

# Aplicación de la Técnica de Corrientes Conmutadas al Diseño de Filtros de Onda Analógicos

Memoria presentada por

**ALBERTO YÚFERA GARCÍA**

para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas



**LA DIRECTORA**



**Adoración Rueda Rueda**

Profesora Titular de Electrónica

Departamento de Electrónica y Electromagnetismo  
Facultad de Física

Universidad de Sevilla

185  
581  
620872

UNIVERSIDAD DE SEVILLA  
SECRETARÍA GENERAL

Quiero registrar la obra Tesis Doctoral  
al folio 246 número 6 del libro  
correspondiente.

Sevilla, 25 - ENERO - 1994  
El Jefe del Negociado de Tesis,

*Alvaro de la Torre*

*Agradecimientos:*

*A Dori, por su dirección científica e inagotable  
capacidad de comprensión.*

*A José Luis, por su apoyo incondicional.*

*A los miembros del grupo de investigación, por su  
colaboración y su constante disponibilidad.*

*A Maite, Mari Angeles y José Manuel, por su  
eficaz ayuda.*

*A los miembros del Departamento de Tecnología  
Electrónica, por su apoyo.*

*A Paula, por ser mi compañera.*

*A mis padres, José y Ana.*

# Índice

|          |  |    |
|----------|--|----|
| 1.       | Capítulo 1: Introducción y Objetivos.                                      | 1  |
| 1.1.     | Procesamiento analógico de señales mediante técnicas de datos muestreados. | 1  |
| 1.2.     | Técnicas <i>SI</i> para filtros analógicos de datos muestreados.           | 8  |
| 1.2.1.   | Principio de operación.  | 8  |
|          | 1.2.2 Aproximaciones a la realización de filtros <i>SI</i> .               | 12 |
| 1.3.     | Objetivos y estructuración de la memoria.                                  | 17 |
| 1.4.     | Resumen del capítulo.  | 18 |
| 2.       | Capítulo 2: Filtros de Onda: Metodología de Diseño.                        | 21 |
| 2.1.     | Concepto de filtro de onda.  | 21 |
| 2.2.     | Procedimiento de síntesis de filtros de onda.                              | 25 |
|          | 2.2.1. Elección de un filtro de referencia.                                | 26 |
|          | 2.2.2. Derivación del Grafo de Flujo de Onda ( <i>GFO</i> ).               | 27 |
|          | 2.2.2.1. Modelo de onda de los elementos básicos de circuito.              | 27 |
| 2.2.2.2. | Elementos de interconexión.  | 29 |
|          | 2.2.2.3. Realización del <i>FDO</i> : Principios Generales.                | 33 |
| 2.2.3.   | Ilustración del procedimiento.   | 35 |
|          | 2.2.3.1. Filtros de microondas.  | 35 |
|          | 2.2.3.2. Filtros escalera.   | 38 |
| 2.3.     | Técnicas de escalado para filtros de onda.                                 | 40 |
|          | 2.3.1. Transformaciones del diagrama de flujo de onda.                     | 40 |
|          | 2.3.2. Procedimiento general de escalado.                                  | 42 |
| 2.4.     | WAVER: un programa para la ayuda al diseño de filtros de onda.             | 43 |
| 2.5.     | Conclusiones.  | 52 |
| 3.       | Capítulo 3: Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas.                      | 55 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 3.1.     | Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas.  | 55  |
| 3.2.     | Bloques básicos.   | 56  |
| 3.2.1    | Adaptadores serie y paralelo.  | 56  |
| 3.2.1.1. | Adaptadores de dos puertas.  | 57  |
| 3.2.1.2. | Adaptadores de tres puertas.   | 62  |
| 3.2.2.   | Condensadores e Inductores.  | 67  |
| 3.2.3.   | Elemento Unitario.   | 69  |
| 3.2.4.   | Transformadores.   | 70  |
| 3.3.     | Limitaciones y no idealidades de los bloques básicos.                              | 71  |
| 3.3.1.   | Desapareamiento entre transistores.  | 71  |
| 3.3.1.1. | Efectos en adaptadores.  | 76  |
| 3.3.1.2. | Efectos en los elementos de retraso.   | 81  |
| 3.3.2.   | Errores sistemáticos.  | 81  |
| 3.3.3.   | Efectos debidos a la impedancia finita de salida.                                  | 82  |
| 3.3.4.   | Limitaciones en frecuencia.  | 83  |
| 3.3.5.   | Inyección de carga de las llaves analógicas.                                       | 88  |
| 3.4.     | Elección de los coeficientes para bajos errores de cuantización.                   | 91  |
| 3.4.1.   | Errores de cuantización en los coeficientes $\gamma_{ij}$ .                        | 92  |
| 3.5.     | Consideraciones generales para la síntesis y diseño de filtros de onda <i>SI</i> . | 96  |
| 3.6.     | Ejemplos de diseño de Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas.                    | 98  |
| 3.6.1.   | Filtro <i>Chebyshev</i> de orden 5 <i>LP</i> tipo Microondas.                      | 98  |
| 3.6.2.   | Filtro <i>Chebyshev LP</i> de orden 3 tipo escalera.                               | 105 |
| 3.6.2.1. | Elección de los coeficientes $\gamma_{ij}$ .                                       | 106 |
| 3.6.2.2. | Realización del filtro.  | 107 |
| 3.6.2.3. | Resultados experimentales.   | 110 |
| 3.7.     | Resumen y conclusiones.  | 114 |
| 4.       | Capítulo 4: Filtros Elípticos y Programables.                                      | 115 |
| 4.1.     | Realización de ceros de transmisión en <i>FDO</i> .                                | 115 |
| 4.1.1.   | Estructuras con Elementos Unitarios ( <i>UE</i> ).                                 | 116 |
| 4.1.2.   | Filtros elípticos escalera sin <i>UE</i> .   | 117 |
| 4.2.     | Transformaciones frecuenciales en filtros de datos muestreados.                    | 120 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 4.3.     | Estructuras Programables.  | 122 |
| 4.3.1.   | Obtención de estructuras <i>BP</i> programables.                                 | 123 |
| 4.3.2.   | Síntesis de Filtros de Onda Programables.  | 129 |
| 4.3.2.1. | Espejo de corriente con ganancia variable.                                       | 129 |
| 4.3.2.2. | Cálculo de los coeficientes para una estructura programable.                     | 132 |
| 4.3.2.3. | Escalado de estructuras programables.  | 139 |
| 4.4.     | Prototipo de filtro <i>BP</i> programable.                                       | 144 |
| 4.4.1.   | Consideraciones de diseño.   | 145 |
| 4.4.2.   | Resultados experimentales.   | 149 |
| 4.5.     | Resumen y conclusiones.  | 159 |
| 5.       | Capítulo 5: Consideraciones de Sensibilidad.                                     | 161 |
| 5.1.     | Sensibilidad.  | 161 |
| 5.2.     | Simulación de Monte Carlo para <i>FDO SI</i> .                                   | 168 |
| 5.2.1.   | Parámetros de comportamiento: criterio de medida.                                | 168 |
| 5.2.2.   | Fluctuaciones de los coeficientes: modelos para simulación.                      | 170 |
| 5.2.2.1. | Desapareamiento entre transistores.  | 170 |
| 5.2.2.2. | Inyección de carga de las llaves analógicas.                                     | 171 |
| 5.3.     | Sensibilidad de una estructura de <i>FDO SI</i> .                                | 172 |
| 5.3.1.   | Análisis de un <i>FDO</i> con valores $\gamma_{ij}$ fijos.                       | 173 |
| 5.3.1.1. | Sensibilidad respecto a las ganancias de los adaptadores.                        | 173 |
| 5.3.1.2. | Sensibilidad respecto al <i>offset</i> de los elementos.                         | 179 |
| 5.3.1.3. | Sensibilidad respecto de las ganancias de los elementos de retraso.              | 179 |
| 5.3.1.4. | Sensibilidad respecto de la inyección de carga en las llaves analógicas.         | 179 |
| 5.3.1.5. | Sensibilidad con todos los parámetros variando simultáneamente.                  | 180 |
| 5.3.2.   | Sensibilidad de los <i>FDO</i> a los valores de los coeficientes $\gamma_{ij}$ . | 183 |
| 5.3.3.   | Discusión de los resultados.   | 187 |
| 5.4.     | Resumen y conclusiones.  | 188 |

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| Apéndice A: Ruido en Filtros de Onda. | 189 |
| Conclusiones.                         | 203 |
| Bibliografía.                         | 205 |
| Índice de abreviaturas y notaciones.  | 225 |

---

# Capítulo 1

## Introducción y Objetivos

---

El trabajo de tesis que presentamos está enmarcado dentro del campo del diseño de filtros analógicos en modo de corriente. En concreto, filtros que procesan de forma discreta señales de corriente, utilizando lo que se conoce como técnica de Corrientes Conmutadas (*SI*). En el presente capítulo vamos a definir los objetivos planteados en el trabajo. Para la cual, presentaremos, en primer lugar y de forma resumida el estado actual del procesamiento de señales analógicas muestreadas y su posible proyección en el futuro como consecuencia de la evolución tecnológica y las alternativas que se presentan. A continuación se introducen los principios de operación de la técnica de corrientes conmutadas, y se revisan las diversas aproximaciones que actualmente están siendo utilizadas para la realización de filtros. En este contexto, justificamos el trabajo de tesis y presentamos los objetivos del mismo.

### **1.1 Procesamiento analógico de señales mediante técnicas de datos muestreados**

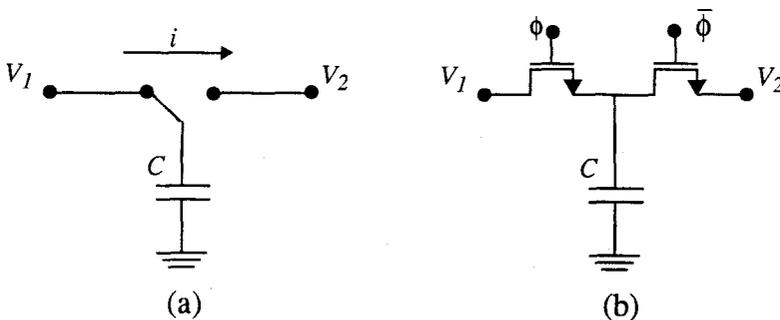
Un sistema de datos muestreados es un proceso computacional o algoritmo por el cual una señal muestreada que actúa en el terminal de

entrada de un sistema es transformada en una señal muestreada a la salida. Una señal muestreada es considerada como una señal continua que únicamente varía durante instantes discretos de tiempo, en general, igualmente espaciados.

La realización de circuitos mediante técnicas de datos muestreados se remonta a los años 40, y desde entonces, diversas contribuciones han aportado nuevas ideas [TOUM93b]. Si bien su aplicación proporcionó soluciones a diversos problemas, el éxito de estas técnicas fue relativo y no cuajó hasta la aparición de las tecnologías *MOS* (*Metal-Oxide-Semiconductor*). Frente a las bipolares, estas nuevas tecnologías proporcionan una serie de ventajas, siendo la fundamental la existencia de condensadores de elevada calidad que permiten almacenar tensiones y sensarlas de forma no destructiva. Surge, de este modo, la técnica de Condensadores en Conmutación (*SC*) que se implantó fuertemente en los 70 y 80, sobre todo para aplicaciones en telecomunicaciones [TSIV85][GREG86]. La técnica *SC* se basa en la simulación de resistencias mediante un condensador periódicamente conmutado a dos tensiones (Figura 1.1) dando lugar a una resistencia equivalente de

$$R_{eq} = \frac{V_1 - V_2}{i} = \frac{1}{f_s C} \quad (1.1)$$

donde  $f_s$  es la frecuencia de conmutación de las llaves



**Figura 1.1** (a) Simulación *SC* de una resistencia, (b) Realización *MOS*

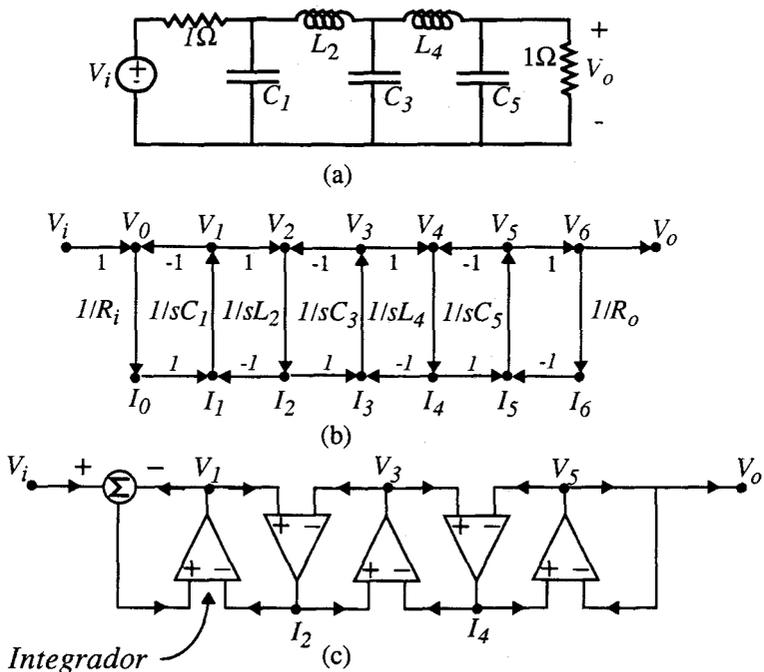
A partir de la idea original presentada en [FRIE72], los trabajos simultáneos de *Caves* [CAVE77] y *Hosticka* [HOST77] permitieron realizar el primer filtro monolítico *SC* partiendo de un filtro activo-*RC*. Esta aportación fue crucial para el desarrollo de las técnicas de datos muestreados

y su aplicación al procesamiento de señales, ya que resolvió los problemas de precisión en la realización de las constantes de tiempo que hacían inviables, hasta entonces, la integración de todos los elementos de un filtro activo-RC en un mismo *chip*. La mayoría de filtros los SC se basan en la utilización de integradores discretos que, mediante relaciones entre condensadores, permiten realizar tales constantes. En la Figura 1.2 se ilustra una de las metodologías de obtención de estos filtros, que hace uso de un diagrama de flujo de señal (*SFG*) derivado de las ecuaciones del circuito, y que es simulado con integradores de tensión.

Desde el punto de vista operacional, la realización de circuitos de tiempo discreto requiere la elección de un algoritmo de integración, derivado de una transformación  $s \rightarrow z$ , que se ajuste lo mejor posible al modelo continuo, cumpliendo las condiciones que exige una transformación entre el dominio continuo,  $s$ , y el dominio discreto,  $z$ . Para ello la transformación  $s \rightarrow z$  debe cumplir las condiciones: 1<sup>º</sup> que transforme el eje imaginario del plano  $s$  en la circunferencia de radio unidad en el plano  $z$ ; y 2<sup>º</sup> que transforme toda función estable en  $s$  en otra estable en el dominio  $z$ . Existen varias transformaciones de este tipo, las más conocidas se expresan en la Tabla 1.1, y su utilización comporta determinadas limitaciones [GREG86]. Por ejemplo, las transformaciones *Backward* y *Forward* requieren una frecuencia de reloj ( $\omega_s$ ) mucho más grande que la frecuencia de corte del filtro ( $\omega_c$ ) ( $\omega_s/\omega_c \sim 1/100$ ), para que la distorsión frecuencial introducida por la transformación no sea relevante. Sólo las transformaciones *LDI* (*lossless Discrete Intregation*), introducida por *Bruton* [BRUT75], y la *BDI* (*Bilinear Discrete Integration*) cumplen las dos condiciones para una buena transformación  $s \rightarrow z$ . Sin embargo, la *LDI* no establece una correspondencia uno-a-uno entre los polos y ceros en plano  $s$  y los del plano  $z$ . Este hecho puede dar lugar a situaciones de inestabilidad, que afortunadamente puede evitarse, en el caso de simulación de circuitos *LC* doblemente terminados, a costa de aceptar cierta distorsión originada en las terminaciones [BRUT75]. Ambas transformaciones no producen el efecto de *aliasing* en el espectro de la función, pero producen el conocido como *warping* en la escala de frecuencias, que no es más que la relación no lineal entre las frecuencias en el dominio continuo y discreto. En concreto, la *LDI* expande la escala de frecuencias y la *BDI* la comprime [OPPE89] [ANTO79]. Desde el punto de vista de realización SC, es preferible el uso de integradores *LDI* por su simplicidad, sin embargo, hemos visto que la transformación bilineal es más exacta al estar libre de la distorsión en las terminaciones. Este compromiso se ha resuelto en [DATA83] y [ROBE88], donde se proponen un procedimiento para realizar con integradores *LDI* el *SFG* derivado mediante la transformación *BDI*.

**Tabla 1.1** Diferentes transformaciones entre el dominio  $s$  y  $z$  que permiten la simulación de funciones continuas por funciones en tiempo discreto.

| Transformación | $s=f(z)$                            | $f(z)$ condiciones que cumple |
|----------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| Forward        | $\frac{z-1}{T}$                     | ninguna                       |
| Backward       | $\frac{z-1}{zT}$                    | 2º                            |
| LDI            | $\frac{z-1}{z^{1/2}T}$              | todas                         |
| Bilineal       | $\frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$ | todas                         |



**Figura 1.2** Metodología de diseño de filtros SC. (a) Filtro continuo, (b) SFG, (c) Simulación del SFG mediante integradores.

Las principales ventajas que las realizaciones monolíticas de filtros *SC* han aportado son: 1º. Diseños más compactos, 2º. Constantes de tiempo dependientes de la frecuencia de reloj y de relaciones entre condensadores, 3º. No requieren procesos especiales para el ajuste de los resistencias durante la fabricación, y 4º Utilizan como base la teoría de filtros activos, previamente desarrollada. Estas ventajas permitieron a las técnicas *SC* madurar durante los 80, y ampliar su campo de aplicación no sólo al diseño de filtros [MOSC84] sino también llegar a sistemas completos [Fischer-JSSC87 o equivalente].

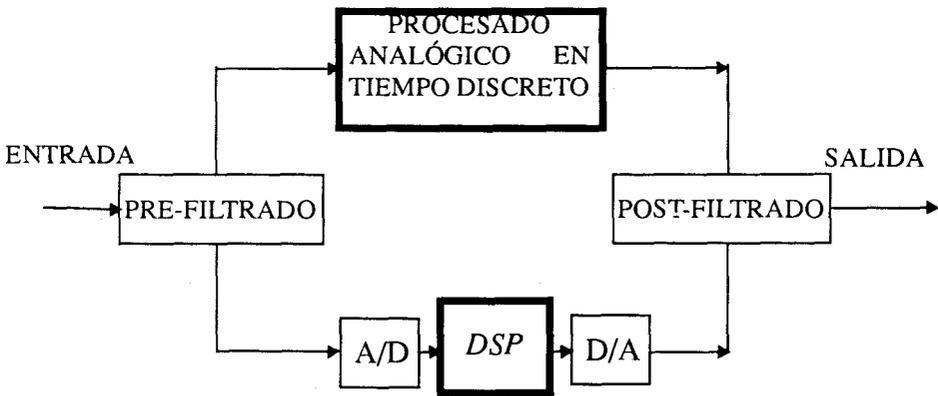
El uso de un número limitado de elementos de circuito (llaves analógicas, amplificadores operacionales y condensadores lineales) y el hecho de que la función de transferencia del sistema dependa únicamente de la relaciones entre condensadores y de la frecuencia de reloj, ha facilitado la convivencia y el desarrollo de las técnicas *SC* en el seno de tecnologías *MOS*, contribuyendo a su aceptación general en el mundo industrial.

Como contrapartida, disponer de buenos condensadores lineales. así como de relaciones precisas entre condensadores, impone el uso de procesos especiales de doble polisilicio, y por tanto, hace a las técnicas *SC* incompatibles con tecnologías puramente digitales.

A pesar de una serie de factores en contra (área, potencia consumida, velocidad de operación), la implantación de las técnicas de procesamiento digital *DSP* ha sido rotunda en el procesamiento de señales [RABI75], tendiendo a desbancar a las bien establecidas *SC*. Existe, sin embargo, la necesidad imperativa de utilizar el procesado analógico en los circuitos de interface con el mundo real debido a la naturaleza analógica del mismo. La funcionalidad de este tipo de circuitos *front-end* es fundamentalmente la conversión de datos (*A/D* y *D/A*) y el pre y post-filtrado de las señales de entrada y salida. En este sentido, dos son las direcciones hacia las que evolucionan las técnicas de procesado analógico de señales muestreadas. Coexistir con las técnicas *DSP* para aportar la funcionalidad básica de periférico con el mundo exterior, y sustituir el procesado *DSP* por nuevas técnicas compatibles con tecnologías digitales, garantizando así su competitividad económica. Ambas alternativas se ilustran esquemáticamente en la Figura 1.3.

Asumiendo la superioridad de las técnicas digitales, el papel de los sistemas muestreados analógicos es vital hoy día no sólo por su carácter de interfase, sino por la ventaja económica que supone la convivencia dentro de un mismo *chip* con módulos *DSP*. En este sentido, el continuo proceso de

escalado de la tecnología permiten hoy día el desarrollo de circuitos integrados mixtos analógicos-digitales para aplicaciones específicas (*ASIC*'s). La convivencia analógico-digital ha de ser justificable en términos de área, de modo que, ocupando la parte analógica una reducida parte del área total del chip, no debe ser esta la que condicione el proceso tecnológico a utilizar. En otras palabras, la realización de funciones de procesamiento analógico debe ser compatible con procesos *VLSI CMOS* digitales.



**Figura 1.3** Sistemas de procesamiento de datos muestreados.

La primera consecuencia de esta conclusión es la necesidad de evitar, en la realización de sistemas de procesamiento, aquellas tecnologías que añaden etapas suplementarias para la realización del procesamiento analógico, tales como doble polisilicio para la realización de condensadores lineales, resistencias de elevada calidad mediante procedimientos de ajuste o implantaciones extra para tensiones umbrales.

En segundo lugar, la técnica de procesamiento ha de ser compatible con la tendencia continua al escalado de la tecnología orientada a reducir paulatinamente el tamaño de los transistores y las tensiones de alimentación. El impacto del escalado sobre el comportamiento de los circuitos analógicos ha sido analizado [BACC84] [VITT90b] [TOUM93b] y como conclusión se ha obtenido que, bajo la premisa de que el área y potencia consumida por la parte analógica es generalmente reducida y que mantenerla constante en el proceso de escalado no incide notablemente en el consumo total de área y potencia, el proceso de escalado de las dimensiones y tensiones por un factor  $\lambda$  y  $\kappa$ , respectivamente, mejora notablemente las características de los

circuitos analógicos (ver Tabla 1.2).

**Tabla 1.2 Influencia del escalado de la tecnología en las características de los circuitos analógicos.**

| Parámetro   | Tipo de escalado           |                              |                        |
|---|----------------------------|------------------------------|------------------------|
|   | Área constante             |                              |                        |
|   | General                    | Potencia cons.               | Intensidad cons.       |
| <b>Dimensiones</b><br>(W,L)                                 | $\lambda^{-1}$             | $\lambda^{-1}$               | $\lambda^{-1}$         |
| <b>Tensiones</b><br>( $V_D, V_S, V_G$ )                     | $\kappa^{-1}$              | $\kappa^{-1}$                | $\kappa^{-1}$          |
| <b>Capacidades</b><br>( $AC_{ox}, AC_j$ )                   | $\lambda^{-1}$             | $\lambda$                    | $\lambda$              |
| <b>Trasconductancia</b><br>( $g_m$ )                        | $\lambda\kappa^{-1}$       | $\lambda^{3/2}\kappa^{-1}$   | $\lambda^{3/2}$        |
| <b>Rango Dinámico</b><br>(RD)                               | $\lambda^{1/2}\kappa^{-1}$ | $\lambda^{3/2}\kappa^{-3/2}$ | $\lambda^{3/4}\kappa$  |
| <b>Desap. Superficial<sup>a</sup></b><br>( $\sigma_{ms}$ )  | $\lambda^{-1}$             | 1                            | 1                      |
| <b>Desap. lineal<sup>b</sup></b><br>( $\sigma_{me}$ )       | $\lambda^{1/2}$            | $\lambda^{-1}$               | $\lambda^{-1}$         |
| <b>Ruido<sup>c</sup> 1/f</b>                                | $\lambda^{1-m/2}$          | $\lambda^{-m/2}$             | $\lambda^{-m/2}$       |
| <b>Inyección de carga<sup>d</sup></b><br>( $\Delta V/V_D$ ) | 1                          | $\lambda^{-2}\kappa^1$       | $\lambda^{-2}\kappa^1$ |

- a. Debidos a procesos aleatorios que afectan al área de los dispositivos.
- b. Debidos a procesos aleatorios que afectan al perímetros de los dispositivos.
- c. m es la constante de ruido *Flicker* comprendida en el rango [0.5,2]
- d. Suponiendo condiciones de área constante y velocidad constante.

Al no ser compatible los procesos digitales con la realización de condensadores lineales mediante doble polisilicio, y verse notablemente mermado el rango dinámico de los circuitos SC por la reducción de los niveles de las fuentes de alimentación, desde mediados de los 80 se tiende a buscar alternativas para el procesado analógico que sean compatibles con la evolución tecnológica. Una de estas técnicas alternativas es la de corrientes conmutadas, que presentamos a continuación.

## 1.2 Técnicas SI para filtros analógicos de datos muestreados

### 1.2.1 Principio de operación

Las técnicas de corrientes conmutadas (*SI*) ofrecen una alternativa al procesado analógico *SC*, compatible con el proceso de escalado de las tecnologías digitales. El principio de operación se basa en la posibilidad de almacenar la intensidad que fluye a través de transistor un *MOS* reteniendo la tensión puerta-fuente del mismo. La idea original fue propuesta por *Bird* en 1987 [BIRD87], quién asimismo propuso su aplicación a la realización de filtros de corrientes conmutadas.

En el procesado de señales son necesarias varias operaciones básicas: inversión, suma, escalado y retraso. Para realizarlas, las técnicas *SI* utilizan como principio fundamental la duplicación o copia de intensidades. El elemento de circuito que ejecuta tal función, de la manera más simple, es el espejo de corriente, cuya realización conceptual se muestra en la Figura 1.4. La intensidad de entrada,  $I_1$ , representa la intensidad de drenador del transistor *M1* conectado como diodo, e  $I_2$  la intensidad de salida a través del transistor *M2*.

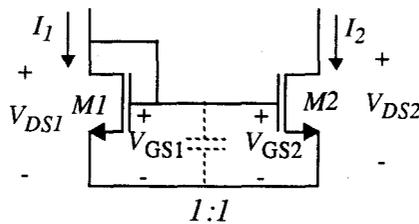


Figura 1.4 Espejo de corriente simple.

La operación que realiza este elemento se puede resumir de la siguiente manera: operando los transistores en saturación se tiene

$$I_1 = \frac{\beta_1}{2} (V_{DS1} - V_{T1})^2 (1 + \lambda_1 V_{DS1}) \quad (1.2)$$

$$\beta_1 = \mu_{n1} C_{ox1} \left(\frac{W}{L}\right)_1 \quad (1.3)$$

$$I_2 = \frac{\beta_2}{2} (V_{GS2} - V_{T2})^2 (1 + \lambda_2 V_{DS2}) \quad (1.4)$$

$$\beta_2 = \mu_{n2} C_{ox2} \left(\frac{W}{L}\right)_2 \quad (1.5)$$

de forma que, puesto que  $V_{GS1} = V_{GS2}$  por construcción y teniendo en cuenta que  $\lambda_1, \lambda_2 \ll 1$  y  $V_{DS1} \approx V_{DS2}$ , la relación entre  $I_1$  e  $I_2$  depende de la relación entre las geometrías de  $M1$  y  $M2$  de la forma

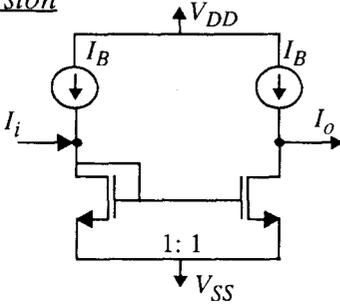
$$\frac{I_2}{I_1} \approx \frac{\left(\frac{W}{L}\right)_2}{\left(\frac{W}{L}\right)_1} \quad (1.6)$$

La expresión (1.6) representa la operación fundamental sobre la que se apoya la realización de los operadores básicos necesarios en filtros  $SI$  y que detallamos a continuación. En primer lugar se muestran los operadores algebraicos, y a continuación el operador retraso.

### 1.2.1.1 Operaciones algebraicas

Los operadores básicos para la realización de filtros  $SI$  son tres: inversión, suma y escalado. La operación de **inversión** se implementa directamente a partir del circuito de la Figura 1.5a, en la que se ha añadido al espejo de corriente básico una etapa de polarización (representada por la fuente  $I_B$ ) que determina las condiciones de polarización de los transistores  $M1$  y  $M2$ , así como, permite intensidades de entrada y salida bipolares. Por otro lado, los nudos de baja impedancia a la entrada de cada espejo pueden ser utilizados como nudos **suma**, Figura 1.5b. En último lugar, la operación de **escalado** se realiza modificando las dimensiones de la etapa de salida un factor  $K$ , Figura 1.5c. En todos ellos, para obtener múltiples salidas es necesario replicar las etapas de salida tantas veces como señales de salida sean necesarias, como se ilustra en el caso de la Figura 1.5c.

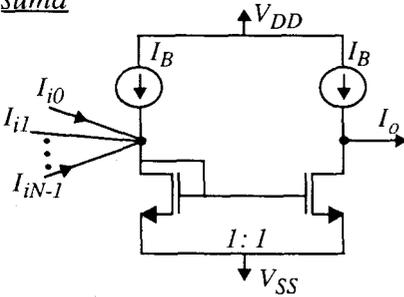
inversión



$$I_o = -I_i$$

(a)

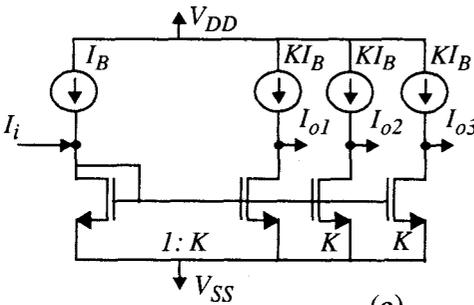
suma



$$I_o = - \sum_{j=0}^{N-1} I_{i_j}$$

(b)

escalado



$$I_{o1} = I_{o2} = I_{o3} = -KI_i$$

(c)

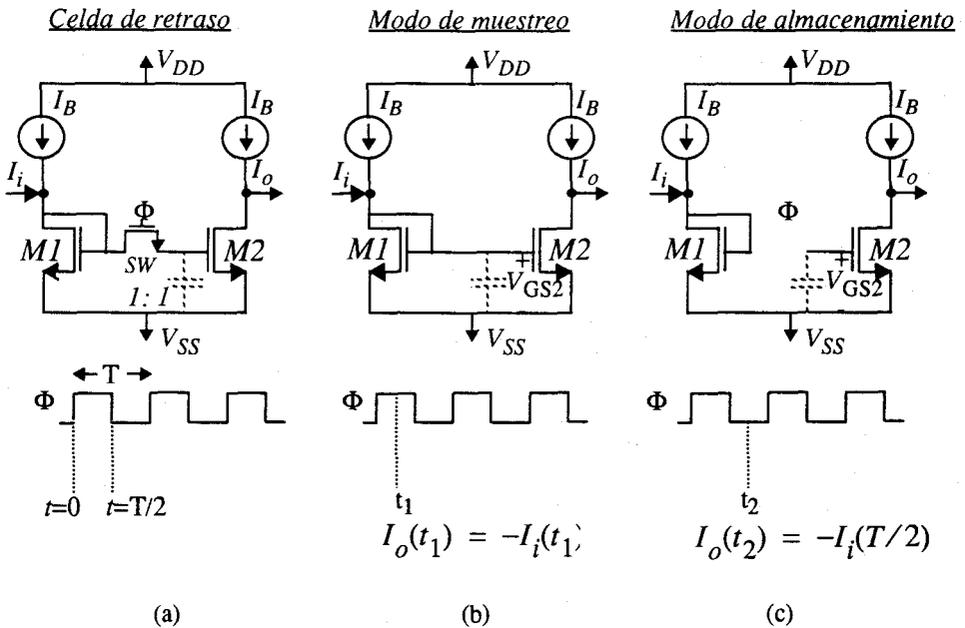
**Figura 1.5** Ilustrando la realización de operaciones algebraicas. (a) inversión, (b) suma y (c) escalado.

### 1.2.1.2 Operación de retraso

La operación de retraso es realizada con la celda denominada originalmente *Track-and-Hold (T/H)*, que se muestran en la Figura 1.6(a). Su funcionamiento implica dos modos de operación en función del estado en que se encuentre la llave analógica, *SW*: modo de muestreo y modo de almacenamiento.

Durante el modo de muestreo, la llave analógica se encuentra cerrada y permite que  $M1$  y  $M2$  compartan la misma tensión puerta-fuente. Durante el intervalo de duración de este modo,  $0 < t < T/2$ , se cumple  $I_o(t) = I_i(t)$ .

Para analizar el funcionamiento durante el modo de almacenamiento, la se supone que en el instante  $T/2$  la llave  $SW$  se abre y permanece así durante el intervalo, para  $T/2 < t < T$ . Así, si la capacidad de puerta fuente de  $M2$  mantiene durante este intervalo la carga obtenida en  $T/2$ , la intensidad de salida no varía, siendo  $I_o(t) = I_i(T/2)$ . Este valor se actualiza cuando la celda actua de nuevo en el próximo periodo de reloj.



**Figura 1.6** (a) Celda de retraso, (b) Modo de muestreo, (c) Modo de almacenamiento.

La propiedad de basarse en el procesado de la información almacenada en la capacidad de puerta de un transistor, es lo que la hace compatible con tecnologías digitales. Aunque inherentemente requiere excursiones de tensión para su funcionamiento interno, estas no condicionan excesivamente de los niveles útiles de las fuentes de alimentación, al ser estas excursiones bastante reducidas por causa de la conversión inherente  $I-V$ .

La precisión con que se ejecutan las operaciones descritas anteriormente por medio de realizaciones prácticas se analizará en el Capítulo 3, y dependerá, en general, de las técnicas de circuito que se utilicen y de la tecnología.

## 1.2.2 Aproximaciones a la realización de filtros *SI*

Como quedó manifiesto en el apartado 1.1, entre los campos competitivos del procesamiento analógico se encuentra la realización de filtros tanto para periféricos entrada-salida de bloques *DSP*, como para el propio procesamiento de señales. A continuación se hace un breve resumen de las distintas aportaciones conocidas en este campo, atendiendo al siguiente orden. En primer lugar, los filtros de respuesta impulsiva finita (*FIR*), y en segundo, filtros de respuesta impulsiva infinita (*IIR*).

### 1.2.2.1 Filtros *FIR*

La estructura general de un filtro *FIR* de orden  $N$  se muestra en la Figura 1.7. Su función de transferencia,  $I_o/I_i$ , responde a la expresión

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h_k z^{-k} \quad (1.7)$$

siendo los coeficientes  $h_k$  definidos como

$$h_k = \frac{\sin \left[ 2\pi \frac{f_c}{f_s} \left( k - \frac{N-1}{2} \right) \right]}{\pi \left( k - \frac{N-1}{2} \right)} \quad (1.8)$$

donde  $f_c$  y  $f_s$  son las frecuencias de corte y muestreo, respectivamente. Los coeficientes  $h_k$  pueden estar modificados por funciones de enventanado (*Hamming*, *Hanning*, etc) que permiten corregir el error cometido por el truncamiento de la secuencia procesada (respuesta impulsiva finita).

Los elementos básicos, retrasos ( $z^{-1}$ ) y amplificadores ( $h_k$ ), son fácilmente realizables con técnicas *SI*, hecho que ha sido demostrado para aplicaciones de video, por encima de los  $10\text{MHz}$  de frecuencia de reloj [LIAN90][HUGH93a y b]. En [LIU91] se realiza una implementación de (1.7) mediante diferenciadores *SI*. Sin embargo, esta alternativa no ha sido provada experimentalmente hasta la fecha.

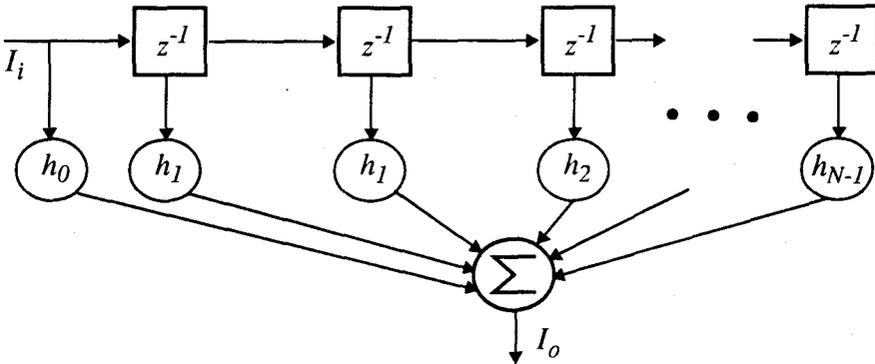


Figura 1.7 Diagrama de bloques de un filtro FIR.

### 1.2.2.2 Filtros IIR

La mayoría de las realizaciones IIR reportadas hasta la fecha se basan en una traducción directa la adecuación de la metodología de síntesis usada en los filtros SC a circuitos SI. Los puntos claves de esta metodología son tres:

- (a) Utilización como circuito de referencia de una red pasiva de baja sensibilidad a las variaciones de sus parámetros. Generalmente filtros LC escalera doblemente terminados en resistencias.
- (b) Transformación entre el plano continuo,  $s$ , y el plano discreto,  $z$ . Este hecho supone un límite a la máxima relación frecuencia de corte-frecuencia de muestreo si no es utilizada la transformación bilineal (BDI, Tabla 1.1).
- (c) Realización física de la función en el dominio  $z$ , bien mediante la cascada de bloques biquadráticos o como simulación directa de la escalera; ambas basadas en el uso de integradores como bloques básicos.

En la práctica, el éxito de esta metodología está fuertemente ligado a la eficiencia en la realización de la operación de integración, condicionada, a su vez, por el tipo de transformación  $s \rightarrow z$  que se realice.

La iniciativas SI han estado encaminadas, en este sentido, a la realización de integradores SI que emulen a los SC [HUGH89], de forma que, en definitiva, la metodología de diseño sea la misma [GREG86]. Un esquema del integrador universal propuesto en [HUGH89] se muestra en la Figura 1.8.

Las fases de reloj son no-solapadas y la función genérica que realiza se ilustra en dicha figura. Los diferentes tipos de integración discreta de la Tabla 1.1 se obtienen así mediante el control mostrado en la Tabla 1.3, aunque para caso bilineal, las entradas han de ser muestreadas [TOUM93b].

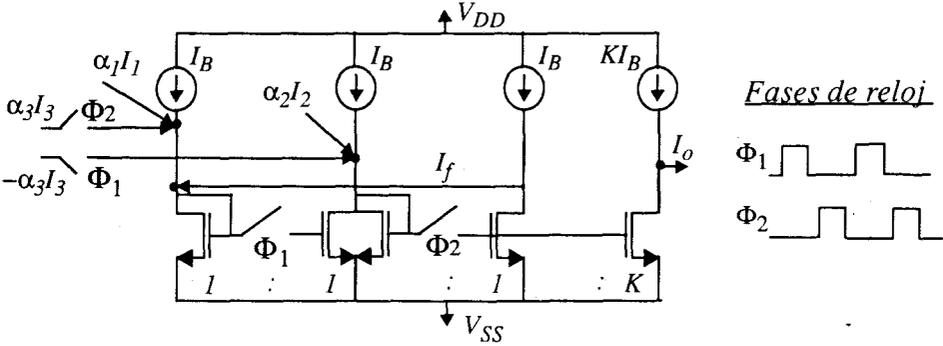


Figura 1.8 Realización de un integrador SI universal.

Tabla 1.3 Programación de los coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$  de un integrador universal.

| Tipo de integración | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ |
|---------------------|------------|------------|------------|
| Forward             | 1          | 0          | 0          |
| Backward            | 0          | 1          | 0          |
| Bilineal            | 0          | 0          | 1          |

a) Cascada de secciones biquadráticas

Diversas realizaciones de secciones de segundo orden SI, o bloques biquadráticos, han sido presentadas [FIEZ90c] [BEGI90] [BATT93]. En ellas, los métodos de síntesis SC son utilizados para construir secciones del tipo

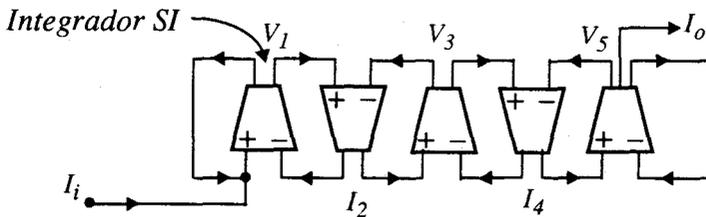
$$b(z) = \frac{n_0 + n_1z + n_2z^2}{1 + d_1z + d_2z^2} \tag{1.9}$$

Cada una de las secciones se realiza mediante dos integradores. Filtros de

elevado orden ( $\geq 3$ ) basados en este tipo de secciones no han sido en cambio reportados, debido posiblemente a la mayor sensibilidad de este tipo de estructuras respecto a la escalera doblemente terminada.

### b) Filtros escalera LC

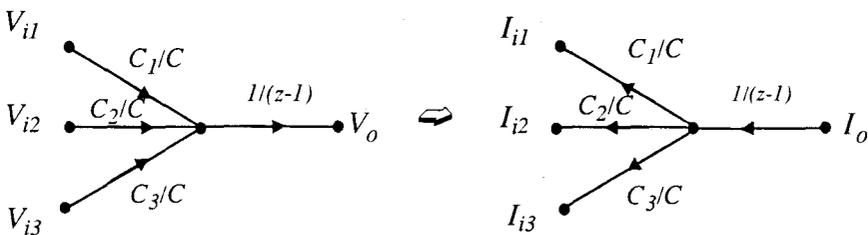
Respecto a los filtros escalera, fue *Hughes* en 1989 quién propuso en primer lugar la emulación del *SFG* con integradores *SI* [HUGH89]. En su trabajo original se propone la realización de un integrador universal, capaz de realizar integraciones *forward*, *backward*, bilineales y *LDI*, y su aplicación en la realización de filtros *SI*. En la Figura 1.9 se representa la simulación del *SFG* de la Figura 1.2b mediante integradores *SI*. Dicha simulación supone una correspondencia uno-a-uno con la simulación mediante integradores de la Figura 1.2c, e implica un escalado de las variables de estado de tensión por una constante de  $1\Omega$ .



**Figura 1.9** Simulación mediante integradores *SI* del *SFG* correspondiente a un filtro escalera.

El primer prototipo que demostró esta aproximación [FIEZ90b] [FIEZ91] utilizó integradores *backward* y *LDI*, y demostró la posibilidad de realizar ceros de transmisión. Otras realizaciones más recientes [BATT93] [QUEI92] [SONG93] se basan en una transformación  $s \rightarrow z$  bilineal, consiguiendo un mejor ajuste entre la función continua de referencia y la muestreada. Así, en [BATT93] se utilizan integradores bilineales del tipo mostrado en la Figura 1.8. Los resultados experimentales demuestran la viabilidad de esta técnica, aunque la máxima frecuencia de operación es obtenida a costa de un elevado consumo de potencia. La técnica propuesta en [QUEI92] se basa en el método descrito por *Gregorian* y *Temes* [GREG86] para la realización de integradores bilineales evitando lazos capacitivos. Por último, en [SONG93] se reporta una simulación del *SFG* de un filtro escalera mediante un integrador basado en la celda de memoria propuesta por *Hughes* [TOUM93b]. De estas dos últimas realizaciones no conocemos, hasta la fecha, datos experimentales.

Una modificación en el método de simulación del *SFG* que representa la descripción de estado de la red de referencia, consiste en la aplicación de la operación de trasposición al mismo, Figura 1.10 [ROBE91], de forma que manteniendo las ganancias de las ramas, las señales invierten el sentido en que fluyen a través de cada una de ellas. El grafo transpuesto así obtenido mantiene la relación salida/entrada. Recientemente ha sido demostrada la flexibilidad de esta técnica para realizar integraciones bilineales e introducir ceros finitos de transmisión [SEDR93]. Sin embargo, aún no han sido reportados resultados experimentales.



**Figura 1.10** Metodología de obtención de filtros mediante inversión del *SFG*.

### c) Filtros de onda

Un denominador común de las aportaciones expuestas anteriormente es la utilización, como punto de partida, del *SFG* derivado a partir de la descripción de estado del filtro de referencia. La simulación del mismo es realizada directamente con integradores o aplicando la operación de trasposición. En este trabajo de tesis se propone una realización alternativa de filtros *SI* que se basa en la simulación de Filtros de Onda (*FDO*). La teoría de filtros de onda fue desarrollada originalmente en el contexto digital a principios de los 70 [FETT71a y b] y posteriormente fue aplicada a filtros analógicos *SC* [MAVO81] y otros. El punto de partida de un *FDO* es el filtro pasivo de referencia. Cada uno de sus elementos es modelado como una puerta relacionada con dos ondas, incidente,  $A_k$ , y reflejada,  $B_k$ , y una resistencia de puerta,  $R_k$ . La interconexión de todos los modelos respetando determinadas reglas, permite la obtención de una función filtrado idéntica a la original. Como demostraremos a lo largo de esta memoria, los filtros *SI* basados en *FDOs* tienen las siguientes ventajas:

- 1) Se basan en la transformación bilineal entre el plano discreto y el plano continuo y, por tanto, no sufren efecto de *aliasing* ni es

necesario aumentar demasiado la relación  $f_s/f_c$ .

- 2) Preservan las características de sensibilidad de las estructuras de referencias en la banda pasante.
- 3) Las operaciones de inversión, suma, escalado y retraso son realizadas por medio de elementos básicos, en lugar de requerir integradores de elevada calidad y prestaciones.
- 4) La modularidad y simplicidad de los bloques básicos facilita el proceso de *layout* y genera diseños compactos, que requieren el mismo área para cualquier función filtrado realizada a partir de una misma red de referencia.

### 1.3 Objetivos y estructuración de la memoria

En este trabajo de tesis se demuestra la realización de *FDO* mediante técnicas de corrientes conmutadas, *SI*, en el marco de tecnologías *VLSI CMOS* digitales. La organización y contenido de esta memoria se puede resumir de la siguiente forma.

En el Capítulo 2 se hace una breve revisión sobre los conceptos fundamentales de la teoría de *FDO*, describiendo una metodología sistemática para obtener la descripción funcional de cada uno de los elemento de un *FDO* a partir de un filtro de referencia continuo. Se detalla un aspecto fundamental para el funcionamiento óptimo de un filtro como es el escalado, dando un método sistemático de escalado y revisando una serie de transformaciones sobre el Filtro de Onda que facilitan dicho proceso. Como herramienta de análisis se ha desarrollado un programa de ayuda al diseño de *FDO*, que denominamos *WAVER*, y cuya funcionalidad se presentará al final de este capítulo.

Realizaciones prácticas tanto de elementos básicos, como de filtros de onda todo-polo serán propuestas en el Capítulo 3. Así, en primer lugar se aportan arquitecturas *SI* para los bloques básicos. Se estudian las limitaciones de precisión impuestas por la tecnología y por el tipo de circuito *SI* utilizado. Se analiza la respuesta frecuencial que presentan los diferentes bloques básicos, dando un límite de velocidad en función del espejo de corriente utilizado. La elección óptima de los coeficientes de cada *FDO*, en

función de los errores de cuantización, también se analizan en este capítulo. A continuación, varias realizaciones prácticas de filtros son reportadas partiendo de estructuras de referencia diferentes. Los resultados experimentales obtenidos avalan la técnica propuesta.

En el Capítulo 4 presentamos una estructura programable de *FDO* Paso de Banda capaz de realizar cualquier tipo de función filtrado. Esta estructura permite controlar de forma simple y sencilla el ancho de banda y la frecuencia central del filtro *BP*. La realización práctica de las diferentes especificaciones frecuenciales se ha llevado a cabo mediante una programación incremental basada en espejos de corriente de ganancia programable. El método para la elección de tales ganancias se detalla en dicho capítulo.

Por último, en el Capítulo 5 se describe un método general para analizar la sensibilidad de los *FDOs* y se aplica a un estructura de tercer orden. Partiendo del modelado de los errores realizado en el Capítulo 3, se realiza un análisis de sensibilidad basado en la técnica de Monte Carlo, utilizando como simulador el programa descrito en el Capítulo 2, que permite reducir de forma notable el tiempo de CPU. Se analiza cómo influyen las diversas fuentes de error en los parámetros de interés del filtro y cómo afectan a los mismos la elección de los coeficientes del modelo del *FDO*.

Algunas consideraciones sobre ruido en circuitos *SI* se dan en el Apéndice A, así como una posible metodología para su inclusión en el proceso de diseño y simulación.

## 1.4 Resumen del capítulo

- Se ha revisado el campo de aplicación actual de los sistemas de procesamiento analógico de datos muestreados, resaltando en la potencialidad de la técnica *SI*.
- Se ha descrito brevemente el principio de operación de la técnica *SI* y sus principales operadores básicos.
- Se han revisado las distintas aproximaciones a la realización de filtros *SI* conocidas hasta la actualidad, determinando que el denominador común en todas ellas es la simulación del diagrama de flujo de señal

mediante integradores más o menos complejos.

- Se han resumido las ventajas que aporta la alternativa de filtros de onda; y se establece como objetivo principal de la tesis aportar una metodología de diseño para dichos filtros, usando la técnica *SI*.

---

## Capítulo 2

# Filtros de Onda: Metodología de Diseño

---

Este capítulo se presenta el principio básico de operación de los filtros de onda. Se detalla la metodología de síntesis que implica la obtención del modelo operacional de onda para cada uno de los elementos de un filtro de referencia y de las interconexiones entre ellos, y por último se describe una herramienta de simulación de filtros de onda que hemos desarrollado con el propósito de facilitar los procesos de síntesis y caracterización de dichos filtros.

### 2.1 Concepto de filtro de onda

Los filtros de onda surgieron a principio de los setenta como una alternativa para la síntesis de filtros digitales que proporcionaba estructuras con características de sensibilidad superiores a las conocidas hasta entonces [FETT71a y b]. El origen de tales características se debe a que los filtros de onda se obtienen a partir de filtros de referencia clásicos de microondas y configuraciones escalera y/o *lattice* doblemente terminadas en resistencias que exhiben excelentes coeficientes de sensibilidad [CROC75][BILL76].

El objetivo de un filtro de onda es la simulación del comportamiento de

filtros pasivos usando como soporte de información señales denominadas ondas, en lugar de tensiones e intensidades. Dada una bipuerta pasiva  $N$  (Filtro de Referencia o  $FR$ ), que realiza una determinada función filtrado,  $F(s)=V_o(s)/V_i(s)$ , el filtro de onda ( $FDO$ ) asociado representa un simulador funcional de la matriz de *scattering* asociada a  $N$ , siendo sus componentes básicos, subsistemas que emulan el modelo de *scattering* de los elementos pasivos y de sus interconexiones.

Para ilustrar la generación de un filtro de onda consideremos la bipuerta  $N$ , conectada entre terminaciones resistivas de la Figura 2.1. Asociadas a cada puerta encontramos la variables tensión,  $V_k$ , intensidad,  $I_k$ , y resistencia,  $R_k$ , ( $k=1,2$ ) de puerta.

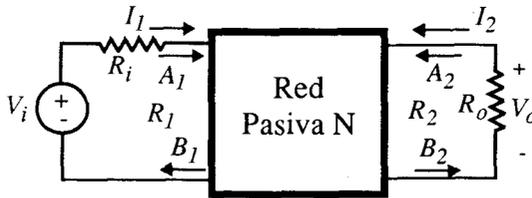


Figura 2.1 Red pasiva  $N$  doblemente terminada en resistencias.

En función de estas variables se puede hacer una descripción de  $N$  mediante la matriz cadena,  $K$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Por otro lado, se definen las variables de onda de tensión en cada puerta como una combinación lineal de la tensión e intensidad de dicha puerta de la siguiente forma:

$$A_k = V_k + R_k I_k \quad (2.2)$$

$$B_k = V_k - R_k I_k \quad (2.3)$$

siendo  $A_k$  la onda de tensión incidente y  $B_k$  la onda de tensión reflejada en la  $k$ -ésima puerta respectivamente. El sentido asociado a las variables de onda es positivo entrando para  $A_k$  y positivo saliendo para  $B_k$ .

Las definiciones (2.2) y (2.3) permiten establecer una nueva descripción de la red  $N$  mediante su matriz de *scattering*,

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

cuyo diagrama de flujo de señal está representado en la Figura 2.2.

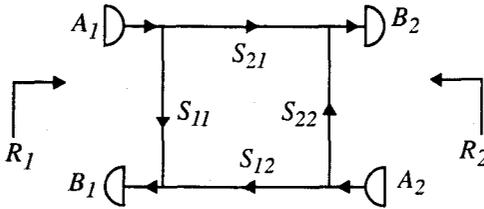


Figura 2.2 Modelo de *scattering* de una bipuerta.

Este tipo de representación es general para cualquier elemento caracterizable mediante una descripción bipuerta del tipo mostrado en la Figura 2.1, y puede aplicarse tanto a redes pasivas como a los elementos básicos que la componen.

Para relacionar la descripción basada en parámetros de cadena con la deducida a partir de las definiciones de ondas de tensión se considera la Figura 2.2 en la que  $A_1$  y  $A_2$  representan las ondas de tensión incidentes, mientras que  $B_1$  y  $B_2$  las correspondientes reflejadas. Asumiendo que las resistencias de puerta externas  $R_1$  y  $R_2$  son iguales a las correspondientes resistencias terminales  $R_i$  y  $R_o$  respectivamente, se deducen las siguientes relaciones

$$A_1 = V_1 + R_1 I_1 = V_i \quad (2.5)$$

$$A_2 = V_2 + R_2 I_2 = V_2 - V_2 = 0 \quad (2.6)$$

$$B_1 = V_1 - R_1 I_1 = S_{11} A_1 = S_{11} V_i \quad (2.7)$$

$$B_2 = V_2 - R_2 I_2 = 2V_2 = 2V_o = S_{21} A_1 \quad (2.8)$$

y despejando de las ecuaciones (2.5) a (2.8)



$$S_{21} = \frac{B_2}{A_1} \Big|_{A_2=0} = 2 \frac{R_o}{R_i} \frac{V_o}{V_i} = 2 \frac{R_o}{R_i} F(s) \quad (2.9)$$

La relación (2.9) muestra que el coeficiente de la matriz de *scattering*  $S_{21}$  es proporcional a la función de transferencia de tensión, definida por  $F(s) = V_o/V_i$ , salvo un factor de escala, irrelevante para la realización correcta de  $F(s)$ . Esta relación es la base para la síntesis de cualquier filtro basado en ondas de tensión. Por otro lado, si  $N$  es una red pasiva, es posible utilizar las ecuaciones de *Feldtkeller* [FETT86] para bipuertas pasivas

$$\frac{|S_{11}|^2}{R_1} + \frac{|S_{21}|^2}{R_2} = \frac{1}{R_1} \quad (2.10)$$

$$\frac{|S_{12}|^2}{R_1} + \frac{|S_{22}|^2}{R_2} = \frac{1}{R_2} \quad (2.11)$$

que permiten demostrar que si  $R_1=R_2$ ,  $S_{11}=1$  si y solo si  $S_{21}=0$  y  $S_{22}=1$  si y solo si  $S_{12}=0$ . Quiere esto decir que  $S_{21}$  es una función complementaria de  $S_{11}$  y, por lo tanto, si  $S_{11}$  corresponde a una función paso de baja,  $S_{21}$  será una función paso de alta y viceversa.

De igual modo se puede partir de la definición de ondas de intensidad en la forma

$$A_k = I_k + G_k I_k \quad (2.12)$$

$$B_k = I_k - G_k I_k \quad (2.13)$$

llegando a resultados similares. El modelo de onda deducido a partir de las ecuaciones (2.12) y (2.13) es el mismo que se obtendría aplicando la operación de trasposición al modelo de onda deducido de las variables de onda de tensión. La técnica de realización de filtros de onda *SI* aportada en este trabajo sirve tanto para ondas de tensión como de intensidad [RUED91], aunque utilizaremos en lo que sigue modelos derivados del uso de ondas de tensión.

## 2.2 Procedimiento de síntesis de filtros de onda

Se entiende por procedimiento de síntesis de *FDO* a la secuencia de pasos necesarios para obtener a partir de un filtro de referencia continuo, una descripción equivalente del mismo en función de las ondas incidentes y reflejadas en las puertas de entrada y salida.

La metodología de obtención implica dos pasos fundamentales. En primer lugar, localizar un filtro de referencia continuo, *FR*, que se ajuste a las especificaciones frecuenciales requeridas. En segundo lugar, derivar el grafo de flujo de señal o diagrama de bloques que simula el filtro de referencia. Nos referiremos a este diagrama de bloques como Grafo de Flujo de Onda, *GFO*, o simplemente filtro de onda, *FDO*. Para desarrollar este segundo paso son necesarios a su vez dos acciones:

- 1.- Obtener los modelos de onda para cada elemento (resistencia, condensador, autoinducción, etc.) incluido en el filtro de referencia inicial.
- 2.- Establecer las conexiones entre los modelos de onda obtenidos en el punto 1, mediante elementos especiales de interconexión denominados **adaptadores**. La función de estos elementos es garantizar las leyes de *Kirchoff*, así como las impuestas por la adaptación de impedancias en los filtros de onda [FETT86].

Con este proceso, en lugar de la red de referencia inicial, se obtiene una bipuerta en la que, según la relación (2.9), se asegura que la función de transferencia es  $B_2/A_1$  idéntica a la original  $F(s)$ .

Para filtros discretos en el tiempo (como es el caso de filtros digitales, condensadores en conmutación o corrientes conmutadas), el modelo de onda está descrito en el dominio  $z$ , mientras que la red  $N$  en el dominio continuo  $s$ , por tanto, es necesario establecer una correspondencia entre ambos. Tal relación se establece mediante la transformación bilineal

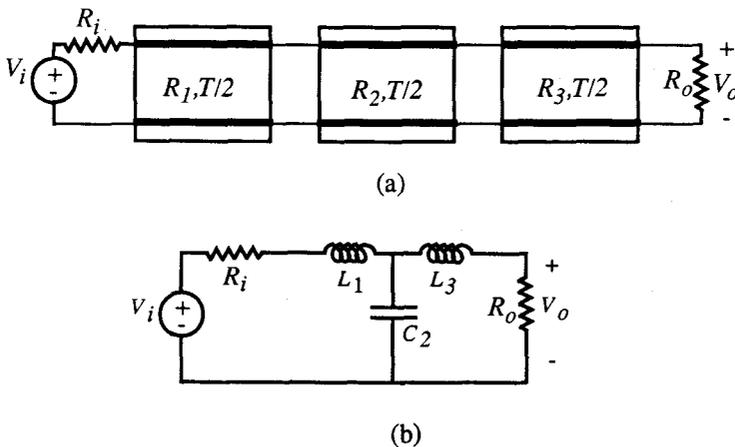
$$s = \frac{2}{T} \times \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (2.14)$$

donde  $T$  es el periodo de muestreo, y  $z = e^{sT}$ . El uso de la transformación bilineal permite una aproximación al límite de la frecuencia de *Nyquist*,

manteniendo los requerimientos necesarios en una transformación frecuencial  $z \rightarrow s$  [OPPE89] con reducida distorsión frecuencial [BRUT75].

### 2.2.1 Elección de un filtro de referencia

Para cada *FDO* existe un filtro de referencia a partir del cual ha sido derivado. Esta relación es el origen de muchas de las importantes propiedades de los filtros de onda [FETT71b], e implica que sea necesario poseer un conocimiento detallado de la teoría clásica de filtros para elegir una estructura de referencia adecuada. Esta interdependencia restringe el espacio de los posibles filtros de referencia a aquellas estructuras que poseen aceptables propiedades de sensibilidad en la banda de paso, tales como filtros de microondas basados en acoplos de impedancias, filtros escalera y *lattice*, ambos doblemente terminados en resistencias [FETT86]. En este trabajo, se han utilizado como prototipos de *FR* los dos nombrados en primer lugar: 1) Filtros de microondas basados en el acoplo de impedancias, por ejemplo el mostrado en la Figura 2.3a. Esta estructura básica puede ser modificada añadiendo elementos pasivos (*L* o *C*) para obtener funciones filtrado más complejas (filtros elípticos, paso de banda,...) [MATT65]. 2) Filtros escalera doblemente terminados en resistencias, por ejemplo el de la Figura 2.3b, ampliamente utilizados por sus excelentes prestaciones de sensibilidad [ORCH66][ORCH80] y flexibilidad para la realización de múltiples funciones filtrado [SEDR78].



**Figura 2.3** (a) Filtro de referencia de Microondas basado en el acoplo de impedancias. (b) Filtro de referencia escalera doblemente terminado en resistencias.

Los valores concretos de los elementos pasivos (resistencias, condensadores y autoinducciones) que se ajustan a las especificaciones requeridas pueden ser determinados utilizando algoritmos de aproximación o bien, pueden ser elegidos de tablas generales [LEVY65][DANI74].

## 2.2.2 Derivación del Grafo de Flujo de Onda (GFO)

Los dos pasos implicados en la derivación del GFO son la obtención del modelo de onda para cada elemento del *FR* y su posterior interconexión mediante elementos especiales, adaptadores, teniendo en cuenta determinadas reglas. Para el primer paso se han propuesto dos aproximaciones alternativas. Una de ellas, propuesta por *Fettweis*, se basa en modelos de onda obtenidos considerando cada elemento pasivo en el *FR* como un elemento de dos terminales. Su modelo de onda es pues una relación entre ondas incidentes y reflejadas. [CONS74] considera cada elemento pasivo como una red de dos puertas y por tanto su modelo de onda viene caracterizado por una matriz de *scattering* de orden dos.

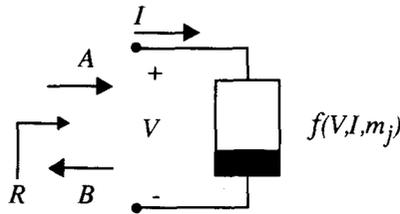
Nuestro trabajo está basado en la primera aproximación por las siguientes razones: 1) porque los elementos implicados en la realización de no son integradores, sino elementos de retraso y algunos elementos lineales fácilmente realizables con técnicas *SI*; y 2) porque ofrecen más flexibilidad en la elección de parámetros, lo cual permite orientar el proceso de síntesis hacia los requisitos de diseño impuestos por la técnica de implementación. Por ello, en lo que sigue vamos a detallar solamente la obtención del *GFO* para el caso de la aproximación de *Fettweis*.

### 2.2.2.1 Modelo de onda de los elementos básicos de circuito

Para derivar el modelo de onda de un elemento arbitrario del *FR* es necesario tener en cuenta las expresiones que relacionan las variables de puerta (tensión e intensidad) con las variables de onda (incidente y reflejada) dadas en (2.2) y (2.3), así como la relación constitutiva para cada elemento,

$$f(V, I, m_j) = 0 \quad (2.15)$$

donde  $m_j$ ,  $j=\{1,2,\dots,K\}$  representa el conjunto de parámetros de los que depende la función  $f$ .



**Figura 2.4** Representación de un elemento genérico de impedancia de puerta  $R$ .

A partir de estas relaciones se procede a la eliminación de las variables  $V$  e  $I$ , quedando cada elemento descrito por su modelo de onda que establece la relación entre las variables  $A$  y  $B$  en el dominio  $s$ . Para una realización discreta se aplica la transformación bilineal entre los dominios  $s$  y  $z$  (2.14).

Mediante este método sistemático podemos derivar cualquier modelo de onda [FETT71b] [ANTO79]. A continuación ejemplificamos para los casos de un condensador. El modelo de onda correspondiente a los elementos de circuito más usuales se da en la Tabla 2.1.

### Ejemplo: Condensador

A partir de la ecuación constitutiva de un condensador  $C$  en el dominio de Laplace,  $s$ , es

$$CsV - I = 0 \quad (2.16)$$

que, aplicando las definiciones (2.2) y (2.3), conduce a la relación entre la onda incidente y reflejada

$$B = A \cdot \frac{(1 - sCR_c)}{(1 + sCR_c)} \quad (2.17)$$

que mediante la transformación bilineal (2.14) entre el dominio continuo y el discreto, se convierte en

$$B = A \cdot \frac{(z + 1) - \frac{2R_c C}{T}(z - 1)}{(z + 1) + \frac{2R_c C}{T}(z - 1)} \quad (2.18)$$

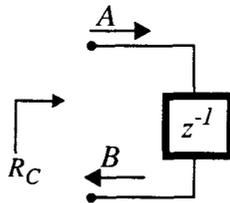
si la resistencia de puerta se toma como

$$R_c = \frac{T}{2C} \tag{2.19}$$

la relación (2.18) se reduce a

$$B = A z^{-1} \tag{2.20}$$

De este modo, la ecuación (2.20) junto con la (2.19) nos describen el modelo de onda de un condensador, que suele representarse como se indica en la Figura 2.5.



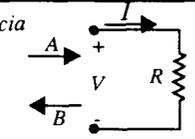
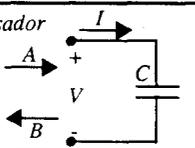
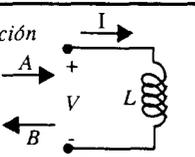
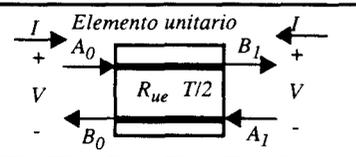
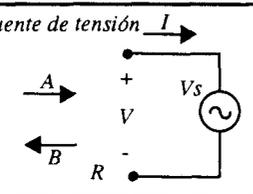
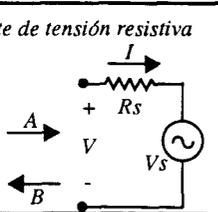
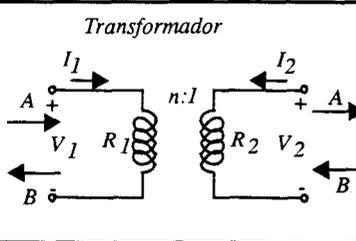
**Figura 2.5 Modelo de onda de un condensador.**

En la Tabla 2.1 aparecen los modelos de onda de varios elementos de circuito que han sido obtenidos utilizando el proceso anterior. Para cada uno de ellos se indica la resistencia equivalente de puerta y las relaciones entre las ondas incidentes y reflejadas [ANTO79].

### 2.2.2.2 Elementos de interconexión.

En la sección anterior se han descrito los modelos de onda para los principales elementos de circuito y fuentes de alimentación. Para establecer una equivalencia completa con el *FR* las relaciones topológicas o reglas de interconexión deben ser también preservadas, a saber, las leyes de *Kirchoff* de tensión (*KVL*) e intensidad (*KCL*). Los dos modos de interconexión a considerar son serie y paralelo. En la Figura 2.6 se ilustra la situación creada en la confluencia de *N* puertas, de la cual se obtiene el modelo de onda de la conexión, que es representado por elementos especiales denominados adaptadores. La conexión serie o paralelo se realiza a través de elementos especiales denominados adaptadores. Las ecuaciones del modelo de onda que describen tales elementos se derivan a continuación.

**Tabla 2.1 Modelos de onda de tensión para algunos elementos de circuito.**

| Elemento de Circuito  | Resistencia                      | Modelo de onda de tensión  |
|---|----------------------------------|--|
| <p><i>Resistencia</i></p>                    | <p><math>R</math></p>            | <p><math>A = 2I</math><br/><math>B = 0</math></p>  |
| <p><i>Condensador</i></p>                    | <p><math>\frac{T}{2C}</math></p> | <p><math>B = z^{-1}A</math></p>  |
| <p><i>Autoinducción</i></p>                  | <p><math>\frac{2L}{T}</math></p> | <p><math>B = -z^{-1}A</math></p>   |
| <p><i>Elemento unitario</i></p>             | <p><math>R_{ue}</math></p>       | <p><math>B_0 = z^{-1/2}A_1</math><br/><math>B_1 = z^{-1/2}A_0</math></p>                         |
| <p><i>Fuente de tensión</i></p>            | <p><math>R</math></p>            | <p><math>B = 2V_s - A</math></p>   |
| <p><i>Fuente de tensión resistiva</i></p>  | <p><math>R_s</math></p>          | <p><math>B = V_s</math></p>  |
| <p><i>Transformador</i></p>                | <p><math>R_1, R_2</math></p>     | <p><math>n = \sqrt{R_1/R_2}</math><br/><math>B_1 = A_2 n</math><br/><math>B_2 = A_1/n</math></p> |

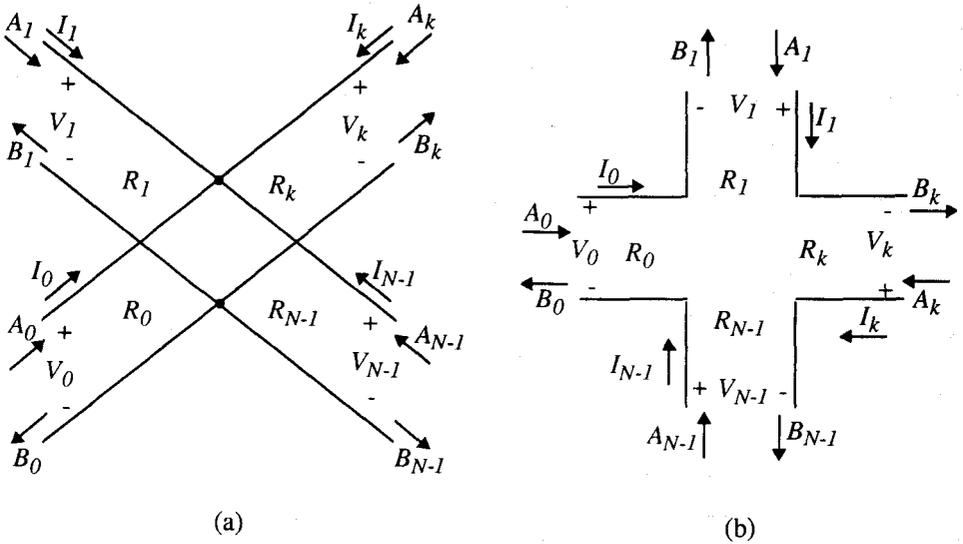


Figura 2.6 Conexión de  $N$  puertas: (a) en paralelo, (b) en serie.

