

CONTROLADOR MEDIANTE SENSIBILIDAD MIXTA $S/KS/T$ APLICADO A UNA PLANTA PILOTO

J.F. Cámara, F. Castaño, M.G.Ortega y F.R. Rubio

Depto. de Ingeniería de Sistemas y Automática. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla
Camino de Los Descubrimientos s/n -41092 Sevilla (Spain)

{jfcamara,fernando, ortega, rubio}@cartuja.us.es

Resumen

Este trabajo describe la obtención de un controlador multivariable para una planta piloto. El controlador que se va a diseñar e implementar es un controlador multivariable H_∞ con Sensibilidad Mixta $S/KS/T$. La planta piloto está situada en los laboratorios del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Escuela Superior de Ingenieros de Sevilla. Básicamente consiste en un sistema termodinámico formado por componentes industriales.

Palabras clave: Sensibilidad mixta $S/KS/T$, control robusto, planta piloto, funciones de ponderación.

1 INTRODUCCIÓN

La aplicación de técnicas de control avanzadas está cobrando cada vez más auge en los entornos industriales. Esto es debido no solo por la mejora de prestaciones que son capaces de aportar, sino también por el desarrollo de métodos sencillos de ajuste de los controladores.

Dentro de estas técnicas se encuentra la teoría del *control robusto*, cuyo diseño se basa en considerar las incertidumbres del sistema a la hora de calcular el controlador. Así, estos controladores están diseñados para que se comporten adecuadamente no sólo en un punto de operación, sino en una región más o menos amplia en función de como cambien las condiciones de funcionamiento de la planta.

En este artículo se ha utilizado la *teoría de control H_∞ lineal* (perteneciente al control robusto), y particularmente el planteamiento de *Sensibilidad Mixta*. Este enfoque permitirá, gracias a sencillos métodos de selección de las funciones de ponderación, sintetizar un controlador robusto para una planta piloto como ejemplo típico de un proceso industrial.

La configuración de la planta piloto permite probar múltiples estrategias de control para un gran número de lazos. La planta está compuesta de

componentes industriales como un tanque de agua con una resistencia eléctrica, un intercambiador de calor, válvulas neumáticas, caudalímetros y sensores de temperatura y presión. En la figura 1 se puede ver una fotografía de la misma.



Figura 1: Planta piloto.

Al igual que en muchos procesos industriales, el objetivo de este trabajo será controlar algunas de las temperaturas del proceso.

La organización del contenido de este trabajo es la siguiente. En la sección 2 se hace una breve descripción de la planta, en la que se exponen cuáles son los principales elementos que tiene, así como cuáles son las variables que se van a considerar. En la sección 3 se describe en qué consiste el problema de *Sensibilidad Mixta $S/KS/T$* y cuál es la metodología seguida para diseñar las funciones de ponderación. En la sección 4 se presentan los resultados experimentales obtenidos al probar los controladores en el sistema real, y por último, en la sección 5 se comentan las conclusiones extraídas sobre la metodología utilizada y los resultados obtenidos.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

La planta es, básicamente, un sistema que utiliza agua como fluido de trabajo en la que se llevan a cabo varios procesos termodinámicos con intercambio de masa y energía. Esencialmente consiste en un tanque de agua con una resistencia en su interior, una serie de tuberías de entrada y salida y un circuito de recirculación con un intercambiador de calor. A continuación se describen algunos de los elementos más importantes. Una descripción más detallada se puede encontrar en [1].

- *Tanque de agua:* Se trata de un depósito cilíndrico con un volumen aproximado de 31 l. Está aislado térmicamente y en su interior hay una resistencia eléctrica de 15 kW para calentar el fluido que contenga. Además, el tanque tiene conectada una tubería de rebozadero, otra de evacuación de agua y una tercera para recircular el agua a través de un intercambiador de calor.
- *Circuito de alimentación:* La planta tiene dos tuberías de entrada, una de agua fría y la otra de agua caliente. Las temperaturas y los caudales de entrada son medidos con termopares y caudalímetros placa-orificio respectivamente. Además la planta incorpora válvulas neumáticas automatizadas para regular los caudales.
- *Circuito de recirculación:* El agua caliente del tanque puede ser enfriada introduciendo agua fría de este circuito. El circuito está compuesto por una bomba centrífuga que hace circular el agua caliente del tanque a través de un intercambiador de calor. Este agua es devuelta al tanque por su parte superior con una temperatura más baja. El caudal de este circuito es controlado por una válvula neumática automatizada.

