

UNIONES ATORNILLADAS CON TRACCION EXCENTRICA: Aproximacion al cálculo del efecto de palanca.

Felipe Granados ,Jaime Dominguez

E.T.S.I.I. de Sevilla, Av. Reina Mercedes s/n,41012-Sevilla

Resumen.- Cuando una unión atornillada se carga excentricamente o uno de los elementos a unir es suficientemente flexible, se produce un efecto de palanca y aparecen en los tornillos unas fuerzas mayores que las obtenidas con carga centrada y alta rigidez de los elementos a unir. En el caso de que este efecto sea producido por falta de rigidez de alguno de los elementos a unir, suele denominarse prying. Para una misma posición y valor de la carga, y manteniendo la disposición de los tornillos en la unión, el incremento de fuerza producido por este efecto de palanca depende de la rigidez de las partes a unir y de la del tornillo.

En este trabajo se analiza mediante métodos numéricos el comportamiento de la unión, y se obtienen aproximaciones para el cálculo de diferentes tipos de unión. Estas aproximaciones se confrontan con otras existentes en la literatura y con los resultados de ensayos realizados por otros autores.

1. Introducción.

En uniones atornilladas sometidas a carga de tracción centrada, la sollicitación se distribuye entre todos los tornillos de manera aproximadamente uniforme, siempre que los elementos a unir tengan suficiente rigidez. En caso de elementos con mayor flexibilidad, esta influye notablemente en la distribución de fuerzas entre los tornillos.

Cuando la carga es excentrica, la distribución no es uniforme en ningún caso. Si la unión está previamente apretada, o los elementos a unir tienen una rigidez elevada, puede aproximarse la distribución de fuerzas de tracción a una forma lineal, para un cierto rango de variación de la fuerza sollicitante. Por el contrario, cuando el apriete sea pequeño, o los elementos flexibles, su deformación alejará la distribución de la lineal, provocando en algunos casos la aparición de tornillos sometidos a tracciones muy elevadas, estando el resto prácticamente sin sollicitar.

Abstract.- When a tensile load is excentrically applied to a bolted joint or if it is applied at the centre but any of the elements is not sufficiently rigid, the stresses in some of the bolts will be higher than that produced with centred load and rigid elements. In the case of elements which are not rigid enough, the effect which produces that unfavorable load distribution among bolts is called <<prying>>. The increase of load produced by this effect in the bolts depend strongly on the stiffness of both the elements and the bolts.

In this paper the behaviour of different joints is analysed using the finite element method is analysed and a new proposal to estimate the load distribution is presented. Comparison with both experiments and other methods proposed in the literature are provided.

El fenómeno anterior, (conocido como efecto palanca o "prying"), ha sido objeto de estudio por parte de numerosos autores(1-3). Así, Donty y McGuire (4) proporcionan una aproximación basada en el análisis elástico. Argeskov (5) sugiere un modelo similar, pero con un análisis más completo de la deformación del tornillo. Struick y Back (6) incluyen también el efecto de la distribución de presiones que aparece entre la cabeza del tornillo o de la tuerca y los elementos a unir.

Por otra parte, Rajsekharan, Birken y Munse (7) han estudiado la unión tanto numérica como experimentalmente, concluyendo en ecuaciones semiempíricas para el diseño.

En cualquier caso, estos análisis son aplicables cuando se trata de una unión con un sólo tornillo, y no permiten calcular el tamaño de la zona de contacto.

En el presente trabajo se indica un procedimiento de cálculo que contempla la existencia de varios tornillos, y que

proporciona de forma aproximada el punto donde tiene lugar la separación, así como las tracciones que aparecen en cada uno de los elementos de unión.

2. Descripción del efecto palanca.

En una unión como la de la figura 1., solicitada con la carga N en el punto A, el comportamiento será similar al indicado en la figura 2. El reparto de carga entre los tornillos será muy distinto del lineal, cargando el número 3 mucho más que los otros dos.