### Adaptadores en paralelo

Consideremos la conexión en paralelo de  $N$  puertas con resistencias de puerta  $R_i, i=\{0,1,\dots,N-1\}$ , que se indica en la Figura 2.6a. Las variables de onda de cada puerta vienen dadas por,

$$B_j = V_j - R_j I_j \quad B_j = V_j - R_j I_j \quad j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.21)$$

Por otro lado, la conexión paralelo impone las siguientes ligaduras

$$V_0 = V_1 = \dots = V_{N-1} \quad I_0 + I_1 + \dots + I_{N-1} = 0 \quad (2.22)$$

Eliminando las variables de puerta  $V_j$  e  $I_j$  en (2.21) se obtiene

$$B_j = (\gamma_0 A_0 + \gamma_1 A_1 + \dots + \gamma_{N-1} A_{N-1}) - A_j \quad j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.23)$$

donde  $\gamma_j$  representa el coeficiente de reflexión de la puerta  $j$ -ésima, definido por la expresión

$$\gamma_j = \frac{2G_j}{G_0 + G_1 + \dots + G_{N-1}} \quad G_j = \frac{1}{R_j} \quad j = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (2.24)$$

De (2.24) se deduce directamente

$$\gamma_0 + \gamma_1 + \dots + \gamma_{N-1} = 2 \quad (2.25)$$

que es una relación importante que deben cumplir los coeficientes de reflexión.

Las ecuaciones (2.23), junto con la (2.24), describe el modelo de onda de la conexión en paralelo de  $N$  puertas, y representa la ecuación matricial de un elemento lineal de  $N$  puertas que se llama adaptador paralelo.

En el caso particular de que exista algún valor de  $\gamma_j=1$ , decimos que la  $j$ -ésima puerta es **libre de reflexión**, es decir, la onda reflejada,  $B_j$ , es independiente de la onda incidente,  $A_j$ , en dicha puerta. En lo sucesivo, los símbolos que emplearemos para ambos adaptadores se muestran en la Tabla 2.2. La elección de un coeficiente de reflexión de valor unidad es obligada en filtros digitales por razones de realizabilidad [SELD73]. Por el contrario, en realizaciones analógicas ese valor es uno de los muchos que toma un coeficiente y que no implica la mejor elección del mismo, como se verá en capítulos posteriores.

### Adaptadores en serie

Consideremos ahora la conexión en serie de  $N$  puertas con resistencias de puerta  $R_j$ ,  $i=\{0,1,\dots,N-1\}$ , Figura 2.6b. Las relaciones matemáticas que definen este tipo de conexiones son

$$V_0 + V_1 + \dots + V_{N-1} = 0 \quad I_0 = I_1 = \dots = I_{N-1} \quad (2.26)$$

que, junto con (2.21) conducen a

$$B_j = A_j - \gamma_j (A_0 + A_1 + \dots + A_{N-1}) \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.27)$$

Los coeficientes de reflexión,  $\gamma_j$ , vienen definidos, en este caso, por

$$\gamma_j = \frac{2R_j}{R_0 + R_1 + \dots + R_{N-1}} \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.28)$$

que cumplen también las relaciones (2.25).

Los símbolos utilizados para este tipo de adaptador, tanto para el caso general como para aquel en el que exista una puerta libre de reflexión, se muestran en la Tabla 2.2.

Para el caso especial de  $N=2$ , los adaptadores serie y paralelo pueden ser descritos en función de un único coeficiente  $\mu$ , definido como  $\mu = \gamma_0 - 1 = 1 - \gamma_1$ . Según este nuevo coeficiente la ecuación matricial del adaptador de dos puertas se reduce a

$$\begin{aligned} B_0 &= A_1 + \mu (A_1 - A_0) \\ B_1 &= A_0 + \mu (A_1 - A_0) \end{aligned} \quad (2.29)$$

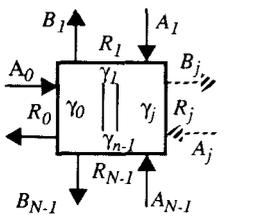
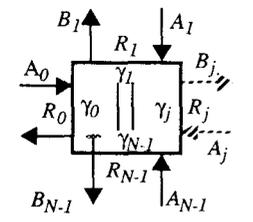
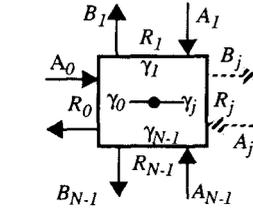
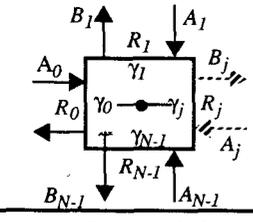
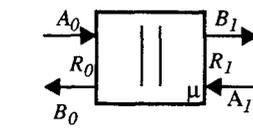
### 2.2.2.3 Realización del FDO: Principios Generales

En el contexto de filtros digitales, los modelos de onda de los elementos del *FR* y los de las interconexiones deben de ser interconectados teniendo en cuenta el siguiente conjunto de reglas [FETT86]:

- 1.- Los terminales entre puertas deben quedar agrupados a pares, es decir, los dos terminales de una puerta solo pueden estar unidos a los dos terminales de otra.
- 2.- El sentido del flujo de las señales una vez conectados los elementos ha de ser el mismo, esto es, variables de onda incidentes (reflejadas) en una puerta tienen que ser las variables de onda reflejadas (incidentes) en la otra puerta, como se ilustra en la Figura 2.7.
- 3.- En cada interconexión, las correspondientes resistencias de puerta han de ser iguales.
- 4.- Se han de cumplir las condiciones generales de realizabilidad para sistemas digitales, a saber, el diagrama de flujo de señal de un sistema digital es realizable a la frecuencia  $f=1/T$  si y solo si satisface las siguientes condiciones:
  - a) No puede contener lazos libres de retraso.
  - b) El número total de retrasos a través de cualquier lazo ha de ser un múltiplo entero de  $T$ .

El cumplimiento de los puntos 1, 2 y 3 es simple a partir del *GFO*. Sin

Tabla 2.2 Modelos de onda de los adaptadores.

| Adaptador  | Resistencia                | Modelo de onda de tensión   |
|--|----------------------------|---|
| <p><i>Adaptador paralelo de N puertas</i></p>                                       | $R_0, R_1, \dots, R_{N-1}$ | $\gamma_j = \frac{2G_j}{G_0 + G_1 + \dots + G_{N-1}}$ $A_N = \gamma_0 A_0 + \dots + \gamma_{N-1} A_{N-1}$ $B_j = A_N - A_j$ $j = 0, 1, \dots, N-1$                        |
| <p><i>Adaptador paralelo de N puertas con la puerta N-1 libre de reflexión</i></p>  | $R_0, R_1, \dots, R_{N-1}$ | $\gamma_j = \frac{2G_j}{G_0 + G_1 + \dots + G_{N-1}}$ $\gamma_{N-1} = 1$ $A_N = \gamma_0 A_0 + \dots + \gamma_{N-1} A_{N-1}$ $B_j = A_N - A_j \quad j = 0, 1, \dots, N-1$ |
| <p><i>Adaptador serie de N puertas</i></p>   | $R_0, R_1, \dots, R_{N-1}$ | $\gamma_j = \frac{2R_j}{R_0 + R_1 + \dots + R_{N-1}}$ $A_N = A_0 + A_1 + \dots + A_{N-1}$ $B_j = A_j - \gamma_j A_N$ $j = 0, 1, \dots, N-1$                               |
| <p><i>Adaptador serie de N puertas con la puerta N-1 libre de reflexión</i></p>   | $R_0, R_1, \dots, R_{N-1}$ | $\gamma_j = \frac{2R_j}{R_0 + R_1 + \dots + R_{N-1}} \quad \gamma_{N-1} = 1$ $A_N = A_0 + A_1 + \dots + A_{N-1}$ $B_j = A_j - \gamma_j \cdot A_N$ $j = 0, 1, \dots, N-1$  |
| <p><i>Adaptador Paralelo de 2 puertas</i></p>                                     | $R_0, R_1$                 | $\mu = \frac{R_0 - R_1}{R_0 + R_1}$ $B_0 = A_1 + \mu(A_1 - A_0)$ $B_1 = A_0 + \mu(A_1 - A_0)$   |

embargo, el punto 4 acarrea consecuencias sobre los elementos del grafo de flujo de señal descrito en los dos últimos apartados. En concreto, en la conexión directa entre adaptadores se puede producir un lazo de retraso cero al existir caminos directos entre las ondas incidentes ( $A_k$ ) y las reflejadas ( $B_k$ ). La solución a este problema implica que en un *GFO* en el que existen lazos sin retraso, hay que elegir en los adaptadores puertas libres de reflexión, es decir, cuyo coeficiente de reflexión sea igual a 1. Como se vio anteriormente, esta elección implica que la variable de onda reflejada en dicha puerta no depende de la incidente, y por tanto motiva que el lazo pueda ser considerado roto, eliminando los problemas de realizabilidad. Por contra, en sistemas de datos muestreados, si bien existen tales lazos libres de retraso, no presentan los problemas de realizabilidad de los sistemas puramente digitales. Como se verá, este punto dota de mayor flexibilidad alas realizaciones analógicas de *FDO*, pudiendo facilitar la elección óptima de los coeficientes de reflexión asociados a una realización concreta.

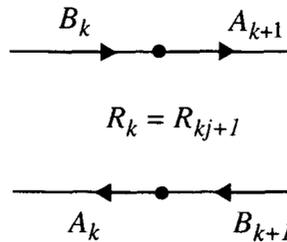


Figura 2.7 Compatibilidad en la conexión de las variables de onda de dos puertas.

### 2.2.3 Ilustración del procedimiento

#### 2.2.3.1 Filtros de microondas

La estructura básica de este tipo de filtros consiste en la conexión en cascada de secciones de distinta impedancia y que retrasan por igual las señales. A este tipo de secciones se las denomina generalmente Elementos Unitarios (*UE*). Los valores de las impedancias de cada sección son elegidos de acuerdo con las especificaciones frecuenciales deseadas para el filtro. Un filtro de este tipo que contiene tres secciones, se muestra en la Figura 2.8a. La aplicación, a este filtro, de la metodología expuesta anteriormente permite derivar el *FDO* de la Figura 2.8b, en el que cada Elemento Unitario ha sido sustituido por su modelo de onda y las conexiones entre secciones de distinta impedancia han sido realizada mediante adaptadores paralelo de dos puertas, cuyos coeficientes de reflexión vienen dados en función de las impedancias de cada sección de la forma

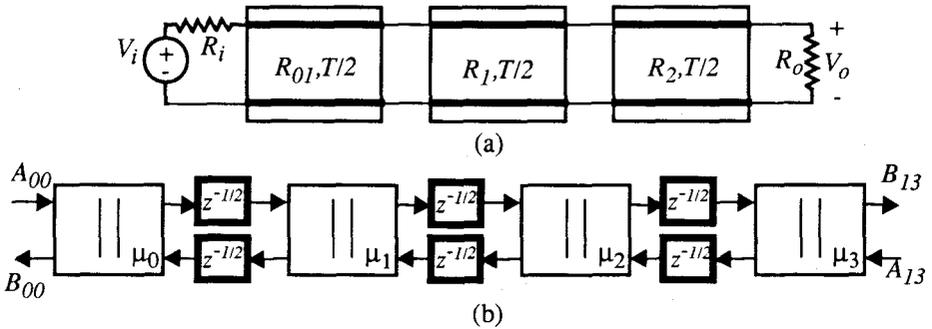


Figura 2.8 (a) Filtro de referencia de Microondas y (b) *FDO* correspondiente.

$$\mu_0 = \frac{R_i - R_1}{R_i + R_1} \quad \mu_j = \frac{R_j - R_{j+1}}{R_j + R_{j+1}} \quad (j = 0, 1) \quad \mu_3 = \frac{R_3 - R_o}{R_3 + R_o} \quad (2.30)$$

De forma más general, la teoría de filtros de microondas contempla el diseño de secciones *LC* en las que se insertan elementos unitarios [MATT64]. Ejemplos de tales estructuras, y de sus correspondientes modelos de onda o *FDO*, aparecen en la Figura 2.9 y 2.10 respectivamente. en la primera, el filtro de referencia está constituido por la concatenación de *UEs* y condensadores en paralelo, mientras que en la segunda se han introducido secciones *LC* resonantes que permiten introducir ceros de transmisión a frecuencias finitas  $\sqrt{R_{L1}/R_{C1}}$ . La funcionalidad de los elementos unitarios en estas estructuras es reducir la longitud del camino de señal, reduciendo los requerimientos temporales entre de aquellas partes que preceden al elemento unitario y aquellas que las siguen. Asimismo, su capacidad de filtrado no es nula, aunque menor que la del resto de los elementos (*L* o *C*), de modo que solo son necesarios en tanto sea posible realizar la función desacopladora citada.

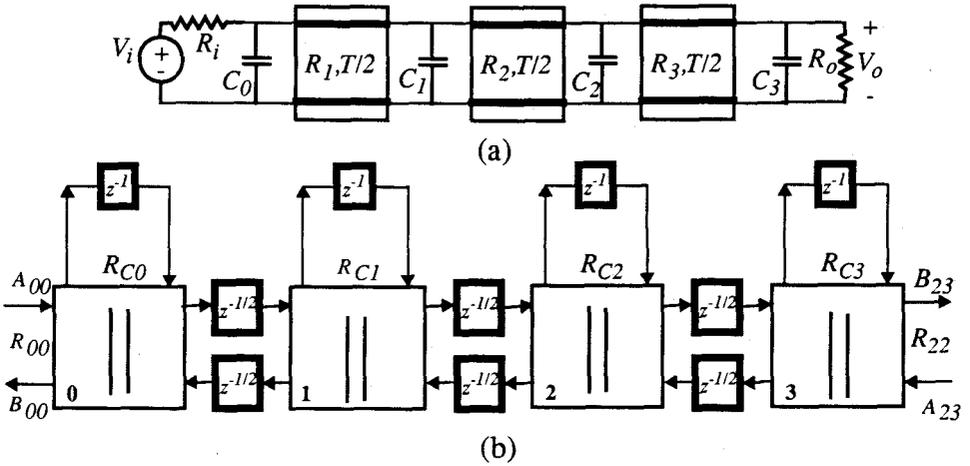


Figura 2.9 (a) Filtro de referencia tipo microondas formado por condensadores y elementos unitarios conectados en paralelo. (b) Modelo de onda.

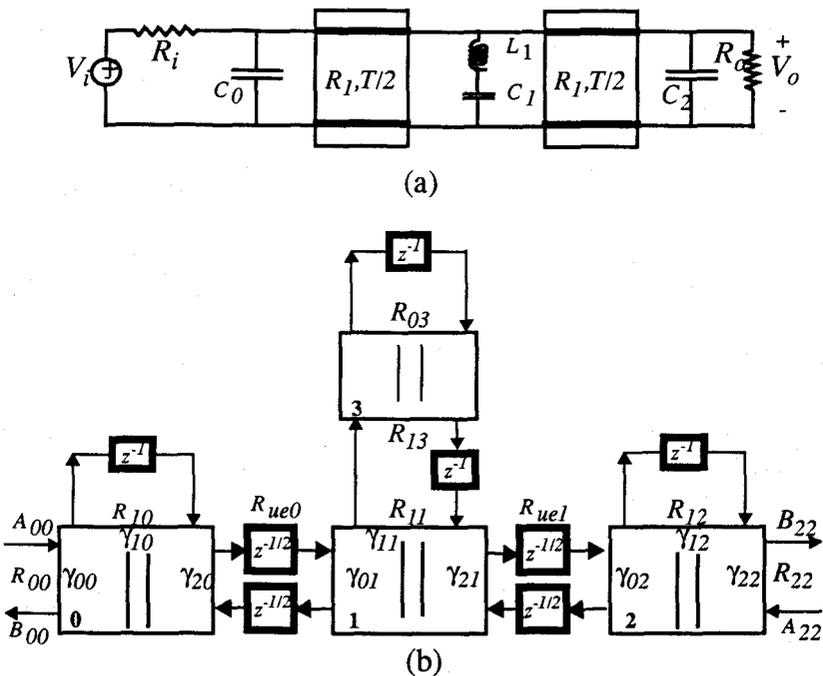
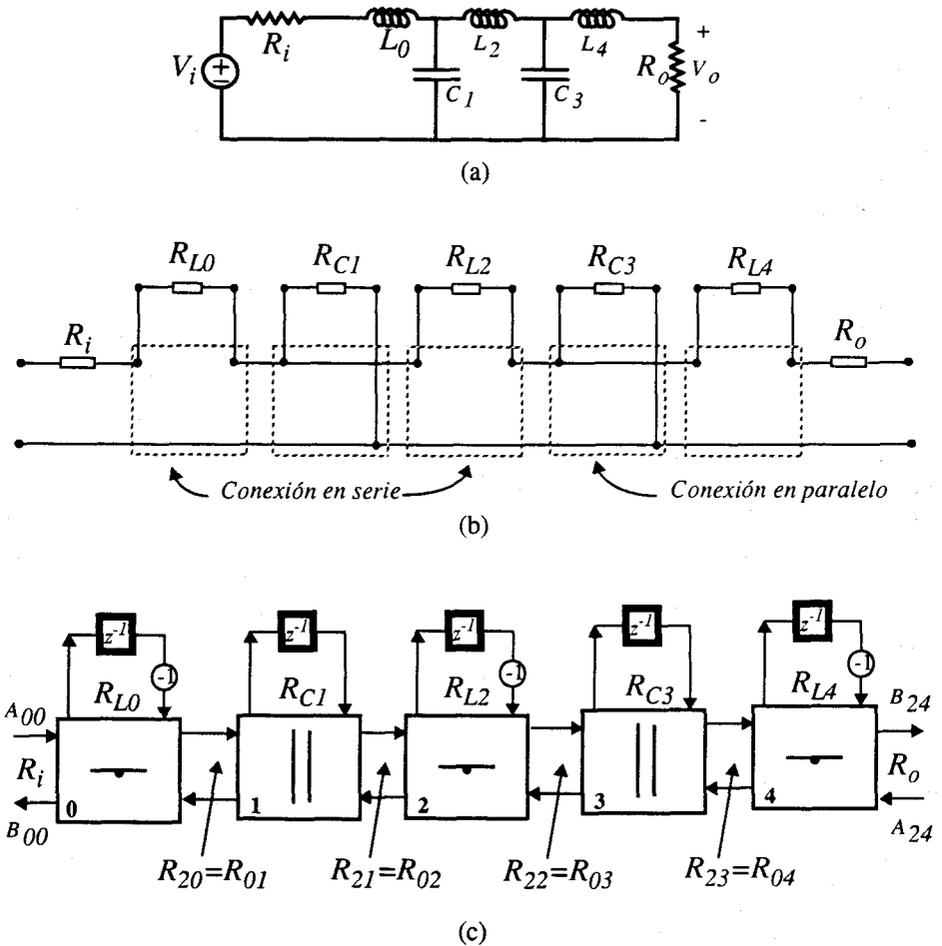


Figura 2.10 (a) Filtro de referencia tipo microondas. (b) Modelo de onda con ceros de transmisión en la frecuencia  $\sqrt{R_{L1}/R_{C1}}$ .

### 2.2.3.2 Filtros escalera

Debido a sus excelentes características de sensibilidad, son probablemente las estructuras de referencia más ampliamente utilizadas en la síntesis de filtros. Una disposición genérica de este tipo de estructuras, Figura 2.11a, considera asociaciones serie y paralelo de elementos pasivos,  $L$  y  $C$ , y resistencias terminales,  $R_i$  y  $R_o$ . Para realizar el conexionado de los modelos de onda de cada elemento de circuito es necesario identificar el tipo de conexiones, serie o paralelo, de cada uno de ellos en la red original. Teniendo en cuenta dichas conexiones, Figura 2.11b, el modelo de onda del filtro se obtiene utilizando la metodología expuesta anteriormente, Figura 2.11c.

En cada uno de los cinco adaptadores de tres puertas que aparecen en la Figura 2.11c, es necesario conocer tres coeficientes de reflexión. Su determinación no es inmediata, ya que las resistencias internas, es decir, aquellas que no están asociadas a los elementos pasivos o a los extremos, no están definidas. En la teoría general de *WDF*, estas impedancias se determinan imponiendo la condición de que no existan lazos libres de reflexión (punto 4 de los principios de realizabilidad). Sin embargo, si la realización se efectúa mediante técnicas de datos muestreados, esta ligadura no es necesaria, pudiéndose aprovechar para optimizar algún parámetro del filtro. En capítulos posteriores mostraremos el procedimiento que hemos utilizado para elegir adecuadamente el valor de las resistencias internas.



**Figura 2.11** Proceso de generación de un filtro de onda a partir de un filtro de referencia escalera. (a) Filtro de referencia. (b) Detallando la conexiones serie y paralelo entre las distintas resistencias equivalentes. (c) FDO correspondiente.

Para automatizar la metodología presentada anteriormente se ha desarrollado un programa de ayuda al diseño de filtros de onda, WAYER. Los objetivos que cubre esta herramienta son dos: 1) Comprobar mediante simulación la corrección de los diseños antes de pasar a la fase de simulación eléctrica, así como explorar posibles diseños, y 2) Cooperar con el diseñador facilitándole información fundamental en la realización de filtros, como niveles de escalado, sensibilidad a los coeficientes, influencia del ruido, etc. En el apartado 2.4 se hace una breve descripción de WAYER.

## 2.3 Técnicas de escalado para filtros de onda

En la síntesis de filtros de onda, y como paso previo a la realización física, es necesario abordar la problemática del escalado. Ello es debido a que el nivel de las señales en cada bloque básico del *FDO* no es homogéneo, lo cual puede provocar la degradación de las prestaciones del filtro en dos sentidos. Por un lado, si el nivel máximo permitido a la entrada de cada bloque básico es superado, aparece una componente no lineal que incrementa la distorsión armónica total (*THD*) a la salida. Por otro, para niveles máximos inferiores a los permitidos, la relación señal-ruido puede ser optimizada si se escala de forma adecuada el rango permitido a la entrada de cada bloque básico.

La inserción de desplazadores de nivel de señal en aquellas puertas que lo requieran permite solucionar este problema. Desde el punto de vista de un diagrama de flujo de onda, significa la colocación de transformadores ideales [FETT86], cuyo modelo de onda aparece en la Tabla 2.1. El método de escalado que se describe en esta memoria combina transformaciones de diagrama de flujo de onda [FETT86], con el método sistemático de escalado basado en la inserción de transformadores ideales propuesto en [FROH80] y [THYA78], que permite reducir los valores de las constantes de escalado. A continuación se detallan algunas transformaciones del Grafo de Flujo de Onda que pueden ser útiles en el proceso de escalado y posteriormente se procede a la presentación de un método general para el escalado sistemático de cualquier filtro de onda.

### 2.3.1 Transformaciones del diagrama de flujo de onda

La aplicación de transformaciones a los diagramas de flujo de onda permite encontrar nuevas realizaciones de *FDO* equivalentes desde el punto de vista operacional. Es decir, se buscan estructuras que, preservando la función filtrado inicial, impliquen constantes de escalado lo más reducidas posibles o que permitan la simplificación del *FDO*. Algunas de estas transformaciones se detallan a continuación.

#### 1) Transformaciones de adaptadores serie-paralelo

Consiste en intercambiar adaptadores tipo serie (paralelo) por otros tipo paralelo (serie). Esta transformación posee la propiedad de que conserva los coeficientes de reflexión de los adaptadores de partida. Para garantizar la

equivalencia entre las dos realizaciones del adaptador, es necesario añadir un elemento nuevo en los terminales de cada puerta. Este elemento impone que las señales  $A_k$  y  $B_k$  correspondientes a las salidas del nuevo adaptador deban ser amplificadas por un factor  $1/\gamma_k$  y  $-\gamma_k$  respectivamente, como se ilustra en la Figura 2.12a y b. A pesar de que con esta transformación se complica el GFO de un adaptador, puede ser interesante para propósitos de escalado, ya que supone una modificación de las impedancias de puerta, lo cual puede conducir a que los niveles máximos de las señales del adaptador puedan ser optimizados.

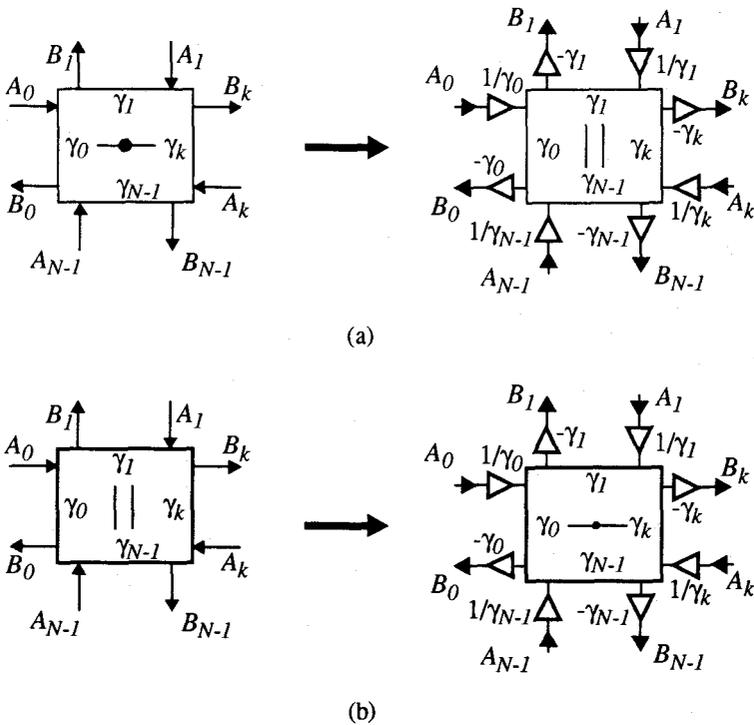


Figura 2.12 Transformaciones entre adaptadores: (a) Serie-Paralelo. (b) Paralelo-Serie.

## 2) Inversión del flujo de señal

Mediante la aplicación del concepto de inversión de flujo de señal pueden relacionarse los adaptadores tipo serie y paralelo [FETT73]. La inversión de flujo, Figura 2.11, consiste esencialmente en la trasposición de la matriz de coeficientes que relaciona las variables  $B_k$  y  $A_k$  de un adaptador. La incorporación de signos  $-1$  en las salidas  $B_k$  es irrelevante y, en general, se cancela en el diagrama de flujo de onda global de un filtro. Se aprecia como consiste en un caso particular de la transformación serie-paralelo vista

anteriormente.

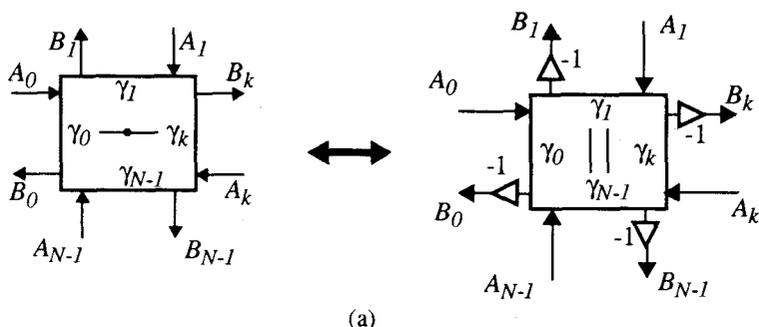


Figura 2.13 Inversión del grafo de flujo de onda.

### 3) Otras relaciones de equivalencia

Por último, se pueden citar algunas relaciones generales que permiten eliminar coeficientes multiplicativos, correspondientes a una puerta del adaptador y trasladarlos a las restantes. En la Figura 2.14 se muestra cómo los coeficientes  $\gamma_0$  y  $1/\gamma_0$  pueden ser trasladados a las restantes puertas si la manipulación del FDO lo requiere. Esta transformación puede ser práctica a la hora simplificar un FDO en el que se han realizado previamente transformaciones serie-paralelo que generan la aparición de elementos de ganancia  $1/\gamma_k$  y  $-\gamma_k$ .

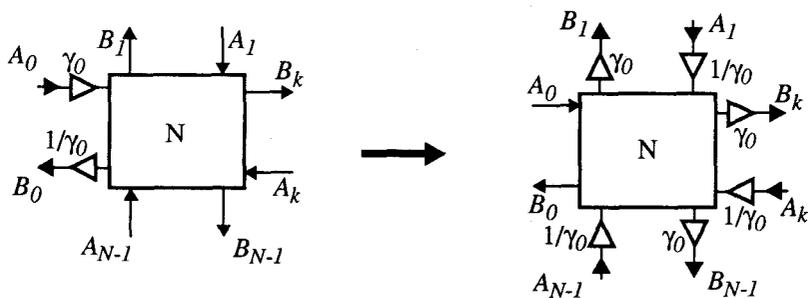


Figura 2.14 Eliminación de los coeficientes  $\gamma$  y  $1/\gamma$  de la puerta 0, trasladándolos a las restantes puertas del adaptador.

### 2.3.2 Procedimiento general de escalado

La base para realizar el escalado de un filtro de onda arbitrario consiste en introducir desplazadores de nivel de señal en aquellas puertas que lo

requieran. Las relaciones de ganancia de los transformadores dependen de las constantes de escalado, de modo que es necesario que el rango de valores de estas ganancias no solo sea estrecho, sino que los coeficientes a los que conduce sean fácilmente realizables. La exactitud en la realización dependerá del tipo de técnica con que vaya a ser fabricado. En el caso de técnicas SI estos coeficientes se realizarán mediante ganancias de espejos de corriente, por lo que puede ser interesante reducir al máximo posible la dispersión de valores de los mismos. Partiendo de un filtro de onda de orden  $N$ , el procedimiento de escalado se puede resumir en los siguientes pasos:

- Paso 1: Localizar el conjunto de constantes de escalado óptimo mediante transformaciones del diagrama de flujo de onda. A cada elemento le corresponderá una constante de escalado definida por el nivel máximo alcanzado por las señales a la entrada de cada una de sus puertas. El número posible de transformaciones es muy elevado, por lo que la elección adecuada dependerá del conocimiento del diseñador acerca de la estructura y las transformaciones.
- Paso 2: Introducir un transformador de ganancia  $k_0$  en el adaptador situado a la entrada del filtro, y determinar el nuevo conjunto de constantes de escalado resultante.
- Paso 3: Repetir el paso 2 para los restantes adaptadores en la puerta más próxima a la entrada del filtro.
- Paso 4: Introducir un transformador en los terminales de cada elemento pasivo ( $L$  o  $C$ ).

En los Capítulos 3 y 4 se aplicará este método para el escalado de filtros que han sido realizados.

## 2.4 WAYER: un programa para la ayuda al diseño de filtros de onda

WAYER es un programa que ha sido desarrollado para validar, analizar y explorar estructuras de Filtros de Onda. WAYER se comporta como un simulador operacional de *FDOs* que pretende cubrir dos objetivos: 1)

Comprobar mediante simulación la corrección de los diseños antes de pasar a la fase de simulación eléctrica, así como explorar posibles diseños, y 2) Cooperar con el diseñador facilitándole información fundamental en la realización de filtros, como niveles de escalado, sensibilidad a los coeficientes, influencia del ruido, etc. En el próximo apartado 2.4 se hace una breve descripción de WAYER.

Al ser los filtros sistemas que realizan una operación selectiva sobre determinadas componentes en frecuencia de una señal de entrada, el tipo de representación básico que utilizan es en el dominio de la frecuencia. El método de análisis empleado en WAYER para obtener este tipo de representaciones es el de la respuesta impulsiva, aunque el programa permite analizar la respuesta para una entrada arbitraria. Inicialmente, suministra información relativa al diseño de los elementos del filtro, tal como los valores de los coeficientes de reflexión e impedancias de puerta. La caracterización del filtro se hace proporcionando la respuesta frecuencial en magnitud y fase, tanto de la función entrada-salida,  $F(s)$ , como de las variables de onda internas. Además, calcula los niveles máximos alcanzados por todas las señales en el interior del filtro que son necesarios para el proceso de escalado del filtro. Por último, mediante la ejecución de un análisis de sensibilidad basado en el método de Monte Carlo, informa sobre la sensibilidad de los parámetros más significativos del *FDO* respecto de cada una de las fuentes de error que surgen como consecuencia de su implementación *SI*.

El núcleo de WAYER está pensado para automatizar la metodología de diseño detallada en los apartados 2.1 y 2.2. El diagrama de flujo del programa se muestra en la Figura 2.15; está escrito en lenguaje C y tiene actualmente una extensión de 5000 líneas de código.

Como información de entrada requiere la definición del tipo de filtro de referencia, el orden y el valor de sus elementos, así como la topología de conexionado. Al tratarse de filtros muestreados, es necesario especificar también la frecuencia de corte del filtro,  $f_c$ , en el caso de un filtro *LP*, y los límites de la banda pasante, en el caso de una función *BP*.

Como acción inicial, se realiza el *prewarpping* del sistema, dado por la expresión

$$\omega_{prew} = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \quad (2.31)$$

que corresponde a la transformación bilineal. A continuación se obtienen los

valores no normalización (escalado en frecuencia) de los elementos pasivos. En lo que a WAYER se refiere se utilizaran siempre representaciones en frecuencia normalizadas a la frecuencia de muestreo,  $f_s = 1Hz$ .

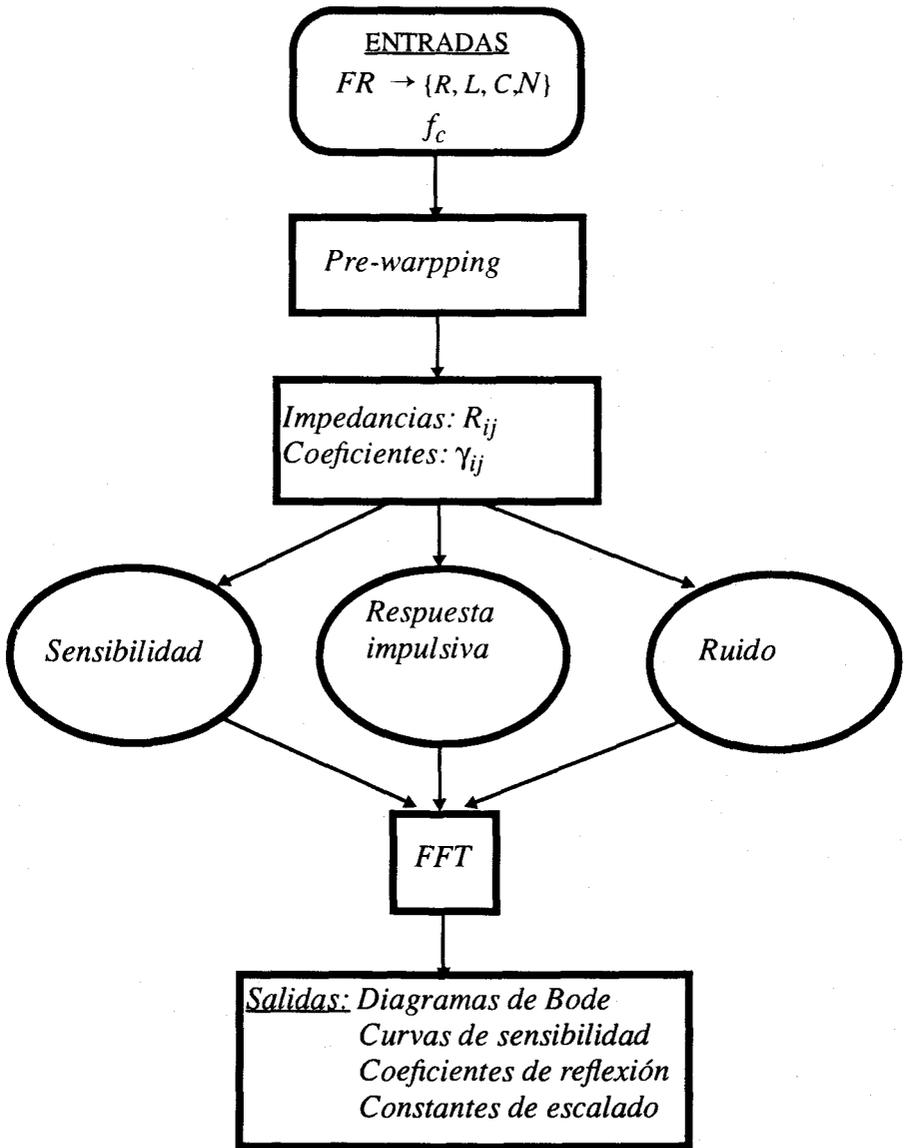


Figura 2.15 Diagrama de flujo de WAYER.

Haciendo uso de la Tabla 2.1 para el cálculo de las impedancias asociadas al modelo de onda de cada elemento, se realiza el cálculo de los coeficientes

de reflexión asociados a cada una de las puertas de los adaptadores. La elección de estos coeficientes no está fijada. Su determinación se analizará en el desarrollo de esta memoria.

El análisis a realizar dependerá de la información que se desea a la salida, aunque todos ellos se basan en el análisis transitorio realizado sobre una entrada bien impulsiva (en el caso más general), bien sinusoidal, para el caso de la distorsión armónica total. La obtención del diagrama de Bode a la salida se efectúa introduciendo una entrada impulsiva. El análisis transitorio se realiza para  $P$  periodos de reloj, suponiendo un impulso unitario en  $p=0$ . Si  $A_{00}$  es la señal de entrada al filtro

$$A_{00} = \begin{cases} 1 & \text{si } p = 0 \\ 0 & \text{si } 0 < p < P \end{cases} \quad (2.32)$$

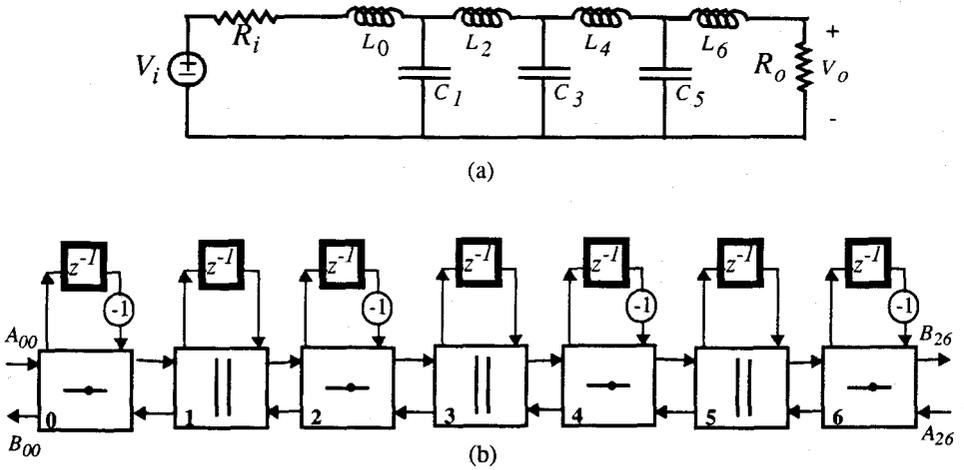
La solución para cada periodo es obtenida después de un proceso iterativo de convergencia, cuyo punto de partida es la actualización de todas la señales que provienen de salidas de celdas de retraso. Este proceso termina cuando se alcanza la precisión exigida en la salida del filtro.

Una vez obtenida a la salida la secuencia que representa la respuesta impulsiva, se procesa mediante un algoritmo de *FFT* [PRES88] para obtener su contenido en frecuencia. El algoritmo utilizado limita el número de periodos del transitorio a una potencia entera de 2. Este proceso se puede realizar para cualquiera de las señales implicadas en el diagrama de flujo de onda ya que la respuesta impulsiva de cada una de la señales internas se encuentra almacenada en la estructura de datos de WAYER.

El análisis de sensibilidad permite incorporar las principales fuentes de error a la simulación numérica. Para la obtención de las características de sensibilidad emplea el método de Monte Carlo, que será analizado en detalle en el Capítulo 5. Asimismo, las principales fuentes de ruido derivadas de la realización física del filtro pueden ser tenidas en cuenta en la simulación para obtener la densidad espectral de ruido en la salida.

**Ejemplo:**

Para ilustrar el funcionamiento de WEVER, se analiza un filtro *Chebyshev* todo-polo de orden 7, con un rizado en la banda de paso de  $0.1\text{ dB}$  y una relación  $f_c=0.2f_s$ . El filtro de referencia escalera *LC* se muestra en la Figura 2.16a. Los elementos tienen los siguientes valores:  $R_i = R_o = 1$ ,  $L_0 = L_6 = 1.1811$ ,  $C_1 = C_5 = 1.4228$ ,  $L_2 = L_4 = 2.0966$  y  $C_3 = 1.5733$ . El correspondiente filtro de onda se muestra en la Figura 2.16b.



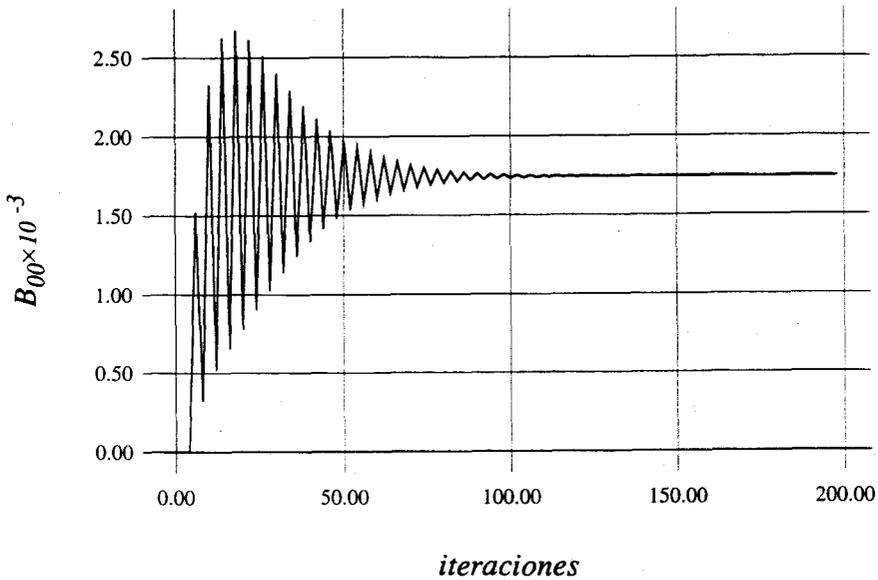
**Figura 2.16** Filtro *LC* de orden 7. (a) Filtro de referencia. (b) Modelo de onda.

Al introducir estos datos en WEVER, en primer lugar se calculan las resistencias y coeficientes de reflexión ligadas a cada una de las puertas. Esta información aparece en la Figura 2.17. Se puede apreciar cómo en aquellos adaptadores en los que existen resistencias sin determinar, estas se han elegido de manera que son multiplicadas por dos desde los extremos hacia el adaptador central. La elección de estas resistencias ha sido arbitraria y puede obedecer a cualquier criterio de optimización de las características del filtro.

|                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| Adaptador0:      Tipo serie    |                             |
| gamma0 = 4.323722e-01          | resistencia0 = 1.000000e+00 |
| gamma1 = 7.028835e-01          | resistencial = 1.625645e+00 |
| gamma2 = 8.647443e-01          | resistencia2 = 2.000000e+00 |
| Adaptador1:      Tipo paralelo |                             |
| gamma0 = 3.692331e-01          | resistencia0 = 2.000000e+00 |
| gamma1 = 1.446150e+00          | resistencial = 5.106428e-01 |
| gamma2 = 1.846166e-01          | resistencia2 = 4.000000e+00 |
| Adaptador2:      Tipo serie    |                             |
| gamma0 = 5.374277e-01          | resistencia0 = 4.000000e+00 |
| gamma1 = 3.877168e-01          | resistencial = 2.885722e+00 |
| gamma2 = 1.074855e+00          | resistencia2 = 8.000000e+00 |
| Adaptador3:      Tipo paralelo |                             |
| gamma0 = 1.034999e-01          | resistencia0 = 8.000000e+00 |
| gamma1 = 1.793000e+00          | resistencial = 4.617953e-01 |
| gamma2 = 1.034999e-01          | resistencia2 = 8.000000e+00 |
| Adaptador4:      Tipo serie    |                             |
| gamma0 = 1.074855e+00          | resistencia0 = 8.000000e+00 |
| gamma1 = 3.877168e-01          | resistencial = 2.885722e+00 |
| gamma2 = 5.374277e-01          | resistencia2 = 4.000000e+00 |
| Adaptador5:      Tipo paralelo |                             |
| gamma0 = 1.846166e-01          | resistencia0 = 4.000000e+00 |
| gamma1 = 1.446150e+00          | resistencial = 5.106428e-01 |
| gamma2 = 3.692331e-01          | resistencia2 = 2.000000e+00 |
| Adaptador6:      Tipo serie    |                             |
| gamma0 = 8.647443e-01          | resistencia0 = 2.000000e+00 |
| gamma1 = 7.028835e-01          | resistencial = 1.625645e+00 |
| gamma2 = 4.323722e-01          | resistencia2 = 1.000000e+00 |

**Figura 2.17** Valores de las resistencias y coeficientes de reflexión del filtro de onda de la Figura 2.16 (b).

La aplicación de una entrada impulsiva en  $A_{00}$  (2.32) implica que en  $B_{00}$  y  $B_{26}$  debe aparecer la función filtrado ideal ( $HP$  y  $LP$  respectivamente). Para localizar las secuencias,  $B_{00}(p)$  y  $B_{26}(p)$  ( $p=0,1,\dots,P-1$ ) se procede de la siguiente manera: Para cada instante  $p$ , se actualizan las entradas de los adaptadores que provienen de los elementos de retraso ( $z^{-1}$ ) que no cambian durante un periodo de reloj, y a continuación se resuelven de manera iterativa las ecuaciones algebraicas que describen a cada uno de los elementos del filtro de onda hasta que el error entre iteraciones consecutivas se mantiene por debajo de una cota, que marca la precisión con que se ha efectuado el cálculo (generalmente  $10^{-6}$ ). Un ejemplo de este proceso iterativo se puede observar en la Figura 2.18, en la que aparece la variable  $B_{00}$  frente al número de iteraciones. Se aprecia como después de aproximadamente 156



**Figura 2.18 Evolución de la variable  $B_{00}$  frente al número de iteraciones. Después de 156 iteraciones el error cometido en  $B_{00}$  es menor que  $10^{-6}$  entre iteraciones consecutivas.**

iteraciones su valor permanece constante, y por tanto puede ser dado como valor final.

La secuencia asociada a cada una de las variables del filtro queda almacenada en la base de datos de WAYER. El contenido frecuencial de cada secuencia se determina aplicándole la *FFT*. Por ejemplo, en la Figura 2.19 se representan la magnitud de  $B_{00}$  y  $B_{26}$ , en la que se aprecia que ambas son complementadas y que las especificaciones de  $B_{26}$ ,  $0.1 \text{ dB}$  de rizado y  $0.2 f_s$  para la frecuencia de corte, se cumplen.

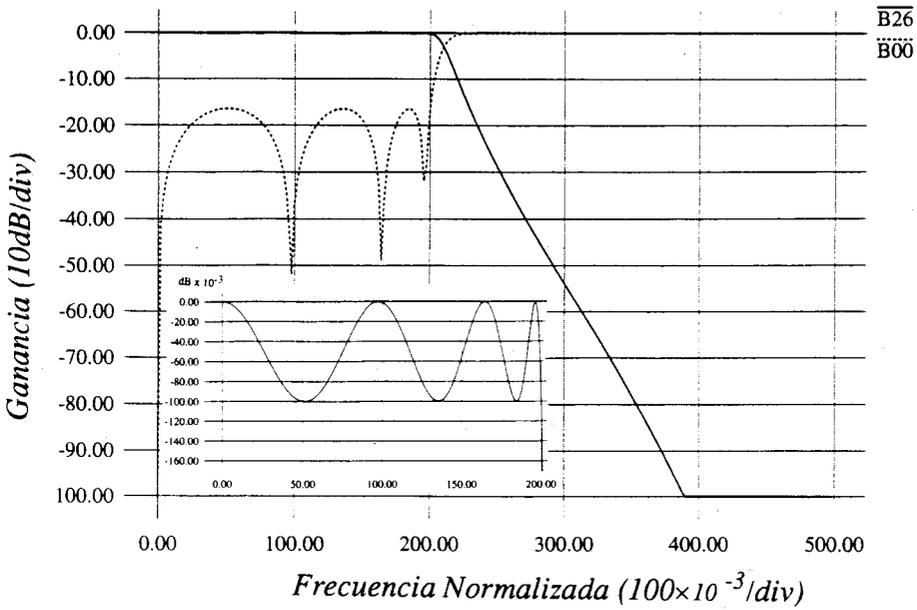


Figura 2.19 Magnitud de la respuesta frecuencial de  $B_{00}$  y  $B_{26}$ , con un detalle del rizado de  $B_{26}$ .

Asimismo, la fase de ambas variables aparece representada en la Figura 2.20.

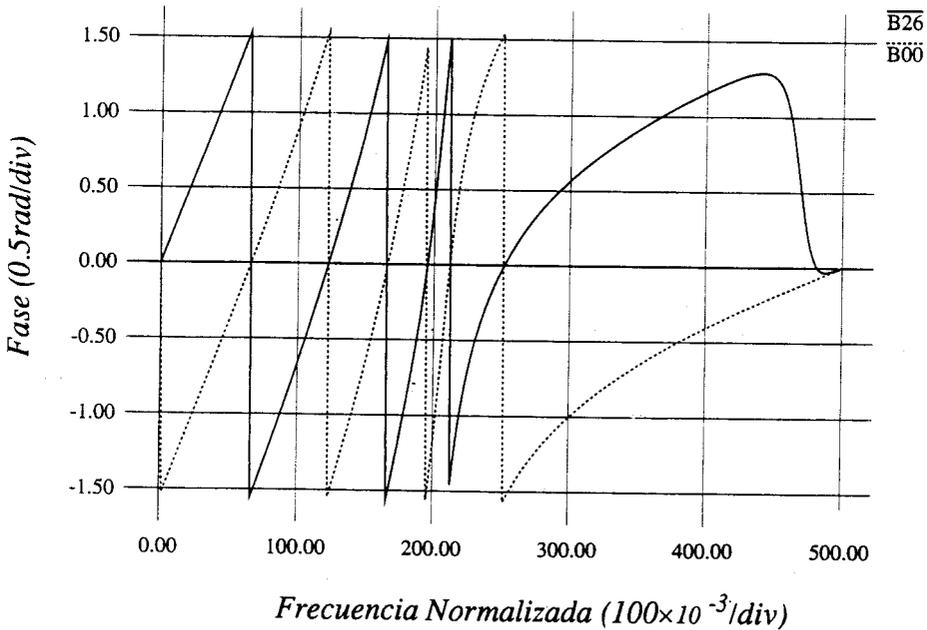


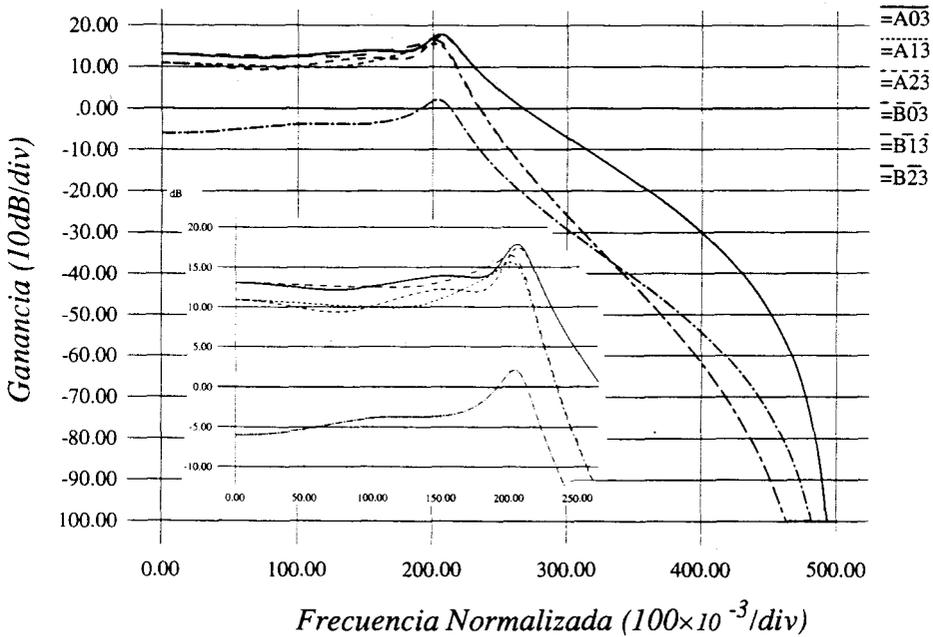
Figura 2.20 Fase de la respuesta frecuencial de  $B_{00}$  y  $B_{26}$ .

Si se evalúa la magnitud de la respuesta de todas las variables implicadas en un adaptador es posible determinar los niveles máximos que alcanzan todas ellas y, por ende, conocer si se violan o no los niveles máximos permitidos (en nuestro caso el nivel máximo de referencia es 0 dB, que representa el valor de la amplitud de la señal de entrada). Un listado de tales valores máximos aparece en la Figura 2.21 y refleja la necesidad de escalado para algunas señales.

| Escalado [dB]     |              |       |
|-------------------|--------------|-------|
| <b>ADAPTADOR0</b> |              |       |
| a00=0.000000      | f00=0.498047 |       |
| a10=5.836750      | f10=0.218750 |       |
| a20=6.399532      | f20=0.216797 | <---- |
| b00=0.000000      | f00=0.353516 |       |
| b10=5.836750      | f10=0.218750 |       |
| b20=6.872424      | f20=0.212891 |       |
| <b>ADAPTADOR1</b> |              |       |
| a01=6.872424      | f01=0.212891 |       |
| a11=3.208220      | f11=0.210938 |       |
| a21=11.489656     | f21=0.207031 | <---- |
| b01=6.399532      | f01=0.216797 |       |
| b11=3.208220      | f11=0.210938 |       |
| b21=12.291375     | f21=0.205078 |       |
| <b>ADAPTADOR2</b> |              |       |
| a02=12.291375     | f02=0.205078 |       |
| a12=10.679355     | f12=0.207031 |       |
| a22=17.411077     | f22=0.207031 | <---- |
| b02=11.489656     | f02=0.207031 |       |
| b12=10.679355     | f12=0.207031 |       |
| b22=17.850668     | f22=0.205078 |       |
| <b>ADAPTADOR3</b> |              |       |
| a03=17.850668     | f03=0.205078 | <---- |
| a13=2.054150      | f13=0.203125 |       |
| a23=15.596107     | f23=0.201172 |       |
| b03=17.411077     | f03=0.207031 |       |
| b13=2.054150      | f13=0.203125 |       |
| b23=16.427098     | f23=0.201172 |       |
| <b>ADAPTADOR4</b> |              |       |
| a04=16.427098     | f04=0.201172 | <---- |
| a14=8.928504      | f14=0.201172 |       |
| a24=9.262759      | f24=0.201172 |       |
| b04=15.596107     | f04=0.201172 |       |
| b14=8.928504      | f14=0.201172 |       |
| b24=10.886134     | f24=0.201172 |       |
| <b>ADAPTADOR5</b> |              |       |
| a05=10.886134     | f05=0.201172 | <---- |
| a15=-0.485658     | f15=0.199219 |       |
| a25=-2.311055     | f25=0.199219 |       |
| b05=9.262759      | f05=0.201172 |       |
| b15=-0.485658     | f15=0.199219 |       |
| b25=4.121111      | f25=0.197266 |       |
| <b>ADAPTADOR6</b> |              |       |
| a06=4.121111      | f06=0.197266 | <---- |
| a16=-0.018706     | f16=0.197266 |       |
| a26=-100.000000   | f26=0.000000 |       |
| b06=-2.311055     | f06=0.199219 |       |
| b16=-0.018706     | f16=0.197266 |       |
| b26=0.000001      | f26=0.000000 |       |

**Figura 2.21** Valores máximos alcanzados por todas las variables del filtro de onda de orden.

En concreto, para el adaptador 3, la magnitud de sus variables de onda incidentes y reflejadas evoluciona como se muestra en la Figura 2.22.



**Figura 2.22** Magnitud de las variables de onda implicadas en el adaptador 3.

Es posible añadir diversos tipos de análisis al básico presentado anteriormente. Así, para realizar un estudio de sensibilidad mediante un análisis de Monte Carlo basta con variar adecuadamente los coeficientes del filtro y repetir las simulaciones tantas veces como sea necesario para garantizar la fiabilidad de los resultados.

## 2.5 Conclusiones

- Se han revisado los conceptos fundamentales de la teoría de filtros de onda digitales, haciendo hincapié en aquellos que sirven de base a nuestro trabajo.

- Se han resaltado los aspectos que diferencian las realizaciones analógicas de las digitales, y que se traducen en una mayor libertad de elección de coeficientes en el caso analógico.
- Se ha dado un método sistemático para el escalado de *FDOs*.
- Se ha presentado una herramienta que hemos desarrollado para facilitar el diseño de este tipo de filtros.

---

# Capítulo 3

## Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas

---

En este capítulo se demuestra la realización de filtros de onda analógicos usando la técnica de corrientes conmutadas. En primer lugar, se proponen circuitos en modo de corriente capaces de realizar los modelos de onda de los diversos bloques básicos: elementos de circuito, e interconexiones. Posteriormente se analizan las limitaciones en precisión y frecuencia de operación que presentan las realizaciones propuestas, así como los errores de cuantización debidos al *grid* tecnológico. Los resultados experimentales de diversos prototipos de filtros demuestran la validez de esta técnica, tanto para filtros de microondas como para los de tipo escalera.

### 3.1 Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas

Denominamos Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas a las realizaciones físicas de los *GFOs* que se basan en el procesado de corrientes como variables de onda. Es decir, las señales  $A_k$  y  $B_k$  en cada elemento del filtro van a ser representadas por intensidades de corriente con independencia del modelo de onda (tensión o intensidad) que haya sido

utilizado para derivar el *GFO*. Para establecer las relaciones entre los elementos en el *GFO* necesitamos un criterio de signos para denotar el sentido de la corriente incidente y reflejada. Así pues, se considerará el siguiente criterio:

*las corrientes que representen una onda incidente (reflejada) son consideradas positivas cuando entren (salgan) de la puerta correspondiente.*

La razón fundamental para la elección de este criterio es la de facilitar la interconexión de los bloques básicos a la hora de realizar el filtro completo. Este hecho se comprenderá mejor cuando se conozca la implementación concreta de tales bloques.

## 3.2 Bloques básicos

Las funciones de los bloques básicos necesarios en los *FDOs* se han presentado en las Tablas 2.1 y 2.2. Como se puede apreciar en dichas tablas, las operaciones implicadas son tres: suma algebraica, multiplicación por una constante y retraso (medio o un periodo de muestreo completo). Nosotros estamos interesados en realizar dichas funciones mediante el uso de espejos de corriente y celdas de memoria *SI*. A continuación se presentan las realizaciones concretas que hemos utilizado; así como algunas alternativas posibles.

### 3.2.1 Adaptadores serie y paralelo

Los adaptadores son circuitos encargados de simular las interconexiones entre puertas de distinta impedancia. Esta simulación implica cumplir una serie de relaciones algebraicas entre las variables de onda en cada puerta. Existen varias posibilidades para la realización de un adaptador, dependiendo de que el conjunto de factores de ganancia elegido representen de una forma directa o indirecta a los coeficientes de reflexión  $\gamma_k$ . Así, podemos decir que la realización de un adaptador paralelo de dos puertas puede hacerse directamente a partir de las ecuaciones (2.23) para  $N=2$

$$\begin{aligned} B_0 &= (\gamma_0 - 1)A_0 + \gamma_1 A_1 \\ B_1 &= \gamma_0 A_0 + A_1 (\gamma_1 - 1) \end{aligned} \tag{3.1}$$

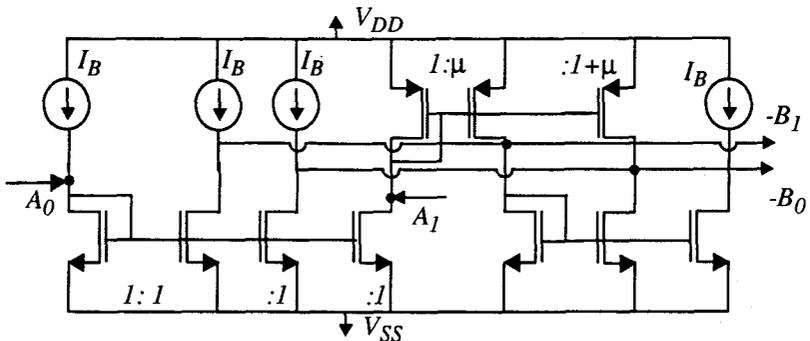
o bien, definiendo el coeficiente  $\mu = (R_0 - R_1)/(R_0 + R_1)$  ( $\mu = \gamma_0 - 1 = 1 - \gamma_1$ ), que nos conduce a unas nuevas relaciones

$$\begin{aligned} B_0 &= A_1 + \mu (A_1 - A_0) \\ B_1 &= A_0 + \mu (A_1 - A_0) \end{aligned} \tag{3.2}$$

La mejor implementación será aquella que combine los requerimientos de área mínima, reducido consumo de potencia y precisión. Con objeto de partir de realizaciones lo más precisas posibles hemos de tener en cuenta el límite tecnológico impuesto por el proceso (tamaño de *grid*,  $\lambda$ ). Es decir, hemos de elegir las geometrías que dan lugar a coeficientes de ganancia que se realicen con menor error de cuantización. La elección de geometrías libres de errores de cuantización habrá de considerarse en aquellos casos en los cuales sea posible. Por ejemplo, en un adaptador paralelo de dos puertas, la realización (3.2) requiere un único coeficiente, por lo que será más sencillo ajustar su valor exacto.

### 3.2.1.1 Adaptadores de dos puertas

En la Figura 3.1 se muestra una realización simplificada de un adaptador paralelo de dos puertas (ecuaciones (3.2)), basada en transistores MOS de canal N y P [RUED91]. El circuito posee dos

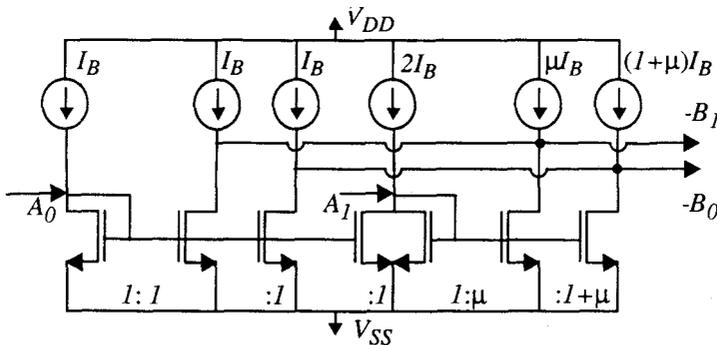


$$B_0 = A_1 + \mu (A_1 - A_0)$$

$$B_1 = A_0 + \mu (A_1 - A_0)$$

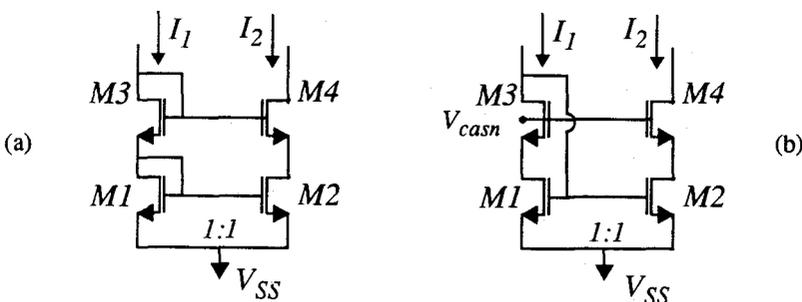
Figura 3.1 Esquema simplificado de un adaptador paralelo de dos puertas con espejos de corriente N y P.

entradas,  $A_0$  y  $A_1$ , cuya diferencia ( $A_1 - A_0$ ) es obtenida en la salida del espejo PMOS. Esta diferencia es utilizada para producir ambas salidas con una relación de ganancia  $\mu$  y  $1 + \mu$ . Las salidas invertidas añaden un factor  $-1$ , que debe ser tenido en cuenta en el diagrama de flujo global resultante. La realización de dos coeficientes de ganancia ( $\mu$  y  $1 + \mu$ ) se consigue con la misma precisión que cada uno de ellos por separado, debido a que el coeficiente de ganancia unidad siempre se realiza de forma exacta. Una alternativa que sólo emplea espejos de corriente NMOS, se muestra en la Figura 3.2; este esquema da lugar a realizaciones menos costosas en área, y con menos errores de desapareamiento.



**Figura 3.2** Esquema simplificado de un adaptador paralelo de dos puertas con espejos de corriente N.

Para obtener precisión en las operaciones es necesario utilizar arquitecturas cascode, como por ejemplo las ilustradas en la Figura 3.3. De esta manera se incrementa la relación entre las conductancias de entrada y salida en los espejos, aumentando la precisión en al menos dos órdenes de magnitud respecto a realizaciones con espejos simples.



**Figura 3.3** Configuraciones cascode de un espejo de corriente: (a) cascode convencional, (b) cascode con amplio rango de salida.

La configuración mostrada en la Figura 3.3b permite mayores rangos de tensión de salida, por lo que parece conveniente en aquellos casos en los que sea necesario reducir el acoplo entrada/salida entre distintas etapas. Por contra necesita de una etapa de polarización adicional para producir las tensión  $V_{casn}$ .

En la Figura 3.28 aparece el esquemático completo de un adaptador paralelo de dos puertas en el que se han utilizado espejos cascode convencionales. Las dimensiones de los transistores correspondientes a intensidad de polarización,  $I_B=8\mu A$ , y un valor de  $\mu=0.5459$ , aparecen en la Tabla 3.1.

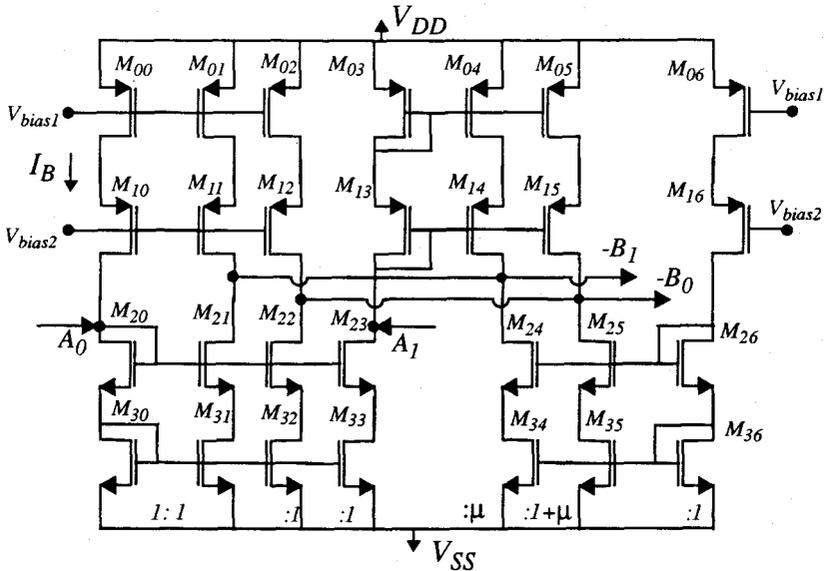


Figura 3.4 Implementación cascode de un adaptador paralelo de dos puertas con espejos N y P.

Tabla 3.1 Dimensiones (W/L) de los transistores en el adaptador paralelo con  $\mu=0.5459$ .

|  | W/L [ $\mu m/\mu m$ ] |          | W/L [ $\mu m/\mu m$ ] |
|--|-----------------------|----------|-----------------------|
| $M_{00}, M_{01}, M_{02}, M_{06}$         | 98.0/6                | $M_{14}$ | 65.2/6                |
| $M_{03}$                                 | 120.0/6               | $M_{24}$ | 26.8/6                |
| $M_{10}, M_{11}, M_{12}, M_{16}$         | 98.0/6                | $M_{34}$ | 16.0/6                |
| $M_{13}$                                 | 119.2/6               | $M_{05}$ | 185.6/6               |
| $M_{20}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{26}$ | 48.8/6                | $M_{15}$ | 184.4/6               |
| $M_{30}, M_{31}, M_{32}, M_{33}, M_{36}$ | 29.2/6                | $M_{25}$ | 75.6/6                |
| $M_{04}$                                 | 65.6/6                | $M_{35}$ | 45.2/6                |

Este adaptador ha sido fabricado en el proceso CMOS de  $1.6\mu\text{m}$  de ES2 [ES289]. Cada uno de los de los transistores de cada espejo se ha realizado como suma en paralelo de varios unitarios por analogía a la técnica de condensadores unitarios. Se han dispuesto guardando una configuración centroide que permite contrarrestar los efectos de los gradientes a lo largo del *chip*. El *layout* del circuito se muestra en la Figura 3.5, y los resultados experimentales, obtenidos mediante un analizador de características de semiconductores [HP87], se dan en la Tabla 3.2; junto con los datos obtenidos por simulación eléctrica [META90]. Obsérvese que, en el peor de los casos, las impedancias de salida y entrada mantienen una relación superior a 7.000.

