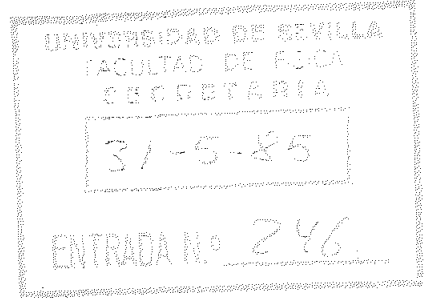


T.S. - 38

R. 1957

UNIVERSIDAD DE SEVILLA


FACULTAD DE FISICA



ESTUDIO MICROSCOPICO DE NUCLEOS
ROTANDO A ALTA VELOCIDAD

Memoria presentada por
María Isabel Gallardo Fuentes
para optar al grado de
Doctora en Ciencias Físicas

Isabel Gallardo


Director: Manuel Lozano Leyva
Profesor Titular de
Física Atómica, Molecular y Nuclear



MANUEL LOZANO LEYVA, Profesor Titular de Física Atómica, Molecular y Nuclear de la Facultad de Física de la Universidad de Sevilla;

CERTIFICO que la presente Memoria sobre "Estudio microscópico de núcleos rotando a alta velocidad" ha sido realizada por M^a Isabel CALLARDO FUENTES bajo mi dirección para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, presento ante la Facultad de Físicas de esta Universidad la referida tesis doctoral firmando el presente certificado a veintinueve de mayo de 1985.



Agradecimientos

Ahora que finaliza mi primer período de investigación en el que he realizado este trabajo pienso que me hubiese resultado imposible sin la ayuda de las personas que me han rodeado.

En primer lugar, agradezco a mi Director M. Lozano por "haberme metido en esto". El me introdujo en este campo y me ofreció todas las facilidades para trabajar con gusto en él. Le agradezco también el esfuerzo que ha realizado durante la última etapa, manteniéndome en todo momento alta la moral.

Agradezco muy especialmente al profesor R.A. Broglia por todas las ideas que he recibido de él así como por su continuo estímulo y entusiasmo por los trabajos realizados.

Al profesor Madurga le agradezco su constante apoyo.

El aprendizaje de la física de alto espín lo he comenzado de mano de M. Diebel. Le agradezco su infinita paciencia al enseñarme. Su manera de hacerme sentir que mi colaboración le resultaba interesante me ha ayudado mucho en aquellas primeras etapas en las que es muy fácil hundirse ante el mundo de la Física Nuclear.

Me han resultado también muy valiosas las conversaciones con J. Garret que ha contribuido de manera muy especial a la realización del último capítulo.

Agradezco con mucho interés la ayuda prestada por todos los miembros de mi Departamento especialmente en la confección final de la tesis.

Durante los períodos pasados en Copenhague recuerdo con especial cariño a E. Viggezi y F. Barranco, en particular nuestras conversaciones durante nuestras cenas a base de spaghettis y Calsbergs. Los dos han hecho que mis estancias en el extranjero fueran agradables con la importancia que ello ha tenido en la realización de mi trabajo.

Agradezco con especial énfasis la colaboración prestada en todo momento por el personal del Centro de Cálculo de la Universidad de Sevilla.

A Rafael Arráns le agradezco con especial cariño su trabajo de mecanografía realización de gráficas, etc., así como su constante estímulo que han conseguido que finalice la presente memoria.

INDICE

Introducción.....	1
Capítulo I.....	3
I.1 Vibraciones en el núcleo.....	3
I.1.1 Introducción.....	3
I.1.2 Algunos modelos para el estudio de los modos vibracionales del núcleo.....	4
I.1.2.1 modelo colectivo.....	4
I.1.2.2 Acoplamiento partícula vibración.....	8
I.1.2.3 Ecuaciones de la RPA.....	12
I.1.3 Reglas de suma pesadas con la energía (EWSR)..	19
I.2 Temperatura finita.....	21
I.2.1 Introducción.....	21
I.2.2 Generalización de la RPA a temperatura finita.	24
I.2.3 Reglas de suma a $T=0$	28
I.3 Rotación.....	29
I.3.1 Modelo de cranking.....	31
I.3.2 Simetrías.....	33
I.3.3 Routhianos monoparticulares.....	34
I.4 Evolución de los parámetros de deformación con la temperatura y el momento angular.....	38
Capítulo II.....	46
II.1 Introducción.....	46
II.2 Estudio de vibraciones isoescales e isovectoriales en núcleos esféricos.....	47
II.2.1 Propiedades.....	47
II.2.2 Hamiltoniano de interacción.....	48
II.2.3 Soluciones de la RPA. Reglas de suma pesadas con la energía (EWSR).....	52
II.2.3.1 EWSR isoescalar.....	52
II.2.3.2 EWSR isovectorial.....	54
II.2.3.3 EWSR eléctrica.....	56
II.3 Aplicaciones de la teoría.....	58
Apéndice II.A Desarrollo de la RPA para sistemas esféricos.....	67
II.A.1 Ecuaciones de la RPA.....	67
II.A.2 Cálculo de los parámetros.....	73
II.A.3 Elementos de matriz de transición de un operador multipolar.....	74

Capítulo III.....	76
III.1 Introducción.....	76
III.2 Método.....	80
III.2.1 Función de respuesta lineal.....	80
III.2.2 Sección eficaz dipolar de absorción.....	86
III.2.3 Fluctuaciones estadísticas de la forma del núcleo.....	90
III.3 Ejemplos ilustrativos.....	92
III.3.1 Deformación.....	92
III.3.2 Influencia de la rotación.....	93
III.3.2.1 Resultados clásicos para un potencial de oscilador armónico.....	93
III.3.2.2 Resultados microscópicos obtenidos con un potencial real.....	96
III.3.3 Influencia de la temperatura.....	104
III.4 Resultados.....	106
III.4.1 El núcleo ^{108}Sn	106
III.4.2 Núcleos con estados isómeros superdeformados.....	111
III.4.2.1 El núcleo ^{152}Dy	113
III.4.2.2 El núcleo ^{196}Pb	116
III.4.3 Un caso de GDR con pairing.....	116
Apéndice III.A.....	119
III.A.1 Definición de la base.....	119
III.A.2 Elementos de matriz del operador dipolar en la base escogida.....	121
III.A.3 Función de respuesta dipolo dipolo no perturbada.....	125
Capítulo IV.....	128
IV.1 Introducción.....	128
IV.2 Fuerzas de apareamiento.....	128
IV.3 Efecto de la rotación en la interacción de apareamiento.....	131
IV.4 Vibraciones de apareamiento.....	131
IV.4.1 Soluciones de la RPA.....	131
IV.4.2 Algunos efectos de las correlaciones de apareamiento a	136
IV.5 Resultados.....	137
IV.5.1 Núcleos de N=98: Isótopos del Yb.....	139
IV.5.2 Núcleos de N=90.....	147
Conclusiones.....	149
Referencias.....	151

ESTUDIO MICROSCOPICO DE NUCLEOS ROTANDO A ALTA VELOCIDAD

INTRODUCCION

Uno de los canales más importantes, de los muchos posibles en las reacciones entre núcleos pesados, a una energía de hasta unos 10 MeV por nucleón, es el que lleva a la formación de un núcleo compuesto. Una vez formado, dependiendo de la dinámica y naturaleza de la colisión, puede decaer por dos vías: por fisión en dos fragmentos de masa parecida o por evaporación de partículas ligeras (especialmente neutrones), además de la emisión de rayos gamma permaneciendo como tal núcleo compuesto de masa aproximada a la suma de los colisionantes. En este último caso (y en el anterior antes de que tenga lugar la fisión), prácticamente toda la energía del movimiento relativo se transforma en energía de excitación de los nucleones y en energía de rotación del núcleo en conjunto. Las técnicas de aceleración y detección actuales permiten estudiar a éste en altos estados de excitación y de momento angular. Así puede observarse al núcleo a varios MeV de temperatura (la aleatoriedad de la distribución de energía de excitación y un número de nucleones del sistema compuesto suficientemente alto, permite introducir el término estadístico de temperatura nuclear) y hasta unos 60 \hbar unidades de momento angular. En términos generales, la rotación deforma el potencial nuclear. Por tanto, la espectroscopía de estados de alto espín proporciona información sobre el movimiento de los nucleones en el potencial deformado de un núcleo caliente y rotando. Consecuentemente, el estudio teórico del núcleo en esas condiciones exige el análisis de la influencia en sus propiedades de las tres magnitudes: temperatura, momento angular y deformación nucleares.

El objetivo del presente trabajo es desarrollar y aplicar diferentes aproximaciones teóricas al estudio de varios tipos de vibraciones nucleares en las condiciones de excitación, deformación y rotación antes mencionadas.

En el capítulo I de la presente memoria revisamos y establecemos la notación del marco teórico para el estudio de las vibraciones en el núcleo así como su fenomenología. Se generaliza la Aproximación de las Fases Aleatorias (RPA) a temperatura finita (menor que la diferencia de energía entre capas principales). Asimismo se presenta brevemente el modelo de cranking que servirá de base para el estudio del núcleo rotando.

El estudio de las vibraciones de superficie y volumen en núcleos esféricos a temperatura finita es el objeto del capítulo II. En particular se analiza la evolución con la temperatura de los modos vibracionales de baja energía y de las resonancias gigantes utilizando como ejemplos los núcleos ^{40}Ca y ^{208}Pb .

Aunque predichas hace unos treinta años, las vibraciones multipolares construidas sobre estados excitados no han empezado a estudiarse hasta muy recientemente. de ellas, las mejor detectadas hasta ahora son las resonancias gigantes dipolares. Por ello estudiamos la respuesta dipolar del núcleo mediante la RPA a alto momento angular y temperatura. El desarrollo del método teórico y los resultados obtenidos para los núcleos ^{108}Sn , ^{152}Dy y ^{208}Pb en sus estados deformado y superdeformado se presentan en el capítulo III.

Completar la discusión de los fenómenos mencionados de la física nuclear de alto espín, requiere la inclusión del importante papel desempeñado por la fuerza atractiva de corto alcance que tiende a producir el apareamiento de nucleones. Las vibraciones de apareamiento en núcleos rotando a alta velocidad producen una importante renormalización de las propiedades del núcleo. Su estudio será el objeto del capítulo IV de la presente memoria. Al final de la misma se resumen las principales conclusiones de este trabajo.

CAPITULO I

I.1. VIBRACIONES EN EL NUCLEO

I.1.1 Introducción

El espectro de excitación de muchos núcleos se puede describir en términos de modos elementales de excitación que representan diversas fluctuaciones alrededor del equilibrio aproximadamente independientes. Estos modos pueden ser vibraciones colectivas bien definidas que implican un movimiento correlacionado de un gran número de partículas o, también, excitaciones en las que intervienen sólo unos pocos grados de libertad del movimiento de los nucleones.

Los modos de vibración se describen con buena aproximación por medio de operadores bosónicos. El espectro que originan está formado por la superposición de cuantos individuales que, en principio, se consideran independientes. La separación de este comportamiento se tiene en cuenta introduciendo interacciones entre los bosones que dan lugar a anarmonicidades.

Los distintos modos de vibración están relacionados, como hemos apuntado, con oscilaciones del núcleo en diferentes espacios. Su clasificación se hace según las propiedades de simetría de las variaciones de la densidad que esas oscilaciones producen.

Entre los modos más conocidos están los relacionados con la superficie nuclear que son importantes especialmente en sistemas esféricos. En condiciones extremas pueden originar una deformación estática. Por ejemplo, un modo cuadrupolar (que deforma al núcleo esferoidalmente) va disminuyendo su frecuencia y aumentando su amplitud conforme el sistema sobre el que está construido aumenta el número de partículas fuera de capas cerradas. Es decir, la misma vibración que al principio (capa cerrada) producía pequeñas oscilaciones alrededor de la forma esférica, se hace muy lenta y amplia, provocando inestabilidades que preceden a la deformación de la superficie. De manera análoga se puede pensar en los modos de oscilación de la superficie del llamado espacio de Gauge por el grupo de Copenhague (ver por ejemplo (BR82)). Si los anteriores se pueden visualizar por fluctuaciones de los parámetros de deformación de la superficie real, éstos pueden venir dados por las vibraciones del parámetro Δ (pairing gap) alrededor de su posición de equilibrio. Igual que antes, estas fluctuaciones en torno al valor $\Delta = 0$ pueden dar lugar, en situaciones determinadas, a inestabilidades que provocan al final una deformación estática en el espacio de Gauge (Δ finita). Las fluctuaciones de la superficie en el espacio real producen una variación del momento angular y las de la superficie en el espacio de Gauge una variación en el número

de partículas.

Existen en el espectro vibracional otros modos importantes, debidos a fluctuaciones en las que los neutrones se mueven colectivamente con respecto a los protones. También se encuentran algunos sin análogo clásico que suponen cambios de carga eléctrica o una excitación de los espines de los nucleones.

Los cuantos asociados con estos modos elementales de oscilación se clasifican, como hemos dicho, según la simetría implicada en la variación de la densidad. Así, los de vibración de la forma del núcleo tendrán multipolaridad y proyección magnética, según sea la deformación de la superficie. Con relación a los modos de vibración del campo de apareamiento, aparece el número cuántico de transferencia β . Este es para estos últimos ± 2 (según el número de nucleones (neutrones o protones) transferidos en la excitación sea $+2$ o -2) y para las vibraciones de la superficie real es igual a cero. Por otro lado, los cuantos de vibración construidos a partir de excitaciones partícula-agujero llevarán un isospín $\tau = 0$ ó 1 . Entre los modos $\tau_z = 0$ (que no cambian la naturaleza de las partículas ni su número), los debidos a las fluctuaciones de la densidad de neutrones respecto a la de protones son antisimétricos en la carga y llevan isospín $\tau = 1$. Se llaman isovectoriales. Las oscilaciones de la densidad total u oscilaciones de superficie, son simétricas respecto de la carga y tienen $\tau = 0$. Se llaman también vibraciones isoescalares.

Todas estas vibraciones nucleares tienen los números cuánticos anteriores siempre que la simetría relacionada con la magnitud correspondiente (isospín, momento angular, número de partículas, etc.) se conserve en el estado fundamental sobre el que están basadas. Así, por ejemplo, no habrá modos puramente isoescalares o isovectoriales en un núcleo con $N \neq Z$, aunque sean excitados por campos con isospín bien definido.

I.1.2 Algunos modelos para el estudio de los modos vibratoriales del núcleo

I.1.2.1. Modelo colectivo

Las vibraciones de superficie han sido descritas tanto macroscópica como microscópicamente. En el primer caso se supone que estas vibraciones pueden venir dadas por las coordenadas colectivas que representan las amplitudes α de las fluctuaciones de la densidad en torno al equilibrio. Las ecuaciones de movimiento tienen la misma forma que la teoría clásica y el comportamiento cuántico se obtiene por el procedimiento canónico de cuantificación. Para pequeños

valores de α considerado real, la energía de vibración viene dada en primera aproximación por:

$$E(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{1}{2} C \alpha^2 + \frac{1}{2} D \dot{\alpha}^2 \quad (\text{I.1})$$

que es la única forma cuadrática que no viola la simetría de inversión temporal.

La expresión (I.1) es la correspondiente a la energía de un oscilador armónico y tiene las soluciones clásicas para la frecuencia:

$$\omega = \sqrt{\frac{C}{D}} \quad (\text{I.2})$$

El movimiento se cuantifica de manera similar a cualquier problema de este tipo: se introducen los momentos generalizados π , se obtiene el hamiltoniano y se cuantifican las variables requiriendo que cumplan las relaciones de conmutación:

$$[\alpha, \pi] = -i\hbar \quad (\text{I.3})$$

Siguiendo el método usual en la aproximación armónica se hace una transformación a los operadores bosónicos β^+ , β :

$$\beta^+ = \sqrt{\frac{D\omega}{2\hbar}} \left(\alpha - \frac{i}{D\omega} \pi \right) \quad (\text{I.4})$$

$$\beta = \sqrt{\frac{D\omega}{2\hbar}} \left(\alpha + \frac{i}{D\omega} \pi \right)$$

que cumplen según (I.3):

$$[\beta, \beta^\dagger] = 1 \quad (\text{I.5})$$

El operador β^\dagger crea un cuanto de vibración mientras que β lo destruye.

El hamiltoniano cuántico correspondiente a la energía (I.1) viene dado en términos de los operadores β^\dagger, β :

$$H_c = \hbar \omega \left(\beta^\dagger \beta + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{I.6})$$

o recordando que $\beta^\dagger \beta$ es el operador número de bosones N_β , la ecuación (I.6) quedará:

$$H_c = \hbar \omega \left(N_\beta + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{I.7})$$

En esta aproximación armónica el espectro estará formado por niveles igualmente espaciados (la cantidad $\hbar \omega$) correspondiendo a 1,2,3,etc. cuantos independientes. Para el caso de vibraciones de la forma del núcleo la analogía clásica la proporciona una gota líquida; sistema con equilibrio esférico que prefiere deformar su superficie antes que comprimir su volumen. Las amplitudes de vibración son ahora tensores $\alpha_{\lambda\mu}$, de manera que las variaciones producidas en la densidad total de partículas vienen dadas en primer orden por (BM75):

$$\delta \rho(r) = \frac{1}{r^2} \sum_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu} \quad (\text{I.8})$$

para cada modo de vibración λ . Cada cuanto $(\lambda\mu)$ tiene una energía $\hbar \omega_\lambda = \hbar \sqrt{C_\lambda/D_\lambda}$, siendo C_λ y D_λ los parámetros de fuerza restauradora y masa respectivamente. Una deformación de orden λ origina un momento eléctrico

multipolar de la misma simetría dado por:

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \frac{\lambda+3}{4\pi} Ze \langle r^\lambda \rangle_0 \alpha_{\lambda\mu}^* \quad (\text{I.9})$$

donde $\langle r^\lambda \rangle_0$ es el valor esperado de r^λ en el estado de equilibrio. En la ecuación (I.9) se ha supuesto que la relación de la densidad de protones y neutrones queda aproximadamente constante en estas vibraciones de la forma del núcleo. El momento \mathcal{M} de la ecuación (I.9) en función de los operadores de creación y destrucción de fonones $\beta_{\lambda\mu}^+$, $\beta_{\lambda\mu}$ (transformación inversa de ec. (I.4)) es:

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \frac{\lambda+3}{4\pi} Ze \langle r^\lambda \rangle_0 \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_\lambda D_\lambda}} (\beta_{\lambda\mu} + (-1)^{\lambda-\mu} \beta_{\lambda-\mu}^+) \quad (\text{I.10})$$

donde se ha utilizado la convención de fase

$$\alpha_{\lambda\mu}^+ = (-1)^{\lambda-\mu} \alpha_{\lambda-\mu}$$

La ecuación (I.10) implica la regla de selección

$$\Delta n_{\lambda\mu} = \pm 1$$

para las transiciones eléctricas E_λ . La probabilidad de transición reducida $B(E_\lambda)$ de decaimiento del estado de un cuanto de vibración al estado fundamental es según (I.10):

$$B(E_\lambda, \lambda \rightarrow 0) = \left(\frac{\lambda+3}{4\pi} Ze \langle r^\lambda \rangle_0 \right)^2 \frac{\hbar}{2D_\lambda \omega_\lambda} \quad (\text{I.11})$$

y las transiciones entre estados más altos de la banda vibracional son múltiplos de (I.11):

$$\sum_{\xi_n, I_{n-1}} B(E\lambda, m_\lambda \xi_n I_n \rightarrow m_{\lambda-1} \xi_{n-1} I_{n-1})$$

$$= m_\lambda B(E\lambda, \lambda \rightarrow 0) \quad (\text{I.12})$$

donde ξ_n representa un número cuántico adicional para distinguir posibles estados de excitación formados por el mismo número de fonones λ y con el mismo espín I_n . (En (I.12) se ha sumado para todos los posibles estados finales).

El modelo colectivo predice la secuencia del espectro hasta donde las anarmonicidades producidas por la interacción entre los fonones son pequeñas. Las relaciones de las transiciones entre distintos estados de la banda vibracional son usualmente del orden previsto por la ecuación (I.12). Sin embargo otras propiedades de las excitaciones nucleares observadas difieren significativamente de las calculadas por el modelo de la gota líquida. Según este modelo existe un solo tipo de modo elemental de excitación para cada multipolaridad λ , en el que se concentra toda la intensidad. La división experimental de ésta en varios modos no se entiende en una prescripción simple de gota líquida. Según este modelo existe un solo tipo de modo elemental de excitación para cada multipolaridad, en el que se concentra toda la intensidad. La división experimental de ésta en varios modos no se entiende en una prescripción simple de gota líquida.

I.1.2.2. Acoplamiento partícula-vibración

Este modelo introduce de una manera natural la aproximación de utilizar una fuerza separable como interacción residual en el hamiltoniano. Lo desarrollaremos brevemente para el caso esquemático de la sección anterior en el cual las amplitudes α de la vibración son reales (hermíticas).

En un núcleo el camino libre medio de los nucleones es grande comparado con la distancia existente entre ellos. Ello es debido fundamentalmente al efecto del principio de Pauli. De forma muy general se puede decir entonces, que un nucleón se mueve libremente en el campo medio creado por el resto y que siente su presencia al chocar contra los límites de ese campo que confina su movimiento. Si ahora consideramos que los nucleones se excitan colectivamente produciendo una oscilación de la densidad nuclear y por

tanto del campo medio, los modos vibracionales originados se pueden entender por un razonamiento análogo al anterior, como el movimiento libre de cada nucleón confinado entre las paredes de un potencial oscilante.

Suponiendo que las amplitudes de oscilación son pequeñas ($\alpha^2 \ll \alpha$) la variación del campo medio se puede escribir como

$$\delta V \approx \alpha F(x) \quad (I.13)$$

donde $F(x)$ es un operador monoparticular, llamado campo vibracional, que describe la dependencia de V en las variables $x = (\vec{r}, \sigma, z)$ de los nucleones que para simplificar, las denotaremos simplemente por x . Cuando el potencial V oscila con amplitud α se producen excitaciones monoparticulares originadas según (I.13) mediante $F(x)$. $F(x)$ se caracteriza por tanto, con los mismos números cuánticos de simetría que el modo vibracional considerado.

La expresión (I.13) se puede considerar como un hamiltoniano de acoplamiento entre la vibración del potencial y la excitación de los nucleones (originadas por F). En segunda cuantificación se puede escribir:

$$H_c = \alpha \hat{a} \hat{F} \quad (I.14a)$$

donde

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2c}} (\hat{p}^\dagger + \hat{p}) \quad (I.14b)$$

y

$$\hat{F} = \sum_{\kappa \kappa'} \langle \kappa | F | \kappa' \rangle a_\kappa^\dagger a_{\kappa'} \quad (I.14c)$$

En (I.14b) hemos utilizado la transformación inversa a la (I.4). La expresión (I.14c) se puede poner también de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{F} &= \sum_{m>m'} (\langle m | F | m' \rangle a_m^\dagger a_{m'} + \langle m' | F | m \rangle a_{m'}^\dagger a_m) \\ &= \sum_{m>m'} \left(\varphi_{\bar{m}}^{-1} \langle m | F | \bar{m}' \rangle \Gamma_{mm'}^\dagger + \varphi_{\bar{m}'}^{-1} \langle \bar{m}' | F | m \rangle \Gamma_{mm'} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

donde

$$\Gamma_{mm'}^\dagger \equiv a_m^\dagger b_{m'}^\dagger \quad (\text{I.16})$$

y $b_{m'}^\dagger$ es el operador creación de huecos,

$$b_m^\dagger \equiv \varphi_m a_{\bar{m}} \quad (\text{I.17})$$

que salvo una fase es proporcional al operador destrucción de partículas. En la definición (I.17), $a_{\bar{m}}$ se define como el operador inverso en el tiempo del a_m

$$a_{\bar{m}} = T a_m T^{-1}$$

En el caso de un sistema esférico b^\dagger (ecuación (I.17)) tiene proyección del momento magnético opuesta al operador correspondiente a , como es lógico. La fase que hemos utilizado en este caso es la que se encuentra en (BM69) (ver también tabla II.A.1):

$$b_{j,m}^\dagger = (-1)^{j+m} a_{j-m} = T a_{j,m} T^{-1}$$

La constante χ en (I.14a) nos permite normalizar la acción del campo F de manera que su valor medio en el estado oscilante coincida en cada instante con la deformación α .

$$\langle F(x) \rangle = \int dp F d\mathcal{E} = \alpha \quad (\text{I.18})$$

En la ecuación (I.18) $\delta\varphi$ es la variación que origina en la densidad el cambio (I.13) del potencial.

El hamiltoniano de acoplamiento (I.14a) proporciona la autoconsistencia entre la fluctuación del campo medio y el movimiento monoparticular. Esto implica que el núcleo puede llegar al mismo estado excitando el modo colectivo

directamente (a través de $\hat{\alpha}$) o excitando una combinación coherente de estados partícula-agujero (o dos partículas o dos agujeros si se refiere a vibraciones de apareamiento). Esta consistencia se muestra gráficamente en la figura I.1 en el orden más bajo de perturbaciones.

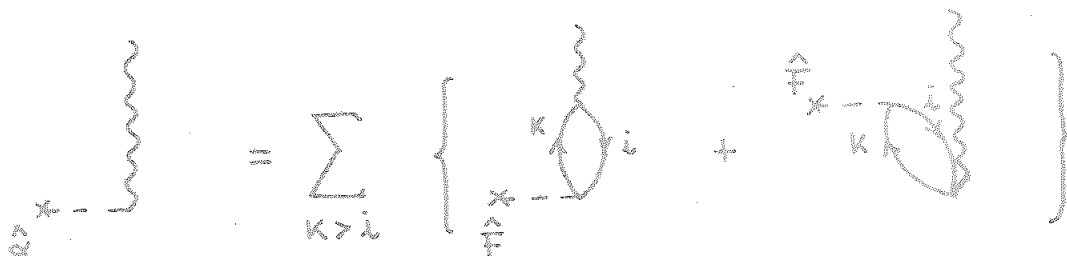


FIGURA I.1 Esquema gráfico de la relación entre la acción del campo colectivo $\hat{\alpha}$ y el operador de un cuerpo \hat{F} definidos en el texto. (Figura tomada de (Br83)).

La contribución del operador colectivo $\hat{\alpha}$ en la parte izquierda de la gráfica I.1 es

$$\langle m=1 | \hat{\alpha} | n=0 \rangle = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2c}} = \alpha \quad (\text{I.19})$$

Y la contribución de \hat{F} suponiendo temperatura cero es:

$$\begin{aligned} \langle n=1 | \hat{F} | n=0 \rangle &= \sum_{k>i} \left(\frac{\langle n=1 | H_c | k i^{-1} \rangle \langle k i^{-1} | F | 0 \rangle}{\hbar\omega - (E_k - E_i)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\langle n=1 | F | m=1, k i^{-1} \rangle \langle m=1, k i^{-1} | H_c | 0 \rangle}{\hbar\omega + (E_k - E_i)} \right) \\ &= \chi \alpha \sum_{k>i} \left(\frac{\langle 0 | F | k i^{-1} \rangle \langle k i^{-1} | F | 0 \rangle}{\hbar\omega - (E_k - E_i)} - \frac{\langle 0 | F | k i^{-1} \rangle \langle k i^{-1} | F | 0 \rangle}{\hbar\omega + (E_k - E_i)} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

donde $|k i^{-1}\rangle \equiv \Gamma_{ki}^+ |0\rangle$ definido anteriormente (ecuación (I.16)). Los índices k e i se refieren a niveles por encima y por debajo del nivel de Fermi respectivamente. Seguiremos esta nomenclatura tradicional mientras no especifiquemos lo contrario.

La ecuación (I.20) queda

$$\langle m=1 | \hat{F} | m=0 \rangle = \chi \alpha \sum_{k>l} \frac{| \langle k | F | l \rangle |^2 2 (\epsilon_k - \epsilon_l)}{(\hbar\omega)^2 - (\epsilon_k - \epsilon_l)^2} \quad (\text{I.21})$$

Igualando (I.21) con (I.19) obtenemos

$$\frac{1}{\chi} = \sum_{k>l} \frac{2 | \langle k | F | l \rangle |^2 (\epsilon_k - \epsilon_l)}{(\hbar\omega)^2 - (\epsilon_k - \epsilon_l)^2} \quad (\text{I.22})$$

Esta relación de dispersión tiene más de una solución para la energía $\hbar\omega$ de los modos vibracionales, como contraposición a la única encontrada con el modelo de la gota líquida. Veremos más adelante que coincide con la ecuación de la RPA si consideramos una interacción residual análoga al hamiltoniano (I.14a).

El acoplamiento partícula-vibración permite tener en cuenta términos de orden superior que son los responsables de anarmonicidades en el espectro, anchura de algunos modos, etc. Estos términos se han incluido (BB77) utilizando técnicas de Teoría de Campos del Núcleo (NFT) desarrollada por Bes et al (BB71).

La interacción (I.14a) puede interpretarse también como una interacción efectiva de dos cuerpos (BM75)

$$V(1,2) = \chi F(1) F(2) \quad (\text{I.23})$$

El análisis es entonces equivalente al estudio de las correlaciones producidas en un sistema de muchos cuerpos por una fuerza separable del tipo (I.23). Esta última representa solamente una componente de la interacción total efectiva entre los nucleones.

I.1.2.3. Ecuaciones de la RPA

Los operadores de creación y destrucción de fonones β^\dagger, β del hamiltoniano de oscilador armónico

$$H_{H_0} = \hbar\omega \left(\beta^\dagger \beta + \frac{1}{2} \right),$$

se pueden obtener como solución de la ecuación de movimiento:

$$[H_{H_0}, \beta^+] = \hbar \omega \beta^+, \quad (I.24)$$

donde β y β^+ verifican las relaciones de conmutación de los bosones

$$[\beta, \beta^+] = 1. \quad (I.25)$$

El núcleo, como sabemos, no es un oscilador armónico y por tanto la ecuación (I.24) no tiene solución exacta si sustituimos H_{H_0} por el hamiltoniano nuclear. Sin embargo podemos encontrar una solución aproximada linealizando el primer miembro de esta ecuación de movimiento. El método seguido para ello es tratar los pares de fermiones como bosones aproximando los conmutadores

$$[\Gamma_{ki}, \Gamma_{k'l'}^+]$$

por su valor esperado en el estado de vacío $|0\rangle$ en el sentido de Hartree-Fock. Así, para $T=0$:

$$\begin{aligned} [\Gamma_{ki}, \Gamma_{k'l'}^+] &= \delta_{kk'} b_i b_{l'}^+ - \delta_{il'} a_{k'}^+ a_k \\ &\cong \langle 0 | [\Gamma_{ki}, \Gamma_{k'l'}^+] | 0 \rangle = \delta_{kk'} \delta_{il'} \end{aligned} \quad (I.26)$$

Este método de linealización de la ecuación de movimiento es el que se sigue generalmente para derivar las ecuaciones de la RPA.

Suponemos que el hamiltoniano nuclear H consta de un campo medio monoparticular H_{sp} y una interacción residual dada por una fuerza separable del tipo (I.23):

$$H = \sum_m \epsilon_m a_m^+ a_m + \frac{1}{2} \chi \hat{F} \hat{F} \quad (I.27)$$

con \hat{F} expresado en la ecuación (I.14c). El factor $1/2$ en (I.27) proviene de que a cada operador \hat{F} le corresponde una suma para todas las partículas ($\hat{F} = \sum_i f_i$) y por tanto se

cuentan dos veces las mismas interacciones de dos cuerpos.

Definimos el operador bosónico β^\dagger en función de excitaciones partícula-agujero de la siguiente manera:

$$\beta_n^\dagger = \sum_{k>l} (X_{kl}(n) \Gamma_{kl}^\dagger - Y_{kl}(n) \Gamma_{kl}) \quad (I.28)$$

donde se ha incluido un índice n para distinguir posibles bosones diferentes.

El vacío $| \rangle$ de la RPA definido por

$$\beta_m | \rangle = 0,$$

no es de carácter de partícula independiente puramente, como el estado fundamental de Hartree-Fock (HF), sino que puede contener correlaciones (de ahí el último término en la definición (I.28)). Si los estados excitados del núcleo se describen en la RPA como vibraciones mediante los operadores β_n^\dagger , las correlaciones del estado fundamental se pueden interpretar como el movimiento del punto cero típico de un oscilador armónico.

Para el hamiltoniano (I.27) la ecuación del movimiento aproximada equivalente a la (I.24) es:

$$[H_{sp} + \frac{1}{2} X \hat{F} \hat{F}, \beta_n^\dagger] = \hbar \omega_n \beta_n^\dagger. \quad (I.29)$$

La parte del conmutador en (I.29) correspondiente a H_{sp} queda

$$\begin{aligned} [H_{sp}, \beta_n^\dagger] &= \sum_m \sum_{k>l} \psi_i \epsilon_m (X_{kl}(n) [a_m^\dagger a_m, a_k^\dagger a_l] - \\ &\quad - Y_{kl}(n) [a_m^\dagger a_m, a_l^\dagger a_k]) \\ &= \sum_{k>l} [(\epsilon_k - \epsilon_l) (X_{kl}(n) \Gamma_{kl}^\dagger + Y_{kl}(n) \Gamma_{kl})], \end{aligned} \quad (I.30)$$

El conmutador del hamiltoniano de interacción es:

$$\left[\frac{1}{2} \chi \hat{F} \hat{F}, \rho^+ \right] = \frac{1}{2} \chi \left(\hat{F} [\hat{F}, \rho^+] + [\hat{F}, \rho^+] \hat{F} \right) \quad (\text{I.31})$$

Para linealizar (I.29) en términos de Γ^+ y Γ^- tenemos que utilizar la aproximación (I.26). Así:

$$\begin{aligned} [\hat{F}, \rho^+] &\cong \langle 0 | [\hat{F}, \rho^+] | 0 \rangle = - \sum_{k>l} \sum_{m>j} \varphi_i^{-1} \langle k | F | l \rangle Y_{mj}(n) [\Gamma_{ki}^+, \Gamma_{nj}^+] \\ &\quad + \sum_{k>l} \sum_{m>j} \varphi_i^{-1} \langle l | F | k \rangle X_{mj}(n) [\Gamma_{kl}^-, \Gamma_{nj}^+] \\ &= \sum_{k>l} \left(\langle k | F | l \rangle Y_{kl}(n) \langle l | F | k \rangle X_{kl}(n) \varphi_i^{-1} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.32})$$

y por tanto (I.31) queda:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2} \chi \hat{F} \hat{F}, \rho^+ \right] &= \sum_{k>l} \left(\langle k | F | l \rangle Y_{kl}(n) + \langle l | F | k \rangle X_{kl}(n) \right) \varphi_i^{-1} \\ &\quad \times \sum_{k'>l'} \left(\langle k' | F | l' \rangle \Gamma_{k'l'}^+ + \langle l' | F | k' \rangle \Gamma_{k'l'}^- \right) \varphi_i^{-1} \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

Igualando los coeficientes de Γ^- y Γ^+ en la ecuación (I.29)

$$(\epsilon_k - \epsilon_l) X_{kl}(n) - \varphi_i^{-1} \langle k | F | l \rangle \Lambda_n = \hbar \omega_n X_{kl}(n)$$

$$(\epsilon_k - \epsilon_l) Y_{kl}(n) - \varphi_i^{-1} \langle l | F | k \rangle \Lambda_n = -\hbar \omega_n Y_{kl}(n) \quad (\text{I.34})$$

donde

$$\Lambda_n = -\chi \sum_{k>l} \left(\langle k | F | l \rangle Y_{kl}(n) + \langle l | F | k \rangle X_{kl}(n) \right) \varphi_i^{-1} \quad (\text{I.35})$$

De (I.34) tenemos las amplitudes X e Y del fonón:

$$\begin{cases} X_{ki}(n) = \Lambda_n \frac{\langle K|F|\tau\rangle \varphi_i^{-1}}{(\epsilon_k - \epsilon_\tau) - \hbar\omega_n} \\ Y_{ki}(n) = \Lambda_n \frac{\langle \tau|F|K\rangle \varphi_i^{-1}}{(\epsilon_k - \epsilon_\tau) + \hbar\omega_n} \end{cases} \quad (\text{I.36})$$

Sustituyendo (I.36) en (I.35):

$$\frac{1}{\chi} = \sum_{k>i} \frac{|\langle K|F|\tau\rangle|^2 2(\epsilon_k - \epsilon_\tau)}{(\hbar\omega_n)^2 - (\epsilon_k - \epsilon_\tau)^2} \quad (\text{I.37})$$

tenemos la relación de dispersión de la RPA que coincide en el caso de la interacción separable (I.23) con la obtenida (ver ecuación (I.22)) por medio del método de acoplamiento partícula-vibración.

La condición de ortonormalización de la base de los fonones se expresa:

$$\begin{aligned} \delta_{nn'} &= \langle \beta_n \beta_{n'}^+ \rangle = \langle [\beta_n, \beta_{n'}^+] \rangle \\ &= \sum_{k>l} \left(X_{ki}^*(n) X_{kl}(n') - Y_{ki}^*(n) Y_{kl}(n') \right) \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

Sustituyendo en (I.38) los valores de X e Y dados en (I.36), queda la siguiente expresión para :

$$|\Lambda_n| = \left[\sum_{k>l} \frac{4(\epsilon_k - \epsilon_l) \hbar\omega_n |\langle K|F|\tau\rangle|^2}{[(\epsilon_k - \epsilon_l)^2 - (\hbar\omega_n)^2]^2} \right]^{-1/2} \quad (\text{I.39})$$

El signo de Λ_n suele escogerse negativo para $\tau=1$, es decir para modos isovectoriales y positivos para $\tau=0$ (modos isoescales).

En la figura I.2 donde se muestran gráficamente las soluciones de la ecuación (I.37), observamos que un campo de acoplamiento con $\chi > 0$ origina modos colectivos de energía más alta que los correspondientes monoparticulares. Se trata de campos repulsivos en los que los efectos de la interacción se oponen a las variaciones de la densidad. Este es el caso de las vibraciones isovectoriales. Si $\chi < 0$

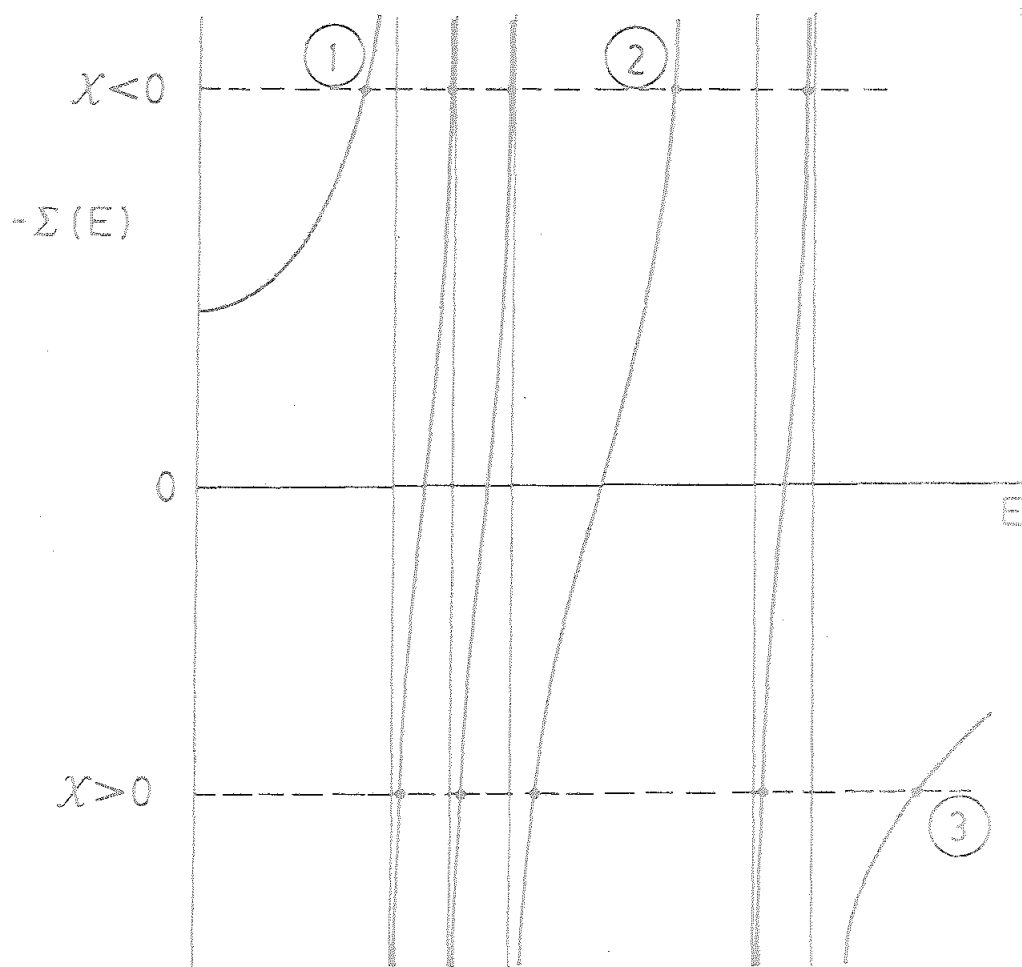


FIGURA 1.2 Soluciones de la relación de dispersión de la RPA. Las raíces correspondientes a $\chi < 0$ son isoescalares. El número 1 se refiere al LLM (low lying mode) asociado con excitaciones monoparticulares en la misma capa de oscilador. La resonancia gigante (señalada con el número 2) se debe principalmente a saltos entre distintas capas principales. Los modos isovectoriales provienen de un potencial de interacción repulsivo ($\chi > 0$). La mayor parte de la intensidad de estos tipos de vibración se concentra en la raíz 3.

por el contrario, el modo colectivo disminuye la energía respecto a los monoparticulares. La interacción ahora favorece las variaciones de la densidad. Un ejemplo de estas interacciones atractivas son las que conducen a los modos de vibración de la superficie del núcleo.

Calculamos ahora el elemento de matriz de la transición mediante el operador F del estado fundamental de la RPA $| \rangle$ al estado de un fonón $|\beta_n^+\rangle$:

$$\langle |F| \beta_n^+ \rangle = \langle [F, \beta_n^+] \rangle, \quad (\text{I.40})$$

ya que la definición de $| \rangle$ es:

$$\beta_n | \rangle = 0.$$

Utilizando las ecuaciones (I.15) y (I.28) y la aproximación (I.26), (I.40) queda:

$$\langle |F| \beta_m^+ \rangle = \sum_{k>l} (X_{kl}(m) \langle l|F|k \rangle + Y_{kl}(m) \langle k|F|l \rangle) \varphi_l^{-1}. \quad (\text{I.41})$$

La probabilidad de transición vendrá dada por:

$$B(F, m \rightarrow 0) = |\langle |F| \beta_m^+ \rangle|^2 = \frac{|\Lambda_m|^2}{\chi^2} \quad (\text{I.42})$$

donde hemos utilizado la definición de Λ_n (I.35).

En el caso límite en que las excitaciones monoparticulares φ_k^+ sean degeneradas ($\epsilon_k - \epsilon_l = E$) todas las soluciones de la ecuación (I.37) menos una quedan situadas en la posición no perturbada inicial E . La restante tiene una energía dada por (ver ecuación (I.37)):

$$\hbar\omega = \sqrt{E^2 + 2\chi E \sum_{k>l} |\langle k|F|l \rangle|^2} \quad (\text{I.43})$$

La intensidad de este modo calculada en términos de la regla de suma pesada con la energía del operador F (ver la sección siguiente) es:

$$S(F)_{\hbar\omega} = \hbar\omega |\langle 0|F|\phi_{\omega}^+\rangle|^2 = E \sum_{k>c} |\langle k|F|0\rangle|^2 \quad (I.44)$$

donde se ha utilizado (I.42) y (I.35).

Según se comentará en la sección I.1.3, (I.44) corresponde aproximadamente al valor total de esta cantidad $S(F)$. Así, en el caso degenerado existe un solo modo ($\hbar\omega$) que agota toda la intensidad del operador F . En el caso normal el efecto de las correlaciones no es tan drástico, repartiéndose la regla de suma total entre distintos modos. De cualquier forma generalmente se produce un aumento considerable de los elementos de matriz de transición respecto de los correspondientes a excitaciones monoparticulares, para algunas de las soluciones de la RPA que dan lugar a los modos colectivos. La teoría de la RPA se puede aplicar igualmente a modos colectivos y no colectivos, aunque por supuesto su interés se centra en el estudio de los primeros para los que supone un fundamento microscópico.

La RPA fue aplicada a la física nuclear por primera vez en 1957 por Ferrell. En los años siguientes se introdujeron tratamientos más completos (Ba60), (Sa61), (Th61). Desde entonces se ha empleado continuamente y proporciona una buena descripción del espectro vibracional de los núcleos.

I.1.3 Reglas de suma pesadas con la energía (EWSR)

La EWSR asociada a un operador F ($S(F)$) se obtiene del valor esperado en el estado fundamental del doble conmutador:

$$\frac{1}{2} [F, [H, F]] = (2 F H F - F^2 H - H F^2) \frac{1}{2} \quad (I.45)$$

Entonces:

$$S(F) \equiv \frac{1}{2} \langle 0 | [F, [H, F]] | 0 \rangle = \sum_n \langle 0 | F | n \rangle E_n \langle n | F | 0 \rangle - E_0 \langle 0 | F^2 | 0 \rangle$$

$$= \sum_n (E_n - E_0) |\langle 0 | F | n \rangle|^2 = \sum_n (E_n - E_0) B(F; 0 \rightarrow n) \quad (\text{I.46})$$

donde n numera a un conjunto completo de estados que se pueden excitar por medio de F desde el estado fundamental. $B(F; 0 \rightarrow n)$ en la ec. (I.46) es la probabilidad de transición del campo F correspondiente a $|n\rangle$.

Se puede expresar el operador F en términos de los operadores creación y destrucción de bosones (β_n^\dagger, β_n) de la siguiente manera:

$$\hat{F} = \sum_n \langle 1 | [\beta_n, \hat{F}] | 1 \rangle \beta_n^\dagger - \langle 1 | [\beta_n^\dagger, \hat{F}] | 1 \rangle \beta_n \quad (\text{I.47})$$

Insertando esta expresión en la definición de la regla de suma (primera parte de la expresión I.46) se tiene:

$$\begin{aligned} S(F)^{RPA} &= \frac{1}{2} \langle [F, [H, F]] \rangle \\ &= \frac{1}{2} \sum_n \left[\langle [F, [H, \beta_n^\dagger]] \rangle \langle [\beta_n, F] \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle [F, [H, \beta_n]] \rangle \langle [\beta_n^\dagger, F] \rangle \right] \\ &= \sum_n \hbar \omega_n |\langle \beta_n^\dagger | F | \rangle|^2 = \sum_n \hbar \omega_n B(F; 0 \rightarrow n) \quad (\text{I.48}) \end{aligned}$$

donde hemos utilizado (I.40) y la ecuación (I.29) de linealización de la RPA. La última parte de la ecuación (I.48) es precisamente la suma pesada con la energía de las probabilidades de transición de la RPA, lo que demuestra que esta aproximación conserva la EWSR.

La regla de suma $S(F)$ definida anteriormente tiene una interpretación física sencilla (BR83), es la máxima energía que puede ser transferida al núcleo bajo la influencia de un campo externo F .

Si las interacciones en el hamiltoniano H no dependen explícitamente del momento de las partículas, el conmutador de la expresión (I.43) sólo tiene contribuciones de la energía cinética. Se obtiene, entonces (BM75)

$$S(F) = \langle 0 | \sum_K \frac{k^2}{2M_K} (\nabla_K F(r_K))^2 | 0 \rangle \quad (I.49)$$

que expresa la regla de suma como valor esperado de un operador de un cuerpo. Este hecho hace que $S(F)$ sea relativamente insensible a las correlaciones específicas del estado fundamental. Las reglas de suma pesadas con otras potencias de la energía también se pueden expresar como valores medios en el estado inicial, pero contienen en general operadores de 2 o más cuerpos que son mucho más sensibles a correlaciones. De aquí la importancia de $S(F)$: $S(F)$ es model-independent, se puede calcular su valor con un modelo sencillo y sirve de test para otros cálculos. Por ejemplo, el número de estados $|k\rangle$ escogidos de una base monoparticular determinada deben originar una regla de suma:

$$S(F) = \sum_{k>i \in \text{base}} (\epsilon_k - \epsilon_i) |\langle k | F | i \rangle|^2 \quad (I.50)$$

de valor próximo al calculado con el modelo sencillo:

También se pueden comprobar los resultados de la RPA examinando su $S(F)$ (I.43) y comparándola con la obtenida según (I.50)

I.2 TEMPERATURA FINITA

I.2.1 Introducción

Existen estados excitados del núcleo en los que la parte de la energía disponible se ha repartido entre muchos grados de libertad aleatoriamente. Es el caso por ejemplo de núcleos formados en reacciones de fusión. Su esquema de decaimiento es análogo al emitido por un sistema en equilibrio térmico (ver introducción del cap. III). Se suele entonces hablar de esta energía de excitación E^* en términos de temperatura nuclear.

Si se considera un sistema en equilibrio a temperatura T , no se puede describir por un único estado $|p\rangle$ de energía bien definida, sino que existen un conjunto de ellos (accesibles a las condiciones externas) a los que se les asigna la misma probabilidad. Bajo estas circunstancias el conjunto gran canónico de la mecánica estadística describe bien el sistema y ofrece una formulación matemática conveniente, (más simple que la del conjunto canónico que en principio debería utilizarse ya que no se supone intercambio de partículas entre el núcleo y el medio exterior).