2.1 SISTEMA CONSIDERADO

Como se ha comentado anteriormente, la configuración de la planta permite disponer de multitud de combinaciones a la hora de elegir el sistema a controlar. En este caso, se ha elegido el sistema formado por el tanque de agua con el circuito de recirculación y el intercambiador de calor, como se puede ver en la figura 2.

Con esta configuración, las variables involucradas son las siguientes:

FT_4 : Caudal a la salida del intercambiador.

TT_5 : Temperatura en el interior del tanque.

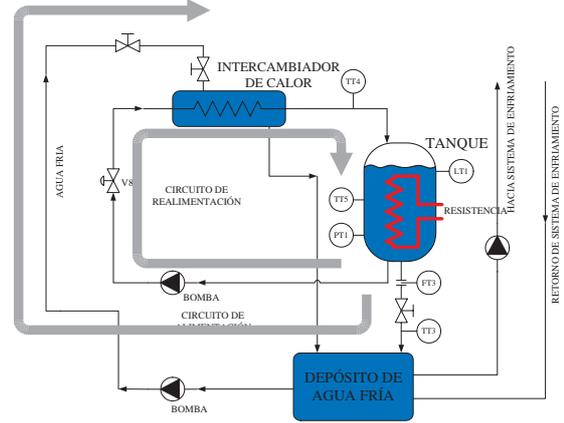


Figura 2: Sistema considerado.

RES : Porcentaje de tiempo de ciclo en el que la resistencia está activa.

TT_4 : Temperatura a la salida del intercambiador de calor.

TT_2 : Temperatura del agua refrigerante del intercambiador.

V_8 : Porcentaje de apertura de la válvula del circuito de recirculación.

Las variables a controlar son las temperaturas TT_4 y TT_5 , mientras que las variables de control serán, por una parte la potencia suministrada al agua por la resistencia actuando sobre la variable RES , y por otra el caudal de agua de recirculación FT_4 , actuando sobre la variable V_8 . La temperatura TT_2 será considerada como una perturbación del sistema.

2.2 CONTROL DE LA PLANTA

Para la implementación de los controladores y el control de la planta se utiliza un sistema de control distribuido ORSI AUTOMAZIONE INTEGRAL CUBE [2], compuesto por un controlador y un supervisor conectados por una red local tipo ARCNET. Los algoritmos de control son, por tanto, implementados en el sistema de control distribuido.

2.3 MODELO DE LA PLANTA

El proceso de identificación de la planta es uno de los más importantes en el control, ya que de la bondad del modelo dependerá, en parte, que se logren los objetivos de control. El modelo utilizado para la planta es un modelo lineal obtenido mediante la experimentación y con la ayuda de un algoritmo de identificación [3], usando un modelo

ARX multivariable. El proceso de identificación fue llevado a cabo para cada uno de los puntos de trabajo, obteniéndose modelos linealizados en el entorno de cada uno de estos puntos.

Los modelos obtenidos son modelos sin escalar, por lo que habrá que hacer un escalado de la planta para poder diseñar el controlador ([5]). Para llevar a cabo el escalado es necesario determinar los máximos cambios esperados en las señales de control y las máximas variaciones permitidas a las salidas. En este caso, los valores elegidos como variaciones máximas son:

$$\begin{aligned} TT_{4 \max} &= 2.5 \text{ } ^\circ C & FT_{4 \max} &= 2 \text{ l/min} \\ TT_{5 \max} &= 5.0 \text{ } ^\circ C & RES_{\max} &= 10 \text{ } \% \end{aligned}$$