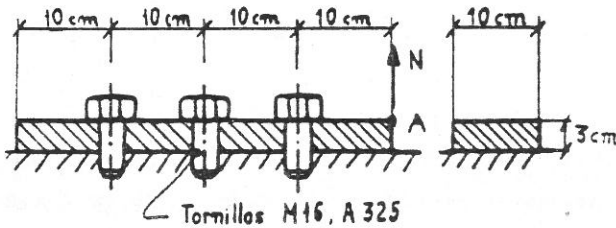


Fig. 1

Como ejemplo, se exponen a continuación los resultados de un análisis de dicha unión mediante el método de los elementos finitos.

Inicialmente, se consideró que los tornillos no tenían apriete, con lo cual sus tensiones iniciales serían nulas ($T_0=0$).

Al aplicar la carga solicitante, la placa tenderá a separarse del soporte, que se supone infinitamente rígido. Dicha tendencia se verá limitada por la existencia de los tornillos, dando lugar a la aparición de una fuerza entre cada elemento de unión y la placa (T_1, T_2 y T_3 respectivamente), según se observa en la figura 2.

Las tracciones en cada tornillo variarán de forma lineal con N para el caso de apriete nulo (figura 3.b), siendo su suma mayor que la tracción solicitante:

$$T_1 + T_2 + T_3 > N \quad (1)$$

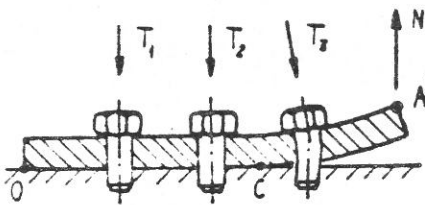


Fig. 2

La desigualdad anterior se produce por la existencia de otra fuerza en el sistema, Q , que es la resultante de las presiones de contacto entre la placa y el soporte. (figura 3.a). Podrá escribirse entonces:

$$T_1 + T_2 + T_3 = N + Q \quad (2)$$

Análogamente a lo que ocurre con las tracciones en los tornillos, la distribución de presiones varía de forma lineal con N en el caso de apriete nulo, siendo la zona de contacto constante para una misma disposición de la unión.

Si los tornillos son pretensados, la distribución de la sollicitación entre ella se modifica notablemente, separándose cada uno del comportamiento lineal, según se deduce de la figura 3.c.

La extensión de la zona de contacto será ahora función de la relación entre el apriete y la fuerza N , y no una constante como en el caso anterior.

De las observaciones anteriores se deduce que existe un comportamiento muy diferenciado dependiendo de la existencia de apriete previo (comportamiento no lineal), o que no lo haya (comportamiento lineal).

