

# Proyecto Fin de Máster Ingeniería Industrial

## Análisis mecánico de la cabeza de rotor en una aeronave con capacidad de despegue y aterrizaje vertical (VTOL)

Autor: José Antonio Beardo Duque

Tutores: Daniel García Vallejo y Sergio Esteban Roncero

**Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021





Proyecto Fin de Máster  
Ingeniería Industrial

# **Análisis mecánico de la cabeza de rotor en una aeronave con capacidad de despegue y aterrizaje vertical (VTOL)**

Autor:

José Antonio Beardo Duque

Tutores:

Daniel García Vallejo

Sergio Esteban Roncero

Dpto. Ingeniería Mecánica y Fabricación

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021



Proyecto Fin de Máster: Análisis mecánico de la cabeza de rotor en una aeronave con capacidad de despegue y aterrizaje vertical (VTOL)

Autor: José Antonio Beardo Duque

Tutores: Daniel García Vallejo y Sergio Esteban Roncero

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Sevilla, 2021



*A Valentín*



# Agradecimientos

---

Con este proyecto termina una de las etapas más duras y enriquecedoras de mi vida que sólo ha sido posible culminar gracias al apoyo de todos los que en algún momento han estado a mi lado. Estos más de 7 años en la Escuela no habrían sido posibles sin todas las personas que me han acompañado.

A mis amigos, por aguantar mis insufribles momentos de incertidumbre y por levantarme el ánimo en las circunstancias difíciles.

A mis compañeros, con los que he pasado interminables tardes en la biblioteca. Su ayuda ha sido inestimable y gracias a ellos he podido llegar hasta aquí.

A mi familia, a mi madre, que nunca han perdido la paciencia y cuyo apoyo incondicional ha sido en gran parte la causa de mis logros.

A Dani y Sergio, por su gran labor y esfuerzo a lo largo del desarrollo de este trabajo.

*José Beardo Duque  
Sevilla, 2021*



**E**l análisis de las piezas aeronáuticas de pequeño tamaño se realiza habitualmente de una manera arcaica pero eficiente: mediante ensayo y error. En el documento se expone un método teórico que permite realizar este análisis de manera más precisa, teniendo en cuenta las condiciones de vuelo particulares a las que estas piezas pueden ser sometidas.

El trabajo se enmarca en el proyecto EMERGENTia llevado a cabo por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos de la Escuela Técnica Superior de Ingeniería. Una de las principales características de la aeronave en desarrollo es la capacidad de despegue y aterrizaje de manera vertical (VTOL), lo que permite que estas fases se realicen en espacios reducidos, pero que suponen unas condiciones de vuelo para las que la mayoría de piezas del mercado no han sido diseñadas.

Con este proyecto se pretende realizar una primera investigación sobre el análisis a fatiga en la zona del encastre de pala de los rotores para determinar el procedimiento más adecuado que asegure su idoneidad en estas condiciones particulares.



The analysis of small aircraft parts is usually done in an archaic but efficient way: by trial and error. The document presents a theoretical method that allows this analysis to be carried out more precisely, taking into account the particular flight conditions to which these parts may be subjected.

The present work is part of the EMERGENTia project developed by the ETSI's Aerospace Engineering Department. One of the main characteristics of the aircraft under development is the ability to take off and land vertically (VTOL), which allows these phases to be carried out in confined spaces, but involving flight conditions for which most parts currently available have not been designed.

The aim of this project is to analyze the fatigue failure in the area of the rotor blade attachment to determine the most appropriate procedure and fatigue criteria, ensuring its suitability in these particular conditions.



<b>Agradecimientos</b>	<b>I</b>
<b>Resumen</b>	<b>III</b>
<b>Abstract</b>	<b>V</b>
<b>Índice</b>	<b>VII</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>IX</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>XI</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Proyecto EMERGENTia</i>	1
1.2 <i>Estado del arte</i>	2
1.2.1 <i>Aeronaves tilt rotor no tripuladas</i>	2
1.2.2 <i>Fatiga (Multiaxial)</i>	4
1.3 <i>Objetivos y alcance</i>	4
<b>2 Modelado</b>	<b>7</b>
2.1 <i>Rotor</i>	7
2.2 <i>Partes y modelado en Solid Edge</i>	8
<b>3 Co-simulación</b>	<b>11</b>
3.1 <i>Adams View</i>	12
3.1.1 <i>Importación del conjunto</i>	12
3.1.2 <i>Restricciones</i>	13
3.1.3 <i>Mediciones y movimientos</i>	14
3.1.4 <i>Fuerzas</i>	15
3.1.5 <i>Variables de comunicación y exportación</i>	16
3.2 <i>Modelo de fuerzas (Matlab)</i>	17
3.3 <i>Co-simulación</i>	17
3.4 <i>Resultados</i>	19
<b>4 Obtención de Tensiones</b>	<b>23</b>
4.1 <i>Ansys Workbench</i>	23
4.1.1 <i>Engineering Data</i>	23
4.1.2 <i>Geometry</i>	24
4.1.3 <i>Model</i>	25
<b>5 Estudios Previos</b>	<b>27</b>
5.1 <i>Modelo de elementos finitos</i>	27
5.1.1 <i>Remote Point</i>	27
5.1.2 <i>Mallado y Convergencia de la malla</i>	28
5.1.3 <i>Resultados</i>	31
5.2 <i>Influencia de los parámetros de vuelo (velocidad de giro y velocidad axial)</i>	31
5.2.1 <i>Velocidad de giro</i>	32
5.2.2 <i>Velocidad de avance (<math>V_c</math>)</i>	32
<b>6 Fatiga</b>	<b>35</b>
6.1 <i>Contexto</i>	35

6.2	<i>Modelo de Findley</i>	35
6.2.1	Cálculo del número de ciclos hasta el fallo	37
6.3	<i>Modelo SWT</i>	38
6.4	<i>Modelo Fatemi-Socie</i>	38
6.5	<i>Modelos Uniaxiales</i>	40
6.5.1	Método uniaxial puro	41
6.5.2	Método multiaxial simplificado	41
<b>7</b>	<b>Aplicación al Modelo</b>	<b>43</b>
7.1	<i>Punto crítico</i>	43
7.2	<i>Análisis de la aplicación de esfuerzos</i>	44
7.2.1	Compresión ejercida por el tornillo	44
7.2.2	Reestructuración de las zonas de aplicación de los esfuerzos	45
7.3	<i>Otros aspectos a tener en cuenta</i>	46
7.3.1	No-linealidad geométrica	46
7.3.2	Fuerza centrífuga	47
7.4	<i>Fases de vuelo</i>	47
7.4.1	Cálculo de los parámetros de vuelo	47
7.5	<i>Procedimiento de daño acumulado</i>	51
7.5.1	Definición de los ciclos de fatiga	51
7.6	<i>Amortiguamiento y vibraciones</i>	55
7.6.1	Amortiguamiento	55
7.6.2	Vibraciones y transitorios	56
7.7	<i>Resultados</i>	59
7.7.1	Punto crítico de la fase de despegue (PCD)	60
7.7.2	Punto crítico del resto de fases (PCR)	61
<b>8</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>63</b>
<b>9</b>	<b>Futuras Líneas de Investigación</b>	<b>65</b>
<b>Anexo A</b>		<b>67</b>
<b>Anexo B</b>		<b>69</b>
<b>Anexo C</b>		<b>75</b>
C.1	<i>Código del modelo de fuerzas de la co-simulación</i>	75
C.2	<i>Código del modelo de fuerzas para el cálculo de parámetros</i>	80
<b>Anexo D</b>		<b>85</b>
D.1	<i>Remote Point</i>	85
D.2	<i>Mesh</i>	86
D.3	<i>Transient</i>	87
D.4	<i>Solution</i>	88
<b>Referencias</b>		<b>89</b>

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2-1. Masa y centros de masa de los elementos según el programa Solid Edge.	10
Tabla 3-1. Definición de conceptos relevantes.	11
Tabla 4-1. Propiedades básicas del material empleado.	24
Tabla 6-1. Parámetros y valores empleados.	39
Tabla 6-2. Datos necesarios para la obtención de la vida a fatiga mediante el método uniaxial puro.	41
Tabla 7-1. Valores empleados para el cálculo del apriete del tornillo.	45
Tabla 7-2. Resumen de la aplicación de fuerzas.	46
Tabla 7-3. Parámetros de vuelo iniciales.	48
Tabla 7-4. Parámetros de vuelo en la fase de despegue.	49
Tabla 7-5. Parámetros de vuelo en la fase de crucero nominal.	49
Tabla 7-6. Parámetros de vuelo en la fase de crucero lento.	50
Tabla 7-7. Parámetros de vuelo de la 1º parte de la transición.	50
Tabla 7-8. Parámetros de vuelo de la 2º parte de la transición.	51
Tabla 7-9. Parámetros de vuelo de la fase crucero ante aterrizaje.	51
Tabla 7-10. Frecuencias naturales de los dos primeros modos de vibración del elemento.	55
Tabla 7-11. Resultados del análisis de vida a fatiga para cada fase individual.	59
Tabla 7-12. Secuencia de fases empleada para el cálculo de vida a fatiga.	60
Tabla 7-13. Ángulos de Euler y ángulo del plano crítico para el punto PCD.	61
Tabla 7-14. Ángulos de Euler y ángulo del plano crítico para el punto PCR.	61
Tabla A-1. Tensiones del punto en crítico en cada fase estudiada de forma aislada.	67
Tabla C-1. Parámetros empleados en TCMEP.	76



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1-1. Modelo 3D del vehículo en desarrollo [1].	1
Figura 1-2. Modos de vuelo principales de una aeronave tilt rotor [3].	2
Figura 1-3. XV-15 (izq) y V-22 (dcha).	3
Figura 1-4. TR-60 (izq) y AKITSU (dcha).	3
Figura 1-5. ROTORwing.	4
Figura 1-6. Diagrama de flujo del procedimiento expuesto.	6
Figura 2-1. Rotor MEVP22.	7
Figura 2-2. Representación gráfica de los movimientos principales de las palas.	8
Figura 2-3. Objeto 3D (extrusión) a partir del boceto sobre el plano de referencia.	8
Figura 2-4. Relación de alineación axial del elemento ‘cabeza’ con la pieza ‘mástil fino’ (izq) y resultado del establecimiento de todas las relaciones de la pieza ‘cabeza’ (dcha).	9
Figura 2-5. Conjunto completo modelado en Solid Edge (izq) y detalle de las barras de control (dcha).	9
Figura 2-6. Dimensiones de la pala empleada [mm] (izq) y juegos de palas incluidas en el sistema (dcha).	10
Figura 3-1. Esquema simplificado del flujo de información de la co-simulación.	11
Figura 3-2. Ventana de importación en <i>Adams View</i> .	12
Figura 3-3. Herramienta ‘Marker’ (resaltada en amarillo) empleada para la definición de los centros de masa de los elementos.	12
Figura 3-4. Ventana de modificación de elemento.	13
Figura 3-5. Herramienta ‘Joints’.	13
Figura 3-6. Restricción fija entre la pala y la pieza ‘Unión’.	14
Figura 3-7. Movimientos aplicados en el sistema.	14
Figura 3-8. Configuración de $F_z$ en la restricción fija existente entre la pala y su anclaje.	15
Figura 3-9. Ventana de configuración de la simulación.	15
Figura 3-10. Herramienta ‘Six component force’.	16
Figura 3-11. Variable ‘input’ (izqda.) y variable ‘output’ (dcha).	16
Figura 3-12. Archivos generados en la exportación de Adams.	18
Figura 3-13. Bloque mecánico en Simulink.	18
Figura 3-14. Modelo de fuerzas (izqda.) y modelo mecánico (dcha).	19
Figura 3-15. Punto de aplicación para las condiciones de 1 fuerza por pala.	19
Figura 3-16. Disposición de las fuerzas en Adams para la simulación de 17 puntos de aplicación por pala (izq) y visualización de los puntos de aplicación sobre la pala (dcha).	20
Figura 3-17. Esfuerzos obtenidos para los distintos números de puntos de aplicación por pala.	20
Figura 4-1. Módulo ‘Transient Structural’ de Ansys Workbench.	23
Figura 4-2. Representación gráfica de la resistencia a fatiga de algunos componentes de la familia 7000 de aluminio (obtenido del programa CESEdupack).	24

Figura 4-3. Geometría de la pieza analizada.	25
Figura 4-4. Módulos de la ventana ‘Mechanical’.	25
Figura 5-1. ‘Remote Point’ (círculo amarillo) y caras de aplicación (en rojo).	27
Figura 5-2. Sección de la pieza mallada utilizando la función ‘Hexa Dominant’.	28
Figura 5-3. Mallado hexaédrico y resultado de la aplicación de la herramienta ‘Sizing’ en la zona sombreada.	29
Figura 5-4. Caras de aplicación de las restricciones cilíndricas (flechas amarillas) y redondeo de 1 mm sobre las aristas (flechas rojas).	29
Figura 5-5. Variación de las tensiones máximas en función del número de nodos empleados en la malla hexaédrica.	30
Figura 5-6. Variación de las tensiones máximas en función del número de nodos empleados en la malla tetraédrica.	30
Figura 5-7. Malla tetraédrica empleada en el estudio.	31
Figura 5-8. Módulo ‘Solution’ en Ansys Workbench.	31
Figura 5-9. Variación de la velocidad de avance máxima con el ángulo de paso (en grados).	32
Figura 6-1. Representación genérica de los círculos de Mohr [9].	36
Figura 6-2. Posición del punto crítico obtenido, señalado con flecha (izq), y resultado del cálculo del parámetro de daño (dcha).	37
Figura 6-3. Curva S-N empleada.	38
Figura 6-4. Daño y número de ciclos hasta el fallo obtenidos para cada plano del punto crítico mediante el criterio de Fatemi-Socie.	40
Figura 7-1. Representación gráfica del parámetro de daño escogido.	43
Figura 7-2. Tornillo M2 de sujeción de la pala.	44
Figura 7-3. Zona de aplicación de la fuerza de apriete del tornillo.	45
Figura 7-4. Orificio de los tornillos (a), caras superiores (b) y caras inferiores (c).	46
Figura 7-5. Diferencial de empuje a lo largo de la pala para la fase de crucero nominal.	50
Figura 7-6. Secuencia de los ángulos de Euler en Ansys [16].	52
Figura 7-7. Diagrama de picos y valles para la aplicación del procedimiento de Rainflow [4].	54
Figura 7-8. Representación de los ciclos de carga en la curva tensión-deformación [4].	54
Figura 7-9. Visualización de los dos primeros modos de vibración del elemento.	55
Figura 7-10. Pestaña ‘Damping Controls’ en Ansys.	56
Figura 7-11. Señal original.	56
Figura 7-12. Señal en el dominio de la frecuencia.	57
Figura 7-13. Resultado de la aplicación de la ventana de Hanning.	58
Figura 7-14. Comparación de la señal original y la antitransformada tras la aplicación de la ventana de Hanning y la supresión de las frecuencias superiores a la mitad de la frecuencia máxima de muestreo.	58
Figura 7-15. Punto crítico de la fase de despegue.	60
Figura 7-16. Punto crítico del resto de fases.	60
Figura 7-17. Diagramas Rainflow empleados en el punto crítico de la fase de despegue.	61
Figura 8-1. Diagrama de Rainflow incluyendo una fase adicional tras la fase de crucero lento.	63
Figura D-1. Árbol de objetos empleado en <i>Ansys Workbench</i> .	85

Figura D-2. Definición del 'Remote Point'.	86
Figura D-3. Modificaciones en la pestaña 'Sizing' del apartado 'Mesh'.	86
Figura D-4. Ventana de configuración (izq) y zonas de aplicación (dcha) de la herramienta 'Face Sizing'.	86
Figura D-5. Pestaña 'Statistics'.	86
Figura D-6. Ventana 'Step Controls'.	87
Figura D-7. Ventana de definición de 'Cylindrical Support'.	87
Figura D-8. Definición como vector (izq) y en forma de tabla (dcha) de las fuerzas/momentos.	87
Figura D-9. Selección del Remote Point como punto de aplicación de esfuerzos.	88
Figura D-10. Ventana de configuración del resultado 'Stress'.	88
Figura D-11. Definición del resultado 'User Defined result'.	88



# 1 INTRODUCCIÓN

---

En este documento se reflejan los resultados obtenidos del estudio y análisis de la vida a fatiga multiaxial de la zona de anclaje de la pala de un rotor de pequeña envergadura de tipo paso variable enmarcado en las investigaciones y análisis realizados para el desarrollo del proyecto EMERGENTia. Para su realización se ha diseñado un rotor tomando como base un modelo real y se han estudiado, mediante el empleo de simulaciones y procedimientos analíticos, los diferentes factores que intervienen en el estado tensional necesario para el cálculo de la vida a fatiga, obteniéndose como resultado un procedimiento inicial para su determinación.

## 1.1 Proyecto EMERGENTia

EMERGENTia (DevElopment of an unManned convERTible aircraft for rapid and efficient deployment in emerGENcy situaTIons) es un proyecto multidisciplinar e internacional que surge del auge y la necesidad de vehículos no tripulados de intervención rápida para tareas de búsqueda y rescate. Actualmente se emplean vehículos de este tipo en multitud de escenarios y situaciones catastróficas, sin embargo, las tecnologías más empleadas se basan en aeronaves de ala fija o rotatoria mientras que el objetivo de este proyecto es el diseño y fabricación de un vehículo que incorpore ambas.

Los dispositivos de ala fija poseen características que los hacen ideales para vuelos de larga distancia con cargas relativamente pesadas, siendo su mayor desventaja la necesidad de infraestructuras para el despegue y el aterrizaje (catapultas, pistas...). Por otra parte, las aeronaves de ala rotatoria como helicópteros o quadrópteros reducen esta necesidad, pero sus capacidades están limitadas en lo referido al vuelo horizontal y carga.

La propuesta del proyecto EMERGENTia (Figura 1-1) se basa en un tercer tipo de aeronave de ala fija que además posee la capacidad de despegue y aterrizaje horizontal (VTOL según sus siglas en inglés). Para incorporar estas capacidades se emplea la tecnología ‘tilt rotor’ (rotor basculante) que otorga la posibilidad de variar la orientación del eje de giro de las palas en función de la fase de vuelo, siendo su orientación vertical durante el despegue y el aterrizaje, y horizontal para el vuelo a gran velocidad. Esta tecnología consigue aunar las ventajas de los dos tipos de aeronaves principales mencionados y dota a la aeronave de una gran versatilidad, sin embargo, su uso es casi inexistente debido al riesgo inherente a este tipo de tecnología, por lo que se requiere de un análisis exhaustivo y multidisciplinar que asegure su idoneidad.



Figura 1-1. Modelo 3D del vehículo en desarrollo [1].

Además de esta característica y a partir de estudios llevados a cabo en conjunción con compañías del sector de

las emergencias, se definen los siguientes requisitos:

- Tamaño. Las características dimensionales de la aeronave no deben sobrepasar el espacio disponible en los vehículos de emergencia para que su transporte se desarrolle de manera rápida.
- Versatilidad. Las tareas desempeñadas por el vehículo deben abarcar un amplio rango de operaciones.
- Simplicidad de operación. La aeronave debe poder ser manipulada y operada sin necesidad de un entrenamiento exhaustivo.
- Cumplimiento de la normativa y requerimientos de aeronavegabilidad.

Información más detallada sobre el proyecto, así como la descripción de sus componentes y las principales áreas de investigación se pueden encontrar en la propuesta científica desarrollada por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial de la Universidad de Sevilla [2].

## 1.2 Estado del arte

### 1.2.1 Aeronaves tilt rotor no tripuladas

Los vehículos ‘tilt-rotor’ se caracterizan por el uso de alas y rotores para la generación de la sustentación necesaria a lo largo de las fases de vuelo. Por lo general se establecen tres modos de vuelo principales: vuelo vertical o de helicóptero, transición y vuelo horizontal o de avión [3].

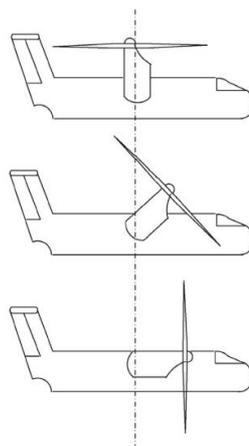


Figura 1-2. Modos de vuelo principales de una aeronave tilt rotor [3].

La ventaja principal de este tipo de vehículos reside en la capacidad de despegar y aterrizar sin necesidad de movimiento horizontal, lo que les permite realizar estas fases en un espacio reducido. Durante estos procedimientos el eje de giro del rotor se encuentra en posición vertical y son las propias palas las que generan el empuje necesario en esta dirección. En la fase de vuelo horizontal el eje de giro se coloca en la dirección del avance proporcionando la velocidad necesaria para que sean las alas fijas las que generen la sustentación necesaria, lo que permite aumentar la eficiencia del vuelo y alcanzar velocidades muy superiores a las de aeronaves como los helicópteros.

La concepción de este tipo de aeronaves se originó a principios de la década de 1930 pero no fue hasta los años 70 cuando se demostró su viabilidad con la llegada del Bell XV-15 y más tarde con el diseño y fabricación por parte de Bell y Boeing del V-22 (‘Osprey’).



Figura 1-3. XV-15 (izq) y V-22 (dcha).

Con la evolución de técnicas de comunicación y control también se comenzaron a desarrollar aeronaves de rotores basculantes no tripuladas. Estos vehículos se enfrentan tanto a los retos propios del control en cada fase del vuelo como a las exigencias estructurales derivadas de la incorporación de esta tecnología. En el área de control, además de las inestabilidades y peculiaridades de las fases de despegue vertical y avance horizontal, se introduce una fase de transición con sus propias dinámicas de vuelo que deben ser analizadas y estudiadas para asegurar la viabilidad de este tipo de aeronaves.

En este campo se han realizado diversas investigaciones dando lugar a diseños variados, como por ejemplo el modelo TR-60 del *Korean Aerospace Research Institute* o el vehículo de 4 rotores AKITSU de la agencia japonesa de exploración aeroespacial.



Figura 1-4. TR-60 (izq) y AKITSU (dcha).

El modelo AKITSU posee una característica diferenciadora del modelo desarrollado en el proyecto EMERGENTia al no ser únicamente los rotores los que basculan sino toda la superficie alar, lo que lo convierte en un vehículo de tipo ‘tilt wing’. A este efecto podría considerarse una última categoría en desarrollo denominada ‘Rotor wing’ en la que los rotores se mantienen en una posición horizontal y fija relativa a las alas y son éstas las que durante el despegue y el aterrizaje giran para proporcionar el empuje necesario. Un ejemplo de esta tecnología se puede apreciar en la Figura 1-5 con el modelo ROTORwing de *DZYNE Technologies*.



Figura 1-5. ROTORwing.

### 1.2.2 Fatiga (Multiaxial)

En la industria se estima que hasta un 90 % de los fallos en estructuras se producen como consecuencia de la fatiga [4], es decir, debido a cargas que no suponen tensiones superiores al límite último del material, pero cuya variación a lo largo del tiempo puede provocar el fallo.

La forma tradicional de evitar este fenómeno es el mantenimiento preventivo mediante la sustitución de elementos esenciales, sin embargo, esto conlleva costes asociados elevados que podrían ser evitados [5]. Desde el siglo XIX se comenzó a desarrollar la teoría de la fatiga mediante el estudio de la teoría ‘stress-life’ en la que se analizan vibraciones donde se asume una deformación uniaxial mantenida siempre dentro del régimen elástico. En esta teoría el daño acumulado se debe a los ciclos de tensiones y a la severidad de cada uno de ellos estudiada mediante la curva S-N en la que se enfrentan el número de ciclos hasta el fallo (N) y la amplitud de las tensiones de cada ciclo (S) [6]. Estas teorías uniaxiales avanzarían hasta contemplar también aquellos fallos producidos para un número inferior de ciclos, es decir, con presencia de deformación plástica en el material (teorías ‘strain-life’).

En el caso específico de algunos componentes aeronáuticos, como los rotores, las tensiones producidas en el material no tienen un carácter uniaxial, sino que, debido a existencia de cargas en más de un eje actuando de manera simultánea, se produce la denominada como fatiga multiaxial o fatiga compleja [7]. Los modelos de fatiga multiaxial comenzaron a desarrollarse desde el siglo pasado como una evolución de los modelos uniaxiales mediante el empleo, por ejemplo, de tensiones uniaxiales equivalentes (criterio de Tresca y Mises), hasta alcanzar teorías más avanzadas como las basadas en planos críticos [5].

Actualmente existen una gran variedad de modelos multiaxiales debido a las diversas características, tanto del material como de las cargas, que influyen en el fallo por fatiga. De manera general se pueden enmarcar en 4 familias [5]:

- Criterios basados en tensiones. Emplean únicamente las tensiones resultantes como base para el cálculo de la vida a fatiga. Dentro de este tipo de criterio se encuentran, entre otros, los criterios de Findley (plano crítico) y de Gough & Pollard.
- Criterios basados en deformaciones. Estos criterios utilizan generalmente una combinación de deformaciones tangenciales y normales, como por ejemplo el criterio de Brown & Miller que ha sido empleado como base para varios de los criterios multiaxiales empleados en la actualidad.
- Criterios basados en tensiones y deformaciones. Propuestos inicialmente por Fatemi & Socie (FS), emplean una combinación de tensiones y deformaciones para el cálculo del fallo.
- Criterios basados en energía. Estos criterios surgen de la naturaleza del material de avanzar hacia estados de energía inferiores. Uno de los métodos más representativos de este tipo de criterios es el propuesto por Smith, Watson & Topper (SWT).

## 1.3 Objetivos y alcance

El auge de los ‘drones’ y otros dispositivos de vuelo de fácil acceso ha propiciado la presencia de una gran

variedad de todo tipo de elementos necesarios para su fabricación y mantenimiento. Actualmente existen en el mercado multitud de opciones en cuanto a rotores y palas de pequeñas aeronaves, sin embargo, en su mayoría están fabricadas mediante prueba y error. Es decir, en casi ningún caso se aplica un procedimiento analítico para determinar su viabilidad. A esta limitación se le añade el hecho de que dichos sistemas están diseñados para cabezas de rotores de helicópteros, por lo que poseen más funcionalidades de las necesarias para este caso, ya que, como se describirá más adelante, no sólo disponen de capacidad de paso variable colectivo, que implica que el paso (ángulo de cada pala) cambia de manera uniforme en cada ciclo de rotación, sino también paso cíclico, que permite la variación del ángulo de paso durante todo el ciclo de rotación, lo que supone una complejidad adicional que no es necesaria para el tipo de sistema de propulsión empleado en el presente proyecto EMERGENTia, en el que sólo se necesita capacidad de paso variable colectivo. Irónicamente, dichos sistemas (paso variable) son muy escasos en el mercado comercial, y deben ser desarrollarlos a medida. Para poder conseguir diseñar a largo plazo sistemas de propulsión adecuados para el proyecto EMERGENTia, se debe disponer de herramientas que permitan la validación de estos diseños, por ello, el objetivo del documento es el estudio de un procedimiento que abarque las distintas fases necesarias para llevar a cabo el análisis de la vida a fatiga de un rotor real bajo circunstancias de vuelo similares a las previstas en el proyecto EMERGENTia, para ser utilizado como base en futuras investigaciones que permitan el diseño a medida del sistema necesario para este proyecto.

Para realizar el estudio se empleará el diseño de un rotor de paso variable disponible en el mercado. Este tipo de rotores son capaces de modificar el ángulo de paso de las palas aumentando la eficiencia en comparación con palas de paso fijo como las encontradas en la mayoría de aplicaciones comerciales.

La estructura empleada en el documento para desarrollar el procedimiento se expone a continuación:

- **Capítulo 2. Modelado.** En esta parte se exponen el modelo de rotor real empleado y las fases del diseño seguidas para la creación del modelo 3D que se emplea a lo largo del proyecto.
- **Capítulo 3. Co-simulación.** Al tratarse de un estudio analítico, las cargas y parámetros de vuelo empleados no derivan de pruebas experimentales sino de una simulación entre los programas *Adams* y *Matlab* que incluyen el modelo 3D y el modelo de vuelo respectivamente.
- **Capítulo 4. Obtención de tensiones.** Una vez determinadas las cargas aplicadas sobre el modelo se estudian las tensiones resultantes mediante el programa de elementos finitos *Ansys Workbench*.
- **Capítulo 5. Estudios previos.** Para alcanzar el procedimiento final se requiere el estudio de diversos factores y el desarrollo de los distintos métodos empleados. En este capítulo se refinan aspectos relativos al modelo de elementos finitos y a los parámetros de vuelo.
- **Capítulo 6. Fatiga.** La existencia de diversos métodos de fatiga multiaxial aplicables al elemento estudiado exige la discusión y el análisis del método más adecuado y su forma de aplicación.
- **Capítulo 7. Aplicación al modelo.** En este capítulo se desarrolla por completo el procedimiento y se analiza la influencia de diversos factores en la vida a fatiga.
- **Capítulos 8 y 9. Conclusiones y líneas futuras de investigación.** En estos capítulos se exponen los resultados y se comentan las simplificaciones y suposiciones llevadas a cabo durante el estudio para su análisis en posteriores investigaciones.

En la figura Figura 1-6 se expone una visión general básica del flujo de información durante el procedimiento desarrollado en este documento.

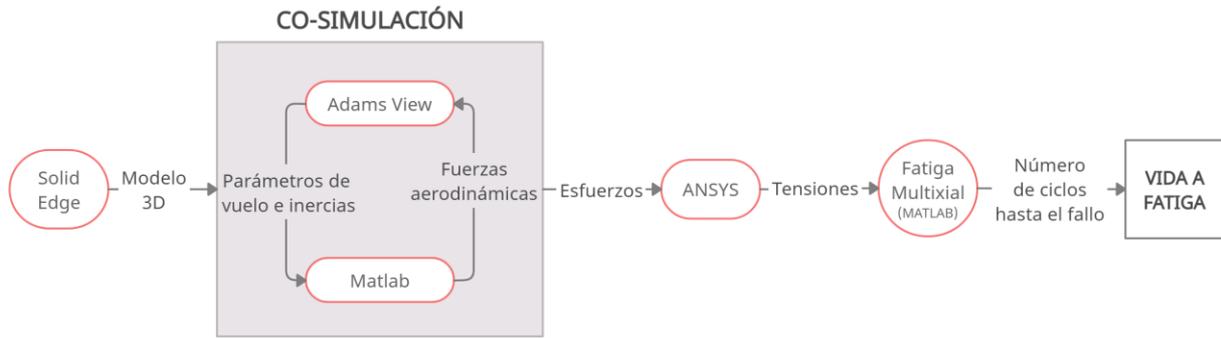


Figura 1-6. Diagrama de flujo del procedimiento expuesto.

## 2 MODELADO

---

Una parte esencial del proyecto es la creación del modelo 3D que se empleará durante las posteriores simulaciones. Para ello es necesario escoger una referencia sobre la que basar el diseño, por lo que se decide adquirir de manera física el modelo de rotor de aeromodelismo *Metal EVP 22* de la marca *DW Hobby* (Figura 2-1). Mediante la medición sobre este sistema se crea el modelo 3D utilizado en el estudio a través de la herramienta *Solid Edge*.