Aplicando el escalado a cada uno de los modelos obtenidos el resultado es el de la expresión siguiente:

$$\begin{bmatrix} \hat{TT}_4 \\ \hat{TT}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{G}_{11}(z) & \hat{G}_{12}(z) \\ \hat{G}_{21}(z) & \hat{G}_{22}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{FT}_4 \\ \hat{RES} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Para el punto de trabajo correspondiente a los valores $V_8 = 80 \%$ y $RES = 60 \%$, que es el adoptado como *punto nominal*, las funciones de transferencia de la expresión (1) para un tiempo de muestreo de 1 segundo son las siguientes:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{11}(z) &= \frac{1.651z - 1.651}{z - 0.9986} \cdot z^{-1} \\ \hat{G}_{12}(z) &= \frac{0.0001709z^2 + 1.763 \cdot 10^{-6}z + 0.0002757}{z - 0.9986} \cdot z^{-1} \\ \hat{G}_{21}(z) &= \frac{-0.1088z + 0.1031}{z - 0.9986} \cdot z^{-4} \\ \hat{G}_{22}(z) &= \frac{0.0006879z^2 + 3.919 \cdot 10^{-6}z + 0.0002981}{z - 0.9986} \cdot z^{-4} \end{aligned}$$

Una vez obtenidos los modelos, el siguiente paso en el proceso de control es el diseño de las funciones de ponderación y el cálculo del controlador.

3 SENSIBILIDAD MIXTA S/KS/T

En esta configuración (ver figura 3) se ponderan simultáneamente las funciones de sensibilidad $S(s)$, sensibilidad al control $K(s)S(s)$ y sensibilidad complementaria $T(s)$. Las funciones de ponderación que se utilizan son $W_S(s)$, $W_U(s)$ y $W_T(s)$ respectivamente. El diseño de estas funciones de ponderación se realiza siguiendo las pautas marcadas en [4], empleándose para el diseño de $W_T(s)$ una ligera corrección, que es la utilizada en [1].

3.1 Estimación de la incertidumbre

La síntesis de un controlador robusto se ha de basar en el conocimiento de la incertidumbre del

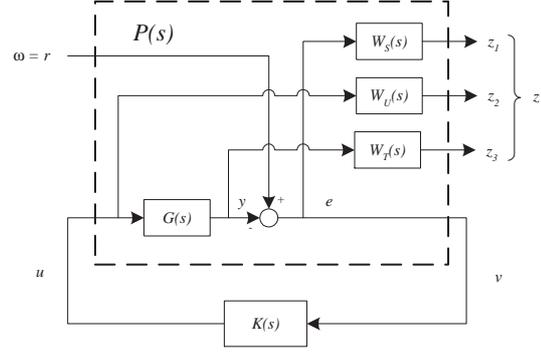


Figura 3: Configuración de sensibilidad mixta S/KS/T.

sistema. En este punto se va a estimar la incertidumbre multiplicativa a la salida del sistema.

Para ello se parte de los modelos lineales calculados, y se estimará la incertidumbre de las funciones de transferencia, $G_i^*(s)$, de los puntos de operación donde se desee que el sistema funcione adecuadamente respecto al modelo nominal, $G(s)$, obtenido en el punto central de operación. Esto será realizado mediante la siguiente expresión:

$$E_{o,i}(s) = (G_i^*(s) - G(s))G(s)^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Por definición, la incertidumbre multiplicativa indica el porcentaje de desconocimiento que se tiene de la planta en cada frecuencia. Este porcentaje suele aumentar con la frecuencia y siempre habrá una frecuencia a partir de la cual el desconocimiento del sistema sea total, o sea, una frecuencia a partir de la cual el valor de la incertidumbre multiplicativa supere la unidad.

3.2 Cálculo de la matriz de ponderación $W_T(s)$

Para el diseño de $W_T(s)$ se propone una matriz cuadrada y diagonal con todos sus elementos iguales a una misma función de transferencia:

$$W_T(s) = W_{Tdiag}(s)I_{q \times q}$$

tal que la dimensión q sea igual al número de salidas del sistema, que en los casos de los modelos de los secaderos considerados, es igual a 2.

