

Descripción de la estructura y
reacciones de núcleos exóticos en
una base de oscilador armónico
transformado



TESIS DOCTORAL

José Antonio Lay Valera

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear
Universidad de Sevilla

Octubre 2012

Documento maquetado con T_EX!S v.1.0.

Este documento está preparado para ser imprimido a doble cara.

Descripción de la estructura y
reacciones de núcleos exóticos en
una base de oscilador armónico
transformado

*Memoria que se presenta para optar al título de Doctor en Física
Nuclear*

José Antonio Lay Valera

Dirigida por los Doctores

D. Antonio M. Moro Muñoz

D. José M. Arias Carrasco

**Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear
Universidad de Sevilla**

Octubre 2012

*A aquellos con los que ya no es posible
recuperar el tiempo empleado
en esta pequeña locura*

*Y, sobre todo, para
poder avanzar.
Nacho Vegas*

Agradecimientos

Resulta difícil incluir en pocas páginas a todas las personas que han contribuido, de una u otra forma, a la elaboración del presente trabajo. En él se recogen cuatro largos años de trabajo y dedicación que, sin embargo, no suponen más que un pequeño paso en la formación de quien les habla. En dicha formación, cada etapa viene a ser el resultado de todas las anteriores y, por tanto, sería un error restringir estos agradecimientos a los citados cuatro años.

Por otro lado, todo el esfuerzo y la dedicación que supone la elaboración de una tesis, tanto la investigación llevada a cabo como el esfuerzo de plasmar y sintetizar todo lo aprendido en el presente trabajo, no sólo requiere un fuerte apoyo académico y económico. Nada de lo presentado en las siguientes páginas hubiera sido posible sin el impulso dado por los ánimos y la ilusión que otros muchos han depositado en un servidor. A todos ellos les quedo eternamente agradecido, siendo estas líneas un torpe e insuficiente intento por reconocer la importancia de un “seguro que tú puedes con todo” o un “no te preocupes que ya saldrá” en el momento preciso.

Comenzando por el plano académico y casi por orden de aparición, habría que empezar por el director del presente trabajo de tesis Dr. D. Antonio M. Moro Muñoz. En éste, como en muchos otros casos, ambos planos se unen, pues son ya muchos años de trabajo juntos desde que nos conociéramos en tercer curso de carrera junto con el Dr. D. José M. Arias Carrasco, co-director también de este trabajo. Su atención y apoyo han hecho soportable e incluso ameno el difícil y largo camino que supone un doctorado. A la asignatura que ambos impartían le siguió un trabajo dirigido en el que mis pasos se toparon con la base THO, protagonista indiscutible de las siguientes páginas. La beca de colaboración dentro del Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear, al año siguiente, facilitó la decisión a

la hora de buscar un doctorado, pues para entonces estaba ya convencido de que en pocos sitios iba a encontrar un ambiente de trabajo tan positivo como el que he disfrutado estos cuatro años. Y esta afirmación puede hacerse extensiva a todo el departamento. En pocos puestos de trabajo puede uno sentirse tan a gusto, rodeado de gente siempre dispuesta a ayudar en lo que se necesite. Tras estos cuatro años dejo atrás más una gran familia que un grupo de compañeros.

Dentro de dicho departamento, he de continuar por dos profesores que han participado muy activamente en mi formación y en el trabajo expuesto. Por un lado, a Joaquín Gómez Camacho, a pesar de que su trabajo en el CNA no le haya permitido participar más activamente en este trabajo de tesis. Gran parte de este trabajo surgió de sus ideas y de largas reuniones que, aunque muchas veces fueran extenuantes, siempre resultaron útiles. Por otro, a Manuela Rodríguez Gallardo, compañera de muchos cafés y muchas funciones de onda de tres cuerpos. Sigue siendo una espina clavada no tener ningún artículo en colaboración con ella a pesar de ser la persona que más dedicación ha puesto en la formación de quien les habla tras mis directores.

No quiero olvidarme de Juan Pablo Fernández García. Empezamos en el departamento al mismo tiempo para ser un importante compañero de viaje, si bien nos conocimos realmente en Madrid durante los cursos de doctorado. Atrás hemos dejado juntos los cursos, el trabajo para la obtención del DEA, el análisis del experimento de ^{11}Li , varios viajes y ahora el trabajo de tesis. De los núcleos halo dirán que tiene poca energía de ligadura, pero a nosotros nos ha unido en la adversidad. La mejor parte se la llevan sin duda los cursos. De ellos me llevo grandes amistades que espero conservar a pesar del paso del tiempo.

Para cerrar la parte más académica, es menester hacer un repaso a las distintas estancias realizadas durante el doctorado. Técnicamente todo esto empezó en la Universidad de Århus, Dinamarca a cargo del profesor A. S. Jensen y, a través, del profesor E. Garrido. Le seguiría la Universidad de Surrey, Reino Unido, con el profesor J. Tostevin y, por último, la Universidad Libre de Bruselas con el profesor P. Descouvemont. En todos ellos tuve la gran suerte de conocer a un grupo inigualable de personas que hicieron de cada estancia una experiencia inolvidable.

En el plano económico, es necesario mencionar la beca de Personal Investigador en Formación de la Universidad de Sevilla y la beca de Formación

de Profesorado Universitario del Ministerio de Educación. En este caso particular y en muchos otros, no sería posible una carrera profesional en física sin el importante apoyo económico que suponen las becas en el doctorado y a lo largo de la licenciatura. El proceso actual de reducción de las ayudas pone en serio peligro el acceso a este campo de muchas posibles futuras promesas. Por otro lado, el excesivo énfasis en la productividad y la generación de riqueza deja sin cabida la investigación más fundamental, desligada de la empresa al situarse varios años por delante de sus necesidades actuales. La ciencia puede ir de la mano de la empresa, pero su objetivo es siempre ir varios pasos por delante. En relación a esto, es motivo de orgullo para un servidor que la investigación que engloba esta tesis no haya generado una sola patente. Ha sido una gran motivación ver como en la investigación más fundamental se publican y comparten los resultados, buscando la colaboración como un preciado bien, pues sólo trabajando conjuntamente pueden lograrse avances verdaderamente importantes para la sociedad.

Una vez cerrada la parte más formal de estos agradecimientos, he de continuar por mi familia y, muy en especial, mis padres. Sin su esfuerzo y su dedicación, ni mi hermana ni yo habiéramos podido llegar hasta aquí, aún habiendo disfrutado ambos de las tan necesarias y citadas becas. Gracias a ellos por hacer de nuestra casa un pilar fundamental para nuestra vida y nuestra formación.

Han sido también de inestimable ayuda los muchos compañeros doctorandos. Las penas compartidas son más pequeñas y las alegrías son siempre mayores. Han sido muchos los cafés y los almuerzos juntos. Unos han estado ahí los cuatro años, otros se fueron sin dejar de estar y algunos han llegado casi a última hora para ser una pieza irremplazable. Deseo también mandar con esto muchos ánimos a los compañeros de penurias que hemos coincidido escribiendo el trabajo de tesis al mismo tiempo, esta es la prueba de que todo acaba. También incluyo aquí a mis amigos *del pueblo*. Por tantos cafés en el *Muapelo*, nuestro *Café Gijón* particular. Por aguantar chistes que sólo le hacen gracia a los físicos. Habéis sido la vía de escape perfecta a los pequeños suplicios que este trabajo acarrea. Gracias por haber estado ahí estos cuatro años.

Por último, a todos por soportar múltiples negativas. Por entender que no tener tiempo para alguien no implica que se le aprecie menos. Por tantas ausencias. Por comprender que la física es una amante exigente. Pero, sobre

todo, por estar ahí para que esta infinita pasión no nos lleve, como a *Don Quijote*, a la locura.

Abstract

Here we present the works included in the Ph.D. thesis by J. A. Lay, which is devoted to the study of structure and reactions of light exotic nuclei. Within this broad field, the use of the transformed harmonic oscillator basis will serve as the thread of the discussion.

Focusing in the light region of the Segrè chart, there is little space to add neutrons to stable nuclei without quickly reaching the neutron drip line. Therefore, the last neutrons in these nuclei are barely bound. Within certain conditions, these last neutrons present a non negligible probability of staying far away from the remaining nucleons shaping a halo around a *core*. This *core* is formed by the rest of nucleons tied together in a more compact structure. Therefore, it is more favourable to excite the neutron halo than the *core* according to the binding energy of each structure.

Following this picture, the main approach used to describe one-neutron halo nuclei has been in terms of single particle models considering the relative motion between *core* and neutron. For two-neutron halo nuclei there are three-body approximations, although it is possible to describe approximately some features of the structure and reactions of these nuclei making use of a suitable di-neutron picture. In both cases, these models neglect possible excitations of the *core*. However, when the core exhibits a static or dynamic deformation, as it is the usual case, *core* excitations will play a role in the structure and reactions of these nuclei depending on the range of energies considered. Nevertheless, very few works have been done on exotic nuclei considering this kind of mechanisms. The interplay between *core* and halo excitations and the generalization of the transformed harmonic oscillator basis to accomplish this challenge will be the main part of this work.

In this regard, some *core*-valence particle models with excitations of the *core*, together with the different frameworks and formalisms used along this

work, are introduced in chapter 1.

Chapter 2 starts ignoring the excitations of the *core* in order to show the limitations of this simple approach but also the power of the pseudostate method with the transformed harmonic oscillator basis. It is shown how with the help of this basis it is easy to extract relevant information in a simple but nevertheless detailed way. Here, the generalization of the basis suitable for the inclusion of core excited components is also discussed. The extension is then applied to the structure of ^{11}Be within the particle-rotor model. In order to go beyond the rotor picture for the excitations of the *core*, the possibility of generating the valence-*core* interaction from microscopic densities of the *core* is investigated. This model shows an interesting predicting power when applied to ^{11}Be spectrum. This appealing feature is checked further with a study of the spectrum of the halo nucleus ^{19}C , for which there is little experimental information to construct reliable phenomenological potentials due to the number of adjustable parameters required by these potentials.

In chapter 3, the role of *core* excitations in reactions is studied. The same structure of the preceding chapter is followed. The discussion starts ignoring the excitations of the *core*, presenting the wide variety of observables that can be compared and reproduced with the transformed harmonic oscillator basis. Reactions make the perfect playground to show the natural and accurate treatment of the continuum of halo nuclei and specially of narrow resonances obtained with the pseudostate method. The generalization of reactions models to include *core* excitations multiplies the complexity of the calculations. Due to this fact, the reduced number of functions needed for convergence, when using transformed harmonic oscillator, constitutes a valuable help. Finally, the interplay between valence particle and *core* excitations in the reactions studied in this chapter will open the possibility to extract spectroscopic information from halo nuclei, which would be difficult or impossible to obtain from reactions traditionally used for this purpose, like transfer or knock-out reactions. These reactions are found to be very sensitive to the spectroscopic factors related to excited *core* states in ^{11}Be and ^{19}C resonances. This conforms an open window to the understanding of the structure of resonances related with excited *core* states that would be difficult to reach from other measurements.

This work concludes, does not finish, in chapter 4 with the general conclusions of these studies.

Índice

Agradecimientos	IX
Abstract	XIII
1. Introducción	1
1.1. Estructura de núcleos exóticos	9
1.1.1. Modelo de 2 cuerpos para núcleos borromeo de dos neutrones	11
1.1.2. Excitaciones del <i>core</i> en el modelo de acoplamiento débil	14
1.1.3. El modelo partícula-rotor	17
1.2. Reacciones de núcleos débilmente ligados	22
1.2.1. Modelo óptico	24
1.2.2. Modelo semiclásico para la excitación coulombiana . .	26
1.2.3. Canales acoplados con discretización del continuo . . .	30
1.2.4. Aproximación de Born de onda distorsionada con excitación del core (DWB _{Ax})	36
1.3. Tratamiento del continuo con pseudoestados	40
1.3.1. La base de Oscilador Armónico Transformado	44
2. Estructura	49
2.1. Sistemas de dos cuerpos	50
2.1.1. Aplicación al deuterón	50
2.1.2. Aplicación al núcleo ⁶ He en un modelo de dineutrón .	58
2.1.3. Aplicación al núcleo ¹¹ Li en un modelo de dineutrón .	63
2.1.4. Aplicación al núcleo ¹¹ Be	67
2.2. Extensión de la base THO a sistemas con excitación del <i>core</i>	70

2.3. Excitación del <i>core</i> a partir de las densidades de transición . . .	72
2.4. Sistemas de dos cuerpos con excitación del <i>core</i>	75
2.4.1. Aplicación al núcleo ^{11}Be	75
2.4.2. Aplicación al núcleo ^{19}C	101
3. Reacciones	109
3.1. Sistemas de dos cuerpos	110
3.1.1. Aplicación a las reacciones $^6\text{He}+^{12}\text{C}$ y $^6\text{He}+^{208}\text{Pb}$ a 240 MeV/nucleón	110
3.1.2. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Li}+^{208}\text{Pb}$	119
3.1.3. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón .	121
3.2. Sistemas de dos cuerpos con excitación del <i>core</i>	124
3.2.1. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón	126
3.2.2. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón .	129
3.2.3. Aplicación a la reacción $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón	136
3.2.4. Aplicación a la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón . .	139
4. Conclusions	145
A. Probabilidades de transición eléctrica con pseudoestados	155
A.1. Partícula independiente con <i>core</i> inerte	157
A.2. Partícula independiente con excitación del <i>core</i>	160
B. Tratamiento de los estados prohibidos de Pauli	167
Bibliografía	175
Lista de acrónimos	184
Lista de programas	187
List of publications	189

Índice de figuras

1.1. Esquema de niveles para el ^{11}Be . Se observa como en un modelo de capas tradicional el último neutrón debería ocupar un nivel $1p_{1/2}$ como en la parte protónica, nivel que intercambia su posición con el $2s_{1/2}$ ante el exceso de neutrones.	4
1.2. Diagrama de Segrè de la región $Z \leq 10$, $N \leq 16$ en la que se resaltan los núcleos halo encontrados hasta la fecha.	5
1.3. Sistema de coordenadas de Jacobi asociado al <i>core</i> para núcleos borromeo de dos neutrones.	12
1.4. Sistema de coordenadas para un modelo de partícula independiente incluyendo excitación del <i>core</i>	14
1.5. Definición de los momentos angulares en la rotación de un núcleo deformado.	19
1.6. Esquema del sistema total con la partícula de valencia orbitando en torno al rotor.	21
1.7. Esquema del sistema de referencia utilizado en cálculos CDCC para un caso simple con un proyectil de dos cuerpos.	31
1.8. Sistema de coordenadas para un cálculo de reacción de tres cuerpos incluyendo excitación del <i>core</i>	36
1.9. Esquema de la evolución de los autovalores en las cercanías de una resonancia.	43
1.10. Espectros de pseudoestados obtenidos con la base del oscilador armónico (HO) y con la base THO para distintos valores de γ	47

2.1.	Densidad de estados para el continuo de $\ell = 0$ obtenido con una base THO de 30 estados, definida de acuerdo a (2.2) para distintos valores de γ . La línea de puntos y rayas corresponde a la densidad obtenida para una base HO también de 30 estados para un $b = 2,0$ fm.	51
2.2.	Desfasajes para el sistema $d = p + n$ en función de la energía relativa $p-n$. Los paneles (a),(b) y (c) se corresponden con los estados del continuo para $\ell = 0, 1$ y 2 respectivamente.	54
2.3.	Probabilidades de transición eléctrica para el sistema $d = p + n$. En el panel superior se muestra la transición dipolar y en el inferior la cuadrupolar.	56
2.4.	Desfasajes para ${}^6\text{He}$ en función de la energía relativa $\alpha - 2n$. Los paneles (a),(b) y (c) se corresponden con los estados del continuo para $\ell = 0, 1$ y 2 respectivamente.	59
2.5.	Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia del sistema ${}^6\text{He}$ comparada con los tres pseudoestados más cercanos en energía.	60
2.6.	Probabilidades de transición eléctrica para el sistema ${}^6\text{He}$. En el panel superior se muestra la transición dipolar y en el inferior la cuadrupolar.	62
2.7.	Distribución de probabilidad del estado fundamental de ${}^{11}\text{Li}$ en el sistema de Jacobi asociado al <i>core</i> frente a la distancia (nn)- <i>core</i> , en este caso coordenada y , calculada tanto para el sistema de tres cuerpos como para los modelos de dineutrón convencional (tomando como energía de ligadura $2n-{}^9\text{Li}$ la energía de tres cuerpos) y mejorado (ajustada para reproducir el comportamiento asintótico de la función de onda de tres cuerpos).	65
2.8.	Distribución de la probabilidad de transición dipolar $\mathcal{B}(E1)$ frente a la energía para ${}^{11}\text{Li}$ calculada tanto para el modelo de dineutrón mejorado como para un modelo de tres cuerpos. Los círculos son los datos experimentales obtenidos en RIKEN	66
2.9.	Probabilidad de transición dipolar eléctrica ($\mathcal{B}(E1)$) para el núcleo ${}^{11}\text{Be}$ obtenida con la base THO, a comparar con los datos experimentales obtenidos en RIKEN y MSU.	68

2.10. Probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica ($\mathcal{B}(E2)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO con $N=35$ funciones de oscilador.	69
2.11. Parte radial de la función de onda del estado fundamental, panel superior, y del estado excitado $1/2^-$, panel inferior, del núcleo ^{11}Be obtenida tanto por integración directa de la ecuación de Schrödinger (líneas continuas) como por diagonalización con una base THO de $N=15$ estados (líneas discontinuas).	77
2.12. Desfasajes para el continuo $5/2^+$ de ^{11}Be por debajo del umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ en función de la energía relativa $^{10}\text{Be}(0^+)-n$. 78	78
2.13. Evolución de las autoenergías en el espectro $5/2^+$ de ^{11}Be frente a γ (arriba) y frente al número de funciones N (abajo). La línea punteada marca el umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ mientras que la línea discontinua muestra la energía de la resonancia $5/2^+$. 80	80
2.14. Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $5/2^+$ de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a la energía de la resonancia mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=10$ estados.	81
2.15. Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $5/2^+$ de ^{11}Be calculada para distintos puntos de inflexión en la evolución de las autoenergías.	82
2.16. Evolución de las autoenergías en el espectro $3/2^+$ de ^{11}Be frente a γ (arriba) y frente al número de funciones N (abajo). La línea punteada marca el siguiente umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ mientras que la línea discontinua muestra la energía de la resonancia $3/2^+$	84
2.17. Partes radiales de las funciones de onda del continuo para las resonancias $3/2^-$ (arriba) y $3/2^+$ (abajo) de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a la energía de la resonancia mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=9$	85

- 2.18. Densidad de estados para las resonancias $5/2^+$, $3/2^+$ y $3/2^-$ de ^{11}Be , usando distintos valores de N 86
- 2.19. Parte radial de la función de onda del continuo $3/2^-$ de ^{11}Be a la energía $\varepsilon = 0,628$ MeV. Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a dicha energía mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=15$ estados. Todas las componentes a excepción de la mayoritaria han sido multiplicadas por un factor 10. 87
- 2.20. Probabilidad de transición dipolar eléctrica ($\mathcal{B}(E1)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO, a comparar con los datos experimentales obtenidos en RIKEN y MSU. 89
- 2.21. Probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica ($\mathcal{B}(E2)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO con $N=20$ funciones de oscilador para las contribuciones del continuo $3/2^+$ (línea punteada) y de los estados $5/2^+$ (línea discontinua). La línea continua designa la suma de ambas. En el panel superior se muestra el cálculo teniendo en cuenta sólo las excitaciones de la partícula de valencia. En el panel inferior se incluyen las contribuciones de ambos, valencia y *core*. 91
- 2.22. Densidades de transición entre los dos primeros estados de ^{10}Be , el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ para protones y neutrones. En el panel superior se muestran las densidades centrales, de multipolaridad $\lambda = 0$, normalizadas de acuerdo a la ecuación (2.23) y en el panel inferior las densidades de transición. 94
- 2.23. Potenciales obtenidos para la interacción $n\text{-}^{10}\text{Be}$ a partir de las densidades de ^{10}Be obtenidas por el método AMD y del potencial JLM. 95
- 2.24. Espectros obtenidos para el núcleo ^{11}Be en el modelo de partícula-rotor (PRM) y utilizando las densidades del *core*, ^{10}Be , junto con la interacción JLM (P-AMD) comparados con el espectro experimental. 96

2.25. Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $3/2^+$ de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la diagonalización con una base THO utilizando el potencial P-AMD. Las líneas punteadas se corresponden al potencial del modelo partícula-rotor (PRM). En ambos casos se toma $N=9$ funciones THO.	97
2.26. Comparativa de los distintos potenciales obtenidos para el modelo PRM y para el modelo P-AMD para el sistema ^{11}Be . Las líneas de puntos se corresponden al modelo P-AMD sustituyendo la interacción JLM por la interacción M3Y. No se incluye el término $\langle 2^+ V_0 2^+\rangle$ al tener un comportamiento similar al $\langle 0^+ V_0 0^+\rangle$ siendo igual para el caso PRM y ligeramente más profundo para los casos P-AMD.	100
2.27. Densidades de transición entre los dos primeros estados de ^{18}C , el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ para protones y neutrones. En el panel superior se muestran las densidades centrales, de multipolaridad $\lambda = 0$, normalizadas de acuerdo a la ecuación (2.23) y en el panel inferior las densidades de transición.	103
2.28. Potenciales obtenidos para la interacción $n\text{-}^{18}\text{C}$ calculados por convolución de las densidades de ^{18}C , obtenidas por el método AMD, con el potencial nucleón-nucleón JLM.	104
2.29. Espectros obtenidos para el núcleo ^{19}C para los dos modelos PRM expuestos en el texto, para el modelo de capas (WBP) y el obtenido utilizando las densidades del <i>core</i> , ^{18}C , junto con la interacción JLM (P-AMD) comparados con el espectro experimental.	105
2.30. Comparativa de los distintos potenciales obtenidos para los dos modelos PRM y para el modelo P-AMD para el sistema ^{19}C . De nuevo, no se incluye el término $\langle 2^+ V_0 2^+\rangle$ al tener un comportamiento similar al $\langle 0^+ V_0 0^+\rangle$	106

- 3.1. Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He}+{}^{208}\text{Pb}$ a 240 MeV/nucleón. Las líneas punteada, discontinua y de puntos y rayas se corresponden con las contribuciones de los estados s , p y d respectivamente. La línea continua fina representa la suma de las tres contribuciones y la gruesa al cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. 113
- 3.2. Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He}+{}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. Las líneas punteada, discontinua y de puntos y rayas se corresponden con las contribuciones de los estados s , p y d respectivamente. La línea continua fina representa la suma de las tres contribuciones y la gruesa al cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. 115
- 3.3. Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He}+{}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. En el cálculo teórico se ha separado la contribución de la resonancia del resto. Dicha contribución se compara con el resultado de considerar la resonancia sin anchura, dando la misma contribución a una distribución gaussiana con la anchura de la resolución experimental. 116
- 3.4. Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He}+{}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. Las líneas continuas se corresponden con el cálculo completo, mientras que las líneas discontinuas son el resultado de eliminar la interacción coulombiana. 118
- 3.5. Distribución angular de la probabilidad de ruptura de ${}^{11}\text{Li}$ para la reacción ${}^{11}\text{Li}+{}^{208}\text{Pb}$ a 24,3 MeV, panel superior y a 29,8 MeV, panel inferior, obtenida para el cálculo semiclásico (EPM) comparada con los datos obtenidos en TRIUMF por la colaboración E1104. La línea continua se corresponde con el cálculo semiclásico con la $\mathcal{B}(E1)$ del modelo de dineutrón mejorado, la línea discontinua con la $\mathcal{B}(E1)$ del modelo de tres cuerpos de ${}^{11}\text{Li}$ y la línea de puntos a la $\mathcal{B}(E1)$ experimental obtenida en RIKEN. 120

- 3.6. Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía relativa n - ^{10}Be , para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de cada una de las ondas parciales. La línea de puntos representa la suma de las contribuciones y la gruesa, el cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. La línea continua fina representa la suma de las tres contribuciones y la gruesa al cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. 123
- 3.7. Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a la resonancia con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los tres pseudoestados más próximos a la resonancia. 125
- 3.8. Sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía relativa n - ^{10}Be , para la reacción $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón integrada en dos rangos angulares distintos. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y cuadrupolar, E2. La línea de puntos y rayas representa la suma de las contribuciones y la línea continua, el cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. 128
- 3.9. Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{11}Be , para la reacción $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y cuadrupolar, E2, convolucionadas con la resolución experimental. La línea continua representa la suma de ambas contribuciones. 130
- 3.10. Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a las resonancias con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, panel superior, y $E_x = 3,41$ MeV para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los pseudoestados representativos de cada resonancia calculadas dentro de la aproximación DWBAx. La línea continua toma el modelo P-AMD para la interacción n - ^{10}Be , mientras que la línea discontinua se ha calculado con el modelo PRM. . 132

- 3.11. Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a las resonancias con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, panel superior, y $E_x = 3,41$ MeV para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los pseudoestados representativos de cada resonancia calculadas dentro de la aproximación DWBAx junto con el modelo P-AMD para la interacción n - ^{10}Be . La línea discontinua muestra el cálculo considerando sólo las excitaciones de la partícula de valencia y la línea de puntos y rayas, el resultado considerando sólo las excitaciones del *core*. La línea continua se corresponde con el cálculo completo. 134
- 3.12. Repetición de la figura 3.11 utilizando, en este caso, el modelo PRM para la interacción n - ^{10}Be 135
- 3.13. Sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía relativa n - ^{18}C , para la reacción $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, línea discontinua, y cuadrupolar, línea de puntos. La línea continua se corresponde con el cálculo completo. Tanto las contribuciones individuales como el total se han convolucionado con la resolución angular experimental. Se compara con los datos experimentales. 137
- 3.14. Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la reacción $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y cuadrupolar, E2, convolucionadas con la resolución experimental. La línea continua representa la suma de ambas contribuciones. 138
- 3.15. Contribución de la resonancia $5/2^+$ a la sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón. Se muestran en el panel superior las secciones eficaces para las dos resonancias $5/2^+$ encontradas en cada uno de los modelos propuestos para ^{19}C , PRM(2) y P-AMD. En el panel inferior se presentan las secciones eficaces del modelo P-AMD convolucionadas con la resolución experimental. Se incluye también la contribución debida a la suma de ambas resonancias. . . . 141

- 3.16. Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la resonancia $5/2_1^+$ del modelo P-AMD en la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón convolucionada con la resolución experimental angular. La línea discontinua muestra la contribución de la excitación de la partícula de valencia y la línea de puntos, la excitación del *core*. La línea continua muestra el total. 142
- A.1. Redefinición de los vectores implicados en la transición para describir el movimiento de los nucleones integrantes del *core* en función de la posición del centro de masas de este último. . 157
- B.1. Espectro de los estados prohibidos del núcleo ^{11}Be sin excitación del *core*, potencial esférico, e incluyendo las excitaciones del *core* en un modelo de acoplamiento débil. El nivel de Fermi para neutrones delimita los estados prohibidos, es decir, el orbital $1p_{1/2}$ no estaría prohibido. 169
- B.2. Evolución de las energías de los niveles de Nilsson a partir del caso esférico, $\delta_{osc} = 0$. El parámetro δ_{osc} es proporcional al parámetro de deformación β_2 utilizado en el texto. 171
- B.3. Espectro de los estados prohibidos y primeros estados ligados del núcleo ^{19}C para el modelo de Nilsson y para el modelo de acoplamiento débil, es decir, incluyendo las energías de los estados del *core*. El nivel de Fermi para neutrones delimita los estados prohibidos. 172

Índice de Tablas

2.1. Convergencia de la energía del estado fundamental y de los totales de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$ para el caso del deuterón.	57
2.2. Convergencia de la polarizabilidad y de la $\mathcal{B}(E1)$ total pesada en energía para el caso del deuterón.	57
2.3. Convergencia de la energía del estado fundamental y de los totales de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$ para el caso ${}^6\text{He}=\alpha + 2n$	62
2.4. Convergencia de la polarizabilidad y de la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía para el caso ${}^6\text{He}=\alpha + 2n$	63
2.5. Factores espectroscópicos para el estado fundamental y resonancias de paridad positiva del núcleo ${}^{11}\text{Be}$, de acuerdo a los modelos considerados.	98
2.6. Factores espectroscópicos para los primeros estados de baja energía del núcleo ${}^{19}\text{C}$, de acuerdo a los modelos considerados.	108

Capítulo 1

Introducción

*Si he logrado ver más lejos, ha sido
porque he subido a hombros de gigantes.*

Bernardo de Chartres

El presente trabajo engloba toda una serie de estudios teóricos acerca del comportamiento tanto estático como dinámico del núcleo atómico, en particular de los núcleos exóticos ligeros. Los núcleos exóticos son aquellos con una proporción de neutrones y protones significativamente distinta de los núcleos estables más próximos en masa. Este hecho les confiere características muy singulares y diferentes a las que se encuentran en el llamado valle de estabilidad, es decir, la zona de la carta de Segrè delimitada por las combinaciones de neutrones y protones más estables.

En una larga retrospectiva, la andadura del núcleo atómico comienza con su descubrimiento en el experimento de Geiger y Marsden en 1909, cien años atrás del comienzo de los trabajos que aquí se exponen. La dispersión de radiación α sobre una lámina de oro llevó a Rutherford a la elaboración de su modelo del átomo. Se encontró que casi toda la masa junto con la carga positiva se encontraba concentrada en el centro formando el llamado núcleo del átomo. Tal es la densidad que el tamaño del núcleo es varios órdenes de magnitud más pequeño que la órbita que describen los electrones en torno a él.

Poco después se conocería que el núcleo está formado por un número N de partículas neutras, llamadas nucleones, y un número Z de partículas cargadas positivamente, los protones. El número Z determina el número de electrones

del átomo neutro correspondiente y, con ello, el comportamiento químico de los átomos. Debido a esto recibe el nombre de número atómico y determina el elemento al que pertenece nuestro núcleo. Los cinco órdenes de magnitud de distancia que separan a los neutrones y protones de la capa electrónica les impiden jugar un papel importante en el comportamiento químico del átomo.

En Física Nuclear las cosas resultan algo más complicadas. Dentro de un mismo elemento, es posible encontrar comportamientos completamente distintos para distintos valores de N , es decir, para los distintos isótopos de un mismo elemento. Este hecho imposibilita obtener un equivalente a la tabla periódica de los elementos en Física Nuclear. La carta de Segrè, encuadra los distintos isótopos de forma esquemática según su Z y N , pero no permite inferir las propiedades de un isótopo según su posición en la carta.

A finales de los años 40 el Modelo de Capas vino a arrojar cierta luz a este respecto y a acercar de nuevo la física nuclear a la atómica. En dicho modelo los nucleones, protones y neutrones, van ocupando una serie de niveles o capas a distintas energías de la misma forma que los electrones en el átomo. De esta forma aquellos núcleos con un Z y un N tal que completan totalmente la última capa de protones y neutrones, tendrán un comportamiento mucho más estable que los núcleos a su alrededor en la carta de Segrè. Asimismo, al añadir a este núcleo con capas cerradas una partícula extra, dicha partícula quedará menos ligada que el resto permitiéndonos hablar de nucleón de valencia como en el caso de los electrones. De hecho, muchas propiedades de este núcleo podrán explicarse con un modelo de partícula independiente moviéndose en el campo creado por el resto del núcleo, que suele denominarse *core*, completamente inerte.

Dicho comportamiento se repite en la carta de Segrè cada vez que se completan las sucesivas capas recuperando así parte de la periodicidad que se tenía a nivel atómico. Los números que corresponden al cierre sucesivo de capas recibieron el nombre de números mágicos [1, 2] y supusieron el premio Nobel para Goeppert Mayer y Hans Jensen en 1963 compartido con Eugene Wigner.

Este panorama da un giro crucial en los años 80 con el descubrimiento de los núcleos exóticos gracias al desarrollo y mejora de las grandes instalaciones como Louvain-la-Neuve en Bélgica, GSI en Alemania y TRIUMF en Canadá, entre otras. Dichas instalaciones se dedican a la generación de haces con

nuevos núcleos cada vez más exóticos, es decir, más cercanos a las líneas de evaporación, punto en el cual los núcleos no pueden ligar más neutrones o protones.

Los núcleos exóticos ligeros son núcleos débilmente ligados, estables frente a emisión de partículas pero que decaen por desintegración β hacia núcleos más estables con una semivida muy corta. Esto hace que existan en muy poca proporción en la naturaleza en el mejor de los casos. Su producción en laboratorio y posterior estudio es, aún hoy, un reto desde el punto de vista tecnológico. Debido a esto, el estudio de los núcleos exóticos sigue ligado en la actualidad a la mejora de aceleradores, espectrómetros de masas, detectores y demás instrumentos necesarios para mejorar tanto la producción como la detección de dichos núcleos.

El descubrimiento de los núcleos exóticos no sólo supuso un reto tecnológico sino una revolución por igual en la física experimental y teórica, convirtiéndose hasta hoy en uno de los campos más prolíficos de la Física Nuclear. Restringiéndose al ámbito teórico que abarca este trabajo, los núcleos exóticos han supuesto el descubrimiento tanto de nuevas propiedades desde el punto de vista estructural como de procesos de reacción que no se encontraban en el caso de los núcleos estables.

Desde el punto de vista de la estructura, los avances obtenidos gracias al estudio de estos núcleos pueden resumirse en dos grandes hitos: la aparición y destrucción de los llamados números mágicos y el descubrimiento de los núcleos halo y borromeo. Juntos han revolucionado por ejemplo la forma de entender los procesos de creación de los distintos núcleos en el ámbito astrofísico y, con ello, las distintas abundancias isotópicas de los núcleos estables en la naturaleza.

En lo que se refiere a los números mágicos, existen diversas regiones donde la variación de la posición de las capas hace que algunos de los números mágicos tradicionales dejen de serlo en favor de la aparición de otros nuevos [3, 4]. Es decir, un núcleo que en principio sería fácil de excitar acaba siendo mucho más estable porque la capa a la que en teoría podrían promocionar los protones o los neutrones no está donde cabría esperar de acuerdo con el modelo de capas convencional sino que se encuentra más alejada, debido al exceso de protones o neutrones según sea el caso. Además, al alterar la posición de las distintas capas, varía no sólo la estabilidad de los supuestos núcleos con algún número mágico sino el orden de llenado, que determina el

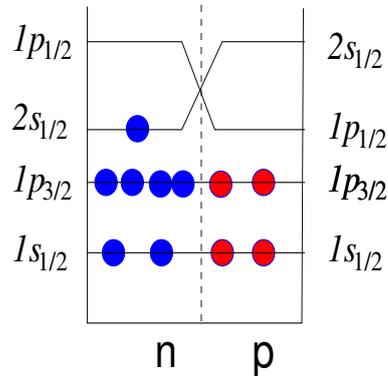


Figura 1.1: Esquema de niveles para el ^{11}Be . Se observa como en un modelo de capas tradicional el último neutrón debería ocupar un nivel $1p_{1/2}$ como en la parte protónica, nivel que intercambia su posición con el $2s_{1/2}$ ante el exceso de neutrones.

espín y la paridad de los núcleos.

El poder predictivo del Modelo de Capas se fue diluyendo conforme aparecían más y más casos de núcleos exóticos con espín y paridad distintas de la esperada y con ello las esperanzas de una carta de Segrè periódica y sencilla. En este sentido los núcleos exóticos constataron el hecho de que las reglas de juego básicas en física nuclear son más complejas que en física atómica. No obstante, la introducción de nuevas interacciones a 3 y 4 cuerpos y de las correlaciones entre nucleones han reflatado los cálculos de Modelo de Capas, si bien ha sido a cambio de una mayor complejidad en los cálculos.

Este hecho es más acusado en los núcleos pesados, aunque también se puede observar en núcleos más ligeros como ^{11}Be . Este núcleo, de acuerdo con la secuencia de llenado observada en núcleos estables, debería tener un estado fundamental $1/2^-$ en el esquema tradicional del modelo de capas y, sin embargo, se observa que es un estado $1/2^+$ debido a que los niveles $1p_{1/2}$ y $2s_{1/2}$ intercambian sus posiciones por el exceso de neutrones (véase la figura 1.1).

En este caso, el correspondiente core, ^{10}Be , tiene un estado fundamental 0^+ y un primer estado excitado 2^+ a una energía de 3,368 MeV. Dicha energía de excitación debería ser suficiente para poder entender el ^{11}Be como un neutrón orbitando en torno a ^{10}Be . De hecho, como se estudiará

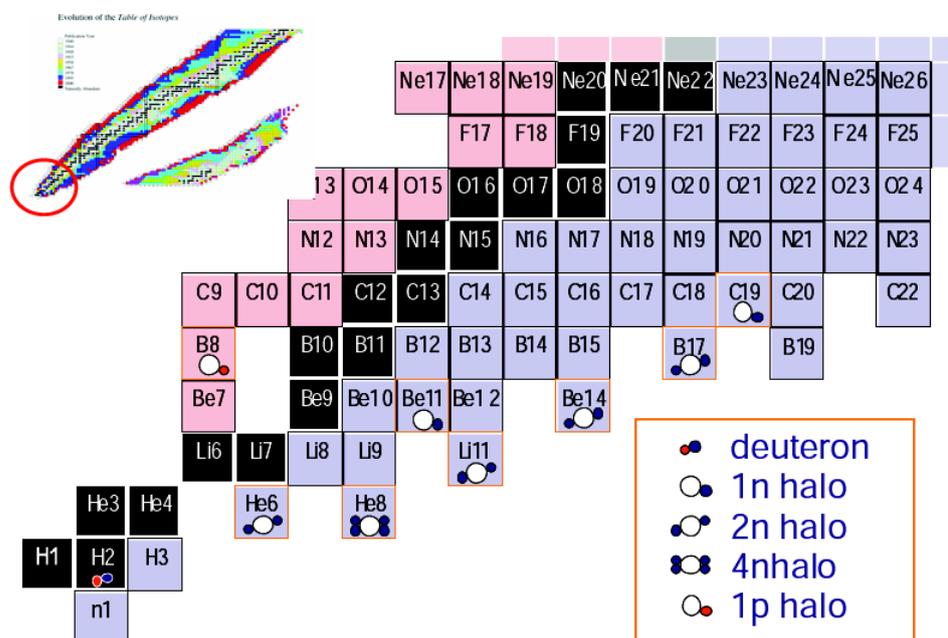


Figura 1.2: Diagrama de Segrè de la regió $Z \leq 10$, $N \leq 16$ en la que se resalten los núcleos halo encontrados hasta la fecha.

en las subsecciones 2.1.4 y 3.1.3, puede explicarse una buena parte del comportamiento del núcleo sin recurrir a este estado 2^+ siempre y cuando se altere la posición esperada a priori de los niveles $1p_{1/2}$ y $2s_{1/2}$. Por otro lado, el hecho de considerar la posibilidad de excitar el core ^{10}Be hace que la interacción entre los estados del neutrón de valencia y los estados del core baje la energía del nivel $2s_{1/2}$ explicando dicha inversión. Una forma sencilla de incluir este acoplamiento es el llamado modelo de partícula-rotor [5] que considera el movimiento de una partícula en el campo creado por un core deformado y que también será objeto de estudio en este trabajo. De hecho el núcleo ^{10}Be es un núcleo con deformación prolada bastante acusada al igual que los núcleos pares de la línea isotópica del carbono. Esto hace que modelos como el de partícula-rotor resulten muy útiles para la comprensión de núcleos exóticos que se han puesto de relevancia en los últimos años, como es el caso de ^{17}C y ^{19}C .

En lo referente al segundo gran hito, fue en 1969 cuando se habló por primera vez de halo de neutrones [6]. Los núcleos exóticos, sobre todo en la zona de núcleos ligeros, suelen tener una energía de ligadura muy pequeña en comparación con los estables. La materia nuclear tiene una mayor cohesión, es decir, liga con más fuerza los nucleones cuando el número Z es similar a N , excepto cuando el número Z es tan alto que la repulsión coulombiana favorece un número mayor de neutrones que de protones. Conforme se añaden neutrones, estos quedan cada vez menos ligados hasta el punto de que ya no es posible añadir más, punto que define la línea de evaporación como ya se ha mencionado. En otros términos, la energía de ligadura del neutrón va reduciéndose hasta hacerse formalmente cero en la línea de evaporación. Se puede demostrar matemáticamente que la función densidad de un neutrón describiendo una órbita s se hace más y más extensa conforme se reduce la energía de ligadura. Este neutrón fuertemente deslocalizado forma por tanto una especie de halo rodeando a un core mucho más compacto en el centro. Este efecto se encuentra en la naturaleza en varios núcleos, como el propio ^{11}Be , en los que el último neutrón, menos ligado, se extiende varios femtómetros más allá del rango de la interacción que lo liga al core, dando lugar a lo que se conoce como halo nuclear.

La importancia del halo nuclear radica en las propiedades especiales que les confiere a los núcleos halo. La más evidente es el aumento del radio total del núcleo que genera hechos curiosos como que el ^{11}Li pueda tener

un radio de masa más cercano a elementos tan pesados como el ^{208}Pb que al isótopo más cercano ^9Li . Como cabe esperar esto afecta a los procesos de reacción, propiciando efectos de larga distancia difíciles de encontrar en núcleos estables. De hecho, las primeras evidencias experimentales están relacionadas con el aumento en el radio de masa. En 1985 Tanihata *et al.* [7] midió la sección eficaz de interacción de una amplia serie de núcleos ligeros, encontrando valores inesperadamente grandes para los isótopos ^6He , ^8He y ^{11}Li . Desde el principio se apuntó a la posibilidad de una larga cola en la distribución de materia, si bien también se pensó que podía deberse a la existencia de una gran deformación.

Este experimento despertó el interés en la comunidad científica por los núcleos halo, manteniéndose en la actualidad como uno de los temas de mayor impacto. Sin embargo, el primer experimento con un papel relevante del halo tuvo lugar dos años antes, cuando Millener *et al.* [8] encontró valores anormalmente grandes en la probabilidad de transición $E1$ entre los dos estados ligados del ^{11}Be .

Por otro lado, la reducida energía de ligadura eleva la probabilidad de ruptura, si bien esta circunstancia no es propia del halo sino que es común a todos los núcleos débilmente ligados. Una pequeña excitación lleva al neutrón menos ligado a estados no ligados, estados del continuo. El correcto tratamiento del continuo de los núcleos poco ligados será tema central a lo largo de este trabajo, para conocer las distintas estructuras que presenta y su importancia para comprender las reacciones con núcleos exóticos.

La relevancia de los canales de ruptura y, por lo tanto, del continuo en los mecanismos de reacción se encontró por primera vez en el deuterón. A pesar de tratarse de un núcleo estable, posee una energía de ligadura pequeña (2,22 MeV) y una elevada extensión espacial (presenta una separación protón-neutrón en torno a 4 fm). Debido a estas similares características, los principales mecanismos de reacción con núcleos exóticos se descubrieron gracias al estudio de reacciones con deuterones. Cabe destacar la importancia de la disociación coulombiana [9, 10], de la que se hablará más adelante, las reacciones de captura [11] y la disociación difractiva o ruptura elástica [12].

En la figura 1.2, se remarcan los núcleos halo en la región ligera de la carta de Segrè. De ellos ya se han mencionado los núcleos con halo de un neutrón ^{11}Be y ^{19}C , pero existen halos formados por dos y hasta cuatro neutrones, como ^6He [13–15], ^8He [16, 17], ^{11}Li [15, 18, 19] y ^{14}Be [20]. Una propiedad

de los halos de dos neutrones es que son núcleos borromeo. Esto significa que, considerando el núcleo como un sistema de tres cuerpos, ninguno de los subsistemas de dos cuerpos que se pueden formar a partir de estos tres es ligado. Sólo la conjunción de los tres fragmentos al mismo tiempo es capaz de generar un sistema ligado. Por ejemplo, en el caso del ${}^6\text{He}$ ni ${}^5\text{He}$, ni el sistema neutrón-neutrón (dineutrón) son estables. Esto, junto con los halos de cuatro neutrones¹ sin la existencia de halos de tres, muestra que llega un momento en la línea isotópica en la que la materia nuclear sólo es capaz de ligar los neutrones por pares. Este hecho es señal de la importancia en esta zona de la carta de Segrè de las correlaciones entre pares de partículas que al principio no eran tenidas en cuenta en los primeros Modelos de Capas.

Por otro lado, al no ser estable el núcleo ${}^5\text{He}$, no es posible tratar estos núcleos en un modelo simple de dos cuerpos, siendo necesario el uso de modelos de estructura más complejos como las ecuaciones de Faddeev para sistemas de 3 cuerpos [15, 18, 21, 22] o modelos de dos cuerpos que tengan en cuenta este hecho como el modelo de dineutrón mejorado [23].

En cuanto a los núcleos halo de protones, sería posible en cualquier caso observar los mismos procesos descritos para neutrones. La principal desventaja a la hora de encontrar estos casos con protones es la repulsión coulombiana. Dicha repulsión hace que rápidamente los núcleos no consigan incluir más protones y se alcance la línea de evaporación antes de observar dichos fenómenos. Incluso en ${}^8\text{B}$, considerado núcleo halo de un protón, la extensión espacial del último protón no llega a ser tan acusada como en los halos de neutrones [24], hecho por el cual se suele hablar en muchos casos de piel protónica [25] para reseñar que es un efecto halo menos intenso. En cuanto a núcleos borromeo con dos protones existe una larga discusión sobre si el núcleo ${}^{17}\text{Ne}$ [25, 26] presenta o no un halo de dos protones de forma similar a los núcleos borromeo de dos neutrones.

La estructura del presente trabajo queda como sigue. En la sección 1.1 se exponen los modelos que se utilizarán para la comprensión de la estructura de los núcleos exóticos para el caso de núcleos borromeo y para los casos en los que se incluya la excitación del *core* y en la sección 1.2 los distintos modelos de reacción de los que se hará uso para contrastar los resultados del estudio de la estructura a la vez que se tratan de reproducir los procesos de reacción propios de los núcleos exóticos. En la sección 1.3, se indica cómo describir

¹Hasta ahora sólo se ha encontrado el caso del núcleo ${}^8\text{He}$.

la estructura del continuo de los núcleos con una base de oscilador armónico transformado (THO). Dicha base será el hilo conductor del trabajo, ya que se estudiará su utilidad a la hora de reducir y simplificar la descripción del continuo para, dentro de un cálculo de reacción más reducido, tener una mayor libertad en el estudio de la reacción que permita mejores resultados que métodos de descripción similares.

En el capítulo 2 se aplicará lo expuesto en la sección 1.1 al estudio de la estructura de los núcleos ^2H , ^6He , ^{11}Li , ^{11}Be y ^{19}C . Dentro de este mismo capítulo se expondrán las distintas mejoras necesarias para que la descripción de ^{11}Be y ^{19}C incluya la posibilidad de excitar los respectivos *cores* en las secciones 2.2 y 2.3. En el capítulo 3 se procederá al análisis de distintas reacciones con los núcleos citados sobre núcleos ligeros y pesados a distintas energías bajas e intermedias. A través de dicho análisis se pretende mostrar las importantes ventajas que aporta la base THO a la vez que se obtiene información de los distintos núcleos. En concreto, se hará un extenso análisis sobre la influencia de las excitaciones del *core* en los procesos de reacción de los núcleos exóticos.

Por último, en el capítulo 4 se hará un resumen de las principales conclusiones extraídas del análisis de la estructura y las reacciones de los distintos núcleos exóticos estudiados, así como de las novedades que aporta el uso de la base THO.

1.1. Estructura de núcleos exóticos

Un núcleo exótico puede ser estudiado a priori utilizando los mismos métodos que un núcleo estable. Sin embargo, las características especiales de estos núcleos hacen preferible el uso de determinados métodos más específicos. En principio, para la correcta comprensión del espectro de niveles de un núcleo, es necesario tener en cuenta el movimiento relativo y las interacciones entre los A nucleones. Aquí radica el primer problema técnico: la imposibilidad de resolver la ecuación de Schrödinger de manera exacta para cualquier número A de partículas. Por tanto, es necesario hacer una serie de aproximaciones que, ya en los núcleos estables, funcionan mejor o peor dependiendo de la región en la que se aplique.

Tradicionalmente, en los núcleos ligeros, incluso para valores relativamente pequeños del número másico, A , ya no es posible hacer uso de los

llamados métodos *ab-initio* ya que conlleva un cálculo inabordable desde el punto de vista computacional. Cuando el número de protones y neutrones es cercano al valor que completa una capa, el Modelo de Capas permite reducir dicho número considerando tan solo nucleones y huecos en torno a la última capa cerrada. Este método describe perfectamente la estructura y las funciones de onda, especialmente a corta distancia (distancias del orden del alcance del potencial nuclear). Sin embargo, en los núcleos exóticos lo más importante en muchos casos es precisamente el comportamiento de la función de onda a media y larga distancia. Como ya se ha mencionado, en los núcleos halo las funciones de onda asociadas a los últimos nucleones se extienden más allá del alcance del potencial, por lo que no es posible explicar núcleos como ^{11}Li con un modelo de capas convencional [27]. Pero incluso no siendo halo, para describir observables de emisión de partículas o de reacciones, es imprescindible conocer con precisión la naturaleza de la función de onda a media y larga distancia.

La alternativa en este caso reside en la existencia de estructuras como el *core* dentro de los núcleos. Para aquellos procesos de emisión o ruptura en los que el resultado final sean dos o tres partículas surge de forma intuitiva la idea de considerar el núcleo como un sistema de pocos cuerpos, con unas interacciones efectivas entre ellos. Bajo esta premisa es posible extender el uso de métodos *ab-initio* a regiones más pesadas sólo que trabajando con grupos de nucleones denominados *clusters* en vez de con nucleones individuales. Cuanto más justificada esté esta separación, es decir, cuanto más estable e inerte sea nuestro *cluster*, mejores resultados aportarán este tipo de métodos.

La complicación reside en que el *core* no es un sistema inerte y, por tanto, también se puede excitar. Dependiendo del proceso de reacción y de la energía puesta en juego se pondrán de manifiesto o no las excitaciones del *core*. No obstante, las energías de excitación de la partícula de valencia y del *core* no suelen ser comparables, lo que permite incluir dichas excitaciones en la estructura del núcleo exótico de forma perturbativa bajo la hipótesis de un acoplamiento débil entre las excitaciones de partícula y *core*. En las siguientes subsecciones se detallará cómo desarrollar dicho modelo para incluir el grado de libertad que supone la excitación del *core*.

En el caso de núcleos borromeo como ^6He y ^{11}Li , al no haber subsistemas de dos cuerpos ligados, es necesario, en principio, utilizar cualquier formalismo que resuelva la ecuación de Schrödinger de tres cuerpos. Esto

complica la descripción del continuo de forma que, aunque existen modelos de reacción capaces de considerar proyectiles de tres cuerpos incluso en reacciones complejas [28, 29], resulta conveniente buscar una simplificación de esta estructura que ayude a reducir las exigencias computacionales del cálculo y, sobre todo, ofrezca una imagen más clara y comprensible de los principales mecanismos de la reacción. En este sentido, se expondrá a continuación el modelo de dineutrón mejorado que permite describir los núcleos borromeo en un modelo de dos cuerpos.

1.1.1. Modelo de 2 cuerpos para núcleos borromeo de dos neutrones

Como ya se ha comentado, para la correcta comprensión de la estructura de un núcleo borromeo es necesario un modelo de tres cuerpos. Aunque parezca contradecir el título de esta sección, un modelo de dos cuerpos convencional no es capaz de reproducir las características de estos núcleos. Sin embargo, hacer un estudio de reacciones incluyendo todo lo necesario para una correcta descripción de un proyectil de tres cuerpos resulta muy complejo. Asegurar la convergencia implica en muchos casos repetir el mismo cálculo con pequeñas variaciones un determinado número de veces, por lo que conviene minimizar el tiempo de cálculo o al menos tener una aproximación que sirva de referencia. Todo esto hace que resulte muy conveniente encontrar una forma simplificada de la estructura del proyectil que a la vez considere al menos los grados de libertad más importantes para la reacción en cuestión. En este sentido hay que preguntarse si es posible mejorar los modelos de dos cuerpos para, al menos, tener una primera aproximación fiable de nuestra reacción que permita superar las dificultades técnicas y a la vez proporcione una interpretación sencilla de los datos.

En el caso de núcleos con halo de dos neutrones es posible encontrar situaciones en las que el grado de libertad entre los dos neutrones y el *core* ((nn)-c) resulte más relevante que la distancia entre los dos neutrones (nn). Por ejemplo, en reacciones con núcleos pesados, el *core* recibirá toda la repulsión coulombiana mientras que los neutrones en muchos casos pasarán sin interactuar con el blanco, a menos que lo hagan lo suficientemente cerca como para que entre en juego el potencial nuclear. Cabe esperar un alejamiento entre el *core* y los dos neutrones mientras que lo más probable

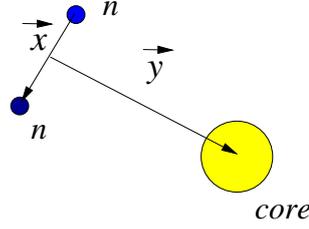


Figura 1.3: Sistema de coordenadas de Jacobi asociado al *core* para núcleos borromeo de dos neutrones.

es que el movimiento relativo entre los neutrones se vea menos afectado.

Si no se producen excitaciones en la coordenada nn , que se tomará como x por analogía con el sistema de Jacobi asociado al *core*, véase figura 1.3, o son mucho menos relevantes que las asociadas al grado de libertad (nn) -*core*, coordenada y , es posible suponer que la función de onda de tres cuerpos factoriza en la forma:

$$\Psi(\vec{x}, \vec{y}) \approx \Psi^{2B}(\vec{y})\psi(\vec{x}), \quad (1.1)$$

donde $\psi(\vec{x})$ representa el estado interno de los dos neutrones y $\Psi^{2B}(\vec{y})$ sería una función de onda de dos cuerpos representativa del movimiento relativo $2n$ -*core*. Esto es lo que se conoce como modelo de dineutrón. Resta por determinar la función de onda $\Psi^{2B}(y)$. Para ello se necesita un hamiltoniano con una geometría razonable para el sistema $2n$ -*core*, con unos números cuánticos n, l acordes con los estados prohibidos por Pauli y con una energía de ligadura dada ε_b . Si el dineutrón fuera ligado, es decir, si fuera como el deuterón d sería posible tomar la energía de separación del núcleo d +*core*, como se hizo en su día con tanto éxito para ${}^6\text{Li}$ ($d + \alpha$) [30, 31]. En este caso es razonable debido a que la energía de ligadura del deuterón (2,2 MeV) es mayor que la energía de separación y, por tanto, se puede argumentar que la función de onda entre protón y neutrón dentro del núcleo ${}^6\text{Li}$ no es muy distinta de la del deuterón libre.

Para el caso análogo, ${}^6\text{He}$, la energía de ligadura de tres cuerpos correspondería a la energía de separación de dos neutrones $\varepsilon_b = -S_{2n} = -0,975$ MeV. En un modelo de dineutrón convencional, se toma la energía relativa entre el dineutrón y el *core* como $\varepsilon_{2n-\alpha} = -S_{2n}$. Ello supone que

los dos neutrones se encuentran en el núcleo con energía relativa nula, lo cual está prohibido por el Principio de Pauli ya que exigiría que estos dos fermiones estuvieran en el mismo estado. De hecho esta energía relativa sería positiva ya que conforman un sistema no ligado. Por lo tanto, $\varepsilon_{2n-\alpha}$ debe compensar esta energía positiva siendo mayor que la energía de separación en valor absoluto. Este procedimiento se hace también en el caso de ${}^6\text{Li}$ al tener en cuenta que la energía de separación de un deuterón es distinta a la suma de la de un protón y un neutrón. Habría que añadir la energía relativa del deuterón (negativa al ser ligado) resultando en una energía que en este caso es menor en valor absoluto que $S_{1n} + S_{1p}$.

Un procedimiento para obtener un valor razonable para $\varepsilon_{2n-\alpha}$ es partir de la función de onda de tres cuerpos, $\Psi(\vec{x}, \vec{y})$. Conocida esta función se puede obtener la densidad de probabilidad en la coordenada (nn) -core $\rho(y)$ de la forma:

$$\rho(y) = y^2 \int |\Psi(\vec{x}, \vec{y})|^2 d\vec{x} d\Omega_y. \quad (1.2)$$

Por su parte, la parte radial de la función de onda $\Psi^{2B}(\vec{y})$ se comportará asintóticamente como $\frac{1}{y}e^{-ky}$ con $k = \sqrt{2\mu|\varepsilon_{2n-\alpha}|}/\hbar$ siendo μ la masa relativa del sistema $2n$ -core. Se puede concluir entonces que la densidad de probabilidad decaería exponencialmente con una pendiente proporcional a $\varepsilon_{2n-\alpha}$, por lo que comparando con la densidad obtenida a partir de la función de onda de tres cuerpos se obtiene una energía de ligadura efectiva que garantiza que la función de onda de dos cuerpos tenga el comportamiento correcto al menos en la parte asintótica. Aunque no se reproduzca la parte interna de la función de onda, es precisamente el comportamiento asintótico el que más relevancia tiene en muchos procesos de reacción, por lo que el modelo de dineutrón mejorado proporciona una primera aproximación a la estructura del sistema de 3 cuerpos. Este modelo se ha aplicado con éxito al caso de ${}^6\text{He}$ [23].

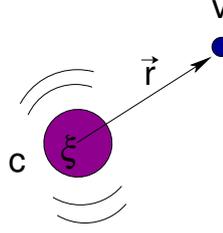


Figura 1.4: Sistema de coordenadas para un modelo de partícula independiente incluyendo excitación del *core*.

1.1.2. Excitaciones del *core* en el modelo de acoplamiento débil

Una vez definido nuestro *core* y partícula de valencia es posible reagrupar los términos del hamiltoniano que representarían la interacción entre las *A* partículas de la siguiente forma:

$$\mathcal{H} = h_{core}(\vec{\xi}) + h_{val}(\vec{r}) + h_{coup}(\vec{r}, \vec{\xi}), \quad (1.3)$$

siendo $\vec{\xi}$ el conjunto de grados de libertad del *core* y \vec{r} la distancia relativa entre el nucleón de valencia y *core*, como se aprecia en la figura 1.4.