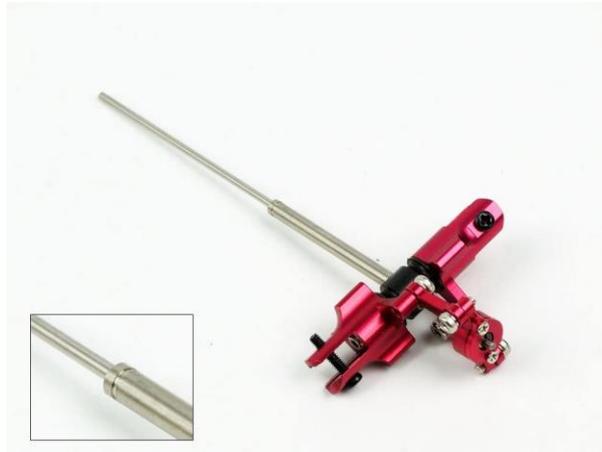


Figura 2-1. Rotor MEVP22.

### 2.1 Rotor

El rotor empleado es un modelo bipala y se diferencia de los utilizados en la mayoría de drones y aeronaves de aeromodelismo en su capacidad de variar el ángulo de paso. De esta manera se puede conseguir el empuje necesario en cada caso sin necesidad de modificar la velocidad de giro ya que es el ángulo de la pala el que influirá de manera más relevante en este parámetro (a mayor ángulo de paso, mayor será el empuje).

Por otra parte, se distingue de los sistemas empleados en helicópteros de mayor tamaño al ser un rotor rígido, es decir, sólo puede variar el ángulo de paso y no consta de articulaciones de batimiento ni arrastre ni tampoco de control cíclico. El sistema de control cíclico mitiga el problema que surge en los helicópteros cuando éstos avanzan de manera horizontal a gran velocidad ya que, de no existir, se produciría un empuje asimétrico durante el ciclo de giro de cada pala; en el momento en el que el frente de pala está apuntando en la misma dirección que la velocidad de avance horizontal se produce un mayor empuje que cuando la pala se encuentra en la posición diametralmente opuesta debido a la mayor velocidad relativa entre la pala y el aire. Con este sistema se modifica el ángulo de paso de cada pala durante su ciclo de giro siendo este menor en la posición en la que la velocidad relativa es mayor para contrarrestar el fenómeno. En el caso a estudio, debido a las características de vuelo de la aeronave, durante casi todas las fases el eje de giro de las palas será paralelo a la velocidad de avance y por lo tanto este sistema no es necesario. Las articulaciones de batimiento y arrastre permiten aliviar esfuerzos en los encastrados de las palas, sin embargo, al ser estos esfuerzos pequeños en este caso, no son esenciales.

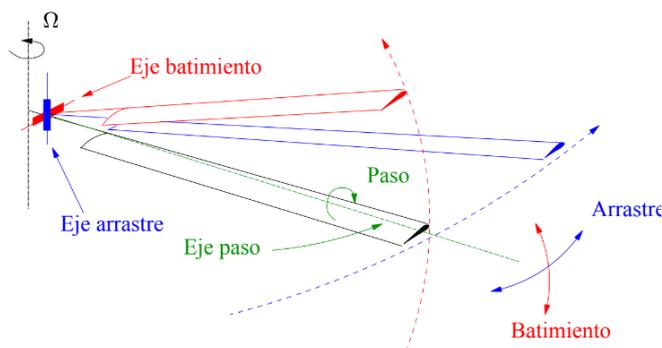


Figura 2-2. Representación gráfica de los movimientos principales de las palas.

Aunque este elemento está diseñado específicamente para una aeronave convencional de ala fija, las características comentadas lo hacen especialmente adecuado para las condiciones de vuelo de la aeronave del proyecto EMERGENTia.

El sistema está fabricado en su mayor parte en aluminio, sin embargo, se desconoce el tipo concreto de material por lo que será necesario establecer una clase determinada de aluminio para obtener los parámetros necesarios para el análisis posterior.

Por último, otro aspecto clave para la selección de este elemento en concreto es su sencillez de construcción. Como se verá en el siguiente apartado, el número de piezas que lo conforman es limitado y éstas a su vez presentan un diseño simple que se adecua al objeto de este estudio.

## 2.2 Partes y modelado en Solid Edge

El sistema está formado por 8 piezas principales (sin contar las duplicadas) que se han denominado: barra de control, buje, cabeza, pala, mástil fino, mástil grueso y unión. Cada una de ellas es modelada por separado para ensamblarse más tarde en el sistema. Aunque el estudio se centrará en la pieza denominada 'unión' (encastre del rotor), es necesario modelar todo el conjunto de elementos ya que serán necesarios en la primera parte del análisis. Para ello se emplea el programa *Solid Edge* de *Siemens*.

Las partes se crean dentro del módulo 'Pieza' utilizando el sistema denominado 'Ordenado'. Cada pieza se genera a partir de bocetos 2D que utilizan como referencia un plano seleccionado y más tarde son convertidos en objetos 3D empleando el conjunto de herramientas 'Sólidos' (Figura 2-3).

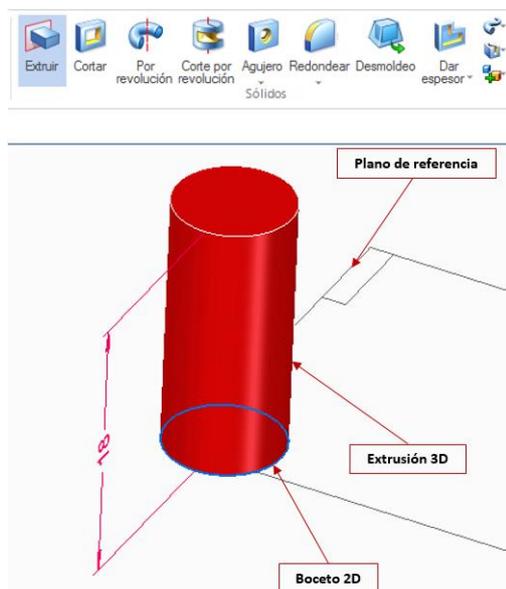


Figura 2-3. Objeto 3D (extrusión) a partir del boceto sobre el plano de referencia.

El sistema completo se genera en el módulo ‘Conjunto’, donde se introduce el archivo de cada pieza y es colocada en su lugar correspondiente. La colocación puede realizarse mediante coordenadas respecto al sistema de referencia global o estableciendo posiciones relativas entre cada pieza, lo que facilita el ensamblado. Un ejemplo de este procedimiento se expone en la Figura 2-4, donde las piezas se ensamblan estableciendo una relación de alineación axial entre el orificio de la pieza ‘cabeza’ y el cilindro (‘mástil fino’) en el que debe posicionarse. La definición completa de la posición de esta pieza se alcanza cuando se establecen todas las relaciones con los elementos con los que está en contacto, en este caso, las dos barras de control, con las que además de la relación de coaxialidad entre los orificios, debe establecerse una relación de contacto entre las caras. Una vez finalizada la operación para todo el sistema, cada elemento puede almacenarse por separado quedando registrada su posición en el sistema, lo que será ventajoso para introducir cada elemento en los diferentes programas de simulación y análisis empleados posteriormente.



Figura 2-4. Relación de alineación axial del elemento ‘cabeza’ con la pieza ‘mástil fino’ (izq) y resultado del establecimiento de todas las relaciones de la pieza ‘cabeza’ (dcha).

El origen de coordenadas se fija en el centro de la base del cilindro denominado ‘mástil fino’ (Figura 2-5) estableciendo el eje Z en la dirección longitudinal de este. El elemento ‘mástil fino’ atraviesa el interior del cilindro de mayor tamaño hasta fijarse en la pieza ‘cabeza’. El mástil grueso es el encargado de transmitir la velocidad de giro al sistema mientras que el mástil fino puede desplazarse de manera longitudinal a través de él para accionar la cabeza que, mediante las barras de control, modifican el ángulo de las piezas ‘unión’ a las que las palas están ancladas.

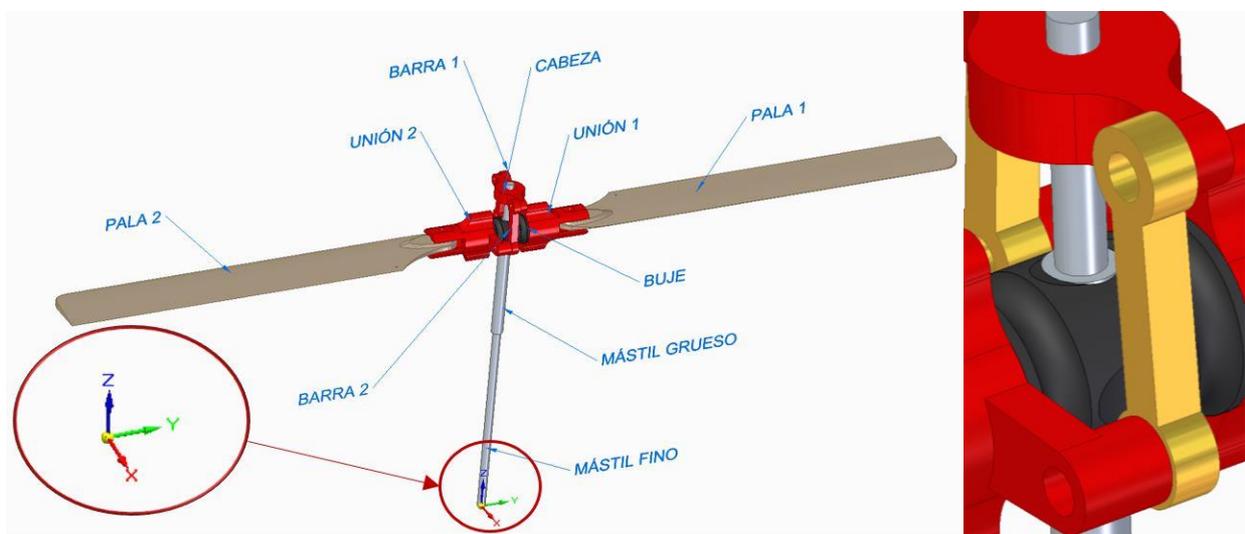


Figura 2-5. Conjunto completo modelado en Solid Edge (izq) y detalle de las barras de control (dcha).

Por otra parte, se incluyen en el sistema 3 juegos de palas que permiten crear un rotor de 7, 8 y 9 pulgadas de diámetro (Figura 2-6). Sin embargo, y con objeto de simplificar el modelado, se decide diseñar una pala simétrica (sin torsión a lo largo de su envergadura) de dimensiones similares a la pala de tamaño intermedio utilizando como referencia una pala simétrica disponible en línea en *GrabCad* (Figura 2-6).

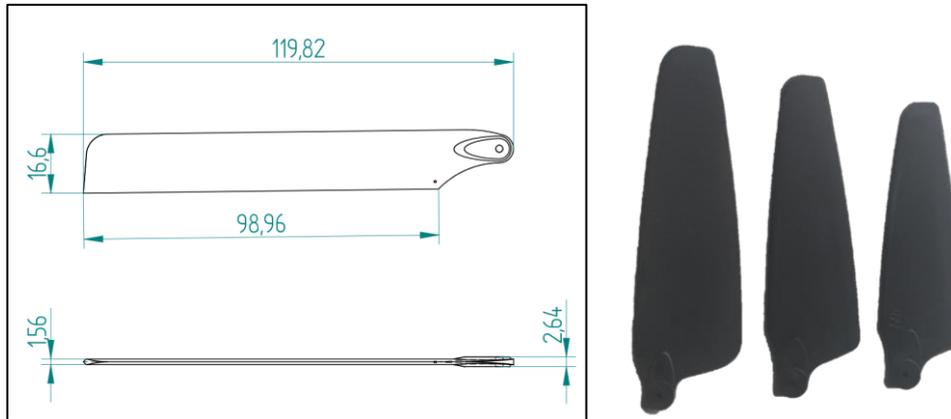


Figura 2-6. Dimensiones de la pala empleada [mm] (izq) y juegos de palas incluidas en el sistema (dcha).

Por último, de este programa también se pueden obtener las posiciones de los centros de gravedad, masas<sup>1</sup> y matrices de inercia (aunque estas últimas son nulas debido a la baja masa de los componentes). Estos datos serán necesarios en posteriores fases del análisis.

Tabla 2-1. Masa y centros de masa de los elementos según el programa Solid Edge.

Elemento	Masa [g]	CM-X [mm]	CM-Y [mm]	CM-Z [mm]
Barra1	~ 0	-7.85	2.00	91.10
Barra2	~ 0	7.85	2.00	91.10
Buje	1	0.00	0.00	85.12
Cabeza	1	0.00	0.00	97.09
Mástil fino	1	0.00	0.00	50.00
Mástil grueso	~ 0	0.00	0.00	71.47
Unión1	2	-0.47	10.82	85.12
Unión2	2	0.47	-10.82	85.12
Pala1	3	-1.36	74.48	85.11
Pala2	3	1.36	-74.48	85.11

Observando la Figura 2-1 y la Figura 2-5 se puede identificar un elemento que no aparece en el modelado del rotor. Como simplificación del modelo y debido a la complejidad que supone el establecimiento de restricciones de contacto en fases posteriores del análisis, no se va a tener en cuenta para el estudio el tornillo que sirve de unión entre la pala y su anclaje. En los siguientes apartados se comentará cómo se ha diseñado esta unión para que, aunque no exista este elemento, el conjunto completo se asemeje lo más fielmente posible a la realidad.

<sup>1</sup> Se ha supuesto como material para el cálculo de todos los componentes, a excepción de las palas, el Al 1060 con una densidad de 2712 kg/m<sup>3</sup>. Para las palas se ha supuesto PVC con una densidad de 1385 kg/m<sup>3</sup>. Esta selección de materiales se ha realizado sólo para calcular la masa. Pueden existir pequeñas discrepancias entre la masa obtenida y la masa real de los componentes debido a la suposición de los materiales y a ciertos errores a la hora de calcular el volumen de zonas determinadas en el modelo 3D.

## 3 CO-SIMULACIÓN

Para calcular la vida a fatiga de un elemento en cualquier aplicación es necesario obtener los esfuerzos que soporta y a partir de ellos las tensiones que se producen, responsables del fallo por fatiga. En este apartado se discute el procedimiento seguido para el cálculo de los esfuerzos. Teniendo en cuenta que en este caso están involucradas fuerzas aerodinámicas, se hace necesario disponer de un modelo que genere dichas fuerzas a partir de los parámetros de vuelo (velocidad de giro, ángulo de paso...). A este fin se decide realizar una co-simulación entre los programas *Adams View* y *Matlab* cuyo diagrama de flujo simplificado se puede observar en la Figura 3-1.

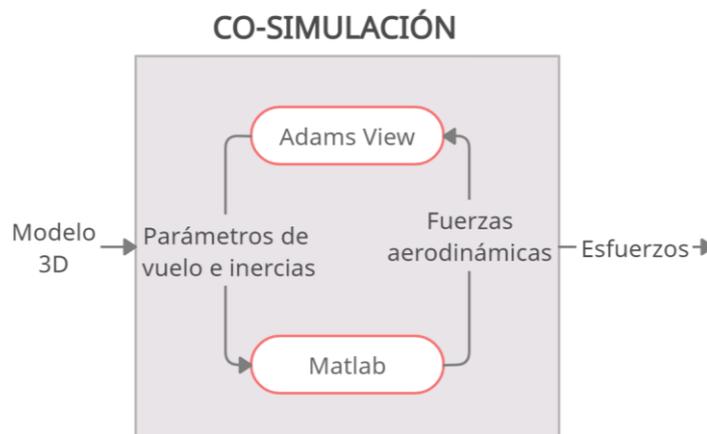


Figura 3-1. Esquema simplificado del flujo de información de la co-simulación.

Durante el documento se hace referencia a diversos conceptos relacionados con los parámetros de vuelo. Con la intención de mejorar la comprensión de estos conceptos, la Tabla 3-1 recoge aquellos más empleados junto con su definición.

Tabla 3-1. Definición de conceptos relevantes.

Concepto	Definición
Velocidad de giro/angular	Velocidad de giro del eje del rotor
Velocidad de avance	Velocidad relativa del sistema respecto al fluido circundante
Ángulo de paso	Ángulo de las palas del rotor (Véase Figura 2-2)
T (tracción)	Empuje producido por el sistema
Ciclo de vuelo	Conjunto de fases de un vuelo desde el despegue hasta el aterrizaje
Ciclo a fatiga	Ciclo de carga que influye en la vida a fatiga del elemento

## 3.1 Adams View

Este programa dispone del modelo 3D del conjunto completo y en él se introducen la gran mayoría de parámetros de vuelo. Estos datos son después trasladados al programa *Matlab* para el cálculo de las fuerzas aerodinámicas y los resultados obtenidos son devueltos de nuevo al programa *Adams* donde se calculan los esfuerzos en las diversas partes del sistema.

### 3.1.1 Importación del conjunto

La extensión (formato) por defecto de los elementos 3D diseñados en *Solid Edge* es la propia de este programa ('.par'), sin embargo, este formato no es compatible con el software del programa *Adams*, por lo que es necesario convertir cada componente en un elemento 'parasolid' para su correcta importación. Existen otros muchos formatos compatibles y no sería extraño encontrar casos en los que la extensión adecuada para esta importación fuera otra. En este caso se ha probado con distintos formatos siendo el comentado el que mejor mantiene las propiedades dimensionales de cada elemento.

La importación de los elementos se realiza de manera individual a partir de la herramienta 'Import' del programa indicando el fichero correspondiente (Figura 3-2). Es recomendable crear para cada pieza un elemento denominado 'Part' ya que simplifica los procesos posteriores. Dentro de la ventana de importación se puede indicar el nombre que se asignará a cada elemento, así como su localización y orientación, sin embargo, la posición por defecto es aquella en la que se había guardado cada fichero, que en este caso es la que corresponde a su posición en el conjunto por lo que no es necesario modificar este apartado.

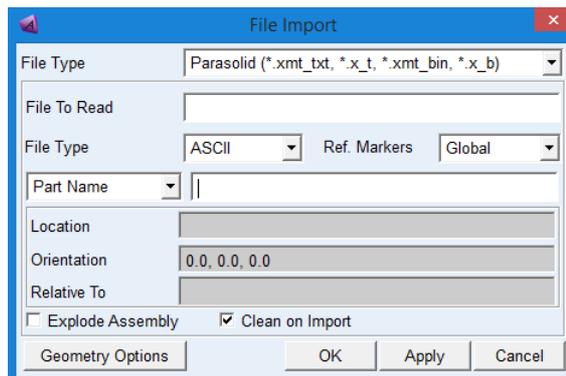


Figura 3-2. Ventana de importación en *Adams View*.

Una vez se han importado todos los elementos, se definen en el programa las masas y los centros de masa. Utilizando la opción 'Marker' dentro del módulo 'Construction' (Figura 3-3) e introduciendo las coordenadas calculadas en el apartado anterior (Tabla 2-1), se genera un punto en el espacio que corresponderá al centro de masa de la pieza. Completada esta operación para cada elemento, se modifican las propiedades introduciendo su masa y asignando como centro de masa el 'Marker' creado (Figura 3-4).

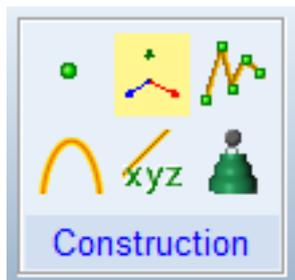


Figura 3-3. Herramienta 'Marker' (resaltada en amarillo) empleada para la definición de los centros de masa de los elementos.

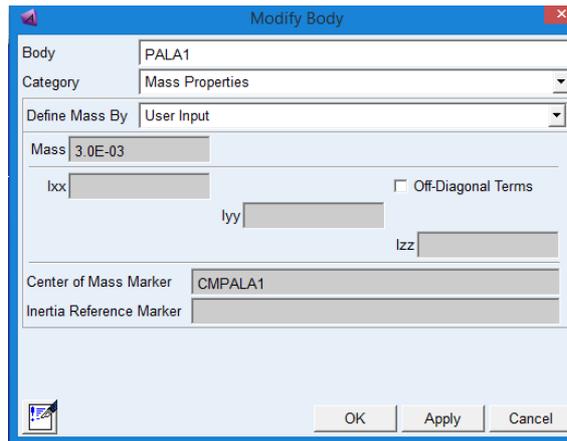


Figura 3-4. Ventana de modificación de elemento.

### 3.1.2 Restricciones

Llegados a este punto cada pieza está completamente definida y colocada en su posición, pero como un elemento aislado. Para vincular las distintas partes del sistema es necesario especificar las relaciones que existen entre ellas. Las restricciones se establecen mediante la herramienta 'Joints' que ofrece 9 tipos diferentes de relaciones entre elementos (siguiendo el orden de la Figura 3-5, de izquierda a derecha y de arriba abajo): 'Fixed Joint' (unión fija), 'Revolute Joint' (restricción de revolución), 'Translational Joint' (par prismático), 'Cylindrical Joint' (par cilíndrico), 'Spherical Joint' (par esférico), 'Constant Velocity Joint' (restricción de velocidad constante), 'Hooke Joint' (junta cardan), 'Screw Joint' (restricción de rosca) y 'Planar Joint' (par plano). Para este caso se emplearán exclusivamente 3: unión fija, par de revolución y par cilíndrico.

Para vincular dos cuerpos es necesario seleccionar el tipo de restricción, los elementos involucrados y el punto en el que se colocará dicha restricción. Al igual que en el caso anterior, este punto se genera mediante la opción 'Marker'.

Un ejemplo de estas restricciones es la que ocurre entre la pala y la pieza 'Unión'. Como se ha comentado anteriormente, no se ha incorporado al modelo el tornillo que fija ambas partes, pero se ha establecido una unión fija entre ellas mediante la herramienta 'Fixed Joint' en un punto que se encuentra en el plano medio de la pala y en el centro del cilindro ficticio (tornillo) que uniría ambas partes (Figura 3-6). Aunque se podría suponer que una unión en un punto no es representativa de la vinculación provocada por la colocación de un tornillo, se explicará más adelante cómo se interpretan las fuerzas resultantes en este punto para que la pérdida de información sea mínima.



Figura 3-5. Herramienta 'Joints'.

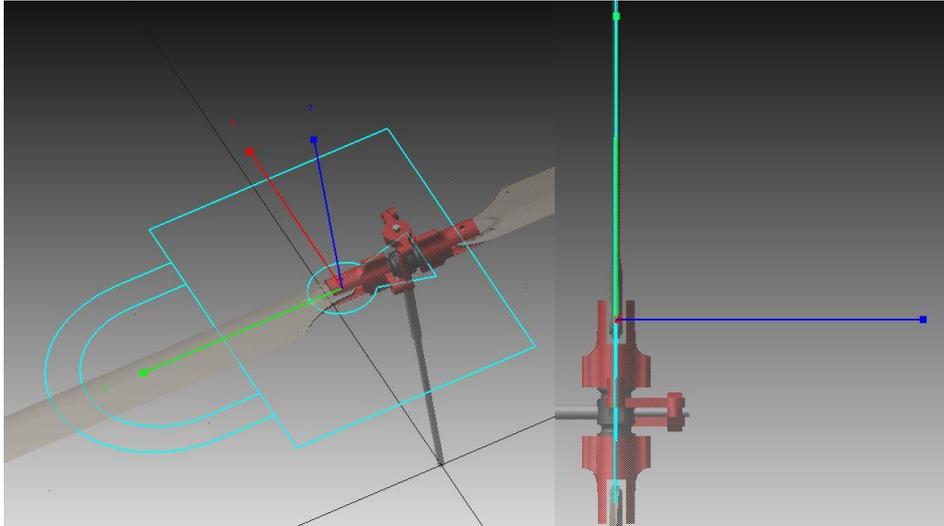


Figura 3-6. Restricción fija entre la pala y la pieza 'Unión'.

### 3.1.3 Mediciones y movimientos

Dentro de la co-simulación el programa creado será interpretado por el modelo de fuerzas aerodinámicas de *Matlab* como un modelo real del que se extraen las mediciones necesarias de los parámetros de vuelo, por lo tanto, para transmitir esta información desde el modelo es necesario generar y 'medir' las variables involucradas.

Los movimientos se aplican a las restricciones creadas en el apartado anterior mediante el módulo 'Joint Motions' dentro del apartado 'Motions'. Para cada movimiento es necesario definir la unión en la que están aplicadas, el tipo y la función que definirá el valor de la variable a lo largo del tiempo. En este caso se han empleado dos movimientos (Figura 3-7): el primero tiene lugar en la restricción de revolución creada en el mástil grueso y es la encargada de simular la velocidad de giro del sistema; el segundo movimiento es el encargado de variar el ángulo de paso de las palas. Para representar la situación real, este último desplazamiento se aplica en el mástil fino en dirección vertical y, como se ha explicado anteriormente, a través de las barras de control se transmite hasta las palas, lo que hace variar su ángulo de paso.

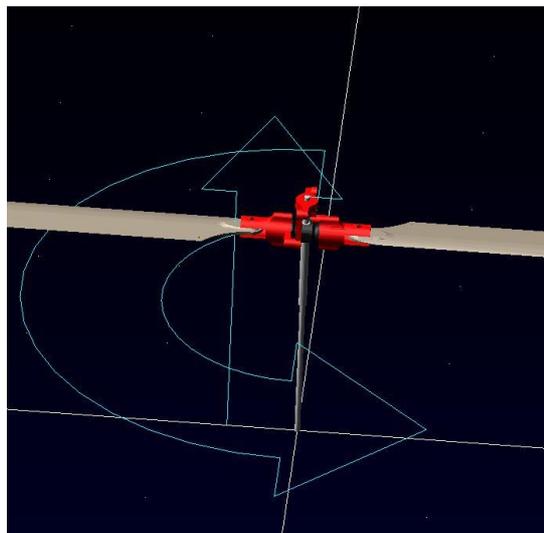


Figura 3-7. Movimientos aplicados en el sistema.

Las mediciones se realizan sobre las propias restricciones y con ellas se obtiene tanto el valor de los

desplazamientos y velocidades de giro generadas a partir de los movimientos, como los esfuerzos resultantes en la unión entre la pala y su anclaje (pieza ‘Unión’), que serán necesarios para el cálculo de las tensiones en este elemento. Como ambas palas están sometidas a los mismos esfuerzos, la medición de éstos se realiza en un único anclaje. Para generar estas mediciones se emplea el módulo ‘Measures’ dentro del apartado ‘Design Exploration’ y se selecciona el elemento correspondiente. Un ejemplo de estas mediciones es la realizada sobre la restricción fija comentada previamente (Figura 3-6) sobre la que se miden los esfuerzos generados, entre ellos la fuerza en dirección vertical ( $F_z$ ) cuya configuración se espone en la Figura 3-8, donde la restricción denominada ‘JOINT 15’ representa la unión fija aplicada entre ambos elementos.

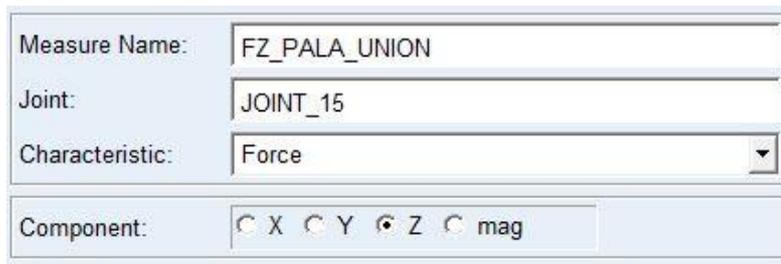


Figura 3-8. Configuración de  $F_z$  en la restricción fija existente entre la pala y su anclaje.

Una vez terminado este proceso se puede comprobar que las restricciones, movimientos y mediciones sean los deseados realizando una simulación a través del módulo ‘Simulate’ dentro del apartado ‘Simulation’ (Figura 3-9) y observando posteriormente los resultados en el módulo ‘Postprocessor’ del apartado ‘Results’.

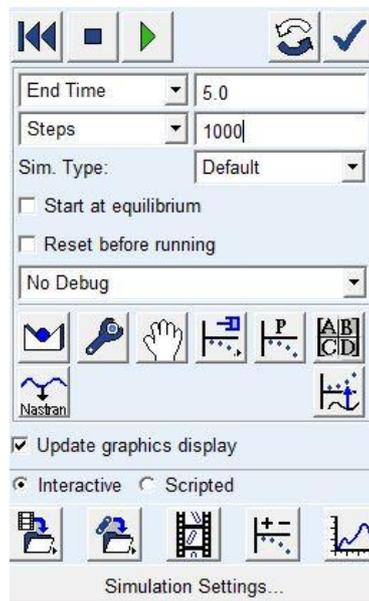


Figura 3-9. Ventana de configuración de la simulación.

### 3.1.4 Fuerzas

Las fuerzas serán calculadas durante la simulación en el programa *Matlab*, obteniéndose como resultado los valores de las fuerzas y momentos aplicados de manera continua a lo largo de la superficie de las palas. Sin embargo, el programa *Adams* no permite la aplicación de fuerzas distribuidas a lo largo de la pala, por lo que es necesario establecer una simplificación. Ésta consiste en aplicar todas las fuerzas sobre una línea ficticia colocada a una distancia del 25% de la cuerda de la pala de manera discreta. El número de puntos de aplicación será explicado y comentado con detalle con posterioridad.

La colocación de estas fuerzas en el programa se realiza mediante la definición tanto de los puntos de aplicación como de la dirección de estos parámetros. Para ello se procede a efectuar una división equidistante de la línea ficticia comentada a partir de la que se calculan las coordenadas para ambas palas de los puntos de aplicación. En el programa se introduce un ‘Marker’ por cada punto resultante y se coloca sobre él un vector de fuerzas de 6 coordenadas mediante la herramienta ‘Six component Force’ del apartado ‘Forces’ (Figura 3-10). Los esfuerzos aplicados consisten en una fuerza en dirección vertical y un momento en el sentido contrario al del giro del sistema, lo que conlleva que el resto de fuerzas y momentos tendrán un valor nulo. Para introducir las fuerzas obtenidas se emplea el comando ‘VARVAL’ que extrae la magnitud del valor introducido desde el modelo de fuerzas aerodinámicas en *Matlab*. Este procedimiento se realiza mediante el empleo de variables denominadas ‘State variables’, cuyo significado se explica en el siguiente apartado.

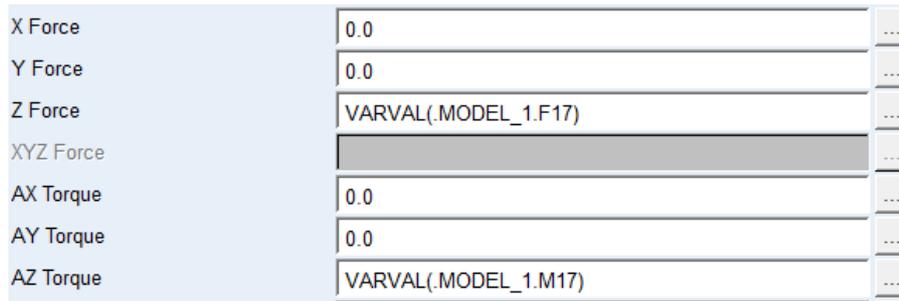


Figura 3-10. Herramienta ‘Six component force’.

### 3.1.5 Variables de comunicación y exportación

Todas las variables de medición, movimientos y fuerzas descritas hasta ahora tienen una identidad local, es decir, sólo pueden ser consultadas desde el propio programa *Adams*. Sin embargo, es necesario establecer una comunicación entre los programas implicados en la co-simulación. Para ello se crean unas variables de comunicación denominadas ‘State variables’ que permiten el tránsito de la información entre *Adams* y *Matlab*.