La función de transferencia $W_{Tdiag}(s)$ debe ser estable, de fase mínima y de módulo mayor que el máximo valor singular de las incertidumbres calculadas previamente para todas las frecuencias, es decir,

$$|W_{Tdiag}(j\omega)| \geq \bar{\sigma}(E_{o,i}(j\omega)) \quad \forall \omega, \quad \forall i$$

Además, teniendo en cuenta que $W_T(s)$ debe ponderar a la función de sensibilidad complementaria,

para imponer que ésta tenga ganancia pequeña en alta frecuencia se diseñará cada función $W_{Tdiag}(s)$ de forma que su módulo posea un valor elevado en alta frecuencia.

3.3 Cálculo de la matriz de ponderación $W_S(s)$

La matriz de ponderación $W_S(s)$ se va a diseñar como una matriz de funciones de transferencia cuadrada y diagonal, de la forma:

$$W_S(s) = \begin{bmatrix} W_{S11}(s) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W_{Sii}(s) \end{bmatrix}$$

donde la dimensión de la matriz, q , de nuevo es igual al número de salidas del sistema (dos, en el caso de los modelos considerados). Se diseñará cada función de transferencia $W_{Sii}(s)$ de la diagonal mediante la siguiente expresión:

$$W_{Sii}(s) = \frac{\alpha_i s + 10^{(\kappa_i - 1)} \omega_T}{s + \beta_i 10^{(\kappa_i - 1)} \omega_T}$$

donde los parámetros de diseño que aparecen en estas funciones serán elegidos de la siguiente manera:

- α_i : es la ganancia de la función en alta frecuencia. Es un indicador de la sobreoscilación permitida en la salida i -ésima del sistema. Un valor alto de α_i , implicará especificaciones de menor sobreoscilación. Un valor apropiado para cada α_i debería ser del orden de 0.5 .
- β_i : es la ganancia de la función a baja frecuencia. Hace las veces de la cota superior del error en régimen permanente permitido. Este valor no puede ser cero por problemas numéricos del algoritmo de síntesis. Un valor apropiado para este parámetro puede estar entre 10^{-6} y 10^{-4} dependiendo de la aplicación.
- ω_T : es la frecuencia de corte de la función $W_{Tdiag}(s)$ previamente diseñada en el apartado anterior.
- κ_i : este parámetro es el encargado de variar la especificación de ancho de banda de la i -ésima salida. La elección inicial propuesta es de $\kappa_i = 0$, con lo que obtendrán respuestas lentas y raramente oscilatorias. A mayores valores de κ_i , más rapidez de la respuesta correspondiente, si bien también llevará asociada una mayor sobreoscilación.

En la figura 4 se muestra la forma deseada del módulo de estas funciones de ponderación.

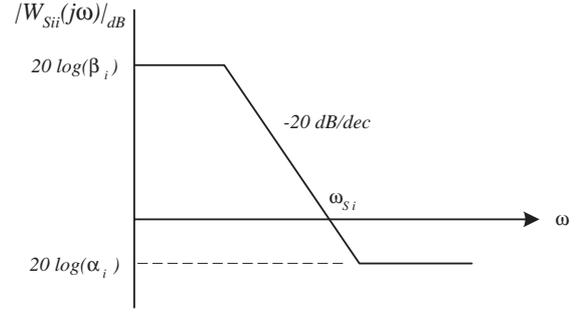


Figura 4: Diseño de $W_{Sii}(s)$.

3.4 Diseño de la función de ponderación $W_U(s)$

Esta función $W_U(s)$ pondera a la función de sensibilidad al control, función que relaciona la referencia y perturbaciones con la actuación que proporciona el controlador. Por tanto, con esta función se penaliza a la señal de control en el rango de frecuencia deseado.

Al penalizar a la señal de control se pretende disminuir la sobreoscilación sin afectar negativamente a los tiempos de subida.