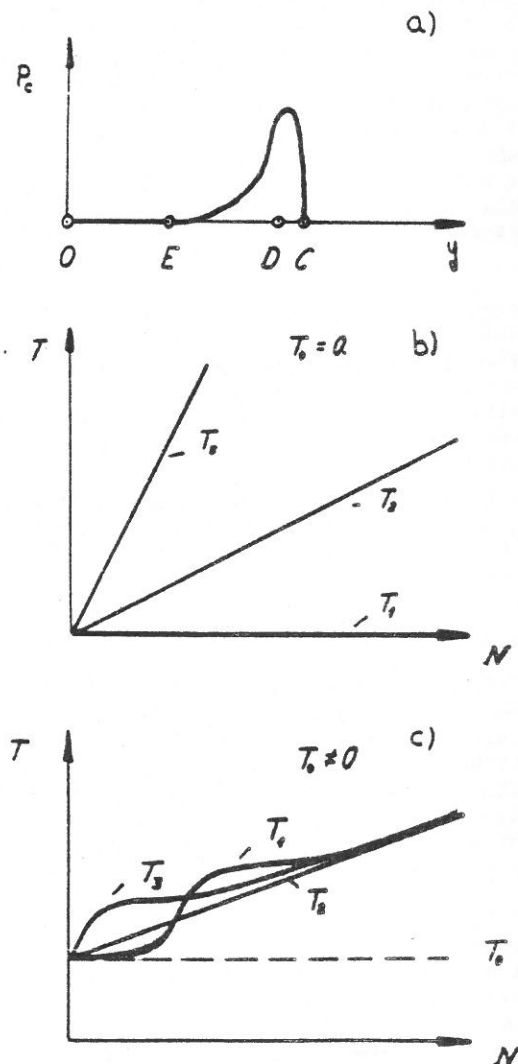


Fig. 3

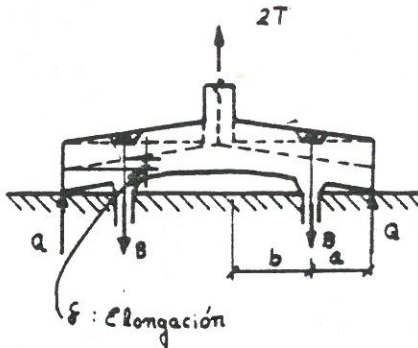


Fig. 4

3. Algunas aproximaciones existentes.

Dada la complejidad del problema presentado, su cálculo debe realizarse numéricamente, aún cuando de esta forma se produzcan en ocasiones errores apreciables. Por ello, se han propuesto y se emplean distintos métodos aproximados, describiéndose a continuación los más significativos.

3.1. Donty y McGuirre (4) emplearon un modelo elástico (figura 4), obteniendo una expresión de forma analítica que posteriormente corrigieron para que reflejara los resultados experimentales.

Dicha expresión es:

$$Q = \frac{1/2 - (wt^4 / (30ab^2Ab))}{a/b [(a/3b) + 1 + (wt^4 / (6ab^2Ab))] } T \quad (3)$$

donde w es el ancho del elemento a unir, a y b las distancias del tornillo al borde y a la sollicitación respectivamente, t el espesor y Ab el área de tensión del tornillo.

El código ASCE-(5) sugiere una relación semiempírica obtenida de simplificar la anterior.

$$(Q/T)_u = (3b/8a - t^3/20) \quad (4)$$

Donde $(Q/T)_u$ es el valor de Q/T para la carga que provoque el agotamiento de la unión por rotura de los tornillos.

3.2. Nair, Birkemoc y Humse (7) realizaron un extenso estudio experimental y numérico, concluyendo en las ecuaciones:

$$(Q/T)_u = \frac{100bd^2 - 18wt^2}{70ad^2 + 21wt^2} \quad (5)$$

para tornillos de acero A 325 y:

$$(Q/T)_u = \frac{100bd^2 - 14wt^2}{62ad^2 + 21wt^2} \quad (6)$$

Para tornillos de acero A 490.

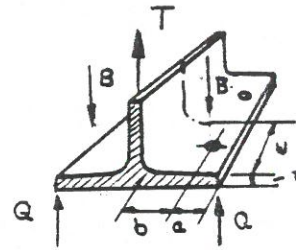


Fig. 5

3.3. Stuck y Back (3) sugieren el empleo de las ecuaciones:

$$B = T + Q$$

$$Qa = \alpha\delta + wt^2\sigma_y$$

$$B = T \left[1 + \frac{\alpha\delta}{(1 + \alpha\delta) + b/a} \right] \quad (7)$$

$$t \left\{ \frac{4Bab}{w\sigma_y [a + \alpha\delta(a+b)]} \right\}^{1/2}$$

basadas en el análisis estático de la unión. Incluyen la hipótesis de la actuación de la reacción Q en el extremo (fig. 5) y los valores obtenidos lo son para la tracción que provocaría plastificación en los elementos atornillados (σ_y es la tensión de agotamiento del acero de la placa).

Según los mismos autores, pueden obtenerse mejores resultados si se sustituyen a y b por a' y b' , con la notación de la figura 6.

Conviene destacar que ninguna de las aproximaciones anteriores proporciona información sobre el tamaño de la zona de contacto, que en algunos casos puede ser de interés.

Además, el apriete inicial que pueda tener el tornillo no está incluido en las expresiones anteriores, calculándose la carga máxima admisible en el tornillo en base al área nominal de tensión, independientemente del pretensado.

4. Procedimiento de cálculo.

En este apartado se expondrá el método de cálculo aproximado para una unión como la de la figura 7, en la que $L1$, $L2$ y $L3$ son las dimensiones de la placa, E su módulo de elasticidad, e y la distancia al origen O . El número total de tornillos es n .