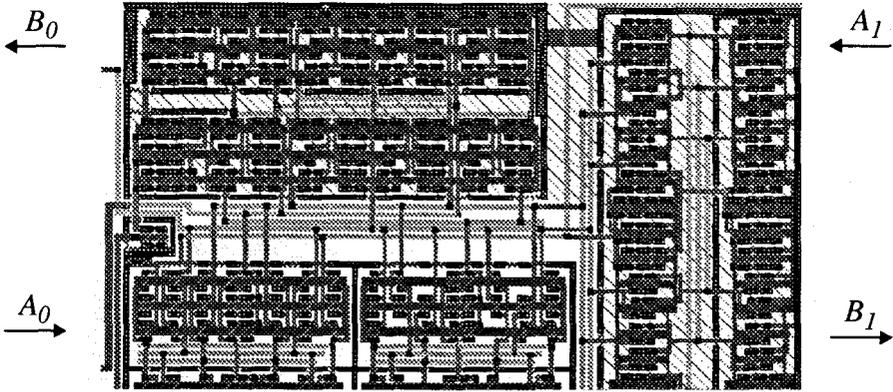


Figura 3.5 *Layout* de un adaptador paralelo de dos puertas correspondiente al esquemático mostrado en la Figura 3.28, (área =  $0.2\text{mm}^2$ ).

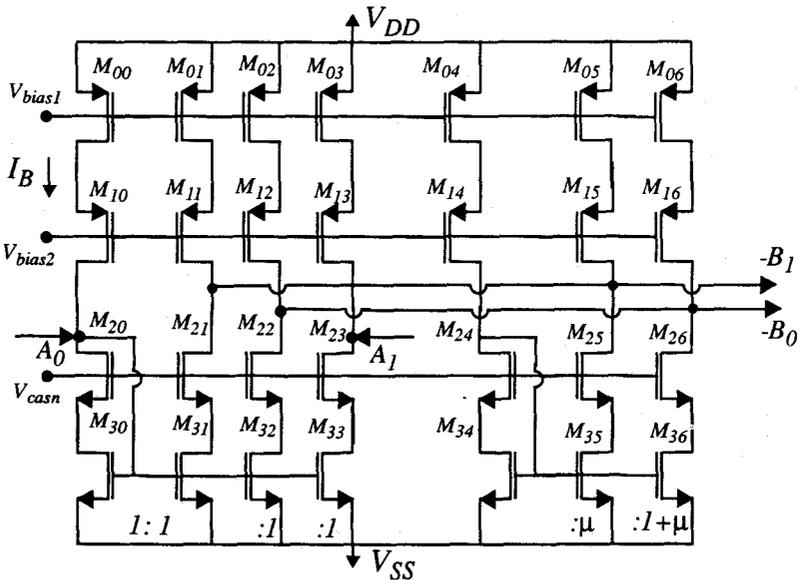
Tabla 3.2 Valores simulados y medidos experimentalmente del prototipo mostrado en la Figura 3.5.

| coeficiente                | HSPICE  | Experimental |
|----------------------------|---------|--------------|
| $-\mu$                     | -0.5459 | -0.5450      |
| $1+\mu$                    | 1.5500  | 1.5400       |
| $1-\mu$                    | 0.4538  | 0.4600       |
| $\mu$                      | 0.5461  | 0.5390       |
| $R_{in}A_0$ ( $k\Omega$ )  | 30.6    | 28.5         |
| $R_{in}A_1$ ( $k\Omega$ )  | 26.2    | 27.0         |
| $R_{out}B_0$ ( $M\Omega$ ) | 144.7   | 200.0        |
| $R_{out}B_1$ ( $M\Omega$ ) | 237.4   | 350.0        |

La realización alternativa que sólo utiliza espejos NMOS se ha diseñado con la segunda configuración de espejo cascode, como muestra en la Figura 3.6. Las dimensiones de los transistores, correspondientes a un valor de  $\mu=0.2$  e  $I_B=8\mu A$ , se muestran en la Tabla 3.3, y su layout en la Figura 3.7. Los parámetros medidos por simulación eléctrica con HSPICE y experimentalmente, se muestran en la Tabla 3.4.

**Tabla 3.3 Dimensiones (W/L) de los transistores incluidos en el adaptador paralelo con  $\mu=0.2$ .**

|  | W/L [ $\mu m/\mu m$ ] |          | W/L [ $\mu m/\mu m$ ] |
|--|-----------------------|----------|-----------------------|
| $M_{00}, M_{01}, M_{02}, M_{03}, M_{04}$ | 100/10                | $M_{15}$ | 20/10                 |
| $M_{10}, M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{14}$ | 100/10                | $M_{16}$ | 120/10                |
| $M_{20}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{24}$ | 100/10                | $M_{25}$ | 20/10                 |
| $M_{30}, M_{31}, M_{32}, M_{33}, M_{34}$ | 60/10                 | $M_{26}$ | 120/10                |
| $M_{05}$                                 | 20/10                 | $M_{35}$ | 12/10                 |
| $M_{06}$                                 | 120/10                | $M_{36}$ | 72/10                 |



**Figura 3.6 Implementación alternativa de un adaptador paralelo de dos puertas con espejos N.**

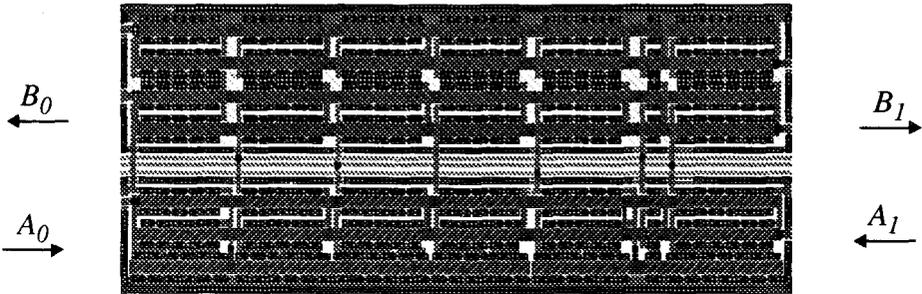


Figura 3.7 *Layout* de un adaptador paralelo de dos puertas correspondiente al esquemático mostrado en la Figura 3.6 (área =  $0.16\text{mm}^2$ ).

Tabla 3.4 Valores simulados y medidos experimentalmente del prototipo mostrado en la Figura 3.7.

| <i>coeficiente</i>         | <i>HSPICE</i> | <i>Experimental</i> |
|----------------------------|---------------|---------------------|
| $-\mu$                     | -0.200        | -0.198              |
| $I+\mu$                    | 1.200         | 1.199               |
| $I-\mu$                    | 0.801         | 0.803               |
| $\mu$                      | 0.199         | 0.198               |
| $R_{in}A_0$ (k $\Omega$ )  | 14.04         | 13.25               |
| $R_{in}A_1$ (k $\Omega$ )  | 14.04         | 13.25               |
| $R_{out}B_0$ (M $\Omega$ ) | 443.7         | 442.0               |
| $R_{out}B_1$ (M $\Omega$ ) | 814.47        | 838.0               |

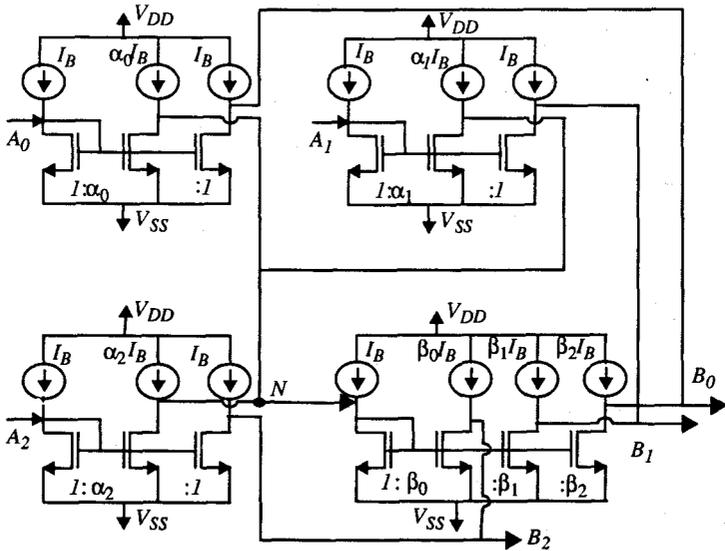
### 3.2.1.2 Adaptadores de tres puertas

La Figura 3.8 muestra la realización de un adaptador de tres puertas válido para conexiones serie y paralelo. Corresponde a una implementación directa de las ecuaciones (2.23) y (2.30). Para conexiones en paralelo, las ganancias  $\alpha_k$  representan los coeficientes de reflexión  $\gamma_k$  siendo  $\beta_k$  ganancias unidad. El circuito posee tres etapas de entrada y una de salida. Cada onda incidente, representada por  $A_k$ , ataca la etapa de entrada de un

espejo generando una réplica exacta en su salida correspondiente,  $B_k$ , y una escalada por el valor de su coeficiente de reflexión,  $\gamma_k A_k$ . Todas las señales  $\gamma_k A_k$  se suman en el nudo de entrada de la etapa de salida. Cada una de las salidas,  $B_k$ , se obtiene sumando las intensidades  $\gamma_j A_j$  ( $j=0,1$  y  $2$ ) y  $A_k$ , simplemente conectando las correspondientes etapas de salida.

La realización propuesta es muy modular, habiéndose de modificar únicamente las geometrías de una etapa para obtener el factor de ganancia deseado. El consumo de área está limitado a aproximadamente  $13 \times \text{área de una rama}$  (sin tener en cuenta el área de conexionado) debido a que la suma de todos los coeficientes  $\gamma_k$  de un mismo adaptador ha de ser 2. En el caso de que existan coeficientes muy pequeños, la realización se lleva a cabo mediante la operación  $(1+\gamma_k)-I$ , que aunque penaliza el área, reduce los efectos del desapareamiento entre transistores como se verá en la sección 3.3.1.

Para realizaciones de un adaptador serie de tres puertas  $\alpha_k$  y  $\beta_k$  representan factores de ganancia  $I$  y  $\gamma_k$ , respectivamente. En este caso se obtienen en las salidas las señales  $B_k$  invertidas, hecho que deberá ser tenido en cuenta en el diagrama de flujo final.



$$(a) \quad B_j = (\gamma_0 A_0 + \gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2) - A_j \quad j = 0, 1, 2$$

$$(b) \quad B_j = A_j - \gamma_j (A_0 + A_1 + A_2) \quad j = 0, 1, 2$$

**Figura 3.8** Realización en modo de corriente de adaptadores de tres puertas: (a) paralelo:  $\alpha_k = \gamma_k$  y  $\beta_k = 1$ , (b) serie:  $\alpha_k = 1$  y  $\beta_k = \gamma_k$ .

En este caso, la alternativa que emplea espejos *NMOS* y *PMOS* no es práctica, ya que al poseer más de dos entradas, no se puede aprovechar la etapa autopolarizada *PMOS* de forma óptima para la realización de la operación resta.

Tomando como referencia el adaptador paralelo de la Figura 3.8, se ha realizado un diseño y el *layout* correspondiente a los coeficientes de reflexión  $\gamma_0 = 0.300$ ,  $\gamma_1 = 1.187$ ,  $\gamma_2 = 0.513$ . El circuito dado en la Figura 3.9 ha sido realizado en tecnología *CMOS* [ES289]. Las dimensiones de los transistores para  $I_B = 10 \mu\text{A}$  se muestran en la Tabla 3.5. El prototipo correspondiente se muestra en la Figura 3.10.

**Tabla 3.5 Dimensiones (W/L) de los transistores de la Figura 3.9.**

|  | W/L [ $\mu\text{m}/\mu\text{m}$ ] |
|--|-----------------------------------|
| $M_{00}, M_{01}, M_{04}, M_{05}, M_{07}, M_0, M_{09}, M_{010},$<br>$M_{011}, M_{012}$    | 100.0/10                          |
| $M_{10}, M_{11}, M_{14}, M_{15}, M_{17}, M_1, M_{19}, M_{110},$<br>$M_{111}, M_{112}$    | 100.0/10                          |
| $M_{20}, M_{21}, M_{24}, M_{25}, M_{27}, M_{28}, M_{29}, M_{210},$<br>$M_{211}, M_{212}$ | 100.0/10                          |
| $M_{30}, M_{31}, M_{34}, M_{35}, M_{37}, M_3, M_{39}, M_{310},$<br>$M_{311}, M_{312}$    | 60.0/10                           |
| $M_{02}, M_{12}, M_{22}$   | 130.0/10                          |
| $M_{32}$   | 78.0/10                           |
| $M_{05}, M_{15}, M_{25}$   | 118.8/10                          |
| $M_{35}$   | 71.2/10                           |
| $M_{08}, M_{18}, M_{28}$   | 151.2/10                          |
| $M_{38}$   | 90.8/10                           |

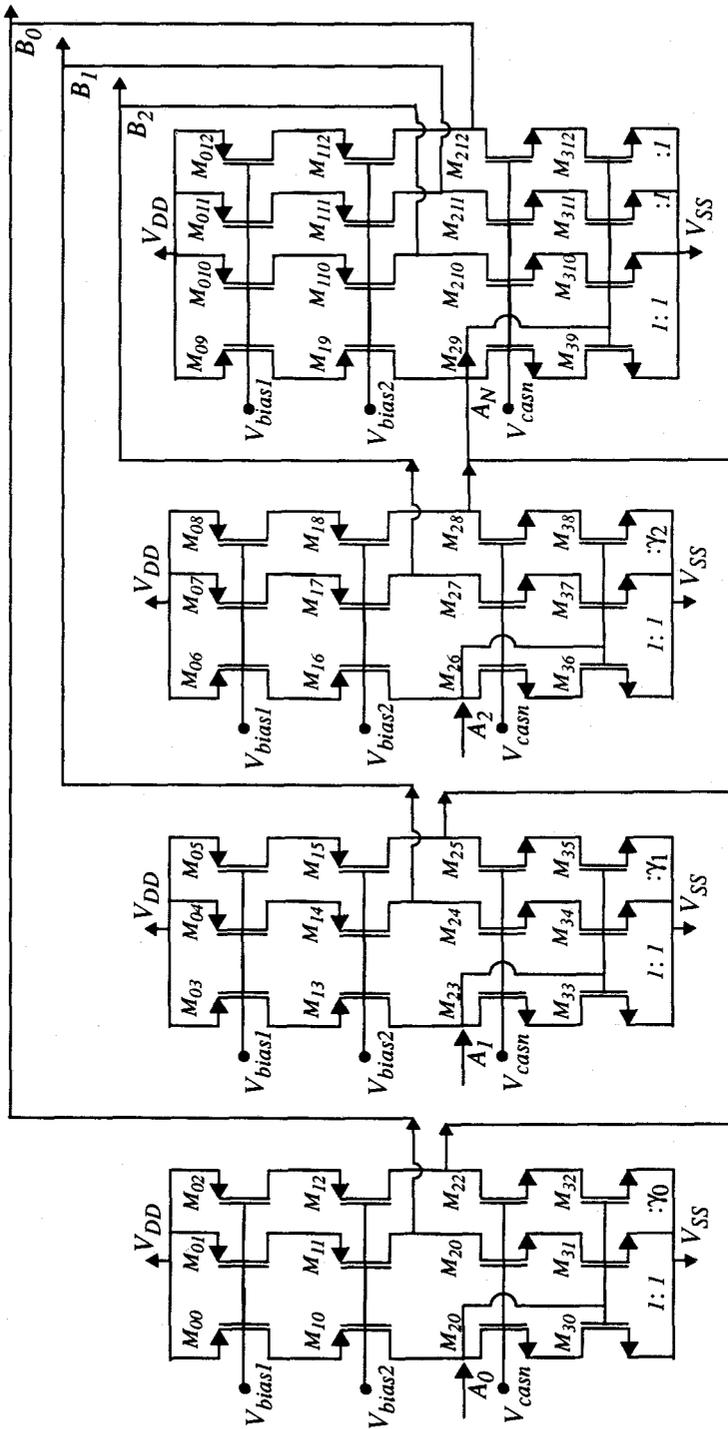


Figura 3.9 Realización cascode de un adaptador paralelo de tres puertas con espejos de corriente NMOS.

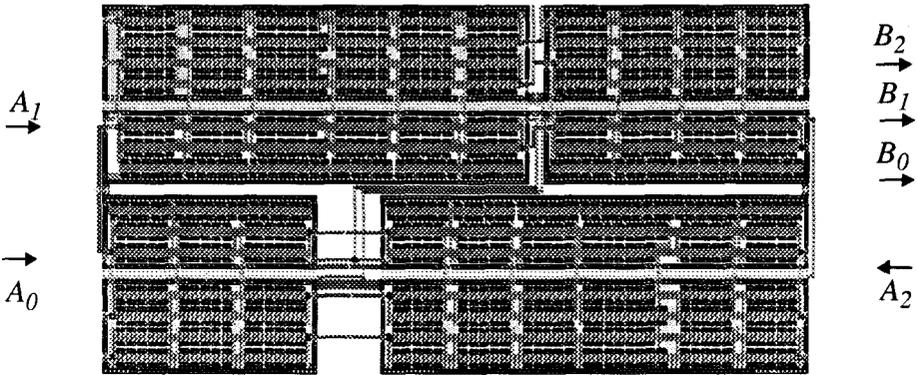


Figura 3.10 Layout de un adaptador paralelo de tres puertas (área =  $0.42\text{mm}^2$ ).

Tabla 3.6 Valores simulados y medidos experimentalmente para el prototipo mostrado en la Figura 3.10.

| parámetro                          | HSPICE  | Experimental |
|------------------------------------|---------|--------------|
| $B_0/A_0$                          | -0.6997 | -0.705       |
| $B_0/A_1$                          | 1.1868  | 1.190        |
| $B_0/A_2$                          | 0.5139  | 0.518        |
| $B_1/A_0$                          | 0.3000  | 0.299        |
| $B_1/A_1$                          | 0.1868  | 0.186        |
| $B_1/A_2$                          | 0.5139  | 0.518        |
| $B_2/A_0$                          | 0.3004  | 0.298        |
| $B_2/A_1$                          | 1.1868  | 1.186        |
| $B_2/A_2$                          | -0.4861 | -0.483       |
| $R_{in}(A_0, A_1, A_2) (k\Omega)$  | 14.0    | 13.0         |
| $R_{out}(B_0, B_1, B_2) (M\Omega)$ | 488.3   | 466.0        |
| $I_{off}(B_0, \text{nA})$          | 6.6     | 405          |
| $I_{off}(B_1, \text{nA})$          | 6.6     | 295          |
| $I_{off}(B_2, \text{nA})$          | 6.6     | 200          |

Los valores de los coeficientes medidos experimentalmente se muestran en la Tabla 3.6. Cada relación  $B_j/A_i$  ha sido medida considerando  $A_k=0$  para  $k \neq i$ . Se puede apreciar una buena correspondencia con los resultados de simulación (máximo error del 0.79% en el coeficiente  $B_0/A_2$ ). Las

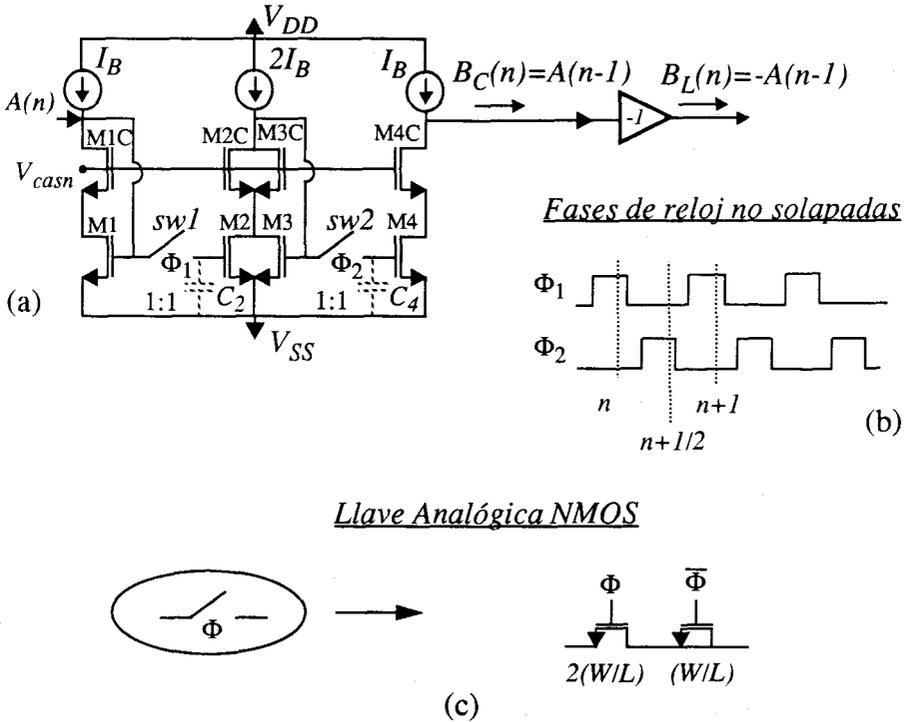
resistencias de entrada ( $A$ ) y salida ( $B$ ) medidas por simulación son de  $14k\Omega$  y  $488.3M\Omega$  respectivamente, mientras que las medidas experimentalmente fueron  $13k\Omega$  y  $466M\Omega$ , que se ajustan bastante bien a lo esperado. Por último, el *offset* medido es elevado y distinto en las diferentes salidas. El dato dado por simulación solo contienen las componentes de *offset* sistemático y, por tanto, se puede decir que la mayor contribución al *offset* medido es del *offset* aleatorio.

### 3.2.2 Condensadores e Inductores

Para la realización del modelo de onda de condensadores e inductores es necesario tener en cuenta dos aspectos. Por un lado, ambos elementos deben proporcionar una corriente de salida que es la corriente de entrada existente un periodo de muestreo antes; es decir,  $B(n)=A(n-1)$ . Por otro, los dos elementos van a aparecer siempre conectados a una puerta de un adaptador, el cual procesa las señales en tiempo continuo. En consecuencia, es necesario aislar las entradas y salidas de un mismo condensador o inductor. La conexión en cascada de dos celdas de memoria en modo de corriente, controladas por fases de reloj no solapadas cumplen ambos requisitos y por tanto puede servir a la realización de estos elementos.

El funcionamiento de una celda de memoria ha sido ilustrado en la Figura 1.6. El uso de etapas cascode, Figura 3.11, de nuevo permite aumentar la precisión de la realización. Para conocer el funcionamiento de este circuito limitemos el intervalo de análisis a un periodo de muestreo arbitrario,  $[n, n+1]$ . Durante el primer semiperiodo  $[n, n+1/2]$ ,  $sw1$  permanece activada y  $sw2$  desactivada. Esto implica que la intensidad de entrada  $A(n)$  es muestreada por la primera celda de memoria ( $M1, M2$ ) mientras que la segunda celda ( $M3, M4$ ) mantiene constante la tensión almacenada en la capacidad  $C_4$  en la puerta de  $M4$ , y que corresponde a la muestra anterior  $A(n-1)$ . Por consiguiente, la intensidad de salida serán  $B(n)=A(n-1)$ . En el resto del *FDO*, la intensidad  $B(n)$  está siendo considerada como una onda incidente (en un adaptador) y la intensidad  $A(n)$  representa una onda reflejada (en un adaptador), de modo que en este semiperiodo son validadas las salidas del filtro. En el segundo semiperiodo  $[n+1/2, n+1]$ ,  $sw1$  está desactivada mientras  $sw2$  está conduciendo, lo que permite actualizar las entradas en los adaptadores. Es decir, la intensidad  $A(n)$ , mantenida en  $C_2$  durante este intervalo, es muestreada con signo invertido en la segunda celda de memoria ( $M3, M4$ ). De esta forma, cuando en el instante  $n+1$  se desactiva  $sw2$ , el valor de la tensión almacenada en  $C_4$  provoca un valor de intensidad  $B(n+1)$  igual al valor de la intensidad de entrada un periodo de

muestreo antes,  $A(n)$ . La realización de un inductor debe incluir una etapa de ganancia  $-1$  a la salida, como se indica en la Figura 3.11a.



**Figura 3.11** (a) Esquemático simplificado del circuito SI para un condensador (salida  $B_C(n)$ ) o un inductor (salida  $B_L(n)$ ). (b) Fases de reloj. (c) Esquemático de las llaves.

Para la realización física de las llaves analógicas se pueden utilizar transistores *NMOS*, *PMOS* o ambos simultáneamente (llaves *CMOS*). Estas últimas poseen la ventaja de tener una conductancia muy elevada, con lo que el tiempo de puesta de cada muestra puede ser menor. Sin embargo, los efectos de inyección de carga del canal al pasar de conducción a corte, muy difíciles de controlar, se pueden acentuar en el caso *CMOS*. Nosotros hemos optado por usar transistores *NMOS* con geometrías reducidas, conectados a otro transistor que hace de llave *dummy*, como se indica en la Figura 3.11c.

El *layout* correspondiente a un condensador con etapas cascode aparece en la Figura 3.12. Los elementos que aparecen en la parte inferior corresponden a las llaves analógicas.

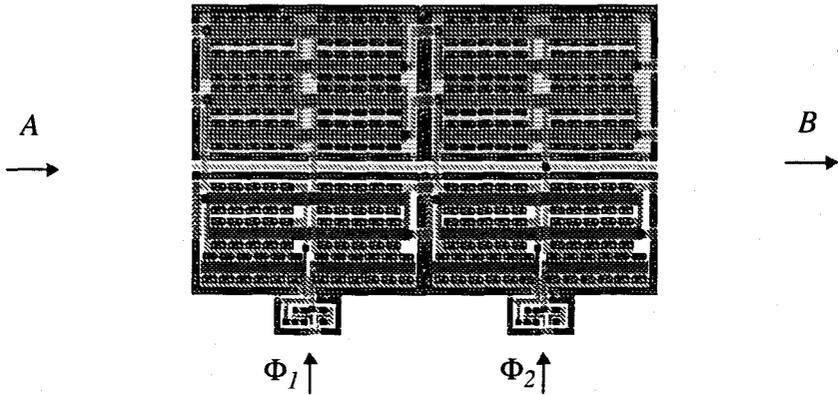


Figura 3.12 *Layout* del circuito correspondiente a un condensador (área =  $0.09\text{mm}^2$ ).

### 3.2.3 Elemento Unitario

Los circuitos en modo de corriente necesarios para la realización del modelo de onda de un Elemento Unitario son los mismos que para los condensadores e inductores, es decir, celdas de memoria. Cada una de las entradas es muestreada durante la fase de reloj en la que está establecida la salida del elemento del cual proviene (ver principios de realizabilidad), mientras que las salidas, a su vez entradas de adaptadores, son mantenidas durante aquellos semiperiodos en los que están siendo procesadas por los mismos. Según esto, una posible realización de un elemento unitario es la dada en la Figura 3.13, en la que se requieren fases de reloj no solapadas para las celdas de retraso de un elemento unitario. El control de las fases  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$  de cada celda depende del tipo de filtro (escalera, microondas, etc.) y debe permitir que ambas salidas,  $B_0$  y  $B_1$ , que representan ondas incidentes para los adaptadores conectados al elemento unitario, sean compatibles con la realización de la operaciones algebraicas en dichos elementos.

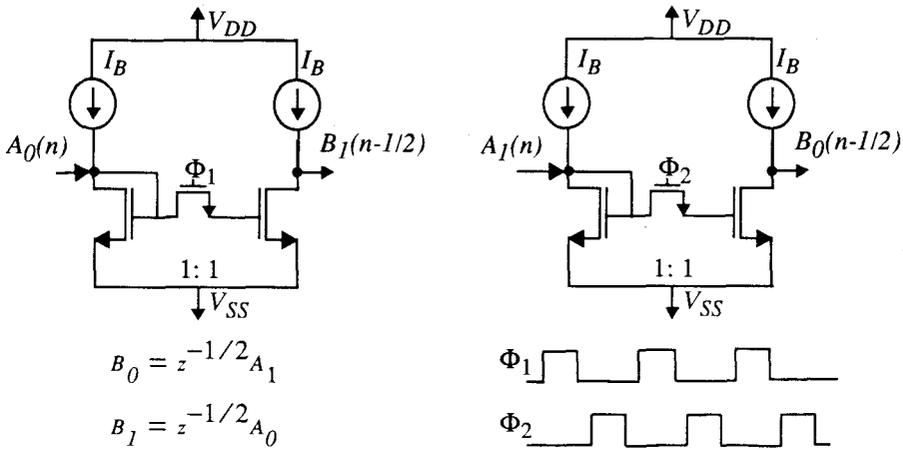


Figura 3.13 Esquemático simplificado para una realización SI de un Elemento Unitario.

### 3.2.4 Transformadores

La realización en modo de corriente del modelo de onda de un transformador (Tabla 2.1) implica realizar las ecuaciones  $B_0 = A_1 n$  y  $B_1 = A_0 n^{-1}$  mediante espejos de corriente de ganancia  $n$  y  $n^{-1}$  respectivamente. Si se utiliza un único espejo para cada ecuación anterior, las salidas aparecen invertidas, provocando la aparición de ganancias  $-1$ , que es necesario incorporar al grafo de flujo de onda, y que deberán ser tenidas en cuenta en la realización final del filtro. Así, cada transformador en nuestros filtros de onda va a ser descrito en la forma indicada en la Figura 3.14.



Figura 3.14 Modelo de onda de un transformador para realizaciones en modo de corriente.

Los transformadores serán utilizados fundamentalmente para el escalado (sección 2.3.2), como elementos que introducen las contantes de escalado necesarias. Nótese que si la salida de cada transformador ataca la entrada de un único adaptador, existe una forma alternativa de realizar las ganancias  $n$  o  $n^{-1}$  de un transformador modificando la entrada del adaptador un factor  $n^{-1}$  o  $n$  respectivamente. Esto produce el mismo efecto de amplificación sobre la señal implicada y puede reducir el número de relaciones de ganancia a realizar para el escalado. La elección de esta alternativa vendrá condicionada por el Grafo de Flujo de Onda resultante, una vez sustituidas las relaciones correspondientes a cada elemento por su realización en modo de corriente.

### 3.3 Limitaciones y no idealidades de los bloques básicos

En este apartado se analiza el comportamiento no ideal de los bloques básicos cuya realización se ha mostrado anteriormente. Para ello se van a tener en cuenta las desviaciones y limitaciones de su comportamiento ideal derivadas del comportamiento real del transistor *MOS*. En primer lugar se consideran los errores de precisión; se estudian las consecuencias del efecto de desapareamiento entre transistores debidas al proceso tecnológico, así como la influencia de la conductancias de entrada y salida. En segundo lugar, se analizan los límites en frecuencia impuestos por el ancho de banda finito de los espejos de corriente. Por último se verá el efecto de inyección de carga en las celdas de memoria y algunos esquemas de compensación.

#### 3.3.1 Desapareamiento entre transistores

El origen de este tipo de error radica en las diferencia de comportamiento que exhiben transistores iguales dentro de una misma oblea de Silicio, como consecuencia de alteraciones generadas durante el proceso de fabricación. Este tipo de errores son inevitables y por tanto su caracterización es fundamental para el diseño de cualquier sistema. Como consecuencia de este efecto, la intensidad  $I_1$  a través del transistor *M1* en un espejo de corriente simple de ganancia 1, Figura 3.15, no se refleja idénticamente en la corriente de drenador,  $I_2$ , de *M2*.

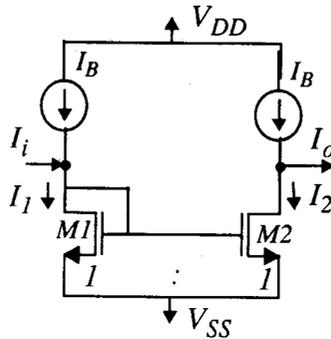


Figura 3.15 Espejo de corriente simple.

Suponiendo que las alteraciones en el proceso se manifiestan en desviaciones en las tensiones umbrales y en las trasconductancias de los transistores, sus efectos se pueden modelar de la siguiente manera. Partiendo de que ambos transistores están funcionando en la región de saturación, sus corrientes de drenador vienen dadas por,

$$I_1 = \frac{\beta_1}{2} (V_{GS1} - V_{T1})^2 (1 + \lambda_1 V_{DS1}) \quad (3.3)$$

$$\beta_1 = \mu_{n1} C_{ox1} \left(\frac{W}{L}\right)_1 \quad (3.4)$$

$$I_2 = \frac{\beta_2}{2} (V_{GS2} - V_{T2})^2 (1 + \lambda_2 V_{DS2}) \quad (3.5)$$

$$\beta_2 = \mu_{n2} C_{ox2} \left(\frac{W}{L}\right)_2 \quad (3.6)$$

De la expresión (3.3) podemos despejar  $V_{GS1}$

$$V_{GS1} = V_{T1} + \sqrt{\frac{2I_1}{\beta_1 (1 + \lambda_1 V_{DS1})}} \quad (3.7)$$

Así, al aplicar la condición  $V_{GS1} = V_{GS2}$  y sustituir en la ecuación (3.5) se deduce la relación de intensidades

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{(1 + \lambda_2 V_{DS2})}{(1 + \lambda_1 V_{DS1})} \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1} \right) \cdot \left( \left( \frac{\Delta V_T}{(V_{GS1} - V_{T1})} \right)^2 + \frac{2\Delta V_T}{(V_{GS1} - V_{T1})} + 1 \right) \quad (3.8)$$

donde  $\Delta V_T = V_{T1} - V_{T2}$ , representa la diferencia de tensiones umbrales. Con objeto de simplificar (3.8) se puede suponer que  $V_{DS1} \cong V_{DS2}$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2$  y  $\Delta V_T \ll I$ . En tal caso, se llega a la expresión aproximada

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{(1 + 2\Delta V_T)}{(V_{GS1} - V_{T1})} \quad (3.9)$$

La ecuación (3.9) puede expresarse en función de los incrementos  $\Delta I = I_2 - I_1$  y  $\Delta \beta = \beta_2 - \beta_1$ ) como

$$\frac{\Delta I}{I_1} = \frac{\Delta \beta}{\beta_1} \cdot \left( \frac{2\Delta V_T}{V_{GS1} - V_{T1}} \right) \quad (3.10)$$

Si las variaciones de  $\beta$  y  $V_T$  son modeladas como fenómenos aleatorios no correlacionados, podemos obtener la desviación estándar relativa de la intensidad  $I_2$  respecto de la intensidad  $I_1$  a partir de ([PELG89] [TOUM93b])

$$\frac{\sigma^2(I)}{I_1^2} = \frac{\sigma^2(\beta)}{\beta_1^2} + \frac{4\sigma^2(V_T)}{(V_{GS1} - V_{T1})^2} \quad (3.11)$$

siendo

$$\frac{\sigma^2(\beta)}{\beta_1^2} = \frac{K_\beta}{W_1 L_1} \quad (3.12)$$

$$\sigma^2(V_T) = \frac{K_{V_T}^2}{W_1 L_1} \quad (3.13)$$

las varianzas de la trasconductancia y la tensión umbral. Las constante  $K_\beta$  y  $K_{VT}$  dependen del proceso tecnológico, y su determinación se realiza a partir de medidas estadísticas sobre un elevado numero de muestras [PELG89], [LAKS86] y [SHYU84]. Por último, reagrupando términos se puede obtener

$$\frac{\sigma^2(I_1)}{I_1^2} = \frac{K_I}{W_1 L_1} \quad (3.14)$$

$$K_I = K_\beta^2 + \frac{4K_{VT}^2}{(V_{GS1} - V_{T1})^2} \quad (3.15)$$

Esta expresión permite evaluar el error cometido en  $I_2$  respecto a  $I_1$ . Suponiendo que los valores de las constantes del proceso sean,  $K_\beta = 0.02 \mu\text{m}$  y  $K_{VT} = 0.02 \text{ mV} \cdot \mu\text{m}$ , para un espejo con  $V_{GS1} - V_{T1} = 0.6 \text{ V}$ . y  $W_1 L_1 = 600 \mu\text{m}^2$  se obtiene un valor de  $\sigma(I_1)/I_1 = 0.28$ , lo cual significa un error del 0.28% para una relación de ganancia de 1:1. Suponiendo el caso general de una relación entre  $N_2$  transistores unitarios de  $M_2$  y  $N_1$  de  $M_1$ , el error relativo cometido viene dado por la expresión [TOUM93b]

$$\frac{\sigma^2(I_1)}{I_1^2} = \frac{K_I}{2WL} \cdot \left( \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right) \quad (3.16)$$

donde  $K_I$  y  $WL$  están referidos a la ganancia entre dos transistores unitarios y al área de un transistor unitario respectivamente. Si  $K_I = 0.005 \mu\text{m}^2$ , para transistores unitarios de  $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$  y  $N_1 = 6$ , encontramos que para  $N_2 = 1$   $\sigma(I_1)/I_1 = 0.5\%$ , y para  $N_2 = 12$   $\sigma(I_1)/I_1 = 0.25\%$ , es decir, el desapareamiento disminuye con el aumento de ganancia.

En nuestra aplicación, la portadora de información,  $I_i$  (Figura 3.15), representa una corriente incidente en un espejo de corriente, que es sumada a la intensidad de polarización,  $I_B$ , para ser reflejada posteriormente en la rama de salida del espejo. Del mismo modo, la señal a la salida se obtiene restando de la intensidad de polarización la intensidad a través de  $M_2$ . Como consecuencia, la intensidad de salida,  $I_o$ , es

$$I_o = I_B - I_2 = I_B - (I_B + I_i) \quad (3.17)$$

La realización ideal de (3.17) deriva en  $I_o = -I_i$ . Sin embargo, en la realización real cada uno de los tres términos del miembro de la derecha en (3.17) genera errores en la salida que es necesario tener en cuenta. Así, la intensidad de polarización en cada rama procede a su vez de la reflexión en un espejo de corriente P, por lo que estará también afectada de un error de desapareamiento. Para diferenciar el error cometido en los espejos N y P, se definen las desviaciones estándar  $\sigma_n$  y  $\sigma_p$  respectivamente. De esta forma, la desviación originada en el espejo N sobre la salida,  $I_o$ , se puede calcular sabiendo que  $I_2 = I_B + I_i$ . De forma inmediata se obtiene

$$\sigma(I_o) = I_B \sigma_n(I_2) + I_i \sigma_n(I_2) \quad (3.18)$$

que contiene un término de *offset* constante, y un término de error de ganancia en  $I_i$ . Además, la componente debida al error a través de las polarizaciones, espejos P, viene dada por

$$\sigma(I_o) = \sqrt{2} I_B \sigma_p(I_B) \quad (3.19)$$

únicamente afecta con una componente de *offset*. De este modo, se puede concluir que en un espejo de corriente como el de la Figura 3.15, atacado por una corriente  $I_i$ , con una intensidad de polarización  $I_B$  y una relación ideal de ganancia ( $I_2/I_1$ ), y sometido a variaciones aleatorias en las tensiones umbrales y las trasconductancias de los transistores MOS, se produce un error en la salida que posee dos términos: uno de ganancia, cuya desviación estándar es

$$\sigma_n(I_2) \quad (3.20)$$

y uno de *offset*, dado por

$$\sigma_{off}(I_o) = \sqrt{2\sigma_p^2(I_B) + \sigma_n^2(I_2)} \cdot I_B \quad (3.21)$$

Teniendo en cuenta los valores tecnológicos para el transistor PMOS dados en [PELG89] de:  $K_f = 0.00919 \mu m^2$ , si  $(V_{GS} - V_T) = 0.5V$ , para un espejo de corriente de razón ( $100\mu m / 10\mu m$ ), resulta una desviación estándar normalizada en el espejo de ganancia unidad  $\sigma'_p(1) = 0.00303$ , es decir, un error del 0.3%. Con lo cual, el error de ganancia se sitúa en torno al 0.28%, mientras que el *offset* resulta ser de 52nA para una intensidad de polarización de 10 $\mu A$ . Experimentalmente se han medido tres muestras de

este espejo, y los resultados que aparecen en la Tabla 3.7, indican una buena aproximación a los esperados.

**Tabla 3.7 Error de ganancia y *offset* en un espejo de ganancia 1.**

| <i>Muestra</i>     | 1     | 2     | 3     |
|--------------------|-------|-------|-------|
| %error de ganancia | 0.10  | 0.25  | 0.20  |
| <i>Offset</i>      | -16nA | -70nA | -39nA |

### 3.3.1.1 Efectos en adaptadores

El análisis de los errores de desapareamiento producidos en los bloques básicos descritos en este capítulo, se basa en el modelado de las ganancias en cada uno de los espejos de corriente como variables aleatorias, que se ajustan a una distribución gaussiana de media el valor nominal de la ganancia del espejo,  $\gamma^0$ , y varianza normalizada  $\sigma'^2(\gamma) = \sigma^2(\gamma)/\gamma^0^2$ . El valor  $\sigma'(\gamma)$  representa el tanto por uno de error o desviación estándar normalizada del parámetro  $\gamma$  respecto de su valor nominal  $\gamma^0$ . En el análisis que detallamos a continuación se consideran realizaciones que sólo implican espejos de corriente *NMOS*, pero puede generalizarse a cualquier tipo de espejo de corriente.

Comenzaremos con el análisis del adaptador paralelo de dos puertas mostrado en la Figura 3.2. El objetivo, en primer lugar, es obtener el valor del error de cada uno de los coeficientes (ganancia) del adaptador en función de los errores cometidos en cada uno de los espejos de corriente. Posteriormente se analizará la contribución del *offset*, debido al desapareamiento en cada una de las salidas. Se entenderán por coeficientes las relaciones salida/entrada asociadas a las ecuaciones del adaptador que son, en definitiva, las últimas responsables de la precisión con que se realiza la operación. Calcular el error de cada uno de los coeficientes significa calcular la desviación estándar normalizada de cada uno de los coeficientes de un adaptador. Para ello, dada una salida, *B* arbitraria, y una entrada, *A* arbitraria, es necesario:

- 1.- Localizar todos los espejos de corriente en los caminos desde *A* hasta *B*.
- 2.- Determinar la desviación estándar normalizada correspondiente a tales caminos.

El primer paso relaciona cada cociente *B/A* con determinados espejos de

la realización, cuyas desviaciones estándar normalizadas responden a la expresión (3.16). Así, en la Figura 3.2, para la relación  $B_0/A_0=\mu$ , la intensidad  $A_0$  ha recorrido dos caminos: uno a través del espejo de la etapa de entrada ( $-A_0$ ), y otro a través de la etapa de entrada y el espejo de ganancia  $1+\mu$ , así  $(-1)\cdot(-1-\mu)\cdot A_0 = (1+\mu)\cdot A_0$ . Ello quiere decir que hay tres reflexiones que contribuyen al error por desapareamiento en la obtención del coeficiente  $\mu$ . En lo que sigue se considerará que la varianza de cada coeficiente puede ser modelada como la suma de las varianzas correspondientes a cada una de las reflexiones

$$\sigma'^2(\gamma^o) = \sum \sigma'^2(\text{reflexiones implicadas}) \tag{3.22}$$

es decir, consideramos que cada una de las reflexiones es un proceso aleatorio que responde a una función de probabilidad gaussiana y que están descorrelacionados entre sí. Considerando que  $\sigma'^2(1)$  representa el cuadrado de la desviación estándar en un espejo de ganancia unidad, los coeficientes correspondientes a una adaptador paralelo de dos puertas de la Figura 3.2 sufren unas desviaciones respecto de sus valores nominales de

$$\begin{bmatrix} \sigma'^2_{00}(-\mu) & \sigma'^2_{01}(1+\mu) \\ \sigma'^2_{10}(1-\mu) & \sigma'^2_{11}(\mu) \end{bmatrix} = \frac{\sigma'^2_n(1)}{2} \cdot \begin{bmatrix} (5 + \frac{1}{1+\mu}) & (3 + \frac{1}{1+\mu}) \\ (5 + \frac{1}{\mu}) & (3 + \frac{1}{\mu}) \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Para un valor de  $\mu=0.2$  con  $\sigma'(1) = 0.28\%$  las desviaciones resultantes son las siguientes, en tanto por ciento

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{00}(-\mu) & \sigma'_{01}(1+\mu) \\ \sigma'_{10}(1-\mu) & \sigma'_{11}(\mu) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.49 & 0.40 \\ 0.64 & 0.58 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Puede observarse cómo el error cometido en un coeficiente se incrementa con la disminución de la ganancia de la etapa. Por lo tanto, coeficientes pequeños provocan errores elevados de desapareamiento.

Respecto del *offset* en cada una de las salidas, es necesario considerar la contribución de los espejos y de las etapas de polarización. Teniendo en cuenta la expresión (3.21), en cada una de las salidas se tendrá

$$\begin{bmatrix} \sigma_{off}^{\prime 2}(B_0) \\ \sigma_{off}^{\prime 2}(B_1) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_n^{\prime 2}(1) + 2\sigma_p^{\prime 2}(1)}{2} I_B^2 \begin{bmatrix} 4(1 + \mu) + 1 + \frac{1}{1 + \mu} \\ 4\mu + 1 + \frac{1}{\mu} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

que para el ejemplo anterior significa intensidades de *offset* de  $93nA$  y  $96nA$  en  $B_0$  y  $B_1$ , respectivamente. Los resultados de las medidas realizadas sobre dos muestras de este adaptador se muestran en la Tabla 3.8.

**Tabla 3.8 Error de ganancia y *offset* en un adaptador paralelo de dos puertas con  $\mu=0.2$ .**

| Muestra             |           | 1     | 2     |
|---------------------|-----------|-------|-------|
| % Error de ganancia | $B_0/A_0$ | 1.0   | 0.5   |
|                     | $B_0/A_1$ | 0.08  | 0.4   |
|                     | $B_1/A_0$ | 0.37  | 0.25  |
|                     | $B_1/A_1$ | 1.0   | 1.3   |
| Offset              | $B_0$     | 110nA | -17nA |
|                     | $B_1$     | -28nA | 21nA  |

En un adaptador paralelo de tres puertas, las desviaciones de cada uno de los coeficientes corresponden a la matriz

$$\begin{bmatrix} \sigma_{00}^{\prime 2}(\gamma_0 - 1) & \sigma_{01}^{\prime 2}(\gamma_1) & \sigma_{02}^{\prime 2}(\gamma_2) \\ \sigma_{10}^{\prime 2}(\gamma_0) & \sigma_{11}^{\prime 2}(\gamma_1 - 1) & \sigma_{12}^{\prime 2}(\gamma_2) \\ \sigma_{20}^{\prime 2}(\gamma_0) & \sigma_{21}^{\prime 2}(\gamma_1) & \sigma_{22}^{\prime 2}(\gamma_2 - 1) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_n^{\prime 2}(1)}{2} \cdot \begin{bmatrix} (5 + \frac{1}{\gamma_0}) & (3 + \frac{1}{\gamma_1}) & (3 + \frac{1}{\gamma_2}) \\ (3 + \frac{1}{\gamma_0}) & (5 + \frac{1}{\gamma_1}) & (3 + \frac{1}{\gamma_2}) \\ (3 + \frac{1}{\gamma_0}) & (3 + \frac{1}{\gamma_1}) & (5 + \frac{1}{\gamma_2}) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Las correspondientes desviaciones estándar en la intensidad de *offset* para cada una de las salidas vienen dadas por

$$\begin{bmatrix} \sigma_{off}^2(B_0) \\ \sigma_{off}^2(B_1) \\ \sigma_{off}^2(B_2) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_n^2(1) + 2\sigma_p^2(1)}{2} I_B^2 \begin{bmatrix} 7 + \frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \\ 7 + \frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \\ 7 + \frac{1}{\gamma_0} + \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

De igual modo, para un adaptador serie de tres puertas la matriz de varianzas normalizadas relativas a las ganancias es

$$\begin{bmatrix} \sigma_{00}^2(\gamma_0 - 1) & \sigma_{01}^2(\gamma_0) & \sigma_{02}^2(\gamma_0) \\ \sigma_{10}^2(\gamma_1) & \sigma_{11}^2(\gamma_1 - 1) & \sigma_{12}^2(\gamma_1) \\ \sigma_{20}^2(\gamma_2) & \sigma_{21}^2(\gamma_2) & \sigma_{22}^2(\gamma_2 - 1) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_n^2(1)}{2} \cdot \begin{bmatrix} (5 + \frac{1}{\gamma_0}) & (3 + \frac{1}{\gamma_0}) & (3 + \frac{1}{\gamma_0}) \\ (3 + \frac{1}{\gamma_1}) & (5 + \frac{1}{\gamma_1}) & (3 + \frac{1}{\gamma_1}) \\ (3 + \frac{1}{\gamma_2}) & (3 + \frac{1}{\gamma_2}) & (5 + \frac{1}{\gamma_2}) \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

mientras que para el *offset*

$$\begin{bmatrix} \sigma_{off}^2(B_0) \\ \sigma_{off}^2(B_1) \\ \sigma_{off}^2(B_2) \end{bmatrix} = \frac{\sigma_n^2(1) + 2\sigma_p^2(1)}{2} I_B^2 \begin{bmatrix} 8\gamma_0 + 1 + \frac{1}{\gamma_0} \\ 8\gamma_1 + 1 + \frac{1}{\gamma_1} \\ 8\gamma_2 + 1 + \frac{1}{\gamma_2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Como se mencionó en la sección 3.2.1, para coeficientes  $\gamma \ll 1$  es posible reducir los efectos del desajuste realizado tal coeficiente como  $(1+\gamma) - 1$ . Esto significa que tanto en el caso serie como paralelo, el porcentaje de error de ganancia conseguido mediante esta realización alternativa es  $(9+(1/(1+\gamma)))$  para aquellos coeficientes situados en la diagonal y  $(7+(1/(1+\gamma)))$  para los restantes. Una corrección similar hay que aplicar a las expresiones correspondientes al *offset*. En el caso de adaptadores paralelo es necesario sustituir 7 por  $7+4$  y  $1/\gamma$  por  $1/(1+\gamma)$  en la matriz (3.27). Una modificación similar es necesario realizar en el caso de adaptadores serie. El límite por debajo del cual la reducción del error es significativa es  $\gamma=0.2$ .

Para ilustrar este cálculo de errores, hemos elegido el caso  $\gamma_0=0.3$ ,  $\gamma_1=1.187$  y  $\gamma_2=0.513$ , obteniendo los siguientes porcentajes de error

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{00}(\gamma_0 - 1) & \sigma'_{01}(\gamma_1) & \sigma'_{02}(\gamma_2) \\ \sigma'_{10}(\gamma_0) & \sigma'_{11}(\gamma_1 - 1) & \sigma'_{12}(\gamma_2) \\ \sigma'_{20}(\gamma_0) & \sigma'_{21}(\gamma_1) & \sigma'_{22}(\gamma_2 - 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.40 & 0.56 \\ 0.57 & 0.49 & 0.56 \\ 0.57 & 0.40 & 0.63 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

y un *offset* en todas las salidas de  $151nA$ . Estos resultados corresponden a realizaciones de  $\gamma_0$  y  $\gamma_2$ . A pesar de no ser ambos inferiores a  $0.2$ , se han implementado de esta manera porque este adaptador ha sido utilizado para la realización programable que se presentará en el Capítulo 4, en la que sí se necesitan ganancias menores que  $0.2$ . Los resultados experimentales obtenidos para tres muestras están contenidos en la Tabla 3.9.

**Tabla 3.9 Error de ganancia y *offset* medidos en tres muestras distintas de un adaptador paralelo de tres puertas con  $\gamma_0=0.3$ ,  $\gamma_1=1.187$  y  $\gamma_2=0.513$ .**

| Muestra             |           | 1      | 2      | 3     |
|---------------------|-----------|--------|--------|-------|
| % Error de ganancia | $B_0/A_0$ | 0.53   | 0.10   | 0.76  |
|                     | $B_0/A_1$ | 0.86   | 0.86   | 0.27  |
|                     | $B_0/A_2$ | 0.39   | 1.36   | 0.79  |
|                     | $B_1/A_0$ | 1.00   | 1.66   | 0.33  |
|                     | $B_1/A_1$ | 3.31   | 5.46   | 0.42  |
|                     | $B_1/A_2$ | 0.21   | 2.35   | 0.79  |
|                     | $B_2/A_0$ | 1.19   | 1.19   | 0.79  |
|                     | $B_2/A_1$ | 0.35   | 0.27   | 0.07  |
|                     | $B_2/A_2$ | 0.18   | 1.87   | 0.64  |
| Offset              | $B_0$     | -250nA | -283nA | 404nA |
|                     | $B_1$     | -64nA  | -102nA | 290nA |
|                     | $B_2$     | -320nA | -539nA | 205nA |

Se puede apreciar cómo la mayoría de los porcentajes quedan dentro de  $3\sigma$ , que engloba el 99% de los casos posibles. Se observa, sin embargo, que el *offset* en cada una de las salidas es distinto. Ello puede deberse a la contribución directa de cada entrada ( $A_k$ ) en su salida correspondiente ( $B_k$ ). A pesar de situarse en el límite, también estos valores están dentro de lo esperado.

### 3.3.1.2 Efectos en los elementos de retraso

La componente de error de ganancia producido por el desapareamiento en dos espejos de ganancia unidad conectados en cascada, ( $\sigma'^2(2)$ ), y en los elementos de retraso,  $\sigma'^2(z^{-1})$ , se puede expresar en función del error en un espejo de ganancia unidad de la forma

$$\sigma'^2(2) = \sigma'^2(z^{-1}) = 2\sigma_n'^2(1) \quad (3.31)$$

que para el valor de  $\sigma'^2(1)$  que se está considerando (0.28%) equivale a un porcentaje del 0.4%. Mientras que el *offset* dado por

$$\sigma'_{off}(2) = \sigma'^2(z^{-1}) = (2\sigma_n'^2(1) + 4\sigma_p'^2(1)) \cdot I_B \quad (3.32)$$

es de  $73nA$  para los mismos datos tecnológicos que se han utilizado anteriormente. Los resultados medidos para una muestra consistente en dos espejos de corriente colocados en cascada son de una ganancia de 1.002 (0.2%) y un *offset* de  $-80nA$ , los cuales se ajustan a lo esperado.

### 3.3.2 Errores sistemáticos

Los errores sistemáticos debidos a una variación en la anchura del canal,  $\delta W$ , suponen en un espejo de ganancia  $N_2/N_1$  desviaciones en la ganancia expresables como

$$E_{sis} \approx \frac{N_2}{N_1} \left( \frac{\delta W}{W} \right)^2 \quad (3.33)$$

que pueden ser prácticamente eliminados mediante la utilización de la técnica de transistores unitarios. En el caso de que el transistor de la etapa de salida no sea realizable mediante un número entero de transistores unitarios, es decir,  $W_2 = N_2 W + W_{resto}$ , siendo  $W$  la anchura de canal del

transistor unitario, el error sistemático viene dado por

$$E_{sis} \approx \frac{1}{N_1} \left( \frac{\delta W}{W} \right)^2 (N_2 + 1 + \left( \frac{W_{resto} - W}{\delta W} \right)) \quad (3.34)$$

Suponiendo un transistor unitario de  $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ ,  $\delta W = 0.25 \mu\text{m}$  y  $W_{resto} - W = 5 \mu\text{m}$ , y  $N_1 = N_2 = 6$ , el máximo error sistemático cometido es del 0.28%, que es del mismo orden que el error de desapareamiento.

### 3.3.3 Efectos debidos a la impedancia finita de salida

En el comportamiento ideal descrito en la sección 3.1 no han sido considerada las impedancias a la salida y entrada de los espejos. En el modelado real de un espejo de corriente es necesario considerar la impedancia no nula a la entrada, así como la resistencia no infinita a la salida. Esta desviación del comportamiento ideal se manifiesta en la degradación de la ganancia del espejo respecto de su valor nominal. Este tipo de errores ya ha sido analizado previamente en [FIEZ90b] para un esquema como el de la Figura 3.16, teniendo en cuenta el acoplo que se produce entre una fuente de intensidad,  $I_s$ , con una resistencia finita de salida,  $r_o$ , al atacar un espejo de corriente, cuya resistencia de entrada posee una resistencia no nula,  $r_i$ . La fuente de intensidad puede representar, en general, la etapa de salida de un espejo de corriente.

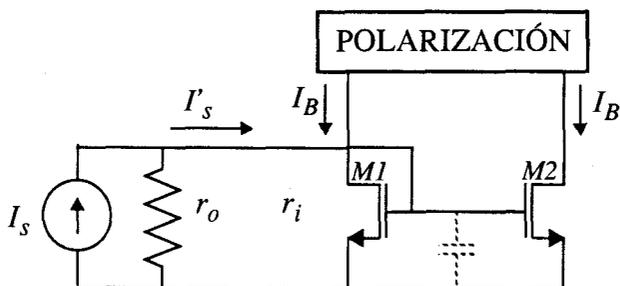


Figura 3.16 Efecto de acoplo de impedancias en un amplificador SI.

Como consecuencia del efecto de carga a que se ve sometida la fuente, la intensidad entrante,  $I_s'$ , viene dada por

$$I_s' = \frac{I_s}{1 + \frac{r_i}{r_o}} \quad (3.35)$$

que en condiciones  $r_o \gg r_i$  puede simplificarse

$$I'_s \approx I_s \cdot \left(1 - \frac{r_i}{r_o}\right) \tag{3.36}$$

de forma que el error en la corriente entrante es

$$\Delta I_s \approx (I'_s - I_s) = i \cdot \left(\frac{r_{in}}{r_{out}}\right) \tag{3.37}$$

Para realizaciones que consideren espejos de corriente simples, la relación  $r_i/r_o$  es aproximadamente  $g_{ds}/g_m$ , que genera un error de aproximadamente el 1%. Para disminuir este efecto, se hace necesario utilizar arquitecturas que reduzca tal relación, como la estructura cascode, para la que la relación resistencia de entrada resistencia de salida da valores típicos del 0.01%.

El efecto de carga analizado es similar al provocado por la disimetría de las etapas de entrada y salida de un espejo, que genera tensiones de drenador diferentes en los transistores de entrada y salida. Un enfoque, desde este punto, puede ser encontrado en [WANG90a].

### 3.3.4 Limitaciones en frecuencia

Las capacidades parásitas asociadas a un transistor MOS repercuten en la frecuencia de operación de los circuitos SI, limitando el ancho de banda de los adaptadores y elementos de memoria. A continuación se analiza la respuesta en frecuencia de los espejos de corriente cascode utilizados, y las limitaciones de velocidad que imponen a los adaptadores y las celdas de memoria.

Para simplificar los cálculos se ha tomado el modelo en pequeña señal del transistor MOS de la Figura 3.17 [WANG90b].

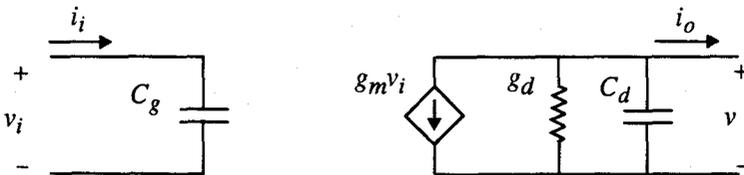


Figura 3.17 Modelo en pequeña señal del transistor MOS.

Sustituyendo cada uno de los transistores del espejo cascode de la Figura 3.3b por su equivalente en pequeña señal, Figura 3.17, obtenemos el modelo de la Figura 3.18.

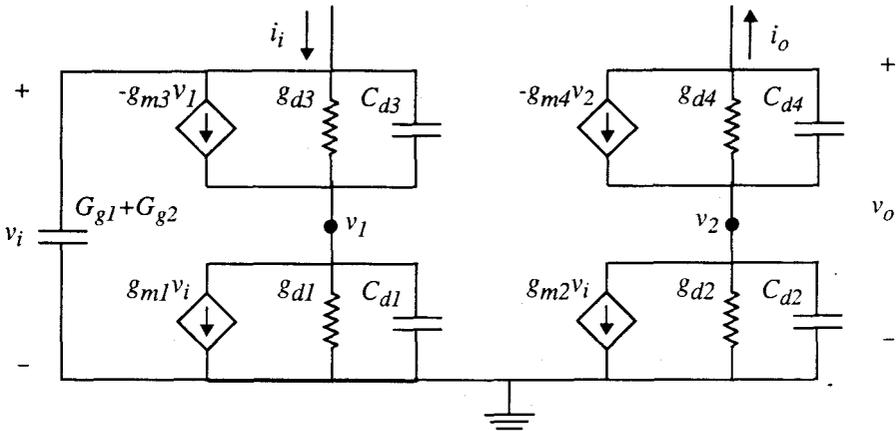


Figura 3.18 Modelo en pequeña señal de un espejo cascode.

Para analizar el comportamiento en frecuencia se puede utilizar el procedimiento propuesto en [WANG90b], que se basa en la descripción en parámetros  $Y$  de la bipuerta en la forma

$$\begin{bmatrix} i_i \\ i_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_o \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

De este modo el parámetro  $Y_{11}$ , definido como

$$Y_{11} = \left. \frac{i_i}{v_i} \right|_{v_o = 0} \quad (3.39)$$

posee parte real,  $G_{11}$ , y parte compleja,  $C_{11}$  ( $Y_{11} = G_{11} + jC_{11}$ ), que pueden ser calculadas de forma independiente mediante las expresiones

$$G_{11} = Y_{11}(\omega \rightarrow 0) \quad (3.40)$$

$$C_{11} = Y_{11}(\omega \rightarrow \infty) \quad (3.41)$$

Así, el modelo de la Figura 3.18 se transforma en el que se muestra en la Figura 3.19. En este circuito, en el que se ha añadido una carga genérica dada por  $g_L$  y  $C_L$ , se tiene

$$C_i = \frac{C_{d3}C_{d1}}{C_{d3} + C_{d1}} + C_{g1} + C_{g2} \quad (3.42)$$

$$g_i = \frac{(g_{m3} + g_{d3})g_{m1} + g_{d1}g_{d3}}{g_{m3} + g_{d3} + g_{d1}} \quad (3.43)$$

$$g_m = \frac{(g_{m4} + g_{d2})g_{m4}}{(g_{d2} + g_{d4} + g_{m4})} \quad (3.44)$$

$$C_o = \frac{C_{d4}C_{d2}}{C_{d4} + C_{d2}} \quad (3.45)$$

$$g_o = \frac{g_{d2}g_{d4}}{(g_{m3} + g_{d2} + g_{d4})} \quad (3.46)$$

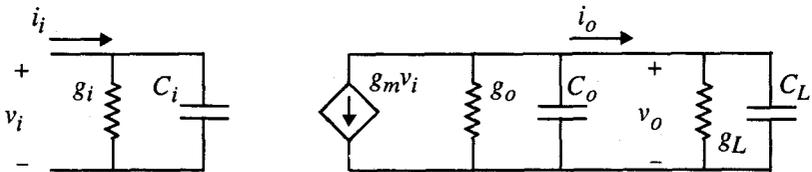


Figura 3.19 Modelo en pequeña señal simplificado de un espejo cascode.

La función de transferencia entre  $i_i$  e  $i_o$  viene dada por la expresión

$$\frac{i_o}{i_i} = -\frac{g_m (g_L + sC_L)}{(g_L + g_o + s(C_o + C_L)) \cdot (g_i + sC_i)} \quad (3.47)$$

siendo los ceros y polos,

$$z_1 = -\frac{g_L}{C_L} \quad (3.48)$$

$$p_1 = -\frac{g_L + g_o}{C_L + C_o} \quad (3.49)$$

$$p_2 = -\frac{g_i}{C_i} \quad (3.50)$$

Dado que  $C_i \gg C_o$  y  $g_m \gg g_d$ , el polo dominante es  $p_2$ , que de forma aproximada puede expresarse como  $-(g_{m1}/2C_{g1})$  si se tiene en cuenta que  $M1$  y  $M2$  poseen geometrías iguales. Para valores en  $M1$  tales que:  $C_g=0.5pF$ ,  $C_d=0.01pF$ ,  $g_m=75 \cdot 10^{-6}AV^{-1}$  y  $g_d=3 \cdot 10^{-6}AV^{-1}$ , la frecuencia  $f_{-3dB}$  es de  $11.8MHz$ , habiéndose obtenido con HSPICE un valor de  $12.5MHz$  (5.6%error).

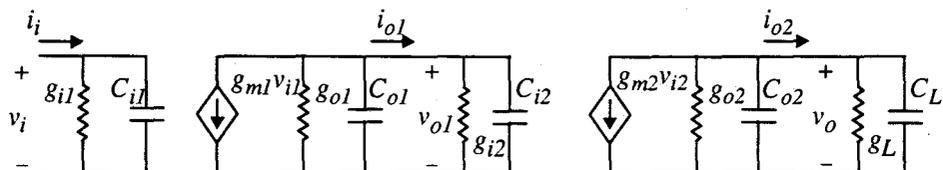
Para el circuito propuesto como adaptador paralelo de tres puertas de la Figura 3.9, el análisis en pequeña señal es similar. Es necesario considerar que cada entrada posee dos caminos hasta las salidas: uno a través de un espejo de ganancia unidad, y otro a través de dos espejos de corriente. Por efecto de carga sobre el nudo interno, en el que se suman las señales  $\alpha_j A_j$  ( $j=0,1,2$ ), este último impone las principales limitaciones dinámicas. El modelo de la Figura 3.20 se obtiene considerando la concatenación en cascada de dos etapas como la que ha sido previamente analizada. La función de transferencia para este circuito es

$$\frac{i_o}{i_i} = \frac{g_{m1}g_{m2}(g_L + sC_L)}{(g_L + g_{o2} + s(C_{o2} + C_L))(g_{i2} + g_{o1} + s(C_{i2} + C_{o1}))(g_{i1} + sC_{i1})} \quad (3.51)$$

Para evaluar la importancia relativa de los polos y ceros de esta función se puede expresar en función de los parámetros de un espejo simple

$$\frac{i_o}{i_i} = \frac{\gamma g_m^2 (g_L + sC_L)}{(g_L + 2g_o + sC_L)(g_i + s2C_i)(g_i + sC_i(1 + \frac{\gamma}{2}))} \quad (3.52)$$

siendo  $\gamma$  un coeficiente de reflexión arbitrario del adaptador paralelo. Como puede apreciarse, el polo dominante es  $-(g_i/2C_i)$ , es decir, la constante de tiempo que limita la velocidad de los adaptadores es dos veces la obtenida para un espejo simple.



**Figura 3.20** Modelo en pequeña señal del adaptador de tres puertas paralelo propuesto en la Figura 3.9.

La mínima frecuencia de operación viene impuesta por el tiempo de puesta, y puede ser considerado como 5 o 6 constantes de tiempo, lo cual equivale a decir que estamos asumiendo un error del 0.67% o 0.25% respectivamente sobre el valor final. En ese caso, si consideramos  $m$  constantes de tiempo, y  $g_m$  y  $C_g$  correspondientes al transistor de entrada del espejo de ganancia unidad, la frecuencia máxima de operación será

$$f_{max} = \frac{g_m}{8 \pi m C_g} \tag{3.53}$$

que en función de  $I_B$ ,  $W$  y  $L$  puede expresarse como

$$f_{max} = \frac{\sqrt{2k_n}}{8 \pi m C_{ox}} \cdot \sqrt{\frac{I_B}{WL^3}} \tag{3.54}$$

De esta forma, se puede fijar el periodo de operación para un determinado error. La frecuencia de operación puede aumentarse incrementando la intensidad de polarización, lo cual provoca un aumento del consumo de potencia. Si este aumento se realiza a área constante, se incrementa la precisión al elevar el valor del término  $(V_{GS}-V_T)^2$  en (3.15). También puede hacerse, disminuyendo el área a intensidad constante, de modo que se incrementan los errores debidos al desapareamiento si  $WL$  disminuye más rápidamente que aumenta  $(V_{GS}-V_T)^2$  en (3.15). Otra alternativa puede ser la búsqueda de elementos básicos más simples que compensen el aumento del consumo de potencia. La elección final comporta un compromiso entre frecuencia de operación, área consumida y precisión [BAIR91] [CRAW93].

### 3.3.5 Inyección de carga de las llaves analógicas

La elección de transistores *MOS* para la realización física de llaves analógicas origina el fenómeno de inyección de carga en circuitos SI. Este fenómeno se produce cuando una llave pasa del estado de conducción (zona óhmica) a bloqueo (zona de corte) mediante la aplicación de una tensión de puerta adecuada. En la Figura 3.21 se muestra la realización de una llave mediante un transistor *MOS* de canal N. Cuando la tensión de puerta es elevada ( $V_H$ ) la llave conduce y presenta una resistencia en ON que suele ser de unos pocos  $k\Omega$ . Si dicha tensión toma un valor bajo ( $V_L$ ) la llave no permite el paso de información entre los terminales de drenador y fuente, comportándose aproximadamente como un circuito abierto.