Estas variables se crean dentro del módulo ‘System Elements’ y pueden ser de dos tipos en función de la dirección de la comunicación. Los valores de las fuerzas aplicadas son un ‘input’ del programa mientras que las mediciones de las reacciones y los movimientos son un ‘output’. Para introducir una variable ‘input’ sólo es necesario asignarle un nombre y colocar un ‘0’ en el apartado de valor a lo largo del tiempo (‘F(time)’). Para las variables ‘output’ se sigue el mismo procedimiento, pero en este caso se coloca en el apartado ‘F(time)’ la variable procedente de *Matlab* de la que extrae el valor. Para ambos tipos es necesario definir la variable como ‘Run-Time Expression’. La ventana de configuración de estas variables se puede observar en la Figura 3-11.

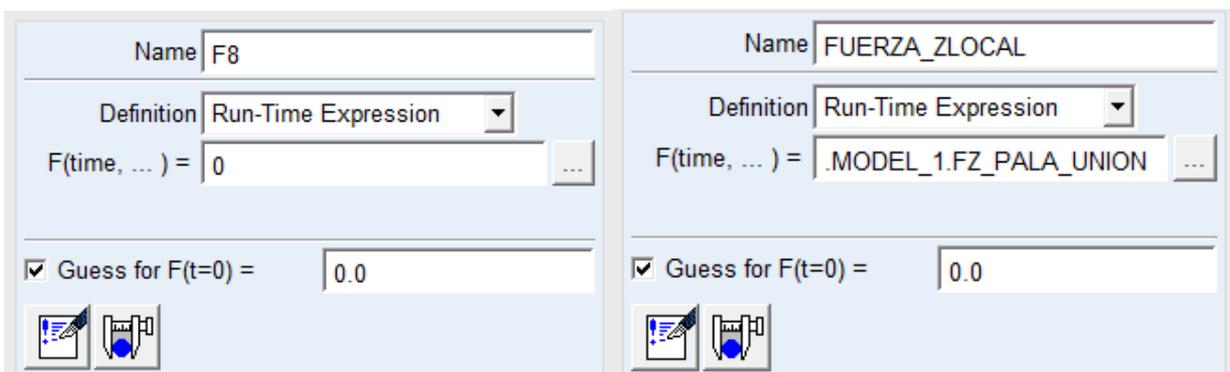


Figura 3-11. Variable ‘input’ (izqda.) y variable ‘output’ (dcha).

Una vez completados todos los procesos es necesario crear el módulo que será empleado durante la co-simulación. Para ello se utiliza la herramienta ‘Plant Export’ dentro del apartado ‘Plugins’ y se indican las variables ‘input’ y ‘output’ definidas. También se puede seleccionar el tipo de análisis que se va a llevar a cabo y el ‘solver’ a emplear. En este caso se ha escogido ‘FORTRAN’ y el análisis no lineal, que está seleccionado por defecto.

### 3.2 Modelo de fuerzas (Matlab)

Este programa se encarga de generar las fuerzas y momentos en las palas a partir de la velocidad de giro, el ángulo de paso de las palas y la velocidad axial (de avance) del sistema, empleando un modelo de fuerzas basado en la Teoría de Cantidad de Movimiento (TCM) y en la Teoría del Elemento de Pala (TEP) proporcionado por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial de la Escuela.

En la TEP se asume cada sección de pala como un perfil bidimensional aislado en el que se calcula, basándose en la TCM, el coeficiente de tracción ( $dC_T$ ) y el coeficiente de par ( $dC_Q$ ) entre otros parámetros como el coeficiente de potencia ( $dC_p$ ). La integración de estos coeficientes en las divisiones de la pala comentadas anteriormente da como resultado la tracción ( $T$ ) y el par ( $Q$ ) de cada punto de aplicación considerado en la co-simulación. Las expresiones (3-1), (3-2) y (3-3) muestran algunas de las relaciones entre los diferentes parámetros empleadas para el cálculo de los esfuerzos, donde  $\omega$  representa la velocidad de giro,  $R$  es la mitad de la envergadura total del rotor,  $C_l$  es el coeficiente de sustentación,  $C_d$  representa el coeficiente de resistencia del perfil,  $\phi$  es el ángulo de entrada de corriente,  $\sigma$  representa la solidez de la pala,  $x$  es la distancia adimensionalizada desde el eje de giro hasta el punto donde se calculan los esfuerzos y  $\rho$  y  $A$  son la densidad del fluido circundante y el área barrida por las palas durante el giro respectivamente.

$$dC_T = \frac{dT}{\rho A (\omega R)^2} = \frac{1}{2} \sigma C_l x^2 dx \quad (3-1)$$

$$dC_Q = dC_p = \frac{1}{2} \sigma (\phi C_l + C_d) x^3 dx \quad (3-2)$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho A (\omega R)^2 R} \quad (3-3)$$

A efectos de este trabajo y, aunque se han expuesto parte de las expresiones básicas utilizadas, el modelo de fuerzas será considerado como una caja negra, ya que los cálculos internos y variables contempladas en él superan el alcance de este proyecto. El código empleado durante la co-simulación puede consultarse en el apartado C.1 del Anexo C.

Por último, es necesario introducir en el programa de forma manual ciertas variables como el peso, el número de palas y la velocidad axial y crear las variables que serán importadas desde y exportadas hacia el programa *Adams*. Como resultado de la simulación se pueden obtener un gran número de parámetros, aunque los únicos relevantes para este análisis son las fuerzas y momentos comentados.

### 3.3 Co-simulación

Tras generar el modelo en *Adams* y preparar el modelo de fuerzas se realiza la co-simulación. Para ello se emplea el módulo *Simulink* del programa *Matlab*. Tanto el modelo mecánico (*Adams*) como el modelo de fuerzas (*Matlab*) conformarán dos bloques interconectados dentro de este programa.

Antes de comenzar con el procedimiento de simulación es necesario cargar los archivos generados

previamente en el programa *Adams* seleccionando el archivo con la extensión ‘.m’ (Figura 3-12).

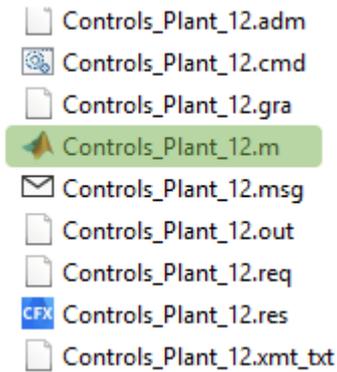


Figura 3-12. Archivos generados en la exportación de Adams.

Una vez ejecutado se inicializan las variables del sistema. Para generar el bloque de *Simulink* se emplea el comando ‘adams.sys’ con el que se abre una ventana que contiene, entre otros, el bloque que se va a utilizar en este análisis, denominado ‘adams\_sub’ (Figura 3-13).

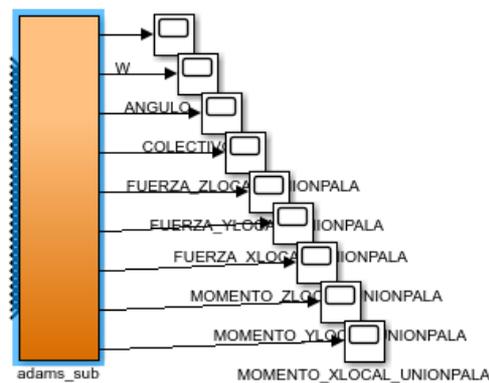


Figura 3-13. Bloque mecánico en Simulink.

Existen diferentes opciones dentro del bloque mecánico. En este caso, se opta por realizar una simulación en modo ‘batch’ (más rápido que ‘interactive’) y se establece el intervalo de comunicación entre los bloques (‘step’) en 0.02 segundos.

Sin embargo, la simulación no se realiza en esta ventana por lo que el bloque mencionado se copia en una ventana nueva donde se añade un bloque de la biblioteca de *Simulink* denominado ‘Matlab function’, en el que se incorpora el modelo de fuerzas.

Si todo el proceso se ha realizado de manera correcta se dispondría en este momento de dos bloques aislados. Para conectarlos se debe unir cada salida con su correspondiente entrada (si la tuviera). Todas las variables de salida del modelo de fuerzas son entradas del modelo mecánico y están ordenadas en cada bloque de la misma forma por lo que su conexión es relativamente sencilla. Por otra parte, todas las salidas del modelo mecánico están conectadas a bloques de tipo ‘Scope’ para representar y almacenar los datos de salida de la simulación empleando la opción ‘To Workspace’. Además, las variables de ángulo de paso y velocidad de giro que son salidas de este sistema deben ser conectadas al modelo de fuerzas. La disposición resultante en *Simulink* se muestra en la Figura 3-14.

Por último, antes de ejecutar la simulación, en la opción de configuración de la ventana de *Simulink* se establecen todos los parámetros por defecto a excepción del tiempo de simulación, que se definirá en función

de las necesidades de cada co-simulación desarrollada a lo largo del estudio.

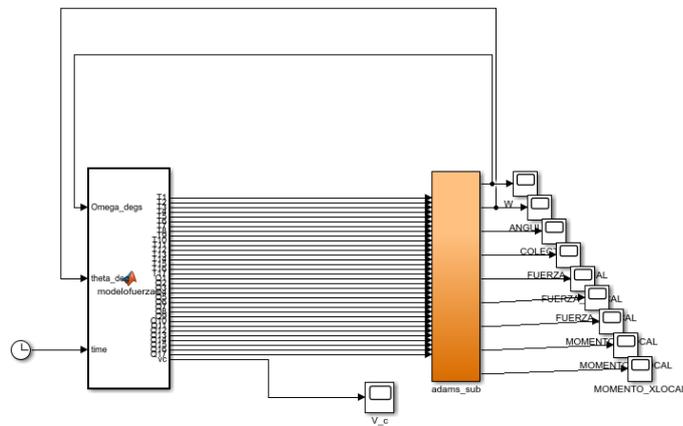


Figura 3-14. Modelo de fuerzas (izqda.) y modelo mecánico (dcha)<sup>2</sup>.

### 3.4 Resultados

Como resultado de la co-simulación se obtienen las tres componentes de las fuerzas y momentos en el punto de anclaje entre la pala y la pieza denominada ‘Unión’. Estos resultados variarían en función de las condiciones analizadas pero, debido a la discretización de las fuerzas realizada y para establecer la fiabilidad de los datos calculados mediante este procedimiento, se deciden realizar diferentes simulaciones para distinto número de puntos de aplicación de esfuerzos por pala. Se simula desde 1 punto de aplicación por pala, situado en la línea de 25 % comentada y a un 75 % de la envergadura de la pala (Figura 3-15), hasta 33 puntos, pasando por 9 y 17 (Figura 3-16) puntos de aplicación (equidistantes). De esta manera se obtienen los resultados expuestos en la Figura 3-17, donde se comparan los esfuerzos resultantes en función del número de puntos de aplicación de fuerzas por pala para una variación lineal del ángulo de paso ( $\theta$ ) manteniendo una velocidad de giro constante de 4000 RPM y una velocidad de avance nula (vuelo a punto fijo).

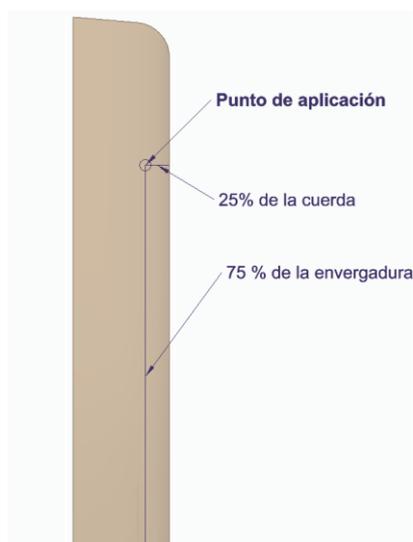


Figura 3-15. Punto de aplicación para las condiciones de 1 fuerza por pala.

<sup>2</sup> Aunque se ha comentado que todas las salidas del modelo de fuerzas son entradas del modelo mecánico, también se ha supuesto como salida la velocidad axial del sistema para poder ser registrada.

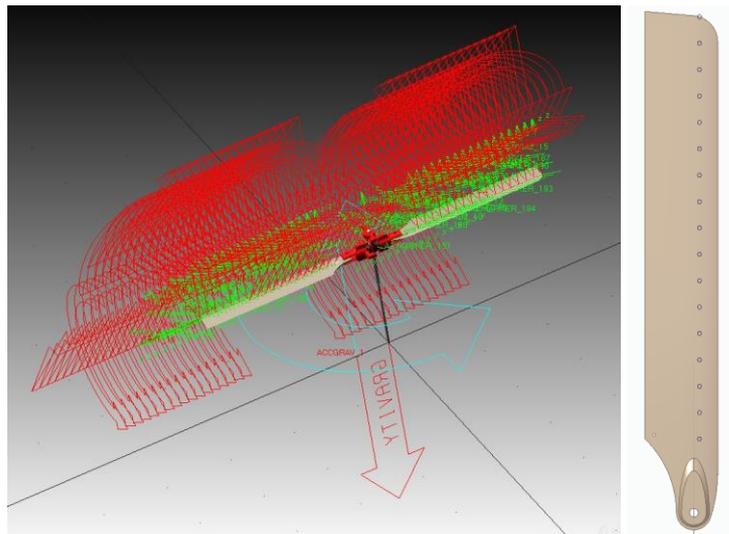


Figura 3-16. Disposición de las fuerzas en Adams para la simulación de 17 puntos de aplicación por pala (izq) y visualización de los puntos de aplicación sobre la pala (dcha).

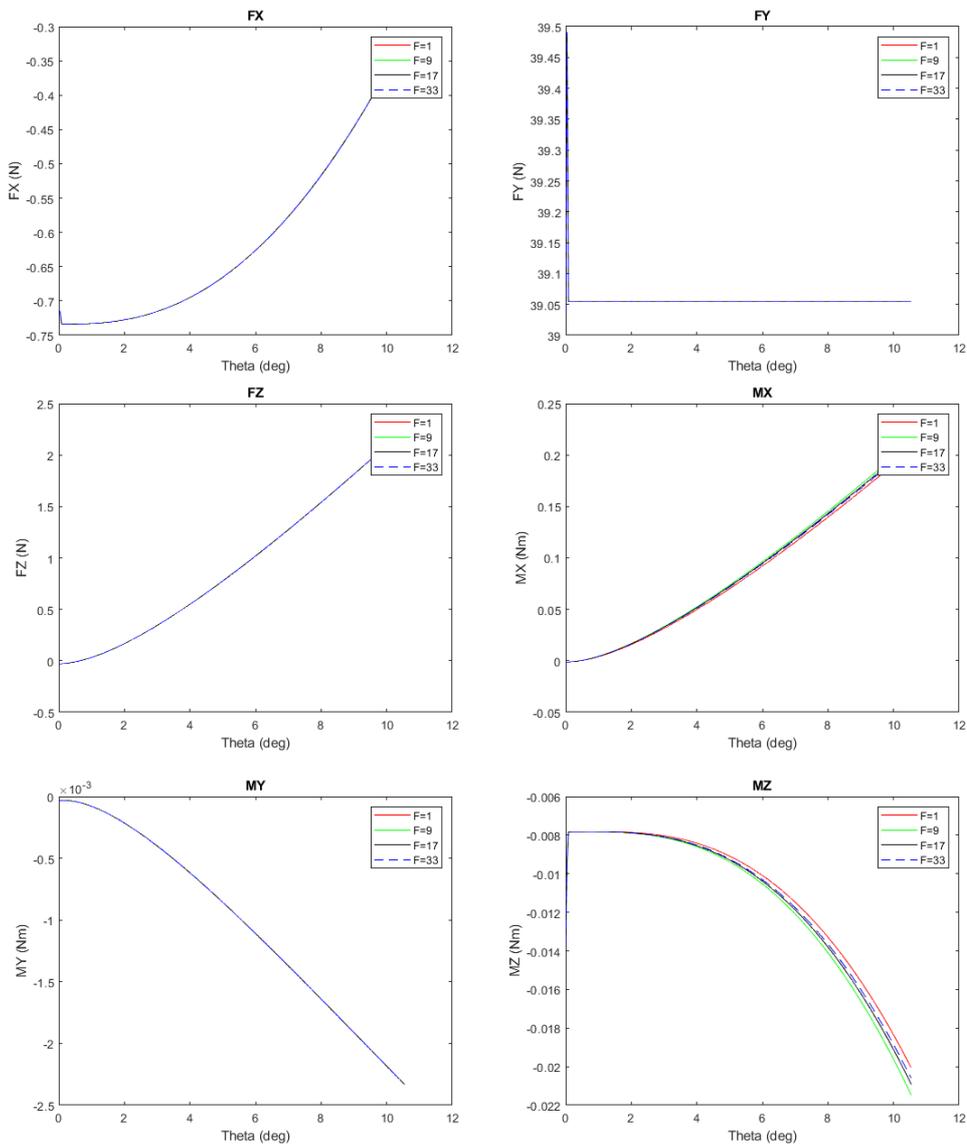


Figura 3-17. Esfuerzos obtenidos para los distintos números de puntos de aplicación por pala.

De estos resultados se pueden extraer varias conclusiones. En primer lugar, se observa como en todos los casos las fuerzas resultantes en la zona de unión apenas varían en función del número de puntos de aplicación y además se aprecia como la fuerza 'FY' en la dirección longitudinal de la pala es la más importante y constante, ya que está producida por las aceleraciones normales aplicadas sobre la pala como consecuencia del giro del rotor.

Por otra parte, la magnitud de los momentos en la zona a estudio sí se ve modificada con el número de puntos de aplicación empleados. En algunos casos la variación máxima puede llegar al 7%, por lo tanto, considerando que un mayor número de puntos refleja de manera más precisa el caso real y al ser la variación máxima menor al 1.5% entre la aplicación de 17 puntos y 33, se decide emplear 17 puntos de aplicación por pala para el resto del estudio ya que supone un coste en tiempo considerablemente menor al caso de 33 puntos.



# 4 OBTENCIÓN DE TENSIONES

Tras haber calculado los esfuerzos que se ejercen en la zona analizada de la cogida de pala, se requiere obtener las tensiones ya que serán la base para poder inciar los cálculos de la vida a fatiga. Éstas se obtienen mediante el programa *Ansys Workbench* (versión académica) y el análisis se centra exclusivamente en la pieza denominada ‘Unión’. Sin embargo, aunque se ha considerado que este elemento es el más relevante para realizar el estudio, el procedimiento sería extrapolable a cualquier otra pieza, teniendo en cuenta que algunas suposiciones y métodos llevados a cabo en este estudio podrían no ser los más adecuados para otros escenarios.

## 4.1 Ansys Workbench

Este programa de elementos finitos utiliza el mismo ‘solver’ que el programa tradicional *Ansys APDL*, pero ofrece una interfaz más agradable y otras ventajas que se adecuan al objeto de este estudio como la posibilidad de realizar análisis transitorios de manera sencilla. La versión completa requiere de una licencia de coste elevado por lo que se opta por emplear la versión académica que, aunque concede el uso de gran parte de las utilidades del programa, establece limitaciones en algunos aspectos.

Para realizar todos los análisis del estudio se emplea el módulo ‘Transient Structural’ del programa (Figura 4-1). Este módulo permite variaciones en las restricciones aplicadas a lo largo del tiempo y también la definición de propiedades como el amortiguamiento que, como se verá más adelante, puede ser interesante para el cálculo de tensiones y la interpretación de éstas.

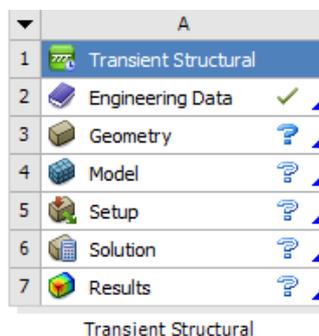


Figura 4-1. Módulo ‘Transient Structural’ de Ansys Workbench.

A continuación, se discuten los distintos apartados que componen este bloque y las herramientas empleadas para la correcta obtención de los resultados en la simulación.

### 4.1.1 Engineering Data

En este apartado se introduce el material del que está compuesto el elemento analizado. Para el estudio se ha empleado el material denominado por el programa como ‘Aluminium Alloy’ cuyas propiedades básicas se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 4-1. Propiedades básicas del material empleado.

Propiedad	Valor
Densidad	2770 kg/m <sup>3</sup>
Límite elástico a tracción	2.8 10 <sup>8</sup> Pa
Límite elástico a compresión	2.8 10 <sup>8</sup> Pa
Tensión última	3.1 10 <sup>8</sup> Pa

Al contrario de lo que se pudiera pensar, la selección del material en este estudio no es capital, aunque se trate de un análisis a fatiga complejo, ya que la intención principal no es la de obtener un número de ciclos a fatiga que determine el número de vuelo/misiones que la aeronave es capaz de soportar, sino la de establecer un procedimiento que se pueda aplicar en cualquier otra circunstancia. Por otra parte, en posteriores fases del análisis será necesario establecer más propiedades del material de las que se obtienen con este programa.

Por último, el material empleado no se ajusta a los estándares de la industria aeronáutica ni es el aluminio con mayor resistencia a la fatiga como los de la familia 7000 (Figura 4-2), pero hay que tener en cuenta que se trata del análisis de una pieza de aeromodelismo y un material de una clase inferior refleja de manera más adecuada el componente real.

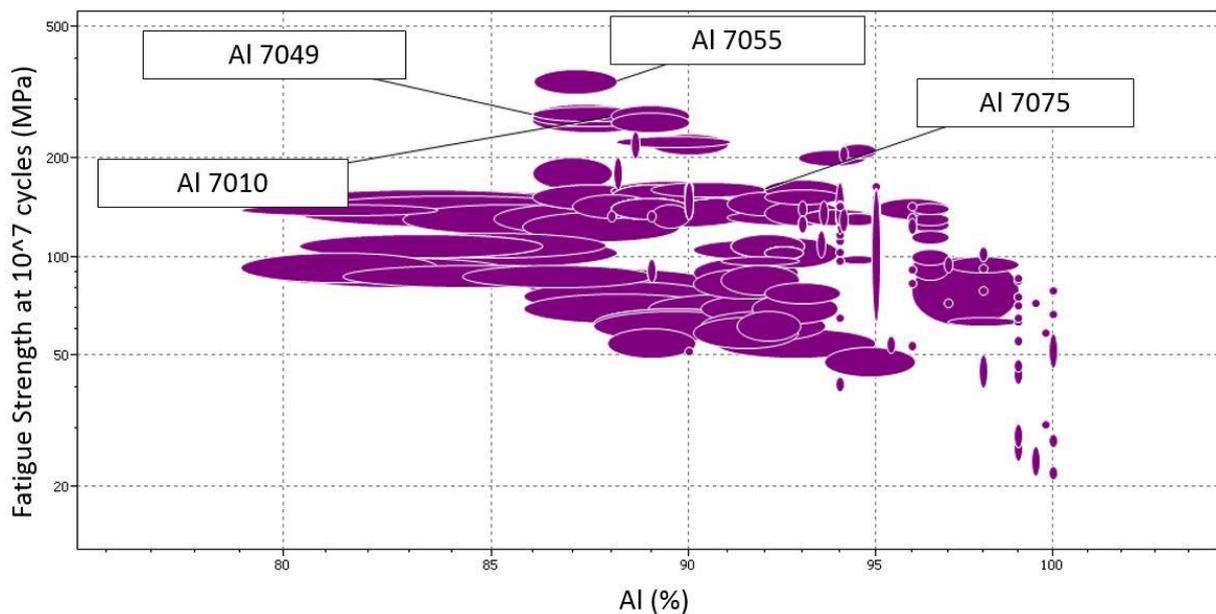


Figura 4-2. Representación gráfica de la resistencia a fatiga de algunos componentes de la familia 7000 de aluminio (obtenido del programa CESEdupack).

#### 4.1.2 Geometry

Es en esta sección donde se incorpora al programa la geometría de la pieza a estudio. El elemento empleado es el diseñado en *SolidEdge* pero modificando el formato a '.igs' para su correcta lectura por el programa *Ansys*.



Figura 4-3. Geometría de la pieza analizada.

Como se verá más adelante las caras cilíndricas internas que forman parte de la pieza y que la unen al rotor y a la barra de control son importantes para establecer las restricciones, pero necesitan ser detectadas por el programa como caras cilíndricas y esto no ocurre cuando se importa la pieza. Como solución a este problema se importa la pieza sin orificios y éstos se crean dentro del propio apartado mediante las herramientas ‘Sketch’, ‘Extrude’ y ‘Boolean’.

#### 4.1.3 Model

Finalizada la definición de la geometría se introduce todo el conjunto de condiciones de contorno que se aplicarán a la pieza a estudio utilizando el apartado ‘Model’ del programa. Al abrir esta sección se despliega la ventana ‘Mechanical’ del programa que contiene tanto una vista de la pieza como el conjunto de grupos dentro de los cuales se enmarcan las herramientas empleadas para realizar el análisis (Figura 4-4). Estos grupos son:

- *Model*. Dentro de este módulo se indica el material asignado a la pieza y se definen los parámetros utilizados para generar la malla, así como otros elementos relacionados con las agrupaciones o modificaciones de algunos elementos geométricos que componen la pieza.
- *Transient*. En este grupo se seleccionan los parámetros para el análisis y se introducen las condiciones de contorno que rigen la simulación.
- *Solution*. Es el módulo de post-procesado del programa y en él se definen, calculan y visualizan los resultados que se quieren adquirir tras haberse completado la simulación. Aunque se ha descrito como un grupo separado, se encuentra dentro del módulo ‘Transient’.

La descripción en detalle de los métodos y herramientas empleadas en este apartado se describirán a lo largo del estudio conforme se requiera su uso.

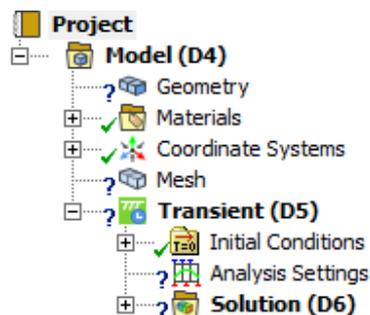


Figura 4-4. Módulos de la ventana ‘Mechanical’.



# 5 ESTUDIOS PREVIOS

Como si se tratara de pruebas en un laboratorio, el análisis teórico de un procedimiento como el descrito en este estudio también requiere de pruebas e iteraciones para perfeccionar los modelos empleados. En este capítulo se describen los análisis y pruebas realizadas hasta alcanzar el procedimiento final para las simulaciones. Aunque los resultados de algunas de estas pruebas no conduzcan a una mejora sustancial del análisis, son relevantes a la hora de comprender y evaluar los métodos utilizados.

## 5.1 Modelo de elementos finitos

Los programas de elementos finitos proporcionan una amplia variedad de herramientas que permiten la realización de un análisis. En este apartado se exponen las empleadas dentro de la ventana 'Mechanical' del programa *Ansys* y se discute su idoneidad para el estudio.

### 5.1.1 Remote Point

Como se comenta en el Capítulo 3, los esfuerzos obtenidos en la zona de la cogida de pala son puntuales. Esta suposición simplifica la co-simulación pero no refleja el escenario real. Para extrapolar estas cargas puntuales a las diferentes zonas de aplicación de la pieza se emplea lo que en *Ansys* se denomina como 'Remote Point'.

Esta herramienta, que se introduce en la sección 'Model', permite la definición en el espacio del punto donde son calculados los esfuerzos en la co-simulación y las caras de aplicación de éstos. Como consecuencia, las fuerzas se aplican de manera proporcional (en función de la superficie) en todas las zonas y además se añaden los momentos generados por estas cargas como consecuencia de la distancia entre las caras y el punto de aplicación de las fuerzas. En este estadio del análisis esta herramienta supone una ventaja, ya que permite automatizar un procedimiento que de otra forma se debería realizar de manera manual.

Para este caso se seleccionan como caras de aplicación del 'Remote Point' tanto los orificios cilíndricos destinados a alojar el tornillo de unión entre ambas partes como las caras en contacto con las palas, por lo que en total las cargas son aplicadas en 6 caras. Éstas están expuestas señaladas en rojo en la Figura 5-1. La introducción de los valores de las cargas se realiza mediante la herramienta 'Remote Force' en el grupo 'Transient', donde es necesario indicar el 'Remote Point' creado con anterioridad. Esta configuración se emplea en las primeras pruebas del análisis, aunque será objeto de modificaciones a lo largo de este.

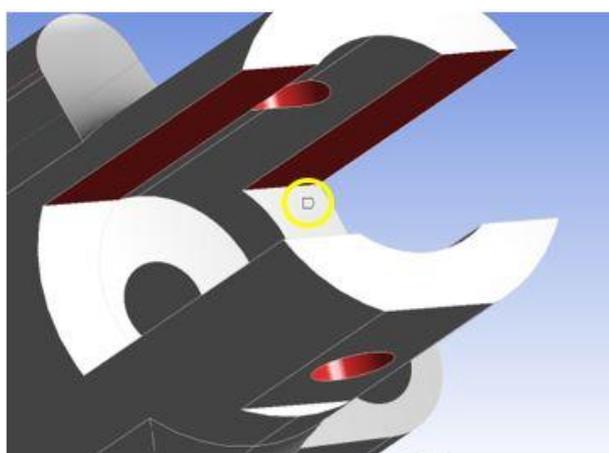


Figura 5-1. 'Remote Point' (círculo amarillo) y caras de aplicación (en rojo).

### 5.1.2 Mallado y Convergencia de la malla

La base de un análisis con elementos finitos es la malla (división en elementos) empleada para realizar el estudio de la pieza. La elección tanto del número de divisiones como del tipo de mallado (hexaédrico o tetraédrico) puede suponer una variación considerable en los resultados.

Las limitaciones numéricas de la versión académica del programa implican que el número máximo de elementos o nodos no puede superar los 32000. Aunque la cifra puede parecer elevada, esta limitación podría influir en la convergencia de la malla, es decir, puede que, aunque el número de elementos/nodos alcance esta cifra, los resultados varíen y sean más precisos para un número de elementos/nodos mayor.

Para intentar solventar este problema, y teniendo en cuenta las recomendaciones del propio programa, se decide emplear un mallado hexaédrico que proporciona una mayor eficacia y necesita de un número menor de elementos/nodos para realizar un análisis fiable.

‘Hex meshing provides computational efficiency where less nodes and elements are required to achieve high solution accuracy.’ - ANSYS e-learning

Este método es implementado en el programa Ansys mediante la herramienta ‘Method’ de la sección ‘Mesh’. Es necesario especificar la geometría a la que se aplicará la malla, que en este caso es toda la pieza, y el tipo de método a emplear. En el apartado ‘Mapped Mesh Type’ se selecciona ‘Hexa’, que es el método de mallado hexaédrico. Por otra parte, en el apartado ‘Free Mesh Type’ se debe seleccionar el tipo de mallado que se desea lograr en las zonas en las que no es posible el mallado hexaédrico. Esto puede suceder en zonas en las que una división en elementos hexaédricos no se adapte de manera correcta a la geometría de la pieza. En este caso se ha seleccionado ‘Hexa dominant’ que, aunque introduce tetraedros en las zonas conflictivas, hace prevalecer el uso de hexaedros. Este hecho se puede apreciar en la Figura 5-2, donde se representa una sección transversal de la pieza mallada en la que se observa como ciertas zonas del interior del volumen han sido malladas con tetraedros para poder completar esta operación.