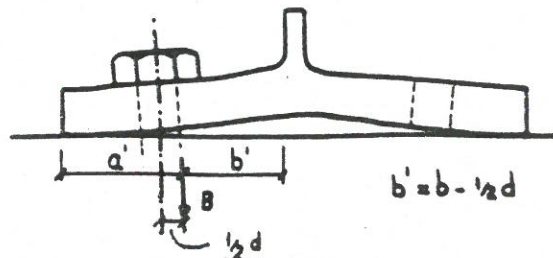


Fig. 6

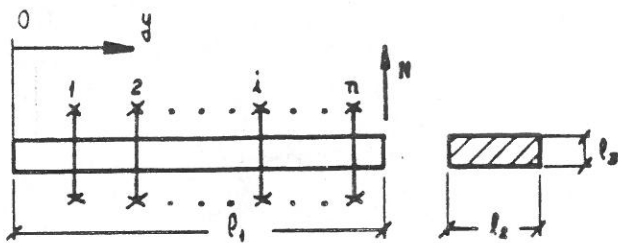


Fig. 7

Para cada uno de estos tornillos se supone una ley de comportamiento igual a la de la figura 8, donde \$T_c\$ es la carga de prueba, \$T_n\$ la carga de agrietamiento, \$T_o\$ el apriete y \$K\$ y \$K_p\$ las rigideces en régimen elástico y plástico respectivamente. El valor de \$K\$ puede obtenerse según Sawa (6) como:

$$1/K = 1/E [(l_2 + 0.6d)/A + (l_3)/A_s] \quad (8)$$

con la notación de la figura 9.

4.1. Análisis de la zona de contacto.

En la figura 3.a se representa la distribución de presiones en la zona de contacto. En ellas, y bajo la suposición de soporte infinitamente rígido, o uniones simétricas respecto al plano de contacto, pueden caracterizarse los siguientes puntos (para el caso de apriete nulo):

C. Punto de desplazamiento nulo. Se considerará como punto de pérdida de contacto y su distancia al origen se denominará \$l_3\$. En este punto es por tanto:

$$y(C) = 0 \quad (9)$$

D. Punto donde aparece el máximo de la deformada:

$$y(D) = 0 : y'(D) = 0 \quad (10)$$

E. Punto de desplazamiento nulo y momento nulo, es decir:

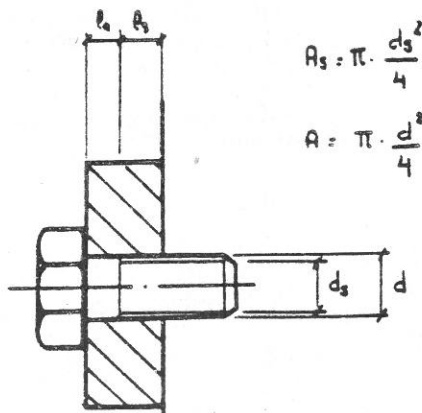


Fig. 9

$$A_s = \pi \cdot \frac{d_s^2}{4}$$

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

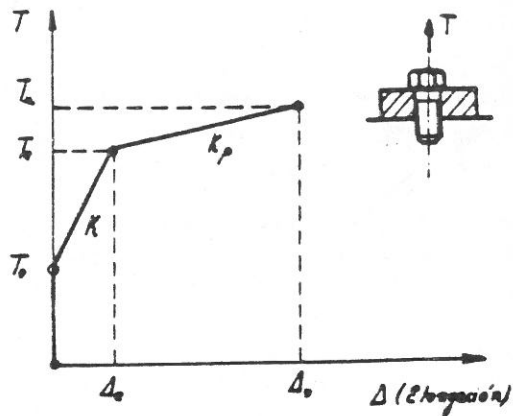


Fig. 8

$$y(E) = 0 : y''(E) = 0 \quad (11)$$

Las igualdades (9), (10) y (11) representan las condiciones de contorno del problema.