El término $h_{core}(\vec{\xi})$ representa por tanto el hamiltoniano que describe la excitación del *core*, de forma que sus autoestados, solución de la ecuación:

$$h_{core}\phi_{IM_I}(\vec{\xi}) = \varepsilon_I\phi_{IM_I}(\vec{\xi}), \quad (1.4)$$

describirían el estado fundamental y los distintos estados excitados del *core*. Los autovalores ε_I han de ser las distintas energías de excitación y el número cuántico I denotaría el momento angular de cada estado.

El acoplamiento entre el movimiento de la partícula de valencia y los estados excitados del *core* viene gobernado por el término h_{coup} . En el caso en el que se considere el *core* inerte, este término resulta formalmente nulo y h_{core} se reduciría a una constante. En definitiva el hamiltoniano se reduce al término $h_{val}(\vec{r})$. Por lo tanto, h_{val} no es más que el hamiltoniano para el modelo de partícula independiente moviéndose en un campo central generado

por un *core* inerte, es decir:

$$h_{val} = T_r + V_{vc}(r), \quad (1.5)$$

suma de la parte cinemática correspondiente al movimiento relativo valencia-*core* y un potencial central. En este caso, ignorando el espín del *core*, las autofunciones vendrían caracterizadas por sus autovalores $\varepsilon_{(ls)j}$ y el conjunto de números cuánticos $\{l, s, j\}$, correspondientes al momento angular orbital (l), al espín de la partícula de valencia (s) y a la suma de ambos $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$. De hecho la simetría rotacional permite expresar las funciones de la partícula de valencia como el producto de funciones radiales por el correspondiente armónico esférico:

$$\phi_{\varepsilon, \ell, j}(\vec{r}) = R_{\varepsilon, \ell}(r) \mathcal{Y}_{\ell s j}(\hat{r}), \quad (1.6)$$

donde $\mathcal{Y}_{\ell s j}$ sería la combinación de armónicos esféricos $Y_{\ell m}(\hat{r})$ acoplados a la función de espín para dar el correspondiente momento angular j .

Aunque esta aproximación pueda parecer excesivamente simplista, viene siendo la descripción más utilizada a la hora de representar la estructura del continuo del núcleo exótico en procesos de reacción. No sólo por su sencillez, sino porque la escasa energía de ligadura del último nucleón en el núcleo exótico propicia que en una amplia mayoría de casos no sea relevante la excitación del resto de nucleones. Métodos como el de canales acoplados con discretización del continuo (CDCC, véase la subsección 1.2.3) o Faddeev resultan complejos desde el punto de vista formal y computacionalmente exigentes. Es por esto que ha de buscarse el compromiso entre la sencillez y la fidelidad a la hora de representar el continuo del núcleo exótico. A la hora de incluir la excitación del *core*, es necesario buscar la forma más simple y de menor esfuerzo numérico para facilitar el uso de este modelo de estructura en los estudios de reacciones.

Retomando el hamiltoniano completo y siempre que el acoplamiento sea débil en comparación con el resto de términos, la solución completa a éste puede expresarse como una mezcla de las distintas combinaciones de estados del *core* y configuraciones de la partícula de valencia que puedan acoplarse

al mismo momento angular total $\vec{J} = \vec{j} + \vec{I}$:

$$\Psi_{\varepsilon; JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{\alpha} R_{\varepsilon, \alpha}(r) \left[\mathcal{Y}_{lsj}(\hat{r}) \otimes \phi_I(\vec{\xi}) \right]_{JM} = \sum_{\alpha} R_{\varepsilon, \alpha}(r) |(ls)jIM\rangle, \quad (1.7)$$

donde α engloba cada combinación de estado del *core* y configuración de valencia acoplados al momento angular total, caracterizada por el conjunto de números cuánticos $\{l, s, j, I\}$ y que comúnmente se denomina canal. Con esta definición de la función de onda, es posible reescribir la ecuación de Schrödinger para el sistema *core*-valencia en la forma:

$$\left[-\frac{\hbar}{2M} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) + \varepsilon_I - \varepsilon \right] r R_{\varepsilon, \alpha}(r) + \sum_{\alpha'} \langle (ls)jIM | V_{vc}(\vec{r}, \vec{\xi}) | (l's')j'I'J'M' \rangle r R_{\varepsilon, \alpha'}(r) = 0. \quad (1.8)$$

Se obtiene, por tanto, un conjunto de ecuaciones acopladas para los distintos canales de la función de onda total. Dentro del término de acoplamiento $V_{vc}(\vec{r}, \vec{\xi})$ se engloba por completitud el término central y el de acoplamiento, es decir, siguiendo la discusión en términos de los distintos hamiltonianos el potencial sería:

$$V_{vc}(\vec{r}, \vec{\xi}) = V_{vc}(r) + h_{coup}(\vec{r}, \vec{\xi}). \quad (1.9)$$

El hecho de agruparlos es conveniente para recordar que dentro de $h_{coup}(\vec{r}, \vec{\xi})$ pueden considerarse también términos centrales o de reorientación que alteren y desplacen las energías de partícula independiente $\varepsilon_{(ls)j}$, por lo que se ha preferido no extraer esta energía como sí se ha hecho con la parte del *core* ε_I .

Todavía es posible desarrollar más la expresión del potencial sin tener en cuenta la naturaleza del acoplamiento separando la dependencia angular con \hat{r} :

$$V_{vc}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{\lambda\mu} V_{\lambda\mu}(r, \vec{\xi}) Y_{\lambda\mu}(\hat{r}). \quad (1.10)$$

El elemento reducido de este tensor, de acuerdo con la definición de Brink

y Satchler [32]:

$$\langle J||T_k||J' \rangle = (-1)^{2k} \sum_{M'q} \langle JM|J'M'Kq \rangle \langle JM|T_{kq}|J'M' \rangle, \quad (1.11)$$

puede expresarse de la forma [32]:

$$\begin{aligned} \langle (ls)jIJ||V_{vc}(\vec{r}, \vec{\xi})||(l's')j'I'J' \rangle &= \delta_{JJ'} (-1)^{(j'+I+J)} \begin{Bmatrix} j & j' & \lambda \\ I' & I & J \end{Bmatrix} \\ \langle (ls)j||Y_\lambda||(l's')j' \rangle (2I+1)^{1/2} \langle I||V_\lambda(r, \vec{\xi})||I' \rangle. & \end{aligned} \quad (1.12)$$

Ya sólo quedaría estudiar la naturaleza de la excitación del *core* para dar forma a los distintos potenciales $\langle I||V_\lambda(r, \vec{\xi})||I' \rangle$ como se muestra en las subsecciones siguientes. Nótese que en la prescripción de [32] estos elementos de matriz no son simétricos con respecto a I e I' como ocurre en otras definiciones para los elementos reducidos como la usada en [5].

1.1.3. El modelo partícula-rotor

Una hipótesis para las excitaciones del *core* consistiría en suponerlo deformado. Una forma sencilla de ver cómo la deformación puede dar lugar al acoplamiento es tener en cuenta que la fuerza de la interacción nuclear dependerá de la distancia entre la partícula de valencia y la superficie del *core*. Si esta superficie no es esférica, dicha distancia depende de la orientación del *core*. Por lo tanto, la interacción deja de ser central ya que depende del ángulo relativo entre el nucleón de valencia y el *core*. Esto lleva a que no se conserve el momento angular j y, por tanto, una función de onda del tipo $|(ls)j \rangle$ ya no puede ser solución del sistema, sino que el movimiento de rotación del *core* caracterizado por el momento I ha de acoplarse al de la partícula para dar lugar a un momento angular J que sí se conserve.

Para cuantificar este efecto es necesario estudiar cómo se genera la rotación a partir de un núcleo deformado y qué simetrías se rompen o conservan. La propia deformación no surge directamente de la interacción nuclear ya que ésta es central de corto alcance. Salvo que haya un exceso de protones que dé lugar a una fuerza repulsiva coulombiana, la forma óptima de ligar materia nuclear es que estén lo más cerca posible. Por lo tanto, la forma resultante suele ser esférica.

Dicha deformación surge en el proceso de *clustering*. Como se ha mencionado con el caso de las correlaciones, ciertas combinaciones de nucleones resultan más estables que otras. En la zona de núcleos ligeros, la combinación más estable con diferencia es la partícula α . La diferencia es tan grande que si se consideran cuatro protones y cuatro neutrones no es posible formar el núcleo ${}^8\text{Be}$ ya que les resulta energéticamente más favorable permanecer como dos partículas α por separado, incluso cuando el ${}^7\text{Be}$ sí resulta ser estable. Añadir uno o dos neutrones proporciona estabilidad al sistema formado por las dos partículas α pero estas tratarán de mantenerse a una cierta distancia entre ellas impidiendo que los núcleos correspondientes ${}^9\text{Be}$ y ${}^{10}\text{Be}$ sean esféricos. Imaginando la situación no resulta sorprendente comprobar que dichos núcleos tienen una fuerte deformación prolada. Nótese también que el resultado de tener dos partículas idénticas separadas entre sí garantiza la simetría axial y la simetría \mathbb{R} , es decir, simetría frente a una rotación de 180° en un eje perpendicular al de simetría axial.

En este sentido es posible separar las coordenadas de los constituyentes del sistema en una parte que tenga en cuenta la rotación global del sistema y otra que describa los movimientos relativos entre los componentes desde un sistema de referencia solidario a la rotación, conformando lo que se conoce como modelo adiabático de Bohr [5]. El término adiabático proviene del hecho de que se desprecia el efecto de las fuerzas centrífuga y de Coriolis sobre la estructura interna del rotor. Así, el hamiltoniano estaría separado en una parte interna y otra de rotación de la forma:

$$\mathcal{H}_{core} = h_{int}(\vec{q}) + h_{rot}(\Omega), \quad (1.13)$$

donde \vec{q} representa el conjunto de coordenadas internas y Ω la orientación de la rotación. Si el hamiltoniano puede separarse, la función de onda total resulta factorizable:

$$\Psi_{\alpha,I} = \Phi_{\alpha}(\vec{q})\varphi_{\alpha,I}(\Omega), \quad (1.14)$$

siendo Φ_{α} la función de onda solución de la parte interna h_{int} y $\varphi_{\alpha,I}(\Omega)$ la función que describe la rotación.

Es necesario que sea energéticamente más favorable hacer rotar al sistema de forma distinta a la de su estado fundamental que alterar el movimiento interno de sus componentes. En tal caso Φ_{α} permanece en todo momento en

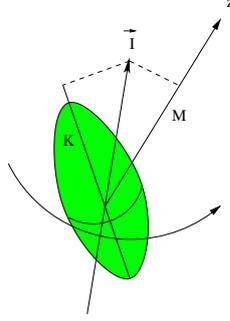


Figura 1.5: Definición de los momentos angulares en la rotación de un núcleo deformado.

su estado fundamental y es posible explicar los primeros estados de excitación despreciando este grado de libertad y atendiendo sólo a la parte $\varphi_{\alpha,I}(\Omega)$, donde puede omitirse el subíndice α . Se tendría un núcleo inerte en cierto sentido que tan sólo es posible excitar cambiando su estado de rotación.

Una rotación respecto de un eje fijo queda descrita por la función de onda:

$$\varphi_M(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{iM\phi}. \quad (1.15)$$

Para describirla en el sistema laboratorio es necesario especificar un conjunto de ángulos de Euler $\omega = \{\phi, \theta, \psi\}$ y aplicar sobre la función de onda una rotación. A estos tres ángulos han de ir asociados tres números cuánticos y sus respectivos operadores que pueden definirse en el sistema intrínseco $\hat{I}_{1,2,3}$ o en el sistema laboratorio $\hat{I}_{x,y,z}$. Como forman un conjunto de momentos angulares que cumplen el álgebra de Lie, I^2 es buen número cuántico y, por comodidad, se utiliza el conjunto² $\{\hat{I}^2, \hat{I}_z, \hat{I}_3\}$.

El número cuántico asociado al operador \hat{I}_z se denota tradicionalmente como M . En el caso de deformación con simetría axial, se toma el eje de simetría para el operador \hat{I}_3 y el número cuántico asociado suele denominarse K , como puede verse en la figura 1.5. Como cualquier proyección de un momento angular, K toma los valores $-I, -(I-1), \dots, I-1, I$ aunque hay

²En realidad \hat{I}_3 sólo conmuta con \hat{I}_z para el caso de simetría axial, en un caso más general es necesario una combinación de los momentos angulares pesados por los distintos momentos de inercia del núcleo [5].

que tener en cuenta que en el caso de simetría axial hay que descartar el caso $K = \pm I$, ya que sería una rotación en torno al eje de simetría. Para el caso $K = 0$, la simetría R sólo permite valores pares de I o impares dependiendo del estado fundamental a partir del cual se genera la banda rotacional. Esta es la razón por la cual el espectro típico de un rotor sigue la sucesión: $I = 0, 2, 4, \dots$ para un núcleo par-par cuyo estado fundamental suele tener espín y paridad 0^+ .

Volviendo a la función de onda, para unos números cuánticos $\{I, M, K\}$ dados quedaría en el sistema laboratorio:

$$\varphi_{I,M,K}(\omega) = \left(\frac{2I+1}{8\pi^2} \right)^{1/2} \mathcal{D}_{MK}^I(\omega), \quad (1.16)$$

siendo las funciones \mathcal{D}_{MK}^I las matrices de rotación. En los casos con $K = 0$, al ser la rotación perpendicular al eje de simetría, dichas funciones se reducen al armónico esférico Y_{IM} excepto por la normalización.

Una vez conocida la forma de la función de onda es posible calcular los elementos de matriz $\langle I || V_\lambda(r, \vec{\xi}) || I' \rangle$. Dicho potencial, como ya se ha mencionado, va a depender de la distancia entre la partícula de valencia y la superficie del core $\vec{r} - \vec{R}(\theta')$. Es conveniente expresar dicho radio en función de los armónicos esféricos:

$$R(\theta') = R_0 + \sum_{\lambda \geq 2} \delta_\lambda Y_{\lambda 0}(\theta'). \quad (1.17)$$

Donde R_0 resultaría el radio promedio del núcleo y δ_λ son las llamadas longitudes de deformación. Comúnmente se utiliza también el llamado parámetro de deformación, definido por:

$$\beta_\lambda = \delta_\lambda / R_0, \quad (1.18)$$

que presenta la ventaja de ser un parámetro adimensional y ofrece una mejor comparación de la deformación entre núcleos con distinto radio promedio.

Obsérvese que se han descartado los multipolos 0 y 1. El multipolo $\lambda = 0$ es una constante y por lo tanto está incluido dentro del radio promedio³. $\lambda = 1$ implicaría un desplazamiento homogéneo y no supondría deformación

³Existen modos de excitación de orden $\lambda = 0$, como el llamado “breathing mode” [33]. Estos modos implican variar la densidad del núcleo lo cual requiere mucha energía y, por tanto, no suelen tener repercusión en los observables que se van a tratar.

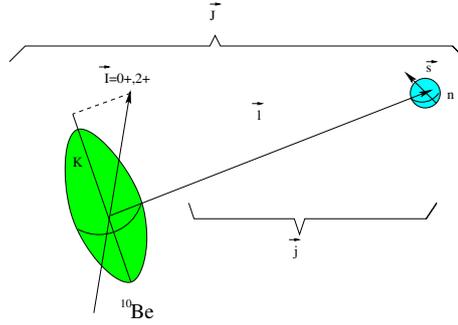


Figura 1.6: Esquema del sistema total con la partícula de valencia orbitando en torno al rotor.

del núcleo⁴. La forma mínima, más simple y más común en la naturaleza de deformar un núcleo es la deformación cuadrupolar. Un núcleo con $\beta_2 > 0$ sería un núcleo prolado, como es el caso de los mencionados $^9,^{10}\text{Be}$, mientras que si $\beta_2 < 0$ daría lugar a un núcleo oblado. El modelo más simple de partícula-rotor incluiría tan sólo este parámetro.

Al potencial $V_{vc}(\vec{r} - \vec{R}(\theta'))$ se le asignaría una dependencia con la distancia de interacción, como por ejemplo Woods-Saxon (véase la ecuación (1.23)). Para separar la dependencia angular de la radial, la interacción se desarrolla en armónicos esféricos:

$$V_{vc}(\vec{r} - \vec{R}(\theta')) = \sum_{\lambda} V_{\lambda}(r) Y_{\lambda 0}(\theta'). \quad (1.19)$$

Hay que recordar que la deformación está definida en el sistema intrínseco, θ' , por lo que para trabajar en el sistema laboratorio conviene descomponer el armónico esférico en su dependencia con la orientación de *core* y partícula de valencia:

$$V_{vc}(\vec{r} - \vec{R}(\theta')) = \sum_{\lambda} V_{\lambda}(r) \frac{4\pi}{\sqrt{2\lambda + 1}} \sum_m Y_{\lambda m}(\hat{\xi}) Y_{\lambda m}(\hat{r}). \quad (1.20)$$

⁴Sí generaría una deformación en el caso de que protones y neutrones se movieran en contrafase. Se trataría de una resonancia isovectorial o con isospín $T = 1$ en vez de isoescalar o $T = 0$ como las que se describen en el texto. No obstante, esto queda fuera del modelo expuesto además de ser energéticamente desfavorable.

Esta expresión es la que se tomaría para la ecuación (1.12). Por lo tanto, es posible olvidarse de la parte relativa a la orientación de la partícula de valencia y ver cómo quedaría el elemento reducido para la orientación del core:

$$\langle I || V_\lambda(r, \vec{\xi}) || I' \rangle = V_\lambda(r) \frac{4\pi}{\sqrt{2\lambda + 1}} \langle I || Y_{\lambda 0}(\hat{\xi}) || I' \rangle. \quad (1.21)$$

El elemento reducido restante es la integral de tres funciones de rotación \mathcal{D} que se reduce a un Clebsch-Gordan quedando:

$$\langle I || V_\lambda(r, \vec{\xi}) || I' \rangle = V_\lambda(r) \langle IK\lambda 0 | I'K \rangle. \quad (1.22)$$

La mayor o menor deformación, es decir, la dependencia de la interacción con el parámetro δ_2 , quedaría enmascarada dentro de la forma de $V_2(r)$. Nótese que la deformación también tiene su influencia en el término monopolar, es decir, por regla general $V_0(r)$ no coincidirá con $V_{vc}(r - R_0)$ sino que ha de ser recalculado en cada caso y dependerá de la forma concreta que se dé a la interacción y de la deformación.

1.2. Reacciones de núcleos débilmente ligados

Las peculiares características de los núcleos exóticos, en general, y halo, en particular, ponen de relieve una serie de procesos de reacción que no se observaban antes con núcleos estables. Que un núcleo sea débilmente ligado no sólo se traduce en un aumento de la sección eficaz total de ruptura del núcleo, proporcional a la disminución en la energía de ligadura, sino que conlleva variaciones en otros observables. Ya incluso en la dispersión elástica se pueden encontrar desviaciones importantes respecto al caso de una partícula sin estructura debido a la existencia de procesos de excitación-desexcitación entre el estado fundamental y aquellos estados excitados fuertemente acoplados con el mismo. Este proceso es análogo al acoplamiento que se encuentra en núcleos estables con los primeros niveles excitados como en el caso de ^{12}C . Sin embargo, para los núcleos estables las excitaciones dominantes suelen ser de tipo colectivo, mientras que en el caso de sistemas poco ligados, cobran importancia otros mecanismos, como las excitaciones monoparticulares.

Por su parte, los procesos de absorción también se ven alterados. Tradicionalmente las colisiones entre núcleos pesados vienen caracterizadas por

lo que se conoce como absorción fuerte. Se observa la existencia de un radio de interacción, aproximadamente la suma de los radios másicos de los dos núcleos, tal que en colisiones en las que la distancia de máxima aproximación entre los centros de ambos núcleos queda por debajo de él, la mayor parte se traduce en reacciones fuertemente inelásticas o en la formación de un núcleo compuesto. Para las trayectorias en las que esta distancia mínima durante la reacción sea mayor, los procesos de absorción se hacen menos importantes, dominando la dispersión elástica. Por último, los procesos llamados reacciones directas, como transferencia de un nucleón, sólo tienen lugar para distancias en torno a este valor, es decir, en colisiones “rasantes”. Por el contrario, el estudio de las secciones eficaces elásticas con núcleos débilmente ligados sugiere la existencia de absorción incluso en casos en los que la distancia de colisión es mucho más grande que el tamaño de los núcleos, fenómeno que se conoce como absorción de largo alcance [34, 35].

Por último, en el caso de la dispersión con núcleos halo, el abanico de posibilidades se abre aún más. Como ya se ha mencionado, existe un aumento de las secciones eficaces de interacción en reacciones con estos núcleos [7]. Además, la extensión del halo hace que los fragmentos en reacciones de ruptura presenten distribuciones de momentos anormalmente estrechas [36]. Un tercer efecto del halo, es la importancia de la interacción coulombiana en procesos de disociación por blancos pesados. Pueden encontrarse casos en los que la contribución coulombiana es varios órdenes de magnitud superior a la nuclear [8, 37]. La explicación de esta elevada sección eficaz de ruptura reside precisamente en los neutrones del halo que, a pesar de no tener carga, pueden separar los centros de masa y carga debido a su extensión espacial. De esta forma, la repulsión del *core* con el blanco es suficiente para romper el núcleo. En núcleos estables para ver este fenómeno es necesario lo que se conoce como resonancia dipolar gigante. Estas resonancias requieren el movimiento en contrafase de protones y neutrones, poniendo en movimiento todos los nucleones, lo cual supone un esfuerzo energético que hace que sólo se ponga de manifiesto a energías de excitación elevadas (10-20 MeV).

En resumen, igual que pasaba con la estructura, todos estos nuevos fenómenos llevan a tener que revisar los métodos tradicionales y a desarrollar otros nuevos en muchos casos. A continuación se desgranarán algunos de los métodos más extendidos para el estudio de núcleos débilmente ligados. Dependiendo de cada método será necesario conocer en mayor o menor

profundidad la naturaleza de la estructura de los núcleos involucrados. No obstante, la mayoría de los métodos para interpretar reacciones conllevan complicaciones desde el punto de vista computacional. Por lo tanto, cuantos menos elementos sean necesarios para describir la estructura e interacciones de los núcleos involucrados, menos tiempo se requerirá, además de eliminar posibles fallos y errores computacionales y de facilitar la interpretación y comprensión del proceso.

1.2.1. Modelo óptico

El modelo óptico (OM) es quizá la forma más simple de estudiar la dispersión de dos núcleos. Consiste en describir la interacción entre proyectil y blanco mediante un potencial efectivo, llamado potencial óptico. La forma de este potencial óptico se puede obtener de manera microscópica mediante, por ejemplo, un cálculo de convolución de las densidades de materia del proyectil y el blanco con una interacción efectiva nucleón-nucleón [38]. También es habitual recurrir a un procedimiento fenomenológico, parametrizando la interacción núcleo-núcleo mediante una determinada forma funcional, cuyos parámetros suelen ajustarse a partir de los datos experimentales disponibles en una región más o menos cercana a los núcleos que se estén tratando. Este potencial fenomenológico suele tomarse de la forma $U(r) = V(r) + iW(r)$ siendo $V(r)$ y $W(r)$ funciones de la distancia proyectil-blanco (r) y se corresponden con las partes real e imaginaria del potencial óptico. Como factor de forma para estos potenciales se suele hacer uso de la función de Woods-Saxon:

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}, \quad (1.23)$$

siendo R el radio de alcance de la interacción y a la difusividad.

A partir de esta función, una forma habitual de parametrizar $V(r)$ y $W(r)$ sería:

$$V(r) = -V_{vol}f(r, R_r, a_r) + V_{so}\frac{4}{r}\frac{d}{dr}f(r, R_{so}, a_{so})(\vec{L} \cdot \vec{S}), \quad (1.24)$$

$$\begin{aligned} W(r) = & -W_{vol}f(r, R_i, a_i) + W_{sup}4a_{sup}\frac{d}{dr}f(r, R_{sup}, a_{sup}) \\ & + W_{so}\frac{4}{r}\frac{d}{dr}f(r, R_{so}, a_{so})(\vec{L} \cdot \vec{S}), \end{aligned} \quad (1.25)$$

donde $V_{vol,so}$ y $W_{vol,sup,so}$ son parámetros a ajustar para cada una de las distintas partes: volumen (*vol*), superficie (*sup*) y espín-órbita (*so*), tanto para la parte real, $V(r)$, como para la imaginaria, $W(r)$. $R_{r,i,sup,so}$ y $a_{r,i,sup,so}$ son los radios de alcance y las difusividades para cada función de Woods-Saxon. Podría parecer que con tantos grados de libertad se acaba escogiendo un potencial a voluntad hasta que reproduzca los datos experimentales sin ningún sentido físico. Se trata siempre de obtener parametrizaciones con valores de radios (R) y difusividades (a) consistentes con las distribuciones de masa de los núcleos implicados además de tomar las profundidades V y W como funciones de la energía de forma que una misma parametrización sea válida y reproduzca los datos en un cierto rango de energía y una región más o menos amplia del mapa de núcleos. De esta forma, a partir de los potenciales de núcleos cercanos al núcleo estudiado, es posible extrapolar y hacer una predicción para un caso dado. Se pueden encontrar trabajos extensos sobre el modelo óptico como, por ejemplo, los de Perey y Perey [39], Hinterberger *et al.* [40], Perrin *et al.* [41] y Daehnick *et al.* [42].

El éxito del tratamiento sistemático presentado en estas prescripciones radica en la variación suave de los parámetros con la energía de la reacción o con el tipo de núcleos que participan en ella. Es necesario que la sección eficaz no presente cambios bruscos al pasar de un núcleo de masa A a otro de masa $A+1$. En el caso de núcleos exóticos esto no se cumple. De hecho, para el caso de núcleos halo, es precisamente el aumento brusco de la sección eficaz con respecto a los núcleos cercanos en masa lo que caracteriza a estos núcleos. Esto se traduce, en las reacciones con blancos pesados, en difusividades imaginarias anormalmente grandes ($a \sim 2$ fm) que no se corresponden con las distribuciones de masas, $a \sim 0,6 - 0,7$ fm, y que surgen simplemente de imponer que el potencial ajuste la dispersión elástica.

Incluso aceptando la posibilidad de tomar parámetros de este orden en los casos de núcleos débilmente ligados, los núcleos halo añaden más dificultades. Por un lado, las excitaciones dipolares cobran relevancia en reacciones con núcleos pesados, complicando el ajuste, aunque se puede resolver incluyendo en la interacción coulombiana un potencial de polarización [43, 44] además del típico potencial monopolar esférico. Por otro lado, el simple aumento drástico de la extensión del núcleo, tan característico de estos núcleos, imposibilita una parametrización suave. El radio de interacción del núcleo ^{11}Li , como ya se ha mencionado, es más parecido al de ^{208}Pb que al de ^{12}Be

o ${}^9\text{Li}$.⁵ Por ello, representa una anomalía en su región que requiere introducir discontinuidades en la parametrización.

Recopilando todos estos problemas podría parecer que el modelo óptico tradicional no tiene cabida en este estudio. Sin embargo, aparte de su uso directo, los potenciales ópticos se usan en otros modelos más microscópicos, donde se tiene en cuenta la estructura para definir la interacción de cada una de las partes implicadas con el blanco. De esta forma estas parametrizaciones siguen manteniendo su importancia en el estudio de las reacciones. La conclusión que sí se puede adelantar es que no es posible hacer una predicción del resultado de reacciones con núcleos exóticos sin conocer y estudiar previamente la estructura de dichos núcleos, justificando el énfasis puesto en la sección previa 1.1.

1.2.2. Modelo semiclásico para la excitación coulombiana

Podría parecer que para conocer la estructura de un núcleo lo primero que se necesita es una energía alta, muy por encima de la barrera coulombiana, precisamente para que la distancia de máxima aproximación sea menor que el radio de alcance del potencial nuclear. De esta forma, en reacciones con un parámetro de impacto pequeño se conseguiría con el proyectil entrar dentro del núcleo, notar los efectos de dicho potencial y así escrutar el núcleo. Sin embargo, la facilidad de los núcleos débilmente ligados para sufrir la disociación coulombiana dipolar vuelve a abrir la posibilidad de indagar en la estructura de los núcleos gracias a la interacción coulombiana.

De hecho, hay que aclarar que los modelos semiclásicos para la excitación coulombiana se desarrollaron para núcleos estables, existiendo una gran variedad de estudios [45, 46]. En este caso, la excitación se llevaba a cabo entre estados ligados del proyectil o del blanco. Los modelos semiclásicos tienen en común un tratamiento cuántico de la excitación mientras que la trayectoria se calcula de forma clásica. Dicha trayectoria clásica se puede calcular suponiendo trayectorias coulombianas, siguiendo la dispersión de Rutherford [45]; rectilíneas en el caso de energías muy altas [46] o calculando la trayectoria incluyendo tanto la interacción coulombiana como nuclear [47, 48]. En cualquier caso, será necesario que la longitud de onda del proyectil sea menor que la distancia de máxima aproximación, lo cual se

⁵El núcleo ${}^{10}\text{Li}$ no es ligado y el de ${}^{11}\text{Be}$ sería el más parecido al ser también halo, aunque éste a su vez dista mucho del siguiente en la línea isotópica, ${}^{10}\text{Be}$.

cumple siempre que se trabaje a energías altas, con núcleos pesados o con ángulos de dispersión pequeños que correspondan a trayectorias alejadas del blanco.

En aquellas reacciones a energías por debajo de la barrera coulombiana o para parámetros de impacto b mayores que el radio de interacción (la suma de los radios de proyectil, R_{pr} , y blanco, R_{bl}), el proyectil no sentirá en principio la presencia del potencial nuclear, por lo que su trayectoria seguiría la dispersión de Rutherford. Es decir, si definimos:

$$q = \frac{Z_p Z_b e^2}{\mu v^2}, \quad (1.26)$$

$$b_{gr} = R_{pr} + R_{bl}, \quad (1.27)$$

$$\theta_{gr} = 2 \arctan^{-1} \left(\frac{b_{gr}}{q} \right), \quad (1.28)$$

siendo q la mitad de la distancia de máxima aproximación en colisión frontal y b_{gr} el parámetro de impacto en el caso de colisión rasante, se obtiene que

$$\forall \theta < \theta_{gr}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R. \quad (1.29)$$

En el caso en el que haya cierta probabilidad de ruptura del proyectil, existe una sección eficaz de ruptura $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{bu}$ que vendrá dada a partir del número de fragmentos medidos en un determinado ángulo sólido $d\Omega$. En aquellos casos en los que el valor Q de esta reacción de ruptura (la energía necesaria para la disociación) sea mucho menor que la energía cinética inicial del proyectil, esta excitación no alterará la trayectoria del centro de masas y por tanto se puede obtener la sección eficaz de ruptura como:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{bu} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R P(\Omega), \quad (1.30)$$

siendo $P(\Omega)$ la probabilidad de excitar el proyectil. Hay que aclarar que $d\Omega$ se refiere a la trayectoria del núcleo de partida, que coincide con el centro de masas del sistema formado por los fragmentos. Por lo tanto, a partir de la medida de las direcciones y velocidades con las que salen los fragmentos, se debería reconstruir la velocidad y dirección del centro de masas [19]. No obstante, en ciertos casos, como el del núcleo ^{11}Li , que se disociaría en $^9\text{Li}+n+n$, dada la dificultad que implica la detección de los neutrones, se

suele aproximar el ángulo del centro de masas por el ángulo del *core*, ${}^9\text{Li}$, lo cual resulta apropiado siempre que el *core* sea bastante más pesado que los neutrones, como es el caso, y en regiones cinemáticas en las que los tres fragmentos son dispersados a ángulos similares.

Volviendo a la probabilidad de excitación y suponiendo que el único proceso con probabilidad no despreciable es una excitación eléctrica de polaridad λ , $E\lambda$, se puede expresar la sección eficaz de ruptura en la forma [45]:

$$\left(\frac{d\sigma_\lambda}{d\Omega dE} \right)_{bu} = \frac{(2\pi^3)(\lambda+1)}{\lambda((2\lambda+1)!!)^2} \frac{d\mathcal{B}(E\lambda)}{dE} \left(\frac{E}{\hbar c} \right)^{2\lambda-2} \frac{dN_{E\lambda}}{d\Omega}, \quad (1.31)$$

donde $\mathcal{B}(E\lambda)$ es la probabilidad de que el proyectil sufra una excitación coulombiana de tipo $E\lambda$ desde el estado fundamental a un estado del continuo y $N_{E\lambda}$ se puede entender como el número de fotones $E\lambda$ equivalente generados por el blanco que inciden sobre el núcleo por unidad de área. Esta forma da nombre al método conocido también por método del número de fotones equivalentes o EPM [46]. La parte de excitación magnética se calcularía de forma similar con los correspondientes $N_{M\lambda}$ y $\mathcal{B}(M\lambda)$.

Como ya se ha mencionado, una característica de los núcleos halo es una $\mathcal{B}(E1)$ importante que domina en este tipo de procesos. En el caso de tener una $\mathcal{B}(E2)$, $\mathcal{B}(M1)$ o superiores no despreciables, es necesario sumar dichas contribuciones, las cuales se definirían de forma análoga al caso dipolar. Por ejemplo, en el caso de excitaciones del *core* éstas serán de tipo colectivo en la mayoría de los casos y puede reflejarse en un aumento de la $\mathcal{B}(E2)$ del núcleo resultante. La derivación de cada una de las respectivas $N_{E\lambda}$, $N_{M\lambda}$ se puede obtener tanto en el límite no-relativista [45] como en el relativista [46]. Para el caso dipolar quedaría:

$$\frac{dN_{E1}}{d\Omega}(\theta, E) = \frac{Z_b^2 \alpha}{4\pi^2} \left(\frac{c}{v} \right)^2 \xi^2 \varepsilon^4 e^{-\pi\xi} \left[|K'_{i\xi}(\varepsilon\xi)|^2 + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\gamma^2 \varepsilon^2} |K_{i\xi}(\varepsilon\xi)|^2 \right], \quad (1.32)$$

donde $K_{i\xi}(\varepsilon\xi)$ y $K'_{i\xi}(\varepsilon\xi)$ son la función de Bessel modificada y su derivada y los factores ε, ξ, γ :

$$\xi = \frac{Eq}{\gamma\hbar v}, \quad \varepsilon = \frac{1}{\sin^4\theta}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (1.33)$$

Por su parte, para el caso cuadrupolar quedaría:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{E2}}{d\Omega}(\theta, E) &= \frac{Z_b^2 \alpha}{4\pi^2} \left(\frac{c}{v}\right)^4 \varepsilon^2 e^{-\pi\xi} \\ &\times \left[\frac{4}{\gamma^2} (K_1^2(x) + xK_0(x)K_1(x) + x^2K_0^2(x)) \right. \\ &\left. + x^2 \left(2 - \frac{v^2}{c^2}\right)^2 K_1(x) \right], \end{aligned} \quad (1.34)$$

siendo $x = \varepsilon\xi \cos \theta/2$.

Nótese que cada $\mathcal{B}(E\lambda)$ es proporcional a $(Z_p)^2$ mientras que $N_{E\lambda}$ es proporcional a $(Z_b)^2$. Por lo tanto, la sección eficaz aumenta con el valor de la repulsión coulombiana al cuadrado haciendo que la disociación coulombiana se dé predominantemente con blancos pesados.

Como se ha mencionado anteriormente, este modelo indaga en la estructura del proyectil a través de la $\mathcal{B}(E1)$. Esta propiedad depende tanto de la función de onda del estado fundamental como de la estructura del continuo del núcleo. De esta forma, a través de su extracción a partir de datos experimentales [14, 19] y posterior comparación con lo obtenido en los modelos estructurales, se consigue obtener una información muy valiosa sobre la naturaleza de los núcleos halo.

Como limitación de este método cabe mencionar que sólo es válido en los casos en que las excitaciones nucleares sean despreciables y la aproximación de trayectorias clásicas y coulombianas esté justificada. No obstante, los trabajos de las referencias [47, 48] indagan en la forma de ampliar el tratamiento semiclásico a casos en los que el potencial nuclear sea relevante.

En resumen, cumpliéndose las condiciones expuestas, este método permite describir los procesos de excitación Coulombiana tanto a niveles excitados ligados (canales inelásticos) como al continuo (canal de ruptura del proyectil) si se conocen las probabilidades de transición. En caso de no conocerlas, es posible obtener información sobre dichas probabilidades a partir de las secciones eficaces experimentales. Por el contrario, no se podrá reproducir el canal elástico como en el caso del modelo óptico. Para englobar dentro del mismo modelo la capacidad de reproducir tanto la parte elástica como el resto de canales será necesario recurrir a modelos más complicados, con una imagen más microscópica, como el que se explica a continuación, o yendo a órdenes superiores en el caso semiclásico [45, 47]. No obstante, incluso siendo

capaces de reproducir estos procesos no se tendrá una visión completa del proceso de reacción ya que todavía no se han tenido en cuenta otros posibles procesos como pueden ser la transferencia de fragmentos del proyectil al blanco o las distintas excitaciones que el proyectil pueda provocar en el blanco. Hay que ser conscientes de que la imposibilidad técnica de abordar todos estos procesos de forma simultánea hace que, dependiendo de qué proceso se quiera explicar, haya que recurrir a un método u otro.

1.2.3. Canales acoplados con discretización del continuo

El método de Canales Acoplados con Discretización del Continuo (CDCC) [49, 50] surge como extensión del método de Canales Acoplados (CC), muy utilizado en reacciones con núcleos estables para el estudio de la influencia en la reacción de los niveles excitados de baja energía (en estos casos siempre ligados). La inclusión de estos niveles abre la posibilidad de excitar, en este caso el proyectil, contemplándose así tanto nuevos canales inelásticos (en los que proyectil o blanco acaban excitados) como la influencia en el elástico de procesos de excitación-desexcitación.

Para tener en cuenta las excitaciones internas del proyectil es necesario considerar su estructura. Para ello, se empezará por definir el proyectil como un conjunto de n cuerpos. Cada cuerpo j interactuará con el blanco mediante un potencial U_{jb} . Para este potencial es posible usar el potencial óptico que mejor ajuste la dispersión elástica del cuerpo j en solitario por el blanco a la misma energía incidente por unidad de masa. De esta forma, el potencial dará cuenta de forma aproximada de las posibles excitaciones del blanco debidas a la interacción con el cuerpo j . Una vez definido el sistema de referencia, en el que se toma \vec{R} como la distancia del blanco al centro de masas del proyectil (véase la figura 1.7), la función de onda que caracteriza el movimiento relativo proyectil-blanco será solución del hamiltoniano:

$$\mathcal{H} = T_R + \sum_{j=1}^n U_{jb} + \mathcal{H}_p, \quad (1.35)$$

siendo \mathcal{H}_p el hamiltoniano interno del proyectil y T_R la energía cinética asociada al movimiento relativo del centro de masas del proyectil respecto al blanco. Si los potenciales considerados son todos de corto alcance, el

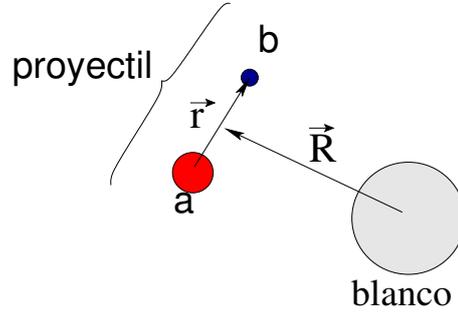


Figura 1.7: Esquema del sistema de referencia utilizado en cálculos CDCC para un caso simple con un proyectil de dos cuerpos.

hamiltoniano, para R suficientemente grande, queda de la forma:

$$\mathcal{H} \xrightarrow{R \rightarrow \infty} T_R(\vec{R}) + \mathcal{H}_p(\{\vec{r}_i\}). \quad (1.36)$$

Al quedar en términos separados por un lado la dependencia con la distancia proyectil-blanco y por otro la dependencia con las coordenadas internas del proyectil, la función de onda solución del hamiltoniano factoriza en su forma asintótica. Teniendo esto en cuenta, si se llama $\phi_0(\{\vec{r}_i\})$ a la función de onda del estado fundamental del proyectil, se puede expresar la onda incidente como⁶:

$$\Psi = \phi_0(\{\vec{r}_i\}) e^{i\vec{K}_0 \cdot \vec{R}}. \quad (1.37)$$

En la situación final, de nuevo suficientemente alejados del blanco, el proyectil, además de variar su dirección (dispersión elástica) puede encontrarse en una serie de estados excitados accesibles ϕ_n ($n > 0$), todos ellos solución del hamiltoniano interno \mathcal{H}_p con autovalores ε_n :

$$\mathcal{H}_p \phi_n = \varepsilon_n \phi_n. \quad (1.38)$$

⁶La aproximación de la ecuación (1.37) es válida para el caso sin interacciones de largo alcance. Al incluir, por ejemplo, la interacción coulombiana es necesario sustituir las funciones de onda plana por la solución correspondiente al hamiltoniano con interacción coulombiana, las conocidas como funciones de Coulomb [51].

En definitiva, para la función de onda completa se propone como solución:

$$\Psi = \phi_0(\{\vec{r}_i\})\chi_0(\vec{R}) + \sum_{n=1}^N \phi_n(\{\vec{r}_i\})\chi_n(\vec{R}) = \sum_{n=0}^N \phi_n(\{\vec{r}_i\})\chi_n(\vec{R}). \quad (1.39)$$

Para obtener cada una de las funciones de onda $\chi_n(\vec{R})$, correspondiente al movimiento relativo del proyectil en cada uno de sus estados accesibles, es necesario resolver la ecuación de Schrödinger con el hamiltoniano \mathcal{H} , donde una vez sustituida la función de onda por la forma propuesta queda:

$$\left[T_R + V_{nn}(\vec{R}) - E - \varepsilon_n \right] \chi_n(\vec{R}) = - \sum_{n' \neq n} V_{nn'}(\vec{R}) \chi_{n'}(\vec{R}); \quad n = 0, \dots, N. \quad (1.40)$$

Se llega así a un sistema de ecuaciones acopladas cuyos acoplamientos vienen dados por los llamados potenciales de transición o de acoplamiento:

$$V_{nn'}(\vec{R}) = \langle \phi_n | \sum_j U_{jb}(\{\vec{r}_i\}) | \phi_{n'} \rangle, \quad (1.41)$$

donde se integra sobre el conjunto de coordenadas internas $\{\vec{r}_i\}$. Estos potenciales se calculan para todos los estados accesibles $|\phi_n\rangle$ si bien no es posible tener en cuenta los infinitos estados del proyectil. Será necesario quedarse sólo con aquellos que tengan una mayor probabilidad de ser poblados, es decir, los que tengan una alta probabilidad de excitación y desexcitación a partir del estado fundamental. Por ejemplo, en un núcleo halo con un blanco pesado, debido a la importancia de la excitación dipolar, no pueden faltar los estados accesibles a través de esta excitación.

El paso siguiente en el método de canales acoplados sería resolver el sistema de ecuaciones (1.40) imponiendo como condición de contorno que para distancias suficientemente grandes la parte radial $u_{\alpha'}(k, R)$, asociada a la función de onda $\chi_{\alpha'}(R)$, se comporte como:

$$u_{\alpha'}^J(k_{\alpha'}, R) \xrightarrow{R \rightarrow \infty} \frac{1}{2} i e^{2i\sigma_L} \left[\delta_{\alpha'\alpha} H_L^*(k_{\alpha} R) - \left(\frac{v_{\alpha}}{v_{\alpha'}} \right)^{\frac{1}{2}} \mathcal{S}_{\alpha',\alpha}^{(J)} H_{L'}(k_{\alpha'} R) \right], \quad (1.42)$$

donde α designa el conjunto de números cuánticos $\{n, L\}$, k_{α} y L serían el momento lineal y angular asociado a $\chi_{\alpha}(\vec{R})$, σ_L el desfase de Coulomb, $\mathcal{S}_{\alpha',\alpha}^{(J)}$ la matriz de dispersión y $H_{L'}$ (H_L^*) la función de onda de Coulomb

saliente (entrante). En esta expresión se ha reservado el índice α para el estado de la onda incidente, haciendo mención α' a cada uno de los estados accesibles en el proceso de reacción. A su vez dicho índice engloba el número de nodos n y el momento angular interno l asociados a la función de onda interna, ϕ_α , correspondiente, además del momento angular L asociado al movimiento relativo entre proyectil y blanco. El cociente $\left(\frac{v_\alpha}{v_{\alpha'}}\right)^{\frac{1}{2}}$ permite que, normalizando las funciones de onda a flujo unidad, la matriz $\mathcal{S}_{\alpha',\alpha}^{(J)}$ dé directamente el cociente entre flujo saliente en el estado α' y flujo incidente en el estado α . Con esta definición de la matriz de dispersión se puede obtener la sección eficaz de dispersión correspondiente al estado α' :

$$\sigma_{\alpha'} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \sum_{\alpha} (2L + 1) \left| \mathcal{S}_{\alpha',\alpha}^{(J)} - \delta_{\alpha'\alpha} \right|^2. \quad (1.43)$$

De esta forma, sumando para todos los $\alpha' \neq \alpha$ se obtendría la sección eficaz de dispersión inelástica total mientras que si se suman todas las σ_α esta expresión daría la sección eficaz de dispersión elástica. Dicha expresión da las secciones eficaces ya integradas en ángulo y energía. No obstante, las distribuciones angulares de la sección eficaz diferencial también se pueden obtener a partir de la matriz de dispersión. Para una explicación más detallada de las condiciones de contorno y del método de canales acoplados véase [51, 52].

Pero aún queda por resolver un punto crucial. El formalismo de canales acoplados tiene sentido para una suma finita de estados discretos. Como ya se ha comentado, en los núcleos débilmente ligados cobra una gran importancia el continuo, tanta, que no es posible explicar los procesos de reacción sin tener en cuenta su contribución. Para incorporar estos estados en el método CC es necesario recurrir a un procedimiento de discretización, que permita representar de manera adecuada la parte relevante del continuo por un conjunto finito y discreto de estados.

Una de las posibles alternativas para discretizar el continuo es el llamado *binning* [52]. En este caso, se sustituye el continuo por un conjunto de paquetes de energía, *bines* o estados representativos de ciertas franjas del continuo delimitadas por los momentos k_{i-1} y k_i para cada franja i . Para construir este estado se integra sobre todos los estados posibles en esa franja

con un determinado peso $f_i(k)$ quedando:

$$v_i^j(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi N_i}} \int_{k_{i-1}}^{k_i} f_i(k) \phi_l(k, r) dk, \quad (1.44)$$

$$N_i = \int_{k_{i-1}}^{k_i} |f_i(k)|^2 dk, \quad (1.45)$$

donde l denota el momento angular orbital interno del proyectil. Igual que en el método de canales acoplados, hay que calcular estos *bines* hasta un cierto momento máximo, k_{max} , y para los momentos angulares más relevantes. El ancho $\Delta k = k_i - k_{i-1}$ debe ser suficientemente pequeño para reflejar las diferentes partes de la estructura interna del continuo en cada caso. Por último, suele tomarse como función peso $f(k) = 1$. No obstante, en ocasiones se recurre a otro tipo de funciones, con idea de conseguir una mayor estabilidad numérica o enfatizar alguna propiedad de una región del continuo, como puede ser la presencia de una resonancia.

Una alternativa a este método es el uso de pseudoestados, donde se parte de una base de \mathcal{L}^2 , de cuadrado integrable, para describir los estados de \mathcal{H}_p . Truncando la base en un número de funciones N y diagonalizando \mathcal{H}_p en esta base finita se obtiene una serie de autovalores de energía negativa, correspondientes a los estados ligados del sistema, así como un conjunto de autovalores de energía positiva, que se pueden interpretar como una representación discreta de los estados del continuo. Una posible elección es la base del oscilador armónico (HO). Debido a sus propiedades analíticas, resulta muy conveniente desde el punto de vista operacional. Sin embargo, posee el inconveniente de que asintóticamente los estados de oscilador se comportan como $e^{-cte r^2}$ mientras que los estados ligados de un potencial finito decaen asintóticamente como $e^{-cte r}$. Una alternativa es utilizar estas mismas funciones de HO con una transformación previa de escala, denominadas funciones THO [31, 53], para conseguir el comportamiento asintótico correcto para los estados ligados. Esta transformación, además, permite ajustar la densidad de estados, para un mismo N , adecuando la base al problema u observable a tratar. Estas dos ventajas optimizan el tamaño de la base, consiguiendo reducir significativamente el tiempo de cálculo y, con ello, posibles problemas computacionales. En la sección 1.3 se estudiará el método de los pseudoestados en mayor detalle.

Una vez completados todos estos pasos, se obtiene por fin un método

capaz de obtener la sección eficaz de dispersión de una forma realista que también contempla los fenómenos de ruptura directa. El principal problema es la convergencia y estabilidad del método en casos extremadamente complicados como el que se aborda en este trabajo. El carácter de largo alcance de las interacciones en los casos de reacciones de núcleos halo con blancos pesados elevan los rangos de integración aumentando el tiempo necesario para llevar a cabo estos cálculos. Además, ciertos núcleos exigen ir más allá de un modelo simple de dos cuerpos en la descripción de su estructura. Un núcleo borromeo exige en principio ser tratado con un modelo de tres cuerpos, cuando el formalismo hasta hace poco sólo se había desarrollado para proyectiles de dos y de hecho todavía se trabaja en asentar y completar todas las herramientas necesarias para la obtención de observables en reacciones con 4 cuerpos (tres más el blanco) [28, 29]. Los núcleos cuyo *core* se excite durante el proceso de reacción requerirán también que se incluya dicha posibilidad en el cálculo, originando los modelos de reacción conocidos como DWBAx [54] y XCDCC [55] expuestos en la siguiente subsección.

Aparte de las complicaciones técnicas o computacionales, este método tiene como todos sus limitaciones. En principio, permite reproducir la sección eficaz de dispersión en toda su extensión angular, así como los procesos típicos de ruptura directa. Sin embargo, incluso con condiciones óptimas de convergencia, el método no es capaz de explicar ciertos procesos como, por ejemplo, la transferencia al blanco de uno o dos neutrones, muy importante en reacciones con núcleos halo. A energías en torno a la barrera, y con blancos pesados, estos procesos son especialmente relevantes a ángulos traseros, donde resulta conveniente describir la reacción como el paso del estado fundamental del proyectil a una situación final en la que el blanco gana uno o dos nucleones en detrimento del proyectil y no como una simple excitación del proyectil a su continuo. Para ello resulta más conveniente elegir un método como el de canales de reacción acoplados (CRC) que describe muy bien estos procesos a base de incluir los estados del blanco en vez de los del proyectil. No obstante, este método no es el más idóneo para interpretar la ruptura directa por lo que ambos métodos deben complementarse en aquellos experimentos que contemplen todo el rango angular.

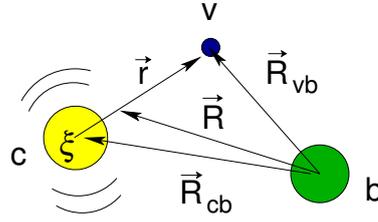


Figura 1.8: Sistema de coordenadas para un cálculo de reacción de tres cuerpos incluyendo excitación del *core*.

1.2.4. Aproximación de Born de onda distorsionada con excitación del core (DWBAx)

Los métodos englobados dentro de la denominación de aproximación de Born de onda distorsionada o DWBA pueden entenderse como una aproximación de primer orden al problema correspondiente de canales acoplados. Siguiendo la explicación de la subsección 1.2.3 es posible generalizar el método CDCC al caso con excitación del *core*, sustituyendo las interacciones y la función de onda del proyectil por aquellas definidas en la subsección 1.1.2. Esta extensión recibe el nombre de XCDCC y puede consultarse en la referencia [55]. A partir del cálculo XCDCC, resulta difícil extraer información acerca de qué proceso es el dominante, si la excitación del *core*, la partícula de valencia o cómo resulta la interferencia entre ambas. Por el contrario, dentro de la aproximación DWBA, la sección eficaz se expresa como la suma coherente de ambos procesos, siendo más fácil recuperar la contribución de una y otra parte y relacionarla con la reacción correspondiente del *core* o la partícula de valencia con el blanco por separado, si bien el resultado final será siempre la interferencia de ambos procesos. Por lo tanto, siempre que las aproximaciones necesarias se cumplan, el método DWBA ofrece una información más simplificada y fácil de analizar a cambio de no poder explicar toda la gran variedad de reacciones que explicaría la extensión del método CDCC.

El método DWBA parte de considerar un proceso inelástico en primer orden, reduciendo el conjunto de ecuaciones acopladas (1.40) a dos canales,

α y α' :

$$\begin{aligned} \left[T_R + V_{\alpha\alpha}(\vec{R}) - E - \varepsilon_\alpha \right] \chi_\alpha(\vec{R}) &= -V_{\alpha\alpha'}(\vec{R})\chi_{\alpha'}(\vec{R}), \\ \left[T_R + V_{\alpha'\alpha'}(\vec{R}) - E - \varepsilon_{\alpha'} \right] \chi_{\alpha'}(\vec{R}) &= -V_{\alpha'\alpha}(\vec{R})\chi_\alpha(\vec{R}), \end{aligned} \quad (1.46)$$

donde α sería el canal inicial o canal elástico y α' el canal final que puede ser inelástico o de ruptura directa.

Si los elementos del potencial no diagonales son pequeños, estos tendrán poco efecto sobre el canal elástico pudiendo eliminar $V_{\alpha\alpha'}$ de la primera ecuación del conjunto (1.46). Por el contrario, no es posible eliminar el término inhomogéneo de la segunda parte ya que es el término $V_{\alpha'\alpha}$ el que puebla el canal inelástico a partir de la onda incidente del canal elástico y se obtendría la solución $\chi_{\alpha'} = 0$ de eliminarlo. Por lo tanto, el conjunto de ecuaciones que resuelve el método DWBA queda:

$$\begin{aligned} \left[T_R + V_{\alpha\alpha}(\vec{R}) - E - \varepsilon_\alpha \right] \chi_\alpha(\vec{R}) &= 0, \\ \left[T_R + V_{\alpha'\alpha'}(\vec{R}) - E - \varepsilon_{\alpha'} \right] \chi_{\alpha'}(\vec{R}) &= -V_{\alpha'\alpha}(\vec{R})\chi_\alpha(\vec{R}). \end{aligned} \quad (1.47)$$

A partir de la solución de estas dos ecuaciones acopladas, la sección eficaz correspondiente al canal α' puede expresarse en función de la matriz \mathcal{T} o matriz de transición [51]:

$$\sigma_{\alpha'} = \frac{1}{(2J+1)} \frac{\mu_{pt}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k'_\alpha}{k_\alpha} \sum_{MM'} (2L+1) \left| \mathcal{T}^{JM J' M'} \right|^2, \quad (1.48)$$

siendo la matriz \mathcal{T} la integral:

$$\mathcal{T}^{JM J' M'} = \langle \tilde{\chi}_{k'}^{(-)}(\vec{R}) \Psi_{f; J' M'}(\vec{r}, \vec{\xi}) | V_{pb} | \Psi_{i; JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) \tilde{\chi}_{k'}^{(+)}(\vec{R}) \rangle, \quad (1.49)$$

donde $\Psi_{i; JM}$ y $\Psi_{f; J' M'}$ son las funciones de onda del proyectil en el estado inicial y final mientras que $\tilde{\chi}_{k'}^{(+)}$ y $\tilde{\chi}_{k'}^{(-)}$ son las funciones de onda proyectil-blanco distorsionadas entrante y saliente, que son soluciones homogéneas de las ecuaciones (1.47).

En el caso en el que se incluye la excitación del *core*, las funciones de onda del proyectil se corresponderían con la definición (1.7) y el potencial

V_{pb} , suma de las interacciones de la partícula de valencia y del *core* con el blanco, tendría una dependencia en la forma:

$$V_{pb} = V_{vb}(R_{vb}) + V_{cb}(\vec{R}_{cb}, \vec{\xi}). \quad (1.50)$$

En la figura 1.8 se encuentran definidas cada una de las variables.

De la misma forma que para la estructura del proyectil, la interacción del blanco con el *core* puede desarrollarse en función de los armónicos esféricos de la distancia *core*-blanco, \vec{R}_{cb} , y las coordenadas intrínsecas del *core*, $\vec{\xi}$:

$$V_{cb}(\vec{R}_{cb}, \vec{\xi}) = \sum_{\lambda\mu} V_{cb}^{\lambda}(R_{cb}, \xi) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{R}_{cb}) Y_{\lambda\mu}(\hat{\xi}). \quad (1.51)$$

Los multipolos $V_{cb}^{\lambda}(R_{cb}, \xi)$ se van a considerar independientes de las coordenadas intrínsecas, es decir, $V_{cb}^{\lambda}(R_{cb}, \xi) = V_{cb}^{\lambda}(R_{cb})$, lo cual será válido dependiendo del modelo considerado para el *core*. Por ejemplo, esto se cumple siempre dentro del modelo de rotor y es aproximadamente válido dentro del modelo P-AMD que se verá en la subsección 2.4.1 (véase que $\langle 0^+ | V_{cb}^0 | 0^+ \rangle$ y $\langle 2^+ | V_{cb}^0 | 2^+ \rangle$ no son formalmente idénticos pero sí aproximadamente iguales).

