

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Definición de un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía

Autor: Miguel Ángel Medina Blázquez

Tutor: Antonio Romero Ordóñez

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Definición de un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía

Autor:

Miguel Ángel Medina Blázquez

Tutor:

Antonio Romero Ordóñez

Profesor Titular de Universidad

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020

Trabajo Fin de Grado: Definición de un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía

Autor: Miguel Ángel Medina Blázquez
Tutor: Antonio Romero Ordóñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020

El Secretario del Tribunal

A mi familia
A mis maestros

Agradecimientos

Encontrarme en la situación de estar a punto de entregar mi Trabajo de Fin de Grado, me hace reflexionar remontándome a la época en la que a penas siquiera sabía hablar. De quienes primero se me vienen imágenes a la cabeza inúndandola, son mis padres, que no solo me han dado el maravilloso regalo de la vida, sino que siempre han sido mis mayores apoyos y maestros. Muchas veces uno no tiene la suficiente madurez para darse cuenta de lo que unas personas son capaces de hacer por tí, pero siempre les estaré eternamente agradecido por toda la ilusión que pusieron en enseñarme a leer, a andar, a razonar, a valorar, a quere, a cuidar, a luchar... Muchos han sido los años alcanzando logros y metas compartidos, porque si yo tenía un examen, ellos también; si yo lloraba, ellos me limpiaban las lágrimas; si sacaba la mejor nota, ellos lo celebraban; si me caía, ellos me levantaban... y no hubiese sido nada de lo que soy hoy en día sin ese equipo que hemos formado a lo largo del tiempo permaneciendo siempre unidos. Trinidad Blázquez Galán, Mamá; Juan Medina Pozo, Papá; un agradecimiento es insignificante para lo que merecéis por todo lo que me habéis dado, por eso quiero dejar constancia aquí por escrito, que sois las personas que más admiro del mundo, mis ejemplos a seguir en la vida y los mejores padres que jamás podría haber tenido.

Me complace también mencionar a mi hermano mayor, Daniel Medina Blázquez, otra de las personas a las cuales me debo, quién también ha formado parte de todos mis logros, ha sido mi referente, me ha dado los mejores consejos y la mayor motivación. Te conozco desde que nací, y no solo has sido un hermano, sino un compañero y amigo inmejorable que siempre me ha cuidado. Gracias por quererme a tu manera.

A mi hermano pequeño, Mario Medina Blázquez, quiero decirte que, aunque seas más reservado, ver como te has alegrado con cada paso que he dado en la vida, me ha llenado de satisfacción plena. Hemos compartido demasiado juntos, y sentirme orgulloso de tí por el hombre en el que te has convertido, me ha dado muchos ánimos y alegrías, amenizándome los momentos más duros. Gracias por ser así como eres, tan especial. No te cambiaría por nada ni nadie.

Lineth Ximena Bedoya Landazábal, tu presencia ha sido muy corta en mi vida si la comparamos con mis padres y hermanos, pero no por ello significa que me hayas dado menos, ya que desde que te conozco soy la mejor versión de mí mismo. Tu amor, tus ánimos, tu apoyo, tu comprensión, tu ilusión hacia mí... Jamás pensé que alguien que no fuese de mi familia pudiera desearme tanto el bien como ellos, y tú me has demostrado lo contrario cada día. Gracias por ser esa persona tan increíble junto a la que quiero compartir el resto de mi vida.

Finalmente, me gustaría agradecer a mi tutor, Antonio Romero Ordóñez, por todos los conocimientos enseñados, por la profesionalidad mostrada, la disponibilidad, la entrega y la preocupación. No pudo ser mejor decisión haberlo elegido para este trabajo.

*Miguel Ángel Medina Blázquez
Sevilla, 2020*

Resumen

Un tipo de cosechador de energía piezoeléctrico es una viga en voladizo con una o dos capas piezocerámicas (unimorfo o bimorfo). La viga está situada en una estructura vibratoria hospedante y se coloca una masa puntual en su extremo libre, de modo que la tensión dinámica inducida en la(s) capa(s) piezocerámica(s) genera una salida de voltaje alterna a través de los electrodos que cubren la(s) capa(s).

Este trabajo forma parte de un proyecto que trata de estudiar concretamente el aprovechamiento de las vibraciones de origen ferroviario para alimentar cosechadores de energía que funcionen como sistemas de monitorización de daño instalados en la propia infraestructura ferroviaria. Para ello, se pretende construir un prototipo cuya validez se verificará, en primer lugar, experimentalmente en el laboratorio, para lo que se define un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía.

Dicho procedimiento se ha llevado a cabo en el taller de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Sevilla, donde se ha dispuesto un banco de ensayo adecuado en base a un experimento de las mismas características hecho público, el cual se ha adaptado para facilitar la calibración y configuración del equipo de medida disponible. Para la realización de los ensayos y el procesamiento de la información se ha hecho uso de la herramienta informática “BK Connect”.

Todo esto se pretendía poner a prueba con el ensayo preliminar de una pletina, pero debido al contratiempo de la pandemia de enfermedad por coronavirus de 2019-2020, la interrupción de los ensayos en laboratorio ha dado lugar a la búsqueda y ejecución de métodos alternativos para la obtención de parámetros de la pletina a partir de los datos recogidos hasta el momento.

Finalmente, se ha realizado el análisis armónico de un sistema mesa-cosechador para la mesa del laboratorio y el cosechador del experimento de referencia, cuyos datos y resultados son conocidos, modelizando ambos elementos en ANSYS. Las soluciones se han contrastado con el estudio del comportamiento de un sistema simplificado y equivalente para concluir que la mesa del banco de ensayo no influye en las mediciones de modo que se obtendría información correcta acerca de cosechadores específicos ensayados sobre ella.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xv
Índice de Figuras	xvii
1 Introducción	1
1.1. <i>Revisión bibliográfica</i>	1
1.2. <i>Objetivos</i>	3
1.3. <i>Contribuciones originales</i>	4
2 Fundamentos teóricos	5
2.1. <i>Frecuencia natural y resonancia</i>	5
2.1.1. Ejemplo de un sistema de un grado de libertad	6
2.1.1.1. Respuesta de amplitud	7
2.1.1.2. Respuesta de fase	7
2.1.2. Amortiguamiento	9
2.1.3. Modos de vibración	9
2.1.4. Mitigación de los efectos de la resonancia	10
2.1.4.1. Modificaciones de masa y rigidez	10
2.1.4.2. Cambios del amortiguamiento	11
2.1.4.3. Absorbedor sintonizado	11
2.2. <i>Función de respuesta en frecuencia</i>	13
2.2.1. En el análisis modal experimental	13
2.2.2. FRF imaginarias y modos de vibración	14
2.2.3. Promedio de mediciones de la FRF: Coherencia	15
2.3. <i>Análisis modal</i>	17
2.3.1. Diferencias entre EMA y OMA	17
2.3.2. Análisis modal experimental	19
2.4. <i>Análisis armónico</i>	19

3	Configuración de los ensayos	21
3.0.	<i>Ensayo en un microgenerador</i>	21
3.1.	<i>Ensayos preliminares</i>	23
3.2.	<i>Descripción del equipo de medida</i>	24
3.2.1.	Sistema de adquisición de datos	25
3.2.2.	Acelerómetros	27
3.2.3.	Vibrómetro láser	28
3.2.4.	Martillo de impactos	31
3.2.5.	Calibrador	32
3.3.	<i>Banco de ensayo y montaje</i>	33
4	Configuración del SAD	39
4.1.	<i>Modelo</i>	39
4.2.	<i>Front-end</i>	39
5	Configuración y calibración de instrumentos	41
5.1.	<i>Acelerómetros</i>	41
5.2.	<i>Vibrómetro láser</i>	43
6	Análisis modal de una pletina	53
6.1.	<i>Frecuencias naturales y modos de vibración</i>	53
6.2.	<i>Factor de amortiguamiento</i>	55
7	Análisis armónico de un sistema mesa-cosechador	59
7.1.	<i>Análisis armónico de un sistema de 2 GDL</i>	59
7.2.	<i>Análisis dinámico del banco de ensayo</i>	62
7.2.1.	Modelo sin extremos volados	63
7.2.2.	Modelo con extremos volados	65
7.2.3.	Selección del modelo para la mesa	67
7.3.	<i>Análisis armónico del sistema mesa-cosechador</i>	69
7.4.	<i>Análisis armónico del sistema mesa con refuerzo-cosechador</i>	78
7.5.	<i>Conclusiones</i>	85
8	Conclusiones y desarrollos futuros	87
	Referencias	89
	Anexo A. Tabla de archivos bkc de la memoria USB	93
	Anexo B. Códigos de ANSYS	95
Código B-1.	<i>Listado de comandos de ANSYS para calcular la FRF de un sistema de 2 grados de libertad</i>	95
Código B-2.	<i>Listado de comandos de ANSYS para el análisis modal de la mesa sin extremos volados</i>	97
Código B-3.	<i>Listado de comandos de ANSYS para el análisis modal de la mesa con extremos volados</i>	101
Código B-4.	<i>Listado de comandos de ANSYS para el análisis armónico del sistema mesa-cosechador</i>	106
	Anexo C. Resultados del análisis modal de la mesa	113
C.1.	<i>Resultados del análisis modal del modelo de la mesa sin extremos volado</i>	113
C.2.	<i>Resultados del análisis modal del modelo de la mesa con extremos volados</i>	117
C.3.	<i>Resultados del análisis modal del modelo de la mesa con extremos volados y refuerzo adicional</i>	121

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1. Parámetros geométricos y materiales del bimorfo en voladizo usado para la validación experimental de Erturk e Inman.	22
Tabla 3-2. Parámetros geométricos de la pletina utilizada en los ensayos preliminares.	23
Tabla 3-3. Especificaciones del SAD utilizado en los ensayos. Modelo 3053 de Brüel & Kjær.	27
Tabla 3-4. Especificaciones de actuación de los acelerómetros utilizados en los ensayos. Modelo 352C33 de PCB Piezotronics.	28
Tabla 3-5. Especificaciones generales del vibrómetro láser utilizado en los ensayos. Tipo 3883 de Brüel & Kjær provisto por Ometron.	30
Tabla 3-6. Especificaciones de actuación del martillo de impactos utilizado en los ensayos. Modelo 086C02 de PCB Piezotronics.	31
Tabla 3-7. Especificaciones de actuación del calibrador utilizado en los ensayos. Modelo 394C06 de PCB Piezotronics.	33
Tabla 3-8. Características específicas de los acelerómetros y el martillo de impactos utilizados en el banco de ensayo.	35
Tabla 5-1. Tabla comparativa entre las sensibilidades nominales y las sensibilidades de salida obtenidas para el vibrómetro láser.	47
Tabla 6-1. Posibles frecuencias naturales y modos de vibración de la pletina.	54
Tabla 6-2. Frecuencias naturales y modos de vibración de la pletina estimados con MATLAB.	55
Tabla 6-3. Factores de amortiguamiento de la pletina estimados con MATLAB.	57
Tabla 7-1. Frecuencias naturales y modos de vibración del modelo de la mesa sin extremos volados.	68
Tabla 7-2. Frecuencias naturales y modos de vibración del modelo de la mesa con extremos volados.	68
Tabla 7-3. Resultados del análisis armónico del sistema mesa-cosechador.	77
Tabla 7-4. Evaluación de la interacción del sistema mesa-cosechador.	78
Tabla 7-5. Resultados del análisis armónico del sistema mesa con refuerzo-cosechador.	85
Tabla 7-6. Evaluación de la interacción del sistema mesa con refuerzo-cosechador.	85
Tabla 7-7. Comparación entre la interacción del sistema mesa-cosechador y el sistema mesa con refuerzo-cosechador.	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Sistema de masa con resorte amortiguado.	6
Figura 2-2. Izquierda - Gráfica de la respuesta de desplazamiento del sistema de masa con resorte amortiguado debido a la fuerza en función de la frecuencia. Derecha – Gráfica de la respuesta de aceleración del mismo.	7
Figura 2-3. Respuesta del sistema SDOF por debajo, en, y por encima de la frecuencia natural del sistema.	8
Figura 2-4. El sistema SDOF sin amortiguamiento (izquierda) continúa vibrando mientras que el sistema SDOF con amortiguamiento (derecha) deja de vibrar.	9
Figura 2-5. El modo de vibración de una viga simple apoyada se vuelve más complejo a frecuencias más altas.	10
Figura 2-6. Cuando el amortiguamiento es bajo (verde), la respuesta de amplitud del sistema es alta. Cuando el amortiguamiento es alto (rojo), la respuesta de amplitud del sistema es baja.	11
Figura 2-7. Izquierda - Sistema original que consta de m_1 y k_1 . Derecha - Sistema original con absorbedor sintonizado (m_2 , k_2) aplicado.	11
Figura 2-8. La respuesta (rojo) del sistema original (m_1 , k_1) se reduce a cero (verde) al introducir un absorbedor sintonizado (m_2 , k_2). El nuevo sistema tiene dos modos: uno por encima de la frecuencia natural del sistema original, y otro por debajo.	12
Figura 2-9. Ejemplo de diagrama de Bode de amplitud y fase de una FRF en el análisis modal experimental. La amplitud tiene picos correspondientes a las frecuencias naturales/resonancias del objeto de prueba. La fase varía a las frecuencias de resonancia.	13
Figura 2-10. Ejemplo de aplicación de una fuerza con respuesta en frecuencia plana a una estructura para identificar frecuencias resonantes en la respuesta.	14
Figura 2-11. Izquierda - FRF expresada en amplitud y fase. Derecha - FRF expresada en real e imaginario.	15
Figura 2-12. Verde: Coherencia. Rojo: FRF.	16
Figura 2-13. Resumen comparativo del EMA frente al OMA.	17
Figura 2-14. Diagrama de bloques que representa un sistema dinámico. H es la matriz del sistema, que relaciona las salidas (Y) con las entradas (X).	18
Figura 2-15. Resumen de los procesos del EMA frente al OMA.	18
Figura 2-16. Amplitudes máximas de la respuesta de un grado de libertad de una estructura cuando es solicitada por una serie de cargas armónicas.	20