Si la distribución de la figura 2.a. se aproxima a una triangular (fig. 10) y se admiten las simplificaciones de la resistencia de materiales, dicha distribución sería equivalente (produce igual pendiente en \$C\$ para una viga de las mismas características que el elemento a unir) a una fuerza de valor la resultante aplicada a la distancia de \$c\$:

$$x = \sqrt{\frac{3(a/b) + (1-a/b)}{6(1+a/b)}} \quad (12)$$

si se define: \$f = a/b\$, \$g = x/(a+b)\$, se tiene:

$$g = \sqrt{\frac{3f + (1-f)^2}{6(1-f)^3}} \quad (13)$$

De los resultados obtenidos con el Método de los Elementos Finitos se deduce que las siguientes hipótesis se verifican con suficiente generalidad:

$$0 \leq f \leq 2$$

$$0 \leq l_3/(a+b) \leq 3 \quad (14)$$

La desigualdad anterior indica que el ancho de la zona de contacto es inferior a tres veces el canto. De la ecuación (13) junto con la (14) es fácil deducir que:

$$x \leq 1.2 l_3 \quad (15)$$

lo cual implica que la distancia de \$C\$ al punto de aplicación de la fuerza equivalente es menor que dos veces el canto.

Dado que se está considerando al elemento como una viga, puede hacerse

$$X = 0 \quad (16)$$

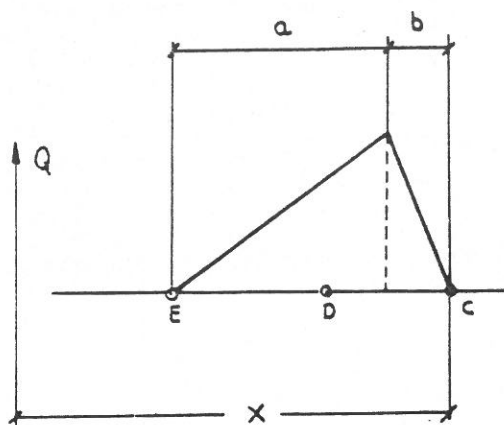


Fig. 10

con un error inferior al 10% en los desplazamientos. La igualdad (16) permite considerar los puntos C, D, y E coincidentes con el error indicado y escribir entonces las condiciones de contorno como:

$$\begin{aligned} y(c) &= 0 \\ y'(c) &= 0 \\ y''(c) &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Se considerará por tanto al punto C como punto de desplazamiento, pendiente y deformada nula.

En el caso de apriete en los tornillos, la distribución de presiones debida al pretensado es centrada en el eje del tornillo y equilibrada con la tensión en aquél, no modificando entonces el desarrollo anterior para la obtención del punto de aplicación de la reacción placa-soporte.

4.2 Formulación del modelo.

Supuesta una posición del punto C, el modelo se representa en la figura 11, considerando la placa como una viga en voladizo en la que el momento es nulo en dicho punto.

Para una viga con esas condiciones de contorno, los desplazamientos vienen dados por:

$$U_i - N b_i - \sum a_{ij} T_j \quad i=1, \dots, s \quad (18)$$

donde T_i y U_i son la fuerza y el desplazamiento en $y=y_i$, respectivamente. B_i es el desplazamiento en y_i debido a la fuerza N y a_{ij} el debido a la fuerza T_j , pudiendo calcularse como:

$$\begin{aligned} b_i &= y_i'^2 (r - y_i'/3) / 2EI \\ a_{ij} &= y_j'^2 (y_i - y_j'/3) / 2EI \quad i \geq j \\ a_{ij} &= y_i'^2 (y_j - y_i'/3) / 2EI \quad i < j \end{aligned}$$

En las ecuaciones anteriores I es la inercia de la viga y s el primer tornillo a la derecha del empotramiento.

De la ecuación de comportamiento del tornillo se tiene además:

$$U_i = (T_i - T_0) / K \quad (19)$$

Combinando (18) y (19) se llega a:

$$\sum (a_{ij} + \delta_{ij} / K) T_j - T_0 / K + N b_i \quad (20)$$

que en forma matricial puede escribirse como:

$$\bar{A} \bar{T} - \bar{T}_0 + N \bar{B} \quad (21)$$

o lo que es lo mismo.

$$\begin{bmatrix} a_{s1} + 1/K & a_{s2} & \dots & a_{sn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} + 1/K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_s \\ \vdots \\ T_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0/K \\ \vdots \\ T_0/K \end{bmatrix} + N \begin{bmatrix} b_s \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (22)$$