La probabilidad de encontrar al sistema en un estado $|R\rangle$, autoestado del hamiltoniano con energía E , es:

$$W(R, N) = \frac{e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}}}{Z(N)} \quad (I.51)$$

donde N es el número de partículas del sistema y λ es el potencial químico (o energía de Fermi en el núcleo) cuyo valor viene determinado por la condición (I.57). En la ecuación (I.51) $Z(N)$ es la función de partición para N partículas:

$$Z(N) = \sum_R e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \quad (I.52)$$

El valor medio de un observable F es a T finita:

$$\langle F \rangle = \frac{1}{Z} \sum_R e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \langle R | F | R \rangle \quad (I.53)$$

Los modelos que describen al sistema a $T=0$, se pueden generalizar para estudiar los estados nucleares a más alta temperatura, aunque por supuesto, se vuelven más complicados. La aproximación de HF, donde se considera que los nucleones se mueven independientemente en los niveles m , conduce a T finita a (CL68):

$$\langle p | t | p' \rangle + \sum_q n_q \langle p_q | \tilde{V} | p'_q \rangle = \epsilon_p \delta_{pp'} \quad (I.54)$$

siendo el hamiltoniano del sistema:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{p p'} \langle p | t | p' \rangle a_p^\dagger a_{p'} + \frac{1}{4} \sum_{p q} \langle p q | \tilde{V} | p' q' \rangle a_p^\dagger a_q^\dagger a_{q'} a_{p'} \quad (I.55)$$

$$\langle p q | \tilde{V} | p' q' \rangle = \langle p q | V | p' q' \rangle - \langle p q | V | p' q' \rangle$$

es el elemento de matriz antisimetrizado del potencial de interacción V . En la ec.(I.54) n_q es el número de ocupación del nivel q . A $T=0$, $n_q=0$ si q está por encima del nivel de Fermi y $n_q=1$ si está por debajo.

A $T \neq 0$, n_q es un número de ocupación medio. Según (I.53)

$$n_q(T) = \langle 0 | a_q^\dagger a_q | 0 \rangle_T = \frac{1}{2} \sum_R e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \langle R | a_q^\dagger a_q | R \rangle$$

$$= \frac{1}{1 + \exp \frac{\epsilon_q - \lambda}{T}} \quad (I.56)$$

En la última igualdad de la ecuación (I.56) se ha supuesto que los estados $|R\rangle$ del núcleo son producto de los estados monoparticulares independientes $|q\rangle$ (su demostración se puede encontrar en cualquier libro de mecánica estadística (Ru78)). Esto es correcto si $|0\rangle$ se refiere al estado fundamental en la aproximación de HF. Notar que en (I.56) llamamos $|R\rangle$ y E_R a los estados del núcleo y sus energías, mientras que $|q\rangle$ y ϵ_q se refieren a los niveles de partícula independiente. Si E_R es la energía total del núcleo, entonces $\lambda \cdot N \equiv \lambda_p \cdot N(\text{prot}) + \lambda_n \cdot N(\text{neut})$ ya que se trata de dos tipos diferentes de partículas.

Sin embargo, los cálculos realizados por Brack y Quentin (BQ74) de Hartree-Fock a T finita muestran que las energías de los estados monoparticulares ϵ_m y $|m\rangle$ respectivamente en la ec. (I.54) varían muy suavemente con la temperatura. Para T pequeña ($\ll \hbar\omega_0/2$) se pueden utilizar con buena aproximación las funciones de onda y las energías a $T=0$, introduciendo la dependencia con T simplemente en un número de ocupación fraccionario (ec.(I.56)). El estado fundamental de HF a T finita, entonces, se puede considerar formado por todos los niveles



monoparticulares llenos con una probabilidad m ; en realidad es un estado mezcla de excitaciones monoparticulares complicadas (1p-1h, 2p-2h...) cuyas propiedades medias se pueden visualizar por la imagen anterior (ver también figura I.3).

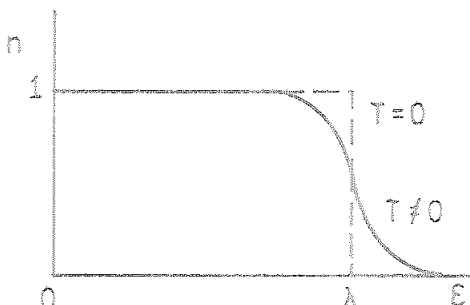


FIGURA I.3 Representación esquemática del número medio de ocupación de los niveles monoparticulares a temperatura finita. La línea discontinua señala la misma distribución a $T=0$.

El potencial químico λ se calcula entonces, exigiendo que el número medio total de partículas del sistema sea el correcto.

$$N = \sum_q \langle a_q^\dagger a_q \rangle_T = \sum_q \frac{1}{1 + \exp \frac{\epsilon_q - \lambda}{T}} \quad (\text{I.57})$$

En particular para el núcleo se debe cumplir tanto para el número de protones (Z) como para el de neutrones (N) obteniéndose los niveles de Fermi respectivos.

I.2.2 Generalización de la RPA a temperatura finita

Vamos ahora a generalizar al caso de T finita las ecuaciones de la RPA dadas en la sección I.1.2.3., utilizando la aproximación de considerar los niveles monoparticulares independientes de la temperatura, incluyendo ésta simplemente en los números de ocupación n (I.56).

Recordamos que las ecuaciones de la RPA se obtienen linealizando la ec. (I.29):

$$[H_{sp} + \frac{1}{2} K \hat{F} \hat{F}, \beta_n^\dagger] = \hbar \omega_n \beta_n^\dagger \quad (\text{I.57})$$

para el caso de una interacción separable de dos cuerpos. El operador creador de fonones β_n^\dagger se define de manera equivalente al caso $T=0$ (ec. (I.27)).

$$\beta_n^\dagger = \sum_{p>p'} (X_{pp'}(n) \Gamma_{pp'}^\dagger - Y_{pp'}(n) \Gamma_{pp'})^* \quad (\text{I.58})$$

Notar que los subíndices p, q no hacen distinción entre los niveles por encima y por debajo del nivel de Fermi (anteriormente los llamábamos k ($\epsilon_k > \lambda$) e i ($\epsilon_i < \lambda$)). Este operador β_n^\dagger crea un estado excitado $\beta_n^\dagger | \rangle_T$ sobre el estado de equilibrio en la aproximación de la RPA a temperatura T . Este último se define por:

$$\beta_n | \rangle_T = 0$$

A $T=0$ la linealización (I.58) se obtiene aproximando los conmutadores de dos cuerpos ($pq, p'q'$) que aparecen, por su valor esperado en el estado fundamental de HF (ec.(I.25)). De manera análoga a $T \neq 0$ se aproximan por

$$\begin{aligned} [\Gamma_{pq}, \Gamma_{p'q'}^\dagger] &\cong \langle 0 | [\Gamma_{pq}, \Gamma_{p'q'}^\dagger] | 0 \rangle_T \\ &= \delta_{pp'} \langle 0 | b_{q'} b_q^\dagger | 0 \rangle_T - \delta_{qq'} \langle 0 | a_p^\dagger a_p | 0 \rangle_T \end{aligned} \quad (\text{I.60})$$

donde 0 es el estado de equilibrio a la temperatura T en la aproximación de HF(T). Utilizando (I.17) y (I.56) la aproximación (I.60) queda:

$$[\Gamma_{pq}, \Gamma_{p'q'}^\dagger] \cong \delta_{pp'} \delta_{qq'} (m_{q'} - m_p) \quad (\text{I.61})$$

El conmutador

$$[\hat{F}, \beta_n^\dagger]$$

que aparece en la ecuación (I.58) es (ver ec. I.29):

$$\begin{aligned}
 [\hat{F}, \beta_n^\dagger] &\cong \langle 0 | [\hat{F}, \beta_n^\dagger] | 0 \rangle_T = \\
 &= - \sum_{p > p'} \sum_{q > q'} \Psi_{p'}^{-1} \langle p | F | \bar{p}' \rangle Y_{qq'}(n) \langle 0 | [\Gamma_{pp'}^\dagger, \Gamma_{qq'}] | 0 \rangle_T \\
 &+ \sum_{p > p'} \sum_{q > q'} \Psi_{p'}^{-1} \langle \bar{p}' | F | p \rangle X_{qq'}(n) \langle 0 | [\Gamma_{pp'}^\dagger, \Gamma_{qq'}^\dagger] | 0 \rangle_T,
 \end{aligned}$$

y utilizando (I.61) queda:

$$\begin{aligned}
 [\hat{F}, \beta_n^\dagger] &\cong \sum_{p > p'} \Psi_{p'}^{-1} (m_{\bar{p}'} - m_p) (X_{pp'}(n) \langle \bar{p}' | F | p \rangle \\
 &+ Y_{pp'}(n) \langle p | F | \bar{p}' \rangle)
 \end{aligned} \tag{I.62}$$

Prosiguiendo igual que a T=0, se obtiene la relación de dispersión

$$\frac{1}{\chi} = \sum_{pp'} \frac{|\langle p | F | \bar{p}' \rangle|^2 2(\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'}) (m_{\bar{p}'} - m_p)}{(\hbar \omega_n)^2 - (\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'})^2} \tag{I.63}$$

Las amplitudes X e Y del fonón β_n^\dagger son:

$$\left\{ \begin{aligned}
 X_{pp'}(n) &= \Lambda_n \frac{\langle p | F | \bar{p}' \rangle \Psi_{p'}^{-1}}{(\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'}) - \hbar \omega_n} \\
 Y_{pp'}(n) &= \Lambda_n \frac{\langle \bar{p}' | F | p \rangle \Psi_{p'}^{-1}}{\hbar \omega_n + (\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'})}
 \end{aligned} \right. \tag{I.64}$$

que tienen exactamente la misma forma que a temperatura cero. La dependencia en T está incluida en Λ_n (ec. I.66).

La condición de ortonormalización es:

$$\begin{aligned} \delta_{nn'} &= \sum_T \beta_n \beta_{n'}^* \rangle_T = \sum_T [\beta_n, \beta_{n'}^*] \rangle_T \\ &= \sum_{p > p'} \left(X_{pp'}^*(n) X_{pp'}(n') - Y_{pp'}^*(n) Y_{pp'}(n') (n_{\bar{p}'} - m_p) \right) \end{aligned} \quad (\text{I.65})$$

y conduce a un valor de Λ_n dado por

$$|\Lambda_n| = \left[\sum_{p > p'} \frac{4(\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'}) \hbar \omega_n |\langle p | F | \bar{p}' \rangle|^2 (n_{\bar{p}'} - m_p)}{(\hbar \omega_n)^2 - (\epsilon_p - \epsilon_{\bar{p}'})^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.66})$$

Se demuestra fácilmente que la expresión de la probabilidad de transición es también formalmente igual que a $T=0$ (I.42)

$$|\sum_T |F| \langle \beta_n^+ \rangle_T|^2 = |\sum_T [F, \beta_n^+] \rangle_T|^2 = \frac{|\Lambda_n|^2}{\chi^2} \quad (\text{I.67})$$

Si comparamos estas ecuaciones con las obtenidas en la sección (I.2.3) a $T=0$ observamos que en éstas se suma para todos los niveles p, p' sin hacer distinción de su posición respecto al nivel de Fermi. Hay, por tanto a $T \neq 0$ muchas más excitaciones monoparticulares $\Gamma_{pp'}$ que entran en el cálculo, haciéndolo más complicado computacionalmente. En la figura I.4 se muestran los distintos saltos que pueden ocurrir a ocurrir a temperatura finita

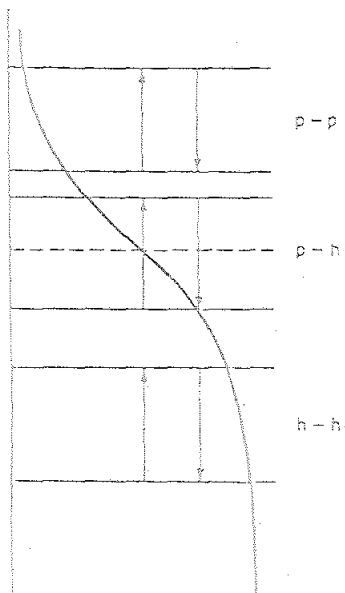


FIGURA I.4 Distintos tipos de excitaciones monoparticulares posibles a temperatura finita. Además de los existentes a $T=0$: saltos partícula-agujero (p-h) a $T \neq 0$ pueden ocurrir saltos partícula-partícula (p-p) y agujero-agujero (h-h) como se indica en la figura. (C185)

I.2.3 Reglas de suma a $T \neq 0$

Las reglas de suma son muy útiles, como se comentó anteriormente, para discutir resultados de la RPA a $T=0$. Se pueden derivar unas reglas de suma análogas a T finita a partir de (I.46) y utilizando (I.53)

$$\begin{aligned}
 S(F, T) &= \frac{1}{2Z} \sum_R e^{-(E_R - \lambda N)/T} \langle R | [F, [H, F]] | R \rangle \\
 &= \sum_{R', R} \frac{e^{-(E_{R'} - \lambda N)/T}}{Z} (E_{R'} - E_R) |\langle R' | F | R \rangle|^2
 \end{aligned}
 \tag{I.68}$$

Para un sistema de fermiones independientes (F, T) es

$$S^0(F, T) = \sum_{p > p'} (\epsilon_p - \epsilon_{p'}) |\langle p | F | p' \rangle|^2 (m_{p'} - m_p)
 \tag{I.69a}$$

donde se ha utilizado la expresión de los números de ocupación (I.56) y el hecho de que F es un operador de una partícula.

La regla de suma en la aproximación de la RPA es por la ec. (I.67)

$$\begin{aligned}
 S^{RPA}(F, T) &= \sum_n \hbar \omega_n \left| \langle \beta_n^* | F | \gamma_T \rangle \right|^2 \\
 &= \sum_n \hbar \omega_n \frac{|\Lambda_n|^2}{\chi^2}
 \end{aligned}
 \tag{I.69b}$$

Para terminar, es interesante notar que los experimentos no determinan la temperatura T , que se ha utilizado como parámetro en la teoría, sino la energía de excitación del núcleo E^* . El valor de ésta para un estado de equilibrio a temperatura T se relaciona con T en el modelo de partícula independiente por (CI83), (VV83) y referencias en ellos)

$$E^*(T) = \sum_p \epsilon_p n_p - \sum_{i=1}^A \epsilon_i \quad (J.70)$$

En el capítulo II aplicaremos las ecuaciones obtenidas para el cálculo de las vibraciones de superficie y volumen en núcleos esféricos y comentaremos más extensamente la influencia de la temperatura.

Esta sección está en conjunto basada en las referencias (CIB3), (VV83) y (BR83), (FP85).

I.3 ROTACION

La existencia de rotación nuclear está íntimamente relacionada con desviaciones claras de formas nucleares esféricas. En este caso el campo medio que actúa sobre los nucleones individuales no tiene simetría esférica y se supone que su deformación sigue a la distribución de materia nuclear.

Limitándonos a deformaciones cuadrupolares (que son las que generalmente se encuentran) aparte de los tres ángulos de Euler que determinan la orientación del potencial en el espacio, estas quedan definidas por dos parámetros: ϵ y γ . El primero describe la magnitud de la deformación mientras que el segundo indica la separación de la simetría axial. En la figura III.5 se pueden ver las distintas formas del sistema en función de γ .

La rotación de un núcleo alrededor de un eje distinto al de simetría (si existe) provoca un acoplamiento entre el movimiento de las partículas individuales y los grados de libertad rotacionales del potencial medio. Este acoplamiento tiende a alinear parcialmente los momentos angulares de cada uno de los nucleones.

Se puede dar también rotación de naturaleza no colectiva que se crea por el alineamiento completo del momento angular de sólo unos pocos nucleones. Estos estados se forman principalmente en núcleos esféricos o simétricos con respecto a la dirección de los espines alineados. (Ver figura I.5).

A espines muy altos la diferencia entre ambos modos de rotación se vuelve cada vez más pequeña ya que todos los orbitales tienden a alinear su momento angular totalmente.

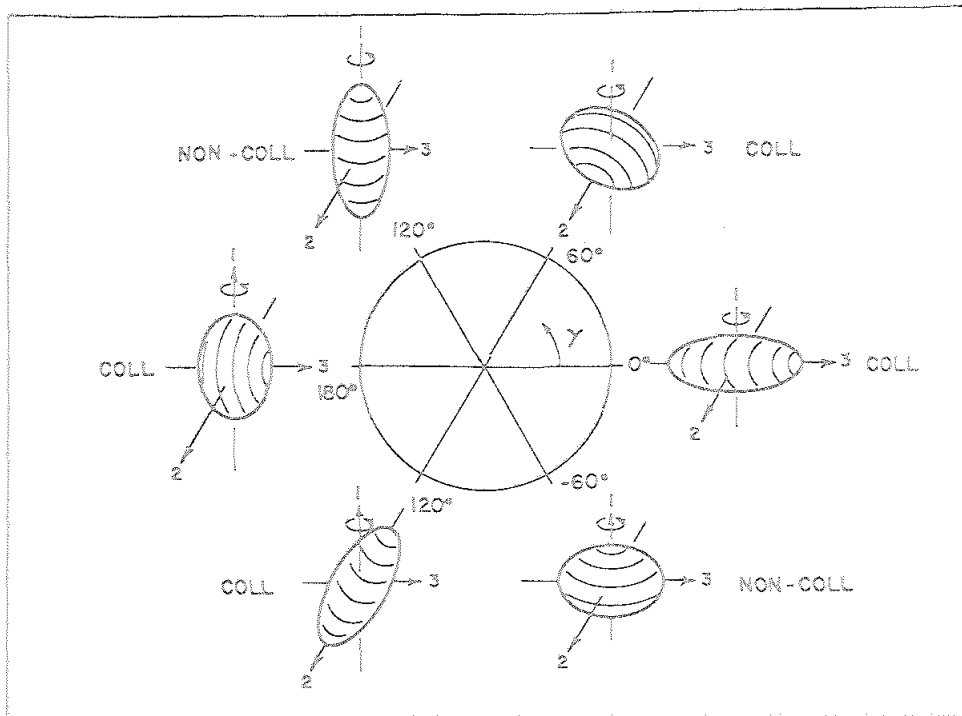


FIGURA I.5 Distintas formas del núcleo (suponiendo deformaciones cuadrupolares) en función del parámetro γ . El signo de este parámetro usado en la memoria, más común últimamente, es el opuesto al de la figura. Si $\omega_{rot}=0$, la información sobre la deformación del núcleo está contenida en un solo sector, generalmente se escoge el comprendido entre $\gamma=0^\circ$ (núcleo prolato) y $\gamma=-60^\circ$ (60° en nuestra convención) (núcleo oblató). Los valores intermedios de γ ($-60^\circ < \gamma < 0^\circ$) describen formas triaxiales. Cuando $\omega_{rot}=0$ es necesario definir además la orientación del núcleo respecto al eje de rotación (escogido como el 1). En este caso es suficiente con el intervalo $\gamma=-60^\circ$ (60°), $\gamma=120^\circ$ (-120°)), el resto contiene exactamente la misma información. Las rotaciones colectivas de núcleos oblatos y prolatos (en torno de un eje perpendicular al de simetría) se caracterizan por $\gamma=60^\circ$ (-60°) y $\gamma=0^\circ$ (0°) respectivamente; las no colectivas (en torno al eje de simetría) por $\gamma=-60^\circ$ (60°) y 120° (-120°). Figura tomada de (Ga84).

I.3.1 Modelo de cranking

El tratamiento cuántico de las rotaciones colectiva y no colectiva comienza con la introducción de un hamiltoniano nuclear. En nuestro caso vamos a suponer espines suficientemente altos para que el carácter de partícula independiente domine en el movimiento nuclear considerado. Generalmente se sigue el procedimiento sugerido por Inglis (In54,55) conocido por aproximación de "cranking". La idea básica es introducir un sistema de coordenadas que rota con velocidad angular ω_{rot} constante en torno a un eje fijo en el espacio (eje 1); el movimiento de los nucleones se puede suponer de partículas independientes moviéndose en un pozo de potencial V generalmente deformado que rota con el sistema de coordenadas. Se desprecia entonces la precesión del momento angular total; se supone también que el campo V no se altera por la rotación. El hamiltoniano de una partícula en un sistema fijo en el espacio (laboratorio) es:

$$h_{lab}(t) = \frac{p^2}{2m} + V(r, t) \quad (I.71)$$

La ecuación de Schrodinger que depende del tiempo se escribe:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{lab}}{\partial t} = H_{lab} \cdot \Psi_{lab} \quad (I.72)$$

donde

$$H_{lab} = \sum_i h_{lab}(t; i) \quad (I.73)$$

Si no se tienen en cuenta interacciones residuales de dos cuerpos la expresión (I.72) puede reducirse a una ecuación estacionaria mediante la transformación del sistema laboratorio a un sistema fijo en el núcleo rotante (intrínseco: x'_1, x'_2, x'_3) por medio del operador de rotación:

$$\mathcal{R} = e^{-iI_1 \omega_{rot} t} \quad (I.74)$$

donde $I_1 = I_1'$ es la componente del momento angular total I en el eje de rotación 1. Se obtiene:

$$\Psi_{\text{eab}} = R \Psi_{\text{int}} \quad (\text{I.75})$$

y

$$H_{\text{eab}} = R \Psi_{\text{int}} R^{-1} \quad (\text{I.76})$$

Sustituyendo (I.75) y (I.76) en (I.72) se tiene la siguiente ecuación para Ψ_{int} :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_{\text{int}}}{\partial t} = (H_{\text{int}} - \hbar \omega_{\text{rot}} I_1) \Psi_{\text{int}} \quad (\text{I.77})$$

que no depende explícitamente del tiempo. El problema se reduce entonces a estudiar la ecuación de autovalores que se puede escribir:

$$H^{\omega} |\Psi_{\text{int}}\rangle = E^{\omega} |\Psi_{\text{int}}\rangle \quad (\text{I.78})$$

donde

$$H^{\omega} = H_{\text{int}} - \hbar \omega_{\text{rot}} I_1 \quad (\text{I.79})$$

El término $-\hbar \omega_{\text{rot}} I_1$ es análogo a las fuerzas inerciales (Coriolis y centrífuga) en mecánica clásica y es el responsable del acoplamiento del movimiento libre en el potencial deformado H_{int} con la rotación. El operador H en (I.79) se suele llamar routhiano. Si se considera la aproximación (I.73), H^{ω} es también de carácter monoparticular ya que I_1 es un operador de un cuerpo. La ecuación (I.78) supone simplemente diagonalizar:

$$\hbar^{\omega} |p'\rangle = \epsilon_{p'} |p'\rangle \quad (\text{I.80})$$

La energía total E^{ω} es la suma de las energías monoparticulares $E_{p'}$ de todos los estados $|p\rangle$ ocupados. En el sistema de laboratorio la energía total se calcula utilizando la transformación (I.74):

$$\begin{aligned}
 E(\omega_{\text{rot}}) &= \langle \Psi | H_{\text{lab}} | \Psi \rangle \\
 &= \langle \Psi' | H_{\text{int}} | \Psi' \rangle = \sum_{p' \in \text{ocupados}} (\epsilon_{p'} + \hbar \omega_{\text{rot}} \langle p' | j_1 | p' \rangle)
 \end{aligned}
 \tag{I.81}$$

El momento angular total I se aproxima por su proyección en el eje de rotación 1 siempre que sea suficientemente alto:

$$I \simeq I_1 = \sum_{p' \in \text{ocupados}} \langle p' | j_1 | p' \rangle
 \tag{I.82}$$

El modelo de cranking proporciona una descripción microscópica del núcleo rotante, incluyendo tanto rotación colectiva como típicamente monoparticular. En principio es correcto a momentos angulares altos, donde son válidas las aproximaciones clásicas realizadas (rotación alrededor de un eje fijo impuesta externamente).

I.3.2 Simetrías

Un potencial deformado define una dirección determinada en el espacio rompiendo la simetría rotacional. El momento angular total I no es un buen número cuántico de las funciones de onda $\Psi_{i\pi}$ del hamiltoniano intrínseco.

La rotación del núcleo alrededor del eje 1 rompe también la simetría de inversión temporal, ya que el operador I_1 no conmuta con T (operador de inversión temporal) (ver (Go74)).

Las simetrías restantes en el hamiltoniano intrínseco dependen de las existentes en H_{lab} . Generalmente se estudian sistemas invariantes frente a inversión espacial. El operador correspondiente \mathcal{P} (paridad) conmuta con I_1 y por tanto las funciones de onda $\Psi_{i\pi}$ se caracterizan por un número cuántico de paridad bien definido.

Además, en muchos casos se consideran únicamente deformaciones de multipolaridad par (cuadrupolares, hexadecapolares), de donde el potencial no varía frente a rotaciones

de un ángulo π alrededor de los tres ejes principales. Al rotar al sistema en torno a un eje (1), de las tres simetrías anteriores \mathcal{R}_α , sólo queda la correspondiente al eje de rotación 1, ya que I_1' no conmuta con las otras dos componentes del momento angular.

Los autovalores de \mathcal{R}_1 son (BM75):

$$r \equiv e^{-i\pi\alpha} = (-1)^I \quad (\text{I.83})$$

para sistemas de un número par de nucleones ν (llamado número de signatura) es ± 1 , mientras que si el número de partículas es impar ν vale $\pm i$. A veces se da el valor α en vez de ν para definir la signatura de un estado: se dice entonces que ésta es $\pm 1/2, \pm 1$, etc, en vez de ($\pm i$ ó ± 1).

Las funciones de onda del hamiltoniano rotante se pueden clasificar entonces según dos números cuánticos: la paridad y la signatura (π, α).

I.3.3 Routhianos monoparticulares

Par describir el movimiento de las partículas en el campo deformado hemos utilizado un potencial de Nilsson. Este consta de un potencial de oscilador armónico anisótropo al que se le ha añadido un término de acoplamiento espín-órbita ($\vec{\ell}, \vec{s}$) para reproducir los números mágicos correctos y una corrección proporcional a ℓ^2 para obtener el pozo de potencial más plano correspondiente a núcleos pesados (RS80):

$$h_N = \hbar\omega_1 \left(\hat{n}_1 + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_2 \left(\hat{n}_2 + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_3 \left(\hat{n}_3 + \frac{1}{2} \right) - \kappa \hbar\omega_0 \left(2 \vec{\ell} \cdot \vec{s} + \mu (\ell^2 - \langle \ell^2 \rangle_N) \right) \quad (\text{I.84})$$

donde $\hbar\omega_0 = 41 / A^{1/3}$ MeV.

En el caso de un sistema simétrico respecto a un eje, las funciones de onda del potencial de oscilador armónico se definen por los números cuánticos:

$$\Omega \pi [N m_3 m_e] \quad (\text{I.85})$$

donde N es el número cuántico principal, n_3 el número de oscilador en la dirección 3, m_l y Ω son las proyecciones sobre el eje de simetría (3) del momento orbital y total respectivamente y π es la paridad. Aunque los términos \hat{L}^2 y \hat{L}_3 del hamiltoniano de Nilsson ya no son diagonales en esta representación se suele seguir llamando a las funciones propias correspondientes con los mismos números cuánticos.

Al empezar a rotar el hamiltoniano deformado se pierde como hemos dicho, entre otras cosas, la simetría de inversión temporal. Esto supone que la degeneración existente en los niveles de Nilsson (correspondiente a 2Ω) se rompe. Cada estado $\pm\Omega$ siente las fuerzas inerciales ($-\omega_{rot} \hat{L}_1$) de manera diferente. En la figura I.6 se representan los routhianos monoparticulares en función de la velocidad angular. Se observa que la energía de alguna de ellas es muy sensible a la rotación; éstas pueden caracterizarse por un valor alto del momento angular (ver también figura IV.1) y por una proyección pequeña sobre el eje de simetría (Ω). Estas son las principales responsables de la alineación del momento angular total con el vector ω_{rot} .

A velocidad angular muy alta las órbitas de los routhianos alinean totalmente su espín en la dirección de la rotación pasando a tener un buen m_1 (autovalor de la proyección del operador j_1), en vez de un buen Ω (autovalor de j_3) como ocurría a $\omega_{rot}=0$.

En la zona de valores de I que se estudia generalmente, las funciones de onda no corresponden a ninguno de los casos mencionados anteriormente; el valor medio de la proyección de su espín sobre 1 que viene dado por el valor opuesto de la pendiente de la curva $\epsilon'(\omega_{rot})$, va variando con ω_{rot} .

El caso de rotación de un sistema alrededor de su eje de simetría (ahora consideramos que éste es el 1) es bastante diferente. Las funciones propias del potencial deformado son ahora también propias de j_1 y por tanto del hamiltoniano de cranking (I.80). No dependen entonces de la velocidad angular. Sin embargo sus energías en el sistema intrínseco sí se ven afectadas por las fuerzas inerciales, aunque ahora de una manera mucho más sencilla que en caso anterior:

$$\epsilon_p = \epsilon_p(\omega_{rot} = 0) - \hbar \omega_{rot} m_1(p') \quad (\text{I.86})$$

En el sistema de laboratorio las energías (I.11)

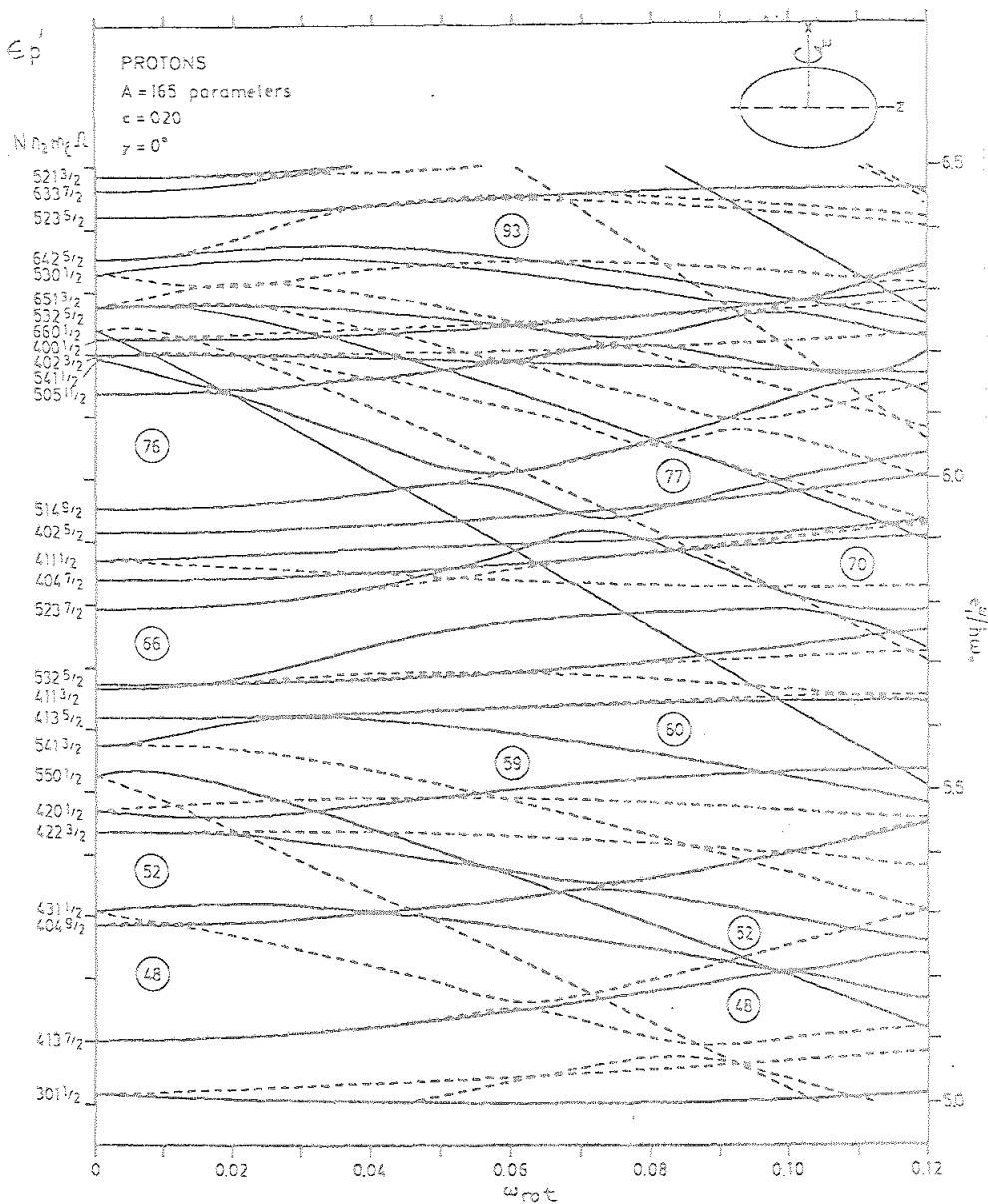


FIGURA I.6 Energías monoparticulares ϵ'_p en el sistema intrínseco en función de ω_{rot} para un núcleo prolato: $\epsilon=0.20$, $\gamma=0^\circ$. Las líneas continuas y discontinuas representan respectivamente niveles de signatura positiva ($\alpha=+1/2$) y negativa ($\alpha=-1/2$). Una diferencia fundamental entre el comportamiento de las ϵ'_p con la velocidad angular en este caso de rotación colectiva y en el caso de rotación no colectiva de la figura I.7, es el siguiente. Mientras que las segundas se cruzan entre ellas siempre, sin variar su pendiente, las primeras se curvan y a veces se repelen fuertemente cambiando la orientación de la órbita correspondiente respecto al eje de rotación. Esto es debido a que las interacciones producidas por el término de cranking acoplan las distintas funciones de onda ya que no tienen proyección m_z del espín bien definida. Figura tomada de (An76)

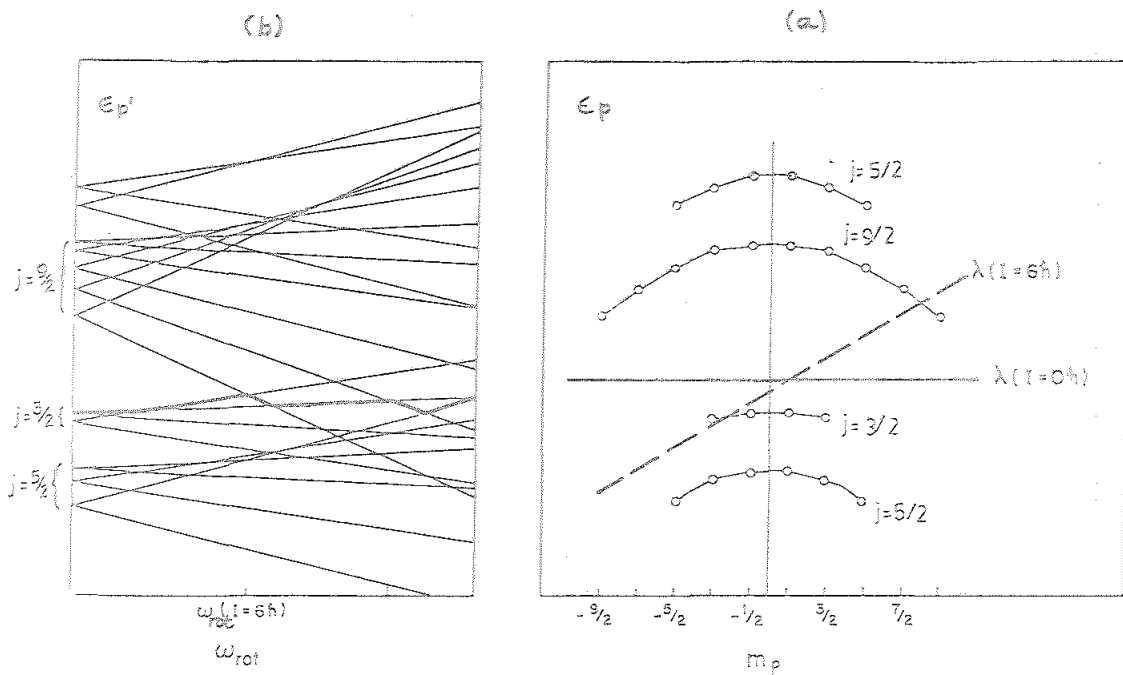


FIGURA 1.7 Representación esquemática de las energías monoparticulares para un núcleo oblató rotando en torno a su eje de simetría, en el sistema intrínseco (ϵ_p -figura de la izquierda) y en el sistema laboratorio (ϵ_p -figura de la derecha). Las correspondientes a este último no dependen de la ω_{rot} . Su efecto es únicamente inclinar el nivel de Fermi, como se ve en la figura donde se ha representado para $I=6\hbar$ (línea discontinua). Estas $6\hbar$ unidades de momento angular se han conseguido simplemente con la excitación de una partícula del nivel $j=3/2$ y $m_1=-3/2$ al nivel $j=9/2$ y $m_1=+9/2$. En el sistema intrínseco los niveles se separan según la proyección del momento angular de su órbita en el eje de simetría. La línea más gruesa indica el último nivel ocupado correspondiendo a la figura anterior y se ha señalado la ω_{rot} correspondiente a $I=6\hbar$. Se ve que en ese punto se cruzan los niveles $(9/2, 9/2)$ y $(3/2, -3/2)$ mencionados anteriormente.

$$E_p = E_{p'} + \hbar \omega_{rot} m_{\lambda}(p') = E_{p'} (\omega_{rot} = 0) \quad (I.87)$$

permanecen con el mismo valor que a $\omega_{rot} = 0$. Esto es lógico ya que no se puede dar cuánticamente una rotación colectiva alrededor de un eje de simetría. El momento angular se consigue por medio de excitaciones monoparticulares. La figura I.7 ilustra este caso.

I.4 EVOLUCION DE LOS PARAMETROS DE DEFORMACION CON LA TEMPERATURA Y EL MOMENTO ANGULAR

Los parámetros (en particular los que describen la deformación) que caracterizan el estado fundamental del núcleo se obtienen minimizando la energía total E del mismo respecto de los primeros. Tanto la temperatura como la rotación a las que puede estar sometido un sistema modifican la situación anterior, siendo necesario en un cálculo consistente, calcular los parámetros asociados al nuevo equilibrio.

Para un núcleo rotando con momento angular I se minimiza la energía $E(\text{def}, I)$, donde def engloba los parámetros de deformación del sistema. En las condiciones para las que el modelo de cranking es válido, ésta se puede obtener a partir de la energía correspondiente en el sistema rotante (Ne76):

$$E(\text{def}, I) = E'(\text{def}, \omega_{rot}) + \omega_{rot} I \quad (I.88)$$

donde

$$I = I(\text{def}, \omega_{rot}) \equiv - \frac{\partial E'(\text{def}, \omega_{rot})}{\partial \omega_{rot}} \quad (I.89)$$

o de manera equivalente

$$\omega_{rot} = \omega_{rot}(\text{def}, I) \equiv \frac{\partial E(\text{def}, I)}{\partial I} \quad (I.90)$$

y $E'(\text{def}, \omega_{rot})$ es el valor medio del hamiltoniano intrínseco (I.79) en el estado de energía mínima correspondiente a esa velocidad angular ω_{rot} y deformación (def).

Si suponemos además que el núcleo posee una temperatura T , el potencial efectivo que hay que estudiar es la energía libre (Di81):

$$F(\text{def}, I, T) = E(\text{def}, I, T) - TS(\text{def}, T) \quad (\text{I.91})$$

donde S es la entropía.

Igual que antes, F se puede obtener a partir de la energía libre en el sistema intrínseco F' :

$$F'(\text{def}, \omega_{\text{rot}}, I) = E'(\text{def}, \omega_{\text{rot}}, T) - TS(\text{def}, T) \quad (\text{I.92})$$

Según todo esto, los parámetros de deformación de un sistema a temperatura T y momento angular I son los que hacen mínima la energía libre (I.91). En principio la energía total en el sistema intrínseco se puede obtener sumando las energías monoparticulares ϵ'_p (solución del hamiltoniano de cranking) de los estados ocupados. Pero se sabe que estos modelos de capas no reproducen correctamente las propiedades de los núcleos en las que contribuyen todos los nucleones. Strutinsky (St67,68) desarrolló un método en el que se sintetizan la teoría macroscópica y microscópica manteniendo las ventajas de cada una y eliminando muchos de sus defectos. Este método, llamado Procedimiento de Corrección de Capas de Strutinsky se ha utilizado extensivamente desde entonces (JD73, MK74, Ne76, An76, Ne77, Ig70, Di81, etc).

En términos generales consiste en separar las propiedades globales (bulk properties) en una parte que varía suavemente con el número de nucleones y otra oscilante. La última se describe por el modelo de capas y para la primera (que no se obtiene correctamente por el anterior) se utiliza el modelo de la gota líquida (LDM). El problema restante es separar del valor de las propiedades globales calculadas con el modelo de capas, la parte que contiene las oscilaciones (δE en I.95) y que será la corrección al LDM, y la que varía suavemente (\bar{E} en I.95). Para ello se sustituyen los niveles discretos de energía monoparticulares ϵ_p por distribuciones suavizadas. Por ejemplo, si la densidad de niveles es una función delta:

$$g(\epsilon) = \sum_p \delta(\epsilon - \epsilon_p) \quad (\text{I.93})$$

ésta se sustituye por la distribución continua:

$$\tilde{g}(\epsilon) = \sum_p S(\epsilon - \epsilon_p) \quad (\text{I.94})$$

donde $S(\epsilon - \epsilon_p)$ representa una gaussiana o un conjunto de ellas (St67) (posteriormente se han utilizado otras aproximaciones, ver BM69, BM75 y referencias en ellos). La energía de un sistema a $T=0$ por ejemplo se escribiría en esta aproximación:

$$E_{\text{capas}} = \tilde{E} + \delta E \quad (\text{I.95})$$

con

$$E_{\text{capas}} = \int_{-\infty}^{\lambda} g(\epsilon) \epsilon d\epsilon = \sum_i \epsilon_i \quad (\text{I.96})$$

y la parte suavizada calculada de manera semejante pero con la densidad

$$\tilde{E} = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}(\epsilon) \epsilon d\epsilon \quad (\text{I.97})$$

donde λ y $\tilde{\lambda}$ son las energías de Fermi definidas a partir de las ecuaciones de número de partículas:

$$N = \int_{-\infty}^{\lambda} g(\epsilon) \epsilon d\epsilon$$

y

$$N = \int_{-\infty}^{\tilde{\lambda}} \tilde{g}(\epsilon) \epsilon d\epsilon \quad (\text{I.98})$$

La correlación de capas δE (parte oscilante) es la diferencia entre (I.96) y (I.97). La fórmula final de la energía es:

$$E_{\text{TOTAL}} = E_{\text{LDM}} + \delta E = E_{\text{LDM}} - \tilde{E} + E_{\text{capas}} \quad (\text{I.99})$$

En el caso que nos interesa de conocer la evolución de los parámetros de deformación con I y T , es necesario, como hemos dicho, calcular la energía libre (I.91). A partir de (I.92) y (I.28) se escribe:

$$F = E' + I \omega_{\text{rot}} - TS$$

El método de calcular las correcciones de capas δF es análogo al comentado para la energía y se puede encontrar con detalle, por ejemplo en (Ne76) para $T=0$ y (Di81) e (Ig70) para $T \neq 0$, $I \neq 0$. El modelo de la gota líquida se extiende también para describir la rotación (Co74) y la temperatura (Di81).

La figura (I.8) muestra las superficies de energía libres F en el plano definido por los parámetros de deformación ϵ y γ (no se han considerado deformaciones hexadecapolares) para $I=40\hbar$ y tres temperaturas diferentes calculadas (Di84) por el método de Strutinsky siguiendo el procedimiento dado en (Di81) para corrección del modelo de capas, pero tratando en este caso la rotación con la aproximación de cranking y permitiendo $\gamma \neq 0$. Se observa como conforme aumenta la temperatura el efecto de capas, muy acentuado para $T=0$, va desapareciendo. A $T=2$ MeV la superficie es ya muy suave y similar a la calculada simplemente por el modelo de la gota líquida (ver figura I.9) para el mismo momento angular.

La evolución clásica de los parámetros ϵ y γ con el momento angular se puede observar en la figura (I.10) donde se representan los mínimos de las superficies de energía calculadas por (An76) el modelo de la gota líquida. El núcleo, en principio esférico, se va deformando progresivamente conforme aumenta el espín I , manteniendo simetría axial en torno al eje de rotación ($\gamma=60^\circ$). Esto se debe a que esta deformación conduce al valor máximo del momento de inercia y por tanto al mínimo de la energía de rotación para un ϵ dado. Cuando el espín es suficientemente grande tiende a una deformación prolata que termina finalmente en fisión. La corrección de capas hace que el núcleo pueda ser deformado a $I=0$. A veces esta corrección no permite que sistema se haga oblató al rotar manteniéndose triaxial, hasta que a momentos angulares mayores, el mínimo

se desplaza al eje $\gamma=0^\circ$, para fisionar posteriormente.

En las tierras raras más ligeras (Sm, Gd, Dy, Er) el efecto de capas hace que estos núcleos disminuyan su deformación al aumentar la velocidad angular, hasta valores del espín ($I \approx 60\hbar$) para los que los efectos clásicos de la rotación predominan (ver An76).

La variación del comportamiento anterior con la temperatura se intuye fácilmente por el hecho, ya comentado, de que ésta tiende a destruir las correcciones debidas a la estructura de capas: el aumento de T produce entonces un acercamiento al resultado de la gota líquida, de la figura I.10.

En la figura (I.11) se observa esta evolución para el ^{108}Sn , donde se han representado los mínimos de la energía de superficie de energía libre calculada por el método de Strutinsky por Diebel (Di84) de la misma manera que la figura (I.8).

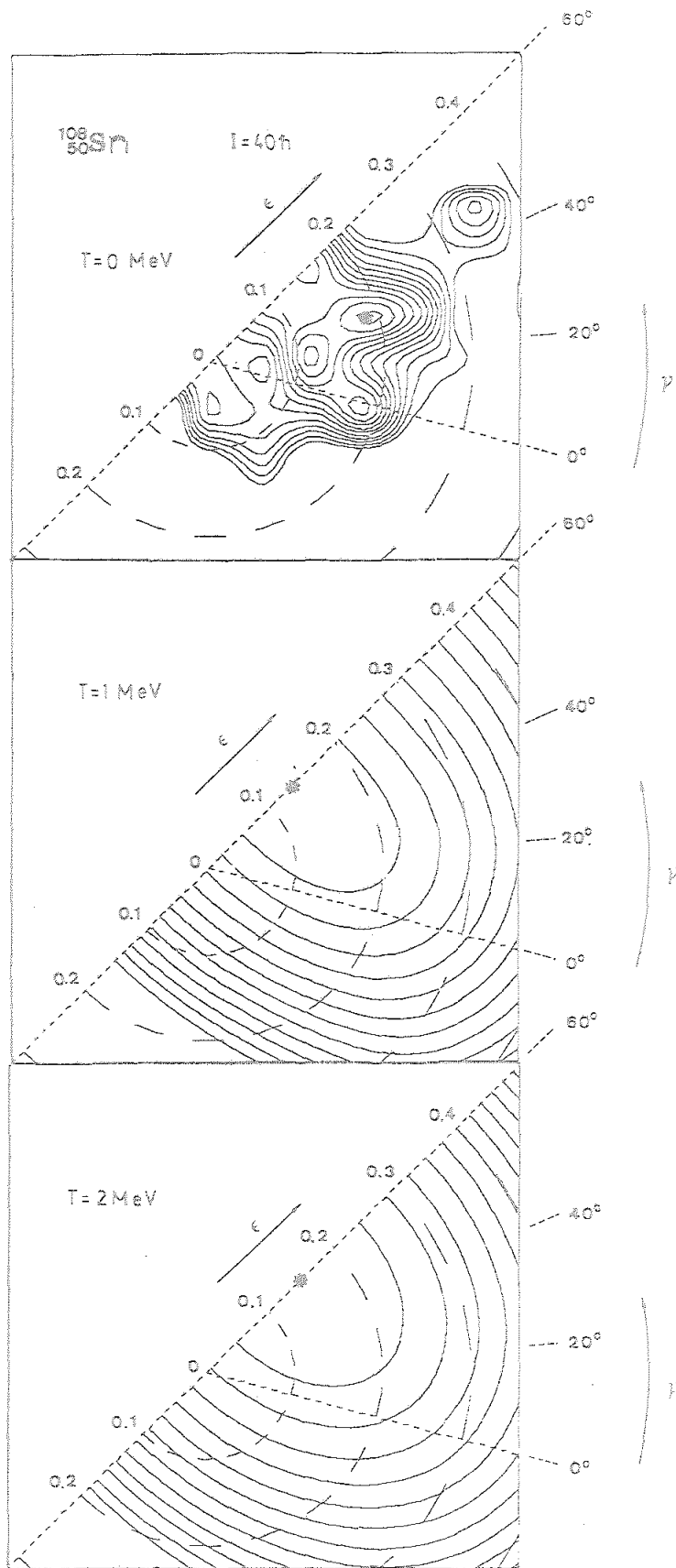


FIGURA 1.8. Superficies de energía libre $F(\text{def}, I, T)$ en el plano (ϵ, γ) para el núcleo ^{108}Sn a $I=40\hbar$ y distintos valores de temperatura. Están representadas por medio de líneas equipotenciales separadas 0.5 MeV a partir del valor mínimo representado por un asterisco. Estas superficies se calcularon (D184) por el procedimiento de Strutinsky tal como se describe en (D181) pero utilizando el modelo de cranking para la rotación. El campo medio usado es un potencial de Nilsson con los parámetros dados en la tabla III.1.A.