Para el diseño de esta función de ponderación se utiliza el siguiente método ([4]):

1. Inicialmente se elige la matriz de funciones de ponderación $W_U(s)$ constante e igual a la matriz identidad, es decir:

$$W_U(s) = I_{m \times m}$$

donde m es el número de entradas del sistema. El controlador obtenido con esta función se implementa y se analiza la respuesta temporal que se obtenga ante entrada escalón. Con esta respuesta ante escalón se estima la frecuencia de oscilación de la misma. Para ello, se mide el tiempo T transcurrido entre el primer pico de subida y el primer pico de bajada (semiperiodo). A partir de este tiempo, a la frecuencia de oscilación se le denominará ω_d , y su valor estimado es:

$$\omega_d = \frac{\pi}{T} \text{rad/s}$$

Un ejemplo de obtención de este semiperiodo es el mostrado en la figura 5, donde se representa la respuesta ante escalón de la temperatura TT_5 .

2. A partir de este semiperiodo se rediseña la matriz $W_U(s)$ de forma que sea diagonal, y que su módulo aumente en torno a esa frecuencia. La forma propuesta para los elemen-

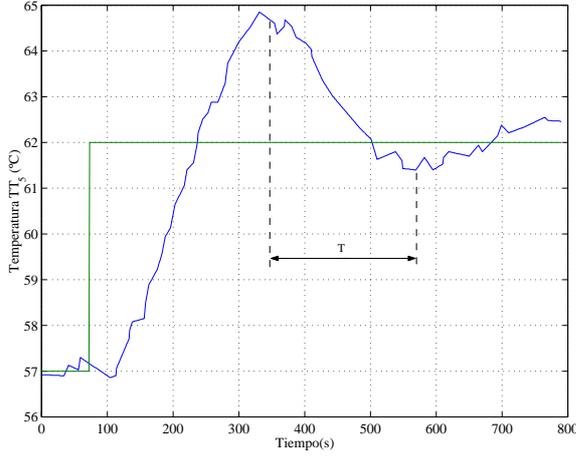


Figura 5: Estimación de la frecuencia de oscilación de la respuesta temporal.

tos de la diagonal es la siguiente:

$$W_U(s) = \frac{(s + \frac{\omega_d}{10\rho})(s + 10\rho\omega_d)}{(s + \frac{\omega_d}{\rho})(s + \rho\omega_d)} \quad (2)$$

Esta expresión es la de un filtro paso banda centrado en ω_d , con ganancia unitaria tanto en baja como en alta frecuencia y cuya anchura de banda es función del parámetro ρ . El valor de este parámetro se tomará en torno a 3, siendo mayor la anchura de la banda a medida que dicho valor aumenta.

3. En un principio se tomará $\rho = 3$, pero opcionalmente se puede variar el valor de este parámetro en función de los resultados obtenidos para lograr una mejor respuesta. Además, se puede considerar la posibilidad de tomar la matriz $W_U(s)$ como una matriz llena, con elementos distintos de cero fuera de la diagonal principal.

4 RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se exponen los resultados experimentales obtenidos. Las funciones de ponderación utilizadas han sido las siguientes (en [1] y [4] se pueden ver más detalles sobre el diseño de las funciones de ponderación $W_T(s)$ y $W_S(s)$):

- La matriz de funciones de ponderación $W_T(s)$ es una matriz diagonal en la que todos los elementos de la diagonal son iguales y su expresión es:

$$W_{Tdiag}(s) = 0.6310 \frac{100s + 1}{0.1s + 1} \quad (3)$$

El paso por 0 dB del módulo de $W_{Tdiag}(s)$ nos da el valor de la frecuencia ω_T , que para esta

función en particular toma un valor de $\omega_T = 0.015$ rad/s. Este valor de ω_T es utilizado para el diseño de $W_S(s)$.