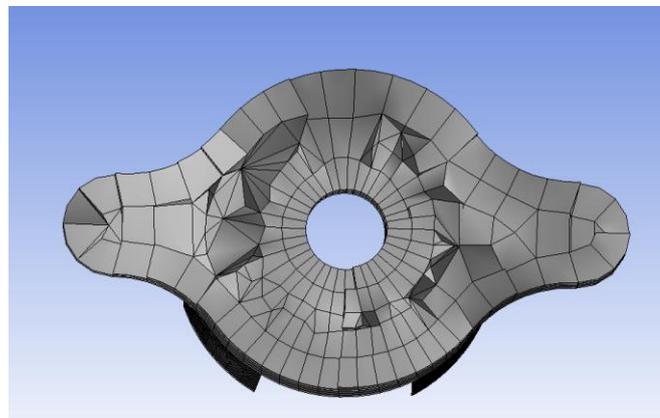


Figura 5-2. Sección de la pieza mallada utilizando la función ‘Hexa Dominant’.

Otro motivo de fallo es el empleo de elementos de gran tamaño, lo que dificulta la adaptación a la geometría. Por ello es recomendable el empleo de la herramienta ‘Sizing’ para disminuir/aumentar el tamaño de los elementos en las zonas donde este fenómeno sea apreciable (Figura 5-3). Además, también se emplea esta utilidad para realizar la convergencia de malla, lo que permite disminuir el tamaño de los elementos en las zonas donde la exigencia es mayor y aumentar el tamaño en las partes de menor importancia para el análisis.

En este caso a estudio, y como cabría esperar, la zona donde la magnitud de las tensiones es mayor es aquella que se encuentra en contacto con la pala y donde se aplican las cargas, por lo que es ésta la que centrará el estudio de convergencia.

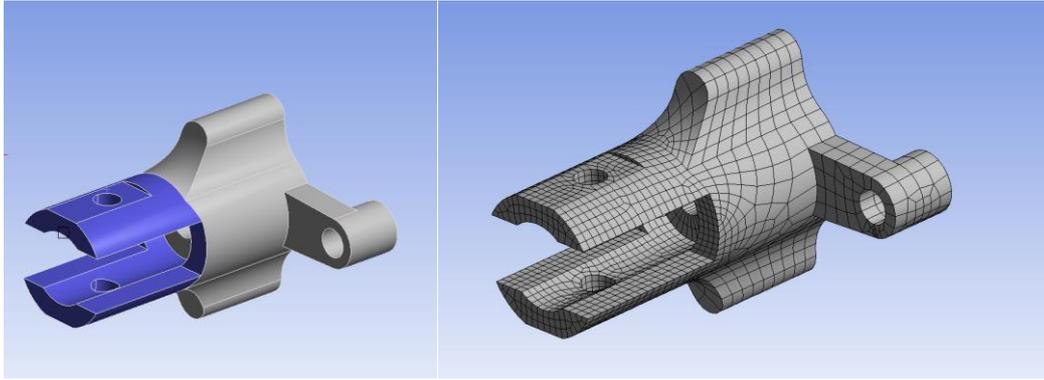


Figura 5-3. Mallado hexaédrico y resultado de la aplicación de la herramienta ‘Sizing’ en la zona sombreada.

Como se ha comentado, se simulan distintos modelos de mallado modificando el número de elementos en cada caso, pero aplicando las mismas cargas que corresponden a las de un vuelo con velocidad angular constante y variación del ángulo de paso a lo largo del tiempo.

Antes de entrar a valorar los resultados es necesario indicar el resto de condiciones de contorno que se han aplicado. En primer lugar, se han establecido restricciones cilíndricas en los orificios de anclaje al rotor y a la barra de control, señaladas en la Figura 5-4 (flechas amarillas), dejando libre el grado de libertad que permite el giro en ambos mediante la herramienta ‘Cylindrical Support’ en el apartado ‘Transient’ (si sólo existiera uno de los orificios estas condiciones en desplazamientos permitirían el movimiento del elemento como sólido rígido, sin embargo, las restricciones en ambas caras impiden esta circunstancia). Por otra parte, se ha comentado en la sección anterior el modo de aplicación de las cargas centrándose en las fuerzas. Para introducir los momentos se emplea el mismo procedimiento, pero se usa la opción ‘Remote Moment’ en el módulo ‘Transient’. Por último, en el apartado ‘Analysis Settings’ dentro de ‘Transient’ se indica el intervalo de la simulación y el intervalo de tiempo entre los cálculos que se ha fijado en 0.02 s.

Las características geométricas del elemento ‘unión’ hacen inadecuada su implementación en el análisis de manera directa debido a la existencia de una arista a 90° que generaría un concentrador de tensiones infinito (aunque la solución proporcionada por el programa fuera discreta). Para solucionar este problema se aplica a esta zona un radio de acuerdo de 1 mm (señalada en la Figura 5-4 con una flecha roja).

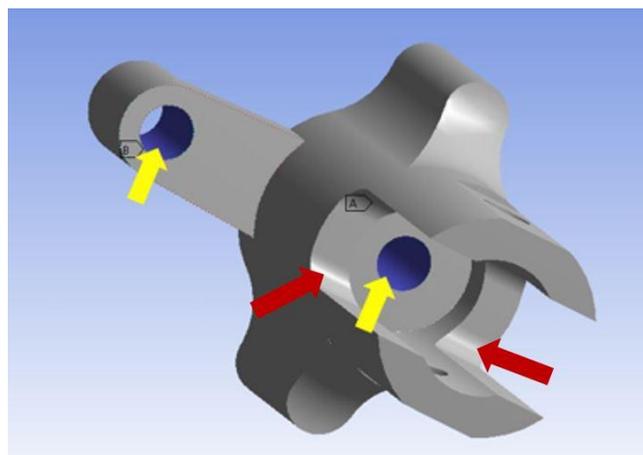


Figura 5-4. Caras de aplicación de las restricciones cilíndricas (flechas amarillas) y redondeo de 1 mm sobre las aristas (flechas rojas).

El resultado del estudio de convergencia de la malla se expone en la Figura 5-5, donde se indica el valor de la tensión máxima para diferentes divisiones en elementos utilizando la misma velocidad de giro y avance que en el capítulo anterior (4000 RPM y vuelo a punto fijo).

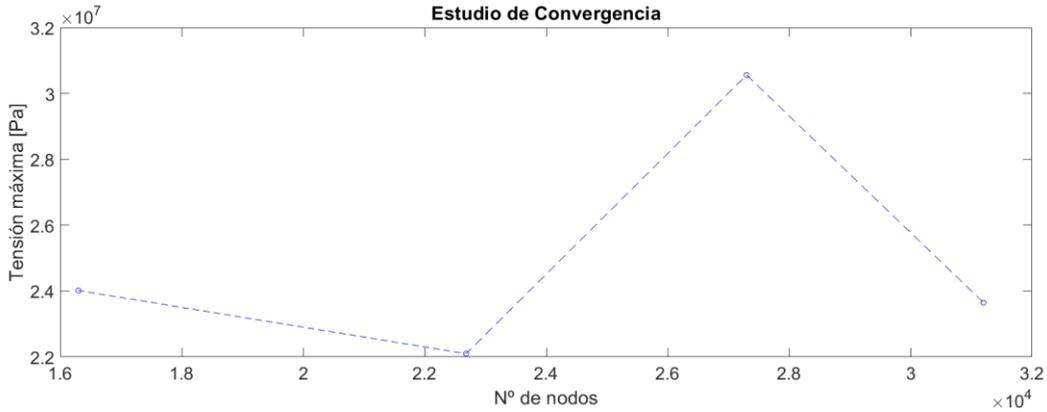


Figura 5-5. Variación de las tensiones máximas en función del número de nodos empleados en la malla hexaédrica.

Se observa una gran disparidad en los resultados, lo que puede indicar que el método utilizado para realizar la malla no es correcto. La naturaleza casi cilíndrica de la pieza en algunas zonas hace pensar que la adaptación de los elementos hexaédricos no es la correcta y provoca estas diferencias. Por otra parte, y como se comentará posteriormente, en el análisis a fatiga es necesario establecer aquellos puntos críticos en los que la exigencia (tensiones) es mayor y empleando estos elementos se produce una gran variación en la posición y valor de la tensión de estos puntos.

Por lo tanto, aunque los métodos de mallado con hexaedros suelen proporcionar mejores resultados en geometrías más simples, la geometría empleada y la limitación en el número de elementos dificultan su utilización en este caso.

La única opción restante es el empleo de elementos tetraédricos. Estos elementos se adaptan mejor a la geometría y con ellos los resultados tienden a la convergencia (Figura 5-6). Estos resultados son suficientes para considerar que su uso es adecuado en el análisis, aunque sería necesario en cualquier caso un estudio en mayor profundidad sobre el comportamiento de la malla que no se puede realizar en este caso debido a las limitaciones numéricas comentadas.

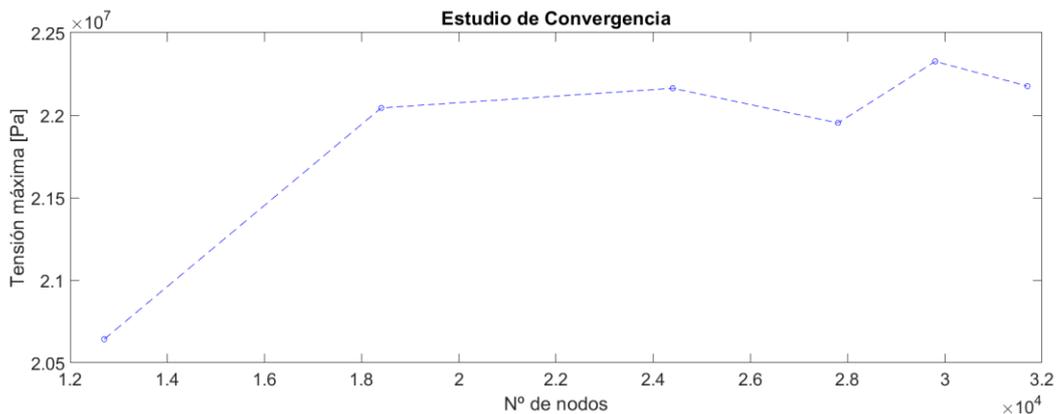


Figura 5-6. Variación de las tensiones máximas en función del número de nodos empleados en la malla tetraédrica.

La malla empleada en el resto del análisis está formada por tanto por 20024 elementos tetraédricos y 31620 nodos (Figura 5-7).

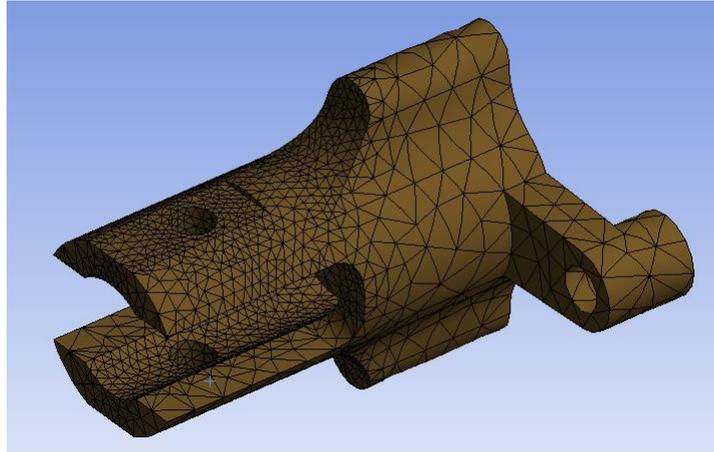


Figura 5-7. Malla tetraédrica empleada en el estudio.

### 5.1.3 Resultados

Para la obtención de los resultados de la simulación se emplea el módulo ‘Solution’ que se emplea de manera similar en *Ansys WorkbenchK* al módulo ‘Postprocessor’ en el tradicional *Ansys APDL*. Dentro de este módulo se puede escoger entre una gran variedad de resultados (tensiones, deformaciones, energía...) siendo los empleados en este proyecto los correspondientes a las tensiones normales (incluyendo las principales) y las tensiones tangenciales. Además, para que las magnitudes resultantes de las tensiones no sean calculadas en los nodos sino en los elementos, se sustituye en cada resultado la opción ‘Averaged’ por ‘Elemental Mean’.

Por último, otros resultados de interés necesarios en posteriores fases del análisis son los denominados como ‘Vector Principal Stress’, que permite la obtención de los ángulos de Euler, y ‘User Defined Result’, con el que se puede operar con distintos resultados (suma, resta, multiplicación...) para conseguir aquel que se ajuste de manera más adecuada a la solución requerida.

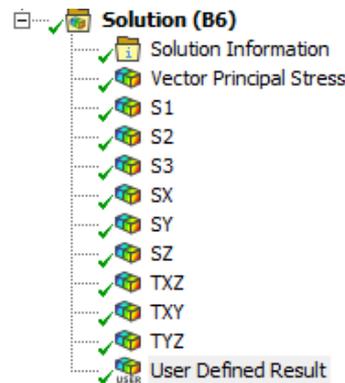


Figura 5-8. Módulo ‘Solution’ en Ansys Workbench.

En el Anexo D se expone una descripción más detallada de la configuración realizada en *Ansys* para la realización del análisis.

## 5.2 Influencia de los parámetros de vuelo (velocidad de giro y velocidad axial)

Hasta ahora se ha empleado una velocidad de giro de 4000 RPM y una velocidad axial nula por ser estos parámetros habituales y, aunque conservadores, apropiados para la realización de las pruebas anteriores. Sin embargo, para poder sacar el máximo partido a la aeronave se requiere estudiar tanto la velocidad máxima a la que puede girar el rotor como la velocidad de avance máxima para cada caso. Los resultados obtenidos no

serán empleados en todas las fases del análisis, pero con esta sección se pretende describir el procedimiento de cálculo de estos en función de los diferentes parámetros.

### 5.2.1 Velocidad de giro

La velocidad de giro máxima está limitada (suponiendo que la potencia del motor es suficiente) por la velocidad lineal en la punta de las palas. Si esta velocidad se acerca a la velocidad del sonido se pueden producir fenómenos indeseados que reducen la eficiencia del sistema. Por lo tanto, se calcula la velocidad de giro máxima como aquella para la que la velocidad en punta de pala no supere 0.6 Mach. Considerando 1 atmósfera y 15 °C y sabiendo que el radio de giro del sistema a estudio es de 0.136 m esta velocidad lineal en punta de pala equivale a 14340 RPM.

Las tensiones producidas en el sistema con esta velocidad de giro son muy superiores a las calculadas anteriormente, ratificando así lo comentado en los apartados previos; la fuerza que ejerce la pala sobre el elemento a estudio como consecuencia de su giro es la de mayor valor en el estudio y la que más influencia tiene sobre la magnitud de las tensiones.

### 5.2.2 Velocidad de avance ( $V_c$ )

Una velocidad de avance nula (vuelo a punto fijo) no refleja de manera adecuada las condiciones que tienen lugar en la aeronave a estudio, donde durante la mayor parte del vuelo la velocidad axial será muy superior a 0.

Esta velocidad depende tanto de la velocidad de giro del rotor como del ángulo de paso de las palas en cada instante y su máximo se da cuando la potencia necesaria para mover el sistema es negativa. Sin embargo, con el modelo aerodinámico que se emplea en este estudio, antes de alcanzar una potencia negativa se obtiene un empuje negativo (autorrotación). Este fenómeno se produce cuando es el propio aire el que impulsa el giro de las palas debido a su velocidad y será considerado el límite para el cálculo de la velocidad máxima.

En la Figura 5-9 se representa la velocidad axial en función del ángulo de paso para la que se consigue un empuje negativo empleando la velocidad de giro máxima calculada en el apartado anterior.

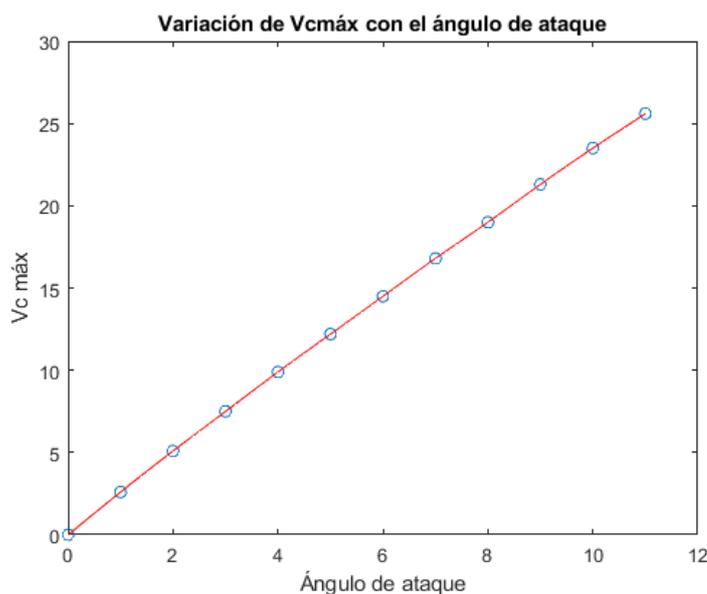


Figura 5-9. Variación de la velocidad de avance máxima con el ángulo de paso (en grados).

Si se calculan las tensiones utilizando estas velocidades de avances se obtiene un resultado que podría considerarse poco intuitivo. Cuanto mayor es la velocidad de avance, menores son las tensiones producidas en

el elemento a estudio ya que el empuje se reduce hasta alcanzar un empuje negativo para velocidades superiores. Este efecto está generado por el fenómeno de autorrotación que será comentado más adelante.



El grueso del análisis realizado en este estudio se centra en la investigación del método más adecuado y su aplicación para la determinación de la vida a fatiga del elemento expuesto. En este capítulo se discuten las distintas características que definen el problema y las diferentes aproximaciones a este mediante los métodos de fatiga multiaxial considerados.

## 6.1 Contexto

Los esfuerzos producidos durante el vuelo de una aeronave de este tipo se producen en todas las direcciones y a priori no cuentan con un patrón de aplicación definido. Por lo tanto, es coherente pensar que los métodos más apropiados son aquellos que permiten el análisis a fatiga multiaxial no proporcional, es decir, que son capaces de determinar la vida a fatiga ante cargas que no están en fase y que provocan tensiones en más de una dirección.

Actualmente existen varios modelos de este tipo que son ampliamente utilizados en distintos ámbitos. La mayoría de los descritos en este análisis se basan en el estudio del plano crítico, es decir, no se centran en una única dirección como los modelos uniaxiales, sino que, a partir de las tensiones (principales, normales y tangenciales) determinan la dirección más desfavorable empleando un parámetro de daño que se calcula para todas las direcciones y que informa sobre la severidad (entendida como la variable que rige el número de ciclos hasta el fallo) en cada una de ellas. Esta dirección a su vez es calculada en un punto crítico.

Otra forma de analizar el problema sería mediante la simplificación de las tensiones (empleo de tensiones equivalentes) y el uso de modelos uniaxiales. En algunos casos estos métodos más sencillos pueden ofrecer resultados fiables simplificando el procedimiento, por lo que también serán objeto de estudio y comparación con los modelos multiaxiales en este capítulo.

Por último, en la resistencia a fatiga influyen una gran variedad de parámetros tales como la temperatura, el acabado superficial, el método de fabricación, etc... Sin embargo, debido a que se desconocen en el caso a estudio y a que el objetivo principal es encontrar un método adecuado, su influencia no se va a contemplar, aunque es importante destacar que en análisis posteriores deberían ser tenidos en cuenta.

A continuación, se exponen los diferentes modelos de fatiga estudiados para la determinación de la vida del componente, analizando las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos y su grado de utilidad para este estudio.

## 6.2 Modelo de Findley

Este criterio de plano crítico emplea un parámetro de daño 'f' que está relacionado con la resistencia a fatiga y compuesto por tensiones tangenciales, responsables del inicio de la grieta, y normales, que influyen en la propagación de ésta, y por lo tanto se trata de un modelo basado en tensiones. Estos criterios se diferencian de los basados en deformaciones en que predicen de forma más precisa la vida a fatiga para los casos en los que la influencia de la deformación plástica no es significativa [8], como es posible que ocurra en este caso.

El parámetro de daño se define en la siguiente ecuación donde  $\Delta\tau$  representa la variación de tensiones tangenciales en el plano,  $\sigma$  es la tensión normal al plano y  $k$  es una constante del material relacionada con la sensibilidad del material a las tensiones normales. El valor de esta constante (0.3 para el aluminio) y la definición del criterio se han obtenido de la herramienta virtual *eFatigue*.

$$\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma = f \quad (6-1)$$

Para definir el criterio de fallo es necesario calcular previamente el valor del daño para el que se produce. Esto se consigue suponiendo un ensayo donde todas las variables sean conocidas ya que este valor indica el fallo en cualquier situación. Para ello se ha supuesto un ensayo uniaxial, sin embargo, el valor obtenido sólo indicará el daño necesario para alcanzar la vida a fatiga que se conseguiría con este ensayo uniaxial, es decir, si en el elemento estudiado el valor de 'f' es mayor que el calculado, sólo se puede afirmar que la vida a fatiga será menor que en el caso uniaxial, pero no se puede determinar a priori cuántos ciclos resiste. En una primera aproximación se emplea para el caso uniaxial una tensión media cero y una tensión alterna igual al límite de fatiga del material (8.27 MPa para  $10^8$  ciclos según el programa *Ansys*). Con esto se consigue determinar si la vida a fatiga del elemento bajo estas condiciones de carga es infinita o no. Aunque el aluminio no presenta un límite a fatiga bien definido como otros materiales, se va a suponer que para más de  $10^8$  ciclos la vida es infinita. Las siguientes ecuaciones expresan el método empleado para calcular este parámetro donde, al ser la tensión media ( $\sigma_m$ ) igual a 0, la tensión alterna ( $\sigma_a$ ) y la tensión máxima ( $\sigma_{max}$ ) coinciden.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (6-2)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (6-3)$$

$$\sqrt{(\sigma_a)^2 + k^2(\sigma_{max})^2} + k\sigma_{max} = 2f \quad (6-4)$$

Una vez definido este parámetro, se realiza el análisis a fatiga. En primer lugar, es necesario definir el punto en el que se buscará el plano crítico, denominado punto crítico. Este punto, que será motivo de discusión en posteriores fases del análisis, se supone inicialmente como aquel en el que la tensión equivalente de von-Mises es máxima (Figura 6-2). Será con las tensiones principales de este punto con las que se buscará el plano en el que  $\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma$  es máximo.

Para determinar el plano crítico se calcula el valor del parámetro de daño de cada plano para todos los instantes de tiempo estudiados. Se trata de un análisis en un elemento tridimensional y por lo tanto cabría pensar que el plano pudiera estar orientado en cualquier dirección, sin embargo, sólo es necesario emplear el plano creado por la tensión principal máxima y la mínima. Observando la ecuación (6-1) se puede suponer que el plano más dañino será aquel que maximice las tensiones normales y tangenciales y esta condición se dará necesariamente en el plano 1-3. Esto se observa con mayor claridad si se representan los círculos de Mohr (Figura 6-1), que también serán útiles para describir el procedimiento de cálculo de las tensiones.

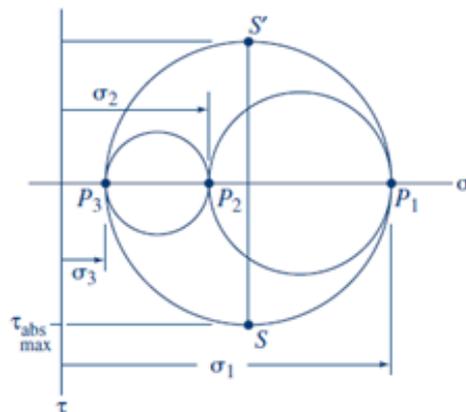


Figura 6-1. Representación genérica de los círculos de Mohr [9].

El cálculo de las tensiones para cada plano ( $\sigma_{\vartheta}$  y  $\tau_{\vartheta}$ ) se realiza en un programa de *Matlab* utilizando las siguientes expresiones. Nótese que al haberse considerado  $\vartheta$  como el ángulo del plano, el ángulo necesario para obtener estas tensiones es  $2\vartheta$  debido a la interpretación de los ángulos en los círculos de Mohr.

$$\sigma_{\vartheta} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(2\vartheta) \quad (6-5)$$

$$\tau_{\vartheta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(2\vartheta) \quad (6-6)$$

Se ha supuesto en el cálculo que el ciclo se produce desde y hasta unas condiciones de reposo pasando por las condiciones de vuelo de velocidad de giro y avance máximas, es decir, un ciclo con  $R=0$ <sup>3</sup>. Con este procedimiento se obtiene un valor de 'f' en el punto crítico (Figura 6-2) superior al calculado para muchos de los planos estudiados. Por lo tanto, y como era de esperar, la vida a fatiga del elemento bajo estas condiciones no es infinita.

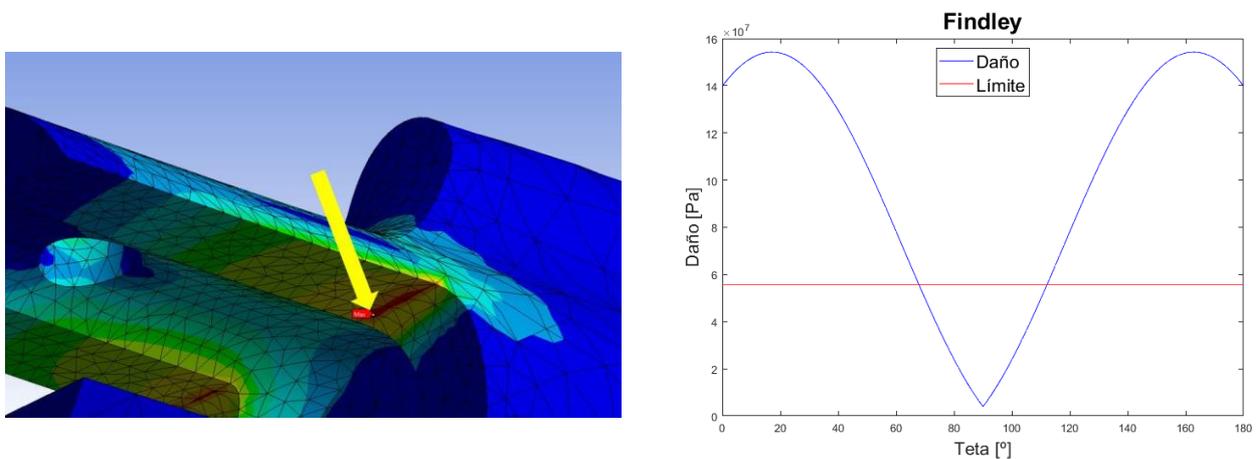


Figura 6-2. Posición del punto crítico obtenido, señalado con flecha (izq), y resultado del cálculo del parámetro de daño (dcha).

### 6.2.1 Cálculo del número de ciclos hasta el fallo

Para utilizar este método como procedimiento para la obtención de la vida a fatiga en lugar de como una comparación con el daño que se produce para unas condiciones concretas, se puede realizar el procedimiento inverso al explicado en el apartado anterior. Es decir, se utiliza el daño obtenido para calcular las tensiones equivalentes uniaxiales mediante la ecuación (6-4) y a partir de ellas se calcula el número de ciclos hasta el fallo.

Como en el caso uniaxial se considera que la tensión media es igual a cero, la tensión alterna equivalente obtenida se puede introducir directamente en la curva S-N del material con la que se calcula el número de ciclos hasta el fallo a partir de esta tensión. Para esta curva se ha considerado una tensión del 90% de la tensión última de rotura para  $10^3$  ciclos y un valor de 8.27 MPa para  $10^8$  ciclos.

<sup>3</sup> En análisis de fatiga se emplea este parámetro como parte de la definición del ciclo estudiado. Su expresión es  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ .

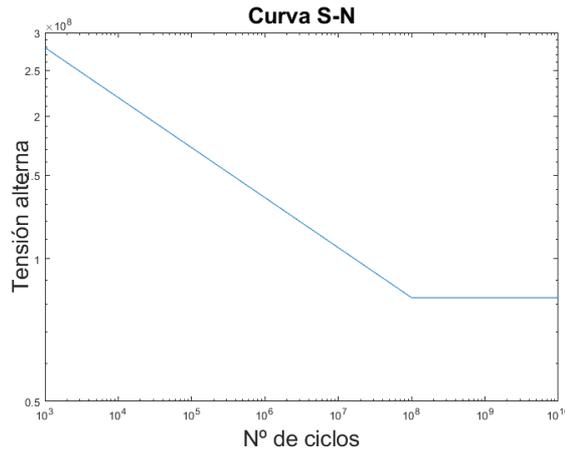


Figura 6-3. Curva S-N empleada.

Con este procedimiento se consiguen  $1.4431 \cdot 10^6$  ciclos hasta el fallo. Sin embargo, para obtener este resultado se han realizado algunas suposiciones que pueden no ser las más adecuadas, como la conversión del daño a tensiones uniaxiales para el cálculo de la vida a fatiga, y, además, al tratarse de un método basado en tensiones puede que el resultado no se ajuste en el grado esperado a la realidad si la vida esperada es menor (y por tanto las deformaciones son mayores). Por ello se estudian a continuación otros métodos más avanzados que pueden resultar de mayor utilidad.

### 6.3 Modelo SWT

El criterio Smith-Watson-Topper es un modelo reconocido para la estimación de la vida a fatiga. Se trata de un modelo que, a diferencia de los basados en plano crítico, emplea la energía para la estimación. Sin embargo, este modelo sólo puede ser empleado en presencia de una deformación plástica cíclica significativa [10] por lo que no es adecuado para este análisis en el que se considera que esta deformación no será representativa por ser elevada, dentro de lo razonable, la vida a fatiga esperada.

### 6.4 Modelo Fatemi-Socie

El modelo de Fatemi-Socie es reconocido por ser preciso para determinar la vida a fatiga para una gran cantidad de materiales y bajo diferentes condiciones de carga [11]. Además, este modelo proporciona de una manera más directa una estimación de la vida a fatiga al no introducir procesos intermedios que pueden aumentar el margen de error ya que, en lugar de obtenerse un parámetro de daño como tal, el número de ciclos hasta el fallo se calcula directamente a partir de las tensiones y deformaciones (ecuación (6-7)) tratándose por lo tanto de un criterio híbrido.

$$\gamma_a \left( 1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f (2N_f)^c \tag{6-7}$$

A diferencia del modelo de Findley, en este caso el parámetro  $k$  que multiplica las tensiones normales no es constante, sino que depende de la propia estimación de la vida a fatiga. Además, ésta última es más sensible a  $k$  cuanto menor es el número de ciclos hasta el fallo.

$$k = \left[ \frac{\frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^b + \gamma'_f (2N_f)^c}{(1 + \nu_e) \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + (1 + \nu_p) \varepsilon'_f (2N_f)^c} - 1 \right] \frac{2\sigma_y}{\sigma'_f (2N_f)^b} \tag{6-8}$$

Basado en la observación de fallos y en el modelo Brown-Miller, este criterio introduce el concepto de amplitud de deformación tangencial equivalente ( $\gamma_a$ ) que refleja los efectos de la tensión media. Al considerarse en este caso que las deformaciones plásticas no serán significativas, este parámetro se calcula a partir de las tensiones. Asimismo, en la expresión del criterio de fallo (6-7) se observa que esta variable multiplica a todo el primer miembro, por lo que no es de extrañar que normalmente se considere que con este modelo el plano crítico es aquel con mayores deformaciones tangenciales [11]. Esto será útil para comprender algunos de los resultados obtenidos durante la aplicación del procedimiento.

Otro de los parámetros involucrados en el modelo es el límite elástico cíclico ( $\sigma_y$ ) que se obtiene mediante la regla del 0.05 % por la que se escoge como valor de esta variable la tensión que se encuentra en el punto de intersección entre el lazo de histéresis y una paralela a la línea de la zona elástica con un 0.05 % de deformación para una tensión nula [12].

$$\sigma_y = k'(\varepsilon_{pa})^{n'} \quad (6-9)$$

Existen a su vez distintas modificaciones de este modelo para casos más concretos, pero se desconoce su utilidad en este análisis, se decide entonces optar por el empleo del criterio original.