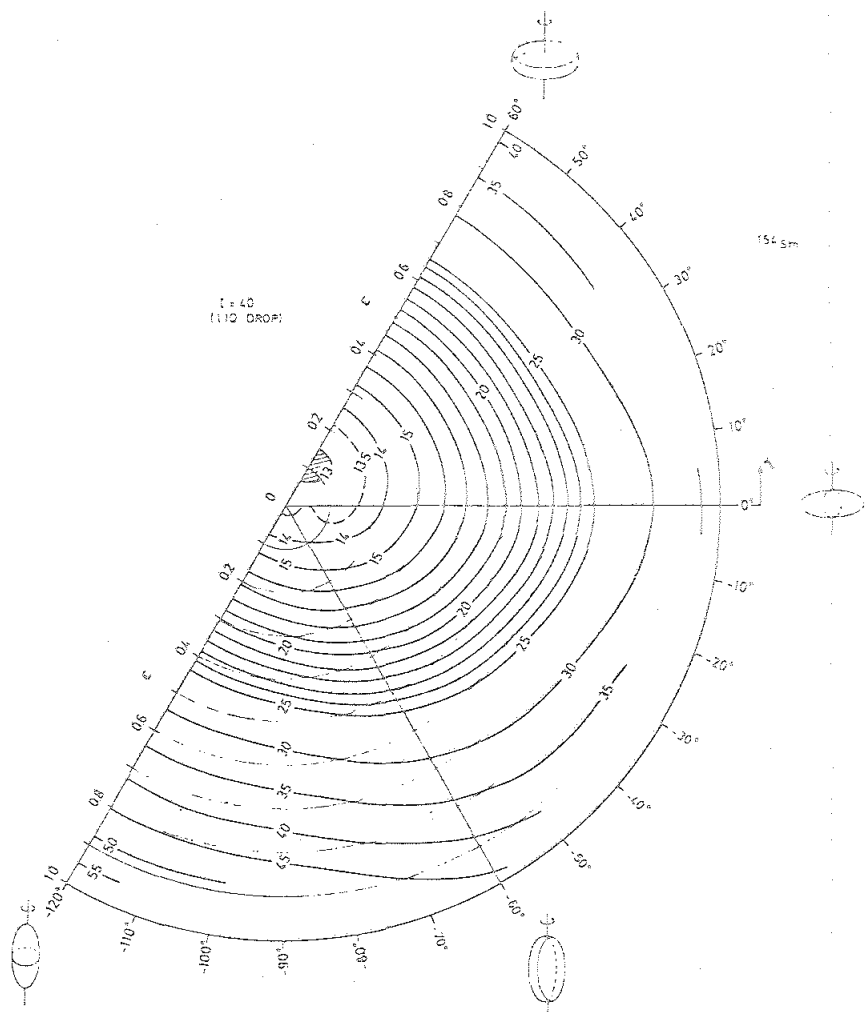


FIGURA I.9 Superficie de energía de rotación calculada con el modelo de la gota líquida para el ^{154}Sm , $I=40\hbar$ en función de los parámetros de deformación (ϵ, γ). Esta figura está tomada de (An76).

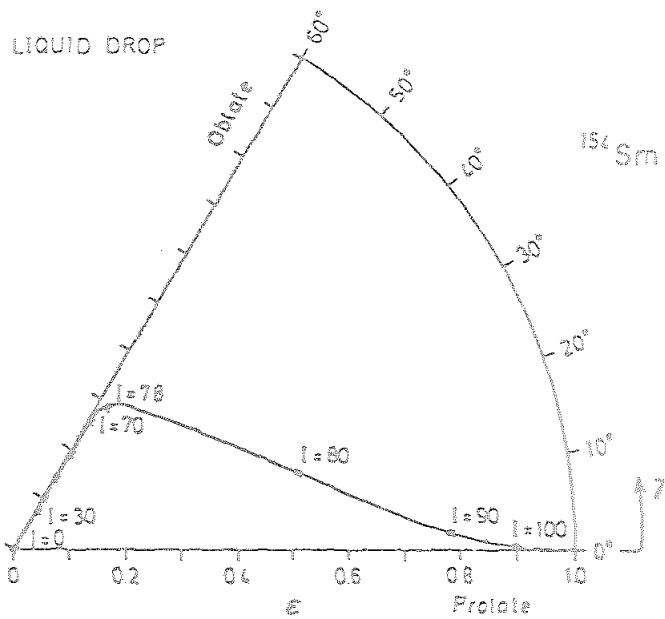


FIGURA I.10 Mínimos de la superficie de energía de rotación para el ^{154}Sm calculada con el modelo de la gota líquida en función de los parámetros ϵ y γ y para distintos valores del momento angular I , (An76).

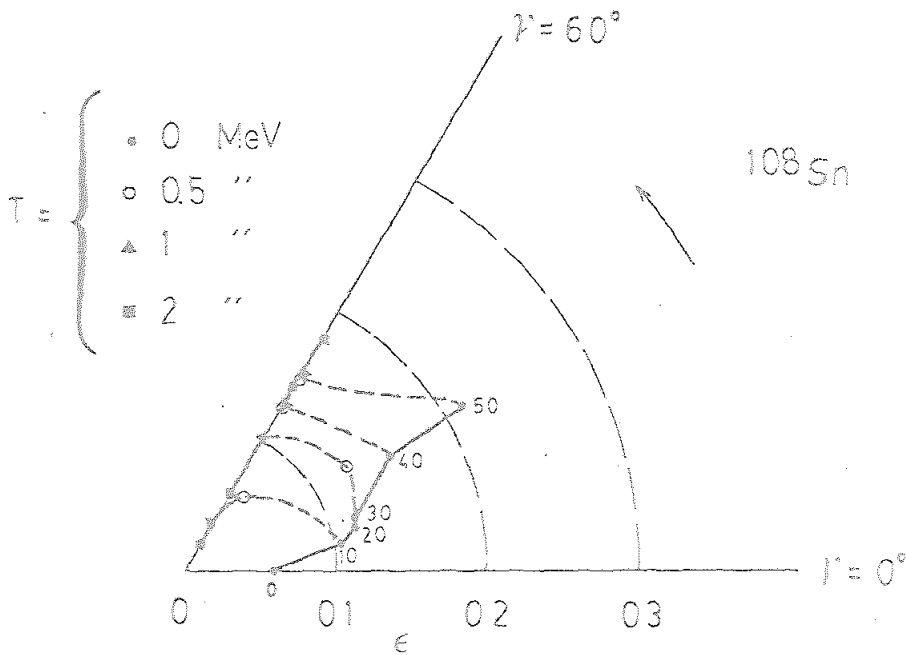


FIGURA I.11 Mínimos de la superficie de energía libre $F(\text{def}, I, T)$, calculadas por el procedimiento de Strutinsky de la misma manera que las de la figura (1.8), para distintos valores del momento angular y la temperatura. La línea gruesa une los mínimos para varios valores del espín a $T=0$ y las discontinuas indican la evolución de los anteriores con la temperatura ($T=0.5$ y 2 MeV).

CAPITULO II

II.1. INTRODUCCION

Existen numerosos datos experimentales sobre vibraciones de la densidad nuclear en torno a su posición de equilibrio en el estado fundamental (por ejemplo, la recopilación de resonancias de superficie y volumen dada en (BE81) y (Sp81)). La aproximación de la RPA describe, como hemos dicho en el capítulo anterior, de manera conveniente las características de estos modos de excitación.

En 1955 Brink (BR55) propuso también la existencia de vibraciones basadas en cualquier estado excitado del núcleo con propiedades que no dependían fuertemente de los detalles del estado nuclear.

En los últimos años se han observado en el espectro de decaimiento que sigue a reacciones muy inelásticas, rayos provenientes de la desexcitación de estados de naturaleza similar a las vibraciones basadas en el estado fundamental pero construidas sobre estados excitados del núcleo (ver sección III.1). En estas reacciones se transfiere gran cantidad de energía y momento angular del movimiento relativo a los grados internos de libertad. Experimentalmente existen bastantes indicios de que el sistema, después de la reacción, alcanza rápidamente un equilibrio térmico (G080) y referencias en la introducción del capítulo III). La parte de la energía transferida no utilizada en deformar al núcleo o aumentar su momento angular se puede interpretar, entonces, en términos de temperatura nuclear. Las resonancias observadas en las reacciones de las que hablábamos antes están construidas por tanto sobre estados con un momento angular y una temperatura finitos. Es interesante separar, aunque sólo sea en un plano teórico, los posibles efectos producidos sobre las vibraciones del núcleo por los dos tipos diferentes de excitación.

En este capítulo se estudia la evolución con la temperatura de modos de oscilación de superficie y volumen (isoescalares e isovectoriales) de distintas multipolaridades en núcleos esféricos. Expondremos la generalización de la RPA para sistemas esféricos a temperatura finita, suponiendo ésta lo suficientemente pequeña para que la aproximación de niveles monoparticulares independientes de T sea válida (sección I.3). Como ejemplos ilustrativos, se aplica la teoría a dos núcleos esféricos: ^{208}Pb y ^{40}Ca .

El tratamiento completo se realiza en el capítulo siguiente donde se admiten momento angular y deformación distintos de cero. En él se comentará brevemente un experimento (formación núcleo compuesto) que permite la observación de resonancias sobre estados excitados y que ya mencionamos. Se compararán los resultados experimentales y teóricos.

II.2 ESTUDIO DE VIBRACIONES ISOESCALARES E ISOVECTORIALES EN NUCLEOS ESFERICOS

II.2.1 Propiedades

Los modos de vibración basados en un estado esférico se caracterizan por el número cuántico multipolar λ que representa el momento angular del cuanto. Cada modo λ tiene una degeneración $(2\lambda+1)$ que corresponde a los diferentes valores de la componente del momento angular. La paridad también se conserva en el núcleo esférico. Las oscilaciones que estudiamos tienen una paridad $\pi=(-1)^\lambda$. Si el número de protones y neutrones en el núcleo es el mismo, este tiene isospín bien definido ($T=0$ en el estado fundamental). Los estados vibratoriales se caracterizan además por un valor de T . Este puede ser 0 (modos isoescalares) ó 1 (modos isovectoriales) dependiendo de cómo se acoplen los estados excitados partícula-agujero de neutrones ($t_z=1/2$) y protones ($t_z=-1/2$) que componen el fonón. El acoplamiento a isospín $T=0$ es :

$$\sum_{t_z} \langle \frac{1}{2} t_z \frac{1}{2} - t_z | 0 0 \rangle (2t_z) \Gamma_{ki}^+ (t_z)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\Gamma_{ki}^+ (t_z = \frac{1}{2}) + \Gamma_{ki}^+ (t_z = -\frac{1}{2}) \right) \quad (\text{II.1})$$

donde Γ_{ki}^+ se da en la ecuación (I.16) y $+2t_z=(-1)^{\frac{1}{2}-t_z}$ es una fase que relaciona el operador creador de hueco de isospín ($-t_z$) con el de destrucción de una partícula de isospín (t_z) de manera análoga a la definición (I.17) para la base esférica y según la convención seguida en (BM69).

El acoplamiento (II.1) conduce a un movimiento en fase de protones y neutrones que se favorece por la fuerza atractiva existente entre ambos tipos de partículas. La interacción producida es, por tanto, negativa e induce a una disminución de la energía de los modos colectivos respecto a la de las excitaciones monoparticulares.

La función de onda de un modo colectivo isoescalar muestra la existencia de una gran correlación entre la partícula y el agujero y además que ambos están la mayor parte del tiempo en la superficie nuclear (Be67). Se llaman normalmente por eso modos de superficie.

El acoplamiento de las excitaciones monoparticulares de protones y neutrones a isospín $T=1$,

$$\sum_{t_z} \langle \frac{1}{2} t_z \quad \frac{1}{2} - t_z \mid 10 \rangle \Gamma_{ki}^+ (t_z) = \frac{1}{2} \left(\Gamma_{ki}^+ (\text{neut}) - \Gamma_{ki}^+ (\text{prot}) \right) \quad (\text{II.2})$$

da lugar, por el contrario, a un movimiento de los dos tipos de nucleones en fase opuesta. Este movimiento origina una interacción repulsiva ya que va en contra de las fuerzas atractivas entre ellos, y por tanto un aumento en general de las energías de los modos colectivos en relación a los monoparticulares.

La energía de los modos colectivos isoescalesares de una multipolaridad dada se concentran principalmente en dos zonas del espectro. Los primeros (low lying modes: LLM, señalados con 1 en figura I.2) tienen energía pequeña y son generalmente los estados excitados más bajos de sistemas con equilibrio esférico. Agotan aproximadamente el 10% de la EWSR clásica (ver sección II.2.3). El resto se concentra en frecuencias más altas formando las resonancias multipolares gigantes (GR, 2 en figura II.2) que están asociadas con las transiciones monoparticulares entre capas principales N distintas. Experimentalmente estas últimos modos tienen una anchurafinita que se explica por acoplamientos con estados más complicados que las excitaciones 1 partícula- 1 agujero y que por tanto no se obtiene de la RPA.

Los modos isovectoriales son generalmente de energía alta (número 3 en la figura 1) y agotan prácticamente toda la EWSR ($\tau=1$). De ellos el más conocido es el de multipolaridad $\lambda=1$: la resonancia dipolar gigante. Esta se estudiará en el capítulo III.

II.2.2 Hamiltoniano de interacción

Los modos isoescalesares se pueden visualizar como una vibración de la densidad total de las partículas provocada por una oscilación de la superficie del núcleo. Para un modo de multipolaridad λ el modelo más simple consiste en considerar pequeñas deformaciones con la misma simetría que varían el radio del núcleo en una cantidad δR_λ manteniendo la difusividad constante. La variación δR_λ viene dada por:

$$\delta R_\lambda \approx R_0 \sum_P \alpha_{\lambda P} Y_{\lambda P}^* (\theta, \varphi) \quad (\text{II.3})$$

donde R_0 es el valor medio del radio en el estado de equilibrio y $\alpha_{\lambda P}$ son las amplitudes vibracionales que describen el desarrollo tensorial de la densidad total (ec. I.8).

El cambio en el potencial originado por la variación (II.3) del radio es:

$$\delta V_{\lambda}(z=0) \approx -R_0 \frac{\partial V(r-R_0)}{\partial r} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) \quad (\text{II.4})$$

comparando la ecuación (II.2) con la (I.13) el campo F vibracional (que ahora es un tensor $F_{\lambda\mu}$) viene dado por:

$$F_{\lambda\mu}(\vec{r}) = -\frac{1}{\chi} R_0 \frac{\partial V(r-R_0)}{\partial r} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \quad (\text{II.5})$$

donde $\chi_{z=0}$ es la constante de acoplamiento obtenida evaluando la ecuación (I.18) con la variación de la densidad (I.13). Su valor es (BM75):

$$\chi_{z=0} = -\frac{R_0^2}{4\pi} \int \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) \rho_0 dz \quad (\text{II.6})$$

Las ecuaciones (II.5) y (II.6), nos permiten escribir el hamiltoniano de interacción del tipo (I.21) para los modos isoscalares, de la forma:

$$H_{\lambda, z=0} = \frac{\chi_{z=0}}{2} \sum_{\mu} \hat{F}_{\lambda\mu, z=0} \hat{F}_{\lambda\mu, z=0}^{\dagger} \quad (\text{II.7})$$

con:

$$\begin{aligned} \hat{F}_{\lambda\mu, z=0} &= \sum_{t_2} (2t_2) \langle \frac{1}{2} t_2 \frac{1}{2} - t_2 | 00 \rangle \hat{F}_{\lambda\mu, t_2} \\ &= \hat{F}_{\lambda\mu, t_2=1/2} + \hat{F}_{\lambda\mu, t_2=-1/2} \end{aligned} \quad (\text{II.8a})$$

y

$$\hat{F}_{\lambda\mu, t_2} = \sum_{m, m'} \langle m | F_{\lambda\mu} | m' \rangle a_m^{\dagger}(t_2) a_{m'}(t_2) \quad (\text{II.8b})$$

$F_{\lambda\mu}$ en la expresión (II.8b) está dado en la ec. II.5 .

Los modos isovectoriales suponen vibraciones de la densidad isovectorial:

$$\rho_{\lambda}(r) = \rho_{neut}(r) - \rho_{prot}(r) \quad (\text{II.8})$$

Un modelo para estudiar estos modos se basa en un campo vibracional $\hat{F}_{\lambda\mu, z=1}$ con la misma dependencia radial que $F_{\lambda\mu}$ (ec. II.5) pero actuando con signo opuesto sobre protones y neutrones

$$\begin{aligned} \hat{F}_{\lambda\mu, z=1} &= \sum_{t_z} (2t_z) \langle \frac{1}{2} t_z \frac{1}{2} - t_z | 1 0 \rangle \hat{F}_{\lambda\mu, t_z} \\ &= \hat{F}_{\lambda\mu, t_z = \frac{1}{2}} - \hat{F}_{\lambda\mu, t_z = -\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

de manera que origina excitaciones del tipo II.2. (Notar que para que los acoplamientos (II. a) y (II.9) originen realmente un isospín bien definido se tiene que suponer que los niveles de protones y neutrones son idénticos). El hamiltoniano de interacción análogo al dado en (II.7) es:

$$H_{\lambda, z=1} = \frac{\chi_{z=1}}{2} \sum_{\mu} \hat{F}_{\lambda\mu, z=1} \hat{F}_{\lambda\mu, z=1}^{\dagger} \quad (\text{II.10})$$

Hasta ahora se ha supuesto que el núcleo que estudiamos tiene isospín bien definido ($N=Z$). En general, esto no es cierto, y por tanto, los estados excitados del tipo (II.1) y (II.2) se mezclan originando modos donde z es sólo aproximadamente un buen número cuántico. El hamiltoniano, entonces, se puede escribir (BB75)

$$H_{\lambda} = H_{\lambda, z=0} + H_{\lambda, z=1} + H'_{\lambda} \quad (\text{II.11})$$

donde $H_{\lambda, z=0}$ y $H_{\lambda, z=1}$ se han definido en (II.7) y (II.10) y

$$H'_{\lambda} = \chi' \sum_{\mu} \hat{F}_{\lambda\mu, z=1} \hat{F}_{\lambda\mu, z=0}^{\dagger} \quad (\text{II.12})$$

es el hamiltoniano que acopla los modos isoescalares e isovectoriales.

La constante de acoplamiento χ' se encuentra exigiendo que las excentricidades medias de las órbitas de neutrones y protones provocadas por la interacción isovectorial sean iguales (ver

discusión en ref. (BB75)). Otra posible sugerencia puede ser el exigir que se igualen los momentos multipolares totales de neutrones y protones $\langle \mathcal{F}(-1/2) \rangle = \langle \mathcal{F}(+1/2) \rangle$ pero esto provoca la existencia de ciertas zonas en la superficie con gran exceso de un determinado tipo de partículas que implica la aparición de una contradicción entre el carácter repulsivo de la interacción isovectorial y el atractivo de las fuerzas de corto alcance).

En primer orden en $(N-Z)$, χ' es:

$$\chi' = -\chi_{2=1} \frac{(N-Z)}{A} \quad (\text{II.13})$$

Como es lógico si el núcleo tiene el mismo número de protones y neutrones, $\chi' = 0$ y los modos isoescalares e isovectoriales son independientes.

Generalmente para un potencial monoparticular de oscilador armónico se emplea la aproximación al campo $F_{\lambda\mu}$ de la ecuación (II.5):

$$F_{\lambda\mu} = r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \cdot \text{fase}$$

por conveniencia en el cálculo de los elementos de matriz de la transición $\langle i|F|j \rangle$. Los cálculos indican (Ro70) que los resultados son bastante independientes de la forma radial de F siempre que ésta no tenga nodos y que su mayor peso esté en la superficie.

En el caso de esta definición de $F_{\lambda\mu}$, la constante de acoplamiento k_λ para el hamiltoniano isoescalar es (BM75)

$$\chi_\lambda = -\frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{M\omega_0^2}{A\langle r^{2\lambda-2} \rangle}$$

donde $\hbar\omega_0$ es la distancia entre capas mayores.

Para los modos isovectoriales la constante de acoplamiento viene dada por (ver discusión en (BM75))

$$\chi_{\lambda, \nu=1} = \frac{\pi V_1}{A\langle r^{2\lambda} \rangle}$$

donde $V \cong 100$ MeV es el potencial de simetría.

II.2.3 Soluciones de la RPA

Reglas de suma pesadas con la energía (EWSR)

En este capítulo se pretenden estudiar distintas vibraciones de un núcleo esférico a temperatura finita. Para ello se puede observar la evolución de las fracciones de las reglas de suma (definidas en las secciones I.1.3 y I.2.3) agotadas por cada modo y su evolución con T . Seguidamente damos las expresiones para distintas reglas de suma pesadas con la energía (EWSR) basándonos en los resultados obtenidos en el apéndice II.A, donde se desarrollan las ecuaciones de la RPA para el núcleo esférico. Nos referiremos siempre a la notación utilizada en ese apéndice.

II.2.3.1 EWSR isoescalar

Supongamos el operador definido:

$$Q_{\lambda\mu}(\hat{r}) = i^\lambda r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \quad (\text{II.14})$$

que actúa igual para protones y neutrones. La fase i^λ en (II.14) se ha introducido para que se verifiquen las condiciones dadas en la tabla II.A.1 para el operador $Q_{\lambda\mu}$.

En segunda cuantificación se puede escribir como:

$$\hat{Q}_{\lambda\mu, \tau=0} = Q_{\lambda\mu}(t_z=1) + Q_{\lambda\mu}(t_z=-\frac{1}{2}) \quad (\text{II.15})$$

$$Q_{\lambda\mu}(t_z = \frac{1}{2}) = \sum_{\substack{j > j' \\ (j, j') \in t_z}} \frac{\langle j || Q_\lambda || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \left\{ \Gamma_{t_z}^+ (j j', \lambda\mu) + (-1)^{\lambda+\mu} \Gamma_{t_z} (j j'; \lambda-\mu) \right\}$$

(Ver ec. IA.4) (II.16)

La regla de suma para este operador es (ec. I.68):

$$S(Q_{\lambda, \tau=0}, T) = \frac{1}{2Z} \sum_R e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \langle R | [\hat{Q}_\lambda, [H, \hat{Q}_\lambda]] | R \rangle \quad (\text{II.17})$$

que si suponemos que el hamiltoniano no contiene interacciones dependientes de la velocidad es: (equivalente a la ec. I.49 a $T=0$; ver también (CI85))

$$\begin{aligned}
S_{\text{clas}}(Q_{\lambda, \nu=0}, T) &= \frac{1}{Z} \sum_R \sum_{k=1}^A e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \\
&\times \langle R | \frac{\hbar^2}{2M_k} (\vec{\nabla}_k Q_{\lambda}(\vec{r}))^2 | R \rangle \\
&= \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} A \left(\frac{1}{Z(A)} \sum_R e^{-\frac{E_R - \lambda N}{T}} \langle R | r^{2\lambda-2} | R \rangle \right) \\
&= \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{\hbar^2}{2M} A \langle r^{2\lambda-2} \rangle_T \quad (\text{II.18})
\end{aligned}$$

Esta expresión de la regla de suma se suele llamar regla de suma clásica. Para temperaturas pequeñas el tamaño del núcleo no varía prácticamente con T y por tanto se espera que (II.18) se mantenga aproximadamente constante.

Suponiendo una densidad del tipo:

$$\rho_0(r) = \rho^0 \cdot \Theta(r - R_0)$$

donde R_0 es el radio del núcleo ($1.2 A$ fm) y ρ^0 es la densidad en su centro. Θ es una función escalón definida:

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$$

La expresión de la regla de suma clásica (II.18) queda:

$$S_{\text{clas}}(Q_{\lambda, \nu=0}, T) = \frac{\lambda(2\lambda+1)\lambda}{4\pi} \frac{\hbar^2 Z e^2}{2M} R_0^{2\lambda-2} \quad (\text{II.19})$$

El valor de (II.17) calculado suponiendo las partículas independientes es (ec. I.69):

$$\begin{aligned}
S^0(Q_{\lambda, \nu=0}, T) &= \sum_{\substack{j > j' \\ \substack{m, m' \\ t_2}}} (\epsilon_j - \epsilon_{j'}) |\langle j m | Q_{\lambda \mu} | j' m' \rangle|^2 (m_{j'} - m_j) \\
&= \sum_{\substack{j > j' \\ \substack{t_2 \\ (j, j')}}} (\epsilon_j - \epsilon_{j'}) |\langle j || Q_{\lambda} || j' \rangle|^2 (m_{j'} - m_j) \quad (\text{II.20})
\end{aligned}$$

donde $\langle j || Q_{\lambda} || j' \rangle$ es el elemento de matriz reducido

expresado:

$$\langle j \| Q_\lambda \| j' \rangle = \frac{\langle j m | Q_{\lambda\mu} | j' m' \rangle}{\langle j' m' \lambda \mu | j m \rangle} \sqrt{2j+1} \quad (\text{II.21})$$

$S(Q, T)$ para el sistema de fonones $\beta_n(\lambda\mu)$ es (ec. I.69)

$$S(Q_{\lambda, z=0}, T)^{RPA} = \sum_{n, \mu} \hbar \omega_n(\lambda) \left| \langle \beta_n^\dagger(\lambda\mu) | \hat{Q}_{\lambda, z=0} | 0 \rangle \right|^2 \quad (\text{II.22})$$

que empleando la expresión (II.A.29) queda:

$$\begin{aligned} S(Q_{\lambda, z=0}, T)^{RPA} &= \sum_n \hbar \omega_n(\lambda) \left| \langle \beta_n^\dagger(\lambda) \| \hat{Q}_{\lambda, z=0} \| \rangle \right|^2 \\ &= \sum_n \hbar \omega_n(\lambda) \sum_{\substack{j > j' \\ t_z}} \langle j \| Q_\lambda \| j' \rangle \left\{ X_{jj', t_z}(n, \lambda) + Y_{jj', t_z}(n, \lambda) \right\} (m_{j'} - m_j) \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

II.2.3.2 Regla de suma isovectorial

Definimos un operador \hat{Q} con la misma dependencia radial (II.14) que el anterior pero actuando ahora con signo contrario sobre protones y neutrones:

$$\hat{Q}_{\lambda\mu, z=1} = \hat{Q}_{\lambda\mu}(t_z = \frac{1}{2}) - \hat{Q}_{\lambda\mu}(t_z = -\frac{1}{2}) \quad (\text{II.24})$$

donde $Q_{\lambda\mu}(t_z)$ está expresado en segunda cuantificación en (II.16).

Se ve fácilmente que las expresiones de la regla de suma isovectorial clásica y de partícula independiente coinciden con las isoescalares (II.18 y II.20 respectivamente) ya que siempre aparece en ellas el operador al cuadrado.

$$S_{\text{clas}}(Q_{\lambda, z=1}, T) = S_{\text{clas}}(Q_{\lambda, z=0}, T) \quad (\text{II.25})$$

$$S^\circ(Q_{\lambda, z=1}, T) = S^\circ(Q_{\lambda, z=0}, T)$$

La expresión de $S(Q_\lambda, z=1, T)$ para un sistema de fonones es análogamente:

$$S(Q_\lambda, z=1, T)^{RPA} = \sum_n \hbar \omega_n(\lambda) \sum_{\substack{j > j' \\ t_z}} (zt_z) \langle j || Q_\lambda || j' \rangle \\ \times \left\{ X_{jj', t_z}(n, \lambda) + Y_{jj', t_z}(n, \lambda) \right\} (m_{j'} - m_j) \quad (\text{II.26})$$

Aunque aparentemente $S(z=1)^{RPA}$ y $S(z=0)^{RPA}$ son diferentes, sus valores deben ser iguales ya que lo son para otros modelos (II.25) y según se ha comentado en la sección la regla de suma es independiente de ellos.

Vamos a sustituir en (II.26) y (II.23) las amplitudes X e Y por sus expresiones (II.A16)

$$S(Q_\lambda, z, T)^{RPA} = \sum_n \hbar \omega_n(\lambda) \sum_{\substack{j > j' \\ t_z}} (zt_z)^z \frac{\Lambda_n(t_z, \lambda)}{\sqrt{2\lambda+1}} \\ \times \frac{\langle j || Q_\lambda || j' \rangle \langle j || F_\lambda || j' \rangle 2(\epsilon_j - \epsilon_{j'})}{(\epsilon_j - \epsilon_{j'})^2 - (\hbar \omega_n(\lambda))^2} \quad (\text{II.27})$$

Supongamos ahora el caso particular de un núcleo con $N=Z$, Los modos de excitación tienen entonces isospín σ bien definido, $\beta_n(\lambda, \sigma, z)$. Según la sección II.A.2 los valores de los parámetros Λ_n verifican:

$$\Lambda_{n, \sigma=0} \left(\frac{z}{2}, \lambda \right) = \Lambda_{n, \sigma=0} \left(-\frac{z}{2}, \lambda \right) \equiv \Lambda_{n, \sigma=0}(\lambda)$$

$$\Lambda_{n, \sigma=1} \left(\frac{z}{2}, \lambda \right) = -\Lambda_{n, \sigma=1} \left(-\frac{z}{2}, \lambda \right) \equiv \Lambda_{n, \sigma=1}(\lambda) \quad (\text{II.28})$$

sustituyendo en II.27

$$S(Q_\lambda, z, T)^{RPA} = \sum_n \hbar \omega_n(\lambda, \sigma'=0) \frac{\Lambda_{n, \sigma'=0}}{\sqrt{2\lambda+1}} t_n(\sigma'=0) (1 + (-1)^z) \\ + \sum_n \hbar \omega_n(\lambda, \sigma'=1) \frac{\Lambda_{n, \sigma'=1}}{\sqrt{2\lambda+1}} t_n(\sigma'=1) (1 - (-1)^z) \quad (\text{II.29})$$

donde

$$2 t_m(z) = \sum_{\substack{j > j' \\ t_2}} \frac{\langle j \| Q_\lambda \| j' \rangle \langle j \| F_\lambda \| j' \rangle 2 (\epsilon_j - \epsilon_{j'})}{(\epsilon_j - \epsilon_{j'})^2 - (\hbar \omega_m(\lambda, z))^2} \quad (\text{II.30})$$

En el caso en el que el núcleo tenga isospín bien definido, sólo contribuyen a cada tipo de reglas de suma (isoescalar o isovectorial) los modos del mismo carácter, según se ha obtenido en (II.29). Para $N \neq Z$, cualquier modo contribuye a ambas reglas de suma, aunque los colectivos agotan preferentemente una de ellas, manteniéndose para ellos aproximadamente el isospín como buen número cuántico.

II.2.3.3 EWSR eléctrica

Es frecuente referirse a la fracción de la regla de suma del momento eléctrico multipolar $Q(E_{\lambda\mu})$ que agota un determinado modo de excitación del núcleo. Este operador aparece en el desarrollo multipolar del campo coulombiano U^c (JA62) producido por un proyectil a en el núcleo A y es el que provoca la excitación de éste último durante el proceso de colisión.

$$\begin{aligned} U_{aA}^c &= \int \rho^A(\vec{r}) \frac{d\vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}_a|} \\ &= \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \frac{4\pi Z_a e}{2\lambda+1} Q^*(E_{\lambda,\mu}) \frac{Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_a)}{r_a^{\lambda+1}} + \frac{Z_a Z_A e^2}{r_a} \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

donde r_a es la coordenada del proyectil y r la de cada partícula del núcleo A referidas al centro de masa de éste último.

El momento eléctrico multipolar es:

$$\begin{aligned} \hat{Q}(E_{\lambda\mu}) &= \int \hat{\rho}(\vec{r}) r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) d\tau \\ &= e \sum_k \left(\frac{1}{2} - t_2(k) \right) r_k^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_k) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

siendo $\hat{\rho}(\vec{r}) = e \sum_k \left(\frac{1}{2} - t_2(k) \right) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k)$ en la primera parte de

la ecuación (II.32) la densidad eléctrica de carga.

La dependencia en r del momento eléctrico es la misma que la de los operadores definidos anteriormente ((II.15) y (II.24)). Se puede escribir en función de ellos como :

$$\hat{Q}(E_{\lambda}, \mu) = \frac{e}{i} (\hat{Q}_{\lambda, \mu, z=0} - \hat{Q}_{\lambda, \mu, z=1}) \quad (\text{II.33})$$

donde se ha añadido a $\hat{Q}(E_{\lambda, \mu})$ la fase i^{λ} .

La regla de suma clásica (ver ecuación (II.18)) es :

$$S_{\text{clas}}(E_{\lambda}, T) = \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{k^2}{2M} z e^2 \langle r^{2\lambda-2} \rangle_{T \text{ prot}} \quad (\text{II.34})$$

Suponiendo que la contribución de protones es la misma que la de neutrones :

$$S_{\text{clas}}(E_{\lambda}, T) = \frac{e^2 z}{A} S_{\text{clas}}(Q_{\lambda, z=0}) \quad (\text{II.35})$$

El campo eléctrico, a diferencia de los $Q_{\lambda, z=0}$ y $Q_{\lambda, z=1}$, puede excitar tanto modos isoescales como isovectoriales. Esto se ve fácilmente en la expresión (II.33). Así la regla de suma calculada en la base de fonones se puede expresar como:

$$\begin{aligned} S(E_{\lambda}, T)^{\text{RPA}} &= \frac{e^2}{4} \left[S(Q_{\lambda, z=0}, T)^{\text{RPA}} + S(Q_{\lambda, z=1}, T)^{\text{RPA}} \right] \\ &- \frac{e^2}{4} \sum_m \hbar \omega_m(\lambda) \langle \beta_m^{\dagger}(\lambda) \| \hat{Q}_{\lambda, z=0} \| 0 \rangle \langle \beta_m^{\dagger}(\lambda) \| Q_{\lambda, z=1} \| 0 \rangle^* \\ &- \frac{e^2}{4} \sum_m \hbar \omega_m(\lambda) \langle \beta_m^{\dagger}(\lambda) \| \hat{Q}_{\lambda, z=1} \| 0 \rangle \langle \beta_m^{\dagger}(\lambda) \| Q_{\lambda, z=0} \| 0 \rangle^* \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

Para el caso $N = Z$ los dos últimos sumandos de (II.36) son 0 ya que entonces los modos $|\beta_{\lambda}^T(\lambda, \tau)\rangle$ tienen isospín bien definido y no pueden ser excitados desde el estado fundamental por dos operadores de distinto isospín. La expresión (II.36) queda :

$$\begin{aligned} S(E_{\lambda}, T)_{N=Z}^{RPA} &= \frac{e^2}{2} S(Q_{\lambda, \tau=0}, T)^{RPA} \\ &= \frac{e^2}{2} S(Q_{\lambda, \tau=1}, T)^{RPA} \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

Estas reglas de suma se suelen medir en unidades monoparticulares (single particle units : s.p.u.) definidas (BB75):

$$B(E\lambda)_{sp} = \frac{2\lambda+1}{4\pi} \left(\frac{3R_0^{\lambda}}{3+\lambda} \right)^2 e^2 \quad (\text{II.38a})$$

y

$$B(\lambda)_{sp} = \frac{2\lambda+1}{4\pi} \left(\frac{3R_0^{\lambda}}{3+\lambda} \right)^2 \quad (\text{II.38b})$$

para la regla de suma eléctrica y la isovectorial e isoescalar respectivamente. Esta unidad monoparticular es una estimación media de la probabilidad de transición originada por un operador del tipo (II.14) que actúa solamente sobre una partícula, de ahí su nombre.

En todas las expresiones dadas se ha supuesto que la T es suficientemente pequeña para que se pueda considerar que los niveles monoparticulares no dependen de ella (sección I.3)

II.3 APLICACIONES DE LA TEORIA

La teoría anterior se ha aplicado al cálculo de las vibraciones 1^- , 2^+ y 3^- ($\tau = 0, 1$) de los núcleos ^{208}Pb y ^{40}Ca a temperaturas 0 MeV y 3 y 4 MeV respectivamente. Estas últimas son aproximadamente las temperaturas extremas para las que es válido considerar los niveles monoparticulares

independientes de T ($\approx \hbar\omega_0/2$, (BQ74)).

Las funciones de onda de los niveles monoparticulares y sus energías proceden de un cálculo de Hartree-Fock con una interacción Skyrme III (Bo84). Los valores de las constantes de acoplamiento $\chi_{z=0}$ se han fijado ajustando la energía del modo dipolar isoescalar a 0 MeV en el caso del ^{208}Pb , y en el caso del ^{40}Ca la del LLM, $\lambda=3$ al valor experimental (EN78).

En el caso isovectorial, las constantes de acoplamiento $\chi_{z=1}$ se han escogido de manera que la intensidad de vibración dipolar ($\tau = 1$) se distribuya principalmente alrededor del centroide de energía dado experimentalmente (BF75). No se consigue sin embargo concentrar toda la EWSR dipolar en un solo pico a menos que se aumente su energía (aproximadamente 4 MeV en el ^{40}Ca) respecto al dato conocido. Hemos optado, no obstante, por mantener la primera distribución, ya que en la referencia (BB81), donde se utiliza el mismo potencial que en nuestro caso, se encuentra una dispersión análoga de la intensidad dipolar a nivel de la RPA, obteniéndose resultados comparables con el experimento al incluir en el cálculo estados más complicados.

La constante χ' de acoplamiento entre la fuerza isoescalar e isovectorial es la dada en la expresión (II.13). Los valores de $\chi_{z=0}$, $\chi_{z=1}$ y χ' se han considerado independientes de la temperatura, manteniéndose por tanto constantes en todo el cálculo.

La base contiene seis capas principales N para el caso del ^{40}Ca y nueve para el ^{208}Pb . Con esta extensión de la base, la regla de suma de partícula independiente (ecuación (II.20)) mantiene el valor clásico para todas las temperaturas y multipolaridades estudiadas.

La figura II.1 muestra la EWSR cuadrupolar (S^0 ($\lambda=2, T$), ecuación (II.20)) en unidades de partícula independiente ($B(\lambda=2)_{sp}$ (ecuación (II.38b)) en función de la temperatura para el núcleo ^{208}Pb . En ella se distinguen las distintas contribuciones a la regla de suma total que provienen de las excitaciones partícula-agujero (p-h: Γ_{ki}^+ , Γ_{ki}), partícula-partícula (p-p: $\Gamma_{kk'}^+$, Γ_{kk} ; $k > k'$) y agujero-agujero (h-h: $\Gamma_{ii'}^+$, Γ_{ii} ; $i > i'$) donde Γ^+ está definida en (I.16) y k e i numeran los niveles sobre el nivel de Fermi (estados de partícula) y bajo él (niveles de agujero) respectivamente (ver figura I.3). A temperatura 0 la única contribución a $S(\lambda=2)^0$ proviene de las excitaciones partícula-agujero, como es lógico. Conforme aumenta T los niveles próximos al nivel de Fermi adquieren números de ocupación n fraccionarios y pueden por tanto originar excitaciones $\Gamma_{kk'}^+$ ($k \neq k'$) o $\Gamma_{ii'}^+$ ($i \neq i'$) con probabilidades ($n_k(1-n_{k'})$ y $n_i(1-n_{i'})$ respectivamente) distintas de cero, que contribuyen a la regla de suma total. La EWSR asociada a excitaciones partícula-partícula se mantiene mayor para todas las temperaturas que la asociada a los saltos entre niveles por debajo del nivel de Fermi λ .

Esto se debe a la falta de simetría del número de niveles de la base respecto a λ . A pesar de la variación con T de las distintas contribuciones, la reglade suma total $S(\lambda, T)^0$ se mantiene prácticamente constante, lo que está de acuerdo con la estimación clásica de la regla de suma (sección II.2.3.1) y con el resultado obtenido en (CI85).

La figura II.1 nos sugiere además el hecho ya comentado del incremento con la temperatura del número de excitaciones monoparticulares que entran en el cálculo. Este número está representado en el detalle de la figura II.1 referido al obtenido a T=0. (Su aumento con T provoca una complicación en el cálculo, ya que el número de variables se hace considerablemente mayor).

En la figura II.2 se muestra la fracción de la regla de suma $S^0(\lambda=2)$ asociada con cada excitación monoparticular para el ^{208}Pb y para T=0 y 3 MeV. Los histogramas se han construido agrupando las intensidades S^0 en intervalos de energía de 1 MeV. Se observa en esta figura que la respuesta de un sistema de partículas independientes no se ve prácticamente afectada por la temperatura, ni desde el punto de vista global (S^0 total se mantiene aproximadamente constante), ni en detalle (su distribución en el espectro de energías permanece casi igual a T=3 MeV que a T=0 MeV).

Las respuestas de los sistemas ^{208}Pb y ^{40}Ca evaluadas con el formalismo de la RPA dependiente de la temperatura expuesto en este capítulo, se muestran en las figuras II.3 y II.4 respectivamente, para $\lambda^{\pi}=1^{-}, 2^{+}, 3^{-}$ y distintas temperaturas.

En general la influencia de la temperatura a nivel de RPA es pequeña. Entre los modos isoescalares podemos distinguir entre la evolución con T de los de energía más baja (LLM) y la de las resonancias gigantes (ver por ejemplo los casos $\lambda=2$ y $\lambda=3$ para el ^{208}Pb en la figura II.3). Conforme aumenta la temperatura, la intensidad en la zona más baja del espectro aparece dividida entre más energías. Las resonancias gigantes permanecen sin embargo prácticamente inalteradas. La energía de su pico principal se mantiene y sólo en el caso de la GQR del ^{208}Pb su intensidad se divide algo. La razón de estos comportamientos diferentes se debe a que la temperatura permite muchas más excitaciones de baja energía.

En el caso del ^{40}Ca a T=0 (ver figura II.4) no se obtiene el LLM cuadrupolar, lo que es normal en la RPA porque todas las excitaciones monoparticulares $\lambda=2$ son debidas en este núcleo a saltos de dos capas principales N, obteniéndose solamente la GQR. Según comentamos al principio del capítulo, el LLM está conectado con saltos de partículas entre orbitales de la misma capa N, por lo que para obtener este modo es necesario introducir acoplamiento de estados más complicados o una deformación diferente de cero del estado fundamental. Sin embargo a T=4 MeV parte de la intensidad cuadrupolar ha bajado a ≈ 5 MeV sugiriendo, efectivamente, la aparición de excitaciones partícula-partícula (p-p) y agujero-agujero (h-h) de energías pequeñas asociadas con $\Delta N=0$.

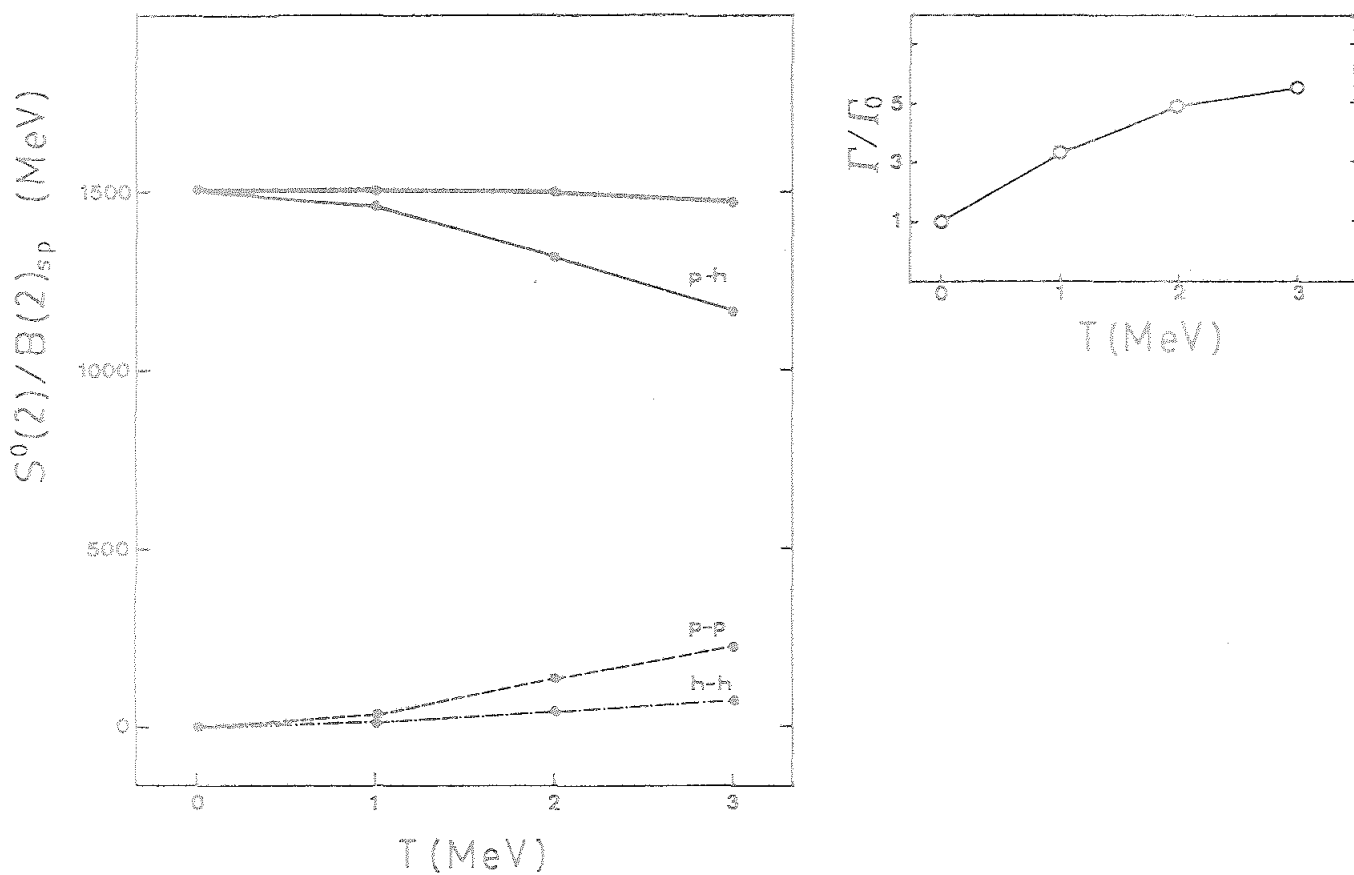


FIGURA II.1 Valores a diferentes temperaturas de la EWSR del modo cuadrupolar del ^{208}Pb calculada en una base de partícula independiente y medida en $\text{MeV}\cdot\text{s.p.u.}$ (unidades de partícula independiente). Las líneas fina y cortadas corresponden a las distintas contribuciones a la regla de suma total (línea gruesa). La figura de la derecha muestra el número (Γ) de excitaciones monoparticulares a distintas temperaturas referido a su valor (Γ_0) a $T=0$.

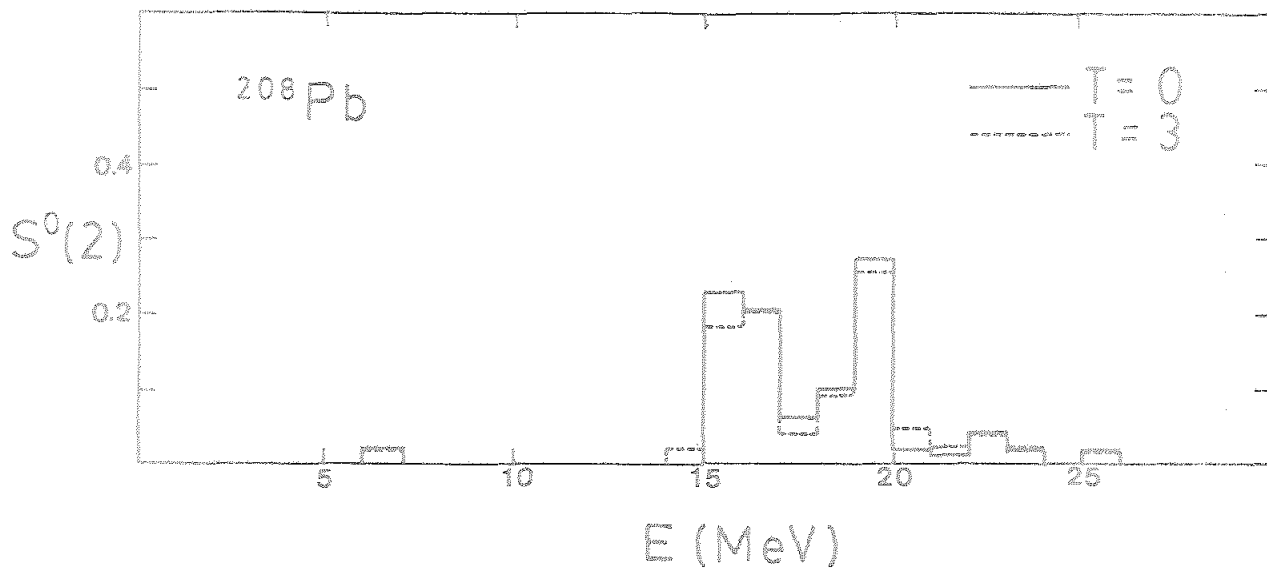


FIGURA II.2 Fracción de la regla de suma S^0 del modo cuadrupolar del ^{208}Pb asociada a cada excitación monoparticular a dos temperaturas: $T=0$ (línea continua) y 3 MeV (línea discontinua). Cada histograma agrupa las intensidades en intervalos de 1 MeV.