Figura 3-1. Configuraciones de bimorfo en voladizo con (a) conexión en serie de capas piezocerámicas, (b) conexión en paralelo de capas piezocerámicas y la (c) vista en sección transversal de un bimorfo en voladizo.	22
Figura 3-2. (a) Configuración experimental usada por Erturk e Inman para la validación de su modelo analítico y el (b) bimorfo con una masa puntual adjunta analizado en el experimento.	23
Figura 3-3. (a) Configuración experimental utilizada en los ensayos preliminares y la (b) pletina simple analizada en el experimento.	24
Figura 3-4. Esquema elemental del equipo de medida empleado.	25
Figura 3-5. Sistema de adquisición de datos utilizado en los ensayos. Módulo LAN-XI de entrada de 12 canales de alta densidad. Modelo 3053. Fabricante: Brüel & Kjær.	26
Figura 3-6. Principio de funcionamiento de un acelerómetro piezoeléctrico. El efecto piezoeléctrico.	27
Figura 3-7. Acelerómetros utilizados en los ensayos. Modelo 352C33. Fabricante: PCB Piezotronics.	28
Figura 3-8. Esquema básico de los componentes de un Vibrómetro Doppler Láser (LDV). Principio de funcionamiento.	29
Figura 3-9. Vibrómetro láser utilizado en los ensayos. Tipo 8338. Fabricante: Brüel & Kjær. Proveedor: Ometron.	30
Figura 3-10. Martillo de impactos utilizado en los ensayos. Modelo 086C02. Fabricante: PCB Piezotronics.	31
Figura 3-11. Calibrador utilizado en los ensayos. Modelo 394C06. Fabricante: PCB Piezotronics.	32
Figura 3-12. (a) Configuración de la estructura portante para la pletina en voladizo con sección de viga metálica perfil HEB 220 como base y el (b) detalle del mecanismo de empotramiento.	34
Figura 3-13. (a) Señalización de las distancias entre los aparatos de medición y el centro de impactos en la pletina, con dirección y sentido del eje de medida. (b) Imanes de unión acelerómetro-pletina utilizados.	35
Figura 3-14. (a) Configuración final de la pletina en voladizo para el banco de ensayo con indicación de acelerómetros y punto de impactos/medida. (b) Detalle de la unión acelerómetro-pletina.	36
Figura 3-15. Configuración final del SAD para el banco de ensayo con indicación de los canales de conexión.	36
Figura 3-16. Trípode utilizado en los ensayos para el vibrómetro laser con indicación de grados de libertad. Modelo G1220. Fabricante: Gitzo.	37
Figura 5-1. (a) Método de sujeción con gato utilizado para la estabilidad del calibrador durante el proceso de calibración y el (b) detalle de la unión acelerómetro-calibrador.	42
Figura 5-2. Selección pico vs RMS con acelerómetro de 100 mV/g.	42
Figura 5-3. Gráfica de la aceleración frente al tiempo medida con el acelerómetro 6 sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 9,5 s con señalización triangular de los valores pico.	43
Figura 5-4. (a) Configuración empleada durante la calibración del vibrómetro láser y el (b) detalle del punto de incidencia del rayo láser sobre el calibrador.	44
Figura 5-5. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 20 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.	45
Figura 5-6. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 100 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.	46
Figura 5-7. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 500 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.	47
Figura 5-8. (a) Configuración empleada durante la elección de sensibilidad para el vibrómetro láser y el (b) detalle del punto de incidencia del rayo láser sobre el acelerómetro 6.	48
Figura 5-9. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 20 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	49
Figura 5-10. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 100 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	50

Figura 5-11. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 500 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	50
Figura 5-12. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 20 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	51
Figura 5-13. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 100 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	51
Figura 5-14. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 500 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	52
Figura 6-1. Gráfica de la FRF de la aceleración en escala logarítmica dada por el acelerómetro 6 durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	53
Figura 6-2. Diagrama de estabilización de la FRF estimada con MATLAB a partir de las señales temporales de excitación del martillo y de respuesta de la aceleración medida con el acelerómetro 6 durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.	54
Figura 6-3. Ejemplo del método del semi ancho de banda.	55
Figura 6-4. Gráfica de la FRF de la aceleración del posible primer modo de vibración de la pletina dada por el acelerómetro 6 y utilizada para el método del semi ancho de banda.	56
Figura 7-1. Representación de un sistema de 2 grados de libertad equivalente al sistema mesa-cosechador.	60
Figura 7-2. Gráfica de la FRF del desplazamiento de un sistema de 2 grados de libertad equivalente al sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural de la mesa y del cosechador aislados: 1 Hz.	61
Figura 7-3. Gráfica adimensional por la frecuencia natural del cosechador con la evolución de la frecuencia natural del sistema frente a la de la mesa.	61
Figura 7-4. Plano isométrico de la mesa con vistas de alzado/perfil y planta. Cotas en centímetros.	62
Figura 7-5. Esquema de puntos y líneas del modelo de la mesa sin extremos volados.	64
Figura 7-6. Representación del modelo de la mesa sin extremos volados.	65
Figura 7-7. Esquema de puntos y líneas del modelo de la mesa con extremos volados.	66
Figura 7-8. Esquema de áreas para la placa del modelo de la mesa con extremos volados.	66
Figura 7-9. Representación del modelo de la mesa con extremos volados.	67
Figura 7-10. Forma del modo 4 en el modelo de la mesa sin extremos volados (izquierda) y en el modelo de la mesa con extremos volados (derecha).	68
Figura 7-11. Representación del sistema mesa-cosechador con zoom hacia el cosechador.	70
Figura 7-12. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz. Rango de frecuencias: 1-1000 Hz.	71
Figura 7-13. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.	72
Figura 7-14. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.	72
Figura 7-15. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.	73
Figura 7-16. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.	73
Figura 7-17. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.	74
Figura 7-18. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.	74
Figura 7-19. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.	75
Figura 7-20. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.	75

Figura 7-21. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.	76
Figura 7-22. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.	76
Figura 7-23. Zonas de desviación para los resultados del análisis armónico del sistema de 2 GDL.	77
Figura 7-24. Representación del sistema mesa con refuerzo-cosechador con vista del refuerzo inferior en forma de cruz.	78
Figura 7-25. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz. Rango de frecuencias: 1-1000 Hz.	79
Figura 7-26. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.	80
Figura 7-27. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.	80
Figura 7-28. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.	81
Figura 7-29. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.	81
Figura 7-30. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.	82
Figura 7-31. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.	82
Figura 7-32. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.	83
Figura 7-33. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.	83
Figura 7-34. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.	84
Figura 7-35. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.	84

1 INTRODUCCIÓN

Actualmente existe un número elevado de proyectos de I+D+i para el desarrollo de nuevos sistemas de gestión que permitan un mantenimiento preventivo y eficiente de sistemas mecánicos, estructuras e infraestructuras en general. Muchos de ellos tienen como objetivo la monitorización en tiempo real del estado de conservación. Estos modelos de gestión hacen un uso extensivo de sensores microelectromecánicos (Microelectromechanical Systems, MEMS) que incluyen acelerómetros, giróscopos, inclinómetros, sensores de presión, etc. Estos dispositivos requieren fuentes de energía para su funcionamiento y transmisión de datos. Dada la dificultad de disponer de un suministro eléctrico fiable en lugares remotos, la complejidad de cableado que ello supone, y la necesidad a nivel global de diseñar sistemas de aprovechamiento de energía sostenibles y eficientes, se hace necesaria la investigación de nuevas fuentes de energía que faciliten el desarrollo de sistemas de monitorización autónomos.

Los sensores inalámbricos se han convertido en una solución prometedora para la monitorización de infraestructuras en tiempo real. Este tipo de sensores tienen un microprocesador integrado para la adquisición y el procesamiento digital de la señal, y además cuenta con tecnología inalámbrica para comunicarse con un nodo del sistema de monitorización (en caso de redes de sensores distribuidos por nodos) o con el propio sistema de adquisición central. Estos avances convierten a los sensores inalámbricos en una alternativa atractiva al sistema de cableado tradicional. Sin embargo, los nodos del sistema, el módulo central de adquisición de datos, o bien los propios sensores en el caso de no ser sensores activos, requieren de una fuente de energía eléctrica para su funcionamiento. En caso de no disponer de conexión a una red eléctrica, el uso de baterías se plantea como la solución más inmediata, pero esta solución plantea dificultades para asegurar la autonomía de los sensores y la transmisión de datos.

La recolección de energía, que consiste en la transformación de la energía ambiental en energía eléctrica, se está convirtiendo en una alternativa para asegurar el abastecimiento energético de los nodos y sensores de un sistema de monitorización. El concepto de recolección de energía o microgeneración de energía hace referencia a la transformación de una forma de energía (viento, vibraciones, sonido, etc.) en otra, normalmente energía eléctrica. En el ámbito de la alimentación de sensores, estas fuentes externas de energía se pueden aprovechar para alimentar los nodos de un sistema e incrementar tanto su vida útil como la capacidad de la red de sensores. Una técnica extendida y popular de recolección de energía es la transformación de la energía solar en energía eléctrica. Sin embargo, los sistemas fotovoltaicos presentan un elevado grado de incertidumbre originado por las condiciones climáticas. Otras técnicas de recolección de energía consisten en la transformación de energía mecánica en energía eléctrica. Algunas investigaciones han propuesto dispositivos mecánicos que aprovechan su respuesta debida a una sollicitación externa para producir energía. En estos casos, los medios de obtención de la energía pueden ser de origen inductivo o piezoeléctrico.

1.1 Revisión bibliográfica

El uso de baterías que alimentan la mayoría de los dispositivos electrónicos convencionales de pequeña escala ha tenido un crecimiento tecnológico relativamente pequeño en las últimas dos décadas. Este problema ha dado lugar a la cada vez mayor urgencia de buscar fuentes alternativas [1] como la solar [2], el viento [3], la biomasa [4] o la recolección de energía de vibración [5].

En concreto, la drástica reducción en requerimientos de potencia de estos pequeños componentes electrónicos ha motivado la investigación para alimentar dichos componentes mediante el uso de la energía de vibración disponible en su entorno (debido a la gran influencia general de las fuentes de vibración ambiente), especialmente en aplicaciones de sensores remotos/inalámbricos.

Muchos investigadores han intentado diseñar dispositivos de conversión de energía mecánica a eléctrica basados en diferentes mecanismos de conversión [6] [7] [8] [9].

Según Williams y Yates [10], los tres mecanismos básicos de conversión de energía de vibración a eléctrica son las transducciones electromagnéticas, electrostáticas y piezoeléctricas; siendo esta última la que ha recibido mayor atención como muestra la literatura de los últimos años [11] [12] [13].

Típicamente, un cosechador de energía piezoeléctrico es una viga en voladizo con una o dos capas piezocerámicas (un unimorfo o un bimorfo). Básicamente, la viga del cosechador está situada en una estructura vibratoria hospedante y se coloca una masa puntual en su extremo libre, de modo que la tensión dinámica inducida en la(s) capa(s) piezocerámica(s) genera una salida de voltaje alterna a través de los electrodos que cubren la(s) capa(s).

Los investigadores han considerado una carga eléctrica resistiva en el circuito para proponer un modelo simple con el que predecir las salidas eléctricas dada una entrada de movimiento en la base.

Los primeros intentos de modelización de cosechadores de energía emplearon soluciones de un grado de libertad (SDOF) [14] [15]. El modelo del SDOF o modelo de parámetros agrupados es un enfoque conveniente, pues el dominio eléctrico ya consiste de por sí en parámetros agrupados: un condensador (debido a la capacitancia interna del piezocerámico) y una resistencia (debido a una resistencia de carga externa).