La definición de todas las variables empleadas en este procedimiento, así como su valor o expresión para su cálculo se reflejan en la Tabla 6-1. Los datos han sido obtenidos del propio programa *Ansys* y de la herramienta en línea *eFatigue*, donde se ha escogido como material el Aluminio 5183 por presentar características similares a las del material empleado en el método de elementos finitos.

Tabla 6-1. Parámetros y valores empleados.

Denominación	Símbolo	Valor/Expresión
Amplitud de la deformación tangencial	$\gamma_a$	$\gamma = \frac{\tau}{G}$
Tensión normal máxima	$\sigma_{n,max}$	-
Límite elástico cíclico	$\sigma_y$	408633342.1 Pa
Coefficiente resistencia a fatiga cortante	$\tau'_f$	3.6835 10 <sup>8</sup> Pa
Coefficiente deformación a fatiga cortante	$\gamma'_f$	1.0063
Número de ciclos hasta el fallo	$N_f$	-
Módulo a cortante	G	2.6692 10 <sup>10</sup> Pa
Exponente de resistencia a fatiga	b	-0.107
Exponente de ductilidad a fatiga	c	-0.89
Módulo de Young	E	7.1e10 Pa
Coefficiente resistencia a fatiga	$\sigma'_f$	638 10 <sup>6</sup> Pa
Coefficiente deformación a fatiga	$\varepsilon'_f$	0.581
Coefficiente de resistencia cíclico	K'	507 10 <sup>6</sup> Pa
Exponente de endurecimiento por deformación tangencial	n'	0.072
Poisson elástico	v	0.33

Como ya se ha comentado, en este procedimiento no existe un parámetro de daño como tal, pero a fin de poder

visualizar con mayor claridad la severidad de las tensiones en cada plano se denomina daño al miembro izquierdo de la ecuación (6-7).

Para obtener el número de ciclos a fatiga se sustituye la ecuación (6-8) en la ecuación (6-7) y se resuelve la expresión obtenida mediante el comando *fsolve* dentro de un programa de *Matlab*. Durante la resolución se producen errores cuando el daño en un plano es pequeño, debido a que en estos casos el número de ciclos es infinito y el modelo empleado no está definido para estas situaciones. En cualquier caso, como el valor buscado es el número menor de ciclos a fatiga que se obtienen ( $n^\circ$  de ciclos hasta el fallo en el plano crítico), este fallo no influye en el resultado. El fenómeno comentado se puede apreciar en la Figura 6-4, donde se muestran el daño y el número de ciclos asociado y en la que se observa como la gráfica de ciclos pierde definición cuando el daño disminuye.

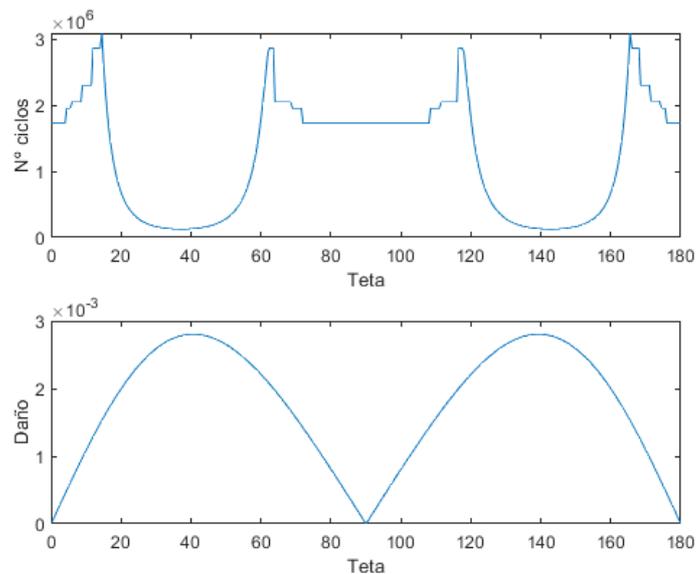


Figura 6-4. Daño y número de ciclos hasta el fallo obtenidos para cada plano del punto crítico mediante el criterio de Fatemi-Socie.

Se puede contemplar en esta figura que el daño máximo, y por lo tanto el menor número de ciclos a fatiga, se obtiene para un plano cercano a  $45^\circ$ , lo que confirma la gran influencia en el daño de la deformación tangencial como se ha comentado previamente.

Otra anomalía que se produce durante la obtención de los resultados está relacionada con el tamaño de los valores que adoptan los términos de la ecuación. Al ser estos valores cercanos a cero, la función empleada no puede obtener un resultado de manera adecuada, por lo que se decide multiplicar ambos miembros de la ecuación por un número suficientemente elevado como para eliminar este fallo y se comprueba a posteriori que el resultado coincida efectivamente con un cero de la ecuación.

La solución obtenida es de  $1.2751 \cdot 10^5$  ciclos hasta el fallo utilizando el mismo ciclo de tensiones que en el apartado 6.2, lo que supone un decremento de un orden de magnitud comparado con la conseguida con el modelo de Findley. Hay que señalar que el proceso empleado en el primer método estudiado implica distintas suposiciones y procedimientos realizados a partir de la comprensión de éste, pero sin conocer de manera fiable su veracidad, mientras que el modelo F-S es un modelo probado y del que se obtiene directamente el número de ciclos hasta el fallo, por lo que en adelante se empleará este modelo para la realización de los cálculos a fatiga. Además, al ser menor el número de ciclos obtenido con este procedimiento, la solución se encuentra del lado de la seguridad.

## 6.5 Modelos Uniaxiales

Para comprobar la validez de los resultados del método Fatemi-Socie en algunas fases posteriores del análisis

se implementan en el mismo programa de *Matlab* de obtención de vida a fatiga dos métodos uniaxiales, denominados en este análisis como método multiaxial simplificado y método uniaxial puro cuyos procedimientos han sido obtenidos de [13].

### 6.5.1 Método uniaxial puro

En este método se supone que la única tensión resultante de la aplicación de las cargas es la tensión principal máxima obtenida en el punto crítico. Como es probable que la tensión media en los ciclos aplicados en este análisis no sea nula, se requiere de un procedimiento para obtener la tensión alterna equivalente. En este caso se emplea el diagrama de Goodman, con el que se determina la tensión alterna equivalente mediante la expresión (6-10). En esta ecuación  $\sigma_m$  representa la tensión media,  $\sigma_u$  la tensión última del material,  $\sigma_a$  la tensión alterna con media y  $\sigma_{a\ eq}$  la tensión alterna equivalente sin media. A diferencia de la curva S-N empleada en el modelo de Findley y debido a que el aluminio no presenta un límite a fatiga definido, se emplea la regla (6-11) para calcular el número de ciclos hasta el fallo. En esta ecuación A y b son constantes del material y N representa el número de ciclos hasta el fallo. Para todos los los valores necesarios se han empleado los datos para el Aluminio 5183 obtenidos de la herramienta en línea *eFatigue* expuestos en la (6-2).

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_u} + \frac{\sigma_a}{\sigma_{a\ eq}} = 1 \quad (6-10)$$

$$\sigma_{a\ eq} = AN^b \quad (6-11)$$

Tabla 6-2. Datos necesarios para la obtención de la vida a fatiga mediante el método uniaxial puro.

Parámetro	Valor
A	594.71 MPa
b	-0.107
$\sigma_u$	299 MPa

### 6.5.2 Método multiaxial simplificado

Se trata de un procedimiento similar al anterior, pero en lugar de considerar una única tensión, se calcula una tensión alterna ( $\sigma_{a-e}$ ) a partir de las tensiones alternas normales y tangenciales. Del mismo modo, se sigue este procedimiento para calcular la tensión media equivalente ( $\sigma_{m-e}$ ).

$$\sigma_{a-e} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{x-a} - \sigma_{y-a})^2 + (\sigma_{y-a} - \sigma_{z-a})^2 + (\sigma_{z-a} - \sigma_{x-a})^2 \right] + 3(\tau_{xy-a}^2 + \tau_{yz-a}^2 + \tau_{xz-a}^2)} \quad (6-12)$$

$$\sigma_{m-e} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{x-m} - \sigma_{y-m})^2 + (\sigma_{y-m} - \sigma_{z-m})^2 + (\sigma_{z-m} - \sigma_{x-m})^2 \right] + 3(\tau_{xy-m}^2 + \tau_{yz-m}^2 + \tau_{xz-m}^2)} \quad (6-13)$$

Calculadas estas tensiones se realiza el mismo procedimiento empleado en el caso anterior, es decir, se calcula la tensión alterna equivalente y el número de ciclos hasta el fallo utilizando los mismos datos para la curva S-N.



# 7 APLICACIÓN AL MODELO

Diseñado por completo el procedimiento de obtención de tensiones y seleccionado el criterio de fatiga a emplear, la siguiente fase del análisis consiste en aplicar al modelo las cargas características de un ciclo de vuelo completo y obtener el número de estos ciclos que ocurren antes de que se produzca el fallo. En este capítulo también se estudian y ajustan algunos de los parámetros y procedimientos que influyen en la obtención de la vida a fatiga.

## 7.1 Punto crítico

Previamente se ha definido el punto crítico como aquel para la que la tensión de von Mises es máxima, sin embargo, el signo de esta tensión es siempre positivo y puede que se esté escogiendo como punto crítico un punto en el que las tensiones sean altas pero de compresión, y por consiguiente es probable que se pierda información muy importante al ser las tensiones de tracción las que provocan realmente el daño a fatiga.

Otra opción consiste en utilizar como parámetro para determinar el punto crítico la tensión máxima principal. Aunque es una opción que se podría considerar factible, del criterio a fatiga se extrae que no es sólo este parámetro el que influye en el daño, sino que también hay que tener en cuenta las tensiones/deformaciones tangenciales.

Por lo tanto, el parámetro utilizado para hallar el punto crítico debe reflejar, en la medida de lo posible, el daño de manera similar al método de Fatemi-Socie. La opción propuesta consiste en emplear no un parámetro aislado, sino una ecuación de la forma:

$$\text{Parámetro crítico} = (S1 - S3) \times (S1 + S3) \quad (7-1)$$

Donde S1 es la tensión principal máxima y S3 la tensión principal mínima. Este parámetro refleja, de manera proporcional, aquel punto cuyo plano crítico forma el círculo de Mohr para las tensiones 1 y 3 crea el rectángulo de mayor tamaño en el cuadrante superior derecho (para que el parámetro empleado fuera el área encerrada por este rectángulo sería necesario dividir por 4). Una representación gráfica de lo comentado se espone en la Figura 7-1.

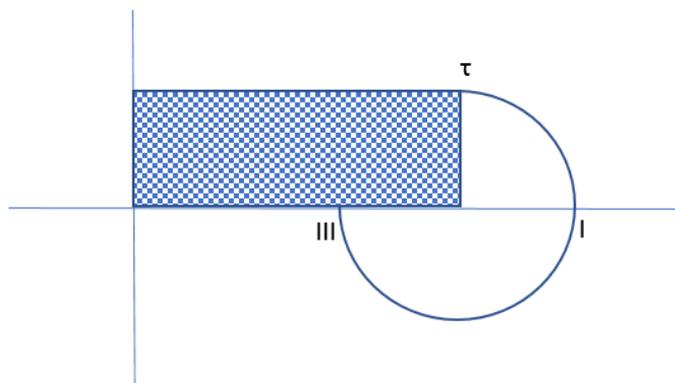


Figura 7-1. Representación gráfica del parámetro de daño escogido.

Para implementar este parámetro en el programa *Ansys* se utiliza la opción 'User Defined Result' dentro del apartado 'Solution' y se introduce la ecuación comentada cuya notación en el programa coincide con la expuesta.

## 7.2 Análisis de la aplicación de esfuerzos

En las fases iniciales del modelado de las zonas de aplicación se ha empleado únicamente la herramienta ‘Remote Point’ para incorporar las fuerzas y momentos sobre las caras seleccionadas. Sin embargo, con este método todas las caras soportan todos los esfuerzos y no se tiene en cuenta, por ejemplo, que las caras en contacto con las palas no resisten realmente las fuerzas en la dirección longitudinal de ésta, entre otras suposiciones. Además, tampoco se ha considerado previamente la fuerza de compresión que ejerce el tornillo de anclaje entre la pala y la pieza a estudio.

### 7.2.1 Compresión ejercida por el tornillo

Para calcular la fuerza ejercida por el apriete del tornillo sobre el sistema se emplea como referencia la norma UNE 17108-1981 (Tornillos y tuercas de acero). En concreto, al tratarse de un tornillo M2 de cabeza cilíndrica (Figura 7-2), se utiliza la tabla II de la norma expuesta, que describe además los parámetros para el material de peor calidad, lo que se asemeja más al tipo de tornillo empleado en esta aplicación.



Figura 7-2. Tornillo M2 de sujeción de la pala.

De esta tabla se obtiene el momento de apriete ( $M$ ) en Nm de cada tipo de tornillo, asumiendo un esfuerzo máximo del 80 % sobre el límite elástico, que se emplea para obtener la carga de tracción sobre el tornillo ( $F_t$ ) en decanewtons a través de la ecuación (7-2), donde  $P$  representa el paso de la rosca en milímetros,  $\mu$  es el coeficiente de rozamiento entre las superficies de contacto,  $d_2$  es el diámetro medio de la rosca del tornillo,  $D_e$  es el la distancia entre caras de la cabeza del tornillo o de la tuerca y  $D_i$  representa el diámetro mínimo de la superficie de contacto de la cabeza del tornillo (diámetro nominal) o de la tuerca.

$$M = \frac{F_t}{1000} [0.161 P + 0.583 \mu d_2 + 0.25 \mu (D_e + D_i)] \quad (7-2)$$

Como se desconoce el coeficiente de rozamiento entre las superficies, se supone uno intermedio de valor  $\mu=0.1$ . En la Tabla 7-1 se reflejan los valores de cada variable empleados para el cálculo de la fuerza apriete.

Tabla 7-1. Valores empleados para el cálculo del apriete del tornillo.

Variable	Valor
M	0.0082 Nm
$\mu$	0.1
P	0.4 mm
D	2 mm
d2	1.74 mm
De (según norma ISO DIN 13)	4 mm
Di	2 mm

La fuerza que se obtiene como resultado equivale a la tracción que soporta el tornillo una vez aplicado el par de apriete, cuyo valor es de  $F_t = 259.6$  N. Esta fuerza es muy elevada, sobre todo teniendo en cuenta que por simplicidad no se va a diseñar la zona de aplicación de esta fuerza en las roscas interiores de los orificios, sino que las superficies de aplicación se encuentran en la cabeza del tornillo y de la tuerca. Considerando que este método para la obtención de la fuerza está dirigido a aplicaciones industriales y que por consiguiente el resultado puede ser excesivo para esta aplicación, se emplea para el resto del análisis un 10% del valor obtenido. Puede parecer un porcentaje pequeño, pero en la mayoría de encastres de este tipo el grado de libertad de la pala que corresponde al giro relativo sobre el tornillo (arrastre) no se suele restringir de manera completa, debido a que las propias fuerzas de inercia colocan la pala en la posición adecuada.

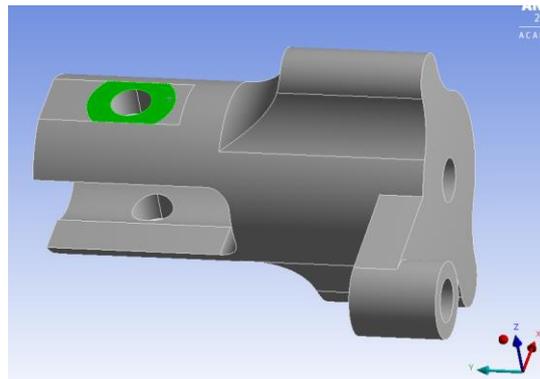


Figura 7-3. Zona de aplicación<sup>4</sup> de la fuerza de apriete del tornillo.

## 7.2.2 Reestructuración de las zonas de aplicación de los esfuerzos

Para aplicar los esfuerzos más coherentemente se dividen las caras usadas previamente con la herramienta 'Remote Point' y las caras de aplicación del apriete del tornillo en 4 zonas de aplicación principales: orificios de los tornillos (Figura 7-4a), apoyos tuerca/tornillo (Figura 7-3), caras en contacto con la pala superiores (según el eje Z) (Figura 7-4b) y caras en contacto con la pala inferiores (Figura 7-4c). En la Tabla 7-2 se resumen los esfuerzos aplicados en cada zona. Las fuerzas en la dirección X e Y se aplican exclusivamente en el alojamiento del tornillo y sólo para las caras que se encuentran en la dirección de cada fuerza. Las caras en contacto con la pala superiores e inferiores resisten todos los momentos mediante un 'Remote Point' (que ahora sólo comprende estas 4 caras) y, además, sobre ellas están aplicadas las fuerzas que se generan como reacción de la pala al apriete del tornillo. Asimismo, sobre las caras superiores se aplica también la fuerza de sustentación ( $F_z$ ).

<sup>4</sup> En la parte no visible se encuentra la otra zona de aplicación cuya geometría es idéntica a la representada

Tabla 7-2. Resumen de la aplicación de fuerzas.

Esfuerzos	Orificios	Caras superiores	Caras inferiores	Apoyo tuerca/tornillo
$F_x$	✓	✗	✗	✗
$F_y$	✓	✗	✗	✗
$F_z$	✗	✓	✗	✗
$M_x$	✗	✓	✓	✗
$M_y$	✗	✓	✓	✗
$M_z$	✗	✓	✓	✗
Aprietedel tornillo	✗	✓	✓	✓

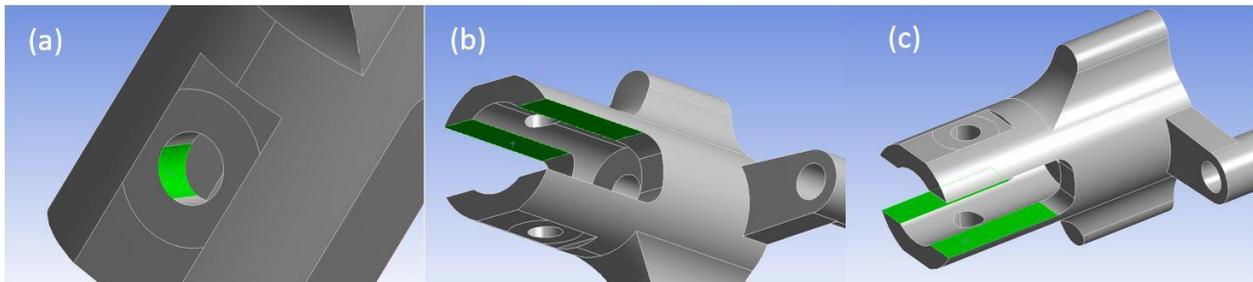


Figura 7-4. Orificio de los tornillos (a), caras superiores (b) y caras inferiores (c).

### 7.3 Otros aspectos a tener en cuenta

Debido a las altas velocidades de rotación y a las consecuentes fuerzas de inercia que se dan durante el funcionamiento normal del sistema se pueden producir fenómenos que afecten al resultado final de las tensiones en la pieza a estudio. En esta sección se comenta la influencia de la no-linealidad geométrica y la rigidización centrífuga sobre el modelo analizado.

#### 7.3.1 No-linealidad geométrica

En casos en los que se producen grandes desplazamientos es importante considerar las no-linealidades geométricas. La presencia de grandes desplazamientos no implica necesariamente unas deformaciones elevadas, por ejemplo, en el caso de una viga de una envergadura suficiente y ante las cargas adecuadas puede producirse una flecha grande, aunque las deformaciones no lo sean. Las deformaciones elevadas sólo pueden ocurrir ante gradientes de desplazamiento elevados, aunque, incluso en este caso, se podrían considerar las leyes lineales si las deformaciones son bajas (menores al 2%) [14].

En piezas sometidas a rotación (como es el caso) los efectos de los grandes desplazamientos pueden ser significativos y las simplificaciones lineales pueden dejar de ser correctas. Para comprobar la influencia de estas no linealidades en la pieza a estudio se realiza un estudio similar a los empleados previamente, pero activando las no linealidades geométricas en el modelo de elementos finitos. Esto se lleva a cabo activando 'Large deflection' en el apartado 'Analysis Settings' del modelo en *Ansys*.

La comparación del resultado con esta opción activada e inactivada no arroja diferencias ni en la posición del punto crítico ni tampoco en los desplazamientos y deformaciones, siendo el valor de estos parámetros de 0.1 mm y 0.3 % respectivamente para 7000 RPM y 11° de ángulo de paso. Aunque se determina que la influencia de este fenómeno es despreciable, la opción 'large deflection' se mantiene activada durante las siguientes fases del análisis ya que los parámetros de vuelo utilizados en este análisis preliminar pueden diferir de los parámetros finales.

### 7.3.2 Fuerza centrífuga

Aunque en la prueba anterior las fuerzas de inercia de la pala sí se tenían en cuenta (estaban dentro de las fuerzas que se obtenían de la co-simulación) las fuerzas de inercia de la pieza a estudio no se contemplaban.

Las fuerzas de inercia debidas a la rotación pueden ser importantes y además pueden provocar fenómenos no lineales como los anteriormente comentados. Para estudiar esta variable, se introduce la fuerza de inercia con el comando 'Rotational velocity' y se mantiene activado 'Large Deflection'. En 'Rotational velocity' se introduce el valor de la velocidad de giro y el punto y eje de rotación. Hay que tener en cuenta que las restricciones impuestas en el sistema son suficientes al quedar los desplazamientos axiales (en este caso dirección Y) también restringidos a través de las condiciones establecidas con la herramienta 'Cylindrical Support'.

Aplicando los mismos parámetros de vuelo que en el apartado anterior no se aprecian diferencias en ninguna de las variables analizadas (tensiones, desplazamientos, ...). En cualquier caso, y debido a la misma razón expuesta anteriormente, este análisis se repetirá cuando se disponga de los parámetros de vuelo finales.

## 7.4 Fases de vuelo

La definición de estas fases es muy importante para el análisis, ya que rigen la magnitud de los esfuerzos que soporta el sistema y por lo tanto afectarán de manera apreciable a la vida a fatiga del elemento a estudio. El vuelo típico de una aeronave convencional puede dividirse en 3 fases principales: despegue, vuelo de crucero y aterrizaje.

Sin embargo, al tratarse de una aeronave con posibilidad de despegue y aterrizaje vertical (VTOL), debe existir una fase de transición entre el despegue y el vuelo de crucero horizontal. Esta fase a su vez se divide para el análisis en dos subfases: la primera es parecida a la fase anterior pero el empuje necesario es menor ya que comienza a producirse una velocidad horizontal que provoca cierta sustentación por parte de las alas. La segunda se asemeja más a una fase de crucero en la que la mayor parte del peso es sustentado por las alas, pero la velocidad horizontal alcanzada todavía no es la de crucero.

Por otra parte, la propia fase de crucero se divide en tres fases en función de la velocidad de avance: crucero nominal, fase que se desarrolla la mayor parte del vuelo donde la velocidad de avance es relativamente alta; crucero lento, en el que se baja la velocidad para las circunstancias que así lo requieran y crucero ante aterrizaje, que se produce como preparación de la fase de aterrizaje y en la que la velocidad de avance se ve aun más disminuida.

Por último, la fase de aterrizaje implica una velocidad de avance negativa que el modelo de fuerzas aerodinámicas empleado no puede generar y por tanto esta fase no será analizada en el estudio. Además, hay que tener en cuenta que la velocidad de giro (principal parámetro que aumenta la magnitud de los esfuerzos) en esta fase es reducida y por lo tanto el daño derivado de ella no será tan relevante como en el resto de fases.

### 7.4.1 Cálculo de los parámetros de vuelo

Cada fase de vuelo se caracteriza por 3 parámetros: velocidad de giro del rotor, ángulo de paso de las palas y velocidad axial del sistema. En una primera iteración para definir estas fases se decide emplear una velocidad de giro máxima para la que la velocidad de punta de pala sea el 245 m/s, con lo que se obtiene una velocidad de 17218.14 RPM. Esta velocidad servirá como referencia para el resto de fases en las que se empleará un porcentaje de esta. Este porcentaje y los otros dos parámetros de vuelo se escogen en función de las magnitudes empleadas normalmente para este tipo de ciclos de vuelo y están reflejadas en la Tabla 7-3.

Tabla 7-3. Parámetros de vuelo iniciales.

Fase	Velocidad de giro	Ángulo de paso	Velocidad axial
Despegue	100 % (1803.08 rad/s)	12°	5 m/s
Transición 1ª parte	70 % (1262.156 rad/s)	8°	5 m/s
Transición 2ª parte	40 % (721.232 rad/s)	6°	15 m/s
Crucero lento	50 % (901.54 rad/s)	6°	25 m/s
Crucero nominal	80 % (1442.464 rad/s)	12°	35 m/s
Crucero ante aterrizaje	50% (901.54 rad/s)	6°	25 m/s

Sin embargo, estos datos se han seleccionado sin tener en cuenta el modelo de fuerzas aerodinámicas empleado y en la mayoría de fases los parámetros de vuelo introducidos originan errores, debido en su mayor parte a la falta de concordancia entre la velocidad de avance y el resto de parámetros.

Para solucionar el problema y disponer de unos datos realistas pero que puedan ser incorporados en la simulación, se emplea el propio modelo de fuerzas para obtener los parámetros de vuelo. A diferencia del modelo usado en la co-simulación, este programa utiliza como entradas el peso, la velocidad de giro y la resistencia aerodinámica, obteniéndose como resultado el ángulo de paso que genera el empuje necesario. El código de este modelo se expone en el apartado C.2 del Anexo C. La velocidad de giro se obtiene a partir de las indicaciones de la empresa especializada en aeromodelismo APC [15] según la ecuación (7-3) donde  $D_r$  representa el diámetro del rotor completo en pulgadas.

$$RPM_{MAX} = 150000 \times D_r = 1.4023 \cdot 10^4 \text{ RPM} \quad (7-3)$$

Durante un ciclo de vuelo habitual la velocidad de giro nunca alcanza este valor, sino que se suele utilizar en torno a un 80 % de ella. Este porcentaje de utilización se denomina 'posición de palanca' y se suele expresar en tanto por 1.

Por último, será necesario definir, para cada condición de vuelo, la resistencia aerodinámica del sistema (D). El método de cálculo de este parámetro depende en gran medida del tipo de vuelo (vertical/horizontal) y será comentado para cada fase de vuelo.

#### 7.4.1.1 Despegue

La aeronave a estudio despegue de manera horizontal y cuenta con dos rotores móviles, por lo que el empuje de cada rotor (T) necesario para llevar a cabo esta operación debe ser igual a la mitad del peso (W) más la mitad de la resistencia aerodinámica totales, como queda reflejado en la ecuación (7-4). Para esta fase se considera que la velocidad de ascenso es constante e igual a 5 m/s.

$$2T = W + D \quad (7-4)$$

El valor de la resistencia aerodinámica para esta fase se calcula a partir de la presión dinámica (q), la superficie alar en planta (S) y el coeficiente aerodinámico de resistencia ( $C_D$ ). La presión dinámica se calcula mediante la densidad del fluido, en este caso la del aire, y la velocidad de avance del sistema. El resto de los parámetros son datos conocidos ya que para S se ha empleado un modelo 1:2 de la aeronave real ( $S=0.1225 \text{ m}^2$ ) y para  $C_D$  se ha supuesto un valor de 0.5. Esta estimación de parámetros es preliminar y definen datos del modelo que quedan fuera del alcance de este estudio. Por último, se ha supuesto una masa total de la aeronave de 2.6 kg. Las expresiones utilizadas para el cálculo de la resistencia aerodinámica se exponen en las ecuaciones (7-5) y (7-6).

$$D = qSC_D \quad (7-5)$$

$$q = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (7-6)$$

Estos valores y ecuaciones se introducen en el modelo de fuerzas para calcular el ángulo de paso necesario, obteniéndose un valor de 9.545°.

Tabla 7-4. Parámetros de vuelo en la fase de despegue.

V. Avance	Pos. Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2
5 m/s	0.8	1.1218 10 <sup>4</sup>	9.545°	13.18 N	0.4307 N

#### 7.4.1.2 Crucero nominal

En esta fase las velocidades de avance son más altas pero el empuje necesario es menor, ya que es la propia sustentación de la aeronave, y no el empuje del rotor, la que contrarresta el peso, por lo que éste no se tiene en cuenta para calcular T en la ecuación (7-4). Por otra parte, La resistencia aerodinámica también disminuye al ser C<sub>D</sub> en este caso de la forma:

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \quad (7-7)$$

Donde C<sub>D0</sub> es el coeficiente de resistencia parasitaria, C<sub>L</sub> es el coeficiente de sustentación y K es el coeficiente de resistencia inducida. Los valores empleados de estas variables se exponen en la Tabla 7-5 y, de manera similar a lo comentado con anterioridad, se trata de valores aceptables para el modelo a escala empleado pero su definición escapa al alcance de este trabajo, por lo que, si bien sus valores pueden ser ajustados de manera más precisa, se considerarán estos datos como adecuados para el estudio aunque se traten de simplificaciones. Al igual que en el caso anterior, se introducen estos valores en el modelo de fuerzas y se obtiene que el ángulo de paso necesario para una velocidad de avance de 15 m/s es de 7.85°.

Tabla 7-5. Parámetros de vuelo en la fase de crucero nominal.

V-Avance	Pos.Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2	C <sub>D0</sub>	C <sub>L</sub>	K
15 m/s	0.8	1.1218 10 <sup>4</sup>	7.85°	0.2326 N	0.2326 N	0.02	0.5	0.04

Cuando se aumenta la velocidad de avance se produce un fenómeno anómalo a lo largo de la pala. Al haber considerado una pala simétrica (sin torsión), cuando las velocidades de avance aumentan, la tracción que produce la pala en las zonas cercanas al eje es negativa (autorrotación), al ser el propio aire el que hace girar la pala en estas zonas donde la velocidad lineal de la pala es menor. Este efecto se contrarresta en la zona más alejada de pala que genera el empuje necesario tanto para conseguir ese avance como para anular el empuje negativo, siendo la tracción resultante de toda la pala positiva. Esta es la razón por la que en muchos casos se emplean palas torsionadas, ya que se consiguen ángulos de paso mayores en las zonas donde se produciría en caso contrario la autorrotación. Este efecto se aprecia en la Figura 7-5 donde se ilustra el valor del diferencial de empuje a lo largo de la pala cuya envergadura ha sido adimensionalizada a 1.

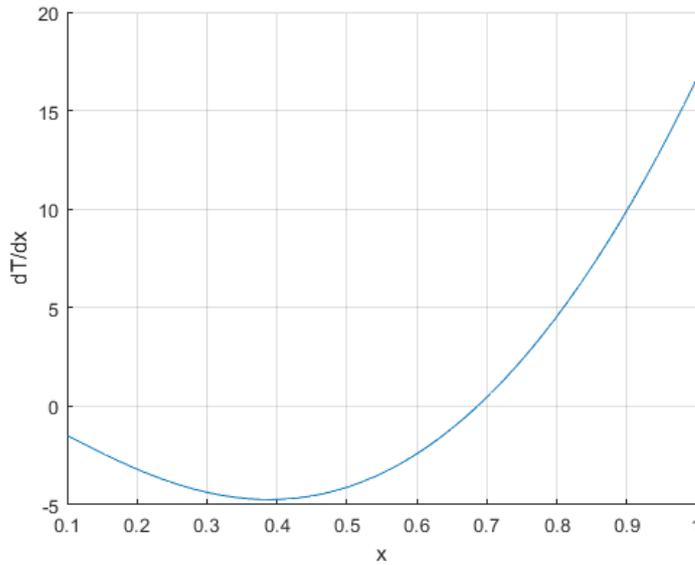


Figura 7-5. Diferencial de empuje a lo largo de la pala para la fase de crucero nominal.