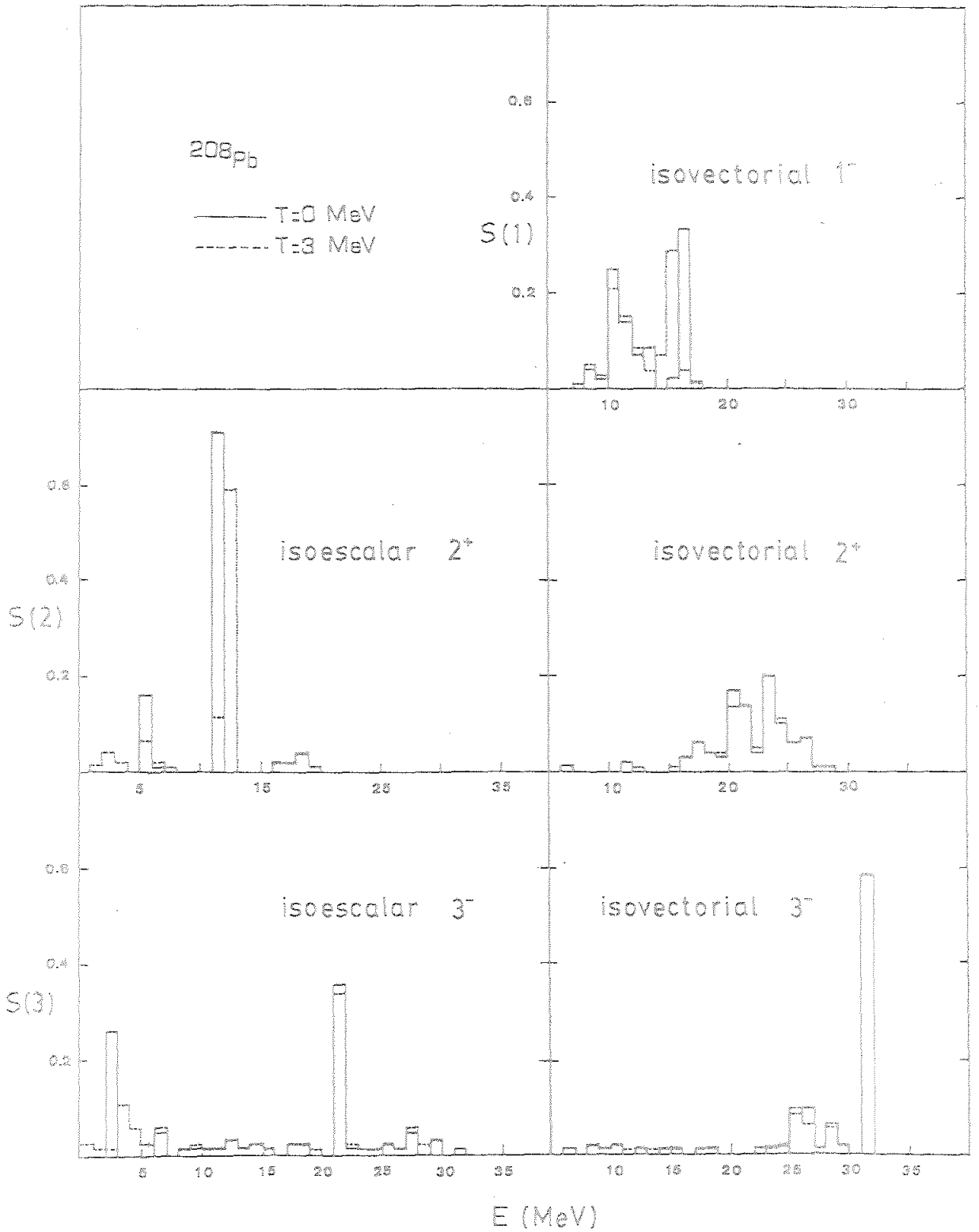
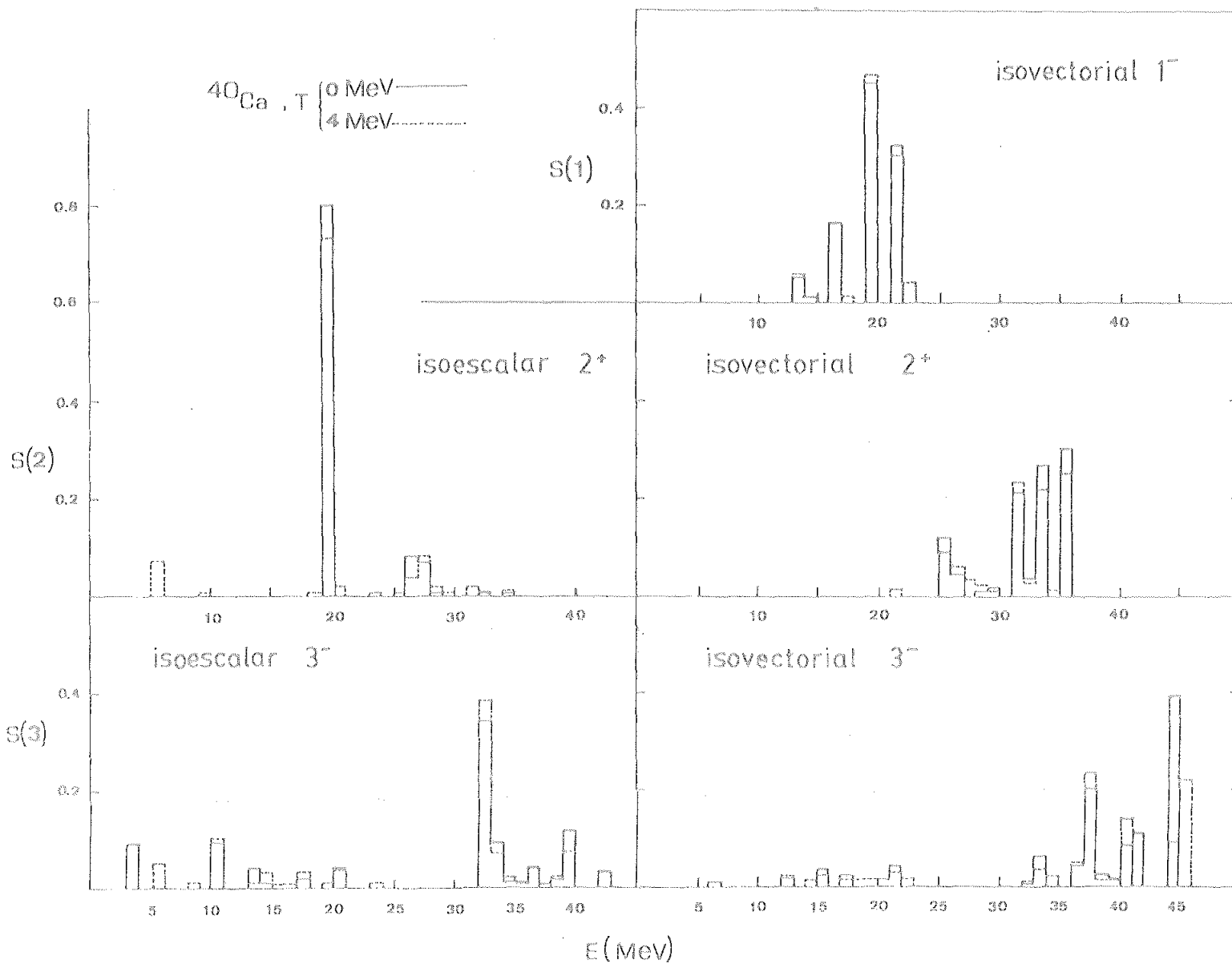


FIGURA II.3 Función de respuesta del ^{208}Pb para diferentes multipolaridades a temperatura nula (línea continua) y a 3 MeV (línea a trazos). Los histogramas se construyen igual que en la figura 2.

FIGURA II.4 Igual que en figura 3 pero para el núcleo ^{40}Ca a 0 y 4 MeV de temperatura.



La distribución de la regla de suma isovectorial se ve muy poco influida por la temperatura. La división inicial de su intensidad ("Landau damping") ya fue comentada al principio de la sección.

Así, en general, la respuesta de un sistema a un campo multipolar externo no varía significativamente al aumentar la temperatura en el rango estudiado. Esto se ha comprobado en la RPA, pero puede no ser cierto al incluir en el cálculo acoplamiento con estados más complicados, por ejemplo estados de dos partículas-dos agujeros en el orden siguiente de la teoría de perturbaciones. Según cálculos realizados a $T=0$ (BB81), los modos (marcados con λ' en la figura II.5) que más contribuyen en el acoplamiento son los LLM por ser los estados excitados del núcleo de menor energía. Estos son, como ya dijimos, los que se ven más afectados por la temperatura en la RPA, por lo que podrían producir un cambio en la respuesta del núcleo a $T \neq 0$.

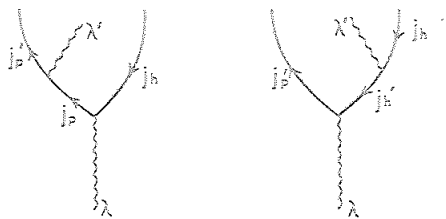


FIGURA II.5 Acoplamientos básicos entre partículas y fonones que contribuyen a la anchura de decaimiento (damping width) (figura tomada de (BB81)).

TABLA II.A.1

Convenciones de fase escogidas en el capítulo II

Operador de inversión temporal: T	Operador de Campo: $F_{\lambda\mu}$	Estados monoparticulares: $ jm;\alpha\rangle$	Operador creador de hueco: b^{\dagger}_{jm}
<p>Convención de fase colectiva</p> <p>$ik\sigma_y$</p> <p>$k \equiv$ operador conjugación</p> <p>$\sigma_y \equiv$ matriz de Pauli</p>	<p>i) $TF_{\lambda\mu}T^{-1} = (-1)^{\lambda+\mu} F_{\lambda-\mu}$</p> <p>ii) $F_{\lambda\mu}^H \equiv (-1)^{\lambda+\mu} (F_{\lambda-\mu})^{\dagger} = F_{\lambda\mu}$</p> <p>Se cumplen si se elige</p> <p>$F_{\lambda\mu} = f_{\lambda}(r) \frac{i}{\sqrt{2\pi}} Y_{\lambda\mu}(r); f_{\lambda}(\hat{r}) \in R$</p>	<p>$RT jm;\alpha\rangle = jm;\alpha\rangle$</p> <p>[BM69]</p> <p>$R \equiv$ rotación de ángulo π alrededor de un eje normal al eje Z</p>	<p>[BM69]</p> <p>$= Ta_{jm}T^{-1} =$</p> <p>$= (-1)^{j+m} a_{j-m}$</p>

APENDICE II.A

DESARROLLO DE LA RPA PARA SISTEMAS ESFERICOS

En el caso de núcleos esféricos resulta interesante desarrollar la teoría de la RPA, considerando inicialmente las excitaciones partícula-agujero acopladas a un buen momento angular, ya que simplifica notablemente el cálculo numérico. En esta apéndice se verán los cambios principales respecto al caso estudiado en las secciones I.2.3 y I.3.1, derivándose las ecuaciones de la RPA para el hamiltoniano general (II.11) a temperatura finita. El desarrollo está basado en la referencia (BB75), donde se encuentra realizado para $T=0$.

II.A.1 Ecuaciones de la RPA

El operador creador de fonones $\beta_m^\dagger(\lambda\mu)$, que ahora tiene un buen momento angular lo definimos

$$\beta_m^\dagger(\lambda\mu) = \sum_{j,j'} \left(\chi_{jj',t_z}(n,\lambda) \Gamma_{t_z}^\dagger(jj',\lambda\mu) - (-1)^{\lambda+\mu} \gamma_{jj',t_z}(n,\lambda) \Gamma_{t_z}(jj',\lambda-\mu) \right) \quad (\text{II.A.1})$$

donde $\Gamma_{t_z}^\dagger(jj',\lambda\mu)$ representa una excitación monoparticular de momento angular y proyección, producida por un salto de un nucleón del nivel j' al j .

$$\begin{aligned} \Gamma_{t_z}^\dagger(jj',\lambda\mu) &= [a_j^\dagger(t_z) b_{j'}^\dagger(t_z)]_{\lambda\mu} \\ &= \sum_{m,m'} \langle j m j' m' | \lambda \mu \rangle (-1)^{j+m} a_{j m}^\dagger(t_z) a_{j' -m'}(t_z) \end{aligned} \quad (\text{II.A.2})$$

donde el operador creador de hueco b_{jm}^\dagger se ha definido (ver tabla II.A.1):

$$b_{jm}^\dagger \equiv a_{\bar{j}m} \equiv T a_{j m} T^{-1} = (-1)^{j+m} a_{j -m} \quad (\text{II.A.3})$$

y T es el operador inversión temporal.

El campo $\hat{F}_{\lambda\mu}$ (ecuación II.8b) se puede reescribir en función de $\Gamma_{t_z}^\dagger(jj',\lambda\mu)$ de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \hat{F}_{\lambda\mu}(t_z) &= \sum_{\substack{j\ m \\ j'\ m' \\ (j\ m, j'\ m') \in t_z}} \langle j\ m | F_{\lambda\mu} | j'\ m' \rangle a_{j\ m}^\dagger(t_z) a_{j'\ m'}(t_z) \\
 &= \sum_{\substack{j > j' \\ (j\ j' \in t_z)}} \frac{\langle j || F_\lambda || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \left[\Gamma_{t_z}^\dagger(j\ j'; \lambda\ \mu) + (-1)^{\lambda+\mu} \Gamma_{t_z}(j\ j'; \lambda-\mu) \right]
 \end{aligned}
 \tag{II.A.4}$$

donde $\langle j || F_\lambda || j' \rangle$ es el elemento de matriz reducido del operador $F_{\lambda\mu}(\vec{r})$ (ec. II.5). En (II.A.4) se han utilizado las definiciones del operador hueco y las relaciones que determinan la fase de F_λ dadas en la tabla II.A.1 Estas últimas implican:

$$\langle j' || F_\lambda || j \rangle = \langle j' || F_\lambda || j \rangle^* = (-1)^{j'-j+\lambda} \langle j || F_\lambda || j' \rangle
 \tag{II.A.5}$$

la aproximación que se hace en la RPA de los conmutadores de Γ y Γ^\dagger (ec. I.60) se lee ahora:

$$\begin{aligned}
 &[\Gamma_{t_2}(j_1\ j'_1; \lambda_1\ \mu_1), \Gamma_{t_2}^\dagger(j_2\ j'_2; \lambda_2\ \mu_2)] \\
 &\cong \frac{1}{T} \langle 0 | [\Gamma_{t_2}(j_1\ j'_1; \lambda_1\ \mu_1), \Gamma_{t_2}^\dagger(j_2\ j'_2; \lambda_2\ \mu_2)] | 0 \rangle_T = \\
 &= (m_{j_1} - m_{j_1'}) \delta_{j_1 j_2} \delta_{j_1' j_2'} \delta_{\lambda_1 \mu_1, \lambda_2 \mu_2}
 \end{aligned}
 \tag{II.A.6}$$

donde (ver sección I.3):

$$m_j \equiv m_{j\ m} = m_{j\ m} = \frac{1}{1 + \exp \frac{\epsilon_j - \lambda}{T}}
 \tag{II.A.7}$$

ya que para el núcleo esférico a $I=0$ se cumple que:

$$\epsilon(j\ m) = \epsilon(\overline{j\ m}) = \epsilon_j
 \tag{II.A.8}$$

Para obtener las soluciones de la RPA se procede como hasta ahora, linealizando la ecuación (I.58) con la aproximación (II.A.6), sólo que en esta ocasión el hamiltoniano de interacción es más complicado (II.11).

Los operadores de campo $\hat{F}_{\lambda\mu, z=0}$, $\hat{F}_{\lambda\mu, z=1}$ del hamiltoniano se pueden escribir de forma compacta como:

$$\hat{F}_{\lambda\mu, z} = \sum_{t_z} (2t_z)^z \hat{\mathcal{F}}_{\lambda\mu} (t_z) \quad (\text{II.A.9})$$

y los $\hat{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}(t_z)$ están expresados en función de Γ y Γ^\dagger en la ecuación (II.A.4).

Utilizando (II.A.9), (II.A.4) y la definición de fonón (II.A.1), el conmutador $[F, \beta^\dagger]$ aproximado según (II.A.6), es ya fácil de calcular.

$$\begin{aligned} [\hat{F}_{\lambda\mu', z}, \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] &\cong \sum_{t_z} (2t_z)^z \langle 0 | [\mathcal{F}_{\lambda\mu'}(t_z), \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] | 0 \rangle_T \\ &= \sum_{t_z} (2t_z)^z \sum_{\substack{j, j' \\ (j, j') \in t_z}} \frac{\langle j || F_{\lambda} || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} (-1)^{\lambda+\mu} (m_j - m_{j'}) \\ &\quad \times [X_{jj', t_z}(\mu, \lambda) + Y_{jj', t_z}(\mu, \lambda)] \delta_{\mu, -\mu'} \quad (\text{II.A.10}) \end{aligned}$$

El conmutador para el operador adjunto $\hat{F}_{\lambda\mu}^\dagger$, se relaciona con el anterior fácilmente, ya que según la fase escogida (tabla II.A.1):

$$\hat{F}_{\lambda\mu, z}^\dagger = (-1)^{\lambda+\mu} \hat{F}_{\lambda, -\mu, z} \quad (\text{II.A.11})$$

Así:

$$\begin{aligned} [H_\lambda, \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] &= \frac{k_{\lambda,0}}{2} \sum_{\mu'} (-1)^{\lambda+\mu'} [\hat{F}_{\lambda\mu', 0}, \hat{F}_{\lambda, -\mu', 0}, \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] \\ &\quad + \frac{k_{\lambda,1}}{2} \sum_{\mu'} (-1)^{\lambda+\mu'} [\hat{F}_{\lambda\mu', 1}, \hat{F}_{\lambda, -\mu', 1}, \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] \\ &\quad + k' \sum_{\mu'} (-1)^{\lambda+\mu'} [\hat{F}_{\lambda\mu', 1}, \hat{F}_{\lambda, -\mu', 1}, \beta_n^\dagger(\lambda\mu)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \hat{F}_{\lambda\mu,0} \sum_{\substack{j>j' \\ t_z}} \frac{\langle j || F_\lambda || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} (m_{j'} - m_j) (K_{\lambda,0} + (2t_z) K'_\lambda) \\
&\quad \times (X_{jj', t_z}(m, \lambda) + Y_{jj', t_z}(m, \lambda)) \\
&+ \hat{F}_{\lambda\mu,1} \sum_{\substack{j>j' \\ t_z}} \frac{\langle j || F_\lambda || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} (m_{j'} - m_j) (2t_z K_{\lambda,1} + K'_\lambda) \\
&\quad \times (X_{jj', t_z}(m, \lambda) + Y_{jj', t_z}(m, \lambda))
\end{aligned}$$

que se puede escribir en función de $\hat{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}(t_z)$ (ver ecuación II.A.9) como:

$$[H_\lambda, \beta_m^\dagger(\lambda\mu)] = - \sum_{t_z} \hat{\mathcal{F}}_{\lambda\mu}(t_z) \Lambda_m(t_z, \lambda) \quad (\text{II.A.12})$$

donde se han definido los parámetros

$$\begin{aligned}
\Lambda_m(t_z, \lambda) = & - \sum_{\substack{j>j' \\ t_z}} \frac{\langle j || F_\lambda || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} (m_{j'} - m_j) (X_{jj', t_z}(m, \lambda) + Y_{jj', t_z}(m, \lambda)) \\
& \times [(K_{\lambda,0} + 2t_z K'_\lambda) + 2t_z (K_\lambda + 2t_z K_{\lambda,1})]
\end{aligned} \quad (\text{II.A.13})$$

A diferencia del caso de un hamiltoniano de interacción simple donde era necesario sólo un parámetro Λ , aquí se han definido dos diferentes, uno para cada tipo de nucleones.

El conmutador $[H_{sp}, \beta_{\lambda\mu}^\dagger(m)]$ es muy fácil de calcular y resulta:

$$[H_{sp}, \rho_{\lambda\mu}^{\dagger}(m)] \cong \sum_{\substack{j > j' \\ t_z \\ (j, j' \in t_z)}} (\epsilon_j - \epsilon_{j'}) (X_{jj', t_z}(n, \lambda) \Gamma_{t_z}^{\dagger}(jj', \lambda, \mu) \\ + (-1)^{\lambda+\mu} Y_{jj', t_z}(n, \lambda) \Gamma_{t_z}(jj', \lambda - \mu)) \quad (\text{II.A.14})$$

El resultado total de la ecuación I.58 es entonces:

$$\begin{cases} X_{jj', t_z}(n, \lambda) (\epsilon_j - \epsilon_{j'}) - \frac{\langle j || F_{\lambda} || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \Lambda_n(t_z, \lambda) = X_{jj', t_z}(n, \lambda) \hbar \omega_n(\lambda) \\ Y_{jj', t_z}(n, \lambda) (\epsilon_j - \epsilon_{j'}) - \frac{\langle j || F_{\lambda} || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \Lambda_n(t_z, \lambda) = -Y_{jj', t_z}(n, \lambda) \hbar \omega_n(\lambda) \end{cases} \quad (\text{II.A.15})$$

que conduce directamente a una expresión para las amplitudes del fonón similares a los casos anteriores:

$$\begin{cases} X_{jj', t_z}(n, \lambda) = \frac{\Lambda_n(t_z, \lambda)}{\sqrt{2\lambda+1}} \frac{\langle j || F_{\lambda} || j' \rangle}{(\epsilon_j - \epsilon_{j'}) - \hbar \omega_n(\lambda)} \\ Y_{jj', t_z}(n, \lambda) = \frac{\Lambda_n(t_z, \lambda)}{\sqrt{2\lambda+1}} \frac{\langle j || F_{\lambda} || j' \rangle}{(\epsilon_j - \epsilon_{j'}) + \hbar \omega_n(\lambda)} \end{cases} \quad (\text{II.A.16})$$

pero en este caso, los valores de $X_{jj'}$ e $Y_{jj'}$ son distintos para protones y neutrones ya que van pesados por un parámetro diferente

Si se sustituyen las amplitudes X e Y obtenidos en (II.A.16) en la expresión (II.A.13) se obtiene un sistema homogéneo de dos ecuaciones en $\Lambda_n(t_z, \lambda)$

$$\begin{cases} \Lambda_n(\frac{1}{2}, \lambda) = -\Lambda_n(\frac{1}{2}, \lambda) \delta_n(\frac{1}{2}) (K_{\lambda,0} + 2K'_{\lambda} + K_{\lambda,1}) - \Lambda_n(-\frac{1}{2}, \lambda) \delta_n(-\frac{1}{2}) (K_{\lambda,0} - K_{\lambda,1}) \\ \Lambda_n(-\frac{1}{2}, \lambda) = -\Lambda_n(\frac{1}{2}, \lambda) \delta_n(\frac{1}{2}) (K_{\lambda,0} - K_{\lambda,1}) - \Lambda_n(-\frac{1}{2}, \lambda) \delta_n(-\frac{1}{2}) (K_{\lambda,0} - 2K'_{\lambda} + K_{\lambda,1}) \end{cases} \quad (\text{II.A.17})$$

que tiene solución si su determinante es igual a cero:

$$\begin{vmatrix} \delta_m \left(\frac{1}{2}, \lambda \right) c_{m+1} & \delta_m \left(-\frac{1}{2}, \lambda \right) \sqrt{c_{pm}} \\ \delta_m \left(\frac{1}{2}, \lambda \right) \sqrt{c_{pm}} & \delta_m \left(-\frac{1}{2}, \lambda \right) c_{p+1} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{II A.18})$$

donde

$$c_m = K_{\lambda,0} + K_{\lambda,1} + 2K'_\lambda$$

$$c_p = K_{\lambda,0} + K_{\lambda,1} - 2K'_\lambda$$

$$c_{pm} = (K_{\lambda,0} - K_{\lambda,1})^2 \quad (\text{II A.19})$$

En las ecuaciones (II.A.17) y (II.A.18) es:

$$\delta_m(t_2,) = \sum_{j \neq j'} \frac{|\langle j \| F_\lambda \| j' \rangle|^2 (m_{j'} - m_j) 2(\epsilon_j - \epsilon_{j'})}{(\epsilon_j - \epsilon_{j'})^2 - (\hbar \omega_n(\lambda))^2} \quad (j, j') \in t_2 \quad (\text{II A.20})$$

La ecuación (II.A.18) permite determinar las energías $\hbar \omega_n(\lambda)$ del fonón. Efectuando algunas operaciones, ésta queda:

$$\frac{1}{S_+^2(\lambda)} + \frac{K_{\lambda,0} + K_{\lambda,1}}{S_+(\lambda)} + K_{\lambda,0} K_{\lambda,1} = \left(\frac{S_-(\lambda)}{S_+(\lambda)} \right)^2 (K_{\lambda,0} K_{\lambda,1} - K_X'^2) + K_X'^2 - 2K_X' \frac{S_-(\lambda)}{S_+^2(\lambda)} \quad (\text{II A.21a})$$

con

$$\begin{cases} S_+(\lambda) = \sum_{t_2} \delta_m(t_2, \lambda) \\ S_-(\lambda) = \delta_m\left(\frac{1}{2}, \lambda\right) - \delta_m\left(-\frac{1}{2}, \lambda\right) \end{cases} \quad (\text{II A.21b})$$

Este método de acoplamiento tiene la ventaja, muy clara en las ecuaciones escritas hasta ahora, de que el número de sumandos que las componen se reduce en un factor $(2j+1)$, disminuyendo el tiempo de computación. Por supuesto, al ser el hamiltoniano de interacción más complicado que en

ocasiones anteriores, el cálculo se hace algo más tedioso.

En el caso en que el número de protones sea igual que el de neutrones, el valor de S_+ (II.A.21b) es muy pequeño (es cero si se considera además que las funciones de onda y las energías de ambos tipos de partículas son idénticas). La constante de acoplamiento χ' , que es proporcional a $\tau_E = \frac{N-E}{2}$ (ver ecuación II.13), es también nula. La ecuación de dispersión (II.A.21a) conduce entonces a dos soluciones desacopladas:

$$S_+(\lambda) = \sum_{t_2} A_m(t_2, \lambda) = \begin{cases} -\frac{1}{k_{\lambda,0}} & \text{(II.A.22a)} \\ -\frac{1}{k_{\lambda,1}} & \text{(II.A.22b)} \end{cases}$$

que son similares a las que se hubieran obtenido resolviendo independientemente para el hamiltoniano isoescalar (II.7) y para el isovectorial (II.10) (comparar con el resultado obtenido para $H = \chi \cdot \hat{F} \cdot \hat{F}$ que se da en la ecuación (I.63)). Las correspondientes soluciones tendrán por tanto isospín bien definido. En general para valores pequeños de $|S_-(\lambda)|$ y $|\chi'|$, los estados propios del hamiltoniano total $H_{sp} + H_\lambda$ se podrían caracterizar por el número cuántico Z de isospín, aunque en este caso no se conserve totalmente.

La mezcla de carácter isoescalar e isovectorial se da principalmente en la parte alta del espectro, ya que la fuerza isovectorial repulsiva tiende a eliminar cualquier diferencia entre el comportamiento de neutrones y protones en la zona de baja energía. Por tanto, los modos de baja energía serán en general $Z=0$.

II.A.2 Cálculo de los parámetros

En la expresión II.A.16 de las amplitudes del fonón β_n^+ , quedan por determinar los valores de $\Lambda_n(t_2, \lambda)$, llamados intensidad de acoplamiento partícula-vibración porque son proporcionales al valor de los vértices que aparecen en la figura II.5. Como en ocasiones anteriores, éstos se calculan a partir de la condición de normalización de la base:

$$\begin{aligned} 1 &= \sum_T \langle \beta_m^+(\lambda, \mu) | \beta_m^+(\lambda, \mu) \rangle_T = \sum_T [\langle \beta_m(\lambda, \mu) | \beta_m^+(\lambda, \mu) \rangle]_T \\ &= \sum_{\substack{j > j' \\ t_2}} \left\{ |X_{jj', t_2}(m, \lambda)|^2 - |Y_{jj', t_2}(m, \lambda)|^2 \right\} (m_j - m_{j'}) \end{aligned} \quad \text{(II.A.23)}$$

De aquí, sustituyendo (II.A.16):

$$1 = \sum_{t_2} |\Lambda_m(t_2, \lambda)|^2 \Delta_{mb}(t_2) \quad (\text{II.A.24})$$

donde:

$$\Delta_{mb}(t_2) = \sum_{\substack{j > j' \\ (j, j' \in t_2)}} \frac{4(\epsilon_j - \epsilon_{j'}) \hbar \omega_m(\lambda) |\langle j || F_2 || j' \rangle|^2 (m_{j'} - m_j)}{(2\lambda + 1) ((\epsilon_j - \epsilon_{j'})^2 - (\hbar \omega_m(\lambda))^2)^2} \quad (\text{II.A.25})$$

La ecuación (II.A.24) junto con

$$\frac{\Lambda_m(-\frac{1}{2}, \lambda)}{\Lambda_m(\frac{1}{2}, \lambda)} = \frac{-\Delta_m(\frac{1}{2}, \lambda) (k_{\lambda, 0} - k_{\lambda, 1})}{1 + \Delta_m(-\frac{1}{2}, \lambda) (k_{\lambda, 0} - 2k'_{\lambda} + k_{\lambda, 1})} \quad (\text{II.A.26})$$

(obtenida de la ecuación II.A.17), forman un sistema de ecuaciones del que se pueden despejar

Es interesante notar a partir de (II.A.26), que para el caso $N=Z$ se cumple que $|\Lambda_m(-\frac{1}{2}, \lambda)| = |\Lambda_m(\frac{1}{2}, \lambda)|$, como era de esperar y que para modos isoescales ambos son del mismo signo, mientras que para modos isovectoriales tienen signos opuestos.

II.A.3 Elementos de matriz de transición de un operador multipolar

Supongamos un operador multipolar de un cuerpo $\hat{Q}_{\lambda\mu}$ que puede provocar transiciones desde el estado fundamental $|1\rangle$ a un estado excitado vibracional construido sobre el primero $(\beta_{\lambda}^{\dagger}(\lambda\mu)|\lambda\rangle)$. El elemento de matriz de la transición $0 \rightarrow \lambda\mu$ se puede escribir teniendo en cuenta la definición de vacío $|1\rangle$ de la RPA (ecuación I.28) como:

$$\langle \beta_{\lambda}^{\dagger}(\lambda\mu) | \hat{Q}_{\lambda\mu} | 1 \rangle = \langle 1 | [\beta_{\lambda}(\lambda, \mu), \hat{Q}_{\lambda\mu}] | 1 \rangle \quad (\text{II.A.27})$$

Si las fases de $\hat{Q}_{\lambda\mu} = \hat{Q}_{\lambda\mu}(t_2 = \frac{1}{2}) + \hat{Q}_{\lambda\mu}(t_2 = -\frac{1}{2})$ son tales que se verifican para este operador las mismas condiciones dadas en la tabla I.A.1 para $F_{\lambda\mu}$, se tiene una expresión análoga a la (II.A.4):

$$\hat{Q}_{\lambda\mu}(t_z) = \sum_{\substack{j > j' \\ (jj') \in t_z}} \frac{\langle j || Q_{\lambda}(t_z) || j' \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \left[\Gamma_{t_z}^+(jj', \lambda\mu) + (-1)^{\lambda+\mu} \Gamma_{t_z}^-(jj', \lambda\mu) \right] \quad (\text{II A.28})$$

para la parte del operador que actúa sobre las partículas t_z . Para el caso de transiciones producidas por campos multipolares es más frecuente dar el elemento de matriz reducido de la transición. Este está relacionado con (II.A.27) el cual se calcula fácilmente a partir de la definición del operador bosónico (II.A.1) y las ecuaciones (II.A.6) y (II.A.28). Queda entonces:

$$\begin{aligned} \langle \beta_m^+(\lambda) || \hat{Q}_{\lambda} || \rangle &= (2\lambda+1) \langle \beta_m^+(\lambda, \mu) | \hat{Q}_{\lambda, \mu} | \rangle \\ &= \sum_{\substack{j > j' \\ t_z}} \langle j || Q_{\lambda}(t_z) || j' \rangle \left[X_{jj', t_z}(\lambda, \mu) + Y_{jj', t_z}(\lambda, \mu) \right] (n_{j'} - n_j) \end{aligned} \quad (\text{II A.29})$$

Si $Q_{\lambda\mu}$ es el operador $F_{\lambda\mu, z}$ del hamiltoniano de interacción (II.A.29), queda:

$$\langle \beta_m^+(\lambda) || \hat{F}_{\lambda, z} || \rangle = \sum_{t_z} (2t_z)^c \langle \beta_m^+(\lambda) || \hat{Q}_{\lambda}(t_z) || \rangle \quad (\text{II A.30})$$

según la expresión de $\hat{F}_{\lambda\mu}$ dada en (II.A.9).

A partir de (II.A.29) y utilizando las ecuaciones (II.A.16) y (II.A.20) se tiene

$$\langle \beta_m^+(\lambda) || \hat{F}_{\lambda, z} || \rangle = \sqrt{2\lambda+1} \sum_{t_z} (2t_z)^c \Lambda_m(t_z, \lambda) S_m(\lambda, t_z) \quad (\text{II A.31})$$

CAPITULO III

III.1. INTRODUCCION

Como ya se observó en el capítulo anterior se puede esperar la existencia de vibraciones basadas en estados excitados del núcleo. Aunque esto fue propuesto por Brink (Br55) en 1955 sólo actualmente se están empezando a encontrar. Salvo algún indicio muy reciente de las resonancias cuadrupolares (Ga84, GE85), sólo se tienen datos de las resonancias dipolares gigantes (GDR). Las reacciones de captura de protones o neutrones por núcleos ligeros proporcionan datos sobre la GDR construidas sobre estados de partícula-agujero de baja energía (de 15 a 20 MeV) y relativamente bajo espín (ej. (Do83), ver también referencias en (Sn84)). Las basadas en estados muy excitados de alto espín se observan con la medida de los rayos gamma emitidos por núcleos compuestos formados en reacciones de fusión de iones pesados (Ne81, Dr82, Ga82, Gs83, Sa83, He83, Ba83, Ga84, GE84, GE85). Una revisión general de la situación actual experimental se encuentra en (Sn84).

En la figura (III.1) se muestra de manera esquemática el decaimiento de estos núcleos compuestos (Ga84). Después de su formación, el núcleo, muy excitado, decae principalmente evaporando partículas (zona 3) cada una de las cuales se lleva unos 10 MeV de energía de excitación (para núcleos de $A > 100$). Cuando la energía restante sobre la línea Υ rast es menor que la de ligadura de una partícula (Sn), la emisión de rayos gamma se convierte en el modo de decaimiento más probable. Este se lleva a cabo principalmente por emisión de radiación E1 (zona 2), y de radiaciones cuadrupolares y dipolares de baja energía procedentes de transiciones de carácter colectivo y no colectivo (zona 1). Estos rayos gamma representan la mayor parte de la radiación detectada en un experimento, como puede observarse en la parte inferior de la figura III.1. El espectro en esa zona muestra una simple caída exponencial característica de transiciones con un elemento de matriz constante que provienen de la desexcitación de niveles nucleares poblados estadísticamente. Hay, sin embargo, a $E \approx 15$ MeV (para núcleos de $A \approx 110$) un aumento del número de rayos gamma detectados (zona 4) respecto a la extrapolación de la región anterior de transiciones estadísticas de baja energía. Esto sugiere la existencia de un modo que puede describirse en términos de una resonancia dipolar gigante. El dominio de la radiación E1 sobre otras de mayor multipolaridad es consistente con los cálculos del modelo estadístico que predicen que los multipolos de orden más alto son débiles (Sn84). Por esto hay pocos indicios experimentales de ellos, como indicábamos al principio.

Como se puede esperar de lo dicho hasta ahora, el espectro de la figura III.1 se reproduce bien hasta una $E_{\gamma} \approx 18$ MeV por cálculos con programas estadísticos suponiendo que todos los rayos gamma emitidos son E1 pero donde ahora los elementos de matriz de la transición vienen dados por la función de intensidad

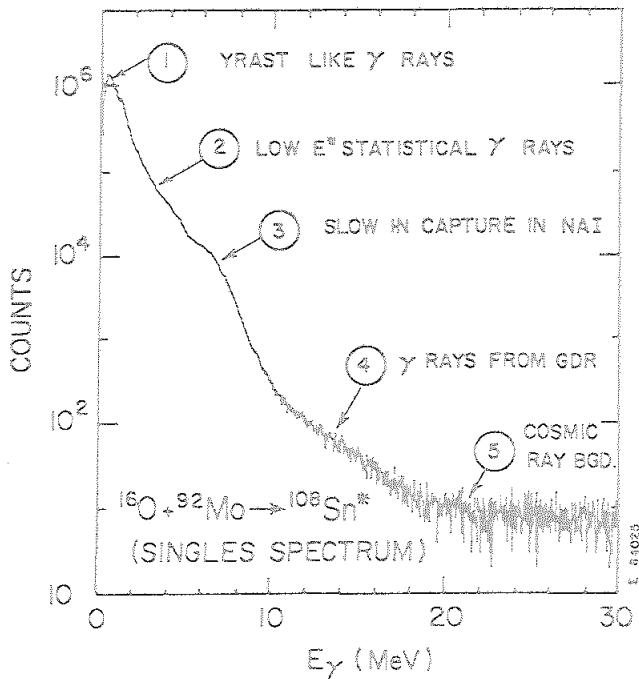
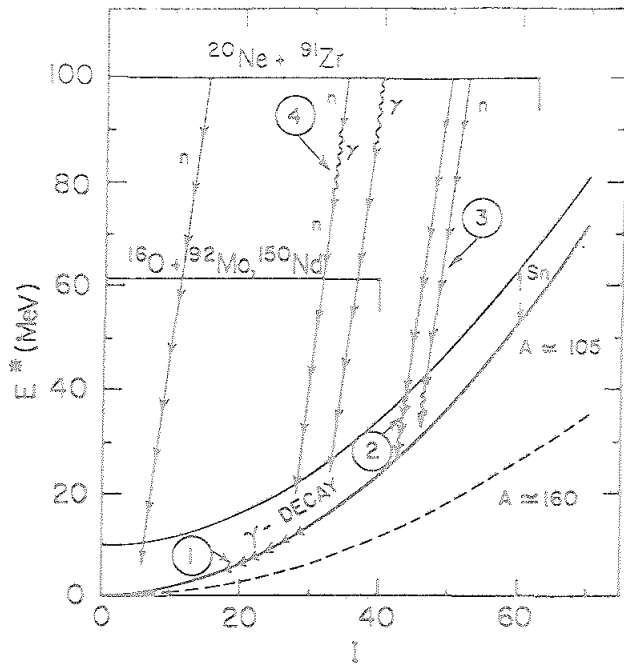


FIGURA III.1. Ilustración esquemática del decaimiento de un núcleo compuesto muy excitado. La evaporación de partículas se indica por flechas rectas, mientras que las onduladas se refieren a la emisión de rayos γ . El espectro de emisión de estos últimos, provenientes del decaimiento del $^{108}\text{Sn}^*$ se representa en la parte inferior. Las diferentes partes del espectro, numeradas del 1 al 5, se relacionan con la secuencia de decaimiento de la figura superior. Esta figura se ha tomado de la referencia (Ga84).

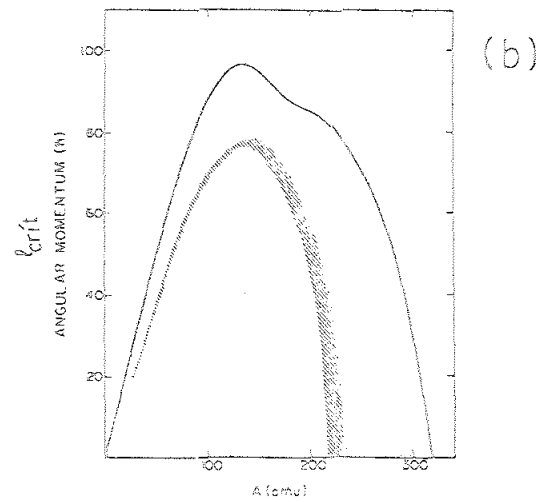
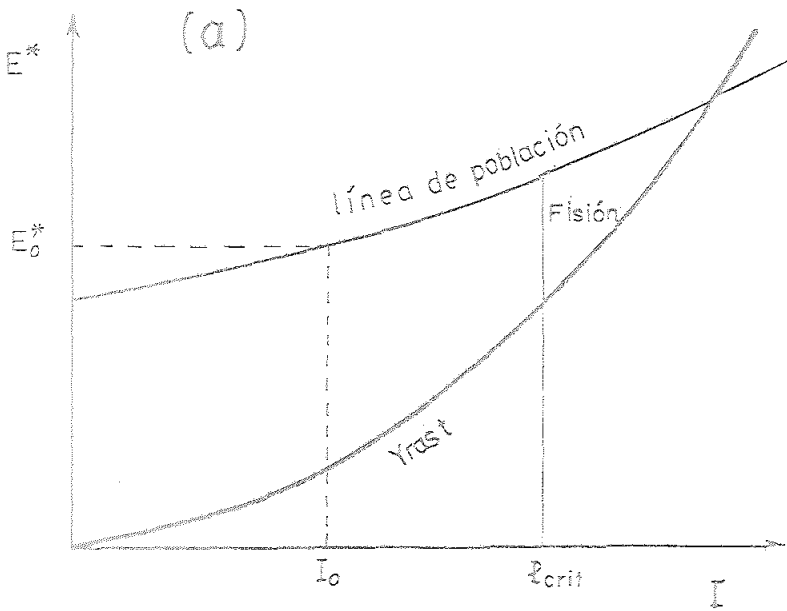
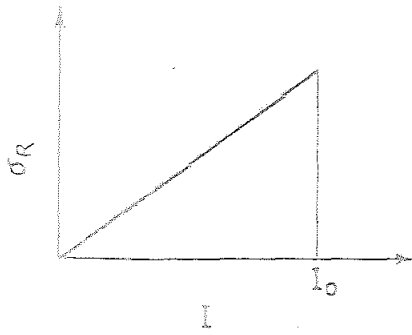


FIGURA III.2 Limitación en la formación del núcleo compuesto. La reacción de formación del núcleo compuesto sólo es posible por encima de la línea de población (figura a). Esta depende de la masa del proyectil para un blanco dado y limita su momento angular para una E_0^* fija. El valor I_0 del espín más alto, compatible con esa E_0^* es también el que más contribuye a la reacción como se observa en la parte superior de la figura (a), donde se ha representado la sección eficaz (de la reacción) calculada con un modelo clásico. La deformación del núcleo compuesto está limitada también por el momento angular crítico de fisión (l_{crit}).

Se observa en el esquema (a) que la mínima temperatura posible del núcleo compuesto (asociada con l_{crit}) es diferente de cero. Esto es un hecho general. Las temperaturas más bajas a alto momento angular se pueden conseguir en núcleos de $A \approx 120$, ya que para ellos l_{crit} (representado en la figura b en función de la masa A) es máximo.

La última figura se ha tomado de la referencia (N680).

(strength function de la GDR) aproximada por una distribución lorentziana de anchura Γ , centroide E y área $S1$ (regla de suma dipolar agotada por este modo); Γ , E y $S1$ se tratan como parámetros ajustables. Los gammas procedentes del decaimiento de la GDR compiten con la emisión de partículas ya que su energía característica (aproximadamente 15 MeV) supera en general la energía de ligadura de éstas). Se puede suponer que el núcleo alcanza rápida y sucesivamente estados de equilibrio térmico, de ahí que se explique bien su decaimiento estadísticamente. Por ello podemos hablar de una temperatura nuclear T de manera equivalente a energía de excitación E^* sobre la línea Y_{rast} . Así, la GDR basada en estos estados se caracterizarán por una T y un espín I finitos, y la distribución de su intensidad podrá depender de ellos. Sin embargo en los programas estadísticos mencionados anteriormente utilizados hasta ahora (CASCADE(PU77), GROG12(GI70)) para describir el decaimiento del núcleo compuesto, no permiten la dependencia de los parámetros (Γ , E , $S1$) con la E^* . De cualquier forma ésta no es mala aproximación ya que se espera (GA84, Dr82) que los gamma de energía en la región de la GDR sean principalmente emitidos desde la zona de alta E^* producida en la reacción en competición con la primera partícula emitida.

En las referencias (Ga84, GE84, GE85), Gaardhøje et al aplican un método de selección del primer estadio de la cadena de decaimiento, lo que ofrece la posibilidad de estudiar la resonancia en un rango de energía bastante estrecho, es decir con una T y un I relativamente bien definida.

Es interesante resaltar que es difícil observar las resonancias gigantes en núcleos fríos con las reacciones de fusión de iones pesados. Esto es porque si toda la energía de excitación fuera de rotación, el núcleo compuesto generalmente fisionaría (el espín producido sería mayor que el momento angular crítico) como se observa en la figura esquemática III.2. Un hecho importante a tener en cuenta cuando se comparan los resultados experimentales con cálculos teóricos de la GDR a T e I determinadas, es que el núcleo compuesto se forma con una distribución continua de momentos angulares (ver figura III.2). El espín dado experimentalmente I es, el máximo de esa distribución.

Como consecuencia de lo dicho hasta ahora, nos restringiremos en este capítulo al cálculo de las vibraciones dipolares a alto espín y temperatura. Son de las que se tienen más datos experimentales y su estudio a distintas E^* nos proporcionará información acerca de la evolución de las propiedades del núcleo con la T y el I , como cambios de forma, desaparición de la estructura de capas, amortiguamiento (damping) del movimiento nuclear, variaciones de la masa efectiva, etc.

Recordemos que la resonancia dipolar gigante es un estado excitado de multipolaridad $\lambda=1$ que agota prácticamente la totalidad de la regla de suma y que se puede interpretar como un movimiento colectivo de los neutrones respecto a los protones. El valor predicho para el centroide de energía de esta resonancia por el modelo de la gota líquida (LDM) es:

$$E = 78 A^{-1/3}$$

que concuerda bastante bien con lo observado experimentalmente. En la referencia (Br65) se puede encontrar un compendio detallado de los estudios realizados sobre esta resonancia a $T=0$.

Los trabajos desarrollados hasta ahora sobre la GDR en la región de altos espines se pueden dividir en dos tipos esencialmente:

i) Modelo de oscilador armónico (Ig81, Ne82, Sz81, Hi83). Døssing y Neegard lo han extendido para incluir las fluctuaciones térmicas de la forma del núcleo y de la orientación del momento angular en el estudio de las GDR a temperaturas finitas (Dø82).

ii) Teoría de la respuesta lineal. Ha sido usada por Egido y Ring (Eg82) para la descripción de la GDR en el Er a $T=0$. Posteriormente amplió la teoría a temperaturas finitas (Fe83, Pa83, Ri84a, Ri84b, RR84). En la referencia (Ga85) se incluyen fluctuaciones estadísticas de la forma.

La teoría de la respuesta lineal ha sido también empleada en el cálculo de las resonancias cuadrupolares a alto espín (Ci83, Sh85).

III.2 METODO

III.2.1 Función de respuesta lineal

De manera análoga a los capítulos anteriores estudiaremos la respuesta dipolar del núcleo mediante la RPA. El estado sobre el que está basada la vibración tendrá una energía de excitación de carácter rotacional (dependencia en I) y carácter estadístico (dependencia en T). En principio, vamos a desarrollar el cálculo sin tener en cuenta fuerzas de corto alcance (fuerzas de apareamiento) ya que, sus efectos son mínimos a los momentos angulares a los que vamos a estudiar las GDR (Ri84a). De todas maneras presentaremos un cálculo con estas interacciones al final del capítulo.

Debido a que la energía de las resonancias es grande comparada con las típicas de rotación se pueden calcular las primeras como vibraciones sobre estados intrínsecos del núcleo. Estos estados se describen en términos de un potencial monoparticlar deformado (en nuestro caso un potencial de Nilsson) rotante

$$\hat{H} = \hat{H}_N(\epsilon, \delta) - \omega \hat{J}_x \quad (\text{III.1})$$

$$= \sum (k_N(\epsilon, \delta)_{ij} - \omega j_{x, ij}) a_i^\dagger a_j$$

cuando el espín es suficientemente alto de forma que el modelo de

cranking sea válido. Recordamos que designamos como 1,2,3 los ejes del sistema de referencia intrínseco definidos como los ejes principales del núcleo (con forma elipsoidal) y que el 1 es el eje de rotación.

Las superficies de energía potencial del núcleo se calculan por el método de Strutinsky ya comentado en la sección I.4. En estos casos no se incluyen deformaciones hexadecapolares del potencial, lo que parece ser una buena aproximación en los núcleos estudiados.

La temperatura se introducirá dando una probabilidad de ocupación fraccionaria a cada nivel monoparticular, de la misma manera que se indicó en la sección I.2.

La interacción residual utilizada es una fuerza separable dipolo-dipolo

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 \chi_{\alpha} D_{\alpha} D_{\alpha} \quad (\text{III.2})$$

donde

$$D_{\alpha} = \frac{N}{A} \sum_{i=1}^Z x_{\alpha}(i) - \frac{Z}{A} \sum_{i=1}^N x_{\alpha}(i) \quad (\text{III.3})$$

y es la constante de acoplamiento en la dirección . Su valor autoconsistente es (BM75):

$$\chi_{\alpha} = \frac{3A}{NZ} M \omega_0^2(\alpha) \quad (\text{III.4})$$

Las frecuencias de oscilación $\omega_0(\alpha)$ son inversamente proporcionales a la extensión del núcleo a lo largo de los ejes.