La forma tradicional de excitación armónica en la base de los SDOF puede producir resultados altamente inexactos tanto para el modelado como para la optimización [16] de cosechadores en voladizo bajo excitación en la base, por lo que se han estimado [17] factores de corrección con el fin de mejorar las relaciones electromecánicas.

Como un enfoque de modelado más preciso (modelado de parámetros discretos), la formulación discreta del tipo Rayleigh-Ritz derivada por Hagood et al [18] fue empleada por Sodano et al [19] y duToit et al [15] basándose en la teoría de la viga de Euler-Bernouilli.

A partir de la teoría de Euler-Bernouilli, Lu et al [20], Chen et al [21], Lin et al [22] o Ajitsaria et al [23] expresaron en modelos analíticos similares la respuesta eléctrica en términos de la respuesta de vibración de la viga, aunque la veracidad de los resultados es cuestionada debido a los débiles supuestos matemáticos involucrados [24].

La solución analítica al problema acoplado de una configuración de cosechador de energía piezoeléctrico unimorfo basada en los supuestos de Euler-Bernouilli fue presentada por Erturk e Inman [25], para la cual, Elvin y Elvin [26] observaron más tarde su convergencia con la solución del tipo Rayleigh-Ritz anteriormente introducida por Hagood et al [18]. Tras esto, Erturk e Inman [27] presentaron la aplicación de la solución del parámetro distribuido acoplado [25] a las configuraciones en voladizo de bimorfos con conexiones en serie y paralelo de capas piezocerámicas; todo ello, validado experimentalmente.

A veces, la frecuencia de resonancia de un cosechador no coincide con la frecuencia de las vibraciones ambiente, o el ancho de banda de la frecuencia del generador está generalmente limitado a un rango específico el cual no puede cubrir las frecuencias aleatorias de la vibración de las fuentes externas, limitando la generación de potencia [28].

En base a esto, los modelos analíticos y los experimentos correspondientes fueron analizados en los trabajos [14] [29] [30] [31], tanto para mejorar la *performance* de salida de potencia [32] [33], como para la optimización [34] [35], o la investigación de la recolección de energía de banda ancha con cosechadores no lineales [36] [37] [38] [39] [40] [41] [42] y lograr una alta eficiencia de conversión.

El amortiguamiento del sistema juega un papel ambiguo al ser asociado con la recolección, disipación y transferencia de energía. Williams et al. [43] demostró experimentalmente que la componente mecánica del amortiguamiento general no puede aportar más energía de la que disipa, indicando que la operación en el vacío es beneficiosa.

Las aplicaciones de recolección de energía típicas pueden consultarse en [44] [45] [46] para dispositivos piezoeléctricos en zapatos, en [47] [48] [49] [50] para la recolección de energía de mareas/olas, y en [51] [52] para piezoeléctricos bimorfos en aeronaves.

Yuan et al. [53] aplicó el cosechador piezoeléctrico bajo la traviesa con la intención de recolectar la energía de vibración de la vía para proveer potencia a sensores inalámbricos con los que monitorizar la salud ferroviaria. Con el mismo objetivo, Gatti et al. [54] predijo la energía recolectada de un tren pasando haciendo uso de un oscilador de un grado de libertad, midiendo la vibración producida en la traviesa.

1.2 Objetivos

Este trabajo forma parte de un proyecto que propone el estudio del aprovechamiento de la energía cinética contenida en las vibraciones de origen ferroviario para la microgeneración de energía eléctrica y poder alimentar sistemas de monitorización de daño instalados en la propia infraestructura ferroviaria.

Con el aumento del tráfico y el envejecimiento de las líneas ferroviarias, la monitorización de daño se está convirtiendo en un tema crítico. Cada vez más, se utilizan sistemas de detección remotos y distribuidos para realizar esta tarea. Uno de los factores más limitantes para las redes de sensores que se usan en las aplicaciones de monitorización de las vías ferroviarias es la falta de suministro de energía a largo plazo y de bajo mantenimiento. La mayoría de los sistemas existentes requieren un cambio de batería, y la falta de acceso y la baja frecuencia de mantenimiento pueden limitar su implementación práctica. Con el proyecto al que pertenece este trabajo se pretende dar respuesta por un lado a las necesidades de empresas del sector, con las que podrán desarrollarse en el futuro aplicaciones concretas, y por otro lado contribuir al avance en el conocimiento de la comunidad investigadora internacional. Con este propósito se persiguen los siguientes objetivos fundamentales de investigación:

1. Caracterización energética de las vibraciones producidas por el tráfico ferroviario.
2. Diseño numérico y construcción de un prototipo de cosechador de energía para la optimización del aprovechamiento de la energía generada en dichas vibraciones.
3. Análisis de viabilidad y aplicación de técnicas de monitorización y detección de daño en estructuras con el sistema propuesto.

En el punto 2 se contempla construir un prototipo con un diseño simplificado que permita modificar los parámetros identificados para contrastar la idoneidad de las soluciones propuestas en la microgeneración de energía. La validez de este cosechador de energía se verificará, en primer lugar, experimentalmente en el laboratorio, y de ahí los objetivos de este trabajo que consiste en definir un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía.

- Objetivos del trabajo.
 - Disponer un banco de ensayo adecuado para la calibración y configuración del equipo de medida del laboratorio, así como para el ensayo dinámico de cosechadores de energía.
 - Configuración de una herramienta informática para la realización de los ensayos y el procesamiento de la información.
 - Calibración y configuración del equipo de medida del laboratorio.
 - Comprobación y análisis de la eficacia del banco de ensayo para el ensayo dinámico de cosechadores de energía.

Este trabajo se ha realizado en circunstancias excepcionales, derivadas de la crisis originada por la pandemia global del COVID-19, las cuales han modificado el alcance y los objetivos iniciales. En un principio, la calibración y configuración del equipo de medida del laboratorio estaba destinada al ensayo dinámico de un prototipo de cosechador de energía creado por otros miembros del equipo investigador del proyecto, siendo éste el objetivo final en lugar de la comprobación y análisis de la eficacia del banco de ensayo que se ha llevado a cabo.

1.3 Contribuciones originales

Para la configuración de los ensayos, se ha tomado como referencia la configuración que emplearon Erturk e Inman en su validación experimental [27]. Además, los datos y resultados del cosechador de energía analizado en este experimento se han utilizado para crear un modelo del mismo en ANSYS con el que realizar el análisis dinámico de un sistema constituido por la mesa del banco de ensayo y el cosechador, comprobando así la viabilidad del uso del banco de ensayo.

Las hipótesis para la comprobación y análisis de la eficacia del banco de ensayo se han formulado a partir del estudio de un sistema simplificado y equivalente, el cual se explica en el libro “Apuntes para el Análisis de Estructuras” [57], donde se incluye el código que en este trabajo se ha utilizado con el listado de comandos en ANSYS para su análisis armónico.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En toda investigación que se precie, debe haber unos fundamentos teóricos que cumplan las siguientes funciones:

- Hacer posible la descripción de los problemas en un cuerpo de conocimientos.
- Dar sentido a los hechos o fenómenos.
- Ser eje integrador de todo el proceso de investigación.
- Ser un instrumento fundamental para el análisis de los problemas.

2.1 Frecuencia natural y resonancia

La definición de estos términos es:

- Frecuencia natural: todas las estructuras físicas tienen frecuencias naturales. Éstas son las frecuencias a las cuales la estructura tenderá a vibrar cuando se someta a ciertas fuerzas externas. Estas frecuencias dependen de la forma en que la masa y la rigidez se distribuyen dentro de la estructura.
- Resonancia: la resonancia es un fenómeno en el que una fuerza dinámica hace que una estructura vibre a su frecuencia natural. Cuando una estructura entra en resonancia, una pequeña fuerza puede producir una gran respuesta de vibración.

Esto significa que, además de la vibración causada a un objeto físico cuando se aplica una fuerza dinámica sobre él, si esta fuerza se aplica a la frecuencia natural del objeto, entra en resonancia y se crea una respuesta de vibración de mayor amplitud.

La frecuencia natural es una propiedad del objeto en sí mismo: siempre vibrará a la misma frecuencia, independientemente de cómo de fuerte o dónde se estimule.

Todos los objetos físicos tienen múltiples frecuencias naturales y pueden resonar en las condiciones adecuadas. En algunas ocasiones, las frecuencias naturales son excitadas por fuerzas externas que actúan sobre el objeto, lo que crea vibración. Estas vibraciones pueden ser tan pequeñas que no es posible verlas a través del ojo humano. A veces, son bastante grandes y fácilmente observables, como cuando las estructuras que sostienen las farolas entran en resonancia.

La resonancia puede causar molestias (vibración en la columna de dirección del coche) o ser catastrófica (la resonancia en el ala del avión conduce a una falla).

2.1.1 Ejemplo de un sistema de un grado de libertad

Un sistema de masa con resorte amortiguado es una representación simplificada que es útil para comprender las frecuencias naturales y el comportamiento resonante en los objetos del mundo real.

Esto se conoce como un sistema de un grado de libertad (SDOF), porque solo tiene una frecuencia natural/modo de vibración. Un objeto del mundo real tiene muchas frecuencias naturales.

En la Figura 2-1 se muestra un diagrama de un sistema de masa con resorte amortiguado.

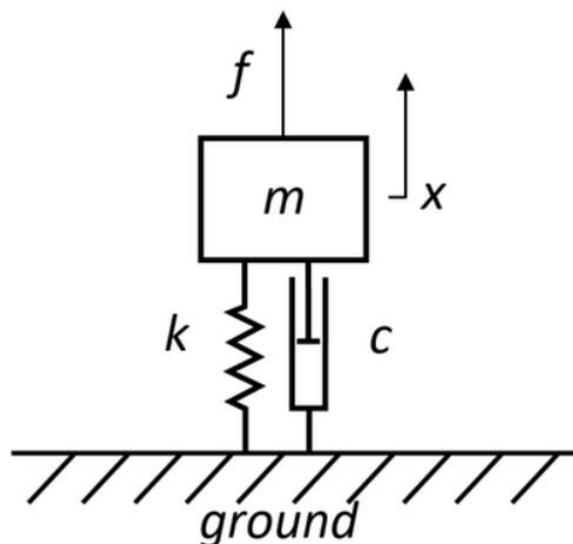


Figura 2-1. Sistema de masa con resorte amortiguado.

El sistema consta de:

- Masa (m)
- Rigidez (k)
- Amortiguamiento (c)

La frecuencia natural (ω_n) está definida por la siguiente ecuación:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3-1)$$

La frecuencia natural es una propiedad inherente del objeto. Solo hay dos formas en que se puede cambiar la frecuencia natural: cambiando la masa o cambiando la rigidez, además de la modificación de las condiciones de contorno o ligadura.

2.1.1.1 Respuesta de amplitud

Se puede aplicar una fuerza (f) al objeto y la respuesta en frecuencia del desplazamiento (x) o la aceleración (a), se pueden trazar como se muestra en la Figura 2-2. Esto se llama una función de respuesta en frecuencia (FRF).

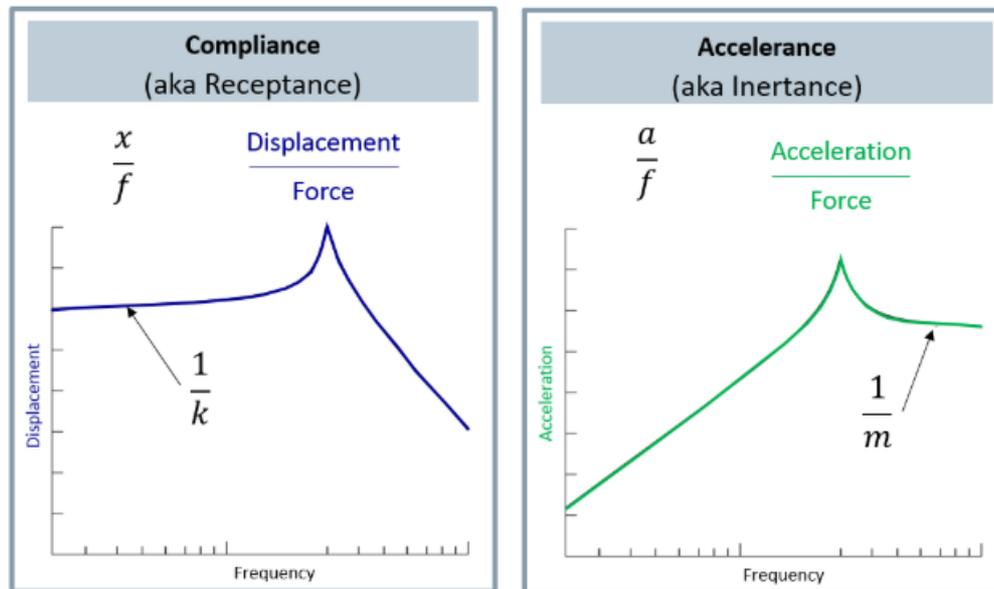


Figura 2-2. Izquierda - Gráfica de la respuesta de desplazamiento del sistema de masa con resorte amortiguado debido a la fuerza en función de la frecuencia. Derecha – Gráfica de la respuesta de aceleración del mismo.