**7.4.1.3 Crucero lento**

Para obtener los parámetros de esta fase se han usado las mismas expresiones y valores de la resistencia que en el caso anterior. Como ya se ha comentado en capítulos previos, en este tipo de aeronaves es habitual emplear el ángulo de paso para controlar la velocidad de avance manteniendo la velocidad de giro constante. Por ello, en este caso en el que la velocidad axial se ha supuesto de 10 m/s, el ángulo de paso obtenido es menor que en la fase de crucero nominal e igual a 5.134°.

Tabla 7-6. Parámetros de vuelo en la fase de crucero lento.

V-Avance	Pos. Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2	C <sub>D0</sub>	C <sub>L</sub>	K
10 m/s	0.8	1.1218 10 <sup>4</sup>	5.134°	0.1034 N	0.1034 N	0.02	0.5	0.04

Al igual que en el caso anterior y, debido a que la velocidad de avance es todavía elevada, se produce el fenómeno de autorrotación.

**7.4.1.4 Transiciones**

Se suponen dos fases de transición: la primera a una velocidad ligeramente superior a la de despegue y con un modelado de la resistencia aerodinámica igual que el de esta fase, pero con un peso de la mitad para simular la disminución del peso provocada por la sustentación de la aeronave; la segunda es parecida a la fase de crucero nominal, con un modelado de la resistencia realizado de manera análoga, pero con un C<sub>L</sub> superior ya que en esta fase la sustentación no es todavía suficiente como para contrarrestar la misma parte del peso. La velocidad en esta segunda fase será ligeramente inferior a la de la fase de crucero y la posición de palanca para ambas fases se mantiene en 0.8 (80%).

Tabla 7-7. Parámetros de vuelo de la 1ª parte de la transición.

V. Avance	Pos. Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2
8 m/s	0.8	1.1218 10 <sup>4</sup>	8.08°	7.479 N	1.1025 N

Tabla 7-8. Parámetros de vuelo de la 2ª parte de la transición.

V-Avance	Pos.Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2	C <sub>D0</sub>	C <sub>L</sub>	K
12 m/s	0.8	1.1218 10 <sup>4</sup>	6.6124°	0.893 N	0.893 N	0.02	2	0.04

#### 7.4.1.5 Crucero ante aterrizaje

Por último, en preparación para el aterrizaje, la aeronave debe volar a una velocidad horizontal menor, del entorno de 6 m/s. En este caso no es posible disminuir el ángulo de paso manteniendo la velocidad de giro para conseguir esta velocidad, ya que la velocidad de giro es demasiado elevada para estas condiciones de resistencia y velocidad, por lo que se disminuye la posición de palanca y, por lo tanto, el régimen de giro. El método de cálculo de la resistencia aerodinámica es idéntico al empleado en el resto de las fases de crucero.

Tabla 7-9. Parámetros de vuelo de la fase crucero ante aterrizaje.

V-Avance	Pos.Palanca	RPM	Áng. paso	T	D/2	C <sub>D0</sub>	C <sub>L</sub>	K
6 m/s	0.6	8.414 10 <sup>3</sup>	4.0688°	0.0372 N	0.0372 N	0.02	0.5	0.04

## 7.5 Procedimiento de daño acumulado

Para analizar la vida a fatiga de cualquier elemento es necesario definir y caracterizar los ciclos de carga que soporta. En los casos más simples, con una tensión uniaxial cuya variación es constante e idéntica a lo largo del tiempo, sólo es necesario calcular número de ciclos hasta el fallo para averiguar la vida a fatiga. Sin embargo, en el caso a estudio estos ciclos no son iguales ya que, por ejemplo, las cargas soportadas en cada fase difieren. En consecuencia, se hace necesario un procedimiento capaz de calcular la vida a fatiga del elemento en estas circunstancias, siendo uno de los más simples el método de daño acumulado de Palmgren-Miner. Este método consiste en el cálculo del número de ciclos hasta el fallo para cada ciclo definido y su posterior introducción en la ecuación (7-8). En esta expresión  $N_i$  es el número de ciclos hasta el fallo para el ciclo 'i' y  $n_i$  representa el número de repeticiones que se producen de este ciclo. D refleja el daño acumulado a medida que se introduce el número de ciclos hasta el fallo de los diferentes ciclos y, cuando D alcanza el valor unidad, se produce el fallo. Con este método es fácil obtener el daño acumulado de los ciclos producidos dentro de un vuelo completo y calcular el número de vuelos hasta el fallo realizando la inversa del resultado obtenido (1/D).

$$D = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_i}{N_i} + \dots \quad (7-8)$$

### 7.5.1 Definición de los ciclos de fatiga

Para aplicar la regla de Palmgren-Miner es necesario definir previamente los ciclos de fatiga que soporta el elemento. Estos ciclos reflejan en el caso a estudio las dos situaciones consecutivas de tensiones que se emplean para aplicar el método de Fatemi-Socie y es necesario definir tanto el plano crítico en que será aplicado como las situaciones mencionadas, para lo que se emplea el procedimiento 'Rainflow' y lo que se ha denominado en este análisis como procedimiento de plano crítico global.

#### 7.5.1.1 Procedimiento de plano crítico global

Hasta ahora se ha comentado el procedimiento para la obtención del plano crítico en una fase, sin embargo, en un vuelo completo tanto este plano como el punto crítico donde es calculado pueden variar. Para realizar todo

el análisis sobre un único plano es necesario determinar cuál de ellos es el que produce el mayor daño a lo largo del vuelo.

El proceso ideal para calcular este plano consiste en calcular para cada ciclo el daño máximo producido en el punto crítico del ciclo en cuestión y el daño que se produce para todos los puntos que son críticos en el resto de ciclos. Sin embargo, este procedimiento requiere del análisis de multitud de planos y puntos críticos, por lo que, para simplificar el método, se escogerá como punto y plano crítico global aquel que produzca el mayor daño para una fase aislada estableciendo como ciclo el formado por la propia fase precedida y sucedida por fases de reposo.

Este plano se calcula de manera análoga a lo expresado previamente en el Capítulo 6, obteniéndose el ángulo  $\vartheta$ . Esta variable representa el ángulo formado por la normal del plano crítico global con la dirección 1 en el plano 1-3 del sistema de coordenadas principales para el ciclo aislado que provoca el mayor daño, pero carece de un significado global ya que las direcciones de las tensiones principales no son las mismas para todos los ciclos por lo que se hace necesario establecer un procedimiento para obtener esta dirección en el sistema de coordenadas globales a partir de la que calcular las tensiones normales y tangenciales para el cálculo de la vida a fatiga del resto de ciclos. En primer lugar, la dirección de la normal al plano crítico se puede calcular mediante el ángulo  $\vartheta$  según la ecuación (7-9).

$$v = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \\ 0 \\ \sin \theta \end{pmatrix} \tag{7-9}$$

Por otra parte, *Ansys* proporciona los ángulos de Euler para el sistema de coordenadas principal con los que se pueden obtener las coordenadas del vector normal al plano crítico en el sistema de coordenadas XYZ. La secuencia de ángulos empleada en este programa es la 3-1-2, es decir, primero una rotación sobre el eje Z de valor  $\alpha$ , después sobre el eje X' (resultado de la primera rotación) de magnitud  $\beta$  y por último sobre el eje Y'' (resultado de las dos primeras rotaciones) de magnitud  $\gamma$ .

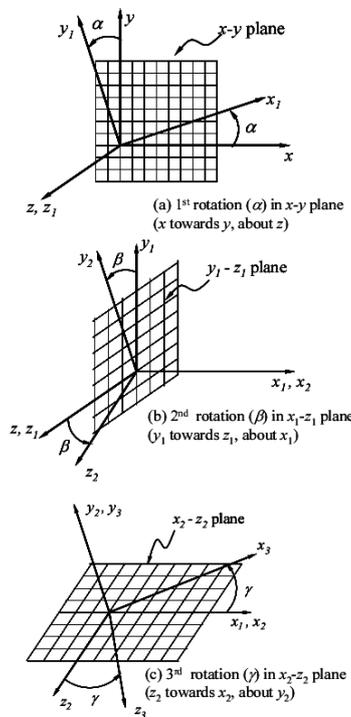


Figura 7-6. Secuencia de los ángulos de Euler en Ansys [16].

Para obtener entonces la dirección del plano crítico en el sistema de coordenadas XYZ se deben realizar las rotaciones de forma inversa, esto es, primero una rotación alrededor del eje  $y''$  de valor  $-\gamma$ , después una

rotación alrededor del eje  $x'$  de valor  $-\beta$  y por último una rotación alrededor del eje  $z$  de valor  $-\alpha$ , con lo que se obtiene la matriz de rotación  $R$  indicada en la ecuación (7-13).

$$R_1 = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (7-10)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (7-11)$$

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7-12)$$

$$R = R_1 R_2 R_3 \quad (7-13)$$

La normal del plano crítico en coordenadas XYZ se calcula premultiplicando el vector en coordenadas principales por la matriz de rotación  $R$ . Con este vector y aplicando el Teorema de Cauchy se pueden obtener las tensiones normales y tangenciales en el plano crítico a partir de las tensiones normales en el sistema de coordenadas global.

$$n = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = Rv \quad (7-14)$$

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (7-15)$$

$$\sigma = T_i n_i \quad (7-16)$$

$$|\tau| = \sqrt{|T_i|^2 - \sigma^2} \quad (7-17)$$

De esta manera es posible calcular las variables necesarias para aplicar el procedimiento de Fatemi-Socie ( $\sigma_n$  máx y  $\gamma_a$ ) utilizando las relaciones (7-18) y (7-19).

$$\sigma_n \text{ máx} = \max(\sigma) \quad (7-18)$$

$$\gamma_a = \frac{\max(\tau) - \min(\tau)}{G} \quad (7-19)$$

### 7.5.1.2 Rainflow

Cuando la variación de las cargas se produce de manera aleatoria, la obtención de los ciclos no se puede realizar de manera directa. Existen diferentes métodos para transformar un espectro de carga aleatoria en ciclos simples, entre los que se encuentran los métodos de conteo de ciclos que, junto con la regla de Palmgren-Miner anteriormente expresada, permiten obtener la vida a fatiga. Uno de los métodos de conteo de ciclos más empleados en la industria y que arroja un resultado más preciso es el denominado método ‘Rainflow’ [4].

El primer paso en la aplicación del método consiste en la determinación de los picos y valles en el espectro de cargas. En casos uniaxiales se puede emplear la tensión o deformación como forma de obtener estos puntos, sin embargo, en este caso cabría la posibilidad de emplear distintas opciones. La opción escogida en cada caso se comentará junto con los resultados obtenidos posteriormente.

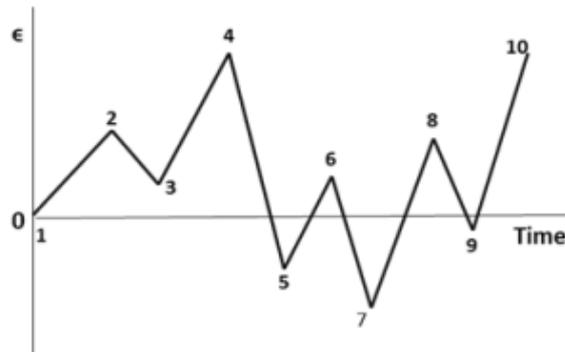


Figura 7-7. Diagrama de picos y valles para la aplicación del procedimiento de Rainflow [4].

La siguiente fase consiste en agrupar los picos y valles de manera que esa sucesión de cargas genere un lazo de histéresis cerrado en la curva tensión-deformación. La denominación de este método (Rainflow) no es casual ya que esta fase del procedimiento se puede llevar a cabo directamente en el diagrama de picos y valles mediante un algoritmo que visualmente se podría asemejar al estudio del flujo que seguiría la lluvia a través de un tejado. Una vez determinada una pareja en el diagrama, estos picos/valles se eliminan y se realiza el mismo procedimiento en el diagrama resultante. Si en alguno de estos pasos no se pudiera continuar, se consideraría cada par de fases consecutivas como un ciclo incluyendo en el daño acumulado  $\frac{1}{2}$  del daño obtenido ( $n_i$ ). Lo mismo ocurriría si la pareja de fases resultante de la aplicación del criterio se encuentra al inicio o al final del diagrama.

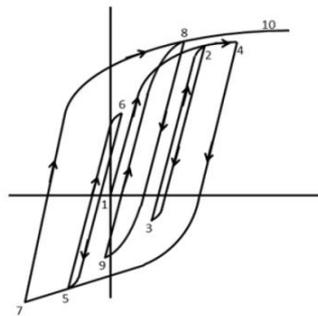


Figura 7-8. Representación de los ciclos de carga en la curva tensión-deformación [4].

Para la automatización del proceso en el análisis llevado a cabo, se genera un programa de Matlab cuyo código se expone y describe en el Anexo B.

## 7.6 Amortiguamiento y vibraciones

La variación de cargas en el caso a estudio de produce por la variación de esfuerzos entre las fases de vuelo y por las vibraciones inherentes a cada una de ellas. La respuesta de un sistema a las variaciones de cargas viene definida en su mayor parte por tres parámetros: la masa, la rigidez, y el amortiguamiento.

### 7.6.1 Amortiguamiento

La masa y rigidez del sistema son introducidas en el programa de elementos finitos a través de la propia definición del material. Sin embargo, el amortiguamiento debe ser estudiado e implementado de manera manual.

Se supone un amortiguamiento estructural del 1 % como único parámetro que afecta al estudio de la respuesta. Este valor se introduce para un determinado rango de frecuencias definido habitualmente por las frecuencias naturales de los primeros modos de vibración del sistema. Las frecuencias naturales son aquellas a las que el sistema tiende a vibrar cuando no es excitado de manera externa (vibración libre). La deformada de cada una de estas frecuencias se denomina modo de vibración. Para este análisis se emplea el rango comprendido por las frecuencias naturales de los 2 primeros modos.

La obtención de estas frecuencias en *Ansys* se realiza mediante el bloque ‘Modal’. Al igual que en los casos anteriores se requiere la definición de la malla empleada y las condiciones de contorno en desplazamientos, así como la especificación del número de frecuencias a muestrear. De la realización de este análisis se obtienen las frecuencias naturales reflejadas en la Tabla 7-10 y la visualización de cada modo normalizado, expuesta en la Figura 7-9, donde los colores cálidos reflejan las zonas en las que el desplazamiento es mayor.

Tabla 7-10. Frecuencias naturales de los dos primeros modos de vibración del elemento.

Modo	Frecuencia natural
1	14791 Hz
2	14811 Hz

EL valor de las frecuencias es muy elevado debido a que la geometría de la pieza a estudio es poco esbelta y, por lo tanto, relativamente rígida.

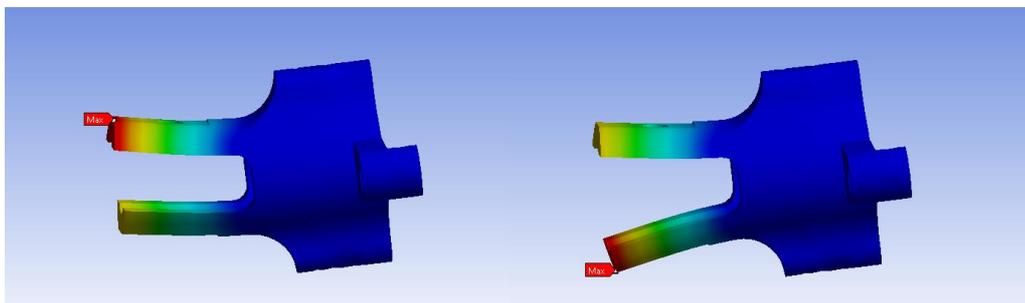


Figura 7-9. Visualización de los dos primeros modos de vibración del elemento.

La aplicación del amortiguamiento en *Ansys* se realiza mediante los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$ . Estos parámetros multiplican a las matrices de masa ( $M$ ) y rigidez ( $K$ ) del sistema y se obtienen mediante las expresiones (7-21) y (7-22) donde  $w_1$  y  $w_2$  representan las frecuencias naturales calculadas y  $\varepsilon$  es el coeficiente de amortiguamiento en tanto por 1.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (7-20)$$

$$\alpha = 2\varepsilon \left[ \frac{w_1 w_2}{(w_1 + w_2)} \right] \quad (7-21)$$

$$\beta = \frac{2\varepsilon}{(w_1 + w_2)} \quad (7-22)$$

El resultado obtenido se introduce en la pestaña ‘Damping Controls’ dentro de la sección ‘Analysis Settings’ de *Ansys*.

Damping Controls	
Stiffness Coefficient...	Direct Input
<input type="checkbox"/> Stiffness Coeffici...	1,0725e-007
<input type="checkbox"/> Mass Coefficient	929,97

Figura 7-10. Pestaña ‘Damping Controls’ en Ansys.

## 7.6.2 Vibraciones y transitorios

Las vibraciones que sufre un rotor durante el vuelo dependen de diversos factores y aunque éstas ocurren de manera habitual, su implementación en este procedimiento es complejo ya que son difíciles de calcular de forma analítica. Existen algunas guías sobre el valor aproximado de estos fenómenos durante el vuelo, pero todas ellas están referidas a aeronaves de gran envergadura (en su mayoría militares). Se podría asumir, de manera relativamente acertada, que las vibraciones en las escalas de tamaño que se manejan en el estudio son pequeñas y por lo tanto suponer que no afectan a la vida a fatiga.

Sin embargo, para comprobar esta suposición, se dispone de datos experimentales de vibraciones en banco de un rotor de mayor envergadura proporcionados por el Departamento de Ingeniería Aeroespacial (Figura 7-11). Aunque la magnitud de estas vibraciones pueda ser superior a las esperadas en el sistema analizado, si éstas no provocan ninguna disminución de la vida a fatiga se podría concluir que la suposición inicial es correcta. Los datos ofrecen los resultados de las aceleraciones que se producen en el eje Z (eje paralelo al de giro) divididas por la aceleración gravitacional, es decir, en la magnitud adimensional ‘g’.

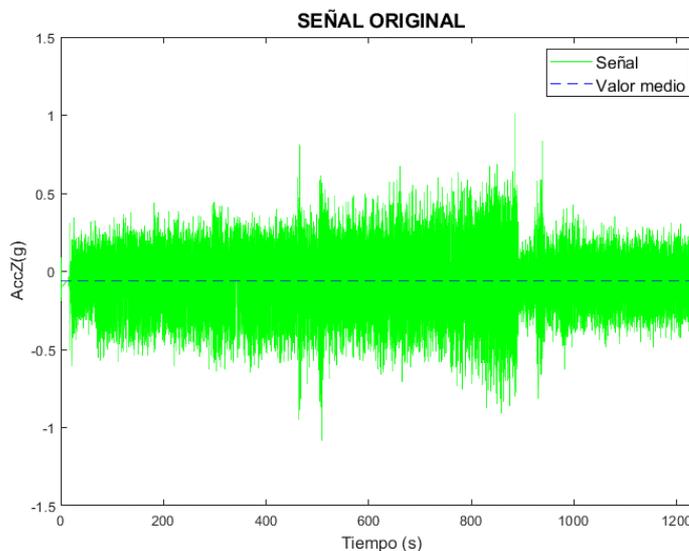


Figura 7-11. Señal original.

Para analizar los datos se selecciona un tramo de la señal proporcionada comprendido entre  $t=220$  s y  $t=210$  s. La influencia de las vibraciones depende tanto de su amplitud (mayor amplitud equivale a mayor diferencia entre tensiones y por lo tanto más daño) y de la frecuencia de estas ya que, a mayor frecuencia, mayor número de ciclos por vuelo. Por ello se decide analizar la señal en el dominio de la frecuencia (Figura 7-12) para, de esta manera, poder obtener las frecuencias más relevantes y su amplitud. No obstante, la señal presenta multitud de frecuencias con amplitud baja en todo el rango, lo que puede indicar que se trata de una señal muy aleatoria y que, a priori, no presenta un patrón de repetición definido.

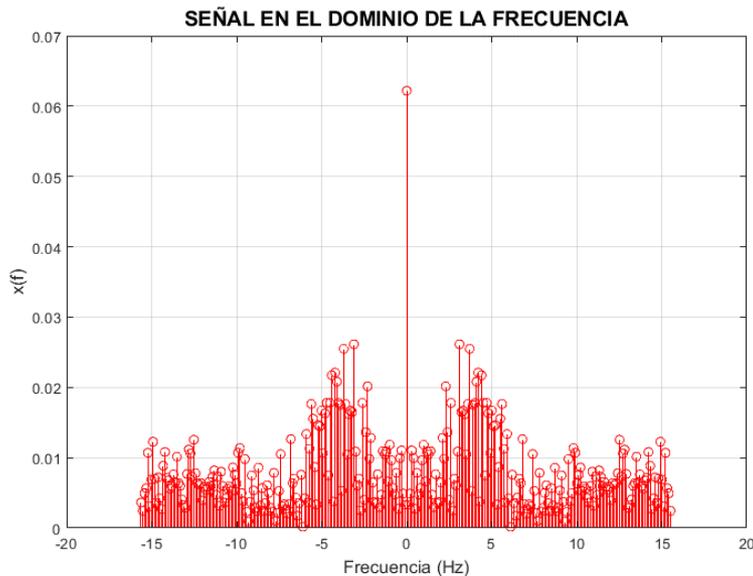


Figura 7-12. Señal en el dominio de la frecuencia.

Hay que tener en cuenta que la frecuencia de muestreo no puede ser modificada y por lo tanto puede que se haya producido *aliasing* durante la toma de datos. El *aliasing* es un fenómeno que provoca la alteración de las señales al intentar discretizarlas con una frecuencia de muestreo por debajo de dos veces la frecuencia máxima de la señal analizada, siendo esta frecuencia umbral la frecuencia de Nyquist. Al digitalizar la señal con una frecuencia por debajo de la frecuencia de Nyquist, las frecuencias superiores a esta de dicha señal digitalizada aparecen como armónicos de frecuencias iguales o inferiores a la anterior, por lo que se podría decir que se altera la señal, provocando un evidente error al comparar la señal original con la señal digitalizada.

Otro factor que puede influir en el tratamiento de la señal es el fenómeno de *leakage*. El *leakage* se produce al discretizar una señal periódica sin incluir un número entero de ciclos, lo que provoca la aparición de amplitudes erróneas en el dominio de la frecuencia al incluirse armónicos ficticios.

Para eliminar la influencia del *leakage* existen diversos métodos, el seleccionado consiste en multiplicar la señal por una ventana de Hanning. Este procedimiento disminuye el efecto del *leakage* al forzar la señal a ser 0 tanto al inicio como al final de la muestra, por lo que en cualquier caso se está seleccionando un número entero de ciclos. La expresión de esta función aparece en la ecuación (7-23) donde T representa el período del intervalo seleccionado. El resultado gráfico de la aplicación de la ventana de Hanning puede visualizarse en la Figura 7-13.

$$y(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(2\pi \frac{t - T/2}{T}\right) \quad (7-23)$$

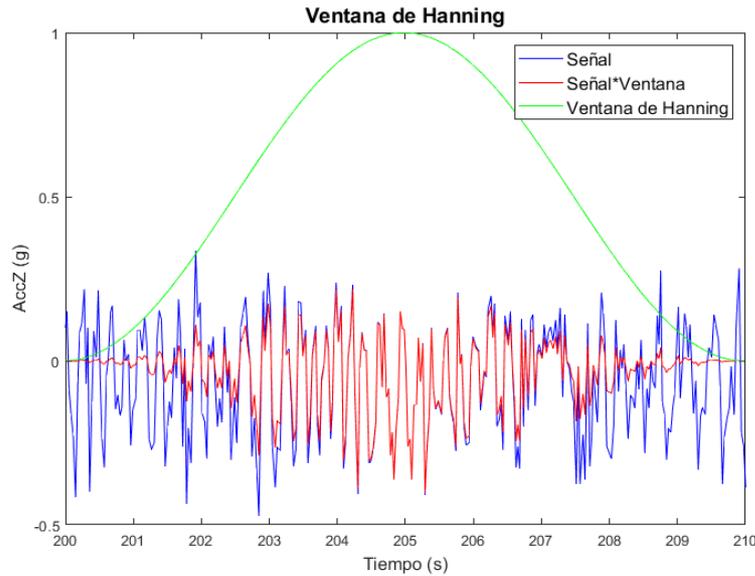


Figura 7-13. Resultado de la aplicación de la ventana de Hanning.

Para evitar, en la medida de lo posible, frecuencias parásitas provocadas por el fenómeno de *aliasing* se eliminan las frecuencias superiores a la mitad de la frecuencia máxima de muestreo.

Con el fin de comprobar la idoneidad de los procesos aplicados se realiza la anti-transformada de la señal en el dominio de la frecuencia mediante la anti-transformada de Fourier expresada en la ecuación (7-24). Como se puede apreciar en la Figura 7-14, incluso para un número elevado de frecuencias contempladas no se consigue una señal similar a la original.

$$x_l = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{j2\pi k \frac{l}{N}} \quad (7-24)$$

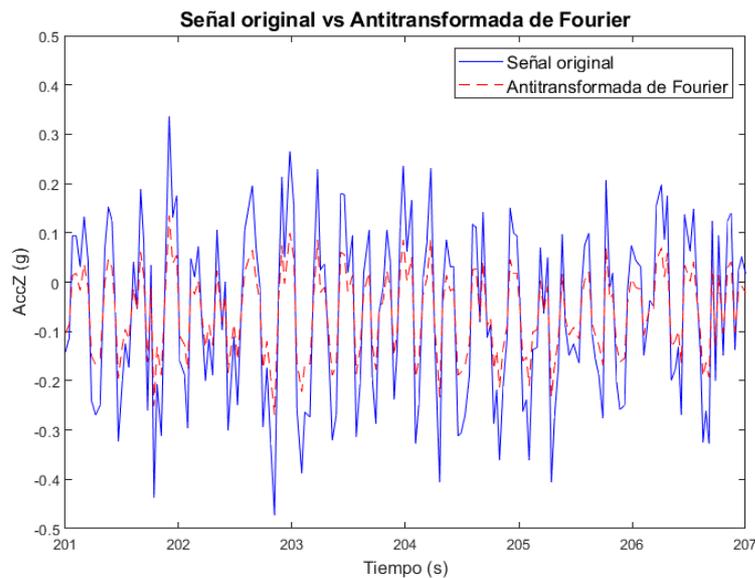


Figura 7-14. Comparación de la señal original y la antitransformada tras la aplicación de la ventana de Hanning y la supresión de las frecuencias superiores a la mitad de la frecuencia máxima de muestreo.

Estos resultados permiten afirmar que la simplificación de la señal no es posible y por lo tanto la única opción restante es introducir estos datos directamente en la simulación. Para ello se emplea la herramienta 'Acceleration' dentro de *Ansys* y se reduce el rango de tiempo de los datos escogidos a 5 segundos para disminuir el tiempo de simulación.

Una vez calculadas las tensiones y el punto crítico, se aplica el método de conteo de ciclos utilizando la tensión máxima principal en este punto para generar el diagrama de picos y valles y posteriormente se realiza el procedimiento a fatiga comentado anteriormente. Los resultados reflejan que estas vibraciones no afectan a la vida a fatiga de la pieza al obtenerse un número infinito de ciclos hasta el fallo y, teniendo en cuenta que además son datos obtenidos de un rotor de mayor envergadura, se puede concluir que la suposición inicial sobre la influencia nula de las vibraciones es correcta.

## 7.7 Resultados

Comprobados los efectos inocuos de las vibraciones en este análisis, los únicos parámetros que influyen en las variaciones de carga son los propios de cada fase del vuelo. Aunque también se pueden generar ciclos de tensiones producidos por los transitorios entre cada fase, el lapso entre cada una de ellas (aproximadamente 2.5 segundos) y las altas frecuencias a las que se aplica el amortiguamiento no permiten obtener ningún ciclo de carga durante el cambio de fase, es decir, la variación se produce de manera cuasi estática para el sistema.

Por lo tanto, para calcular los ciclos a fatiga sólo se tendrán en cuenta las fases de vuelo que, debido a lo comentado anteriormente, se pueden analizar por separado. Además, para comprobar la fiabilidad de los datos a fatiga obtenidos, se comprarán con el resultado de aplicar los dos modelos uniaxiales expuestos en 6.5.

En primer lugar, se lleva a cabo la co-simulación de cada fase empleando los parámetros expuestos en el apartado 7.4.1 para calcular todas las tensiones necesarias para el análisis. Las tensiones resultantes se exponen en el Anexo A.

Una vez obtenidas las tensiones y los puntos críticos de cada fase, se realiza el procedimiento de obtención de la vida a fatiga considerando un ciclo de la forma reposo-fase de vuelo-reposo. De esta manera se determina que la fase que provoca más daño es la fase de despegue, al ser la que devuelve un número de ciclos hasta el fallo menor. En la Tabla 7-11 se comparan los resultados obtenidos para cada fase mediante el procedimiento de Fatemi-Socie y los métodos uniaxiales. Como se puede apreciar, los métodos uniaxiales arrojan en todos los casos un resultado superior, lo que indica que este procedimiento predice una vida hasta el fallo que, mediante el empleo de métodos más sencillos, sería considerada segura, y por lo tanto su utilidad queda contrastada.

Tabla 7-11. Resultados del análisis de vida a fatiga para cada fase individual.

Fase	Nº ciclos método Fatemi-Socie	Nº ciclos método multiaxial simplificado	Nº ciclos método uniaxial puro
Despegue	1.8370 10 <sup>4</sup>	2.8272 10 <sup>5</sup>	1.4476 10 <sup>5</sup>
Transición 1º parte	8.1711 10 <sup>4</sup>	2.9693 10 <sup>6</sup>	1.3217 10 <sup>6</sup>
Transición 2º parte	5.1709 10 <sup>5</sup>	3.7801 10 <sup>7</sup>	1.7331 10 <sup>7</sup>
Crucero	5.0428 10 <sup>5</sup>	3.6555 10 <sup>7</sup>	1.6763 10 <sup>7</sup>
Crucero lento	6.9011 10 <sup>5</sup>	5.5166 10 <sup>7</sup>	2.5389 10 <sup>7</sup>
Crucero ante aterrizaje	INF	INF	INF

Parece claro que se debe emplear el punto crítico en el despegue (Figura 7-15) y su ángulo crítico, sin embargo, para todas las fases excepto ésta, el punto crítico se encuentra en la misma posición (Figura 7-16) por lo que, al ser el número de puntos reducido, se calculará la vida a fatiga para ambos. En los dos puntos críticos la fase más severa es el despegue, y en consecuencia se emplea en cada uno de ellos el plano crítico obtenido en esta fase.

La secuencia de cargas, en este caso la secuencia de fases de vuelo, es relevante a la hora de calcular la vida a fatiga. Para este caso se ha supuesto la secuencia descrita en Tabla 7-12 que comienza y finaliza en una fase de

reposo.

Tabla 7-12. Secuencia de fases empleada para el cálculo de vida a fatiga.