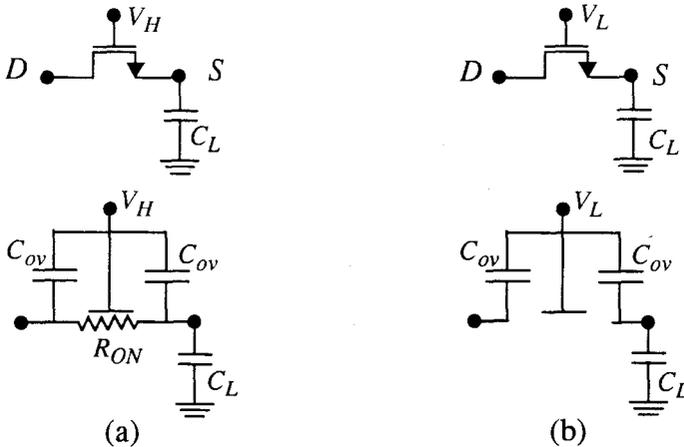


Figura 3.21 Funcionamiento de un transistor *NMOS* como llave analógica, (a) en conducción, (b) en corte.

La inyección de carga es producida por dos fenómenos: 1) la descarga del canal del transistor y 2) el cambio de tensión de puerta de la llave que provoca un acoplo capacitivo con la carga,  $C_L$ , que en general suele ser la capacidad de puerta de otro transistor *MOS*. Para reducir el efecto conviene de ambos fenómenos diseñar las llaves con dimensiones mínimas, de modo que se reduzca la carga del canal y las capacidades de solapamiento de las llaves.

La inyección de carga provoca un error en la realización de la operación de la celda de memoria que es proporcional al incremento de tensión en la puerta del transistor de almacenamiento, producido por dicha inyección. Si denominamos  $\Delta v_f$  a tal incremento podemos escribirlo como

$$\Delta v_f = \frac{(V_H - V_L) W_{sw} (L_D + \alpha (W_{sw}/2))}{W_2 L_2} \quad (3.55)$$

siendo  $(W/L)_{sw}$  y  $(W/L)_2$  las dimensiones de los transistores que operan como llave y de almacenamiento, respectivamente, y la parte proporcional de rango de tensiones de reloj durante la cual la llave está conduciendo [BAIR91]. Teniendo en cuenta este incremento en la tensión de puerta, el error en la intensidad de salida será

$$\Delta I_o(n) = I_o(n) + I_i(n/2) = -\beta_{n2} \Delta v_f^2 - 2\beta_{n2} \Delta v_f \sqrt{\frac{I_B + I_i(n/2)}{\beta_{n2}}} \quad (3.56)$$

siendo  $\beta_{n2} = \mu_{n2} C_{ox} (W/L)_2$  e  $I_B$  la intensidad de polarización. En esta expresión, el primer término introduce un *offset*, mientras que el segundo contribuye con un error de ganancia, un término de *offset* y una componente de distorsión armónica [FIEZ91]. Para estimar el orden de magnitud de este error, podemos tomar valores típicos para un transistor de  $(W/L)_2 = (60/10)$ , p.e.  $\Delta v_f = 20\text{mV}$ ,  $I_B = 10\mu\text{A}$  y  $\beta_{n2} = 221\mu\text{AV}^2$ . El error cometido para una entrada nula es de  $1.969\mu\text{A}$ , lo cual puede ser inaceptable incluso para aplicaciones en las que no se requiera elevada precisión y hace pues necesaria la introducción de técnicas de cancelación, o atenuación, del efecto de inyección de carga.

La más simple de estas técnicas es la que utiliza llaves *dummies*, Figura 3.22 [EICH89]. Se basa en el hecho de que la carga del canal, cuando la transición entre conducción y corte se realiza muy rápidamente, se distribuye uniformemente a ambos lados del canal. La misión de las llaves *dummies* es producir un decremento en la tensión de puerta del transistor de salida igual al incremento provocado por el empobrecimiento del canal de la llave. Este hecho puede conseguirse si la llave *dummy* tiene una dimensión mitad que la de la llave cuya inyección de carga ha de cancelar, y el control de su puerta es el complementario. La cancelación total del *feedthrough* mediante esta técnica es muy compleja, ya que requiere transiciones de reloj muy rápidas, imposibles de conseguir en la realidad.

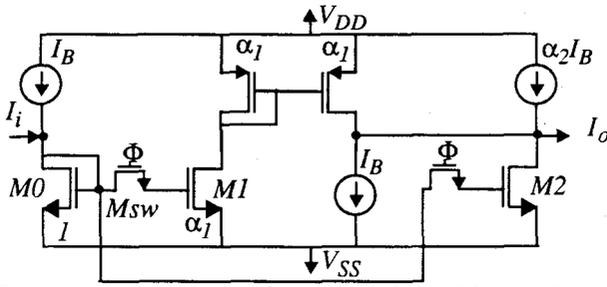


Figura 3.23 Esquema de compensación del *feedthrough*.

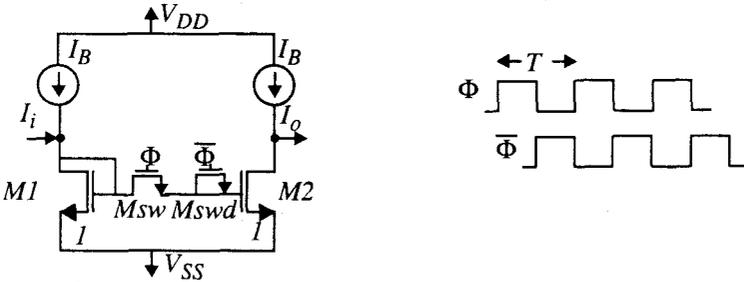


Figura 3.22 Celda de memoria con llave *dummy* para cancelación del *feedthrough*.

Otros esquemas de cancelación se fundamentan en añadir algún tipo de circuitería externa que permita evaluar la señal de error y compensarla a la salida de la celda de memoria [FIEZ91] [JONS93b] [HUGH93c] e incorporar técnicas adaptativas [ESPE93]. Un ejemplo lo podemos encontrar en el circuito de la Figura 3.23. La señal más el error, es sumada en la salida a la señal más el error. Tomando  $\alpha_1=1$  y  $\alpha_2=2$ , se consigue la cancelación del término de error que es dependiente de la señal.

Por último, en la conexión en cascada de dos celdas de memoria, Figura 3.24, la expresión del error cometido en la salida será, para  $\Delta v_{f1}=\Delta v_{f2}=\Delta v_f$ ,

$$\Delta I_o(n) = I_o(n) - I_i(n-1) = 2 \sqrt{\beta_n \Delta v_f} \cdot (\sqrt{I_B + I_i(n-1)} - \sqrt{I_B - I_i(n-1)} - \beta_n \Delta v_f^2 - 2 \sqrt{\beta_n \Delta v_f} \sqrt{I_B + I_i(n-1)}) \tag{3.57}$$

que teniendo en cuenta los datos utilizados anteriormente, supone un error a entrada cero de  $46.5nA$ , lo cuál representa una reducción del 42% sobre el de una única celda de memoria.

Sin embargo, los términos de ganancia y los de segundo orden se ven incrementados. En la realización de *FDO* analizada en Capítulo 2

intervienen elementos de retraso completo,  $z^{-1}$ , cuya realización *SI* se obtiene, como se ha visto, encadenando dos celdas de memoria, y por tanto se benefician de la reducción de *offset*. En *FDO* obtenidos a partir de estructuras de referencia tipo microonda, que implican en su utilización elementos de retraso  $z^{-1/2}$  es posible encontrar *GFO* alternativo en la que, preservando los retrasos en cada lazo, sólo emplean retrasadores  $z^{-1}$ , que son deseables para la reducción del *feedthrough* en *FDO* en realizaciones prácticas.

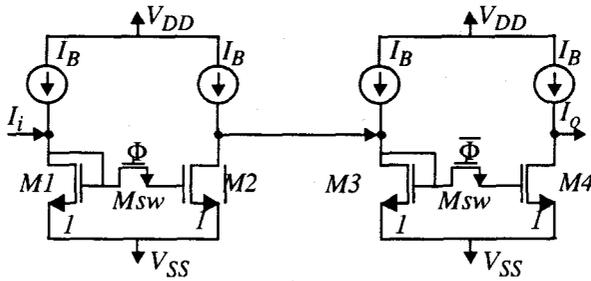


Figura 3.24 Dos celdas de memoria en cascada.

### 3.4 Elección de los coeficientes para bajos errores de cuantización

Una de las estructura de referencia que se estudiadas en esta memoria es la escalera *LC* doblemente terminada en resistencias.

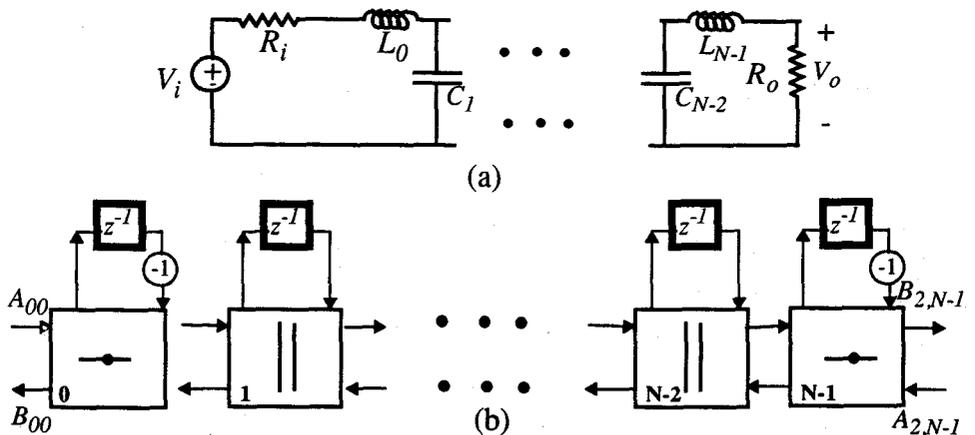


Figura 3.25 (a) Filtro de referencia *LC* de orden *N*. (b) Filtro de onda asociado.

Un prototipo de orden  $N$  y su diagrama de flujo de onda se muestran en las Figura 3.25a y b, respectivamente. Como se comentó anteriormente (sección 2.2.5.2), para este tipo de estructuras es posible elegir distintos valores para el conjunto de coeficientes de reflexión  $\{\gamma_{ij}\}$ , debido a que existen resistencias de puerta indeterminadas. En concreto, para un filtro de orden  $N$ , de las  $3N$  resistencias de puerta que posee,  $N$  están definidas por los elementos pasivos

$$R_C = \frac{T}{2C} \quad R_L = \frac{2L}{T} \quad (3.58)$$

2 por las resistencias terminales,  $R_i$  y  $R_o$ , y las restantes  $2N-2$  que deben estar relacionadas de la forma

$$R_{0j+1} = R_{2j} \quad \forall j = 0, 1, 2, \dots, N-2 \quad (3.59)$$

pueden elegirse libremente. En total quedan  $N-1$  resistencias por determinar, lo cual equivale a  $N-1$  grados de libertad. Ahora bien, Dada una estructura de filtro de referencia  $LC$  y sus especificaciones frecuenciales, la obtención de los valores de los coeficientes de reflexión  $\gamma_{ij}$  de los adaptadores implicados se realiza a partir de las resistencias equivalentes de cada elemento como, se ha indicado en el Capítulo 2. En el caso de filtros digitales de orden  $N$ , deben existir  $N-1$  puertas libres de reflexión, es decir, con coeficiente de reflexión igual a la unidad, para que el filtro sea digitalmente computable. Esta restricción impone los valores de las  $N-1$  resistencias no conocidas del  $FDO$  y permite caracterizar de forma completa y única el diagrama de flujo de onda asociado al filtro de referencia.

En filtros de onda realizados mediante circuitos analógicos de datos mostrados no es necesaria esta ligadura, de modo que la libertad para elegir las  $N-1$  resistencias puede ser aprovechada para encontrar el conjunto de coeficientes de reflexión  $\gamma_{ij}$  cuya realización física, en una tecnología y con una técnica de diseño determinada, implique un error mínimo.

### 3.4.1 Errores de cuantización en los coeficientes $\gamma_{ij}$

La realización práctica de filtros  $SI$  está ligada a la consecución, mediante algún modo, de los coeficientes de reflexión de los adaptadores de impedancias. En nuestra aproximación estos parámetros se obtienen por

medio de espejos de corriente, asignando de forma adecuada la relación ( $W/L$ ) de los transistores de la segunda rama de un espejo de corriente. Pero debido al *grid* tecnológico, no todos los valores de ( $W/L$ ) son realizables en una tecnología dada, lo cual dará lugar a errores de cuantización de los coeficientes del filtro. A continuación se modelan tales errores de cuantización y se da un método para elegir el conjunto de coeficientes  $\gamma_{ij}$  que pueden ser realizados de la forma más exacta posible mediante espejos de corriente.

*Def:* Dado un espejo de corriente de ganancia  $\gamma$  y una tecnología, con una unidad de *grid*  $\lambda$ , se define el error de cuantización en la realización de la ganancia  $\gamma_I$  mediante un espejo de corriente,  $E_\lambda(\gamma)$ , como la diferencia, en valor absoluto, entre el valor realizable físicamente,  $\gamma_R$ , y el valor ideal,  $\gamma_I$ , de dicho coeficiente

$$E_\lambda(\gamma_I) = \text{abs}(\gamma_R - \gamma_I) \quad (3.60)$$

Si las dimensiones de los transistores implicados en el espejo de corriente son:  $(W/L)_I$  en la etapa de entrada y  $(W/L)_R$ ,  $(W/L)_I$  para las amplificaciones de ganancia  $\gamma_R$  y  $\gamma_I$  respectivamente, se pueden derivar las siguientes definiciones,

$$\gamma_R = \frac{\text{entero}_\lambda(W_I)}{\text{entero}_\lambda(W_1)} \quad (3.61)$$

donde el operador  $\text{entero}_\lambda(W)$  expresa el número entero de veces que  $W$  contiene a  $\lambda$  con un error menor, en valor absoluto, que  $\lambda/2$ . El valor de  $L$  se supone constante para todos los espejos, y su realización exacta. Si suponemos que  $W_1$  es realizable con error nulo ( $\text{entero}_\lambda(W)_1 = W_1/\lambda$ ) se puede simplificar esta expresión, quedando

$$\gamma_R = \frac{\text{entero}_\lambda(W_I) \cdot \lambda}{W_1} \quad (3.62)$$

De este modo,

$$E_\lambda(\gamma_I) = |\gamma_I| \cdot \left| \frac{\text{entero}_\lambda(W_I) \cdot \lambda}{W_1} - 1 \right| \quad (3.63)$$

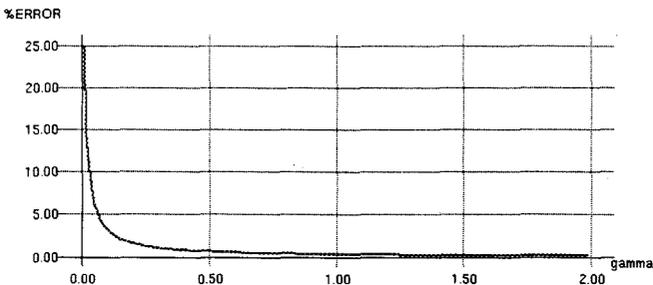
Como el máximo error absoluto ocurre cuando la realización del coeficiente de reflexión coincide con el punto intermedio entre dos unidades de *grid*, podemos expresar dicho error como

$$E_{\lambda, \max}(\gamma_I) = \gamma_I \left| \frac{1}{2\text{entero}_{\lambda}(W_I) \pm 1} \right| = \gamma_I \left| \frac{1}{2\text{entero}_{\lambda}(W_I \gamma_I) \pm 1} \right| \quad (3.64)$$

donde el doble signo  $\pm$  representa que la aproximación es por exceso o por defecto respectivamente. Para tener una idea del orden de magnitud de este error, en la Figura 3.26 se muestra el porcentaje de error relativo máximo definido como,

$$E_{\lambda, \max}^{o/o}(\gamma_I) = \frac{E_{\lambda, \max}(\gamma_I)}{\gamma_I} \times 100 \quad (3.65)$$

Para valores de  $\gamma$  entre 0 y 2, con  $\lambda=0.4\mu m$  y  $W_I=60\mu m$ , se aprecia cómo este error puede ser crítico para valores pequeños de  $\gamma_I$ , y por tanto dichos valores deben ser evitados. En concreto, se pueden dar errores por encima del 1% para algunos valores de  $\gamma_I$  por debajo de 0.33.



**Figura 3.26** Porcentaje máximo del error relativo de cuantización en la realización de espejos de ganancia  $\gamma_I$  mediante espejos de corriente ( $\lambda=0.4\mu m$ ,  $W_I=60\mu m$ ).

A partir de esta caracterización de los errores de cuantización, el problema de localizar el conjunto adecuado de coeficientes  $\{\gamma_{ij}\}$  se puede enunciar de la siguiente forma:

Para una estructura *escalera* paso de baja de orden  $N$ , con unas determinadas especificaciones frecuenciales  $\{\epsilon_{fc}\}$ , encontrar el conjunto de coeficientes de reflexión  $\{\gamma_{ij}\}$   $i=0,1,2 \dots j=0,1,\dots,N-1$ , que permite realizar el *FDO* mediante circuitos *SI*, minimizando los errores de cuantización.

Para el diseño de un *FDO* de orden  $N$  tipo *escalera* hemos considerado un proceso en el que en primer lugar se fija la resistencia no conocida,  $R_{2i}$  ( $i < N-1$ ), de cada adaptador, comenzando por el adaptador  $0$  y  $N-1$  y dejando en el centro el adaptador dependiente, cuyas resistencias vienen impuestas por los demás. Así, considerando el adaptador genérico  $j$ , en el que se conocen inicialmente  $R_{0j}$  (impuesto por la conexión) y  $R_{1j}$  dada por la expresión

$$R_{1j} = \left( X_j \cot \left( \frac{\omega_c T}{2} \right) \right)^{p_j} \quad p_j = \begin{cases} 1 & \text{si } X_j = L_j \\ -1 & \text{si } X_j = C_j \end{cases} \quad (3.66)$$

donde  $\omega_c = 2\pi f_c$  representa la frecuencia de corte del filtro *LP*, se define el parámetro  $k_j$  de la forma

$$\frac{R_{2j}^{p_j}}{R_{0j}^{p_j}} = \frac{\gamma_{2j}}{\gamma_{0j}} = k_j \Rightarrow \begin{cases} R_{2j}^{p_j} = k_j R_{0j}^{p_j} \\ \gamma_{2j} = k_j \gamma_{0j} \end{cases} \quad (3.67)$$

Para determinar  $R_{2j}$  basta con fijar la constante  $k_j$ , bien eligiendo el valor de  $R_{2j}$  o dando valores a  $\gamma_{0j}$  y  $\gamma_{2j}$ . De esta última forma se pueden elegir coeficientes  $\gamma$  exactos de partida, quedando  $\gamma_{1j}$  definido por

$$\gamma_{1j} = \frac{2}{\frac{R_{0j}^{p_j}}{R_{1j}^{p_j}} (1 + k_j) + 1} \quad (3.68)$$

Para cada adaptador tenemos pues un conjunto de valores  $\{k_j\}$  con los que se evalúan los errores cometidos en la realización física de los coeficientes mediante la expresión (3.63). Los valores convenientes de  $k_j$  son aquellos con los que se alcanza el mínimo de la función

$$\sum_{ij} E_\lambda(\gamma_{I_{ij}}) \quad i = 0, 1, 2 \quad j = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.69)$$

De este modo, explorando el espacio de los valores de  $\{k_j\}$ , se pueden conseguir realizaciones físicas en las que los errores de cuantización debidos al límite tecnológico sean mínimos. En el siguiente apartado se muestra un ejemplo en el que la elección de los coeficientes se realiza siguiendo el procedimiento presentado.

### 3.5 Consideraciones generales para la síntesis y diseño de filtros de onda SI

En esta sección trataremos de dar un resumen de los compromisos a tener en cuenta a la hora de realizar una implementación SI de filtros de onda. Nos apoyamos para ello en los resultados de las secciones anteriores de este capítulo, así como en el modelado de ruido desarrollado en el Apéndice A. En primer lugar consideramos la incidencia de los valores de los coeficientes de reflexión de los adaptadores. En la Tabla 3.10 se indica la proporcionalidad de los errores respecto de dichos coeficientes. No se incluye la influencia de los errores de cuantización ya que, aunque son proporcionales a  $\gamma^l$ , sólo se producen para determinados valores de  $\gamma$  (aquellos no realizables mediante múltiplos enteros de  $\lambda$ ). En general, los errores de desapareamiento se reducen tomando coeficientes de reflexión moderados ( $\gamma > 0.2$ ). En caso contrario, la realización de  $\gamma$  como  $(1+\gamma-1)$  contrarresta este efecto a costa de una penalización del área. La velocidad, es mayor cuanto menor sean los coeficientes de reflexión, al contrario que el ruido. Al estar limitados los coeficientes de reflexión ( $\gamma < 2$ ), este incremento está acotado, siendo preferible dotar de mayor prioridad a la reducción del desapareamiento en el diseño.

**Tabla 3.10 Evolución de los errores en función de los coeficientes de reflexión.**

| circuito                      | desapareamiento |               | ruido    |          | $f_{\max}$    |
|-------------------------------|-----------------|---------------|----------|----------|---------------|
|                               | offset          | ganancia      | térmico  | $1/f$    |               |
| <b>adaptador paralelo (3)</b> | $\gamma^{-1}$   | $\gamma^{-1}$ | $\gamma$ | $\gamma$ | $\gamma^{-1}$ |
| <b>adaptador serie (3)</b>    | $\gamma$        | $\gamma^{-1}$ | $\gamma$ | $\gamma$ | $\gamma^{-1}$ |
| <b>adaptador paralelo (2)</b> | $\mu$           | $\mu^{-1}$    | $\mu$    | $\mu$    | $\mu^{-1}$    |

Una vez asignados valores a todos los coeficientes, se realiza la elección de las polarizaciones y de las geometrías de los transistores en cada elemento de circuito. Los compromisos en este paso se resumen en la Tabla 3.11, donde se considera el diseño del espejo básico que hace de referencia para los demás.

En primer lugar, se puede notar que el error de ganancia cometido en el espejo de ganancia unidad disminuye con el incremento del área ( $WL$ ). Esta dependencia puede favorecer la velocidad de operación, si se decrementa  $L$ , o el error de ganancia debido al *feedthrough*, si se incrementa  $W$ . Respecto al ruido, vemos que es posible reducir su influencia si se hace una reducción del área a  $L=cte$ , debido a la contribución del ruido térmico. La influencia del *feedthrough* se puede atenuar eligiendo áreas grandes para los transistores del espejo, lo cual reduce la frecuencia de operación; sin embargo, esto no suele ser un compromiso serio si se incorporan estrategias de cancelación del *feedthrough*. Por otro lado, un mayor consumo de potencia reduce el desapareamiento, e incrementa la velocidad de operación, pero, de nuevo, genera más errores de *feedthrough*. Por su parte, el ruido también se incrementa a mayor potencia consumida. En general, la optimización del comportamiento de los bloques básicos repercutirá en una mejora global de las prestaciones del filtro.

**Tabla 3.11 Dependencia de las principales fuentes de error con los parámetros de diseño del espejo de corriente de ganancia unidad**

| desapareamiento       |          | errores sistemáticos | feedthrough    |              | ruido       |              | fmáx        |
|-----------------------|----------|----------------------|----------------|--------------|-------------|--------------|-------------|
| offset                | ganancia | ganancia             | offset         | ganancia THD | térmico     | 1/f          |             |
| $W^{-1}$              |          | $W^{-2}$             | $W^{-1}$       | $W^{-3/2}$   | $W^{1/2}$   | -            | $W^{-1/2}$  |
| $L^{-1}$              |          | -                    | $L^{-3}$       | $L^{-1/2}$   | $L^{-1/2}$  | $L^{-2}$     | $L^{-3/2}$  |
| -                     |          | $\delta W$           | -              | -            | -           | -            | -           |
| $I_B^{-1/2}$          |          | -                    | -              | $I_B^{1/2}$  | $I_B^{1/2}$ | $I_B^{AF-1}$ | $I_B^{1/2}$ |
| $(V_{GS} - V_T)^{-1}$ |          | -                    | -              | -            | -           | -            | -           |
| -                     |          | -                    | $\Delta v_f^2$ | $\Delta v_f$ | -           | -            | -           |
| -                     |          | -                    | -              | $I_i^{1/2}$  | -           | -            | -           |
| -                     |          | -                    | $(WL)_{sw}^2$  | $(WL)_{sw}$  | -           | -            | -           |
| -                     |          | -                    | -              | -            | -           | -            | $m^{-1}$    |

### 3.6 Ejemplos de diseño de Filtros de Onda de Corrientes Conmutadas

A continuación se describen dos filtros de onda *SI* basados en dos estructuras de referencia distintas, que han sido diseñados siguiendo la metodología propuesta y utilizando los bloques básicos presentados en este capítulo. En primer lugar, un filtro *Chebyshev* de orden 5 paso de baja obtenido a partir de un filtro de referencia continuo de tipo microonda [MAVO81]. En segundo lugar, un filtro escalera de orden 3 paso de baja, basado también en la aproximación *Chebyshev*. Ambos prototipos se han fabricado en una tecnología *CMOS* digital de  $1.6\mu\text{m}$ . [ES289].

#### 3.6.1 Filtro Chebyshev de orden 5 LP tipo Microondas

Las especificaciones exigidas a este filtro son:

|                             |                  |
|-----------------------------|------------------|
| <i>Aproximación:</i>        | <i>Chebyshev</i> |
| <i>Tipo de Filtro:</i>      | <i>LP</i>        |
| <i>rizado:</i>              | $0.177\text{dB}$ |
| <i>frecuencia de corte:</i> | $0.125 f_s$      |

Una estructura de referencia tipo microonda que lo realiza posee cinco secciones con impedancias escalonadas, todas ellas con la misma longitud,  $L$ , y terminada en resistencias  $R_i$  y  $R_o$ . Esta estructura se muestra en la Figura 3.27a, siendo su modelo de onda el mostrado en la Figura 3.27b.

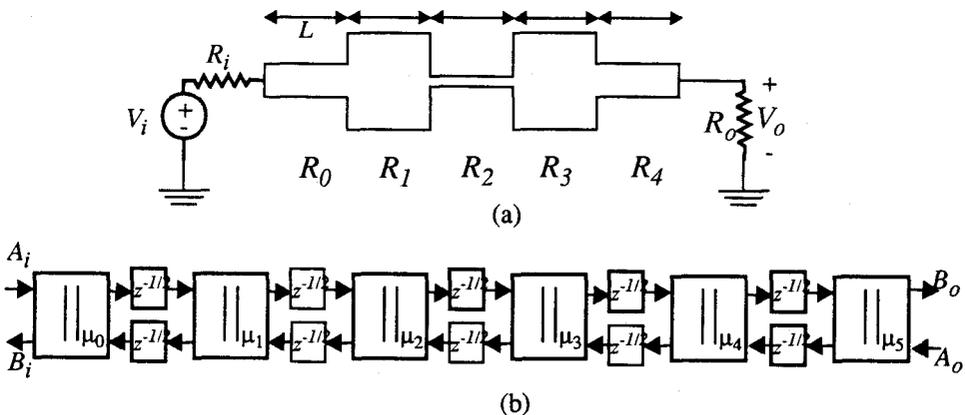


Figura 3.27 a) Filtro de referencia de Microondas para un prototipo de orden 5, b) *FDO* correspondiente.

Las impedancias de cada uno de los elementos pueden ser elegidas directamente de las tablas de diseño de filtros [LEVY65]. En este caso, los valores de las resistencias de cada uno de los elementos unitarios se muestran en la Tabla 3.12. El orden creciente (decreciente) de los valores de las impedancias provoca que los coeficientes  $\mu$  sean negativos (positivos), como se ve en la Tabla 3.13. La relación de simetría respecto de la sección central ( $\mu_0 = -\mu_5$ ,  $\mu_1 = -\mu_4$ ,  $\mu_2 = -\mu_3$ ), permite realizar los adaptadores con  $\mu < 0$  a partir de los adaptadores con  $\mu > 0$  y de igual valor absoluto. Para ello basta con intercambiar los terminales  $A_0$  y  $B_0$  por  $A_1$  y  $B_1$ , respectivamente, en los adaptadores.

**Tabla 3.12 Resistencias de los elementos del FR continuo de la Figura 3.27a.**

| $R_i$ | $R_0$  | $R_1$  | $R_2$  | $R_3$  | $R_4$  | $R_5$ |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 3.4040 | 0.3048 | 5.2560 | 0.3048 | 3.4040 | 1     |

**Tabla 3.13 Coeficientes  $\mu$  para los UE de la Figura 3.27b.**

| $\mu_0$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_3$ | $\mu_4$ | $\mu_5$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -0.5459 | 0.8356  | -0.8904 | 0.8904  | -0.8356 | 0.5459  |

Para la realización de los adaptadores de dos puertas se han utilizado etapas cascode n y p, como se muestra en la Figura 3.28. En la Tabla 3.14 aparecen las dimensiones de los transistores obtenidos para una intensidad de polarización  $I_B$  de  $8\mu\text{A}$ . En todos ellos la longitud de canal es de  $6.0\mu\text{m}$ .

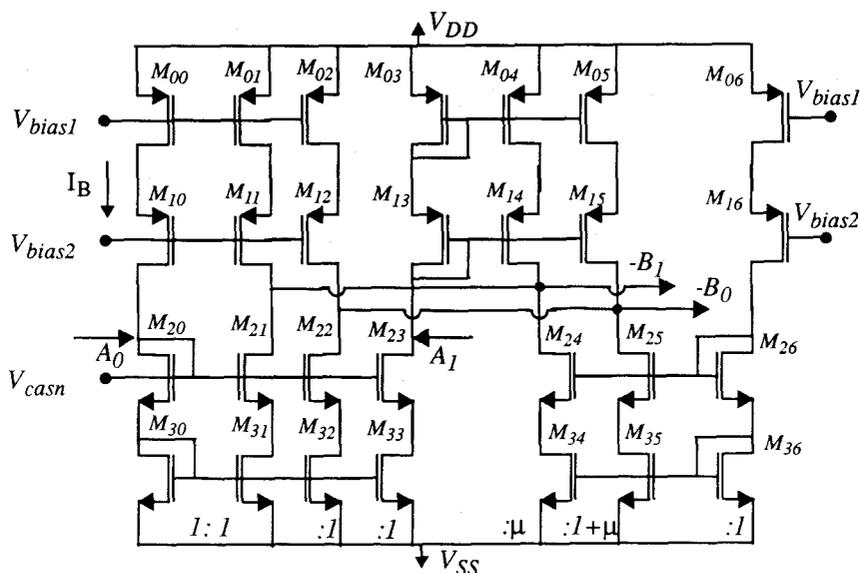


Figura 3.28 Implementación cascode de un adaptador paralelo de dos puertos.

Tabla 3.14 Dimensiones ( $W/L$ ) en los transistores de la Figura 3.28 para los distintos adaptadores.

|  | adaptador |         |         |
|--|-----------|---------|---------|
|  | 0 y 5     | 1 y 4   | 2 y 3   |
| $M_{00}, M_{01}, M_{02}, M_{06}$         | 98.0/6    | 98.0/6  | 98.0/6  |
| $M_{03}$                                 | 120.0/6   | 120.0/6 | 120.0/6 |
| $M_{10}, M_{11}, M_{12}, M_{16}$         | 98.0/6    | 98.0/6  | 98.0/6  |
| $M_{13}$                                 | 119.2/6   | 119.2/6 | 119.2/6 |
| $M_{20}, M_{21}, M_{22}, M_{23}, M_{26}$ | 48.8/6    | 48.8/6  | 48.8/6  |
| $M_{30}, M_{31}, M_{32}, M_{33}, M_{36}$ | 29.2/6    | 29.2/6  | 29.2/6  |
| $M_{04}$                                 | 65.6/6    | 100.4/6 | 106.8/6 |
| $M_{14}$                                 | 65.2/6    | 99.6/6  | 106.0/6 |
| $M_{24}$                                 | 26.8/6    | 40.8/6  | 43.6/6  |
| $M_{34}$                                 | 16.0/6    | 24.4/6  | 26.0/6  |
| $M_{05}$                                 | 185.6/6   | 220.4/6 | 226.8/6 |
| $M_{15}$                                 | 184.4/6   | 218.8/6 | 225.2/6 |
| $M_{25}$                                 | 75.6/6    | 89.6/6  | 92.4/6  |
| $M_{35}$                                 | 45.2/6    | 53.6/6  | 55.2/6  |

La realización de los elementos de retraso de medio período, ( $T/2$ ), se ilustra en la Figura 3.29. Se han utilizado llaves *dummies* con control externo para contrarrestar la influencia de la inyección de carga provocada por las llaves analógicas. Las dimensiones correspondientes aparecen en dicha figura expresadas en  $\mu\text{m}$ . Las dos celdas de retraso  $T/2$  de que consta cada *UE* son controladas por fases de reloj complementarias, activas (*ON*) mientras muestrean las salidas de los adaptadores, el esquema de reloj requerido en todo el filtro se ilustra en la Figura 3.30. La inversión de signo a la salida de cada celda de retraso no afecta a la operación global ya que se cancela en cada puerta del espejo de entrada de cada adaptador.

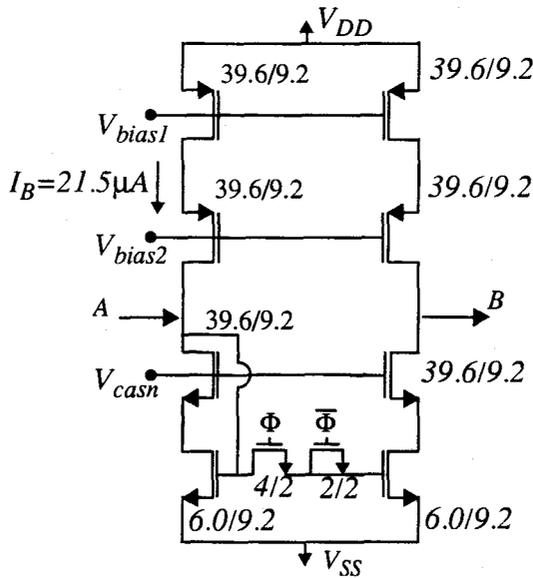


Figura 3.29 Implementación cascode de una celda de retraso  $T/2$ .

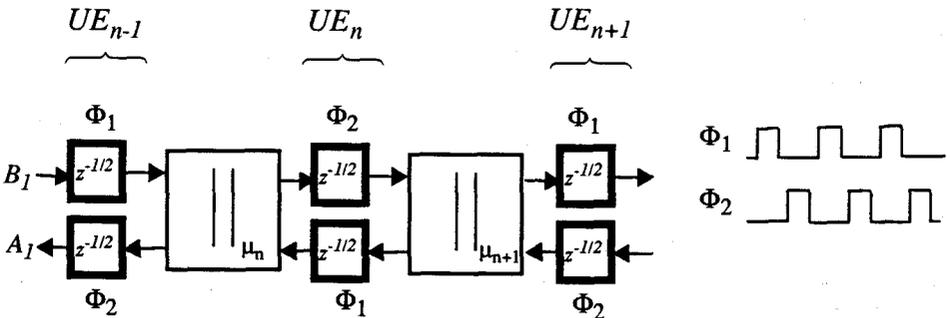


Figura 3.30 Fases de reloj que deben controlar a los elementos unitarios en el filtro.

El área total ocupada por el prototipo fabricado en una tecnología de  $1.6 \mu\text{m}$  es de  $2.3\text{mm}^2$ . Su microfotografía se muestra en la Figura 3.31. En ella se pueden apreciar 6 adaptadores paralelo de 2 puertas y 5 elementos unitarios insertados entre ellos. La colocación de las dos celdas de memoria de cada *UE* enfrentadas permite realizar un *layout* más compacto, al minimizar las líneas de conexión entre estos y las salidas (entradas) de los adaptadores.

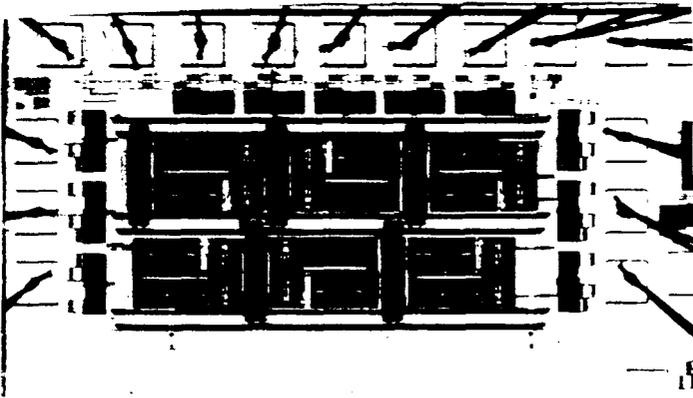


Figura 3.31 Microfotografía del prototipo *Chebyshev* de orden 5.

Para realizar las medidas experimentales del filtro se ha utilizado el esquema mostrado en la Figura 3.32. La caracterización frecuencial se basa en la utilización de un analizador de redes [HP89] que permite medir los diagramas de Bode de una función de transferencia. La señal incidente está representada por una tensión sinusoidal de muy baja amplitud, de forma que el rango de tensión a la entrada de los espejos genera la intensidad de entrada en el circuito. Las señales de reloj no solapadas son generadas externamente y controlan los elementos de retraso del filtro y el muestreador (de un periodo completo) colocado en la salida para aislar los caminos de entrada y salida. El control exterior de las fases permite ajustar la temporización y los niveles de tensión del reloj para reducir la inyección de carga de las llaves analógicas. La intensidad de salida es convertida en tensión a través de un potenciómetro de  $100\text{k}\Omega$  y medida por la sonda del analizador de redes.

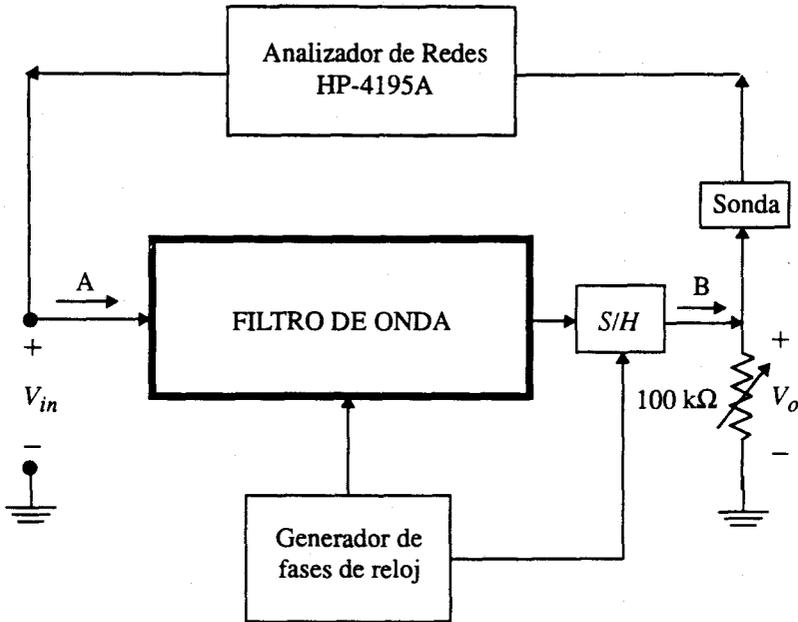


Figura 3.32 Set-up de medida para filtros SI.

El prototipo se ha probado para varias frecuencias de reloj. En la Figura 3.33 aparece la curva de transferencia en magnitud para un frecuencia de reloj de 20kHz. La frecuencia de corte obtenida en este caso fue de 2.6kHz ( $0.13f_s = 4\%error$ ) con un rizado en la banda pasante  $\epsilon=0.5dB$ .

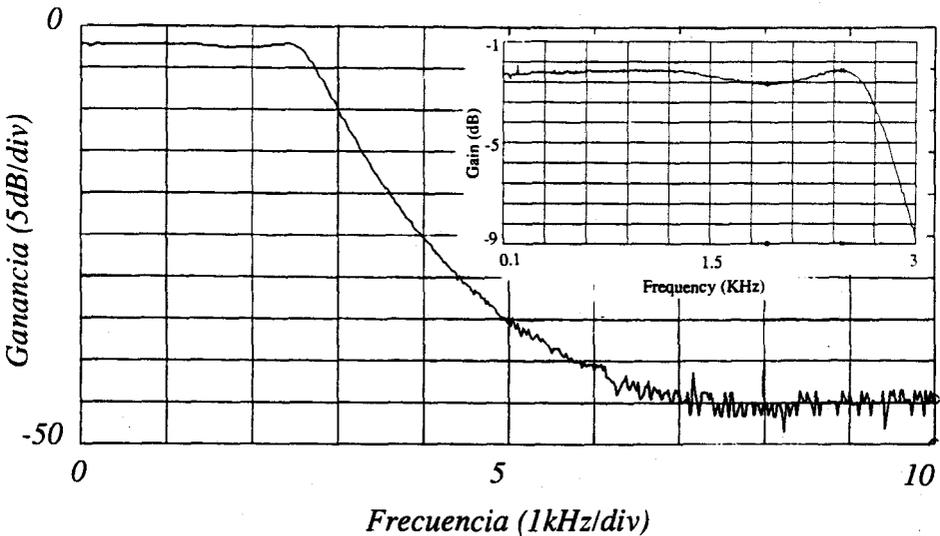


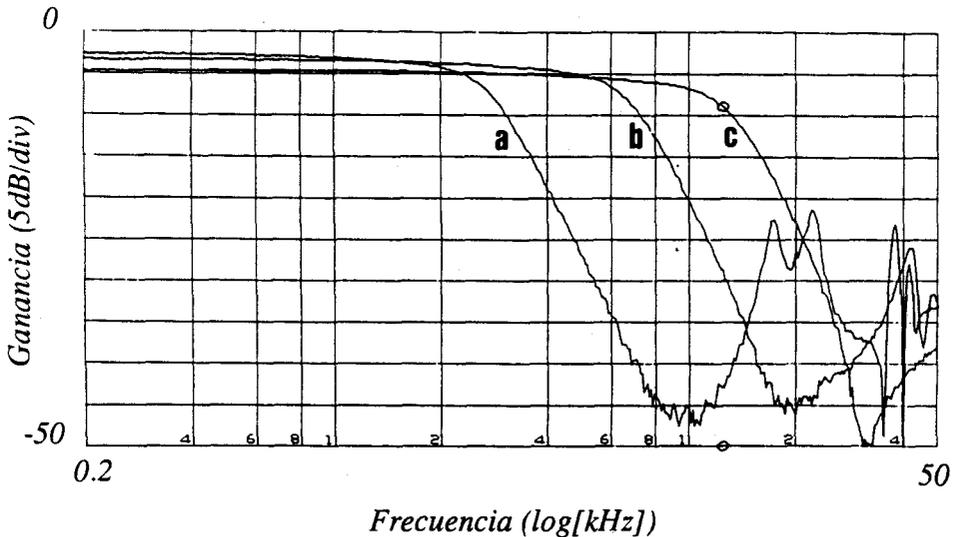
Figura 3.33 Respuesta frecuencial obtenida experimentalmente para una frecuencia de reloj de 20kHz.

El resto de los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 3.15. El valor de potencia esperado, obtenido sumando las intensidades a través de todas las ramas y multiplicándolas por la tensión de alimentación es de  $4.30mW$ , siendo  $4.56mW$  el dato medido.

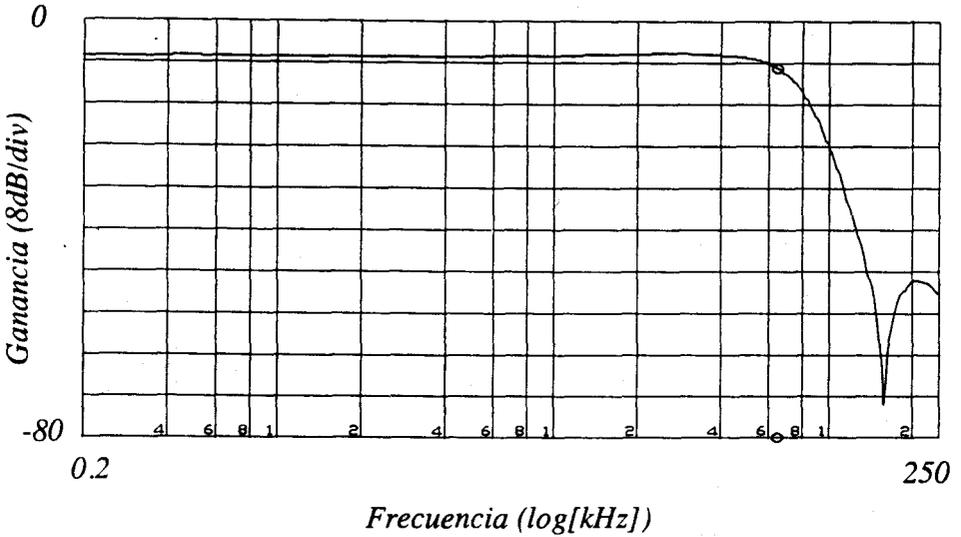
**Tabla 3.15 Resultados experimentales del filtro de la Figura 3.27b.**

|                        |                |
|------------------------|----------------|
| $f_s$                  | 20kHz          |
| $f_c$                  | $0.13 f_s$     |
| $\epsilon$             | 0.5 dB         |
| $RD(2\mu A)$           | > 50dB         |
| $THD(2\mu A)$          | < 1.5%         |
| ruido (100 Hz, 2.6kHz) | $1.47nA_{RMS}$ |
| ruido (100 Hz, 10kHz)  | $2.16nA_{RMS}$ |
| Potencia (DC)          | 4.56mW         |
| $f_s$ (max)            | 500kHz         |
| Área (sin pads)        | $2.3mm^2$      |

Este comportamiento se mantiene escalado para frecuencias de reloj de 20kHz, 50kHz, 100kHz y 500kHz, como se muestra en las Figuras 3.34 y 3.35.



**Figura 3.34 Respuesta frecuencial obtenida experimentalmente para frecuencias de reloj de (a) 20kHz, (b) 50kHz y (c) 100kHz.**



**Figura 3.35** Respuesta frecuencial obtenida experimentalmente para una frecuencia de reloj de 500kHz.

### 3.6.2 Filtro Chebyshev LP de orden 3 tipo escalera

La segunda estructura de referencia que se estudia en esta memoria es la escalera *LC* doblemente terminada en resistencias. Un prototipo de orden 3 y su modelo de onda se muestran en las Figura 3.36a y b, respectivamente. Como se comentó anteriormente (sección 3.4), para este tipo de estructuras es posible elegir libremente el conjunto de coeficientes de reflexión  $\{\gamma_{ij}\}$  debido a que existen resistencias de puerta indeterminadas. En concreto, para este filtro de orden 3 las resistencias  $R_{20}$  y  $R_{02}$  quedan por determinar, lo cual equivale a 2 grados de libertad. A continuación se aplica el método presentado en la sección 3.4 para tomar los valores  $\{\gamma_{ij}\}$  con vista a que su realización física sea lo más exacta posible, posteriormente se detallará dicha realización.

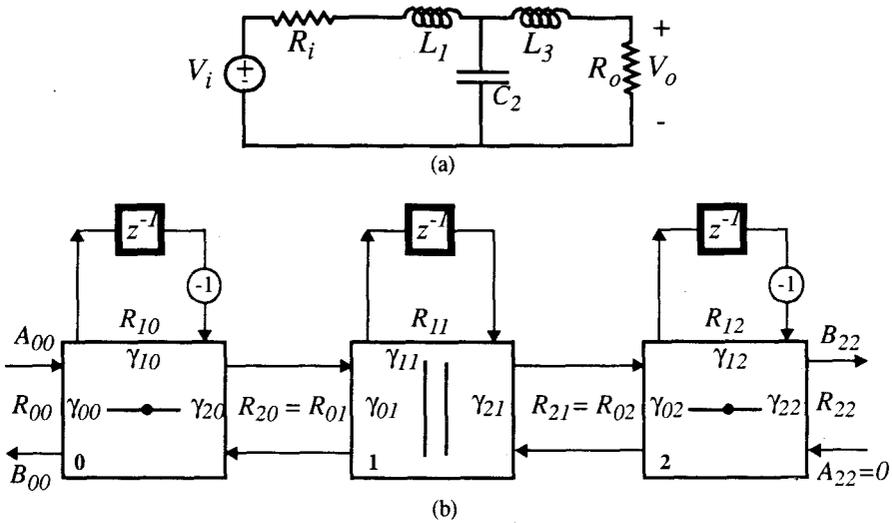


Figura 3.36 a) Filtro pasivo de referencia de orden 3, (b) Filtro de onda correspondiente.

### 3.6.2.1 Elección de los coeficientes $\gamma_{ij}$

Se considera un filtro de orden 3 con las especificaciones

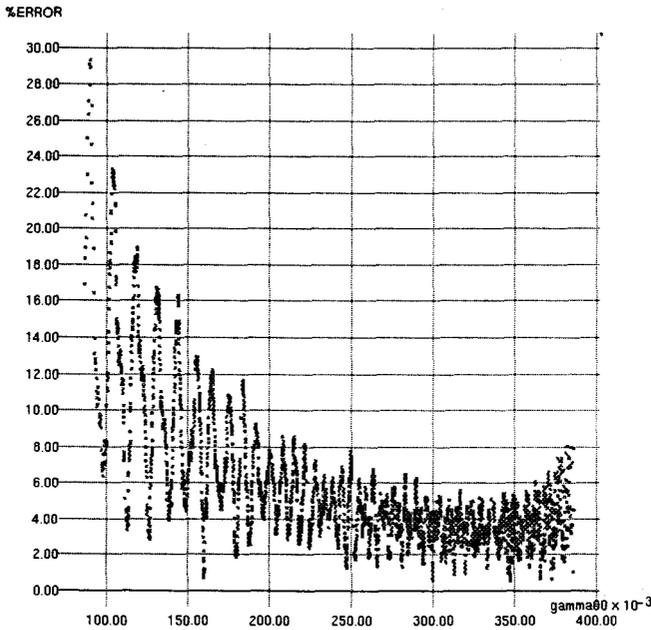
- Aproximación: Chebyshev
- Tipo de Filtro: LP
- rizado: 0.20 dB
- frecuencia de corte:  $0.0957 f_s$

que implican los valores normalizados de los elementos del filtro de referencia que se expresan en la Tabla 3.16.

Tabla 3.16 Valores normalizados de los elementos del FR.

| $R_i$ | $L_0$  | $C_1$  | $L_2$  | $R_o$ |
|-------|--------|--------|--------|-------|
| 1     | 1.2275 | 1.1525 | 1.2275 | 1     |

La función error obtenida para cada valor posible del coeficiente  $\gamma_{00}$ , se muestra en la Figura 3.37. De ella se deduce que el error es mínimo para  $\gamma_{00}=0.3$ , siendo la suma total de todos los porcentajes de error del 0.6%.



**Figura 3.37** Errores relativos obtenidos para todos los posibles valores de  $\gamma_{00}$  del *FDO*.

Los coeficientes de reflexión obtenidos a partir de este análisis, así como las correspondientes unidades de *grid* necesarias para su realización mediante ganancias de espejos de corriente, se muestran en la Tabla 3.17.

**Tabla 3.17** Coeficientes de los adaptadores paralelo de tres puertas.

|                           | $\gamma_{00}, \gamma_{22}$ | $\gamma_{10}, \gamma_{12}$ | $\gamma_{20}, \gamma_{02}$ | $\gamma_{01}, \gamma_{21}$ | $\gamma_{11}$ |
|---------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|
| <i>Valores</i>            | 0.3                        | 1.186667                   | 0.513333                   | 0.239382                   | 1.521236      |
| <i>grid</i> ( $\lambda$ ) | 45                         | 180                        | 77                         | 36                         | 228           |

### 3.6.2.2 Realización del filtro

Como paso previo antes de acometer la realización física del filtro, y una vez elegidos los coeficientes de reflexión, es preciso determinar los niveles de las señales internas para evaluar la necesidad de escalado. Las simulaciones realizadas con WAYER demuestran que, en este caso, son necesarias constantes de escalado superiores, en algunos casos, a 10dB.

Después de aplicar el método sistemático de escalado desarrollado en la sección 2.3, el *FDO* resultante, Figura 3.38, consta de adaptadores paralelo de tres puertas, elementos de retraso, inversores de ganancia unidad y amplificadores de escalado con las constantes  $k_0$ ,  $k_1$  y  $k_2$  que se dan en la Tabla 3.18.

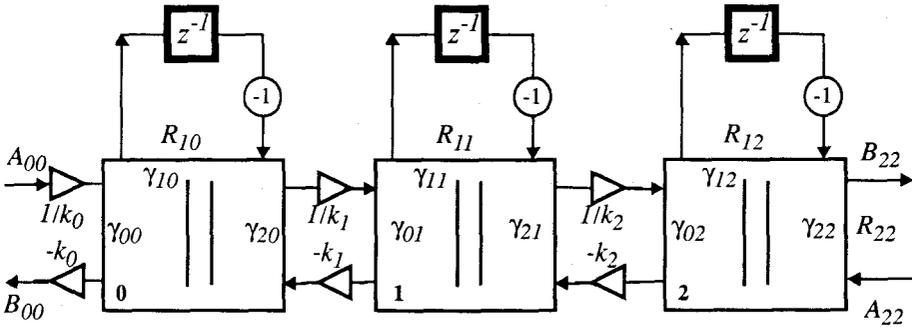


Figura 3.38 *FDO* resultante después de las transformaciones de escalado.

Tabla 3.18 Constantes de escalado antes y después de aplicar las transformaciones serie-paralelo [dB].

|                      | $k_0$ | $k_1$ | $k_2$ |
|----------------------|-------|-------|-------|
| Antes del escalado   | 12.97 | 3.81  | 10.46 |
| Después del escalado | 2.99  | -0.84 | 0.0   |

Para la realización de los adaptadores paralelo de tres puertas se ha utilizado el circuito dado en la Figura 3.9. Las dimensiones de los transistores correspondientes a una intensidad de polarización de  $10\mu\text{A}$  se dan en la Tabla 3.19. Las dimensiones de los transistores del adaptador 2 son las mismas que para el adaptador 0, intercambiando las dimensiones de  $M_{02}$ ,  $M_{12}$ ,  $M_{22}$  y  $M_{32}$  por los de  $M_{08}$ ,  $M_{18}$ ,  $M_{28}$  y  $M_{38}$  respectivamente. Ello es debido a la simetría de los elementos del filtro.

Se ha utilizado la misma etapa cascode para realizar las celdas de retraso, dada en la Figura 3.39. En el *layout* del prototipo, Figura 3.40, se distingue el canal empleado para aislar las señales de reloj, y el área ocupada por los adaptadores paralelo. El área total empleada es de  $2.2\text{ mm}^2$ . Se han utilizado

Tabla 3.19 Dimensiones en  $\mu\text{m}$  de los adaptadores de la Figura 3.38.

|  | <i>adaptador 0</i><br>$\gamma_{00}=0.3$<br>$\gamma_{10}=1.187$<br>$\gamma_{20}=0.513$ | <i>adaptador 1</i><br>$\gamma_{01}=\gamma_{21}=0.239$<br>$\gamma_{11}=1.521$ |
|--|---|--|
| $M_{00}, M_{01}, M_{04}, M_{05}, M_{07}, M_{08}, M_{09},$<br>$M_{010}, M_{011}, M_{012}$ | 100.0/10  | 100.0/10   |
| $M_{10}, M_{11}, M_{14}, M_{15}, M_{17}, M_{18}, M_{19},$<br>$M_{110}, M_{111}, M_{112}$ | 100.0/10  | 100.0/10   |
| $M_{20}, M_{21}, M_{24}, M_{25}, M_{27}, M_{28}, M_{29},$<br>$M_{210}, M_{211}, M_{212}$ | 100.0/10  | 100.0/10   |
| $M_{30}, M_{31}, M_{34}, M_{35}, M_{37}, M_{38}, M_{39},$<br>$M_{310}, M_{311}, M_{312}$ | 60.0/10   | 60.0/10  |
| $M_{02}, M_{12}, M_{22}$   | 130.0/10  | 124.0/10   |
| $M_{32}$   | 78.0/10   | 74.4/10  |
| $M_{05}, M_{15}, M_{25}$   | 118.8/10  | 152.0/10   |
| $M_{35}$   | 71.2/10   | 91.2/10  |
| $M_{08}, M_{18}, M_{28}$   | 151.2/10  | 124.0/10   |
| $M_{38}$   | 90.8/10   | 74.4/10  |

transistores unitarios de  $10\mu\text{m}/10\mu\text{m}$  para reducir los errores sistemáticos de desajuste entre transistores.

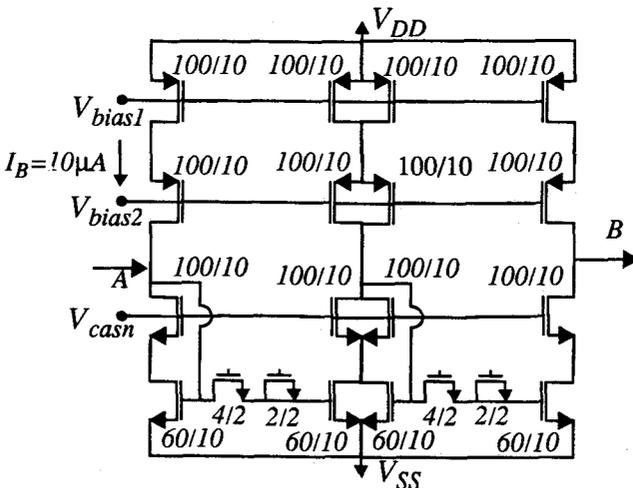


Figura 3.39 Celda de retraso T.

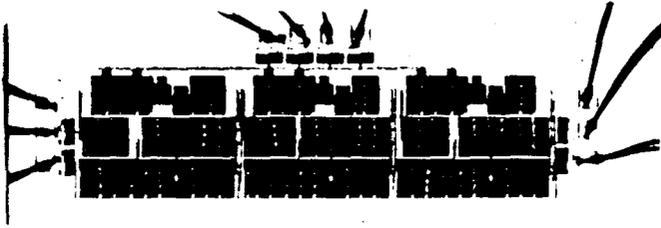


Figura 3.40 Microfotografía del prototipo del filtro *Chebyshev* de orden 3.

### 3.6.2.3 Resultados experimentales

El prototipo ha sido probado para diversas frecuencias de reloj. En la Figura 3.41 aparece la respuesta, en magnitud, para  $100\text{kHz}$  de frecuencia de muestreo y una señal de entrada de  $6\mu\text{A}$ . En el detalle de la banda pasante, mostrado en la Figura 3.42, se aprecia cómo el valor de la frecuencia de corte,  $9.58\text{kHz}$ , y del rizado,  $0.2\text{dB}$ , se aproximan muy bien a los valores ideales. Por otro lado, la función complementaria de la rechazo de banda, obtenida en la salida  $B_{00}$  se muestra en la Figura 3.41.

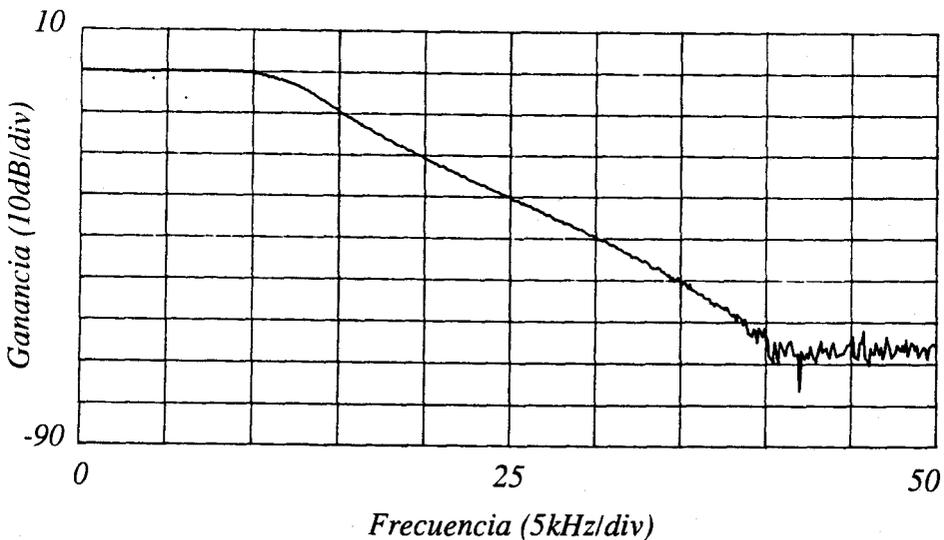


Figura 3.41 Magnitud de la respuesta paso de baja medida experimentalmente para una frecuencia de reloj de  $100\text{kHz}$ .

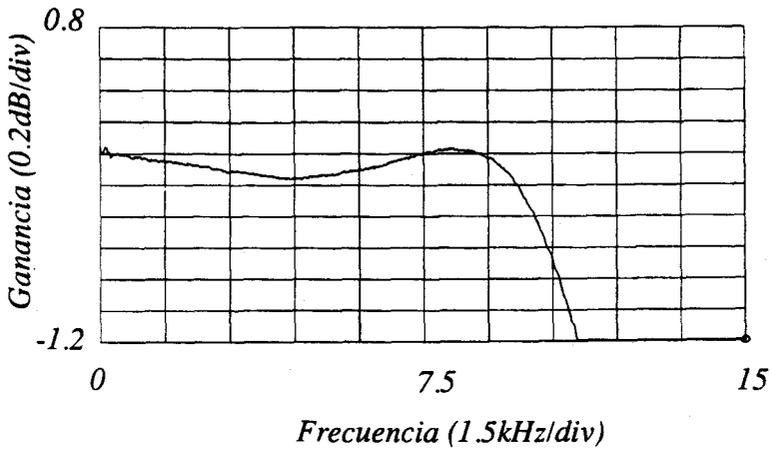


Figura 3.42 Detalle de la banda pasante para una frecuencia de reloj de 100kHz.

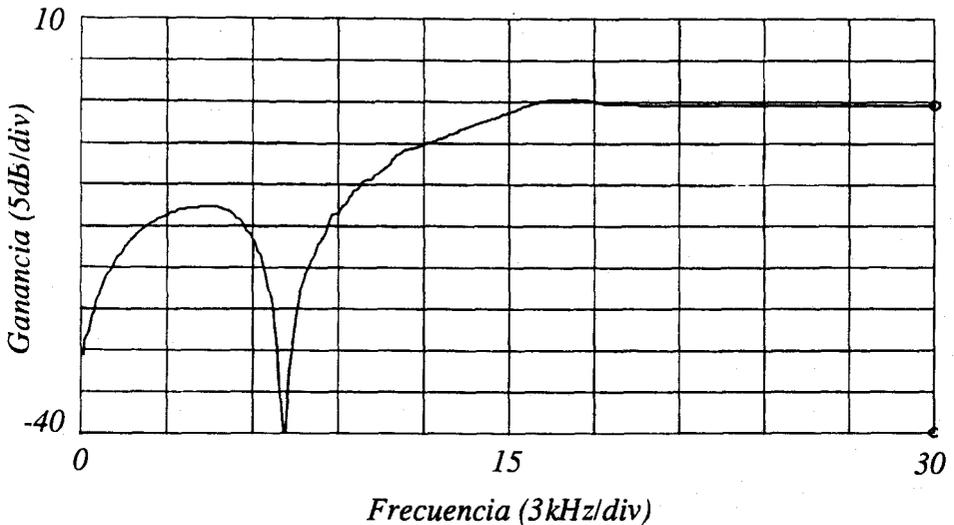


Figura 3.43 Magnitud de la respuesta rechazo de banda medida experimentalmente para una frecuencia de reloj de 100kHz.

En la Figura 3.44 aparecen las formas de onda de las intensidades de entrada y de salida para un valor de frecuencia de 8.5kHz. Se puede apreciar cómo la salida es muestreada y mantenida por el S/H. Los gliches son consecuencia de la descarga del canal de las llaves analógicas durante las transición de conducción a corte.

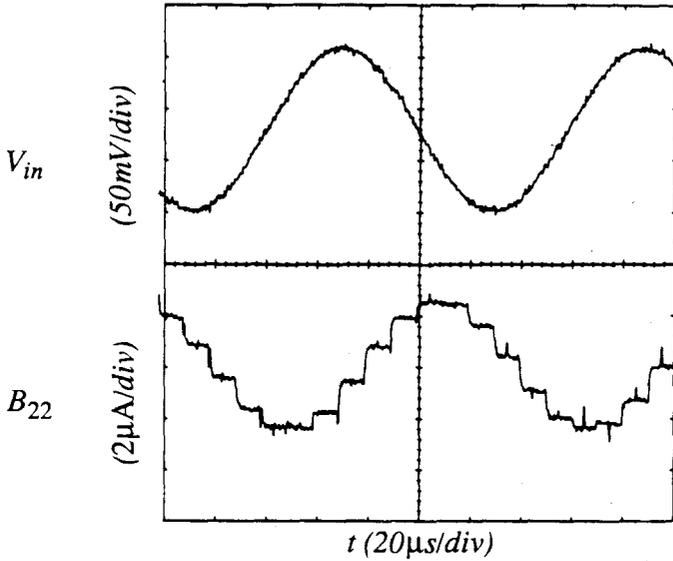


Figura 3.44 (a) Forma de onda de la tensión de entrada, (b) salida para un tono de entrada de  $8.5\text{kHz}$ .

La distorsión armónica total medida para un tono de  $4.0\text{kHz}$  es algo mayor de  $40\text{dB}$ , como puede apreciarse en la Figura 3.45. La densidad espectral de ruido a la salida se muestra en la Figura 3.46, a partir de la cual, teniendo en cuenta que ha sido medida a través de una resistencia de  $150\text{k}\Omega$ , se obtiene un nivel de  $4.89\text{nA}_{\text{RMS}}$  en la banda pasante.

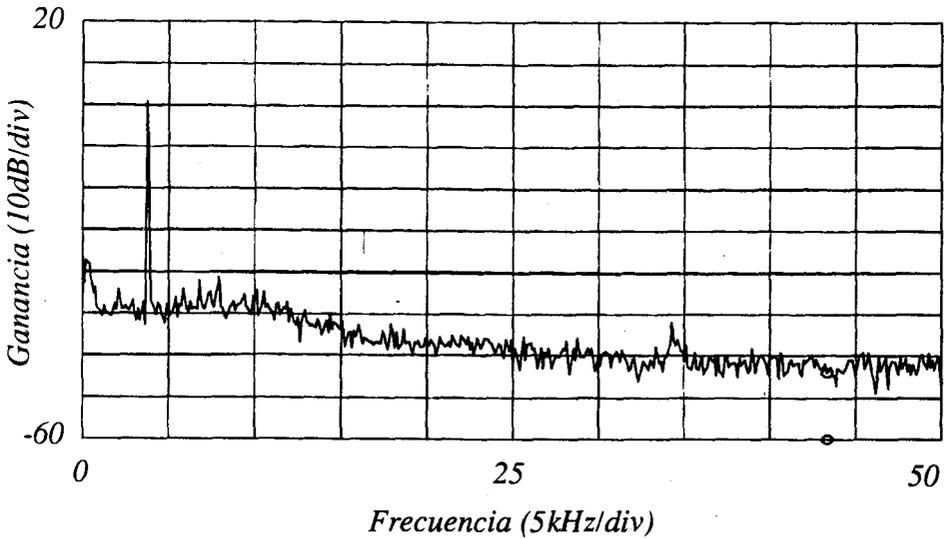
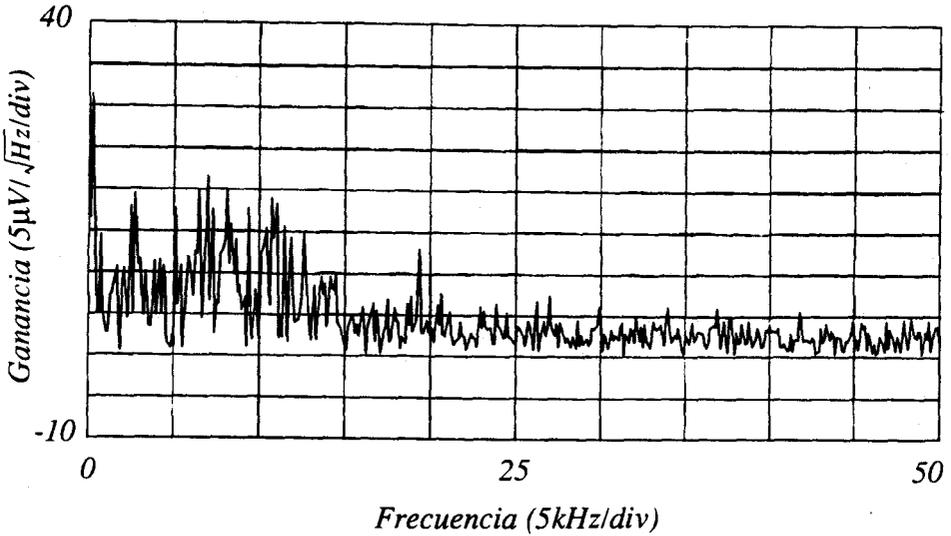
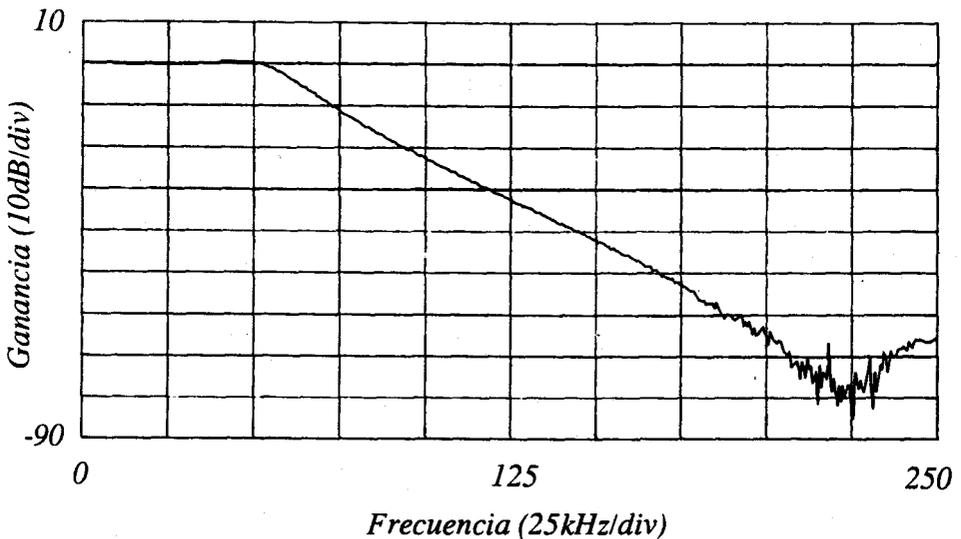


Figura 3.45 Armónicos de la respuesta paso de baja para un tono de  $4.0\text{kHz}$ .