Las ecuaciones de la RPA se obtienen, como en capítulos anteriores, de la condición de linealidad:

$$[H_{sp} + V, \beta_{\alpha}^{\dagger}] = E_{\alpha} \beta_{\alpha}^{\dagger} \quad (\text{III.5})$$

donde es el operador creador de fonones, que cumple

$$[\beta_{\alpha}, \beta_{\alpha'}^{\dagger}] = \delta_{\alpha\alpha'}$$

Ahora, sin embargo, el potencial monoparticular ha violado casi todas las simetrías. i) La deformación del potencial rompe la simetría de rotación: los autoestados no tendrán buen momento angular. ii) La rotación rompe la simetría de inversión temporal. Esto implica que el número de excitaciones

partícula-agujero diferentes que aparecen en las ecuaciones de la RPA aumentan de manera considerable respecto a los casos estudiados hasta ahora (núcleos esféricos a $I=0$). La única simplificación del cálculo proviene de la conservación de la paridad y la signatura (rotación de 180 grados alrededor del eje de rotación 1). Esta última divide las ecuaciones de la RPA en dos bloques independientes. En uno de ellos aparecen los estados acoplados por el operador que da lugar a la vibración a lo largo del eje de rotación, D_3 , que no cambia la signatura. El segundo bloque es de dimensión doble que el primero y en él se encuentran los elementos de matriz entre estados acoplados por los operadores D_2 y D_3 , vibraciones perpendiculares al eje de rotación que sí varían con la signatura (ver apéndice III.A). A pesar de esto último, la resolución de la RPA supone un trabajo numérico bastante tedioso. Expondremos, entonces, la teoría de respuesta lineal con la introducción de la función de respuesta (según la referencia (RS80) que da una solución equivalente a la de la RPA.

Supongamos un campo externo F oscilante

$$F(t) = F e^{-i \frac{E}{\hbar} t} + F^+ e^{i \frac{E}{\hbar} t} \quad (\text{III.6})$$

La respuesta del sistema a la acción de este campo se refleja en cambios de la densidad, que en primer orden, se pueden expresar como:

$$\rho_{pq}^{(1)} = \sum_{p'q'} R_{pp'q'q'}(E) f_{p'q'} \quad (\text{III.7})$$

donde $f_{p'q'} = \langle p' | F | q' \rangle$ y p, q, p', q' indican las funciones propias del hamiltoniano de partícula independiente (III.1). Haciendo uso de la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter, la función R se puede escribir:

$$R_{pp'q'q'} = R_{pp'q'q'}^0 + \sum_{\substack{p_1 q_1 \\ p_2 q_2}} R_{pp_1 q_1 q_2}^0 \tilde{V}_{p_1 q_2 p_2 q_1} R_{p_2 q_2 p' q'} \quad (\text{III.8})$$

donde

$$\tilde{V}_{p_1 q_2 p_2 q_1} = \frac{\partial H_{p_1 q_1}}{\partial p_2 q_2} \quad (\text{III.9})$$

Recordando que

$$H = H_N - \omega J_x + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^3 \chi_\alpha D_\alpha D_\alpha \quad (\text{III.10})$$

es fácil demostrar que

$$\frac{\partial H_{P_1 q_1}}{\partial g_{P_2 q_2}} = \sum_{\alpha=1}^3 \chi_{\alpha} \langle p_2 | D_{\alpha} | q_2 \rangle^* \langle p_1 | D_{\alpha} | q_1 \rangle \quad (\text{III.11})$$

En (III.8) R° es la función de respuesta no perturbada, es decir la de un sistema sin interacción residual (para más detalles ver (RR84)),

$$R_{Pq P'q'}^{\circ}(E) = \frac{n_q - n_p}{E - E_p + E_q + i\eta} \delta_{Pp'} \delta_{q q'} \quad (\text{III.12})$$

donde n_q y n_p son las probabilidades de ocupación de los niveles q y p . Si la $T = 0$ tomarán los valores 1 ó 0 dependiendo si se trata de un nivel por encima o por debajo del de Fermi. Si consideramos que el sistema está en equilibrio a una temperatura T éstos números de ocupación vendrán dados por la expresión (I.56).

En (III.12) η , en principio, es un parámetro infinitesimal introducido para evitar los ceros del denominador. Se le suele asignar sin embargo un valor finito y tener en cuenta de esta manera, fenomenológicamente, el acoplamiento con otros estados más complicados (del tipo $2p-2h, \dots$).

La ecuación (III.8) quedará entonces ;

$$R_{Pq P'q'} = R_{Pq P'q'}^{\circ} + \sum_{\alpha=1}^3 \chi_{\alpha} \sum_{\substack{P_1 q_1 \\ P_2 q_2}} R_{Pq P_1 q_1}^{\circ} \langle p_2 | D_{\alpha} | q_2 \rangle^* \times \langle p_1 | D_{\alpha} | q_1 \rangle R_{P_2 q_2 P'q'} \quad (\text{III.13})$$

Se define ahora la función de respuesta $R_{DF}(E)$ como la respuesta del sistema a una excitación inducida por el operador F medida en la magnitud D :

$$R_{DF}(E) = \text{Tr} (D \cdot g_F^{(1)}) \\ = \sum_{\substack{Pq \\ P'q'}} \langle p | D | q \rangle^* R_{Pq P'q'}(E) \langle p' | F | q' \rangle \quad (\text{III.14})$$

Cuando el campo externo F es tal que vibra con una frecuencia característica del núcleo, se produce una resonancia y R aumentará mucho. En el caso en que F sea el operador dipolar D_{α} , las frecuencias $\omega = E/\hbar$ que dan lugar a las resonancias son iguales a las energías (E) de las GDR. Los máximos de la función $R_{DF}(E)$ nos indican, por tanto, la posición de ésta en el espectro energético. Parece consecuencia lógica encontrar alguna

relación entre la función de respuesta $R_{\beta\beta}$ y la función de intensidad o la sección eficaz de absorción (σ) de esta radiación. Este punto lo desarrollaremos en la siguiente sección.

Veamos ahora la expresión de $R_{\beta\beta}$. Haciendo uso de las ecuaciones (III.8), (III.11) y (III.14)

$$\begin{aligned}
 R_{D_\alpha D_\beta}(E) &= \sum_{\substack{p, q \\ p', q'}} \langle p | D_\alpha | q \rangle^* \left[R_{p, q, p', q'}^\circ(E) \right. \\
 &\quad + \sum_{\gamma=1}^3 \chi_\gamma \sum_{\substack{p_1, q_1 \\ p_2, q_2}} R_{p, q, p_1, q_1}^\circ \langle p_2 | D_\gamma | q_2 \rangle^* \\
 &\quad \left. \times \langle p_1 | D_\gamma | q_1 \rangle R_{p_2, q_2, p', q'} \right] \langle p' | D_\beta | q' \rangle \\
 &= R_{D_\alpha D_\beta}^\circ + \sum_{\gamma=1}^3 \chi_\gamma R_{D_\alpha D_\gamma}^\circ R_{D_\gamma D_\beta} \quad \alpha=1, 2, 3
 \end{aligned}
 \tag{III.15}$$

En representación matricial la ecuación (III.15) se puede expresar

$$\hat{R}(E) = \hat{R}^\circ(E) + \hat{R}^\circ(E) \cdot \hat{\chi} \cdot \hat{R}(E) \tag{III.16}$$

donde $\hat{\chi}$ se define:

$$\hat{\chi}_{\alpha\beta} \equiv \chi_\alpha \cdot \delta_{\alpha, \beta} \tag{III.17}$$

La solución la obtendremos despejando R de (III.16)

$$\hat{R} = (\hat{1} - \hat{R}^\circ \hat{\chi})^{-1} \hat{R}^\circ \tag{III.18}$$

Antes de continuar es importante notar que algunos de los elementos de la matriz \hat{R} son nulos; en concreto R_{12} , R_{13} , R_{21} , R_{31} . Esto es debido a que no se puede tener una respuesta del núcleo de carácter D_1 (que no varía la signatura) aplicándole un campo externo D_2 o D_3 (donde el estado excitado tiene una signatura opuesta al inicial). La ecuación (III.18) se simplificará entonces en dos más sencillas

$$R_{D_1 D_1} = \frac{R_{D_1 D_1}^0}{1 - R_{D_1 D_1}^0 \chi_1} \quad (\text{III. 19})$$

y

$$\begin{pmatrix} R_{D_2 D_2} & R_{D_2 D_3} \\ R_{D_3 D_2} & R_{D_3 D_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - R_{D_2 D_2}^0 \chi_2 & -R_{D_2 D_3}^0 \chi_3 \\ -R_{D_3 D_2}^0 \chi_2 & R_{D_3 D_3}^0 \chi_3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} R_{D_2 D_2}^0 & R_{D_2 D_3}^0 \\ R_{D_3 D_2}^0 & R_{D_3 D_3}^0 \end{pmatrix}$$

Desarrollando esta última queda :

$$\begin{pmatrix} R_{D_2 D_2} & R_{D_2 D_3} \\ R_{D_3 D_2} & R_{D_3 D_3} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} R_{D_2 D_2}^0 - \chi_3 (R_{D_2 D_2}^0 R_{D_3 D_3}^0 - R_{D_2 D_3}^0 R_{D_3 D_2}^0) & R_{D_2 D_3}^0 \\ R_{D_3 D_2}^0 & R_{D_3 D_3}^0 - \chi_2 (R_{D_2 D_2}^0 R_{D_3 D_3}^0 - R_{D_2 D_3}^0 R_{D_3 D_2}^0) \end{pmatrix} \quad (\text{III. 20})$$

donde

$$\Delta = (1 - R_{D_2 D_2}^0 \chi_2)(1 - R_{D_3 D_3}^0 \chi_3) - R_{D_2 D_3}^0 R_{D_3 D_2}^0 \chi_2 \chi_3 \quad (\text{III. 21})$$

La función de respuesta no perturbada $R_{D_\alpha D_\beta}^0$ se calcula mediante las ecuaciones (III.12) y (III.14)

$$R_{D_\alpha D_\beta}^0(E) = \sum_{p, q} \frac{\langle p | D_\alpha | q \rangle^* \langle p | D_\beta | q \rangle}{E - E_p + E_q + i\eta} (m_q - m_p) \quad (\text{III. 22})$$

Una expresión más detallada de $R_{D_\alpha D_\beta}^0$ se encuentra en el apéndice III.A.

III.2.2 SECCION EFICAZ DIPOLAR DE ABSORCION

La sección eficaz de absorción de un fotón de campo D y energía E por un sistema en el estado fundamental $|0\rangle$ viene dada sumando todos los posibles estados finales $|f\rangle$ que ese fotón puede excitar:

$$\sigma_D(E) = 4\pi^2 \frac{e^2}{k_c} \sum_f E_f |\langle f | \hat{D} | 0 \rangle|^2 \delta(E_f - E)$$

$$\propto E \cdot B_D(E) \quad , \quad (\text{III.23})$$

donde

$$B_D(E) = \sum_f |\langle f | \hat{D} | 0 \rangle|^2 \delta(E_f - E) \quad . \quad (\text{III.24})$$

En (III.23) σ_D es proporcional a la función de intensidad B_D del operador D como se podía esperar. Ya comentamos en la sección anterior que esta función intensidad tiene el mismo comportamiento con E que la función de respuesta del núcleo R_{DD} . En concreto se puede escribir (según la misma referencia anterior (RS80)):

$$-\frac{1}{\pi} \text{Im} (R_{DD}(E)) = \sum_f |\langle f | \hat{D} | 0 \rangle|^2 \delta(E - E_f) \quad . \quad (\text{III.25})$$

En el caso de núcleos rotando la teoría de respuesta lineal se ha desarrollado en el sistema intrínseco. En él se verifica, por tanto, la ecuación (III.25).

Para la componente α del operador dipolar (III.25) es:

$$\sum_f |\langle \phi_f | D_\alpha | \phi_0 \rangle|^2 \delta(E - (E'_f - E'_0)) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} (R_{D_\alpha D_\alpha}(E)) \quad (\text{III.26})$$

donde ahora ϕ_0, ϕ_f , son soluciones del hamiltoniano de cranking (III.1) y E'_0, E'_f son los autovalores correspondientes. En este apartado denotaremos las variables en el sistema intrínseco con ' para distinguirlas de las correspondientes en sistema de laboratorio.

La sección eficaz en el sistema intrínseco es por tanto:

$$\sigma_{int}(E) = -4\pi \frac{e^2}{k_c} E \sum_\alpha \text{Im} (R_{D_\alpha D_\alpha}(E)) \quad (\text{III.27})$$

En el sistema de laboratorio el estado inicial tiene momento angular finito I . El operador dipolar \hat{D} puede excitar tres tipos diferentes de estados finales (I , $I+1$ e $I-1$) a diferencia de cuando se parte del estado fundamental. La sección eficaz se obtiene sumando todos ellos y haciendo una media sobre las orientaciones iniciales. Se escribe:

$$\sigma_{\text{LAB}}(E) = 4\pi^2 \frac{e^2}{k c} E \sum_{I'=I, I+1, I-1} \sum_f \frac{\langle I' f || D_1 || I 0 \rangle}{2I+1} \delta(E - (E_f - E_0)) \quad (\text{III.28})$$

Vamos a tratar ahora de expresar σ_{LAB} en función de las $R_{D\alpha D\beta}$ calculadas en sistema intrínseco. Los autoestados del hamiltoniano de cranking (III.1) son con buena aproximación estados intrínsecos del sistema (Is79, Ri82) de manera que:

$$|IM, \nu\rangle = \sum_k \hat{P}_{MK}^I(\phi_\nu) \quad (\text{III.29})$$

donde

$$\hat{P}_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega \mathcal{D}_{MK}^I(\Omega) R(\Omega) \quad (\text{III.30})$$

es el operador proyección.

Los elementos de matriz de la ecuación (III.28) se pueden poner por tanto en función de los intrínsecos. Tomando aproximaciones consistentes con las del modelo de cranking (deformaciones suficientemente grandes y valores de K , mezclados en la $\hat{\Phi}_{\text{int}}$, pequeños en comparación con I) se tiene que (Is79, RH82):

$$\frac{1}{2I+1} |\langle I+\mu, f || D_1 || I 0 \rangle|^2 = |\langle \phi_\nu | D_{1\mu} | \phi_0 \rangle|^2 \quad (\text{III.31})$$

donde $D_{1\mu}$ está cuantificado en la dirección del eje 1. En la ecuación (III.31) vemos que el operador D_{10} induce transiciones que no cambian el momento angular, mientras que las inducidas por $D_{1\pm 1}$ lo cambian en una unidad.

En la aproximación de cranking, es decir, bajo una rotación en torno a un eje fijo (eje 1) con frecuencia angular ωrot , los operadores F' (en el sistema intrínseco) y F (en el sistema externo) están relacionados por (RS80)

$$F = U^{-1} F' U \quad (\text{III.32})$$

con
$$U = e^{i\omega_{rot} t \hat{I}_z}$$

En el caso de $D_{1\mu}$ (cuantificado en la dirección de rotación) la transformación (III.32) se expresa:

$$D_{1\mu}(t) = e^{i\mu\omega_{rot} t} D_{1\mu'}(t) \quad (\text{III.33})$$

La dependencia temporal de los operadores $D_{1\mu}$ escritos en la forma (III.6) es

$$D'_{1\mu}(t) = D'_{1\mu} e^{-i\omega'_{\mu} t} + (D'_{1\mu})^{\dagger} e^{i\omega'_{\mu} t} \quad (\text{III.34})$$

con $\hbar\omega'_{\mu}$ la energía de vibración del campo dipolar $D_{1\mu}$.

Combinado las dos últimas expresiones:

$$D_{1\mu}(t) = D_{1\mu} e^{-i(\omega'_{\mu} + \mu\omega_{rot})t} + (D_{1\mu})^{\dagger} e^{i(\omega'_{\mu} + \mu\omega_{rot})t} \quad (\text{III.35})$$

Las energías ω_{μ} en el sistema de laboratorio de las vibraciones excitadas por el operador $D_{1\mu}$ sufren (según (III.34) y (III.35)) un corrimiento $\mu\omega_{rot}$ en relación con las correspondientes del sistema intrínseco,

$$\omega_{\mu} = \omega'_{\mu} + \mu\omega_{rot} \quad (\text{III.36})$$

La sección eficaz (III.28) se puede escribir, utilizando (III.31) y (III.36) como:

$$\sigma_{LAB}(E) = 4\pi^2 \frac{e^2}{k_c} E \sum_{\mu} \sum_{f} |\langle \phi_f | D_{1\mu} | \phi_0 \rangle|^2 \times \delta(E - (E_f - E_0) - \mu \omega_{rot}) \quad (\text{III.37})$$

y como función de R (III.26) :

$$\sigma_{LAB}(E) = -4\pi \frac{e^2}{k_c} E \sum_{\mu} \text{Im} (R_{D_{1\mu} D_{1\mu}}(E - \mu \omega_{rot})) \quad (\text{III.38})$$

Esta expresión difiere ligeramente de la dada en (RR84) ya que contiene términos cruzados $R_{D_1 D_2}$ (ver ecuación (III.41)) que pueden ser importantes, además del factor E fuera de la función de respuesta, debido a que está definido independientemente en cada sistema de coordenadas.

Para finalizar podemos expresar $R_{D_{1\mu} D_{1\mu}}$ en función de las $R_{D_\alpha D_\alpha}$ calculadas en la sección anterior. Los elementos tensoriales del operador dipolar se relacionan con las componentes cartesianas por :

$$D_{1\mu} = \hat{T}_{\mu\alpha} D_\alpha$$

con

$$\hat{T} = \begin{pmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (\text{III.39})$$

y la función de respuesta (III.14) en representación tensorial por tanto será:

$$R_{D_{1\mu} D_{1\mu}} = T_{\mu\alpha} R_{D_\alpha D_\alpha} (T^\dagger)_{\beta\mu} \quad (\text{III.40})$$

en concreto:

$$R_{D_{1A} D_{1A}}(E) = \frac{1}{2} (R_{D_2 D_2}(E) + R_{D_2 D_3}(E)) + i (R_{D_2 D_3}(E) - R_{D_3 D_2}(E))$$

$$R_{D_{10} D_{10}}(E) = R_{D_1 D_1}(E)$$

$$R_{D_{1-A} D_{1-A}}(E) = \frac{1}{2} (R_{D_2 D_2}(E) + R_{D_2 D_3}(E)) - i (R_{D_2 D_3}(E) - R_{D_3 D_2}(E)) \quad (\text{III.41})$$

Según (III.21) y (IIIA.26) $R_{D_2 D_3} = -R_{D_3 D_2}$. Los términos cruzados de la ecuación (III.41) contribuyen por tanto a la sección eficaz en el sistema de laboratorio (III.38) (notar que en (III.38) aparecen estos términos cruzados con argumentos distintos: $(E - \hbar\omega_{rot})$ y $(E + \hbar\omega_{rot})$, por lo cual no se anulan). Veremos más adelante que estos términos son muy importantes en el caso de núcleos oblatos.

Todo el desarrollo anterior es válido para temperaturas finitas. En este caso únicamente hay que añadir una media térmica sobre los estados iniciales en la sección eficaz (III.28). Todas las relaciones de ésta con la función de respuesta R son correctas (RR84), sólo que ahora R (ecuaciones (III.21) y (III.22)) depende de T a través de las probabilidades medias de ocupación de los niveles, n .

En la sección III.3 se trata de nuevo el problema del cálculo de la frecuencias propias de las vibraciones dipolares y sus amplitudes. En III.3.2.1 se muestran las soluciones clásicas de un potencial de oscilador armónico, lo que aclarará los resultados obtenidos en esta sección.

III.2.3 Fluctuaciones estadísticas de la forma del núcleo

La forma estable de un núcleo de espín I y temperatura T , ambos finitos, se encuentra minimizando la energía libre de Helmholtz, $F(T, I; \epsilon, \gamma)$ (ver sección, I.4). Los puntos (ϵ, γ) que no son extremos de la superficie F no son estados de equilibrio del sistema. Sin embargo si $T \neq 0$ pueden tener una probabilidad finita de que el núcleo se encuentre en uno de ellos. Esta probabilidad $P(I, T; \epsilon, \gamma)$ es proporcional a la densidad de estados con temperatura T y espín I (Ru78), que puede calcularse en términos de la energía libre F . Así (Ru78, Co83):

$$P(I, T; \epsilon, \gamma) \propto \exp \left[- \frac{F(T, I; \epsilon, \gamma)}{T} \right] \quad (\text{III.42})$$

donde T está en MeV.

Las fluctuaciones originadas de esta manera en los parámetros de deformación del núcleo afectarán, por ejemplo, a la sección eficaz $\sigma_{LAB}(E)$ calculada anteriormente para unos valores de I , T , ε y γ definidos. En esta sección cambiaremos la notación de σ_{LAB} especificando todas sus variables ($\sigma_{LAB}(T, I; \varepsilon, \gamma; E)$).

El factor de peso asignado a cada $\sigma(T, I; \varepsilon, \gamma)$ al sumar sobre todas las deformaciones viene dado por la probabilidad (III.42) y por un elemento de volumen $d(\varepsilon, \gamma)$. Este último es una medida de la densidad de estados por unidad de deformación. El esquema teórico para el cálculo de esta densidad fue dado por Bertsch (Be80) para el caso de una coordenada de deformación (ε). Por el mismo procedimiento se obtiene (Dø85) para deformaciones no axiales

$$\left. \begin{array}{l} \text{densidad de estados} \\ \text{en el espacio } (\varepsilon, \gamma) \end{array} \right\} \propto \varepsilon d\varepsilon d\gamma \quad (\text{III.43})$$

Otro argumento para el cálculo de la densidad de estados es el siguiente. Hemos permitido que los parámetros ε y γ varíen. Suponemos que podemos escribir la energía cinética como:

$$\mathcal{Z} = \frac{A}{2} \dot{\varepsilon}^2 + \frac{B}{2} \varepsilon^2 \dot{\gamma}^2 \quad (\text{III.44})$$

o en términos de las coordenadas conjugadas

$$\mathcal{Z} = \frac{\pi \varepsilon^2}{2A} + \frac{\pi \dot{\gamma}^2}{2B \varepsilon^2} \quad (\text{III.45})$$

El espacio de las fases viene dado por

$$d\varepsilon d\gamma d\pi_\varepsilon d\pi_\gamma \quad (\text{III.46})$$

La probabilidad de tener a una temperatura T una deformación entre ε y $\varepsilon + d\varepsilon$ y entre γ y $\gamma + d\gamma$ viene dada integrando la densidad $\exp(-E/T) d\varepsilon d\gamma d\pi_\varepsilon d\pi_\gamma$ (Ru78), para todo valor de los momentos $\pi_\varepsilon, \pi_\gamma$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{densidad de} \\ \text{estados} \end{array} \right\} = d\varepsilon d\gamma \int \exp\left(-\frac{\pi_\varepsilon^2}{2AT} - \frac{\pi_\gamma^2}{2B\varepsilon^2 T}\right) d\pi_\varepsilon d\pi_\gamma$$

$$\propto \varepsilon d\varepsilon d\gamma \quad (\text{III.47})$$

Conocidos ya los factores de peso para cada deformación podemos calcular la sección eficaz media $\langle \sigma_{LAB}(T, I; E) \rangle$ a temperatura T y espín I :

$$\langle \sigma_{LAB}(T, I; E) \rangle = \frac{\int \sigma_{LAB}(T, I; E, \delta; E) \exp\left[-\frac{F(T, I; E, \delta)}{T}\right] \epsilon d\epsilon d\gamma}{\int \exp\left[-\frac{F(T, I; E, \delta)}{T}\right] \epsilon d\epsilon d\gamma} \quad (\text{III.48})$$

donde hemos utilizado (III.42) y (III.47).

Otras fluctuaciones estadísticas originadas por la temperatura son las de orientación del momento angular I respecto al sistema intrínseco. Estas fluctuaciones han sido tenidas en cuenta en el cálculo de la sección eficaz dipolar con un modelo simple de oscilador armónico (Dø82, Dø85). Las probabilidades y el elemento de volumen se calculan de una manera análoga al caso anterior. Hay que tener, sin embargo, en cuenta que aquí el momento angular (que es proporcional a un momento generalizado) tiene un valor fijo I . La introducción de estas últimas fluctuaciones en el cálculo de $\langle \sigma_{LAB}(T, I; E) \rangle$ con un potencial real se proyecta realizar próximamente.

III.3 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

El objeto de esta sección es ilustrar la influencia de la deformación, rotación y temperatura en la función intensidad dipolar.

III.3.1. Deformación

El efecto de una deformación de la superficie nuclear sobre la GDR es dividirla en varias componentes (BM75). Por ejemplo, para un núcleo deformado con simetría axial la sección eficaz consta de dos picos cuya separación E es en primera aproximación proporcional a la deformación,

$$\frac{\Delta E}{E} \approx \epsilon$$

donde \bar{E} es el centroide de la distribución. Si el núcleo es oblató la mayor parte de la intensidad dipolar (2/3 de la total) se concentra en el pico de más baja energía, asociado con vibraciones a lo largo de los ejes perpendiculares al de simetría, que en este caso son los mayores. El pico de más alta

energía se debe a vibraciones a lo largo del eje de simetría y llevará el resto de la intensidad. En un núcleo prolato sucede lo contrario. Para un sistema deformado sin simetría axial la GDR se divide en tres componentes con la misma intensidad.

Estos efectos son muy conocidos y no creemos necesario dedicar más comentarios a ellos. De todas formas, en los apartados siguientes se verán ejemplos de GDR construidas sobre distintos valores de ϵ y γ .

III.3.2 Influencia de la rotación

Vamos a mostrar primero las soluciones clásicas obtenidas haciendo uso de un potencial de oscilador armónico. Estas facilitan la comprensión de los resultados que se obtienen con un potencial real y que se darán a continuación.

III.3.2.1 Resultados clásicos para un potencial de oscilador armónico

En el caso de que la parte monoparticular del hamiltoniano venga dada por un potencial de oscilador armónico rotando y el término de interacción sea una fuerza separable dipolo-dipolo, las coordenadas dipolares colectivas se pueden separar directamente del resto del hamiltoniano (Ne82). Estas coordenadas, x'_α y p'_α , se encuentran gobernadas por un hamiltoniano de oscilador armónico tridimensional de frecuencias propias $\omega_\alpha \approx 2\tilde{\omega}_\alpha$ rotando alrededor del eje 1 con velocidad angular $\omega \tau t$. Las autoenergías y sus amplitudes pueden encontrarse resolviendo el correspondiente problema clásico (Va56).

El movimiento en la dirección de la rotación 1 no se altera por esta y sigue, por lo tanto, órbitas periódicas que son oscilaciones lineales de frecuencia $\omega_1 = \tilde{\omega}_1$ a lo largo del eje 1. Se pueden encontrar también soluciones periódicas en las direcciones perpendiculares a la rotación, pero éstas son ahora generalmente elipses. En la figura III.3 se muestran ejemplos de estas últimas para un núcleo prolato ($\epsilon = 0.25$) rotando alrededor de un eje perpendicular al de simetría y para un núcleo oblato con frecuencia angular en la dirección de simetría. Las amplitudes de estas órbitas, de frecuencia ω_α se han elegido de manera tal que su energía total corresponda a $(1 + 1/2)\hbar\omega_\alpha$, es decir, a la energía de un fonón de vibración (suponiendo que en la figura III.3 el contorno equipotencial representa la superficie del núcleo).

Discutimos primero el caso de deformaciones prolatas. A velocidad angular cero las oscilaciones lineales a lo largo de los ejes principales son órbitas periódicas. Cuando el sistema empieza a girar, la oscilación a lo largo del eje de simetría tiende a seguir la dirección de la rotación (ya que aunque por inercia prefiere seguir un movimiento opuesto a la rotación se encuentra, si lo hace, con un potencial bastante mayor -el potencial armónico en la dirección perpendicular a la de simetría- donde el sistema es más corto). Se convierte, entonces, en un movimiento elíptico en la dirección contraria a las agujas del reloj (considerando el vector $\omega \tau t$ dirigido

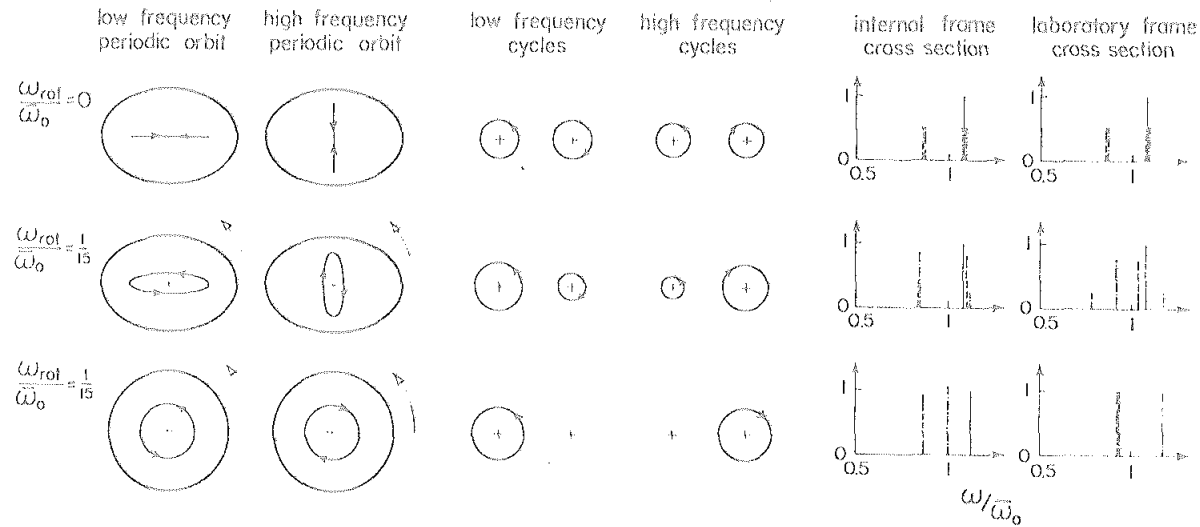


FIGURA III.3 Orbitas periódicas en un potencial de oscilador armónico deformado ($\epsilon=0.26$, $\eta=0$) rotando con frecuencia ω_{rot} . En la zona izquierda de la figura se muestra un contorno equipotencial junto con las dos órbitas periódicas en el plano perpendicular al eje de rotación para un sistema prolato con $\omega_{rot}=0$ (parte superior) y $\omega_{rot}=0$ (parte central) y para un potencial oblató rotando alrededor de su eje de simetría (parte inferior). Los valores de ω_{rot} están referidos a ω_0 que es el centroide de energía de la distribución de intensidad dipolar. En este modelo $\omega_0=2\omega_0$ donde $h\omega_0=41x A^{-1/3}$ MeV. En la parte central de la figura se encuentra la descomposición de las órbitas periódicas anteriores en ciclos. La sección eficaz de absorción de radiación electromagnética se representa (en unidades relativas) a la derecha. Las barras de raya discontinua se refieren a absorción acompañada de un decrecimiento del momento angular ($\Delta l=-1$). Su altura es proporcional al cuadrado del radio del ciclo horario correspondiente. De manera análoga las barras de rayas y puntos están asociadas con $\Delta l=+1$ y su altura viene dada por el tamaño del ciclo antihorario. Las barras de raya continua representan la absorción asociada con la oscilación lineal a lo largo del vector ω_{rot} correspondiente a $\Delta l=0$.

perpendicularmente hacia arriba respecto al plano del papel). Para esta órbita la fuerza de Coriolis está dirigida hacia fuera disminuyendo por tanto la frecuencia correspondiente. Sin embargo la oscilación en el eje más corto (de frecuencia más alta) tiende a seguir, por inercia, un movimiento de sentido contrario a la rotación. La fuerza de Coriolis va dirigida en este caso hacia dentro aumentando la frecuencia de la órbita.

Para una deformación oblata, cualquier órbita perpendicular al eje de simetría (plano mostrado en la figura III.3) es periódica a velocidad angular cero. Para frecuencias de rotación finitas solamente las órbitas circulares siguen siendo periódicas. Debido a la fuerza de Coriolis las frecuencias de oscilación de estos movimientos cambian respecto al caso de velocidad angular cero, siguiendo un comportamiento similar al descrito para sistemas prolatos. Así las energías de las vibraciones perpendiculares a la rotación en el sistema intrínseco sufren una separación adicional debida a la fuerza de Coriolis.

Las oscilaciones lineales a lo largo del vector frecuencia angular $\omega \hat{e}_t$ no llevan momento angular. El campo de radiación asociado con este movimiento corresponde a radiación dipolar sin cambio en el momento angular. Las órbitas elípticas o lineales del plano de la figura III.3 se pueden descomponer en movimientos cíclicos de sentidos opuestos y radios determinados. De ellos los que siguen la dirección contraria a las agujas del reloj corresponden a campos de radiación de momento angular positivo a lo largo del vector $\omega \hat{e}_t$, e inversamente para el movimiento cíclico en el sentido opuesto. De aquí que el análogo clásico de la descomposición de la función de respuesta dipolar en componentes tensoriales consistan en la siguiente clasificación de las órbitas periódicas: i) movimientos cíclicos en el sentido opuesto a las agujas de un reloj para $D_{\pm 1}$, ii) oscilación lineal a lo largo del vector frecuencia angular para D_{10} , iii) movimientos cíclicos en el sentido de las agujas de un reloj para $D_{\pm 1}$. Esta descomposición, para los casos discutidos antes, se muestra en la parte central de la figura III.3.

Visto por un observador externo, en vez de desde el sistema rotante, el movimiento cíclico en el sentido de la rotación (antihorario) será más rápido, incrementándose su frecuencia en un valor igual a $\omega \hat{e}_t$. De manera análoga, el movimiento en el sentido opuesto verá disminuida su frecuencia en $\omega \hat{e}_t$ y la oscilación lineal a lo largo del eje de rotación no se verá afectada. Esto es una "explicación" clásica de la transformación (III.36).

La parte derecha de la figura III.3 muestra la sección eficaz de absorción para radiación electromagnética en el sistema intrínseco y en el de laboratorio. La sección eficaz es proporcional a la frecuencia multiplicada por el cuadrado del radio del ciclo. Así, por ejemplo, veamos el caso de la órbita periódica de menor frecuencia del sistema prolato rotando. En ella el movimiento es antihorario, lo que implica que el radio del ciclo correspondiente en ese sentido es mayor que el del otro ciclo (con movimiento horario). Por lo tanto la fotoabsorción en

esta órbita está principalmente asociada a transiciones con $\Delta I = +1$. Esta es la razón por la que la mayor parte de la intensidad del modo de menor frecuencia sube en el eje de energía cuando se pasa al sistema de laboratorio. De manera análoga para el modo de frecuencia mayor (representado clásicamente por una elipse con movimiento contrario a la rotación externa) se produce una separación de la intensidad al pasar al sistema de laboratorio, pero ahora la mayor parte (correspondiente a $\Delta I = -1$) se concentra en energías más bajas.

Para el sistema oblató rotando alrededor del eje de simetría, las órbitas periódicas perpendiculares a ese eje son, por sí mismas, cíclicas. Aunque los radios de los ciclos son iguales, sus frecuencias en el sistema intrínseco son diferentes debido, como dijimos, al efecto opuesto que la fuerza de Coriolis produce en ellos. Al pasar al sistema de laboratorio estas frecuencias toman las dos un mismo valor que coincide con el original a $\omega_{rot} = 0$.

III.3.2.2 Resultados microscópicos obtenidos con un potencial real

En este apartado vamos a calcular secciones eficaces de absorción con un potencial de Nilsson para un núcleo en situaciones de deformación y rotación similares a los casos discutidos anteriormente.

El núcleo estudiado es el ^{108}Sn . Los parámetros de Nilsson escogidos se dan en la tabla III.1.a. Tienen la ventaja, para este núcleo, sobre los parámetros usuales de la tabla III.1.b, que concentran, a $\omega_{rot} = 0$ y $\epsilon = \gamma = 0$, prácticamente toda la intensidad dipolar en un único pico, quedando sólo una pequeña cola en la zona de bajas energías (figura III.4). Las constantes de acoplamiento se han elegido de manera que el centroide E_0 de la distribución de intensidad de la GDR para $I = T = 0$ coincida con el dato experimental (Ga84, GE85) (aproximadamente 15.5 MeV). Tomando $E_0 = \bar{\omega}_0$, la frecuencia angular ω_{rot} equivalente a la del apartado anterior es $\omega_{rot} = \bar{\omega}_0/15 \approx 1$ MeV. El parámetro de deformación ϵ es 0.25.

En la figura III.5 se muestran las secciones eficaces calculadas en el sistema de laboratorio y en el esquema definido por las magnitudes fijadas anteriormente. Estas son comparables directamente con las que aparecen en la parte derecha de la figura III.3 si tenemos en cuenta que a las primeras se les ha introducido una anchura adicional por medio del parámetro de la función de respuesta (ecuación III.12). De hecho en el caso $I = T = 0$, para el que el ^{108}Sn es esférico, figura III.4) la anchura del pico ($\Gamma^2 \approx 1$ MeV) se debe exclusivamente al valor finito que hemos dado a η ($\eta = 0.5$ MeV).

Para el núcleo prolato de la figura III.5 a $\omega_{rot} = 0$ observamos que debido al "Landau damping" parte de la intensidad del pico de más baja energía (≈ 14 MeV) se dispersa formando una especie de chepa muy ancha que se extiende hasta aproximadamente $E=10$ MeV. A frecuencia angular finita ($\omega_{rot} = 1$ MeV) esta intensidad se vuelve a dividir siguiendo un comportamiento

TABLA III.1 Parámetros del potencial de Nilsson utilizados en el cálculo. Con A se designan los usados para el ^{108}Sn [BM75]. Los utilizados para el ^{152}Dy y ^{196}Pb se designan con B [Bn83].

(A) protones y neutrones			(B) protones		neutrones		
N	K	μ	N	K	μ	K	
0	0.05	0	0	0.120	0.00	0.120	0.00
1	0.05	0	1	0.120	0.00	0.120	0.00
2	0.05	0	2	0.105	0.00	0.105	0.00
3	0.05	0.35	3	0.090	0.30	0.090	0.25
4	0.05	0.45	4	0.065	0.57	0.070	0.39
5	0.05	0.45	5	0.060	0.65	0.062	0.43
6	0.05	0.45	6	0.054	0.69	0.062	0.34
7	0.05	0.40	7	0.054	0.69	0.062	0.26
8	0.05	0.40	8	0.054	0.69	0.062	0.26

TABLA III.2 Constantes de acoplamiento dipolo-dipolo χ_0 utilizadas en el cálculo en unidades de sus valores respectivos autoconsistentes

núcleo	$\chi_\alpha / \chi_\alpha$ autocons.
^{108}Sn	0.74
^{152}Dy	0.90
^{196}Pb	0.78

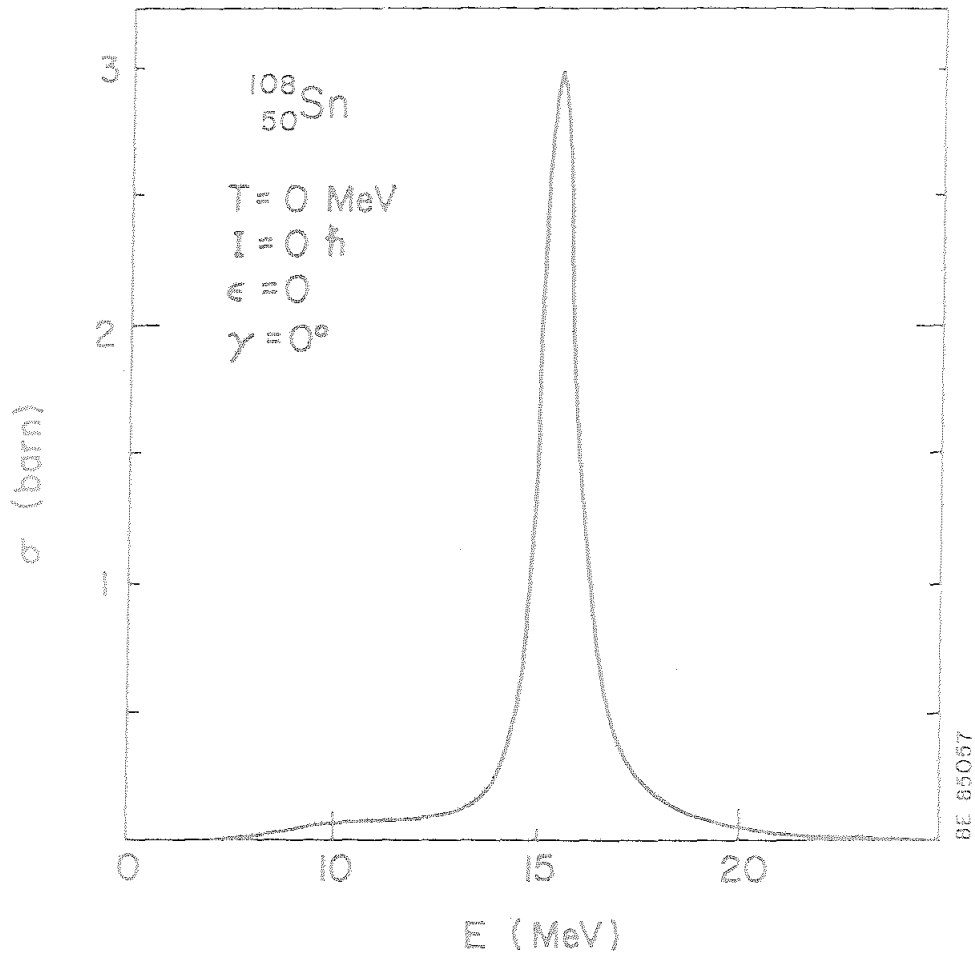


FIGURA III.4 Sección eficaz de absorción para la GDR del ^{108}Sn haciendo uso de un potencial de Nilsson con los parámetros A de la tabla III.1. La anchura del pico proviene únicamente del valor finito usado para el parámetro η ($\eta = 0.5 \text{ MeV}$) en los cálculos.

parecido al caso clásico, pero algo más complicado. Sin embargo, el pico de energía más alta, que a $\omega_{rot} = 0$ se debe a vibraciones a lo largo de los ejes más cortos del sistema, se divide a $\omega_{rot} = 1$ MeV casi exactamente igual que clásicamente.

Vamos a ver ahora la GDR de un núcleo oblató rotando. Es interesante en este caso notar cómo la distribución de intensidad no se altera prácticamente con la rotación, incluso en el caso real donde las ecuaciones utilizadas son mucho más complicadas. En un sistema oblató rotando el eje de simetría es al mismo tiempo eje de rotación. Las funciones de onda monoparticulares propias del hamiltoniano intrínseco $\hat{h} - \omega_{rot} \hat{j}_1$ serán también autovalores tanto de \hat{h} como de \hat{j}_1 , por lo que no dependerán de la frecuencia angular ω_{rot} . Sin embargo las energías propias, debido al término de cranking, sufren un desplazamiento dado por $-\hbar \omega_{rot} m_q$ (donde m_q es la proyección del momento angular sobre el eje 1, del orbital q) respecto del valor que tenían a $\omega_{rot} = 0$ (ver figura I.7). La función de respuesta de partícula independiente en la representación tensorial será:

$$\begin{aligned}
 R_{D_{\lambda\mu} D_{\lambda\mu'}}^0 &= \delta_{\mu\mu'} \sum_{pq} \frac{|\langle p | D_{\lambda\mu} | q \rangle|^2}{E - E_{pq}^{\omega_{rot}} + i\eta} (m_q - m_p) \\
 &= \delta_{\mu\mu'} \sum_{pq} \frac{|\langle p | D_{\lambda\mu} | q \rangle|^2}{(E + \mu \hbar \omega_{rot}) - E_{pq}^{\omega_{rot}=0} + i\eta} (m_q - m_p)
 \end{aligned}
 \tag{III.49}$$

ya que

$$\begin{aligned}
 E_{pq}^{\omega_{rot}} &= E_p(\omega_{rot}) - E_q(\omega_{rot}) \\
 &= E_p(\omega_{rot}=0) - E_q(\omega_{rot}=0) - (m_p - m_q) \hbar \omega_{rot} \\
 &= E_{pq}^{\omega_{rot}=0} - \mu \hbar \omega_{rot}
 \end{aligned}
 \tag{III.50}$$

Como sabemos en este sistema no hay rotación colectiva de su distribución de densidad. El momento angular se genera por excitaciones partícula-agujero en el sistema de laboratorio (ver figura I.7). Esto cambia algunos números de ocupación en la ecuación (III.49). Sin embargo, la variación de la función de respuesta $R_{D_{\lambda\mu} D_{\lambda\mu'}}^0$ es pequeña generalmente. Por ejemplo, en un potencial esférico se pueden obtener 10 \hbar de momento angular con la excitación de una partícula desde la órbita $g_{9/2}$ con $m_q = -9/2$ a la $h_{11/2}$ con $m_q = 11/2$. Se pierden con esto (a $T = 0$) en la

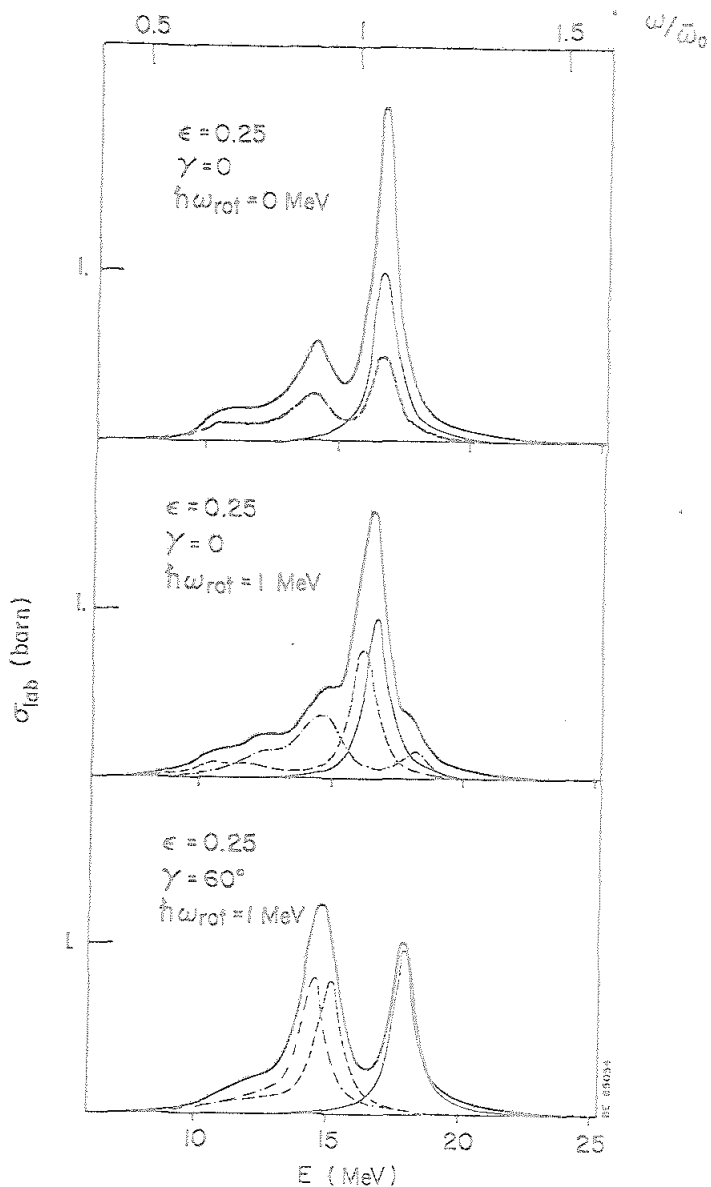


FIGURA III.5 Sección eficaz de absorción en el sistema de laboratorio para la GDR del ^{108}Sn para valores de deformación y velocidad angular tales que se acerquen lo más posible a la situación esquemática de la figura III.3. Las componentes de la función de respuesta asociada con los operadores dipolares D_{11} , D_{1-1} y D_{10} se representan con líneas de punto y raya, discontinua y continua respectivamente. La escala en la parte superior indica la energía de excitación de la GDR, medida en unidades del centroide de energía de este modo para $I=0$, $\omega_{\text{rot}}=0$ (vease figura III.4). Se muestra la escala para facilitar la comparación con los resultados de la figura III.3.

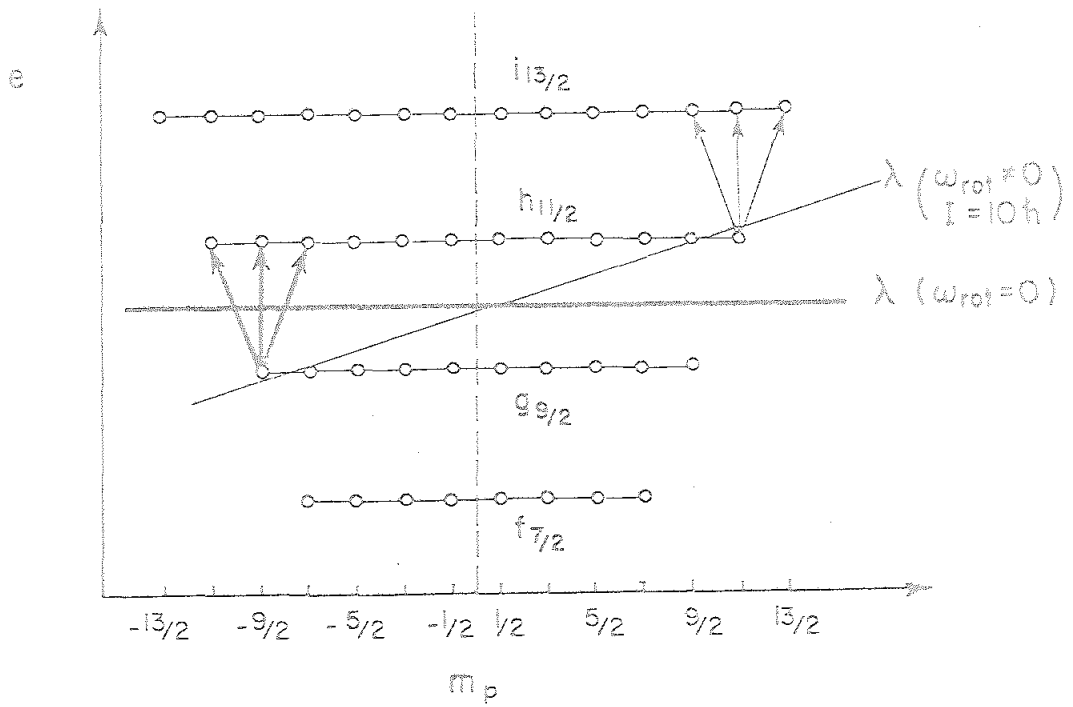


FIGURA III.6 Representación esquemática de las energías monoparticulares de un potencial esférico como función de la proyección m_p del momento angular de cada estado. La línea horizontal gruesa indica el nivel de Fermi a $\omega_{rot}=0$. Cuando el sistema se somete a una velocidad angular finita la superficie de Fermi se inclina (línea fina) reestructurándose la ocupación de los estados monoparticulares. Las flechas de trazo fino representan las nuevas excitaciones partícula-agujero de multipolaridad 1 que son posibles en esta situación ($\omega_{rot} \neq 0$) mientras que las flechas más oscuras indican las que se han perdido respecto al caso $\omega_{rot}=0$.