Siguiendo la separación de términos en la subsección 1.1.2, es posible tomar el término central $\lambda = 0$ junto con la interacción partícula de valencia-blanco para recuperar la interacción que se tendría en caso de no contemplar la interacción del *core*. De esta forma la matriz \mathcal{T} puede separarse en una parte de valencia y otra propia de la excitación del *core*:

$$\mathcal{T}^{JM J' M'} = \mathcal{T}_{val}^{JM J' M'} + \mathcal{T}_{corex}^{JM J' M'}, \quad (1.52)$$

siendo cada una de las partes:

$$\mathcal{T}_{val}^{JM J' M'} = \langle \tilde{\chi}_{k'}^{(-)} \Psi_{f; J' M'}(\vec{r}, \vec{\xi}) | V_{vb}(R_{vb}) + V_{cb}^0(R_{cb}) | \Psi_{i; JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) \tilde{\chi}_{k'}^{(+)} \rangle, \quad (1.53)$$

$$\mathcal{T}_{corex}^{JM J' M'} = \sum_{\lambda > 0\mu} \langle \tilde{\chi}_{k'}^{(-)} \Psi_{f; J' M'}(\vec{r}, \vec{\xi}) | V_{cb}^{\lambda}(R_{cb}) Y_{\lambda\mu}^*(\hat{R}_{cb}) Y_{\lambda\mu}(\hat{\xi}) | \Psi_{i; JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) \tilde{\chi}_{k'}^{(+)} \rangle. \quad (1.54)$$

Comenzando por la parte de valencia, puede verse que queda directamen-

te lo que se obtendría en un cálculo sin excitación del *core* ya que el potencial no conecta diferentes estados de éste, si bien hay que considerar todas las componentes que conforman las funciones de onda y no únicamente las que se tendrían en el caso sin excitación, es decir:

$$\mathcal{T}_{val}^{JMJM'} = \sum_{\beta_i, \beta_f} \langle \tilde{\chi}_{k'}^{(-)} \psi_{\beta_f}^{f;J'}(\vec{r}) | V_{vb}(R_{vb}) + V_{cb}^0(R_{cb}) | \psi_{\beta_i}^{i;J}(\vec{r}) \tilde{\chi}_{k'}^{(+)} \rangle \delta_{I,I'}, \quad (1.55)$$

siendo β_i y β_f todas las configuraciones de la partícula de valencia que componen el estado inicial y el final. $\psi_{\beta_i}^{i;J}(\vec{r})$ sería la parte correspondiente al movimiento relativo entre partícula de valencia y *core* en la configuración β_i de la función de onda total. Hay que recordar que la función de onda inicial total $\Psi_{i;JM}$ en el modelo de acoplamiento débil puede escribirse como:

$$\Psi_{i;JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{\beta_i} \left[\psi_{\beta_i}^{i;J}(\vec{r}) \otimes \Phi_I \right]_J = \sum_{\beta_i} R_{\beta_i}^J(r) [\mathcal{Y}_{\ell s j}(\hat{r}) \otimes \Phi_I]_J, \quad (1.56)$$

y de igual forma se definiría la función de onda final $\Psi_{f;JM}$.

La parte del *core* requiere de una mayor elaboración pero puede relacionarse con la matriz \mathcal{T} que se obtendría en los casos de excitación inelástica del *core* con el blanco sin la partícula de valencia. Para ello es necesario despreciar el retroceso que la partícula de valencia produce en el *core*, lo que equivale a hacer $\vec{R}_{bt} \approx \vec{R}$ y que se conoce como aproximación de *no recoil*. De esta forma se llega a [54, 56]:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{corex}^{JM,J'M'} &= \sum_{\lambda > 0, \mu} \langle J'M' | JM \lambda \mu \rangle \\ &\times \sum_{\beta_i, \beta_f} \langle R_{\beta_f}^{J'} | R_{\beta_i}^J \rangle G_{\alpha J, \alpha' J'}^{(\lambda)} \tilde{T}_{cb}^{(\lambda \mu)}(I \rightarrow I'), \end{aligned} \quad (1.57)$$

siendo el factor geométrico:

$$G_{\alpha J, \alpha' J'}^{(\lambda)} = \delta_{j,j'} (-1)^{\lambda+j+J'+I} (2J+1)^{1/2} (2I'+1)^{1/2} \left\{ \begin{array}{ccc} J' & J & \lambda \\ I & I' & j \end{array} \right\}. \quad (1.58)$$

La nueva matriz \tilde{T} queda relacionada con la del caso de excitación inelástica sin partícula de valencia de la forma:

$$\mathcal{T}_{cb}^{IM_c, I'M'_c} = \langle IM_c \lambda \mu | I'M'_c \rangle \tilde{T}_{cb}^{(\lambda \mu)}(I \rightarrow I'). \quad (1.59)$$

Nótese que la contribución del *core* puede resumirse como la excitación propia que tendría en su interacción con el blanco sin la partícula de valencia modulada por el factor espectroscópico correspondiente $\langle R_{\beta'}^{J'} | R_{\beta}^J \rangle$ junto con los correspondientes factores geométricos.

En resumen, a partir de estas dos matrices \mathcal{T} definidas, puede estudiarse por separado la contribución del *core* y de la partícula de valencia. Estudiando los distintos factores espectroscópicos, es posible saber de antemano qué componentes van a ser las dominantes. Por otro lado, resulta importante tener información de la reacción correspondiente a la excitación inelástica del *core* por separado, además de un modelo razonable de estructura con excitación del *core*, para la correcta aplicación del método DWBAx.

1.3. Tratamiento del continuo con pseudoestados

En la sección 1.2.3 se ha puesto de manifiesto la necesidad de reproducir la estructura del continuo en los núcleos débilmente ligados de la forma más sencilla posible. El presente trabajo se centrará en el uso y desarrollo de bases de pseudoestados que cumplan dicha misión de la manera más eficiente posible.

Los pseudoestados son los autoestados obtenidos a partir de la diagonalización del hamiltoniano del sistema estudiado en una base representativa del espacio de trabajo. Por lo tanto, lo primero es disponer de una base del espacio que vendrá formada por un conjunto infinito de funciones $|n\rangle$. Resulta conveniente que dichas funciones sean ortogonales entre sí y de cuadrado sumable, es decir, que conformen una base de \mathcal{L}^2 que sea normalizable. Además, ha de conformar una base completa del espacio, lo que se traduce en satisfacer la condición de cierre:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |n\rangle \langle n| = \mathbf{I}. \quad (1.60)$$

Bajo estas condiciones es posible expresar el hamiltoniano en forma

matricial calculando los elementos de matriz $\mathcal{H}_{ij} = \langle i|\mathcal{H}|j\rangle$. Los autoestados de esta matriz coincidirán con las soluciones de la ecuación de Schrödinger, que no son más que autoestados de \mathcal{H} . De la diagonalización se obtendrán tantos autoestados con energía negativa como estados ligados genere \mathcal{H} e infinitos autoestados para las infinitas soluciones de energía positiva que constituyen el continuo del sistema, es decir, el conjunto infinito de estados no ligados. Si fuera posible trabajar con esta base infinita la solución de la ecuación de Schrödinger por este método sería idealmente exacta aunque obviamente no sería manejable.

Es por ello que se busca siempre un compromiso entre el número de funciones que se incluyen y la exactitud del resultado. Formalmente se trata de buscar un número N de funciones tal que, aunque la base no sea completa, sí sea representativa del total al menos en la zona del espectro de interés. En términos de la condición de cierre quedaría:

$$\sum_{n=1}^N |n\rangle\langle n| \approx \mathbf{I}. \quad (1.61)$$

Esto obliga también a comprobar la convergencia del resultado final con dicho número N y que dependerá del tipo de observable que interese estudiar. En esta nueva situación se obtendrán de nuevo tantos autoestados con energía negativa como estados ligados existan y el resto hasta N conforman un conjunto representativo del continuo del sistema. Este conjunto sí resulta útil a la hora de trabajar con estos pseudoestados en un proceso de reacción por ejemplo.

Se puede pensar que el número N va a ser excesivamente grande cuando en realidad la potencia del método reside en que, escogiendo una buena base, es posible obtener resultados convergidos en el estudio de reacciones con un número reducido de funciones. La clave reside en buscar una base lo más parecida posible a los estados reales siempre sin complicarla en exceso para no perder la ventaja de la simplicidad. Cuanto más se parezcan las funciones de partida a los pseudoestados que genera el hamiltoniano, menos funciones serán necesarias para construirlo, reduciendo así N . Bajo esta premisa se han ido utilizando distintas bases como gaussianas [29], la base del oscilador armónico, funciones de sturmian [57, 58], las soluciones de un potencial de Woods-Saxon truncado [59], etc. Otro conjunto de bases lo forman por ejemplo las bases de Lagrange y Laguerre [60, 61]. Este tipo de bases, más que

buscar asemejarse al problema físico, consisten en un conjunto de funciones de fácil manejo que simplifican el cálculo permitiendo trabajar con un N mucho mayor que otras bases.

La principal ventaja de este método en cuanto al tratamiento del continuo reside en el tratamiento de las resonancias. En otros métodos, como el mencionado *binning*, es necesario conocer previamente la existencia de la resonancia para su correcto tratamiento. En el caso de los pseudoestados no sólo no es necesario sino que para valores pequeños de N , siempre surge un autoestado cercano a la energía de la resonancia y que además reproduce sus propiedades. Por regla general, calcular la contribución de una resonancia a un determinado observable supone resolver varias veces la ecuación de Schrödinger en la zona cercana a la resonancia. Las resonancias suponen regiones bastante heterogéneas del continuo y por lo tanto es necesario estudiar la variación con la energía. En este caso basta con hacer el cálculo con el pseudoestado correspondiente, es decir, que se obtiene un resultado convergido con un único cálculo sin tener que repetirlo cada cierto paso en energía. Esto supone una ventaja considerable con respecto a otros métodos.

Para identificar las resonancias así como estos pseudoestados representativos se aplica el llamado método de estabilización de Hazi y Taylor [62, 63]. Suponiendo que existe un parámetro α que afecta a la extensión de las funciones de la base $|n(\alpha)\rangle$, dicha dependencia se propagará consecuentemente a los autovalores $\varepsilon_n(\alpha)$. Gráficamente, si se varía α aumentando la extensión, se observa cómo los autovalores van decayendo de forma monótona. Cuando un autovalor se acerca a la energía de la resonancia dicho decaimiento se hace más suave. De esta forma existe un rango del parámetro α para el cual el autovalor se estabiliza formando una especie de *plateau* en torno a la energía de la resonancia, dando nombre al método. Pasada esta región, el decaimiento vuelve a acelerarse hasta alcanzar la tendencia anterior a la estabilización. Esto es lo que pasa por ejemplo en la figura 1.9 donde la base escogida son las soluciones del potencial de caja infinita y se va variando el tamaño de la caja.

Es posible demostrar que cuando dicho valor coincide con la energía de la resonancia ε_{res} se cumple:

$$\left. \frac{\partial^2 \varepsilon_n(\alpha)}{\partial \alpha^2} \right|_{\varepsilon_n(\alpha) = \varepsilon_{res}} = 0. \quad (1.62)$$

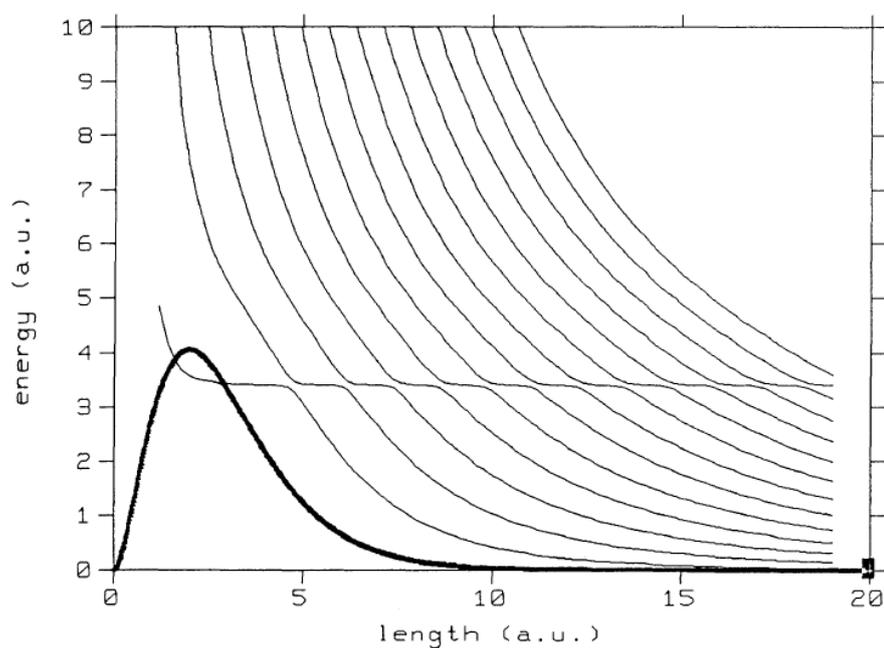


Figura 1.9: Esquema de la evolución de los autovalores en las cercanías de una resonancia, extraído de [64]. La línea gruesa muestra el potencial estudiado y el parámetro usado es el tamaño del potencial de caja infinita que genera la base de pseudoestados.

En definitiva, al representar la evolución de las energías frente a la variación del parámetro, esto se traduce en un punto de inflexión que marca la energía de la resonancia. Asimismo el autoestado correspondiente $|n(\alpha)\rangle$ constituye un estado representativo de la resonancia. Este hecho puede relacionarse con la evolución del desfase correspondiente a la resonancia [65]. También puede demostrarse que está relacionado con el aumento de la densidad en las cercanías de la resonancia que supone la variación del parámetro en cuestión [64, 66]. Por lo tanto, como parámetro α es posible usar cualquier parámetro, continuo o discreto, que altere la densidad de estados de la base. Una elección sencilla es el propio número total de funciones [31, 67].

1.3.1. La base de Oscilador Armónico Transformado

Una de las bases más utilizadas en Física Nuclear es la formada por las soluciones de Oscilador Armónico (HO). En su versión tridimensional, el potencial armónico isótropo sería de la forma:

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2, \quad (1.63)$$

siendo ω la frecuencia angular del oscilador. La parte radial de las soluciones del HO son de la forma:

$$\phi_{n,\ell}^{HO}(r) = N_{n,\ell} r^\ell e^{-\frac{r^2}{2b^2}} L_n^{\ell+\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{b^2}\right). \quad (1.64)$$

En esta expresión $N_{n,\ell}$ es una constante de normalización bien definida, $L_n^{\ell+\frac{1}{2}}$ es el correspondiente polinomio de Laguerre y b es la longitud del oscilador que está relacionada con la frecuencia:

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}. \quad (1.65)$$

La principal diferencia entre este potencial y uno típico nucleón-núcleo radica en que asintóticamente el potencial armónico no es nulo como cabe esperar en la interacción nuclear. Esto hace que el comportamiento asintótico de las funciones HO no sea el correcto. Por lo tanto, aunque dicha base resulta adecuada para la descripción de sistemas bien ligados, requiere de un número alto de funciones para reproducir el comportamiento asintótico de las funciones de onda en sistemas poco ligados como los núcleos exóticos.

No obstante, este potencial inspiró el modelo de capas y su base ha sido utilizada en gran variedad de modelos de campo medio con gran éxito.

Dentro de un modelo más sencillo como el de partícula independiente, el uso de la base HO en aquellos núcleos cerca de capas cerradas que se ajusten a dicho modelo suele dar buenos resultados con una convergencia suficiente para hacer cálculos de estructura en tiempos razonables. Cuando se pasa a cálculos de estructura en sistemas multicanal o para estudiar mecanismos de reacción de cierta complejidad, cualquier mejora de la convergencia resulta crucial para la viabilidad del cálculo final.

Es en este tipo de situaciones, cuando es posible contemplar mejoras sobre la misma base que redunden en una disminución del número de funciones necesarias para describir suficientemente el problema dado. En este caso la solución propuesta es una Transformación Local de Escala (LST) $s(r)$ generando una base en la forma:

$$\phi_{n,\ell}^{THO}(r) = \sqrt{\frac{ds}{dr}} \phi_{n,\ell}^{HO}[s(r)]. \quad (1.66)$$

Con dicha transformación puede comprobarse que para toda $s(r)$ continua y derivable se garantiza la ortonormalidad de la nueva base.

Llegados a este punto, pueden considerarse distintas posibilidades para la LST. Los primeros en proponer una transformación de este tipo sobre la base HO fueron I. Zh. Petkov y M. V. Stoitsov en 1983 [68–70]. En principio, todo cambio sobre la función HO que la asemeje a la solución del problema real reducirá el número mínimo de funciones necesarias para la convergencia. Dicha mejora ha de compensar además el tiempo invertido en la transformación, por lo que ha de tenerse en cuenta también el grado de sencillez de cada LST.

En este trabajo se propone la solución de Karataglidis *et al.* [71]:

$$s(r) = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{r}\right)^m + \left(\frac{1}{\gamma\sqrt{r}}\right)^m} \right]^{\frac{1}{m}}, \quad (1.67)$$

transformación que al ser analítica no comporta ningún esfuerzo extra sustancial a la hora de generar las funciones. El propósito de dicha transformación radica en cambiar el comportamiento asintótico de las funciones HO para que coincida con el decaimiento exponencial típico de una solución ligada

de cualquier potencial nuclear, resolviendo el problema antes mencionado. Concretamente el cambio sería de la forma:

$$\phi(s) \mapsto e^{-\left(\frac{s}{\sqrt{2b}}\right)^2} \implies \phi[s(r)] \mapsto e^{-\frac{\gamma^2}{2b^2}r}, \quad (1.68)$$

donde se observa cómo se pasa de un comportamiento gaussiano a uno exponencial. El parámetro b suele ser calculado siguiendo el método variacional, buscando el valor que minimiza la energía del estado fundamental. Esta nueva función tendría entonces un momento lineal efectivo $k_{\text{eff}} = \gamma^2/2b^2$, es decir, dominado por el cociente γ/b . Dicho cociente determina la extensión espacial de las autofunciones y, por tanto, el valor máximo de energía de las funciones. Reduciendo o aumentando dicho valor es posible concentrar las funciones en la zona de baja energía o repartirlas en una zona mayor del espectro. Este hecho proporciona un mayor control sobre la base, permitiendo concentrar el número de funciones elegido en la región del espectro más relevante para cada caso tratado. Por ejemplo, en la figura 1.10 se observa cómo, fijado b , los pseudoestados se concentran en la zona de baja energía para valores pequeños de γ . Una buena elección de γ/b , puede reducir de forma considerable el número mínimo de funciones para obtener convergencia. En cualquier caso, la base es completa para todo valor de este parámetro, aún con una mala elección siempre habría convergencia a costa de aumentar el número de funciones. Asimismo el parámetro γ resulta muy útil a la hora de aplicar el método de estabilización [72].

Por su parte, el parámetro m suele fijarse a $m = 4$. Ya en [71] se observó que la variación del resultado con respecto al valor de m es mínima exponiéndose los casos $m = 4$ y $m = 8$. En concreto, el parámetro m determina la rapidez con la que se pasa del comportamiento lineal de la LST para $r \rightarrow 0$ al comportamiento parabólico para $r \rightarrow \infty$.

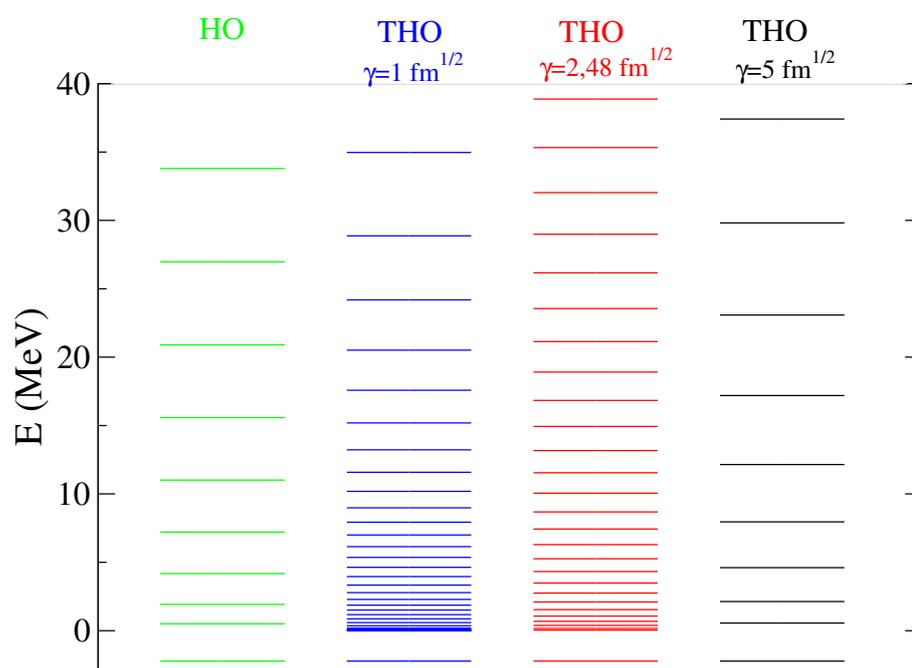


Figura 1.10: Espectros de pseudoestados obtenidos con la base del oscilador armónico (HO) y con la base THO para distintos valores de γ .

Capítulo 2

Estructura

*Si hay algo en mí que pueda llamarse
religioso no es sino la ilimitada
admiración por la estructura del mundo
tanto como la ciencia puede revelarla.*

Albert Einstein

En este capítulo se estudia la estructura de los núcleos ${}^2\text{H}$, ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$, ${}^{11}\text{Be}$ y ${}^{19}\text{C}$ suponiendo un sistema de dos cuerpos: partícula de valencia y *core*. Para el deuterón, ${}^6\text{He}$ y ${}^{11}\text{Li}$ no se considerarán posibles excitaciones de los constituyentes. Estos casos serán de utilidad para exponer las ventajas de la base THO y los observables que permite explorar. Para analizar la estructura del núcleo borromeo ${}^{11}\text{Li}$ en un modelo de dos cuerpos será necesario a su vez generar un modelo de dineutrón tal y como se explica en la subsección 1.1.1. Asimismo, se discutirá cómo generalizar dicha base para incorporar la posibilidad de excitar el *core* dentro del modelo de acoplo débil expuesto en la subsección 1.1.2.

En el caso del núcleo ${}^{11}\text{Be}$ se exponen resultados sin y con excitaciones del *core*. Con esto se tratará de evaluar la importancia de considerar dichas excitaciones en el estudio de los núcleos exóticos. Se considerarán dos modelos de estructura para incluir los grados de libertad colectivos del *core*, el modelo de partícula-rotor [5] y un modelo semimicroscópico, en el que la interacción partícula-*core* se calcula mediante un procedimiento de convolución, a partir de las densidades del *core*, tal y como se explica en la sección 2.3. Una vez comprobado el valor predictivo del modelo semimicroscópico en el núcleo

^{11}Be , se analiza la estructura del núcleo halo ^{19}C dentro de dicho modelo.

2.1. Sistemas de dos cuerpos

2.1.1. Aplicación al deuterón

Como primer test de lo expuesto en la sección 1.3 se va a aplicar la base THO a un caso sencillo: el sistema protón-neutrón con un potencial central. Para reproducir la interacción entre protón y neutrón, se propone, de acuerdo con [73], un potencial central de Poeschl-Teller:

$$V_{pn}(r) = -\frac{V_0}{\cosh(ar)^2}, \quad (2.1)$$

con una profundidad $V_0 = 102,706$ MeV y una difusividad $a = 0,9407$ fm $^{-1}$. Dichos valores vienen ajustados para dar una energía de ligadura del deuterón de 2,2245 MeV de acuerdo con el valor experimental. En este modelo no se tiene en cuenta el espín de las partículas implicadas, por lo que el único momento angular a considerar es el momento angular orbital ℓ .

Para definir la LST más apropiada para generar la base THO para este problema (véase la subsección 1.3.1), el primero de los parámetros a ajustar es la longitud de oscilador b que, como ya se ha mencionado, se fija buscando el valor que minimiza la energía de ligadura al diagonalizar el hamiltoniano en una base THO pequeña. En este caso se obtiene $b = 1,5$ fm. Una vez se fija b hay que seleccionar un valor de γ teniendo en cuenta que el factor γ/b determina la extensión de la base y, por lo tanto, la región de energía del continuo donde se concentrarán la mayor parte de los pseudoestados.

Para ilustrar esta variación de una forma más cuantitativa es útil definir la densidad de pseudoestados atendiendo a la distribución de momentos de cada pseudoestado. En definitiva, la densidad de estados para una base de N funciones se define como:

$$\rho_\ell^{(N)}(k) = \sum_{n=1}^N \langle \varphi_\ell(k) | \varphi_{n,\ell}^{(N)} \rangle, \quad (2.2)$$

siendo $|\varphi_\ell(k)\rangle$ la función de onda *exacta* del continuo para un momento k . Cada sumando de la expresión anterior designa la distribución de momentos de cada pseudoestado. Si se integra a todos los momentos, el resultado ha

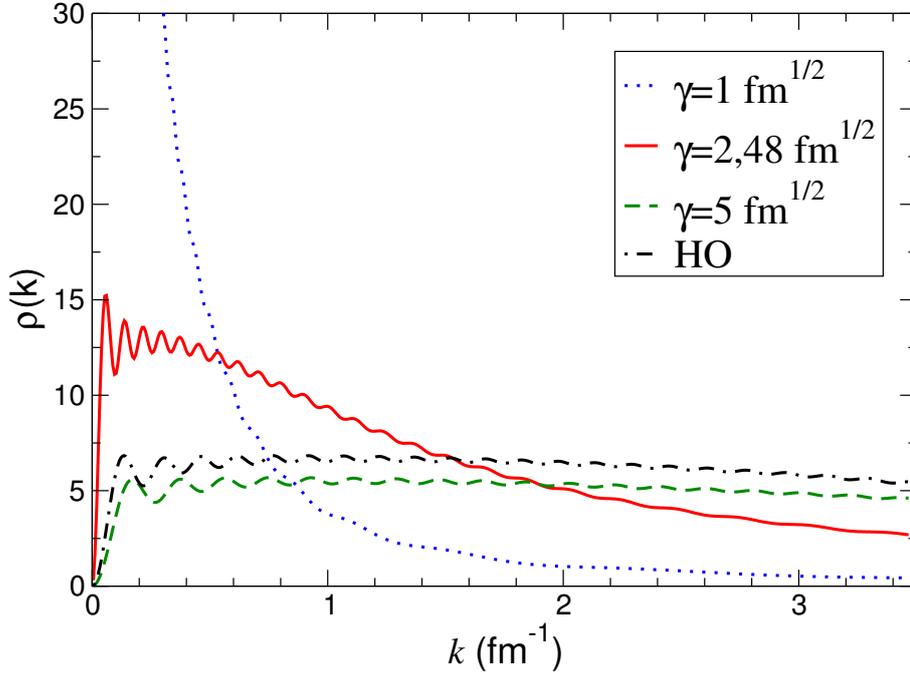


Figura 2.1: Densidad de estados para el continuo de $\ell = 0$ obtenido con una base THO de 30 estados, definida de acuerdo a (2.2) para distintos valores de γ . La línea de puntos y rayas corresponde a la densidad obtenida para una base HO también de 30 estados para un $b = 2,0$ fm.

de ser el número total de pseudoestados incluidos en la base, es decir,

$$\int_0^{\infty} dk \rho_{\ell}^{(N)}(k) = N, \quad (2.3)$$

para cualesquiera valores de los parámetros γ , b y m (véase la sección 1.3).

En la figura 2.1 se muestra la densidad de estados del continuo para el caso $\ell = 0$. Para ello se han empleado 30 funciones THO y se han seleccionado tres valores distintos de γ : $1 \text{ fm}^{1/2}$, $2,48 \text{ fm}^{1/2}$ y $5 \text{ fm}^{1/2}$. Se observa que para valores pequeños de γ , correspondientes a las funciones THO con mayor extensión espacial, los pseudoestados se concentran a energías pequeñas. Esto proporcionaría una descripción muy precisa del continuo de baja energía, que sería muy conveniente para la descripción de la ruptura coulombiana, por ejemplo. Aumentar dicho valor disminuye la concentración en esta zona,

hecho que se ve compensado por un aumento en la zona de alta energía. Por lo tanto, el valor más apropiado de γ dependerá del problema que se estudie, según entre en juego de forma más patente una zona del continuo u otra.

Es necesario hacer hincapié en el hecho de que la base es completa para cualquier valor de γ . Esto hace que la elección del valor de γ no sea crítica para obtener convergencia, si bien puede contribuir a reducir el número mínimo de funciones necesario. Por completitud se ha añadido la densidad de estados correspondiente a las funciones HO. En este caso se ha variado el parámetro b ya que para las funciones HO el valor que minimiza la energía del estado fundamental resulta $b = 2,0$ fm. Puede observarse que la distribución para el caso HO es muy parecida a la de la base THO para valores grandes de γ . Hay que tener en cuenta que la transformación de la ecuación (1.67) se convierte en la función identidad cuando $\gamma \rightarrow \infty$. De esta forma se recupera el caso HO para valores grandes de γ . Para un mismo b el efecto global de la transformación puede resumirse de manera muy simplificada diciendo que se comprimen los estados a energías más bajas conforme disminuimos γ .

A partir de aquí y para los siguientes cálculos se utilizará siempre el conjunto de parámetros $b = 1,5$ fm y $\gamma = 2,48$ fm^{1/2}. Para este conjunto de parámetros se van a estudiar primero los desfases para las ondas s , p y d del deuterón. Los desfases determinan de forma exacta y unívoca la forma asintótica de los estados del continuo. Es posible realizar cálculos de reacción conociendo únicamente los desfases correspondientes. En el caso de dos cuerpos se pueden obtener fácilmente atendiendo al comportamiento asintótico de las funciones del continuo. En este caso, como se ha despreciado el espín, quedaría de la forma:

$$\varphi_\ell(k, r) \rightarrow \sqrt{\frac{2}{\pi}} [\cos \delta_\ell(k) F_\ell(kr) + \text{sen} \delta_\ell(k) G_\ell(kr)], \quad (2.4)$$

donde $\delta_\ell(k)$ es el desfase mientras que $F_\ell(kr)$ y $G_\ell(kr)$ son las funciones de Coulomb regular e irregular. En general, se corresponden con las soluciones del hamiltoniano en la región donde el potencial nuclear se anula. Si los potenciales involucrados son reales tanto la función del continuo $\varphi_\ell(k, r)$ como el desfase $\delta_\ell(k)$ serán también reales.

El problema de la ecuación (2.4) reside en que no es aplicable a los pseudoestados. Los pseudoestados, para ser normalizables, decaen de forma que su comportamiento asintótico no se ajusta a dicha ecuación. No obstante,

existen también fórmulas para extraer los desfases a partir de la parte interior de la función de onda, sin recurrir a la parte asintótica. Para ello se hará uso de las formulas integrales propuestas por Hazi y Taylor [62, 63], desarrolladas en su día para un caso monodimensional usando las funciones HO. En las referencias [67, 74, 75] pueden encontrarse distintas generalizaciones y usos de dicha fórmula. En un caso tridimensional correspondiente a la dispersión por un potencial central se encuentra que [67]:

$$\tan \delta_\ell(k) = -\frac{\int_0^\infty \varphi_\ell(k, r)[E - H]f(r)F_\ell(kr)dr}{\int_0^\infty \varphi_\ell(k, r)[E - H]f(r)G_\ell(kr)dr}. \quad (2.5)$$

Si incluimos en esta expresión las funciones *exactas* del continuo $\varphi_\ell(k, r)$ el resultado es equivalente al que se obtendría haciendo uso de la expresión (2.4). El objetivo aquí es estudiar la precisión de esta expresión cuando se sustituyen las funciones de onda *exactas* por los pseudoestados. La función $f(r)$ que aparece en la anterior ecuación tiene por objetivo evitar evaluar la integral en $r = 0$ donde la función $G_\ell(kr)$ es singular y haría divergir el cálculo del desfase. En general, es necesario que $f(r)$ cumpla las siguientes condiciones:

$$f(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 1; \quad f(0) = f'(0) = 0. \quad (2.6)$$

Siguiendo [62], se toma la forma $f(r) = 1 - \exp(-\beta r^2)$, donde $\beta > 0$. Para anular el ya mencionado efecto de la singularidad de $G_\ell(kr)$ es necesario tomar un valor de β suficientemente pequeño para hacer $f(r) \approx 0$ a distancias del orden de la interacción nuclear. Para ajustar dicho valor se estudia la convergencia de los desfases respecto de este parámetro. En los casos que se expondrán a partir de aquí se tomará $\beta = 0,01 \text{ fm}^{-1}$.

En la figura 2.2 se muestran los desfases para las distintas ondas s , p y d calculadas tanto para los estados del continuo de acuerdo a la ecuación (2.4), línea continua, como para los pseudoestados utilizando la fórmula de Hazi y Taylor, designados por círculos. En los tres casos se encuentra un excelente acuerdo, más sorprendente si cabe cuando se tiene en cuenta que no era de esperar que los pseudoestados guardaran información del comportamiento asintótico de la función de onda. Nótese que los desfases calculados son

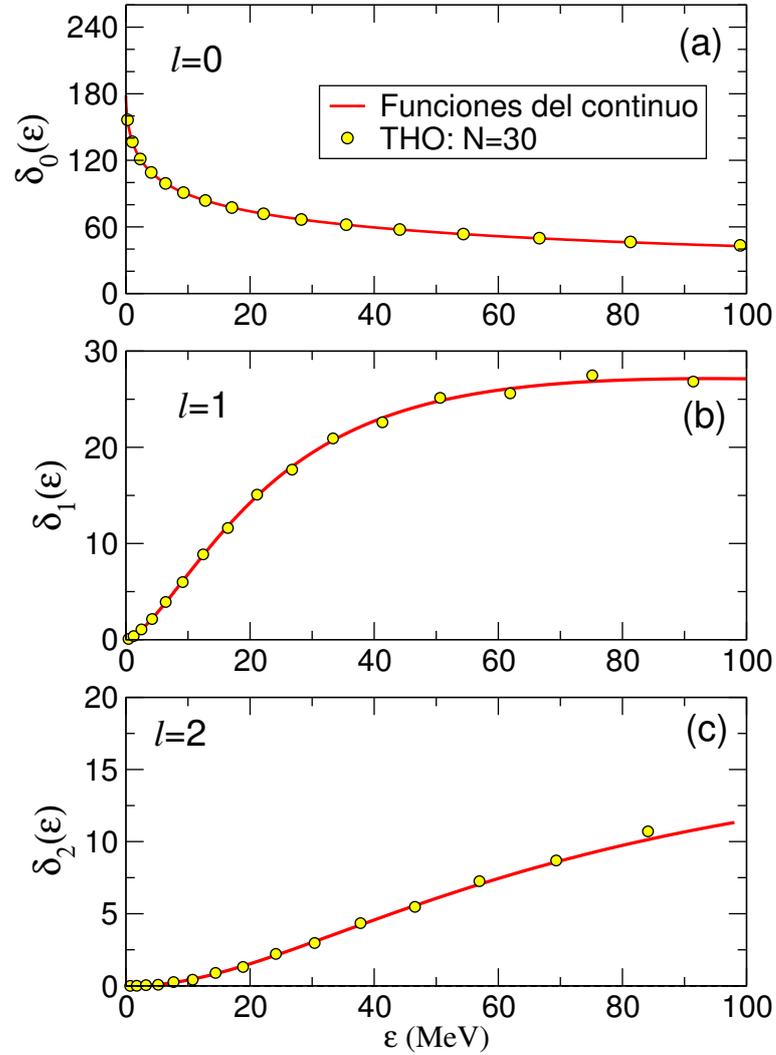


Figura 2.2: Desfasajes para el sistema $d = p + n$ en función de la energía relativa $p-n$. Los paneles (a),(b) y (c) se corresponden con los estados del continuo para $\ell = 0, 1$ y 2 respectivamente.

consistentes con el teorema de Levinson [76] que, tomando como criterio:

$$\delta_\ell(k) \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0, \quad (2.7)$$

establece que el valor del desfase a energía cero ha de ser $\delta_\ell(0) = n\pi$, donde n es el número de estados ligados para la onda parcial ℓ . En este caso sólo hay un estado ligado para la onda s haciendo que $\delta_0(0) = \pi$, mientras que para el resto de casos $\delta_1(0) = \delta_2(0) = 0$.

Como última comprobación para este caso sencillo, se estudiarán las probabilidades de transición eléctrica dipolar $\mathcal{B}(E1)$ y cuadrupolar $\mathcal{B}(E2)$. Para el cálculo de estos observables en los distintos casos que se van a tratar puede consultarse el apéndice A. Los cálculos se muestran en la figura 2.3. Para ambas transiciones se presenta el cálculo *exacto* a partir de las funciones del continuo. Los puntos rellenos designan el cálculo haciendo uso de las funciones THO. Se observa que para $N=30$ el acuerdo entre el cálculo THO y el cálculo con las funciones del continuo es excelente, es decir, que el cálculo THO está ya suficientemente convergido para dicho valor de N . Con esta base discreta es posible obtener también una distribución continua en función de la energía relativa ε , usando para ello la ecuación A.7. De esta forma se obtiene una distribución continua o suavizada que, como se observa en la figura 2.3, resulta indistinguible de la solución *exacta*.

Para mostrar la potencia de la transformación a la hora de reducir este valor de N para la convergencia, se muestra también en la figura el cálculo para las funciones HO, que no alcanza la convergencia para este N y su distribución se separa significativamente de la *exacta*. La diferencia entre el cálculo HO y el THO es más acusada en la $\mathcal{B}(E2)$. Esto se debe a que la distribución $B(E\lambda)$ es proporcional a $r^{2\lambda}$ por lo que al aumentar la multipolaridad se explora la función de onda a distancias cada vez más grandes, exigiendo que los pseudoestados reproduzcan las funciones de onda hasta una distancia cada vez mayor.

Este efecto de la transformación en la convergencia se pone de relevancia en las tablas 2.1 y 2.2. En la primera se muestra la evolución de la energía del estado fundamental y de la integral total de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$ frente al tamaño de la base. En la última fila se muestran los valores tomados como exactos. En el caso de las probabilidades de transición se toma el valor dado por la regla de suma (véase apéndice A). Se observa cómo, para valores razonablemente

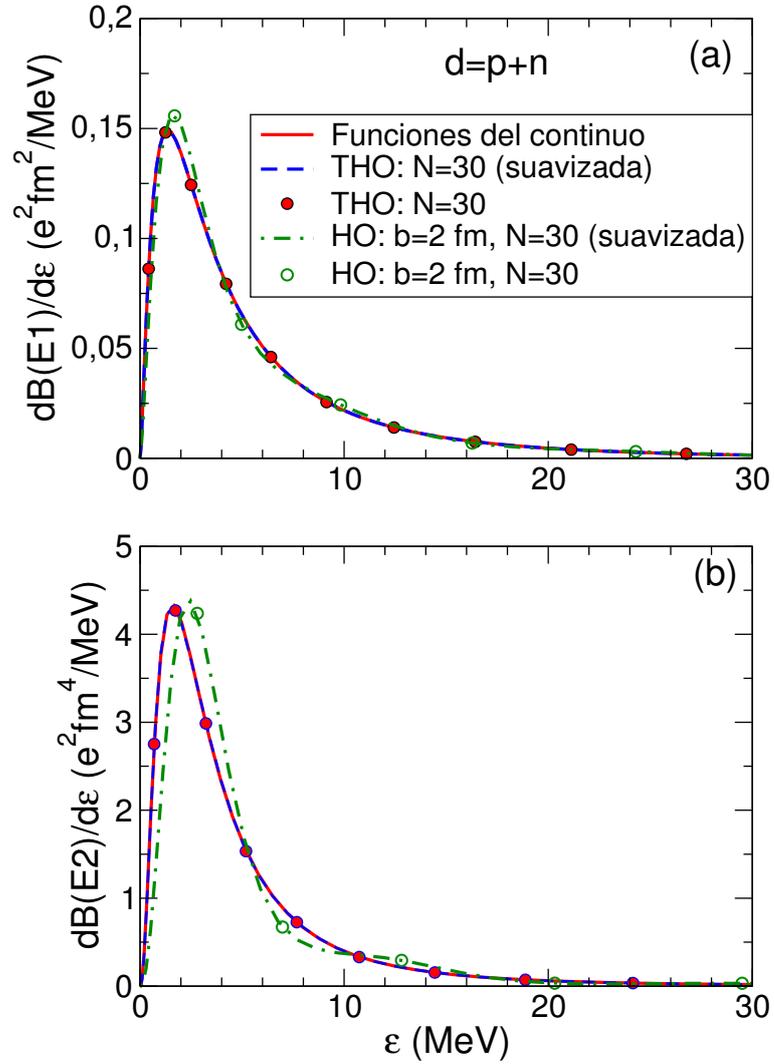


Figura 2.3: Probabilidades de transición eléctrica para el sistema $d = p + n$. En el panel superior se muestra la transición dipolar y en el inferior la cuadrupolar.

Tabla 2.1: Convergencia de la energía del estado fundamental y de los totales de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$ para el caso del deuterón.

N	ε_{gs} (MeV)		Total $\mathcal{B}(E1)$ (e^2fm^2)		Total $\mathcal{B}(E2)$ (e^2fm^4)	
	HO	THO	HO	THO	HO	THO
10	-2,1570	-2,2150	0,81380	0,85286	14,6993	17,9729
20	-2,2201	-2,2245	0,86200	0,87129	19,1257	20,7938
30	-2,2237	-2,2245	0,86926	0,87136	20,2919	20,8297
40	-2,2241	-2,2245	0,87079	0,87136	20,6422	20,8297
50	-2,2242	-2,2245	0,87119	0,87136	20,7591	20,8297
60	-2,2243	-2,2245	0,87130	0,87136	20,8015	20,8297
70	-2,2243	-2,2245	0,87134	0,87136	20,8178	20,8297
Exacto	-2,2245		0,87136		20,8297	

Tabla 2.2: Convergencia de la polarizabilidad y de la $\mathcal{B}(E1)$ total pesada en energía para el caso del deuterón.

N	α (fm^3)		$\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía ($\text{e}^2\text{fm}^2\text{MeV}$)	
	HO	THO	HO	THO
10	0,413988	0,515397	8,605586	8,102094
20	0,557520	0,619350	7,742321	7,442755
30	0,599683	0,620899	7,526588	7,437322
40	0,613204	0,620922	7,466005	7,434683
50	0,617923	0,620931	7,446418	7,433209
60	0,620109	0,620936	7,439133	7,432331
70	0,620395	0,620940	7,435989	7,431757
Exacto	0,620953		7,429937	

pequeños de N , se obtiene una buena convergencia respecto del valor exacto. Si se compara también con los valores obtenidos para la funciones HO queda claro que la transformación mejora notablemente la convergencia.

En la segunda tabla, 2.2, se muestra la polarizabilidad y la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía. Aquí se toma como valor exacto para el primero la polarizabilidad calculada a partir de las funciones del continuo, ya que no existe una regla de suma para este caso como también se explica en el apéndice A. Se observa de nuevo cómo se obtiene una buena convergencia sobre todo en comparación con la base HO.

Por último, es necesario reseñar que a pesar de la sencillez del hamiltoniano utilizado, se obtiene un valor para la polarizabilidad perfectamente consistente con el valor experimental $\alpha_{\text{exp}} = 0,61 \pm 0,04 \text{ fm}^3$ dado en [77].

No obstante, hay que dejar claro que esto es un resultado del hamiltoniano totalmente independiente de la base THO.

2.1.2. Aplicación al núcleo ${}^6\text{He}$ en un modelo de dineutrón

Para continuar añadiendo un grado de complejidad al potencial se aborda ahora un caso que incluye resonancias estrechas. Como ya se ha mencionado, es en el tratamiento de las resonancias donde las bases de pseudoestados muestran todo su potencial debido a la forma natural y sencilla en la que aparecen. Con este objetivo, se discute a continuación el caso del núcleo ${}^6\text{He}$ tratado como un sistema de dos cuerpos, $\alpha + 2n$. Como ya se ha expuesto, el núcleo ${}^6\text{He}$ debería ser tratado en principio como un sistema de tres cuerpos debido a su condición de núcleo borromeo. No obstante, el modelo de dineutrón mejorado [23] proporciona una descripción sencilla de la estructura de este núcleo, en la que se ignora la dinámica del sistema neutrón-neutrón, pero se reproduce de manera aproximada la distancia promedio entre el centro de masas de los dos neutrones y el *core*. En este modelo se describe la interacción entre el dineutrón y la partícula α con un potencial de tipo Woods-Saxon, con radio $R = 1,9$ fm y difusividad $a = 0,39$ fm. Para los estados s , $\ell = 0$, se fija la profundidad del potencial para dar una energía de separación efectiva de 1,6 MeV entre los dos clusters.

Como se explica en [23], el hecho de usar esta energía de separación efectiva en vez de la energía de separación de dos neutrones experimental ($S_{2n} = 0,97$ MeV) proporciona una mejor descripción de la función de onda del estado fundamental con un radio cuadrático medio en mejor acuerdo con la distancia media $\alpha - (nn)$ obtenida en un modelo de tres cuerpos. Para $\ell = 2$, la profundidad del potencial se fija para situar la resonancia 2^+ a una energía de excitación $E_x = 1,8$ MeV. Por último, se toma el mismo potencial de $\ell = 0$ para el caso $\ell = 1$.

Para el estudio del núcleo ${}^6\text{He}$ con este modelo de dineutrón se ha escogido una base THO de $N = 50$ estados. Los parámetros usados para la LST son $b = 1$ fm y $\gamma = 1,89$ fm^{1/2}.

En la figura 2.4 se muestran los desfases para las ondas s , p y d en función de la energía relativa $\alpha - 2n$, ε . Para el caso $\ell = 2$ se ha reducido la escala en energía a $\varepsilon = 0 - 6$ MeV para resaltar la zona de la resonancia. De nuevo se encuentra que el cálculo con las funciones THO y el cálculo con las

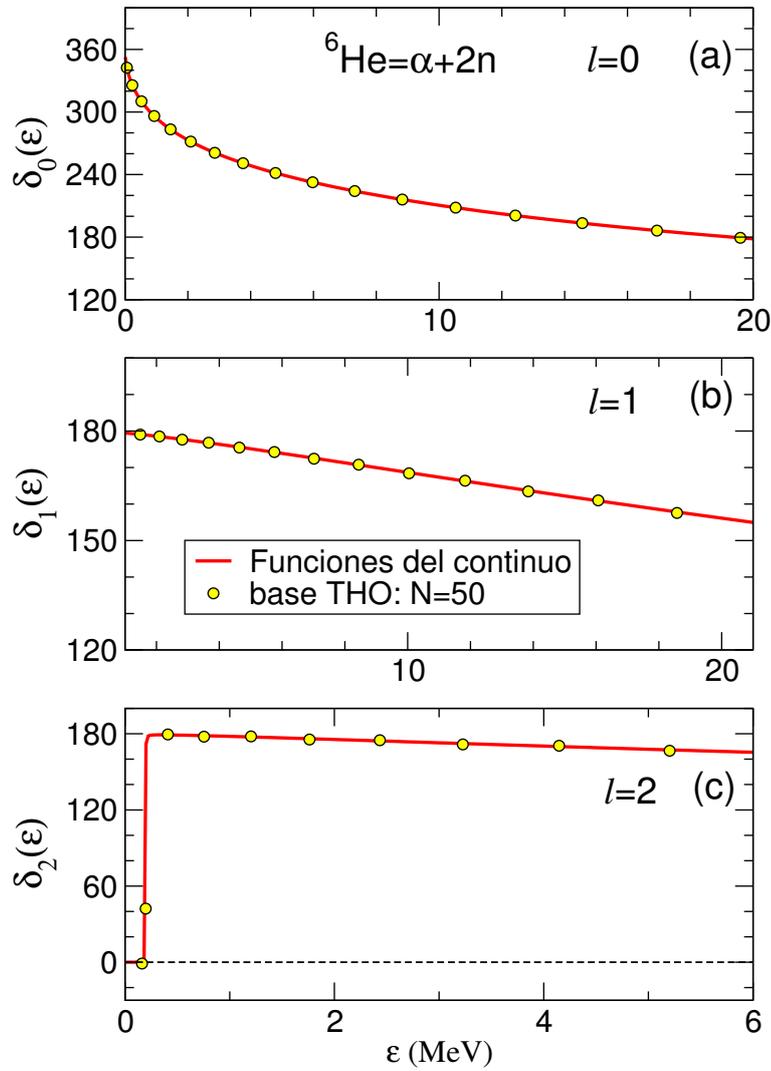


Figura 2.4: Desfasajes para ${}^6\text{He}$ en función de la energía relativa $\alpha - 2n$. Los paneles (a), (b) y (c) se corresponden con los estados del continuo para $\ell = 0, 1$ y 2 respectivamente.

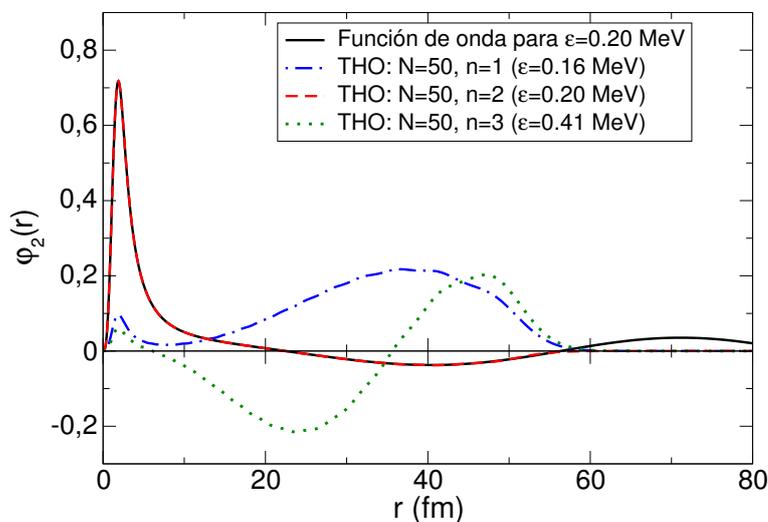


Figura 2.5: Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia del sistema ${}^6\text{He}$ comparada con los tres pseudoestados más cercanos en energía.

funciones del continuo concuerdan perfectamente. Para este caso, las ondas s contienen dos estados ligados, un estado $1S$ prohibido por el principio de Pauli y el estado fundamental $2S$. En consecuencia, el valor del desfase en el umbral es $\delta_0(0) = 2\pi$. Análogamente, en el caso $\ell = 1$ existe un único estado ligado prohibido y el valor que se encuentra en el umbral es π mientras que con $\ell = 2$ no existen estados ligados y comienzan los desfases en cero.

Más interesante resulta el hecho de que en la onda d el desfase cruza abruptamente $\pi/2$ a $\epsilon = 0,20$ MeV, hecho que refleja la presencia de una resonancia 2^+ muy estrecha a dicha energía. Curiosamente, este comportamiento se refleja también en la base THO a pesar de la estrechez de la resonancia. Se observa cómo existe un pseudoestado que aparece exactamente a la energía de la resonancia. Como ya se comentó en la sección 1.3, para bases no muy grandes siempre existe un pseudoestado que juega el papel de la resonancia. En este caso hay un pseudoestado cuyo desfase muestra un salto abrupto con respecto a los valores vecinos, lo cual es característico de un comportamiento resonante.

Para poner este hecho de manifiesto se representa en la figura 2.5 la función de onda para la resonancia junto con los tres pseudoestados más

próximos en energía. En esta gráfica se observa cómo la distribución espacial del pseudoestado a la energía de la resonancia coincide muy bien con la solución *exacta*. Hay que decir que la función de onda del continuo para la resonancia se ha normalizado arbitrariamente para coincidir con el máximo del pseudoestado resonante. Aparte de la normalización, la única diferencia que se encuentra es que llega un punto en que el pseudoestado decae exponencialmente, separándose de la función de onda *exacta*, hecho que se debe también a la condición de estar normalizado a uno y no poder, por lo tanto, extenderse indefinidamente. Para el cálculo de la solución *exacta*, es decir, por integración directa de la ecuación de Schrödinger, se ha hecho uso de las subrutinas correspondientes del programa *fresco* [78] cedidas por el profesor I. J. Thompson.

Al comparar con los otros dos pseudoestados más próximos a la energía de la resonancia se observa que estos tienen un comportamiento muy distinto del pseudoestado resonante. Una característica de las resonancias es que la mayor parte de la norma se concentra en el interior del potencial, hecho que sólo se observa en el pseudoestado resonante y no en los vecinos, donde la probabilidad en el interior es muy baja. Esto lleva a la conclusión de que en este caso las propiedades de la resonancia van a venir muy bien descritas por dicho pseudoestado. Si se aumenta la base, este carácter resonante se reparte entre dos o más pseudoestados próximos. En cualquier caso, una parte fundamental de la estructura del continuo, como es la presencia de resonancias, queda bien descrita por la base de pseudoestados, a excepción del comportamiento asintótico.

En la figura 2.6 se comparan de nuevo las distribuciones en energía de la $\mathcal{B}(E1)$ y la $\mathcal{B}(E2)$, esta vez para el núcleo ${}^6\text{He}$. Tanto en la distribución discreta como en la suavizada se encuentra un buen acuerdo con la distribución exacta. En la tabla 2.3 se muestra la evolución de la energía de ligadura y de los totales de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$. En los tres casos se observa que los valores tienden rápidamente al valor exacto para un número razonablemente pequeño de funciones.

Por último, en la tabla 2.4 se muestra la convergencia de la polarizabilidad y de la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía. En este caso, al utilizar un potencial distinto para cada momento angular se invalida la expresión de la regla de suma para la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía. Debido a esto se ha tomado como valor exacto el resultado de calcular dicho observable con las funciones del continuo

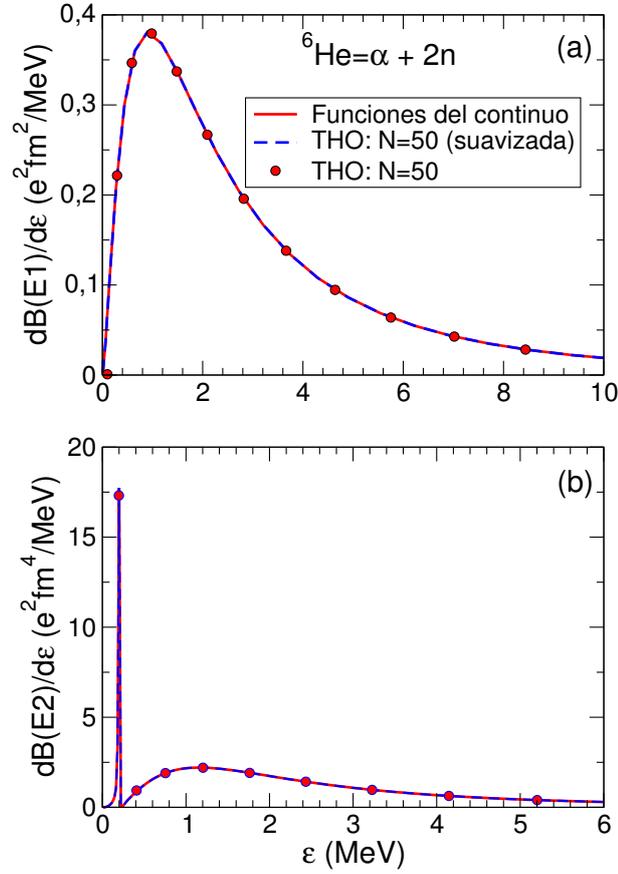


Figura 2.6: Probabilidades de transición eléctrica para el sistema ${}^6\text{He}$. En el panel superior se muestra la transición dipolar y en el inferior la cuadrupolar.

Tabla 2.3: Convergencia de la energía del estado fundamental y de los totales de $\mathcal{B}(E1)$ y $\mathcal{B}(E2)$ para el caso ${}^6\text{He} = \alpha + 2n$.

N	ε_{gs} (MeV)	Total $\mathcal{B}(E1)$ (e^2fm^2)	Total $\mathcal{B}(E2)$ (e^2fm^4)
10	-1,5913	1,3538	8,5524
20	-1,5999	1,3854	9,7471
30	-1,5999	1,3855	9,7471
40	-1,5999	1,3855	9,7471
50	-1,6000	1,3855	9,7471
80	-1,6000	1,3855	9,7471
Exacto	-1.6000	1.3855	9.7471

Tabla 2.4: Convergencia de la polarizabilidad y de la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía para el caso ${}^6\text{He}=\alpha + 2n$.

N	α (fm ³)	Total $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía (e ² fm ² MeV)
20	1,8652	6,5623
30	1,8746	6,5464
40	1,8750	6,5438
50	1,8752	6,5425
60	1,8753	6,5418
70	1,8753	6,5412
120	1,8755	6,5401
Exacto	1,8756	6,5393

integrando hasta un valor suficientemente alto en energía, del mismo modo que se hizo para el valor de la polarizabilidad.