El prototipo mantiene su funcionalidad satisfactoriamente hasta una frecuencia de reloj de  $500\text{kHz}$ , como puede apreciarse en la Figura 3.47. El resto de los resultados medidos se resumen en la Tabla 3.18. La potencia esperada es de  $3.45\text{mW}$  frente a los  $3.75\text{mW}$  medidos.



**Figura 3.46** Densidad espectral de ruido medida a través de una resistencia de  $150\text{K}\Omega$



**Figura 3.47** Magnitud de la respuesta paso de baja medida experimentalmente para una frecuencia de reloj de  $500\text{kHz}$ .

**Tabla 3.20 Resultados experimentales del prototipo escalera.**

|                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| $f_s$                   | 100kHz                |
| $f_c$                   | $0.0958.f_s$          |
| $\epsilon$              | 0.2dB                 |
| $RD(6\mu A)$            | > 50dB                |
| $THD(6\mu A)$           | < 0.75%               |
| ruido (100 Hz, 9.58kHz) | 4.89nA <sub>RMS</sub> |
| ruido (100 Hz, 50kHz)   | 8.23nA <sub>RMS</sub> |
| Potencia (DC)           | 3.75mW                |
| $f_s$ (max)             | 500kHz                |
| Área (sin pads)         | 2.2mm <sup>2</sup>    |

### 3.7 Resumen y conclusiones

- Se han propuesto y verificado circuitos *SI* basados en espejos de corriente, para la realización de los bloques básicos (adaptadores, condensadores, inductores, etc.) de un filtro de onda.
- Se han analizado las principales fuentes de desviación del comportamiento ideal de los bloques básicos.
- Se ha modelado el error de cuantización de los coeficientes del filtro provocado por el límite tecnológico, y se ha dado un método para la elección de los coeficientes que conduce a mínimos errores de cuantización.
- Se ha realizado el diseño de un filtro de onda de 5<sup>º</sup> orden tipo *Chebyshev*, partiendo de una estructura tipo microonda.
- Se ha realizado el diseño de un filtro de onda de 3<sup>er</sup> orden tipo *Chebyshev*, partiendo de una estructura escalera *LC* de referencia.
- Ha quedado probada la validez de las técnicas *SI* para realizaciones poco costosas de *FDO* analógicos.

## Capítulo 4

# Filtros Elípticos y Programables

---

En este capítulo se amplía la metodología expuesta en los capítulos 2 y 3 a la síntesis de cualquier tipo de función filtrado  $F(s)$ . La introducción de ceros de transmisión en la función  $F(s)$  permite obtener filtros elípticos, así como funciones paso de banda (*BP*) y rechazo de banda (*BR*). Se presenta un método para obtener funciones *BP* y *BR* basados en estructuras universales de *FDO*, en las que las características frecuenciales (frecuencia central y ancho de banda) pueden ser programadas de forma independiente. Se describe un algoritmo de diseño orientado a la programabilidad de estructuras *BP* realizadas en modo *SI*. Por último, se demuestra la potencialidad de la técnica mediante un prototipo diseñado en tecnología *CMOS*.

### 4.1 Realización de ceros de transmisión en FDO

En los Capítulos 2 y 3 se ha detallado una metodología para la síntesis de filtros de onda analógicos y se ha demostrado la posibilidad de su realización *SI*. Todo ello se ha realizado sobre funciones todo-polo, usando como referencia tanto circuitos de microondas como escalera. Sin embargo, para poder satisfacer especificaciones más exigentes, como puede ser una

elevada selectividad en la banda de transición, se hace necesario introducir ceros de transmisión en la función  $F(s)$  de referencia. A continuación se demuestra la potencialidad de las técnicas *SI* para implementar este tipo de estructuras de filtros de onda.

### 4.1.1 Estructuras con Elementos Unitarios (UE)

La técnica para incorporar ceros de transmisión en estructuras formadas por una cadena de elementos unitarios consiste en insertar secciones resonantes *LC*, de forma que cada uno de estos circuitos resonantes sea responsable de un cero de transmisión (polo de atenuación). El circuito de referencia y el *FDO* resultante al aplicar esta técnica a una caso particular se muestran en la Figura 4.1.

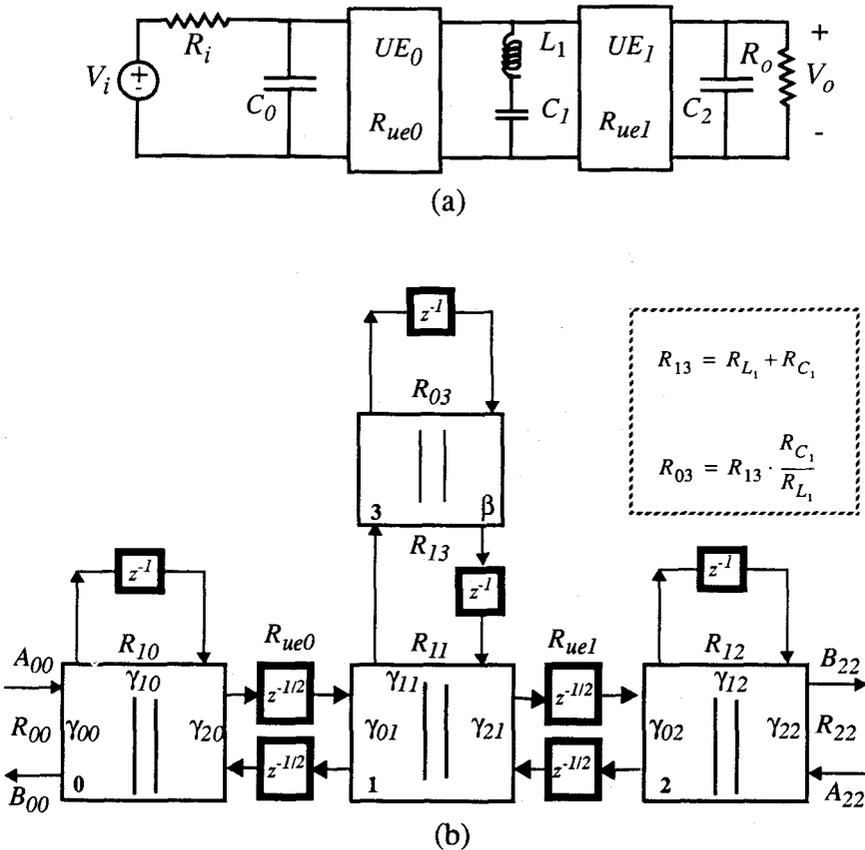


Figura 4.1 (a) Filtro de referencia de microondas elíptico, (b) su modelo de onda.

En general, para un filtro elíptico de orden  $N$  con  $n_c$  ceros de transmisión, el diagrama de flujo de onda posee  $N$  adaptadores de tres puertas,  $n_c$  adaptadores de dos puertas y  $2(2N-1+n_c)$  elementos de retraso  $T/2$ . Como puede observarse, el número de elementos de retraso  $T/2$  aumenta considerablemente respecto a la estructura todo-polo. De aquí en adelante se denominará a esta estructura  $E_0$ . Para la realización *SI* de cada uno de los elementos que aparecen en el *FDO* se pueden utilizar los circuitos detallados en el Capítulo 3. Una realización *SI* de este tipo de filtros puede encontrarse en [JONS93a].

### 4.1.2 Filtros elípticos escalera sin UE

Las estructuras escalera sin *UE* también realizan ceros de transmisión mediante circuitos resonadores *LC*. El paso al *FDO* correspondiente permite elegir más de una estructura de onda. Así, es posible realizar la conexión del circuito tanque con el resto del circuito a través de un adaptador paralelo de tres puertas (estructura  $E_1$ ), o de un adaptador paralelo de dos puertas (estructura  $E_2$ ). Para ilustrar ambas representaciones, considerar el circuito de la Figura 4.2. La introducción del condensador  $C_1$  en paralelo con  $L_1$  va a dar lugar a un cero de transmisión.

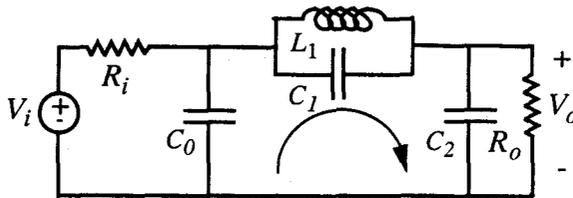


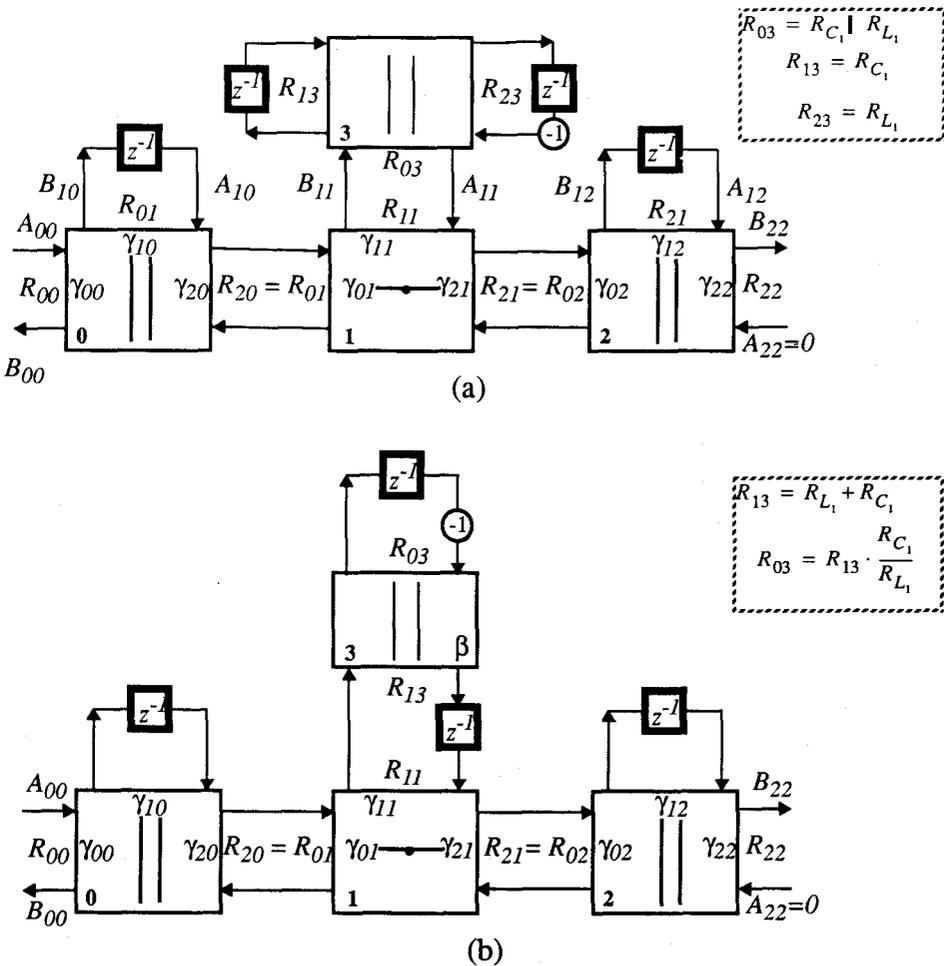
Figura 4.2 Filtro de referencia de tipo escalera con ceros de transmisión.

Las dos posibilidades de *FDO* correspondientes al uso de adaptadores de dos y tres puertas se muestran en las Figuras 4.3a y b respectivamente. Desde el punto de vista del área empleada, la segunda opción supone menor coste, además de derivar en una realización con menos coeficientes. Sin embargo, en el circuito de referencia de la Figura 4.2 aparece un lazo capacitivo formado por los condensadores  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$ , cuya representación de onda verifica las siguientes propiedades

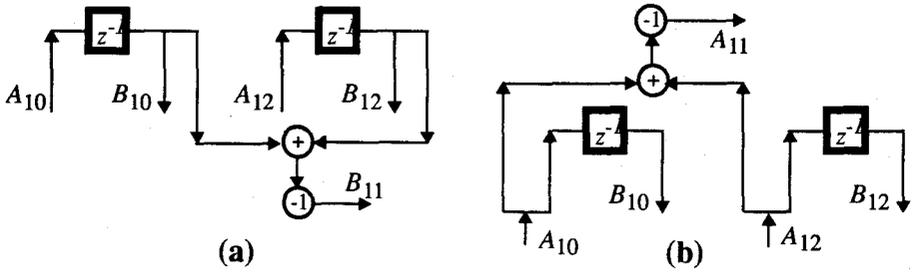
$$A_0 + A_1 + A_2 = 0 \tag{4.1}$$

$$B_0 + B_1 + B_2 = 0 \tag{4.2}$$

Esto permite simplificar el modelo de onda de la Figura 4.3a, dando lugar a realizaciones canónicas desde el punto de vista del número de retrasos  $T$  (estructura  $E_3$ ), en las que se puede ahorrar un retraso por cada lazo capacitivo mediante la simulación de una de las variables en (4.1) o (4.2) como función de las otras dos. Así por ejemplo, en la operación del adaptador 3 de la Figura 4.3a, la variable  $B_{11}$  puede simularse mediante  $B_{10}$  y  $B_{12}$  como se indica en la Figura 4.4a, y la onda  $A_{11}$  de igual modo a partir de  $A_{10}$  y  $A_{12}$ , Figura 4.4b [FETT75a]. Notar que las ondas incidentes (reflejadas) en la puerta 1 de los adaptadores de tres puertas son las respectivas ondas reflejadas (incidentes) en los elementos  $z^{-1}$ .



**Figura 4.3** FDOs correspondientes al prototipo de la Figura 4.2 que simulan la conexión del circuito tanque al resto del circuito mediante (a) un adaptador de 3 puertas (Estructura  $E_1$ ) y (b) un adaptador de 2 puertas (Estructura  $E_2$ ).



**Figura 4.4** (a) simulación de una de las ondas incidentes, (b) reflejadas, de un lazo capacitivo mediante las restantes ondas incidentes (reflejadas) de los modelos de onda de los restantes elementos pasivos).

Las ecuaciones (4.1) y (4.2) no son aplicables a la segunda estructura propuesta debido a que no verifica la condición  $V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} = 0$  del lazo capacitivo.

Por último, una estructura de onda similar a la descrita en el apartado 4.1.1 puede ser obtenida a partir de un filtro de referencia escalera elíptico mediante las transformaciones de *Kuroda-Levy* [UNBE89] (Estructura  $E_4$ ). Sin embargo, en este último caso, la aportación a la función filtrado de los *UE* es nula y por tanto revierte en un coste innecesario. En la Tabla 4.1 aparecen resumidos el número de elementos necesarios (adaptadores de tres puertas, de dos puertas y elementos de retraso medio periodo) para cada tipo de estructura asociada a un filtro de orden  $N$  con  $n_c$  ceros de transmisión: microondas ( $E_0$ ), escalera con adaptadores de tres puertas ( $E_1$ ), escalera con adaptadores de dos y tres puertas ( $E_2$ ), escalera con  $n_l$  lazos capacitivos ( $E_3$ ) y escalera después de aplicar las transformaciones de *Kuroda-Levy* ( $E_4$ ). La estructuras tipo escalera requieren menor número de elementos de retraso  $T/2$  y a lo sumo el mismo número de adaptadores que las que incluyen *UEs*, por lo que consumirán menor área. Dentro de las que poseen *UEs*,  $E_0$  posee mayor capacidad de filtrado que  $E_4$ , ya que los *UEs* de  $E_4$  no cooperan en la función filtrado.

**Tabla 4.1** Elementos necesarios en un filtro elíptico de orden  $N$  con  $n_c$  ceros de transmisión para cada posible Estructura de *FDO*.

|       | <i>ADP-3</i> | <i>ADP-2</i> | $T/2$            |
|-------|--------------|--------------|------------------|
| $E_0$ | $N$          | $n_c$        | $2(2N+n_c-1)$    |
| $E_1$ | $N+n_c$      | $0$          | $2(N+n_c)$       |
| $E_2$ | $N$          | $n_c$        | $2(N+n_c)$       |
| $E_3$ | $N+n_c$      | $0$          | $2(N+n_c-n_l^*)$ |
| $E_4$ | $N$          | $n_c$        | $2(2N+n_c-1)$    |

\*. Número de lazos capacitivos de la red de referencia.

## 4.2 Transformaciones frecuenciales en filtros de datos muestreados

Dado un filtro paso de baja que realiza una función filtrado,  $F(s)$ , en el dominio continuo es posible obtener otra función filtrado,  $F'(s')$ , del mismo o distinto tipo ( $LP$ ,  $HP$ ,  $BP$ ,  $BR$ ) mediante la aplicación de transformaciones frecuenciales. Si  $s$  representa la frecuencia compleja en el dominio continuo, donde está definido el prototipo original  $LP$ ,  $s'$  la del filtro objetivo y  $\omega$  y  $\Omega$  las respectivas partes imaginarias de  $s$  y  $s'$ , la función  $T_c(s)$  que realiza la transformación entre  $LP$  y  $HP$ ,  $BP$  y  $BR$  toma los valores que se dan en la Tabla 4.2 [DANI74].

La aplicación de estas transformaciones puede implicar, en general, cambios en los valores de los elementos del circuito de referencia, así como la introducción de nuevos elementos. Un tratamiento detallado de este proceso puede encontrarse en [SEDR78]. La metodología seguida habitualmente para el diseño de filtros de datos muestreados, principalmente filtros  $SC$ , adopta generalmente este camino para la obtención del filtro de referencia continuo  $LP$ ,  $HP$ ,  $BP$  o  $BR$  a partir del cual se construye el filtro discreto.

**Tabla 4.2 Transformaciones frecuenciales en el dominio continuo**  
 $T_c(s): s \rightarrow s'$ .

| Tipo de filtro objetivo | $T_c(s)$   |
|-------------------------|--|
| $LP$                    | $s' / \Omega_c$<br>$\Omega_c$ : frecuencia de corte  |
| $HP$                    | $\Omega_c / s'$<br>$\Omega_c$ : frecuencia de corte  |
| $BP$                    | $\frac{s'^2 + \Omega_l \Omega_u}{s'(\Omega_u - \Omega_l)}$<br>$\Omega_l, \Omega_u$ : frecuencia de corte inferior y superior |
| $BR$                    | $\frac{s'(\Omega_u - \Omega_l)}{s'^2 + \Omega_l \Omega_u}$<br>$\Omega_l, \Omega_u$ : frecuencia de corte inferior y superior |

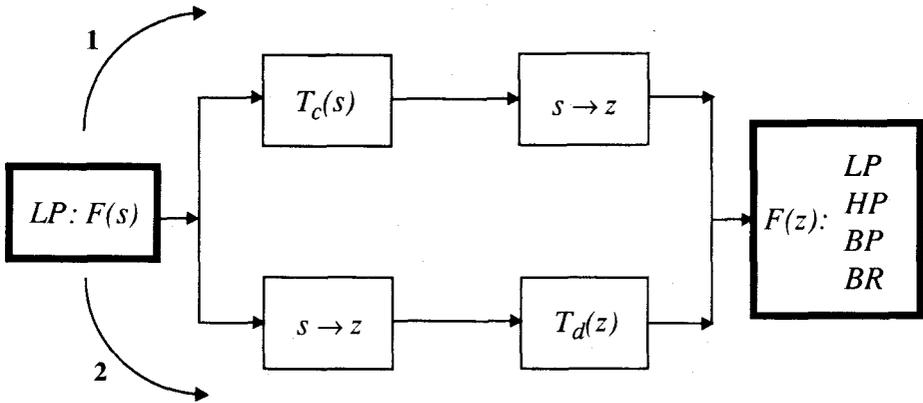
Una alternativa a este método consiste en partir del filtro *LP* discreto, obtenido a partir de la transformación del plano continuo, *s*, en el discreto, *z*, y aplicar una transformación frecuencial,  $T_d(z)$ , entre el dominio discreto de referencia, *z*, y el dominio *z'*, en el que está definido el filtro *LP*, *HP*, *BP* o *BR* objetivo. El conjunto de posibles transformaciones  $T_d(z)$  se muestra en la Tabla 4.3 y son el resultado de aplicar transformaciones frecuenciales basadas en funciones unitarias [CONS70]. En dicha tabla, los parámetros  $\omega_c$ ,  $\Omega_c$ ,  $\Omega_l$  y  $\Omega_u$  corresponden a los definidos en la Tabla 4.2 y  $\Omega_o$  representa la frecuencia central del filtro *BP* o *BR* objetivo.

**Tabla 4.3 Transformaciones frecuenciales en el dominio discreto:  $T_d(z)$ :  $z \rightarrow z'$ .**

| Filtro objetivo | $T_d(z)$   | Formulas de diseño  |
|-----------------|--|---|
| <i>LP</i>       | $\frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}}$  | $\alpha = \sin\left(\frac{\omega_c - \Omega_c}{2}T\right) / \sin\left(\frac{\omega_c + \Omega_c}{2}T\right)$  |
| <i>HP</i>       | $\frac{z^{-1} + \alpha}{1 + \alpha z^{-1}}$  | $\alpha = -\frac{\cos\left(\frac{\omega_c - \Omega_c}{2}T\right)}{\cos\left(\frac{\Omega_u + \Omega_l}{2}T\right)}$   |
| <i>BP</i>       | $\frac{-z^{-2} + (1 + \alpha)\beta z^{-1} - \alpha}{\alpha z^{-2} + (1 + \alpha)\beta z^{-1} + 1}$ | $\beta = \cos(\Omega_o T) = \frac{\cos\left(\frac{\Omega_u + \Omega_l}{2}T\right)}{\cos\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2}T\right)}$ $\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = \cot\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2}T\right) \tan\frac{\omega_c T}{2}$ |
| <i>BR</i>       | $\frac{z^{-2} - (1 + \alpha)\beta z^{-1} + \alpha}{\alpha z^{-2} + (1 + \alpha)\beta z^{-1} + 1}$  | $\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} = \tan\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2}T\right) \cdot \tan\frac{\omega_c T}{2}$  |

\*.  $\beta$  toma el mismo valor que para la transformación *BP*

En la Figura 4.5 se esquematiza el proceso seguido en ambas metodologías. En las próxima sección se demostrará que este segundo método conduce a estructuras de filtros de onda con determinadas propiedades que los hacen deseables para su programación.



**Figura 4.5** Obtención de un filtro de datos muestreados,  $F(z)$ , a partir de un filtro de referencia continuo,  $F(s)$ , mediante transformaciones frecuenciales: (1) en el dominio continuo y (2) en el dominio discreto.

La realización simultánea de dos funciones filtrado por un mismo filtro de onda permite reducir el número de transformaciones frecuenciales, necesarias para la realización de cualquier función filtrado a partir de un prototipo  $LP$  a dos:  $LP \rightarrow LP$  y  $LP \rightarrow BP$ . Las funciones  $HP$  y  $BR$  son realizadas directamente a partir de las ecuaciones de *Feldtkeller*, (2.10) y (2.11).

### 4.3 Estructuras Programables

A continuación se considera el diseño de *FDO* programables basados en una transformación frecuencial realizada en el dominio discreto. Nos centraremos en el caso  $LP \rightarrow BP$ , debido a que incluye como un caso particular a la transformación  $LP \rightarrow LP$  que, por otra parte, en filtros de datos muestreados puede realizarse directamente variando la frecuencia de reloj. En el caso de funciones  $BP$  programables se busca que los valores de

la frecuencia central ( $\Omega_o$ ) y del ancho de banda ( $BW=\Omega_u-\Omega_l$ ) del filtro resultante, puedan ser variados de manera independiente. En [ELGH76] se demuestra que un tipo particular de transformación da lugar a estructuras de *FDO* programables, que además, son universales en el sentido de que se puede obtener cualquier función *LP*, *HP*, *BP* o *BR*, sin más que dar valores concretos a ciertos parámetros. En este apartado se presenta la realización *SI* de este tipo de estructuras, haciendo hincapié en dos aspectos fundamentales: 1º Las limitaciones a la realización exacta de los coeficientes impuestas por la tecnología, y su relación con la realización práctica de filtros programables *SI*. 2º Problemática del escalado en filtros programables provocada por la realización simultánea de diversas funciones filtrado.

### 4.3.1 Obtención de estructuras BP programables

El punto de partida para la obtención de *FDO* programables es la elección de un filtro continuo *LP* cuya función filtrado,  $F(s)$ , obedece a las especificaciones del diseñador. De este filtro continuo se deriva el *FDO* en el dominio  $z$ , el cual será modificado posteriormente según la transformación frecuencial deseada. Así, para obtener un filtro *BP* con las especificaciones frecuenciales:  $\Omega_l$ ,  $\Omega_u$  y  $\Omega_o$  se aplica sobre el *FDO* paso de baja la transformación:  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  correspondiente dada por

$$g(z^{-1}) = \frac{z^{-2} - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + \alpha}{\alpha z^{-2} - \beta(1 + \alpha)z^{-1} + \alpha}, \quad |\alpha| < 1, \quad |\beta| \leq 1 \quad (4.3)$$

donde los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  vienen dados en función de  $\Omega_l$ ,  $\Omega_u$  y  $\Omega_o$  de la forma,

$$\beta = \cos(\Omega_o T) = \frac{\cos\left(\frac{\Omega_u + \Omega_l}{2} T\right)}{\cos\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2} T\right)} \quad (4.4)$$

$$\alpha = \frac{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) - \tan\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2} T\right)}{\tan\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) + \tan\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2} T\right)} \quad (4.5)$$



Dado un conjunto de especificaciones frecuenciales para el filtro *BP* objetivo  $\{\Omega_l, \Omega_u, \Omega_o\}$ , las ecuaciones (4.4) y (4.5) permiten encontrar los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  de la transformación frecuencial  $z \rightarrow g(z^{-1})$  en el dominio discreto, necesarios para obtener el filtro *BP* a partir del prototipo *LP*. Estas expresiones pueden simplificarse si se hace una elección adecuada del filtro *LP* de partida. Así, tomando  $\omega_c T = \pi/2$  el término  $\tan(\omega_c T/2)$  es igual a la unidad y la relación (4.5) se reduce a

$$\alpha = \frac{1 - \tan\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2} T\right)}{1 + \tan\left(\frac{\Omega_u - \Omega_l}{2} T\right)} \quad (4.6)$$

A partir de las relaciones de los límites de la banda pasante,  $\Omega_l$  y  $\Omega_u$ , con el ancho de banda,  $BW = \Omega_u - \Omega_l$ , y la frecuencia central,  $\Omega_o^2 = \Omega_u \Omega_l$ , (4.4) y (4.5) pueden ser expresadas como

$$\beta = \cos(\Omega_o T) = \frac{\cos\left(\frac{\sqrt{BW^2 + 4\Omega_o^2}}{2} T\right)}{\cos\left(\frac{BW \cdot T}{2}\right)} \quad (4.7)$$

$$\alpha = \frac{1 - \tan\left(\frac{BW \cdot T}{2}\right)}{1 + \tan\left(\frac{BW \cdot T}{2}\right)} \quad (4.8)$$

Un análisis de las ecuaciones (4.7) y (4.8) permite observar que para un mismo ancho de banda,  $BW$ , el coeficiente  $\alpha$  permanece constante, mientras que  $\beta$  varía siempre que lo haga la frecuencia central,  $\Omega_o$ . Por lo tanto, los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de la transformación  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  pueden variar de forma independiente para ajustarse a las especificaciones frecuenciales  $BW$  y  $\Omega_o$  del filtro *BP*. De esta forma, en un filtro *BP* obtenido mediante el procedimiento anterior, es posible, para una frecuencia de reloj constante, modificar: 1º el ancho de banda mediante la variación del parámetro  $\alpha$ , manteniendo el valor de  $\beta$  correspondiente a una determinada frecuencia central,  $\Omega_o$ , y 2º la frecuencia central, variando el parámetro  $\beta$ . Asimismo, este tipo de estructuras permite modificar las especificaciones frecuenciales del filtro *BP* sin necesidad de recurrir al escalado de la frecuencia de reloj,

que por otra parte conduciría a la variación simultánea de  $BW$  y  $\Omega_0$ .

Desde el punto de vista del diagrama de flujo de onda, la aplicación de la transformación  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  implica una serie de modificaciones de los elementos de la estructura del  $FDO$  obtenida desde el filtro  $LP$  de referencia. Para evaluar estas modificaciones se hace una descomposición de la función  $g(z^{-1})$  en subfunciones, las cuales pueden ser identificadas con operadores de onda conocidos (Tabla 2.1 y 2.2). La aplicación de estas subfunciones en la transformación del elemento  $z^{-1}$  consiste, por tanto, en la modificación del  $FDO$ , añadiendo los elementos adecuados. Este proceso se desarrolla a continuación.

La función unitaria,  $g(z^{-1})$ , puede considerarse como la aplicación encadenada de dos funciones,  $g_1(z^{-1})$  y  $g_2(z^{-1})$ , en la forma [ELGH76],

$$g(z^{-1}) = g_1(g_2(z^{-1})) \tag{4.9}$$

siendo las funciones  $g_1(z^{-1})$  y  $g_2(z^{-1})$

$$g_1(z^{-1}) = \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} \tag{4.10}$$

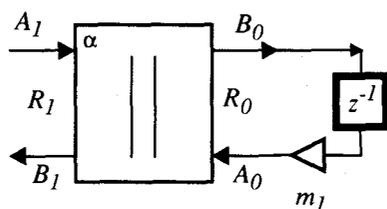
$$g_2(z^{-1}) = -z^{-1} \cdot \frac{z^{-1} - \beta}{1 - \beta z^{-1}} \tag{4.11}$$

de este modo, la transformación  $g(z^{-1})$  se obtiene aplicando, en primer lugar, la función  $g_1(z^{-1})$  sobre  $z^{-1}$  y posteriormente, de  $g_2(z^{-1})$  sobre el resultado obtenido. La descomposición (4.9) en las funciones (4.10) y (4.11) sugiere la utilización de adaptadores de dos puertas en paralelo para la realización de las subfunciones  $g_1(z^{-1})$  y  $g_2(z^{-1})$ . Así, la función de transferencia  $B_1/A_1$  de un adaptador paralelo de dos puertas, con coeficiente de reflexión  $\alpha$ , conectado a un condensador ( $m_1=1$ ) o a un inductor ( $m_1=-1$ ) como se indica en la (4.6) es

$$\frac{B_1(z)}{A_1(z)} = m_1 \frac{z^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z^{-1}} = m_1 g_1(z^{-1}) \tag{4.12}$$

cuando los valores de las impedancias  $R_0$  y  $R_1$  están relacionados con  $\alpha$  de la forma

$$\alpha = \frac{R_0 - R_I}{R_0 + R_I} \quad \frac{R_0}{R_I} = \frac{1 + m_1 \alpha}{1 - m_1 \alpha} \quad (4.13)$$



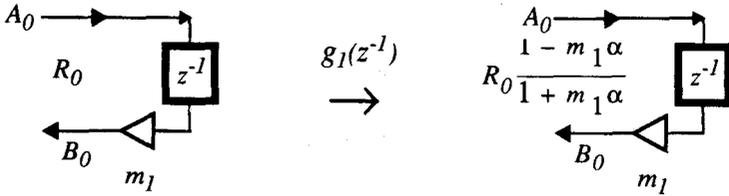
**Figura 4.6** Adaptador de dos puertas conectado a un elemento pasivo:  $m_1 = 1$  para un condensador y  $m_1 = -1$  para un inductor.

Si a un elemento pasivo ( $L$  o  $C$ ) de impedancia de puerta  $R_0$  se le aplica la transformación  $z^{-1} \rightarrow g_1(z^{-1})$ , queda modificado en la forma indicada en la Figura 4.6. Por lo tanto, el efecto de aplicar la transformación  $z^{-1} \rightarrow g_1(z^{-1})$  es equivalente a modificar la impedancia vista desde el resto del circuito,  $R_I$ , mediante (4.13), y efectuar el acoplo de impedancias entre  $R_0$  y  $R_I$  a través un adaptador paralelo de coeficiente  $\alpha$ . Debido a que la operación que realiza todo adaptador paralelo de dos puertas es el acoplo de dos impedancias,  $R_0$  y  $R_I$ , el efecto producido por  $g_1(z^{-1})$  es el mismo que produciría la modificación de la resistencia  $R_0$ , de acuerdo con (4.13). El resultado queda indicado en la Figura 4.7. Así, El valor de las nuevas resistencias asociadas a cada elemento pasivo  $X_j$  puede expresarse, en función de las especificaciones del filtro objetivo, en la forma general

$$R'_{0j} = \left( X_j \cot \left( \frac{BW \cdot T}{2} \right) \right)^{p_j} \quad p_j = \begin{cases} 1 & \text{si } X_j = L_j \\ -1 & \text{si } X_j = C_j \end{cases} \quad (4.14)$$

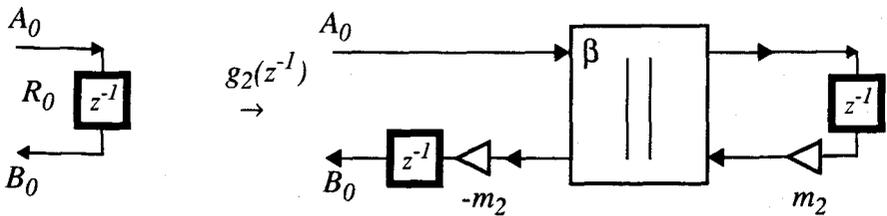
Por su parte, por la aplicación de  $g_2(z^{-1})$  sobre la estructura del *FDO* de partida puede expresarse de dos formas en función de un parámetro  $m_2$  ( $m_2=1$  y  $m_2=-1$ ), cuya elección es arbitraria y sólo depende de la forma que se desee expresar dicha función  $g_2(z^{-1})$ ; es decir

$$g_2(z^{-1}) = m_2 z^{-1} \left( \frac{(z^{-1} - \beta) m_2}{1 - \beta z^{-1}} \right) \quad m_2 = 1, -1 \quad (4.15)$$



**Figura 4.7** Efecto sobre  $R_0$  después de aplicar la transformación  $z^{-1} \rightarrow g_1(z^{-1})$  al modelo de onda de un elemento pasivo:  $m_1 = 1$  para un condensador y  $m_1 = -1$  para un inductor.

Cualquier valor de  $m_2$  da lugar a un modelo de onda realizable mediante un adaptador paralelo de dos puertas conectado a un elemento de retraso  $z^{-1}$ , como se indica en la Figura 4.8.



**Figura 4.8** Efecto de aplicar la transformación  $z^{-1} \rightarrow g_2(z^{-1})$  al modelo de onda de un elemento pasivo.

El efecto global de aplicar la transformación  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  se esquematiza en la Figura 4.9. Obsérvese que para el caso  $\beta=1$  el efecto del adaptador de coeficiente  $\beta$  es nulo ( $B_0 = -m_1 m_2 A_0(z^{-1})$ ), y por lo tanto, la estructura resultante es de tipo *LP*. Consecuentemente, filtros *LP* y *HP* pueden ser obtenidos mediante la aplicación  $g(z^{-1})$  a un prototipo *LP*.

El filtro de onda obtenido para  $m_2 = -1$ , representa una estructura universal capaz de sintetizar cualquier tipo de función filtrado, y de modificar sus características frecuenciales de forma independiente.

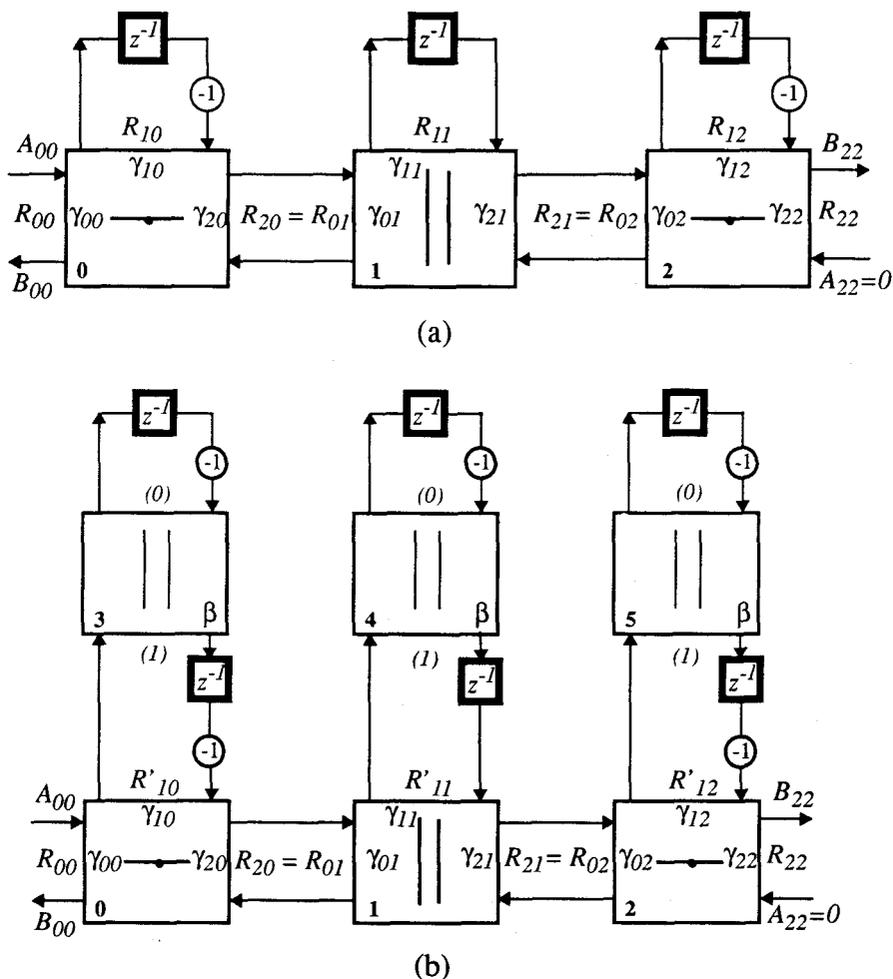


Figura 4.9 (a) Filtro de onda LP de referencia, (b) Estructura universal de FDO obtenida después de aplicar la transformación:  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  con  $m_2 = -1$  al filtro en (a).

Resumiendo el proceso de obtención de filtros de onda mediante transformaciones frecuenciales, se puede establecer la siguiente secuencia de pasos a seguir:

- Paso 1: Elegir las especificaciones frecuenciales tanto para el filtro LP de referencia continuo, como para el filtro objetivo LP, HP, BP o BR.

- Paso 2: Obtener el modelo de onda del prototipo  $LP$  continuo aplicando la metodología general de síntesis de  $FDO$  expuesta en el Capítulo 2.
- Paso 3: Derivar el valor de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  de la transformación  $z^{-1} \rightarrow g(z^{-1})$  a partir de las ecuaciones (4.7) y (4.8).
- Paso 4: Modificar la estructura del  $FDO$  obtenida en el paso 2, aplicando las transformaciones  $g_1(z^{-1})$  y  $g_2(z^{-1})$  en la forma ilustrada en la Figura 4.9. Es decir, sustituyendo  $R_{1j}$  por  $R'_{1j}$ , e introduciendo adaptadores de dos puertas con coeficiente  $\beta$ .

### 4.3.2 Síntesis de Filtros de Onda Programables

Las ecuaciones (4.7) y (4.8) ponen de manifiesto que la frecuencia central y el ancho de banda de un filtro pueden ser modificados independientemente, variando por separado los parámetros  $\beta$  y  $\alpha$  en la transformación  $g(z^{-1})$ . Si se analiza la influencia de  $\Omega_0$  y  $BW$  en el diseño, se advierte que, por un lado,  $\Omega_0$  sólo afecta a los coeficientes  $\beta$  de los adaptadores de dos puertas (siendo todos ellos iguales), mientras que por otro,  $BW$  influye en los coeficientes  $\gamma_{ij}$  de los adaptadores de tres puertas al modificar la impedancia de la puertas  $R_{1j}$  en la forma (4.14).

Las estructuras programables que se estudian en este capítulo tienen como objetivo pasar de un conjunto de especificaciones frecuenciales iniciales  $\{\Omega_{01}, BW_1\}$  a otro nuevo  $\{\Omega_{02}, BW_2\}$  mediante la modificación de  $3N+N$  coeficientes de reflexión. En el desarrollo de este subapartado se propone, en primer lugar, un espejo de corriente con ganancia variable apto para la programabilidad de los coeficientes de reflexión. A continuación y teniendo en cuenta sus limitaciones, se describe un algoritmo de búsqueda de los coeficientes de los adaptadores que cumplen las especificaciones frecuenciales deseadas.

#### 4.3.2.1 Espejo de corriente con ganancia variable

La realización práctica de filtros  $SI$  programable está ligada a la posibilidad de variar los coeficientes de reflexión de los adaptadores de impedancias. Como estos parámetros son obtenidos por medio de espejos

de ganancias de espejos de corriente, un posible método de modificarlos consiste en alterar la relación  $(W/L)$  de los transistores de la segunda rama del espejo. Esto es fácilmente realizable usando una cadena de transistores en paralelo cuya conexión real se establece con un conjunto de llaves analógicas controladas digitalmente, Figura 4.10 [YUFE93a]. El valor de la ganancia  $\gamma_{ij}$  depende de los valores que tome la palabra digital  $p_0 p_1 \dots p_{r-1}$ . Así,

$$\left(\frac{W}{L}\right)_{ij} = \left(\frac{W}{L}\right)_{NPij} + p_0 \left(\frac{W}{L}\right)_{0ij} + p_1 \left(\frac{W}{L}\right)_{1ij} + \dots + p_{r-1} \left(\frac{W}{L}\right)_{r-1ij} \tag{4.16}$$

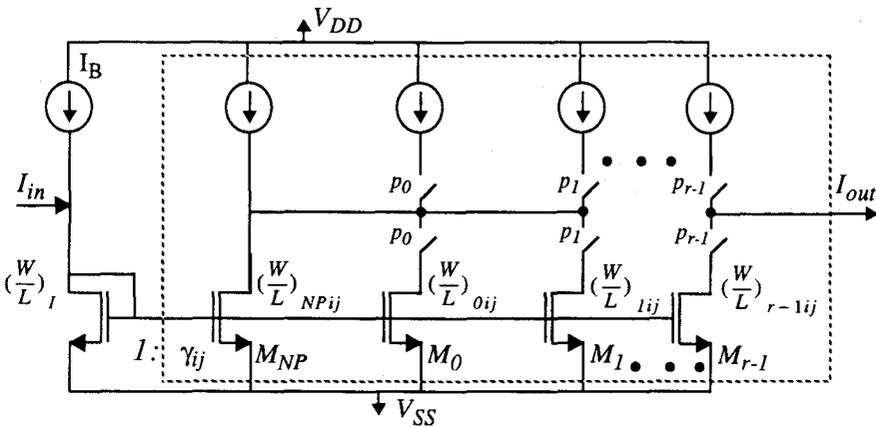


Figura 4.10 Espejo de corriente con ganancia  $\gamma_{ij}$  programable.

Una alternativa a esta elección consiste en añadir llaves de control en el terminal de puerta de los transistores de las ramas programables ( $M_j$ ). De esta forma se conseguiría minimizar la capacidad de puerta a costa de utilizar más elementos de control. Sin embargo, la velocidad de operación no se verá notablemente influida en elementos como los de la Figura 3.8a, en los que el área de las ramas programables es muy reducida. Por otra parte, para el caso de adaptadores serie, en los que el área programable se concentra en la etapa de salida, Figura 3.8b, la capacidad total en la misma será constante debido a que la suma de los coeficientes de reflexión ha de ser 2.

Hay que hacer notar que la introducción de llaves en la rama de salida en

el circuito de la Figura 4.10, provoca que la caída tensión a través de la resistencia en conducción de las llaves pueda modificar el comportamiento en DC. Esta influencia es reducida para intensidades del orden de microamperios. En la Tabla 4.4 se puede apreciar el valor de los parámetros en el punto de operación en DC: ganancias, impedancias salida y *offset* sistemático para un adaptador paralelo de dos puertas con coeficiente  $\mu=0.3$  realizado como se indica en la Figura 3.6, primera columna, y programando una rama de ganancia 0.2 que es sumada a 0.1, segunda columna. La programación se ha hecho mediante el circuito de la Figura 4.10 utilizando llaves de  $(10\mu m/5\mu m)$  que presentan una resistencia en conducción de 7.0 k $\Omega$ . El comportamiento se ve afectado levemente sólo en las resistencias de salida.

**Tabla 4.4 Medida del efecto de las llaves de programación.**

|                              | <i>Sin llaves</i> | <i>Con llaves</i> |
|------------------------------|-------------------|-------------------|
| $B_0/A_0$                    | 0.2991            | 0.2991            |
| $B_0/A_1$                    | -1.2992           | -1.2992           |
| $B_1/A_0$                    | -0.7021           | -0.7021           |
| $B_1/A_1$                    | 0.2979            | 0.2979            |
| $r_{out}(B_0)$ [M $\Omega$ ] | 424.70            | 424.40            |
| $r_{out}(B_1)$ [M $\Omega$ ] | 752.73            | 751.30            |
| $I_{off}(B_1)$ [nA]          | 3.17              | 3.17              |
| $I_{off}(B_1)$ [nA]          | 14.52             | 14.52             |

Es necesario mencionar que los incrementos en los coeficientes de reflexión de un adaptador de tres puertas, al pasar de unas especificaciones frecuenciales a otras, obedecen a las expresiones

$$\Delta\gamma_0 = (-\gamma_0) K \tag{4.17}$$

$$\Delta\gamma_1 = (2 - \gamma_1) K \tag{4.18}$$

$$\Delta\gamma_2 = (-\gamma_2) K \tag{4.19}$$

siendo

$$K = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{i=0,1,2} R_i}{\Delta R_1}} \quad (4.20)$$

donde  $\Delta R_1$  representa el incremento en la resistencia del elemento asociado a la puerta 1 (elementos pasivos) impuesto por el cambio de las especificaciones frecuenciales. Desde el punto de vista de la programabilidad, estas ecuaciones implican que el control de las ganancias programables asociadas a  $\gamma_1$  ha de ser el complementario del de  $\gamma_0$  y  $\gamma_2$  ya que tales ecuaciones poseen una evolución de signo contrario en función de  $\Delta R_1$ . Puede observarse que la suma  $\Delta\gamma_0 + \Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2$  es igual a cero, como era de esperar.

Puesto que no todas las dimensiones pueden realizarse de una forma exacta debido al límite tecnológico, la realización física de cada coeficiente se ve afectada de un error de cuantización [SAND86]. Así pues, para reducir los errores en los coeficientes del filtro, los incrementos en las dimensiones de los transistores,  $(W/L)_{0ij}$ ,  $(W/L)_{1ij}$ , ...,  $(W/L)_{r-1ij}$  han de corresponder a dimensiones que sean realizables de la forma más exacta posible. Por lo tanto, buscaremos las realizaciones programables que cumplan dos requisitos:

- 1) Los valores de los coeficientes de reflexión para cada adaptador, correspondientes a diferentes especificaciones frecuenciales, deben ser realizables mediante un espejo programable como el de la Figura 4.10.
- 2) Los errores de cuantización en cada coeficiente han de ser tan pequeños como sea posible.

#### 4.3.2.2 Cálculo de los coeficientes para una estructura programable

El objetivo de este apartado es presentar una metodología para la realización de filtros *BP* programables insensibles a errores de cuantización, en el sentido sugerido en 4.3.2.1. Para ello, el problema de diseño se plantea de la siguiente manera:

Para una estructura programable paso de banda como la descrita en el apartado 4.2, y para un conjunto de especificaciones

frecuenciales con  $P$  frecuencias centrales  $\{\Omega_{o0}, \Omega_{o1}, \dots, \Omega_{oP-1}\}$  y  $Q$  anchos de banda  $\{BW_0, BW_1, \dots, BW_{Q-1}\}$ , correspondientes a  $2^{P+Q}$  filtros distintos, encontrar el conjunto de coeficientes  $\{\gamma_{ij}, \beta\}_{p,q}$  que permiten realizar el FDO de cada uno de ellos mediante circuitos SI que: a) utilicen la misma estructura de onda para todos ellos, b) sufran de los mínimos errores de cuantización, y, c) que usando los espejos de corriente de ganancia variable, de la Figura 4.10, permita pasar de una configuración a otra a través de una programación adecuada.

Su resolución puede abordarse de la siguiente manera: 1) Localizando todas aquellas realizaciones correspondientes a cada una de las especificaciones  $\{\Omega_{oi}, BW_{ij}\}$   $i=1, 2$  y  $3$ , que impliquen mínimos errores de cuantización; 2) Eligiendo aquellas que permitan una programación adecuada acorde con el circuito de la Figura 4.10. A continuación se detalla este proceso.

**Cálculo de los coeficientes  $\{\gamma_{ij}, \beta\}$  correspondiente a las especificaciones  $\{\Omega_o, BW\}$**

Se ha demostrado que en la estructura BP universal, el ancho de banda y la frecuencia central son independientes y pueden fijarse por separado. En concreto, el ancho de banda,  $BW$ , influye sobre los coeficientes de los adaptadores de tres puertas,  $\gamma_{ij}$ , mientras que la frecuencia central,  $\Omega_o$ , modifica los coeficientes  $\beta$  de los adaptadores de dos puertas. Según esto, hemos desarrollado un método para la determinación por separado de  $\gamma_{ij}$  y  $\beta$ , el cual detallamos a continuación.

**Cálculo de los coeficientes  $\{\gamma_{ij}\}$  correspondiente a  $BW$**

En un filtro escalera de orden  $N$  existen  $N-1$  grados de libertad para la elección de los coeficientes  $\gamma_{ij}$  que pueden ser aprovechados con vistas a fijar valores exactamente realizables. Este proceso de elección fue detallado ya en el apartado 3.2.2.1 para un único ancho de banda. Para el caso de  $Q$  anchos de banda, se resuelve del mismo modo, particularizando para cada valor  $BW_q$ ,  $q=0, 1, \dots, Q-1$ , y teniendo en cuenta los valores de las respectivas resistencias  $R'_{ij}$  de los adaptadores de tres puertas que corresponden a cada especificación de  $BW$ .

Una alternativa para determinar los coeficientes de reflexión consiste en hacer variar el menor número de ellos para pasar de unas especificaciones frecuenciales a otras. Para ello se puede elegir constante un coeficiente  $\gamma$ , de

forma que se reduce el número de los que es necesario programar. Es necesario tener en cuenta que las resistencias de los elementos pasivos de *FDO* de referencia están determinadas así como las terminales,  $R_{00}$  y  $R_{22}$  (Figura 4.9b). En general, si son conocidas dos de las resistencias asociadas a un adaptador de tres puertas, existe la posibilidad de elegir cualquier valor de los coeficientes  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  o  $\gamma_2$  como fijos. En la Tabla 4.5 aparece el valor de la resistencia restante según se trate de un adaptador paralelo o serie. El caso presentado corresponde a  $R_2$  como resistencia desconocida, pero puede generalizarse para cualquiera de ellas.

**Tabla 4.5** Valores de la resistencia  $R_2$  de un adaptador de 3 puertas, conocido uno de los coeficientes de reflexión y las dos resistencias restantes  $R_0$  y  $R_1$ .

|                          | Coeficiente que se fija a priori                    |   |   |
|--------------------------|---|---|---|
|                          | $\gamma_0$  | $\gamma_1$  | $\gamma_2$  |
| <i>Serie</i><br>$R_2$    | $\left(\frac{2-\gamma_0}{\gamma_0}\right)R_0 - R_1$ | $\left(\frac{2-\gamma_1}{\gamma_1}\right)R_1 - R_0$ | $\frac{\gamma_2}{2-\gamma_2}(R_1 + R_0)$              |
| <i>Paralelo</i><br>$G_2$ | $\left(\frac{2-\gamma_0}{\gamma_0}\right)G_0 - G_1$ | $\left(\frac{2-\gamma_1}{\gamma_1}\right)G_1 - G_0$ | $\left(\frac{\gamma_2}{2-\gamma_2}\right)(G_1 + G_0)$ |

En la mayoría de los casos,  $R_1$  y  $R_0$  (o  $R_2$ ) son conocidas, de ahí los parámetros elegidos para construir la tabla anterior. Puede observarse cómo no es arbitraria la elección de un coeficiente constante dentro de un adaptador, debiendo tener especial cuidado en dos aspectos: Primero, la elección de  $\gamma_0$  o  $\gamma_1$  puede derivar en valores negativos de  $R_2$  si no se cumple

$$\gamma_0 \leq \frac{2}{1 + \frac{R_1}{R_0}} \quad \text{o} \quad \gamma_1 \leq \frac{2}{1 + \frac{R_0}{R_1}} \quad (4.21)$$

respectivamente. La realización del *FDO* en este caso es todavía posible, pero requiere coeficientes de reflexión que pueden ser mayores que 2, generando una mayor dispersión de valores. Por otro lado, algunos coeficientes de reflexión son negativos, lo cual obliga a modificar la realización de los bloques básicos *SI* mostrada en el Capítulo 3. En segundo

lugar, según la ecuación (4.14) la resistencia del elemento pasivo,  $R_1$ , es dependiente del ancho de banda del filtro objetivo y habrá de verificar (4.21) para todos los anchos de banda que se deseen programar. En la contrapartida paralelo deben considerarse las conductancias de los elementos en (4.21). Por el contrario, este problema no aparece en  $\gamma_2$ , por lo que parece más adecuado elegir este parámetro fijo a la hora de explorar posibles valores de  $\gamma_0$  y  $\gamma_1$ . Debido a las ligaduras existentes en la estructura sólo 2 coeficientes  $\gamma$  pueden ser fijados, de modo que, al igual que en la sección 3.5.2.1, una posibilidad puede ser tomar  $\gamma_{20} = \gamma_{02}$  y hacerlos variar en el rango  $[0,2]$ , para cada ancho de banda localizando aquellas realizaciones que implican menores errores de cuantización.

Para ilustrar el primero de los métodos, vamos a considerar un prototipo *LP* de referencia con las siguientes especificaciones

|                        |                  |
|------------------------|------------------|
| <i>Aproximación:</i>   | <i>Chebyshev</i> |
| <i>Tipo de Filtro:</i> | <i>LP</i>        |
| $\epsilon$ :           | 0.20 dB          |
| $f_c$ :                | 0.25 $f_s$       |

Se pretende obtener un filtro *BP*, con los anchos de banda normalizados respecto de la frecuencia de reloj, especificados en la Tabla 4.6.

**Tabla 4.6 Anchos de banda normalizados de la estructura *BP* programable.**

| $BW_0$  | $BW_1$  | $BW_2$  |
|---------|---------|---------|
| 0.02468 | 0.05631 | 0.09578 |

Si se representa la función  $E^{\%}_\lambda(\gamma)$  (ecuación (3.69)) frente a los posibles valores de  $\gamma_{00}$ , Figura 4.11, se observa la existencia de valores de  $\gamma_{00}$  que conducen a realizaciones para las que los porcentajes de error son mínimos. Los valores utilizados para  $\gamma_{00}$  son consecuencia de las distintas elecciones posibles de  $k=R_{00}/R_{20}=\gamma_{00}/\gamma_{20}$ . Debido a la simetría de la estructura, la variación del coeficiente  $k$  correspondiente al adaptador 2 es la misma, lo cual reduce el espacio de búsqueda. A partir de las curvas de porcentaje de error en los coeficientes de reflexión de la Figura 4.11, se determinan los coeficientes de la estructura *BP*, cuya realización programable se realiza mediante el circuito propuesto en la Figura 4.10. En primer lugar, se observan diversos mínimos candidatos a realizaciones exactas. El mínimo para cada ancho de banda se elige de forma que la ganancia de la rama programable sea realizable de la forma más exacta posible y además, pueda programarse de forma incremental a partir de las ganancias ligadas a cada

coeficiente de reflexión. Por incremental se entiende que para pasar de un ancho de banda a otro basta con sumar (restar) una determinada ganancia. De esta forma, se consigue que los transistores programables  $(W/L)_{rij}$  sean realizables, con errores reducidos.

Siguiendo el procedimiento anterior se han tomado los valores expresados en la Tabla 4.7 para los coeficientes de reflexión de los adaptadores de tres puertas.

**Tabla 4.7 Valores de  $\gamma_{ij}$  para los tres anchos de banda.**

|                            | $BW_0$ | $BW_1$ | $BW_2$ |
|----------------------------|--------|--------|--------|
| $\gamma_{00}, \gamma_{22}$ | 0.100  | 0.200  | 0.300  |
| $\gamma_{10}, \gamma_{12}$ | 1.580  | 1.373  | 1.187  |
| $\gamma_{20}, \gamma_{02}$ | 0.320  | 0.427  | 0.513  |
| $\gamma_{01}$              | 0.040  | 0.127  | 0.239  |
| $\gamma_{11}$              | 1.919  | 1.746  | 1.521  |
| $\gamma_{21}$              | 0.040  | 0.127  | 0.239  |

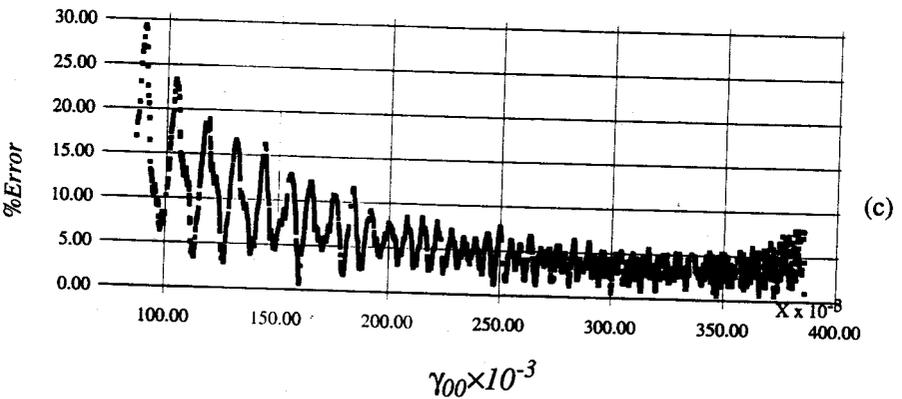
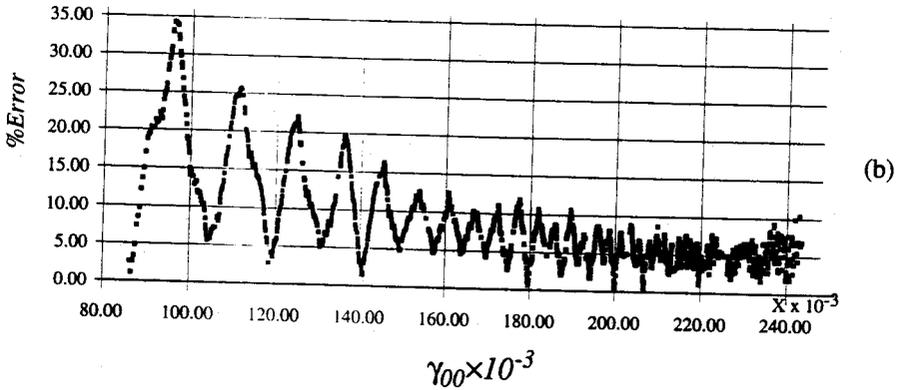
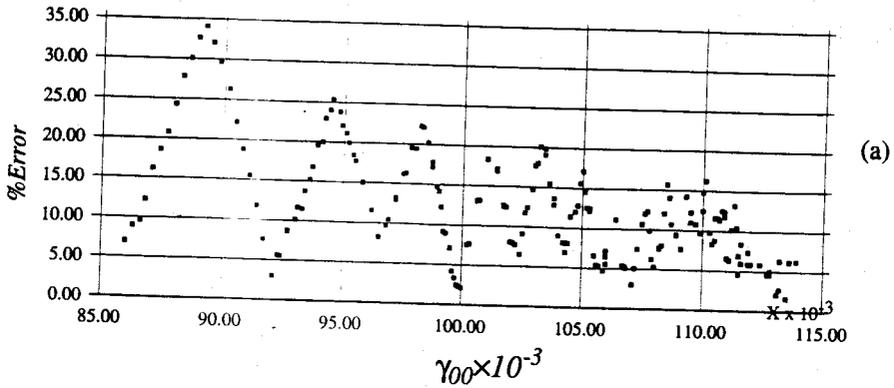


Figura 4.11 Función  $E^{\%}\lambda(\gamma)$  frente a los posibles valores de  $\gamma_{00}$  capaces de realizar las especificaciones del filtro BP objetivo para los anchos de banda (a)  $B_0=0.02468f_s$ , (b)  $B_1=0.05631f_s$  y (c)  $B_2=0.09578f_s$ .

Mediante en el segundo método sólo se varían los parámetros  $\gamma_{20}$  y  $\gamma_{02}$ . En este caso, para seleccionar un conjunto de coeficientes es necesario encontrar el coeficiente  $\gamma_{20}$  para el cual el error es menor, teniendo en cuenta todos los posibles anchos de banda. Un conjunto de coeficientes obtenidos mediante este segundo método se muestran en la Tabla 4.8. En ella se ha tomado  $\gamma_{20}$  igual a 0.32 en todas las realizaciones. Puede observarse cómo en el adaptador 1 han de variar todos los coeficientes debido a las ligaduras que impone la estructura.

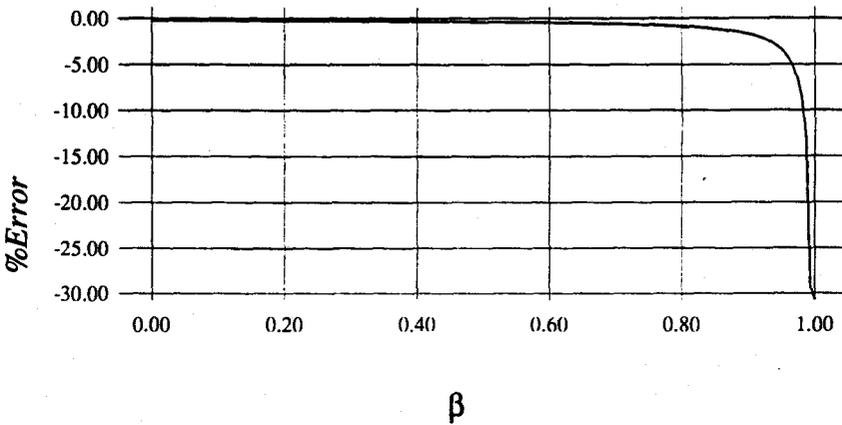
**Tabla 4.8 Valores  $\gamma_{ij}$  para los tres anchos de banda según el segundo criterio.**

|                            | $BW_0$ | $BW_1$ | $BW_2$ |
|----------------------------|--------|--------|--------|
| $\gamma_{00}, \gamma_{22}$ | 0.1000 | 0.2136 | 0.3390 |
| $\gamma_{10}, \gamma_{12}$ | 1.5800 | 1.4664 | 1.4241 |
| $\gamma_{20}, \gamma_{02}$ | 0.3200 | 0.3200 | 0.3200 |
| $\gamma_{01}$              | 0.0404 | 0.1715 | 0.3633 |
| $\gamma_{11}$              | 1.9192 | 1.6570 | 1.2734 |
| $\gamma_{21}$              | 0.0404 | 0.1715 | 0.3633 |

Mediante este segundo método es posible reducir el número de ramas programables y por consiguiente simplificar el diseño. Este efecto es más patente conforme aumenta el orden del filtro.

### Cálculo del coeficiente $\beta$ correspondiente a $\Omega_0$

Partiendo de la ecuación (4.7) el cálculo de  $\beta$  es directo. En este caso, todos los coeficientes de los adaptadores de dos puertas son idénticos, simplificándose la tarea de búsqueda de las dimensiones que realizan tal coeficiente. La dependencia de  $\beta$  con la realización física viene determinada por el espejo básico elegido. En concreto, la Figura 4.12 representa, para un *grid* de  $0.4\mu\text{m}$  y  $(W/L)=(60\mu\text{m}/10\mu\text{m})$ , el porcentaje de error en  $\Omega_0$  como consecuencia de situarnos en valores intermedios de *grid* al realizar  $\beta$ . Una posibilidad para reducir estos errores es tomar un espejo de corriente distinto que implemente de una forma más exacta la especificación  $\Omega_0$ .



**Figura 4.12 Errores máximos cometidos en  $\Omega_0$  en función de los valores realizables tecnológicamente.**

Las frecuencias centrales que se desean programar se indican en la Tabla 4.9 y los coeficientes  $\beta$  que las realizan se muestran en la Tabla 4.10. Tales valores corresponden a múltiplos exactos del *grid*.

**Tabla 4.9 Frecuencias centrales normalizados de la estructura BP programable.**

| $\Omega_{o0}$ | $\Omega_{o1}$ | $\Omega_{o2}$ |
|---------------|---------------|---------------|
| 0.1665        | 0.2016        | 0.2340        |

**Tabla 4.10 Coeficientes  $\beta$  para las tres frecuencias centrales.**

|         | $\Omega_{o0}$ | $\Omega_{o1}$ | $\Omega_{o2}$ |
|---------|---------------|---------------|---------------|
| $\beta$ | 0.50          | 0.30          | 0.10          |

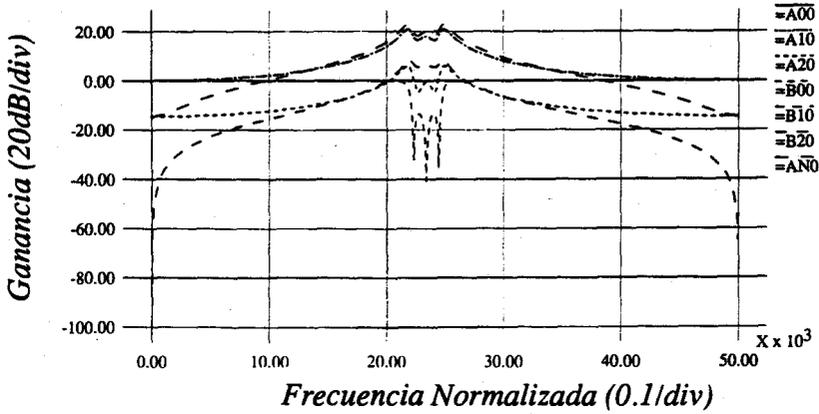
Con estos valores queda totalmente especificada la estructura BP de la Figura 4.9, que realiza nueve especificaciones de filtros BP y los nueve BR correspondientes.

### 4.3.2.3 Escalado de estructuras programables

El mismo proceso de escalado utilizado para la realización de un

prototipo  $LP$  (sección 3.4), es aplicable al tipo de estructuras programables presentada en esta sección. La posibilidad de programar las características de filtro provoca, en general, una alteración en los niveles máximos de las señales correspondientes a distintas especificaciones frecuenciales. Esto exige personalizar el conjunto de constantes de escalado correspondientes a cada función filtrado, o bien elegir el conjunto de constantes más restrictivas para todas las posibles especificaciones. En el primer caso, sería necesario añadir programabilidad a la realización de las constantes de escalado, complicando en exceso dicha realización, no sólo por el elevado número de posibilidades, sino por el *routing* final de las señales de control. La elección más sencilla, desde el punto de vista de la realización física, es aquella que con un mismo conjunto de constantes de escalado, se asegura que en ningún caso se supera el rango dinámico a la entrada de cada bloque. No obstante, supone una disminución de la relación señal-ruido para aquellas señales correspondientes a especificaciones frecuenciales que no alcancen los niveles máximos.

Los niveles máximos de las señales para la estructura de la Figura 4.9 aparecen en la Tabla 4.11. Estos niveles representan los valores extremos que alcanza la magnitud de las variables implicadas en cada adaptador. A modo de ilustración, en la Figura 4.13 se muestra la respuesta frecuencial de todas las variables procesadas en el adaptador 0 de uno de los filtros de onda. La variable  $A_N$  representa la variable interna del adaptador que va a alcanzar siempre los valores mayores que cualquiera de las entradas (corresponde a la intensidad en el punto de suma interno), y por tanto, suele ser la señal que limita el rango dinámico de todos los adaptadores.