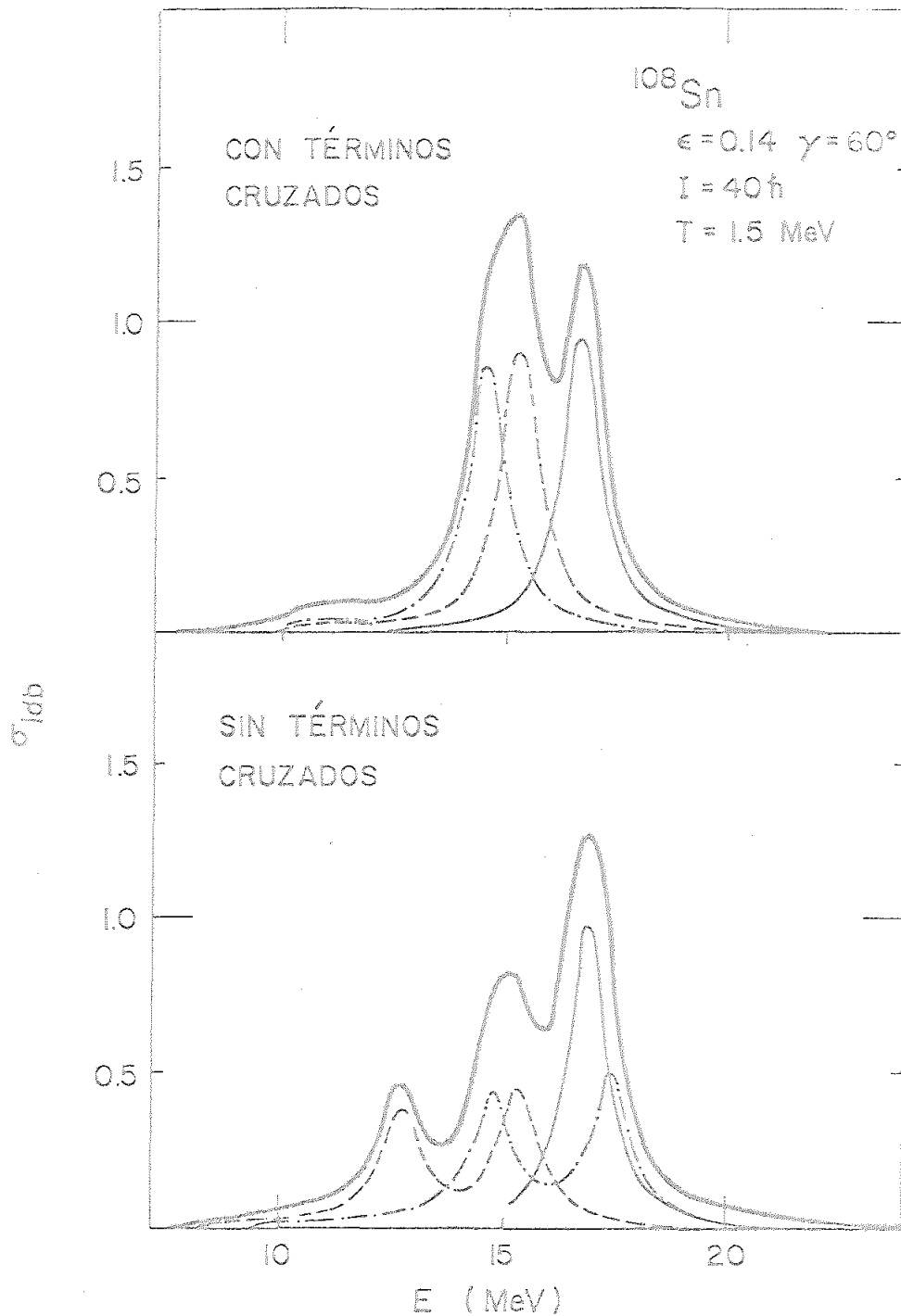


FIGURA III.7 Importancia de los términos cruzados $R_{D_2D_3}$ y $R_{D_3D_2}$ de la función respuesta (ec. III.41) en el cálculo de la sección eficaz de absorción en el sistema laboratorio. En la parte superior se muestran los resultados para el ^{108}Sn , $\epsilon=0.15$, $\gamma=60$. En la parte inferior se han repetido los cálculos despreciando los términos cruzados ($R_{D_2D_3} - R_{D_3D_2}$) de la función de respuesta (III.41). Las componentes de la sección eficaz asociadas con los operadores dipolares D_{11} , D_{1-1} y D_{10} se representan con línea de punto-rayo, discontinua y continua respectivamente.

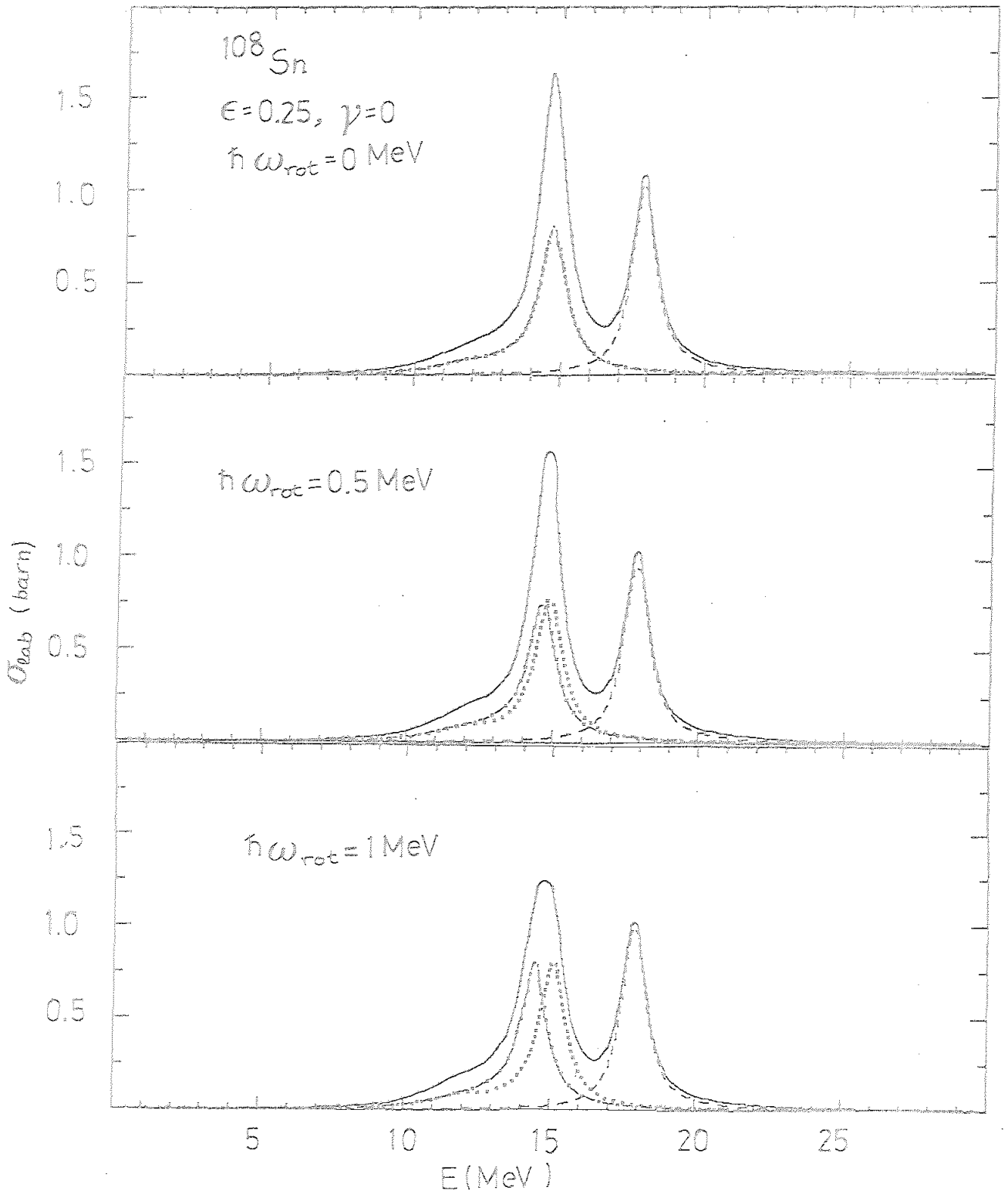


FIGURA III.8 Sección eficaz de absorción en el sistema de laboratorio para el ^{108}Sn con deformación oblatada y $\epsilon = 0.25$, a temperatura 0 y tres velocidades de rotación diferentes: 0, 0.5 y 1 MeV. La línea discontinua se refiere a la sección eficaz asociada con el operador D_{10} , la de puntos y punto y raya a los operadores D_{1-1} y D_{11} respectivamente.

ecuación (III.49) algunos sumandos debido a saltos $g_{q/2} \rightarrow h_{q/2}$ y se ganan otros del tipo $h_{q/2} \rightarrow i_{q/2}$ (ver figura III.6). Pero tanto los elementos de matriz como las energías de estas excitaciones de partícula-agujero son bastantes similares, lo que compensa la suma final en la ecuación (III.49).

Si despreciamos totalmente ese cambio en los números de ocupación, las funciones de respuesta R^0 y R (R depende de E sólo a través de R^0) están desplazadas $-\hbar\omega_{rot}$ en energía respecto a las correspondientes a $\omega_{rot} = 0$

$$R_{D_{\lambda\mu} D_{\lambda\mu}}(E; \omega_{rot}) = R_{D_{\lambda\mu} D_{\lambda\mu}}(E + \hbar\omega_{rot}, 0) \quad (\text{III.51})$$

La transformación (III.38) al sistema de laboratorio vuelve a dar a la respuesta del núcleo el mismo valor que tenía a espín cero. Los términos $R_{D_2 D_2}$ y $R_{D_3 D_2}$ de la ecuación (III.41) son esenciales para obtener este resultado, ya que al despreciarlos $R_{D_{\lambda\mu} D_{\lambda\mu}}(E) = R_{D_{\lambda-1} D_{\lambda-1}}(E)$ en el sistema de coordenadas intrínseco y por tanto en el sistema externo se separarán al aplicar (III.38) en contra de lo previsto (ver figura III.7).

En la parte inferior de la figura III.5 se representa la sección eficaz dipolar en el sistema de laboratorio para un sistema oblató rotando a $\hbar\omega_{rot} = 1$ MeV. Se observa que, aunque la mayor parte de la intensidad está concentrada en la zona del espectro de energías bajas (como corresponde a una forma oblató sin rotar), los picos para D_{41} y D_{4-1} no llegan a solaparse debido a la variación en los números de ocupación que comentábamos. La separación entre estos picos parece proporcional a la frecuencia angular ($\approx 1/2 \hbar\omega_{rot}$) como se puede ver en la figura III.8 donde las GDR están construidas sobre el mismo núcleo oblató de la anterior figura III.5, rotando ahora a tres velocidades distintas (0, 0.5 y 1 MeV). Aparte de estas pequeñas diferencias, la correspondencia con los resultados clásicos de la figura III.3 es casi completa.

III.3.3 Influencia de la temperatura

Los cambios de la temperatura influyen poco en la sección eficaz calculada con la RPA si se han mantenido los parámetros de deformación (ϵ y γ) y la velocidad angular (ω_{rot}) constantes (ver figura III.9). Este resultado se obtuvo también en el capítulo anterior.

La temperatura puede afectar, sin embargo, de un modo indirecto a la GDR a través del cambio que ésta produce, en un cálculo consistente, en los valores de la deformación de equilibrio del núcleo y de la velocidad angular necesaria para obtener un espín determinado. Las fluctuaciones estadísticas también aumentan con T .

No sabemos el efecto de la temperatura en cálculos más complicados donde se incluya el acoplamiento de la GDR con vibraciones colectivas de baja energía. Se están realizando cálculos en este sentido en núcleos esféricos (8085), y como ya

se comentó en el capítulo II, parece que los efectos pueden ser importantes.

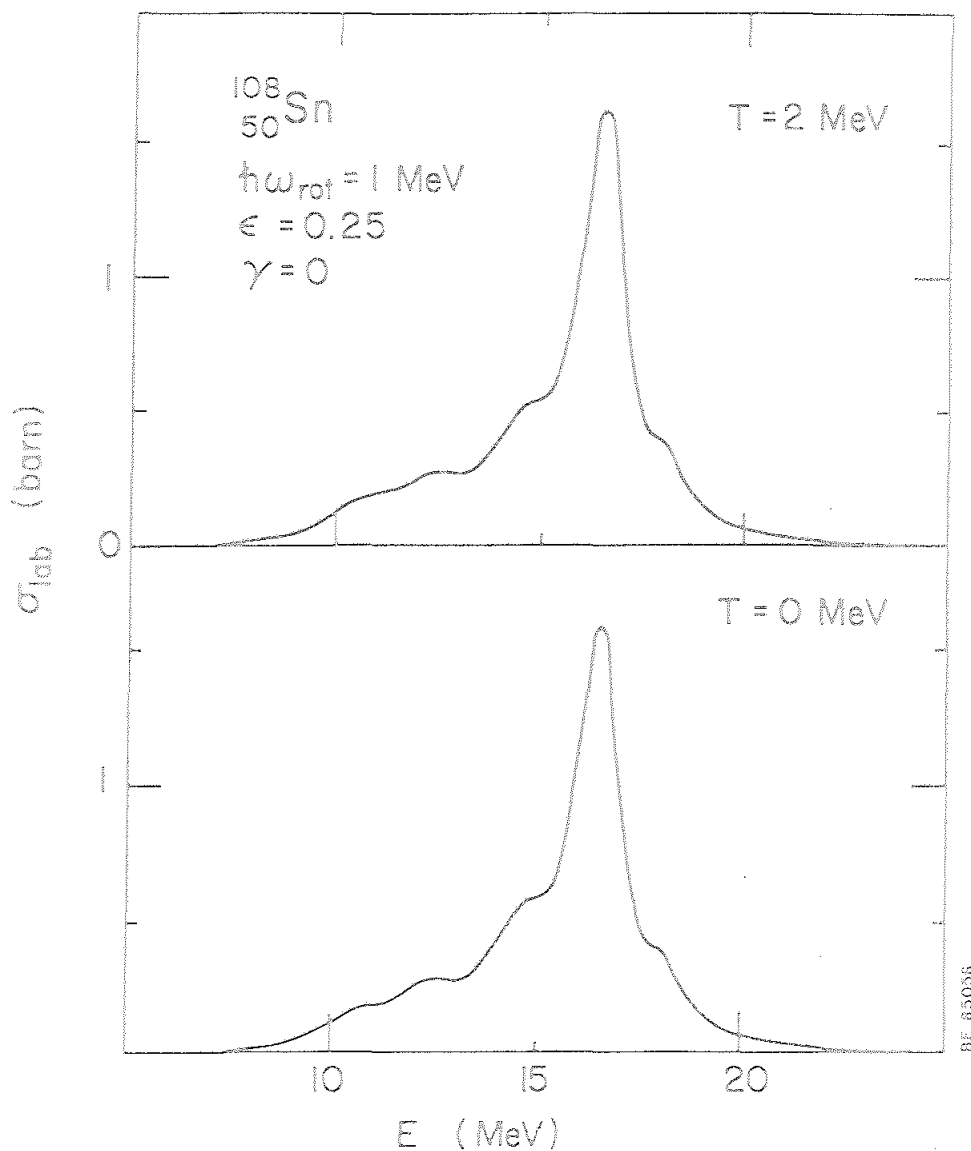


FIGURA III.9 Dependencia con la temperatura de la sección eficaz de fotoabsorción para la GDR del ^{108}Sn . Al cambiar la temperatura, todos los parámetros se dejaron inalterados excepto los números de ocupación de los niveles monoparticulares. Nótese que debido a este cambio, el momento angular varía de forma que la frecuencia rotacional permanezca constante.

III.4 RESULTADOS

Los resultados presentados a continuación se han realizado empleando el modelo discutido en el apartado III.2. Las superficies de energía potencial se han calculado (Di84) mediante la prescripción de Strutinsky para núcleos calientes (ver por ejemplo(Di81)) haciendo uso de un potencial de Nilsson definido por los parámetros usuales (Bn83) dados en la tabla III.1.b. No se han incluido deformaciones hexadecapolares, lo que se conoce que es una buena aproximación para el ^{108}Sn (Ra74) y el ^{152}Dy en sus estados deformado y superdeformado para cualquier valor del momento angular (Ra80). Las interacciones de apareamiento sólo se incluyen en el caso del ^{152}Dy a temperatura y espín cero. Para valores del momento angular y temperatura altos se espera que el efecto de esta interacción sea despreciable.

III.4.1 El núcleo ^{108}Sn

Los sistemas ^{108}Sn y ^{111}Sn se han estudiado a distintas energías de bombardeo en reacciones de fusión (Ga84, Ge85) ya comentadas en la introducción del capítulo.

En las figuras III.10 y III.11 se muestran los resultados para el ^{108}Sn ($I = 40 \hbar$, $T = 1.5 \text{ MeV}$ y $I = 60 \hbar$, $T = 2 \text{ MeV}$) obtenidos empleando el modelo discutido anteriormente (sección III.2). Los parámetros del potencial de Nilsson y el valor de la constante de acoplamiento para la fuerza dipolo-dipolo que se han usado en los cálculos se dieron en la sección III.3.2

Las superficies de energía libre indican que el ^{108}Sn es esférico en el estado fundamental y que a espín finito se hace oblató aumentando crecientemente su deformación. La temperatura acelera este proceso. La evolución de los parámetros ϵ y γ se puede ver en la figura I.11 donde están representados los mínimos de las superficies de energía libre F del núcleo Sn para distintos valores de I y T . Estas superficies a las temperaturas a las que vamos a estudiar las GDR en este apartado ($T = 1.5 \text{ MeV}$ y 2 MeV) son bastante planas (ver figura III.11.a), por lo que el sistema va a sentir una variedad apreciable de deformaciones. Este hecho se ha tenido en cuenta introduciendo fluctuaciones de los parámetros ϵ y γ según la prescripción discutida en la sección III.2. La integral (III.48) se ha sustituido por una suma sobre los puntos de una red. La elección de las características de este conjunto la hemos hecho teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

i) Estabilidad del resultado (valor de la anchura y centroide de la distribución). Depende sobre todo de la extensión de la superficie que cubre la red, es decir, de la probabilidad mínima que tengamos en cuenta ($\Delta F (= F(\text{extremo}) - F(\text{mínimo})) / T$).

ii) Suavidad de $\langle \sigma_{LAB} \rangle_T$. Depende de la densidad de puntos. Las irregularidades mostradas por $\langle \sigma_{LAB} \rangle_T$ en las figuras III.10 y III.11 podrían suavizarse escogiendo una red más densa.

iii) Tiempo de cálculo. Este limita el número total de puntos ya que para cada uno hay que obtener primero la base de Nilsson correspondiente, diagonalizar después el hamiltoniano rotante, calcular la función de respuesta dipolar y a partir de ella $\sigma_{int}(E)$ y $\sigma_{LAB}(E)$.

El conjunto de puntos escogido para el primer dato experimental estudiado ($I = 40\hbar$, $T = 1.5$ MeV) se muestra en la figura III.10. En ella se han representado sobre cada punto (ε, γ) de la red la sección eficaz correspondiente.

En los dos casos tratados los límites de la red vienen definidos por: $(F(\text{extremo}) - F(\text{mínimo})) \approx 2T$, extensión que estabiliza suficientemente los valores de la anchura y el centroide de la distribución media obtenida. Para el dato de mayor energía de excitación ($I = 60\hbar$, $T = 2$ MeV) hemos tomado 34 puntos dentro de la zona elegida antes, lo que supone una densidad similar a la del conjunto de la figura III.10.

Antes de continuar es interesante volver sobre el conjunto de la figura III.10 ya que nos muestra de una forma clara la evolución de las secciones eficaces σ_{LAB} con los parámetros de deformación a $\omega\omega t$ finita. A lo largo del eje $\gamma = -120, 60$ la función de excitación σ_{LAB} tiene un comportamiento muy regular, similar al que seguirían las GDR construidas sobre el mismo sistema oblató deformado pero sin rotar ($\omega\omega t = 0$); es decir, exhibiendo sólo dos picos principales que se van alejando entre sí al aumentar ε . El efecto de la rotación se hace más importante al alejarnos del eje $\gamma = -120, 60$ lo cual está de acuerdo con la discusión del apartado III.3.2.

Los valores medios de las secciones eficaces $\langle \sigma_{LAB}(E) \rangle$ están representados en las figuras III.10 y III.11.c El efecto de las fluctuaciones térmicas de la forma de la superficie del núcleo han hecho desaparecer por completo cualquier estructura debida a una deformación fija.

Los resultados para la anchura a mitad de altura (FWHM) Γ_{\downarrow} de la figura III.4, III.10 y III.11.c se presentan reunidos en la figura III.12 en comparación con los datos experimentales. Estos Γ_{\downarrow} se han obtenido a partir de la desviación cuadrática media de las distribuciones en un intervalo de energía ($E_1 \ll E \ll E_2$) tal que $\langle \sigma_{LAB}(E_1) \rangle \approx \langle \sigma_{LAB}(E_2) \rangle \approx 0.1$ barn. La razón de tomar este intervalo es simplemente porque parece una buena referencia para comparar los resultados obtenidos a distintas E ya que en él coinciden los valores de Γ_{\downarrow} calculados suponiendo que la función $\langle \sigma_{LAB}(E) \rangle$ tiene forma gaussiana ($\Gamma_{\downarrow} = 2.4\sigma$) o lorentziana.

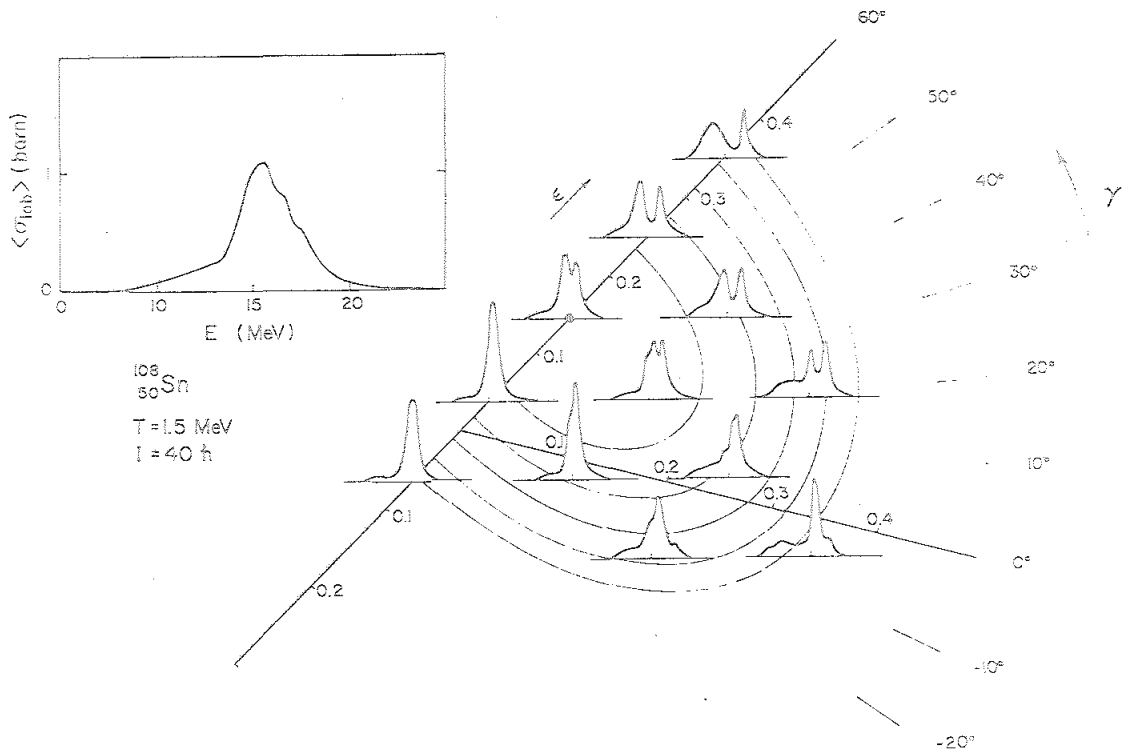


FIGURA III.10 Sección eficaz de absorción en el sistema de laboratorio para la GDR del ^{108}Sn a $T=1.5 \text{ MeV}$ y $I=40\hbar$. La superficie de energía potencial de Strutinsky en función de los parámetros de deformación se muestran como líneas finas (energía libre) en saltos de 0.5 MeV a partir del mínimo, marcado por el punto grueso. Se muestran algunos ejemplos de la función de intensidad de absorción para diferentes valores de la deformación. En el recuadro se representa la sección eficaz promedio $\langle \sigma_{lab} \rangle$ calculada de acuerdo a la ecuación (III.48) promediando las funciones de intensidad sobre los parámetros de deformación.

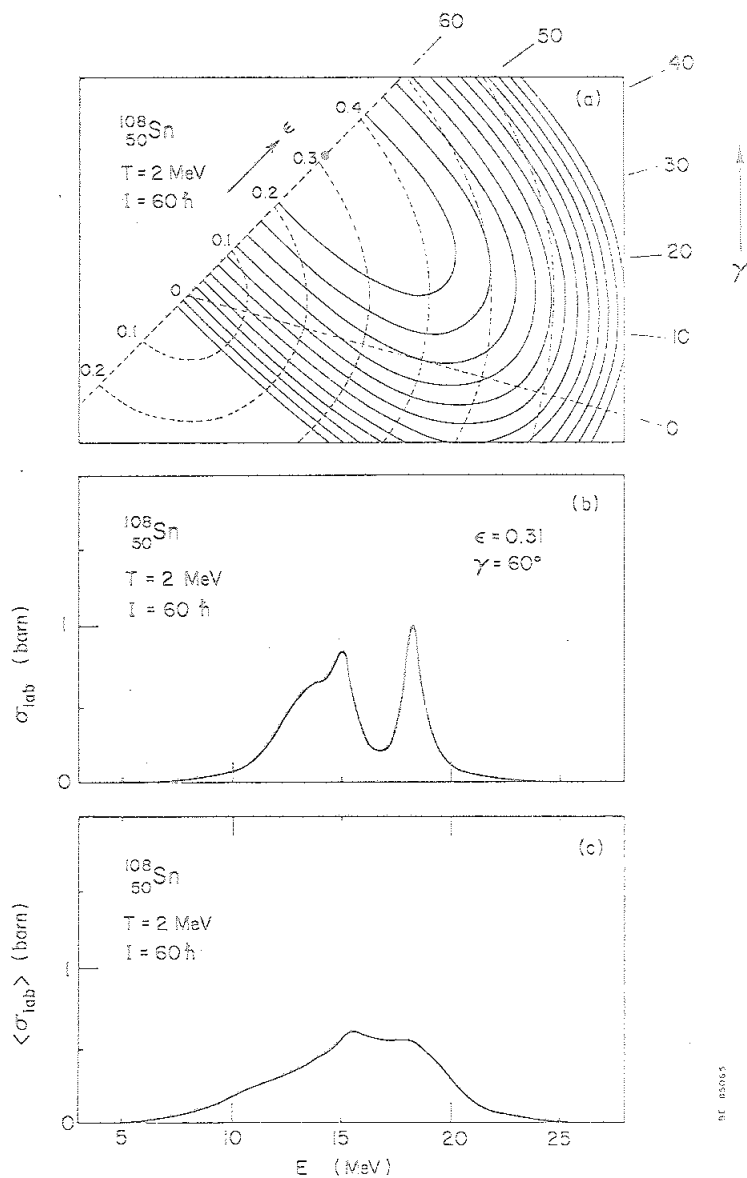


FIGURA III.11 Influencia de las fluctuaciones térmicas de la forma del núcleo en la sección eficaz de absorción del ^{108}Sn para $T=2 \text{ MeV}$ e $I=60\hbar$. La sección eficaz promedio $\langle \sigma_{\text{LAB}} \rangle$ se muestra en la parte c en comparación con la asociada con el mínimo de la superficie de energía potencial representado en la parte a por el punto grueso ($\epsilon=0.31$ y $\gamma=60^\circ$).

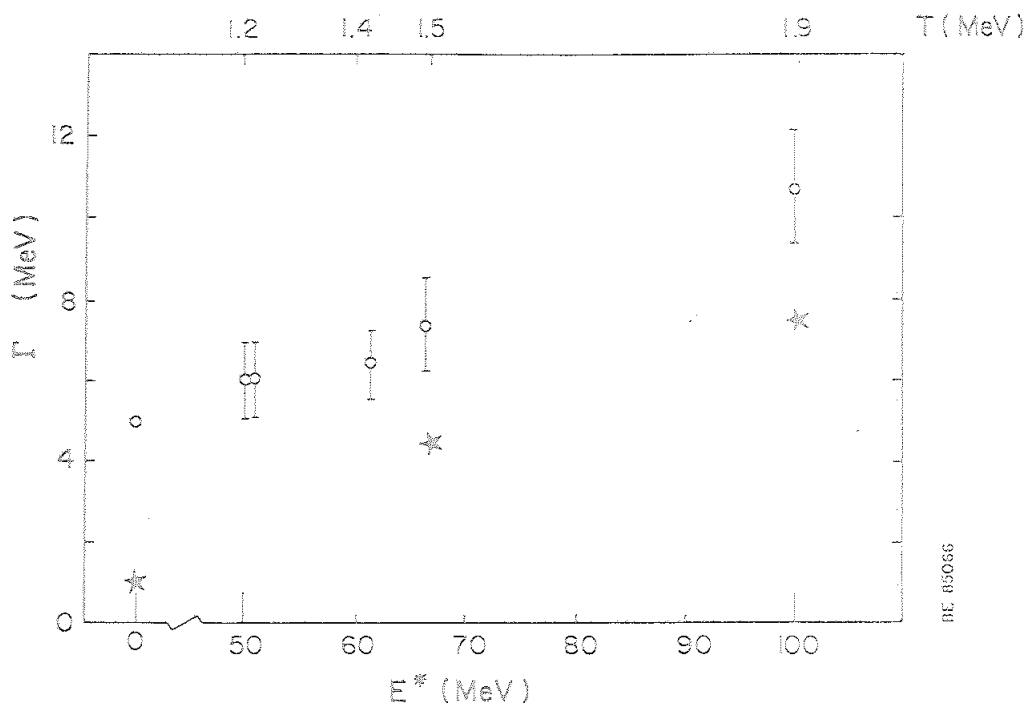


FIGURA III.12 Anchura de la GDR del ^{108}Sn para diferentes valores de la energía de excitación E^* . Se muestran también los datos experimentales ($\text{Ca}84$) correspondientes.

Las anchuras teóricas Γ_{\downarrow} (figura III.12) aumentan considerablemente con la energía de excitación E^* siguiendo el mismo comportamiento que las experimentales, aunque estas últimas son sistemáticamente mayores que las primeras. Esto no es sorprendente ya que no se han incluido en los cálculos los acoplamientos dinámicos con vibraciones colectivas de la superficie; en especial parece que las de multipolaridad $\lambda = 3$ pueden ser importantes. Estos acoplamientos son esenciales a $T = I = 0$ (BB81, Be83) para conseguir el dato experimental ($\Gamma_{\downarrow} = 5$ MeV) ya que no hay otra fuente que proporcione aumento de anchura. A valores finitos de I y T , una fracción alta de estos efectos se ha incluido ya a través de las fluctuaciones de los parámetros de deformación. En este sentido se espera que la contribución restante sea menor que para el caso anterior. Por otro lado, sin embargo, a temperaturas finitas se reduce la cancelación entre las contribuciones de las partículas y las de los agujeros (Bo85), lo que tiende a incrementar la anchura debida a estos acoplamientos.

De cualquier manera, la comparación entre los resultados teóricos y los datos experimentales debe hacerse con cuidado ya que los primeros están calculados para valores concretos del espín y la temperatura, mientras que en los segundos entran a formar parte para una E^* todos los momentos angulares que conducen a fusión (figura III.2) y las temperaturas calculadas a partir de ellos (la E^* está bien determinada).

III.4.2 Núcleos con estados isómeros superdeformados

Una fuerte estructura de capas en un potencial muy deformado puede dar lugar a estados isómeros de forma muy distinta a la del estado fundamental de un núcleo (RS80). En la figura III.13 están representados los niveles de un potencial de oscilador armónico como función del parámetro de deformación ϵ , a $\gamma = 0$. A $\epsilon = 0.6$ (que corresponde a una relación entre los ejes mayor y menor de 2:1) se observa que los niveles se han redistribuido formando regiones de baja densidad que definen nuevos "números mágicos" (shell gaps). Los núcleos con un número pequeño de partículas no son estables a estas altas deformaciones; han fisionado ya. Pero para sistemas más pesados cuya crítica de fisión es mayor, esta nueva estructura de capas produce un segundo mínimo (estado isómero) en la superficie de energía potencial, separado del primero (menos deformado) por una barrera generalmente apreciable (figura III.1). A valores altos del momento angular este segundo mínimo superdeformado puede llegar a ser el estado fundamental (figura III.15, ver también figura III.16).

Los primeros indicios de estos estados isómeros fueron proporcionados por distintos fenómenos asociados con procesos de fisión. La estructura semejante a estados de resonancia observada en la sección eficaz de fisión en reacciones de fisión inducida por neutrones se interpretó suponiendo que el proceso implica primero la formación de un estado compuesto del tipo I (figura III.14) que, a través de penetración de la barrera, se acopla a un estado de aproximadamente la misma energía de ligadura (región II), conduciendo finalmente a la fisión (BM75).

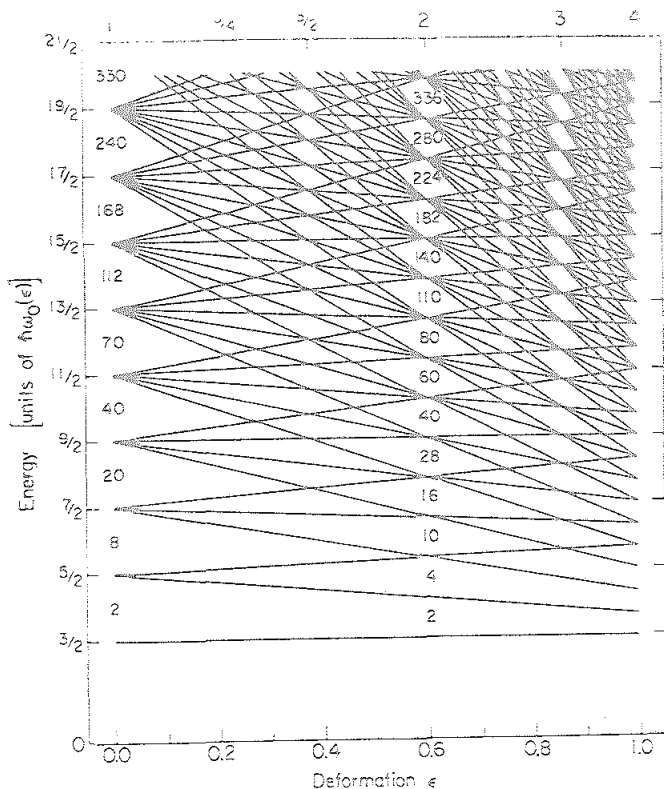


FIGURA III.13 Niveles de energía de un potencial de oscilador armónico axialmente simétrico (con $\omega = 0$) en función del parámetro de deformación (figura de (MN73)).

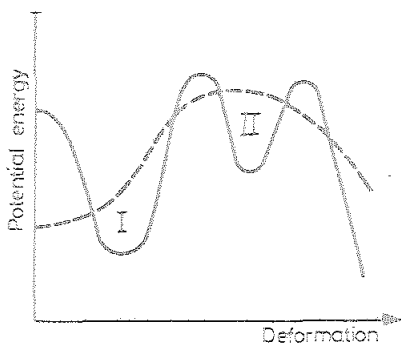


FIGURA III.14 Representación esquemática de la variación de la energía con la deformación para un núcleo con un segundo mínimo (II). El estado fundamental del sistema tiene deformación (I). La línea discontinua corresponde a la barrera dada por el modelo de la gota líquida. (Fig. tomada de RS80).

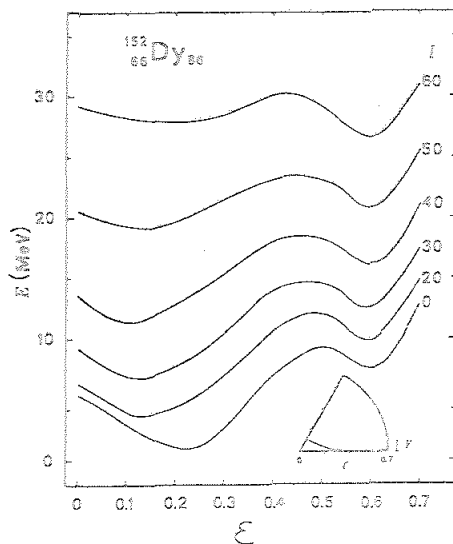


FIGURA III.15 Evolución del mínimo superdeformado de la energía potencial con el momento angular del núcleo. Notar que para valores del espín de aproximadamente 60 h el mínimo a $\epsilon \approx 0.6$ se hace más profundo que el mínimo a $\epsilon \approx 0.1$. La pequeña figura en la esquina inferior-derecha indica la línea aproximada en el plano (ϵ, E) correspondiente a la abscisa. Esta figura se ha tomado de (CR80).

Un momento de inercia que indica una superdeformación se ha observado (Ny84) para el ^{152}Dy midiendo las correlaciones de energía - a altos espines, para los que, teóricamente, se espera que el estado superdeformado sea el fundamental y por tanto que el núcleo decaiga a lo largo de una banda rotacional basada en él.

Se ha discutido ya anteriormente que el efecto del acoplamiento de la GDR con los grados de libertad cuadrupolares de la superficie es separar las componentes de ésta. Las GDR construidas sobre estados superdeformados tendrán, por tanto, su intensidad concentrada en zonas de energías muy distantes. En concreto, para un núcleo de $A = 150$ con una deformación dada por $\epsilon = 0.6$, $\gamma = 0$, el modelo de oscilador armónico predice una separación de las energías de las GDR de aproximadamente 9.3 MeV, estando situado el modo de energía más baja a unos 9 MeV. Este último modo originará un pico o un abultamiento en el espectro de decaimiento, cuando éste está restringido a los valores más altos del momento angular. Los rayos gamma de este abultamiento se emitirán desde estados de una energía de excitación alrededor de 9 MeV sobre la línea Yrast; es decir, cuando ya no hay energía suficiente para emitir un neutrón.

Otra consecuencia interesante de la separación de la intensidad de la GDR que se espera encontrar es un aumento importante de la carga efectiva $E1$ al pasar de un estado normal a uno superdeformado.

Por lo dicho anteriormente nos ha parecido importante calcular la GDR en núcleos superdeformados. En concreto vamos a ver a continuación las del ^{152}Dy y ^{146}Pb a varios valores del espín y temperatura. Para estos núcleos los cálculos de Strutinsky predicen la existencia de un segundo mínimo en la zona de superdeformación.

En la tabla III.1.a se dan los parámetros que definen el potencial de Nilsson que se han utilizado para el cálculo de la GDR en el ^{146}Pb y ^{152}Dy . Los valores de las constantes de acoplamiento de la fuerza de interacción dipolo-dipolo se encuentran en la tabla III.2.

III.4.2.1 El núcleo ^{152}Dy

Los cálculos de Strutinsky predicen que los estados de la línea Yrast del ^{152}Dy con momento angular mayor que $62\hbar$ están contruidos sobre un estado intrínseco superdeformado. A espín más bajo (en la figura III.16 se muestra la superficie de energía para $I = 40\hbar$) el núcleo es prácticamente esférico.

Cuando la temperatura aumenta los efectos de capas se hacen más débiles, por lo que el mínimo superdeformado tiende a desaparecer. En concreto, para el caso ^{152}Dy ha desaparecido totalmente a $T = 1$ MeV.

La figura III.16 muestra las secciones eficaces dipolares en el sistema de laboratorio calculadas a $T = 0$ MeV para los mínimos correspondientes a dos valores del momento angular: $40\hbar$ (cuando

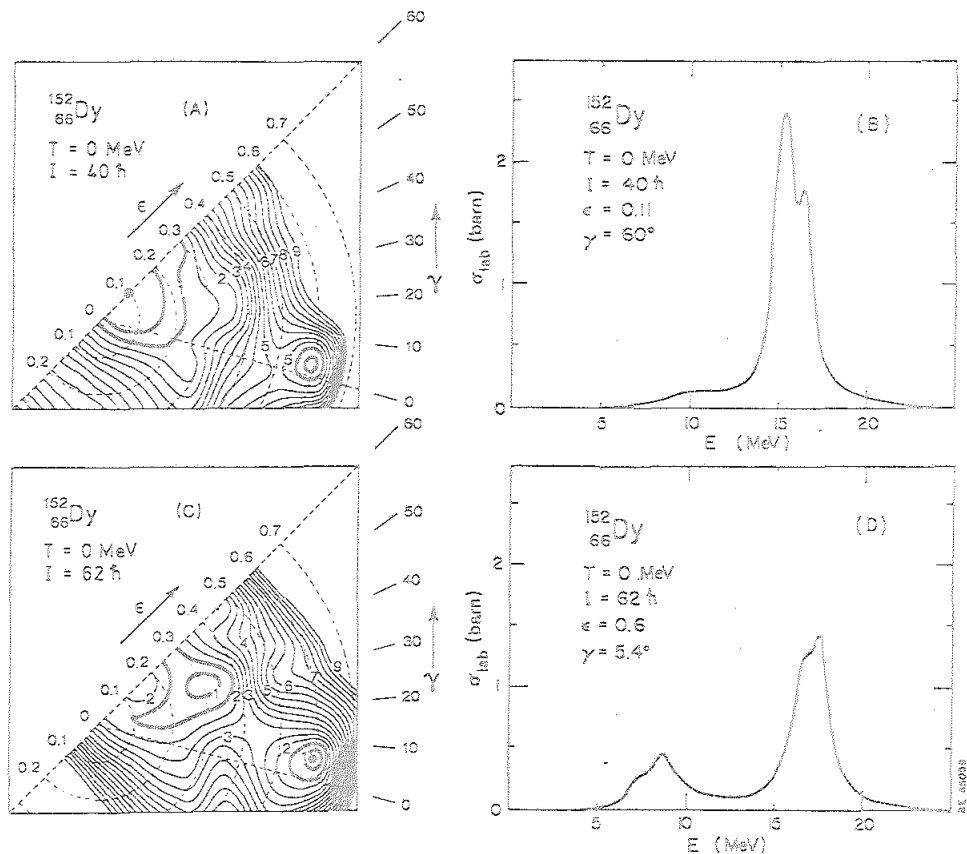


FIGURA III.16 Resultados de los cálculos de la función de respuesta de la GDR del $^{152}_{66}\text{Dy}$ a temperatura cero. En la parte A se representan las superficies de energía potencial para $I=40\hbar$, momento angular correspondiente a una situación en la que el estado superdeformado no es Yrast. Los contornos de energía se muestran en intervalos de 0.5 MeV aunque sólo se numeran de MeV en MeV. Alrededor de los mínimos locales los contornos se dibujan en línea gruesa. La parte C representa lo mismo que la A pero para $I=62\hbar$, valor para el cual el estado superdeformado ya es Yrast. Las partes B y D muestran la sección eficaz de fotoabsorción de la GDR calculadas para las formas nucleares de los estados Yrast a momentos angulares $40\hbar$ y $62\hbar$ respectivamente

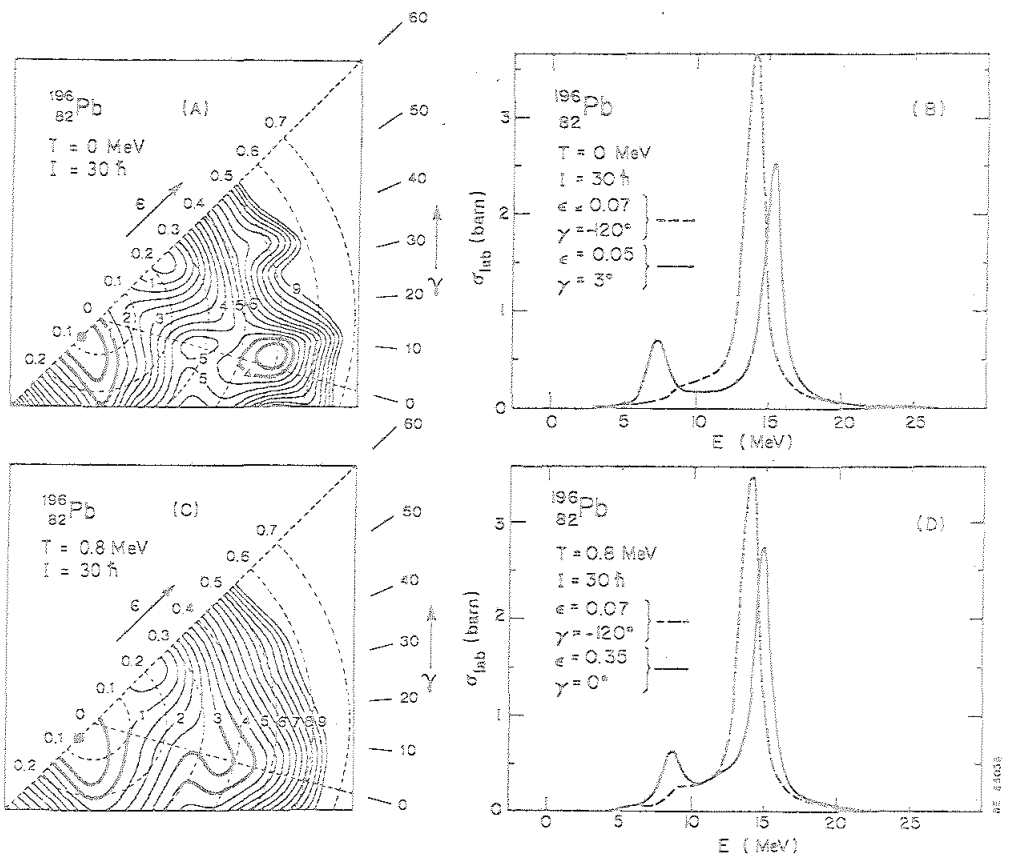


FIGURA III.17 Función de respuesta de la GDR del ^{196}Pb a diferentes temperaturas. En A se representan las superficies de energía potencial a $I=30\hbar$ y $T=0$. En B se muestran dos funciones de intensidad de la GDR a los mismos valores de I y T : La curva a trazos corresponde al estado esférico (mínimo) y la continua al estado superdeformado.

El mínimo superdeformado desaparece por encima de $T=0.8\text{MeV}$. A esta temperatura y al mismo momento angular que en las partes A y B, corresponden las partes C y D.

el núcleo es casi esférico) y $62\hbar$ (cuando se ha producido la transición a $\epsilon=0.6$). En el primer caso aparecen dos picos muy cercanos (≈ 15 y 16.5 MeV), mientras que en el segundo, la intensidad de la GDR se ha distribuido en dos zonas de energía separadas aproximadamente 9 MeV. En la más baja, situada a unos 8.5 MeV, se encuentra un 30 por ciento de la regla de suma dipolar pesada con la energía (EWSR). Como dijimos antes, pensamos que existe la probabilidad de que los rayos gamma provenientes de este pico de baja energía sean detectados ya que aunque su densidad es pequeña en esa zona, no tendrán que competir con la emisión de neutrones por ser la energía típica de separación de éstos mayor que la de los gammas en cuestión.

III.4.2.2 El núcleo ^{196}Pb

En la figura III.17.a, donde se representa la superficie de energía del Pb a $I = 30\hbar$ y $T = 0$ MeV observamos que ésta presenta dos mínimos profundos: uno esférico que nos da el estado Υ_{rast} , y otro en una zona de deformación bastante grande (≈ 0.5). La GDR basada en el primero se concentra prácticamente en un pico situado a 14 MeV. En el caso de la GDR construida sobre el mínimo superdeformado, parte de su intensidad (≈ 30 por ciento de la EWSR) se separa hacia bajas energías (≈ 7.2 MeV) y el resto aparece concentrado en un pico a aproximadamente 15.4 MeV (figura III.17.b).