Fase	Descripción
0	Reposo
1	Despegue
2	Transición 1ª Parte
3	Transición 2ª Parte
4	Crucero
5	Crucero lento
6	Crucero ante aterrizaje
7	Reposo

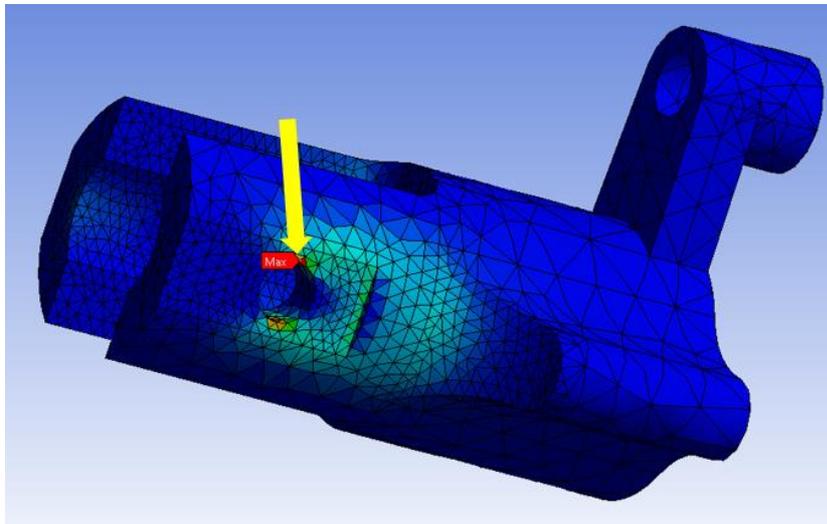


Figura 7-15. Punto crítico de la fase de despegue.

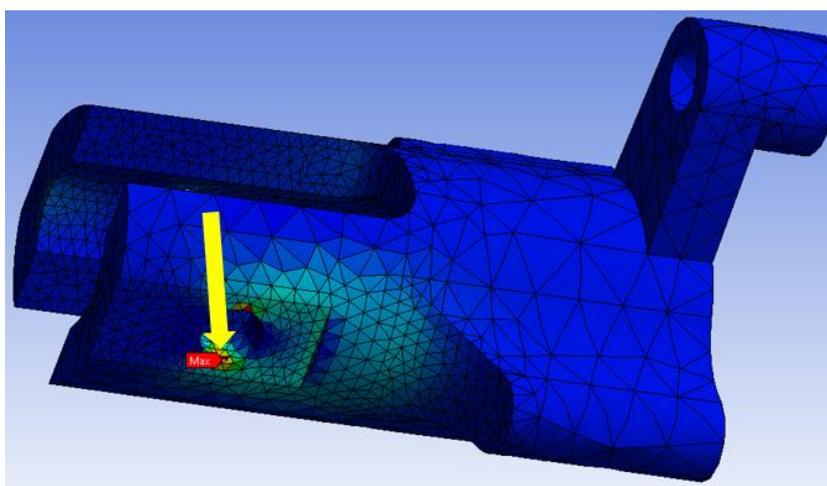


Figura 7-16. Punto crítico del resto de fases.

### 7.7.1 Punto crítico de la fase de despegue (PCD)

Tanto los ángulos de Euler como el ángulo del plano crítico en coordenadas principales se obtienen de la ya

comentada fase de despegue, cuyos valores se expresan en la Tabla 7-13.

Tabla 7-13. Ángulos de Euler y ángulo del plano crítico para el punto PCD.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\Theta$
$-86,879^\circ$	$0,26953^\circ$	$2,5352^\circ$	$41.5^\circ$

Calculadas las tensiones normales y tangenciales en este punto para todas las fases, se crea el diagrama empleado para el método ‘Rainflow’ a partir de las tensiones principales máximas. Como se comentó en el apartado 7.5.1.2, se podrían utilizar otros parámetros para la generación de este diagrama, sin embargo, todos los procedimientos empleados proporcionan el mismo resultado. En la Figura 7-17 se muestra la gráfica original de variación de cargas (línea discontinua roja) y el resultado de la obtención de picos y valles (línea continua azul) utilizando la tensión máxima principal en el punto crítico y la inversa del número de ciclos hasta el fallo (daño) de la Tabla 7-11 como variables para la generación del diagrama.

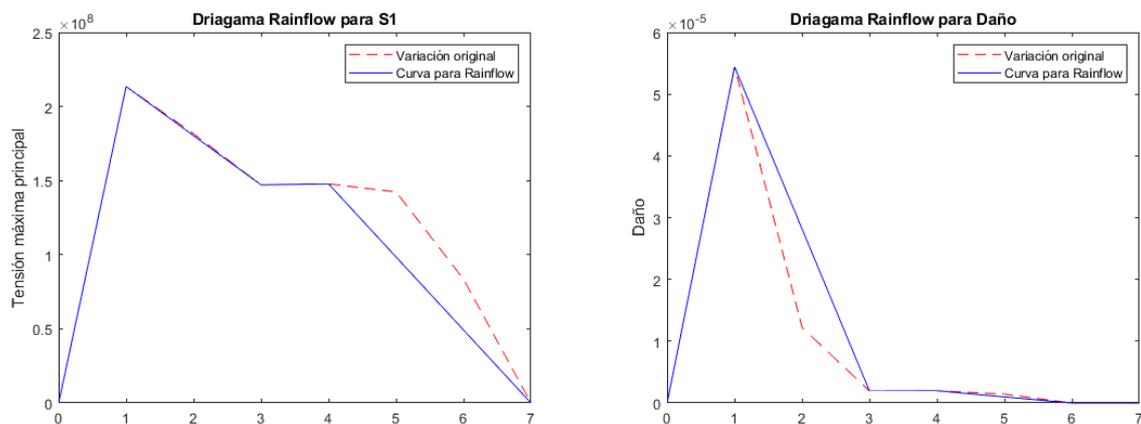


Figura 7-17. Diagramas Rainflow empleados en el punto crítico de la fase de despegue.

Se puede observar que sólo existen en este diagrama 3 picos/valles originados por las fases de vuelo debido a las características de la secuencia empleada en el análisis. Por otra parte, el primer ciclo creado a partir del modelo ‘Rainflow’ es el que comprende las fases 3 y 4, sin embargo, la diferencia de tensiones entre estas situaciones es tan pequeña que el número de ciclos hasta el fallo obtenido por Fatemi-Socie es infinito, por lo que para el cálculo del daño acumulado sólo se tiene en cuenta un ciclo formado por las fases de reposo-despegue-reposo. Esto implica que el daño de todo el vuelo analizado es el que se produce con un ciclo de este tipo, arrojando una vida a fatiga de 18800 vuelos.

### 7.7.2 Punto crítico del resto de fases (PCR)

Para este punto es necesario calcular de nuevo el plano crítico obtenido en la fase de despegue, obteniéndose los ángulos recogidos en la Tabla 7-14.

Tabla 7-14. Ángulos de Euler y ángulo del plano crítico para el punto PCR.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\Theta$
$-94,419^\circ$	$14,395^\circ$	$-176,44^\circ$	$41.5^\circ$

El diagrama de 'Rainflow' empleado en este apartado varía ligeramente del obtenido con la tensión principal máxima del apartado anterior, que se calcula para un punto distinto, sin embargo, ambos diagramas son similares y en esta situación también se considera como único ciclo dañino el provocado por el despegue. Teniendo en cuenta que en este punto el daño provocado por esta fase es menor, no es extraño que la vida obtenida a fatiga obtenida en este caso sea mayor, con un número de ciclos de vuelo hasta el fallo de 36500.

## 8 CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos de la realización del análisis completo sobre la pieza estudiada arrojan un número de ciclos hasta el fallo que se encuentra dentro del rango esperado para un sistema de este tipo en las circunstancias estudiadas, sin embargo, el objeto de este proyecto es la generación de un procedimiento que sirva como base para la determinación de la vida a fatiga bajo unas condiciones similares, por lo que estos resultados no se deben contemplar como una solución final, sino como la primera iteración de la investigación en este ámbito del proyecto global.

Gran parte de las variables contempladas en el estudio dependen de multitud de factores que se ha optado por simplificar con el fin de abarcar un análisis global, que comprende desde el modelado 3D del sistema hasta el cálculo de la vida a fatiga, pasando por la simulación de las cargas aerodinámicas y la obtención de tensiones mediante elementos finitos.

Variaciones en la secuencia de cargas o en la severidad de las fases que la componen pueden afectar de manera significativa a los resultados, así como la modificación de los parámetros del material empleado. En este caso se ha empleado una secuencia muy simple para facilitar la interpretación de los resultados, pero el estudio de las fases de vuelo es muy importante para la obtención del número de ciclos hasta el fallo. Como ejemplo, si se incluyera una fase de vuelo rápido o de emergencia tras la fase de crucero lento, el número de ciclos hasta el fallo disminuiría hasta los 9422 ciclos, suponiendo en esta fase una velocidad de giro y de avance de 12600 RPM y 20 m/s respectivamente, y un ángulo de paso de  $9.38^\circ$  (manteniendo el resto de parámetros de la Tabla 7-5).

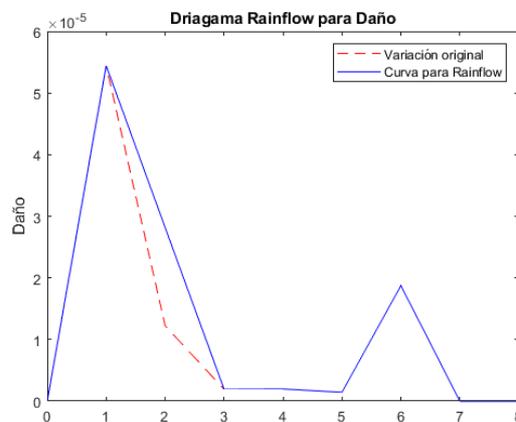


Figura 8-1. Diagrama de Rainflow incluyendo una fase adicional tras la fase de crucero lento.

Por otra parte, se ha realizado un estudio de vibraciones que, aunque ha sido útil para exponer el tratamiento de la señal necesario, no ha arrojado ninguna influencia significativa en el daño producido a la pieza. Esta afirmación es correcta para el análisis llevado a cabo con los datos disponibles, pero debería ser estudiada con cautela en posteriores investigaciones, ya que las vibraciones originan generalmente una disminución apreciable de la vida a fatiga.

Como se ha comentado en el apartado 7.3, la influencia de los fenómenos expuestos no es apreciable para los parámetros de vuelo inicialmente estimados, sin embargo, no se puede llegar a esta conclusión sin antes comprobar sus efectos para los parámetros finales. Se comprueba que para la fase de despegue (más dañina) la deformación máxima es de 0.35 %, por lo que, al ser inferior al 2%, no existe el riesgo de fenómenos relacionados con la no linealidad geométrica. Asimismo, incluyendo las fuerzas de inercia debidas a la rotación de rotor, la variación de tensiones es mínima, siendo el número de ciclos hasta el fallo con esta

situación de 18214 vuelos en lugar de los 18800 obtenidos con anterioridad.

Los resultados y procedimientos expuestos en este documento son consecuencia de análisis que no siempre han contribuido de manera directa al avance del estudio. Algunos ejemplos se han mostrado en el documento, como la consideración de una malla hexáedrica o el análisis de vibraciones comentado anteriormente. Sin embargo, otros procedimientos no han sido mencionados durante el documento con el fin de simplificar la comprensión de este. Son dignos de mención aspectos como la definición del punto y el plano crítico, que han requerido de varias iteraciones hasta alcanzar el resultado expuesto, o el análisis con elementos finitos realizado mediante el programa *Ansys*. Éste último se ha perfeccionado durante la realización del proyecto y ha necesitado de varios procesos de ensayo y error, así como la consulta de diversas fuentes tanto para el desarrollo de un modelo adecuado como para la inclusión de algunos factores analizados como el amortiguamiento, el estudio de vibraciones o los fenómenos considerados en el párrafo anterior. En este aspecto también cabe resaltar las modificaciones realizadas durante el proyecto sobre los métodos y zonas de aplicación de esfuerzos. Otro de los procedimientos cuyo análisis se ha extendido durante el estudio es la co-simulación, que ha requerido de varias iteraciones en el modelo de *Adams* y diversas modificaciones en el modelo de fuerzas al tiempo que la comprensión de los datos y la precisión de los parámetros iba aumentando como consecuencia de la investigación en este ámbito, que se puede observar comparando los datos de vuelo empleados en los primeros apartados y los parámetros finales expuestos en el capítulo 7. De manera similar, el procedimiento de cálculo de la vida a fatiga ha evolucionado desde un modelo sencillo (Findley) y unos ciclos de vuelo simples, hasta la aplicación de un modelo más complejo (F-S) y la introducción del procedimiento de 'Rainflow' en el análisis de los ciclos de carga.

Por último cabe resaltar que no todos los procedimientos explicados durante el análisis son aplicables de manera general. Al igual que se ha realizado un estudio de las posibles influencias de diversos factores, puede que en otros casos el análisis deba expandirse y contemplar otros o, por el contrario, descartar algunos de los comentados. Varias consideraciones a este respecto se presentan en el siguiente capítulo.

## 9 FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

---

Las suposiciones realizadas a lo largo del proyecto y las limitaciones encontradas en algunos de los aspectos que se han tratado impiden que el estudio llevado a cabo se pueda considerar como un análisis completamente fiable para la determinación de la vida a fatiga. Algunos de estos condicionantes que requieren de un estudio a mayor profundidad, así como ciertas posibilidades de expansión del procedimiento tratado en este trabajo se exponen a continuación:

- Sistema y modelado. Para simplificar y agilizar la realización del estudio se ha optado por estudiar únicamente una de las piezas que componen el sistema completo. Aunque se trata de un elemento muy importante y susceptible al fallo, sería necesario realizar un análisis completo del resto de piezas para determinar aquella cuya vida a fatiga sea limitante, es decir, que el número de ciclos hasta el fallo en esta pieza sea el menor de todas las estudiadas. Además, se ha procurado simular la presencia del tornillo, pero sería necesario establecer si las suposiciones realizadas son correctas.
- Modelo de elementos finitos. En el apartado 5.1.2 se comenta la limitación numérica debida a la licencia académica de *Ansys* empleada. La influencia de esta limitación en los resultados debe ser analizada a través de un modelo que permita indicar de manera precisa la convergencia de la malla. Por otra parte, la aplicación de las condiciones de contorno se ha realizado de manera aislada sin simular los contactos y sujeciones entre las distintas partes y por lo tanto sin establecer la influencia de éstos.
- Modelo de determinación del fallo. El modelo de Fatemi-Socie empleado es ampliamente utilizado en la industria, pero su implementación requiere de un estudio de la aeronave real que refleje que los resultados obtenidos concuerdan con la vida a fatiga del modelo. La determinación del punto y plano crítico se ha realizado desde una perspectiva analítica que necesita ser confirmada bien por modelos más avanzados o por análisis experimentales. Por otra parte, durante el trabajo se han obviado aspectos tales como el acabado superficial, defectos de fabricación o la temperatura de servicio cuya influencia debería reflejarse y analizarse en futuras investigaciones. También se ha comentado durante el desarrollo del trabajo la existencia de modelos modificados, como por ejemplo el modelo de Kim & Park [5], cuya aplicación podría considerarse más adecuada en función de las características del análisis.
- Modelo de fuerzas aerodinámicas. El modelo de fuerzas proporcionado ha permitido simular las condiciones básicas de un vuelo para poder obtener así los esfuerzos generados, sin embargo, se trata de un modelo genérico que puede no concordar de manera exacta con los esfuerzos que se generarían en el caso real. Por lo tanto, se requiere del estudio del modelo para, si fuera necesario, modificar ciertos aspectos de éste. También hay que tener en cuenta que el modelo de pala utilizado durante el análisis puede no ser el más adecuado para este tipo de condiciones de servicio debido, por ejemplo, a los fenómenos de autorrotación que se producen, lo que implica que necesariamente ha de ser modificado el modelo en este aspecto y a su vez el programa de generación de esfuerzos.
- Fases de vuelo. Con el fin de simplificar la interpretación de los resultados se ha optado por la creación de un patrón de vuelo reducido y simple. En el apartado anterior se ha comentado la gran influencia que tiene la modificación de las fases de vuelo y por ende se debe hacer hincapié en el estudio del comportamiento de la aeronave a lo largo de un ciclo de vuelo real para reflejar de manera más adecuada los parámetros de vuelo y los esfuerzos que se generan en cada una de ellas.
- Vibraciones. En este estudio no ha sido posible realizar un estudio *in situ* sobre las vibraciones ocurridas durante un vuelo genérico de la aeronave a estudio. Aunque se han empleado los datos de las pruebas de un rotor de mayor envergadura para una primera estimación, es necesario analizar las vibraciones reales que se producen en el sistema para determinar su influencia en el fallo de los distintos elementos.

- Fuerzas centrífugas y no-linealidades geométricas. Aunque se ha comentado que estos aspectos no influyen de manera significativa en el estudio llevado a cabo, no se debe extrapolar esta conclusión para todos los casos y la influencia de los fenómenos mencionados debería ser analizada en cada caso particular.
- Palas empleadas. En el apartado 7.4.1.2 se introduce el fenómeno de autorrotación que se produce a causa del empleo de palas planas por lo que se debería analizar la geometría alar más adecuada que optimice el empuje y minimice los esfuerzos bajo estas condiciones.
- Amortiguamiento y modos de vibración. Para la determinación del rango de frecuencias en el que se aplica el amortiguamiento estructural se han empleado los dos primeros modos de vibración del elemento obtenidos a partir del programa *Ansys*. Sin embargo, estos modos se han calculado para elemento aislado, sin tener en cuenta la posible influencia del resto de elementos como las palas, el rotor o incluso la propia aeronave. Aunque finalmente este parámetro no ha influido de manera sustancial en el análisis, es conveniente estudiar con una visión más global la forma más adecuada para incorporarlo ya que puede suponer una gran diferencia a la hora de analizar los posibles transitorios que se produzcan en el sistema. Una forma de estudiar el valor del amortiguamiento, así como las frecuencias para las que se produce es el denominado como método ‘Moving-block’ [17], utilizado ampliamente en la industria aeronáutica a este efecto. Otro aspecto a tener en cuenta en este ámbito es el efecto denominado como ‘whirl flutter’. Este fenómeno ocurre en rotores que tienen la capacidad de modificar el eje de rotación de las palas y conduce a una perturbación inicial desde el rotor hacia las alas que se retroalimenta y puede conducir a modos de vibración inestables [17].
- Optimización topológica. Además de determinar el fallo de una pieza o sistema, una de las posibles aplicaciones del procedimiento descrito puede ser la optimización topológica. El objetivo del empleo de esta técnica es la eliminación durante el diseño de las zonas que soportan menores tensiones, con el consecuente ahorro de peso y material durante la fabricación. Se trata de una ciencia en auge que incluso algunos programas ya incluyen por defecto pero que no suele tener en cuenta el fallo a fatiga y, por lo tanto, el procedimiento descrito en este trabajo puede ser de gran utilidad a la hora de determinar la viabilidad de un diseño optimizado.
- Fabricación. Este ámbito del desarrollo del rotor estudiado no se ha analizado durante el documento y puede influir de manera considerable en ciertos aspectos tratados ya que las características propias de la fabricación (calidad, método de fabricación...) pueden afectar significativamente a la hora de estudiar la viabilidad del diseño, como se ha expuesto en este mismo capítulo. Por lo tanto, se requeriría de un estudio en profundidad a este respecto, incluso la fabricación de un prototipo, que proporcione los datos necesarios para su análisis.
- Modelo tripala. El diseño del rotor utilizado está basado en el modelo bipala expuesto en el capítulo 2 pero, aunque se podría implementar en la aeronave manteniendo esta geometría, podría ser interesante analizar los beneficios e inconvenientes que supondría el empleo de un modelo similar pero tripala.

# ANEXO A

En este anexo se indican las tensiones principales, normales y tangenciales obtenidas como resultado de la simulación de cada fase de vuelo mediante el modelo de elementos finitos para cada punto crítico correspondiente, calculado de la forma expuesta en 7.1. Estas tensiones son empleadas para el cálculo de la vida a fatiga mediante los métodos de Fatemi-Socie y uniaxiales cuyos resultados se encuentran en la Tabla 7-11.

Tabla A-1. Tensiones del punto en crítico en cada fase estudiada de forma aislada.

Fase	Tensión [Pa]								
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xz}$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$
Despegue	$2.13 \cdot 10^8$	$1.33 \cdot 10^7$	$6.30 \cdot 10^6$	$1.39 \cdot 10^7$	$2.12 \cdot 10^8$	$6.70 \cdot 10^6$	$-4.67 \cdot 10^5$	$-1.09 \cdot 10^7$	$9.14 \cdot 10^6$
Transición 1ª parte	$1.82 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^7$	$7.9 \cdot 10^6$	$1.38 \cdot 10^7$	$1.81 \cdot 10^8$	$8.91 \cdot 10^6$	$1.89 \cdot 10^6$	$7.99 \cdot 10^6$	$1.02 \cdot 10^7$
Transición 2º parte	$1.49 \cdot 10^8$	$1.16 \cdot 10^7$	$6.82 \cdot 10^6$	$1.14 \cdot 10^7$	$1.49 \cdot 10^8$	$7.61 \cdot 10^6$	$1.40 \cdot 10^6$	$3.63 \cdot 10^6$	$8.22 \cdot 10^6$
Crucero	$1.50 \cdot 10^8$	$1.16 \cdot 10^7$	$6.83 \cdot 10^6$	$1.14 \cdot 10^7$	$1.49 \cdot 10^8$	$7.63 \cdot 10^6$	$1.41 \cdot 10^6$	$3.71 \cdot 10^6$	$8.25 \cdot 10^6$
Crucero lento	$1.45 \cdot 10^8$	$1.13 \cdot 10^7$	$6.67 \cdot 10^6$	$1.11 \cdot 10^7$	$1.44 \cdot 10^8$	$7.44 \cdot 10^6$	$1.33 \cdot 10^6$	$3.04 \cdot 10^6$	$7.95 \cdot 10^6$
Crucero ante aterrizaje	$8.48 \cdot 10^7$	$6.49 \cdot 10^6$	$3.13 \cdot 10^6$	$6.36 \cdot 10^6$	$8.45 \cdot 10^7$	$3.60 \cdot 10^6$	$8.63 \cdot 10^5$	$1.86 \cdot 10^6$	$4.96 \cdot 10^6$



En esta sección se expone y describe el programa de *Matlab* empleado para el cálculo de la vida a fatiga mediante el método de Fatemi-Socie. En primer lugar, se incluyen las tensiones principales, normales y tangenciales de cada fase de vuelo en el punto crítico global mediante el comando 'readtable()', que extrae estos valores de un archivo Excel donde previamente se han introducido los valores procedentes de la simulación en *Ansys*.

```
D=readtable('TENSIONES.xlsx');
```

```
t=D.TIME;  
vm=D.S1;
```

A continuación, se realiza el procedimiento de determinación de los picos y valles necesarios para la aplicación del método Rainflow. En este caso se ha usado la tensión principal máxima como variable ('vm') aunque, como se ha comentado en 7.7, se podrían utilizar otros parámetros como por ejemplo la inversa del número de ciclos hasta el fallo obtenidos para cada fase aislada.

```
%% Determinación de picos/valles  
  
a=length(vm)  
q=[vm(1),1,t(1)];  
  
for i=2:a-1  
    if (vm(i-1)<vm(i)) & (vm(i+1)<=vm(i))  
        q=[q;vm(i), i, t(i)];  
    elseif (vm(i-1)>vm(i)) & (vm(i+1)>=vm(i))  
        q=[q;vm(i), i, t(i)];  
    end  
end  
q=[q;vm(a),a,t(a)];  
size(q)  
  
%visualización  
z=[];  
tz=[];  
for i=1:length(q(:,1))  
    z=[z,q(i,1)];  
    tz=[tz,q(i,3)];  
end  
  
figure(1)  
plot(t,vm,'--r',tz,z,'b')  
title('Diagrama Rainflow para S1')  
legend('Variación original','Curva para Rainflow')  
ylabel('S1')
```

Una vez realizado el diagrama se aplica el método de Rainflow calculando las parejas de fases que forman un ciclo a fatiga, para lo que se usa una modificación del código proporcionado por el Departamento de Ingeniería Mecánica y Fabricación. De este procedimiento se obtiene un vector 'm' que contiene la posición en el documento Excel de las dos fases involucradas. Además, este vector también contiene el factor por el que se multiplica el daño en el criterio de Palmgren-Miner que será 1 o 0.5 en función de la posición en la que se

encuentre el ciclo considerado. Si el ciclo se encuentra en el inicio o en el final del diagrama de picos/valles o si del análisis del diagrama en alguna de las fases del procedimiento de Rainflow no se encuentra ninguna pareja de fases que cierre un lazo de histéresis en la curva tensión-deformación, se contabiliza en el daño acumulado  $\frac{1}{2}$  del daño resultante para cada par de fases.

```

p=q(:,1);

a=length(p);

s=1;

i1=1;
i2=2;
i3=3;

m=[];
while a~=0

    Y=abs(p(i2)-p(i1));
    Ym=(p(i2)+p(i1))/2;

    X=abs(p(i3)-p(i2));
    Xm=(p(i3)+p(i2))/2;

    if(X >= Y)
        if(s==i1)
            for i4=1:length(q)
                if q(i4,1)==p(i1)
                    i5=q(i4,2);
                end
                if q(i4,1)==p(i2)
                    i6=q(i4,2);
                end
            end
        end

        m=[m;0.5,i5,i6,t(i5),t(i6)];

        a=length(p);
        p=p(2:a);
        a=a-1;
        i1=1;
        i2=2;
        i3=3;

    else
        for i4=1:length(q)
            if q(i4,1)==p(i1)
                i5=q(i4,2);
            end
            if q(i4,1)==p(i2)
                i6=q(i4,2);
            end
        end

        m=[m;1,i5,i6,t(i5),t(i6)];
        a=length(p);
    end
end

```

```

        p=[p(1:i1-1);p(i2+1:a)];
        a=a-2;

        i1=1;
        i2=2;
        i3=3;

    end
else
    i1=i1+1;
    i2=i2+1;
    i3=i3+1;
end

if(i3-1==a)
    for ii=1:a-1
        for i4=1:length(q)
            if q(i4,1)==p(ii+1)
                i5=q(i4,2);
            end
            if q(i4,1)==p(ii)
                i6=q(i4,2);
            end
        end
    end

    m=[m;0.5,i5,i6,t(i5),t(i6)];

end
a=0;
end

end

```

Llegados a este punto se conocen las parejas de fases que provocan el daño. Para calcular esta magnitud se aplica el método de Fatemi-Socie descrito en 6.4. Teniendo en cuenta que la tensión normal máxima y la amplitud de la deformación tangencial deben ser las propias del plano crítico global, se utiliza el procedimiento descrito en 7.5.1.1 para obtener estos valores a partir de las tensiones normales y tangenciales en coordenadas globales.

```

DFS=0;
NFS=[];
sigmaxt=D.SX;
sigmayt=D.SY;
sigmazt=D.SZ;
tauxyt=D.TXY;
tauyzt=D.TYZ;
tauxzt=D.TXZ;

for i=1:length(m(:,1))
    sigmax=[sigmaxt(m(i,2)),sigmaxt(m(i,3))];
    sigmay=[sigmayt(m(i,2)),sigmayt(m(i,3))];
    sigmaz=[sigmazt(m(i,2)),sigmazt(m(i,3))];
    tauxy=[tauxyt(m(i,2)),tauxyt(m(i,3))];
    tauyz=[tauyzt(m(i,2)),tauyzt(m(i,3))];
    tauxz=[tauxzt(m(i,2)),tauxzt(m(i,3))];

```

*%Ángulos de Euler y ángulo del plano crítico en coordenadas principales de la fase de despegue*

```

alpha=-86.879;
beta=0.26953;
gamma=2.5352;
teta=41.5;

v=[cosd(teta);0;sind(teta)];

%Matrices de rotación

R1=[cosd(gamma) 0 sind(gamma);0 1 0;-sind(gamma) 0 cosd(gamma)];
R2=[1 0 0;0 cosd(beta) sind(beta);0 -sind(beta) cosd(beta)];
R3=[cosd(alpha) sind(alpha) 0;-sind(alpha) cosd(alpha) 0;0 0 1];

Ra=R1*R2;
R=Ra*R3;

n=R*v;

Ti=[];
sigma=[];
sigmaij=[];
taut=[];

for i=1:length(sigmax)

sij=[sigmax(i) tauxy(i) tauxz(i);tauxy(i) sigmay(i) tauyz(i); tauxz(i)
tauyz(i) sigmaz(i)];
Ti=[Ti,sij*n];
s=transpose(sij*n)*n;
sigma=[sigma,s];
tau=sqrt((norm(sij*n)^2)-s^2);
taut=[taut,tau];
sigmaij=[sigmaij;sij];
end

%Fatemi-Socie

k=0.3;
Sf=82740000;
f=1/2*(sqrt((Sf^2)+(k^2)*(Sf^2))+k*Sf);

spf=638e6;
epf=0.581;
b=-0.107;
c=-0.89;
E=7.1e10;
Pois=0.33;
G=2.6692e10;
Kp=507e6;
np=0.072;
ep=0.0005;
sigmay=Kp*(ep^np);

taupf=spf/(sqrt(3));
gammapf=sqrt(3)*epf;

dano=[];

```

```

gammaa=(max(taut)-min(taut))/G;

sigmanmax=max(sigma);

fun = @(Nfs)
(1e7)*(gammaa*(1+((taupf/G*((2*Nfs)^b)+gammapf*((2*Nfs)^c))/((1+Pois)*spf/E*
((2*Nfs)^b)+(1+Pois)*epf*((2*Nfs)^c))-
1)*2*sigmay/(spf*((2*Nfs)^b)))*sigmanmax/sigmay)-taupf/G*((2*Nfs)^b)-
gammapf*((2*Nfs)^c));
x0=123.456;
Nfatsoc = fsolve(fun,x0);

kfs=((taupf/G*((2*Nfatsoc)^b)+gammapf*((2*Nfatsoc)^c))/((1+Pois)*spf/E*((2*N
fatsoc)^b)+(1+Pois)*epf*((2*Nfatsoc)^c))-1)*2*sigmay/(spf*((2*Nfatsoc)^b));
dano=[dano,gammaa*(1+kfs*sigmanmax/sigmay)];
end

```

Para comprobar que la solución obtenida es realmente un cero de la función considerada, se procede a la realización de una gráfica en la que se comprueba que el número de ciclos obtenido concuerda con un paso por 0 de la función.

```

Danom=max(dano);
Nfsp=10000:10:1e7;
y=Danom-taupf/G*((2*Nfsp).^b)-gammapf*((2*Nfsp).^c);
figure(2)
plot(Nfsp,y)
title('Cero de la solución')
xlabel('N° ciclos')
ylabel('Ecuación F-S')
hold on

Nfs=Nfatsoc;
NFS=[NFS,Nfs];

```

Por último, sólo se contabilizan los resultados inferiores a  $10^6$  ciclos ya que por encima de este valor los resultados pueden no cumplir los requisitos de fiabilidad deseados.

```

if Nfs<1e6
DFS=DFS+m(i,1)/(Nfs)
end
end
DFS

```

Como resultado de este procedimiento se obtiene el daño acumulado para un ciclo de vuelo completo ('DFS').



Este anexo contiene los programas de *Matlab* empleados en el modelo de fuerzas aerodinámicas. Además del programa utilizado en la co-simulación, también se expone el modelo utilizado para el cálculo de las variables de vuelo del apartado 7.4.1. Como ya se ha comentado, estos programas se tratan como una caja negra y, por lo tanto, sólo incluyen breves anotaciones para facilitar su uso práctico y las expresiones utilizadas para el cálculo de las variables.