El mayor desplazamiento/aceleración de la masa ocurre a la frecuencia natural del sistema. Otras observaciones de la respuesta de amplitud incluyen:

- Gráfica del desplazamiento: por debajo de la frecuencia natural, la amplitud de la respuesta es casi constante, aproximadamente $1/k$. Esto viene de la ley de Hooke donde la fuerza es igual al producto de la rigidez y el desplazamiento ($f=kx$). Por debajo de la frecuencia de resonancia, se puede decir que la respuesta del sistema está dominada por la rigidez.
- Gráfica de la aceleración: por encima del pico resonante, la amplitud es casi un valor constante de $1/m$ (realmente $-1/m$ si se tiene en cuenta la fase) como se muestra en la Figura 2-2. Este comportamiento se debe a la segunda ley de Newton, donde la fuerza es el producto de la masa y la aceleración ($f=ma$). Por encima de la frecuencia de resonancia, se puede decir que la respuesta del sistema está dominada por la masa.

Conocer estas regiones de rigidez o masa puede ser útil para reducir los niveles de vibración lejos de la resonancia.

2.1.1.2 Respuesta de fase

Aplicando la fuerza a través de una base móvil y observando la respuesta de la masa, se obtienen algunas relaciones de fase interesantes como se muestra en la Figura 2-3.

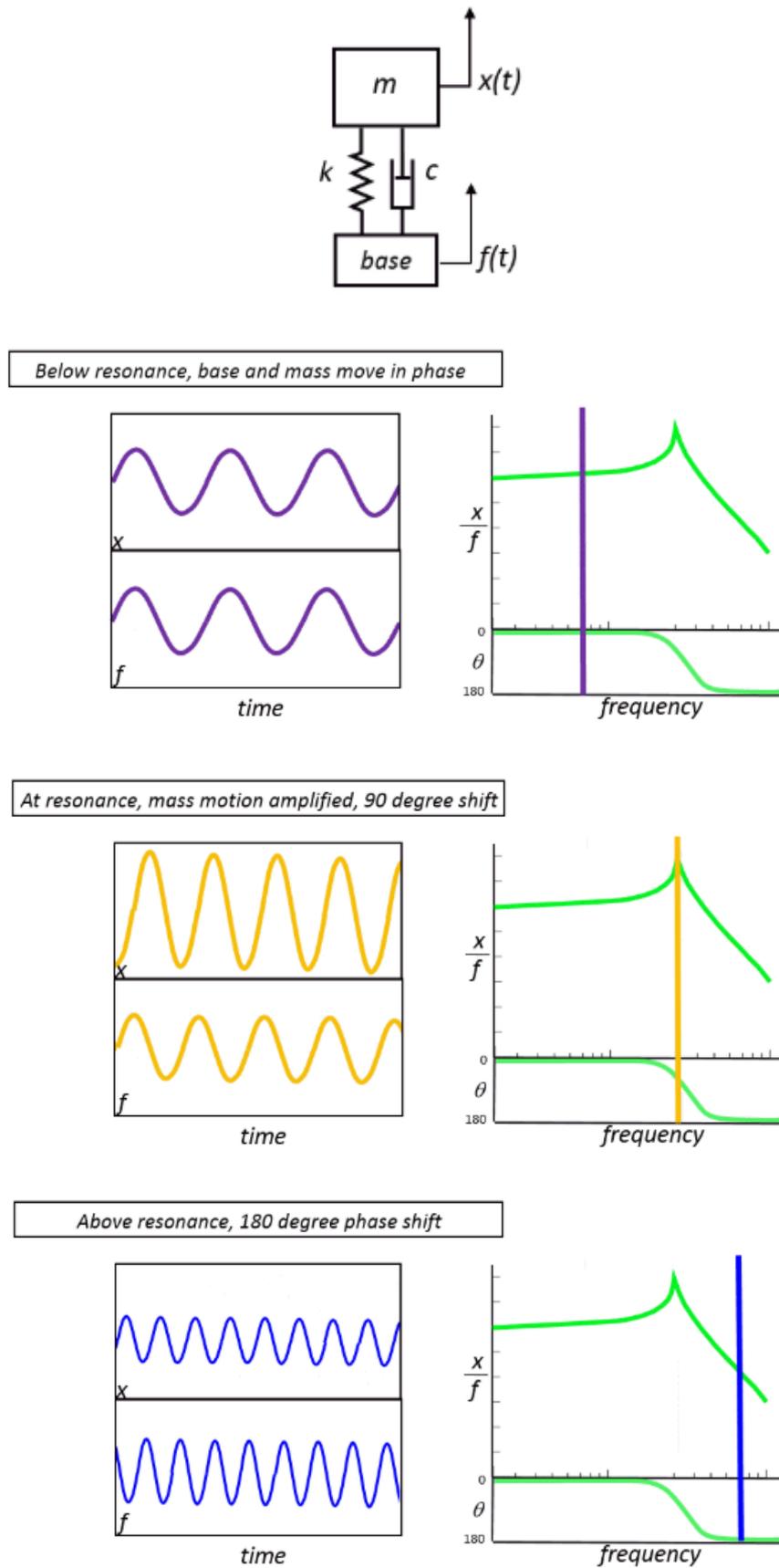


Figura 2-3. Respuesta del sistema SDOF por debajo, en, y por encima de la frecuencia natural del sistema.

Se puede observar lo siguiente:

- Por debajo de la frecuencia natural, la base y la masa se mueven juntas en fase.
- A la frecuencia natural, la base y la masa se mueven con 90 grados de separación de fase, lo que crea una especie de movimiento de *bucking* que causa los altos niveles de vibración.
- Por encima de la frecuencia resonante, la base y la masa se mueven fuera de fase.

Los objetos del mundo real, desde automóviles hasta aviones y lavadoras, pueden entenderse como un conjunto de elementos de masa, rigidez y amortiguamiento, que tienen muchas frecuencias naturales. Los modelos de elementos finitos, utilizados para calcular virtualmente las frecuencias naturales, usan este enfoque. Éstos consisten en un conjunto de elementos compuestos de masa (densidad de masa) y rigidez (módulo de Young).

2.1.2 Amortiguamiento

El amortiguamiento es la forma en que un sistema disipa naturalmente la energía. En el ejemplo de un grado de libertad tratado en la sección anterior, el sistema de masa con resorte (m y k) permanecería en movimiento para siempre si no hubiera un amortiguador (c) como se muestra en la Figura 2-4.

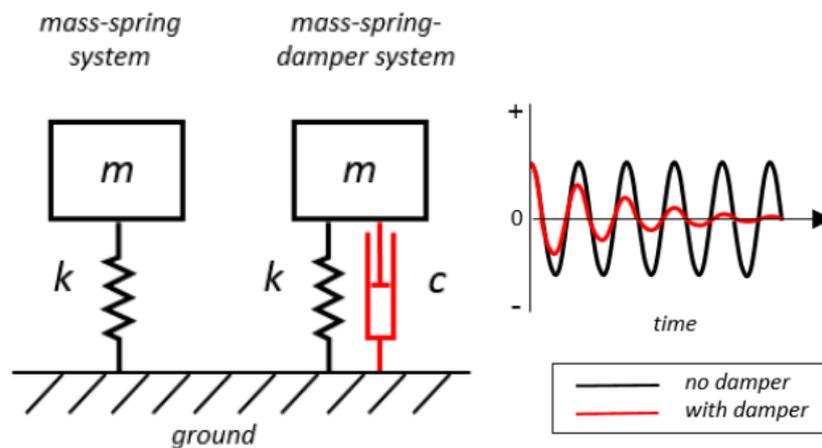


Figura 2-4. El sistema SDOF sin amortiguamiento (izquierda) continúa vibrando mientras que el sistema SDOF con amortiguamiento (derecha) deja de vibrar.

Cuanto mayor sea el amortiguamiento antes decaerá a cero la respuesta del sistema. La amplitud de la respuesta del sistema a la frecuencia de resonancia se reduce incrementando el amortiguamiento. A la frecuencia de resonancia, se puede decir que la respuesta del sistema está dominada por el amortiguamiento.

2.1.3 Modos de vibración

El ejemplo del sistema SDOF tenía una frecuencia natural. Las estructuras en el mundo real son más complejas y se modelizan como sistemas de múltiples grados de libertad (MDOF). Como resultado, las estructuras del mundo real tienen muchas frecuencias naturales. La estructura vibra de manera diferente en cada una de estas frecuencias naturales. La forma en que se mueve a una frecuencia particular se llama modo de vibración.

Los modos de vibración brindan información valiosa sobre cómo se comporta una estructura cuando opera en sus frecuencias naturales. La forma del modo puede mostrarle al ingeniero dónde restringir/modificar una

estructura para reducir la respuesta de vibración, o cómo cambiar la frecuencia natural para que no coincida con la frecuencia de una excitación.

A frecuencias más altas, generalmente hablando, los modos se vuelven locales, en lugar de globales. En un modo global, toda la estructura participa, mientras que, en un modo local, solo participa parte de la estructura.

También es típico que los modos de vibración se vuelvan más complejos a frecuencias naturales más altas como se ve en la Figura 2-5.

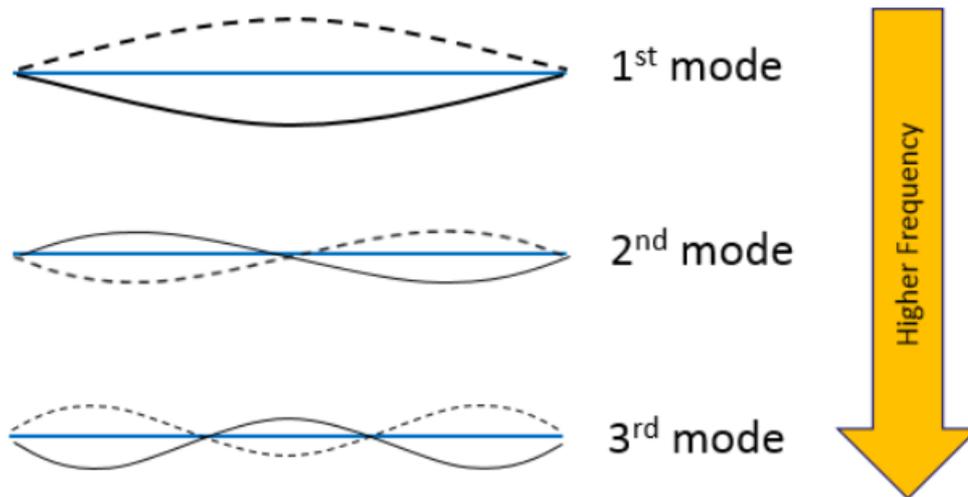


Figura 2-5. El modo de vibración de una viga simple apoyada se vuelve más complejo a frecuencias más altas.

El hecho de que los modos se vuelvan más complejos y localizados a frecuencias más altas tiene implicaciones para las simulaciones y pruebas dinámicas estructurales. Las simulaciones requieren una malla más fina y más elementos, lo que aumenta los tiempos de solución. Las pruebas requerirán más ubicaciones para medir en la estructura.

2.1.4 Mitigación de los efectos de la resonancia

Sabiendo lo destructiva que puede ser la resonancia mecánica, las opciones para evitarla incluyen:

- Modificaciones de masa/rigidez
- Cambios del amortiguamiento
- Amortiguadores sintonizados

2.1.4.1 Modificaciones de masa y rigidez

Para evitar la resonancia, la frecuencia de forzamiento aplicada a la estructura no debe estar en o cerca de una frecuencia natural. Si la frecuencia de forzamiento no se puede cambiar, entonces la frecuencia natural de la estructura debe modificarse. Esto solo se puede hacer alterando la masa o la rigidez (Ecuación 3-1).

En una estructura, aumentar la rigidez para colocar la frecuencia natural por encima de la frecuencia de forzamiento ayuda a reducir la vibración.

2.1.4.2 Cambios del amortiguamiento

Se puede agregar amortiguamiento para reducir la severidad de la vibración cuando se opera a una frecuencia natural o cerca de ella. La siguiente gráfica (Figura 2-6) muestra la reducción en la amplitud de la respuesta del sistema a medida que aumenta el amortiguamiento.

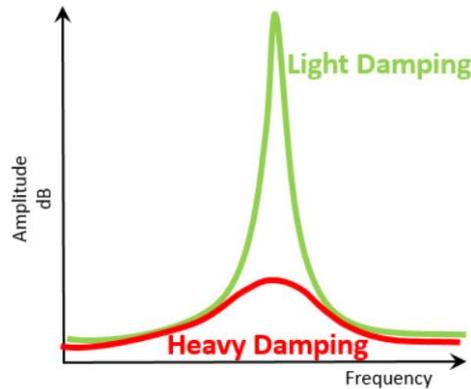


Figura 2-6. Cuando el amortiguamiento es bajo (verde), la respuesta de amplitud del sistema es alta. Cuando el amortiguamiento es alto (rojo), la respuesta de amplitud del sistema es baja.

