación científica mediante casos reales.* Universidad de Málaga.

Fourer, R., Gay, D.M. y Kernighan, B.W. (2002): *AMPL: A modeling language for mathematical programming.* Belmont, CA, Duxbury Press/Wadsworth Publishing Company.

Freling, R., Romejin, H.E., Romero Morales, D. y Wagelmans, A.P.M. (2003) "A branch and price algorithm for the multi-period single-sourcing problem", *Operations Research,* 51, pp. 922-939.

Carrizosa, E. (2005): "Algunas aportaciones de la investigación operativa a los problemas de localización", GeoFocus (Artículos), nº 5, p. 268-277. ISSN: 1578-5157

Hansen, P. y Mladenovic, N. (2001): "Variable neighborhood search: principles and applications", *European Journal of Operational Research,* 130, pp. 449-467.
Krarup, J., Pisinger, D. y Plastria, F. (2002): "Discrete location problems with push-pull objectives", *Discrete Applied Mathematics,* 123, pp. 363-378.
Labbé, M., Rodriguez, I. y Salazar, J.J. (2004): "A branch-and-cut algorithm for the plant-cycle location problem", *Journal of the Operational Research Society,* 55, pp. 513-520.
López de los Mozos, M.C., y Mesa, J.A. (2001): "The maximum absolute deviation measure in location problems on networks", *European Journal of Operational Research,* 135, pp. 184-194.
Marsh, M.T. y Schilling, D.A. (1994): "Equity measurement in facility location analysis", *European Journal of Operational Research,* 74, pp. 1-17.
Nemhauser, G.L. y Wolsey, L.A. (1988): *Integer programming and combinatorial optimization.* Wiley, Nueva York,.
Ohsawa, Y. y Tamura,. K. (2003): "Efficient location for a semiobnoxious facility", *Annals of Operations Research,* 123, pp. 173-188.
Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K. y Chin, S-N (2000): *Spatial tessellations: concepts and applications of Voronoi diagrams*. Wiley, Chichester.
Pelegrín, B. (2004): *Avances en la localización de servicios y sus aplicaciones*. Murcia, Universidad de Murcia.
Plastria, F (2001): "Static competitive facility location: an overview of optimisation approaches", *European Journal of Operational Research,* 129, pp. 461-470.
Plastria, F. (2002): "Formulating logical implications in combinatorial optimisation", *European Journal of Operational Research* 140, pp. 338-353.
Plastria, F. y Carrizosa, E. (2004): "Optimal location and design of a competitive facility", *Mathematical Programming,* 100, pp. 247-265.

[*] Trabajo financiado por el Grupo de Investigación "Optimización", del Plan Andaluz de Investigación, y por el proyecto MTM2005-09362-C03-01 del Ministerio de Educación y Ciencia.