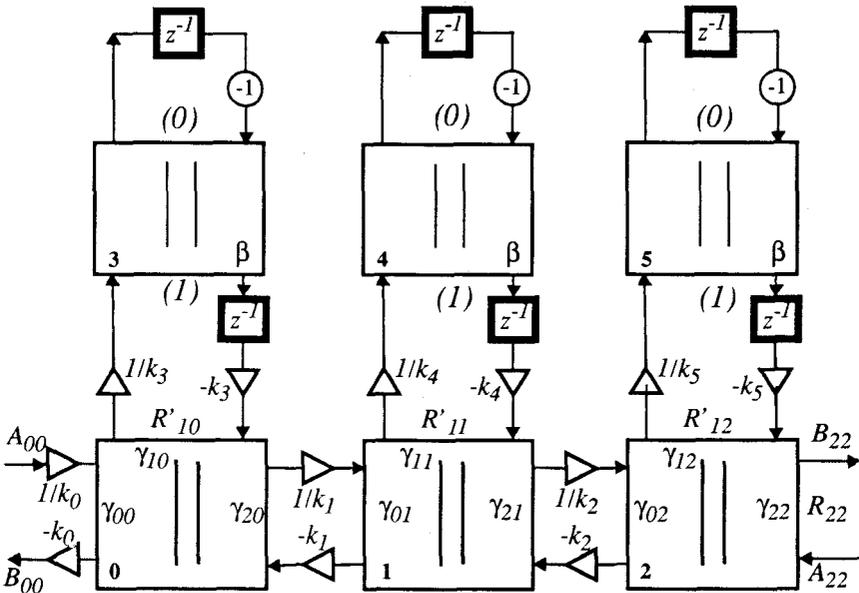
**Figura 4.13** Magnitud de las variables implicadas en el adaptador 0 del filtro de la Figura 4.9a, tanto para las ondas incidentes ( $A_j, j=0,1,2$ ), reflejadas ( $B_j, j=0,1,2$ ), y la interna  $A_N$  ( $\Omega_{02}=0.234$  y  $BW_0=0.02468$ ).

Como puede observarse, algunas señales superan los 20 dB, lo cual implica que sea necesario escalar las señales para poder aumentar el rango dinámico en la entrada del filtro.

**Tabla 4.11** Niveles máximos de las señales en los adaptadores del prototipo BP después de aplicar la transformaciones frecuenciales  $g(z^{-1})$ , en [dB].

| Especificaciones        | Nivel máximo de las variables en los adaptadores |      |       |        |       |       |
|-------------------------|--|------|-------|--------|-------|-------|
|                         | 0  | 1    | 2     | 3      | 4     | 5     |
| $\{BW_0, \Omega_{00}\}$ | 22.88  | 8.22 | 20.0  | 26.23* | 3.00  | 23.08 |
| $\{BW_0, \Omega_{01}\}$ | 22.88  | 8.22 | 20.0  | 23.93* | 0.73  | 20.84 |
| $\{BW_0, \Omega_{02}\}$ | 22.88*   | 8.22 | 20.0  | 21.94  | -1.22 | 18.90 |
| $\{BW_1, \Omega_{00}\}$ | 16.69  | 5.47 | 13.98 | 19.79* | 3.65  | 16.38 |
| $\{BW_1, \Omega_{01}\}$ | 16.69  | 5.47 | 13.98 | 17.20* | 1.14  | 13.93 |
| $\{BW_1, \Omega_{02}\}$ | 16.69*   | 5.47 | 13.98 | 14.98  | -1.01 | 11.82 |
| $\{BW_2, \Omega_{00}\}$ | 12.97  | 4.16 | 10.45 | 16.14* | 4.58  | 12.40 |
| $\{BW_2, \Omega_{01}\}$ | 12.97  | 4.16 | 10.45 | 13.22* | 1.78  | 9.68  |
| $\{BW_2, \Omega_{02}\}$ | 12.97*   | 4.16 | 10.45 | 10.72  | -0.61 | 7.34  |

Al aplicar el proceso de escalado al filtro de onda programable de la Figura 4.9 se obtiene la nueva estructura de la Figura 4.14, en la que todos los adaptadores son de tipo paralelo y además se han introducido seis constantes de escalado:  $k_0, k_1, k_2, k_3, k_4$  y  $k_5$ .



**Figura 4.14 Grafo de flujo de onda después de realizar las transformaciones necesarias para el escalado.**

Utilizando WAVER y las especificaciones frecuenciales dadas en la sección 4.3.2.1, los valores de los nuevos niveles máximos que se muestran en la Tabla 4.12. Puede observarse como para determinadas especificaciones frecuenciales se producen máximos en las variables señaladas con (\*). Teniendo en cuenta este factor, las constantes de escalado necesarias para que no se sobrepase el valor de  $0dB$ , son las mostradas en la Tabla 4.13. En la Tabla 4.14 se observa los niveles máximos alcanzados por las señales en los adaptadores después de aplicar el procedimiento de escalado.

En la Figura 4.15 se ilustra el efecto de escalado para señales medidas en el adaptador 0 del ejemplo de la Figura 4.13. Representamos las variables de onda de entrada y salida así como la intensidad intermedia,  $A_N$ , para los dos pasos anteriores. Es decir, después de aplicar la transformación serie paralelo a los adaptadores 0 y 2, Figura 4.15a; y después de introducir los transformadores necesarios para el escalado (constantes  $k_0$  a  $k_5$ ), Figura 4.15b. En el resultado final se observa cómo el nivel máximo se hace igual a cero decibelios.

**Tabla 4.12 Niveles máximos de las señales en los adaptadores después de aplicar las transformaciones serie-paralelo sobre el prototipo BP de la Figura 4.9a, en [dB].**

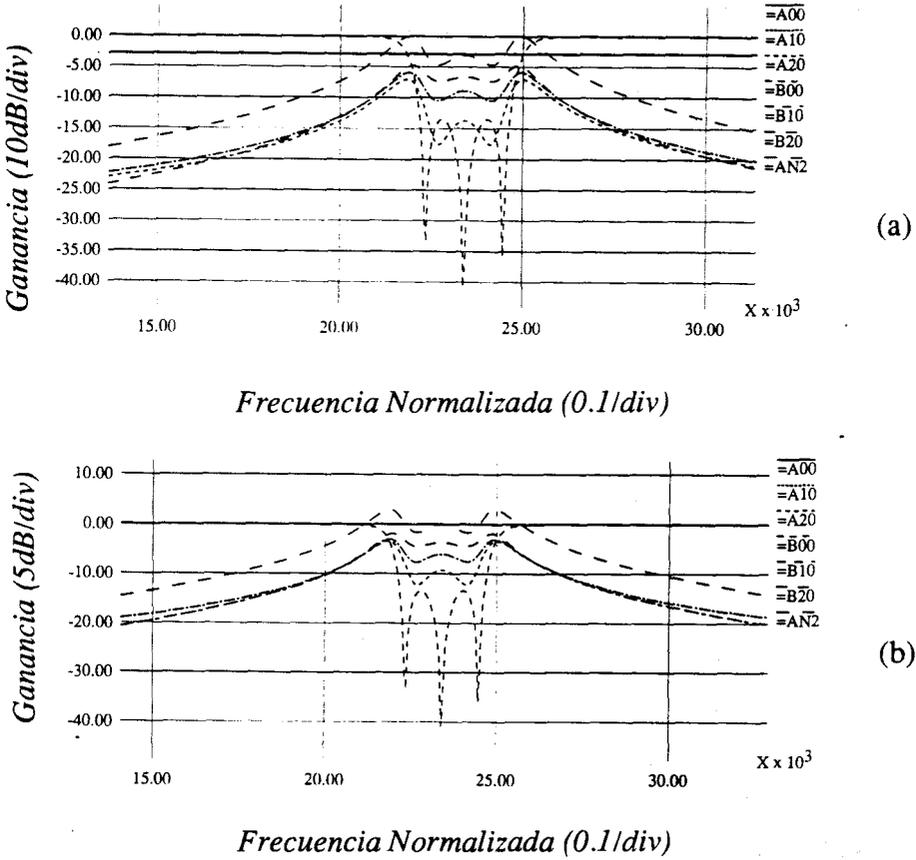
| Especificaciones        | Nivel máximo de las variables en los adaptadores |        |       |       |        |       |
|-------------------------|--|--------|-------|-------|--------|-------|
|                         | 0  | 1      | 2     | 3     | 4      | 5     |
| { $BW_0, \Omega_{00}$ } | 2.89*  | -1.88  | 0.00* | 2.26  | -7.09  | -0.88 |
| { $BW_0, \Omega_{01}$ } | 2.89   | -1.88  | 0.00  | -0.04 | -9.36  | -3.13 |
| { $BW_0, \Omega_{02}$ } | 2.89   | -1.88  | 0.00  | -2.03 | -11.32 | -5.07 |
| { $BW_1, \Omega_{00}$ } | 2.71   | -1.11  | 0.00  | 3.06  | -2.93  | -0.35 |
| { $BW_1, \Omega_{01}$ } | 2.71   | -1.11  | 0.00  | 0.47  | -5.43  | -2.79 |
| { $BW_1, \Omega_{02}$ } | 2.71   | -1.11  | 0.00  | -1.75 | -7.59  | -4.91 |
| { $BW_2, \Omega_{00}$ } | 2.52   | -0.50* | 0.00  | 4.20* | -0.08* | 0.96* |
| { $BW_2, \Omega_{01}$ } | 2.52   | -0.50  | 0.00  | 1.28  | -2.88  | -2.26 |
| { $BW_2, \Omega_{02}$ } | 2.52   | -0.50  | 0.00  | -1.22 | -5.27  | -4.59 |

**Tabla 4.13 Constantes de escalado requeridas en [dB].**

| $k_0$ | $k_1$ | $k_2$ | $k_3$ | $k_4$ | $k_5$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2.89  | -3.39 | 0.5   | 1.31  | 0.42  | 0.46  |

**Tabla 4.14 Niveles máximos de las señales de los adaptadores después de introducir los transformadores ideales necesarios para el escalado del prototipo BP, en [dB].**

| Especificaciones        | Nivel máximo de las variables en los adaptadores |       |       |        |        |       |
|-------------------------|--|-------|-------|--------|--------|-------|
|                         | 0  | 1     | 2     | 3      | 4      | 5     |
| { $BW_0, \Omega_{00}$ } | 0.00*  | -1.38 | 0.00* | -1.94  | -7.02  | -1.34 |
| { $BW_0, \Omega_{01}$ } | 0.00   | -1.38 | 0.00  | -4.24  | --9.28 | -3.58 |
| { $BW_0, \Omega_{02}$ } | 0.00   | -1.38 | 0.00  | -6.23  | -11.24 | -5.52 |
| { $BW_1, \Omega_{00}$ } | -0.17  | -0.60 | 0.00  | -1.14  | --2.85 | -0.80 |
| { $BW_1, \Omega_{01}$ } | -0.17  | -0.60 | 0.00  | -3.73  | --5.35 | -3.25 |
| { $BW_1, \Omega_{02}$ } | -0.17  | -0.60 | 0.00  | -5.95  | -7.51  | -5.36 |
| { $BW_2, \Omega_{00}$ } | -0.37  | 0.00* | 0.00  | 0.00*  | 0.00*  | 0.00* |
| { $BW_2, \Omega_{01}$ } | -0.37  | 0.00  | 0.00  | --2.92 | -2.79  | -2.72 |
| { $BW_2, \Omega_{02}$ } | -0.37  | 0.00  | 0.00  | -5.42  | -5.19  | -5.05 |



**Figura 4.15** (a) Niveles de intensidad asociados al adaptador  $\theta$  después de realizar las transformaciones serie-paralelo del *FDO*, (b) tras la inclusión de los transformadores ideales necesarios para el escalado ( $\Omega_{02} = 0.234$  y  $B_0 = 0.02468$ ).

## 4.4 Prototipo de filtro BP programable

En este apartado vamos a presentar el circuito prototipo que ha sido diseñado para la realización de 18 diferentes funciones paso de banda y rechazo de banda. La estructura de este circuito responde a la mostrada en la

Figura 4.14, y las funciones filtrado corresponden a las especificaciones del apartado anterior. Es decir, vamos a implementar con la misma estructura, 9 funciones paso de banda (correspondientes a las especificaciones  $(\Omega_{oi}, BW_i, i=0,1 \text{ y } 2)$ , y las respectivas funciones complementarias, rechazo de banda. Hay que hacer notar que las funciones *LP* y *HP* (3 *LP* y 3 *HP*) pueden obtenerse también con el mismo circuito sin más que introducir las correspondientes llaves de control que eliminan el efecto de los adaptadores de dos puertas. En este caso se obtendrían 24 funciones filtrado con el mismo circuito.

En primer lugar, especificaremos el diseño concreto de cada componente, así como el del circuito completo. En segundo lugar, presentaremos y discutiremos los resultados obtenidos experimentalmente.

### 4.4.1 Consideraciones de diseño

Para la fabricación del prototipo se ha utilizado la tecnología *CMOS* digital de ES2 de  $1.6\mu\text{m}$  [ES289]. La intensidad de polarización para el espejos de corriente básico de ganancia unidad es de  $10\mu\text{A}$ . Los adaptadores paralelo de tres puertas se han realizado con el circuito de la Figura 3.9, pero usando espejos de ganancia variable para implementar los diversos valores de un mismo coeficiente.

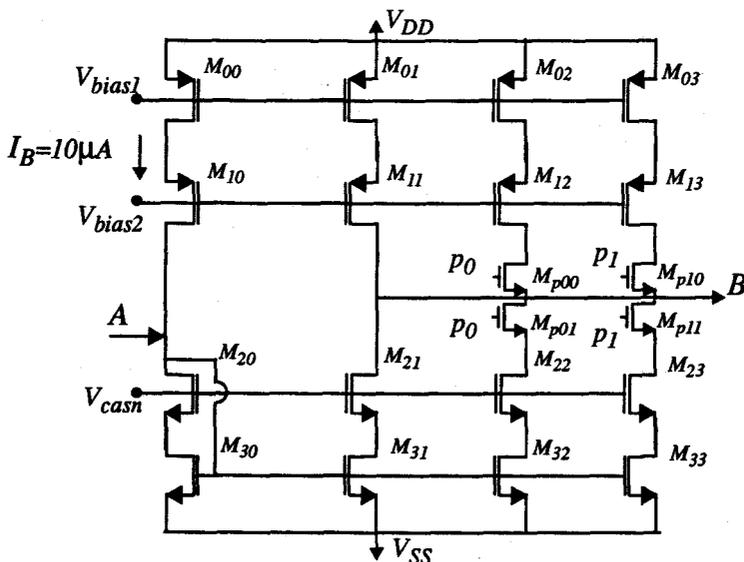


Figura 4.16 Realización cascode del espejo de ganancia variable.

Las dimensiones de los transistores que corresponden a cada coeficiente de reflexión se dan en la Tabla 4.15. Las señales de control para cada ancho de banda se muestran en la Tabla 4.16. Los valores "1" y "0" hacen referencia a los niveles alto y bajo (conducción y corte) en la puerta de la llave de control, de modo que un valor 0 significa que no se conecta la correspondiente rama y un valor 1 que sí se conecta. Según se expresa en la tabla, el ancho de banda  $BW_0$  se obtiene para  $p_0p_1$  igual a 00, lo que significa que los transistores de las ramas 2 y 3 no incrementan la ganancia del espejo que realiza los coeficientes  $\gamma_{00}$  y  $\gamma_{22}$ . Por el contrario, como se vio anteriormente, el coeficiente de reflexión de la puerta 1 se incrementa de forma complementaria al decremento en los coeficientes de reflexión en las puertas 0 y 2, de modo que el incremento total de área es nulo al pasar de un ancho de banda a otro. Esto quiere decir que las señales de control para los coeficientes de la puerta son, en este caso, igual a 11. En la Tabla 4.15 puede observarse cómo los transistores de las ramas programables ( $M_{j2}$ ,  $M_{j3}$ ,  $j=0,1,2,3$ ) pertenecientes a las puertas 0 y 2 de cada adaptador tienen dimensiones que suman siempre la anchuras del transistor correspondiente a la puerta 1 (por ejemplo, para el adaptador 0, los transistores de la rama programable de los coeficientes  $\gamma_{00}$  y  $\gamma_{20}$ ,  $M_{32}$ , suman  $6.4\mu\text{m} + 6.0\mu\text{m} = 12.4\mu\text{m}$ , que es la anchura del correspondiente transistor  $M_{32}$ , asociado a  $\gamma_{10}$ ).

**Tabla 4.15 Dimensiones (W/L) de los transistores de los espejos de ganancia variable implicados en la programación de BW.**

|                          | Anchura/Longitud [ $\mu\text{m}/\mu\text{m}$ ] |                            |                            |                            |               |
|--------------------------|--|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|
|                          | adaptador 0 y 2                                |                            |                            | adaptador 1                |               |
|                          | $\gamma_{00}, \gamma_{22}$                     | $\gamma_{10}, \gamma_{12}$ | $\gamma_{20}, \gamma_{02}$ | $\gamma_{01}, \gamma_{21}$ | $\gamma_{11}$ |
| $M_{00}, M_{10}, M_{20}$ | 100/10   | 100/10                     | 100/10                     | 100/10                     | 100/10        |
| $M_{30}$                 | 60/10  | 60/10                      | 60/10                      | 60/10                      | 60/10         |
| $M_{01}, M_{11}, M_{21}$ | 10/10  | 118.8/10                   | 32/10                      | 4/10                       | 152/10        |
| $M_{310}$                | 6/10*  | 71.2/10                    | 19.2/10*                   | 2.40*                      | 91.2/10       |
| $M_{02}, M_{12}, M_{22}$ | 10/10  | 20.8/10                    | 10.8/10                    | 8.8/10                     | 17.2/10       |
| $M_{32}$                 | 6/10   | 12.4/10                    | 6.4/10                     | 5.2/10                     | 10.4/10       |
| $M_{03}, M_{13}, M_{23}$ | 10/10  | 10.8/10                    | 8.4/10                     | 11.2/10                    | 22.8/10       |
| $M_{33}$                 | 6/10   | 11.2/10                    | 5.2/10                     | 6.8/10                     | 13.6/10       |

En la implementación real, cada transistor no comparte las ramas programables con los restantes del mismo adaptador. Ello es debido a que el

área consumida por las mismas es reducida, en comparación con la del adaptador, y es preferible sacrificarla en aras de evitar un conexionado demasiado complejo que repercutiría, en un aumento del área de *routing*.

**Tabla 4.16** Valores de  $p_0p_1$  de control para los tres anchos de banda  $BW$ .

|                               |        |        |        |
|-------------------------------|--------|--------|--------|
|                               | $BW_0$ | $BW_1$ | $BW_2$ |
| $\gamma_{0j}$ y $\gamma_{20}$ | 00     | 10     | 11     |
| $\gamma_{1j}$                 | 11     | 01     | 00     |

Para la realización de las llaves de control ( $M_{p00}$ ,  $M_{p10}$ ,  $M_{p01}$  y  $M_{p11}$ ) se han elegido transistores NMOS de  $10\mu m/5\mu m$ , con una resistencia en conducción de  $7.5k\Omega$  que afecta muy poco al punto de polarización para los niveles de intensidad empleados, en concreto, la caída de tensión producida en el peor de los casos es de  $25 mV$ .

Utilizando el mismo espejo programable, las dimensiones para los adaptadores de dos puertas, se muestran las dimensiones de la Tabla 4.17, mientras que el control de  $p_2p_3$  se da en la Tabla 4.18. Como se dijo anteriormente, al variar el coeficiente de los adaptadores de dos puertas se modifica la frecuencia central de la función  $BP$ . En este caso, como se deduce de la expresión (4.7), todos los adaptadores de dos puertas poseen el mismo coeficiente, con lo que se facilita la realización del *layout*. los valores de  $p_2$  y  $p_3$  que aparecen en la tabla son tales que cuanto mayor sea la palabra digital (11) menor será la frecuencia central que realizan.

**Tabla 4.17** Dimensiones (W/L) de los espejos de ganancia variable implicados en la programación de la frecuencia central  $\Omega_0$ .

|                          |                        |                          |                        |
|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|
|                          | W/L [ $\mu m/\mu m$ ]  |                          | W/L [ $\mu m/\mu m$ ]  |
|                          | adaptadores<br>3,4 y 5 |                          | adaptadores<br>3,4 y 5 |
|                          | $\beta$                |                          |                        |
| $M_{00}, M_{10}, M_{20}$ | 100/10                 | $M_{02}, M_{12}, M_{22}$ | 10/10                  |
| $M_{30}$                 | 60/10                  | $M_{32}$                 | 6/10                   |
| $M_{01}, M_{11}, M_{21}$ | 10/10                  | $M_{03}, M_{13}, M_{23}$ | 10/10                  |
| $M_{310}$                | 6/10                   | $M_{33}$                 | 6/10                   |

**Tabla 4.18** Valores de las señales de control para las distintas frecuencia centrales  $\Omega_0$ .

|          | $\Omega_{00}$ | $\Omega_{01}$ | $\Omega_{02}$ |
|----------|---------------|---------------|---------------|
| $p_2p_3$ | 11            | 10            | 00            |

La realización de las constantes de escalado se efectúa mediante amplificadores de corriente ( $-k_0$ ) o bien aprovechando en las etapas de entrada las ondas incidentes implicadas ( $1/k_0$ ) de forma que no sea necesario introducir nuevos elementos de en el diagrama de flujo de onda. Nótese que combinando estas dos formas de escalado, a la entrada y a la salida, se puede reducir el factor de escala de las ramas que lo realizan a  $k$  o  $1/k$ , lo cual facilita el diseño. De este modo, los valores de los transistores implicados en la ramas de amplificación  $k$  necesarias para el escalado, se muestran en la Tabla 4.19 y corresponden a la realización de las constantes de escalado de la Tabla 4.13.

**Tabla 4.19** Dimensiones (W/L) de los espejos implicados en el escalado.

|       | Anchura/Longitud [ $\mu\text{m}/\mu\text{m}$ ] |          |
|-------|--|----------|
|       | $M_{01}, M_{11}, M_{21}$                       | $M_{31}$ |
| $k_0$ | 139.2/10                                       | 83.6/10  |
| $k_1$ | 67.2/10  | 40.4/10  |
| $k_2$ | 106.0/10                                       | 63.6/10  |
| $k_3$ | 86.0/10  | 51.6/10  |
| $k_4$ | 96.0/10  | 57.6/10  |
| $k_5$ | 94.0/10  | 56.4/10  |

Para las celdas de retraso se ha empleado el esquema de la Figura 3.11, en el que es posible reducir la influencia del *feedthrough* mediante el control externo de las señales de reloj.

Para todos los circuitos se han utilizado polarizaciones ( $V_{bias1}$ ,  $V_{bias2}$  y  $V_{casn}$ ) generadas internamente, haciendo que cada adaptador posea una celda de polarización, que a su vez es distinta de la utilizada en las celdas de memoria. En concreto, para  $V_{casn}$  se emplea un valor óptimo desde el punto de vista del rango dinámico de los espejos, igual a  $V_{ss} + 2V_{ino}$ .

El *layout* del prototipo ocupa  $2.88 \text{ mm}^2$ , sin *pads* de prueba. Una

microfotografía del chip se muestra en la Figura 4.17. Los adaptadores de tres puertas aparecen en la zona inferior del *layout*, mientras que en la parte superior se encuentran las celdas de memoria que realizan la operación  $z^{-1}$ . Se han tratado de aislar los canales por los que discurren las señales de reloj, (extremo superior) del resto del circuito, con objeto de reducir el ruido interno generado por las conmutaciones del reloj. En la zona intermedia se encuentran los adaptadores de dos puertas y los espejos que realizan las constantes de escalado.

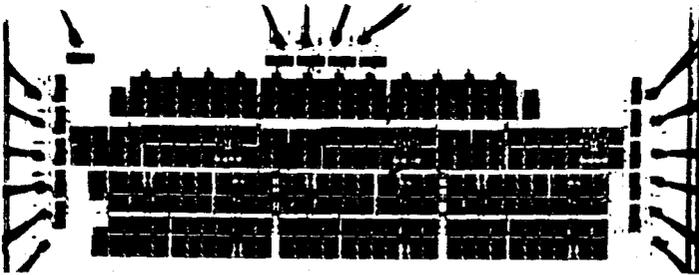
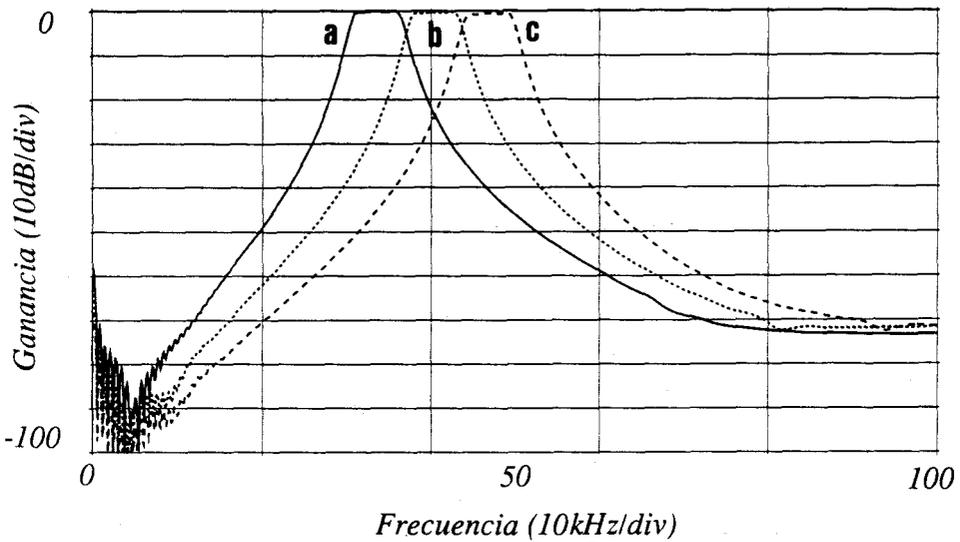


Figura 4.17 Microfotografía del prototipo *BP* programable.

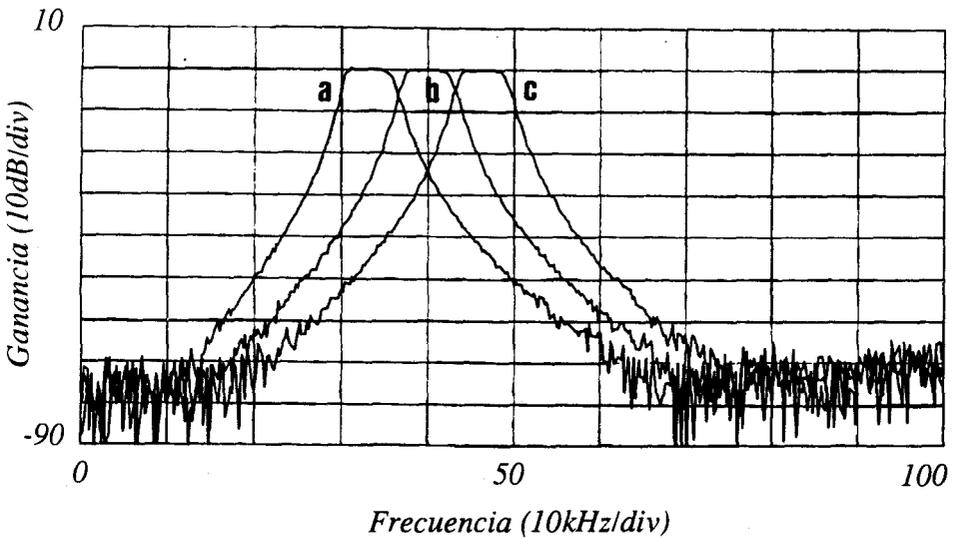
#### 4.4.2 Resultados experimentales

El prototipo del filtro paso de banda ha sido testado utilizando el mismo *set-up* descrito en la Figura 3.34 del Capítulo 3. La señal de intensidad de entrada se produce directamente al atacar con una tensión sinusoidal, de valor muy pequeño. La intensidad de salida se mide a través de una resistencia de  $100K\Omega$ , que junto con la impedancia de entrada de la sonda del analizador de espectros, también de  $100K\Omega$ , resulta en una impedancia total de carga menor de  $50K\Omega$ .

Las curvas de transferencia se han medido para diversas frecuencias de reloj. En las Figuras 4.18 a 4.21 aparecen representadas las magnitudes de las dos salidas,  $B_{00}$  y  $B_{22}$ , obtenidas mediante simulación y experimentalmente. La correspondencia entre ambas es muy buena.



(1)



(2)

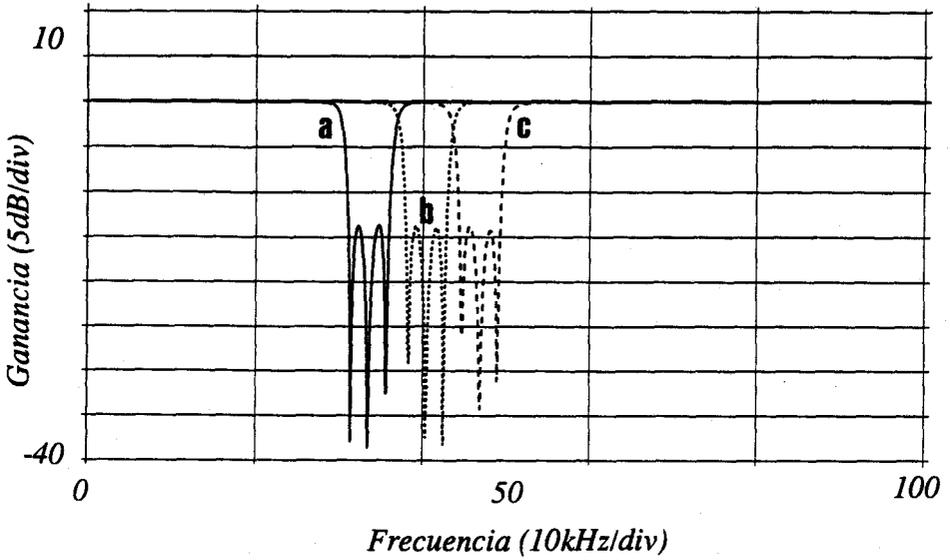
**Figura 4.18** Respuesta paso de banda ( $B_{22}$ ) del filtro programable obtenida mediante (1) simulación eléctrica con HSPICE, (2) experimentalmente, para las frecuencias centrales:

(a)  $\Omega_{00} = 33.33\text{kHz}$ .

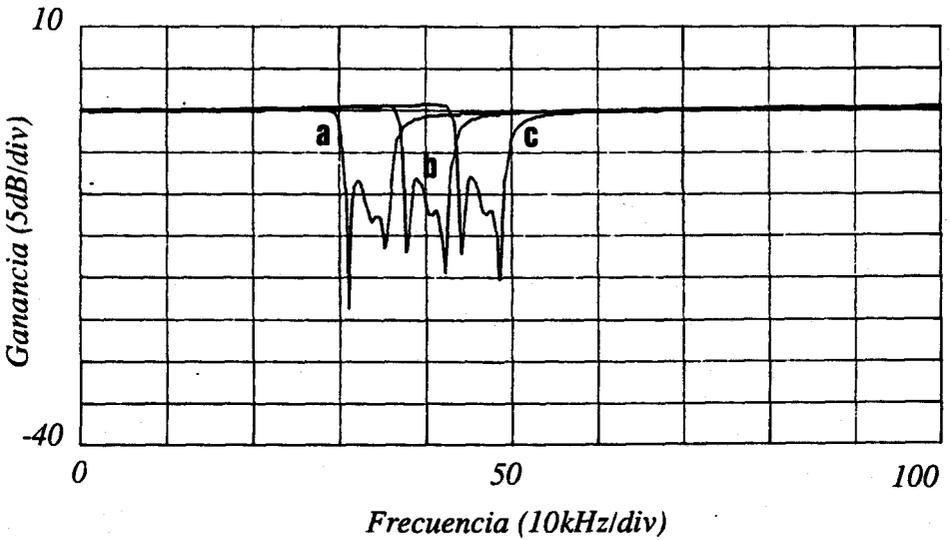
(b)  $\Omega_{01} = 40.32\text{kHz}$ .

(c)  $\Omega_{02} = 46.80\text{kHz}$ .

y el mismo ancho de banda,  $BW_0 = 4.936\text{kHz}$ , con  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj.



(1)

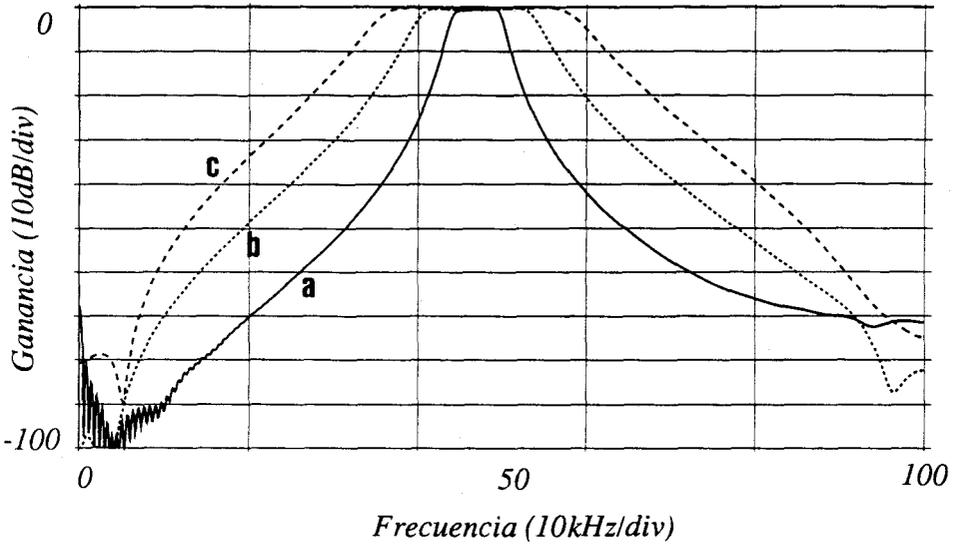


(2)

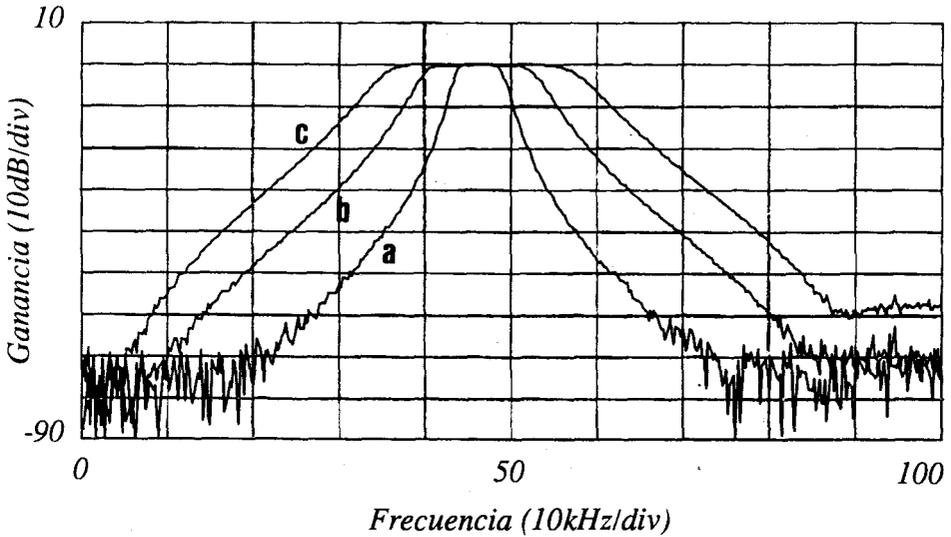
**Figura 4.19** Respuesta rechazo de banda ( $B_{00}$ ) del filtro programable obtenida mediante (1) simulación eléctrica con HSPICE, (2) experimentalmente, para las frecuencias centrales:

- (a)  $\Omega_{00} = 33.30\text{kHz}$ .
- (b)  $\Omega_{01} = 40.32\text{kHz}$ .
- (c)  $\Omega_{02} = 46.80\text{kHz}$ .

y el mismo ancho de banda,  $BW_0 = 4.936\text{kHz}$ , con  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj.



(1)



(2)

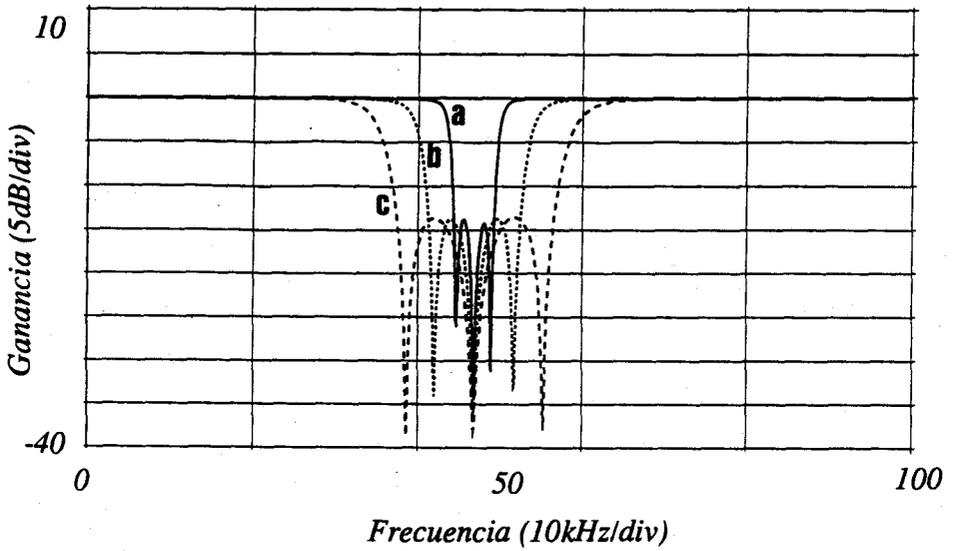
Figura 4.20 Respuesta paso de banda ( $B_{22}$ ) del filtro programable obtenida mediante (1) simulación eléctrica con HSPICE, (2) experimentalmente, para los anchos de banda:

(a)  $BW_0 = 4.936\text{kHz}$ .

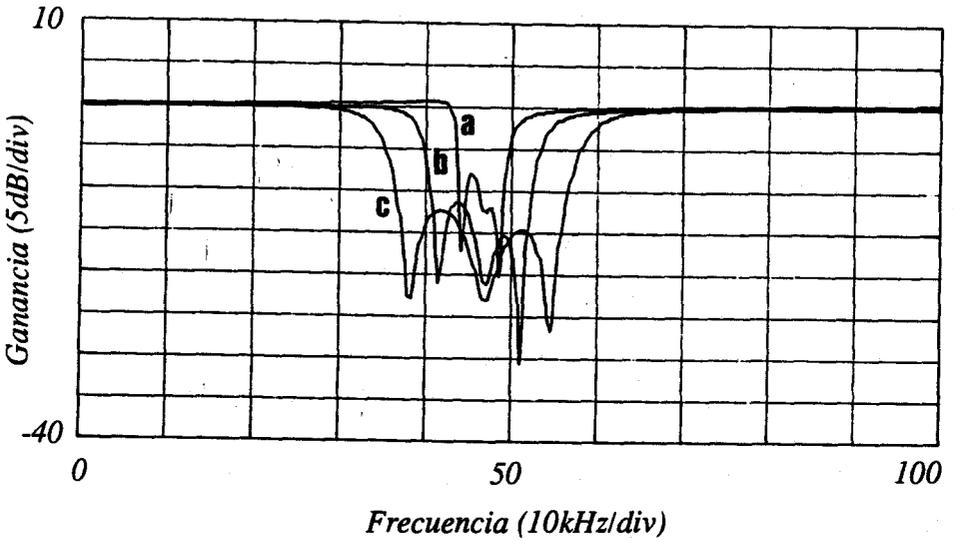
(b)  $BW_1 = 11.62\text{kHz}$ .

(c)  $BW_2 = 19.16\text{kHz}$ .

y la misma frecuencia central,  $\Omega_{o2} = 46.80\text{kHz}$ , con  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj.



(1)



(2)

Figura 4.21 Respuesta rechazo de banda ( $B_{00}$ ) del filtro programable obtenida mediante (1) simulación eléctrica con HSPICE, (2) experimentalmente, para los anchos de banda:

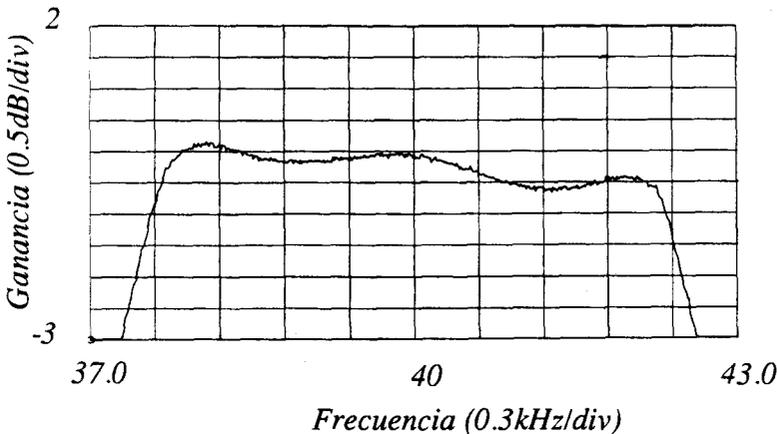
(a)  $BW_0 = 4.936\text{kHz}$ .

(b)  $BW_1 = 11.26\text{kHz}$ .

(c)  $BW_2 = 19.16\text{kHz}$ .

y la misma frecuencia central,  $\Omega_{02} = 46.80\text{kHz}$ , con  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj.

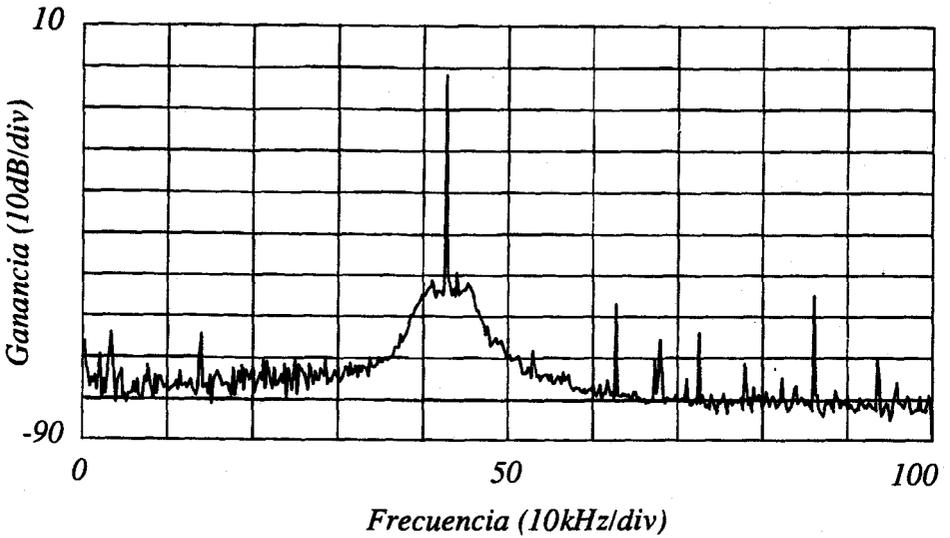
El rango máximo de intensidad a la entrada fue de  $6\mu A$ , que representa el 60% de la intensidad de polarización. Sin embargo, este valor no es el mismo en todos los casos, debido a que los niveles de las señales dentro del filtro varía de unas especificaciones a otras según se puede ver en la Tabla 4.14. En concreto, las especificaciones en las que el ancho de banda es superior,  $BW_0$ , poseen niveles máximos de señal en los adaptadores de dos puertas más sensibles al ruido y distorsión que los ancho de banda menores,  $BW_2$ . El nivel de intensidad a la entrada en estos casos ha sido de  $4.80\mu A$ , para valores similares de distorsión. En la Figura 4.22 aparece un detalle de rizado para el ancho de banda menor ( $BW_2$ ) en el que se aprecia la realización correcta de la aproximación *Chebyshev*, aunque su valor de  $0.6dB$  se aleja del esperado, que era  $0.2dB$ .



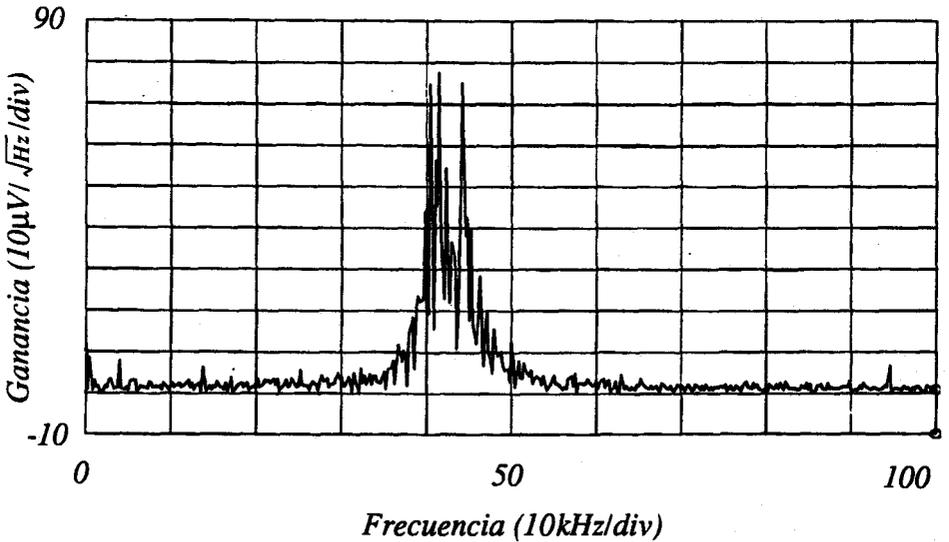
**Figura 4.22** Detalle del rizado medido experimentalmente en el que se aprecia la realización de la aproximación *Chebyshev* de orden 6.

En la Figura 4.23 aparece la respuesta a un tono de  $21.5\text{ kHz}$ , en la que se aprecia que la distorsión armónica total (*THD*) es de unos  $60\text{ dB}$  ( $0.1\%$ ), mientras que el rango dinámico en la banda pasante es de  $55\text{--}60\text{ dB}$ . Las formas de onda de la tensión medida en la salida para diversos tonos de frecuencia ( $21.5\text{ kHz}$ ,  $22.0\text{ kHz}$  y  $22.5\text{ kHz}$ ) incluidas dentro de la banda de paso se muestran en la Figura 4.25. Se observa cómo la señal, al principio de la banda de paso está retrasada respecto a la de entrada, mientras que al final pasa a estar adelantada, completando un desfase de  $180^\circ$  en la banda de paso. En la Figura 4.24 se muestra la densidad espectral de ruido a la salida

del filtro con menor anchos de banda.



**Figura 4.23** Respuesta medida experimentalmente para un tono de 21.5kHz (y filtro  $BW=2.468kHz$  y  $\Omega_0=20.16kHz$ ) a una frecuencia de reloj de 100kHz.



**Figura 4.24** Densidad espectral de ruido medida a través de una resistencia de 150KΩ

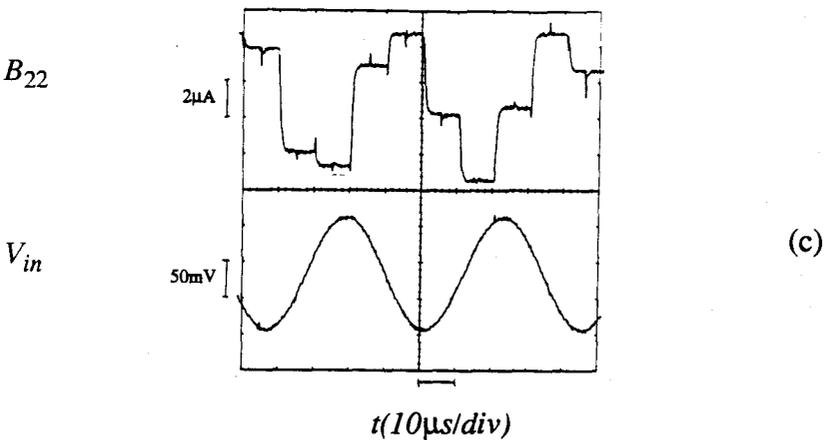
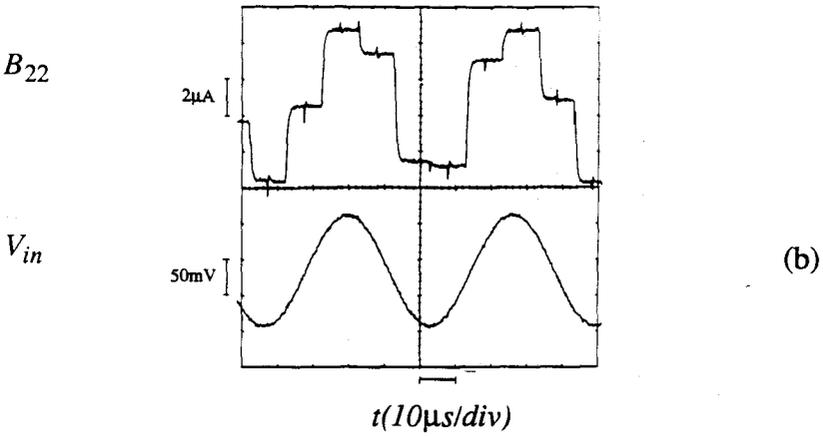
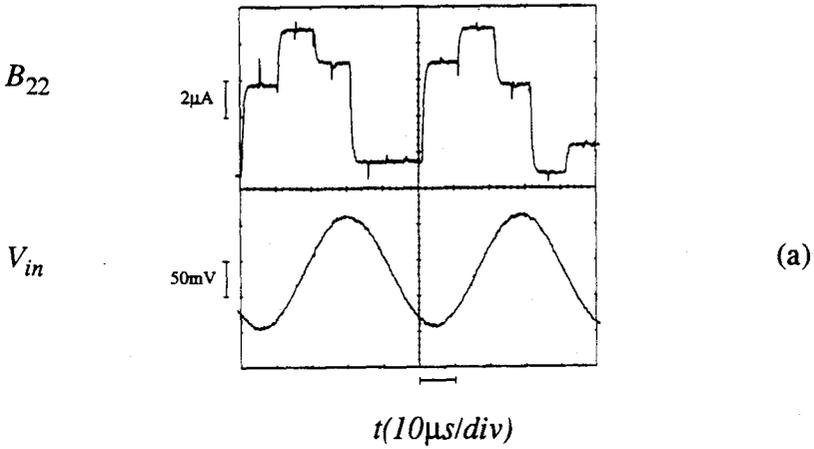


Figura 4.25 Formas de onda de las intensidades de salida,  $B_{22}$ , y entrada,  $V_{in}$ , para diversos valores de frecuencia: (a) 22.5kHz, (b) 23.0kHz y (c) 23.5kHz, (y filtro  $BW=5.63kHz$  y  $\Omega_0=20.16kHz$ ).

El valor máximo de la frecuencia que ha sido posible alcanzar sin excesiva distorsión es de  $500\text{kHz}$ . La curva paso de banda obtenida para esta frecuencia de reloj, para las especificaciones con menor ancho de banda,  $BW_2$ , y frecuencia central,  $\Omega_{o1}$ , se muestra en la Figura 4.26. El resto de las características del filtro se resumen en la Tabla 4.20. La potencia esperada es de  $4.9\text{mW}$  muy próxima a los  $5\text{mW}$  medidos experimentalmente.

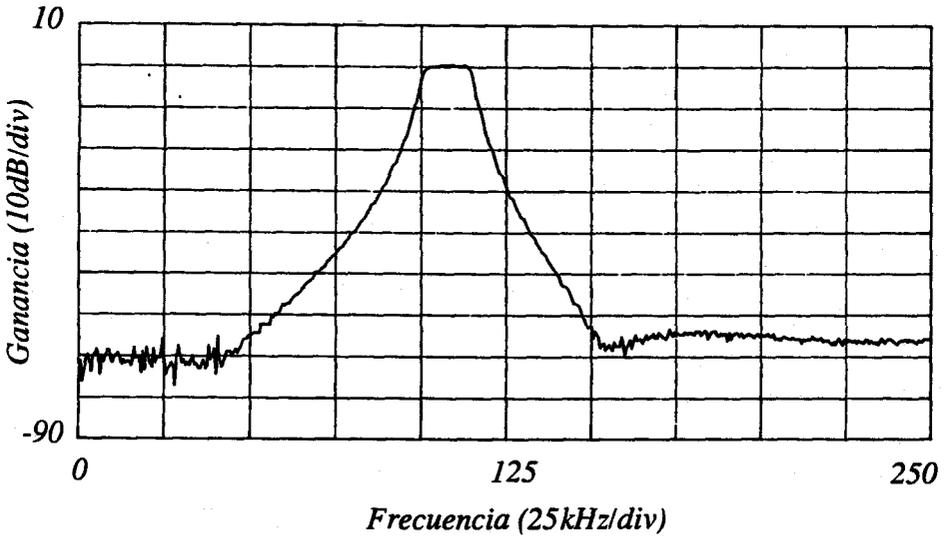


Figura 4.26 Respuesta paso de banda ( $B_{22}$ ) del filtro programable obtenida para la frecuencia central  $\Omega_{o1} = 105.0\text{kHz}$  y ancho de banda,  $BW_2 = 12.34\text{kHz}$ , y  $500\text{kHz}$  de frecuencia de reloj.

Tabla 4.20 Resumen de los resultados experimentales del prototipo BP.

|                    |          |                       |                       |
|--------------------|----------|-----------------------|-----------------------|
| $f_s$              | 200kHz   | $RD(6\mu\text{A})$    | 55 dB                 |
| $BW_0^*$           | 4.75kHz  | $THD(6\mu\text{A})$   | < 0.01%               |
| $BW_1^*$           | 10.80kHz | base de ruido         | 70-80 dB              |
| $BW_2^*$           | 18.10kHz | ruido ( $BW_0$ )      | $6.5\text{nA}_{RMS}$  |
| $\Omega_{o0}^{**}$ | 33.55kHz | ruido (100Hz, 100kHz) | $10.3\text{nA}_{RMS}$ |
| $\Omega_{o1}^{**}$ | 40.15kHz | Potencia (DC)         | 5mW                   |
| $\Omega_{o2}^{**}$ | 46.90kHz | $f_s$ (max)           | 500kHz                |
| $\epsilon$         | 0.6dB    | Área (sin pads)       | $2.88\text{mm}^2$     |

\*. Medidos para  $\Omega_{o0} = 40.32\text{kHz}$

\*\* Medidos para  $BW_0 = 4.8\text{kHz}$

En las Tablas 4.21, 4.22 y 4.23 se dan el rizado, frecuencia central y ancho de banda, respectivamente, medidos en el prototipo para una frecuencia de reloj de  $200\text{kHz}$ . Los nueve valores que se dan en cada tabla corresponden a las correspondientes funciones paso de banda que pueden ser obtenidas. En las Tablas 4.24, 4.26 y 4.26 aparecen los mismos parámetros obtenidos mediante simulación eléctrica realizada con HSPICE. Se aprecia que, salvo en los valores de rizado, la correspondencia es bastante aceptable.

**Tabla 4.21** Resultados experimentales del prototipo *BP* obtenidos para  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj: rizados medidos, en *dB*, para las tres frecuencias centrales  $\Omega_0$  y los tres anchos de banda *BW*.

| Rizado | $\Omega_{00}$ | $\Omega_{01}$ | $\Omega_{02}$ |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| $BW_0$ | 0.9           | 0.5           | 0.9           |
| $BW_1$ | 0.7           | 0.55          | 0.7           |
| $BW_2$ | 0.8           | 0.6           | 0.6           |

**Tabla 4.22** Resultados experimentales del prototipo *BP* obtenidos para  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj: frecuencias centrales,  $\Omega_0$  en *kHz*, medidas para los tres anchos de banda *BW*.

| Frecuencia central | $\Omega_{00}$ | $\Omega_{01}$ | $\Omega_{02}$ |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|
| $BW_0$             | 33.55         | 40.15         | 46.90         |
| $BW_1$             | 33.85         | 40.30         | 46.82         |
| $BW_2$             | 34.30         | 40.60         | 47.00         |

**Tabla 4.23** Resultados experimentales del prototipo *BP* obtenidos para  $200\text{kHz}$  de frecuencia de reloj: Anchos de banda, *BW* en *kHz*, medidas para las tres frecuencias centrales,  $\Omega_0$ .

| Ancho de banda | $\Omega_{00}$ | $\Omega_{01}$ | $\Omega_{02}$ |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| $BW_0$         | 4.75          | 4.55          | 4.55          |
| $BW_1$         | 10.80         | 10.28         | 10.30         |
| $BW_2$         | 18.10         | 18.60         | 18.2          |

**Tabla 4.24** Resultados de simulación con HSPICE del prototipo *BP* obtenidos para *200kHz* de frecuencia de reloj: rizados medidos, en *dB*, para las tres frecuencias centrales  $\Omega_0$  y los tres anchos de banda *BW*.

| <i>Rizado</i> | $\Omega_{o0}$ | $\Omega_{o1}$ | $\Omega_{o2}$ |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $B_0$         | 0.45          | 0.44          | 0.44          |
| $B_1$         | 0.23          | 0.22          | 0.21          |
| $B_2$         | 0.20          | 0.20          | 0.20          |

**Tabla 4.25** Resultados de simulación con HSPICE del prototipo *BP* obtenidos para *200kHz* de frecuencia de reloj: frecuencias centrales,  $\Omega_0$  en *kHz*, medidas para los tres anchos de banda *B*.

| <i>Frecuencia central</i> | $\Omega_{o0}$ | $\Omega_{o1}$ | $\Omega_{o2}$ |
|---------------------------|---------------|---------------|---------------|
| $B_0$                     | 33.5          | 40.50         | 46.97         |
| $B_1$                     | 33.5          | 40.43         | 46.88         |
| $B_2$                     | 33.4          | 40.33         | 46.77         |

**Tabla 4.26** Resultados de simulación con HSPICE del prototipo *BP* obtenidos para *200kHz* de frecuencia de reloj: Anchos de banda, *BW* en *kHz*, medidas para las tres frecuencias centrales,  $\Omega_0$ .

| <i>Ancho de banda</i> | $\Omega_{o0}$ | $\Omega_{o1}$ | $\Omega_{o2}$ |
|-----------------------|---------------|---------------|---------------|
| $BW_0$                | 4.800         | 4.70          | 4.60          |
| $BW_1$                | 11.08         | 10.97         | 10.82         |
| $BW_2$                | 18.80         | 18.80         | 18.54         |

## 4.5 Resumen y conclusiones

- Se ha revisado la realización de filtros de onda con ceros de transmisión, y discutido su coste en función del número de elementos requeridos y de la capacidad de filtrado.

- Se ha demostrado que ciertas transformaciones frecuenciales en el dominio discreto pueden conducir a estructuras programables universales.
- Las características frecuenciales de estas transformaciones frecuenciales permiten modificar, de forma independiente, la frecuencia central y el ancho de banda en filtros *BP*.
- Se ha propuesto un espejo de corriente de ganancia programable para la realización de tales estructuras.
- Se ha desarrollado un método para la elección óptima de los coeficientes de reflexión de los adaptadores, que permite la realización de distintas funciones de filtrado mediante el espejo de ganancia programable propuesto.
- Se ha realizado un prototipo que permite obtener 18 funciones filtrado, utilizando un área que es solo un 15% mayor que la que requiere una única función *BP*.
- Los resultados experimentales del prototipo se ajustan bastante bien a lo esperado.

## Capítulo 5

# Consideraciones de Sensibilidad

---

En este capítulo se analizan las características de sensibilidad de las realizaciones *SI* de filtros de onda. El estudio se realiza, por una parte, evaluando la influencia de las no idealidades de los circuitos *SI* sobre los parámetros de interés del filtro (frecuencia de corte, rizado, etc.); y por otra, haciendo un análisis de del grado de control que se puede tener sobre los efectos de las no idealidades, en función de la elección de los coeficientes del filtro.

### 5.1 Sensibilidad

Una determinada función filtrado (y en general cualquier función),  $F(s)$ , puede ser considerada como la descripción de un circuito formado por la interconexión de determinados elementos, con una valor nominal dado, siguiendo una topología concreta. Como consecuencia, la implementación física de  $F(s)$  pasa por realizar dos tareas en un proceso de diseño. En primer lugar, elegir la configuración o topología adecuada que permita obtener unas determinadas especificaciones funcionales de la forma más

eficaz posible. En segundo, asignar de valores disponibles a cada uno de los elementos que componen la estructura seleccionada. En general, a este tipo de valores se les denomina, valores nominales, y son aquellos que teóricamente realizan de una forma exacta la funcionalidad requerida. La materialización de cualquier función filtrado, por otra parte, se lleva a cabo utilizando elementos físicos sometidos a fluctuaciones respecto de su valor nominal. Uno de los problemas fundamentales que debe resolver el diseñador es la caracterización funcional de una estructura, respecto de las tolerancias de los elementos físicos que la componen y que en definitiva van a ser los responsables de la precisión con que se realice la función deseada. En este sentido, a la hora elegir el valor de los elementos de una estructura, no sólo importa conocer el error relativo con que puede ser realizados, sino además el procesamiento que realiza el sistema de tales errores y la influencia global que tienen sobre las especificaciones del sistema para, de este modo, poder evaluar cómo de *sensitiva* es la estructura respecto a su realización física. La sensibilidad de un circuito es considerada actualmente como uno de los criterios más eficientes, no sólo a la hora de comparar diferentes realizaciones de una misma función filtrado, sino para localizar aquella estructura que bajo unas determinadas tolerancia tecnológicas es capaz de realizar la función filtrado con las mínimas desviaciones respecto de la ideal. La definición de esta figura de mérito puede hacerse de la siguiente manera.

Dada una determinada función filtrado,  $F(s, x_i)$ , con unas características de comportamiento,  $P_k(s, x_i)$  (frecuencia de corte, rizado, etc), que dependen de una serie de coeficientes,  $x_i$ , cuyos valores nominales son  $x_i^o$ , se define la sensibilidad relativa de la característica  $P_k(s, x_i)$  respecto del parámetro  $x_i$  evaluada en su valor nominal  $x_i^o$  como [SHAU90]

$$S_{x_i}^{P_k} = \left. \frac{\partial P_k(s, x_i)}{\partial x_i} \right|_{x_i = x_i^o} \cdot \frac{x_i^o}{P_k(s, x_i^o)} \quad (5.1)$$

también denominada sensibilidad a un pequeño cambio en un único parámetro. Esta expresión ha sido derivada tomando el primer término del desarrollo en serie de *Taylor* de la función  $P_k(s, x_i)$  en el entorno de  $x_i^o$ . A partir de este definición es posible evaluar la variación relativa en el comportamiento de  $P_k(s, x_i)$  respecto a un cambio incremental en  $x_i$  de la forma

$$\frac{\Delta P_k(s, x_i)}{P_k(s, x_i)} = S_{x_i}^{P_k} \cdot \frac{\Delta x_i}{x_i^o} \quad (5.2)$$

La interpretación de estas definiciones permite decir que mientras menor sea el valor del "número" resultante en (5.1) mejor se comportará el filtro respecto a las fluctuaciones de sus elementos. Sin embargo, esta afirmación debe ser matizada.

La definición de sensibilidad relativa a un pequeño cambio (5.1) es el resultado del truncamiento en el primer término del desarrollo en serie de *Taylor* de la función  $P_k(s, x_i)$  respecto al parámetro  $x_i$  en torno a su valor nominal,  $x_i^0$  [SHAU90]. Por lo tanto, solo considera variaciones pequeñas de  $x_i$  y supone que el término lineal es predominante frente al cuadrático. En situaciones en las que estas hipótesis no sean ciertas será necesario estudiar cada caso de forma particular.

No siempre son necesarios coeficientes de sensibilidad reducidos, en tanto que los parámetros que caracterizan puedan observar pequeñas fluctuaciones. Como criterio de diseño, aquellos parámetros más (menos) estables podrán manifestarse en fluctuaciones en las características de comportamiento del filtro que impliquen sensibilidades más elevadas (reducidas), en aras de homogeneizar la relación coste/sensibilidad.

Debido a la dependencia de la función sensibilidad con la frecuencia, será necesario limitar el rango de frecuencias de interés, pudiéndose darse situaciones contradictorias según el intervalo de frecuencias analizadas.

En un filtro con un elevado número de coeficientes, la evaluación de la sensibilidad de cada parámetro *uno a uno* no da sino una idea relativa de la influencia de cada coeficiente sobre el comportamiento global del filtro. Para obtener una visión más aproximada del comportamiento real del filtro es necesario considerar la sensibilidad multiparamétrica, en la que se suponen fluctuaciones simultáneas en todos los coeficientes del filtro.

Debido a la necesidad de conocer la sensibilidad de cualquier filtro respecto de sus componentes, se han desarrollado diversas técnicas de análisis, que han concluido en diversos métodos, deterministas y estadísticos, que permiten caracterizar la influencia de las tolerancias de los elementos básicos sobre el comportamiento global de un filtro. Por deterministas, se entienden aquellos métodos que proporcionan expresiones analíticas de las derivadas de los parámetros de comportamiento respecto de los coeficientes del filtro. Ello permite calcular las expresiones (5.1) y prever la evolución de  $\Delta P_k(s, x_i)$ . En el caso del método de la Aproximación de la Red Incremental [CHUA75], el objetivo es calcular las fluctuaciones en las tensiones e intensidades en cada rama generadas por cambios en las

impedancias de rama. El método se basa en el hecho de que las leyes de *Kirchoff* para la tensión en una malla (KVL) e intensidad en un nudo (KCL) deben de cumplirse tanto en la red ideal como en la perturbada. La sensibilidad de cada tensión e intensidad de rama se deriva de una red incremental paralela, lo cual permite identificar de forma directa el origen de las fluctuaciones de tensión e intensidad, asociándolas con valores incrementales de cada elemento. Un segundo método denominado de la Red Adjunta, desarrollado por *Director y Rhorer* [DIRE69a], se basa en la construcción de una red,  $F_P(s, x_i)$ , adjunta de la original,  $F(s, x_i)$ , y con la misma topología, cuyas tensiones e intensidades de rama, junto con las de la red original, satisfacen el teorema de *Tellegen*. Mediante el análisis de las tensiones e intensidades de rama de la red original y su adjunta es posible obtener las derivadas de  $F(s, x_i)$  respecto de cada uno de los elementos del filtro. También es posible emplear técnicas de análisis simbólico para evaluar la función sensibilidad. El principal problema que plantean los métodos deterministas es que dejan de ser eficientes cuando el tamaño de la red aumenta y los coeficientes de sensibilidad toman valores elevados.

La obtención de las sensibilidades respecto a todos los parámetros permite conocer cuál de ellos influye más en las características de comportamiento y por tanto, debería ser realizado más cuidadosamente. A efectos de optimización y/o comparación, una vez conocidas todas las sensibilidades de una red, es preferible definir un escalar en vez de un vector de sensibilidades. Por ello, resulta conveniente hacer una medida de la sensibilidad multiparamétrica. Una forma de llevarlo a cabo es mediante la expresión

$$S(P) = \sum_{i=1}^M |S_{x_i}^P|^2 = (S_{x_i}^P)^{i*} \cdot S_{x_i}^P \quad (5.3)$$

donde  $S(P)$  se define como el coeficiente de *Shoeffler* de la medida del comportamiento  $P$  respecto del conjunto de coeficientes  $x_i$  del filtro  $F(s, x_i)$ . De igual modo, puede obtenerse a partir de  $S_{x_i}^P$  una estimación de las fluctuaciones máximas, o diseño en el peor caso, evaluando la desviación respecto del comportamiento ideal de las características de comportamiento

$$\max(P(x)) = P(x_i^0) \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^M |S_{x_i}^P| \cdot |dx_i| \right) \quad (5.4)$$

$$\min(P(x)) = P(x_i^0) \cdot \left( 1 - \sum_{i=1}^M |S_{x_i}^P| \cdot |dx_i| \right) \quad (5.5)$$

Estas expresiones permiten acotar las fluctuaciones en el comportamiento  $P(s, x_i)$ . Sin embargo, proporcionan una estimación conservadora de las mismas, ya que el modelado de comportamiento aditivo supone un modelado demasiado conservador. Por esta razón, para el análisis multiparamétrico de la sensibilidad de una red han sido desarrollado modelos estadísticos. Estos modelos caracterizan los coeficientes de un filtro como variables aleatorias, que generalmente responden a una distribución gaussiana, cuyo valor medio coincide con su valor nominal y su desviación estándar con la fluctuación o porcentaje de error respecto del mismo. La sensibilidad total es obtenida como el producto de la matriz de sensibilidades y el vector de error representado por las desviaciones estándar en cada coeficiente

$$S_T = \sum_{i=1}^k |S^H_{x_i}|^2 \cdot \sigma_i^2 \quad (5.6)$$

donde se está suponiendo que las diferentes fuentes de error no están correlacionadas. En este caso, a pesar de contemplarse fluctuaciones aleatorias, es necesario conocer la matriz de sensibilidad, al igual que en el caso determinista.

En los métodos expuestos anteriormente, las expresiones (5.4) y (5.5) sólo se tiene en cuenta el primer término del desarrollo en serie de *Taylor*, lo cual, en filtros *LC* doblemente terminados en los que en los puntos de máxima transferencia de potencia la derivada primera respecto de los coeficientes es cero, da lugar a que la sensibilidad también lo sea. En estos puntos, la aproximación de primer orden origina que se pierda la dependencia respecto de estos coeficientes.