2.1.4.3 Absorbedor sintonizado

Se puede usar un sistema de masa con resorte amortiguado sintonizado para reducir la amplitud de la vibración en un sistema dinámico. Se crea una modificación del amortiguador de masa sintonizado añadiendo un sistema de masa con resorte adicional “sintonizado” a la frecuencia natural de un sistema existente (Figura 2-7).

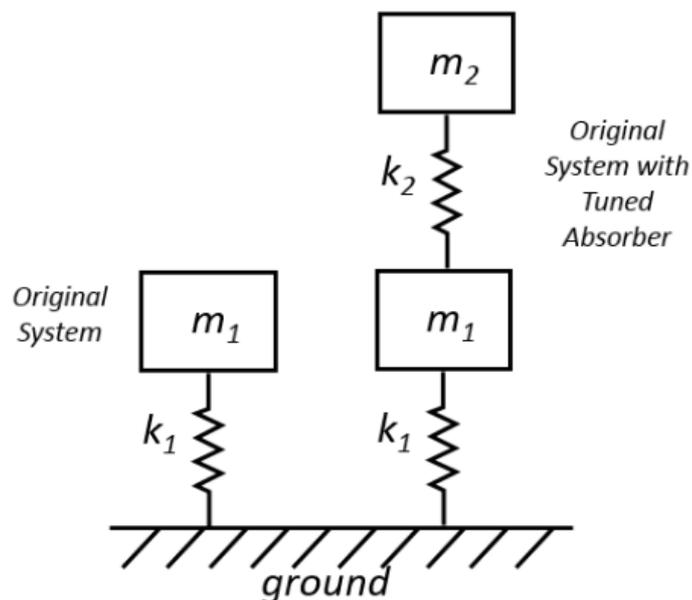


Figura 2-7. Izquierda - Sistema original que consta de m_1 y k_1 . Derecha - Sistema original con absorbedor sintonizado (m_2 , k_2) aplicado.

La aplicación de un absorbedor sintonizado (m_2, k_2) a un sistema existente (m_1, k_1) tiene dos efectos como se muestra en la Figura 2-8:

- A la frecuencia natural original del sistema original, la masa con resorte amortiguado sintonizado adicional vibrará, pero el sistema original no se moverá.
- La frecuencia natural original se divide en dos. Un modo de vibración donde el sistema original y sintonizado están en fase, y un modo donde los sistemas original y sintonizado están fuera de fase. El modo “en fase” está en una frecuencia más baja que la frecuencia natural del sistema original, mientras que el modo “fuera de fase” es una frecuencia más alta que la frecuencia natural del sistema original.

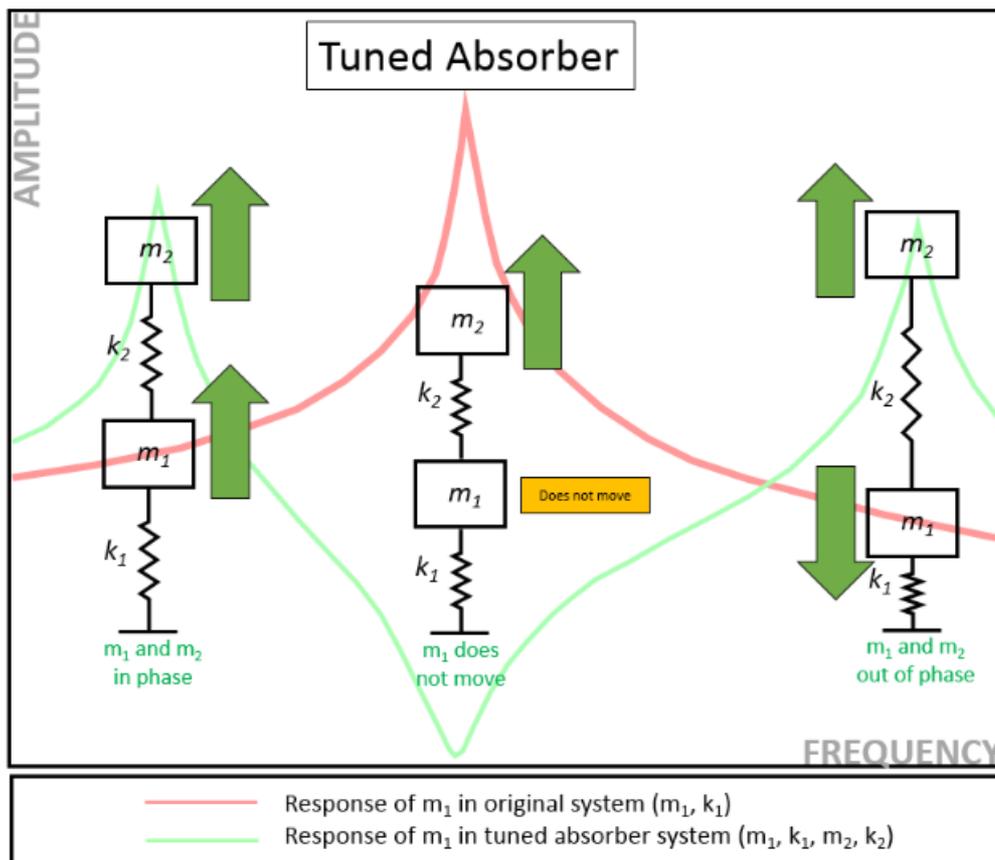


Figura 2-8. La respuesta (rojo) del sistema original (m_1, k_1) se reduce a cero (verde) al introducir un absorbedor sintonizado (m_2, k_2). El nuevo sistema tiene dos modos: uno por encima de la frecuencia natural del sistema original, y otro por debajo.

Los efectos solo son posibles cuando la frecuencia del absorbedor sintonizado es igual a la frecuencia del sistema original.

Uno de los beneficios de un enfoque de absorción sintonizado es que los cambios adicionales de masa y rigidez en la estructura pueden ser mínimos.

2.2 Función de respuesta en frecuencia

Una función de respuesta en frecuencia (FRF) es una función usada para cuantificar la respuesta de un sistema ante una excitación, normalizada por la magnitud de dicha excitación, en el dominio de la frecuencia; que a veces se refiere a una “función de transferencia” entre la entrada y la salida.

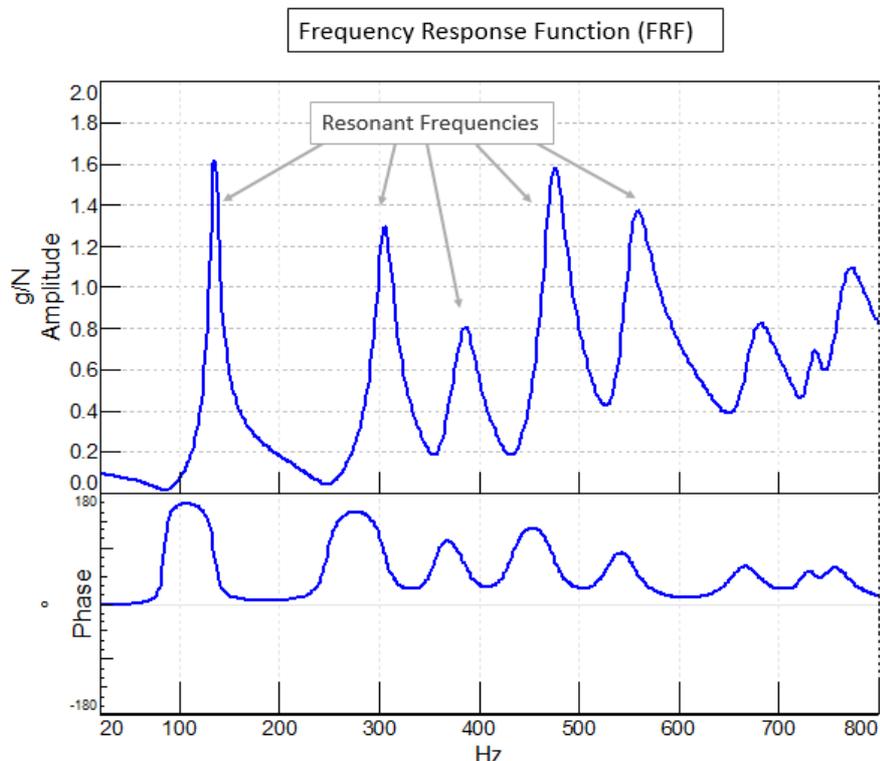


Figura 2-9. Ejemplo de diagrama de Bode de amplitud y fase de una FRF en el análisis modal experimental. La amplitud tiene picos correspondientes a las frecuencias naturales/resonancias del objeto de prueba. La fase varía a las frecuencias de resonancia.

La FRF se utiliza para identificar las frecuencias resonantes, el amortiguamiento y los modos de vibración de una estructura física ya que a partir de su medición se puede observar lo siguiente:

- Resonancias: los picos indican la presencia de las frecuencias naturales de la estructura bajo prueba.
- Amortiguamiento: el amortiguamiento es proporcional a la anchura de los picos. Cuanto más ancho es el pico, mayor es el amortiguamiento.
- Modo de vibración: la amplitud y la fase de múltiples FRF adquiridas a una referencia común se utilizan para determinar el modo de vibración.

2.2.1 En el análisis modal experimental

Se pueden usar varios tipos de excitaciones de entrada y salidas de respuesta para calcular una FRF experimental. Algunos ejemplos:

- Sistemas mecánicos: entradas en fuerza (Newtons) y salidas en aceleración (g's), velocidad (m/s) o desplazamiento (m).
- Sistemas acústicos: entradas en Q (aceleración de volumen) y salidas en presión sonora (pascales).

- Sistemas combinados acústicos y mecánicos: entradas en fuerza (Q o Newtons) y salidas en presión sonora (Pa), aceleración (g), etc.
- Sistemas mecánicos rotacionales: entradas en par (Nm) y salida en desplazamiento rotacional (grados).

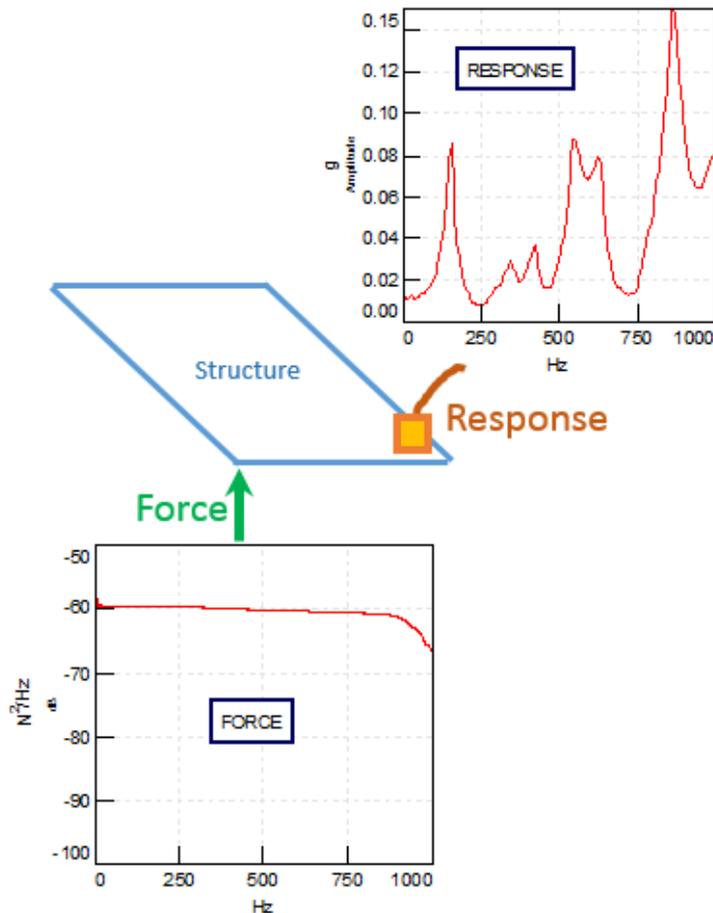


Figura 2-10. Ejemplo de aplicación de una fuerza con respuesta en frecuencia plana a una estructura para identificar frecuencias resonantes en la respuesta.

Generalmente, tal como se ilustra en la Figura 2-10, el espectro de la fuerza de entrada debe ser plano frente a la frecuencia, excitando todas las frecuencias de manera uniforme. Los picos en la respuesta indican las frecuencias naturales/resonantes de la estructura bajo prueba.

Debido a que la FRF está “normalizada” a la entrada, los picos que aparecen en ella son frecuencias resonantes del objeto de prueba.

2.2.2 FRF imaginarias y modos de vibración

Una FRF es una función compleja que contiene tanto una amplitud (la relación entre la fuerza de entrada y la respuesta) como una fase (expresada en grados, que indica si la respuesta entra y sale de fase con la entrada).