Si en algún tornillo ocurre que $T > T_e$, entonces la ecuación (20) se modifica para ese tornillo en la forma:

$$\sum (a_{ij} + \delta_{ij} / K) T_j - T_0 / K - T_e / K + N b_i \quad (20')$$

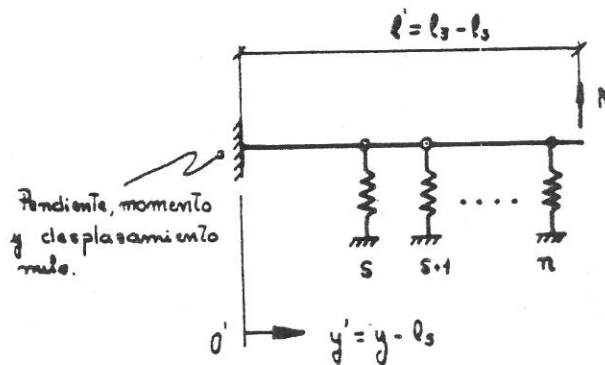


Fig. 11

Además de imponer la compatibilidad será necesario hacerlo para el equilibrio, que de la condición (17) lleva a:

$$\sum T_j y_j' - (l_1 - l_s) N \quad (23)$$

El sistema de ecuaciones (21) junto con la ecuación (23) proporcionan $n-s+1$ ecuaciones con las incógnitas $(N, T_1, \dots, T_n, L_s)$, lo cual permite resolver el problema.

Posteriormente podrá calcularse la reacción en el punto C como:

$$Q = \sum T_j - N \quad (24)$$

y debe ser :

$$Q \geq 0$$

4.3. Procedimiento de resolución.

El sistema de ecuaciones tal y como se planteó en el apartado anterior es de ecuaciones no lineales, y el tamaño del sistema depende del valor de una de las incógnitas (Ls).

La forma de solución adoptada consistió en modificar la posición del punto C (desde A hasta D), obteniendo para cada valor de Ls el de la fuerza N que lo provocaría.

$$N = N(Ls)$$

A continuación, para un N dado se obtiene el valor de Ls que le corresponde.

Posteriormente dicho valor se tomará:

$$Ls = Ls(\text{calculado}) + L3$$

para contemplar la existencia de una zona de contacto y no de un sólo punto, como se supuso para el cálculo.

5. Comparación con otras aproximaciones.

Con objeto de comparar el método propuesto con otros, se han determinado las cargas en los tornillos para distintos casos y por diferentes procedimientos, comparándolas a su vez con los resultados de ensayos existentes.

5.1. Método de los elementos finitos.

Se realizó una discretización como la indicada en la figura 12, considerado tensión plana. Para las entrefases placa-soporte y la cabeza del tornillo y la placa se utilizan elementos de contacto. La caña de los tornillos y la cabeza se discretizan como elementos viga, mientras que la placa se modeló con elementos bidimensionales elásticos de 8 grados de libertad (2 en cada modo).

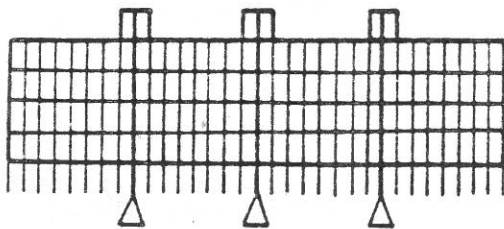


Fig. 12

En primer lugar, se encontró que cuando los tornillos no estaban apretados y para una misma geometría, el punto de separación era simple el mismo, y la distribución de las presiones proporcional a la carga.

En la figura 13 se representan las presiones en la zona de contacto para diferentes valores de la carga. En la figura siguiente se han dibujado las presiones en algunos puntos en función de la sollicitación, pudiendo observarse el carácter lineal antes citado.

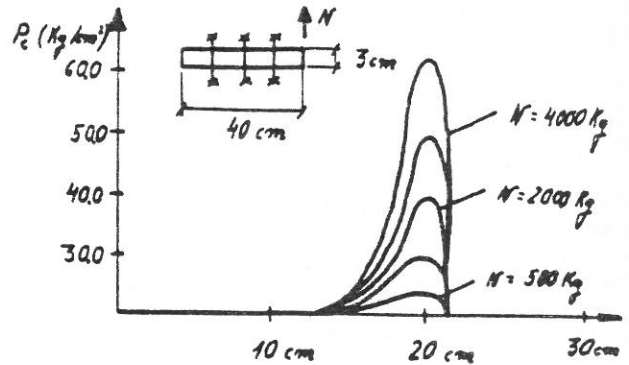


Fig. 13

Este mismo resultado se obtiene con el procedimiento de cálculo propuesto, comparándose ambos procedimientos en la Tabla I.