- La matriz de funciones de ponderación $W_S(s)$ también es diagonal y los elementos de su diagonal tienen la siguiente expresión:

$$W_{Sii}(s) = \left(\frac{\alpha_i s + \omega_{Si}}{s + \beta_i \omega_{Si}} \right) \quad (4)$$

donde $\omega_{Si} = 10^{(\kappa_i - 1)} \omega_T$. El valor de ω_T es, como se ha dicho anteriormente, de 0.015 rad/s, mientras que el resto de los parámetros toman los siguientes valores:

- $\alpha_i = 0.5$
- $\beta_i = 10^{-4}$
- $\kappa_1 = 2$
- $\kappa_2 = 1.5$

Estas dos funciones de ponderación no van a ser modificadas en el proceso de diseño. El ajuste final del controlador se hace variando la función de ponderación $W_U(s)$. En los resultados experimentales que se muestran a continuación se utilizan diversos valores del parámetro ρ que hacen que el comportamiento del sistema sea diferente en cada caso.

En la figura 6 se muestran los resultados experimentales en los que $W_U(s)$ es igual a la matriz identidad. Como era de esperar, las respuestas son oscilatorias, y a partir de estas respuestas se estiman los valores del semiperiodo T (ver figura 5). En este caso se obtiene que $T_{FT4} \simeq 80s$ y que $T_{RES} \simeq 275s$. Estos valores van a ser utilizados para diseñar $W_U(s)$ en los siguientes casos, y permanecerán constantes en todos ellos.

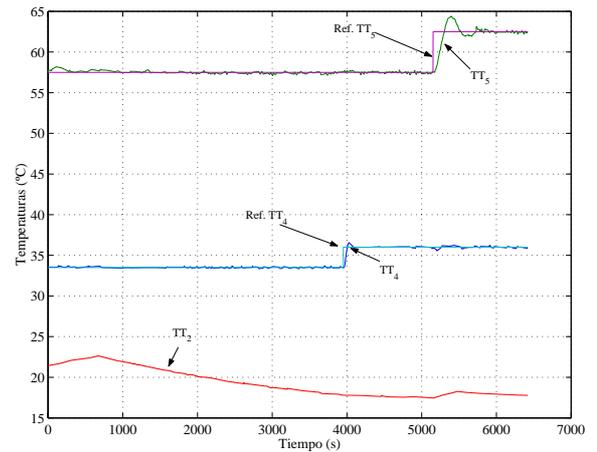


Figura 6: Resultados experimentales con $W_U(s) = I_{2 \times 2}$.

En esta figura además se observa cómo el controlador mantiene constantes las temperaturas TT_4

y TT_5 cuando la temperatura TT_2 aumenta de forma considerable.

En la figura 7 se representa el resultado obtenido con los valores de T anteriores y con $\rho = 3$. Se observa cómo en este caso no se produce sobreoscilación en ninguna de las variables, pero la respuesta es más lenta que en el caso anterior. Esto es debido a que, como W_U es un filtro, se penaliza en exceso a las señales de control. Por tanto, el siguiente paso en el proceso de diseño del controlador es el de reducir los valores de ρ .

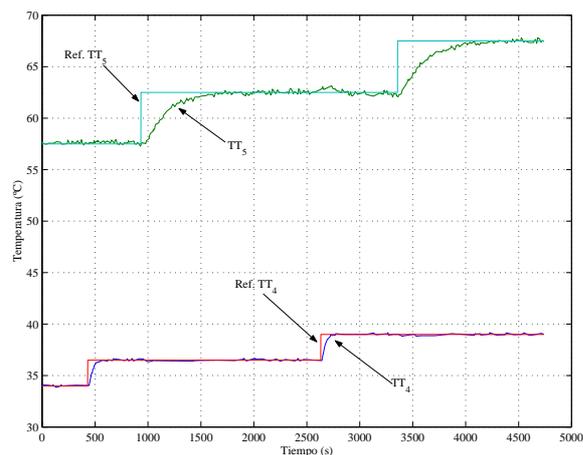


Figura 7: Resultados experimentales con $\rho_{FT_4} = \rho_{RES} = 3$.