2.1.3. Aplicación al núcleo ${}^{11}\text{Li}$ en un modelo de dineutrón

En este apartado, se aplica el modelo de dineutrón mejorado al caso del núcleo ${}^{11}\text{Li}$. En este caso no existe en la literatura una prescripción para dicho modelo como en el caso del núcleo ${}^6\text{He}$ por lo que será necesario repetir el procedimiento explicado en la subsección 1.1.1, aplicado en su día a ${}^6\text{He}$, partiendo de un modelo de tres cuerpos para el núcleo ${}^{11}\text{Li}$. La función de onda del estado fundamental de ${}^{11}\text{Li}$ como sistema de tres cuerpos ${}^9\text{Li}+n+n$ se obtiene mediante las ecuaciones de Faddeev con los potenciales $n-n$ y ${}^9\text{Li}+n$ de la referencia [79] donde se utilizan gaussianas con un rango $b=2,0$ fm ajustadas para dar un radio cuadrático medio para ${}^{11}\text{Li}$ de 3,2 fm y un contenido en onda p del estado fundamental del 40 %, todo ello una vez ajustada la energía de separación de dos neutrones a 0,30 MeV con un potencial de tres cuerpos. Medidas más recientes de la energía de separación han dado un valor de 0,376 MeV [80], dato que se ha tenido en cuenta a la hora de fijar el potencial de tres cuerpos. Para resolver las ecuaciones de Faddeev se ha hecho uso de una serie de programas facilitados por los profesores D. V. Fedorov, E. Garrido, A. S. Jensen y C. Romero-Redondo

En el modelo de dineutrón, el conjunto de dos neutrones se toma como una partícula de espín cero, es decir, que en un modelo de tres cuerpos en el sistema de Jacobi asociado al *core* se tendría $s_x=0$. En el modelo de tres cuerpos utilizado para el estado fundamental de ${}^{11}\text{Li}$, esto se cumple

en el 80 %. Además, esta configuración dominante tiene $\ell_y=0$, por lo que un modelo con un dineutrón orbitando en onda s reproduciría bastante bien a priori el estado fundamental en lo que a la coordenada (nn) -*core* se refiere. Por lo tanto, el estado fundamental del dineutrón será una onda NS_0 . Para obtener el número de nodos, N , es necesario estudiar cómo afecta el principio de exclusión de Pauli al dineutrón teniendo en cuenta que habrá niveles ocupados por el resto de neutrones. Para ello, se sigue el criterio de Wildermuth. Los seis neutrones del *core* de ${}^9\text{Li}$ ocupan por completo los niveles $1s_{1/2}$ y $1p_{3/2}$. Por lo tanto, los neutrones del halo, en un modelo de oscilador armónico, ocuparían el siguiente nivel $1p_{1/2}$. En dicho modelo de oscilador armónico un neutrón tendría como energía: $(2(n-1)+\ell)\hbar\omega = 1\hbar\omega$. Como hay dos neutrones el resultado daría un total de $2\hbar\omega$. Por su parte, el dineutrón tendrá una configuración ν, λ para el movimiento relativo entre los dos neutrones y una configuración N, L para el movimiento orbital con respecto al *core*, de forma que den como resultado la misma energía. Se tendría:

$$[2(N-1) + L + 2(\nu-1) + \lambda]\hbar\omega = 2\hbar\omega,$$

donde $\nu = 1$ y $\lambda = 0$, ya que en el sistema de Jacobi asociado al *core* los neutrones del halo forman una onda s en su nivel más bajo de energía. Para la parte orbital queda $L = 0$ que corresponde a la configuración dominante del estado fundamental de ${}^{11}\text{Li}$, también onda s . Con esto se obtiene $N = 2$ de forma que el dineutrón orbita en torno al *core* ${}^9\text{Li}$ en una onda $2S_0$.

Ya sólo queda, como se explicó en la subsección 1.1.1, obtener la distribución de probabilidad en el sistema de Jacobi empleado frente a la coordenada y , que en este caso coincide con la distancia (nn) -*core*, y ajustar la función de onda del dineutrón para reproducir el comportamiento de la función de onda de tres cuerpos lo mejor posible, al menos su parte asintótica. De aquí se obtendría el potencial dineutrón- ${}^9\text{Li}$ y la energía de separación efectiva $\varepsilon_{2n-{}^9\text{Li}}$. Esto es lo que se muestra en la figura 2.7 donde se observa cómo el modelo de dineutrón convencional, tomando $\varepsilon_{2n-{}^9\text{Li}} = \varepsilon_b$, da una mayor probabilidad en la región $y \rightarrow \infty$. El cero de probabilidad surge de la aplicación del Principio de Pauli que fuerza a la función de onda a tener un cero ($N = 2$). El potencial propuesto es de tipo Woods-Saxon cuya geometría se ajusta para que la distribución del modelo de dineutrón coincida con la de tres cuerpos en la región asintótica. La energía $\varepsilon_{2n-{}^9\text{Li}}$ ajustaría la

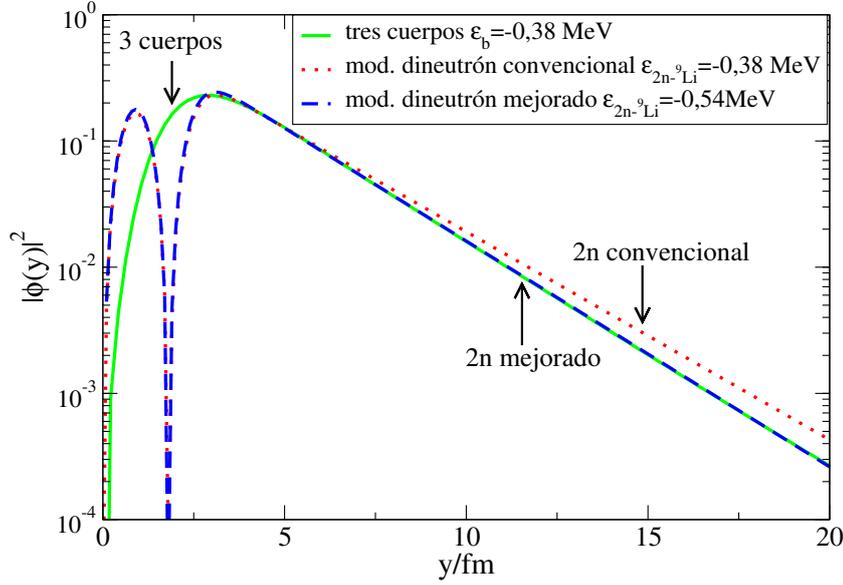


Figura 2.7: Distribución de probabilidad del estado fundamental de ${}^{11}\text{Li}$ en el sistema de Jacobi asociado al *core* frente a la distancia (nn)-*core*, en este caso coordenada y , calculada tanto para el sistema de tres cuerpos como para los modelos de dineutrón convencional (tomando como energía de ligadura $2n-{}^9\text{Li}$ la energía de tres cuerpos) y mejorado (ajustada para reproducir el comportamiento asintótico de la función de onda de tres cuerpos).

pendiente de la recta que forma esta probabilidad en escala semilogarítmica y la geometría del potencial ajustaría la ordenada en el origen de dicha recta. En definitiva, se obtiene que el potencial de interacción dineutrón- ${}^9\text{Li}$, $V(y)$, queda:

$$V(y) = -\frac{V}{1 + e^{\frac{y-r_0 A^{1/3}}{a}}}; \quad V = 39,03 \text{ MeV}, \quad r_0 = 1,30 \text{ fm}, \quad a = 0,30 \text{ fm}; \quad (2.8)$$

siendo $A=9$, ya que sería el número másico del *core* ${}^9\text{Li}$.

Para comprobar la bondad de esta mejora en el modelo es posible calcular, por ejemplo, la distancia cuadrática media $2n-{}^9\text{Li}$. En el modelo de tres cuerpos utilizado, dicha distancia resulta $\langle r_{2n-c}^2 \rangle^{1/2} = 5,09$ fm, mientras que en el modelo de dineutrón convencional sería de 5,79 fm. Por contra, en

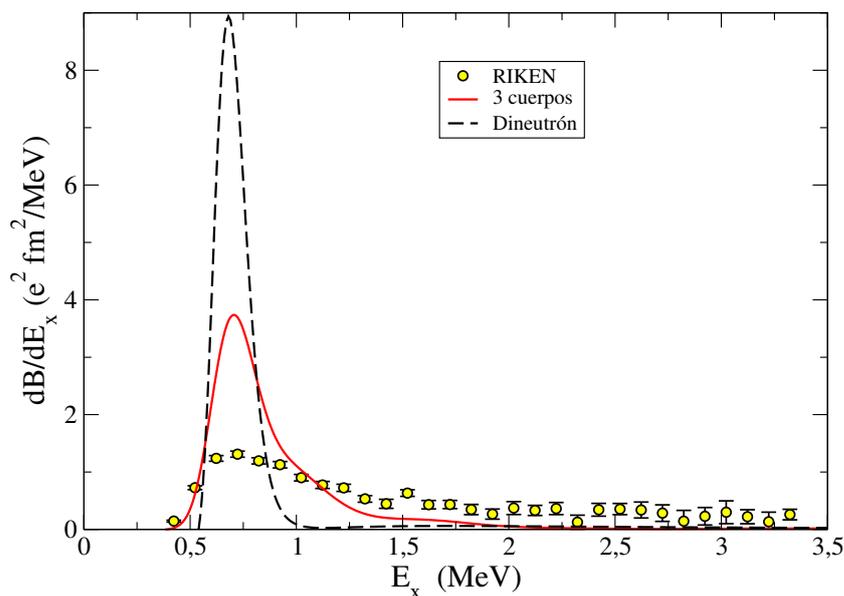


Figura 2.8: Distribución de la probabilidad de transición dipolar $\mathcal{B}(E1)$ frente a la energía para ^{11}Li calculada tanto para el modelo de dineutrón mejorado como para un modelo de tres cuerpos (véase texto). Los círculos son los datos experimentales recogidos en [19].

el modelo de dineutrón mejorado se obtiene 5,08 fm, en muy buen acuerdo con el modelo de tres cuerpos. Sin embargo, este valor tan próximo era de prever teniendo en cuenta que se ha ajustado la probabilidad precisamente en el rango que el observable pone de relieve.

Por otro lado, los modelos de tres cuerpos predicen una resonancia dipolar 1^- a baja energía [81, 82], resonancia que no aparece si se aplica la misma profundidad de potencial a las ondas p en el modelo de dineutrón mejorado. Ya en el ^6He se reajustó el potencial, en este caso en la onda d , para reproducir su primera resonancia 2^+ a la energía correcta. Consecuentemente, se aumenta la profundidad para las ondas p a $V_{\ell=1} = 63,9$ MeV para obtener una resonancia 1^- a una energía de excitación $E_x = 0,69$ MeV. El valor concreto de energía se toma de acuerdo al análisis de los datos preliminares de la reacción $^{11}\text{Li} + ^{208}\text{Pb}$ a energías en torno a la barrera de la colaboración E1104 comparando con los cálculos CDCC de cuatro cuerpos para dicha reacción por la profesora M. Rodríguez-Gallardo (véase la subsección 3.1.2).

Dicha resonancia es accesible a través de la excitación dipolar eléctrica y, por ello, concentra la mayor parte de la correspondiente probabilidad de excitación $\mathcal{B}(E1)$. En la figura 2.8 se muestra la distribución en energía de la probabilidad de excitación dipolar obtenida para el modelo de dineutrón, para un modelo de tres cuerpos y la obtenida experimentalmente en RIKEN [19]. Las dos distribuciones teóricas han sido convolucionadas teniendo en cuenta la resolución experimental [19] para su correcta comparación con los datos. Se observa cómo la presencia de la resonancia concentra toda la $\mathcal{B}(E1)$, dando un máximo mucho mayor que la distribución experimental a pesar de que la integral de $\mathcal{B}(E1)$ es prácticamente la misma. Dicho valor está ligado a los valores de la distancia $\langle r_{2n-c}^2 \rangle^{1/2}$ expuestos anteriormente a través de la regla de suma, como se puede ver en el apéndice A. De la distribución experimental se obtiene $\langle r_{2n-c}^2 \rangle^{1/2} = 5,01 \pm 0,32$ fm, muy próximo al valor que da el modelo de dineutrón mejorado. El modelo de tres cuerpos da un pico menos pronunciado y más extenso. Esto era de esperar al tener en cuenta que el caso de tres cuerpos existen varios canales no resonantes entre los que se reparte la probabilidad, restándosela a la resonancia. En este sentido la inclusión de la deformación del *core* podría también contribuir a una mayor extensión. El modelo de tres cuerpos empleado para la obtención de la $\mathcal{B}(E1)$ ha sido desarrollado por M. Rodríguez-Gallardo a partir de la referencia [83] reajustando los potenciales de tres cuerpos para fijar los valores de energía del estado fundamental y de la resonancia.

En cuanto a los parámetros de la LST, para obtener la función del estado fundamental y la distribución de $\mathcal{B}(E1)$ se ha tomado $\gamma = 1,06$ fm^{1/2} y $b = 0,8$ fm. Con $N = 25$ funciones de oscilador es posible obtener una $\mathcal{B}(E1)$ completamente convergida con estos parámetros.

2.1.4. Aplicación al núcleo ¹¹Be

Por último, se trata a continuación otro núcleo halo, ¹¹Be, como sistema de dos cuerpos ¹⁰Be+n. Para describir la interacción entre el neutrón del halo y el *core* se toma el potencial publicado en [84]. Dicho potencial viene dado por una parte central y una parte espín-órbita que se construyen a partir de la misma forma Woods Saxon, concretamente con radio reducido $r = 1,25$ fm y difusividad $a = 0,67$ fm. Para la profundidad de ambos potenciales se toman valores distintos dependiendo de la paridad, $V_c = -56,41$ MeV y

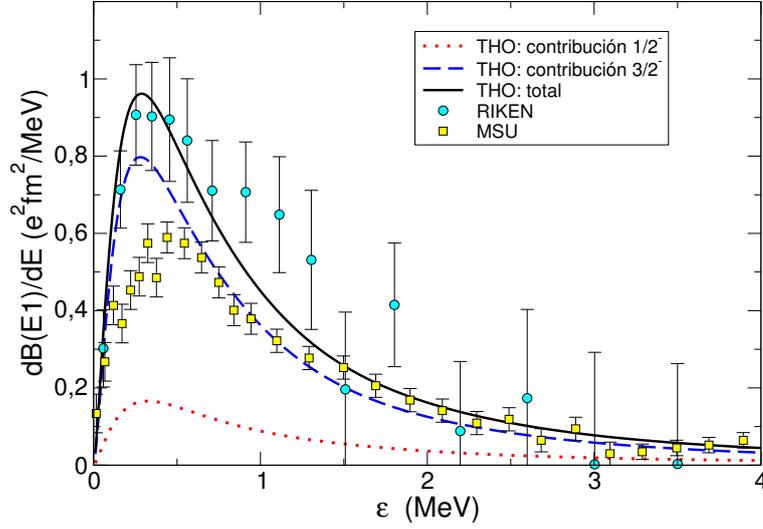


Figura 2.9: Probabilidad de transición dipolar eléctrica ($\mathcal{B}(E1)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO, a comparar con los datos experimentales obtenidos en RIKEN [85] y MSU [86]. Para el cálculo se ha utilizado una base THO con $N=30$, valor para el cual el cálculo está completamente convergido y resulta indistinguible de la distribución obtenida a partir de las funciones *exactas* del continuo.

$V_{so} = 5,38$ MeV para los estados de paridad positiva y $V_c = -42,50$ MeV y $V_{so} = 11,95$ MeV para los de paridad negativa.

Con dichos valores se logra reproducir las energías del estado fundamental $1/2^+$, del primer estado excitado $1/2^-$, y de la primera resonancia $5/2_1^+$ suponiendo configuraciones $2s_{1/2}$, $1p_{1/2}$ y $1d_{5/2}$ respectivamente. Nótese que es el primer caso de los aquí tratados en el que se incluye la interacción espín-órbita. Para generar la base THO se obtiene un parámetro $b = 2,4$ fm para este potencial y se ajusta $\gamma = 3,6$ fm $^{1/2}$. Con este valor de γ se espera cubrir un amplio rango del continuo del núcleo ^{11}Be , de aproximadamente hasta 30 MeV.

En la figura 2.9 se muestra la probabilidad de transición dipolar eléctrica, $\mathcal{B}(E1)$, obtenida para dicho potencial. Al incluir el espín es posible conectar a través de este operador el estado fundamental $1/2^+$ con los estados $1/2^-$ y $3/2^-$. Ambas contribuciones han de sumarse de forma incoherente, para lo cual es conveniente suavizar la distribución discreta para obtener una dis-

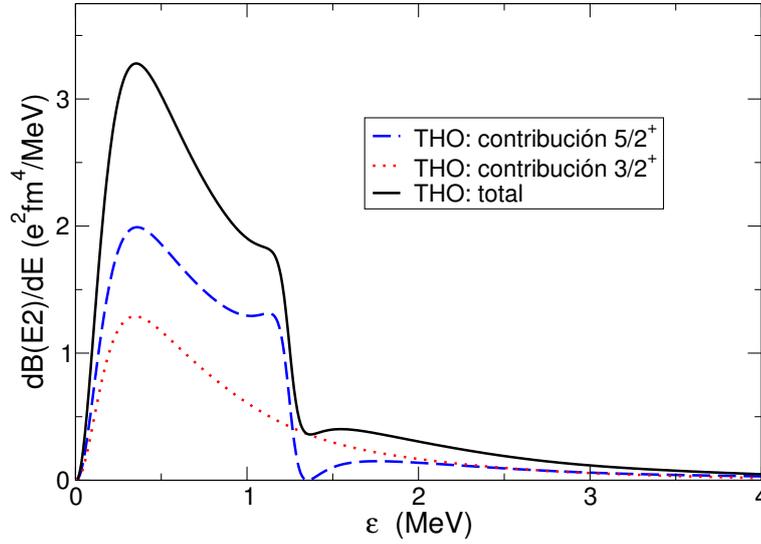


Figura 2.10: Probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica ($\mathcal{B}(E2)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO con $N=35$ funciones de oscilador.

tribución continua, ya que los pseudoestados para ambas componentes, por regla general, no coincidirán en energía y no pueden sumarse para calcular la contribución total. En la figura se incluyen además dos distribuciones obtenidas experimentalmente en los aceleradores de RIKEN [85] y MSU [86]. El cálculo queda entre ambas distribuciones, si bien esto dependerá de la elección del potencial y no del uso de la base THO. Por otro lado, la coincidencia en la forma indica que el modelo empleado, a pesar de considerar el *core* inerte, resulta realista para una buena parte del continuo del núcleo ^{11}Be .

En la figura 2.10 se muestra la probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica, $\mathcal{B}(E2)$. De nuevo existen dos contribuciones, en concreto de los estados $3/2^+$ y $5/2^+$. En este caso cabe esperar una desviación de la distribución experimental, ya que el primer estado excitado del *core* $^{10}\text{Be}(2^+)$ puede excitarse a través del operador $E2$. Desafortunadamente, no existe en la literatura ninguna distribución con la que comparar este resultado.

Por último, es preciso puntualizar que en ambos casos no se ha incluido el cálculo a partir de las funciones *exactas* del continuo ya que dicha distribución resulta indistinguible de la THO para el número de funciones

empleado en cada caso.

2.2. Extensión de la base THO a sistemas con excitación del *core*

A continuación, se va a generalizar la base THO al caso en el que se incluyen excitaciones del *core* en el modelo de acoplamiento débil. Para ello, es necesario retomar la discusión a partir de la ecuación (1.7), correspondiente a la función de onda incluyendo varios estados posibles del *core*:

$$\Psi_{\varepsilon; JM}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{\alpha} R_{\varepsilon, \alpha}(r) \left[\mathcal{Y}_{\ell s j}(\hat{r}) \otimes \phi_I(\vec{\xi}) \right]_{JM}, \quad (2.9)$$

siendo α el conjunto de números cuánticos $\{l, s, j, I\}$ compatibles con el momento angular total J que suele recibir el nombre de configuración o canal. Atendiendo a esta ecuación, es necesario generar un conjunto de funciones THO para cada configuración α que quedaría de la forma:

$$\Phi_{n, JM}^{\alpha}(\vec{r}, \vec{\xi}) = R_{n, \alpha}^{THO}(r) \left[\mathcal{Y}_{\ell s j}(\hat{r}) \otimes \phi_I(\vec{\xi}) \right]_{JM}. \quad (2.10)$$

Partiendo de las funciones THO así definidas se han considerado dos métodos para la obtención de los pseudoestados. La opción más directa consiste en diagonalizar directamente el hamiltoniano completo a partir de las funciones dadas por (2.10). Por otro lado, es posible diagonalizar primero la parte monoparticular, h_{val} , para luego utilizar las autofunciones del hamiltoniano de valencia para diagonalizar el hamiltoniano completo. A continuación se detallan ambas opciones.

Diagonalización directa del hamiltoniano completo.

Con esta nueva base se diagonaliza el hamiltoniano completo (véase ecuación (1.3)) truncando en un cierto número de funciones N en cada canal. Si se toma el mismo número de funciones para todos los canales, la solución final para la base truncada queda:

$$\Psi_{i, JM}^{(N)}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{n=1}^N \sum_{\alpha} c_{n, \alpha, J}^i \Phi_{n, JM}^{\alpha}(\vec{r}, \vec{\xi}), \quad (2.11)$$

donde el índice i designa a cada pseudoestado ordenado según su autoenergía correspondiente ε_i . De nuevo, al igual que en el caso sin excitación, se obtendrían tantos pseudoestados con $\varepsilon_i < 0$ como estados ligados haya para dicho J y el resto, hasta N , tendrían una energía positiva y suponen una representación discreta del continuo del núcleo estudiado.

Gracias a la ortogonalidad de la base entre los distintos canales, es posible seleccionar tanto un número N como una LST distintos para cada configuración de valencia o para cada canal. En el caso de cambiar la LST, la parte angular garantizaría dicha ortonormalidad. En este estudio, por simplicidad, se ha utilizado la misma LST para todos los canales.

Diagonalización en dos pasos.

La otra alternativa que se ha contemplado, en este caso más justificada, se fundamenta en la propia aproximación de acoplamiento débil. El comportamiento y, por ende, la forma radial de cada configuración, dentro de la función de onda final, debe ser similar al de la correspondiente solución de partícula independiente, es decir, las soluciones del hamiltoniano anulando la parte de acoplamiento h_{coup} . Dichas soluciones se pueden obtener, por tanto, diagonalizando el resto del hamiltoniano, h_{val} , con la base THO tradicional expuesta en la subsección 1.3.1. Con estos ingredientes la solución de partícula independiente quedaría:

$$\Phi_{n',jm}^{SP,\alpha}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^N a_{n,\ell}^{n'} R_{n,\ell}^{THO}(r) \mathcal{Y}_{\ell s j m}(\hat{r}). \quad (2.12)$$

La ventaja reside en que la función de onda final será más parecida a las soluciones de partícula independiente $\Phi_{n',jm}^{SP}$, debidamente acopladas al estado del *core* correspondiente, que a las funciones THO. Gracias a esto, es posible reducir el número de funciones con las que se diagonaliza el hamiltoniano completo, de forma que la solución final queda:

$$\Psi_{i,JM}^{(N,N')}(\vec{r}, \vec{\xi}) = \sum_{n'=1}^{N'} \sum_{\alpha} c_{n',\alpha,J}^i \left[\Phi_{n',j}^{SP,\alpha}(\vec{r}) \otimes \phi_I(\vec{\xi}) \right]_{JM}, \quad (2.13)$$

donde cabe esperar que N' sea sensiblemente inferior a N justificando así el hecho de diagonalizar dos veces. Sin embargo, en los casos estudiados, no se ha encontrado una mejora notable en la convergencia a través de este método,

usándose por regla general la diagonalización directa.

* * *

En cualquiera de estos métodos se puede generalizar la expresión (2.2) sumando las densidades para cada canal entrante:

$$\rho(k) = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha}^{n_{\alpha}} \langle k_{\alpha} J | \Psi_{i,J}^{(N)} \rangle, \quad (2.14)$$

siendo $|k_{\alpha} J\rangle$ la función de onda *exacta* del continuo para un canal entrante α . Es necesario tener en cuenta que ahora cada canal entrante tiene una energía umbral distinta, por lo que cada k_{α} difiere de k donde se toma como umbral el más bajo en energía, correspondiente al *core* en su estado fundamental.

Con esta definición de la densidad, su integral respecto del momento para un mismo número total de funciones N y un número n_{α} de canales queda:

$$\int_0^{\infty} \rho(k) dk = N n_{\alpha}, \quad (2.15)$$

ya que la integral en cada canal daría el número de funciones que se toman para dicho canal. Teniendo en cuenta esto, resulta fácil conocer el resultado y comprobar la relación anterior para aquellos casos en los que se tome un número distinto de funciones en cada canal o se utilicen las soluciones de partícula independiente.

2.3. Excitación del *core* a partir de las densidades de transición

Hasta ahora, para definir un potencial que represente la interacción entre la partícula de valencia y el *core* se ha recurrido a ajustar los parámetros de una determinada forma geométrica, por ejemplo, Woods Saxon o Poeschl-Teller, para que reproduzca las energías o la extensión radial de algunos estados bien conocidos del sistema estudiado. Como ya se comentó en la subsección 1.2.1 para el uso del modelo óptico en reacciones, aquí también es posible definir un potencial de una forma más microscópica convolucionando una interacción efectiva nucleón-nucleón v_{nn} con la densidad de materia del *core*, ρ . De acuerdo con [38], el potencial entre el nucleón de valencia y el

core quedaría:

$$V_{vc}(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}') v_{nn}(\vec{r} - \vec{r}') d\vec{r}'. \quad (2.16)$$

En los casos en los que no se considere la posibilidad de excitar el *core*, se toma únicamente la densidad central para el *core*, es decir, $\rho(\vec{r}') = \rho(r')$ y se pierde la dependencia angular en el potencial resultante $V_{vc}(r)$. Las densidades centrales de protones y neutrones vendrían normalizadas, respectivamente, de la forma:

$$\int \rho_p(r') d\vec{r}' = Z, \quad (2.17)$$

$$\int \rho_n(r') d\vec{r}' = N. \quad (2.18)$$

Si, por el contrario, se incluyen las excitaciones del *core*, ρ dependerá del conjunto de coordenadas intrínsecas del *core*. Para obtener los distintos potenciales de transición tal y como se definieron en (1.10) hay que desarrollar la densidad en los distintos armónicos esféricos:

$$\rho(\vec{r}', \xi) = \sum_{\lambda\mu} \rho_{\lambda\mu}(r', \xi) Y_{\lambda\mu}(\hat{r}'). \quad (2.19)$$

Por su parte, de la interacción nucleón-nucleón se va a considerar tan sólo la parte central ($\lambda = 0$). Asimismo, no se considerarán contribuciones de espín, quedando tan sólo la contribución para $S = 0$. Por el contrario, al tratarse de núcleos exóticos existirán importantes diferencias entre las densidades de protones y neutrones. Para tener en cuenta estas diferencias se mantiene el término de isoespín, por lo que la interacción considerada quedaría:

$$v_{nn}^{\lambda=0}(\vec{r} - \vec{r}') = v_{00}(\vec{r} - \vec{r}') + v_{01}(\vec{r} - \vec{r}') \vec{\tau}' \cdot \vec{\tau}, \quad (2.20)$$

siendo τ el operador de isoespín. Atendiendo a la dependencia con el isoespín suele denominarse parte isoescalar de la interacción al término v_{00} y parte isovectorial a v_{01} .

Teniendo en cuenta que, en los casos que se van a considerar, la partícula de valencia es un neutrón, el potencial resultante queda en función de las

densidades de neutrones y protones del *core* de la forma [87]:

$$\begin{aligned} \langle I || V_\lambda(r, \vec{\xi}) || I' \rangle &= \int dr' \left\{ \left[\langle I || \rho_\lambda^{(n)}(r', \xi) || I' \rangle + \langle I || \rho_\lambda^{(p)}(r', \xi) || I' \rangle \right] v_{00}(|\vec{r} - \vec{r}'|) \right. \\ &+ \left. \left[\langle I || \rho_\lambda^{(n)}(r', \xi) || I' \rangle - \langle I || \rho_\lambda^{(p)}(r', \xi) || I' \rangle \right] v_{01}(|\vec{r} - \vec{r}'|) \right\}, \quad (2.21) \end{aligned}$$

con lo que ya se dispondría de todos los ingredientes necesarios para resolver el sistema de dos cuerpos incluyendo las excitaciones del *core* a partir de sus densidades de transición.

En este desarrollo, suelen denotarse las distintas densidades de transición de la forma:

$$\rho_\lambda(I \rightarrow I') = \langle I' || \rho_\lambda || I \rangle, \quad (2.22)$$

donde las densidades con multipolaridad $\lambda = 0$ o centrales para los distintos estados del *core* vendrían normalizadas de la forma:

$$\begin{aligned} \int \rho_0^p(I \rightarrow I) Y_{00}(\hat{r}') d\vec{r}' &= Z, \\ \int \rho_0^n(I \rightarrow I) Y_{00}(\hat{r}') d\vec{r}' &= N. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Por su parte, las densidades de transición de protones, $\lambda \neq 0$, están relacionadas con las distintas probabilidades de transición eléctricas:

$$\mathcal{B}(E\lambda, I \rightarrow I') = \frac{2I' + 1}{2I + 1} e^2 \left| \int \rho_\lambda^p(I \rightarrow I') r^{\lambda+2} dr \right|^2. \quad (2.24)$$

Por último, puntualizar que, así definidas, las densidades de transición no son simétricas de acuerdo con el criterio utilizado para la definición de los elementos de matriz reducidos (1.11). No obstante, se cumple:

$$\sqrt{2I + 1} \rho_\lambda(I \rightarrow I') = \sqrt{2I' + 1} \rho_\lambda(I' \rightarrow I). \quad (2.25)$$

2.4. Sistemas de dos cuerpos con excitación del *core*

2.4.1. Aplicación al núcleo ^{11}Be

Para ilustrar el formalismo expuesto en la subsección 1.1.2 y la generalización de la base THO de la sección 2.2, se considera a continuación el núcleo ^{11}Be . Como también se ha expuesto en la subsección 2.1.4, los estados ligados pueden describirse en un modelo simple de dos cuerpos compuesto por el neutrón que conforma el halo orbitando en torno al ^{10}Be como *core* inerte. Una buena parte de los estados excitados del continuo, como por ejemplo la resonancia $5/2^+$, también se describen bien en este modelo. Como consecuencia de la buena descripción que ofrece, el modelo simple de dos cuerpos ha sido la aproximación al núcleo ^{11}Be más utilizada para explicar tanto la estructura como las reacciones que involucran a este núcleo [88, 89].

Sin embargo, existen numerosas evidencias tanto teóricas como experimentales que indican que los estados del continuo de baja energía del ^{11}Be contienen una importante contribución proveniente de los estados excitados del *core* [56, 90–92]. Esta mezcla entre un comportamiento básicamente de *core* inerte y estados en el continuo de baja energía con una contribución importante de excitaciones del *core* convierte al núcleo ^{11}Be en prueba ideal para el modelo expuesto.

En los cálculos presentados a continuación se comienza primero por utilizar el modelo de partícula-rotor, usando para ello el potencial fenomenológico propuesto en [58] (modelo Be12-b) que consiste en un potencial Woods-Saxon para la parte central con una geometría fija ($R = 2,483$ fm, $a = 0,65$ fm) y una profundidad dependiente de la paridad ($V_c = -54,24$ MeV para los estados de paridad positiva y $V_c = -49,67$ MeV para los estados de paridad negativa). El potencial incluye también una parte espín-órbita, cuya dependencia radial viene dada por la derivada de la forma de Woods-Saxon con la misma geometría que la parte central y profundidad $V_{so} = 8,5$ MeV. Para el *core* ^{10}Be , este modelo supone una deformación cuadrupolar con $\beta_2=0.67$. El cálculo incluye sólo el estado fundamental (0^+) y el primer estado excitado (2^+ , $E_x = 3,368$ MeV) de ^{10}Be . Para el momento angular entre la partícula de valencia y el *core* se incluyen todas las configuraciones posibles con $\ell \leq 3$.

Para generar la base THO se han utilizado los parámetros $b = 1,6$ fm y

$\gamma = 1,84 \text{ fm}^{1/2}$. En este caso, el factor γ/b determina un momento efectivo k_{eff} compatible con una buena descripción del continuo hasta una energía máxima de 10 MeV, considerada suficiente para los cálculos que se llevarán a cabo.

Una vez se fijan los parámetros de la LST, queda por definir el número de funciones de oscilador que se incluyen. A continuación se va a estudiar la convergencia de distintos observables por lo que el valor del número de funciones de oscilador N va a ir variando dependiendo del caso. Es necesario recordar que el número total de funciones no es N realmente sino que va multiplicado por el número de canales n_α . No obstante, el número de canales dependerá del valor de J del estado considerado y es común para cualquier método. Por ejemplo, los estados $1/2^+$, con las limitaciones en ℓ y estados del *core* que se han propuesto, tendrán tres canales, mientras que los $3/2^-$ incluyen cinco canales, así que tratar los estados $3/2^-$ será un problema más exigente tanto para nuestro método como para cualquier otro. Debido a esto, el valor de N es una medida más realista de la bondad de nuestro modelo, además de que permite una comparación más directa con el caso sin excitaciones del *core* o entre observables que comprometan estados distintos. Se puede entender como una medida intensiva de la complejidad del cálculo que no crece conforme se aumenta el espacio de Hilbert al tener más configuraciones. Por todo esto, se hará referencia en todo momento a N como medida del tamaño de la base, necesario para la convergencia.

Dentro del espacio modelo que se ha considerado ($I = 0, 2, \ell \leq 3$), existen $n_\alpha = 3$ canales capaces de contribuir al estado fundamental: $|^{10}\text{Be}(0^+) \otimes s_{1/2}\rangle$, $|^{10}\text{Be}(2^+) \otimes d_{3/2}\rangle$ y $|^{10}\text{Be}(2^+) \otimes d_{5/2}\rangle$. El peso de cada componente, que se toma como factor espectroscópico, puede calcularse a partir de los coeficientes de la ecuación (2.11) siendo en este caso 0,86, 0,02 y 0,12 para las componentes $s_{1/2}$, $d_{3/2}$ y $d_{5/2}$ respectivamente. En la figura 2.11(a) se muestra la parte radial de la función de onda para el estado fundamental, obtenida diagonalizando el hamiltoniano con $N=15$ funciones de oscilador en cada componente. En la figura se incluye para su comparación la solución *exacta* obtenida por integración directa de la ecuación de Schrödinger. De nuevo, se ha hecho uso de la subrutina creada con este propósito dentro del programa *fresco* [78]. Se puede ver que ambos métodos dan prácticamente idénticos resultados. Se comprueba también que la componente $|^{10}\text{Be}(0^+) \otimes s_{1/2}\rangle$ es la dominante como cabía esperar, suponiendo un 86 % de la norma

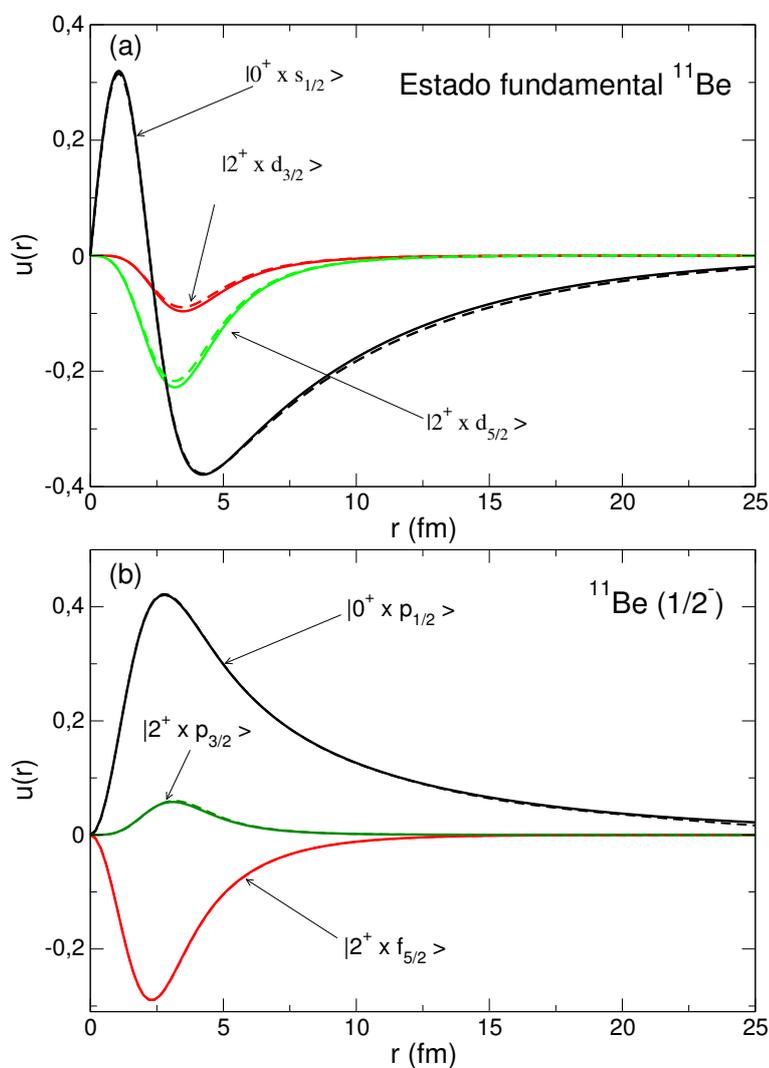


Figura 2.11: Parte radial de la función de onda del estado fundamental, panel superior, y del estado excitado $1/2^-$, panel inferior, del núcleo ^{11}Be obtenida tanto por integración directa de la ecuación de Schrödinger (líneas continuas) como por diagonalización con una base THO de $N=15$ estados (líneas discontinuas).

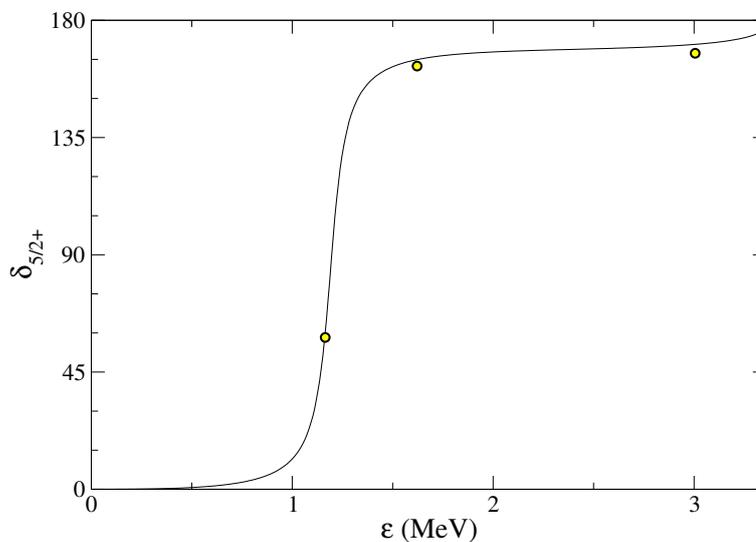


Figura 2.12: Desfasajes para el continuo $5/2^+$ de ^{11}Be por debajo del umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ en función de la energía relativa $^{10}\text{Be}(0^+)-n$.

total. Esta componente exhibe un nodo, debido a la presencia de un estado prohibido de Pauli (proveniente del orbital $1s_{1/2}$ en la base esférica).

El hamiltoniano tratado reproduce también la posición del estado ligado $1/2^-$ a la energía de excitación $E_x = 320$ keV. Esta energía de separación se reproduce con una base relativamente pequeña ($N=15$ estados) y las componentes radiales coinciden perfectamente con las obtenidas a partir de la integración directa como se puede observar en la figura 2.11(b).

Un problema más complejo es la búsqueda y descripción de resonancias en una base de pseudoestados. Si no se contempla la excitación del *core* se ha mostrado en el apartado 2.1.2 cómo el cálculo de los desfasajes muestra la posición de la resonancia. Para aplicar la fórmula de Hazi y Taylor (2.5) es necesario conocer cuál es el canal entrante. En el caso de excitación del *core* dicha información se pierde aparentemente en la diagonalización. Debido a esto, sólo se puede aplicar esta fórmula en la región en energía entre el primer y el segundo umbral, en este caso $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ donde el único canal entrante abierto es $^{10}\text{Be}(0^+)+n$, el único energéticamente accesible. En la figura 2.12 se observa cómo la relación se sigue cumpliendo y existe un pseudoestado cuya fase marca la resonancia. Para encontrar el desfasaje para energías

por encima del umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ es posible recuperar esta información resolviendo la ecuación de Lippmann-Schwinger en la base de pseudoestados para así obtener los desfases [93].

En cualquier caso, no es necesario calcular los desfases para localizar la resonancia. La forma más sencilla es hacer uso del método de estabilización expuesto en la sección 1.3 estudiando la evolución de las autoenergías en función de los parámetros de la base, en este caso N y γ . De esta forma se encuentran para el hamiltoniano utilizado tres resonancias en la zona de baja energía, concretamente a $\varepsilon = 1,2$ MeV ($5/2^+$), $2,7$ MeV ($3/2^-$) y $3,2$ MeV ($3/2^+$). En la figura 2.13 se muestran los resultados para la resonancia $5/2^+$. En el panel superior se ha dibujado la secuencia de energías positivas frente a la variación en el parámetro continuo γ de la LST para un valor fijo del número de funciones ($N=10$). En el panel inferior, se fija el valor de γ a $1,84 \text{ fm}^{1/2}$ para estudiar su evolución con un parámetro discreto como es el tamaño de la base. En la misma gráfica se ha incluido la energía de la resonancia obtenida a partir del cálculo de los desfases (línea discontinua). Se observa que tanto para γ como para N dicha energía coincide perfectamente con la energía de estabilización, es decir, con el punto de inflexión.

Para terminar de comprobar que el método de estabilización sigue siendo válido en nuestro modelo al incluir las excitaciones del *core*, es necesario ver si los pseudoestados correspondientes a puntos de inflexión o energías estabilizadas reproducen debidamente la función de onda de la resonancia. Para ello se compara en la figura 2.14 uno de estos pseudoestados, concretamente para $N=10$ y $\gamma = 1,84 \text{ fm}^{1/2}$, frente al resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger. Igual que para la figura 2.5, se normaliza arbitrariamente la función de onda para hacer coincidir los máximos de las dos funciones de onda. Al igual que para los dos estados ligados, se encuentra un gran acuerdo entre ambas soluciones. La única diferencia apreciable se observa de nuevo en la extensión de la componente con el *core* 0^+ debido a que las funciones THO terminan decayendo a cero. Cabe reseñar que el resto de componentes, con el *core* 2^+ , decaen a cero a pesar de tratarse de una función del continuo. Esto se debe a que esta región de energía queda por debajo del umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ por lo que un neutrón estaría ligado respecto al *core* 2^+ . Nótese que no hay energía disponible para separar ambos fragmentos manteniendo el *core* en su estado excitado. En lo sucesivo se hará

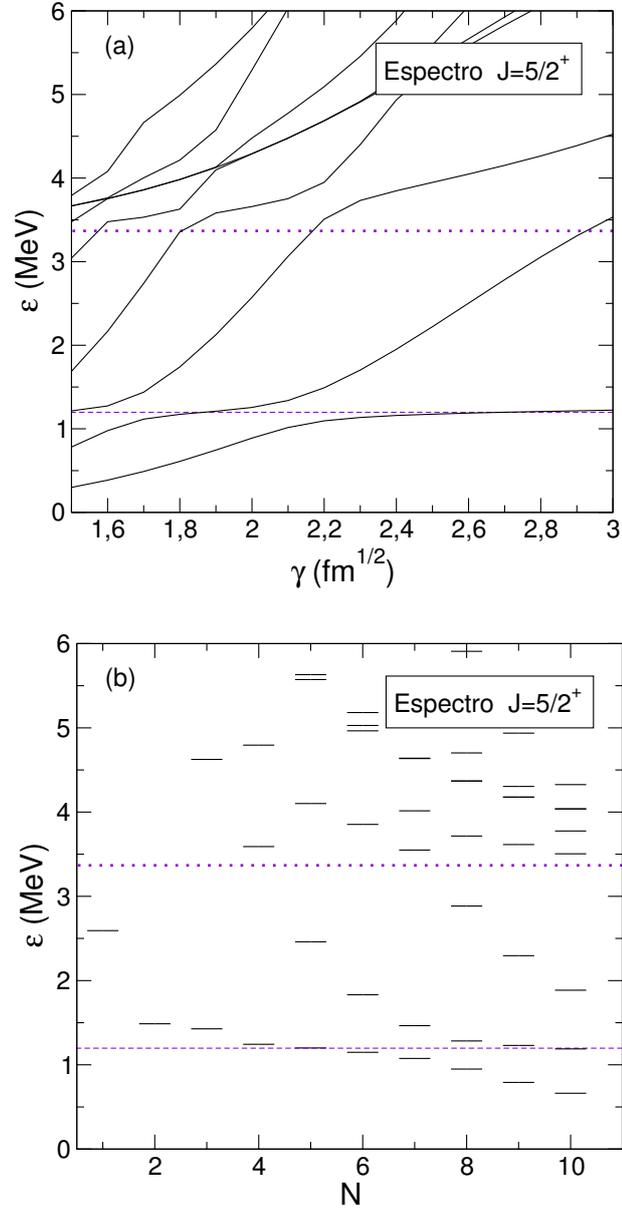


Figura 2.13: Evolución de las autoenergías en el espectro $5/2^+$ de ^{11}Be frente a γ (arriba) y frente al número de funciones N (abajo). La línea punteada marca el umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ mientras que la línea discontinua muestra la energía de la resonancia $5/2^+$.

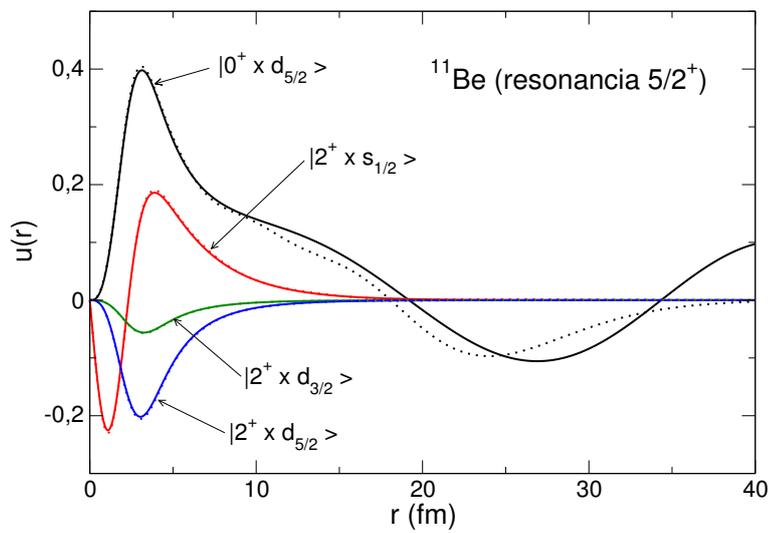


Figura 2.14: Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $5/2^+$ de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a la energía de la resonancia mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=10$ estados.

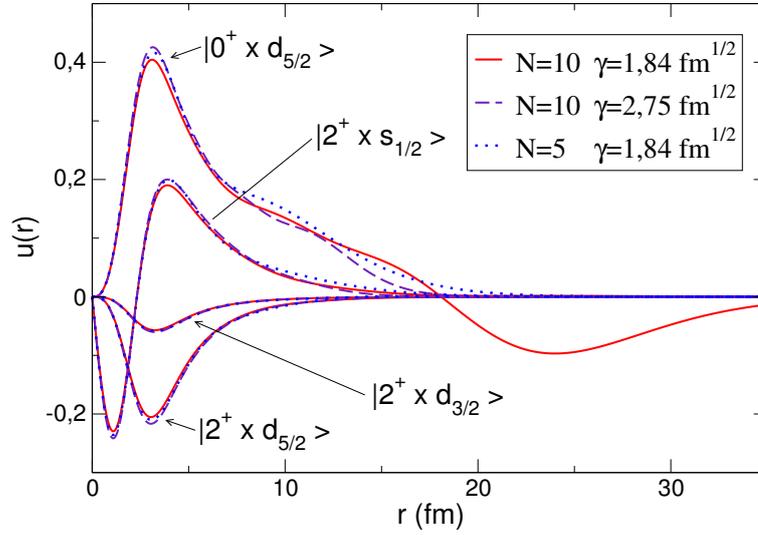


Figura 2.15: Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $5/2^+$ de ^{11}Be calculada para distintos puntos de inflexión en la evolución de las autoenergías.

mención a estas componentes como componentes ligadas.

Aplicar el método de estabilización utilizando un parámetro discreto tiene ciertas desventajas. Técnicamente es preciso tomar exactamente el punto de inflexión en la evolución de la energía. Desafortunadamente, nada asegura que dicho punto de inflexión se de para un valor entero de N , ya que dicho punto podría quedar entre dos valores de dicho parámetro. Se hace necesario, por tanto, comprobar la sensibilidad de la función de onda respecto de este requisito. Siempre sería posible trabajar con el parámetro continuo γ pero esto varía la región del continuo donde se concentra la mayoría de los pseudoestados, alterando la representación del continuo no resonante en favor de la resonancia. Observando con detenimiento la figura 2.13(b) se observan dos puntos de inflexión, correspondientes a $N=5$ y $N=10$. Hay que reseñar que el valor de $\gamma = 1,84 \text{ fm}^{1/2}$ no ha sido seleccionado expresamente para dar la resonancia a estos valores de N sino, como ya se ha mencionado, para tener una buena representación del continuo no resonante entre 0 y 10 MeV. De hecho, ninguno coincide exactamente: el primer valor de N queda ligeramente por encima de la energía de la resonancia y el segundo ligeramente por debajo. Para estudiar estas diferencias se muestran en la

figura 2.15 las funciones de onda para $N=5$ y $N=10$. Por completitud, se incluye también la función de onda obtenida, manteniendo $N=10$, y variando γ para obtener el punto de inflexión con mayor precisión. Los tres casos dan funciones de onda casi idénticas en el interior, variando de nuevo tan sólo la extensión que obviamente depende de los parámetros N y γ . Esto refuerza la idea de que el tratamiento de las resonancias surge de forma natural utilizando pseudoestados sin que exija un tratamiento especial o una precisión en los parámetros elegidos que pueda resultar excesivamente crítica.

Por último, hay que especificar que la resonancia $5/2^+$ puede entenderse como el caso más sencillo de resonancia en el modelo partícula-rotor. La componente dominante de esta resonancia corresponde al primer umbral y, por lo tanto, esta componente se extiende hasta infinito y tiene un comportamiento similar a las resonancias de los modelos sin excitación del *core*. Las otras dos resonancias de ^{11}Be , $3/2^-$ y $3/2^+$, presentan un comportamiento ligeramente distinto. Sus principales componentes son ligadas, decaen exponencialmente en vez de oscilar hasta infinito. Sin embargo, se obtiene el mismo comportamiento en los diagramas de estabilización. En la figura 2.16 se muestra el espectro para el caso de la resonancia $3/2^+$. Puede observarse cómo las energías de estabilización coinciden también en este caso con el valor de la energía de la resonancia. En cuanto a la función de onda, se comprueba en la figura 2.17 cómo los pseudoestados correspondientes al punto de inflexión, en este caso para $N=9$ y $\gamma = 1,84 \text{ fm}^{1/2}$ reproducen perfectamente las correspondientes partes radiales de las resonancias $3/2^-$ y $3/2^+$ obtenidas mediante la integración directa de la ecuación de Schrödinger.

El método de estabilización proporciona también expresiones para calcular la anchura de las resonancias a partir de los pseudoestados [63]. Sin embargo, estas expresiones, desarrolladas en un principio para el caso monocal, no pueden aplicarse directamente a nuestro caso. Para hacer una estimación de la anchura de las resonancias resulta más directo en este caso hacer uso de la densidad de estados conforme a la definición (2.14). En la figura 2.18 se representan las densidades de estados para las tres resonancias discutidas y para distintos valores del tamaño de la base (N). En dicha figura se observa también cómo la densidad aumenta por encima de la energía del segundo umbral, punto en el cual se abren más canales, aumentando por tanto el número de estados posibles. En los tres casos cada resonancia produce un pico en la distribución de densidad. La forma de la resonancia se

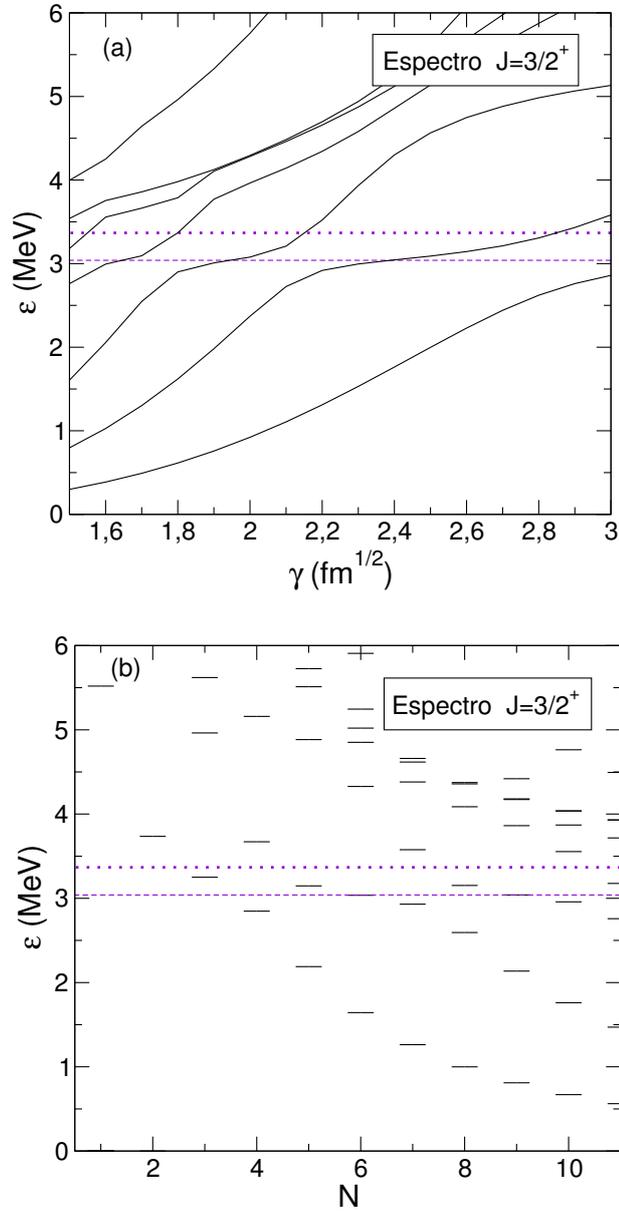


Figura 2.16: Evolución de las autoenergías en el espectro $3/2^+$ de ^{11}Be frente a γ (arriba) y frente al número de funciones N (abajo). La línea punteada marca el siguiente umbral $^{10}\text{Be}(2^+)+n$ mientras que la línea discontinua muestra la energía de la resonancia $3/2^+$.

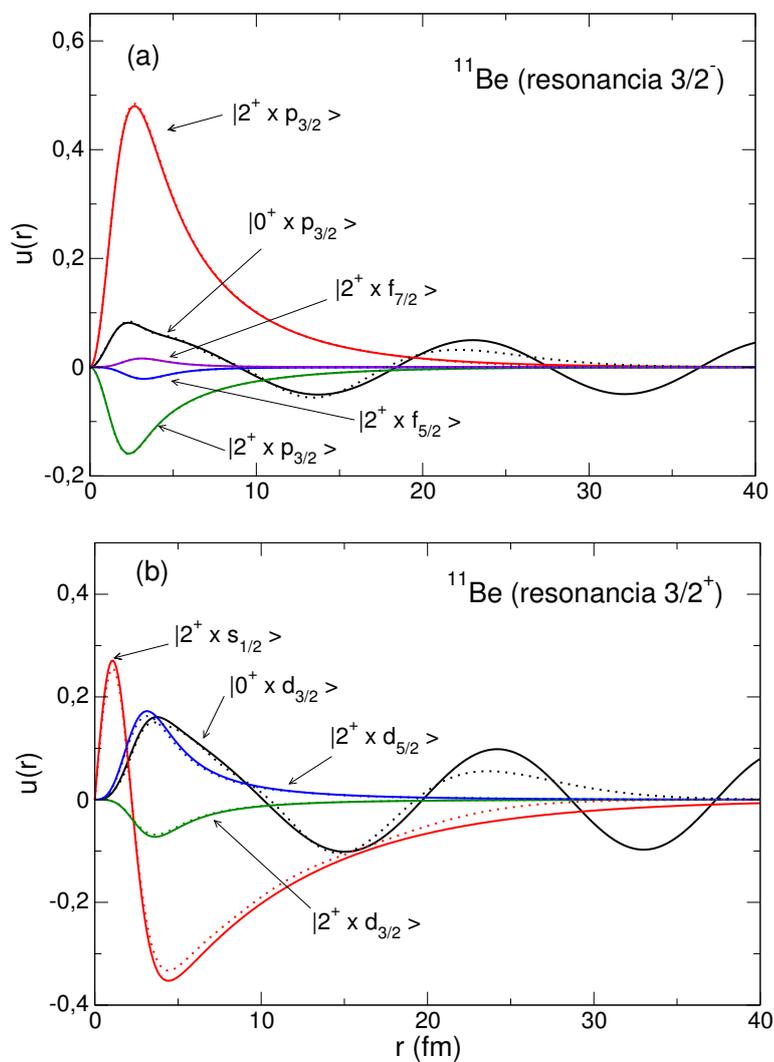


Figura 2.17: Partes radiales de las funciones de onda del continuo para las resonancias $3/2^-$ (arriba) y $3/2^+$ (abajo) de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a la energía de la resonancia mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=9$.

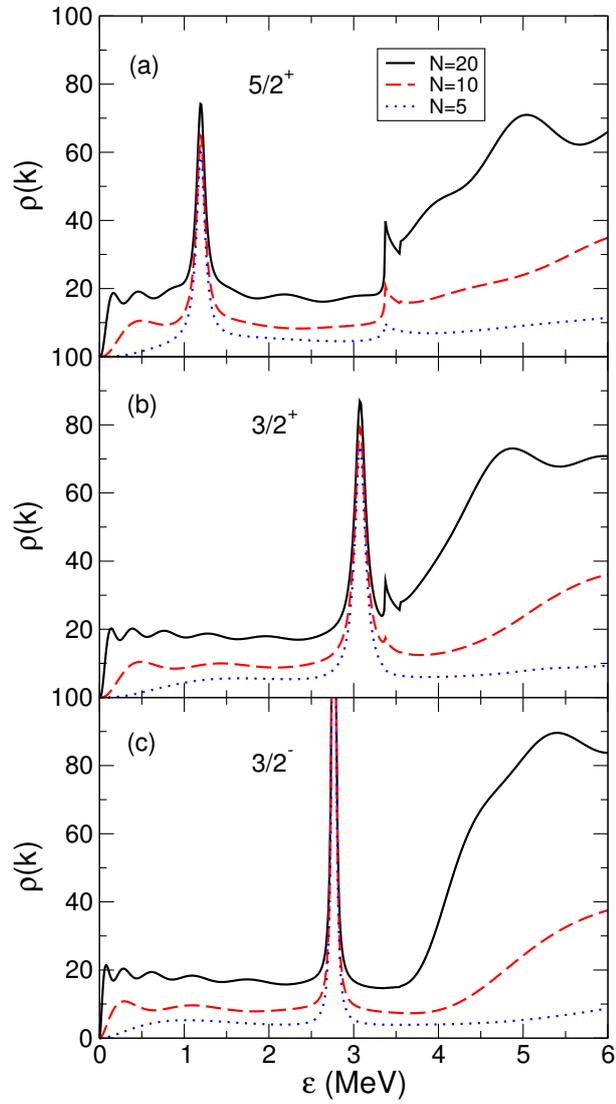


Figura 2.18: Densidad de estados para las resonancias $5/2^+$, $3/2^+$ y $3/2^-$ de ^{11}Be , usando distintos valores de N .