En dicha Tabla, y para la geometría de la figura 15, se indica el punto donde se pierde el contacto, así como la carga máxima admisible (la que provoca el agotamiento en los tornillos). De los datos señalados se deduce que la diferencia entre ambos procedimientos es inferior al 13% incluso para una relación $(h/L3) = 2$.

En la Tabla II se han indicado los resultados en el caso de modificar la línea de acción de la fuerza, siendo en este caso las diferencias inferiores al 8%.

Las diferencias en el caso de que haya apriete se representan en la Tabla III, siendo inferiores al 15%.

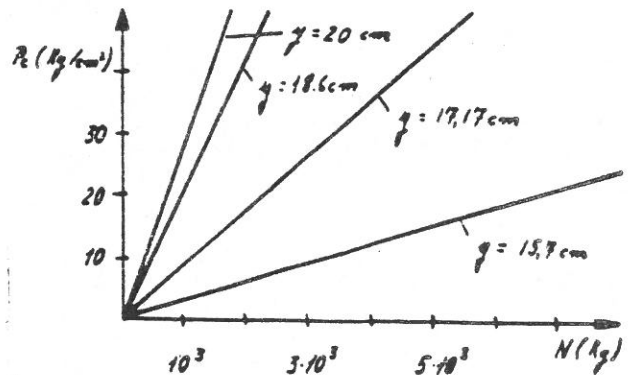


Fig. 14

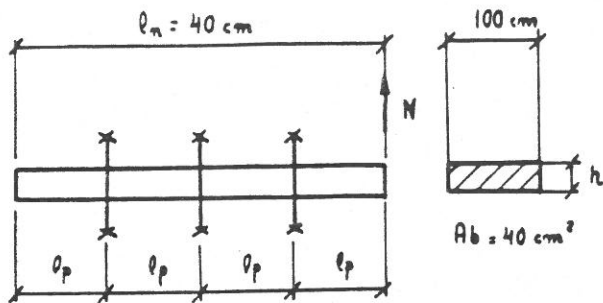


Fig. 15

5.2. Comparación con otros procedimientos.

En la figura 16, y para diferentes ejemplos, se ha representado la relación entre la tracción solicitante T y la reacción Q , calculados mediante distintas aproximaciones, y comparándolas con los valores obtenidos experimentalmente y con el método de los elementos finitos.

Tabla I. Comparación entre el M.E.F.(1) y el propuesto (2) cuando se modifica el canto de la placa.

h	Te	N(1)	N(2)	DIF	Ls(1)	Ls(2)	DIF
cm.	tm.	tm.	tm.	%	cm.	cm.	%
1	45	10.0	10.24	2.04	28.5	28.0	1.7
2	25	10.0	10.005	0.05	25.6	25.3	1.1
3	19	10.0	10.06	0.66	21.4	21.5	0.5
4	16	10.0	10.22	2.19	8.5	17.6	5.0
5	14	10.0	10.91	9.10	14.2	13.0	7.0
6	13	10.0	10.932	9.32	11.4	10.0	12

Tabla II. Comparación entre el M.E.F.(1) y el propuesto (2) cuando se modifica el punto de aplicación de la fuerza.

Ln	Te	N(1)	N(2)	DIF	Ls(1)	Ls(2)	DIF
cm.	tm.	tm.	tm.	%	cm.	cm.	%
40	40	20.0	20.13	0.66	21.5	21.48	0.1
37	32	20.0	20.13	0.65	21.5	20.50	4.6
35	29	20.0	20.09	0.45	20.0	20.00	0.0
34	26	20.0	20.07	0.36	20.0	19.00	5.0
33	23	20.0	20.04	0.23	18.5	17.19	8.1
32	20	20.0	20.03	0.15	15.7	15.12	4.0

Tabla III. Comparación entre el M.E.F.(1) y el propuesto (2) cuando se modifica el apriete de los tornillos.