Por último, dentro de los métodos de análisis de sensibilidad incluimos la utilización de técnicas numéricas en conjunción con simulaciones estadísticas. El más popular de estos métodos es el de Monte Carlo, que puede ser arbitrariamente exacto en función del coste computacional deseado. Según este método, cada coeficiente del filtro,  $x_i$ , es perturbado de forma aleatoria siguiendo una función de distribución concreta, modificando de esta forma la red original. El circuito así generado, es simulado, y el comportamiento del filtro medido. Este proceso es repetido el número de veces  $N$  que el resultado es estadísticamente significativo. De este modo es posible obtener gran cantidad de muestras de cada parámetro de comportamiento, lo cual permite obtener sus características aleatorias de media y desviación estándar. El método de Monte Carlo es considerado como el más cercano a la realidad física, en tanto que las fluctuaciones estadísticas sean modeladas correctamente. Ello es debido a que cada una

de la simulaciones representa el comportamiento de un red real distorsionada, cuyos parámetros de comportamiento son evaluados directamente sin realizar ningún tipo de aproximación. Al margen del excesivo coste computacional, el principal defecto de este método radica en la pérdida de información causa-efecto entre las fluctuaciones aleatorias individuales y las desviaciones en el comportamiento. Esta información puede obtenerse, sin embargo, realizando este tipo de análisis parámetro a parámetro sin considerar el caso global en el que todos los coeficientes son perturbados simultáneamente.

Los Filtros de Onda Digitales, surgidos a principios de los 70, tuvieron como germen fundamental de su desarrollo las excelentes propiedades de sensibilidad que son capaces de heredar de la estructura de referencia de las que son derivados. Este hecho se debe a dos factores fundamentales: 1º resuelven el problema de la simulación de estructuras escalera *LC* mediante circuito digitales, al eliminar los lazos sin retraso a que invariablemente conducían las aproximaciones conocidas hasta entonces, y 2º utilizan para ello la transformación bilineal entre el dominio continuo y el discreto, reduciendo la distorsión frecuencial debida a tales transformaciones. Utilizando unos argumentos similares a los de *Orchard* [ORCH66] y [ORCH80], *Fettweis* demostró [FETT72] que los filtros de onda digitales cancelan, en primer orden, los coeficientes de sensibilidad. La prueba se basa en la definición de los conceptos de pseudopotencia, pseudopasividad y pseudo-sin-pérdidas asociados a un *FDO*, similares a los de potencia, pasividad y sin-pérdidas de una red lineal.

A la hora de sistematizar el estudio de la sensibilidad de los filtros de onda, los métodos utilizados hasta ahora se podrían clasificar en dos, deterministas y numérico-estadísticos. Los métodos deterministas se basan, en general, en la matriz adjunta para evaluar las funciones sensibilidad [FETT71a] [CROC75] [OWEN83] y están directamente relacionados con los mencionados anteriormente, si bien en [CROC75] incorpora un criterio de medida para los parámetros de comportamiento del filtro. Por numérico-estadísticos se entienden aquellos métodos que buscan algún criterio para caracterizar la repercusión en el comportamiento de las imperfecciones del filtro, sin buscar para ello expresiones analíticas de la sensibilidad respecto de los coeficientes. Tradicionalmente el criterio más extendido para definir la sensibilidad de filtros digitales ha sido la precisión obtenida para una determinada longitud de palabra digital o número de bits del procesado. En este sentido, la gran mayoría de los trabajos coinciden en demostrar la superioridad de los *FDO* respecto a otras realizaciones digitales de filtros [CROC72], [BRUT75] y [BILL76], aunque los criterios de medida de la

sensibilidad puedan diferir de unos casos a otros. Asimismo, para un *FDO* de orden  $N$  derivado de un *FR* escalera, con  $N-1$  posible realizaciones en virtud de la posible elección de los adaptadores, ha sido demostrado que la elección menos sensible es aquella que reduce el número de multiplicadores digitales [FETT86].

La diversas aportaciones a la realización de filtros de onda analógicos mediante técnicas *SC*, caracterizan el comportamiento respecto a las no-idealidades (principalmente, relaciones entre condensadores y ganancia finita de los amplificadores operacionales) realizando un análisis de Monte Carlo de la estructura *SC*. Así encontramos [KLEI84], [CHEN85a], [CHEN85b] y [LIMP89]. La razón de ello es obtener una idea lo más precisa del comportamiento real de un circuito analógico durante el proceso de diseño. A pesar de que el coste computacional es mayor, si se compara con el proceso diseño-fabricación-testado-rediseño, la aplicación de simulaciones exhaustivas de Monte Carlo puede resultar en ciclos de diseño más reducidos. Por último, para el caso de filtros *LC* escalera la expresión de la sensibilidad a pequeños cambios (5.1) puede derivar en resultados inexactos, si se tiene en cuenta que en estas estructuras de filtros existe una cancelación de los coeficientes de sensibilidad de primer orden para los valores de frecuencia que representan máxima transferencia de potencia entre la fuente y la carga. Las simulaciones de Monte Carlo suministran, desde el punto de vista teórico, un método adecuado para este tipo de estructuras.

El análisis de sensibilidad que se presenta en los siguientes apartados se basa en simulaciones de Monte Carlo realizadas mediante *WAVER*, el programa para la simulación numérica de *FDO* que ha sido previamente presentado en el apartado 2.4. Aunque hacemos una simulación de comportamiento de la estructura, los modelos usados contemplan las no idealidades (desapareamiento, inyección de carga en las llaves analógicas, etc.) más importantes de las estructuras de circuito que son utilizadas en su realización real, y que han sido previamente presentadas en el Capítulo 3.

El estudio de sensibilidad se aborda de la siguiente manera. En primer lugar, se definen los parámetros de comportamiento, el tipo de simulaciones que se realizan para obtenerlos y el criterio de medida que se va a utilizar. A continuación, se muestra la influencia de cada una de las no idealidades en las características de comportamiento de interés, mediante un análisis uniparamétrico sobre cada uno de los coeficientes de ellas, y sobre todas simultáneamente. Por último, este análisis se extiende al resto del conjunto de *FDO* que con las mismas especificaciones y arquitectura poseen distintos

coeficientes. Todo ello particularizando para una función filtrado; en concreto, para el filtro d onda paso de baja (obtenido a partir de uno escalera *LC*) presentado en el Capítulo 3.

## 5.2 Simulación de Monte Carlo para FDO SI

Como se ha mencionado anteriormente, el análisis de Monte Carlo de un filtro se basa en la perturbación de alguno de sus parámetros, en la forma que indican sus no idealidades, y la posterior simulación para evaluar las características del nuevo filtro perturbado. La validez estadística del método aumenta conforme el número de simulaciones se incrementa, de modo que es usual encontrar análisis en los que se efectúan más de 100 simulaciones. Como ya se indicó, el coste computacional es el principal problema que ha de solventar este tipo de análisis, de forma que para circuitos de tamaño moderadamente elevado con un número de parámetros estimable es necesario buscar una alternativa a la simulación a nivel eléctrico, que reduzca el tiempo de CPU y que permita evaluar correctamente el efecto de las imperfecciones en la realización de los coeficientes. Utilizando WAYER se requieren varios segundos para calcular la respuesta impulsiva de un filtro de orden 3 que, en comparación con varias horas requeridas por HSPICE [META90] supone una reducción apreciable. El hecho de que las simulaciones a nivel eléctrico resulten poco prácticas debido a su elevado coste computacional hace que la elección de un simulador numérico como WAYER, con un correcto modelado de la no-idealidades [YUFE94a], sea la más aconsejable para obtener información acerca de la sensibilidad de un *FDO* e incorporarla al proceso de diseño. Para ello se va a definir el contexto en que se van a desarrollar las simulaciones de Monte Carlo.

Para llevar a cabo el estudio, lo primero que nos planteamos es cómo modelar las desviaciones de los componentes del filtro asociados a realizaciones físicas concretas; y en segundo lugar, cómo incluir dicho modelado en WAYER. Antes de detallar estos dos puntos vamos a establecer los parámetros de comportamiento que necesitamos medir.

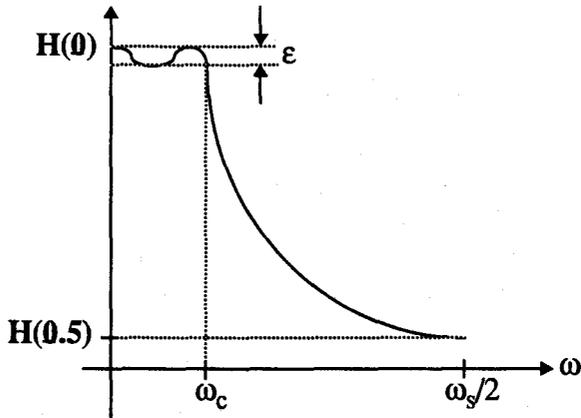
### 5.2.1 Parámetros de comportamiento: criterio de medida

Los parámetros de comportamiento del filtro son aquellos que

caracterizan su funcionalidad y que representamos por  $P_k(\omega, \mathbf{x})$ , siendo  $\omega$  la frecuencia normalizada a la frecuencia de reloj y  $\mathbf{x}$  el vector de coeficientes que engloba aquellos parámetros que van a ser perturbados durante el análisis de sensibilidad. La variable  $k$  enumera las características del filtro que van a ser consideradas. A partir de la respuesta impulsiva obtenemos la magnitud de la respuesta en frecuencia, sobre la cual se van a realizar las medidas de los cuatro parámetros siguientes:

- $\epsilon$  *Rizado en la banda de paso.*
- $\omega_c$  *Frecuencia de corte.*
- $H(0)$  *Ganancia en DC.*
- $H(0.5)$  *Ganancia a la máxima frecuencia de interés o frecuencia de Nyquist.*

La definición de estos parámetros se ilustra en la Figura 5.1. En general, para cada tipo de aproximación y función filtrado será necesario definir el conjunto de parámetros de comportamiento adecuado.



**Figura 5.1** Definición de los parámetros de comportamiento,  $P_k$ , sobre la magnitud de la respuesta frecuencial de un filtro paso de baja tipo *Chebyshev*.

Para un número  $N$  de simulaciones en cada análisis de Monte Carlo, se realiza la medida de los parámetros de comportamiento,  $P_{k,n}$  ( $n=1,2,\dots,N$ ), y se evalúan sus parámetros estadísticos asociados:

**Valor medio:**

$$P_{k, mean} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N P_{k, n} \tag{5.7}$$

**Desviación estándar o porcentaje de error respecto del valor medio:**

$$P_{k, std} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^N (P_{k,n}^2 - P_{k,mean}^2)} \times \frac{100}{P_{k,mean}} \quad (5.8)$$

**Porcentaje de error respecto del valor nominal:**

$$P_{k, error} = \frac{P_{k,mean} - P_k^o}{P_k^o} \times 100 \quad (5.9)$$

## 5.2.2 Fluctuaciones de los coeficientes: modelos para simulación

En el análisis de Monte Carlo se van a considerar variaciones en aquellos coeficientes que, influidos por las no idealidades analizadas en el apartado 3.3, manifiestan mayores porcentajes de error. En concreto, se considerarán fluctuaciones de los coeficientes derivadas del desapareamiento entre los transistores de un espejo de corriente y de la inyección de carga de las llaves analógicas. A continuación detallamos el modelado de cada uno de estos efectos para su incorporación en WAYER.

### 5.2.2.1 Desapareamiento entre transistores

La influencia del desapareamiento de los transistores de un espejo de corriente se traduce en: a) una modificación de la ganancia del espejo respecto de su valor nominal,  $\gamma^o$ , y b) la aparición de una componente de *offset* en la intensidad de salida. Ambos varían de manera aleatoria y por tanto podemos escribir

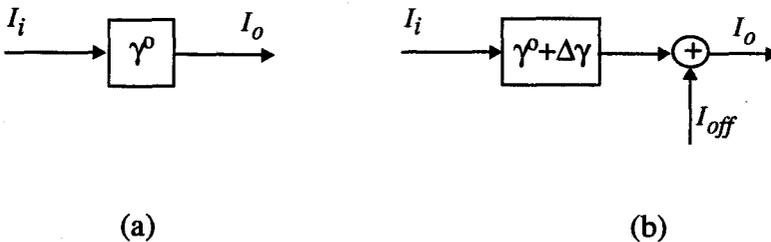
$$I_o = (\gamma^o + \Delta\gamma) \cdot I_i + I_{off} \quad (5.10)$$

siendo

$$\gamma^o + \Delta\gamma = N(\gamma_o, \sigma_n(\gamma_o)) \tag{5.11}$$

$$I_{off} = N(0, \sigma_{tot}(I_o)) \tag{5.12}$$

donde las desviaciones estándar  $\sigma_n(I_2)$  y  $\sigma_{tot}(I_o)$  vienen dadas por las ecuaciones (3.20) y (3.21) respectivamente. La función  $N(\bar{x}, \sigma)$  representa una distribución normal de valor medio  $\bar{x}$  y desviación estándar  $\sigma$ . Funcionalmente, estas ecuaciones representan una modificación de los operadores que implementan, a nivel numérico, la operación de un espejo. En la Figura 5.2 se ilustran estos operadores para el caso ideal y real. Para un estudio estadístico, la ganancia  $\gamma$  es considerada como una variable aleatoria, que responde a una distribución normal o gaussiana, de media  $\gamma^o$  y desviación estándar  $\sigma(\gamma^o)$ . El valor actual de  $\gamma$  se obtiene generando un valor aleatorio a partir de la función de distribución  $N(\gamma^o, \sigma(\gamma^o))$  con una probabilidad del 99%. Si se tiene en cuenta el estudio del error producido en los coeficientes de adaptadores y elementos de retraso completo realizado en la sección 3.3.1, el modelado a nivel de bloques para la simulación de estos elementos es inmediato debido a que las variables de onda incidente y reflejadas se relacionan algebraicamente. Para cada coeficiente representado en tales relaciones, se calcula su valor actual a partir de su función de distribución normal, quedando almacenado para su inclusión en el proceso de simulación en WAYER. En concreto, este método será aplicado a los coeficientes de los adaptadores y a las ganancias de las celdas de retraso.



**Figura 5.2** Diagrama de bloques para la simulación numérica de un espejo de corriente: (a) ideal, (b) incluyendo el efecto del desapareamiento entre transistores.

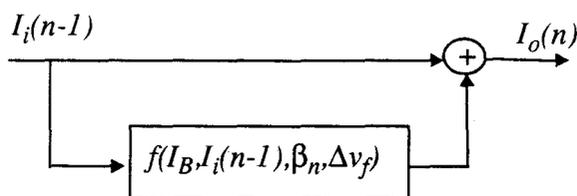
### 5.2.2.2 Inyección de carga de las llaves analógicas

La naturaleza de este tipo de error no es estadística, y por tanto su

modelado para simulación puede realizarse de forma determinista. Se ha elegido para ello el modelo de error expresado por las ecuaciones (3.57), en las que aparece como parámetro perturbador el incremento de tensión de puerta,  $\Delta v_f$ . Podemos modelar el efecto de este incremento  $\Delta v_f$  sobre el comportamiento de una celda de retraso mediante un incremento en su intensidad de salida dado por

$$I_o(n) - I_i(n-1) = \Theta \cdot \left( \sqrt{I_B + I_i(n-1)} - \sqrt{(I_B - I_i(n-1)) - \frac{\Theta^2}{4} - \Theta \sqrt{I_B + I_i(n-1)}} \right) \quad (5.13)$$

donde  $\Theta = 2\sqrt{\beta_n} \Delta v_f$ . El modelo para simulación se muestra en la Figura 5.3, donde el bloque funcional  $f(I_B, I_i, \beta_n, \Delta v_f)$  viene dado por el segundo miembro de (5.13). Este modelo será considerado igual para todos los elementos de retraso  $z^{-1}$ .



**Figura 5.3** Elemento computacional que modela los errores debidos a la inyección de carga de las llaves analógicas.

## 5.3 Sensibilidad de una estructura de FDO SI

El estudio que se detalla en este apartado se propone la evaluación de la sensibilidad de un FDO desde dos puntos de vista. 1) Para una estructura determinada y fija, establecer los experimentos adecuados que permitan concluir qué parámetros del filtro son los más sensibles y cuáles son las fuentes de error, de carácter tecnológico o derivado de la técnica SI, que lo motivan. 2) Considerar la posibilidad de realizar una misma función filtrado

con un número infinito de *FDOs*, debido a que existen grados de libertad en la elección de los coeficientes de reflexión, y elegir un criterio de diseño óptimo que permita dilucidar qué conjunto es el idóneo. En ambos casos se realizarán análisis de sensibilidad uniparamétrica y/o multiparamétrica en función de la información que se desee conocer.

### 5.3.1 Análisis de un FDO con valores $\gamma_{ij}$ fijos

El *FDO* que se considera es el mostrado en el apartado 3.5.2, un filtro paso de baja realizado mediante la aproximación Chebyshev de orden 3, con  $0.2dB$  de rizado en la banda de paso y una frecuencia de corte normalizada respecto de la frecuencia de reloj de  $0.09577$ . Como consecuencia del proceso de escalado que conducía a constantes más pequeñas, la estructura que se muestra sólo contiene adaptadores paralelos, elementos de retraso  $z^{-1}$  y amplificadores de ganancia unidad, Figura 5.4. El valor nominal de los coeficientes de reflexión de los adaptadores son los dados en la Tabla 3.15

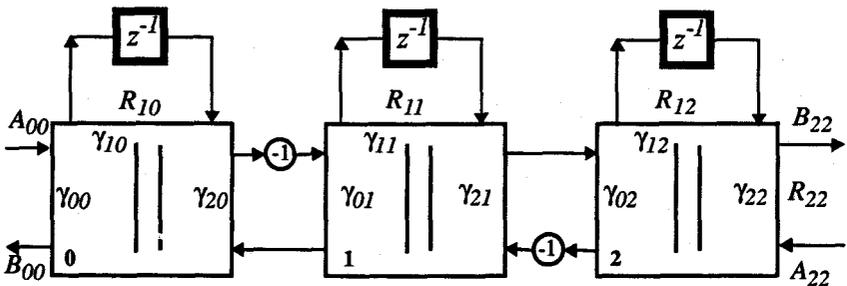


Figura 5.4 Filtro de onda cuya sensibilidad va a ser analizada.

Para evaluar la sensibilidad de esta estructura, se va a realizar, en primer lugar, un análisis de Monte Carlo parámetro a parámetro, y con posterioridad, se incluirán variaciones simultáneas de todos los parámetros.

#### 5.3.1.1 Sensibilidad respecto a las ganancias de los adaptadores

Las ganancias en las relaciones algebraicas entre las ondas incidentes y reflejadas en un adaptador paralelo de tres puertos sufren variaciones al ser realizadas por bloques *SI*, las cuales se modelaron con la ecuación (3.26). Con objeto de facilitar la nomenclatura se han redefinido las ecuaciones de

un adaptador como

$$\begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{00} & m_{01} & m_{02} \\ m_{10} & m_{11} & m_{12} \\ m_{20} & m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

que para el tipo paralelo significa que,

$$m_{ij} = \begin{cases} \gamma_i & \text{si } i \neq j \\ \gamma_i - 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (5.15)$$

Cada parámetro  $m_{ij}$  se modifica como se indica en la ecuación (5.11). Es decir

$$m_{ij} = N(m_{ij}^0, \sigma(m_{ij})) \quad (5.16)$$

En nuestro caso, los valores  $m_{ij}$ , así como sus desviaciones estándar calculadas mediante (3.26) son los que aparecen en las Tablas 5.1, 5.2 y 5.3 para cada uno de los adaptadores. En ellas se han tomado los mismos valores del espejo de ganancia unidad (ver Capítulo 3) y se han considerado los mismos valores tecnológicos de  $K_I$  y  $K_B$  que conducían a valores de  $\sigma'_n(I)$  y  $\sigma'_p(I)$  del 0.28% y 0.30% respectivamente.

**Tabla 5.1 Coeficientes  $m_{ij}$  y desviaciones estándar  $\sigma(m_{ij})$  del adaptador 0.**

|                                 | $m_{ij}$ | $\sigma_m[\%]$ |
|---------------------------------|----------|----------------|
| $m_{00} = \gamma_{00} - 1$      | -0.7     | 0.6280         |
| $m_{01} = m_{21} = \gamma_{10}$ | 1.187    | 0.3938         |
| $m_{02} = m_{12} = \gamma_{20}$ | 0.513    | 0.5561         |
| $m_{10} = m_{20} = \gamma_{00}$ | 0.3      | 0.5600         |
| $m_{11} = \gamma_{10} - 1$      | 0.187    | 0.4856         |
| $m_{22} = \gamma_{20} - 1$      | -0.487   | 0.6245         |

**Tabla 5.2 Coeficientes  $m_{ij}$  y desviaciones estándar  $\sigma(m_{ij})$  del adaptador 1.**

|                                 | $m_{ij}$ | $\sigma_m[\%]$ |
|---------------------------------|----------|----------------|
| $m_{00} = \gamma_{00} - 1$      | -0.761   | 0.6292         |
| $m_{01} = m_{21} = \gamma_{10}$ | 1.521    | 0.3842         |
| $m_{02} = m_{12} = \gamma_{20}$ | 0.239    | 0.5613         |
| $m_{10} = m_{20} = \gamma_{00}$ | 0.239    | 0.5613         |
| $m_{11} = \gamma_{10} - 1$      | 0.521    | 0.4779         |
| $m_{22} = \gamma_{20} - 1$      | -0.761   | 0.6292         |

**Tabla 5.3 Coeficientes  $m_{ij}$  y desviaciones estándar  $\sigma(m_{ij})$  del adaptador 2.**

|                                 | $m_{ij}$ | $\sigma_m[\%]$ |
|---------------------------------|----------|----------------|
| $m_{00} = \gamma_{00} - 1$      | -0.487   | 0.6245         |
| $m_{01} = m_{21} = \gamma_{10}$ | 0.187    | 0.3938         |
| $m_{02} = m_{12} = \gamma_{20}$ | 0.3      | 0.5600         |
| $m_{10} = m_{20} = \gamma_{00}$ | 0.513    | 0.5561         |
| $m_{11} = \gamma_{10} - 1$      | 1.187    | 0.4856         |
| $m_{22} = \gamma_{20} - 1$      | -0.7     | 0.6280         |

Con estos valores hemos realizado simulaciones en las que se varia un único coeficiente. Los resultados correspondientes a 100 simulaciones de Monte Carlo y con la medidas realizadas sobre la magnitud de la respuesta impulsiva, se muestran en la Figura 5.2 a 5.8. El análisis se realiza para los diversos parámetros ( $\epsilon$ ,  $\omega_c$ ,  $H(0)$  y  $H(0.5)$ ) evaluando la influencia de cada coeficiente de cada adaptador, para localizar aquellos que sean más sensibles. En las Figuras 5.5 a 5.7 pueden observarse las desviaciones estándar respecto del valor medio y el error en el rizado como consecuencia de la modificación de cada coeficiente  $m_{ij}$  de los adaptadores. Aquellos coeficientes situados en posiciones centrales o cercanas a la salida ( $B_{22}$ ) influyen más en el rizado. Por otro lado, la dependencia de la frecuencia de corte respecto a cada uno de estos parámetros, Figuras 5.8 a 5.10, es similar, aunque el porcentaje de influencia es menor. El nivel de continua no se ve influenciado notablemente por este efecto, Figuras 5.11 a 5.13. Por último, el nivel de ganancia a la frecuencia de Nyquist ha resultado ser en todos los casos inferior a 150 dB, por lo que puede considerarse que éste es insensible a variaciones en los coeficientes de los adaptadores.

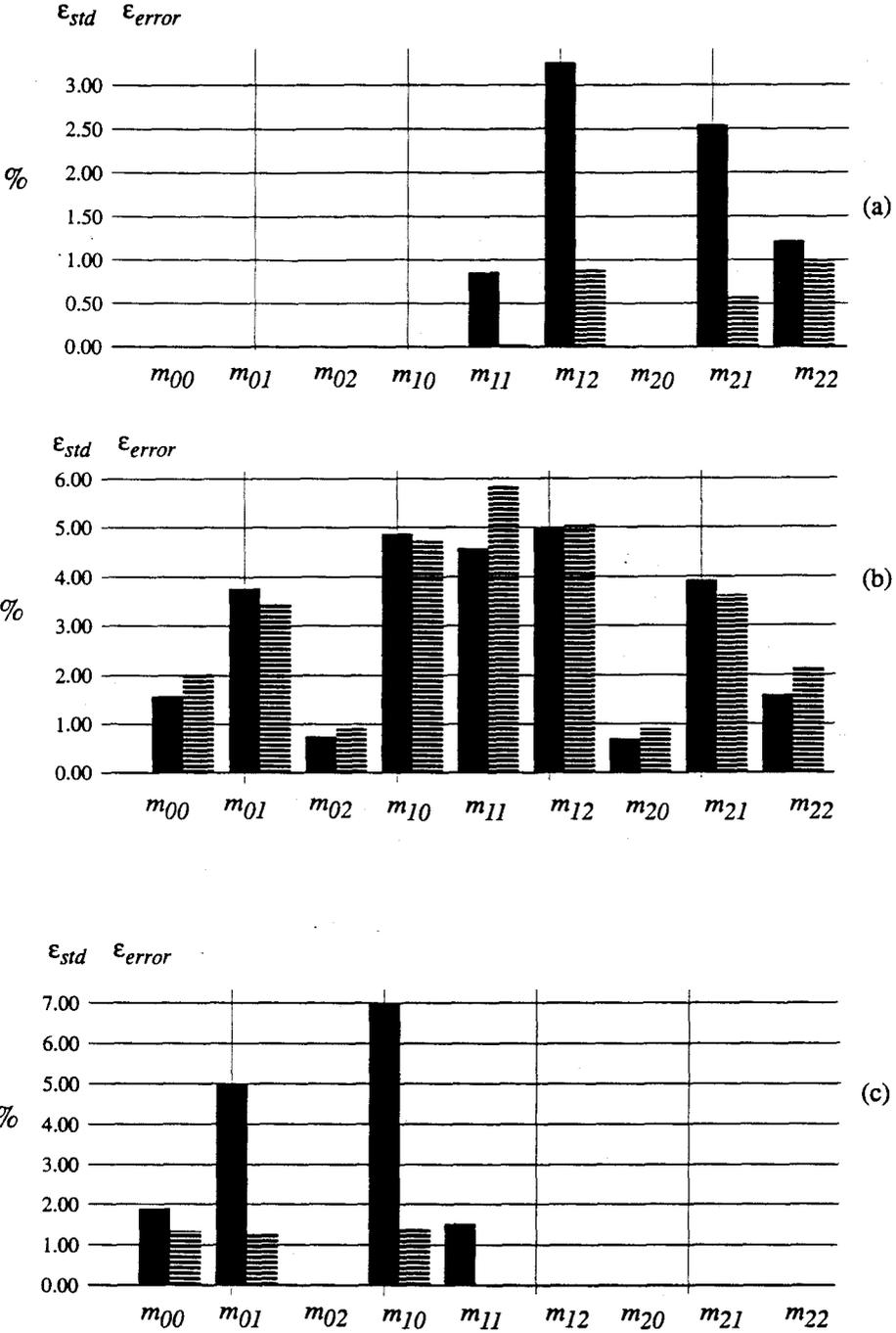
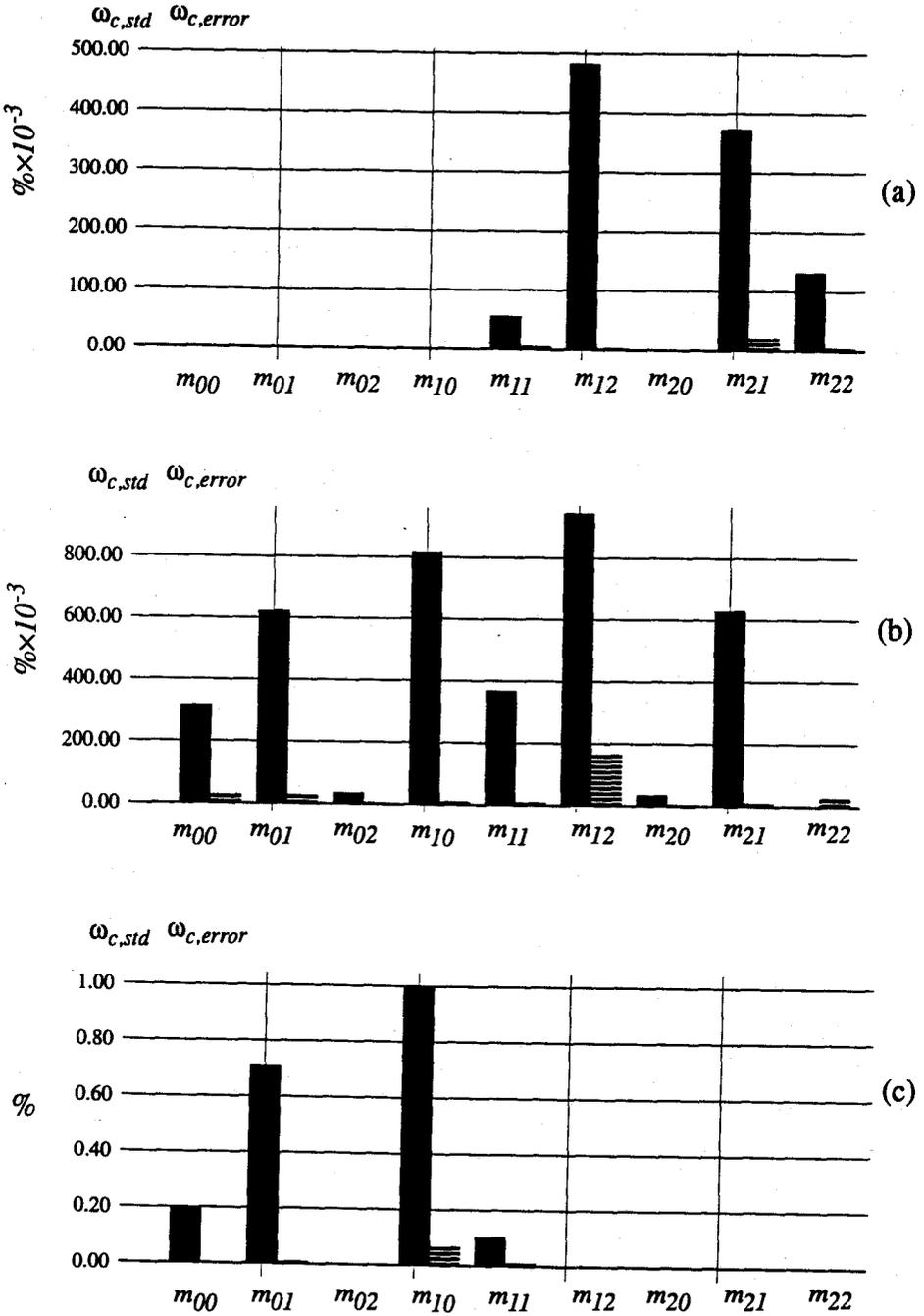


Figura 5.5 Desviación estándar y error en el rizado para 100 simulaciones de Monte Carlo para cada parámetro  $m_{ij}$  ( $i,j=0,1,2$ ) del adaptador (a) 0, (b) 1 y (c) 2.



**Figura 5.6** Desviación estándar y error en la frecuencia de corte para 100 simulaciones de Monte Carlo para cada parámetro  $m_{ij}$  ( $i, j=0,1,2$ ) del adaptador (a) 0, (b) 1 y (c) 2.

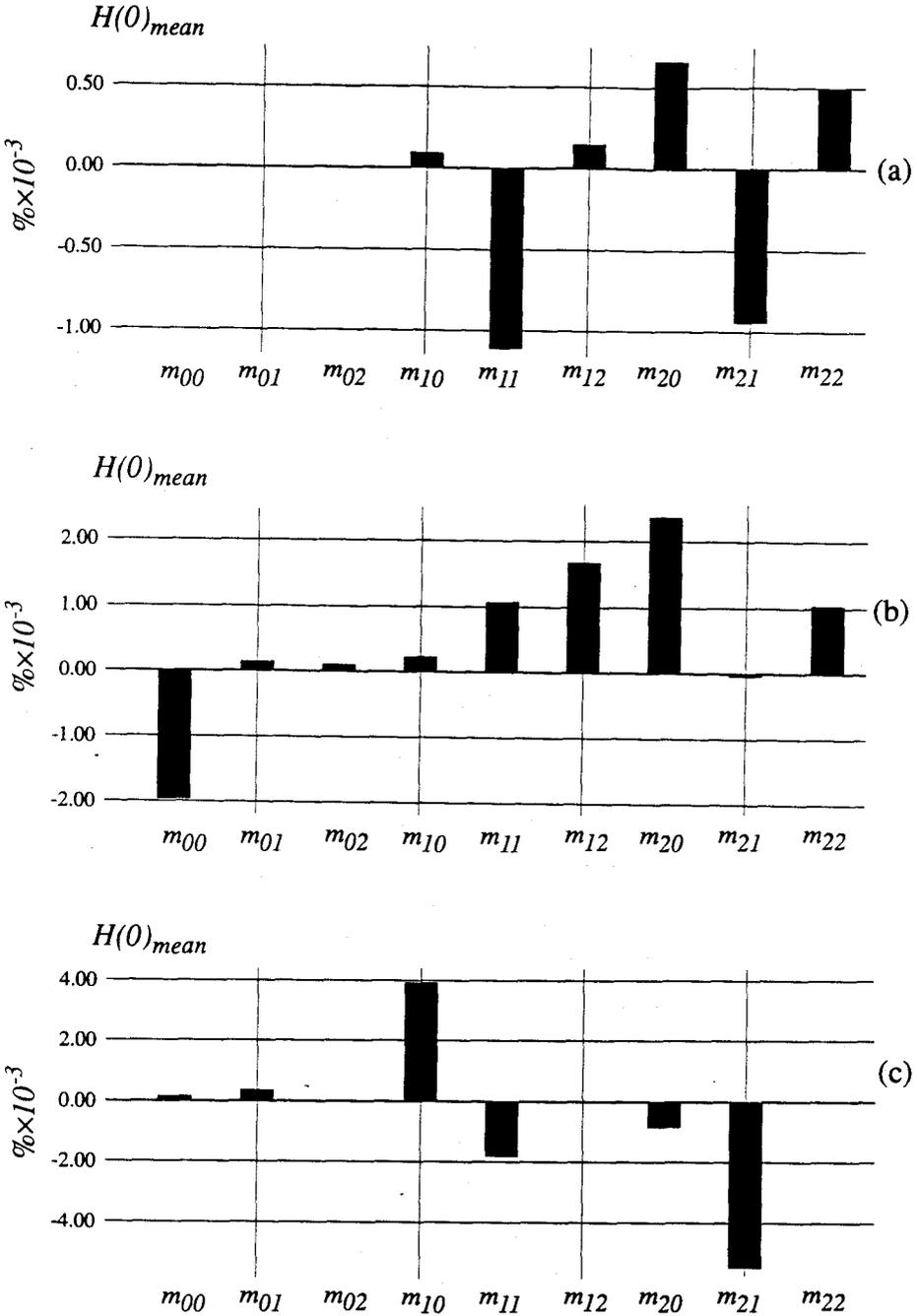


Figura 5.7 Valor medio de la ganancia a bajas frecuencias para 100 simulaciones de Monte Carlo para cada parámetro del  $m_{ij}$  ( $i,j=0,1,2$ ) del adaptador (a) 0, (b) 1 y (c) 2.

### 5.3.1.2 Sensibilidad respecto al *offset* de los elementos

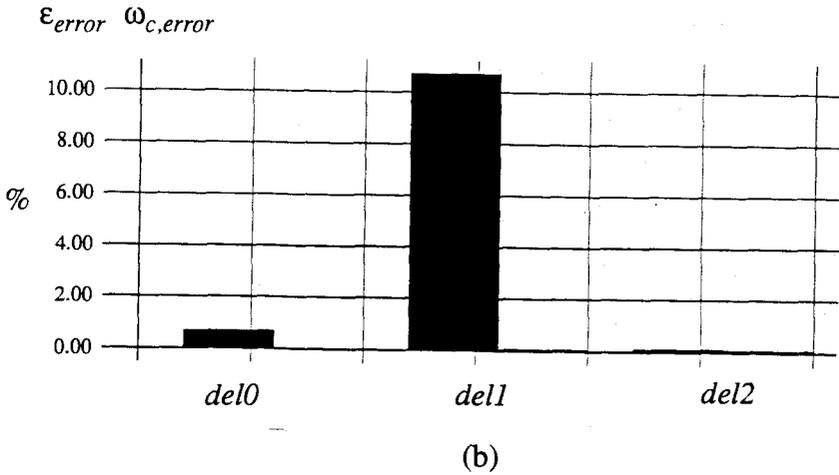
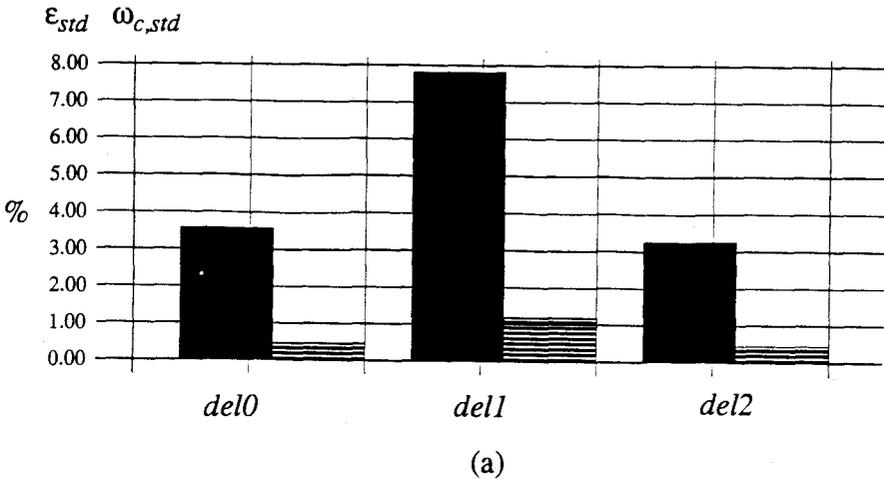
El efecto del *offset* producido en cada bloque se estudia introduciendo una señal aleatoria de *offset* a la salida, tal como indicamos en la Figura 5.2. El valor de estas señales se calcula a partir de las distribuciones estándar dadas por la expresión (3.28). En concreto, para  $\sigma'_n(1)=0.28\%$  y  $\sigma'_p(1)=0.30\%$  la desviación estándar en cada una de las salidas es de  $132.4nA$  para el adaptador 0,  $146.2nA$  para el adaptador 1 y  $132.4nA$  para el adaptador 2. En un filtro real, estos niveles de *offset* pueden producir *offset* a la salida (que no altera las características del filtro), y distorsión como consecuencia de la pérdida de rango dinámico de las celdas. Sin embargo, en las simulaciones efectuadas con WAYER solo es posible determinar el nivel del *offset* a la salida del filtro y por tanto, no se observa ningún cambio de las características de filtrado.

### 5.3.1.3 Sensibilidad respecto de las ganancias de los elementos de retraso

Haciendo un análisis de Monte Carlo para cada elemento de retraso y aplicando la ecuación (3.31), se han obtenido las gráficas mostradas en la Figura 5.8 para la variación de los parámetros de comportamiento en función de fluctuaciones del  $0.4\%$  alrededor de la ganancia nominal  $-1$ .

### 5.3.1.4 Sensibilidad respecto de la inyección de carga en las llaves analógicas

Utilizando el modelado mostrado en la Figura 5.3, se han evaluado las características de comportamiento para diversos valores de  $\Delta v_f$ . En las Figuras 5.15 a 5.17 se muestra la evolución del error en los parámetros de comportamiento en función del elemento de retraso en el que es inyectada la carga. Las simulaciones han sido realizadas tono a tono para un nivel máximo de la señal de entrada igual al de la intensidad de polarización  $I_B$ .



**Figura 5.8** Resultados de 100 simulaciones de Monte Carlo modificando la ganancia de los elementos de retraso,  $del_0$ ,  $del_1$  y  $del_2$  correspondientes a cada uno de los elementos pasivos. (a)  $std$  en  $\epsilon$ ,  $\omega_c$  (medido en %). (b) %error en  $\epsilon$ ,  $\omega_c$  respecto al ideal.

### 5.3.1.5 Sensibilidad con todos los parámetros variando simultáneamente

Haciendo variar a la vez todos los parámetros puede obtenerse una imagen más certera del comportamiento real del filtro. La forma seguida para distorsionar los coeficientes ha sido la misma que la detallada anteriormente. Los resultados obtenidos para diversos valores de  $\Delta v_f$  se resumen en la Tabla 5.4 y la Figura 5.9 a y b.



Figura 5.9 Porcentaje de error en el rizado para diversos valores  $\Delta v_f$  ( $-2mV$ ,  $-1mV$ ,  $1mV$ ,  $2mV$  y  $5mV$ ).

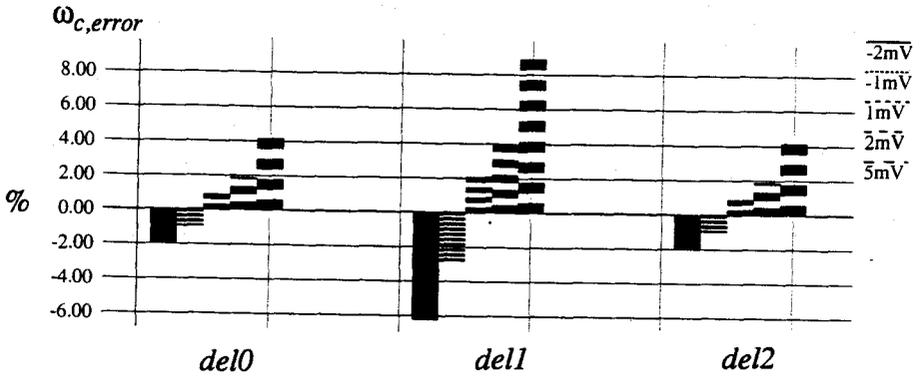


Figura 5.10 Porcentaje de error en la frecuencia de corte para diversos valores  $\Delta v_f$  ( $-2mV$ ,  $-1mV$ ,  $1mV$ ,  $2mV$  y  $5mV$ ).

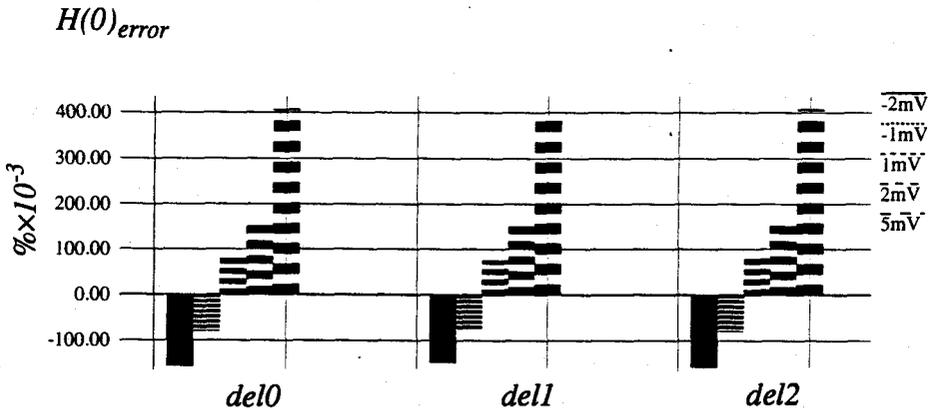
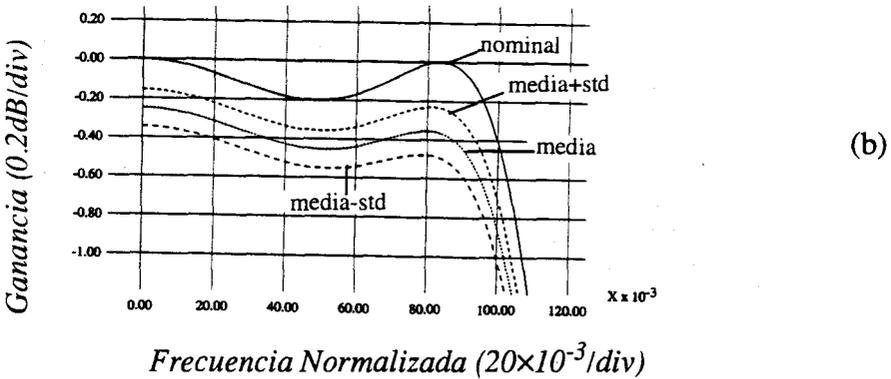
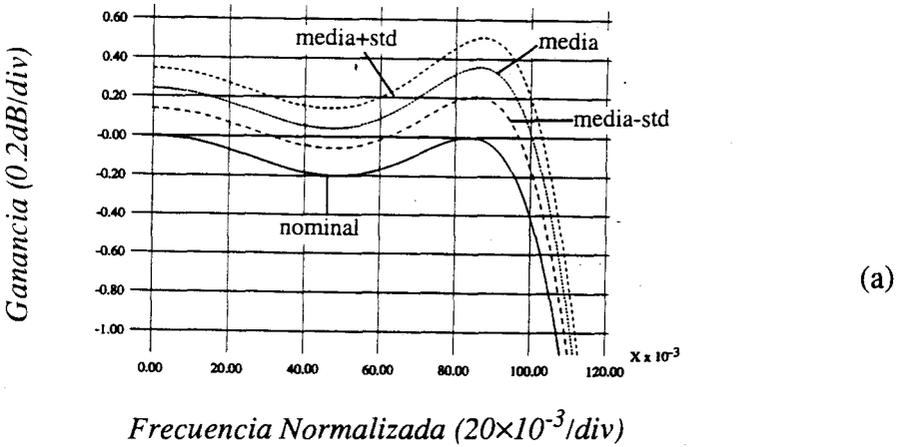


Figura 5.11 Porcentaje de error en el nivel de  $H(0)$  para diversos valores  $\Delta v_f$  ( $-2mV$ ,  $-1mV$ ,  $1mV$ ,  $2mV$  y  $5mV$ ).

**Tabla 5.4 Resultados de simulaciones de Monte Carlo realizadas variando simultáneamente todos los parámetros.**

| $\Delta v_f [mV]$ | $\epsilon_{mean}$ | $\omega_{o,mean}$ | $H(0)_{mean}[dB]$ | $H(0.5)_{mean}[dB]$ |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------------|
| -2                | 0.5292            | 0.08405           | -0.45638          | -137.83             |
| -1                | 0.2055            | 0.09021           | -0.2489           | -144.38             |
| 0                 | 0.2229            | 0.09591           | -0.0045           | -149.96             |
| 1                 | 0.3189            | 0.09956           | 0.2404            | -142.82             |
| 2                 | 0.4540            | 0.10278           | 0.4761            | -137.24             |
| 5                 | 1.0170            | 0.11026           | 1.1952            | -122.47             |



**Figura 5.12 Resultado de la simulación de Monte Carlo variando todos los parámetros. (a)  $\Delta v_f = -1mV$  (b)  $\Delta v_f = 1mV$ .**

### 5.3.2 Sensibilidad de los FDO a los valores de los coeficientes $\gamma_{ij}$

En las secciones 3.4.1 y 4.3.2.2 se han discutido algunos criterios para la elección de los coeficientes de reflexión de un filtro. La minimización de los errores de cuantización (3.61) o la elección de coeficientes que se traduzcan en realizaciones de espejos con mínimos errores son algunos de esos criterios. Al margen de estos aspectos, cada arquitectura de filtro de onda puede poseer características de sensibilidad diferentes, que conduzcan a situaciones en las que las fuentes de error influyan más o menos. Se presenta a continuación una exploración del espacio de posibles los coeficientes de reflexión con el fin de detectar aquellas combinaciones determinadas características de sensibilidad.

Para un filtro de onda genérico, los coeficientes de reflexión para los adaptadores de tres puertas han de verificar las relaciones

$$\sum_{i=0}^2 \gamma_{ij} = 2 \quad (5.17)$$

$$R_{0j}\gamma_{0j} = R_{1j}\gamma_{1j} = R_{2j}\gamma_{2j} \quad (5.18)$$

para un adaptador paralelo y

$$G_{0j}\gamma_{0j} = G_{1j}\gamma_{1j} = G_{2j}\gamma_{2j} \quad (5.19)$$

para uno serie, así como las condiciones de realizabilidad expuestas en el Capítulo 2. La libertad para la elección de  $(N-1)$  de las resistencias no determinadas, en un filtro de orden  $N$ , hace que exista un número infinito de posibles conjuntos de coeficientes de reflexión.

El análisis de sensibilidad que se propone a continuación, se realiza sobre el mismo *FDO* que ha estado siendo considerado hasta ahora. Aprovechando la simetría que presenta desde la entrada a la salida se ha tomado como variable independiente el parámetro  $k$  definido como

$$k = \frac{R_{20}}{R_{00}} = \frac{R_{22}}{R_{02}} \quad (5.20)$$

Para cada valor de  $k$ , se han calculado los parámetros de comportamiento

del filtro de onda, teniendo en cuenta todas las fuentes de error y un valor  $\Delta v_f = 1 \text{ mV}$ . En las Figuras 5.13 a 5.16 aparecen tales parámetros.

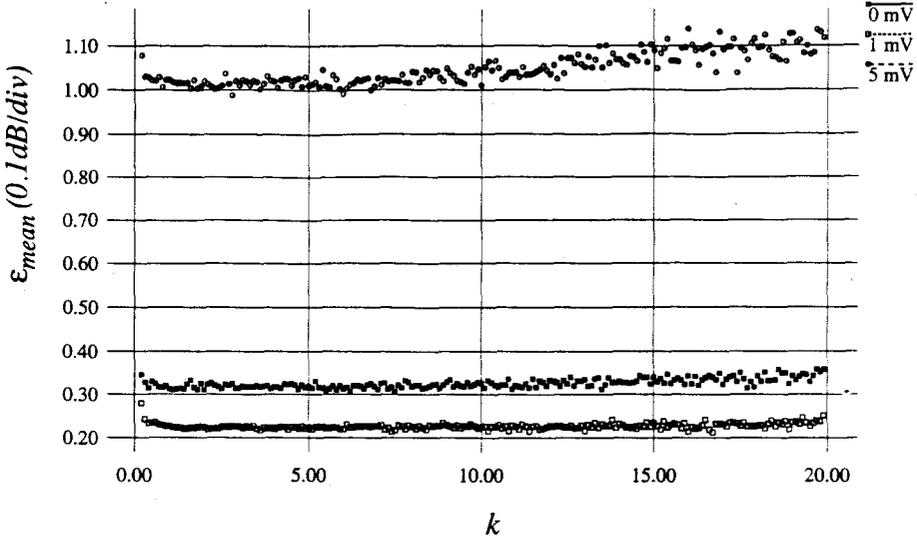


Figura 5.13 Evolución del valor medio del rizado con el parámetro  $k = \gamma_{20}/\gamma_{00}$ .

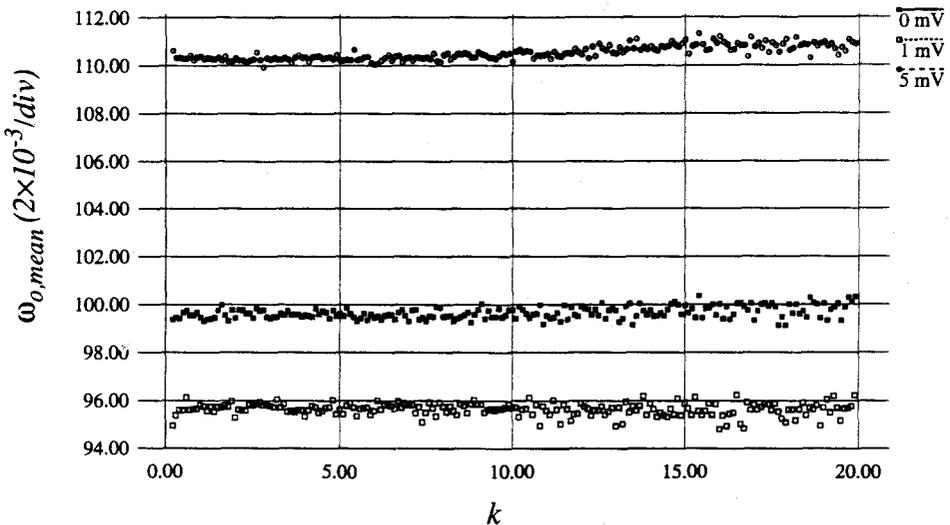


Figura 5.14 Evolución del valor medio de la frecuencia de corte normalizada con el parámetro  $k = \gamma_{20}/\gamma_{00}$ .

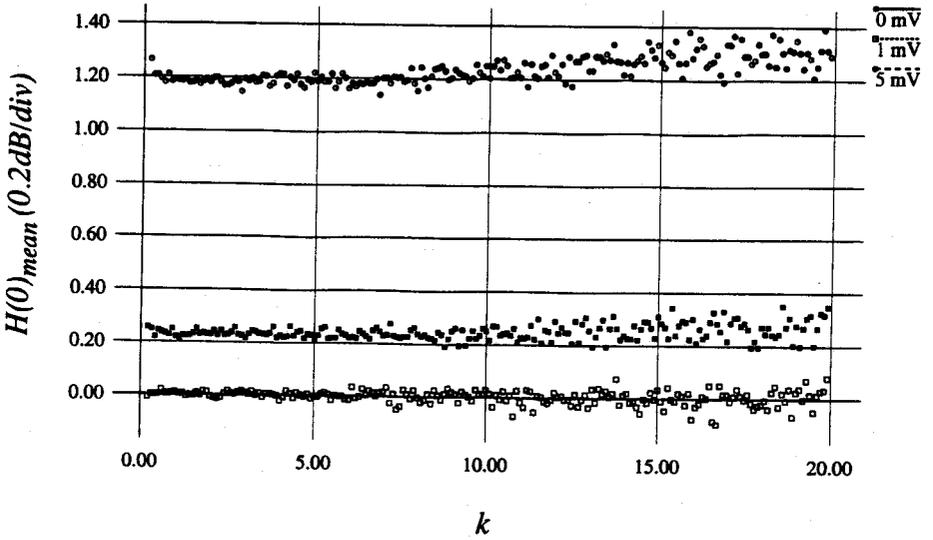


Figura 5.15 Evolución del valor medio de la ganancia a bajas frecuencias con el parámetro  $k=\gamma_{20}/\gamma_{100}$ .

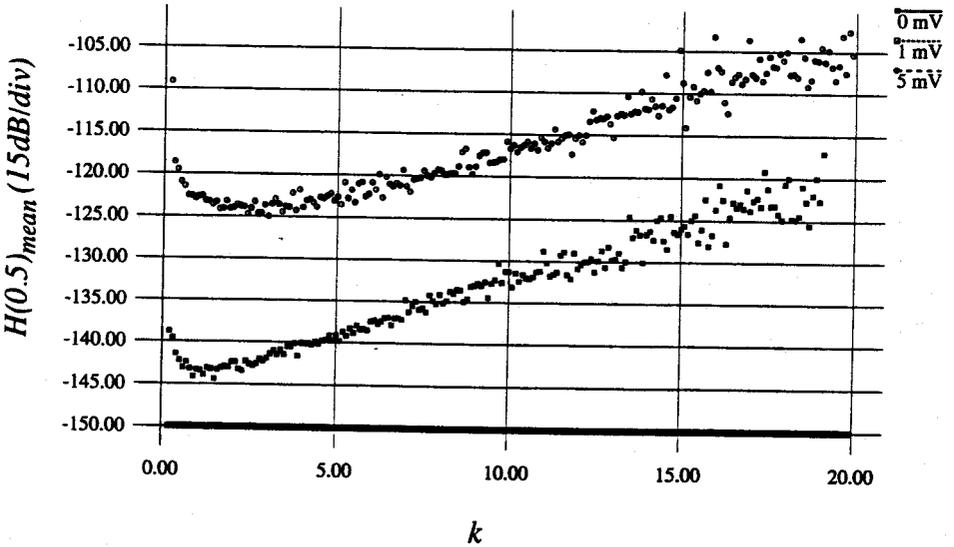
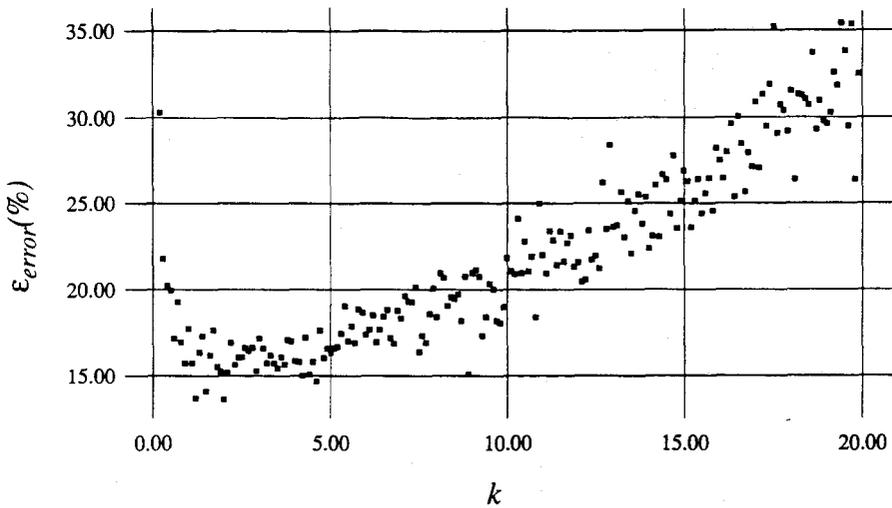
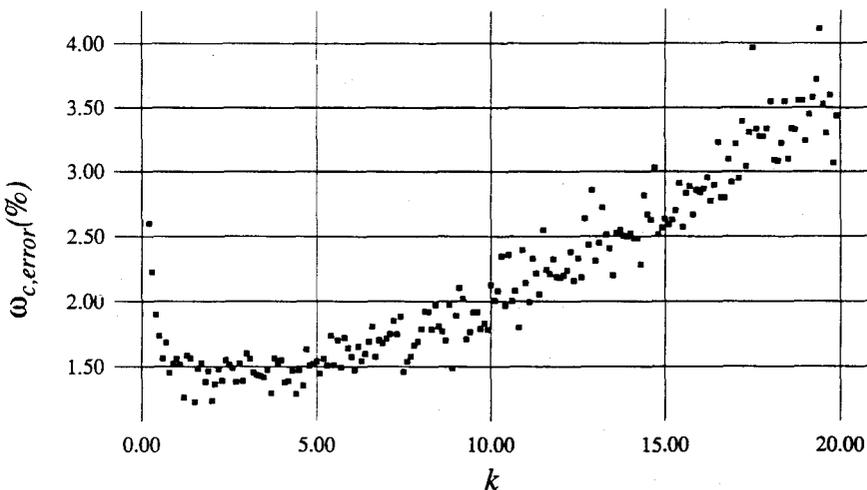


Figura 5.16 Evolución del valor medio de la ganancia a la frecuencia de Nyquist con el parámetro  $k=\gamma_{20}/\gamma_{100}$ .

De estas curvas se deduce que para un valor constante de inyección de carga en las llaves analógicas,  $\Delta v_f$ , los valores de los parámetros de comportamiento se alejan más del valor ideal a medida que aumenta la relación entre las resistencias de puerta  $R_{20}/R_{00}=R_{02}/R_2$ . Por ello, parece aconsejable tomar valores de  $k$  que estén por debajo de 5, pero no muy pequeños, ya que para  $k < 1$  las características de comportamiento vuelven a degradarse. Este hecho se ve corroborado si se tiene en cuenta la desviación estándar respecto al valor medio del rizado y la frecuencia de corte que muestra en las Figuras 5.17 y 5.18 respectivamente.



**Figura 5.17** Evolución de la desviación estándar del rizado con el parámetro  $k = \gamma_{20}/\gamma_{00}$  para  $\Delta v_f = 1mV$ .



**Figura 5.18** Evolución del valor medio de la frecuencia de corte con el parámetro  $k = \gamma_{20}/\gamma_{00}$  para  $\Delta v_f = 1mV$ .

### 5.3.3 Discusión de los resultados

El análisis de los resultados obtenidos previamente, permite concluir que, para el filtro concreto estudiado, el desapareamiento entre transistores influye de una manera moderada, no siendo crítico para la obtención de las características nominales del mismo. Sin embargo, los efectos del *feedthrough*, analizados mediante la variable  $\Delta v_f$ , determinan la evolución de los errores cometidos, incluso para valores pequeños (1 a 5 mV) que puedan derivarse de una cancelación parcial de la inyección de carga en el canal mediante alguna de las técnicas expuestas en el Capítulo 3.

Como contrastación experimental del efecto de los diferentes parámetros, en la Figura 5.23 mostramos la banda de paso del prototipo obtenida modificando los niveles de tensión de las señales de reloj, y por consiguiente, el valor de  $\Delta v_f$  producido. En la Figura 5.19(a) puede observarse cómo con un control adecuado de las llaves es posible obtener la función filtrado deseada. Si esta situación se altera incrementado la carga inyectada, Figura 5.19 (b), la curva se desplaza en sentido positivo, dando lugar a un efecto similar al que producirían valores de  $Q > 0$  en los elementos del filtro de referencia, y que anteriormente ha sido identificado con un incremento positivo de carga. Del mismo modo, al variar las condiciones a otras en las que la carga es menor que cero, el efecto es similar a  $Q$  negativas, es decir, a incrementos negativos de carga en las celdas de memoria.

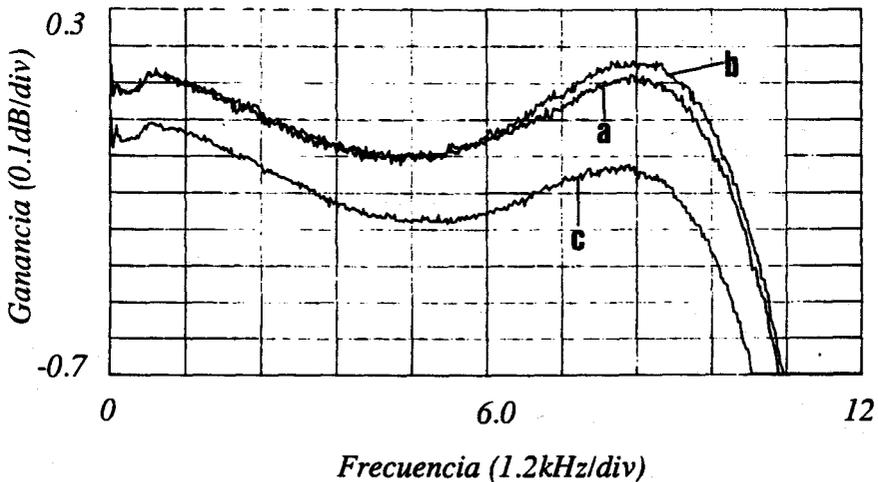


Figura 5.19 Medida experimental del efecto de  $\Delta v_f$  (a)  $\Delta v_f \cong 0$ . (b)  $\Delta v_f > 0$ . (c)  $\Delta v_f < 0$ .

Del mismo modo, y aunque no ha sido analizada previamente la sensibilidad del prototipo *BP* descrito en el Capítulo 4, se observa esta misma evolución, en la Figura 5.20 se muestra una de las bandas de paso obtenidas experimentalmente para distintas condiciones de control de las llaves. La curva (a) corresponde a al caso de mejor ajuste, y las (b) y (c) a distintas situaciones de control del reloj que implican inyecciones de carga contrapuestas.

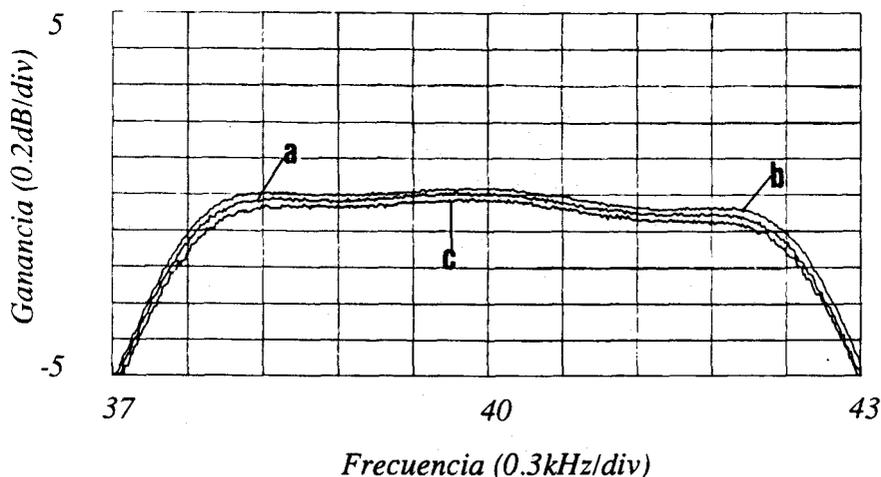


Figura 5.20 (a) Mejor ajuste posible en el filtro *BP*. (b)  $\Delta v_f > 0$ . (c)  $\Delta v_f < 0$ .

## 5.4 Resumen y conclusiones

- Se han revisado diferentes métodos de análisis de la sensibilidad de filtros, tomando el análisis de Monte Carlo como el más aproximado a la realidad.
- Se ha desarrollado un programa de simulación numérica que permite realizar un análisis de Monte Carlo para un *FDO*, utilizando para ello modelos operacionales de las diferentes fuentes de error.
- Se ha aplicado el análisis a un filtro *LP* de orden 3 tipo *Chebyshev* y

se han verificado que los errores debidos a la inyección de carga originada en las llaves analógicas influyen de manera más notoria en la distorsión de la función filtrado.

- Se ha analizado la dependencia de la elección de los coeficientes de reflexión respecto de las fuentes de error consideradas, encontrando un rango óptimo de valores para los que existe mayor adecuación a la característica ideal.

## Apéndice A

# Ruido en Filtros de Onda SI

La detección del valor mínimo posible de una señal a la salida de un filtro permite caracterizar el rango de valores que pueden ser estimados en dicha salida. La relación entre el valor máximo y mínimo de una señal se denomina Rango Dinámico (*RD*). Mientras que el valor máximo viene especificado por el máximo valor de señal admisible por un filtro, el valor mínimo representa el nivel inferior de la señal, aun en ausencia de excitación a la entrada. Este nivel mínimo se conoce con el nombre de Base de Ruido, y es inherente a la realización física del filtro. La determinación de este nivel implica el análisis de todas las fuentes de ruido del filtro y de su influencia sobre la salida. Una excelente introducción al tratamiento del ruido en circuitos *SI* puede encontrarse en [DAUB91]. Apoyándonos en este estudio hemos desarrollado un modelo de ruido para cada bloque básico utilizado en las realizaciones *SI* de *FDOs* que hemos propuesto en este trabajo. A continuación se presentan dichos modelos

## A.1 Modelado de Ruido en circuitos SI

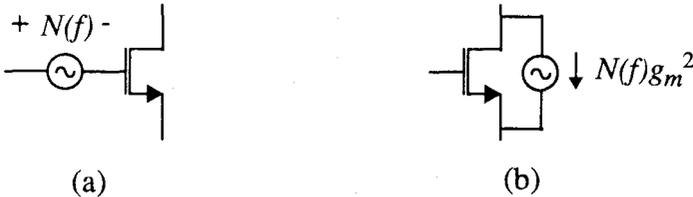
### A.1.1 Transistores

Los filtros *SI* sólo requieren transistores *MOS* de canal N y P. En consecuencia, el análisis de las fuentes de ruido ha de centrarse en tales elementos. En un transistor *NMOS* se puede definir un modelo equivalente de ruido en tensión o intensidad. La relación entre ambos viene dada por su transconductancia,  $g_m$ . La contribución, en cada instante, de la fuente de ruido no es conocida, ya que corresponde a un proceso aleatorio. Sin embargo, su valor cuadrático medio ( $\bar{v}^2$  o  $\bar{i}^2$ ) sí lo es, incluso en un

determinado rango de frecuencias,  $\Delta f$ . A dicho contenido, normalizado respecto a un rango de frecuencia, se le denomina **Densidad Espectral de Potencia** (PSD) y es el parámetro utilizado para caracterizar el ruido en cualquier circuito. En general se puede expresar por

$$N(f) = \frac{\overline{v^2}}{\Delta f} \quad (\text{A.1})$$

en donde  $v$  representa las fluctuaciones de la tensión de puerta del transistor *NMOS*. El modelo equivalente de intensidad es  $N(f) \cdot g_m^2$ . Se utilizará en lo sucesivo esta notación, así como  $\overline{v^2}$  y  $\overline{i^2}$  para denotar al valor cuadrático medio normalizado respecto de la frecuencia.