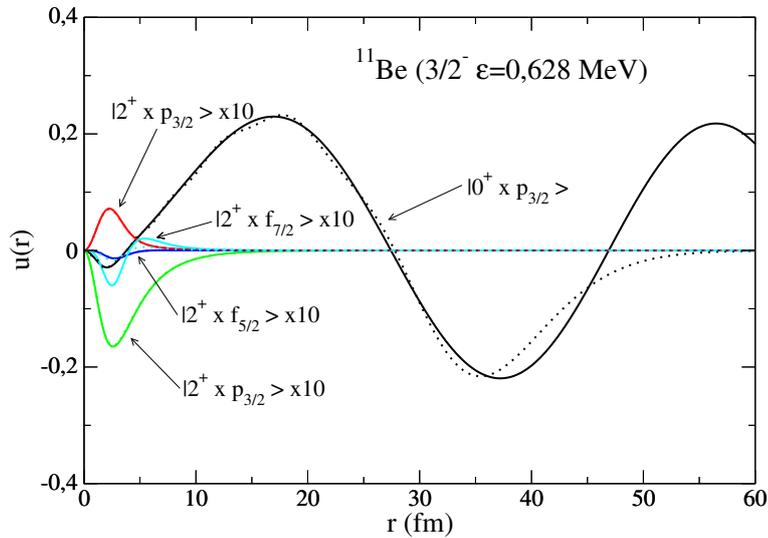


Figura 2.19: Parte radial de la función de onda del continuo $3/2^-$ de ^{11}Be a la energía $\varepsilon = 0,628$ MeV. Las líneas continuas muestran el resultado de la integración directa de la ecuación de Schrödinger a dicha energía mientras que las líneas de puntos corresponden al resultado de la diagonalización con una base THO con $N=15$ estados. Todas las componentes a excepción de la mayoritaria han sido multiplicadas por un factor 10.

muestra muy estable respecto de la variación en el número de pseudoestados. Gracias a esto se puede estimar la anchura de la resonancia a partir de la anchura a mitad de altura (FWHM) de la distribución de densidad. En este caso se obtiene $\Gamma = 125$ keV, 40 keV y 140 keV respectivamente. En el trabajo [94], de donde se han tomado los potenciales aquí usados, se obtuvieron los valores $\Gamma = 125$ keV, 50 keV y 100 keV. El acuerdo entre ambos casos es excelente salvo para la última resonancia, donde la cercanía del segundo umbral podría explicar estas diferencias. También es posible comprobar que si dividimos la densidad de estados por N , el valor de la densidad para la zona de continuo no resonante, renormalizada de esta forma, coincide para todo valor de N .

Para completar el estudio de las funciones de onda del continuo con la base THO, se muestra en la figura 2.19 la comparación entre una función de onda del continuo no resonante con el correspondiente pseudoestado. De

esta forma se puede ver que el acuerdo es igual de bueno en los casos donde no existe resonancia.

Finalmente, cerrando el estudio sobre el núcleo ^{11}Be a nivel de estructura, se estudian a continuación las probabilidades de transición eléctricas. Al igual que para el caso sin excitación del *core* es posible calcular dichas probabilidades tanto haciendo uso de las soluciones *exactas* de las funciones de onda del continuo como a partir de los pseudoestados. En el apéndice A.2 se especifica la forma del operador para el caso en el que se incluye la excitación del *core* así como la forma de obtener las distribuciones continuas en energía que se mostrarán en las siguientes figuras a partir de la base discreta de pseudoestados. De nuevo, el hecho de truncar la base hace que la distribución continua obtenida con los pseudoestados sea una aproximación de la solución *exacta*, es decir, la obtenida a partir de las funciones del continuo. El grado de acuerdo entre ambas distribuciones ofrece una medida clara de la bondad de la base de pseudoestados utilizada, la base THO.

Para este estudio se muestran a continuación las distribuciones dipolar, $E1$, y cuadrupolar, $E2$. Como se discute en el apéndice A, el operador de transición eléctrica para el sistema valencia+*core* contendrá en general contribuciones provenientes de la excitación en el movimiento de la partícula de valencia respecto del *core*, de la excitación de este último y de excitaciones simultáneas de ambos. Afortunadamente, la única excitación que se ha permitido al *core* ^{10}Be es de tipo $E2$ entre el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ . Teniendo en cuenta esto, la excitación dipolar del núcleo ^{11}Be sólo puede deberse al movimiento de la partícula de valencia. Además, para el caso cuadrupolar se tendrá una suma coherente de la excitación de la partícula y del *core* pero nunca términos mixtos ya que sólo serían posibles términos del tipo $E1_{val} \otimes E1_{core}$. Para observar estos términos mixtos sería necesario ir a excitaciones octupolares o de orden superior, que no se van a considerar en este trabajo.

En la figura 2.20, se muestra la distribución en energía de la $\mathcal{B}(E1)$ para el núcleo ^{11}Be calculada con una base THO con $N=20$ funciones de oscilador. La línea punteada y la discontinua se corresponden con las contribuciones para el continuo $1/2^-$ y para $3/2^-$ respectivamente. Con este tamaño de la base, la distribución resulta indistinguible del cálculo *exacto*. Por esta razón, dicho cálculo no se muestra en la figura. Asimismo, se incluyen dos distribuciones obtenidas experimentalmente a partir de experimentos en

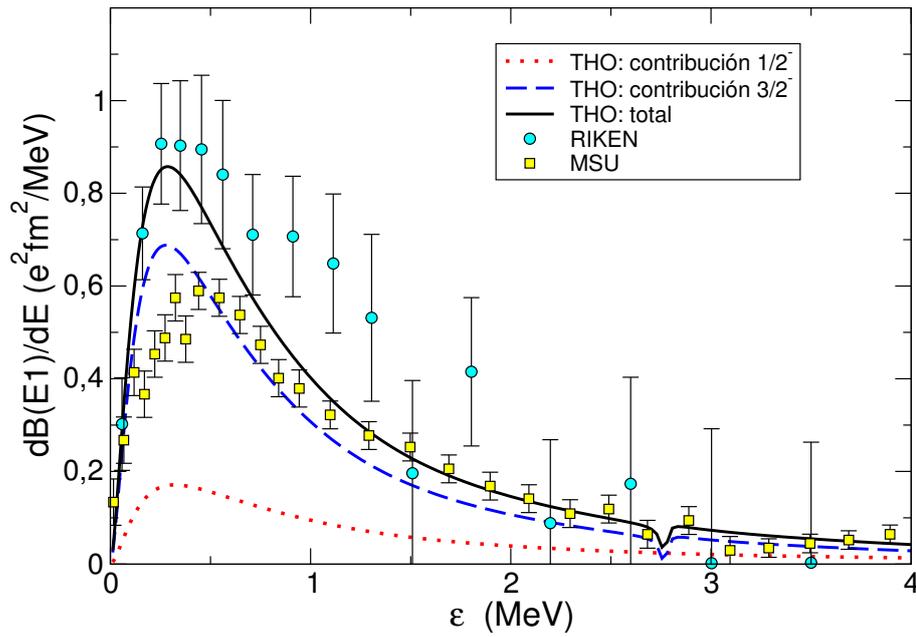


Figura 2.20: Probabilidad de transición dipolar eléctrica ($\mathcal{B}(E1)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO, a comparar con los datos experimentales obtenidos en RIKEN [85] y MSU [86]. Para el cálculo se ha utilizado una base THO con $N=20$, valor para el cual el cálculo está completamente convergido y resulta indistinguible de la distribución obtenida a partir de las funciones *exactas* del continuo.

RIKEN [85] y MSU [86]. El cálculo teórico queda entre ambas distribuciones. En cualquier caso, la distribución depende de la elección del hamiltoniano. Por lo tanto, sería posible tratar de reproducir una u otra distribución experimental reajustando los potenciales, si bien no es el objetivo del presente estudio.

Otra característica a resaltar es el mínimo de probabilidad alrededor de $\varepsilon = 2,7$ MeV. Este comportamiento proviene de la presencia de la resonancia $3/2^-$ anteriormente mencionada. Como se observa en la figura 2.17(a), las componentes principales de dicha resonancia se construyen a partir del estado excitado del *core* ($^{10}\text{Be}(2^+)$). Este hecho, unido a que cualquier excitación del *core* requiere como mínimo una excitación cuadrupolar, hace que dicha resonancia sólo pueda alcanzarse desde las configuraciones del estado fundamental con el *core* en el mismo estado, es decir, $^{10}\text{Be}(2^+)$. Dichas configuraciones constituyen tan sólo un 20 % de la función de onda del estado fundamental, impidiendo conectar a través de la excitación dipolar estado fundamental y resonancia, generando, con ello, la mencionada reducción de $\mathcal{B}(E1)$.

Esta disminución es además la única parte de la distribución que no puede ser reproducida con un modelo que no incluya excitación del *core*, como se mostró en la subsección 2.1.4, figura 2.9. Como el operador $\mathcal{B}(E1)$ en este caso se basa únicamente en las excitaciones de la partícula de valencia, es posible reproducir la distribución con un modelo de partícula independiente sin excitación del *core* reduciendo la probabilidad por el correspondiente factor espectroscópico de la configuración $|^{10}\text{Be}(0^+) \otimes 2s_{1/2}\rangle$ del estado fundamental.

En la figura 2.21 se muestra la probabilidad de transición cuadrupolar $\mathcal{B}(E2)$. De nuevo, junto al total se incluyen las contribuciones del continuo $3/2^+$ (línea punteada) y de los estados $5/2^+$ (línea discontinua). En este caso, entra en juego la probabilidad de excitación $E2$ del *core*. Para mostrar el efecto de la excitación del *core* se muestra en el panel superior el valor de la contribución de la partícula de valencia, más cercana a lo que se obtuvo en el caso sin excitación del *core*, véase la figura 2.10, y en el panel inferior, el cálculo sumando ambas contribuciones. Como era de esperar, al tratarse de una excitación colectiva, la excitación del *core* domina de forma clara sobre la de partícula independiente. Los máximos encontrados coinciden con las resonancias $5/2^+$ y $3/2^+$. Desafortunadamente, en este caso no se ha

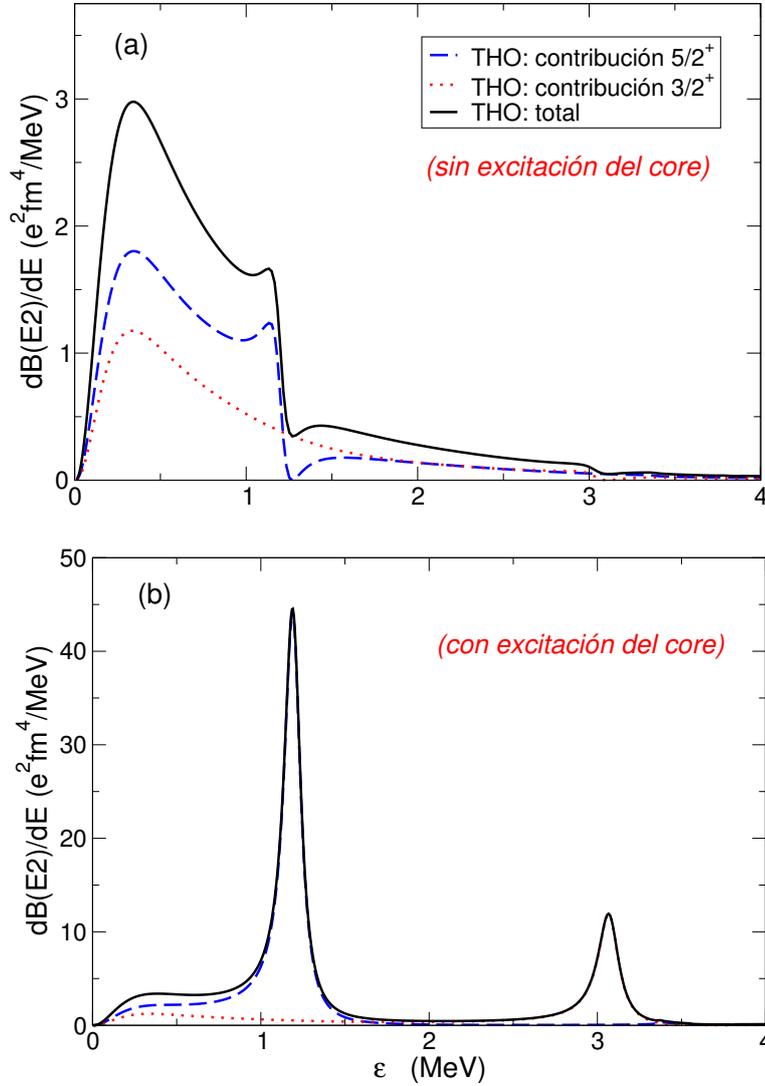


Figura 2.21: Probabilidad de transición cuadrupolar eléctrica ($\mathcal{B}(E2)$) para el núcleo ^{11}Be obtenida con la base THO con $N=20$ funciones de oscilador para las contribuciones del continuo $3/2^+$ (línea punteada) y de los estados $5/2^+$ (línea discontinua). La línea continua designa la suma de ambas. En el panel superior se muestra el cálculo teniendo en cuenta sólo las excitaciones de la partícula de valencia. En el panel inferior se incluyen las contribuciones de ambos, valencia y *core*.

encontrado en la literatura ninguna distribución cuadrupolar ni experimental ni teórica con la que comparar dicho cálculo, como ya se dijo en la sección 2.1.4.

La intensidad de la contribución del *core* a la probabilidad de excitación cuadrupolar, $\mathcal{B}(E2)$, en el modelo de rotor viene dada por la deformación y el tamaño del *core* como se muestra en la ecuación (A.22). Para calcular dicha contribución se ha mantenido el valor del parámetro de deformación β_2 utilizado para el potencial y se ha tomado como radio cuadrático medio de ^{10}Be el valor experimental 2,46 fm [95]. Con estos parámetros se obtiene una probabilidad de transición $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = 5,09 \text{ e}^2\text{fm}^2$ sensiblemente por debajo del valor experimental, $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = (10,5 \pm 1,0) \text{ e}^2\text{fm}^2$ [96], por lo que todavía cabría esperar un mayor efecto en la $\mathcal{B}(E2)$ del núcleo ^{11}Be que el mostrado en la figura 2.21.

Descripción de ^{11}Be a partir de las densidades de transición de ^{10}Be

Como ya se ha mencionado en la sección 2.3, una forma de describir el núcleo ^{11}Be de manera más microscópica que el modelo de partícula-rotor consiste en construir los potenciales $^{10}\text{Be}-n$ convolucionando una interacción efectiva nucleón-nucleón con las densidades de transición de ^{10}Be . Para la obtención de dichas densidades se ha recurrido al modelo de dinámica molecular antisimetrizada (AMD) aplicado al núcleo ^{10}Be por la profesores Y. Kanada-En'yo *et al.* [97].

El modelo AMD se basa en la suposición de una estructura base formada por dos *clusters*, en este caso partículas α , de forma que el resto de nucleones se encuentra describiendo órbitas en torno a esta estructura similares a los orbitales σ y π de los electrones en una molécula de Helio. Esta aproximación, propuesta por primera vez por Von Oertzen [98], resulta muy útil para entender la estructura de niveles y la deformación de los isótopos de Be y B. Manteniendo esta suposición, las funciones de onda AMD se construyen a partir de determinantes de Slater de funciones de onda gaussianas. El estado fundamental se obtiene a través del método variacional y los estados excitados aplicando de nuevo el método variacional para una función AMD ortogonal a los estados más bajos en energía.

En el caso del núcleo ^{10}Be , el modelo AMD es capaz de reproducir las

principales probabilidades de transición $E1$ y $E2$ entre los distintos niveles con una mejora sensible respecto, por ejemplo, al modelo de capas. Además, se ha comprobado que los potenciales central y de transición para el sistema $p+^{10}\text{Be}$ generados a partir de estas densidades, junto con la interacción JLM que se expondrá a continuación, reproducen satisfactoriamente los datos elásticos e inelásticos existentes para esta reacción a energías intermedias [99].

Para poder abarcar el mismo espacio de Hilbert contemplado para el modelo de partícula-rotor, se necesitan las densidades centrales y de transición entre los dos primeros estados de ^{10}Be , el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ . Dichas densidades se muestran en la figura 2.22. La densidad de transición $0^+ \rightarrow 2^+$ para protones da una probabilidad de transición $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = 11 \text{ e}^2\text{fm}^2$ que reproduce el valor experimental $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = (10,5 \pm 1,0) \text{ e}^2\text{fm}^2$ [96] dentro del margen de error.

Para generar los potenciales a partir de las densidades AMD se utiliza el potencial efectivo nucleón-nucleón llamado JLM (Jeukenne-Lejeune-Mahaux) [100] del que se utilizará sólo la parte real:

$$v_{nn}(s, \rho, E) = \lambda_v V(\rho, E) (t_v \sqrt{\pi})^{-3} \exp(-s^2/t_v^2), \quad (2.26)$$

donde la profundidad del potencial V varía con la densidad ρ . Dicho potencial depende de la energía relativa nucleón-nucleón, E . En este caso, por simplicidad se usa el límite para $E = 0$. Por otro lado, el factor de normalización λ_v y el rango efectivo del factor de forma gaussiano t_v son parámetros ajustables con valores típicos entre 0,8 y 1,2 para λ_v y entre 1,2 y 1,4 para t_v . En la figura 2.23 se muestran los potenciales que se van a utilizar para estudiar el núcleo ^{11}Be convolucionando la interacción JLM, seleccionando los parámetros $\lambda_v = 1,0$ y $t_v = 1,2$, con las densidades obtenidas por el método AMD. Para dicha convolución se ha utilizado el programa MINC cedido por el profesor M. Takashina [101].

Además del término central, la interacción $n-^{10}\text{Be}$ contendrá términos dependientes del espín entre los cuales se considera únicamente el término de espín-órbita. Aunque es posible generar dicho potencial microscópicamente a partir de la densidad central [102], se ha decidido por simplicidad tomar un potencial espín-órbita con la geometría usada en el modelo de partícula-rotor y una profundidad típica, en concreto $V_{so} = 6 \text{ MeV}$. De aquí en adelante se denominará este conjunto de potenciales como P-AMD. Otra opción sería

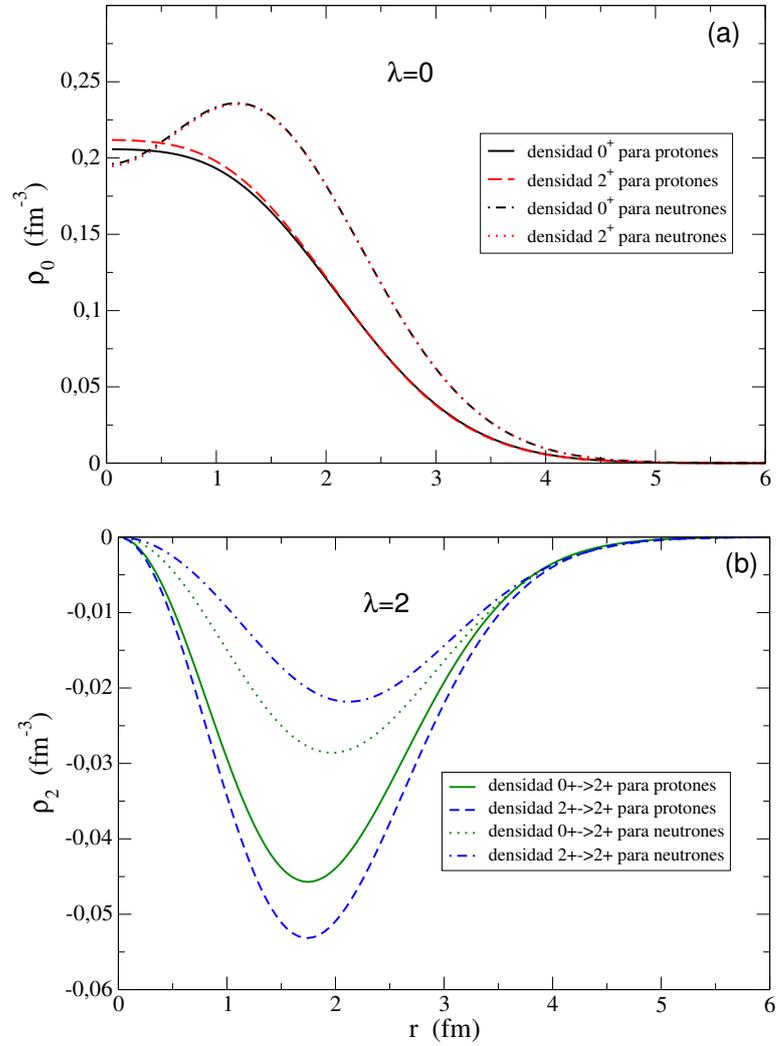


Figura 2.22: Densidades de transición entre los dos primeros estados de ^{10}Be , el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ para protones y neutrones. En el panel superior se muestran las densidades centrales, de multipolaridad $\lambda = 0$, normalizadas de acuerdo a la ecuación (2.23) y en el panel inferior las densidades de transición.

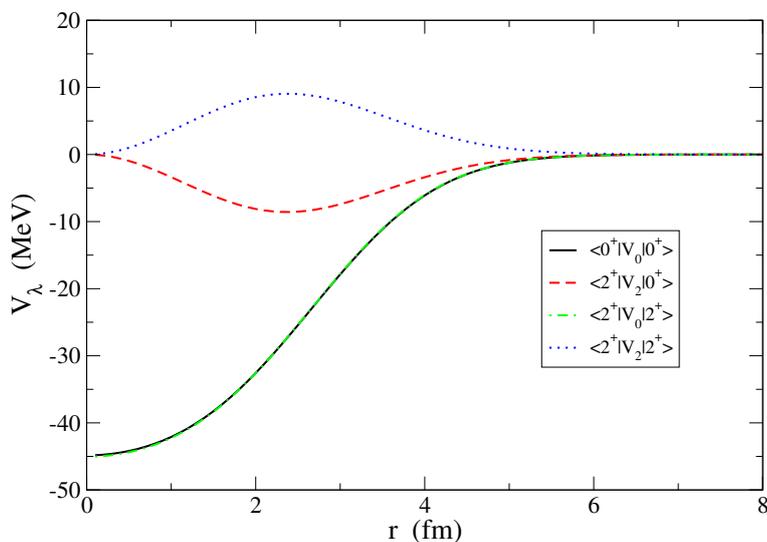


Figura 2.23: Potenciales obtenidos para la interacción n - ^{10}Be a partir de las densidades de ^{10}Be obtenidas por el método AMD [97] y del potencial JLM.

variar dicha profundidad y geometría para ajustar las energías de los estados. Sin embargo, el propósito de este trabajo es analizar el poder predictivo del modelo a la hora de dar las energías de los estados ligados y las resonancias tomando sólo valores típicos de los parámetros involucrados en el cálculo.

Haciendo uso de la base THO, manteniendo los parámetros de la LST para el modelo de partícula-rotor y diagonalizando para $N = 15$ funciones, se obtiene una buena convergencia para las energías de los estados ligados $1/2^+$ y $1/2^-$. No obstante, tomando el mismo factor $\lambda_v = 1,0$ para las dos paridades no se obtiene la consabida inversión de estados, siendo el estado $1/2^-$ más ligado que el estado $1/2^+$ por una diferencia de 200 keV. Para solucionar este hecho y obtener energías más próximas a los valores experimentales se recurre a normalizar la interacción con valores distintos: $\lambda_+ = 1,054$ para los estados de paridad positiva y $\lambda_- = 0,995$ para los estados de paridad negativa.

En la figura 2.24 se observa que con este modelo, que toma valores típicos encontrados en casos cercanos para los parámetros considerados, es posible reproducir la mayor parte del espectro del núcleo ^{11}Be . Dicho espectro y el correspondiente al modelo partícula-rotor con el potencial usado en la

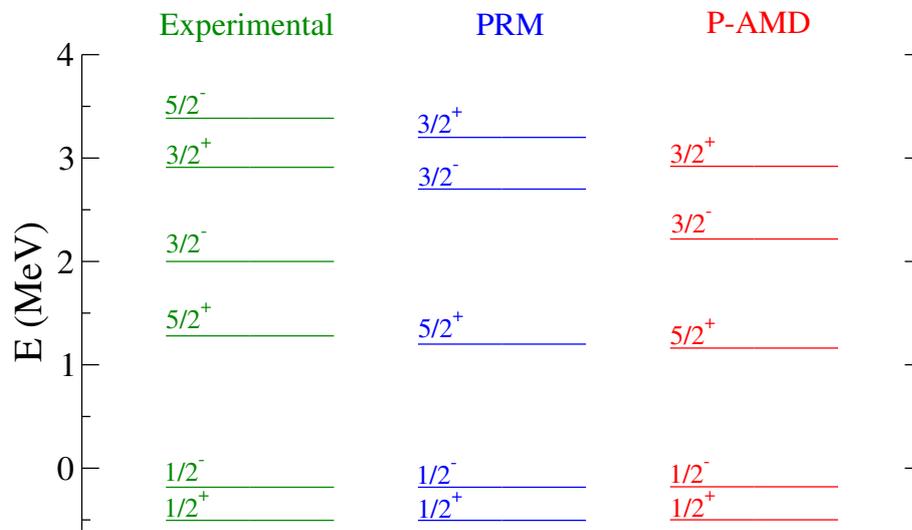


Figura 2.24: Espectros obtenidos para el núcleo ^{11}Be en el modelo de partícula-rotor (PRM) y utilizando las densidades del *core*, ^{10}Be , junto con la interacción JLM (P-AMD) comparados con el espectro experimental [103–105].

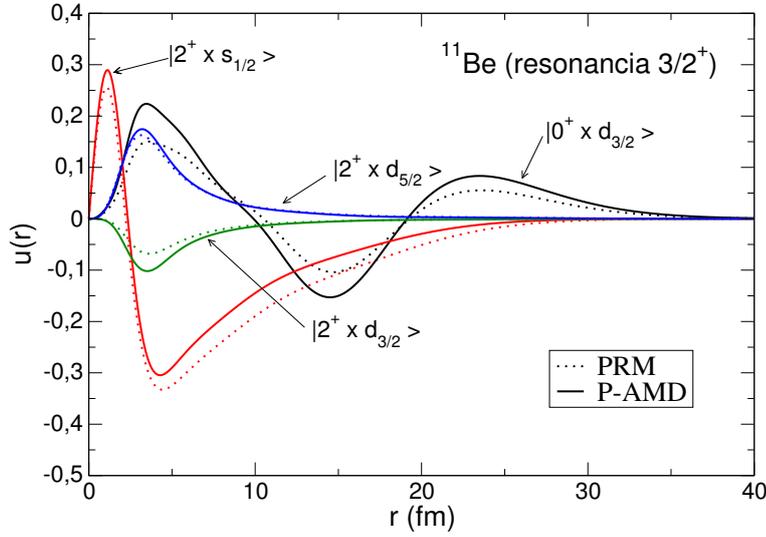


Figura 2.25: Parte radial de la función de onda del continuo para la resonancia $3/2^+$ de ^{11}Be . Las líneas continuas muestran el resultado de la diagonalización con una base THO utilizando el potencial P-AMD. Las líneas punteadas se corresponden al potencial del modelo partícula-rotor (PRM). En ambos casos se toma $N=9$ funciones THO.

anterior sección (PRM) resultan ser compatibles. El modelo P-ADM mejora la separación entre las energías de los estados de paridad positiva, el estado fundamental $1/2^+$ y las resonancias $5/2^+$ y $3/2^+$, si bien buena parte de esta separación está ligada a la elección del término espín-órbita. Como ya se ha comentado, no es posible obtener directamente la inversión. No obstante, hay que decir que dicha inversión tampoco se obtiene en el caso PRM si se mantiene las misma profundidad para los estados de paridad positiva y negativa. La razón de que ambos modelos ligen en exceso los estados de paridad negativa proviene del principio de exclusión de Pauli. Una correcta antisimetrización de las funciones de onda añadiría una repulsión extra a las configuraciones $p_{1/2}$, repulsión que incluimos al reducir el potencial para los estados de paridad negativa [94].

Para mostrar las diferencias encontradas en las funciones de onda, se toma como ejemplo la resonancia $3/2^+$. En la figura 2.25 puede verse que no hay diferencias de forma entre las distintas configuraciones. Tampoco

Tabla 2.5: Factores espectroscópicos para el estado fundamental y resonancias de paridad positiva del núcleo ^{11}Be , de acuerdo a los modelos considerados.

Estado	Modelo	$ 0^+ \otimes (\ell s)j\rangle$	$ 2^+ \otimes s_{1/2}\rangle$	$ 2^+ \otimes d_{3/2}\rangle$	$ 2^+ \otimes d_{5/2}\rangle$
$1/2^+$	PRM	0.857	–	0.021	0.121
	P-AMD	0.849	–	0.031	0.121
	WBT	0.762	–	0.002	0.184
$5/2^+$	PRM	0.702	0.177	0.009	0.112
	P-AMD	0.674	0.189	0.014	0.124
	WBT	0.682	0.177	0.009	0.095
$3/2^+$	PRM	0.165	0.737	0.017	0.081
	P-AMD	0.316	0.565	0.031	0.089
	WBT	0.068	0.534	0.008	0.167

se encuentran diferencias en las fases relativas entre dichas configuraciones, lo cual, unido a la igualdad en forma, indica que ambos modelos originan el mismo número de estados prohibidos. Hay que tener en cuenta que, al existir varias componentes, la presencia de un estado prohibido no fuerza al siguiente a tener un nodo sino que dos estados pueden ser ortonormales cambiando la fase relativa de una de las componentes. De la misma forma, el número de nodos en las componentes no determina necesariamente el número de estados prohibidos. Las diferencias entre ambos modelos se restringen por tanto al peso relativo de cada una de las componentes, es decir, a los factores espectroscópicos.

Para analizar este hecho en más detalle, se incluyen en la tabla 2.5 los factores espectroscópicos para los primeros estados de paridad positiva para los modelos PRM, P-AMD y también para el caso del modelo de capas (WBT). Estos últimos han sido obtenidos con el programa OXBASH [106], haciendo uso de la interacción WBT de Warburton y Brown [107]. Se observan factores muy próximos en la mayoría de los casos y un gran acuerdo con el modelo de capas. La similitud entre PRM y P-AMD se explica atendiendo a los potenciales que uno y otro modelo generan, mostrados en la figura 2.26. Se observa cómo la interacción JLM proporciona a partir de las densidades AMD potenciales compatibles con el modelo partícula-rotor. La relación entre el máximo del potencial de acoplamiento $\langle 2^+ | V_0 | 0^+ \rangle$ y la profundidad del potencial central es superior en el caso del P-AMD debido a

que las densidades de transición AMD indican una deformación mayor que la tomada en el PRM. Para hacer una estimación de la deformación dada por las densidades AMD se puede comparar la densidad de transición $0^+ \rightarrow 2^+$ con la que se obtendría en el modelo de rotor que aproximadamente sería:

$$\rho_2(0^+ \rightarrow 2^+) \approx \langle 2^+ || \hat{\delta}_2 || 0^+ \rangle \frac{d\rho_0}{dr}, \quad (2.27)$$

donde el elemento de matriz $\langle 2^+ || \hat{\delta}_2 || 0^+ \rangle$ esta relacionado con el parámetro de la longitud de deformación, dentro del modelo de partícula-rotor [5], a través del coeficiente Clebsch-Gordan correspondiente:

$$\langle I' || \hat{\delta}_\lambda || I \rangle = \langle IK \lambda 0 | I' K \rangle \delta_\lambda = \langle IK \lambda 0 | I' K \rangle \beta_\lambda R, \quad (2.28)$$

que para la transición $0^+ \rightarrow 2^+$ dentro de la banda rotacional con $K = 0$ resulta la unidad.

Como en el caso AMD se distinguen las densidades de protones y neutrones, lo más recomendable es quedarse con el término dominante, es decir, con el término isoescalar, proporcional a la suma de ambas densidades. Sustituyendo las densidades en la ecuación por la suma de las densidades de protones y neutrones se obtiene una longitud de deformación $\delta_2 = 1,90$ fm, superior a la incluida en el potencial PRM $\delta_2 = \beta_2 R = 1,66$ fm. Este hecho está en consonancia con la comparación de los potenciales que indican una deformación superior en el caso P-AMD como ya se ha mencionado.

En la figura 2.26 se han incluido también los potenciales que resultarían de sustituir la interacción JLM por la interacción M3Y [108]. En este caso el programa usado ha sido DF POT [109]. En este caso las profundidades de todos los potenciales resultan menores, haciendo necesarios factores de normalización mucho mayores que la unidad, si bien la relación entre potencial de acoplamiento y potencial central se mantiene aproximadamente constante.

La principal diferencia se da para la resonancia $3/2^+$. Nótese que la suma de los factores espectroscópicos que da el modelo de capas es menor que uno, en concreto 0,78. Esto indica que aproximadamente un 20 % de esta resonancia no puede explicarse como una partícula orbitando en la capa $s - d$ en torno a un *core* de ^{10}Be aun cuando incluimos la posibilidad de excitarlo al estado 2^+ . Para explicar este 10 % restante, el modelo P-AMD permite incluir acoplamientos y estados excitados del *core* aunque éstos no

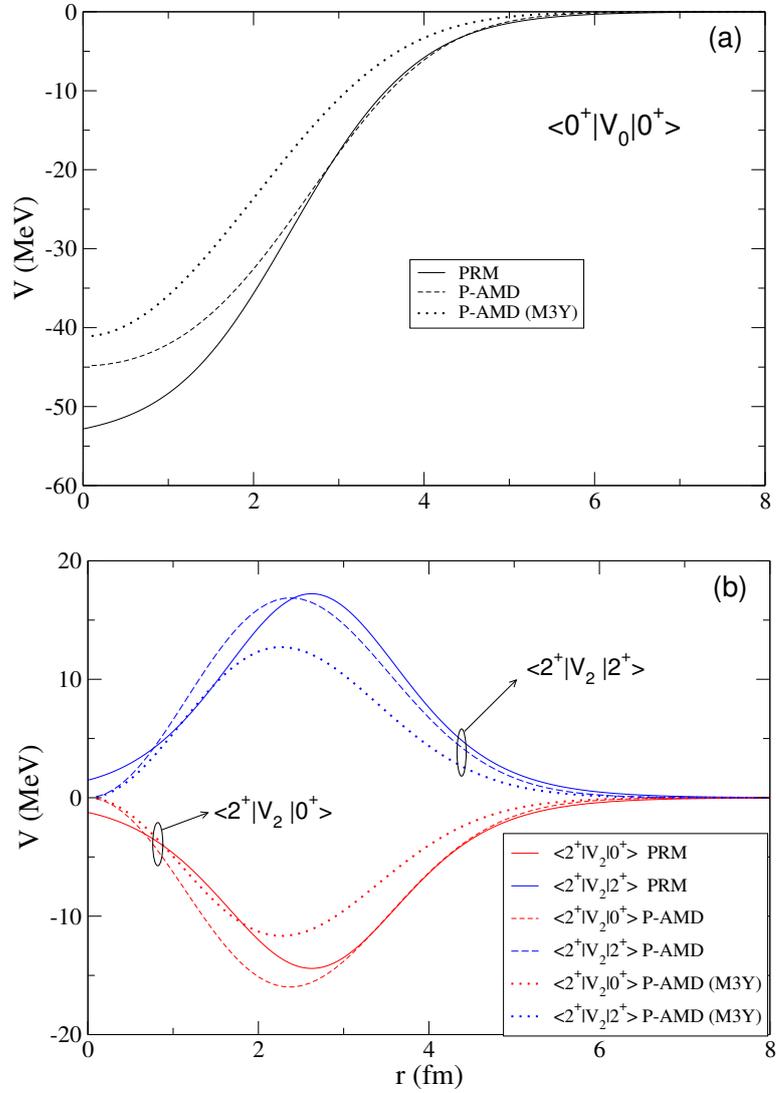


Figura 2.26: Comparativa de los distintos potenciales obtenidos para el modelo PRM y para el modelo P-AMD para el sistema ^{11}Be . Las líneas de puntos se corresponden al modelo P-AMD sustituyendo la interacción JLM por la interacción M3Y. No se incluye el término $\langle 2^+ | V_0 | 2^+ \rangle$ al tener un comportamiento similar al $\langle 0^+ | V_0 | 0^+ \rangle$ siendo igual para el caso PRM y ligeramente más profundo para los casos P-AMD.

se correspondan con el espectro de un rotor. Siempre que se disponga de las correspondientes densidades de transición, es posible generar los potenciales necesarios. En concreto, para el ^{11}Be , se ha estudiado el efecto de incluir los estados 2_2^+ y 1^- del *core* ^{10}Be . A pesar de ser los estados con mayores densidades de transición, aparte del ya incluido 2_1^+ , los acoplamientos en los primeros estados de ^{11}Be de las correspondientes configuraciones nunca superan el 1% del total de la función de onda. Por lo tanto, las diferencias con el modelo de capas no se explican añadiendo más estados de excitación del *core*. Otra posibilidad es que dicha diferencia se deba al hecho de no antisimetrizar las funciones de onda de acuerdo al Principio de Pauli. Sin embargo, construir los distintos determinantes de Slater puede mejorar el cálculo de estructura pero complica el tratamiento del núcleo en cualquier mecanismo de reacción, el cual es uno de los objetivos principales de este trabajo.

En definitiva, es posible afirmar que el uso de las densidades de transición del *core* para definir la interacción entre partícula de valencia y *core* es capaz de reproducir el espectro del núcleo resultante sin necesidad de forzar en demasía los parámetros utilizados. Esto lo convierte en un modelo muy útil a la hora de hacer predicciones sobre las energías y la asignación de espín a los estados de núcleos en los que no se tenga información suficiente para ajustar los potenciales en un modelo de partícula-rotor. Este será el caso, por ejemplo, de los isótopos del carbono con un número impar de neutrones, como el ^{19}C .

2.4.2. Aplicación al núcleo ^{19}C

Una vez comprobado el poder predictivo del modelo partícula-*core* con densidades microscópicas del *core*, se va a aplicar este método al núcleo halo ^{19}C , núcleo que ha despertado un gran interés recientemente [110–114]. Poco se conoce acerca de este núcleo aparte de que su estado fundamental tiene espín y paridad $1/2^+$ y una energía de ligadura sobre el umbral $^{18}\text{C}+n$ de $0,58 \pm 0,09$ MeV [115]. Cálculos de campo medio Hartree-Fock deformado prevén dos estados casi degenerados $1/2^+$ (prolado) y $3/2^+$ (oblado) [116] y de hecho experimentalmente no se ha confirmado el espín del estado fundamental hasta hace muy poco [113]. Hay que recordar que toda la línea isotópica del carbono hasta llegar a este núcleo presenta deformación prolada

en mayor o menor medida. Este cambio en la deformación y, en definitiva, la estructura del núcleo ^{19}C , podrían estar indicando la cercanía de un nuevo número mágico, $N = 16$, en el caso de núcleos ricos en neutrones [116].

Para estudiar la estructura en este caso, se considerarán los dos primeros estados del *core*, ^{18}C , su estado fundamental 0^+ y su primer estado excitado 2^+ que tiene una energía de excitación de $1,58 \pm 0,01$ MeV [117]. Las densidades de transición necesarias para generar los potenciales para el cálculo han sido aportadas por la profesora Y. Kanada-En'yo por comunicación privada [118] y pueden verse en la figura 2.27. Las densidades centrales están normalizadas de la misma forma que las de ^{10}Be en la figura 2.22 y dan un radio cuadrático medio de 2,78 fm para el *core* ^{18}C compatible con el valor experimental $2,82 \pm 0,04$ fm [119], pero justo en el límite del margen de error. La densidad de transición $0^+ \rightarrow 2^+$ para protones conlleva una probabilidad de transición $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = 1,75 \text{ e}^2\text{fm}^2$ menor que el valor experimental $\mathcal{B}(E2; 2^+ \rightarrow 0^+) = 4,3 \pm 1,2 \text{ e}^2\text{fm}^2$ [120].

La diferencia entre las densidades con $\lambda = 2$ hace que en este caso los potenciales generados junto con la interacción JLM, recogidos en la figura 2.28, no puedan ser compatibles con un modelo de partícula-rotor, como se vio en el caso de ^{11}Be , ya que los potenciales $\langle 2^+ | V_2 | 0^+ \rangle$ y $\langle 2^+ | V_2 | 2^+ \rangle$ no pueden tener el mismo signo. No obstante, como la diferencia de signo recae en un potencial no central, el cambio sólo afectará a la fase relativa de las componentes pero no a las energías de los pseudoestados. Para la interacción JLM se ha mantenido el rango $t_v = 1,2$. En cuanto al parámetro λ_v se ha mantenido $\lambda_v = 1$ atendiendo a la leve variación sobre estos factores que fue necesaria para el caso de ^{11}Be . Para el potencial de espín-órbita se toma de nuevo un valor típico de profundidad, $V_{so} = 6,5$ MeV, y se toma la geometría ajustando una forma Woods-Saxon al potencial central obtenido por convolución. De tal procedimiento se obtiene un radio $R = 3,0$ fm y una difusividad $a_{so} = 0,70$ fm.

Volviendo al cálculo, para el movimiento de la partícula de valencia se considerarán todas las configuraciones posibles con $\ell \leq 2$. Para los parámetros de la LST se han seleccionado $b = 2,4$ fm y $\gamma = 3,5 \text{ fm}^{1/2}$. En la figura 2.29 se muestra el espectro obtenido comparado con el espectro experimental, los resultados del modelo de capas y el cálculo para dos modelos de partícula-rotor (PRM(1) y PRM(2)). Para el modelo de capas se ha utilizado de nuevo el programa OXBASH [106], haciendo uso de la

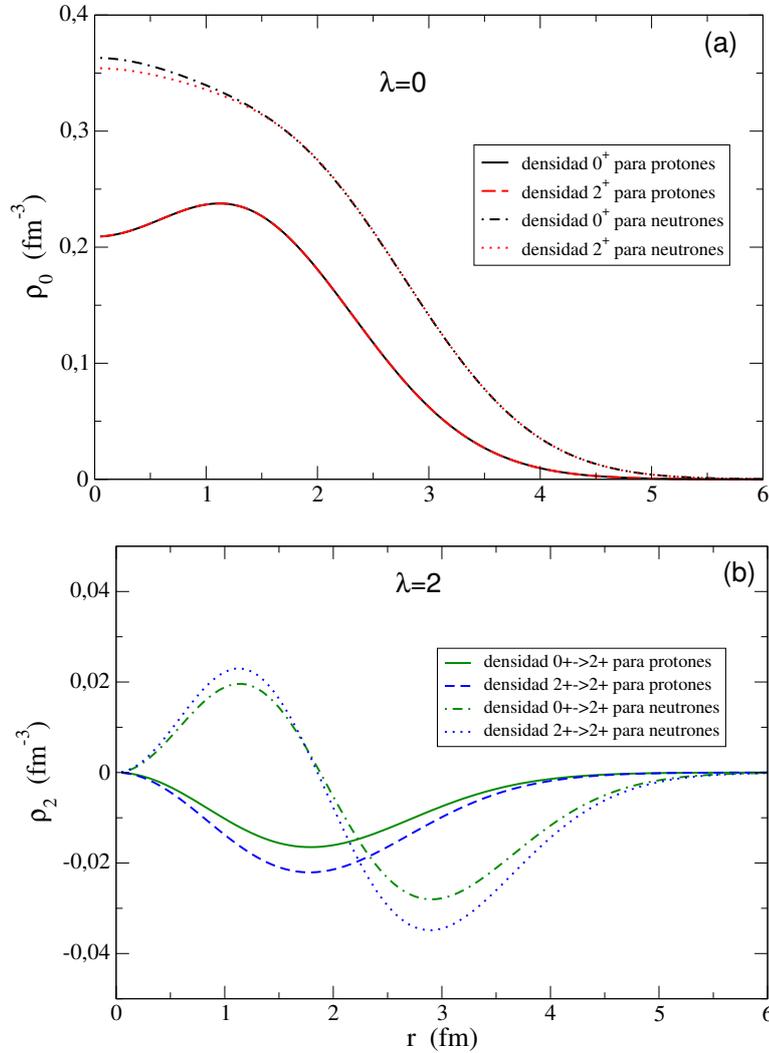


Figura 2.27: Densidades de transición entre los dos primeros estados de ^{18}C , el estado fundamental 0^+ y el primer estado excitado 2^+ para protones y neutrones. En el panel superior se muestran las densidades centrales, de multipolaridad $\lambda = 0$, normalizadas de acuerdo a la ecuación (2.23) y en el panel inferior las densidades de transición.

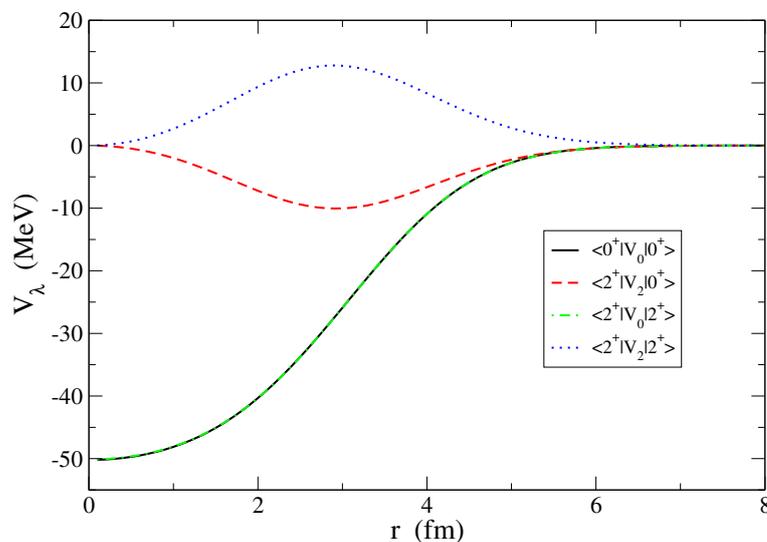


Figura 2.28: Potenciales obtenidos para la interacción n - ^{18}C calculados por convolución de las densidades de ^{18}C , obtenidas por el método AMD, con el potencial nucleón-nucleón JLM.

interacción WBP de Warburton y Brown [107]. Como el modelo de capas no proporciona la energía de separación sino la energía de ligadura total del sistema, se le ha asignado arbitrariamente el valor experimental de energía de ligadura respecto del umbral $^{18}\text{C}(0^+) + n$ al estado más bajo en energía.

El primer modelo de partícula-rotor, PRM(1), se ha tomado del trabajo anterior del profesor T. Tarutina [122] que proponía una longitud de deformación $\delta_2 = 1,50$ fm. La profundidad del potencial central original para este modelo es $V_c = -42,95$ MeV y la del espín-órbita $V_{so} = 6,50$ MeV, ambos con una geometría de radio $R = 3,0$ fm y difusividad $a = 0,65$ fm. No obstante, dicho potencial genera un sólo estado prohibido $1/2^+$ por lo que se ha reajustado el potencial para dar un segundo estado prohibido $1/2^+$ de acuerdo con el análisis hecho en el apéndice B. Tras este reajuste se obtuvo $V_c = -52,30$ MeV. El resultado es similar al modelo P-AMD, si bien el modelo PRM(1) genera un primer estado $3/2^+$ demasiado profundo por debajo del estado fundamental.

En la figura 2.30 se observa que los potenciales del modelo PRM(1) tienen una extensión parecida a los generados dentro del modelo P-AMD, ligeramente superior, pero unos valores máximos, en valor absoluto, mayores que

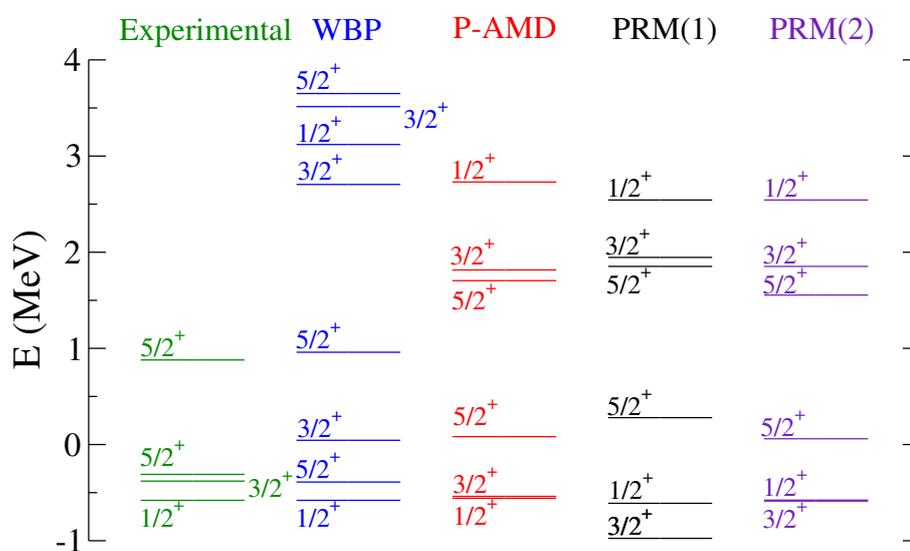


Figura 2.29: Espectros obtenidos para el núcleo ^{19}C para los dos modelos PRM expuestos en el texto, para el modelo de capas (WBP) y el obtenido utilizando las densidades del *core*, ^{18}C , junto con la interacción JLM (P-AMD) comparados con el espectro experimental [113, 121].

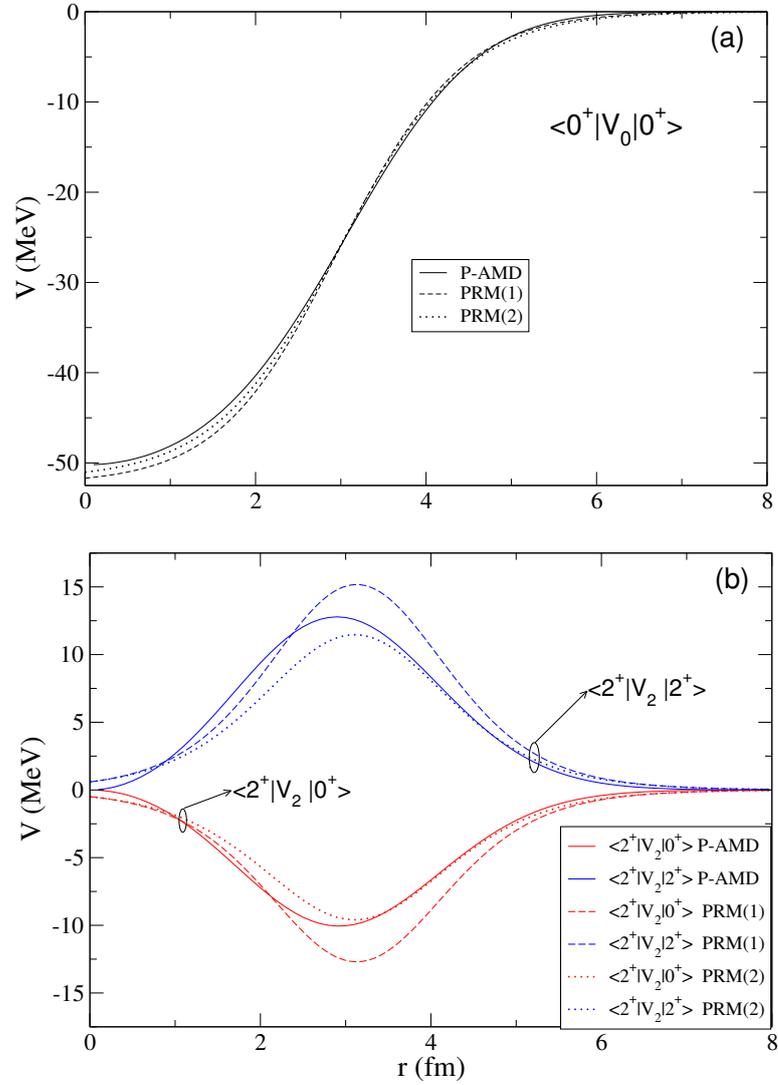


Figura 2.30: Comparativa de los distintos potenciales obtenidos para los dos modelos PRM y para el modelo P-AMD para el sistema ^{19}C . De nuevo, no se incluye el término $\langle 2^+ | V_0 | 2^+ \rangle$ al tener un comportamiento similar al $\langle 0^+ | V_0 | 0^+ \rangle$.

los del P-AMD. Este acoplamiento mayor en el PRM(1) puede comprobarse calculando la longitud de deformación del modelo P-AMD de la misma forma que se obtuvo en la subsección anterior 2.4.1 con la ecuación (2.27). De esta forma se obtiene $\delta_2 = 1,2$ fm. Para obtener un modelo de partícula-rotor que reproduzca los resultados del modelo P-AMD se toma este valor de longitud de deformación y el mismo potencial espín-órbita. Ajustando la energía de ligadura con la misma geometría que para el potencial espín-órbita se obtiene una profundidad para el potencial central $V_c = -51,80$ MeV. Este modelo se ha designado PRM(2). En la figura 2.29 puede observarse cómo este modelo se acerca más al espectro P-AMD. El primer estado $3/2^+$ sigue por debajo del estado fundamental, pero ambos estados pueden considerarse, en la práctica, degenerados tanto en el modelo PRM(2) como en el modelo P-AMD debido a la escasa diferencia en energía.

A pesar de la escasa información disponible para este núcleo, el modelo de capas y el modelo P-AMD predicen un estado fundamental $1/2^+$ de acuerdo con la información experimental. La energía de ligadura obtenida en el modelo P-AMD resulta 0,582 MeV, dentro del error de la medida experimental. La distancia promedio n - ^{18}C para este estado fundamental es de 5,63 fm, en gran acuerdo también con la medida experimental de [110], $5,5 \pm 0,3$ fm. El modelo PRM(1) da una distancia también muy parecida, 5,57 fm y el PRM(2), prácticamente el mismo resultado que el P-AMD, 5,65 fm.

En cuanto al resto del espectro, el modelo P-AMD genera un patrón de tripletes ($1/2^+$, $3/2^+$, $5/2^+$) similar al experimental y al modelo de capas, respetando mejor que este último el orden de los niveles experimentales. Sin embargo, se sobrestima la energía de los niveles $5/2^+$. El acuerdo podría mejorar aumentando el espín-órbita a costa de empeorar el acuerdo en la energía de ligadura, pero sin obtener grandes cambios. Se ha comprobado que la variación de la profundidad del término de espín-órbita no afecta en ningún caso al orden de los niveles. Esto refuerza el poder predictivo del modelo ya que el potencial espín-órbita es el único parámetro escogido arbitrariamente, aunque siempre dentro de unos valores razonables. Otra explicación que puede variar la energía de estos niveles es la contribución de otros estados excitados del *core* ^{18}C , que no es posible investigar en este caso debido a que no se dispone de las correspondientes densidades de transición.

Por último, en la tabla 2.6 se recogen los factores espectroscópicos de los

Tabla 2.6: Factores espectroscópicos para los primeros estados de baja energía del núcleo ^{19}C , de acuerdo a los modelos considerados.

Estado	Modelo	$ 0^+ \otimes (\ell s)j\rangle$	$ 2^+ \otimes s_{1/2}\rangle$	$ 2^+ \otimes d_{3/2}\rangle$	$ 2^+ \otimes d_{5/2}\rangle$
$1/2_1^+$	P-AMD	0.529	–	0.035	0.436
	PRM(1)	0.517	–	0.081	0.402
	PRM(2)	0.505	–	0.033	0.462
	WBP	0.600	–	0.002	0.184
$3/2_1^+$	P-AMD	0.028	0.386	0.121	0.464
	PRM(1)	0.043	0.348	0.150	0.459
	PRM(2)	0.023	0.371	0.106	0.500
	WBP	0.027	0.494	0.001	0.076
$5/2_1^+$	P-AMD	0.276	0.721	0.000	0.003
	PRM(1)	0.285	0.716	0.000	0.003
	PRM(2)	0.278	0.719	0.000	0.003
	WBP	0.383	0.015	0.000	0.751
$5/2_2^+$	P-AMD	0.200	0.142	0.002	0.657
	PRM(1)	0.217	0.178	0.004	0.602
	PRM(2)	0.207	0.100	0.002	0.690
	WBP	0.035	0.609	0.009	0.291

primeros estados de baja energía del núcleo ^{19}C . Se encuentra un excelente acuerdo con los factores espectroscópicos obtenidos para el modelo de capas para el estado fundamental. Para la contribución $|0^+ \otimes s_{1/2}\rangle$ en el estado fundamental existe un valor experimental de 0,67 [110] cercano al valor obtenido en el modelo P-AMD. Es necesario tener en cuenta que la ocupación del nivel $d_{5/2}$ es mayor que uno, lo que aumenta los respectivos factores espectroscópicos del modelo de capas. No obstante, es posible comparar con los otros tres modelos atendiendo, por ejemplo, a las diferentes proporciones entre una resonancia $5/2^+$ y la siguiente. De acuerdo con esto, en el modelo P-AMD se observa una inversión de las energías de las dos resonancias $5/2^+$. Si no se consideran las diferencias en energía, las proporciones en los factores espectroscópicos entre una resonancia y la otra resultan muy similares para los cuatro modelos.