Como comentamos anteriormente, la temperatura debilita la estructura de capas, haciendo las superficies de energía de los núcleos más regulares. Este efecto puede observarse comparando las figuras III.17.a y III.17.c donde, para $I = 30\hbar$, vemos que el mínimo superdeformado existente a $T = 0$ MeV ha desaparecido prácticamente a $T = 0.8$ MeV.

La sección eficaz de absorción de la GDR basada en el estado de equilibrio a $T = 0.8$ MeV, $I = 30\hbar$ está representada en la figura III.17.d en comparación con la construida sobre un estado de deformación $\epsilon = 0.35$ y $\gamma = 0$ situado en la zona de inflexión. El pico de energía más baja de ésta última resonancia probablemente aparecerá en el espectro de decaimiento gamma, como ya se discutió para el Dy. En este caso, sin embargo, será más débil ya que el estado más deformado no es el mínimo absoluto.

III.4.3 Un caso de GDR con pairing

Hemos calculado la GDR del estado fundamental del Dy ($T = 0$) incluyendo en el cálculo interacciones de apareamiento para compararlas con las obtenidas sin tenerlas en cuenta.

Los cálculos de Strutinsky predicen que la deformación del estado fundamental del ^{152}Dy es $\epsilon = 0.1$ y $\gamma = 0$. Resolvimos para esta deformación las ecuaciones BCS. Los valores de G_{π} y G_{ρ} (intensidad de la fuerza de pairing) utilizados se fijaron de manera que se reprodujeran las diferencias de masas par-impar (BM69) experimentales ($\Delta_{\pi} = 0.77$ MeV; $\Delta_{\rho} = 0.78$ MeV).

La GDR en el caso general ($I \neq 0$) se calcula de forma similar a la descrita en la sección III.2, haciendo los siguientes cambios en la función de respuesta no perturbada (III.22)

$$\begin{aligned} \langle p | D_\alpha | q \rangle_{p>q} &\rightarrow (A^T D_\alpha B)_{pq} - (A^T D_\alpha B)_{qp} \\ E_{pq} = E_p - E_q &\rightarrow E_p + E_q \\ n_q - n_p &\rightarrow 1 - \tilde{n}_q - \tilde{n}_p \end{aligned} \quad (\text{III.52})$$

donde

$$E_p = \sqrt{(E_p - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (\text{III.53})$$

es la energía de la cuasipartícula α_p^\dagger , y

$$\tilde{n}_p = \frac{1}{1 + \exp(E_p/T)} \quad (\text{III.54})$$

es el número medio de ocupación del estado de cuasipartícula p a la temperatura T .

Las matrices A y B definen la transformación de Bogolyubov ((RS80) y referencias en él).

$$\alpha_p^\dagger = \sum_k A_{kp} c_k^\dagger + B_{kp} c_k \quad (\text{III.55})$$

Esta transformación diagonaliza de manera aproximada el hamiltoniano cuya parte monoparticular viene dada por un hamiltoniano rotante y la parte de interacción es una fuerza de corto alcance tipo "pairing".

En nuestro caso el momento angular es cero por lo que (III.55) se reduce a

$$\alpha_p^\dagger = u_p c_p^\dagger - v_p c_{\bar{p}} \quad (\text{III.56})$$

donde $c_{\bar{p}}^\dagger$ es el estado invertido temporalmente del c_p^\dagger .

En la figura III.18 se muestra la GDR del ¹⁵²Dy a $T=0$ ($\epsilon=0.1$, $\gamma=0$) calculada teniendo en cuenta la interacción de apareamiento con los parámetros dados al principio y se compara

con un cálculo equivalente pero donde se supone $\Delta_n = \Delta_p = 0$. Se observa que la distribución de la intensidad dipolar en el primer caso es algo más suave y que su centroide está desplazado hacia energías más altas unos 0.7 MeV. Esto es lógico ya que la interacción anterior aumenta las energías de las excitaciones partícula-agujero del orden de Δ .

La temperatura y el espín tienden a minimizar el efecto del apareamiento. En concreto, éste se vuelve despreciable para un valor de $T = \Delta/2$ (CI83). Los momentos angulares y temperaturas de los casos estudiados son suficientemente altos para poder considerar sin mucho error $\Delta(I, T) \approx 0$.

En los estados correspondientes a los mínimos superdeformados la estructura de capas es tan pronunciada que los parámetros Δ son cero, incluso para $T = I = 0$.

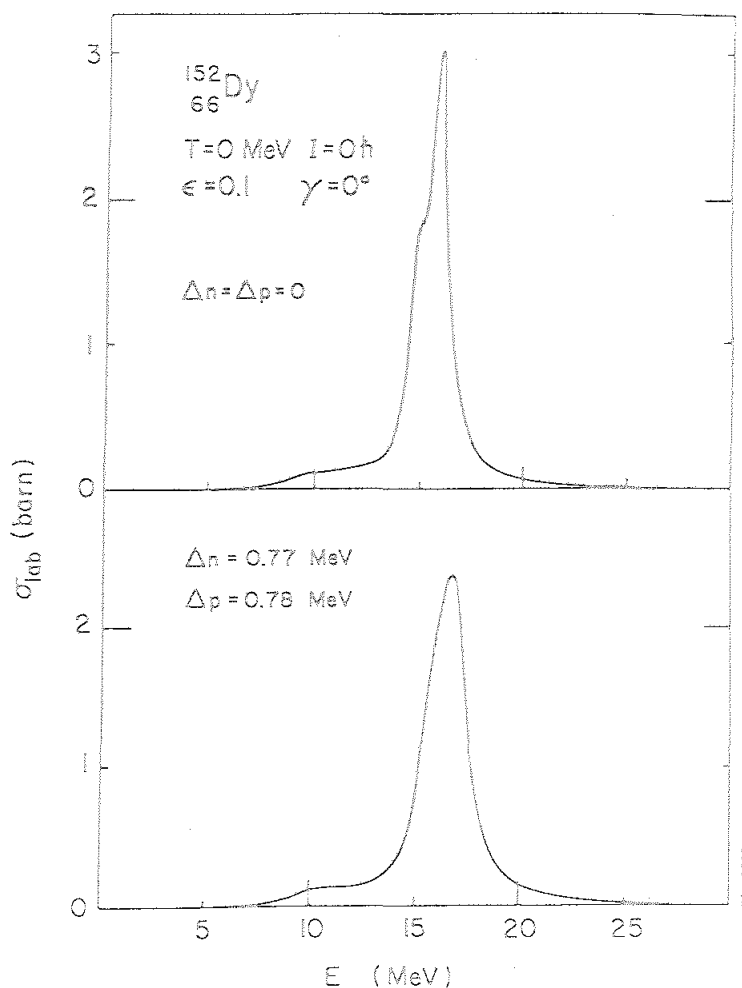


FIGURA III.18 Influencia de la presencia de un gap de apareamiento estático en la función de respuesta de la GDR del ^{152}Dy a $T=I=0$. La parte superior se tomaron valores nulos de los gaps correspondientes a neutrones y protones. En la parte inferior se representan los resultados obtenidos con los valores de dichos gaps logrados en un cálculo RGS. Las constantes de acoplamiento se obtuvieron igualando los gaps a las diferencias de masas par impar (ver texto).

APENDICE III.A

El objeto de este apéndice es obtener una expresión de la función de respuesta dipolo-dipolo no perturbada para sistemas calientes rotando muy rápidamente, partiendo de los desarrollos de la referencia (RS80). Para ello vamos a definir primero la base monoparticular utilizada, las fases y los elementos de matriz de algunos operadores de interés.

III.A.1 Definición de la base

Se comentó en el capítulo I que las únicas simetrías conservadas por el hamiltoniano rotante (hamiltoniano "cranking" son la signatura y la paridad. Como consecuencia conviene escoger una base monoparticular en la que esos números cuánticos estén bien definidos. Una posible elección (si se utiliza, como en nuestro caso, un hamiltoniano de Nilsson) es la base de un oscilador armónico tridimensional y anisótropo con la parte de espín dada por los vectores propios de este operador en la dirección de la rotación, eje 1. Las funciones de onda se caracterizan por el conjunto $(n_1, n_2, n_3) = \vec{n}$ (n_α es el número de oscilador en la dirección α) y por Σ (dos veces la proyección del espín \vec{S} a lo largo del eje 1)

$$\langle \vec{r} | \vec{n} \Sigma \rangle \equiv i^{m_z} \langle x | m_1 \rangle \langle y | m_2 \rangle \langle z | m_3 \rangle \chi_{\Sigma} \quad (\text{III.A.1})$$

La fase escogida i^{m_z} hace que los elementos de matriz del hamiltoniano (III.1) sea reales.

Si definimos el operador signatura,

$$P_{\sigma}^{\chi} = \pi R_n^{\chi} = \pi e^{-i\pi J_1} \quad (\text{III.A.2})$$

donde π es el operador paridad y R_n^{χ} es un giro de 180° alrededor del eje 1, sus autovalores en la base escogida son

$$\begin{aligned} P_{\sigma}^{\chi} | \vec{n} \Sigma \rangle &= \left(\pi e^{-i\pi L_1} \right) e^{-i\pi \sigma_1 / 2} | \vec{n} \Sigma \rangle \\ &= (-1)^{m_x} (-i)^{\Sigma} | \vec{n} \Sigma \rangle \\ &= i (-1)^{m_x + \Sigma} | \vec{n} \Sigma \rangle = S_{m_{\Sigma}} | \vec{n} \Sigma \rangle \quad (\text{III.A.3}) \end{aligned}$$

Funciones $| \vec{n} \Sigma \rangle$ con los mismos números (n_1, n_2, n_3) de oscilador y distinto Σ tendrán signatura opuesta.

Hemos utilizado la definición del operador signatura dada por Goodman (Go74). En general se define como una rotación de 180° alrededor del eje 1:

$$P_0^1 = R_n^1 = e^{-i\pi J_1}$$

Sus autovalores en la base escogida son

$$i \sum (-1)^{N - (n_1 + 1)}$$

que coinciden con los anteriores si $N = (n^\# \text{ principal}) = n_1 + n_2 + n_3$ es par. Salvo en este apéndice, nos referiremos siempre a esta definición que últimamente es la más usada.

Es fácil demostrar partiendo de la definición del operador T ($T = i k \sigma_2$ en la convención de fase colectiva; donde k es el operador de conjugación -ver tabla II.A.1-) que

$$T | \vec{m} \Sigma \rangle = (-1)^{m_z} \sum | \vec{m} - \Sigma \rangle \quad (\text{III.A.4})$$

y por tanto, según (III.A.3), si $| \vec{m} \Sigma \rangle$ tiene signatura positiva, la de $T | \vec{m} \Sigma \rangle$ es negativa.

Resulta conveniente para simplificar el cálculo de los elementos de matriz tanto del hamiltoniano (III.1) como del operador dipolar, definir los estados de la base de signatura negativa como $T | \vec{m} \Sigma \rangle$. Esto introduce una nueva fase en sus funciones de onda, como puede verse en (III.A.4).

El operador paridad \mathcal{P} , que conmuta con el hamiltoniano rotante, actúa únicamente sobre la parte espacial de las funciones de onda. Sus valores propios vienen dados por

$$(-1)^{N = n_1 + n_2 + n_3}$$

Hasta ahora hemos definido la base utilizada y comprobado que sus elementos son autoestados de los operadores signatura y paridad. Tendremos, en resumen, cuatro grupo de vectores (si consideramos solamente un tipo de partículas, protones o neutrones):

grupo	vector	paridad	signatura (def. Goodman [Go74])
1	$ \vec{n} \Sigma\rangle_1$	+	+i
2	$\overline{ \vec{n} \Sigma\rangle_1} \equiv T \vec{n} \Sigma\rangle_1$	+	-i
3	$ \vec{n} \Sigma\rangle_3$	-	+i
4	$\overline{ \vec{n} \Sigma\rangle_3} \equiv T \vec{n} \Sigma\rangle_3$	-	-i

TABLA III.A.1

III.A.2 Elementos de matriz del operador dipolar en la base escogida

Veamos algunas de las propiedades del operador D definido en (III.3).

i)

$$\{\bar{D}, \pi\} = 0 \quad (\text{III A.5})$$

ii)

$$\{D_1, P_\sigma^x\} = 0 \quad (\text{III A.6})$$

$$[D_2, P_\sigma^x] = [D_3, P_\sigma^x] = 0 \quad (\text{III A.7})$$

El operador dipolar acopla estados de paridad opuesta (III.A.5). Según (III.A.6,7) D_1 acopla estados de distinta signatura, mientras que los elementos de D_2 y D_3 sólo son distintos de cero entre estados de la misma signatura (notar que en este apéndice estamos utilizando la definición de Goodman (Go74) del operador signatura!).

iii)

$$[\vec{D}, T] = 0 \quad (\text{III A.8})$$

Empezamos por calcular los elementos de matriz de D_1 . Siguiendo la notación de la tabla III.A.1 la matriz será de la forma:

0		0	$D_1(1,4)$
		$D_1(2,3)$	0
0	$D_1(3,2)$	0	
$D_1(4,1)$	0		

El bloque $D_1(1,4)$ viene dado por:

$$\begin{aligned}
 D_1(1,4) &= \langle \vec{n} \Sigma | D_1(T | \vec{m}' \Sigma') \rangle_3 \propto \langle \vec{n} \Sigma | X_1(T | \vec{m}' \Sigma') \rangle_3 \\
 &= (-1)^{m_2} (-\Sigma) \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_1}} \delta_{\Sigma, \Sigma'} \delta_{n_2, n_2'} \delta_{m_3, m_3'} \\
 &\quad \times (\sqrt{n_1+1} \delta_{m_1, m_1-1} + \sqrt{n_1} \delta_{m_1, m_1+1}) \quad (\text{III A.9})
 \end{aligned}$$

donde hemos utilizado (III.A.4).

El resto de los elementos de matriz está relacionado con este primer grupo

$$\begin{aligned}
 D_1(2,3) &= \langle T(\vec{m} \Sigma)_1 | \chi_1 | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3 = -\langle T(\vec{m} \Sigma)_1 | \chi_1 T^2 | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3 \\
 &= -\langle \vec{m} \Sigma | \chi_1 T | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3^* = -\langle \vec{m} \Sigma | \chi_1 T | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3 \\
 &= -D_1(1,4) \quad (\text{III A.10})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_1(3,2) &= \langle \vec{m}' \Sigma' | \chi_1 T | \vec{m} \Sigma \rangle_1 = \langle T(\vec{m} \Sigma)_1 | \chi_1 | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3^* \\
 &= D_1(2,3) - D_1(1,4) \quad (\text{III A.11})
 \end{aligned}$$

$$D_1(4,1) = \langle T(\vec{m}' \Sigma')_3 | \chi_1 | \vec{m} \Sigma \rangle_1 = \langle \vec{m} \Sigma | \chi_1 T | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3^* = D_1(1,4) \quad (\text{III A.12})$$

En estas últimas expresiones (III.A.10,11,12) hemos utilizado el hecho de que los elementos de matriz de D_1 (ecuación (III.A.9)) son reales y las siguientes propiedades del operador inversión temporal T (BM69)

$$T^2 = -1 \quad (\text{III A.13})$$

y

$$\langle T(\vec{m} \Sigma) | T(\vec{m}' \Sigma') \rangle = \langle \vec{m} \Sigma | \vec{m}' \Sigma' \rangle^* \quad (\text{III A.14})$$

En resumen

$$D_1(1,4) = -D_1(2,3) = -D_1(3,2) = D_1(4,1) \quad (\text{III A.15})$$

Los operadores D_2 y D_3 , a diferencia de D_1 , acoplan estados de la misma signatura según (III.A.7). Las matrices serán de la forma



0		$D_{\alpha}(1,3)$	0
		0	$D_{\alpha}(2,4)$
$D_{\alpha}(3,1)$	0	0	
0	$D_{\alpha}(4,2)$		

$\alpha=2,3$

Calculamos los elementos de matriz de manera análoga a la anterior

$$\begin{aligned}
 D_2(1,3) &\propto \langle \vec{m} \Sigma | X_2 | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3 = i^{n'_2 - m_2} \delta_{n_1 m'_1} \delta_{n_3 n'_3} \delta_{\Sigma \Sigma'} \\
 &\times \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_2}} \left(\sqrt{n_2 + 1} \delta_{m_2, n'_2 - 1} + \sqrt{n_2} \delta_{m_2, n'_2 + 1} \right) \\
 &= i \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_2}} \delta_{n_1 m'_1} \delta_{n_3 n'_3} \delta_{\Sigma \Sigma'} \\
 &\times \left(\sqrt{n_2 + 1} \delta_{n_2, n'_2 - 1} - \sqrt{n_2} \delta_{n_2, n'_2 + 1} \right) \quad (\text{III A.16})
 \end{aligned}$$

$$D_2(1,3) = -D_2(2,4) = -D_2(3,1) = D_2(4,2) \quad (\text{III A.17})$$

donde es necesario observar, al aplicar (III.A.14), que los elementos de matriz de D_2 son imaginarios puros.

Análogamente, para el operador D_3

$$D_3(1,3) \propto \langle \vec{m} \Sigma | X_3 | \vec{m}' \Sigma' \rangle_3 = \sqrt{\frac{k}{2M\omega_3}} \delta_{n_1, n'_1} \delta_{n_2, n'_2} \delta_{\Sigma, \Sigma'} \\ \times \left(\sqrt{n_3+1} \delta_{n_3, n'_3-1} + \sqrt{n_3} \delta_{n_3, n'_3+1} \right) \quad (\text{III.A.18})$$

$$D_3(1,3) = D_3(2,4) = D_3(3,1) = D_3(4,2) \quad (\text{III.A.19})$$

III.A.3 Función de respuesta dipolo-dipolo no perturbada

La función de respuesta R^0 (III.22) consta de los elementos de matriz dipolares entre los autoestados $|p\rangle$ del hamiltoniano de cranking (III.1)

$$R_{D_\alpha D_\beta}^0 = \sum_{p,q} \langle p | D_\alpha | q \rangle^* \langle p | D_\beta | q \rangle (n_q - n_p) \frac{E - E_{pq} - i\eta}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} \\ (\text{III.A.20})$$

donde $E_{pq} = E_p - E_q$

Los vectores $|p\rangle$ se pueden poner como combinación lineal de la base definida en la sección anterior (tabla III.A.1) que designaremos aquí $|i\rangle$

$$|p\rangle = \sum_i c_{ip} |i\rangle \quad (\text{III.A.21})$$

La matriz \hat{C} es diagonal por bloques, debido otra vez a que el hamiltoniano conmuta con los operadores π y P_z^1 . Se puede demostrar que sus elementos, \hat{C}_{ip} , son reales. Por todo esto, las matrices de los operadores D_α en la nueva base $|p\rangle$ tienen la misma forma que en la base $|i\rangle$. Además, igual que antes (III.A.9,16,18), los elementos de matriz de D_2 son imaginarios puros, mientras que los de D_1 y D_3 son reales

$$\langle p | D_{1,3} | q \rangle = \langle p | D_{1,3} | q \rangle^* = \langle q | D_{1,3} | p \rangle \quad (\text{III A.22})$$

$$\langle p | D_2 | q \rangle = -\langle p | D_2 | q \rangle^* = -\langle q | D_2 | p \rangle$$

La función R^0 en (III.A.20) se puede separar en una parte real y una imaginaria. Las componentes diagonales $R_{D_\alpha D_\alpha}^0$ ($\alpha=1,2,3$) son:

$$\begin{aligned} \text{Re} (R_{D_\alpha D_\alpha}^0) &= \sum_{p>q} |\langle p | D_\alpha | q \rangle|^2 (m_q - m_p) \left[\frac{E - E_{pq}}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} - \frac{E + E_{pq}}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right] \\ \text{Im} (R_{D_\alpha D_\alpha}^0) &= -\eta \sum_{p>q} |\langle p | D_\alpha | q \rangle|^2 (m_q - m_p) \left[\frac{1}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} - \frac{1}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{III A.23})$$

Entre las componentes no diagonales $R_{D_\alpha D_\beta}^0$ sólo son distintas de cero $R_{D_1 D_3}^0$ y $R_{D_3 D_1}^0$ como ya se comentó en el capítulo III. Según (III.A.20,22)

$$R_{D_2 D_3}^0 = \sum_{p>q} \langle p | D_2 | q \rangle^* \langle p | D_3 | q \rangle (m_q - m_p) \\ \times \left\{ \left(\frac{E - E_{pq}}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} + \frac{E + E_{pq}}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right) - i\eta \left(\frac{1}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} + \frac{1}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right) \right\} \quad (\text{III A.24})$$

y teniendo en cuenta que $\langle p | D_2 | q \rangle$ es imaginario puro y $\langle p | D_3 | q \rangle$ real:

$$\text{Re}(R_{D_2 D_3}^0) = -\eta \sum_{p>q} \frac{\langle p | D_2 | q \rangle}{i} \langle p | D_3 | q \rangle (m_q - m_p) \left(\frac{1}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} + \frac{1}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right)$$

$$\text{Im}(R_{D_2 D_3}^0) = - \sum_{p>q} \frac{\langle p | D_2 | q \rangle}{i} \langle p | D_3 | q \rangle (m_q - m_p) \left(\frac{E - E_{pq}}{(E - E_{pq})^2 + \eta^2} + \frac{E + E_{pq}}{(E + E_{pq})^2 + \eta^2} \right) \quad (\text{III A.25})$$

Se comprueba fácilmente que

$$R_{D_3 D_2}^0 = - R_{D_2 D_3}^0 \quad (\text{III A.26})$$

CAPITULO IV

IV.1 INTRODUCCION

En este capítulo estudiamos las vibraciones de apareamiento a temperatura cero en sistemas rotando a una velocidad angular ω_{rot} mayor que ω_{crit} , es decir, donde no existe deformación estática del campo de apareamiento ($\Delta=0$). Aunque estas vibraciones por sí mismas no tienen interés debido a su gran "Landau damping" (no existen como modos colectivos), producen una interesante renormalización de las propiedades del estado en que están basadas. Esto se debe al hecho de que las correlaciones asociadas con ellas se manifiestan de una manera mucho más notable en una configuración que en las demás, que es la que corresponde al estado fundamental de BCS para $\omega_{rot}=0$. De esta manera, las vibraciones de apareamiento pueden variar notablemente los resultados obtenidos con un modelo de cranking a $\omega_{rot} > \omega_{crit}$. Discutiremos sobre esto en la sección IV.5.

IV.2 FUERZAS DE APAREAMIENTO

Si se examinan los niveles de energía experimentales de los núcleos se encuentran una serie de hechos sistemáticos. Uno de ellos es la diferencia entre el espectro de excitación de núcleos par-par y de núcleos par-impar. En los primeros (aparte de algún estado colectivo rotacional en núcleos deformados situados en el interior de capas principales) se observa una diferencia de energía entre el estado fundamental y el primero excitado bastante alta, entre 1 y 2 MeV. Esto no se encuentra en los núcleos con N ó Z impar. Este salto en la energía (gap) no puede explicarse con un simple modelo de capas salvo en el caso de núcleos con un número mágico de protones y neutrones.

Por otro lado, todos los núcleos par-par tienen momento angular cero en su estado fundamental y los impar-par el espín correspondiente a la última partícula desapareada. Parece que existe una fuerza de interacción entre los nucleones que tiende a acoplarlos en pares de $I=0$. Una fuerza de corto alcance (por ejemplo una fuerza δ) actuando sobre partículas independientes origina un espectro de las características anteriores (BAGS): si el número n de partículas es par, uno de los estados (aquel en que todas ellas están acopladas de dos en dos a espín cero) baja su energía apartándose del resto.

Se pueden esperar resultados cualitativamente iguales a los producidos por la fuerza anterior con una interacción más simple, V, de dos cuerpos, que tenga elementos de matriz

no nulos, todos de la misma magnitud, solamente entre pares acoplados a momento angular $I=0$. Llamamos:

$$\langle p \bar{p} | V | q \bar{q} \rangle \simeq -G \quad (\text{IV.1})$$

donde

$$| q \bar{q} \rangle = \Gamma_q^+ = a_q^+ a_{\bar{q}}^+ | \rangle$$

y

$$a_{\bar{q}}^+ \equiv a_{\frac{j}{2} - m_q}^+ = T a_{\frac{j}{2} m_q}^+ T^{-1} = (-1)^{j+m_q} a_{\frac{j}{2} - m_q}^+$$

suponiendo las convenciones de fase de la tabla II.A.1, la interacción de apareamiento se expresará:

$$V = -G \sum_{p, \bar{q} > 0} a_p^+ a_{\bar{p}}^+ a_{\bar{q}} a_q \quad (\text{IV.2})$$

El hamiltoniano total se puede escribir:

$$H = \sum_p \epsilon_p a_p^+ a_p - G A^+ A \quad (\text{IV.3a})$$

donde

$$A^+ = \sum_{p > 0} a_p^+ a_{\bar{p}}^+ \quad (\text{IV.3b})$$

Como en el caso general (sección I.2.2 y I.2.3), las propiedades de separabilidad de la interacción de apareamiento sugieren la existencia de grados de libertad colectivos sencillos (BB66) que ahora están asociados con correlaciones de pares de partículas o agujeros. Se puede suponer en principio que estos pares correlacionados forman unidades con propiedades características de cuantos vibracionales y entonces se trata al hamiltoniano anterior con la RPA. Esto es cierto para núcleos con capas cerradas. Sin embargo, para el caso de núcleos con muchas partículas fuera de capas cerradas, la distorsión producida por el operador de apareamiento se hace muy grande, originando una deformación

estática. Las anarmonicidades se vuelven tan importantes que modifican los resultados de manera esencial, de forma que ahora, tanto el espectro energético como las transiciones entre niveles excitados corresponden a una situación típicamente rotacional. El estado fundamental es ahora un condensado de pares de partículas moviéndose en órbitas inversas temporalmente. Los núcleos de este tipo se llaman superfluidos y se tratan generalmente con el modelo BCS (BC57) (BM58).

Existe una clara analogía entre las vibraciones de apareamiento y las cuadrupolares de superficie (BB66). Estas últimas se generan por un campo F (sección I.2.2 y II.2.2) que provoca oscilaciones de la superficie del núcleo variando el momento angular de éste en $2h$ (si suponemos que el núcleo es esférico con $I=0$). Cuando las amplitudes de vibración de la superficie son muy grandes, se produce una distorsión medida como valor medio del momento cuadrupolar, el sistema se hace inestable y tiende a adquirir una deformación estática Q . El estado fundamental se determina minimizando el valor esperado del hamiltoniano respecto al valor Q . Una buena aproximación del problema es considerar un sistema de partículas independientes moviéndose en un potencial deformado ("partículas de Nilsson"). El momento angular total ya no es un buen número cuántico. Se asegura sin embargo, por técnicas de Lagrange, que el valor medio de ese operador sea el valor I requerido. El estado fundamental 0^+ se puede desarrollar en términos de estados propios del momento angular total $\{0, I\}$. Los estados $\{0, I\}$ asociados con el estado intrínseco deformado $\{0\}$, constituyen una banda rotacional que se caracteriza por un aumento considerable de los elementos de matriz cuadrupolares entre estados de la misma banda.

El operador de apareamiento A origina una variación en el número de partículas igual a 2 y los modos producidos se pueden considerar entonces como un "breathing mode" del nivel de Fermi del núcleo. La distorsión se mide por el parámetro A/G , que es el valor esperado del operador de apareamiento A . El gap se utiliza como un parámetro de minimización en la determinación de la función de onda. Las partículas de Nilsson en el caso de deformación cuadrupolar, son ahora las partículas de Bogolibov-Valatin (B058), (VA58), llamadas normalmente cuasipartículas. Estas se mueven independientemente en un campo deformado ($\Delta \neq 0$) que no conserva el número de partículas. Se requiere sin embargo, mediante un multiplicador de Lagrange, que el número medio de nucleones sea el correcto.

La probabilidad de transferencia de dos partículas entre elementos de la misma banda (formada por estados número de partículas bien definido, asociados con un estado intrínseco) es mucho mayor que entre bandas distintas.

IV.3 EFECTO DE LA ROTACION EN LA INTERACCION DE APAREAMIENTO

Como hemos dicho, las correlaciones de apareamiento provienen de la interacción entre partículas moviéndose en orbitales invertidos temporalmente. El efecto de estas correlaciones se puede analizar por tanto, estudiando la respuesta del núcleo medida en la densidad de pares frente a la acción del operador inversión temporal.

En el caso que estamos interesados de núcleos deformados cuadrupolarmente, los niveles (orbitales de Nilsson, por ejemplo) están degenerados de dos en dos correspondiendo a valores opuestos del número cuántico de signatura. Estos estados se pueden elegir de manera que sean además inversos temporalmente (ver apéndice III.A). El estado más bajo en energía producido por la correlación de apareamiento se compone de pares de nucleones llenando las órbitas en inversión temporal (pares de Cooper). Estos formarán normalmente un condensado (estado superfluido) debido a la ausencia, general en estos núcleos deformados, de gaps de energía en el espectro de partícula independiente.

Cuando el núcleo empieza a rotar, la fuerza de Coriolis actúa rompiendo la simetría de inversión temporal y, por tanto, debilitando la acción de la fuerza de apareamiento.

El caso particular de un núcleo con simetría axial se puede visualizar de una manera muy sencilla. A $\omega_{rot}=0$, los niveles tienen j_3 (proyección del momento angular j del orbital sobre el eje de simetría) bien definido. Los pares del condensado (estados en inversión temporal) poseerán $J_3=j_3+(-j_3)=0$. Si el núcleo comienza a rotar en torno a un eje perpendicular al de simetría, la fuerza de Coriolis tiende a alinear los espines de los orbitales apareados. Se rompe la simetría axial original y los niveles con signo opuesto de j_3 se distribuyen en una zona grande de energía. La acción de las correlaciones de apareamiento es entonces pequeña.

La máxima rotura de inversión temporal se produce cuando los efectos del campo medio de Nilsson y los de la fuerza de Coriolis y centrífuga son comparables. En este caso no existe ni condensación ni vibraciones colectivas de apareamiento. Estas últimas, debido a la gran dispersión de los niveles invertidos temporalmente, están distribuidas sobre varios MeV (ver referencia (BD85) para más detalles). Para valores muy altos de ω_{rot} , la proyección j_1 del momento angular sobre el eje de rotación se vuelve un buen número cuántico, reestableciéndose la simetría de inversión temporal. La velocidad angular de rotación para la cual desaparece el estado superfluido, la llamamos frecuencia crítica, ω_{crit} .

IV.4 VIBRACIONES DE APAREAMIENTO

De la misma manera que en ocasiones anteriores, se puede tratar el hamiltoniano (IV.3a) en la aproximación de la RPA. Existen ahora dos grados de libertad correspondientes a los modos de adición ($\beta=+2$) y sustracción ($\beta=-2$) de un par de

nucleones. los fonones correspondientes se definen:

$$\beta_n^+ (\beta=+2) = \sum_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} X_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} (n, +2) \Gamma_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}}^+ - \sum_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}} Y_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}} (n, +2) \Gamma_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^+ \quad (IV.4a)$$

$$\beta_n^+ (\beta=-2) = \sum_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}} X_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}} (n, -2) \Gamma_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^+ - \sum_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} Y_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} (n, -2) \Gamma_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}}^+ \quad (IV.4b)$$

donde

$$\Gamma_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}}^+ = a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{R}}^+ \quad \gamma \quad \Gamma_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^+ = a_{\mathbf{l}} a_{\mathbf{l}} \quad (IV.5)$$

Los estados \mathbf{k} se refieren a estados con signatura opuesta al \mathbf{k} , e igual que siempre, \mathbf{k} e \mathbf{l} numeran niveles por encima y debajo del nivel de Fermi respectivamente.

La ecuación de linealización de la RPA

$$[H, \beta_n^+(\beta)] = \hbar \omega_n(\alpha) \beta_n^+(\beta) \quad (IV.6)$$

donde H es el hamiltoniano (IV.3a) conduce, siguiendo el mismo procedimiento que en ocasiones anteriores a

$$\frac{1}{G} = \sum_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} \frac{M_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}}^2}{e_{\mathbf{k}} + e_{\mathbf{R}} - \hbar \omega_n(+2)} + \sum_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}} \frac{M_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^2}{e_{\mathbf{l}} + e_{\mathbf{l}} + \hbar \omega_n(+2)} \quad (IV.7a)$$

para el modo $+2$ y

$$\frac{1}{G} = \sum_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} \frac{M_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^2}{e_{\mathbf{l}} + e_{\mathbf{l}} - \hbar \omega_n(-2)} + \sum_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}} \frac{M_{\mathbf{k}\hat{\mathbf{R}}}^2}{e_{\mathbf{k}} + e_{\mathbf{R}} + \hbar \omega_n(-2)} \quad (IV.7b)$$

para el modo -2 .

Las cantidades $M_{\ell\hat{\ell}}$ son elementos de matriz del operador de apareamiento (IV.3b) entre niveles de signatura opuesta. Como dijimos en la sección anterior, estos niveles no son, salvo a $\omega_{rot}=0$, inversos temporalmente. $M_{\ell\hat{\ell}}$ medirá el solapamiento entre el estado $\bar{\ell} (\tau a_{\ell}^{\dagger} \tau^{-1})$ y el estado $\hat{\ell}$.

$$M_{\ell\hat{\ell}} = \sum_{\mathbf{p}} \langle \Gamma_{\mathbf{l}\hat{\mathbf{l}}}^+ | \Gamma_{\mathbf{p}\hat{\mathbf{p}}}^+ | 0 \rangle = \langle a_{\mathbf{l}}^+ | a_{\mathbf{l}}^+ \rangle \quad (IV.8)$$

Los valores e_k, e_i de las ecuaciones (IV.7) son las energías monoparticulares de los orbitales k e i respectivamente medidas, en valor absoluto, desde la energía de Fermi

$$e_i = |\epsilon_i - \lambda| \quad ; \quad e_k = |\epsilon_k - \lambda|$$

Las energías $\hbar\omega_n(\pm 2)$ se consideran positivas.

Las amplitudes del fonón X e Y son:

$$\left. \begin{aligned} X_{kR} (n_1+2) &= \frac{\Lambda_{+2}(n) M_{kR}}{e_k + e_R - \hbar\omega_n(+2)} \\ Y_{iL} (n_1+2) &= \frac{\Lambda_{+2}(n) M_{iL}}{e_i + e_L + \hbar\omega_n(+2)} \end{aligned} \right\} \quad (IV.9a)$$

para el fonón $\quad \quad \quad y$

$$\left. \begin{aligned} X_{iL} (n_1-2) &= \Lambda_{-2}(n) \frac{M_{iL}}{e_i + e_L - \hbar\omega_n(-2)} \\ Y_{kR} (n_1-2) &= \Lambda_{-2}(n) \frac{M_{kR}}{e_k + e_R + \hbar\omega_n(-2)} \end{aligned} \right\} \quad (IV.9b)$$

para el fonón

Los parámetros $\Lambda_{\pm 2}(n)$ son las intensidades de acoplamiento partícula vibración y se determinan por la condición de normalización:

$$\sum_k |X_{kR} (n_1+2)|^2 - \sum_i |Y_{iL} (n_1+2)|^2 = 1 \quad (IV.10a)$$

$$\sum_i |X_{iL} (n_1-2)|^2 - \sum_k |Y_{kR} (n_1-2)|^2 = 1 \quad (IV.10b)$$

y de su definición:

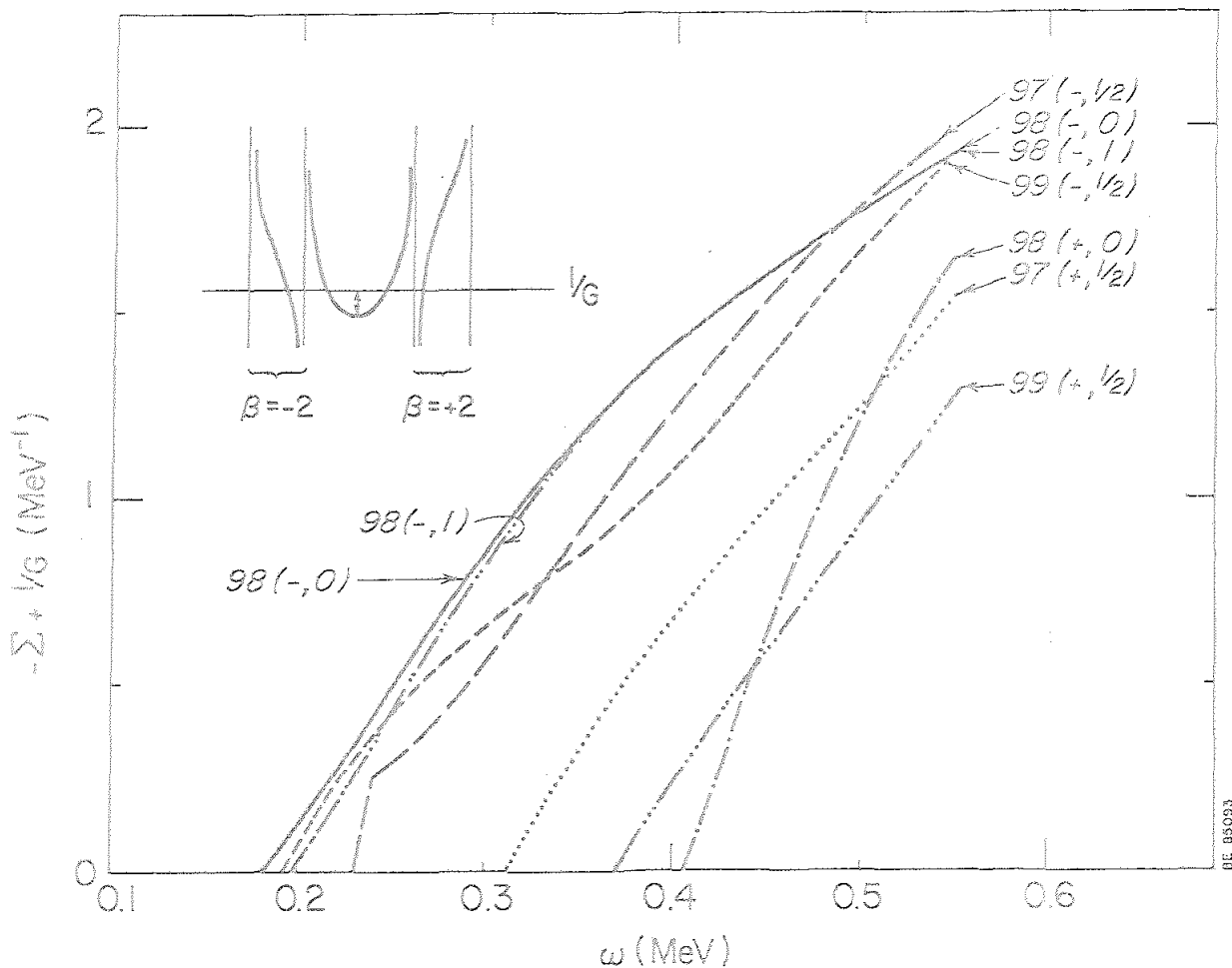


FIGURA IV.1 Valor de la suma dada en la expresión (IV.14) referida a $1/G$ (señalada en el detalle de la parte superior izquierda por el segmento acotado) en función de la velocidad angular para distintas configuraciones dadas en la figura IV.2. El valor de la frecuencia para el que la ordenada es cero es la frecuencia crítica para la que la ecuación del gap de BCS ya tiene soluciones reales

$$\frac{\Lambda_{\pm 2}(m)}{G} = \begin{cases} \sum_K M_{KR} X_{KR}(m, \pm 2) + \sum_i M_{iL} Y_{iL}(m, \pm 2) & (IV.11a) \\ \sum_i M_{iL} X_{iL}(m, \pm 2) + \sum_K M_{KR} Y_{KR}(m, \pm 2) & (IV.11b) \end{cases}$$

Se obtiene:

$$\Lambda_{\pm 2}(m) = \left\{ \sum_K \left(\frac{M_{KR}}{e_K + e_R \pm \hbar \omega_n(\pm 2)} \right)^2 - \sum_i \left(\frac{M_{iL}}{e_i + e_L \pm \hbar \omega_n(\pm 2)} \right)^2 \right\}^{-1/2} \quad (IV.12)$$

La sección eficaz de transferencia de dos partículas es proporcional al elemento de matriz:

$$|\langle \beta_m^+(+) | A^\dagger | \rangle|^2 = \frac{\Lambda_{+2}(m)}{G}$$

$$|\langle \beta_m^+(-) | A | \rangle|^2 = \frac{\Lambda_{-2}(m)}{G} \quad (IV.13)$$

Fijándonos en las relaciones de dispersión IV.7a y IV.7b, se observa que se pueden escribir en una sola si permitimos que las soluciones sean también negativas. Queda:

$$\frac{1}{G} = \sum$$

con

$$\sum = \sum_K \frac{M_{KR}^2}{e_K + e_R - \hbar \omega_{RPA}(m)} + \sum_i \frac{M_{iL}^2}{e_i + e_L + \hbar \omega_{RPA}(m)} \quad (IV.14)$$

donde las energías de los modos de adición son las soluciones positivas de esta ecuación y las soluciones menores que cero corresponden a los modos de sustracción.

Todas las cantidades de la ecuación IV.14 excepto la constante G dependen de ω_{rot} . Conforme aumenta la velocidad angular al mínimo relativo de Σ , va acercándose a la línea $1/G$ de manera que las energías del primer modo de adición y sustracción se aproximan (ver el detalle de la parte superior izquierda de la figura IV.1). La frecuencia de rotación que hace que sean iguales es la frecuencia crítica (ω_{crit}) para la cual, las ecuaciones de BCS admiten ya una solución (frecuencia crítica de Mottelson-Valatin (BM60)). Para ella entonces se cumple:

$$\hbar \omega_{n=1} (+2)^{\omega_{rot} = \omega_{rot}} = \hbar \omega_{n=1} (-2)^{\omega_{rot} = \omega_{rot}} = 0 \quad (IV.15)$$

La ecuación de dispersión (IV.14) es equivalente en este caso, si se interpretan las energías e_i como energías de cuasipartículas, a la ecuación del gap de BCS

La condición (IV.15) sugiere además la mezcla de estados de distinto número de partículas, que es una de las características principales del fenómeno de rotaciones de apareamiento.

IV. .2 Algunos efectos de las correlaciones de apareamiento a $\omega_{rot} > \omega_{rot}$

El vacío de la RPA posee correlaciones típicas del estado fundamental de un oscilador armónico. La corrección causada por ellas en la energía de una configuración particular caracterizada por los números cuánticos de paridad (π) y signatura (α), viene dada por (BK70) (ver también (Eg80)):

$$E_{gsc}(\pi, \alpha) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{\substack{\beta=12 \\ n}} \hbar \omega_n(\beta) - \sum_{j \uparrow} (e_j + e_j) \right\} \quad (IV.16)$$

que es la suma de las energías de correlación de todos los modos de adición y sustracción de pares. El subíndice j en (IV.16) se refiere tanto a niveles por encima del nivel de Fermi (k), como por debajo (i).

La corrección a la energía de una configuración (π, α) depende, a ω_{rot} dada, de las características particulares de ésta. Veremos en la sección siguiente que existen diferencias sistemáticas en las energías de correlación de distintas configuraciones que alteran significativamente el comportamiento relativo de los routhianos asociados calculados con un hamiltoniano de partícula independiente.

Las vibraciones de apareamiento modifican también la relación del momento angular de un estado (π, α) con la frecuencia de rotación. Teniendo en cuenta (IV.16)

$$\langle j_1 \rangle = \langle j_1^{sp} \rangle - \frac{dE_{gsc}}{d\omega_{rot}} \quad (IV.17)$$

donde $\langle j_1^{sp} \rangle$ está calculado en el modelo de cranking sumando

el valor medio de la componente de espín en la dirección de rotación $\langle i | j_z | i \rangle$ para todos los estados monoparticulares $|i\rangle$ (solución del hamiltoniano III.1) ocupados, que forman la configuración correspondiente.

Las correlaciones introducidas por la fuerza atractiva de apareamiento disminuyen la energía de las configuraciones (IV.16 es negativa). Conforme disminuye la velocidad angular, el efecto de esta fuerza es mayor (se va reestableciendo la simetría de inversión temporal) y el sistema estará más correlacionado (IV.16 será más negativa). La derivada $dE_{gs}/d\omega_{rot}$ es por tanto positiva. Las fuerzas de apareamiento producen (IV.17) un dealineamiento respecto a la situación en un estado de partícula independiente.

IV.5 RESULTADOS

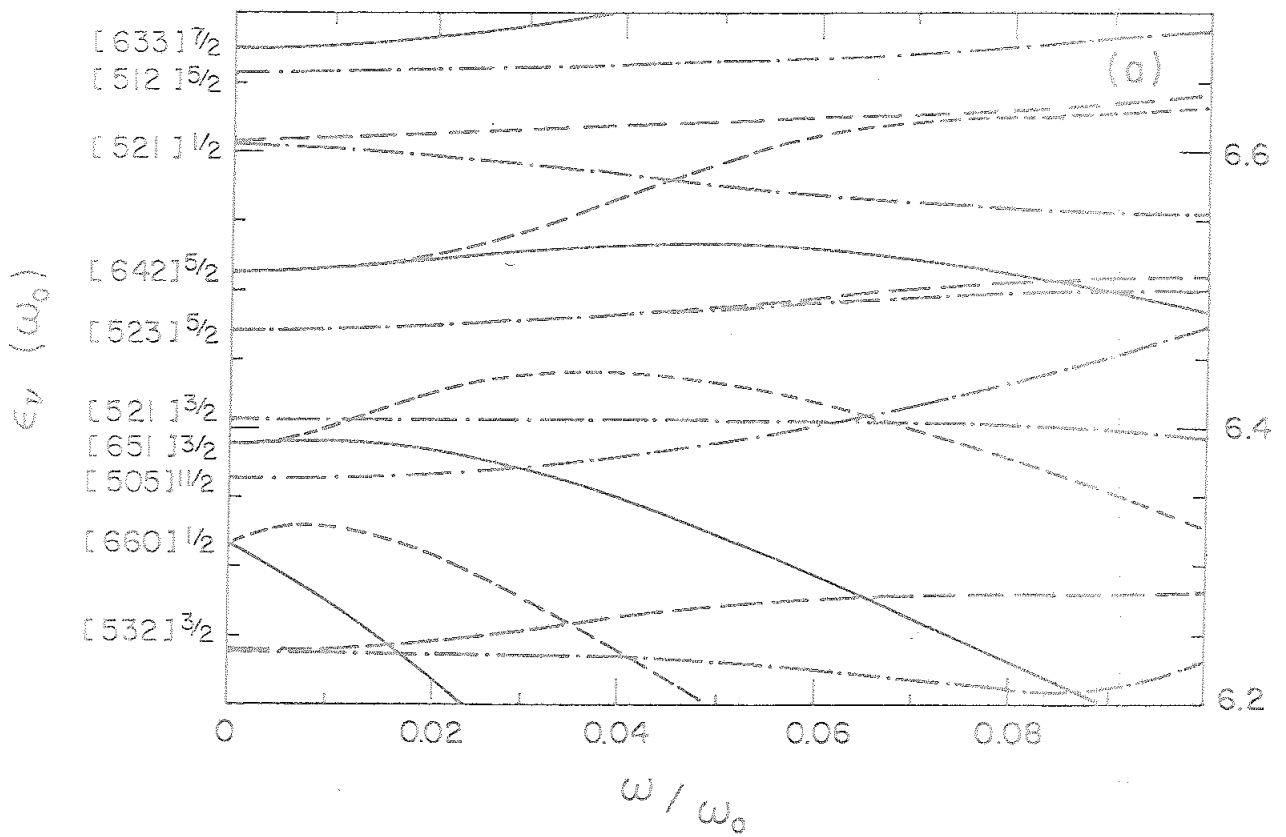
En esta sección se muestran algunos resultados preliminares para distintas configuraciones correspondientes a un número de neutrones $N=97, 98, 99$ que son situaciones típicas del $^{167, 168, 169}Yb$ comparándolos con los datos experimentales de la referencia (Ba84). Se realiza también un cálculo para la región $N \approx 90$ donde la densidad de niveles monoparticulares es mayor.

En los cálculos realizados sólo se ha tenido en cuenta los grados de libertad de los neutrones, ya que se espera que para las frecuencias de rotación tratadas ($\omega_{rot} \lesssim 0.5$ MeV), el gap de apareamiento de los protones sea todavía finito y las fluctuaciones en torno a él pequeñas.

Los niveles monoparticulares de los neutrones se obtienen haciendo uso de un potencial de Nilsson rotante con los parámetros usuales (Bn83) dados en la tabla III.1B y con una deformación fija ($\epsilon=0.26, \epsilon_2=\gamma=0$) típica de esa región de la tabla periódica (ver los resultados de Strutinsky para los isótopos del Yb en Ba85). Los routhianos de la base escogida se muestran en la figura IV.1 en función de la velocidad angular. Comprende la capa $N=5$ de oscilador y el orbital $i 13/2$ de la $N=6$. Estos niveles son en principio, suficientes para los estudios realizados en esta sección.

Se permite que los neutrones interactúen entre ellos por medio de una fuerza de apareamiento (IV.2). El valor de la constante G se ha escogido de manera que los cálculos de BCS a $\omega_{rot}=0$ reproduzcan el valor experimental del gap Δ calculado a partir de la expresión dada en (BM69).