Cualquier función que tenga amplitud y fase, también se puede transformar en términos reales e imaginarios, como se describe a continuación:

$$Amplitude = \sqrt{Imag^2 + Real^2} \quad (3-2)$$

$$Phase = \tan^{-1} \left(\frac{Imag}{Real} \right) \quad (3-3)$$

Después de transformar la FRF de amplitud y fase a real e imaginario, se puede apreciar que (ejemplo de la Figura 2-11):

- La parte real de la FRF será igual a cero en las frecuencias naturales/resonantes.
- La imaginaria tendrá "picos", ya sea por encima o por debajo de cero, que indican frecuencias resonantes. La dirección de los picos se puede utilizar para determinar el modo de vibración asociado a la frecuencia natural/resonante.

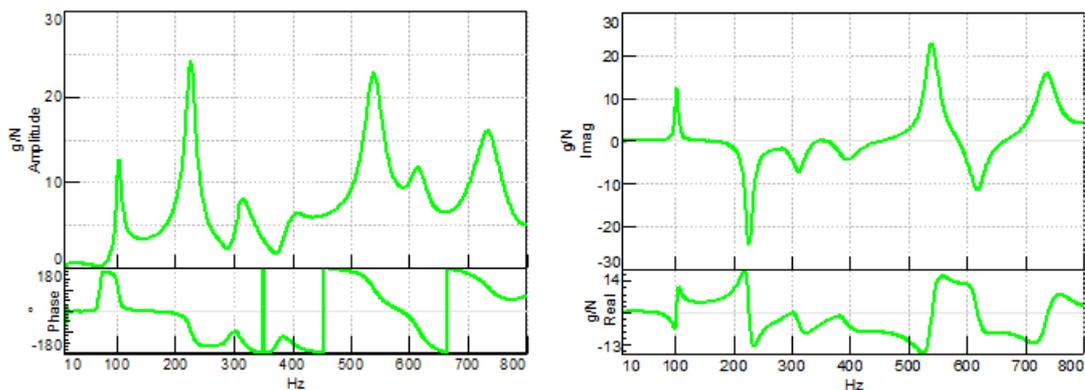


Figura 2-11. Izquierda - FRF expresada en amplitud y fase. Derecha - FRF expresada en real e imaginario.

Si se adquieren varias FRF en diferentes ubicaciones de la estructura, y todas están en fase con respecto a una referencia común, la parte imaginaria de las FRF se puede usar para trazar el modo de vibración.

2.2.3 Promedio de mediciones de la FRF: Coherencia

Es una práctica común tomar la medición de la FRF múltiples veces para garantizar que se está midiendo una estimación confiable de la función de transferencia de las estructuras. La repetibilidad de las FRF individuales se verifica estimando una función de coherencia, mientras que el promedio se calcula utilizando diferentes métodos de estimador, dependiendo del resultado final deseado, para tener en cuenta el ruido en las mediciones.

La coherencia es función frente a frecuencia que indica cuánto de la salida se debe a la entrada en la FRF. Puede ser indicador de la calidad de la FRF. Evalúa la consistencia de la FRF desde la medición hasta la repetición de la misma medición.

El valor de una función de coherencia (ejemplo de la Figura 2-12) varía entre 0 y 1:

- Un valor de 1 a una frecuencia particular indica que la amplitud y la fase de la FRF son muy repetibles de una medición a otra.
- Un valor de 0 indica lo contrario: las mediciones no son repetibles, lo que es un posible “indicador de advertencia” de que hay un error en la configuración de la medición.

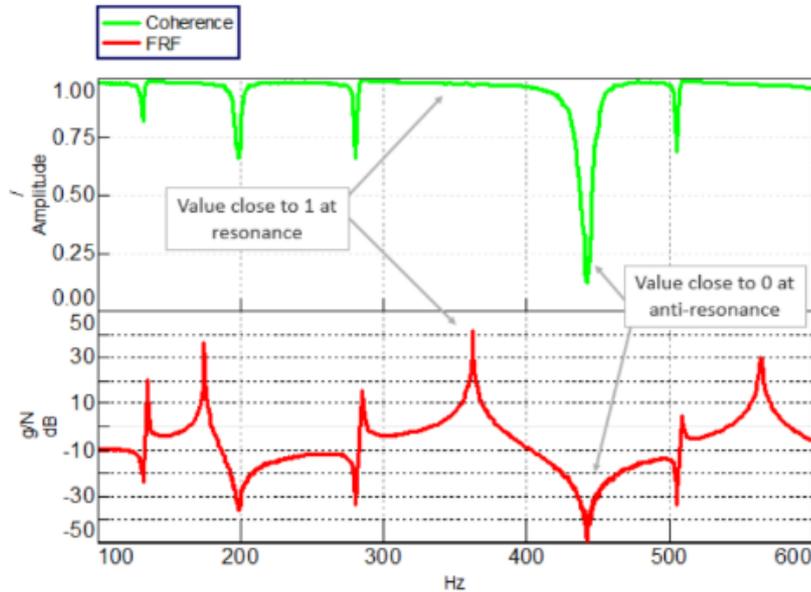


Figura 2-12. Verde: Coherencia. Rojo: FRF.

Cuando la amplitud de una FRF es muy alta, por ejemplo, a una frecuencia resonante, la coherencia tendrá un valor cercano a 1.

Si la amplitud de la FRF es muy baja, por ejemplo, en una antirresonancia, la coherencia tendrá un valor más cercano a 0. Esto se debe a que las señales son tan bajas que su repetibilidad es inconsistente por el ruido de fondo de la instrumentación, lo cual es aceptable/normal.

Cuando la coherencia está más cerca de 0 que 1 a una frecuencia resonante, o en todo el rango de frecuencia, esto indica un problema con la medición. Los problemas pueden incluir:

- Error de instrumentación: por ejemplo, no se suministra alimentación ICP al transductor que requiere alimentación ICP.
- Excitación inconsistente: la estructura no está siendo golpeada por un martillo de impactos consistente (por ejemplo, el operador está cansado y golpea la estructura en diferentes ángulos entre los impactos).
- Fuerza insuficiente: la estructura no se está excitando. Por ejemplo, un martillo muy pequeño (ejemplo: tamaño de lápiz) en un objeto grande (ejemplo: tamaño de un puente) con una gran distancia entre la medición de la excitación y la respuesta.

Cabe destacar que, si solo se realiza una medición, el valor de la coherencia será 1 en todo el rango de frecuencia, dando la apariencia de una medición ideal. Esto se debe a que hay que tomar y comparar al menos dos mediciones de la FRF para comenzar a calcular una función de coherencia significativa.

2.3 Análisis modal

El análisis modal es una técnica utilizada para identificar los parámetros modales (frecuencias naturales, amortiguamiento y modos de vibración) de una estructura u objeto. Al medir y comprender los parámetros modales, los ingenieros, arquitectos y diseñadores pueden ayudar a crear estructuras, máquinas y dispositivos que funcionen mejor, duren más y sean más cómodos para sus usuarios u ocupantes.

Existen dos tipos de análisis modal utilizados:

- Análisis modal operativo (OMA): determinación de los modos de vibración, amortiguamientos, y frecuencias naturales a partir de mediciones de vibraciones operativas.
- Análisis modal experimental (EMA): determinación de los modos de vibración, amortiguamientos, y frecuencias naturales a partir de mediciones de la función de respuesta en frecuencia a través de entradas de fuerza medidas.

2.3.1 Diferencias entre EMA y OMA

La Figura 2-13 resume algunas de las diferencias críticas entre el EMA y el OMA para el análisis estructural.

	EMA	OMA
Measured Input?	YES	NO
Measurement Format	<ul style="list-style-type: none"> • Frequency Response Function (FRF) 	<ul style="list-style-type: none"> • Autopower Spectrum • Crosspower Spectrum
Results	<ul style="list-style-type: none"> • Natural frequencies • Mode shapes • Damping 	<ul style="list-style-type: none"> • Natural frequencies • Mode shapes* • Damping <p>*Unscaled & No Modal Participation Factors</p>

Figura 2-13. Resumen comparativo del EMA frente al OMA.

Tanto el EMA como el OMA se conocen como métodos "paramétricos", lo que significa que los datos de la medición se utilizan para construir un modelo matemático de las características dinámicas de la estructura. Este modelo matemático es usado para extraer los parámetros modales de la estructura de una manera sistemática conocida como ajuste de curva.

En ambos métodos, el modelo matemático de la estructura se construye utilizando una familia de funciones en el dominio de la frecuencia calculadas a partir de las mediciones. Estas funciones expresan la relación en el dominio de la frecuencia entre las referencias (o entradas) y las respuestas (salidas) para varias zonas alrededor de la estructura (ver Figura 2-14).



Figura 2-14. Diagrama de bloques que representa un sistema dinámico. H es la matriz del sistema, que relaciona las salidas (Y) con las entradas (X).

En el EMA, estas funciones se conocen como funciones de respuesta de frecuencia (FRF), mientras que en el OMA las funciones son autospectros y espectros cruzados. En ambos casos, el resultado final es una matriz completa del sistema ([H] en la Figura 2-14) que relaciona las salidas del sistema con la entrada. La diferencia principal entre los métodos radica en cómo cada uno llega a caracterizar la matriz de transferencia del sistema, H. La Figura 2-15 es un resumen de ambos métodos y destaca sus similitudes y diferencias.

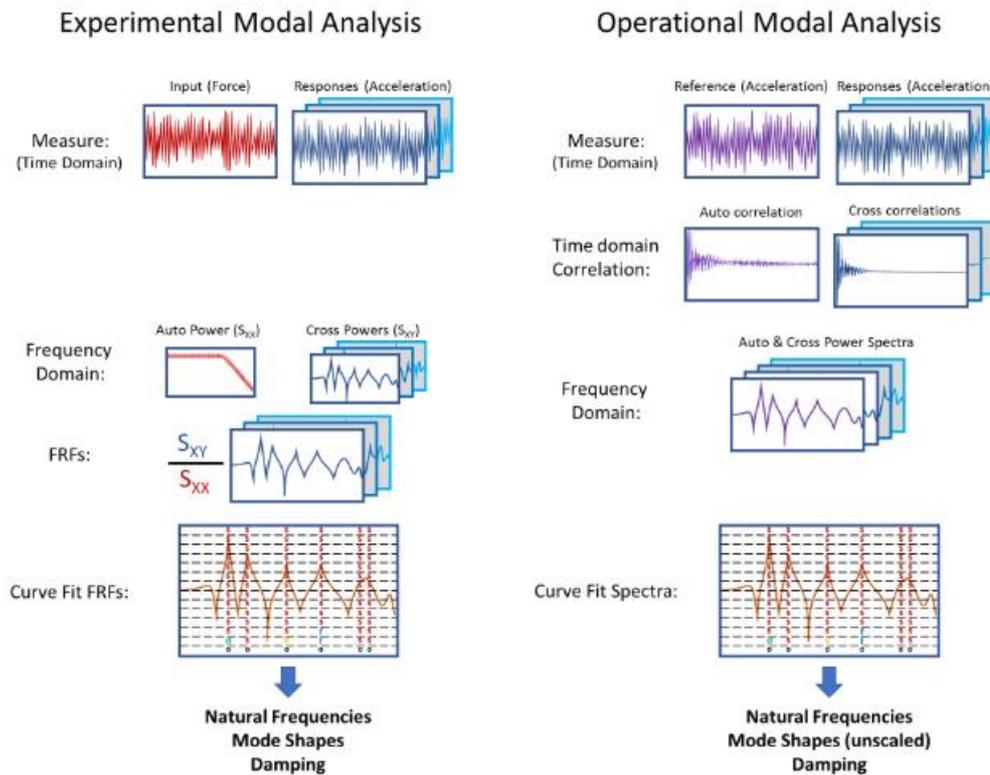


Figura 2-15. Resumen de los procesos del EMA frente al OMA.

El método de análisis que se propone en este trabajo es el EMA, por lo que en el siguiente apartado dicho enfoque se desarrolla con mayor profundidad.

2.3.2 Análisis modal experimental

En el EMA, la estructura bajo prueba se excita utilizando algún método calibrado de entrada de fuerza: típicamente un martillo de impactos o un excitador dinámico equipado con un transductor de fuerza. Por lo tanto, la fuerza de entrada se aplica en una zona y dirección específicas en la estructura, y la cantidad de fuerza aplicada durante cada medición se registra con precisión. Al combinar esta fuerza de entrada medida con el conjunto de mediciones de la respuesta, se puede calcular una familia de curvas conocidas como funciones de respuesta de frecuencia (FRF).

Como ya se ha comentado anteriormente, las FRF son funciones complejas en el dominio de la frecuencia, que tienen información de magnitud y fase. La fuerza de entrada actúa como referencia para las FRF, que son de la forma salida/entrada (típicamente aceleración/fuerza o "A/F") y describen cómo se mueve la estructura en cada punto de medición por unidad de fuerza en el punto de entrada.

La familia de las FRF contiene la información de resonancia y amortiguamiento para todos los modos del sistema en un determinado rango de frecuencias. La familia de las FRF se utiliza para el ajuste de curvas, donde se seleccionan modos individuales, se genera el modelo matemático del sistema y se sintetizan las FRF individuales a partir del modelo matemático. Estas FRF sintetizadas pueden usarse para generar los modos de vibración de cada uno de los modos identificados.