To	Te	N(1)	N(2)	DIF	Ls(1)	Ls(2)	DIF
tm.	tm.	tm.	tm.	%	cm.	cm.	%
5	34	20.0	17.3	13.5	23.00	23.00	0
10	35	20.0	17.4	12.8	23.00	23.00	0
16	36	20.0	17.1	14.3	24.30	24.00	1.2
25	42	20.0	17.5	12.6	25.70	25.40	1.1
38	49	20.0	18.2	8.9	27.10	27.00	0.3
55	62	20.0	19.1	4.4	27.12	28.45	5.1

6. Conclusiones.

Con el método propuesto se pueden analizar uniones atornilladas sometidas a tracción excéntrica, con las siguientes ventajas respecto a otras aproximaciones:

- 1) Permite tratar geometrías con varios tornillos, e incluye en el modelo el valor del apriete.
- 2) Los errores obtenidos son inferiores (la aproximación de Stuck, que es la más exacta, los comete del orden del 30%), estando situados en torno a un 15%.

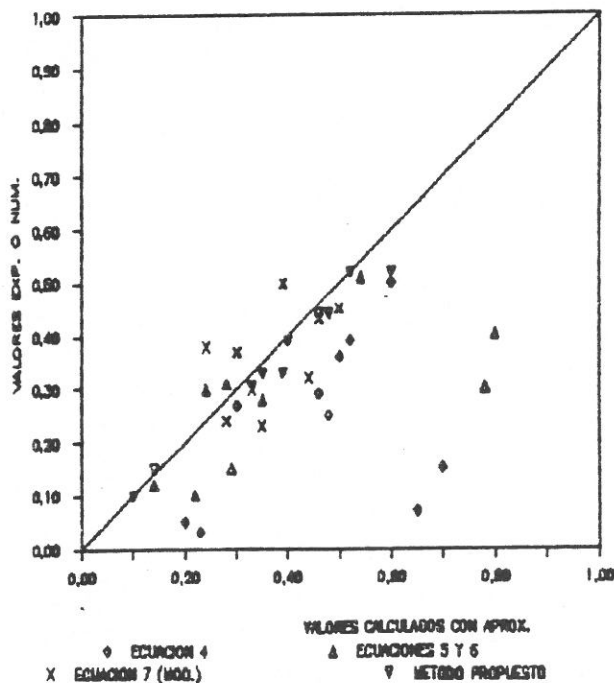


Fig. 16

3) Proporciona información acerca del tamaño de la zona de contacto.

4) Con respecto al M.E.F., aunque los resultados que se obtienen con él son más aproximados, el cálculo propuesto es mucho más rápido de efectuar, siendo más adecuado para su empleo en el diseño.

7. Referencias.

1. Allan P. Mann y L.J. Morris, "Lack of Fit in High Strength Bolted Connections", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. 6, Junio 1984.

2. H. Kumano, T. Sawa, K. Soud, F. Kawai, "On the Characteristics of Bolted Joints with Gaskets", Bulletin of JSME, Vol. 28, No. 245, Noviembre 1985.

3. A. Grotewohl, "Calculation of a Dinamically and Excentrically Loaded Bolted Conrod Conection according to VDI 2230", Automobile Engineering Meeting, Detroit, Michigan, Octubre 1975.

4. R.T. Douty y W. McGuire, "High Strength Bolted Moment Connections", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, ST2, Abril 1965.

5. H. Argeskov, "High-Strength Bolted Connections Subject to Prying". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 102, ST1, Enero 1979.

6. J.H.A. Struick y J. de Back, "Tests on Bolted T-Stubs with Respect to a Bolted Beam-to-Column Connections". Report. 6-69-13, Stevin Laboratory. Delft University of Technology, Delft, the Netherlands, 1969.

7. R.S. Nair, P.C. Birkemoe, W.H. Munse, "High Strength Bolts Subject to tension and Prying", Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, ST2, Febrero 1974.

8. ASCE, Commentary on Plastic Desing, Manual 41, New York, 1971.

9. T. Sana y K. Maruyama, "On the Deformation of the Bolt Head and Nut in a Bolted Joint", Boletin de la JSME, Vol. 19 No. 128, Febrero 1976.