Capítulo 3

Reacciones

La educación es la inflamación de una llama, no el llenado de un recipiente.

Sócrates

El presente capítulo retoma los modelos de estructura discutidos en el capítulo anterior de forma que la información que proporcionan ayude a la comprensión de los procesos de reacción en los que intervienen distintos núcleos halo. En particular, se tratará de estudiar los efectos del continuo de dichos núcleos en las secciones eficaces obtenidas. Asimismo, el análisis y la comparación con los datos experimentales permitirá establecer la bondad del modelo aplicado al núcleo real y así obtener información sobre la estructura de los núcleos halo.

Es el momento de recordar que la principal motivación para el uso de la base THO era su sencillez en la representación del continuo. La reducción en el número de funciones de onda necesarias para representar el continuo esquemáticamente pero reteniendo la información fundamental es de importancia capital para su inclusión en el estudio de reacciones. Es, por tanto, en este capítulo donde se pondrán de relieve las ventajas de la base THO frente a métodos análogos para la descripción del continuo. En las siguientes secciones se estudiarán dichas ventajas tanto en el caso sin excitación del *core*, sección 3.1, para los núcleos ${}^6\text{He}$, ${}^{11}\text{Li}$ y ${}^{11}\text{Be}$, como incluyendo dicha excitación en la sección 3.2 para ${}^{11}\text{Be}$ y ${}^{19}\text{C}$ que serán los proyectiles utilizados en reacciones con distintos blancos ligeros y pesados. Resultará de interés en el caso de ${}^{11}\text{Be}$ la comparación de los resultados para

la misma reacción en función de si se consideran o no las excitaciones del *core* ^{10}Be .

3.1. Sistemas de dos cuerpos

La base THO considerada en la sección 2.1 tiene como principal propósito, más allá del estudio de la estructura de los núcleos, servir de representación discreta del continuo de núcleos débilmente ligados para su uso en cálculos de reacción dentro de métodos como el de canales acoplados con discretización del continuo, expuesto en la subsección 1.2.3.

A continuación se va a hacer uso de las descripciones de los núcleos ^6He y ^{11}Be para el estudio de las secciones eficaces de ruptura en las reacciones $^6\text{He}+^{12}\text{C}$ y $^6\text{He}+^{208}\text{Pb}$ a 240 MeV/nucleón y $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Los resultados se compararán con los datos experimentales de GSI [14] para las reacciones con ^6He y los obtenidos en RIKEN [103] para el caso del núcleo ^{11}Be .

3.1.1. Aplicación a las reacciones $^6\text{He}+^{12}\text{C}$ y $^6\text{He}+^{208}\text{Pb}$ a 240 MeV/nucleón

La ruptura del núcleo ^6He por dispersión con el núcleo ^{208}Pb a través del método CDCC utilizando la base THO para representar el continuo ya fue estudiada en la referencia [31] donde se encontró un acuerdo excelente con el tradicional método de *binning* en el cálculo del módulo de la matriz S . En el presente trabajo se retoma el análisis de [31] con el objeto de comparar con los datos experimentales medidos por Aumann *et al.* en GSI [14], en concreto con la medida exclusiva de la sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía de excitación del proyectil $d\sigma/dE_x$.

En la referencia [14], dicho observable se obtiene reconstruyendo la cinemática del centro de masas del proyectil ^6He a partir de la medida de los momentos de los fragmentos salientes ($^4\text{He}+n+n$) e integrando hasta un ángulo de dispersión de 80 mrad en el sistema laboratorio. Para poder calcular este observable con la base THO es necesario obtener la sección eficaz diferencial de dispersión $d\sigma/d\Omega dE_x$ a partir de la matriz S , para luego integrar de acuerdo con las condiciones experimentales. En principio, esto no supone problema alguno ya que la matriz S de ruptura es una

función continua del momento asintótico k y, por lo tanto, de la energía de excitación. Sin embargo, como ya se ha mencionado, en una descripción de pseudoestados sólo es posible obtener una serie discreta de valores de S , correspondiente a los autovalores ε_n . Una descripción continua de dicho observable puede obtenerse a partir de sus valores discretos siguiendo el procedimiento expuesto en [31, 123, 124]. En dicho procedimiento, los valores discretos de la matriz S son *suavizados* haciendo uso de las soluciones *exactas* del continuo del proyectil de forma similar al método utilizado para las distribuciones de $\mathcal{B}(E\lambda)$ expuesto en el apéndice A:

$$S_{f,i}(k) \approx \sum_{n=1}^N \langle k j_f | \Psi_{n,j}^{(N)} \rangle S_{n,i}^{(N)}(k_n), \quad (3.1)$$

donde $S_{n,i}^{(N)}(k_n)$ son los valores discretos de la matriz S obtenidos en el cálculo de canales acoplados con una base de pseudoestados de N estados. Los subíndices i , f y n indican los canales del estado fundamental $\{\phi_{\text{g.s.}}, L_i, j_i, J\}$, estado final $\{\phi_{j_f}(k); L_f, j_f, J\}$ y cada uno de los pseudoestados $\{\Psi_{n,j}^{(N)}; L_f, j_f, J\}$, respectivamente. L denota el momento angular orbital entre el proyectil y el blanco; j , el momento angular del proyectil y J el momento angular total del sistema.

Comenzando primero por la reacción con el blanco de ^{208}Pb , se mantiene el potencial para la estructura del proyectil utilizado en la sección 2.1, así como los parámetros seleccionados para la base THO. Para el cálculo CDCC es también necesario conocer potenciales que reproduzcan las interacciones α - ^{208}Pb y $2n$ - ^{208}Pb . Para la interacción α - ^{208}Pb se utiliza el primer potencial óptico expuesto en la referencia [125]. La interacción $2n$ - ^{208}Pb supone un caso más complicado ya que el dineutrón, como ya se ha mencionado, no es estable en la naturaleza. Una opción muy utilizada en estos modelos de dineutrón mejorado es recurrir a un potencial ajustado para la dispersión del deuterón con el mismo blanco. Sin embargo, es posible mejorar los resultados usando un potencial de convolución al estilo de (2.16):

$$U(\vec{R}) = \int \rho_{nn}(r_{nn}) \left\{ U_n\left(\vec{R} + \frac{\vec{r}_{nn}}{2}\right) + U_n\left(\vec{R} - \frac{\vec{r}_{nn}}{2}\right) \right\} d\vec{r}_{nn} \quad (3.2)$$

donde U_n es un potencial óptico para el sistema n - ^{208}Pb tomado de la parametrización de Madland [126], evaluado a la energía por nucleón apropiada, y $\rho_{nn}(r)$ es la densidad de la distribución neutrón-neutrón. Para calcular

dicha densidad se integra el cuadrado de la función de onda de tres cuerpos del núcleo ${}^6\text{He}$ a lo largo de la coordenada $2n-\alpha$:

$$\rho(r_{nn}) = \int r_{2n-\alpha}^2 |\Psi^{3b}(\vec{r}_{nn}, \vec{r}_{2n-\alpha})|^2 d\vec{r}_{2n-\alpha} d\Omega_{nn}, \quad (3.3)$$

donde $\Psi^{3b}(\vec{r}_{nn}, \vec{r}_{2n-\alpha})$ es la función de onda de tres cuerpos para el estado fundamental y Ω_{nn} denota las variables angulares relativas a la coordenada $n-n$, (θ_{nn}, ϕ_{nn}) . Para los cálculos expuestos a continuación se toma la misma función Ψ^{3b} que se usó para fijar la energía de separación efectiva del modelo de dineutrón mejorado en el que se basa el potencial $2n-\alpha$ [23].

Utilizando una base con $N=30$ estados se obtiene una buena convergencia para el cálculo CDCC. Además, se encuentra que es posible eliminar los estados por encima de una energía de excitación de 50 MeV debido a que su contribución a los observables estudiados es despreciable. Esto reduce el número de pseudoestados necesarios para el cálculo CDCC a $n_s = n_p = 14$, $n_d = 15$ para las ondas s , p y d respectivamente. No se encontró contribución apreciable para estados del proyectil con mayor momento angular ℓ . El sistema de ecuaciones acopladas, ya dentro del cálculo CDCC, se integró haciendo uso del programa *fresco* [78] hasta una distancia proyectil-blanco de 100 fm y para un momento angular total máximo $J_{\text{max}} = 2000$.

En la figura 3.1 se muestra la sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía de excitación junto con los datos obtenidos en GSI. Las líneas punteada, discontinua y de puntos y rayas se corresponden con las contribuciones de los estados del continuo s , p y d respectivamente. Para este rango angular ($\theta_{\text{lab}} < 80$ mrad) la sección eficaz viene dominada por el acoplamiento a los estados con $\ell = 1$ debido principalmente a una fuerte excitación dipolar coulombiana.

La línea continua fina de la figura 3.1 es la suma de las contribuciones s , p y d . Para una comparación más realista con los datos experimentales, resulta conveniente convolucionar el total con la resolución experimental en energía, indicada en [14]. De esta forma, la sección eficaz viene dada por:

$$\frac{d\sigma}{dE_x} = \int d\Omega \int_{\varepsilon_b}^{\infty} dE'_x \frac{d\sigma_{\text{th}}}{d\Omega dE'_x} P(E'_x - E_x), \quad (3.4)$$

siendo σ_{th} el cálculo teórico y $P(E'_x - E_x)$ una distribución de probabilidad que de cuenta de la resolución experimental. Para la convolución en energía

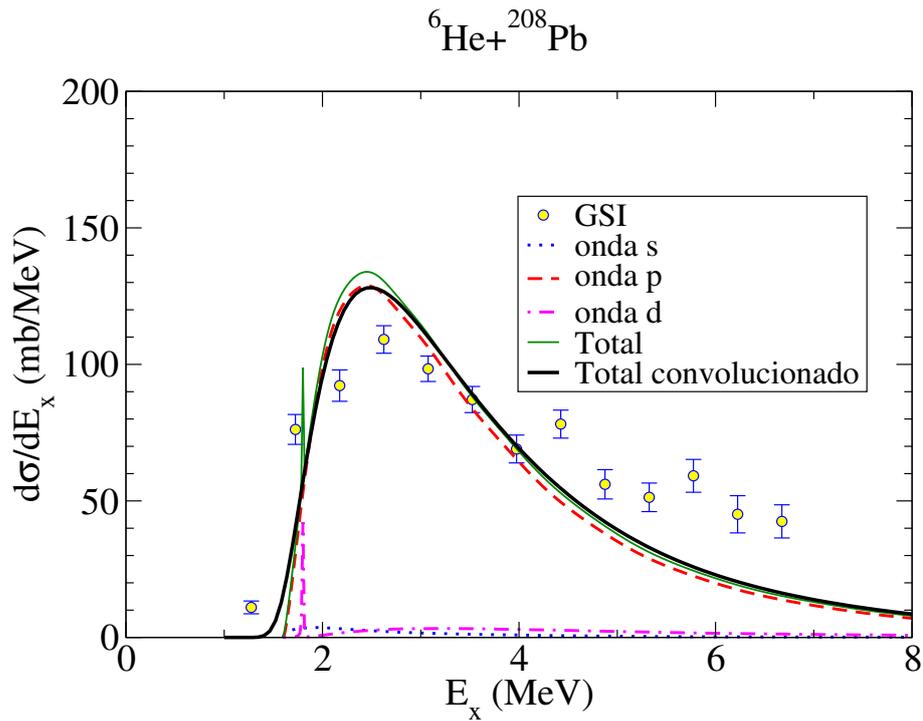


Figura 3.1: Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb}$ a 240 MeV/nucleón . Las líneas punteada, discontinua y de puntos y rayas se corresponden con las contribuciones de los estados s , p y d respectivamente. La línea continua fina representa la suma de las tres contribuciones y la gruesa al cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. Se compara con los datos experimentales de la referencia [14].

se utiliza una distribución de Poisson con la anchura de la resolución experimental [14]. Volviendo a la figura, la línea continua gruesa muestra el resultado de esta convolución. Se encuentra un buen acuerdo entre los datos y el cálculo teórico en la zona de baja energía. Para energías de excitación por encima de los 4 MeV, el cálculo teórico se separa de la tendencia experimental, subestimando los datos. No obstante, dicha discrepancia ya se encuentra para los cálculos semiclásicos expuestos en el mismo trabajo [14]. Por último, nótese que el estrecho pico debido a la resonancia 2^+ del núcleo ${}^6\text{He}$ desaparece tras la convolución.

En la referencia [14] se extrae la distribución de probabilidad $d\mathcal{B}(E1)/d\varepsilon$ comparando la sección eficaz de ruptura de la figura 3.1 con cálculos semiclásicos. Para ello, es necesario que dicha sección eficaz se deba por completo a la excitación dipolar coulombiana. Esta es la razón de que se seleccionen energías tan altas y ángulos tan delanteros, como ya se mencionó en la sección 1.2.2. Aunque los cálculos aquí presentados confirman que el proceso dominante en la ruptura son los acoplamientos de tipo dipolar, se encuentra que los potenciales nucleares tienen una contribución pequeña pero no despreciable en dicho observable. Es más, partiendo del mismo modelo de estructura para el núcleo ${}^6\text{He}$, los cálculos CDCC discrepan del cálculo semiclásico. Todo esto ha de afectar a la extracción de la $d\mathcal{B}(E1)/d\varepsilon$, lo cual podría explicar, al menos en parte, las diferencias entre la $\mathcal{B}(E1)$ experimental del núcleo ${}^6\text{He}$ y la obtenida en los modelos teóricos [23, 127].

Pasando al blanco de ${}^{12}\text{C}$, se mantiene la misma descripción del proyectil ${}^6\text{He}$ tomando el mismo potencial $2n-\alpha$ y los mismos parámetros para la LST. En este caso se incluyen los estados del continuo de ${}^6\text{He}$ con $\ell = 0 - 3$ seleccionando para cada onda parcial $N = 40$ funciones THO. Para la interacción $\alpha-{}^{12}\text{C}$ se toma el potencial de la referencia [128]. De nuevo, se calcula el potencial $2n-{}^{12}\text{C}$ haciendo uso de la ecuación (3.2) tomando para la interacción neutrón-blanco, $n-{}^{12}\text{C}$ en este caso, la parametrización de Madland [126]. El sistema de ecuaciones acopladas fue integrado hasta una distancia proyectil-blanco de 100 fm y para un momento angular total máximo $J_{\text{max}} = 200$.

En la figura 3.2 se comparan la sección eficaz diferencial experimental [14] con el cálculo CDCC. En este caso la parte de baja energía viene dominada por la resonancia 2^+ , con cierta contribución de fondo de las ondas s y p . La contribución de las ondas f resulta despreciable y, por ello, no ha

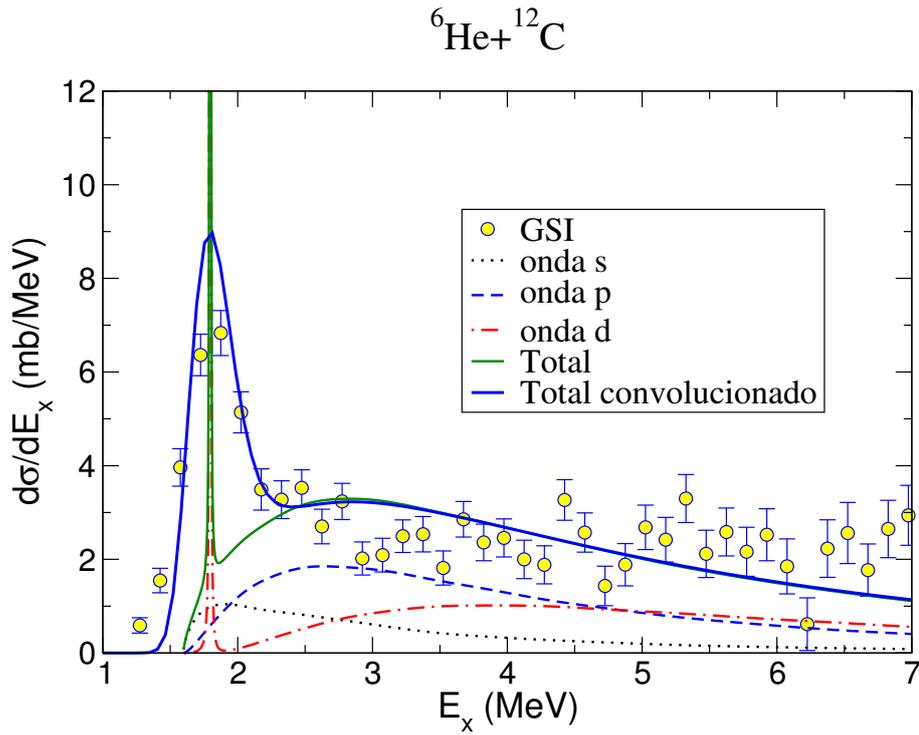


Figura 3.2: Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. Las líneas punteada, discontinua y de puntos y rayas se corresponden con las contribuciones de los estados s , p y d respectivamente. La línea continua fina representa la suma de las tres contribuciones y la gruesa al cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. Se compara con los datos experimentales de la referencia [14].

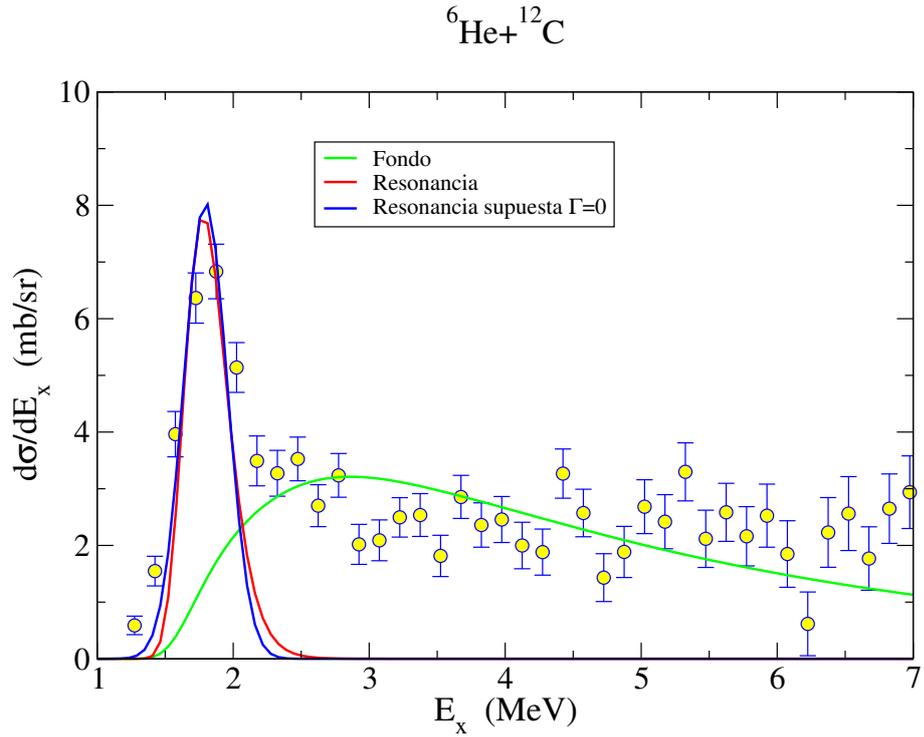


Figura 3.3: Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. En el cálculo teórico se ha separado la contribución de la resonancia del resto. Dicha contribución se compara con el resultado de considerar la resonancia sin anchura, dando la misma contribución a una distribución gaussiana con la anchura de la resolución experimental.

sido incluida en la figura. Como en el caso del ^{208}Pb , la sección eficaz para las ondas d presenta un pico estrecho a la energía de la mencionada resonancia, $E_x = 1,8$ MeV. La reducida anchura de la resonancia se debe al modelo empleado, siendo ésta más pequeña que la anchura experimental ($\Gamma_{\text{exp}} \approx 100$ keV). Sin embargo, la anchura del cálculo teórico se ajusta a la distribución experimental. En la figura 3.3 se ha separado la contribución de la resonancia del fondo para mostrar cómo, incluso asignando una anchura nula a la resonancia, es la resolución experimental la responsable de la anchura observada en los datos experimentales. En definitiva, la resonancia es demasiado estrecha para poder extraer información de su anchura con la resolución en energía del experimento. Además, esta escasa anchura de la resonancia, complicaría el tratamiento del continuo mediante el método de *binning*, mientras que en el caso de los pseudoestados se trata con una única función de onda la resonancia y usando las mismas especificaciones que para las ondas no resonantes, en este caso las contribuciones s y p .

En contraposición al blanco de ^{208}Pb , la reacción con el blanco ligero, ^{12}C , se presupone dominada por los efectos nucleares [14]. En la figura 3.4 se muestra el resultado de hacer el cálculo CDCC sin incluir la interacción coulombiana. La sección eficaz de ruptura es en este caso mayor que la obtenida en presencia de acoplamientos Coulombianos. Se observa, por tanto, que la interacción nuclear no domina por completo la ruptura del ^6He en este caso sino que existe una interferencia destructiva entre la interacción coulombiana y la nuclear, imprescindible para la comprensión de los datos.

Por último, remarcar que a estas energías los observables calculados podrían sufrir desviaciones debido a efectos relativistas. Algunos estudios recientes [129, 130] muestran que estos efectos producen un aumento en torno al 10-15 % para la sección eficaz de ruptura calculada para las reacciones $^8\text{B}+^{208}\text{Pb}$ y $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ a 250 MeV/nucleón. Estos efectos se dan sólo a pequeños ángulos y se deben mayoritariamente a modificaciones en la interacción coulombiana. Por lo tanto, podría haber un efecto similar en el caso estudiado $^6\text{He}+^{208}\text{Pb}$. Para la reacción $^6\text{He}+^{12}\text{C}$, no son de esperar cambios importantes, ya que las correcciones relativistas dinámicas a la interacción nuclear serán despreciables atendiendo a las conclusiones de estos mismos autores. En cuanto a las correcciones cinemáticas, tanto en el presente trabajo como en los mencionados se ha utilizado el momento relativista correspondiente a la energía de la reacción.

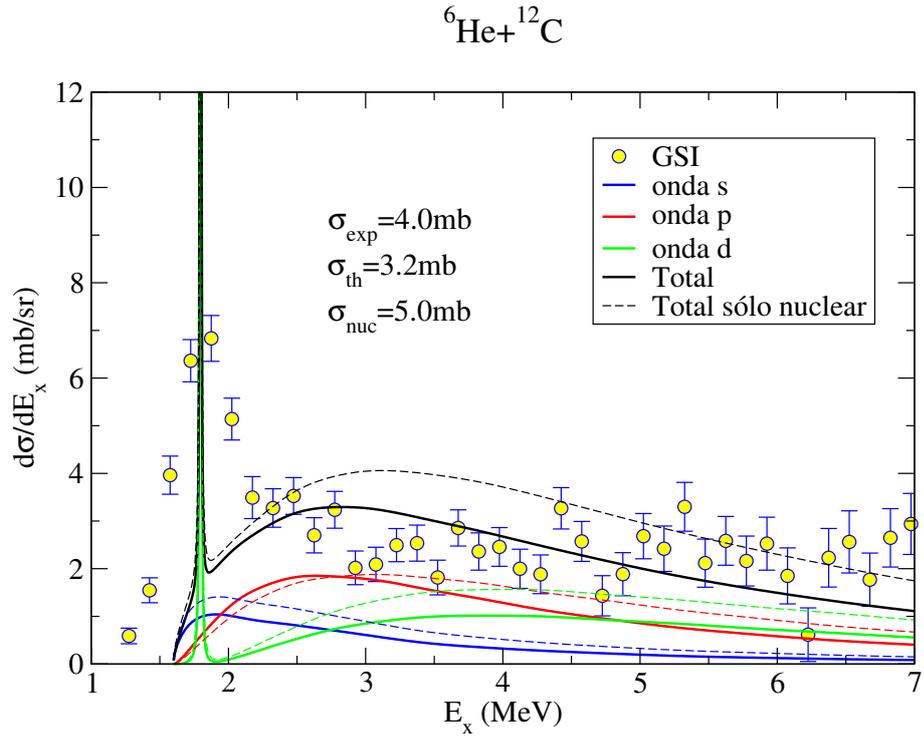


Figura 3.4: Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía de excitación, para la reacción ${}^6\text{He} + {}^{12}\text{C}$ a 240 MeV/nucleón. Las líneas continuas se corresponden con el cálculo completo, mientras que las líneas discontinuas son el resultado de eliminar la interacción coulombiana. Se incluyen también los valores de las secciones eficaces totales experimental σ_{exp} , teórica σ_{th} y el valor obtenido incluyendo sólo la interacción nuclear σ_{nuc} .

3.1.2. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Li}+^{208}\text{Pb}$

En esta sección se va a utilizar el modelo de dineutrón del núcleo ^{11}Li para la interpretación de la reacción de este núcleo con ^{208}Pb a energías en torno a la barrera coulombiana medida en las instalaciones de TRIUMF, Canadá, por la colaboración E1104. Esta colaboración fue iniciada por el Instituto de Estructura de la Materia (CSIC) de Madrid y las universidades de Sevilla y Huelva con participación también de las universidades de Lisboa, Chalmers, York, Aarhus y de miembros del propio TRIUMF. Los datos aquí presentados son todos ellos preliminares y están pendientes de publicación.

Más concretamente, dicho experimento se llevó a cabo en la línea de haz ISAC-II. Durante el experimento se dispuso de dos haces: ^9Li y ^{11}Li con intensidades promedio de 10^5 y 4300 pps, respectivamente, que se hicieron incidir sobre un blanco de ^{208}Pb de $1,45 \text{ mg/cm}^2$. Para el haz de ^9Li , aprovechando su mayor estadística, se empleó también un blanco más grueso de $1,90 \text{ mg/cm}^2$. Las energías empleadas para el haz de ^{11}Li fueron 24,3 y 29,8 MeV en el sistema laboratorio. En el montaje se incluyeron 4 telescopios cubriendo un rango angular de 0° a 140° con resolución suficiente para distinguir tanto la dispersión elástica de ^{11}Li como el fragmento cargado proveniente de la ruptura, ^9Li . Por contra, no se dispone de información acerca de los neutrones.

La barrera coulombiana para este caso se encuentra en torno a los 28 MeV. De esta forma, se obtiene información tanto por debajo de la barrera, con la energía de 24,3 MeV, como justo por encima, con la de 29,8 MeV. La elección de estas energías en torno a la barrera permite encontrar en el mismo experimento regiones angulares en las que predomine la interacción coulombiana, otras en las que domine la nuclear y otras en las que ambas entren en competencia. En concreto, en los dos primeros telescopios, la distancia de máxima aproximación clásica no baja de los 15 fm, mayor que la suma de radios de ^{11}Li y ^{208}Pb , por lo que es un caso ideal para el estudio de la $\mathcal{B}(E1)$ ya que no van a intervenir a priori los potenciales nucleares al ser de corto alcance. Esto hace posible la aplicación del método semiclásico descrito en la subsección 1.2.2 para extraer información acerca de la $\mathcal{B}(E1)$ y de su efecto sobre la dispersión elástica y la ruptura de ^{11}Li .

En las figura 3.5 se muestran las probabilidades de ruptura en función del ángulo de dispersión en el sistema laboratorio medidas para las dos

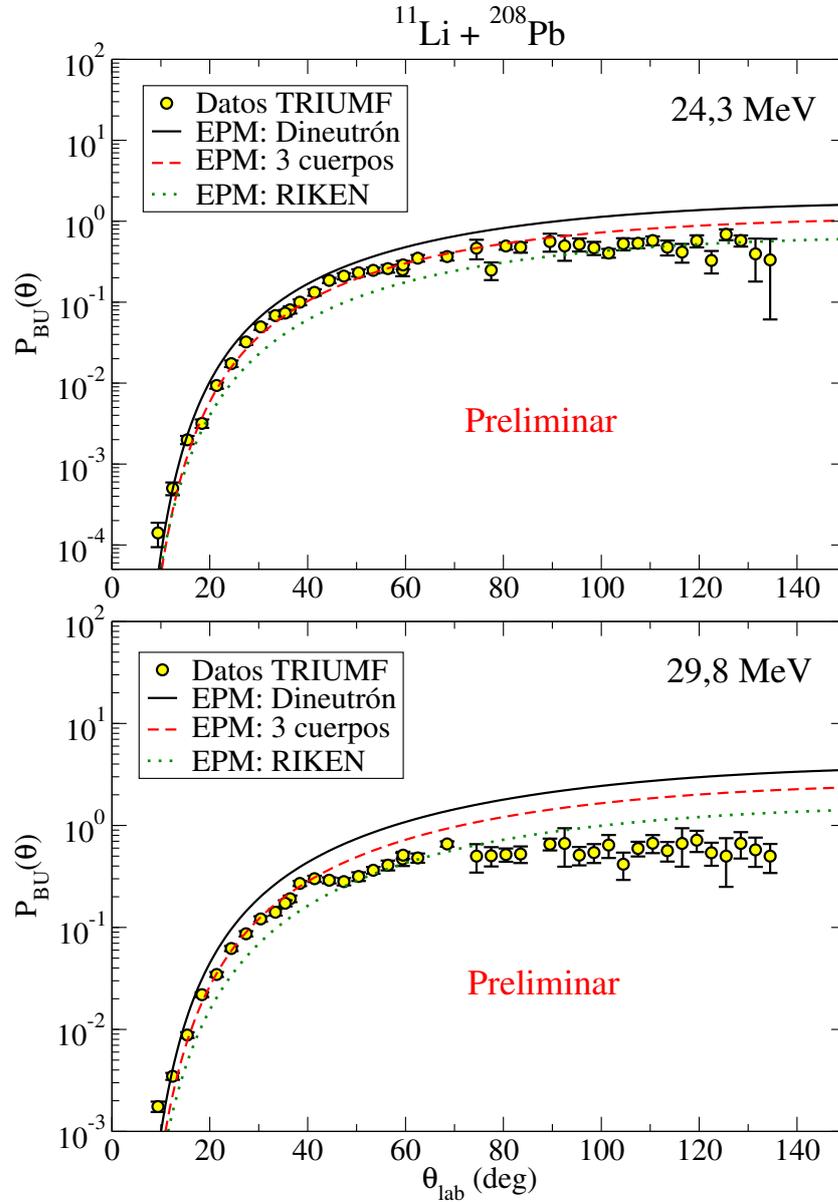


Figura 3.5: Distribución angular de la probabilidad de ruptura de ^{11}Li para la reacción $^{11}\text{Li} + ^{208}\text{Pb}$ a 24,3 MeV, panel superior y a 29,8 MeV, panel inferior, obtenida para el cálculo semiclásico (EPM) comparada con los datos obtenidos en TRIUMF por la colaboración E1104. La línea continua se corresponde con el cálculo semiclásico con la $\mathcal{B}(E1)$ del modelo de dineutrón mejorado, la línea discontinua con la $\mathcal{B}(E1)$ del modelo de tres cuerpos de ^{11}Li y la línea de puntos a la $\mathcal{B}(E1)$ experimental obtenida en RIKEN [19].

energías, 24,3 y 29,8 MeV respectivamente. Junto con los datos se presentan los cálculos obtenidos con el modelo semiclásico usado para la probabilidad de excitación dipolar $\mathcal{B}(E1)$ obtenida con el modelo de dineutrón (línea continua), con el modelo de tres cuerpos (línea discontinua) y para la probabilidad de excitación dipolar experimental obtenida en RIKEN [19] correspondiente a la línea de puntos. Es necesario puntualizar que tanto el modelo de tres cuerpos como el modelo de dineutrón presentan una $\mathcal{B}(E1)$ mayor que la experimental. La elevada magnitud del máximo de $\mathcal{B}(E1)$ en ambos modelos se debe al hecho de considerar la existencia de una resonancia dipolar a baja energía como se explicó en la subsección 2.1.3. Para ambas energías el modelo de tres cuerpos reproduce los datos hasta 40° - 50° , ángulos en los que el modelo semiclásico pierde su validez. El modelo de dineutrón sobrestima los datos, mientras que el cálculo basado en la distribución de $\mathcal{B}(E1)$ experimental subestima claramente los datos de ruptura. En conclusión, los datos preliminares del experimento de la colaboración E1104 indican la existencia de una mayor probabilidad de excitación dipolar a baja energía compatible con la existencia de una resonancia dipolar en esta zona.

3.1.3. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón

Para el estudio de esta reacción se utilizará el modelo expuesto en la subsección 2.1.4 para el proyectil ^{11}Be reaccionando con un blanco de carbono. Dicha reacción fue medida en RIKEN por Fukuda *et al.* [103], con el objetivo de obtener información sobre la estructura del continuo del núcleo halo midiendo las coincidencias neutrón- ^{10}Be en la ruptura del proyectil.

La distribución de la sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía relativa n - ^{10}Be viene dominada por una resonancia en torno a la energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV. Esta resonancia puede interpretarse como un neutrón describiendo una órbita $d_{5/2}$ acoplado al estado fundamental del *core* ^{10}Be . También se encuentra una segunda resonancia, menos poblada, a $E_x = 3,41$ MeV. A dicha resonancia se le asigna un espín y paridad $3/2^+$ pero tiene una contribución muy pequeña de la correspondiente órbita $d_{3/2}$ acoplado al estado $^{10}\text{Be}(0^+)$ mientras que la principal componente parece ser la configuración $^{10}\text{Be}(2^+) \otimes 2s_{1/2}$. Al igual que en análisis previos de la misma reacción [88, 89], no se incluye la posibilidad de excitar el *core*, por lo que esta resonancia $3/2^+$ no aparecerá en los cálculos teóricos. En la subsección

3.2.2 se analizará dicha resonancia dentro de la misma reacción incluyendo la excitación del *core*.

En los cálculos CDCC que se presentan a continuación se hará uso de la interacción n - ^{10}Be de la referencia [84] ya expuesta en la subsección 2.1.4. Se hace uso también de los parámetros de la LST usados en dicha sección para generar la base THO utilizando $N = 25$ estados de oscilador. En el cálculo se incluyen los estados del continuo $s_{1/2}$, $p_{1/2}$, $p_{3/2}$, $d_{3/2}$ y $d_{5/2}$, habiendo comprobado que la contribución de las ondas f resulta despreciable. Tras diagonalizar en cada onda parcial el hamiltoniano con $N = 25$ funciones THO, sólo se mantuvieron aquellos pseudoestados con energía relativa n - ^{10}Be por debajo de 20 MeV en el cálculo CDCC, ya que la sección eficaz de ruptura a estas energías era muy pequeña. De esta forma se reduce el número total de funciones incluidas en el cálculo a unos 10-11 pseudoestados por onda parcial descrita. Siguiendo el análisis de [89] se toman el resto de potenciales, n + ^{12}C y ^{10}Be + ^{12}C , de las referencias [131] y [132], respectivamente. Con todo esto, las ecuaciones acopladas resultantes se integraron hasta un radio total $R = 90$ fm y un momento angular total máximo $J = 350$.

En la figura 3.6 se compara la sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía relativa n - ^{10}Be calculada junto con la distribución experimental [103]. Tanto los datos como el cálculo teórico se integran en un rango angular $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 12^\circ$. En la figura se muestran también las contribuciones de cada onda parcial por separado. Los símbolos corresponden a la contribución de cada pseudoestado, mientras que las líneas continuas finas son el resultado de convolucionar los valores discretos de la matriz S con las ondas del continuo conforme a la ecuación (3.1).

Se puede observar que la ruptura del proyectil a baja energía de excitación viene dominada por las ondas $p_{3/2}$ y $d_{5/2}$, siendo esta última la responsable del máximo encontrado a $E_x = 1,78$ MeV. La línea punteada muestra la suma de todas las contribuciones y la línea continua gruesa el resultado de convolucionar el total con la resolución experimental expuesta en [103]. A energías próximas al umbral, el cálculo sobrestima los datos mientras que, por encima de la primera resonancia, se encuentra un buen acuerdo en forma y magnitud. Como se ha comentado antes, no se reproduce el segundo pico ya que proviene de una resonancia que queda fuera del modelo de estructura considerado.

Los resultados coinciden con los obtenidos por Howell *et al.* [89], incluida

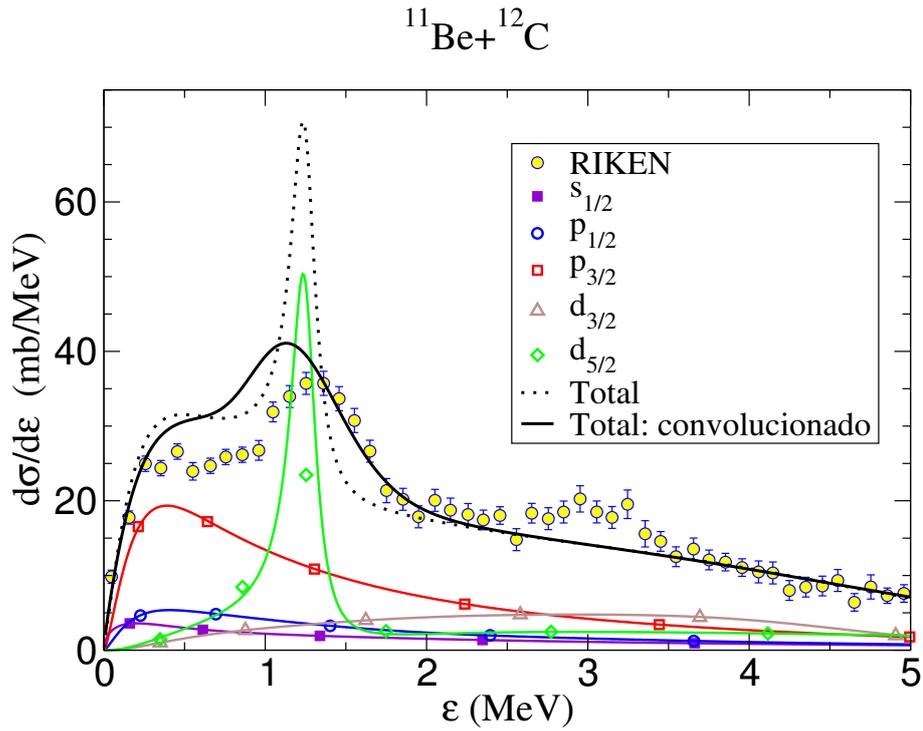


Figura 3.6: Sección eficaz diferencial de ruptura integrada en ángulo en función de la energía relativa n - ^{10}Be , para la reacción $^{11}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de cada una de las ondas parciales. La línea de puntos representa la suma de las contribuciones y la gruesa, el cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

la sobrestimación de los datos a bajas energías. La interacción escogida para n - ^{10}Be en su caso es distinta [88], si bien tampoco se incluyen las excitaciones del *core*. En dicho trabajo se utilizó el *binning* como método de discretización, lo que corrobora una vez más que ambos métodos dan resultados equivalentes una vez alcanzada en ambos casos la convergencia. Como se ha discutido en el caso $^6\text{He}+^{12}\text{C}$, la ventaja de usar la base THO para la discretización en lugar del *binning* radica en la capacidad de describir la estructura del continuo con un número pequeño de funciones. En este caso, para describir la resonancia $d_{5/2}$, los cálculos ya citados con *binning* [89] utilizaron 15 bins para el entorno de la resonancia, en concreto para el rango de energía $\varepsilon = 0,5 - 2$ MeV, mientras que en el presente trabajo 10 pseudoestados consiguen reproducir todo el rango en energía de la contribución $d_{5/2}$, incluida la resonancia.

Como en el caso del núcleo ^6He , dentro del continuo $d_{5/2}$ aparece un pseudoestado con energía $\varepsilon = 1,25$ MeV, muy próxima a la energía nominal de la resonancia ($\varepsilon = 1,27$ MeV), siendo por ello firme candidato a reproducir las propiedades de dicha resonancia así como su contribución a la sección eficaz de ruptura. Para corroborar este hecho, en la figura 3.7 se comparan la distribución angular de la sección eficaz de ruptura en la región de la resonancia [103] con la distribución angular de los tres pseudoestados más próximos a la energía de la resonancia. Conforme a lo esperado, el pseudoestado cuya energía coincide con la energía de la resonancia reproduce razonablemente la forma y magnitud de la sección eficaz experimental apoyando la conclusión de que los pseudoestados a la energía de estabilización adoptan el comportamiento y las características de las resonancias. Hay que recordar también que, al aumentar la base, dicho comportamiento se distribuirá entre varios pseudoestados, siendo posible que, para este tamaño de base ($N = 25$), el comportamiento de la resonancia venga dado por una mezcla con una pequeña contribución de los otros dos pseudoestados mostrados en la figura 3.7.

3.2. Sistemas de dos cuerpos con excitación del *core*

En la sección anterior se ha comprobado que las funciones THO permiten obtener una descripción discreta del continuo de los núcleos halo capaz de reproducir su comportamiento en reacciones de ruptura directa con la ayuda

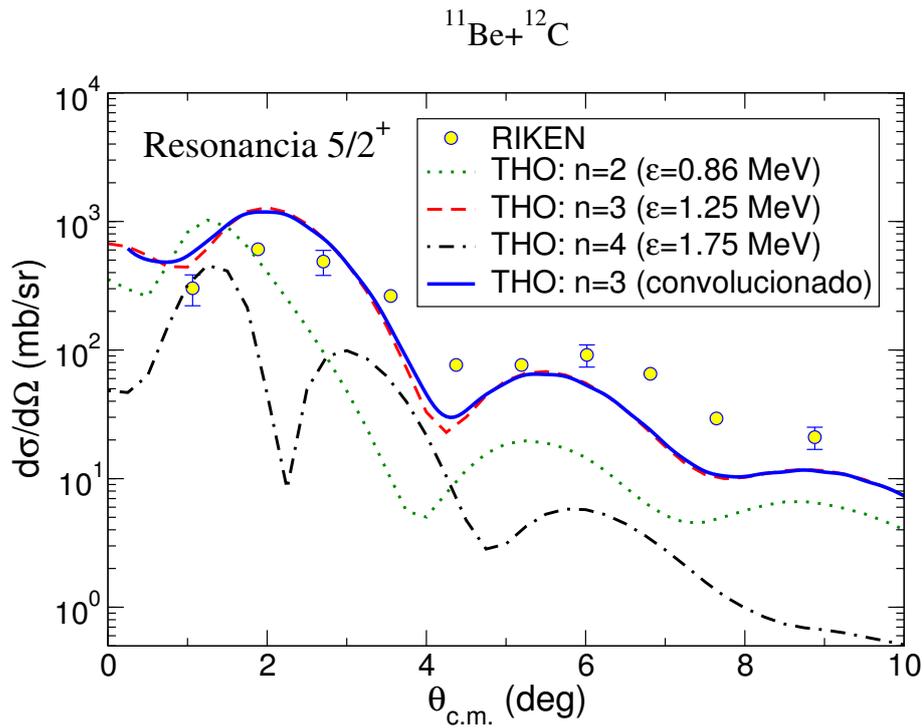


Figura 3.7: Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a la resonancia con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, para la reacción $^{11}\text{Be} + ^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los tres pseudoestados más próximos a la resonancia. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

de métodos de reacción como el CDCC o el método semiclásico EPM. A continuación se va a explorar la generalización de dicha base incluyendo la excitación del *core*. Para poner a prueba la base se va a comenzar por un caso que permita un método de reacción más sencillo como es el método semiclásico EPM expuesto en la subsección 1.2.2. Más adelante se hará uso de la base en mecanismos de reacción más complejos como el método DWBAx.

Además de comprobar las virtudes de la nueva base THO a la hora de reproducir datos experimentales de reacciones en las que la excitación del *core* juega un papel importante, se mostrará cómo la inclusión de dicha excitación permite obtener información de la estructura de los núcleos halo estudiados a partir de dichas reacciones. En concreto, se mostrará cómo es posible obtener información de la probabilidad de transición cuadrupolar $\mathcal{B}(E2)$ de la primera resonancia $5/2^+$ del núcleo ^{11}Be . También se observará cómo la sección eficaz de ruptura en las reacciones estudiadas resulta ser sensible a los factores espectroscópicos de los niveles estudiados, lo que permite obtener información de ciertos factores que no son accesibles en métodos más tradicionales para su obtención como, por ejemplo, las reacciones de transferencia.

3.2.1. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón

Dentro del mismo experimento citado en la subsección 3.1.3 [103] se midió también la reacción $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$. A estas energías, y para ángulos pequeños, el proceso viene dominado por la interacción coulombiana, hecho que suele aprovecharse para obtener información sobre la probabilidad de excitación dipolar $\mathcal{B}(E1)$ como se ha visto en la subsección 3.1.1 para la reacción $^6\text{He}+^{208}\text{Pb}$ [14]. Los núcleos halo, como ya se mencionó en la introducción y como se comprobó en el caso del núcleo ^6He , tienen una $\mathcal{B}(E1)$ considerable que hace despreciables los procesos de excitación de orden superior para blancos pesados y ángulos no muy grandes.

El caso del núcleo ^{11}Be difiere del ^6He en que su *core* es más fácil de excitar. Este hecho, como se vio en la subsección 2.4.1, altera la probabilidad de excitación cuadrupolar, $\mathcal{B}(E2)$, haciéndola un orden de magnitud mayor que la obtenida al no considerar la excitación del *core*. Aun con este aumento, la sección eficaz de ruptura es más sensible a la excitación dipolar que a la cuadrupolar. Cabe esperar, por tanto, que siga dominando el proceso dipolar,

si bien la excitación cuadrupolar puede no ser despreciable. Por otro lado, la elección de ángulos muy delanteros mantiene la predominancia de los procesos Coulombianos frente a los nucleares.

Todo esto motiva el estudio del efecto de la excitación del *core* en el núcleo ^{11}Be y cómo dicha variación en la $\mathcal{B}(E2)$ afecta a reacciones de este tipo y a la posible extracción de información de la $\mathcal{B}(E1)$ de núcleos halo. Además, al ser la interacción nuclear despreciable, es posible hacer el estudio sin necesidad de extender formalismos de reacción complejos como el CDCC para que incluyan dicha excitación del *core* [55]. En cambio, se hará uso del modelo semiclásico expuesto en la subsección 1.2.2 junto con las distribuciones de probabilidad de excitación coulombiana de la subsección 2.4.1 obtenidas para el potencial PRM.

De acuerdo a la expresión (1.31) se calculan por separado las contribuciones dipolar y cuadrupolar a la sección eficaz diferencial doble de ruptura. En la figura 3.8 se presentan las distintas contribuciones junto con la suma convolucionada con la resolución en energía experimental para comparar con los datos experimentales obtenidos en RIKEN [103] integrados en ángulo. Cuanto menor es el ángulo de dispersión, la trayectoria del proyectil pasa más alejada del núcleo blanco. De esta forma se asegura que el potencial nuclear no entra en juego y que el único proceso involucrado sea la excitación dipolar de primer orden. En el rango angular más pequeño, $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 1,3^\circ$, se observa un excelente acuerdo con los datos. Sin embargo, la contribución cuadrupolar en este caso es muy pequeña, si bien mejora ligeramente el acuerdo con los datos. En cambio, en el rango angular mayor, $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 6^\circ$, sí que se observa una contribución importante de la excitación cuadrupolar justo a la energía de la resonancia $5/2^+$. Dicha contribución resulta importante para el acuerdo en dicha región de energía. No obstante, ésta es la única zona donde el cálculo subestima los datos experimentales. Es posible que a estos ángulos sea necesaria la inclusión de la interacción nuclear para explicar la distribución experimental. En ambos casos, los picos en la distribución producidos por las resonancias $5/2^+$ y $3/2^+$ se diluyen al tener en cuenta la resolución experimental, siendo ésta insuficiente para apreciar dichas resonancias. Sólo se observa la presencia de la resonancia $5/2^+$ de forma indirecta a través del aumento de ruptura respecto a la parte dipolar. En el caso de la $3/2^+$ su contribución es demasiado pequeña para ser observada en una región en la que, incluso para el caso dipolar, existe

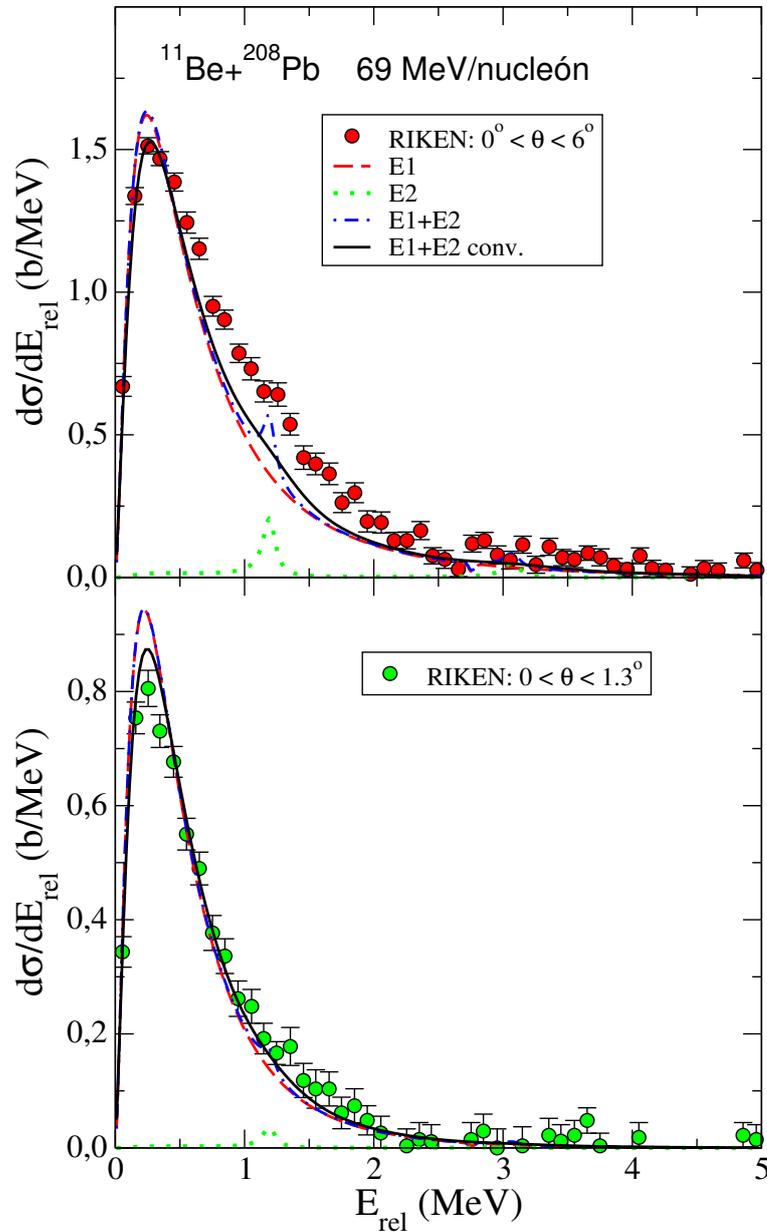


Figura 3.8: Sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía relativa n - ^{10}Be , para la reacción $^{11}\text{Be} + ^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón integrada en dos rangos angulares distintos. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y cuadrupolar, E2. La línea de puntos y rayas representa la suma de las contribuciones y la línea continua, el cálculo completo convolucionado con la resolución experimental. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

muy poca ruptura.

Por otro lado, en la figura 3.9 se presenta la sección eficaz diferencial integrada en energía en función del ángulo de dispersión. De nuevo se encuentra un buen acuerdo con los datos experimentales con la excepción de los ángulos superiores a 3° . Dichos ángulos corresponden a parámetros de impacto pequeños y, por tanto, a trayectorias en las que el proyectil explora el núcleo blanco, entrando en juego la interacción nuclear y dejando de ser válido el tratamiento semiclásico que se está utilizando. Se observa también cómo en todo momento la contribución cuadrupolar es varios órdenes de magnitud menor que la dipolar. Es sólo en la distribución en energía donde se aprecia el efecto de dicha excitación gracias a que la contribución cuadrupolar se concentra en la zona de la resonancia $5/2^+$.

Por último, concluir que, a tenor de los cálculos aquí expuestos y su concordancia con los datos experimentales, la región de ángulos $0^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 1,3^\circ$ garantiza para esta reacción que prácticamente el único proceso responsable de la ruptura del ^{11}Be es la excitación dipolar. Por lo tanto, dicha región puede utilizarse para extraer una distribución de $\mathcal{B}(E1)$ experimental. Sería también de gran utilidad disponer de secciones eficaces integradas hasta ángulos mayores que $1,3^\circ$ y menores que 3° donde parece ganar importancia la interacción nuclear. De esta forma se podría extraer cierta información de la resonancia $5/2^+$, al menos de la cuantía del pico que genera dicha resonancia en la distribución de $\mathcal{B}(E2)$.

3.2.2. Aplicación a la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón

En este apartado se estudia de nuevo la reacción presentada en la subsección 3.1.3, donde se analizaron los datos de sección eficaz de ruptura directa del núcleo ^{11}Be con un blanco de ^{12}C a energías intermedias obtenidos en RIKEN [103], incluyendo ahora el efecto de la excitación del *core* ^{10}Be . El método utilizado para calcular los observables de reacción será el método DWBAx expuesto en 1.2.4, por lo que se tendrán en cuenta tanto los efectos dinámicos como los estáticos de la excitación del *core*. Esto permitirá, además, explorar el papel de la resonancia $3/2^+$ en la ruptura del núcleo ^{11}Be que, como ya se ha mencionado, no puede explicarse sin incluir el estado excitado 2^+ del *core*.

Al igual que el método DWBA sin excitación del *core*, el DWBAx

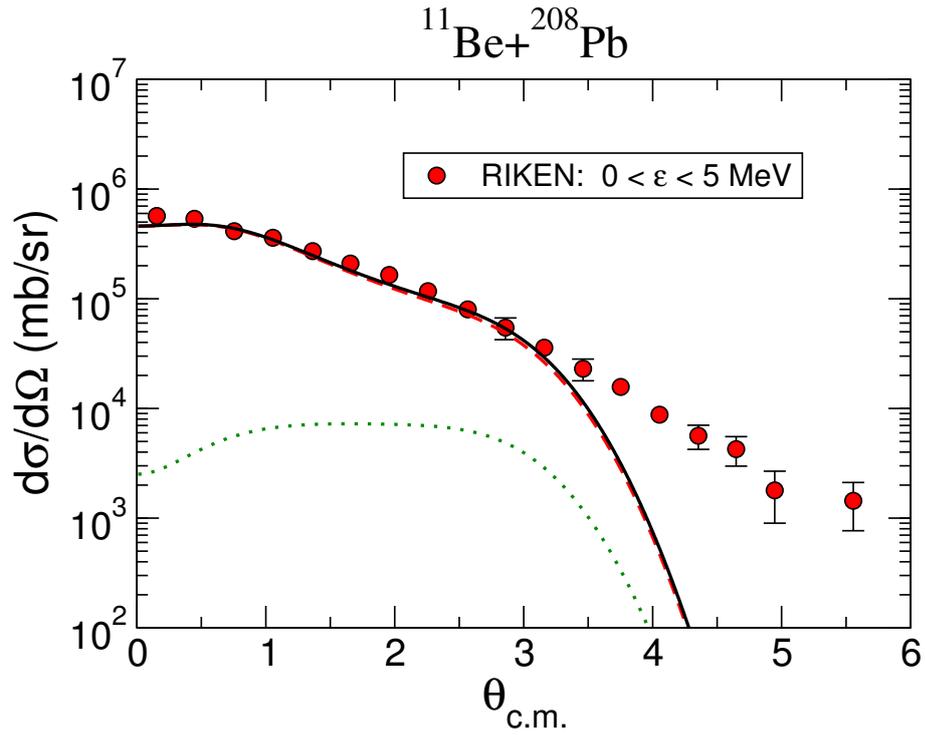


Figura 3.9: Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{11}Be , para la reacción $^{11}\text{Be} + ^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra con línea discontinua la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y con línea punteada la cuadrupolar, E2, convolucionadas con la resolución experimental. La línea continua representa la suma de ambas contribuciones. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

sólo considera procesos de primer orden en los que el proyectil pasa directamente del estado fundamental al estado final. Para incluir procesos de orden superior es necesario recurrir a métodos como el XCDCC, si bien no cabe esperar grandes cambios en el resultado para la reacción considerada debido a la energía relativamente elevada. El hecho de considerar tan sólo procesos de primer orden permite realizar el cálculo incluyendo sólo el estado fundamental y las resonancias estudiadas. Además, como ya se ha recalado, dichas resonancias vienen representadas por un sólo pseudoestado en la descripción que se ha realizado con las funciones THO. De esta forma, con sólo tres pseudoestados es posible obtener la distribución angular de las secciones eficaz de ruptura debidas a las resonancias $5/2^+$ y $3/2^+$ analizadas en RIKEN, reduciendo considerablemente la complejidad del cálculo.

Para la interacción n - ^{10}Be se consideran los dos modelos con excitación del *core* ya expuestos, PRM y P-AMD. Para permitir en primer orden la excitación del *core* es necesario contemplar esta posibilidad también en la interacción del *core* con el blanco, en nuestro caso ^{10}Be - ^{12}C . Para ello, se calculan los potenciales de doble convolución a partir de la interacción M3Y [108] y las densidades de Y. Kanada-En'yo *et al.* para ^{10}Be [97] y la densidad central de ^{12}C de la referencia [133] para el blanco. Para realizar la doble convolución se ha utilizado el programa DF POT. El potencial n - ^{12}C , al igual que en el apartado sin excitación del *core*, se toma de la referencia [131]. Con estos potenciales, el cálculo DWBAx se ha realizado integrando la amplitud de la partícula de valencia hasta un radio total $R = 75$ fm y considerando un momento angular total máximo $J = 500$. Para el cálculo de la contribución del *core* a la reacción se integro hasta un radio $R = 60$ fm y $J = 50$.