Una ventaja distintiva para el EMA es que, al haber medido la fuerza de entrada, esto permite el cálculo de factores de participación modal, y cada modo de vibración puede ser correctamente normalizado en masa o escalado arbitrariamente.

2.4 Análisis armónico

El análisis armónico es un procedimiento para determinar la respuesta en régimen permanente de una estructura en régimen lineal que se encuentra excitada por un conjunto de cargas que varían sinusoidalmente con el tiempo $\mathbf{p}(t) = \mathbf{P}(i\bar{\omega})\exp(i\bar{\omega}t + \phi)$. El análisis armónico está restringido a: (i) todas las cargas deben ser armónicas, (ii) todas las cargas deben tener la misma frecuencia de excitación $\bar{\omega}$, (iii) no se permiten no-linealidades y (iv) no se calculan efectos transitorios. En este tipo de análisis es útil resolver distintos problemas armónicos en un rango de frecuencias de excitación $\bar{\omega}$ que permita representar, por ejemplo, la amplitud de los desplazamientos respecto a la frecuencia. En esta representación, se identificarán picos en la respuesta en frecuencias correspondientes a las frecuencias de resonancia de la estructura de forma similar a la identificación experimental de la FRF con un excitador armónico.

Los desplazamientos de una estructura sometida a unas acciones armónicas como la descrita serán de la forma $\mathbf{u}(t) = \mathbf{U}(i\bar{\omega})\exp(i\bar{\omega}t + \psi)$. Así mismo, la velocidad y la aceleración de la estructura puede expresarse derivando los desplazamientos como $\dot{\mathbf{u}}(t) = i\bar{\omega}\mathbf{U}(i\bar{\omega})\exp(i\bar{\omega}t + \psi)$ y $\ddot{\mathbf{u}}(t) = -\bar{\omega}^2\mathbf{U}(i\bar{\omega})\exp(i\bar{\omega}t + \psi)$, respectivamente.

Por tanto, la solución de la ecuación de equilibrio particularizada $(-\bar{\omega}^2\mathbf{M} + i\bar{\omega}\mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{U}(i\bar{\omega}) = \mathbf{P}(i\bar{\omega})$ proporciona la amplitud de la respuesta de la estructura cuando es solicitada por una frecuencia $\bar{\omega}$. La respuesta de la estructura tiene una variación en el tiempo según $e^{i\bar{\omega}t}$.

Si se resuelven todas las frecuencias de interés se obtienen las amplitudes para cada grado de libertad de la estructura. Un ejemplo se presenta en la Figura 2-16. Las amplificaciones de la respuesta tienen lugar cuando la frecuencia de excitación coincide con alguna de las frecuencias naturales de la estructura. La respuesta en el dominio del tiempo se puede obtener mediante una transformada inversa de Fourier.

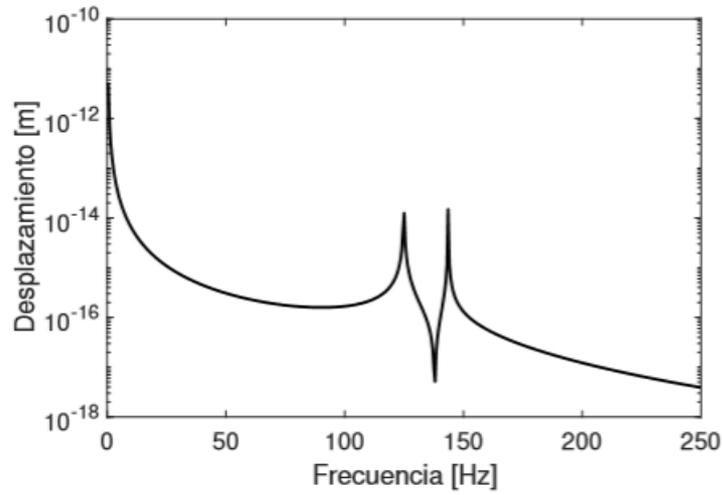


Figura 2-16. Amplitudes máximas de la respuesta de un grado de libertad de una estructura cuando es solicitada por una serie de cargas armónicas.

En el análisis armónico de una estructura pueden aplicarse técnicas de superposición modal, por lo que, finalmente, la respuesta total de la estructura se obtendrá mediante la superposición de la respuesta de los N modos que contribuyen significativamente.

3 CONFIGURACIÓN DE LOS ENSAYOS

La configuración de los ensayos es un trámite indispensable que hay que abordar antes de realizar cualquier experimento ya que se trata de preparar y organizar todo lo necesario en relación a la distribución física de los elementos que intervienen.

Con este fin, se ha recurrido a una configuración exitosa utilizada por otros investigadores para basar en ella nuestro planteamiento, el cual se desarrolla detalladamente en este capítulo, donde también se incluyen las características y especificaciones técnicas del equipo de medida disponible.

3.0 Ensayo en un microgenerador

Durante el proceso de investigación para la formulación de relaciones analíticas que describan el comportamiento de un modelo de microgenerador, la validación experimental permite comprobar la eficacia de los resultados obtenidos.

Algunas de las aplicaciones de ensayos en cosechadores de energía de vibración son:

- Comparar las FRF medidas experimentalmente con las FRF aproximadas halladas analíticamente.
- Estudiar las variaciones de la salida de parámetros como el voltaje o la velocidad punta del microgenerador al variar la carga resistiva.
- Investigar la variación de la salida del voltaje, corriente y potencia para excitaciones a frecuencias de resonancia concretas identificando las cargas resistivas óptimas.

Dada la gran utilidad e importancia de las mediciones en ensayos, será necesaria la preparación de un montaje experimental apropiado que cubra todos los posibles entornos de operación y sea capaz de proporcionar datos precisos.

Un claro ejemplo de configuración exitosa es el experimento llevado a cabo por Erturk e Inman [27] en el que se analizó el cosechador de energía piezoeléctrico bimorfo mostrado en la Figura 3-2(b) y fabricado por Piezo Systems, Inc. (T26-A4-503X). El mismo tipo de bimorfo fue usado por duToit et al [55] para la verificación de su modelo de Rayleigh-Ritz.

Este bimorfo está compuesto por dos elementos piezoeléctricos PZT-5A opuestamente polarizados dispuestos sobre una subestructura de latón. Por lo tanto, los elementos piezoeléctricos están conectados en serie como esquemáticamente se muestra en la Figura 3-1(a). Además, se instaló una masa puntual al voladizo para hacer predominante el primer modo de vibración de la pletina en voladizo.

Las propiedades geométricas y los materiales de las capas piezocerámicas y de la subestructura son dadas en la Tabla 3-1.

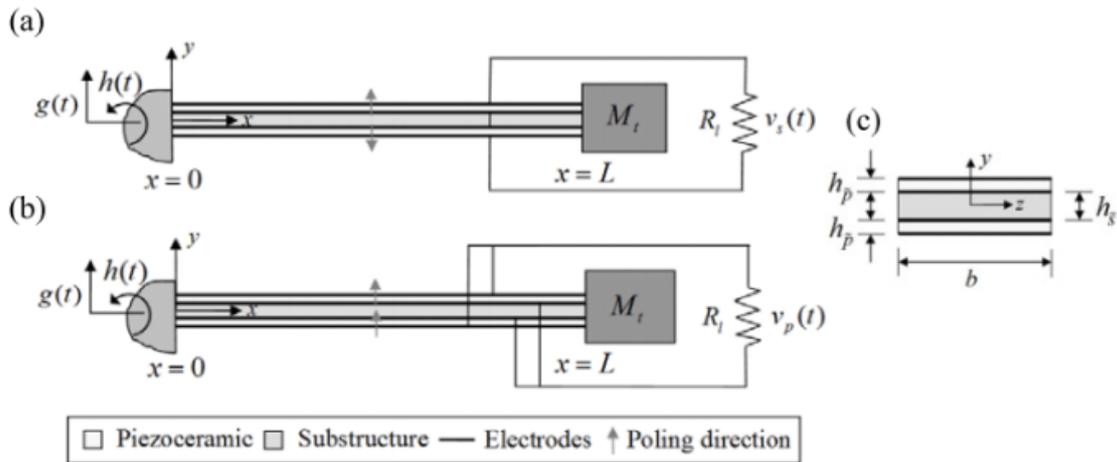


Figura 3-1. Configuraciones de bimorfo en voladizo con (a) conexión en serie de capas piezocerámicas, (b) conexión en paralelo de capas piezocerámicas y la (c) vista en sección transversal de un bimorfo en voladizo.

Tabla 3-1. Parámetros geométricos y materiales del bimorfo en voladizo usado para la validación experimental de Erturk e Inman.

Parámetros geométricos	Piezo.	Subestruct.	Parámetros materiales	Piezo (PZT-5A)	Subestructura (latón)
Longitud, L (mm)	50,8	50,8	Densidad, ρ (kg/m ³)	7800	9000
Anchura, b (mm)	31,8	31,8	Módulo de Young, Y (GPa)	66	105
Espesor, h (mm)	0,26 (cada)	0,14	Constante piezo., d_{31} (pm/V)	-190	—
Masa puntual, M_t (kg)		0,012	Permitividad, ϵ_{33}^S (nF/m)	$1500\epsilon_0$	—

En la Figura 3-2(a) vemos el banco de ensayo empleado por Erturk e Inman donde el bimorfo en voladizo es excitado desde su base con un barrido sinusoidal generado por un excitador LDS electromagnético. La aceleración de la base del cosechador es medida por un acelerómetro de baja masa (PCB U352C22) y la respuesta de velocidad del cosechador en el extremo libre es medida por un vibrómetro láser (Polytec OFV303 laser head, OFV3001 vibrometer). El uso de un vibrómetro láser posibilitó medir la respuesta del cosechador sin alterar su masa.

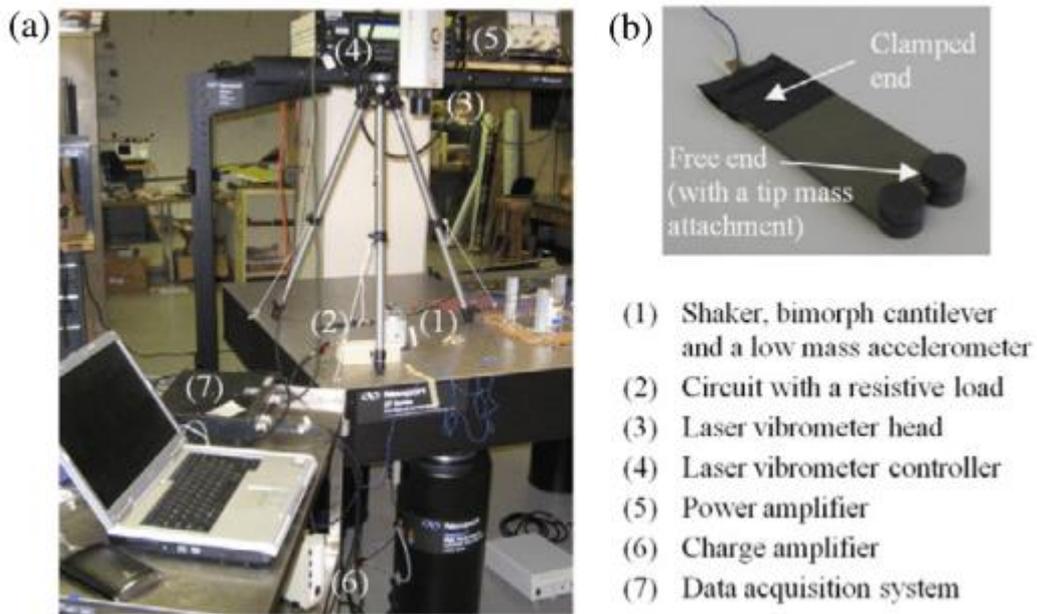


Figura 3-2. (a) Configuración experimental usada por Erturk e Inman para la validación de su modelo analítico y el (b) bimorfo con una masa puntual adjunta analizado en el experimento.

3.1 Ensayos preliminares

La dificultad de ensayar experimentalmente sistemas microelectromecánicos (MEMS) debido a su escala de tamaño o la gran superficie en relación al volumen, hace que resulte imprescindible la realización de ensayos preliminares en sistemas macroscópicos que sean proporcionales.

Estos ensayos preliminares tienen como objetivo proceder de manera fácil y rápida a configurar adecuadamente los ajustes de cada uno de los componentes del banco de ensayo a emplear partiendo de la calibración, estimulación y análisis de datos mediante software informático.

Tomando como modelo de referencia el microgenerador de energía de la Figura 3-2(a) cuyas dimensiones se indican en la tabla 3-1, puede apreciarse que se trata de una pletina ya que reúne las características geométricas de una placa plana rectangular.