Aunque sería interesante realizar los cálculos con más exactitud (teniendo en cuenta los grados de libertad de protones, permitiendo que la deformación varíe con la velocidad angular, ampliando la base de neutrones, etcétera),



BE 85092

FIGURA IV.2 Routhianos monoparticulares calculados con-un potencial de Nilsson deformado ($\epsilon = 0.26$, $\kappa = 0$) utilizando los parámetros dados en (Bn83). Las líneas continuas representadas y discontinuas representan los niveles de paridad positiva y signatura $+1/2$ y $-1/2$ respectivamente. Los de paridad negativa vienen dados por las líneas de punto y raya ($\kappa = +1/2$) y discontinua de trazos largos ($\kappa = -1/2$)

pensamos que permanecerá la sistemática observada en los resultados, ya que está asociada con hechos generales del modelo de partícula independiente y de los modos elementales de excitación de apareamiento.

IV.5.1 Núcleos de $N \approx 98$: Isótopos del Yb

Se han estudiado diversas configuraciones de los isótopos del Yb correspondientes a $N=97, 98, 99$. Estas configuraciones se obtienen distribuyendo los neutrones en distintas órbitas monoparticulares de la manera indicada en la figura IV.3, donde se han representado esquemáticamente sus energías correspondientes a una frecuencia de rotación $\omega_{rot}=0.4$ MeV. El estado de paridad negativa y signatura 1 $(-, 1)$ del ^{168}Yb por ejemplo, se forma a esta velocidad angular llenando los $N=98$ routhianos monoparticulares más bajos. Es por tanto el estado Yrast a esta ω_{rot} . La configuración $(+, 0)$ se consigue por una excitación del último neutrón desde el nivel $(-, 1/2)$ $((521)1/2-, \alpha=1/2)$ en la notación $(Nn_1m) \Omega \pi$; ver sección I.3) al nivel $(-, 1/2)$ $((642)5/2+, \alpha=-1/2)$. Según se observa en el esquema de niveles de la figura IV.2, los estados anteriores $((512)1/2-, \alpha=1/2)$ y $((642)5/2+, \alpha=-1/2)$ se han cruzado a $\hbar\omega_{rot} \approx 0.32$ MeV. La configuración $(+, -1/2)$ es por tanto la Yrast a una ω_{rot} menor.

En el caso del estado $(-, 0)$ del ^{168}Yb se muestran dos posibles configuraciones en la figura (IV.3) de, aproximadamente, la misma energía. Para cada ω_{rot} se ha tomado la de energía más baja.

El valor de la constante G que se ha utilizado es 0.185 MeV. Un cálculo de BCS conduce con esta constante a una deformación ≈ 1.1 MeV que es aproximadamente la experimental para el ^{168}Yb .

En la parte de la izquierda de la figura (IV.3) se representan las energías de correlación (E_{qsc} de la fórmula IV.16) donde se ha sumado para todas las raíces $\hbar\omega_n(\beta=\pm 2)$ de la ecuación IV.14 y todas las energías monoparticulares. Los valores absolutos de (IV.16) dependen de la extensión de la base escogida; sólo tiene sentido por tanto el comportamiento relativo entre las energías de correlación correspondientes a las distintas configuraciones.

La ω_{crit} más baja a la que se representan las E_{qsc} en cada configuración es la que verifica la condición (IV.15), como se muestra en la figura (IV.1). Estas frecuencias angulares serán las ω_{crit} , donde se produce la transición de fase del sistema normal al sistema superfluido según se comentó anteriormente. En la tabla IV.1 se comparan estas ω_{crit} calculadas con las frecuencias de cruce (ω_{cross}) experimentales (Ba85 y referencias en ella; ver también GR82 y GR82,83). Estas frecuencias críticas son a las que se cruzan la banda g (banda basada en el estado fundamental) y la banda S (correspondiente al primer estado excitado, que ha ido

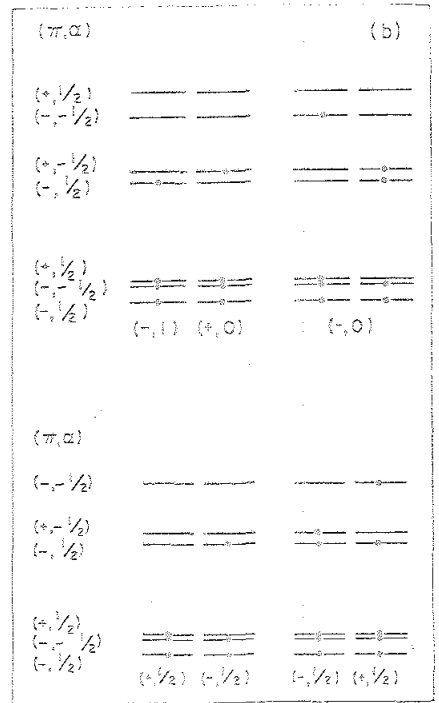
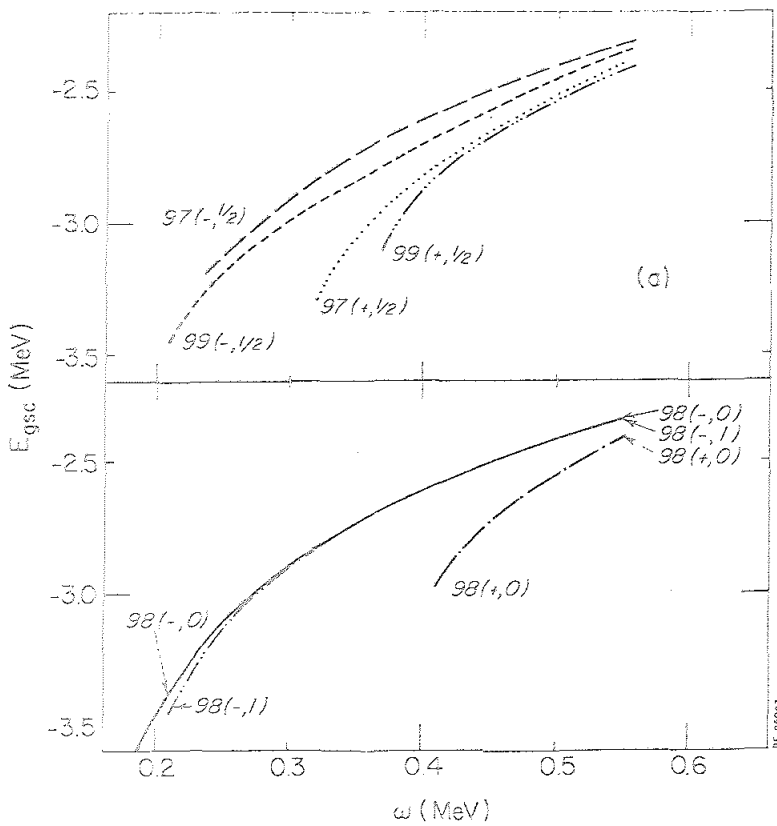


FIGURA IV.3 Energías de correlación E_{gsc} (IV.16), asociadas con diferentes configuraciones (b) en núcleos de número de neutrones vecino a 98, en función de la velocidad angular

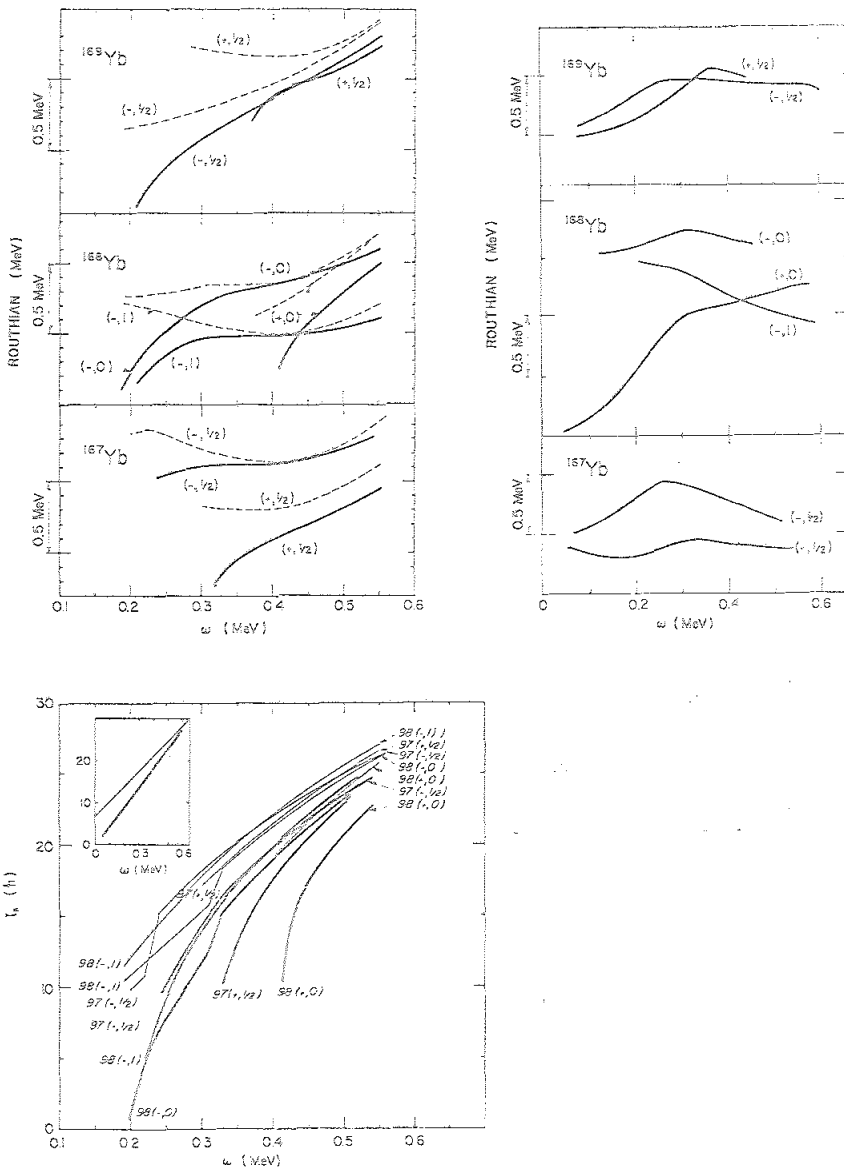


FIGURA IV.4 Routhianos y momentos angulares asociados con las configuraciones de la figura IV.3b, en función de la velocidad angular. En (a) se representan los calculados en función de (IV.18) en comparación con los no perturbados E^{SP} . Los datos experimentales se muestran en (b). En (c) se tienen los momentos angulares calculados con el modelo de cranking j^{SP} (línea fina) junto con los obtenidos teniendo en cuenta las correlaciones j_1 (IV.17). En el detalle se indican esquemáticamente las pendientes medias de j^{SP} y j_1 .

disminuyendo su energía conforme aumenta la velocidad angular debido a la acción de las fuerzas inerciales ($-\omega_{rot}^2$). En esta región de las $N \approx 90 - 100$, el cruce de las bandas se produce a causa de un alineamiento de los espines de dos cuasineutrones $i 13/2$. Para núcleos pares, esto supone un estado excitado de dos cuasipartículas (c.p.), para el cual se espera que exista todavía una deformación estática del campo de apareamiento; de hecho se necesitan excitaciones de hasta 4 c.p. para conseguir que $\Delta \approx 0$ (Fr83, Ba85). Por esta razón las frecuencias ω_{cross} deben ser menores que las frecuencias críticas ω_{crit} en los núcleos con un número par de partículas.

Esto está de acuerdo con el resultado de la tabla IV.1. En el caso de núcleos impares, la banda S es un estado de 3 c.p. (ya que el estado fundamental consiste en 1 c.p. sobre el vacío de BCS), al que le corresponde un valor de $\Delta \approx 0$ (referencias anteriores). Para ellos entonces ω_{cross} coincide aproximadamente con ω_{crit} .

A	$\pi \alpha$	ω_{cross}	ω_{crit}
167	+1/2	0,32	0.31
168	+, 0	0.30	0.41
169	+1/2	0.36	0.37

TABLA IV.1 Frecuencias de cruce de bandas extraídas de los datos experimentales y frecuencias críticas calculadas según la ecuación IV.15 para distintas configuraciones ($\pi \alpha$)

Las frecuencias críticas (ver figuras IV.2 ó IV.3) de las configuraciones de paridad positiva son sistemáticamente mayores que las correspondientes a paridad negativa. Fijémonos en el caso del ^{168}Yb . Las configuraciones $(-,0)$ y $(-,1)$ tienen un número impar de partículas en ambos tipos de niveles $\pi = +$ y $\pi = -$; provienen por tanto de estados con 2 c.p. a $\omega_{rot} < \omega_{crit}$. La configuración $(+,0)$ sin embargo corresponde al estado fundamental, el vacío de la BCS en este caso. Los estados asociados a las configuraciones de paridad negativa tienen entonces un bloqueo de niveles mayor y sienten más débilmente el efecto del campo de apareamiento que el correspondiente a $(+,0)$. La velocidad de angular necesaria para que la fuerza de Coriolis haga que $\Delta = 0$ es por consiguiente más paqueña.

En el caso de $N=97$ y $N=99$, las frecuencias críticas tienen un valor intermedio entre las anteriores correspondientes a $N=98$. En este caso también se encuentra que las asociadas con estados de paridad positiva son mayores.

La razón es análoga a la dada antes. Las configuraciones $(-, 1/2)$ han bloqueado un nivel de paridad-; en esta zona del espectro, éstos provienen de orbitales en los que el grado de violación de la simetría de inversión temporal producido por la fuerza de Coriolis es menor que en los estados de paridad positiva (el multiplete $i 13/2$), que alinean muy fácilmente los espines de sus órbitas con ω_{rot} (ver figura IV.). El bloqueo de un nivel de paridad negativa hace por tanto que se debilite el efecto de apareamiento y que la frecuencia angular ω_{rot} sea menor.

Las E_{gsc} obtenidas corregirán las energías del sistema rotante calculadas con un modelo de partícula independiente. En la figura (IV.4a) se representan los routhianos

$$\langle H^{SP} - \omega_{rot} J_1 \rangle + E_{gsc} + \frac{50}{2} (\omega_{rot})^2 \text{ (MeV)} \quad (IV.18)$$

asociados con las correspondientes configuraciones de los isótopos $^{167,168,169}\text{Yb}$ de la figura IV.3. En (IV.18) H^{SP} es el hamiltoniano de Nilsson de parámetros definidos al inicio de la sección.

El último sumando de la expresión IV.18 es una energía de referencia introducida simplemente para evitar en la gráfica la gran pendiente de los routhianos asociados a los $i 13/2$. Se representan también en la misma figura las energías intrínsecas calculadas con el modelo de partícula independiente sin la corrección E_{gsc} :

$$\langle H^{SP} - \omega_{rot} J_1 \rangle + \frac{55}{2} (\omega_{rot})^2 \text{ (MeV)} \quad (IV.19)$$

En este caso la energía de referencia necesaria para hacer la pendiente de los routhianos correspondientes a configuraciones de paridad positiva aproximadamente cero es mayor que en (IV.18).

El hecho más interesante de estos resultados es el visible incremento de la pendiente mostrada por las configuraciones de paridad positiva en relación con la de las negativas cuando se añaden las correlaciones de apareamiento.

La configuración $(+, 0)$ del ^{168}Yb es una de las más afectadas, como se esperaba de la fuerte dependencia de la E_{gsc} correspondiente. En el caso de los núcleos impares ocurre algo similar: mientras que las configuraciones de paridad negativa permanecen casi inalteradas al introducir el acoplamiento con las vibraciones de apareamiento, las asociadas a $\pi=+$ aumentan su pendiente y bajan en energía en relación con las primeras. En el ^{169}Yb esto hace que los routhianos $(+, 1/2)$ y $(-, 1/2)$ que formaban un ángulo considerable entre ellos, igualen aproximadamente sus

pendientes y que además se crucen (ver la figura IV.4). En el ^{167}Yb , sin embargo, el ángulo entre los routhianos se hace mayor.

En la figura IV.4b se muestran los resultados experimentales (Ba84) correspondientes a los casos calculados. Están representados según la idea sugerida por Bohr y Mottelson (BM77) y Bengtsson y Frauendorf (BF77,79) que consiste en transformar las energías reales E obtenidas al sistema de referencia rotante:

$$E_{\text{exp}}^{\omega}(I) = E(I) - \omega_{\text{rot}}(I) \cdot J_1(I) \quad (\text{IV.20})$$

donde

$$k\omega_{\text{rot}}(I) = \frac{E(I+1) - E(I-1)}{J_1(I+1) - J_1(I-1)} \quad (\text{IV.21})$$

Como en el caso anterior, no nos interesan las energías absolutas sino las diferencias entre ellas, que se pueden medir a partir de una referencia dada. En la figura IV.4b ésta corresponde a la energía de una banda rotacional de momento de inercia:

$$\mathfrak{J} = 0.01252 \times A^{5/3} \text{ MeV}^{-1} \quad (\text{IV.22})$$

que corresponde al \mathfrak{J} medio de la parte de más alto espín de diversos núcleos en la región de masas de $N \approx 98$ (ver referencias en Ba84).

La comparación de estos datos experimentales con los calculados según IV.18 se encuentra en la figura IV.5. Estos últimos se han normalizado respecto a los tres puntos de la derecha de los routhianos de paridad negativa de cada isótopo que se han representado de manera que la pendiente de la línea que los une sea aproximadamente horizontal. En la figura IV.6 se muestra también esta comparación para el caso del ^{166}Yb sin tener en cuenta correlaciones (expresión IV.19).

Se observa que el acuerdo con los datos experimentales mejora significativamente con la inclusión del acoplamiento con las vibraciones de apareamiento, siendo importante en este sentido el hecho de que las correlaciones originadas sean diferentes para las configuraciones de paridad positiva y negativa.

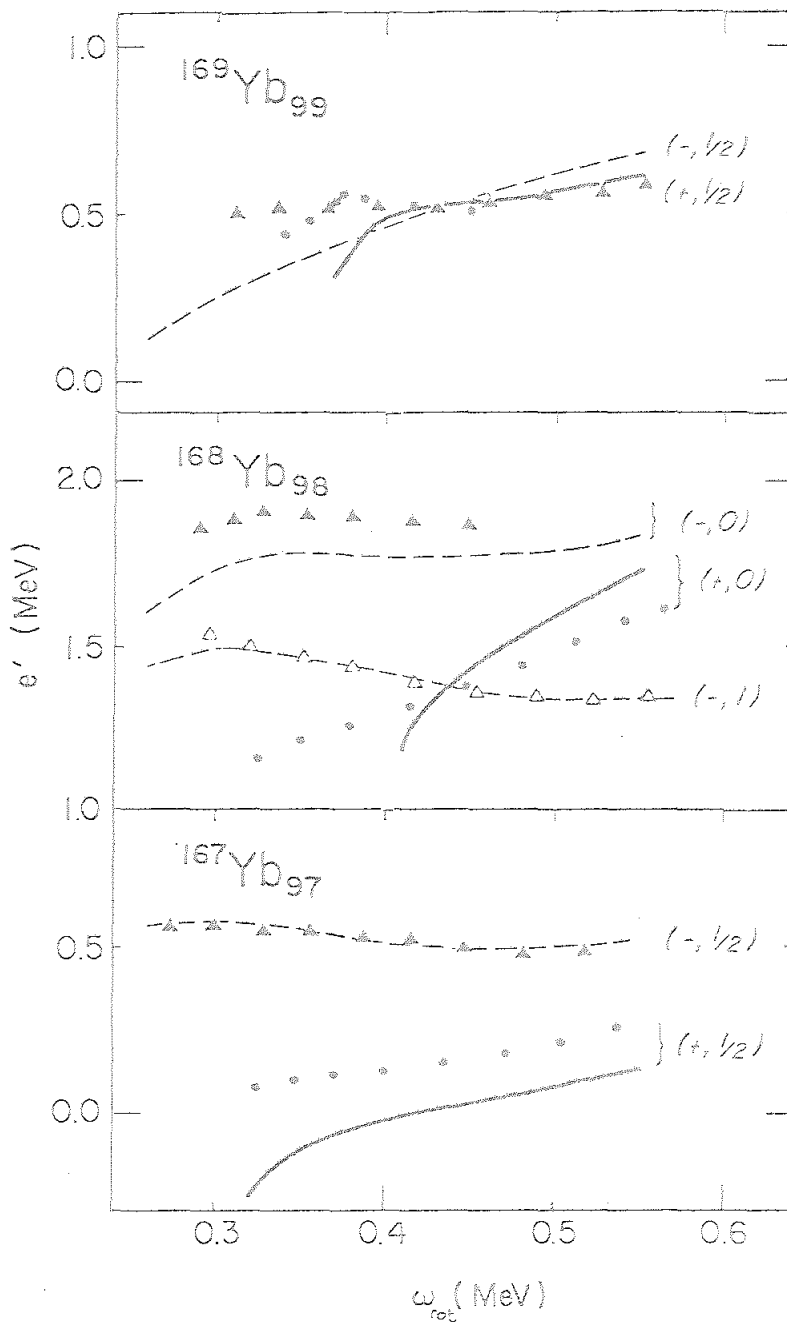


FIGURA IV.5 Comparación de los routhianos calculados teniendo en cuenta las correlaciones de apareamiento para las configuraciones de la figura IV.3 con los obtenidos experimentalmente. La referencia elegida para representarlos se explica en el texto. Esta figura y la IV.6 se preparó con la ayuda de J. Garret.

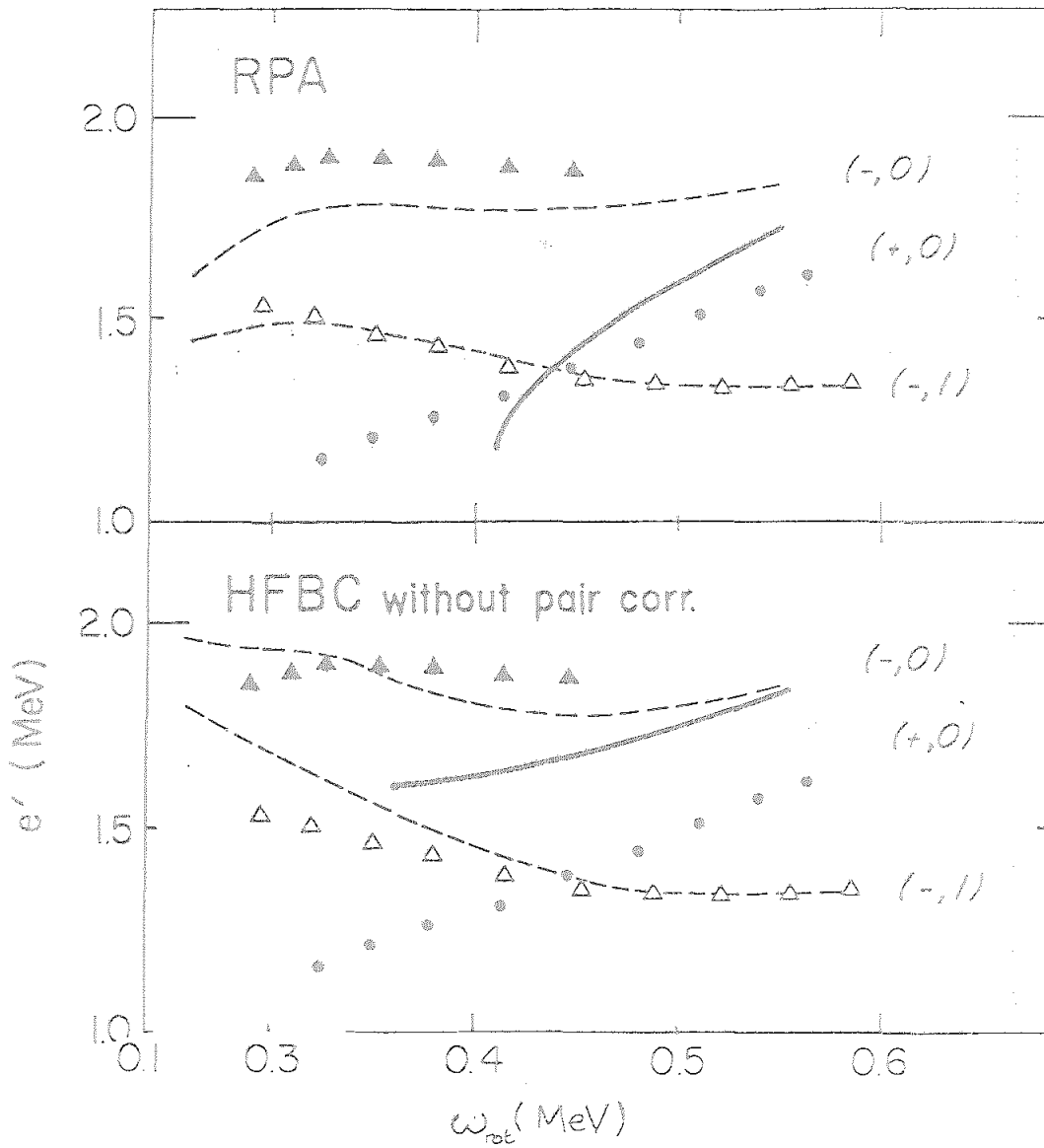


FIGURA IV.6 Comparación de los routhianos experimentales con los resultados teóricos teniendo en cuenta las correlaciones de apareamiento (igual que la figura anterior) y sin tenerlas para las configuraciones del ^{168}Yb .

Las vibraciones de apareamiento tienen también consecuencias interesantes en la relación del momento angular de los diferentes estados con la velocidad angular.

Se ha observado experimentalmente (Ch83, GR84 y ref. en ellos) que a frecuencias de rotación altas ($\hbar\omega_{rot} > 0.35$ MeV) el momento de inercia dinámico (o la derivada local de I respecto a $\hbar\omega_{rot}$: $\mathcal{J}^{(2)} \equiv dI/d\omega_{rot}$) es casi igual al momento de inercia cinemático ($\mathcal{J}^{(1)} \equiv I/\omega_{rot}$, $\mathcal{J}^{(1)}$ es la pendiente de una línea desde el punto $I(\omega_{rot})$ al origen). La diferencia entre los dos es simplemente el espín alineado, i :

$$\mathcal{J}^{(1)} - \mathcal{J}^{(2)} = i / \hbar\omega_{rot} \quad (\text{IV.23})$$

La igualdad de $\mathcal{J}^{(1)}$ y $\mathcal{J}^{(2)}$ entonces supone que $i=0$. Este comportamiento es muy difícil de entender utilizando un modelo de cranking con o sin apareamiento. De hecho, en la zona de masas $N \approx 90, 100$, los estados más bajos del multiplete $i = 13/2$ han alineado sus espines a estas velocidades angulares, contribuyendo mucho a $\mathcal{J}^{(1)}$ y aumentando por tanto la diferencia (IV.23). Como se comentó en la sección IV.3.2, la introducción de las correlaciones de apareamiento disminuyen el alineamiento total, acercando los resultados teóricos a la situación experimental. En la parte c de la figura IV.5 se representan los espines $\langle J_z \rangle$ calculados según la expresión (IV.17), junto con los obtenidos con el modelo de cranking $\langle J_z^{sp} \rangle$ para las distintas configuraciones anteriores. Se observa que mientras que los segundos (línea fina) sugieren un valor de i finito, los primeros (línea gruesa) corresponden a $i=0$ (ver el detalle de la figura).

Valores típicos de $\mathcal{J}^{(1)} \approx \mathcal{J}^{(2)}$ para $\hbar\omega_{rot} > 0.35$ MeV para esta región de masa son 65 MeV^{-2} . En nuestros cálculos obtenemos $\mathcal{J}^{(1)} \approx \mathcal{J}^{(2)} \approx 50 \text{ MeV}^{-2}$ (ver la expresión IV.18). Una contribución de los protones de aproximadamente 20 MeV^{-2} no estaría en contradicción con el experimento. Este valor del momento de inercia de los protones supone que consideramos que el gap de éstos no ha variado prácticamente a las frecuencias estudiadas y que por tanto implicaría un $\mathcal{J} \approx 40 \text{ MeV}^{-2}$ cuando $\Delta=0$.

Núcleos de $N \approx 90$

Se han repetido los cálculos anteriores para las configuraciones mostradas en la figura IV.7 asociadas con un número de neutrones $N=89$. Los correspondientes routhianos se representan en la misma figura en comparación con los calculados con el potencial de partícula independiente. En esta zona de masa los estados de paridad positiva contienen generalmente un nivel $i = 13/2$ fuertemente alineado, lo que origina que sus energías disminuyan rápidamente con el aumento de la frecuencia angular y que por tanto presenten una pendiente muy acusada en comparación con las correspondientes

a estados de paridad negativa.

Al introducir las correlaciones de apareamiento (diferentes en cada configuración) las pendientes de ambos routhianos, $\pi=+$ y $\pi=-$, se hacen más similares conforme a lo obtenido experimentalmente (GR84) (detalle de la figura IV.7).

Según hemos observado hasta ahora, las correlaciones originadas por el acoplamiento dinámico de los fermiones y los bosones de apareamiento tienen consecuencias muy interesantes que creemos no dependen de los casos concretos estudiados, sino que están basadas en hechos más generales (Br85). Se proyecta profundizar en este estudio y aplicarlo a otras zonas de masa.

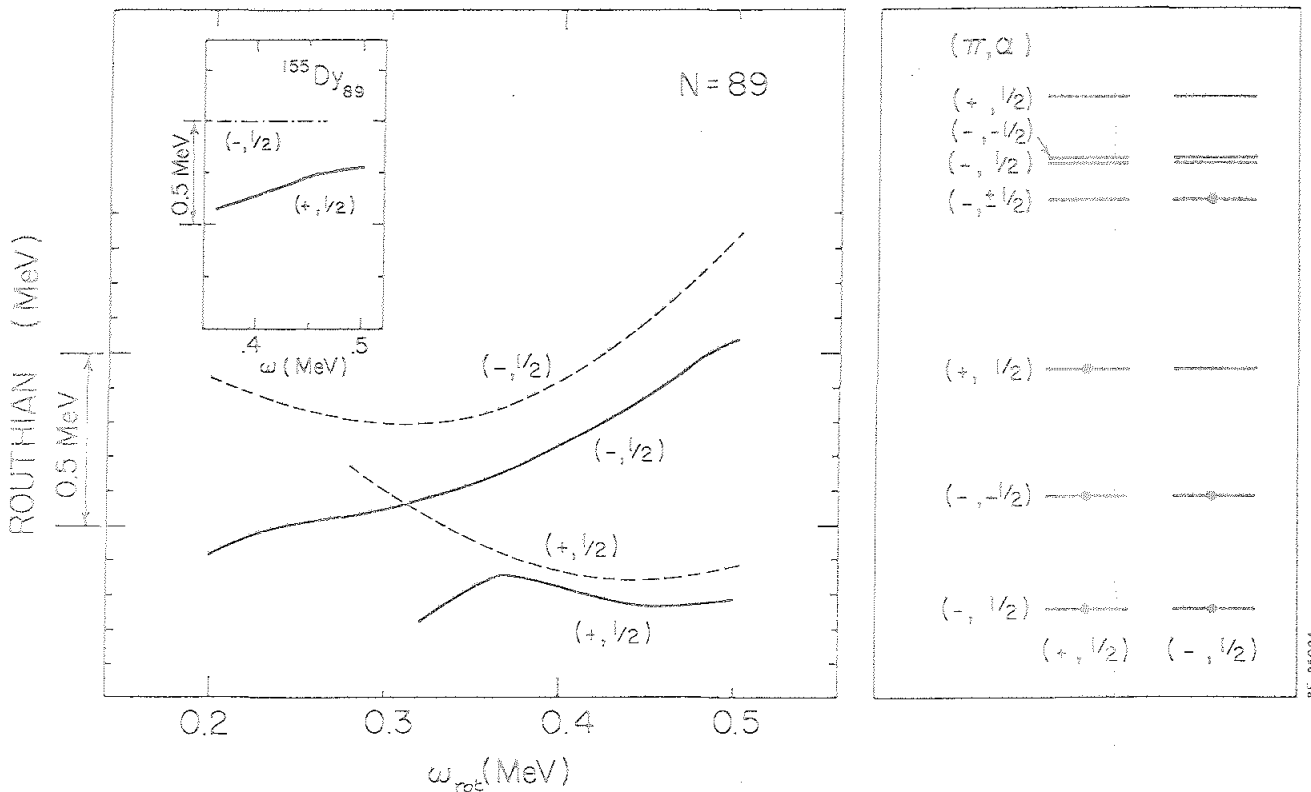


FIGURA IV.7 Routhianos asociados con las configuraciones representadas en (b) para un número de neutrones $N=89$ en función de la velocidad angular. En el detalle se muestran los datos correspondientes a esta región de masa.

CONCLUSIONES

- 1) En el estudio de vibraciones de superficie y volumen de núcleos esféricos a temperatura finita por medio de la función de respuesta, se encuentra, en los casos ^{40}Ca y ^{208}Pb , que mientras que las resonancias gigantes permanecen prácticamente inalteradas, los modos de baja energía se ven fuertemente afectados al aumentar la temperatura.
- 2) Se encuentra que la regla de suma pesada con la energía conserva su valor en el rango de temperaturas estudiado.
- 3) Se muestra la necesidad de incluir estados intermedios más complicados para el estudio completo de la evolución de la respuesta del núcleo con el aumento de la temperatura.
- 4) Se estudia la resonancia dipolar gigante en núcleos rotando muy excitados. Debido a la fuerza de Coriolis, la GDR sufre una nueva división de su intensidad (sobre la producida por el acoplamiento con los grados de libertad cuadrupolares de la superficie). Mientras que esta división es apreciable en núcleos prolatos, la función de respuesta en el sistema laboratorio de los núcleos oblatos permanece prácticamente insensible al aumentar la velocidad de rotación.
- 5) Las fluctuaciones de los parámetros de deformación debidas a la temperatura suavizan la distribución de intensidad de la GDR, aumentando solo ligeramente su anchura, haciendo muy difícil extraer información detallada de las formas nucleares.
- 6) El aumento observado experimentalmente de la anchura de la GDR con la energía de excitación en el ^{108}Sn se debe esencialmente al crecimiento de la deformación.
- 7) Las discrepancias entre las predicciones teóricas y los datos experimentales se supone debidas a la no inclusión de acoplamientos con estados colectivos de baja energía.
- 8) La GDR construida sobre un núcleo superdeformado se divide en dos picos muy separados. El más bajo se espera encontrar a unos 7 u 8 MeV agotando aproximadamente el treinta por ciento de la EWSR.
- 9) Suponemos que la radiación gamma procedente del decaimiento del modo de menor energía será emitida principalmente desde estados situados unos 9 MeV sobre la línea γ rast, donde ya no existe competición con la emisión de partículas.

- 10) Se estudian las correlaciones introducidas por las fuerzas de apareamiento a velocidades angulares para las que la deformación estática de este campo es cero y se encuentra que son especialmente importantes para la banda (+,0) basada a $\omega_{\text{rot}}=0$ en el vacío de BCS.
- 11) Estas correlaciones explican los valores observados de los momentos de inercia dinámicos y cinemáticos, así como la pendiente relativa de las bandas rotacionales de paridad positiva y negativa. Se planea continuar este estudio en más profundidad.

REFERENCIAS

- An76 C.G. Andersson, S.E. Larsson, G. Leander, P. Moller, S.G. Nilsson, I. Ragnarson, S. Aaberg, R. Bengston, J. Dudek, B. Nerlo-Pomorska, K. Pomorski and Z. Szymański, Nucl. Phys. A268 (1976) 205.
- Ba60 B.f. Bayman, Lectures on seniority, quasi-particles and collective vibrations. Princeton, N.J., 1960, no publicada.
- Ba83 J. Barrette and A.M. Sandorfi, Comments on Nuclear and Particle Physics 12 (1983) 57.
- Ba84 J.C. Bacelar, M. Diebel, C. Ellegaard, J.D. Garret, G.B. Hagemann, A. Holm, C. X. Yang, P.O. Tjom and J.C. Lisle, Proc. of Fifth Nordic Meeting on Nuclear Physics, Juvaskyla, March 1984; and NBI-Oslo-Manchester, preprint 1985.
- BB66 D.R. Bes and R.A. Broglia, Nucl. Phys. 80 (1966) 289.
- BB75 D.R. Bes, R.A. Broglia, B.S. Nilsson Physics Reports 16 (1975) 1.
- BB81 P.F. Bortignon, R.A. Broglia, Nucl. Phys. A371 (1981) 405.
- BB85 R.A. Broglia, F. Barranco and M.I. Gallardo para publicarse.
- BC57 J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schieffer, Phys. Rev. 108 (1957) 1175.
- BD85 R.A. Broglia, M. Diebel, F. Barranco and S. Frauendorf, XXIII International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy 1985.
- Be67 Bertsch et al, Nucl. Phys. A91 (1967) 123.
- Be79a R. Bengston and S. Frauendorf, Nucl. Phys. A314 (1979) 27.
- Be79b R. Bengston and S. Frauendorf, Nucl. Phys. A327 (1979) 139.
- Be80 G. Bertsch, Phys. Lett. 95B (1980) 157.
- BE81 F. Bertrand, Nucl. Phys. A354 (1981) 129.
- Be83 G.F. Bertsch, P.F. Bortignon and R.A. Broglia, Rev. of Mod. Phys. 55 (1983) 287.
- BF75 B.L. Berman and S.C. Fultz, Rev. Mod. Phys. 47 (1975) 713.
- BF77 R. Bengston and S. Frauendorf. Proceedings of an

- International Symposium on High Spin States and Nuclear Structure, Dresden, 1977. Editado por L. Funke (ZFK Rossendorf)p.74.
- BF79 R. Bengston and S. Frauendorf, Nucl. Phys. A314 (1979) 27. R. bengston and S. Frauendorf, Nucl. Phys. A327 (1979) 139.
- BK70 J. Bang and J. Krumlinde, Nucl. Phys. 141 (1970) 18
- BM58 A. Bohr, B.R. Mottelson and D. Pines, Phys. Rev. 110 (1958) 936.
- BM69 A. Bohr and B.Mottelson. Nuclear Structure I (1969). Benjamin. INC. Massachusetts.
- BM75 A. Bohr and B. Mottelson. Nuclear Structure II (1975). Benjamin. INC. Massachusetts.
- BM77 A. Bohr and B. Mottelson. Proceedings of the International Conference on Nuclear Structure, edited by T. Marumori (J. Phys. Soc. Jpn. 44 suppl.)p.157
- Bn83 T. Bengtsson and I. Ragnarsson, Physica Scripta, T5 (1983).
- B058 N.N. Bogolyubov, Nuovo Cimento 7 (ser. 10) (1959) 794.
- Bo84 P.F. Bortignon. Comunicación privada.
- Bo85 P.F. Bortignon, R.A. Broglia, J. Pacheco, Phys. Lett. para publicarse.
- BQ74 M. Brack and P. Quentin, Physica Scripta Vol 10A (1974) 163.
- Br55 D.Brink, Ph. D. Thesis, University of Oxford, 1955 (no publicado).
- Br65 W. Brening, Adv. in Theor. Phys. 1 (1965) 59.
- BR82 R.A. Broglia, Proceedings of the International Summer School, La Rábida, Spain, Springer-Verlag, Berlin, 1982.
- BR83 R.A. Broglia, Lecciones dadas en la Universidad de Coimbra (Portugal) 1983.
- Br85 R.A. Broglia, M. Diebel, S. Frauendorf and M.I. Gallardo, Phys. Lett. (para publicarse).
- CF83 O. Civitarese, S. Furui, M. Ploszajczak and A. Faessler, Nucl. Phys. A408 (1983) 61
- CI83 O. Civitarese, G.G. Dussel, and R.P. Perazzo, Nucl. Phys. A404 (1983) 15.
- CI85 O. Civitarese, R.A. Broglia, C. H. Dasso, Ann. of

Physics (in Press).

- CL68 J. des Cloizeaux, Many Body Physics; C. de Witt and R. Balian Eds., Gordon and Breach, New York 1968.
- Ch83 R. Chapman et al. Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 2265.
- Co74 S. Cohen, F. Plasil and W.J. Swiatecki, Ann. of Phys. 82 (1974) 557
- Di81 M. Diebel, K. Albretch and R.W. Hasse, Nucl. Phys. A355 (1981) 66.
- Di84 M. Diebel, Comunicación privada.
- Do83 D.H. Dowell, G. Feldman, K.A. Snover, A.M. Sandorfi and M.T. Collins, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1191.
- Dr82 I.E. Draper, J.O. Newton, L.G. Sobotka, K.M. Lindenberg, G.J. Woimiak, L.G. Moretto, F.S. Stephens, R.M. Diamond, and C.J. McDonald, Phys. Rev. Lett 49 (1982) 434.
- DØ82 T. Døssing and K. Neegaard. Contribution Nordic Meeting on Nuclear Physics, Fulfsø 1982.
- DØ85 T. Døssing and K. Neegaard, para publicarse.
- Eg80 J.L. Egidio, H.J. Mang and P. Ring, Nucl. Phys. A341 (1980) 229.
- Eg82 J.L. Egidio and P. Ring, Phys. Rev. C25 (1982) 3239.
- EN78 Endt and Van der Leun, Nucl. Phys. A310 (1978) 529.
- Fa83 M. Faber, J.L. Egidio and P. Ring, Phys. Lett. 127B (1983) 5
- Fe83 S.N. Fedotkin, I.N. Mikhailov and R.G. Nazmitdinov, Phys. Lett. 121B (1983) 15.
- FP25 C. Fiolhais and J. da Providencia, Nucl. Phys. (para publicarse)
- Fr83 S. Frauendorf, Nucl. Phys. A409 (1983) 243.
- Ga82 J.J. Gaardhøje, XX International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy. Ricerca Scientifica ed Educazione Permanente, Suppl. 25, (1982) 107.
- GAB4 J.J. Gaardhøje, O. Andersen, R.M. Diamond, C. Ellegaard, L. Grodzins, B. Herskind, Z. Sujkowski and P.M. Walker, Phys. Lett. 139B (1984) 273.
- Ga84 J.J. Gaardhøje, XXII International Winter Meeting on Nuclear Physics, Bormio, Italy. Ricerca Scientifica ed Educazione Permanente, Suppl. 35, Vol 2 683.

- Ga85 M.I. Gallardo, M. Diebel, T. Døssing and R.A. Broglia, Aceptado para su publicación en Nucl. Phys.
- GE84 J.J. Gaardhøje, C. Ellegaard, B. Herskind and S.G. Steadman, Phys.Rev. Lett. 53B (1984) 148.
- GE85 J.J. Gaardhøje, C. Ellegaard, B. Herskind, M.A. Deleplange, R.M. Diamond, E.L. Dines, A. Machiaveli and F.S. Stephens, Phys. Rev. Lett. (para publicarse)
- GF82 J.D. Garret and S. Frauendorf, Phys. Lett. B108 (1982) 77.
- Gi70 J. Gilat, Brookhaven National Laboratory Report No. BNL50246 (1970).
- GO80 A. Gobbi and W. Noremborg in Heavy Ion Collision, Vol 2, R. Bock ed., North Holland, Amsterdam, 1980.
- Go74 A.L. Goodman, Nucl. Phys. A230 (1974) 466.
- Go83 A.L. Goodman, Nucl. Phys. A406 (1983) 94.
- GR82 J.D. Garret, O. Andersen, J.J. Gaardhøje, G.B. Hagemann, B. Herskind, J. Kownacki, J.C. Lisle, L.L. Riedinger, W. Walus, N. Roy, S. Jonsson, H. Ride, M. Guttormsen and P.O. Tjom, Phys. Lett. Rev (1982) 47,75.
- GR83 J.D. Garret in High Angular Momentum Properties of Nuclei, Nuclear Research. Conf. Series. Vol. 4 (Hardwood, 1983, Chur) 17
- GR84 J.D. Garret, Proceedings of Heavy Ion 84 -INS RIKEN International Symposium on Heavy Ion Physics, August 1984, Mt. Fuji, Japan (en prensa).
- GS83 E.F. Garman, K.A. Snover, S.H. Chew, S.K.B. Hesmodhalg and W.N. Catford, Phys. Rev. C28 (1983) 2554
- He83 W. Hennerici, V. Metag, H.J. Hennrich, R. Repnov, W. Wahl, D. Habs, K. Helmer, U.V. Helmolt, H.W. Heing, B. Kolb, D. Pelte, D. Schwalm, R.S. Simon, and R. Albretch, Nucl. Phys. A396 (1983) 329c.
- Hi83 R.R. Hilton, Z. Phys. 309 (1983) 233
- Ig70 A.V. Ignatyuk, V.S. Stavinskii and Y.N. Shubin, Yad. Fiz. 11(1970) 1012 (Sov. J. Nucl. Phys. 11 (1970) 563)
- Ig81 A.V. Ignatyuk and I.N. Mikhailov, Yad. Fiz. 33 (1981) 919.
- In54 D.R. Inglis, Phys. Rev. 96 (1954) 1059.
- In55 D.R. Inglis, Phys. Rev. 97 (1955) 701.
- Is79 Islam et al, Nucl. Phys. A326 (1979) 161.

- JA62 J.D. Jackson, "Classical Electrodynamics" (1962) Wiley, New York
- JD73 A.S. Jensen and J. Damgaard, Nucl. Phys. A203 (1973) 578
- MK74 M.G. Mustafa and K. Kumar, Phys. Lett. 49B (1974) 405.
- MN73 P. Moller and J.R Nix, Proceedings of the international Symposium on Physics and Chemistry of Fission, Vienna, 1973.
- Ne81 J.O. Newton, B. Herskind, R.M. Diamond, E.L. Dines, J.E. Draper, K.M. Lindenberg, L. Schuck, S. Shih and F. Stephens, Phys. Rev. Lett 46 (1981) 1383.
- Ne76 K. Neegaard, V.V. Pashkevich and S. Fravendorf, Nucl. Phys. A262 (1976) 61
- Ne77 K. Neegaard, H. Toki, M. Ploszajczak and A. Faessler, Nucl. Phys. A287 (1977) 48
- Ne82 K. Neegaard, Phys. Lett. 110B (1982) 7.
- Ny84 B.M. Niakó, J.R. Creswell, P.D. Forsyth, D. Howe, P.J. Nolan, M.A. Riley, J.F. Sharpey-Schafer, J. Simpson, N.J. Ward, P.J. Twin, Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 507.
- N880 W. Nörenberg and H.A. Weidenmüller, Introduction to the Theory of the Heavy Ion Collisions, Lecture Notes in Physics 51, Springer-Verlag, Berlin (1980).
- PU77 F. Pühlhofer, Nucl. Phys. A280 (1977) 267.
- Ra74 I. Ragnarsson, A. Sobiczewski, R.K. Sheline, S.E. Larsson and B. Nerlo-Pomorska, Nucl. Phys. A233 (1974) 329
- Ra80 I. Ragnarsson, T. Bengtsson, G. Leander and S. Aaberg, Nucl. Phys. A347 (1980) 287.
- Ri82 P. Ring, Invited talk at the "conference on High Angular Momentum Properties of Nuclei" Nov. 1982 Oak Ridge, Tenn., USA (1982).
- RI84 P. Ring, Workshop in Semiclassical Methods in Nuclear Physics (1984), Grenoble, France.
- Ri84a P. Ring, Journal de Physique C6, suppl. No. 6, Tome 45 (1984) 247.
- Ri84b P. Ring, Nucl. Phys. A421 (1984) 205.
- RH82 P. Ring, H. Hayashi, H. Emling and E. Grosse, Phys. Lett. 110B (1982) 423
- Ro70 D.J. Rowe, "Nuclear Collective Motion", Methuen and CO. LTD., London, 1970.

- RR84 P. Ring, Robledo, J.L. Egido and M. Faber, Nucl. Phys. A419 (1984) 261.
- RS80 P. Ring and P. Shuck. "The Nuclear Many Body Problem". Springer-Verlag, New York (1980).
- Ru78 J. de la Rubia y J.J. Brey, Introducción a la Mecánica Estadística, Ed. del Castillo, Madrid, 1978.
- Sa83 A.M. Sandorfi, J. Barrette, M.T. Collins, D.H. Hoffmann, A.J. Kreiner, D. Brandford, S.G. Steadman and J. Wiggins, Phys. Lett 130B (1983) 19.
- Sh85 Y.R. Shimizu and K. Matsuyanagi, para publicarse.
- Sn84a K.A. Snover, Journal de Physique, Tome 45 (1984) 337.
- Sn84b K.A. Snover, Comments on Nuclear and Particle Physics 12 (1984) 243.
- St67 V.M. Strutinsky, Nucl. Phys. A95 (1967) 420
- Sp81 J. Speth and A. van der Woude, Rep. Prog. Phys. 44 (1981) 719.
- Sz81 Z. Szymański, XIV Masurian Summer School on Nuclear Physics (Mikolajki, Poland 1981).
- Va56 J.G. Valatin, Proc. Roy. Soc. London A238 (1956) 132.
- Va58 J.G. Valatin, Nuovo Cimento 7 (serie 10), 843
- Vo83 M.J.A. de Voigt, J. Dudek and Z. Szymański, Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 949.
- VV83 D. Vautherin and N. Vinh Mau.

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS

Resuelto el Tribunal integrado por los abajo firmantes
a el día de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral de
D^a María Isabel Gallardo Fuentes
tema: "Estudio microscópico de núcleos rotando a
alta velocidad".


Se acordó otorgarle la calificación de


Sevilla, 28 de Junio 1985


El Vocal,

El Vocal,

El Vocal,


J. Madrazo


M.B.S.


El Doctorado:
Isabel Gallardo