**Figura A.1 Modelos de ruido de un transistor *NMOS* (a) en tensión y (b) en intensidad.**

En transistores *MOS* existen dos fuentes de ruido predominantes: el ruido Flicker y el ruido térmico [DAUB91] [GRAY93]. El primero de ellos es originado por la densidad de estados superficiales en el canal del transistor *MOS*. La expresión de su densidad espectral es

$$N_F(f) = \frac{1}{C_{ox}} \frac{1}{WL} \frac{1}{f} K_F I^{AF-1} \quad (\text{A.2})$$

donde  $K_F$  y  $AF$  son parámetros dependientes del proceso tecnológico. Se observa que  $N_F(f)$  es inversamente proporcional a la frecuencia, al área del transistor y aumenta con el espesor del óxido de puerta. El ruido térmico se origina en la resistencia del canal, siendo su valor

$$N_F(f) = \frac{8KT}{3g_m} \quad (\text{A.3})$$

donde  $K$  es la constante de Boltzman y  $T$  la temperatura absoluta. La transconductancia  $g_m$  en saturación ( $\sqrt{2k'(W/L)I}$ ) hace que el ruido térmico sea inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la razón ( $W/L$ ) del

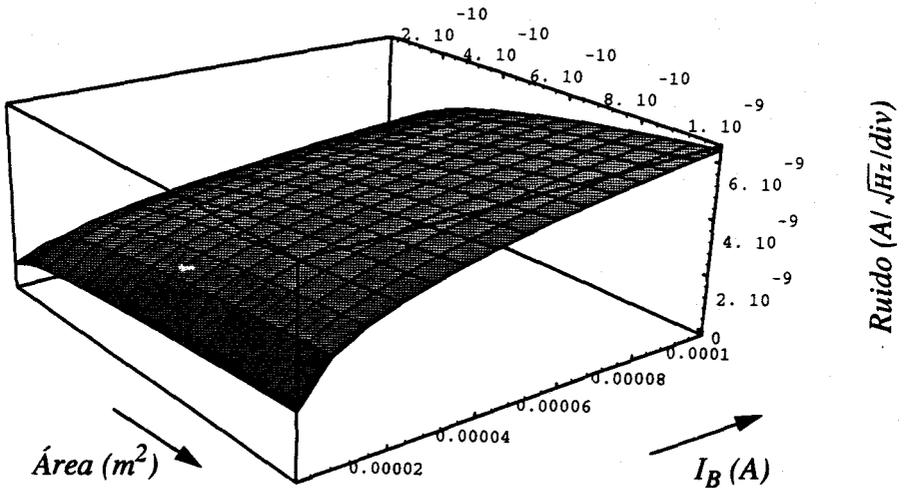
transistor y de la intensidad  $I$ , comportándose como un ruido blanco constante para todo el rango de frecuencias [HAYK83]. Teniendo en cuenta estas dos fuentes de ruido, la densidad total de ruido en un transistor es

$$N(f) = \frac{1}{C_{ox}WL} \frac{1}{f} K_F I^{AF-1} + \frac{8KT}{3g_m} \tag{A.4}$$

y la expresión de ruido equivalente en la intensidad es

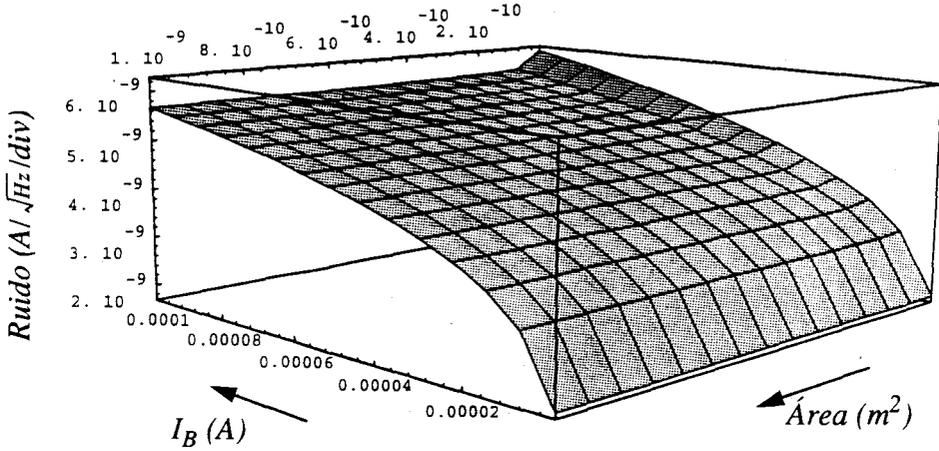
$$\bar{i}^2 = \frac{2kI}{C_{ox}L^2} \frac{1}{f} K_F I^{AF-1} + \frac{8KT}{3} \sqrt{2k' \left(\frac{W}{L}\right) I} \tag{A.5}$$

Para un valor constante de la longitud de canal,  $L$ , y tomando  $AF=1$ , la densidad de ruido en tensión, (A.2), es inversamente proporcional al área  $WL$  y a la intensidad de polarización  $I$ . Esta tendencia se invierte para la densidad espectral de ruido de intensidad (A.5). En la Figura A.2 aparece esta tendencia representada para un valor de  $L$  constante en un rango de frecuencias de  $1\text{Hz}$  a  $10\text{MHz}$ .



**Figura A.2** Dependencia de la densidad espectral de ruido de un NMOS con el área y la intensidad de polarización, para una longitud de canal constante  $L=10\mu\text{m}$  en un rango de frecuencias de  $1\text{Hz}$  a  $10\text{MHz}$ .

Sin embargo, para valores  $(W/L)$  constantes, la densidad espectral de ruido mejora cuando aumenta la longitud del canal  $L$ , Figura A.3.



**Figura A.3** Dependencia de la densidad espectral de ruido de un NMOS con el área y la intensidad de polarización, para una relación  $W/L$  constante de 6 ( $W = 6L$ ).

La elección de valores de  $L$  elevados reduce por tanto el ruido equivalente en intensidad. Para una misma intensidad de polarización y una relación ( $W/L$ ) constante, el ruido es menor para áreas de transistor mayores.

En el caso de que un transistor se comporte como una llave analógica con una determinada resistencia  $R_{ON}$  en conducción, Figura A.4, el ruido térmico equivalente viene dado por

$$N_{sw}(f) = 4KTR_{ON} \tag{A.6}$$

donde  $R_{ON}$  viene dado por la inversa de  $g_m$  en zona óhmica

$$R_{ON} = \frac{1}{g_m} = \frac{L}{k_n W (V_{GS} - V_T)} \tag{A.7}$$

Para  $(V_{GS} - V_T) = 2.5 \text{ V}$  y  $(W/L) = 2$  y  $k_n = 70.0 \mu\text{AV}^2$ ,  $R_{ON} = 2.8 \text{ k}\Omega$ . La densidad espectral de ruido es  $4.7 \cdot 10^{-17} \text{ V}^2/\text{Hz}$ , que en un rango de  $10\text{MHz}$  significa  $21.7 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$ .



**Figura A.4** Modelo de ruido de un transistor NMOS funcionando como llave analógica.

### A.1.2 Espejos de corriente

El modelado de ruido en un espejo de corriente ha de tener en cuenta el ruido generado por cada uno de los transistores del espejo [GRAY93]. Así, para un espejo simple, Figura A.5 a  $\overline{v_{M1}^2}$  y  $\overline{v_{M2}^2}$  representan los equivalentes de ruido en tensión en cada uno de los terminales de puerta del espejo.

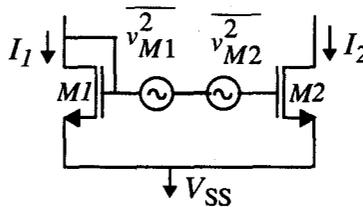


Figura A.5 Modelado del ruido equivalente en un espejo de corriente simple en la intensidad de drenador.

Debido a la naturaleza aleatoria de estas fuentes de ruido, la densidad espectral total de ruido puede ser considerada como la suma de ambas (suponiendo que sean no correlacionadas). El equivalente en intensidad a la salida será

$$\overline{i^2} = (\overline{v_{M1}^2} + \overline{v_{M2}^2}) g_{m2}^2 \tag{A.8}$$

En el caso de un espejo cascode, Figura A.6, aparecen cuatro fuentes de ruido en los terminales de puerta de los transistores, siendo su contribución total al ruido equivalente en intensidad a la salida

$$\overline{i^2} = (\overline{v_{M1}^2} + \overline{v_{M2}^2}) g_{m2}^2 + (\overline{v_{M3}^2} + \overline{v_{M4}^2}) g_{m4}^2 \tag{A.9}$$

Para un espejo cascode de ganancia unidad con  $(W/L)_1=(W/L)_2=(60\mu\text{m}/10\mu\text{m})$  y  $(W/L)_3=(W/L)_4=(100\mu\text{m}/10\mu\text{m})$  y una intensidad de polarización de  $10\ \mu\text{A}$ , la densidad espectral de ruido a la salida en un rango de  $1\text{Hz}$  a  $10\text{Mz}$  calculada mediante la ecuación (A.9) es de  $6.28\ \text{nA}/\sqrt{\text{Hz}}$ , que en el caso de tratarse de espejos simples, (A.8), es de  $4.51\ \text{nA}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

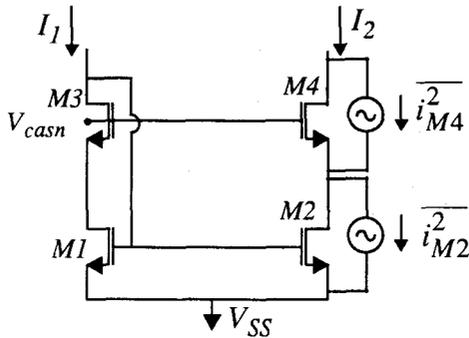


Figura A.6 Modelado del ruido equivalente en intensidad en un espejo de corriente cascode.

### A.1.3 Celdas de memoria (T/H)

El análisis del ruido en celdas de memoria implica tener en cuenta las mismas fuentes que en el caso de un espejo, pero además, es necesario evaluar el efecto producido por el proceso de muestreo de la señal de entrada. Por ello, se pueden diferenciar dos tipos de ruido: **Ruido Directo** y **Ruido de Muestreo** [DAUB90]. El ruido directo considera el efecto de las fuentes de ruido de los transistores a través de los caminos que constantemente conectan el origen al destino especificado,  $N^D(f)$ . El ruido de muestreo se genera al conmutar la conexión entre las fuentes de ruido y la salida de la celda de retraso,  $N^{S/H}(f)$ , y provoca un efecto de *aliasing* sobre la contribución de ruido total. En una celda de memoria como la mostrada en la Figura A.7, la salida es igual a la entrada durante el intervalo  $0 < t < \tau$ , mientras que durante  $\tau < t < T$ , representa la entrada retrasada en medio periodo. A la relación  $\delta = \tau/T$  se la denomina *Duty Cycle*.

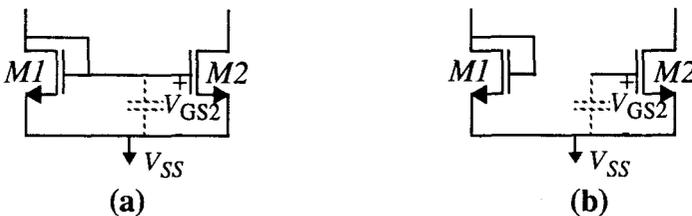


Figura A.7 Celda de memoria SI. (a) Modo de muestreo (b) modo de almacenamiento.

La componente de ruido que interesa analizar es la que influye en la fase de almacenamiento en que la entrada ha sido desconectada de la salida. En esta fase, el ruido directo viene dado por  $\overline{v}_{M2}^2$

$$N^D(f) = \delta v_{M2}^2 \tag{A.10}$$

mientras que al ruido de muestreo contribuyen  $\bar{v}_{M1}^2$  y  $\bar{v}_{sw}^2$

$$N^{S/H}(f) = \left. \bar{v}_{M1}^2 + \bar{v}_{sw}^2 \right|_{\text{muestreado}} = N^C(f) \Big|_{\text{muestreado}} \tag{A.11}$$

cuya expresión es

$$N^{S/H}(f) = \delta^2 \text{Sinc}(f\tau) N^C(f) \sum_{k=-\infty}^{\infty} N^C(f - kf_s) \tag{A.12}$$

Se puede apreciar que, como consecuencia del ancho de banda infinito de la densidad espectral de ruido (ruido blanco) la contribución al ruido en el rango de frecuencias de interés ( $0, f_s/2$ ), hace que este se pliegue infinitas veces sobre dicho rango. Este extremo no se alcanza debido a que los elementos de circuito (espejos) poseen una limitación en frecuencia que filtra el ruido. Para aprovechar esta característica, se propone el modelo del ancho de ruido de banda equivalente [HAYK], mediante la cual, la densidad espectral de ruido a muestrear,  $N^C(f)$ , es sustituida por una densidad espectral de valor uniforme,  $\eta_n$ , en una banda de frecuencias,  $BW_n$ , de valor

$$BW_n = \frac{\pi}{2} f_o = \frac{g_m}{4C_1} \tag{A.13}$$

donde  $f_o$  ( $g_m/2\pi C_1$ ) representa el ancho de banda del espejo de corriente y  $C_1$  la suma de las capacidades de puerta de  $M1$  y  $M2$ . El valor de la densidad espectral de ruido constante viene dado por

$$\eta_n \cdot BW_n = \int_{-\infty}^{\infty} N^C(f) df = \int_{-f_o}^{f_o} N^C(f) df \tag{A.14}$$

de forma que el valor final de la densidad espectral de ruido muestreado en una celda de memoria es

$$N^{S/H}(f) = \delta^2 \text{Sinc}(f\tau) \left( \frac{2BW_n}{f_s} \right) \eta_n \tag{A.15}$$

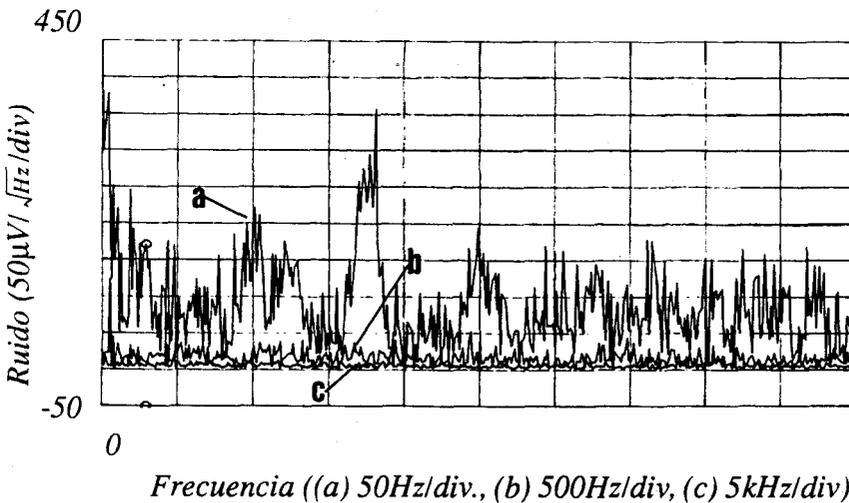
El efecto de *aliasing* producido por el muestreo del ruido se manifiesta en el número de veces que es sumada la densidad  $\eta_n$  en el ancho de banda de interés ( $2BW_n f_s$ ). Esto quiere decir que el ruido de muestreo será menor cuanto más se aproxime la frecuencia de reloj al ancho de banda del espejo.

### A.1.4 Condensadores e inductores

El análisis del ruido en dos celdas de memoria en cascada es similar al efectuado en el apartado anterior. Para evaluar la contribución de ruido en la salida de la segunda celda de memoria hay que sumar el ruido directo y el muestreado. El valor del ruido directo viene dado por (A.10), correspondiente a la segunda celda de memoria, mientras que el ruido muestreado, además de las fuentes de ruido propias de la segunda celda de retraso, debe incluir el término procedente de la primera celda de retraso, es decir, la suma de (A.10) y (A.12). Mediante la aproximación del ancho de banda equivalente de ruido es posible obtener la expresión para el ruido total en la salida de la segunda celda de memoria

$$\overline{i^2} = N_2^D(f) + \delta^2 \text{Sinc}(f\tau) \left( \frac{2BW_n}{f_s} \right) \eta_n \quad (\text{A.16})$$

siendo  $\eta_n = \eta_{n1} + \eta_{n2}$ . El primer término de la suma corresponde a la densidad espectral de ruido equivalente en la salida de la primera celda de memoria. El segundo se calcula mediante (A.15) para la segunda celda de memoria. Como se puede apreciar, el ruido muestreado en la salida se incrementa respecto del de una única celda de memoria un factor igual al número de veces que  $BW_n$  contiene a la frecuencia de muestreo,  $f_s$ . En la Figura A.8 se ilustra el efecto de disminución de la densidad espectral de ruido en la salida de dos celdas de memoria en cascada como consecuencia del aumento de la frecuencia de reloj.



**Figura A.8** Densidad espectral de ruido a la salida de dos celdas de memoria conectadas en cascada para frecuencias de reloj de 1kHz, 10kHz y 100kHz.

### A.1.5 Adaptadores de dos puertas

En este tipo de circuitos, Figura A.9, solo existe ruido directo en la salida. Su evaluación puede ser tenida en cuenta mediante el modelado de cada fuente de ruido en la salida de cada espejo como un *offset* de intensidad (al igual que en el Capítulo 3). El ruido total será la suma de todas las contribuciones. Por ejemplo, en el circuito de la Figura A.9, la contribución total al ruido en las salidas  $B_0$  y  $B_1$  son

$$N_{B_0}(f) = N_{G3}(f)g_{m3}^2 + \left( \left( N_{G4}(f) \frac{g_{m4}^2}{g_{m5}^2} \right) + N_{G7}(f) \right) g_{m7}^2 \quad (\text{A.17})$$

$$N_{B_1}(f) = N_{G2}(f)g_{m2}^2 + \left( \left( N_{G4}(f) \frac{g_{m4}^2}{g_{m5}^2} \right) + N_{G6}(f) \right) g_{m6}^2 \quad (\text{A.18})$$

respectivamente.  $N_{G_i}(f)$  representa la suma de las fuentes de ruido en el terminal de puerta del transistor de salida de un espejo ( $N_{G2}(f)=N_{M1}(f)+N_{M2}(f)$ ). Teniendo en cuenta las expresiones de  $N_M(f)$  y  $g_m$  para cada transistor, se puede deducir la dependencia de las contribuciones  $N_G(f)$  respecto de los coeficientes de reflexión del adaptador. Así

$$N_{G7}(f) \sim (1 + \mu)^{-1} \quad (\text{A.19})$$

$$g_{m7}^2 \sim (1 + \mu)^2 \quad (\text{A.20})$$

y

$$N_{G6}(f) \sim \mu^{-1} \quad (\text{A.21})$$

$$g_{m7}^2 \sim \mu^2 \quad (\text{A.22})$$

En las que se ha tenido en cuenta que  $AF=1$ . De este modo

$$N_{B_0}(f) \sim (1 + \mu) \tag{A.23}$$

$$N_{B_1}(f) \sim \mu \tag{A.24}$$

Ello quiere decir que la densidad espectral de ruido se reduce con coeficiente  $\mu$  pequeños.

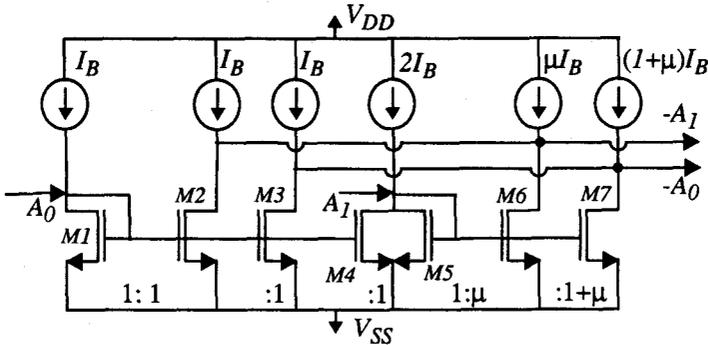


Figura A.9 Implementación simplificada de un adaptador paralelo de dos puertas con espejos de corriente.

### A.1.6 Adaptadores de tres puertas

El análisis es igual al visto anteriormente. Para el circuito de la Figura A.10. El ruido en las salidas  $B_0$ ,  $B_1$  y  $B_2$  viene dado por las siguientes expresiones

$$N_{B_0}(f) = N_{G3}(f)g_{m3}^2 + (N_{G2}(f)g_{m2}^2 + N_{G13}(f)g_{m10}^2 + N_{G5}(f)g_{m5}^2 + N_{G8}(f)g_{m8}^2) \frac{g_{m13}^2}{g_{m10}^2} \tag{A.25}$$

$$N_{B_1}(f) = N_{G6}(f)g_{m6}^2 + (N_{G2}(f)g_{m2}^2 + N_{G13}(f)g_{m10}^2 + N_{G5}(f)g_{m5}^2 + N_{G8}(f)g_{m8}^2) \frac{g_{m13}^2}{g_{m10}^2} \tag{A.26}$$

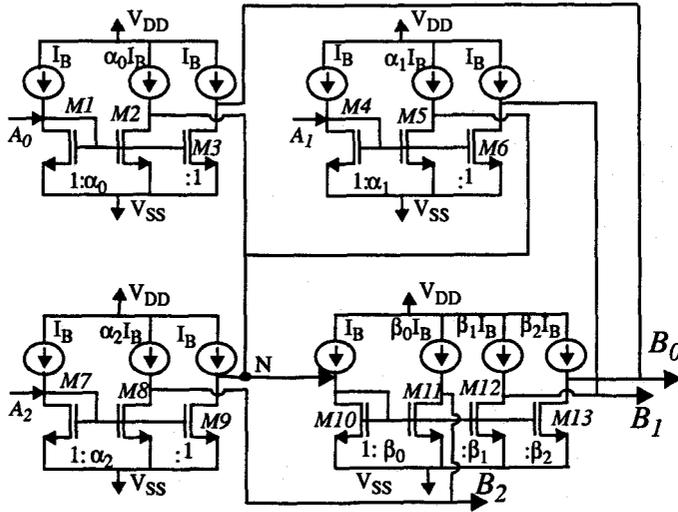
$$N_{B_2}(f) = N_{G9}(f)g_{m9}^2 + (N_{G2}(f)g_{m2}^2 + N_{G13}(f)g_{m10}^2 + N_{G5}(f)g_{m5}^2 + N_{G8}(f)g_{m8}^2) \frac{g_{m13}^2}{g_{m10}^2} \quad (\text{A.27})$$

De modo similar al empleado en los adaptadores de dos puertas se puede encontrar la relación de las siguientes dependencias con los coeficientes de reflexión de los adaptadores paralelo

$$N_{B_0}(f) \sim \gamma_0 \quad (\text{A.28})$$

$$N_{B_1}(f) \sim \gamma_1 \quad (\text{A.29})$$

$$N_{B_2}(f) \sim \gamma_2 \quad (\text{A.30})$$



**Figura A.10 Realización en modo de corriente de adaptadores de tres puertas:** (a) Paralelo:  $\alpha_k = \gamma_k$  y  $\beta_k = 1$ . (b) Serie:  $\alpha_k = 1$  y  $\beta_k = \gamma_k$ .

Las relaciones para los adaptadores serie pueden ser deducidas de forma similar y mantienen la misma dependencia lineal con los coeficientes de reflexión.

## Conclusiones

- 1.- Se ha mostrado que la realización de Filtros de Onda mediante la técnica de corrientes conmutadas permite aprovechar las propiedades de la transformación bilineal entre el dominio continuo y discreto para la simulación de cualquier función filtrado.
- 2.- Se han resaltado los aspectos que diferencian las realizaciones analógicas de las digitales, y que se traducen en una mayor libertad de elección de coeficientes en el caso analógico.
- 3.- Se ha desarrollado una herramienta de ayuda al diseño de filtros de onda analógicos que permite obtener directamente los coeficientes del filtro y aportar la información necesaria para el escalado, incorporando un método sistemático para la obtención de las constantes de escalado.
- 4.- Se han propuesto y verificado circuitos *SI* basados en espejos de corriente, para la realización de los bloques básicos de un filtro de onda.
- 5.- Se han analizado las principales fuentes de desviación del comportamiento ideal de los bloques básicos propuestos; y se ha modelado el error de cuantización en la realización de los coeficientes del filtro provocado por el límite tecnológico.
- 6.- Se ha analizado la dependencia de los errores respecto al valor de los coeficientes de reflexión y se ha dado un método para la elección del rango óptimo de valores para los que existe mayor adecuación a las características ideales.
- 7.- Se ha demostrado la validez de las técnicas *SI* para realizaciones poco costosas de *FDO* analógicos, mediante la realización de tres prototipos: 1) dos filtros *Chebyshev* paso de baja, uno de orden 5º basado en una estructura de referencia tipo microonda, y otro de orden 3º basado en una escalera *LC* como circuito de referencia. 2) Un filtro programable, que realiza 18 funciones filtrado (9 *BP* y *BR*), utilizando un área que es sólo un 15% mayor que la que requiere una única función *BP*.
- 8.- Se ha desarrollado un programa de simulación numérica que permite llevar a cabo análisis de Monte Carlo de las realizaciones *SI* de *FDOs*,

utilizando para ello modelos operacionales de las diferentes fuentes de error.

- 9.- Aplicando el análisis de Monte Carlo a la realización de un filtro de orden 3, se ha verificado que los efectos debidos a la inyección de carga originada en las llaves analógicas son los que tienen una influencia más notoria en la distorsión de la función filtrado.
- 10.- A la vista de los resultados podemos decir que los filtros de onda son una alternativa a la realización de filtros de corrientes conmutadas, que implica el uso de circuitos simples en lugar de integradores precisos. Como en toda realización SI, la mejora de los bloques básicos y la utilización de esquemas diferenciales puede derivar implementaciones con mejores prestaciones. Uno de nuestros objetivos en un futuro inmediato es aportar realizaciones diferenciales de *FDO*.

## Bibliografía

- [ANTO79] A. Antoniou: "Digital Filters: analysis and Design". *Tata McGraw-Hill Company Ltd.*, 1979.
- [BACC84] G. Baccarani, M. R. Wordeman and R. H. Dennard: "Generalized scaling theory and its application to a 1/4 micrometer MOSFET design". *IEEE Trans. on Electron Devices*, VOL ED-31, pp. 452-461, Apr. 1984.
- [BAIR91] R.T. Baird, T.S. Fiez, D. J. Allstot: "Speed and accuracy considerations in switched-current circuits". *Proc. Int. Symposium on Circuits and Sys.*, pp. 1809-1812, 1991.
- [BARB93] J. A. Barby: "Switched-Current Filter Models for Frequency Analysis in the Continuous-Time domain". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1427-1430, 1993.
- [BATT91a] N. C. Battersby and C. Toumazou: "Switched-Current Technique: A Review and Recent Developments". *ECCTD'91*, pp. 1084-1093, 1991.
- [BATT91b] N. C. Battersby and C. Toumazou: "Class AB switched-current memory for analogue sampled-data systems". *Electronic Letters*, VOL. 27, nº 10, pp. 873-875, Feb. 1991.
- [BATT93] N. C. Battersby and C. Toumazou: "Towards High Frequency Switched-Current Filters in CMOS and GaAs Technology". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1239-1242, 1993.
- [BEGI90] A. G. Begisi, T. S. Fiez and D. J. Allstot: "Digitally-Programmable switched-current Filters". *Proc. ISCAS'90*, pp. 3178-3181, 1990.
- [BERM92] J. C. M. Bermudez, M. C. Schneider and C. G. Montoro: "Linearity of switched capacitor filters employing nonlinear capacitors". *Proc. ISCAS'92*, pp. 1211-1214, 1992.
- [BILL76] R. Billa and S. C. Gupta: "Sensitivity analysis of variable band-

- pass wave digital filters". *International Journal of Electronics*, VOL 41, n° 3, pp. 227-240, 1976.
- [BIRB87] N. C. Bird: "Storing sampled analogue electrical currents". *UK Patente* 2209895, 24 May 1989, Filed 16 Sep. 1987.
- [BLOS67] M. I. Blostein: "Sensitivity Analysis of Parasitic Effects in Resistance-Terminated LC Two-Ports". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, VOL. 14, n° 1, pp. 21-25, Mar. 1967.
- [BRUT75] L. T. Bruton: "Low-Sensitivity Digital Ladder Filters". *IEEE trans. on Circuits and Systems*, VOL CAS-22, n° 3, pp. 168-176, 1975.
- [BULT88] K. Bult and H. Wallinga: "A CMOS Analog Continuous-Time Delay Line with Adaptive Delay-Time Control". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. 23, No 3, pp. 759-766, Jun. 1988.
- [CALO92] L. P. Calôba, M. L. R. de Campos and A. C. M. de Queiroz: "Low sensitivity biquads based on doubly loaded LC filters". *Proceedings ISCAS'92*, pp. 1065-1068, 1992.
- [CAVE77] J. T. Caves, M. A. Copeland, C. F. Rahim and S. D. Rosenbaum: "Sample analog filtering using switched capacitors as resistors equivalents". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-12, pp. 592-599, Dec. 1977.\*\*
- [CONS70] A. G. Constantinides: "Spectral Transformations for Digital Filters". *Proceedings IEE*, VOL-117, N° 8, pp. 110-117, 1970.
- [CONS74] A. G. Constantinides: "Alternative approach to design of wave digital filters". *Electronics Letters*, VOL. 10 No. 5 pp. 59-60, Mar. 7 1988.
- [CRAW93] P. J. Crawley and G. W. Roberts: "Predicting Harmonic Distortion in Switched-Current Memory Circuits". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1243-1246, 1993.
- [CROC72] R. E. Crochiere: "Digital Ladder Filter Structures and Coefficient Sensitivity". *MIT Res. Lab. Electron. Quart. Prog. Rep. 103*, pp. 129-137, Oct. 1972.

- [CROC75] R. E. Crochiere and A. V. Oppenheim: "Analysis of Linear Digital Networks". *Proceedings of IEEE*, VOL. 63, pp. 581-595, Apr. 1975.
- [CURR90] T. Curran and M. Collier: "Sensitivity Properties of SC Filters Derived from LC Ladder Prototypes". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. 37, n° 12, pp. 1544-1546, Dec. 1990.
- [CHEN85a] K. Chen and S. Eriksson: "Symmetrical Wave SC Bandpass Filters". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-32, n° 3, pp. 301-303, Mar. 1985.
- [CHEN85b] K. Chen and S. Eriksson: "Design of parasitic-insensitive four-phase wave SC filters". *IEEE Proceedings*, VOL. 132, Pt. G, n° 2, pp. 46-52, Apr. 1985.
- [CHOI80] T. C. Choi and R. W. Brodersen: "Considerations for high-Frequency Switched-Capacitor Ladder Filters". *IEEE Trans. Circuits Syst.*, VOL. CAS-27, pp. 545-552, Jun. 1980.
- [DANI74] R. W. Daniels: "Approximations Methods for Electronics Filter Design: With Application to Passive, Active, and Digital Networks". *McGraw-Hill*, 1974.
- [DATA83] R. B. Datar and A. S. Sedra: "Exact Design of Strays-Insensitive Switched-Capacitor Ladder Filters". *IEEE Trans. Circuits Syst.*, VOL. CAS-30, pp. 888-898, Dec. 1983.
- [DAUB88] S. J. Daubert, D. Vallancourt and Y. P. Tsividis: "Current copiers cells". *Electronics Letters*, VOL. 24 No. 25 pp. 1560-1562, Dec. 1988.
- [DAUB91] S. J. Daubert: "Analysis and design of analog current-mode sample-data circuits". *Ph. D. Dissertation*, Columbia University, 1991.
- [DAUB92] S. J. Daubert and D. Vallancourt: "A Transistor-Only Current-Mode  $\Sigma\Delta$  Modulator". *Journal of Solid State Circuits*, VOL. 27 No. 5 pp. 821-830, May 1992.
- [DAVI80] R. D. Davis and T. N. Trick: "Optimum Design of Low-Pass

- Switched-Capacitor Ladder Filters". *IEEE Trans. Circuits Syst.*, VOL. CAS-27, pp. 522-527, Jun. 1980.
- [DEBO91] J. A. Debosz and J. Hald: "SOD- A program for Sensitivity Optimal Analog Filter Design". *ECCTD'91 Proceedings*, pp. 1-9, 1991.
- [DIRE69a] S. W. Director and R. A. Rohrer: "The Generalized Adjoint Network and Network Sensitivities". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, VOL. CT-16, n° 3, pp. 318-323, Aug. 1969.
- [DIRE69b] S. W. Director and R. A. Rohrer: "Automated Network Design-The Frequency-Domain Case". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, VOL. CT-16, n° 3, pp. 330-337, Aug. 1969.
- [ELGH76] H. S. El-Ghoroury and S. C. Gupta: "Wave Digital Filters Structures with Variable Frequency Characteristics". *IEEE trans. Circuits and Systems*, pp. 624-630, Oct. 1976.
- [EICH89] C. Eichenberger and W. Guggenbühl: "Dummy transistor compensation of analog MOS switches". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. 24, No 4, pp. 1143-1146, Aug. 1989.
- [ES289] H. Flechner: "Dual Layer Metal 1.6 mm CMOS Design Rules". *European Silicon Structures*, Feb. 1989. (Company Confidential Document).
- [ESPE93] S. Espejo, A. Rodriguez-Vazquez, R. Dominguez-Castro and J. L. Huertas: "A Modified Dummy-Switch Technique for Tunable Feedthrough Cancellation in Switched-Current Circuits". *ESSCIRC'93*, pp. 270-273, Sevilla 1993.
- [FETT71a] A. Fettweis: "A General Theorem for Signal-flow Networks, with Applications". *Arch. Elek. Übertragung*, VOL. 25, pp. 557-561, 1971.
- [FETT71b] A. Fettweis: "Digital Filter Structures Related to Classical Filter Networks". *Arch. Elek. Übertragung*, VOL. 25, pp. 79-89, 1971.
- [FETT72] A. Fettweis: "Pseudopassivity, Sensitivity and Stability of Wave Digital Filters". *IEEE Trans. Circuit Theory and Appl.*, VOL.

- CT-19, pp. 668-673, Nov. 1972.
- [FETT73] A. Fettweis: "Reciprocity, inter-reciprocity, and transposition in wave digital filters". *Circuit Theory and Applications*, VOL. 1, pp. 323-337, 1973.
- [FETT74] A. Fettweis: "Wave digital filters with reduced number of delays". *Circuit Theory and Appl.*, VOL. 19, pp. 319-330, 1974.
- [FETT75a] A. Fettweis: "Canonic realization of ladder wave digital filters". *Circuit Theory and Appl.*, VOL. 3, pp. 321-332, 1975.
- [FETT75b] A. Fettweis and K. Meerkötter: "Suppression of Parasitics Oscillations in Wave Digital Filters". *IEEE Trans. Circuit and Systems*, VOL. CAS-22, pp. 239-246, Mar. 1975.
- [FETT86] A. Fettweis: "Wave Digital Filters: Theory and Practice". *IEEE Proceedings*, VOL. 74, No. 2, pp.270-327, Feb. 1986.
- [FIEZ90a] T. S. Fiez: "Design of CMOS Switched-Current Filters". *Ph. D. Dissertation*, Jun. 1990.
- [FIEZ90b] T.S. Fiez, D. J. Allstot: "CMOS Switched-current Ladder Filters". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-25, No. 6, pp1360-1367, Dec. 1990.
- [FIEZ90c] T. S. Fiez, B. Lee and David J. Allstot: "CMOS switched-current biquadratic filters". *Proc. ISCAS'90*, pp. 2030-2033, 1990.
- [FIEZ90d] T. S. Fiez and David J. Allstot: "Speed and Accuracy Considerations in Switched-Current Circuits". *Proc. ISCAS'90*, pp. 1809-1812, 1990.
- [FIEZ91] T. S. Fiez., D. J. Allstot: "Switched-Current Circuit Design Issues". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-26, No. 3, pp. 192-202, Mar. 1991.
- [FISC82] J. H. Fischer: "Noise Sources and Calculation Techniques for Switched Capacitor Filters". *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, VOL. SC-17, No 4, pp. 742-752, Aug. 1982.

- [FRIE72] D. L. Fried: "Analog Sampled-Data Filters". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-7, pp. 302-304, Aug. 1972.
- [FROH80] B. Frohlich, A. N. Venetsanopoulos and A. S. Sedra: "On the Dynamic Range of Wave Digital Filters". *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, VOL. CAS-27, No.10, pp. 964-967, Oct. 1980.
- [GEIG85] R. L. Geiger and E. Sánchez-Sinencio: "Active filter design using operational transconductance amplifiers: a tutorial". *IEE Circuits and devices Magazine*, pp. 20-32, 1985.
- [GOBE81] C.-A. Gobet: "Spectral Distribution of a sampled 1st-order lowpass filtered white noise". *Electronic Letters*, VOL. 17, N° 19, pp. 720-721, Sep. 1981.
- [GOBE83a] C.-A. Gobet: "Noise computations in switched capacitor networks". *ISCAS'83*, pp. 574-577, 1983.
- [GOBE83b] C.-A. Gobet and A. Knob: "Noise Analysis of Switched Capacitor Networks". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-30, No 1, pp. 37-43, Jan. 1983
- [GOBE92] C.-A. Gobet: "Low-passband-sensitivity switched capacitor filters using a parallel connection of two structurally lossless networks". *International Journal of Circuit Theory and Applications*, VOL. 20, pp. 47-62, 1992.
- [GRAY93] P. R. Gray and R. G. Meyer: "Analysis and Design of Analog Integrated Circuits". *John Wiley & Sons (Third Edition)*, 1993.
- [GREG86] R. Gregorian and G. C. Temes: "Analog Integrated Circuits for Signal Processing". John Wiley and Sons, 1986.
- [GROE91] G. Groenewold: "The Design of High Dynamic Range Continuous-Time Integratable Bandpass Filters". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. 38, n° 8, pp. 838-852, Aug. 1991.
- [HAIG89] D. G. Haigh and J. T. Taylor: "Continuous-time and switched capacitor monolithic filters based on current and charge simulation". *Proceedings ISCAS'89*, pp. 1580-1583, 1989.

- [HAIG90] D. G. Haigh, J. T. Taylor and B. Singh: "Continuous-time and switched capacitor monolithic filters based on current and charge simulation". *Proceedings IEE* VOL. 137, Pt. G, N 2, pp. 147-155, Apr. 1990.
- [HAIK83] S. Haykin: "Communication Systems". *John Wiley & Sons (Second Edition)*, 1983.
- [HIRA91] S. Hirano and E. Hayahara: "Pre- and postfiltering Effects on SCF Stopband Attenuation". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. 38, No 5, pp. 547-551, May 1991.
- [HIRA92] S. Hirano and E. Hayahara: "A design of a Simple Structure Switched-Capacitor Filter Based on the Concept of the Bilinear Transformation". *Analog Integrated Circuits and Signal Processing* 2, pp. 131-138, 1992.
- [HIRA92] S. Hirano and E. Hayahara: "Design of switched capacitor filter using bilinear transformation". *Proceedings ISCAS'92*, pp. 572-575, 1992.
- [HÖKE82] E. Hökenek, U. W. Brugger and G. S. Moschytz: "New frequency transformation for the accurate design of SC ladder filters". *Electronic Letters*, VOL. 18, N<sup>o</sup> 6, pp. 276-278, Mar. 1982.
- [HOST77] B.J. Hosticka, R. W. Brodersen and P. Gray: "MOS Sampled Data Recursive Filters Using Switched Capacitor Integrators". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-12, pp. 600-608, Dec. 1977.
- [HOST82] B.J. Hosticka, D. Herbst, B. Hoefflinger, U. Kleine, J. Pandel and R. Schweer: "Real-Time Programmable Low Power SC Bandpass Filter". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-17, pp. 499-506, Jun. 1982.
- [HP87] HP-4145B. Hewlet Packard, Semiconductor Parameters Analyzer, Operational and Service Manual, Mar. 1987.
- [HP89] HP-4195A. Hewlet Packard, Network/Spectrum Analyzer, Operation Manual, Jul. 1989.

- [HUGH89] J. B. Hughes, N. C. Bird, I. C. Macbeth: "Switched currents - A new technique for analog sampled-data signal processing". *Proc. ISCAS'89*, pp. 1584-1587, 1989.
- [HUGH90a] J. B. Hughes: "Switched Currents Filters", Chapter 11 in "Analogue IC Design: the current-mode approach". C. Toumazou, F. G. Lingey and D. G. Haigh (Ed.), *IEE Circuits and System series 2*, Peter Peregrinus, 1990.
- [HUGH90b] J. B. Hughes, I. C. Macbeth and D. M. Patullo: "Switched-Currents System Cells". *ISCAS'90*, 137, pp. 303-306, 1990.
- [HUGH90c] J. B. Hughes, I. C. Macbeth and D. M. Patullo: "Switched Currents Filters". *Proceedings IEE* VOL. 137, Pt. G, N 2, pp. 156-162, Apr. 1990.
- [HUGH90d] J. B. Hughes, I. C. Macbeth, D. M. Patullo: "Second generation switched-current signal processing". *Proc. ISCAS'90*, pp. 2805-2808, 1990.
- [HUGH93a] J. B. Hughes and K.W. Moulding: "S<sup>2</sup>I: A two-step approach to switched-currents". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1235-1238, 1993.
- [HUGH93b] J. B. Hughes and K.W. Moulding: " ". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-, pp. -, 1993.\*\*
- [HUGH93c] J. B. Hughes and K.W. Moulding: "S<sup>2</sup>I: A switched-current technique for high performance". *Electronic Letters*, VOL. 29, n° 16, pp. 1400-1401, Aug. 1993.
- [JACO78] G. M. Jacobs, D. J. Allstot, R. W. Brodersen and P. Gray: "Design Techniques for MOS Switched Capacitor Ladder Filters". *IEEE Trans. Circuits and Systems*, VOL. CAS-25, pp. 1014-1021, Dec. 1978.
- [JONS93a] B. Jonsson and S. Eriksson: "Current-mode N-port adaptors for wave SI filters". *Electronic Letters*, VOL. 29, n° 10, pp. 925-926, May 1993.
- [JONS93b] B. Jonsson and S. Eriksson: "New clock-feedthrough

- compensation scheme for switched-current circuits". *Electronic Letters*, VOL. 29, nº 16, pp. 1446-1448, Aug. 1993.
- [KHAR91] A. Khare and T. Yoshikawa: "Relation between impulse response moments and locations of poles and zeros of digital filter". *Electronic Letters*, VOL. 27, Nº 12, pp. 1084-1086, Jun. 1991.
- [KLEI82] U. Kleine and J. Pandel: "Novel switched-capacitor pseudo-N-path filter". *Electronic Letters*, VOL. 18, nº 2, pp. 66-68, Jan. 1982.
- [KLEI84] U. Kleine: "Design of Wave-SC Filters Using Building Blocks". *Int. Journal Circuit Theory and Appl.*, VOL. CT-12, pp. 69-87, 1984.
- [KLEI85] U. Kleine, W. Brockherde, A. Fettweis, B. J. Hosticka, J. Pandel, G. Zimmer: "An Integrated Six-Path Wave-SC Filter". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-20, nº 2, pp. 632-640, Apr. 1985.
- [KOBA91] A. Kobayashi, Y. Horio and S. Nakamura: "State variable sinusoidal switched-current oscillator". *Electronic Letters*, VOL. 27, nº 6, pp. 489-491, Mar. 1991.
- [KOLL92] R. D. Koller and B. M. Wilamowski: "A ladder prototype synthesis algorithm". *Proceedings Midwest'92*, pp. 730-732, 1992.
- [KOSK91] T. Koskinen and P. Y. K. Cheung: "Modelling behaviour and tolerances in analogue cells". *IEEE 1991 Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 8.7.1-8.7.4, 1991.
- [KOSK92] T. Koskinen and P. Y. K. Cheung: "Hierarchical Tolerance using Behavioural Models". *IEEE 1992 Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 3.4.1-3.4.4, 1992.
- [KRUM88] F. Krummenacher and N. Joehl: "A 4-MHz CMOS Continuous-Time Filter with On-Chip Automatic Tuning". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. 23, No 3, pp. 750-758, Jun. 1988.
- [LAKS86] K. R. Lakshmikumar, R. A. Hadaway and M. A. Copeland:

- “Characterisation and modeling of mismatch in MOS transistor for precision analog design”. *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-21, No. -, pp. 1057-1066, Dec. 1986.
- [LEE81] M. S. Lee and Ch. Chang: “Switched-Capacitor Filters Using the LDI and Bilinear Transformations”. *IEEE Trans. on Circuits and Systems*, VOL. CAS-28, pp. 265-270, Apr. 1981.
- [LEVY65] R. Levy: “Tables of Element Values for the Distributed Low-Pass Prototype Filter”. *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, VOL. MTT-13, No 5, pp. 514-536, Sep. 1965.
- [LIAN90] G. Liang and D. J. Allstot: “FIR Filtering Using Switched-Current Techniques”. *Proceedings ISCAS'90*, pp. 2291-2293, 1990.
- [LIMP88] A. Limperis and I. Haritantis: “Wave SC Filters based on two-port equivalents”. *ISCAS'88*, pp. 1017-1020, 1988.
- [LIMP89] A. Limperis and I. Haritantis: “SC Filters based on scattering parameters”. *Int. Journal Circuit Theory and Appl.*, VOL. 17, pp. 347-361, 1989.
- [CHUA75] L. O. Chua and P. M. Lin: “Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computer Techniques”. *Prentice-Hall*, 1975.
- [LIU91] S. I. Liu, C. H. Chen, H. W. Tsao and J. Wu: “Switched-current differentiator-based IIR and FIR filters”. *Int. J. Electronics*, VOL. 71, n<sup>o</sup> 1, pp. 81-91, 1991.
- [MACQ83] D. MacQuigg: “Residual Charge on a Switched Capacitor”. *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-18, No. 6, pp. 811-813, Dec. 1983.
- [MART80] K. Martin and A. S. Sedra: “Exact Design of Switched-Capacitor Bandpass Filters Using Coupled-Biquad Structures”. *IEEE Trans. Circuits and Systems*, VOL. CAS-27, pp. 469-474, Jun. 1980.
- [MASR89] E. I. El-Masry and E. G. Hix: “Novel switched-capacitor integrator for high-frequency applications”. *IEE Proceedings*,

VOL. 136, Pt. G, No 5, pp. 263-267, Oct. 1989.

- [MATT64] G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. J. Jones: "Microwave Filter, Impedance Matching Network and Coupling Structures". *McGraw-Hill*, New York, 1964.
- [MAVO81] J. Mavor, H. M. Reekie, P. B. Denyer, S. O. Scanlan, T. M. Curran and A. Farrag: "A Prototype Switched-Capacitor Voltage-Wave Filter Realized in NMOS Technology". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-16, No. 6, pp. 716-723, Dec. 1981.
- [MEER89] K. Meerkotter and R. Schols: "Digital simulation of nonlinear circuits by wave digital filters principles". *ISCAS'89*, pp. 720-723, 1989.
- [META90] HSPICE user's Manual H900\*, Meta Software Inc., 1990.
- [MOSC84] G. S. Moschytz: "MOS Switched-Capacitor Filters: Analysis and Design". *IEEE Press*, 1984.
- [NAIR88] D. G. Nair and C. A. T. Salama: "High-resolution: current-mode A/D convertors using active current mirrors". *Electronics Letters*, VOL-24, No. 21, pp. 1331-1332, Oct. 1988.
- [NAIR90] D. G. Nair and C. A. T. Salama: "Algorithmic analogue-to-digital convertor using current-mode techniques". *IEE Proceedings*, VOL. 137, Pt. G, No 2, pp. 163-168, Apr. 1990.
- [OEHM93] J. Oehm and K. Schumacher: "Quality Assurance and Upgrade of Analog Characteristics by Fast Mismatch Analysis Option in Network Analysis Environment". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. 28, No 7, pp. 865-871, Jul. 1993.
- [OPPE89] A. V. Oppenheim and R. W. Shafer: "Discrete-time signal processing". *Prentice-Hall Signal Processing Series*, 1989.
- [ORCH66] H. J. Orchard: "Introductorless Filters". *Electronic Letters*, VOL. 2, n° 6, pp. 224-225, Jun. 1966.
- [ORCH80] H. J. Orchard and G. C. Temes: "Spectral Analysis of Switched-Capacitor Filters Designed Using the Bilinear z-Transform".

*IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-27, No 3, pp. 185-190, Mar. 1980.

- [OWEN83] K. A. Owenier: "A General Method for the Efficient Computation of Sensitivities in Wave Digital Filters". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-30, N° 10, pp. 750-757, Oct. 1983.
- [PAND83] J. Pandel: "Scaling techniques for Switched -Capacitor filters employing voltage inverter switches". *Circuit Theory and Application*, VOL-11, pp. 73-96, 1983.
- [PAND86] J. Pandel, D. Brückmann, A. Fettweis, B. J. Hosticka, U. Kleine, R. Schweer and G. Zimmer: "Integrated 18th-Order Pseudo-N-Path Filter in VIS-SC Technique". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-33, n° 2, pp. 158-166, Feb. 1986.
- [PELG89] M. J. M. Pelgrom, A.J. Duinmaijer, A. P. G. Welbers, "Matching Properties of MOS Transistors", *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL.SC-24, N.5, pp. 1433-1444, Oct. 1989.
- [PIED83] M. S. Piedade and M. M. Silva: "A new multiparameter sensitivity measure and the sensitivity performance of active filters derived from passive ladder prototypes". *Proceedings ECCTD'83*, pp. 164-166, 1983.
- [PRES88] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky and W. T. Vetterling: "Numerical Recipes in C. The art of Scientific Computing". *Cambridge University Press*, 1988.
- [QUEI92] A. C. M. de Queiroz and P. R. M. Pinheiro: "Exact design of switched-current ladder filters". *Proceedings ISCAS'92*, pp. 855-858, 1992.
- [RABA83] J. Rabaey, J. Vandewalle and H. De Man: "A general and efficient noise analysis technique for switched capacitor filters". *ISCAS'83*, pp. 570-573, 1983.
- [RABI72] L. R. Rabiner, J. W. Cooley, H. D. Helms, L. B. Jackson, J. F. Kaiser, C. M. Rader, R. W. Schafer, K. Steiglitz and C. J. Weinstein: "Terminology in Digital Signal Processing". *IEEE*

*Trans. Audio Electroacoust.*, VOL. AU-20, pp. 322-337, Dec. 1972.

- [RABI75] L. R. Rabiner and B. Gold: "Theory and Application of Digital Signal Processing". *Prentice-Hall*, 1975.
- [REEK81] H. M. Reekie, J. Mavor and P. B. Denyer: "Realisation of a switched-capacitor voltage wave pseudobandpass filter". *Electronic Letters*, VOL. 17, nº 21, Oct. 1981.
- [ROBE88] G. W. Roberts and A. S. Sedra: "Switched-Capacitors circuit networks derived from general parameter bandpass LC ladder networks". *ISCAS'88*, pp. 1005-1008, 1988.
- [ROBE91] G. W. Roberts and A. S. Sedra: "Synthesizing Switched-Current Filters By Transposing the SFG of Switched-Capacitor Filter Circuits". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-38, nº 3, pp. 337-340, Mar. 1991.
- [RUED91] A. Rueda, A. Yúfera and J.L. Huertas: "Wave Analog Filters Using Switched-Current Techniques". *Electronics Letters*, VOL-27, No.16, pp. 1482-1483, Aug. 1991.
- [RUED93] A. Rueda, A. Yúfera and J. L. Huertas: "Switched-Current Wave Analog Filters". Capítulo 11 en SWITCHED-CURRENTS: an analogue technique for digital technology, Peter Peregrinus Ltd., Eds. C. Toumazou, J. B. Hughes and N. Battersby, 1993.
- [RUYM93] G. van Ruymbeke and F. Krummenacher: "A Programmable Continuous-Time Filter". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1263-1266, 1993.
- [SANC84] E. Sánchez-Sinencio, J. Silva-Martínez and R. L. Geiger: "Biquadratic SC Filters with Small GB Effects". *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, VOL. CAS-31, No 10, pp. 876-883, Oct. 1984.
- [SAND86] H. M. Sandler and A. S. Sedra: "Programmable switched-capacitor low-pass ladder filters". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-21, nº 6, pp. 1109-1119, Dec. 1986.

- [SCAN86] J. O. Scanlan and P. J. O'Donovan: "Adaptor realisations for wave switched-capacitor filters with reduced capacitance spread". *Electronic Letters*, VOL. 22, nº 10, pp. 969-970, Sep. 1986.
- [SCHA89] R. Schaumann: "Design of continuous-time fully integrated filters: a review". *IEE Proceedings*, VOL. 136, Pt. G, No 4, 184-190, Aug. 1989.
- [SCHA90] R. Schaumann, M. R. Gausi and K. R. Laker: "Design of Analog Filters. Passive, Active RC and Switched capacitor". *Prentice Hall Series in Electrical and Computer Engineering*, 1990.
- [SEDR78] A. S. Sedra and P. O. Brackett: "Filter Theory and Design: Active and Passive". *Matrix Publishers Inc.*, 1978.
- [SEDR93] A. S. Sedra and G. W. Roberts: "Switched-Capacitor to Switched-Current Conversion Method". *Chapter 9 in SWITCHED-CURRENTS: an analogue technique for digital technology*, Peter Peregrinus Ltd., Eds. C. Toumazou, J. B. Hughes and N. Battersby, pp. 232-251, 1993.
- [SELD73] A. Seldmeyer and A. Fettweis: "Digital filters with true ladder configuration". *Int Journal of Circuit Theory and Applications*, VOL. 1, No 1, pp. 5-10, March 1973.
- [SHEU84] B. J. Sheu and C. Hu: "Switched-Induced Error Voltage on a Switched Capacitor". *IEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-19, No 4, pp. 519-525, Aug. 1984.
- [SHIE87] J-E. Shieh, M. Patil and B. J. Sheu: "Measurement and Analysis of Charge Injection in MOS Analog Switches". *IEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-22, No 2, pp. 277-281, Apr. 1987.
- [SHYU84] J. -B. Shyu, G. C. Temes and F. Krummenacher: "Random errors effects in matched MOS capacitors and currents sources". *IEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-19, No -, pp. 948-955, Dec. 1984.
- [SLAM92] M. Slamani and B. Kaminska: "Testing Analog Circuits by

Sensitivity Computation". pp. 532-537, 1992.\*\*\*

- [SONG88] B.-S. Song: "A 10.7-MHz switched capacitor band-pass filter". *IEEE Proceedings Custom Integrated Circuits Conference*, pp. 12.3.1-12.3.4, 1988.
- [SONG93] I. Song and G. W. Roberts: "A 5th Order Bilinear Switched-Current Chebyshev Filter". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1097-1100, 1993.
- [SWAM76] M. N. Swamy and K. S. Thyagarajan: "Digital Bandpass and Bandstop Filters with Variable Center Frequency and Bandwidth". *Proceedings IEEE*, pp. 1632-1634, Nov. 1976.
- [TAN87] M. A. Tan and R. Schaumann: "Generation of transconductance-grounded-capacitor filters by signal-flow-graph methods for VLSI implementation". *Electronic Letters*, VOL. 23, Nº 20, pp. 1093-1094, Sep. 1987.
- [TEME93] G. C. Temes, P. Deval and V. Valencic: "SC Circuits: The State of the Art Compared to SI Techniques". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1231-1234, 1993.
- [THYA78] K. S. Thyagarajan and E. Sanchez-Sinencio: "A Systematic Procedure for Scaling Wave Digital Filters". *Proceedings IEEE*, VOL-66, No.4, pp. 512-513, Apr. 1978.
- [TOTH93] L. Toth, V. Gopinathan, N. G. Maratos and Y. P. Tsividis: "Bounds on Noise in integrated active-RC and MOSFET-C filters". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1255-1259, 1993.
- [TOUM89] C. Toumazou, F. J. Lidgley and P. Y. K. Cheung: "Current-mode analogue signal processing circuits - A review of recent developments". *Proceedings ISCAS'89*, pp. 1572-1575, 1989.
- [TOUM90a] C. Toumazou, J. B. Hughes and D. M. Pattullo: "Regulated cascode switched-current memory cell", *Electronic letters*, VOL. 26, nº 5, pp. 303-305, Jan. 1990.
- [TOUM90b] C. Toumazou, F. J. Lidgley and B. Wilson: "Current-mode analogue signal processing". *IEE Proceedings*, VOL. 137, Pt. G. No 2, pp. 61-62, Apr. 1990.

- [TOUM90c] C. Toumazou, F. G. Lingey and D. G. Haigh: "Analogue IC Design: the current-mode approach". *IEE Circuits and System series 2*, Peter Peregrinus, 1990.
- [TOUM93a] C. Toumazou and N. C. Battersby: "Switched-Transconductance Techniques: A new approach for tunable, precision analogue sampled-data signal processing". *Proceedings ISCAS'93*, pp. 1247-1250, 1993.
- [TOUM93b] C. Toumazou, J. B. Hughes and N. C. Battersby: "SWITCHED-CURRENTS: an analogue technique for digital technology". *IEE Circuits and System series 5*, Peter Peregrinus, 1993.
- [TRÄF93] H. Träff and S. Eriksson: "Class A and AB compact switched current memory circuits". *Electronic Letters*, VOL. 29, n° 16, pp. 1454-1455, Aug. 1993.
- [TSIV78] Y. P. Tsividis: "Design Considerations in Single-Channel MOS Analog Integrated Circuits---A Tutorial". *IEEE J. Solid State Circuits*, VOL. SC-13, pp. 383-391, Jun. 1978.
- [TSIV85] Y. P. Tsividis: "Design of MOS VLSI Circuits for Telecommunications". *Prentice-Hall*, New Jersey. 1985.
- [UNBE89] R. Unbehauen and A. Cichochi: "MOS Switched-Capacitors and Continuous-Time Circuits and Systems". Springer-Verlag, 1989.
- [VAND83] J. Vandewalle, J. Rabaey, W. Vercruyssen and H. J. De Man: "Computer-Aided Distorsion Analysis of Switched Capacitor Filters in the Frequency Domain". *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, VOL. SC-18, No 3, pp. 324-332, Jun. 1983.
- [VALL89] D. Vallancourt and Y. P. Tsividis: "Sampled-Current Circuits". *Proceedings ISCAS'89*, pp. 1592-1595, 1989.
- [VITT85] E. A. Vittoz: "The Design of High-Performance Analog Circuits on Digital CMOS Chips". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-20, No 3, pp. 657-665, Jun. 1985.
- [VITT90a] E. A. Vittoz, G. Wegmann: "Dynamic current mirrors", Chapter

7 in "Analogue IC Design: the current-mode approach". C. Toumazou, F. G. Lingey and D. G. Haigh (Ed.), *IEE Circuits and System series 2, Peter Peregrinus*, 1990.

- [VITT90b] E. A. Vittoz: "Future of the analog in the VLSI environment". *Proceedings ISCAS'90*, pp. 1372-1375, 1990.
- [VLAC92] J. Vlach, D. Bedrosian, A. Opal and J. A. Barby: "Simulators for switched analog networks". *ISCAS'92*, pp. 883-886, 1992.
- [WANG89a] Z. Wang: "Wideband class AB (push-pull) current amplifier in CMOS technology". *Electronic Letters*, VOL. 26, n° 8, pp. 543-545, Dec. 1989.
- [WANG89b] Z. Wang and W. Guggenbühl: "Adjustable bidirectional MOS current mirror/amplifier". *Electronic Letters*, VOL. 25, n° 10, pp. 673-675, Mar. 1989.
- [WANG90a] Z. Wang: "Analytical determination of output resistance and DC matching errors in MOS current mirrors". *IEE Proceedings*, VOL. 137, Pt. G. No 5, pp. 397-404, Oct. 1990.
- [WANG90b] Z. Wang: "Current-Mode Analog Integrated Circuits and Linearization Techniques in CMOS Technology". *Hartung-Gorre, Series in Microelectronics*, Volume 7, 1990.
- [WANG91] Z. Wang: "Current-Mode CMOS Integrated Circuits for Analog Computation and Signal Processing: A tutorial". *Analog Integrated Circuits and Signal Processing 1*, pp. 287-295, 1991.
- [WATA88] K. Watanabe and S. Ogawa: "Clock-Feedthrough compensated sample/hold circuits". *Electronic Letters*, VOL. 24, No 19, pp. 1226-1228, Jul. 1988.
- [WAWR92] K. Wawryn: "An Artificial Intelligence Approach to Active Filter Synthesis". *Analog Integrated Circuits and Signal Processing 2*, pp. 43-52, 1992.
- [WEGM89] G. Wegmann and E. A. Vittoz: "Very accurate dynamic current mirrors". *Electronic Letters*, VOL. 25, n° 10, pp. 644-646, Mar. 1989.

- [WEGM90a] E. Wegmann and E. A. Vittoz: "Basic principles of accurate dynamic current mirrors". *IEE Proceedings*, VOL-137, Pt. G., No.2, pp. 95-100, Apr. 1990.
- [WEGM90b] G. Wegmann and E. A. Vittoz: "Analysis and improvements of accurate dynamic current mirrors". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-25, pp. 669-706, Dec. 1990.
- [WEIN82] H. Weinrichter: "Equivalent noise sources of switched-capacitor network elements". *ISCAS'82* pp. 38-41, 1982.
- [WELL82] C. J. Wellekens: "Equivalence of two designs of bilinear switched-capacitor ladder filters". *Electronic Letters*, VOL. 18, N° 6, pp. 246-247, Mar. 1982.
- [WILS85] W. B. Wilson, H. Z. Massoud, E. J. Swanson, R. T. George and R. B. Fair: "Measurement and Modeling of Charge Feedthrough in n-Channel MOS Analog Switches". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-20, No 6, pp. 1206-1213, Dec. 1985.
- [WILS88] B. Wilson, F. J. Lidgley and C. Toumazou: "Current mode signal processing circuits". *Proceedings ISCAS'88*, pp. 2665-2668, 1988.
- [WILS90] B. Wilson: "Current-mode circuits". *IEE Proceedings*, VOL-137, Pt. G., No.2, pp. 63-77, Apr. 1990.
- [WU89] Ch.-Y. Wu and T.-Ch. Yu: "The design of high-pass and band-pass ladder filters using novel SC differentiators". *Proceedings ISCAS'89*, pp. 1463-1466, 1989.
- [YANG90] H. C. Yang, T. S. Fiez and D. J. Allstot: "Current-Feedthrough effects and cancellation Techniques in Switched-Current Circuits". *Proc. Int. Symposium on Circuits and Sys.*, pp. 3186-3188, 1990.
- [YASS86] H. M. Yassine: "General analogue-to-digital transformation". *IEE Proceedings*, VOL. 133, Pt. G, No 2, pp. 89-94, Apr. 1986.
- [YOUN89] T. Younis and R. E. Massara: "On the design of Switched-Capacitor filter based on the use of lossy frequency-dependent

- negative-resistance prototype structures". *IEE Proceedings*, Val. 136. Pt. G. No. 6. pp. 351-357, Dec. 1989.
- [YOUN92] A. T. Younis and T. Massara: "Automated synthesis of switched capacitor ladder filters within an analogue silicon compilation environment". *IEE Proceedings-G*, VOL. 139, Nº 2, pp. 249-255, Apr. 1992.
- [YU92] C.-G. Yu, W. G. Bliss and R. L. Geiger: "Performance of a high-precision digital tuning algorithm". *Proceedings ISCAS'92*, pp. 356-359, 1992.
- [YUFE92a] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "Switched-Current Wave Analog Filters". *Proc. Int. Symposium on Circuits and Sys.*, pp. 859-862, San Diego, May 1992.
- [YUFE92b] A. Yúfera, A. Rueda and J. L. Huertas: "Filtros de corrientes conmutadas: un estudio comparativo de dos metodologías". *VII Jornadas de diseño de circuitos integrados*, pp. 493-494, Toledo, Nov. 1992.
- [YUFE93a] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "A Methodology for Programmable Switched-Current Filters Design". *Proceedings of the European Conf. on Circuits Theory and Design*, 1993.
- [YUFE93b] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "Programmable Switched-Current Filters". *Proceedings of the ESSCCIR'93*, pp. 174-177, Sep. 1993.
- [YUFE93c] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "Filtros de onda programables en modo de corriente". *VIII Jornadas de diseño de circuitos integrados*, pp. 77-82, Malaga, Nov. 1993.
- [YUFE94a] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "A Study of Sensitivity of Switched-current Wave Analog Filters to Mismatching and Clock-feedthrough Errors", *ISCAS'94* (aceptado para presentación), May 1994.
- [YUFE94b] A. Yúfera, A. Rueda, J. L. Huertas: "Programmable Switched-Current Wave Analog Filters", *Journal of Solid-State Circuits* (enviado al número especial), Jul. 1994.

- [ZELE93] R. H. Zele, D. J. Allstot and T. S. Fiez.: "Fully Balanced CMOS Current-Mode Circuits". *IEEE Journal of Solid State Circuits*, VOL. SC-28, No. 5, pp. 569-575, May 1993.

## Índice de abreviaturas y notaciones

|               |   |
|---------------|---|
| <i>A/D</i>    | <i>Analog-to-Digital conversion</i>                                 |
| <i>ASIC's</i> | <i>Aplicattion Specific Integrated Circuits</i>                     |
| $A_k$         | <i>Onda incidente en la k-ésima puerta de un FDO</i>                |
| <i>BDI</i>    | <i>Bilinear Discrete Integration</i>                                |
| <i>BP</i>     | <i>Filtro Paso de Banda</i>   |
| <i>BR</i>     | <i>Filtro Rechazo de Banda</i>                                      |
| <i>BW</i>     | <i>Ancho de la banda pasante de un filtro BP o BR</i>               |
| $B_k$         | <i>Onda reflejada en la k-ésima puerta de un FDO</i>                |
| <i>D/A</i>    | <i>Digital-to-Analog conversion</i>                                 |
| <i>DSP</i>    | <i>Digital Signal Processing</i>                                    |
| $\epsilon$    | <i>Rizado de la banda de paso</i>                                   |
| <i>FDO</i>    | <i>Filtro De Onda</i>   |
| <i>FFT</i>    | <i>Fast Fourier Transform</i>                                       |
| <i>FIR</i>    | <i>Finite Impulsive Response</i>                                    |
| <i>FR</i>     | <i>Filtro de Referencia de un FDO</i>                               |
| $F(s)$        | <i>Función filtrado en el dominio continuo</i>                      |
| $F(z)$        | <i>Función filtrado en el dominio discreto</i>                      |
| $f$           | <i>Frecuencia lineal (Hz)</i>                                       |
| $f_c$         | <i>Frecuencia de corte de un filtro LP o HP</i>                     |
| $f_l$         | <i>Frecuencia inferior de la banda pasante de un filtro BP o BR</i> |
| $f_o$         | <i>Frecuencia central de un filtro BP o BR</i>                      |
| $f_s$         | <i>Frecuencia de muestreo</i>                                       |
| <i>GFO</i>    | <i>Grafo de Flujo de Onda</i>                                       |
| $G_k$         | <i>Conductancia de la k-ésima puerta de un FDO</i>                  |
| $\gamma_{ij}$ | <i>Coficiente de reflexión de la puerta i del adaptador j</i>       |
| <i>HP</i>     | <i>Filtro Paso de Alta</i>  |
| <i>IIR</i>    | <i>Infinite Impulsive Response</i>                                  |
| <i>LDI</i>    | <i>Lossless Discrete Integration</i>                                |
| <i>LP</i>     | <i>Filtro Paso de Baja</i>  |
| <i>MOS</i>    | <i>Metal Oxide Semiconductor</i>                                    |
| $\mu$         | <i>Coficiente de un adaptador paralelo de dos puertas</i>           |
| <i>NMOS</i>   | <i>N-channel Metal Oxide Semiconductor</i>                          |
| <i>PMOS</i>   | <i>P-channel Metal Oxide Semiconductor</i>                          |
| $R_k$         | <i>Impedancia de la k-ésima puerta de un FDO</i>                    |
| <i>SC</i>     | <i>Switched Capacitor</i>   |

---

|                        |   |
|------------------------|---|
| <i>SFG</i>             | <i>Signal Flow Graph</i>                              |
| <i>SI</i>              | <i>Switched Current</i>                               |
| <i>T</i>               | <i>Periodo de muestreo</i>                            |
| <i>THD</i>             | <i>Total Harmonic Distorsion</i>                      |
| <i>TIH</i>             | <i>Track-and-Hold</i>                                 |
| <i>UE</i>              | <i>Unit Element</i>                                   |
| <i>ULSI</i>            | <i>Ultra Large Scale of Integration</i>               |
| <i>VLSI</i>            | <i>Very Large Scale of Integration</i>                |
| <i>WAF</i>             | <i>Wave Analog Filters</i>                            |
| <i>WDF</i>             | <i>Wave Digital Filters</i>                           |
| $\omega$               | <i>Frecuencia angular (rad/s)</i>                     |
| $\omega_{\text{prew}}$ | <i>Frecuencia de prewarping de un filtro discreto</i> |

# UNIVERSIDAD DE SEVILLA

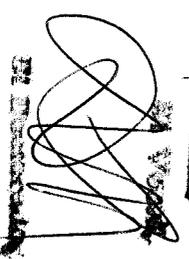
Reunido el Tribunal de Examen de los cursos de los señores RIVAS y  
en el día de la fecha, para acordar la tesis Doctoral de  
D. ALBERTO VERA GARCIA,  
titulado "APLICACION DE LA TECNICA DE ORIENTES  
CONJUNTADAS AL DISEÑO DE FILTROS DE ONDA ANA-  
LOGICOS".

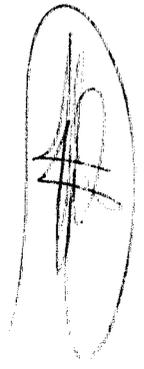
Acordó otorgarle la calificación de APTO CON LAUDE

Sevilla, 11 de MARZO de 1994

  
D. JUAN FRANCO  
M. I. de Matemática

Juan Franco

  
D. BELÉN PÉREZ  
M. I. de Matemática

  
D. BELÉN PÉREZ  
M. I. de Matemática

Belén Pérez

  
D. ALBERTO VERA  
M. I. de Matemática