Esto es lo que se ha hecho en la figura 8. Se ha diseñado W_U utilizando para ρ los siguientes valores:

$$\rho_{FT_4} = 1 \quad \rho_{RES} = 0.3$$

Se observa cómo en este caso los valores de ρ son demasiado pequeños y las respuestas son oscilatorias, por lo que habrá que aumentar un poco más estos valores hasta llegar a un compromiso entre rapidez y sobreoscilación.

En la figura 9 se representan los resultados correspondientes a los siguientes valores de ρ :

$$\rho_{FT_4} = 2 \quad \rho_{RES} = 1$$

Al haberse aumentado los valores de ρ la respuesta es, lógicamente, algo más lenta que en el caso anterior, pero sin embargo, se ha logrado disminuir la sobreoscilación.

5 CONCLUSIONES

Se ha diseñado e implementado un controlador H_∞ mediante el plantamiento de *Sensibilidad Mixta S/KS/T* para una planta piloto. Los resultados experimentales han permitido corroborar

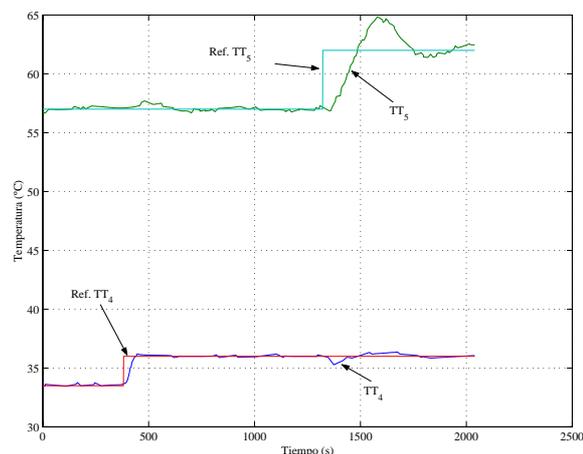


Figura 8: Resultados experimentales con $\rho_{FT_4} = 1$ y $\rho_{RES} = 0.3$.

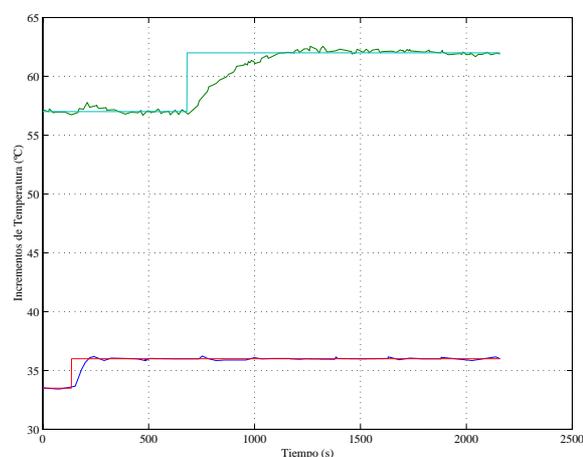


Figura 9: Resultados experimentales con $\rho_{FT_4} = 2$ y $\rho_{RES} = 1$.

la validez de las funciones de ponderación propuestas y el buen comportamiento del controlador diseñado. También se ha comprobado que el sistema se comporta adecuadamente ante perturbaciones externas.

Agradecimientos

Los autores desean agradecer a CICYT la financiación de este trabajo con cargo al proyecto de investigación DPI2001-2424-C02-01.

Referencias

- [1] Cámara Illana, Juan Fco., (2002) *Identificación y control multivariable de un sistema termodinámico (PFC)*, Universidad de Sevilla, Sevilla.
- [2] User's Guide, *CUBE V.4*, Orsi Automazione S. p.A.

- [3] Ljung L., (1986) *System Identification Toolbox*, The Math Works, Inc.
- [4] Ortega, M. G., (2001) *Aportaciones al control H_∞ de sistemas multivariables*, Universidad de Sevilla, Sevilla.
- [5] Skogestad S., Postlethwaite I., (1996) *Multivariable Feedback Control. Analysis and Design.*, John Wiley & Sons.