## C.1 Código del modelo de fuerzas de la co-simulación

La primera parte de este código, que se encuentra dentro del bloque de fuerzas del programa creado en Simulink (Figura 3-14), define las variables de entrada (velocidad de giro, ángulo de paso y tiempo de simulación) y de salida (fuerzas y pares en cada división de pala).

```
function
[T1,T2,T3,T4,T5,T6,T7,T8,T9,T10,T11,T12,T13,T14,T15,T16,T17,Q1,Q2,Q3,Q4,Q5,Q6
,Q7,Q8,Q9,Q10,Q11,Q12,Q13,Q14,Q15,Q16,Q17,vc] =
modelofuerzas(Omega_degs,theta_deg,time)

c = 0.03;
Ct=0;
delta0 = 0.0085;
delta1 = 0;
delta2 = 0.263;
Cl0 = 0;
Cl1 = 5.73;
```

A continuación, se introduce el valor de diversas características de la aeronave: masa (m), número de palas (b), mitad de la envergadura total del rotor (R) y densidad del fluido colindante ( $\rho$ , 'rho' en el código).

```
m = 2.600;
b = 2;
R = 0.13585;
rho=1.225;

g = 9.81; % Gravedad
A = pi*R^2; % Área

x = linspace(0.1,1-1e-6,100);
M_tip_max = 0.314;
```

Para definir las condiciones de vuelo, se introducen los parámetros a partir a las entradas de este bloque para el ángulo de paso ( $\theta$ , 'theta' en el código) y la velocidad de giro ( $\omega$ , 'Omega' en el código), y se introduce manualmente la velocidad de avance ( $V_C$ ).

```
% User input conditions
theta = theta_deg*pi/180;
rad_s2RPM = 60/(2*pi);
Omega=Omega_degs*pi/180;
Omega_RPM=Omega*rad_s2RPM;
```

$v_c=5$ ;

En esta parte del código se realizan los cálculos necesarios para la determinación de una primera solución de  $C_T$  (coeficiente de tracción) mediante una teoría simplificada (TCMEP) que servirá como valor inicial para la teoría empleada (TCMEP\_P). Las ecuaciones (C-1), (C-2) y (C-3) y la Tabla C-1 reflejan las operaciones y variables utilizadas para conseguir este primer valor.

$$\lambda = -\left(\frac{\sigma(x)C_{l\alpha}(x)}{16} - \frac{\lambda_c}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\sigma(x)C_{l\alpha}(x)}{16} - \frac{\lambda_c}{2}\right)^2 + \frac{\sigma(x)C_{l\alpha}(x)}{8}\theta(x)x} \quad (C-1)$$

$$dC_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left(\theta - \frac{\lambda}{x}\right) x^2 dx \quad (C-2)$$

$$C_T = \int_0^1 dC_T \quad (C-3)$$

Tabla C-1. Parámetros empleados en TCMEP.

Variable	Definición
$\lambda$	Relación de entrada de corriente
$\sigma$	Solidez
$\lambda_c = V_c/(\omega R)$	Relación de entrada de corriente debido a velocidad axial
$C_l$	Coefficiente de sustentación
$\theta$	Ángulo de paso
$x$	Distancia adimensionalizada desde el eje de giro

```
lambda_c = vc/(Omega*R);
```

```
%TEORÍA TCMEP
```

```
lambda = @(x) -(solidez*C11/16 - lambda_c/2) + sqrt((solidez*C11/16 -  
lambda_c/2)^2 + solidez*C11/8*theta.*x);  
dCT_dx = @(x) 0.5*solidez*C11*(theta.*x.^2-lambda(x).*x);  
Ct = quadgk(@(x) dCT_dx(x), 1e-6, 1-1e-6)
```

```
%TEORÍA TCMEP_P
```

```
lambda = @(x) lambda_Prandtl(x, solidez, C11, theta, b, Ct, lambda_c);
```

La teoría 'TCMEP\_P' incluye las pérdidas de punta de pala y raíz propuestas en el modelo de Prandtl. Según este modelo, debe corregirse  $dC_T$  por un factor  $F$ , cuya expresión se muestra en la ecuación (C-4).

$$F(x) = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cos^{-1}(e^{-f(x)}) \quad (C-4)$$

$$f(x) = \frac{b}{2} \left( \frac{1-x}{\lambda(x)} \right) \quad (C-5)$$

$$\lambda^2 + \left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8F} - \lambda_c \right) \lambda - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8F} \vartheta x = 0 \quad (C-6)$$

Obtenida  $\lambda$  mediante la ecuación (C-6), localizada al final del código, se procede a calcular el resto de variables. Las ecuaciones (C-7), (C-8), (C-9), (C-10), (C-11) y (C-12) reflejan las expresiones empleadas en esta sección para el cálculo de los coeficientes de tracción y par ( $C_Q$ ) de cada división de pala.

$$C_T = \int_0^1 \frac{1}{2} \sigma C_l \left( \theta - \frac{\lambda}{x} \right) x^2 dx \quad (C-7)$$

$$conv_T = \rho A (\omega R)^2 \quad (C-8)$$

$$dC_{P_i} = \lambda C_T \quad (C-9)$$

$$dC_{P_0} = \frac{\sigma}{2} \left( \delta_0 + \delta_2 \left( \theta - \frac{\lambda}{x} \right)^2 \right) x^3 \quad (C-10)$$

$$dC_P = dC_Q = dC_{P_i} + dC_{P_0} \quad (C-11)$$

$$\frac{conv_P}{\omega} = conv_Q = A \omega^2 R^3 \quad (C-12)$$

```
C_T_TEP = quadgk(@ (x) 1/2*solidez*C11*(theta.*x.^2-lambda(x).*x),1e-6,1-1e-6)
```

```
alpha = @ (x) theta - lambda(x)./x;
dCT_dx = @ (x) 0.5*solidez*C11*(theta.*x.^2-lambda(x).*x);
conv_T = rho*A*(Omega^2)*(R^2);
```

```

dT_dx = @(x) conv_T*0.5*solidez*C11*(theta.*x.^2-lambda(x).*x);

dCPi_dx = @(x) lambda(x).*dCT_dx(x);
dCPo_dx = @(x) 0.5*solidez*(delta0 + delta2*(theta -
lambda(x)./x).^2).*x.^3;
dCP_dx = @(x) dCPi_dx(x) + dCPo_dx(x);

dCQ_dx = @(x) dCPi_dx(x) + dCPo_dx(x);

conv_P = rho*A*(Omega^3)*(R^3);
dP_dx = @(x) conv_P*(dCPi_dx(x) + dCPo_dx(x));

conv_Q = rho*A*(Omega^2)*(R^3);
dQ_dx = @(x) conv_Q*(dCPi_dx(x) + dCPo_dx(x));

% Divisiones de pala
x1=1/17;
x2=2*x1;
x3=3*x1;
x4=4*x1;
x5=5*x1;
x6=6*x1;
x7=7*x1;
x8=8*x1;
x9=9*x1;
x10=10*x1;
x11=11*x1;
x12=12*x1;
x13=13*x1;
x14=14*x1;
x15=15*x1;
x16=16*x1;

Ct1 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),1e-6,x1-1e-6);
Ct2 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x1,x2-1e-6);
Ct3 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x2,x3-1e-6);
Ct4 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x3,x4-1e-6);
Ct5 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x4,x5-1e-6);
Ct6 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x5,x6-1e-6);
Ct7 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x6,x7-1e-6);
Ct8 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x7,x8-1e-6);
Ct9 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x8,x9-1e-6);
Ct10 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x9,x10-1e-6);
Ct11 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x10,x11-1e-6);
Ct12 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x11,x12-1e-6);
Ct13 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x12,x13-1e-6);
Ct14 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x13,x14-1e-6);
Ct15 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x14,x15-1e-6);
Ct16 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x15,x16-1e-6);
Ct17 = quadgk(@(x) dCT_dx(x),x16,1-1e-6);

Cq1 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),1e-6,x1-1e-6);
Cq2 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x1,x2-1e-6);
Cq3 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x2,x3-1e-6);
Cq4 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x3,x4-1e-6);
Cq5 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x4,x5-1e-6);
Cq6 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x5,x6-1e-6);
Cq7 = quadgk(@(x) dCQ_dx(x),x6,x7-1e-6);

```

```

Cq8 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x7, x8-1e-6);
Cq9 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x8, x9-1e-6);
Cq10 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x9, x10-1e-6);
Cq11 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x10, x11-1e-6);
Cq12 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x11, x12-1e-6);
Cq13 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x12, x13-1e-6);
Cq14 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x13, x14-1e-6);
Cq15 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x14, x15-1e-6);
Cq16 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x15, x16-1e-6);
Cq17 = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), x16, 1-1e-6);

Cp = quadgk(@ (x) dCQ_dx(x), 1e-6, 1-1e-6);

```

Calculados los coeficientes adimensionales obtenidos como resultado de la integración en cada división de pala, se procede a la obtención de las fuerzas y pares mediante las ecuaciones (C-13) y (C-14). Nótese que los resultados son divididos por el número de palas (b) ya que los valores resultantes reflejan la fuerza y par total de todo el sistema.

$$T = conv_T C_T \quad (C-13)$$

$$Q = conv_Q C_Q \quad (C-14)$$

```

% Total values
P = conv_P*Cp % total power (Watts)

T1 = conv_T*Ct1/b; % total thrust (N)
T2 = conv_T*Ct2/b;
T3 = conv_T*Ct3/b;
T4 = conv_T*Ct4/b;
T5 = conv_T*Ct5/b;
T6 = conv_T*Ct6/b;
T7 = conv_T*Ct7/b;
T8 = conv_T*Ct8/b;
T9 = conv_T*Ct9/b;
T10 = conv_T*Ct10/b;
T11 = conv_T*Ct11/b;
T12 = conv_T*Ct12/b;
T13 = conv_T*Ct13/b;
T14 = conv_T*Ct14/b;
T15 = conv_T*Ct15/b;
T16 = conv_T*Ct16/b;
T17 = conv_T*Ct17/b;

Q1 = conv_Q*Cq1*1000/b; % total torque (N-mm)
Q2 = conv_Q*Cq2*1000/b;
Q3 = conv_Q*Cq3*1000/b;
Q4 = conv_Q*Cq4*1000/b;
Q5 = conv_Q*Cq5*1000/b;
Q6 = conv_Q*Cq6*1000/b;
Q7 = conv_Q*Cq7*1000/b;
Q8 = conv_Q*Cq8*1000/b;
Q9 = conv_Q*Cq9*1000/b;

```

```

Q10 = conv_Q*Cq10*1000/b;
Q11 = conv_Q*Cq11*1000/b;
Q12 = conv_Q*Cq12*1000/b;
Q13 = conv_Q*Cq13*1000/b;
Q14 = conv_Q*Cq14*1000/b;
Q15 = conv_Q*Cq15*1000/b;
Q16 = conv_Q*Cq16*1000/b;
Q17 = conv_Q*Cq17*1000/b;

function lambda = lambda_Prandtl(x, solidez, Cl1, theta, b, C_T, lambda_c)
for i = 1:length(x)
    f = @(lambda) b/2*((1-x(i))/lambda);
    F = @(lambda) 2/pi*acos(exp(-f(lambda)));
    lambda(i) = fzero(@(lambda) -(solidez*Cl1/16/F(lambda)-lambda_c/2) +
sqrt((solidez*Cl1/16/F(lambda) - lambda_c/2)^2+...
solidez*Cl1/8/F(lambda)*theta*x(i))-lambda, [0,10*sqrt(C_T/2)]);
end
end
end

```

## C.2 Código del modelo de fuerzas para el cálculo de parámetros

Este código expone el método empleado para el cálculo de los parámetros durante la definición de las fases de vuelo. A diferencia del método anterior, en este caso no se calcula el empuje, sino que se impone el necesario para contrarrestar el peso y la resistencia aerodinámica, obteniéndose como resultado el ángulo de paso requerido para la velocidad angular utilizada. Las teorías de cálculo son idénticas a las expuestas en el apartado anterior al igual que la nomenclatura empleada, pero incluyendo las variables necesarias en este caso, mostradas en el apartado 7.4.1.

```

c = 0.02753;
c = 0.03;

delta0 = 0.0085;
delta1 = 0;
delta2 = 0.263;

Cl0 = 0;
Cl1 = 5.73;

m = 2.600;
b = 2;
R = 0.13585;
g = 9.81;
A = pi*R^2;
ISA = ISAmodel;
theta_1 = 0;
rho = ISA.density(0);

x = linspace(0.1,1-1e-6,50);
solidez = b*c/(pi*R);
delta_t = 0.90;

```

A continuación, se indican las variables de vuelo y se calcula la resistencia aerodinámica. Nótese que en este código aparecen las variables necesarias tanto para el vuelo vertical como para el vuelo horizontal.

```

D_in = (R*2)*100/2.54;
RPM_max_APC = 150000/D_in;

n_max_APC = (RPM_max_APC/60);
Omega_max_APC = 2*pi*(RPM_max_APC/60);
V_tip_max_APC = Omega_max_APC*R;
M_tip_max_APC = V_tip_max_APC/ISA.a0
M_tip_max = M_tip_max_APC;

V_tip = ISA.a0*M_tip_max;
Omega = delta_t*V_tip/R;
rad_s2RPM = 60/(2*pi);
Omega_RPM = Omega*rad_s2RPM;
%V_c = 5; % Vuelo vertical
V_c = 20; % Vuelo horizontal

S_ref = 0.45/4; %Superficie alar
CD = 0.5; %Coeficiente de resistencia aerodinámica
CD0 = 0.02; % Coeficiente de resistencia parasitaria
CL = 0.5; % Coeficiente de sustentación
%CL = 2; % Coeficiente de sustentación en tansición
K = 0.04; % Coeficiente de resistencia inducida
CD_cruise = CD0 + K*CL^2;
q = 0.5*rho*(V_c^2);
D = q*CD*S_ref;
D_cruise = q*CD_cruise*S_ref;
% Vuelo vertical
%T = m*g + D;
% Vuelo horizontal
T = D_cruise;

lambda_c = V_c/(Omega*R);
theta = @(theta_0,x) theta_0 + theta_1*x;

```

Es en las siguientes dos líneas de código es donde se encuentra la principal diferencia con el caso anterior, ya que se define el coeficiente de empuje necesario en lugar de ser calculado por el programa.

```

CT_ideal_per_engine = T/(2*rho*A*(Omega^2)*R^2)
C_T = CT_ideal_per_engine;

for i = 1:1
    if i == 1
        metodo = 'TCMEP';
    else
        metodo = 'TCMEP_P';
    end
    switch metodo
        case 'TCMEP'
            lambda = @(theta_0,x) -(solidez*C11/16 - lambda_c/2)+
sqrt((solidez*C11/16 - lambda_c/2)^2 + solidez*C11/8*theta(theta_0,x).*x);
        case 'TCMEP_P'
            lambda = @(theta_0,x)
lambda_Prandtl(theta_0,x,solidez,C11,theta,b,C_T,lambda_c);
        otherwise
            error('El método seleccionado no existe')
    end

    C_T_TEP = @(theta_0) quadl(@(x) 1/2*solidez*C11*(theta(theta_0,x).*x.^2-
lambda(theta_0,x).*x),1e-6,1-1e-6);

```

```

F = @(theta_0) C_T-C_T_TEP(theta_0);

guess = 6*C_T/solidez/C11+3/2*sqrt(C_T/2)-3/4*theta_1;
theta_0 = fzero(F,0.7);

alpha = @(theta_0,x) theta(theta_0,x)-lambda(theta_0,x)./x;
dCT_dx = @(theta_0,x) 0.5*solidez*C11*(theta(theta_0,x).*x.^2-
lambda(theta_0,x).*x);
conv_T = rho*A*(Omega^2)*(R^2);
dT_dx = @(theta_0,x) conv_T*0.5*solidez*C11*(theta(theta_0,x).*x.^2-
lambda(theta_0,x).*x);

dCPi_dx = @(theta_0,x) lambda(theta_0,x).*dCT_dx(theta_0,x);
dCPo_dx = @(theta_0,x) 0.5*solidez*(delta0+delta2*(theta(theta_0,x)-
lambda(theta_0,x)./x).^2).*x.^3;
dCP_dx = @(theta_0,x) dCPi_dx(theta_0,x)+ dCPo_dx(theta_0,x);

dCQ_dx = @(theta_0,x) dCPi_dx(theta_0,x)+ dCPo_dx(theta_0,x);

conv_P = rho*A*(Omega^3)*(R^3);
dP_dx = @(theta_0,x) conv_P*(dCPi_dx(theta_0,x)+ dCPo_dx(theta_0,x));

conv_Q = rho*A*(Omega^2)*(R^3);
dQ_dx = @(theta_0,x) conv_Q*(dCPi_dx(theta_0,x)+ dCPo_dx(theta_0,x));

Ct = quadl(@(x) dCT_dx(theta_0,x),1e-6,1-1e-6)
Cp = quadl(@(x) dCP_dx(theta_0,x),1e-6,1-1e-6)
Cq = quadl(@(x) dCQ_dx(theta_0,x),1e-6,1-1e-6)

P_1 = rho*A*(Omega^3)*(R^3)*Cp
P_2 = quadl(@(x) dP_dx(theta_0,x),1e-6,1-1e-6)

T_1 = conv_T*Ct
Q_1 = conv_Q*Cq

lambdaId = sqrt(C_T/2);
solidezId = b*c/(pi*R);
theta_pId = 4*C_T/(solidezId*C11)+lambdaId;
dCT_dxId = @(x) 0.5*solidezId*C11*(theta_pId-lambdaId)*x;
theta_xId = @(x) theta_pId./x;
dCPi_dxId = @(x) lambdaId*dCT_dxId(x);
dCPo_dxId = @(x) 0.5*solidezId*(delta0*x.^3+delta2*(theta_pId-
lambdaId)^2*x);
C_pId = quadl(@(x) dCPi_dxId(x)+dCPo_dxId(x),0,1)
alphaId = @(x) theta_xId(x) -lambdaId./x;

alphaOp = sqrt(delta0/delta2);
solidez_pOp = 4*C_T/C11/alphaOp;
solidezOp = @(x) solidez_pOp./x;
theta_xOp = @(x) alphaOp+lambdaId./x;
dCT_dxOp = @(x) 0.5*solidez_pOp*C11*alphaOp*x;
dCPi_dxOp = @(x) lambdaId*dCT_dxOp(x);
dCPo_dxOp = @(x) 0.5*solidez_pOp*(delta0+delta2*alphaOp^2).*x.^2;
C_pOp = quadl(@(x) dCPi_dxOp(x)+dCPo_dxOp(x),0,1)

figure (1)
hold on

```

```

plot(x,lambda(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('\lambda')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,lambdaio*ones(size(x)),x,lambdaio*ones(size(x)))
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

```

```

figure(2)
hold on
plot(x,theta(theta_0,x)*180/pi)
xlabel('x')
ylabel('\theta')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,theta_xId(x)*180/pi,x,theta_xOp(x)*180/pi)
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

```

```

figure(3)
hold on
plot(x,dCT_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dC_T/dx')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,dCT_dxId(x),x,dCT_dxOp(x))

    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

```

```

figure(4)
hold on
plot(x,dCPi_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dC_P_i/dx')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,dCPi_dxId(x),x,dCPi_dxOp(x))

    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

```

```

figure(5)
hold on
plot(x,dCPo_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dC_P_o/dx')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,dCPo_dxId(x),x,dCPo_dxOp(x))
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

```

```

figure(6)

```

```

hold on
plot(x,alpha(theta_0,x)*180/pi)
xlabel('x')
ylabel('\alpha')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,alphaId(x)*180/pi,x,alphaOp*ones(size(x))*180/pi)
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

figure (7)
hold on
plot(x,solidez*ones(size(x)))
xlabel('x')
ylabel('\sigma')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,solidezId*ones(size(x)),x,solidezOp(x))
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

figure (8)
hold on
plot(x,dCP_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dC_P/dx')
grid on
if i == 2
    hold on
    plot(x,dCPo_dxId(x)+dCPi_dxId(x),x,dCPo_dxOp(x)+dCPi_dxOp(x))
    legend('TCMEP','TCMEP_P','Ideal','Óptimo')
end

figure (9)
hold on
plot(x,dT_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dT/dx')
grid on
figure (10)
hold on
plot(x,dQ_dx(theta_0,x))
xlabel('x')
ylabel('dQ/dx')
grid on
end

function lambda = lambda_Prandtl(theta_0,x,solidez,C11,theta,b,C_T,lambda_c)

for i = 1:length(x)
    f = @(lambda) b/2*((1-x(i))/lambda);
    F = @(lambda) 2/pi*acos(exp(-f(lambda)));
    lambda(i) = fzero(@(lambda) -(solidez*C11/16/F(lambda)-lambda_c/2) +
sqrt((solidez*C11/16/F(lambda) - lambda_c/2)^2+...
    solidez*C11/8/F(lambda)*theta(theta_0,x(i))*x(i))-
lambda,[0,10*sqrt(C_T/2)]);
end
end

```

El programa *Ansys Workbench* ofrece, dentro de cada herramienta disponible, multitud de opciones. En la gran mayoría de casos, no es necesario modificar todos los parámetros sino sólo aquellos que intervienen en el análisis que se está realizando. En este anexo se muestran las opciones modificadas dentro del módulo ‘model’ para que la comprensión y reproducción del estudio sea más sencilla. Los datos expuestos durante el apartado y el árbol de objetos expuesto en la Figura D-1 son los empleados en el análisis definitivo.

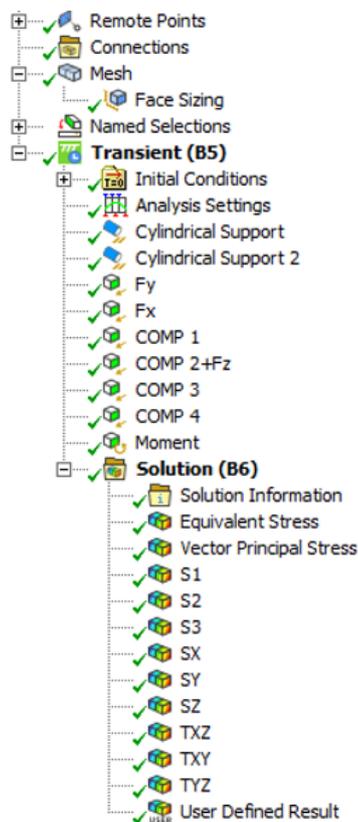


Figura D-1. Árbol de objetos empleado en *Ansys Workbench*.

## D.1 Remote Point

La definición del ‘Remote Point’ es sencilla ya que sólo es necesario seleccionar las caras de aplicación de la fuerza para la que se usa esta herramienta. La Figura D-2 muestra la ventana de configuración donde se ha resaltado la única pestaña que se modifica en este apartado. La posición del punto se puede introducir mediante coordenadas o de manera automática, ya que el programa calcula la posición media entre las diferentes zonas.

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	4 Faces
Coordinate System	Global Coordinate System

Figura D-2. Definición del 'Remote Point'.

## D.2 Mesh

En este apartado las posibilidades y opciones son muy amplias, sin embargo, para este análisis sólo se han modificado 2 apartados (resaltados en la Figura D-3), ya que es más sencillo utilizar la herramienta 'Face Sizing' para afinar el tamaño de la malla en las zonas de interés. Esta herramienta se introduce como un subapartado de 'Mesh' (véase Figura D-1) y en ella es necesario indicar tanto las caras de aplicación, como el tamaño de elemento que se utilizará en estas zonas (Figura D-4). El resultado de la aplicación de esta configuración de malla se puede observar en la Figura 5-7.

Sizing	
Use Adaptive Sizi...	Yes
Resolution	Default (2)
Mesh Defeaturing	Yes
<input type="checkbox"/> Defeature Size	Default
Transition	Slow
Span Angle Center	Coarse

Figura D-3. Modificaciones en la pestaña 'Sizing' del apartado 'Mesh'.



Figura D-4. Ventana de configuración (izq) y zonas de aplicación (dcha) de la herramienta 'Face Sizing'.

Por último, otra de las pestañas útiles dentro del módulo 'Mesh' es la denominada como 'Statistics' (Figura D-5), que informa sobre el número de elementos y nodos de los que está compuesta la malla aplicada. Estos datos son relevantes en este caso ya que, como se ha comentado en el apartado 5.1.2, la licencia empleada limita el número máximo de elementos/nodos que se pueden utilizar.

Statistics	
<input type="checkbox"/> Nodes	31620
<input type="checkbox"/> Elements	20024

Figura D-5. Pestaña 'Statistics'.

### D.3 Transient

En este módulo se definen las condiciones de la simulación y las condiciones de contorno. En la pestaña ‘Step Controls’ (Figura D-6) del apartado ‘Analysis Settings’ se introduce el tiempo de simulación así como el número de intervalos (pasos) de la simulación. Otra ventana relevante de este apartado es ‘Damping Controls’, donde se introducen los datos del amortiguamiento, explicados en el apartado 7.6.1.

Step Controls	
Number Of Steps	1,
Current Step Number	1,
Step End Time	0,7 s
Auto Time Stepping	On
Define By	Time
Initial Time Step	1,e-002 s
Minimum Time Step	1,e-002 s
Maximum Time Step	1,e-002 s

Figura D-6. Ventana ‘Step Controls’.

Las restricciones en desplazamientos y los esfuerzos aplicados se establecen en este caso mediante las herramientas ‘Cylindrical Support’, ‘Force’ y ‘Moment’. Como se expone en el apartado 5.1.2, las restricciones cilíndricas aplicadas restringen los desplazamientos en todas las direcciones a excepción de la tangencial (Figura D-7). Por otra parte, para la definición de las fuerzas y momentos descritas en la Tabla 7-2, es necesario indicar las caras de aplicación, así como su valor y dirección, siendo estos dos últimos parámetros introducidos en forma de tabla (introduciendo los valores para las 3 direcciones del sistema de referencia) o en forma de vector (seleccionando una dirección determinada) (Figura D-8). Para aplicar los momentos en el ‘Remote Point’, sólo es necesario indicar este punto en lugar de las caras de aplicación (Figura D-9).

Definition	
Type	Cylindrical Support
Radial	Fixed
Axial	Fixed
Tangential	Free
Suppressed	No

Figura D-7. Ventana de definición de ‘Cylindrical Support’.

Define By	Vector	Define By	Components
Magnitude	Tabular Data	Coordinate System	Global Coordinate System
Direction	Click to Change	X Component	Tabular Data
Suppressed	No	Y Component	Tabular Data
		Z Component	Tabular Data

Figura D-8. Definición como vector (izq) y en forma de tabla (dcha) de las fuerzas/momentos.

<b>Scope</b>	
Scoping Method	Remote Point
Remote Points	Mx My Mz

Nombre del Remote Point

Figura D-9. Selección del Remote Point como punto de aplicación de esfuerzos.

### D.4 Solution

En este último apartado se seleccionan los resultados que se obtienen de la realización del análisis. Para las tensiones, es necesario insertar una solución del tipo ‘Stress’ y seleccionar la tensión que se desea calcular (normal, tangencial, principal...). Para que las tensiones se calculen en los elementos y no en los nodos (mejorando la veracidad de los resultados), es necesario seleccionar la opción ‘Elemental Mean’, resaltada en la Figura D-10.

<b>Definition</b>	
Type	Maximum Principal St...
By	Time
<input type="checkbox"/> Display Time	0,7 s
Calculate Time History	Yes
Identifier	
Suppressed	No
<b>Integration Point Results</b>	
Display Option	Elemental Mean

Figura D-10. Ventana de configuración del resultado ‘Stress’.

Otra herramienta a destacar en este apartado es la empleada para obtener las direcciones principales en el punto crítico, necesarias para el cálculo del plano crítico en coordenadas globales. En esta herramienta, denominada ‘Vector Principal Stress’, sólo es necesario indicar el punto (en este caso el punto crítico) donde se quieren obtener las direcciones, que, como se ha comentado en el apartado 7.5.1.1, representan los ángulos de Euler.

Por último, y para la localización del punto crítico descrita en el apartado 7.1, es necesario definir un resultado especial, denominado ‘User Defined Result’, que permite la obtención del resultado necesario a partir de una expresión previamente introducida, en este caso la correspondiente a la ecuación (7-1) (Figura D-11).

<b>Definition</b>	
Type	User Defined Result
Expression	$= (S1-S3)*(S1+S3)$
Input Unit System	Metric (m, kg, N, s, V, ...)

Figura D-11. Definición del resultado ‘User Defined result’.

# REFERENCIAS

---

- [1] F. J. Almagro Guerrero, Realización de experimentos aerodinámicos en túnel de viento para la caracterización direccional de un UAV convertible para tareas de emergencia: Proyecto EMERGENTia, 2020.
- [2] D. d. I. A. Desarrollo de una aeronave convertible no tripulada para despliegue rápido y eficiente en situaciones de emergencia, 2017.
- [3] H. Y. Y. L. J. Liu Zhong, «Control techniques of tilt rotor unmanned aerial vehicle systems: A review,» *Chinese Journal of Aeronautics*, 2016.
- [4] J. J. A. T. S. M. Vaibhav Shinde, Modified Rainflow Counting Algorithm for Fatigue Life Calculation, National Centre For Aerospace Innovation and Research, Indian Institute of Technology Bombay Powai, Mumbai, 2018.
- [5] J. M.-E. C. Lu, «Multiaxial fatigue space: A three-dimensional space constituted of fatigue basic units,» *International Journal of Fatigue*, 2020.
- [6] M. M. J. M. JankoSlavič, Structural Dynamics to Fatigue Damage - Theory and Experiments, 2020.
- [7] L. X. L. W. Z. H. S. Z. X. B. Bingfeng Zhao, «A new multiaxial fatigue life prediction model for aircraft aluminum alloy,» *International Journal of Fatigue*, 2020.
- [8] D. Socie y G. Marquis, Multiaxial fatigue, 2000.
- [9] R. R. Craig, Mechanics of Materials, 2011.
- [10] U. o. W. D. o. M. I. M. Engineering, «A modification of Morrow and SWT mean stress correction models,» 2011.
- [11] S.-P. Z. I. I. , Q. L. I. a. Y. L. I. Zheng-Yong Yu 1, «Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction without any additional material constants,» 2017.
- [12] S.-P. Z. \*. Q. L. a. Y. L. Zheng-Yong Yu, «A new energy-critical plane damage parameter for multiaxial fatigue life prediction of turbine blades,» 2017.
- [13] H. B. G. S. Jack A. Collins, Mechanical Design of Machine Elements and Machines, 2010.
- [14] M. Peksen, «Multiphysics Modelling of Structural Components and Materials,» 2018.
- [15] «APC propellers,» [En línea]. Available: <https://www.apcprop.com/technical-information/rpm-limits/>.
- [16] P. S. M. D. S. C. a. P. S. H. Jie-Hua Zhao, «Microstructure-based Stress Modeling of Tin Whisker Growth,» 2006.
- [17] G. J. Costa, Design, Fabrication, Test, and Evaluation of Small-Scale Tiltrotor Whirl Flutter Wind

Tunmerl Models, Pennsylvania State University, 2015.

- [18] C. S. Gómez, Diseño y Optimización Topológica de Rockers para un modelo de Formula Student, Sevilla, 2017.
- [19] C. S. Fernández, Co-simulación para el sistema de extensión/retracción hidráulico de un tren de aterrizaje, Sevilla, 2013.
- [20] «eFatigue,» Altair, [En línea]. Available: <https://www.efatigue.com/>.
- [21] ANSYS, «ANSYS e-learning,» [En línea]. Available: <https://caeai.com/resources/tips-tricks-hex-brick-meshing-ansys-e-learning>.