En la figura 3.10 se muestran las distribuciones angulares de la sección eficaz de ruptura para la resonancia $5/2^+$ del núcleo ^{11}Be en el panel superior y para la resonancia $3/2^+$ en el panel inferior, comparando en ambos casos con la distribución experimental obtenida en RIKEN [103]. La línea continua se corresponde con el cálculo DWBAx utilizando como interacción n - ^{10}Be el modelo PRM y la curva discontinua, con el cálculo con el modelo P-AMD. Se observa un excelente acuerdo en la forma de la distribución, pese a sobrestimar sistemáticamente los datos. Las causas más probables de dicha sobrestimación son las incertidumbres en los potenciales ^{10}Be - ^{12}C y n - ^{12}C y la forma de extraer el fondo en el análisis de los datos experimentales. En el cálculo teórico se selecciona la contribución a la ruptura del pseudoestado

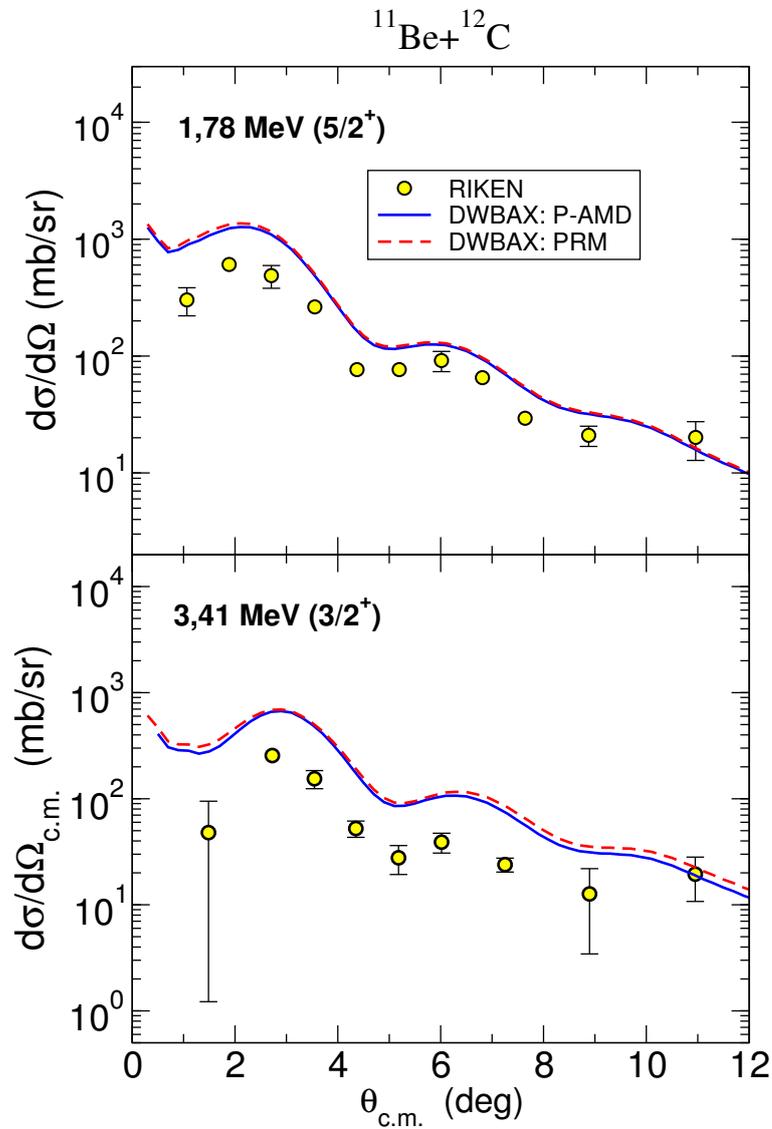


Figura 3.10: Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a las resonancias con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, panel superior, y $E_x = 3,41$ MeV para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los pseudoestados representativos de cada resonancia calculadas dentro de la aproximación DWBAX. La línea continua toma el modelo P-AMD para la interacción n - ^{10}Be , mientras que la línea discontinua se ha calculado con el modelo PRM. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

asociado a la resonancia mientras que en el análisis experimental es necesario cortar en unos valores máximo y mínimo de energía para luego sustraer un fondo atendiendo a la sección eficaz fuera de la región en energía seleccionada para la resonancia. Por su parte, ambos modelos para la estructura del proyectil, PRM y P-AMD, ofrecen un resultado muy similar, como cabía esperar atendiendo a las comparativas realizadas a nivel de estructura en la subsección 2.4.1.

En las figuras 3.11 y 3.12 se muestran de nuevo las distribuciones angulares de la sección eficaz de ruptura para las resonancias $5/2^+$ y $3/2^+$ de ^{11}Be , utilizando como interacción $n\text{-}^{10}\text{Be}$ el modelo P-AMD y el PRM respectivamente, comparando en ambos casos con las distribuciones experimentales obtenidas en RIKEN [103]. En ambas figuras, la línea discontinua muestra el cálculo considerando sólo las excitaciones de la partícula de valencia, ecuación (1.53), y la línea de puntos, ecuación (1.54), y rayas, el resultado considerando sólo las excitaciones del *core*. Por último, la línea continua designa la suma coherente de ambas contribuciones de acuerdo a las ecuaciones (1.48) y (1.52). Como se dijo en la subsección 1.2.4, las aproximaciones que dan lugar al método DWBAx permiten separar las excitaciones de la partícula de valencia y del *core*. De esta forma, la sección eficaz de ruptura debida a las excitaciones de la partícula de valencia puede calcularse sustituyendo en la ecuación (1.48) la matriz \mathcal{T} total por la parte de valencia, ecuación (1.53), y la parte debida a la excitación del *core*, sustituyendo por la matriz \mathcal{T} del *core* de la ecuación (1.54).

Se observa que ninguna de las contribuciones por separado reproduce la forma de la distribución total y sólo a través de la interferencia entre ambas se obtiene la correcta sucesión de máximos y mínimos. Dicha interferencia depende de forma crítica de los factores espectroscópicos de cada una de las componentes del estado fundamental y de las resonancias finales. Esto abre una oportunidad incomparable para explorar factores espectroscópicos de resonancias difíciles de poblar en las reacciones utilizadas tradicionalmente para la extracción de dichos factores como, por ejemplo, las reacciones de transferencia. Éste es el caso, por ejemplo, de la resonancia $3/2^+$, cuya escasa contribución del estado fundamental del *core* ^{10}Be dificulta su estudio en reacciones de transferencia, por ejemplo, mediante la reacción $^{10}\text{Be}(d,p)^{11}\text{Be}^*(3/2^+)$ [134].

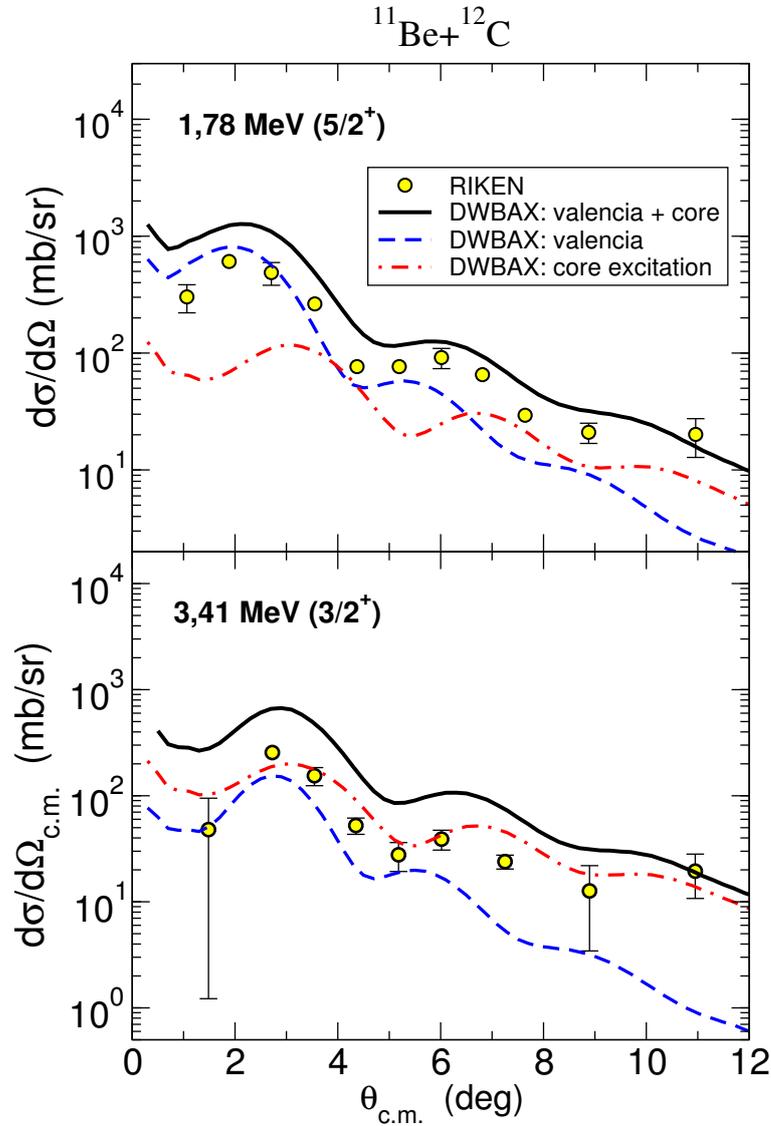


Figura 3.11: Distribución angular de la sección eficaz de ruptura debida a las resonancias con energía de excitación $E_x = 1,78$ MeV, panel superior, y $E_x = 3,41$ MeV para la reacción $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ a 67 MeV/nucleón. Las curvas se corresponden con la contribución de los pseudoestados representativos de cada resonancia calculadas dentro de la aproximación DWBAX junto con el modelo P-AMD para la interacción $n\text{-}^{10}\text{Be}$. La línea discontinua muestra el cálculo considerando sólo las excitaciones de la partícula de valencia y la línea de puntos y rayas, el resultado considerando sólo las excitaciones del *core*. La línea continua se corresponde con el cálculo completo. Se compara con los datos experimentales de la referencia [103].

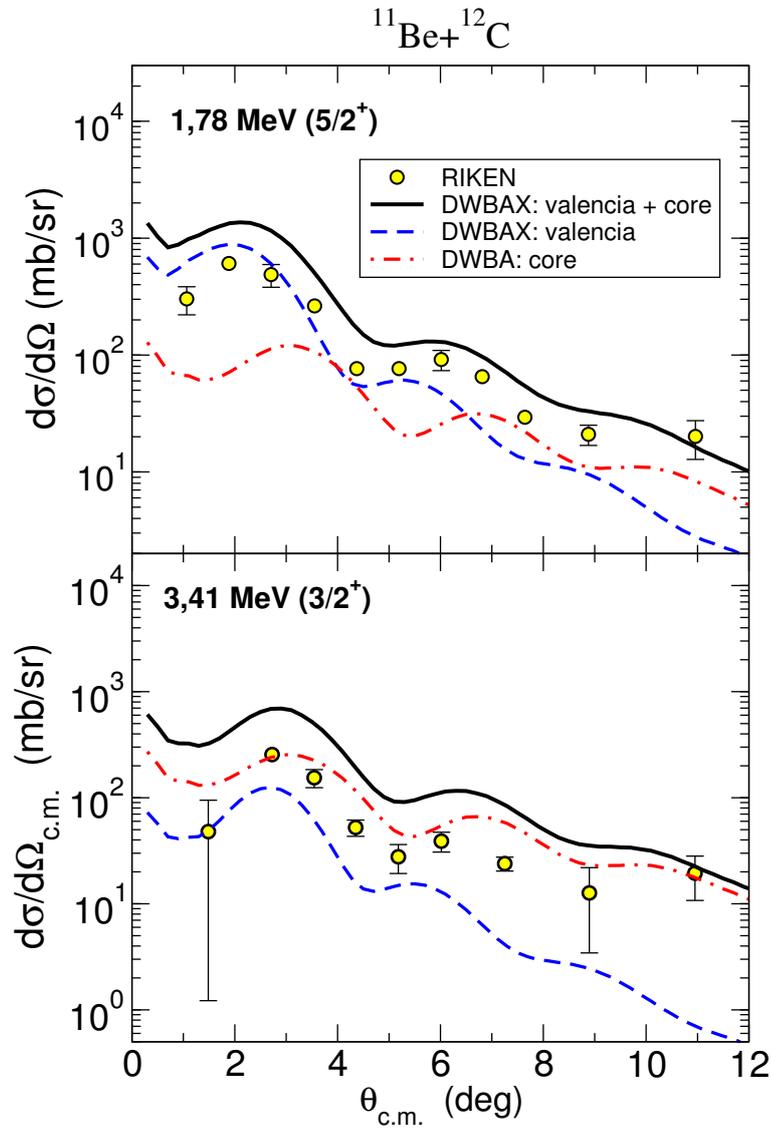


Figura 3.12: Repetición de la figura 3.11 utilizando, en este caso, el modelo PRM para la interacción n - ^{10}Be .

3.2.3. Aplicación a la reacción $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón

Una de las pruebas de la existencia de halo en el núcleo ^{19}C es su gran probabilidad de excitación dipolar $\mathcal{B}(E1)$ a baja energía, relacionada con la distancia promedio n - ^{18}C en el estado fundamental a través de la regla de suma, como ya se ha mencionado anteriormente. Con el objetivo de obtener dichas propiedades, se midió en RIKEN la reacción $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón [110] con un montaje similar al expuesto en la subsección 3.2.1 para el estudio de la $\mathcal{B}(E1)$ de ^{11}Be .

Como ya se expuso en dicha subsección, la alta energía y los pequeños ángulos escogidos para la medida hacen que nunca se observen casos en los que el proyectil ^{19}C explore el interior del núcleo blanco. En este caso, por ejemplo, el ángulo de dispersión en una colisión rasante sería de aproximadamente $2,6^\circ$, coincidiendo con el máximo ángulo medido. Por lo tanto, la ruptura del proyectil se deberá a procesos de tipo Coulombiano, evitando en la medida de lo posible la acción de la interacción nuclear para así poder extraer información de la $\mathcal{B}(E1)$. La ausencia de interferencia entre las interacciones nuclear y coulombiana permite un análisis teórico más sencillo de la reacción haciendo uso de las probabilidades de excitación coulombiana del proyectil y el método de reacción semiclásico expuesto en la subsección 1.2.2. Para la obtención de dichas distribuciones dipolar, $\mathcal{B}(E1)$, y cuadrupolar, $\mathcal{B}(E2)$, se utilizará el modelo P-AMD aplicado al núcleo ^{19}C en la subsección 2.4.2.

La segunda condición necesaria para obtener información de la $\mathcal{B}(E1)$ es que el proceso de excitación dipolar sea dominante, como cabe esperar en un núcleo halo. Como se vio para el núcleo ^{11}Be , los núcleos halo con un *core* fuertemente deformado, o que pueda excitarse durante el proceso de reacción, pueden presentar una probabilidad de excitación cuadrupolar importante, sobre todo si la excitación es un proceso de tipo colectivo. En la sección 2.4 puede verse que la $\mathcal{B}(E2)$ al primer estado excitado de ^{10}Be es mayor que la de este caso, ^{18}C . Sin embargo, la energía a la que se presenta el primer estado excitado del *core* ^{18}C es casi la mitad. Una energía de excitación alta reduce sensiblemente la sección eficaz de ruptura, por lo que la presencia de resonancias con una fuerte contribución del estado excitado del *core* a muy baja energía pueden compensar la escasa $\mathcal{B}(E2)$ del *core*.

En la figura 3.13 se muestra la distribución en energía de la sección

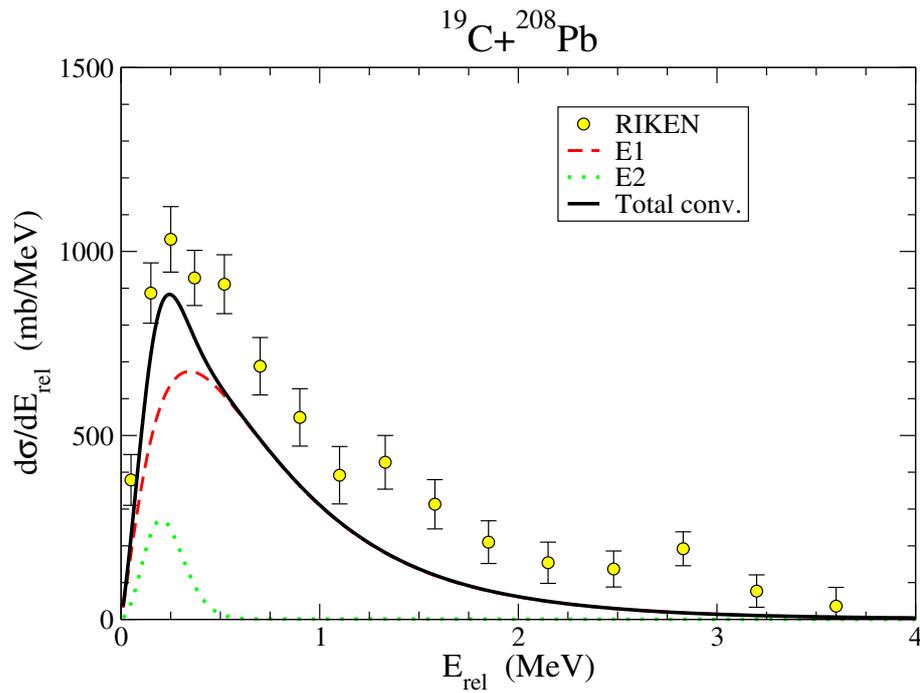


Figura 3.13: Sección eficaz diferencial de ruptura en función de la energía relativa n - ^{18}C , para la reacción $^{19}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, línea discontinua, y cuadrupolar, línea de puntos. La línea continua se corresponde con el cálculo completo. Tanto las contribuciones individuales como el total se han convolucionado con la resolución angular experimental. Se compara con los datos experimentales de la referencia [110].

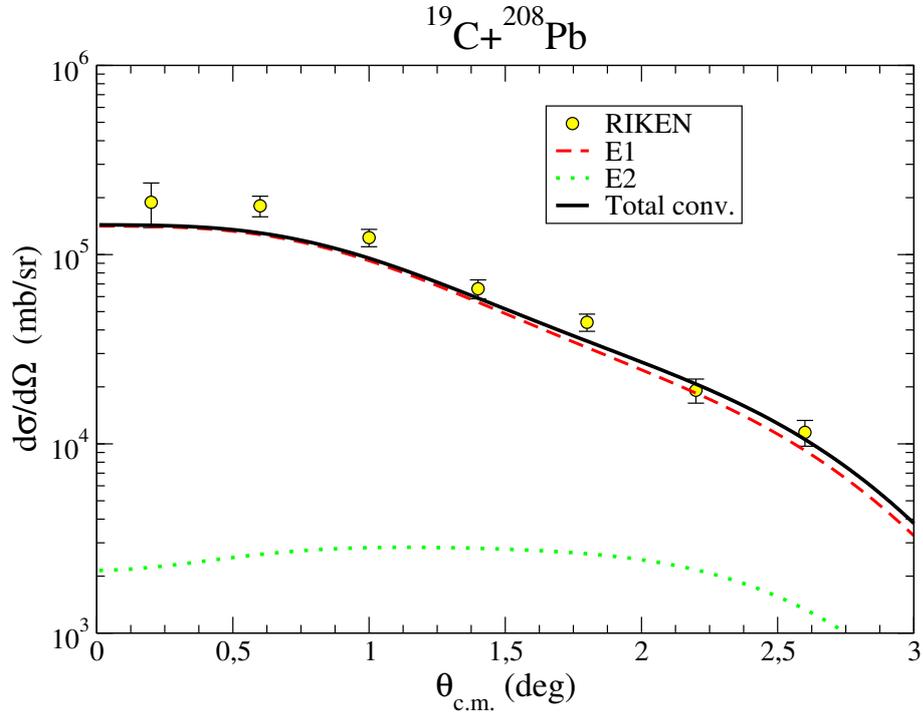


Figura 3.14: Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la reacción $^{19}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$ a 67 MeV/nucleón. Se muestra la contribución separada de las excitaciones dipolar, E1, y cuadrupolar, E2, convolucionadas con la resolución experimental. La línea continua representa la suma de ambas contribuciones. Se compara con los datos experimentales de la referencia [110].

eficaz de ruptura integrada en el rango angular $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 2,6^\circ$ obtenida en RIKEN [110]. La línea discontinua muestra la contribución dipolar, E1, y la línea de puntos, la cuadrupolar, E2. La línea continua se corresponde con la suma de ambas. Todas las curvas han sido convolucionadas con la resolución experimental dada en [110].

Salvo una pequeña subestimación, se encuentra un excelente acuerdo entre los datos y el cálculo teórico. Lo sorprendente de dicho acuerdo es que, si sólo se incluyera la parte dipolar, no se obtendría ni el 75 % de la sección eficaz. Es precisamente la contribución cuadrupolar de la primera resonancia $5/2^+$ de ^{19}C la que explica buena parte de la magnitud del máximo de

sección eficaz de ruptura. Como se ha comentado, es la pequeña energía de esta resonancia la que facilita la ruptura, aumentando la sección eficaz. Puede verse en la contribución $E2$ como esto hace que la segunda resonancia $5/2^+$ apenas genere un máximo, aunque aquí también contribuye la peor resolución en esta zona de mayor energía relativa. Es la baja resolución experimental la que por su parte ensancha la distribución de la primera resonancia. Esto imposibilita distinguir la resonancia de la forma típica de la excitación dipolar en un núcleo halo. La repetición del experimento en mejores condiciones de resolución en energía permitiría distinguir si, realmente, gran parte de esta sección eficaz se debe a la resonancia o si, por el contrario, dicho estado $5/2^+$ resulta estar ligado y nuestro modelo subestima la $\mathcal{B}(E1)$ del núcleo ^{19}C .

Por otro lado, en la figura 3.14 se muestra la sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil, integrada en el rango de energías de 0 a 0,5 MeV. De nuevo, la línea discontinua muestra la contribución dipolar, $E1$; la línea de puntos, la cuadrupolar, $E2$, y la línea continua, la suma de ambas. Es en este reducido rango de energías donde entra en juego la primera resonancia $5/2^+$. No obstante, la contribución cuadrupolar está más repartida en ángulo, mientras que la excitación dipolar se concentra en los ángulos delanteros. La evolución del acuerdo en la distribución en energía en función del ángulo máximo integrado podría también dar algunas pistas sobre el papel de esta resonancia. Integrando a ángulos pequeños, se reduce la importancia de la excitación cuadrupolar y sería posible comparar más adecuadamente la contribución dipolar con los datos.

3.2.4. Aplicación a la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón

En esta subsección se analiza la sección eficaz de ruptura de ^{19}C con un blanco de protones a 70 MeV/nucleón para comparar con los datos de RIKEN [113]. Al igual que en la subsección 3.2.2, el método utilizado para describir la ruptura en esta reacción será el método DWBAx junto con las funciones THO. Como modelo para la estructura interna del proyectil se usarán tanto el modelo semi-microscópico, P-AMD, como el modelo de partícula-rotor ajustado para reproducir este último, PRM(2), de la subsección 2.4.2. Para la interacción *core*-blanco ($^{18}\text{C}+p$) se toma la parametrización de Watson

[135] y para el potencial n - p se hace uso del potencial gaussiano obtenido en [54] para reproducir la sección eficaz dada por potenciales más complejos como el potencial CD Bonn a la misma energía por nucleón para la reacción $^{11}\text{Be}+p$. Con estos potenciales, el cálculo DWBAx se ha realizado integrando hasta un radio total $R = 100$ fm y considerando un momento angular total máximo $J = 50$ para la parte de la partícula de valencia y hasta un radio $R = 40$ fm y un momento angular total máximo $J = 50$ para la excitación del *core*.

En el experimento llevado a cabo en RIKEN se obtuvo la distribución en energía de la sección eficaz de ruptura de ^{19}C observándose un pico pronunciado a una energía de excitación $E_x = 1,46 \pm 0,10$ MeV que se interpreta como una resonancia de ^{19}C . En el mismo experimento se obtiene la distribución angular para dicho pico. Del análisis de dicha distribución, los autores asignan espín y paridad $5/2^+$ a esta resonancia, si bien parte de la motivación del experimento era determinar si el estado fundamental de ^{19}C era $1/2^+$ o $3/2^+$ como se comentó en la subsección 2.4.2. Otra parte de la discusión es si el hecho de observar una única resonancia descarta o no la presencia de otras resonancias de paridad positiva. Los modelos expuestos en la subsección 2.4.2 muestran todos un amplio abanico de resonancias. Además, existe otro estado $5/2^+$ que podría ser ligado atendiendo al experimento de Elekes *et al.* [121], si bien recientes mediciones de knock-out contradicen la existencia de un estado ligado $5/2^+$ capaz de acoplarse fácilmente al estado fundamental [136]. Dicho segundo estado $5/2^+$ podría estar también incluido en dicho pico y no distinguirse debido a la resolución experimental.

Para dilucidar estas cuestiones, se ha calculado la sección eficaz de ruptura para los dos estados $5/2^+$ que aparecen en cada uno de los modelos considerados. En la figura 3.15 se muestra la comparación con los datos experimentales. En el panel superior se incluyen los resultados teóricos para ambos modelos considerados, mientras que en el panel inferior se muestran los resultados del modelo P-AMD convolucionados con la resolución angular experimental [113]. En ambos modelos, es la primera resonancia $5/2^+$ la que mejor reproduce la forma y magnitud de la distribución angular de la sección eficaz de ruptura. Por su parte, ambos modelos dan resultados muy parecidos para las distribuciones de ambas resonancias. Aunque no se muestra en la figura, el modelo PRM(2) también muestra resultados similares. No obstante, esto era de esperar, ya que los factores espectroscópicos eran muy parecidos

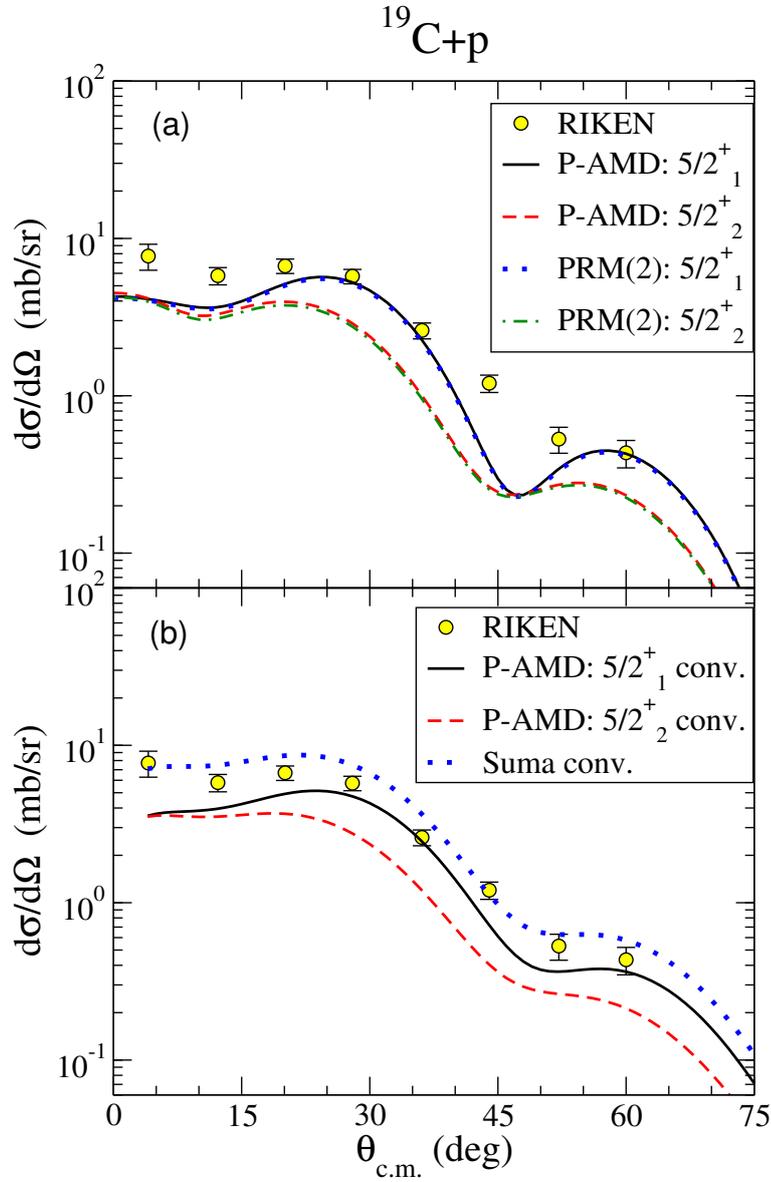


Figura 3.15: Contribución de la resonancia $5/2^+$ encontrada en [113] a la sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón. Se muestran en el panel superior las secciones eficaces para las dos resonancias $5/2^+$ encontradas en cada uno de los modelos propuestos para ^{19}C , PRM(2) y P-AMD. En el panel inferior se presentan las secciones eficaces del modelo P-AMD convolucionadas con la resolución experimental. Se incluye también la contribución debida a la suma de ambas resonancias.

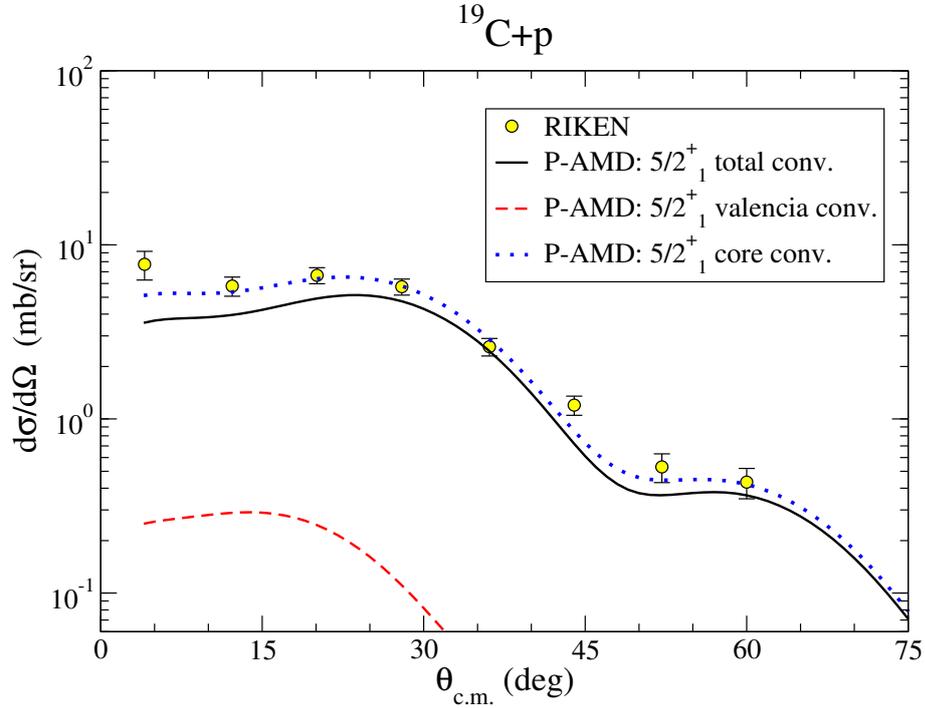


Figura 3.16: Sección eficaz diferencial de ruptura en función del ángulo de dispersión del proyectil ^{19}C , para la resonancia $5/2_1^+$ del modelo P-AMD en la reacción $^{19}\text{C}+p$ a 70 MeV/nucleón convolucionada con la resolución experimental angular [113]. La línea discontinua muestra la contribución de la excitación de la partícula de valencia y la línea de puntos, la excitación del *core*. La línea continua muestra el total. Se compara con los datos experimentales [113].

en los tres modelos (véase tabla 2.6). Para la primera resonancia se encuentra una contribución importante de la configuración $|2^+ \otimes s_{1/2}\rangle$. Esto indica que el proceso que puebla la resonancia a partir del estado fundamental es la excitación del *core* a esta componente, partiendo de la componente principal del estado fundamental, $|0^+ \otimes s_{1/2}\rangle$. En la figura 3.16 es posible comprobar como la excitación del *core* es la responsable principal de la sección eficaz de ruptura para la resonancia $5/2_1^+$ del modelo P-AMD. Idéntico resultado se obtendría para el modelo PRM(2).

Para el otro estado $5/2^+$, existe una componente $|2^+ \otimes d_{5/2}\rangle$ importante que contribuye muy débilmente a la sección eficaz de ruptura. Para pasar del

estado fundamental a esta componente habría que partir de la componente secundaria $|2^+ \otimes d_{5/2}\rangle$ del estado fundamental o bien partir de la componente principal pero excitando a la vez *core* y partícula de valencia, lo cual sería un proceso de segundo orden, no incluido en el cálculo DWBAx. En definitiva, la sección eficaz de ruptura debida a este estado $5/2^+$ es menor que la sección eficaz medida en el experimento. La magnitud de esta sección eficaz varía sensiblemente al variar el potencial de espín-órbita, encontrándose casos en los que apenas se distinguiría del fondo. Esto podría explicar el hecho de que no se observe una segunda resonancia sin necesidad de que sea un estado ligado. En el experimento de Elekes *et al.* [121] se encuentra un estado ligado $5/2^+$, si bien en la referencia [136], a través del análisis de reacciones de Knock-out, se concluye que, de haber un estado ligado $5/2^+$, debería tener una contribución monoparticular $d_{5/2}$ pequeña. Otra posibilidad sería que la energía de esta segunda resonancia esté próxima a la primera, de forma que ambos picos se observen como uno sólo en el experimento debido a la falta de resolución en energía. En la figura 3.15(b) se muestra la suma de ambas contribuciones. En este caso se sobrestima la sección eficaz experimental pero se mantiene aproximadamente la misma forma de la distribución angular de la primera resonancia $5/2^+$.

Capítulo 4

Conclusions

*Better to illuminate than merely to
shine; to deliver to others contemplated
truths than merely to contemplate.*

Thomas Aquinas

Along the pages of this work, different approaches and applications to structure and reactions of light exotic nuclei have been shown. These nuclei have a different ratio of neutrons and protons than stable nuclei, giving rise to weakly bound systems. Close to the neutron drip line, the last neutron is so barely bound that, within some conditions, it can explore large distances forming a halo around the rest of the nucleons. These other nucleons constitute a more compact structure called *core*. In this work, these halo nuclei will be treated as two-body systems, considering or not possible excitations of the *core*.

For the different structure models used, the corresponding Hamiltonian has been solved through the pseudostate method. This method consists in diagonalizing the Hamiltonian in a square-integrable basis. The eigenstates obtained with this diagonalization are the so called pseudostates. On one hand, those with negative eigenenergies represent the bound states of the system. On the other hand, those with positive energy constitute a discrete representation of the continuum of the system which results convenient for the study of reactions with these nuclei. Light exotic nuclei are usually loosely bound so that any excitation in the reaction can easily explore the continuum states, those where the constituents of the exotic nucleus fall apart.

The basis selected for the pseudostate method is the Transformed Harmonic Oscillator (THO) basis. This basis is obtained applying a simple and analytic local scale transformation (LST) to the Harmonic Oscillator (HO) functions. The purpose of this transformation is to correct the asymptotic behaviour of the HO functions in order to match the exponential asymptotic decay of the bound solutions of potentials with finite depth like, e. g., Woods-Saxon.

The starting point has been two largely studied loosely bound nuclei, ${}^2\text{H}$ and ${}^6\text{He}$. These nuclei have been mainly used as a playground in order to test and explain the advantages of the pseudostate method with the THO basis. Different structure observables for both nuclei have been calculated with the THO basis showing generally a fast convergence with respect to the number of functions. This number can be reduced even more with a suitable selection of the parameters involved in the LST. The density or momentum distribution of the THO functions shown here serves as a clue to make a good parameter selection. Increasing a continuous parameter defined in the LST, γ , the main part of this density moves from low to high energies. Therefore, the functions can be concentrated in the energy region of interest for each observable or reaction process studied. However, completeness condition of the basis is always reached for any selection of the LST, so, in any case, convergence will be obtained although for a larger number of functions. In other words, the selection of parameters is important but not critical for the convergence of the structure and reaction observables.

The knowledge of the momentum distributions of the THO functions has an even more important use. Pseudostates by themselves give only discrete values, instead of continuous distributions in energy, of important observables like electromagnetic transition probabilities or the transition matrix in breakup reactions. A way of recovering energy distribution information from discrete values via the momentum distribution has been shown in this work. It has been found to give fully converged results for the electromagnetic transition probabilities of ${}^2\text{H}$ and ${}^6\text{He}$. This *smoothed* distribution and the *exact* energy distribution are found to be indistinguishable. The word *exact* denotes in this the case the distribution calculated with the scattering wavefunctions obtained from direct integration of the Schrödinger equation.

A second possible drawback of the pseudostate method is the lack of information about the asymptotic part of the radial wavefunctions of the

continuum. This asymptotic part and the corresponding phaseshift have a direct connection with reaction cross sections. Therefore, information about the asymptotic behaviour of the wavefunctions is essential to solve a reaction problem. Pseudostates always decay before reproducing this asymptotic behaviour due to the normalization condition whereas they are claimed to accurately reproduce reaction observables. Hazy-Taylor formula used in this work come to solve this apparent contradiction. Through this formula it is possible to connect the phaseshifts with the interior part of the wavefunctions so that they can be obtained from the pseudostates.

Once tested and presented the THO basis, it is applied to the structure of ^{11}Li and ^{11}Be , ignoring initially possible excitations of the *core*. ^{11}Li , as a borromean nuclei, may be treated as a three-body system formed by $^9\text{Li}+n+n$. However, following a previous work for ^6He , an improved di-neutron model for ^{11}Li is built adjusting the parameters the model to reproduce some properties obtained in the three-body calculation, such as the ground state radial extension and the presence of a low-lying dipole resonance.

In order to improve the structure model for ^{11}Be and other halo nuclei, the THO basis has been extended for the first time to include the *core* collective degrees of freedom within the weak-coupling framework. The generalizations of density expressions are also obtained in order to recover energy distributions of the observables as shown for the case with inert *core*. Two different models have been considered to describe the coupling interaction between the neutron and the *core* states: the particle-rotor model and a semi-microscopic folding model obtained from transition densities of the *core*.

In the particle-rotor model, the *core* is considered deformed so that the interaction distance between particle and *core* and, therefore, the strength of the interaction depends on the relative orientation between the valence particle and the *core* and not only on their separation. This double dependence couples the different combinations of valence configurations and rotor states compatible with the total angular momentum of the system. Within this model, the central potential strength and the deformation length of the *core* are adjusted to reproduce the known properties of ^{11}Be . On the other hand, the proposed semi-microscopic model relies only on densities of the *core* obtained from realistic microscopic calculations. These densities are

used to construct the interaction by folding them with an effective nucleon-nucleon interaction. This method provides an appealing predictive power to the model, which is particularly useful for exotic nuclei for which little information is available. This new model and its predictive power have been explored and tested in this work as it will be discussed later.

Within the weak-coupling model, each state is made of several components or channels, thus increasing the number of basis functions involved in the calculation and hence the numerical complexity of the problem. Under these conditions, the advantage of reducing the number of functions with the THO basis becomes particularly important. The ability of the pseudostate method to find and reproduce resonant states in multi-channel problems with different thresholds has been shown using the Stabilization method. This method consists on studying the evolution of the eigenenergies when varying a control parameter related with the size or density of the basis. When the density of the basis is increased, the eigenvalues usually decrease monotonically. In presence of a resonance, this decrease is reduced as the eigenenergy gets close to the energy of the resonance. After reaching the energy of the resonance for a value of the control parameter, the eigenenergy continues decreasing recovering its previous behaviour. This produces a plateau in the evolution of the eigenvalues as a function of the control parameter which permits the identification of resonances. Moreover, when selecting the value of the parameter that gives the right energy, the associated pseudostate reproduces the characteristics and behaviour of the resonance.

The stabilization method has been checked in the weak-coupling framework using the THO basis. Both, the number of functions and the value of γ in the LST, have been found to be good parameters for this purpose.

For the particle-rotor model, dipole, $\mathcal{B}(E1)$, and quadrupole, $\mathcal{B}(E2)$, electromagnetic transitions probabilities for ^{11}Be have been studied and compared with single particle probabilities. In the dipole case, our model space (first 0^+ and 2^+ states for the *core* and angular momentum $\ell \leq 2$ for the neutron) does not allow *core* excitations. However, the presence of *core*-excited components in the wavefunctions involved in the transition leads to a certain reduction in the dipole strength. This effect is more important in resonances for which the main component corresponds to the *core* in an excited state. In this case, the $3/2^-$ resonance in ^{11}Be generates an important decrease of the $\mathcal{B}(E1)$ within the resonance width. Quadrupole transitions

allows *core* excitation leading to the interference of this process with the valence particle excitations. In fact, the $\mathcal{B}(E2)$ transition probability has been found to be largely dominated by the collective excitations of the core.

To complete the study of the structure of ^{11}Be , a semi-microscopic description of the n - ^{10}Be interaction is presented. The interaction potential in this model is constructed by folding the JLM nucleon-nucleon interaction with microscopic densities for ^{10}Be . This interaction was originally tested in proton scattering on different stable targets from ^{12}C to ^{208}Pb . On the other hand, the microscopic densities for ^{10}Be are calculated from the Antisymmetrized Molecular Dynamics (AMD) wavefunctions obtained from the variational method applied to the Slater Determinants of a two-neutron-two-clusters description of ^{10}Be . Nevertheless, the framework is open to other densities or effective nucleon-nucleon interactions. The semi-microscopic potential is supplemented with a phenomenological spin-orbit interaction. This model is able to reproduce the experimental spectrum using standard parameters for the JLM interaction in the region of the nucleus. Small normalization factors, different for positive and negative parity states, have been used in order to fit the energies of the two bound states in ^{11}Be with respect to neutron emission. However, these normalization factors are close to one ($\lambda_+ = 1.056$ and $\lambda_- = 0.995$ for positive and negative parity states respectively) suggesting that this semi-microscopic description can be an interesting way of predicting the spectrum of unknown halo nuclei with an important effect of *core* excitations like odd-even nuclei in deformed regions. Moreover, this slight difference can be understood considering the effect of Pauli repulsion in the negative parity states due to the nucleons that fill the $1p_{3/2}$ and $1p_{1/2}$ states. The good agreement between the spectroscopic factors from particle-rotor model, shell-model and this semi-microscopic description also supports the predicting power of this method.

Based on these results, AMD densities for ^{18}C have been used to obtain the spectrum, spectroscopic factors and properties of the ^{19}C nucleus. Very few experimental data are available for this halo nucleus. Without any renormalization of the coupling potentials, the model reproduces the angular momentum ($1/2^+$) and the separation energy ($S_n = 0,58$ MeV) of the ground state. It also predicts the existence of a bound $3/2^+$ state, in agreement with Shell Model calculations and experimental evidences. Two low-lying $5/2^+$ resonances have been found. The comparison of the spectroscopic factors for

these two resonances suggests a possible inversion in the energy sequence of these states with respect to the Shell Model and particle-rotor predictions. Apart from this exception, it should be emphasized that the proposed semi-microscopic model is able to reproduce an important part of the available experimental data for ^{11}Be and ^{19}C . A more important test of the predictive power of this model will be the $^{19}\text{C}+p$ and $^{19}\text{C}+^{208}\text{Pb}$ reactions discussed later.

These structure models have been used to reproduce and understand different reactions. Following the steps taken in the structure part, the discussion starts ignoring *core* excitations. The first example studied corresponds to the breakup of ^6He on a light (^{12}C) and a heavy (^{208}Pb) targets in order to compare with the data available from GSI. A priori, one would expect a dominance of Coulomb couplings in the lead case, whereas nuclear couplings should be dominant in the carbon case. The dominance of the Coulomb breakup in the reaction with ^{208}Pb , particularly in the small forward angular range studied, makes the cross section to depend directly on the dipole transition probability. In fact, the original goal of the experiment was to extract the $\mathcal{B}(E1)$ transition for ^6He . Using the CDCC method, with a THO representation of the ^6He continuum, within a di-neutron ($\alpha + 2n$) model, the dominance of Coulomb couplings in the breakup with the ^{208}Pb target has been confirmed, but with a non-negligible interference with nuclear couplings. This fact can be the reason why the transition probability extracted, assuming a pure Coulomb $E1$ mechanism, is systematically lower than the $\mathcal{B}(E1)$ obtained in theoretical three-body models.

The $^6\text{He}+^{12}\text{C}$ reaction should favour the nuclear interaction so that the role of the 2^+ resonance gains importance here. As it has been already mentioned, this resonance is narrow so that the discretization of the continuum of ^6He with THO functions is preferable to the *binning* method. With THO functions it is also possible to separate the contribution of the resonance from that of the non-resonant continuum, which gives rise to a background in the breakup energy distribution. Making this separation the experimental resolution was found to be too poor to extract information about the width or, in other words, the resonance is so narrow than even assuming a zero width it is possible to reproduce the data.

In this work, it has been also studied the $^{11}\text{Li}+^{208}\text{Pb}$ reaction at energies

around the Coulomb barrier, using the improved di-neutron model developed here to describe the ^{11}Li nucleus. The calculations have been compared with the recent data obtained by the collaboration E1104 at TRIUMF, Canada. For this reaction, an analysis of the breakup cross sections with the semiclassical equivalent photon method has been performed. This analysis suggests that the ^{11}Li $\mathcal{B}(E1)$ might be larger than the values reported from previous experiments and it is consistent with the existence of a dipole resonance.

The treatment of resonances with THO functions is better shown in the study of the $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ reaction measured at RIKEN. The breakup energy distribution shows two peaks at $E_x = 1,78$ MeV and 3,41 MeV, which are identified with the $5/2^+$ and $3/2^+$ resonances predicted by Shell Model calculations. In a two-body model of ^{11}Be without *core* excitations only the first resonance can be described, since the $3/2^+$ is mainly built on the $^{10}\text{Be}(2^+)$ excited state. The breakup energy distribution and the angular distribution of the $5/2^+$ resonance have been compared with the CDCC calculations using a THO representation of the ^{11}Be continuum. These calculations are able to reproduce the angular distribution of this resonance with a single pseudostate. There is also an overestimation of the breakup at energies below the $5/2^+$ resonance. Both deviations from the experimental energy distribution might be related to not having considered the excitations of the ^{10}Be *core*. Even the angular distribution of the $5/2^+$ resonance slightly differs in the positions of maxima and minima.

All these discrepancies are investigated later on including *core* excitation effects. However, the inclusion of *core* excitations in reaction formalisms such as the CDCC or DWBA methods is a difficult task. It must be emphasized that this is the first time that the THO basis is used for this purpose. For this reason, it is considered at a first stage the Coulomb breakup of ^{11}Be on ^{208}Pb using the semiclassical theory of Alder and Winther. Since nuclear couplings are expected to be negligible in the small-angle region, this more simple reaction framework allows to check the ability of the new THO basis to reproduce *core* excitations by comparing with the experimental data.

Another key point in this comparison is to test how the increase of the quadrupole transition due to the core excitations competes with the dipole contribution, which is expected to be dominant at small scattering angles. In fact, the dipole strength explains by itself almost 90 % of the total breakup

in this reaction. The angular distribution of the breakup shows that the quadrupole contribution is still several orders of magnitude smaller. However, the increase in total strength is not the only difference in the quadrupole probability when including *core* excitations. The main part of this strength is concentrated at the energy of the resonance. The energy distribution of the breakup, integrated in the angular range of $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 6^\circ$, shows a slight improvement mostly due to the $5/2^+$ resonance quadrupole contribution. This improvement is still not enough to reproduce the data. This could suggest that the angular range is including regions where nuclear interaction is non-negligible. Fortunately, an energy distribution with a more reduced angular range, $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 1.3^\circ$, is also available from the same experiment. An excellent agreement with the data is found so that the discrepancies in the higher angular range should be due to the nuclear interaction. To summarise this analysis of the $^{11}\text{Be}+^{208}\text{Pb}$ reaction, the *E2* contribution cannot be neglected when the *core* can be easily excited. The collective *E2* transition due to the *core* and the single particle *E1* due to the existence of a halo may compete in these cases.

Once tested the projectile model in a simple reaction framework, the $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ reaction is revisited, this time considering *core* excitations. Both, the particle-rotor model and the semi-microscopic description for ^{11}Be , have been used together with the DWBAx reaction framework. This helps to reproduce the data and to understand the role and importance of *core* excitations in both Coulomb and nuclear breakup. The DWBAx is a recent generalization of the DWBA method that allows to include *core* excitations in the breakup but also to calculate the separate contributions from the valence particle excitations and the *core* excitations. This is the first time that this method is used together with the new generalized THO basis. As it will be discussed later, the analysis of breakup data within this method will help to extract important information about the structure of resonances in halo nuclei.

With these models, it is now possible to include the $3/2^+$ resonance contribution to the breakup and to investigate if the description of the $5/2^+$ resonance is improved compared to the inert *core* case. In both resonances the magnitude of the breakup is overestimated. However, the shape and the position of maxima and minima are well reproduced for both structure models and improves the agreement with the experimental angular

distribution of the $5/2^+$ resonance compared to the inert *core* model. This shape depends on the interference between *core* and valence excitations so that it is directly connected with the corresponding spectroscopic factors. Therefore, it is possible to extract spectroscopic information even for excited *core* components. Other reactions usually used to obtain these factors, e. g., transfer reactions, only give information about the components with the *core* in its ground state for the resonances. Therefore, this new method applied to breakup reactions helps to determine certain spectroscopic information difficult to obtain from other reactions.

The last nucleus investigated here through reaction processes is ^{19}C . The lack of information about this nucleus makes this new treatment more interesting and useful to understand its resonant structure. As with ^{11}Be , the first reaction explored involves the same heavy target ^{208}Pb in order to explore the electromagnetic transition probabilities. Interestingly, the quadrupole excitations represents 25 % of the breakup cross section and, therefore, the extraction of the $\mathcal{B}(E1)$ distribution from these data is not straightforward.

Finally, the reaction $^{19}\text{C}+p$ measured at RIKEN is studied. The breakup energy distribution exhibits a pronounced peak at a relative n - ^{18}C energy of 0,88 MeV. This peak was interpreted as due to the population of a $5/2^+$ resonance in ^{19}C . The particle-*core* calculations based on microscopic ^{18}C densities for ^{19}C yields two different $5/2^+$ resonances.

Applying the DWBAx reaction method, the shape and magnitude of the contribution of the first resonance agrees well with the experimental angular distribution of this resonance. In terms of spectroscopic factors, the dominant component of this resonance is $|2^+ \otimes s_{1/2}\rangle$ which can be easily populated from the ground state (with a dominant configuration $|0^+ \otimes s_{1/2}\rangle$) by means of a quadrupole excitation of the *core*. The second $5/2^+$ state, with a dominant $|2^+ \otimes d_{5/2}\rangle$ contribution, does not couple enough with the components of the ground state to give an important contribution to the total breakup. It is not clear if this resonance would be distinguishable from the background or maybe included in the same peak with the larger contribution from the first resonant. However, it has been checked experimentally an important information about the spectroscopic factors of these two $5/2^+$ states.

These results, together with the analysis of the $^{11}\text{Be}+^{12}\text{C}$ reaction, show that the proposed semi-microscopic model gives an accurate description

of the continuum of halo nuclei. In addition, the ability of this model to reproduce the bound state observables was already tested in the structure analysis of ^{11}Be and ^{19}C . Therefore, the semi-microscopic model provides a useful predicting tool for the understanding of halo nuclei.

In conclusion, including *core* excitations in the structure and reactions of halo nuclei can improve and, in some cases, change the understanding of these nuclei. It has been shown that omitting these excitations can generate misleading conclusions about the properties derived from these experiments, such as the $\mathcal{B}(E\lambda)$ distributions. Moreover, the frameworks studied and developed in this work help us to extract complementary information on spectroscopic factors and, in general, about the structure of the continuum of halo nuclei.

Apéndice A

Probabilidades de transición eléctrica con pseudoestados

El operador multipolar eléctrico en un sistema de A cuerpos viene dado por:

$$\mathcal{M}_\mu(E\lambda) = e \sum_{i=1}^A Z_i r_i^\lambda Y_{\lambda,\mu}(\hat{r}_i), \quad (\text{A.1})$$

donde eZ_i es la carga de cada uno de los A constituyentes y \vec{r}_i la coordenada con respecto al centro de masas para el sistema de A cuerpos.

La probabilidad de transición eléctrica entre dos estados ligados se define como:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(E\lambda, J_i \rightarrow J_f) &= \sum_{\mu M_f} |\langle J_f M_f | \mathcal{M}_\mu(E\lambda) | J_i M_i \rangle|^2 \\ &= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} |\langle J_f || \mathcal{M}(E\lambda) || J_i \rangle|^2, \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde, al igual que en anteriores ocasiones, se sigue la definición de elemento reducido de [32].

En el caso de una transición a un continuo de estados, $|k J_f\rangle$, la anterior definición es sustituida por (véase por ejemplo [137]):

$$\frac{d\mathcal{B}(E\lambda)}{d\varepsilon} = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \frac{\mu_{vc} k}{(2\pi)^3 \hbar^2} |\langle k J_f || \mathcal{M}(E\lambda) || J_i \rangle|^2, \quad (\text{A.3})$$

siendo μ_{vc} la masa reducida del sistema valencia-*core*. El factor extra que aparece en la ecuación (A.3) con respecto a (A.4) es consistente con la normalización para las funciones del continuo $\langle kJ|k'J \rangle = \delta(k - k')$ y, por lo tanto, con el comportamiento asintótico de la ecuación (2.4).

En el caso de calcular la probabilidad de transición con una base finita de pseudoestados, la $\mathcal{B}(E\lambda)$ entre un estado ligado $|J_i\rangle$ y el n -ésimo pseudoestado viene dado por:

$$\mathcal{B}^{(N)}(E\lambda; i \rightarrow n) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \left| \langle \Psi_{i,J_f}^{(N)} | \mathcal{M}(E\lambda) | J_i \rangle \right|^2, \quad (\text{A.4})$$

siendo N el número total de funciones de la base.

Para relacionar estos valores discretos con la distribución continua de (A.3), es posible hacer la simple aproximación:

$$\left. \frac{dB(E\lambda)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_n} \simeq \frac{1}{\Delta_n} \mathcal{B}^{(N)}(E\lambda; i \rightarrow n), \quad (\text{A.5})$$

donde $\Delta_n = (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n-1})/2$ es una estimación para la anchura en energía del n -ésimo pseudoestado, aunque sólo es adecuada para los casos monocanal donde existe un único umbral. Cuando se incluya la excitación del *core* esta aproximación dejará de ser útil en las cercanías del segundo umbral.

Afortunadamente, existe una forma alternativa de calcular la distribución continua de la $\mathcal{B}(E\lambda)$ que además permite generalizarla de una forma simple y segura. Para ello es necesario recuperar la relación de cierre (1.61):

$$\sum_{n=1}^N |\Psi_{n,J}^{(N)}\rangle \langle \Psi_{n,J}^{(N)}| \approx I_J. \quad (\text{A.6})$$

Para $N \rightarrow \infty$ esta expresión tiende al operador identidad *exacto* para el espacio de Hilbert ocupado por las autofunciones del Hamiltoniano. Insertando (A.6) dentro de la expresión exacta (A.3) se obtiene una aproximación de la distribución continua:

$$\frac{dB(E\lambda)}{d\varepsilon} \simeq \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \frac{\mu_{vc}k}{(2\pi)^3 \hbar^2} \left| \sum_{n=1}^N \langle kJ_f | \Psi_{n,J}^{(N)} \rangle \langle \Psi_{n,J}^{(N)} | \mathcal{M}(E\lambda) | J_i \rangle \right|^2. \quad (\text{A.7})$$

Nótese que el primer termino dentro del sumatorio está relacionado con la densidad de estados de la base, lo cual permite generalizar esta expresión de forma automática siempre que se tenga bien definido este observable

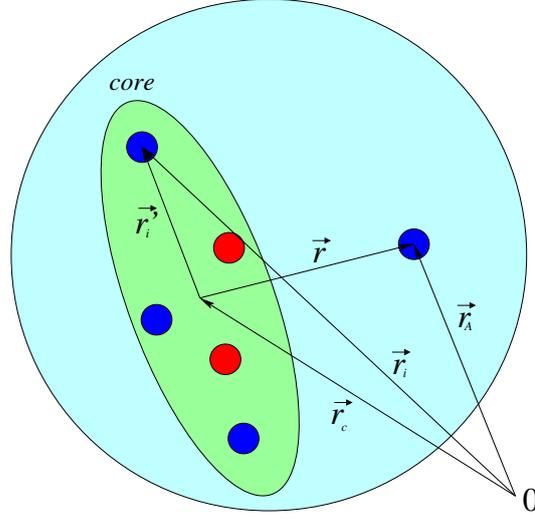


Figura A.1: Redefinición de los vectores implicados en la transición para describir el movimiento de los nucleones integrantes del *core* en función de la posición del centro de masas de este último.

densidad. Como ya se ha visto, éste es el caso tanto para un *core* inerte, ecuación (2.2), como para el caso en el que se incluyen las excitaciones del *core*, ecuación (2.14). A continuación, se expondrá la forma explícita del operador $\mathcal{M}(E\lambda)$ para ambos casos y su resultado, utilizando la base de pseudoestados.

A.1. Partícula independiente con *core* inerte

Para un sistema de dos cuerpos, compuesto por un *core*, inerte o no, con $A-1$ nucleones y un nucleón externo, conviene reescribir la ecuación (A.1) como:

$$\mathcal{M}_\mu(E\lambda) = e \sum_{i=1}^{A-1} Z_i |\vec{r}_c + \vec{r}_i'|^\lambda Y_{\lambda\mu}(\widehat{\vec{r}_c + \vec{r}_i'}) + e Z_v r_v^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_A), \quad (\text{A.8})$$

donde el índice i se refiere a los $A-1$ constituyentes del *core* y v al nucleón externo o nucleón de valencia. Los vectores \vec{r}_c , \vec{r}_i' y \vec{r}_A quedarían definidos según se muestra en la figura A.1.

La suposición de *core* inerte implica que no va a haber alteración ninguna de las componentes $r_i^{\vec{j}}$ en la ecuación (A.8) pudiendo simplificar el operador:

$$\mathcal{M}_\mu(E\lambda) = eZ_c r_c^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_c) + eZ_A r_A^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_A). \quad (\text{A.9})$$

Como estas funciones están definidas en la distancia relativa entre valencia y core, sólo queda redefinir los vectores \vec{r}_c y \vec{r}_v en función de la distancia relativa \vec{r} :

$$\begin{aligned} \vec{r}_c &= -\frac{m_v}{m_c + m_v} \vec{r}, \\ \vec{r}_v &= \frac{m_c}{m_c + m_v} \vec{r}, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

quedando simplemente el operador definido en función de una carga efectiva Z_{eff} :

$$\mathcal{M}_\mu(E\lambda) = eZ_{\text{eff}}^{(\lambda)} r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}), \quad (\text{A.11})$$

$$Z_{\text{eff}}^{(\lambda)} = Z_v \left(\frac{m_c}{m_v + m_c} \right)^\lambda + Z_c \left(-\frac{m_v}{m_v + m_c} \right)^\lambda. \quad (\text{A.12})$$

Por último, el elemento de matriz reducido queda:

$$\langle kJ_f || \mathcal{M}(E\lambda) || J_i \rangle = eZ_{\text{eff}}^{(\lambda)} \langle f | r^\lambda | i \rangle \langle (l_f s_f) J_f || Y_\lambda || (l_i s_i) J_i \rangle, \quad (\text{A.13})$$

donde $\langle f | r^\lambda | i \rangle$ es la integral de r^λ con las partes radiales de las funciones de onda inicial y final. Por su parte, el elemento reducido del armónico esférico viene dado en función de los momentos angulares y el espín:

$$\begin{aligned}
\langle (l_f s_f) J_f || Y_\lambda || (l_i s_i) J_i \rangle &= \delta_{s_i s_f} (2J_i + 1)^{1/2} \left\{ \begin{array}{ccc} J_f & J_i & \lambda \\ l_i & l_f & s_i \end{array} \right\} \\
&\times (-1)^{\lambda + l_f + J_i + s_i} (2l_f + 1)^{1/2} \langle l_f || Y_\lambda || l_i \rangle,
\end{aligned} \tag{A.14}$$

siendo:

$$\langle l_f || Y_\lambda || l_i \rangle = \left[\frac{(2l_i + 1)(2\lambda + 1)}{4\pi(2l_f + 1)} \right]^{1/2} \langle \lambda 0 l_i 0 | l_f 0 \rangle. \tag{A.15}$$

Reglas de suma

Las formulas presentadas en el apartado anterior se refieren a la distribución de la $\mathcal{B}(E\lambda)$ en energía. Para obtener el valor total de $\mathcal{B}(E\lambda)$ es posible integrar para todo el rango de energía la expresión (A.3) o bien sumar para todos los pseudoestados los valores obtenidos con la relación (A.4). Si se procede sumando los pseudoestados se tiene que:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(E\lambda) &= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{n=1}^N \left| \langle \Psi_{n, J_f}^{(N)} || \mathcal{M}(E\lambda) || J_i \rangle \right|^2 \\
&= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{n=1}^N \langle J_i || \mathcal{M}(E\lambda) || \Psi_{n, J_f}^{(N)} \rangle \langle \Psi_{n, J_f}^{(N)} || \mathcal{M}(E\lambda) || J_i \rangle.
\end{aligned} \tag{A.16}$$

Esta expresión puede reducirse si se separa la parte radial de la angular y se aplica la condición de cierre (A.6) a la parte radial:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(E\lambda) &= (Z_{\text{eff}}^{(\lambda)} e)^2 \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{n=1}^N \langle i | r^\lambda | n \rangle \langle n | r^\lambda | i \rangle \\
&\times (\langle (l_f s_f) J_f || Y_\lambda || (l_i s_i) J_i \rangle)^2.
\end{aligned} \tag{A.17}$$

quedando:

$$\mathcal{B}(E\lambda) = (Z_{\text{eff}}^{(\lambda)} e)^2 \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \langle r^{2\lambda} \rangle_i \left(\langle (l_f s_f) J_f || Y_\lambda || (l_i s_i) J_i \rangle \right)^2, \quad (\text{A.18})$$

donde $\langle r^{2\lambda} \rangle_i$ es simplemente el valor medio de $r^{2\lambda}$ en el estado fundamental. De esta forma, el uso experimental de esta regla de suma permite, por ejemplo, obtener la distancia cuadrática media del nucleón que forma el halo con el resto del núcleo en su estado fundamental a través de la integral de $\mathcal{B}(E1)$.

Hay que aclarar que la regla de suma es sólo válida cuando se cumpla la relación de cierre. Por un lado, esto permite estimar la bondad de la base de pseudoestados para un determinado número N de funciones. Por otro, dicha relación se cumple cuando se suma a todos los estados, no sólo los estados del continuo. Por lo tanto, hay que incluir los estados ligados y prohibidos en el cómputo de la regla de suma. De no considerar estos estados se puede inducir a error y subestimar, por ejemplo, el cálculo de la distancia cuadrática media del nucleón en el halo.

Por último, existe otra regla de suma para la integral de la $\mathcal{B}(E1)$ pesada en energía. Para que dicha regla se cumpla es necesario que el potencial que incluya el hamiltoniano no dependa del valor del momento angular. Concretamente, se obtiene:

$$\int d\varepsilon \frac{d\mathcal{B}(E\lambda)}{d\varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon_{\text{g.s.}}) = (Z_{\text{eff}}^{(\lambda)} e)^2 \frac{\hbar^2}{2\mu_{vc}} \lambda(2\lambda + 1) \langle r^{2\lambda-2} \rangle_i \times \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \left(\langle (l_f s_f) J_f || Y_\lambda || (l_i s_i) J_i \rangle \right)^2, (\text{A.19})$$

siendo $\varepsilon_{\text{g.s.}}$ la energía del estado fundamental.

A.2. Partícula independiente con excitación del *core*

Al tener en cuenta la excitación del *core* se incluyen dos mecanismos de excitación, la excitación a partir de la partícula de valencia, similar a la expuesta en el apartado anterior, y la propia excitación Coulombiana del *core*. La probabilidad de transición eléctrica final será el resultado de la

interferencia de ambos mecanismos. Aún en los casos en los que la polaridad no permita excitar directamente el *core*, nunca se recupera el caso simple expuesto en la sección anterior, ya que la excitación del *core* añade un momento angular extra que complica la parte angular, además de multiplicar el cálculo por el número de canales. Por su parte, cada canal de la función de onda inicial puede excitarse a uno o varios canales de la función de onda final dependiendo de la multipolaridad de la excitación.

El hecho de permitir la excitación del *core* se traduce en la imposibilidad de considerar las distancias \vec{r}_i^j fijas en la ecuación (A.8), por lo que es necesario desarrollar el término [51]:

$$\begin{aligned}
|\vec{r}_c + \vec{r}_i^j|^\lambda Y_{\lambda\mu}(\widehat{\vec{r}_c + \vec{r}_i^j}) &= \sum_{l=1}^{\lambda-1} \sum_{m=-l}^l \sqrt{\frac{4\pi}{2l+1}} \binom{2l+1}{2l}^{1/2} \\
&\times \langle \lambda - l, \mu - m, lm | \lambda\mu \rangle r_c^{\lambda-l} r_i^l Y_{\lambda-l\mu-m}(\widehat{r}_c) Y_{lm}(\widehat{r}_i^j) \\
&+ r_c^\lambda Y_{\lambda\mu}(\widehat{r}_c) + r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\widehat{r}_i^j), \tag{A.20}
\end{aligned}$$

donde el segundo y tercer término pueden incluirse dentro del sumatorio, ya que corresponderían a los sumandos para $l = 0$ y $l = \lambda$ respectivamente. Se han extraído del sumatorio para clarificar la expresión, ya que, si se suma para todos los nucleones del *core*, el segundo término se corresponde con lo obtenido en la sección anterior y el tercero estaría relacionado con la excitación $E\lambda$ del *core*. Esquematizando la contribución final resultante de desarrollar este término, se puede obtener el operador multipolar eléctrico como suma de tres partes [138]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}(E\lambda\mu) &= \sum_{l=1}^{\lambda-1} \sum_{m=-l}^l f_\lambda(l, m, \mu) \\
&\times \mathcal{M}_{sp}(Elm) \mathcal{M}_{core}(E(\lambda-l)(\mu-m)) \\
&+ \mathcal{M}_{sp}(E\lambda\mu) + \mathcal{M}_{core}(E\lambda\mu), \tag{A.21}
\end{aligned}$$

donde \mathcal{M}_{sp} es el operador obtenido en la sección anterior y \mathcal{M}_{core} sería el operador correspondiente a la excitación del *core*, a los que habría que sumar un término de acoplamiento entre ambas excitaciones.

Es interesante resaltar que la multipolaridad de los términos de acopla-

miento es siempre menor que la multipolaridad total. Esto permite simplificar el cálculo en muchas ocasiones teniendo en cuenta que la excitación del *core* será en la mayoría de los casos cuadrupolar. Para calcular la excitación dipolar no será necesario, por ejemplo, tener en cuenta el acoplamiento entre ambas interacciones y rara vez tendrá una contribución dipolar del *core*. Para encontrar dicho acoplo en la excitación cuadrupolar sería necesario una excitación dipolar del *core*. Lo que sí se encontrará en muchos núcleos para el caso cuadrupolar será la interferencia entre la parte de partícula independiente y la excitación del *core*. Por lo tanto, siempre que no se estudien multipolaridades superiores como la octupolar o existan excitaciones del *core* de multipolaridad inferior a $E2$, no será necesario estudiar este término de acoplamiento.

Para calcular la parte de excitación específica del *core* se encuentran distintas prescripciones. Si se utiliza el modelo partícula-rotor resulta consecuente utilizar la excitación del *core* dentro del modelo de rotor para los mismos parámetros de deformación y de radio de materia del *core*. En [5] puede encontrarse la derivación del operador $\mathcal{M}_{core}(E\lambda)$ para este caso, que resulta:

$$\langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{2I_f + 1}} \frac{3Z_c}{4\pi} \delta_2 \left(\sqrt{\frac{5}{3}} \sqrt{\langle r^2 \rangle_c} \right)^{\lambda-1}, \quad (\text{A.22})$$

siendo $\langle r^2 \rangle_c$ el radio cuadrático medio del *core* en su estado fundamental y δ_2 la longitud de deformación considerada para el *core*.

En el caso del modelo P-AMD, sería necesario calcular $\langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle$ a partir de las densidades de transición que predice el modelo AMD para el *core*:

$$\langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle = \int dr r^{\lambda+2} \langle I_f || \rho_\lambda || I_i \rangle. \quad (\text{A.23})$$

Otra opción consiste en extraer el valor de $\langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle$ a partir del valor experimental de la $\mathcal{B}(E\lambda)$ del *core*. En tal caso, existe una ambigüedad en el signo que resulta importante para conocer la correcta interferencia con la parte de excitación de la partícula independiente. En cualquier caso, siempre es posible asignarle el signo que se obtendría al ser calculado dentro del modelo que se esté considerando, PRM o P-AMD.

Por último, hay que aclarar que el elemento $\langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle$ no es el que aparece finalmente en el calculo de la $\mathcal{B}(E\lambda)$ total sino que hay que desarrollar el elemento reducido en la forma:

$$\begin{aligned} \langle (j_f I_f) J_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || (j_i I_i) J_i \rangle &= \langle \alpha_f | \alpha_i \rangle \delta_{j_i j_f} (2J_i + 1)^{1/2} \begin{Bmatrix} J_f & J_i & \lambda \\ I_i & I_f & j_f \end{Bmatrix} \\ &\quad (-1)^{\lambda + j_f + J_f + I_i} (2I_f + 1)^{1/2} \\ &\quad \langle I_f || \mathcal{M}_{core}(E\lambda) || I_i \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

donde $\langle \alpha_f | \alpha_i \rangle$ es la integral entre las partes radiales correspondientes a cada canal final e inicial. α_f y α_i designan las combinaciones de los distintos momentos angulares $\{l, s, j, I\}$ compatibles con el momento angular total de los estados final e inicial respectivamente.

Como ya se ha mencionado, la parte de partícula independiente es ligeramente más compleja que en el caso anterior debido a que es un caso multicanal. En definitiva, para esta parte se tendría:

$$\langle (j_f I_f) J_f || \mathcal{M}_{sp}(E\lambda) || (j_i I_i) J_i \rangle = e Z_{\text{eff}}^{(\lambda)} \sum_{\alpha_i \alpha_f} \langle \alpha_f | r^\lambda | \alpha_i \rangle \langle (j_f I_f) J_f || Y_\lambda || (j_i I_i) J_i \rangle, \quad (\text{A.25})$$

donde se suma sobre todos los canales α_i y α_f compatibles con el momento angular total de los estados inicial y final respectivamente. El término $\langle \alpha_f | r^\lambda | \alpha_i \rangle$ designa la integral radial de r^λ con las partes radiales de cada canal inicial y final. Se puede comprobar con las relaciones anteriores que $Z_{\text{eff}}^{(\lambda)}$ coincide con la del caso sin excitación del *core*.

Para la parte angular hay que seguir desarrollando el término:

$$\begin{aligned} \langle (j_f I_f) J_f || Y_\lambda || (j_i I_i) J_i \rangle &= \delta_{I_i I_f} (2J_i + 1)^{1/2} \begin{Bmatrix} J_f & J_i & \lambda \\ j_i & j_f & I_i \end{Bmatrix} \\ &\quad (-1)^{\lambda + j_f + J_i + I_i} (2j_f + 1)^{1/2} \\ &\quad \langle (l_f s_f) j_f || Y_\lambda || (l_i s_i) j_i \rangle, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

y el elemento reducido restante se corresponde con el de la ecuación (A.14).

Regla de suma

La interferencia entre la excitación de la partícula de valencia y la del *core* imposibilita generalizar las reglas de suma existentes para el caso sin excitación del *core*. En los casos en los que debido a la multipolaridad de una y otra excitación, sólo entre en juego la excitación de la partícula de valencia puede usarse de nuevo la condición de cierre para relacionar la integral en energía de la $\mathcal{B}(E\lambda)$ con la función de onda del estado fundamental. Desafortunadamente, como se mostrará a continuación, la relación no resulta tan directa ni tan útil para la extracción de información como en el caso sin excitación. La existencia de varios canales complica la fórmula resultante haciendo más compleja la regla de suma.

Suponiendo que sólo existe contribución de la partícula de valencia y procediendo en la misma dirección, se suma la contribución de todos los pseudoestados:

$$\begin{aligned}\mathcal{B}(E\lambda) &= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{n=1}^N \left| \langle \Psi_{n,J_f}^{(N)} || \mathcal{M}_{sp}(E\lambda) || J_i \rangle \right|^2 \\ &= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{n=1}^N \langle J_i || \mathcal{M}_{sp}(E\lambda) || \Psi_{n,J_f}^{(N)} \rangle \langle \Psi_{n,J_f}^{(N)} || \mathcal{M}_{sp}(E\lambda) || J_i \rangle.\end{aligned}\tag{A.27}$$

En este caso, la presencia de varios canales, cada uno con su parte angular correspondiente, impide separar la parte radial y la angular antes de aplicar la condición de cierre. Por lo tanto, la expresión queda:

$$\mathcal{B}(E\lambda) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} (eZ_{\text{eff}}^{(\lambda)})^2 \langle J_i || r^{2\lambda} Y_{\lambda 0}^* Y_{\lambda 0} || J_i \rangle,\tag{A.28}$$

donde el doble armónico esférico puede simplificarse en la forma [32]:

$$Y_{\lambda 0}^* Y_{\lambda 0} = \frac{2\lambda + 1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{c=0}^{2\lambda} Y_{c0} \sqrt{2c + 1} \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2.\tag{A.29}$$

El resultado final queda:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}(E\lambda) &= \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} (eZ_{\text{eff}}^{(\lambda)})^2 \frac{2\lambda + 1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\alpha_i, \alpha'_i} \langle \alpha'_i | r^{2\lambda} | \alpha_i \rangle \\
&\times \sum_{c=0}^{2\lambda} \sqrt{2c + 1} \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \langle \alpha'_i J_i || Y_{c0} || \alpha_i J_i \rangle. \quad (\text{A.30})
\end{aligned}$$

Como se observa en la formula para la regla de suma, el observable $r^{2\lambda}$ queda en una suma entre canales iniciales y finales, pesando cada componente en función de los momentos angulares de cada uno. Este hecho dificulta, como ya se ha anticipado, relacionar la regla de suma con el valor promedio de $r^{2\lambda}$ en el estado fundamental.

Apéndice B

Tratamiento de los estados prohibidos de Pauli

Al diagonalizar el hamiltoniano de cualquier sistema en una base de pseudoestados, se obtienen, además de los estados ligados y los estados representativos del continuo, todos y cada uno de los estados prohibidos, aquellos estados ocupados por los nucleones del *core*. El principio de exclusión de Pauli impide que dos fermiones idénticos ocupen exactamente el mismo estado cuántico. En los casos estudiados la partícula de valencia es un neutrón, por lo que al estudiar los estados ligados hay que prestar especial atención a qué estados ocuparán los neutrones del *core*. El nivel más bajo en energía que quede libre, una vez colocados los neutrones del *core*, determina el estado fundamental del sistema. Además, el número de estados ligados y prohibidos altera las propiedades del continuo.

En una descripción microscópica, como puede ser el modelo de capas, la forma correcta de tratar el principio de Pauli consiste en construir los correspondientes determinantes de Slater con todos los neutrones ocupando los estados del sistema de las distintas formas posibles. La función de onda antisimetrizada resultante de este proceso, que tenga la menor energía, constituiría el estado fundamental. No obstante, la construcción de los determinantes de Slater complica la descripción de la estructura del núcleo, lo cual es un inconveniente a la hora de utilizar esta descripción en procesos de reacción con un formalismo más o menos complejo. A lo largo de este trabajo se hace uso de una forma más aproximada que consiste simplemente en separar del cálculo los pseudoestados ocupados por neutrones del *core*

una vez diagonalizado el hamiltoniano, aquellos de energía más baja. La función de onda del primer pseudoestado no ocupado por neutrones del *core* es una aproximación no antisimétrica de la que resultaría de aplicar de forma correcta el principio de Pauli. Cabe esperar que la antisimetrización altere ligeramente los niveles de energía, como ya se mencionó en el caso del ^{11}Be en la subsección 2.4.1. No obstante, esto no debería alterar sustancialmente las propiedades de dicho estado. Queda por ver cómo contar cuántos estados están ocupados por los neutrones del *core* para un momento angular total y paridad dados.

La degeneración de los estados cuánticos permite que dichos neutrones compartan el mismo nivel de energía. Conocer la degeneración de los estados es, por tanto, crucial para determinar los estados prohibidos. Para el caso de un potencial esférico, la degeneración es conocida, siendo $(2j + 1)$, donde j corresponde al momento angular total de la partícula de valencia. En el modelo de acoplamiento débil, se añaden los estados del *core* con un momento angular I formando un nuevo momento angular $\vec{J} = \vec{I} + \vec{j}$.

Si el acoplamiento resulta suficientemente pequeño y la energía de excitación del estado excitado del *core* es alta, estudiar el caso esférico y ver qué estados surgen de los estados prohibidos en esta aproximación puede servir como guía para conocer los estados ocupados en el problema final. Éste fue el modo de proceder en el caso del núcleo ^{11}Be . En la figura B.1 se observa cómo habría 2 estados prohibidos antes de considerar la deformación. Sumando las degeneraciones, se obtiene $(2 \cdot 1/2 + 1) = 2$ neutrones para el estado $1s_{1/2}$ y $(2 \cdot 3/2 + 1) = 4$ para la $1p_{3/2}$ que suman los 6 neutrones del *core*, ^{10}Be . Acoplando dichos estados a los estados 0^+ y 2^+ del *core* se obtienen como estados prohibidos un estado $1/2^+$, un estado $3/2^+$, un estado $5/2^+$, un estado $1/2^-$, dos estados $3/2^-$, un estado $5/2^-$ y un estado $7/2^-$. Nótese cómo al romper la degeneración se multiplica el número de estados prohibidos complicando el problema. Además, no está claro que el procedimiento siga siendo válido si alguno de estos estados se cruza con otro proveniente de un estado no ocupado, ya que se desconoce si la degeneración de un estado y otro es la misma.

En la diagonalización en dos pasos descrita en la sección 2.2, se pueden eliminar los estados prohibidos en la diagonalización del potencial esférico para luego, sólo con los estados solución del potencial esférico que no están prohibidos, diagonalizar el hamiltoniano completo. De esta forma, los estados

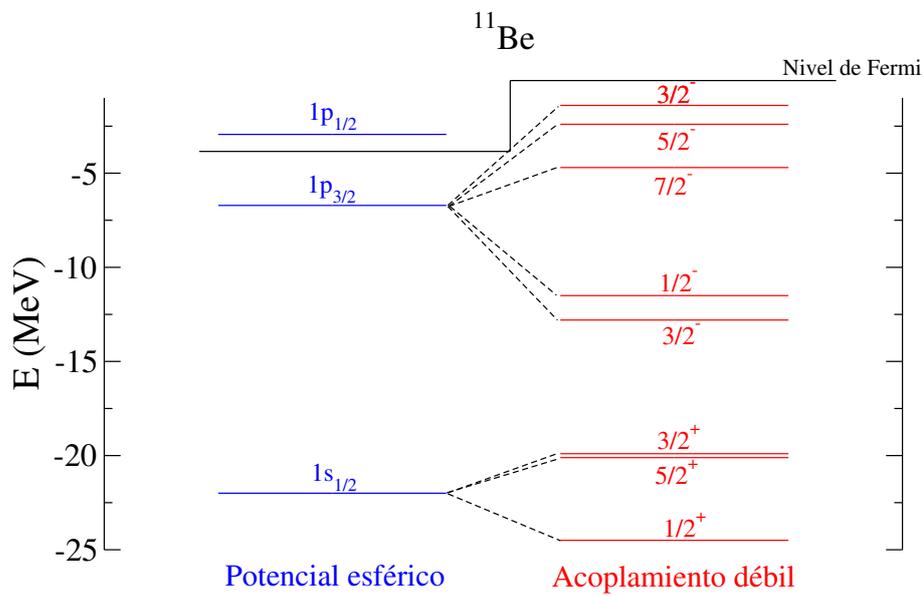


Figura B.1: Espectro de los estados prohibidos del núcleo ^{11}Be sin excitación del *core*, potencial esférico, e incluyendo las excitaciones del *core* en un modelo de acoplamiento débil. El nivel de Fermi para neutrones delimita los estados prohibidos, es decir, el orbital $1p_{1/2}$ no estaría prohibido.

enlazados por líneas discontinuas en la figura B.1 al estado originariamente prohibido desaparecen. Sin embargo, la energía de los estados que quedan se ve alterada, ya que en su composición hay una cierta mezcla con el estado prohibido eliminado. Hay que tener en cuenta que la deformación o el acoplamiento no es algo impuesto a posteriori sobre el último neutrón, sino que resulta más realista considerar todos los neutrones, en este caso 7, en un potencial deformado y a partir de ahí aplicar el principio de Pauli. No obstante, eliminar los estados antes de la diagonalización final ofrece una visión aproximada y muy útil para aclarar el número de estados prohibidos.

El caso del núcleo ^{19}C resulta más complejo, ya que los orbitales en el caso esférico no están completamente llenos. En un esquema de partícula independiente, los cuatro últimos neutrones ocuparían parcialmente los orbitales s y d que se encontrarían casi degenerados. Además, la energía del primer estado excitado del *core* ^{18}C es mucho más baja, por lo que el caso esférico deja de ser una buena aproximación. Para buscar otra aproximación en la que se conozca la degeneración y el orden de llenado de los niveles, conviene partir del hamiltoniano para el sistema partícula de valencia-*core* en el modelo de acoplamiento débil. Volviendo al hamiltoniano completo del sistema en la ecuación (1.3):

$$\mathcal{H} = h_{core} + h_{val} + h_{coup}, \quad (\text{B.1})$$

para retomar el caso esférico, se supone el término de acoplamiento h_{coup} despreciable frente al hamiltoniano interno del *core* h_{core} y el de la partícula de valencia h_{val} . Asimismo, se considera la energía del primer estado excitado del *core* formalmente infinita, en definitiva, se consideran las excitaciones del *core* mucho más energéticas que las excitaciones de la partícula de valencia.

Para los casos en los que el término de acoplamiento h_{coup} no sea despreciable, por ejemplo para el caso de una gran deformación del *core*, existe el modelo del Nilsson [5, 139]. Dicho modelo supone una deformación infinita del núcleo, de forma que el momento de inercia se hace infinito y todos los estados de excitación del *core* tendrían la misma energía (límite adiabático). Formalmente, se obtendría a partir del hamiltoniano de la ecuación (B.1) eliminando el término h_{core} [139]. En este caso, el número cuántico relevante que da el espín del núcleo es la proyección del momento angular de la partícula de valencia sobre el eje de simetría del *core*, Ω .

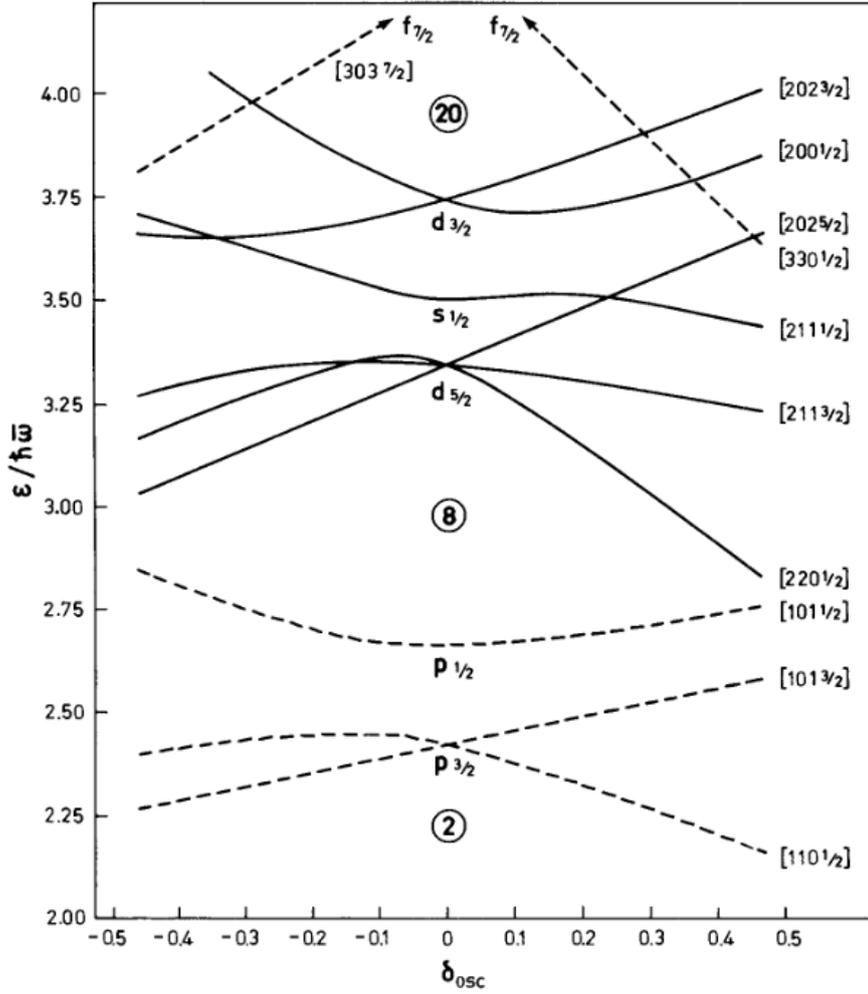


Figura B.2: Evolución de las energías de los niveles de Nilsson a partir del caso esférico, $\delta_{osc} = 0$. El parámetro δ_{osc} es proporcional al parámetro de deformación β_2 utilizado en el texto. Los niveles vienen caracterizados por el conjunto de números cuánticos $[N n_z \Lambda \Omega]$. La figura ha sido extraída de [5].

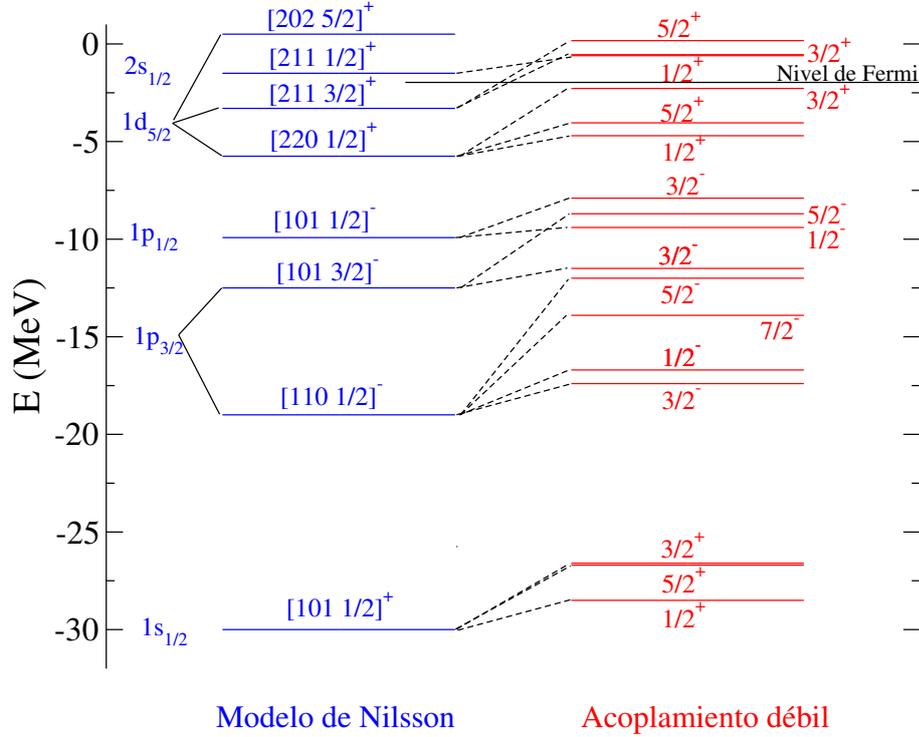


Figura B.3: Espectro de los estados prohibidos y primeros estados ligados del núcleo ^{19}C para el modelo de Nilsson y para el modelo de acoplamiento débil, es decir, incluyendo las energías de los estados del *core*. El nivel de Fermi para neutrones delimita los estados prohibidos.

Los estados dentro de este modelo pueden caracterizarse por los números cuánticos N , número de nodos, n_z , número de nodos en el eje de simetría, y Λ , proyección del momento angular orbital en el eje de simetría, además del ya mencionado Ω . En la figura B.2, se muestra cómo evolucionan los niveles de energía a partir del hamiltoniano con el potencial esférico, considerando tan sólo h_{val} , conforme se aumenta el término de acoplamiento h_{coup} variando δ_{osc} , parámetro proporcional a la deformación cuadrupolar, β_2 .

En el modelo de Nilsson, el número de ocupación de los niveles es 2, siendo muy fácil, por lo tanto, determinar el número de niveles prohibidos. No obstante, es necesario todavía incluir el término h_{core} . Al considerar las energías de los estados del *core* estos niveles se van a dividir en estados con

distinto J . El valor mínimo de ese J viene determinado por el valor de Ω , proyección de dicho J sobre el eje de simetría. El valor máximo se puede calcular acoplando el estado de mayor I del *core* al momento angular de la partícula de valencia j del que proviene el estado de Nilsson. En la figura B.3 se muestra cómo evolucionan los niveles en el espectro del núcleo ^{19}C partiendo del modelo de Nilsson. Los estados provenientes del último nivel lleno en el modelo de Nilsson, $[211\ 3/2]$, se entrecruzan con los del primer orbital lleno, $[211\ 1/2]$. El resto de niveles mostrados quedan claramente ocupados. Esto indica, por ejemplo, que, a la hora de generar un potencial de partícula-rotor o en cualquier otro modelo, el estado fundamental $1/2^+$ ha de ser el tercer estado $1/2^+$, dejando dos prohibidos.

Bibliografía

*Y así, del mucho leer y del poco dormir,
se le secó el cerebro de manera que vino
a perder el juicio.*

Miguel de Cervantes Saavedra

- [1] M. G. Mayer, Phys. Rev. **75**, 1969 (1949).
- [2] O. Haxel, J. H. D. Jensen y H. E. Suess, Phys. Rev. **75**, 1766 (1949).
- [3] R. Kanungo, I. Tanihata y A. Ozawa, Phys. Lett. B **528**, 58 (2002).
- [4] I. Tanihata, Nucl. Phys. A **682**, 114 (2001).
- [5] A. Bohr y B. Mottelson, *Nuclear Structure*, New York, W. A. Benjamin ed. (1969).
- [6] E. H. S. Burhop, D. H. Davis, J. Sacton y G. Schorchoff, Nucl. Phys. A **132**, 625 (1969).
- [7] I. Tanihata *et al.*, Phys. Lett. B **160**, 380 (1985).
- [8] D. J. Millener, J. W. Olness, E. K. Warburton y S. S. Hanna, Phys. Rev. C **28**, 497 (1983).
- [9] J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **47**, 845 (1935).
- [10] S. M. Dancoff, Phys. Rev. **72**, 1017 (1947).
- [11] R. Serber, Phys. Rev. **72**, 1008 (1947).
- [12] R. J. Glauber, Phys. Rev. **99**, 1515 (1955).

-
- [13] E. Garrido, D. V. Fedorov, H. O. U. Fynbo y A. S. Jensen, Nucl. Phys. A **781**, 387 (2007).
- [14] T. Aumann *et al.*, Phys. Rev. C **59**, 1252 (1999).
- [15] M. V. Zhukov, B. V. Danilin, D. V. Fedorov, J. M. Bang, I. J. Thompson y J. S. Vaagen, Phys. Rep. **231**, 151 (1993).
- [16] M. V. Zhukov, A. A. Korshennikov y M. H. Smedberg, Phys. Rev. C **50**, R1 (1994).
- [17] Y. Iwata *et al.*, Phys. Rev. C **62**, 064311 (2000).
- [18] E. Garrido, D. V. Fedorov y A. S. Jensen, Nucl. Phys. A **700**, 117 (2002).
- [19] T. Nakamura *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 252502 (2006).
- [20] I. J. Thompson y M. V. Zhukov, Phys. Rev. C **53**, 708 (1996).
- [21] E. Nielsen, D. V. Fedorov, A. S. Jensen y E. Garrido, Phys. Rep. **347**, 373 (2001).
- [22] C. Romero-Redondo, E. Garrido, A. S. Jensen y D. V. Fedorov, Phys. Rev. C **77**, 054313 (2008).
- [23] A. M. Moro, K. Rusek, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho y M. Rodríguez-Gallardo, Phys. Rev. C **75**, 064607 (2007).
- [24] J. H. Kelley *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5020 (1996).
- [25] M. V. Zhukov y I. J. Thompson, Phys. Rev. C **52**, 3505 (1995).
- [26] W. Geitner *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 252502 (2008).
- [27] T. Hoshino, H. Sagawa y A. Arima, Nucl. Phys. A **506**, 271 (1990).
- [28] M. Rodríguez-Gallardo, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho, R. C. Johnson, A. M. Moro, I. J. Thompson y J. A. Tostevin, Phys. Rev. C **77**, 064609 (2008).
- [29] T. Matsumoto, E. Hiyama, K. Ogata, Y. Iseri, M. Kamimura, S. Chiba y M. Yahiro, Phys. Rev. C **70**, 061601(R) (2004).

-
- [30] C. Beck, N. Keeley y A. Diaz-Torres, *Phys. Rev. C* **75**, 054605 (2007).
- [31] A. M. Moro, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho y F. Pérez-Bernal, *Phys. Rev. C* **80**, 054605 (2009).
- [32] D. M. Brink y G. R. Satchler, *Angular Momentum* (Clarendon, Oxford, 1968).
- [33] J. P. Blaizot, *Phys. Rep.* **64**, 171 (1980).
- [34] A. Sánchez-Benítez *et al.*, *Nucl. Phys. A* **803**, 30 (2008).
- [35] O. R. Kakuee *et al.*, *Nucl. Phys. A* **765**, 294 (2006).
- [36] T. Kobayashi, O. Yamakawa, K. Omata, K. Sugimoto, T. Shimoda, N. Takahashi y I. Tanihata, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2599 (1988).
- [37] H. Okamura, S. Hatori, N. Matsuoka, T. Noro, A. Okihana, H. Sakai, H. M. Shimizu, K. Takeshita y T. Yamaya, *Phys. Lett. B* **325**, 308 (1994).
- [38] G. Satchler y W. Love, *Phys. Rep.* **55**, 183 (1979).
- [39] C. M. Perey y F. G. Perey, *Phys. Rev.* **132**, 755 (1963).
- [40] F. Hinterberger, G. Mairle, U. Schmidt-Roht, G. J. Wagner y P. Turek, *Nucl. Phys. A* **111**, 265 (1968).
- [41] G. Perrin, N. V. Sen, J. Arvieux, R. Darves-Blanc, J. Durand, A. Fiore, J. Gondrand, F. Merchez y C. Perrin, *Nucl. Phys. A* **282**, 221 (1977).
- [42] W. W. Daehnick, J. D. Childs y Z. Vrcelj, *Phys. Rev. C* **21**, 2253 (1980).
- [43] M. V. Andrés, J. Gómez-Camacho y M. A. Nagarajan, *Nucl. Phys. A* **579**, 273 (1994).
- [44] M. V. Andrés, J. Gómez-Camacho y M. A. Nagarajan, *Nucl. Phys. A* **583**, 817 (1995).
- [45] K. Alder y A. Winther, *Electromagnetic excitation: Theory of Coulomb excitation with heavy ions* (North-Holland, 1975).
- [46] C. A. Bertulani y G. Baur, *Phys. Rep.* **163**, 299 (1988).

-
- [47] H. D. Marta, L. F. Canto, R. Donangelo y P. Lotti, *Phys. Rev. C* **66**, 024605 (2002).
- [48] H. D. Marta, L. F. Canto y R. Donangelo, *Phys. Rev. C* **78**, 034612 (2008).
- [49] M. Kamimura, M. Yahiro, Y. Iseri, Y. Sakuragi, H. Kameyama y M. Kawai, *Prog. Theor. Phys. Supp.* **89**, 1 (1986).
- [50] N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher y M. Yahiro, *Phys. Rep.* **154**, 125 (1987).
- [51] G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, Oxford, 1983).
- [52] J. S. Al-Khalili y J. A. Tostevin, "Scattering," (Academic Press, 2001) Cap. 3 Few-body models of nuclear reactions, p. 1373.
- [53] F. Pérez-Bernal, I. Martel, J. M. Arias y J. Gómez-Camacho, *Phys. Rev. A* **63**, 052111 (2001).
- [54] A. M. Moro y R. Crespo, *Phys. Rev. C* **85**, 054613 (2012).
- [55] N. C. Summers, F. M. Nunes y I. J. Thompson, *Phys. Rev. C* **74**, 014606 (2006).
- [56] R. Crespo, A. Deluva y A. M. Moro, *Phys. Rev. C* **83**, 044622 (2011).
- [57] J. M. Bang y J. S. Vaagen, *Z. Phys. A* **297**, 223 (1980).
- [58] F. Nunes, J. Christley, I. Thompson, R. Johnson y V. Efros, *Nucl. Phys. A* **609**, 43 (1996).
- [59] S. G. Zhou, J. Meng y P. Ring, *Phys. Rev. C* **68**, 034323 (2003).
- [60] M. Hesse, J. Roland y D. Baye, *Nucl. Phys. A* **709**, 184 (2002).
- [61] T. Druet, D. Baye, P. Descouvemont y J. Sparenberg, *Nucl. Phys. A* **845**, 88 (2010).
- [62] A. U. Hazi y H. S. Taylor, *Phys. Rev. A* **1**, 1109 (1970).
- [63] H. S. Taylor y A. U. Hazi, *Phys. Rev. A* **14**, 2071 (1976).

-
- [64] V. A. Mandelshtam, T. R. Ravuri y H. S. Taylor, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1932 (1993).
- [65] B. A. Lippmann y T. F. O'Malley, *Phys. Rev. A* **2**, 2115 (1970).
- [66] V. A. Mandelshtam, H. S. Taylor, V. Ryaboy y N. Moiseyev, *Phys. Rev. A* **50**, 2764 (1994).
- [67] J. A. Lay, A. M. Moro, J. M. Arias y J. Gómez-Camacho, *Phys. Rev. C* **82**, 024605 (2010).
- [68] I. Z. Petkov y M. V. Stoitsov, *Theor. Math. Phys.* **55**, 584 (1983).
- [69] I. Z. Petkov y M. V. Stoitsov., *Nuclear Density Functional Theory* Oxford Studies in Physics (Clarendon, Oxford, 1991).
- [70] M. V. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, S. Pittel y D. J. Dean, *Phys. Rev. C* **68**, 054312 (2003).
- [71] S. Karataglidis, K. Amos y B. G. Giraud, *Phys. Rev. C* **71**, 064601 (2005).
- [72] J. A. Lay, A. M. Moro, J. M. Arias y J. Gómez-Camacho, *Phys. Rev. C* **85**, 054618 (2012).
- [73] A. M. Moro, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho, I. Martel, F. Pérez-Bernal, R. Crespo y F. M. Nunes, *Phys. Rev. C* **65**, 011602(R) (2001).
- [74] P. Barletta, C. Romero-Redondo, A. Kievsky, M. Viviani y E. Garrido, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 090402 (2009).
- [75] A. Kievsky, M. Viviani, P. Barletta, C. Romero-Redondo y E. Garrido, *Phys. Rev. C* **81**, 034002 (2010).
- [76] C. J. Joachain, *Quantum collision theory* (North-Holland, 1987).
- [77] J. L. Friar, S. Fallieros, E. L. Tomusiak, D. Skopik y E. G. Fuller, *Phys. Rev. C* **27**, 1364 (1983).
- [78] I. J. Thompson, *Comp. Phys. Rep.* **7**, 167 (1988).
- [79] E. Garrido, D. V. Fedorov y A. S. Jensen, *Phys. Rev. C* **68**, 014002 (2003).

-
- [80] C. Bachelet *et al.*, Eur. Phys. J. A **25**, 31 (2005).
- [81] E. Garrido, D. V. Fedorov y A. S. Jensen, Nucl. Phys. A **708**, 277 (2002).
- [82] E. C. Pinilla, P. Descouvemont y D. Baye, Phys. Rev. C **85**, 054610 (2012).
- [83] I. J. Thompson y M. V. Zhukov, Phys. Rev. C **49**, 1904 (1994).
- [84] E. Cravo, R. Crespo, A. Deltuva y A. C. Fonseca, Phys. Rev. C **79**, 064610 (2009).
- [85] T. Nakamura *et al.*, Nucl. Phys A **588**, c81 (1995).
- [86] R. Palit *et al.*, Phys. Rev. C **68**, 034318 (2003).
- [87] M. Takashina, Y. Kanada-En'yo y Y. Sakuragi, Phys. Rev. C **71**, 054602 (2005).
- [88] P. Capel, G. Goldstein y D. Baye, Phys. Rev. C **70**, 064605 (2004).
- [89] D. J. Howell, J. A. Tostevin y J. S. Al-Khalili, J. Phys. (London) G **31**, S1881 (2005).
- [90] S. Fortier *et al.*, Phys. Lett. B **461**, 22 (1999).
- [91] J. S. Winfield *et al.*, Nucl. Phys A **683**, 48 (2001).
- [92] F. Cappuzzello *et al.*, Phys. Lett. B **516**, 21 (2001).
- [93] K. Amos, L. Canton, G. Pisent, J. P. Svenne y D. van der Knijff, Nucl. Phys. A **728**, 65 (2003).
- [94] F. Nunes, *Core Excitation in Few Body Systems: Application to halo nuclei*, tesis doctoral, University of Surrey (1995).
- [95] I. Tanihata, H. Hamagaki, O. Hashimoto, Y. Shida, N. Yoshikawa, K. Sugimoto, O. Yamakawa, T. Kobayashi y N. Takahashi, Phys. Rev. Lett. **55**, 2676 (1985).
- [96] S. Raman, C. H. Malarkey, W. T. Milner, C. W. Nestor Jr. y P. H. Stelson, Atomic Data and Nuclear Data Tables **36**, 1 (1987).

-
- [97] Y. Kanada-En'yo, H. Horiuchi y A. Doté, *Phys. Rev. C* **60**, 064304 (1999).
- [98] W. von Oertzen, *Z. Phys. A* **354**, 37 (1996).
- [99] M. Takashina y Y. Kanada-En'yo, *Phys. Rev. C* **77**, 014604 (2008).
- [100] J.-P. Jeukenne, A. Lejeune y C. Mahaux, *Phys. Rev. C* **16**, 80 (1977).
- [101] M. Takashina, programa de modelo de convolución MINC. Comunicación privada.
- [102] H. O. Meyer, P. Schwandt, W. W. Jacobs y J. R. Hall, *Phys. Rev. C* **27**, 459 (1983).
- [103] N. Fukuda *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 054606 (2004).
- [104] Y. Kanada-En'yo, *Phys. Rev. C* **81**, 034321 (2010).
- [105] Y. Hirayama, T. Shimoda, H. Izumi, A. Hatakeyama, K. P. Jackson, C. D. P. Levy, H. Miyatake, M. Yagi y H. Yano, *Phys. Lett. B* **611**, 239 (2005).
- [106] B. A. Brown, A. Etchegoyen y W. D. M. Rae, *OXBASH-MSU (the Oxford-Buenos-Aires-Michigan State University shell model code)* (MSU-NSCL Report No. 524, 1986).
- [107] E. K. Warburton y B. A. Brown, *Phys. Rev. C* **46**, 923 (1992).
- [108] G. Bertsch, J. Borysowicz, H. McManus y W. G. Love, *Nucl. Phys. A* **284**, 399 (1977).
- [109] J. Cook, *Comp. Phys. Comm.* **25**, 125 (1982).
- [110] T. Nakamura *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1112 (1999).
- [111] S. Typel y R. Shyam, *Phys. Rev. C* **64**, 024605 (2001).
- [112] I. Hamamoto, *Phys. Rev. C* **76**, 054319 (2007).
- [113] Y. Satou *et al.*, *Phys. Lett. B* **660**, 320 (2008).
- [114] S. Karataglidis, K. Amos, P. Fraser, L. Canton y J. Svenne, *Nucl. Phys. A* **813**, 235 (2008).

- [115] G. Audi, A. H. Wapstra y C. Thibault, Nucl. Phys. A **729**, 337 (2003).
- [116] T. Suzuki, H. Sagawa y K. Hagino, Phys. Rev. C **68**, 014317 (2003).
- [117] M. Stanoiu *et al.*, Eur. Phys. J. A **20**, 95 (2003).
- [118] Y. Kanada-En'yo, Phys. Rev. C **71**, 014310 (2005).
- [119] A. Ozawa *et al.*, Nucl. Phys. A **691**, 599 (2001).
- [120] H. J. Ong *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 014308 (2008).
- [121] Z. Elekes *et al.*, Phys. Lett. B **614**, 174 (2005).
- [122] T. Tarutina y M. S. Hussein, Phys. Rev. C **70**, 034603 (2004).
- [123] T. Matsumoto, T. Kamizato, K. Ogata, Y. Iseri, E. Hiyama, M. Kamimura y M. Yahiro, Phys. Rev. C **68**, 064607 (2003).
- [124] J. A. Tostevin, F. M. Nunes y I. J. Thompson, Phys. Rev. C **63**, 024617 (2001).
- [125] B. Bonin *et al.*, Nucl. Phys. A **445**, 381 (1985).
- [126] D. G. Madland, *OECD/NEA Spec. Mtg. Nucleon-nucleus Opt. Mod. to 200 MeV* (Paris, 1997).
- [127] M. Rodríguez-Gallardo, J. M. Arias, J. Gómez-Camacho, A. M. Moro, I. J. Thompson y J. A. Tostevin, Phys. Rev. C **72**, 024007 (2005).
- [128] D. T. Khoa, G. R. Satchler y N. D. Thuy, Phys. Rev. C **65**, 024611 (2002).
- [129] K. Ogata y C. A. Bertulani, Prog. Theor. Phys. **121**, 1399 (2009).
- [130] K. Ogata y C. A. Bertulani, Prog. Theor. Phys. **123**, 701 (2010).
- [131] F. D. Becchetti y G. W. Greenlees, Phys. Rev. **182**, 1190 (1969).
- [132] J. S. Al-Khalili, J. A. Tostevin y J. M. Brooke, Phys. Rev. C **55**, R1018 (1997).
- [133] M. El-Azab Farid y G. R. Satchler, Nucl. Phys. A **438**, 525 (1985).

-
- [134] F. Delaunay, *Structure des états du ^{11}Be excités par la réaction $d(^{10}\text{Be},p)^{11}\text{Be}$* , tesis doctoral, Université Paris 6 (2003).
- [135] B. A. Watson, P. P. Singh y R. E. Segel, *Phys. Rev.* **182**, 977 (1969).
- [136] N. Kobayashi *et al.*, [arXiv:1111.7196](https://arxiv.org/abs/1111.7196) [nucl-ex] por publicar, <http://arxiv.org/abs/1111.7196>.
- [137] S. Typel y G. Baur, *Nucl.Phys. A* **759**, 247 (2005).
- [138] J. A. Lay, D. V. Fedorov, A. S. Jensen, E. Garrido y C. Romero-Redondo, *Eur. Phys. J. A* **44**, 261 (2010).
- [139] Y. Urata, K. Hagino y H. Sagawa, *Phys. Rev. C* **83**, 041303 (2011).

Lista de acrónimos

- AMD *Antisymmetrized Molecular Dynamics*, Dinámica molecular antisimetrizada, método microscópico para la descripción de núcleos ligeros, empleado en el texto para la generación de las densidades de transición.
- DWBAX *Distorted Wave Born Approximation with excitations of the core*, Extensión del método DWBA para incluir las excitaciones del *core*
- EPM *Equivalent Photon Method*, Método de fotones equivalentes, método semiclásico que relaciona la sección eficaz de ruptura producida por la excitación Coulombiana con la probabilidad de transición $\mathcal{B}(E\lambda)$ correspondiente.
- HO *Harmonic Oscillator functions*, Funciones solución del oscilador armónico.
- JLM Interacción efectiva nucleón-nucleón desarrollada por los profesores J.-P. Jeukenne, A. Lejeune y C. Mahaux [100].
- LST *Local Scale Transformation*, Transformación local de escala para la generación de las funciones THO a partir de las funciones HO.
- P-AMD Método semimicroscópico para reproducir la interacción entre partícula de valencia y *core* dentro del modelo de acoplamiento débil haciendo uso de las densidades AMD.

-
- PRM *Particle-rotor model*, Modelo Partícula Rotor para el modelo de acoplamiento débil que determina la interacción partícula *core* suponiendo un modelo de rotor para el *core*.
- THO *Transformed Harmonic Oscillator functions*, Funciones de oscilador armónico transformado, generadas a partir de las funciones HO con la transformación LST.
- XCDCC *Continuum Discretized Coupled Channel with excitations of the core*, Extensión del método CDCC para incluir las excitaciones del *core*

Lista de programas

- Programas para resolver las ecuaciones de Faddeev
Cedidos por D. V. Fedorov, E. Garrido, A. S. Jensen y C. Romero-Redondo.
- *fresco*
Programa para el cálculo CDCC. También se han utilizado algunas subrutinas de dicho programa para calcular las funciones de onda de la estructura del proyectil. Por cortesía de I. J. Thompson. Versión estable disponible en www.fresco.org.uk. Véase [78].
- *EPM*
Programa para calcular la sección eficaz de ruptura por excitación coulombiana de forma semiclásica a través del método de fotones equivalentes (EPM). Disponible bajo petición a los autores.
- *tho*
Programa para aplicar el método de pseudoestados a un sistema partícula de valencia-*core* considerando este último inerte. Disponible bajo petición a los autores.
- *thox*
Programa para aplicar el método de pseudoestados a un sistema partícula de valencia-*core* considerando las posibles excitaciones de este último. Disponible bajo petición a los autores.
- *MINC*
Programa para obtener una interacción nucleón-núcleo a partir de la convolución de la interacción JLM con las distintas densidades de transición del núcleo. Cedido por M. Takashina [101].

- *OXBASH*

Programa para obtener las funciones de onda solución de un hamiltoniano dentro del modelo de capas. Véase [106]

- *DFPOT*

Programa para obtener una interacción núcleo-núcleo a partir de la convolución de una interacción nucleón-nucleón con las densidades de uno y otro núcleo. Véase [109]

List of publications

- AUTHORS: A. M. Moro, and **J. A. Lay**.
TITLE: *Interplay between valence and core excitation mechanisms in the breakup of halo nuclei*.
REFERENCE: Physical Review Letters **109** (2012) 232502.
ARTICLE

- AUTHORS: M. Cubero *et al.*
TITLE: *Do halo nuclei follow Rutherford elastic scattering at energies below the barrier? The case of ^{11}Li* .
REFERENCE: Physical Review Letters **109** (2012) 262701.
ARTICLE
TIMES CITED (ISI): 1

- AUTHORS: J. P. Fernández *et al.*
TITLE: *Study of ^{11}Li breakup on ^{208}Pb at energies around the Coulomb barrier*.
REFERENCE: Physical Review Letters (In Press) (2013) .
ARTICLE

- AUTHORS: **J. A. Lay**, D. V. Fedorov, A. S. Jensen, E. Garrido, and C. Romero-Redondo.
TITLE: *Three-body structure of low-lying ^{18}Ne states*.
REFERENCE: European Physical Journal A **44** (2010) 261-277.
ARTICLE
TIMES CITED (ISI): 2

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, J. M. Arias, and J. Gómez-Camacho.
TITLE: *Exploring continuum structures with a pseudo-state basis*.
REFERENCE: Physical Review C **82** (2010) 024605.
ARTICLE
TIMES CITED (ISI): 5

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, J. M. Arias, and J. Gómez-Camacho.
TITLE: *Particle motion in a deformed potential using a transformed oscillator basis*.
REFERENCE: Physical Review C **85** (2012) 054618.
ARTICLE
TIMES CITED (ISI): 3

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, and A. S. Jensen.
TITLE: *Study of the ^{18}Ne and ^{11}Li Nuclei in a Three-body Model*.
CONFERENCE: La Rabida 2009 International Scientific Meeting on Nuclear Physics.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1231** (2010) 183-184.
PROCEEDING

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, J. M. Arias, and J. Gómez-Camacho.
TITLE: *Stabilization method in two-body systems with core excitations*.
CONFERENCE: Mexico 2012 Beauty in Physics: Theory and Experiment.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1488** (2012) 436-440.
PROCEEDING

- AUTHORS: A. M. Moro, R. de Diego, **J. A. Lay**, R. Crespo,
R. C. Johnson, J. M. Arias and J. Gómez-Camacho.
TITLE: *Core excitation effects in the breakup of halo nuclei.*
CONFERENCE: Opatija 2012 Nuclear Structure and Dynamics.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1491** (2012) 335-341.
PROCEEDING

- AUTHORS: M. Cubero *et al.*
TITLE: *Dynamic studies of ^{11}Li and its core ^9Li on ^{208}Pb near the Coulomb barrier.*
CONFERENCE: La Rabida 2009 International Scientific Meeting on Nuclear Physics.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1231** (2010) 183-184.
PROCEEDING

- AUTHORS: M. Cubero *et al.*
TITLE: *Scattering of ^9Li on ^{208}Pb at energies around the Coulomb barrier.*
CONFERENCE: 5th International Conference on FUSION11, St. Malo 2011.
REFERENCE: EPJ Web of Conferences **17** (2011) 16002.
PROCEEDING
TIMES CITED (ISI): 2

- AUTHORS: L. Acosta *et al.*
TITLE: *Study Of The Scattering Of Halo Nuclei Around The Coulomb Barrier.*
CONFERENCE: 21st International Conference on Application of Accelerators in Research and Industry (CAARI), Texas 2010.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1336** (2011) 570-572.
PROCEEDING

- AUTHORS: M. Cubero *et al.*
TITLE: *Elastic scattering of ${}^9\text{Li}$ on ${}^{208}\text{Pb}$ at energies around the Coulomb barrier.*
CONFERENCE: 3rd International Conference on Frontiers in Nuclear Structure, Astrophysics and Reactions (FINUSTAR), Rhodes 2010.
REFERENCE: AIP Conference Proceedings **1377** (2011) 338-340.
PROCEEDING

- AUTHORS: M. J. G. Borge *et al.*
TITLE: *Scattering of the halo nucleus ${}^{11}\text{Li}$ and its core ${}^9\text{Li}$ on ${}^{208}\text{Pb}$ at energies around the Coulomb barrier.*
CONFERENCE: Rutherford Centennial Conference on Nuclear Physics, Manchester 2011.
REFERENCE: J. Phys. Conference Series **381** (2012) 012085.
PROCEEDING
TIMES CITED (ISI): 2

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, J. M. Arias, and J. Gómez-Camacho.
TITLE: *Core excitation effects in halo nuclei using a transformed oscillator basis.*
CONFERENCE: La Rabida 2012 International Scientific Meeting on Nuclear Physics.
REFERENCE: Submitted to AIP Conference Proceedings (2013) .
PROCEEDING

- AUTHORS: **J. A. Lay**, A. M. Moro, and M. Rodríguez-Gallardo
TITLE: *A simple di-cluster model for the scattering of Borromean nuclei: application to ${}^6\text{He}$ and ${}^{11}\text{Li}$.*
REFERENCE: In preparation (2013) .
ARTICLE

- AUTHORS: **J. A. Lay**, J. M. Arias, Y. Kanada-En'yo, and A. M. Moro
TITLE: *Semi-microscopic folding model for the description of two-body halo nuclei.*
REFERENCE: In preparation (2013) .
ARTICLE

*La ciencia se construye a partir de aproximaciones
que gradualmente se acercan a la verdad.*

*Anocheceer
Isaac Asimov*

Nunca estamos definitivamente en lo cierto.

*El carácter de la ley física
Richard Feynman*