Por todo esto, los ensayos preliminares se han llevado a cabo a nivel macroscópico en la pletina de la Figura 3-3(b). Esta pletina dispone, con referencia a la tabla 3-2, de unos parámetros geométricos que la hacen suficientemente eficiente.

Tabla 3-2. Parámetros geométricos de la pletina utilizada en los ensayos preliminares.

Parámetros geométricos	Valor (mm)
Longitud	800
Anchura	30
Espesor	10

Además, con el fin de simplificar el problema y reducirlo únicamente al estudio de la función objetivo, la pletina se ha acondicionado libre de masa puntual adjunta. De la misma forma, se ha considerado una pletina metálica por las propiedades materiales generales y no por las específicas de algún tipo en concreto.

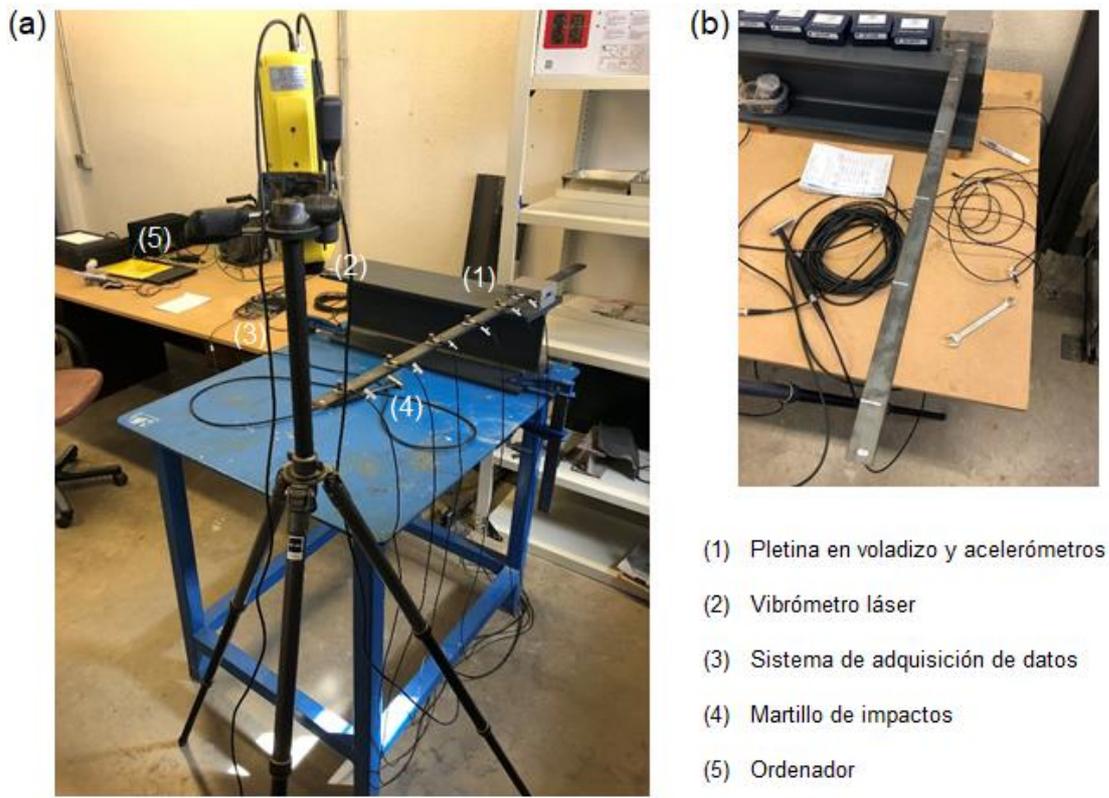


Figura 3-3. (a) Configuración experimental utilizada en los ensayos preliminares y la (b) pletina simple analizada en el experimento.

En la Figura 3-3(a) puede observarse el banco de ensayo que se ha montado para los ensayos preliminares donde la pletina en voladizo es excitada desde su extremo libre con un martillo de impactos. El martillo de impactos es más manejable y rápido de usar que un excitador cuando es posible su aplicación como en este caso.

La aceleración de la pletina en distintos puntos más o menos equidistantes que prácticamente cubren su longitud útil, es medida por 6 acelerómetros. La respuesta de velocidad en el extremo libre de la pletina es medida por un vibrómetro láser.

3.2 Descripción del equipo de medida

En el ámbito de estudio de las vibraciones, así como en otros campos de investigación, existen diferentes instrumentos que desempeñan funciones esenciales para el análisis y la obtención de datos.

El equipo de medida debe entenderse como un sistema formado por aparatos concretos que interactúan entre sí para poder registrar valores con una precisión contrastada.

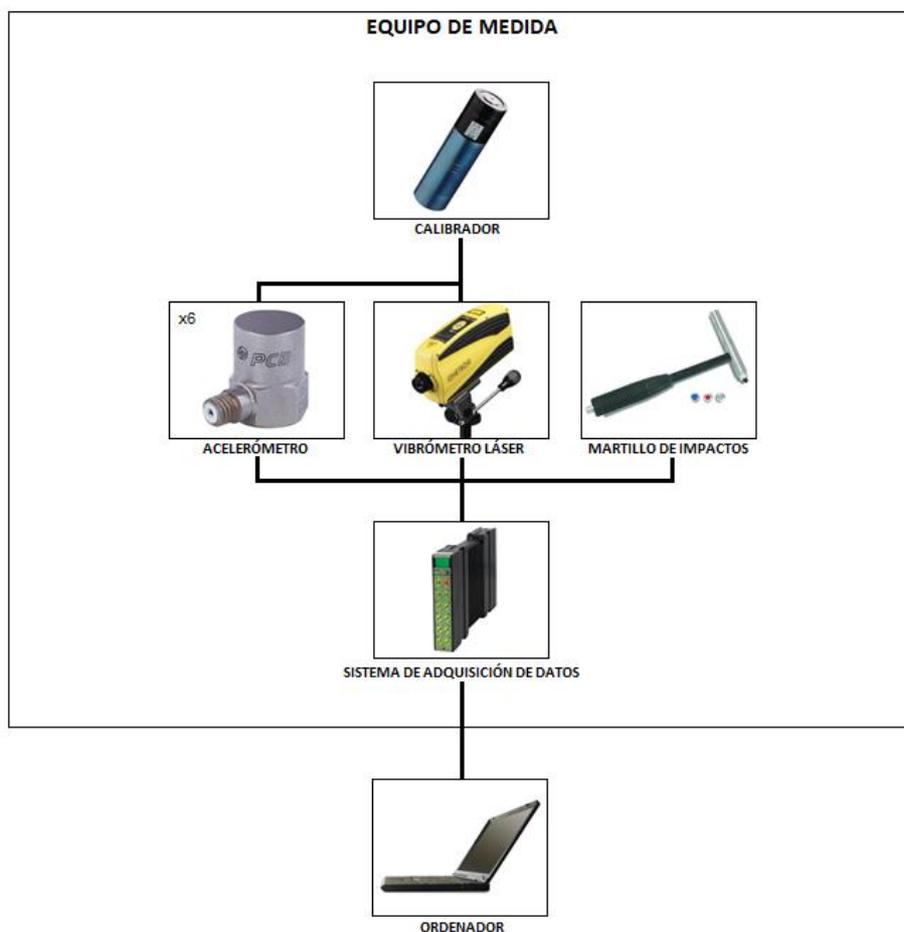


Figura 3-4. Esquema elemental del equipo de medida empleado.

A continuación, se recogen las características y especificaciones de los distintos elementos del equipo de medida empleado en este trabajo.

3.2.1 Sistema de adquisición de datos

La adquisición de datos consiste en el proceso de muestreo de señales que miden las condiciones físicas del mundo real y convierten las muestras resultantes en valores numéricos que pueden ser manipulados mediante una computadora.

Los sistemas de adquisición de datos, abreviados comúnmente por las siglas “SAD”, son dispositivos electrónicos con numerosas entradas de señales eléctricas que normalmente convierten las formas de onda analógicas en valores digitales para su procesamiento.



Las funciones de los sistemas de adquisición de datos se realizan mediante los siguientes componentes integrados:

- Circuito de acondicionamiento de señal, para convertir las señales de los sensores (que convierten los parámetros físicos en señales eléctricas) en una forma capaz de convertirse en valores digitales.
- Convertidores analógicos-digitales, encargados de convertir las señales de los sensores acondicionados en valores digitales.

El hardware de adquisición de datos que se ha utilizado en los ensayos es un módulo LAN-XI de entrada de 12 canales de alta densidad, modelo 3053 del fabricante Brüel & Kjær.



Figura 3-5. Sistema de adquisición de datos utilizado en los ensayos. Módulo LAN-XI de entrada de 12 canales de alta densidad. Modelo 3053. Fabricante: Brüel & Kjær.

Como unidad autónoma, el Modelo 3053 es un analizador de ruido y vibraciones de 12 canales que funciona como sistema de adquisición de datos de un solo módulo y como bloque de construcción para grandes sistemas de medida LAN-XI. Dispone de paneles frontales intercambiables que aportan flexibilidad y permiten utilizarlo con una gran variedad de transductores.

Las especificaciones del producto pueden consultarse en la siguiente tabla:

Tabla 3-3. Especificaciones del SAD utilizado en los ensayos. Modelo 3053 de Brüel & Kjær.

Características	Disponibilidad
Canales de entrada	12
Rango de frecuencia	0 – 25,6 kHz
Dyn-X	No
Direct V	Sí
CCLD	Sí
200V mic.	No
Carga	No
Puente	No
LF Aux	No
Tacógrafo de alta velocidad	No

3.2.2 Acelerómetros

Los acelerómetros piezoeléctricos emplean cristales de cuarzo naturales o cerámicas policristalinas artificiales como sus elementos sensores.

Se une una masa de prueba con el cristal y se genera una salida cuando se impone una fuerza sobre el cristal durante la aceleración. Esta fuerza causa tensión en el cristal, que a su vez genera una carga eléctrica la cual es relativa a la fuerza aplicada: el efecto piezoeléctrico.

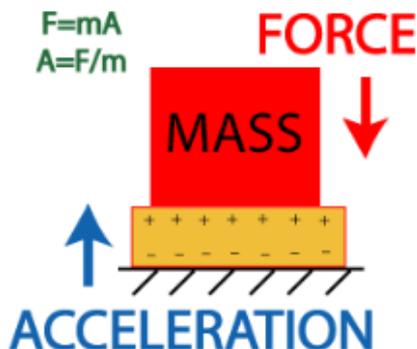


Figura 3-6. Principio de funcionamiento de un acelerómetro piezoeléctrico. El efecto piezoeléctrico.

La cantidad de fuerza es proporcional a la aceleración aplicada según la ley del movimiento de Newton $F = ma$.

Los acelerómetros piezoeléctricos no pueden medir la aceleración constante porque están inherentemente acoplados a corriente alterna, sin embargo, suelen ser la opción más versátil y económica para medir aceleraciones rápidas transitorias y periódicas.

Teniendo en cuenta principalmente la amplitud de vibración y el rango de frecuencia a monitorizar, así como la superficie sobre la que se montan, se han utilizado 6 acelerómetros modelo 352C33 de la marca PCB Piezotronics.



Figura 3-7. Acelerómetros utilizados en los ensayos. Modelo 352C33. Fabricante: PCB Piezotronics.

Este modelo cuenta con las siguientes especificaciones de actuación:

Tabla 3-4. Especificaciones de actuación de los acelerómetros utilizados en los ensayos. Modelo 352C33 de PCB Piezotronics.

Propiedades	Valor
Sensibilidad ($\pm 10\%$)	10,2 mV/(m/s ²)
Rango de medición	± 490 m/s ² pk
Rango de frecuencia ($\pm 5\%$)	0,5 a 10000 Hz
Rango de frecuencia ($\pm 10\%$)	0,3 a 15000 Hz
Frecuencia de resonancia	≥ 50 kHz
Resolución de banda ancha (1 a 10000 Hz)	0,0015 m/s ² rms ¹
No linealidad	$\leq 1\%$ ²
Sensibilidad transversal	$\leq 5\%$ ³

3.2.3 Vibrómetro láser

El Vibrómetro Doppler Láser (LDV) es un instrumento de medición rápido y fácil de operar. Se utiliza para mediciones precisas, sin contacto y no reactivas de parámetros mecánicos y acústicos como el desplazamiento de la vibración, la velocidad y la aceleración.

En la práctica, el haz del láser procedente del LDV se dirige a la superficie de interés definiendo el volumen de medición.

¹ Típico.

² Método de línea recta, mínimos cuadrados y de base cero.

³ La sensibilidad transversal es típicamente $\leq 3\%$.

Debido al efecto Doppler, las partículas que se mueven a través del volumen de medición dispersan luz de frecuencia variable (corrimiento Doppler) que es recolectada con un fotodetector a través de un interferómetro, el cual hace una demodulación del barrido de la frecuencia y transforma ésta a una señal analógica continua de voltaje.

La frecuencia de salida resultante del fotodetector es directamente proporcional a la componente de velocidad de las partículas a lo largo de la dirección del haz del láser.

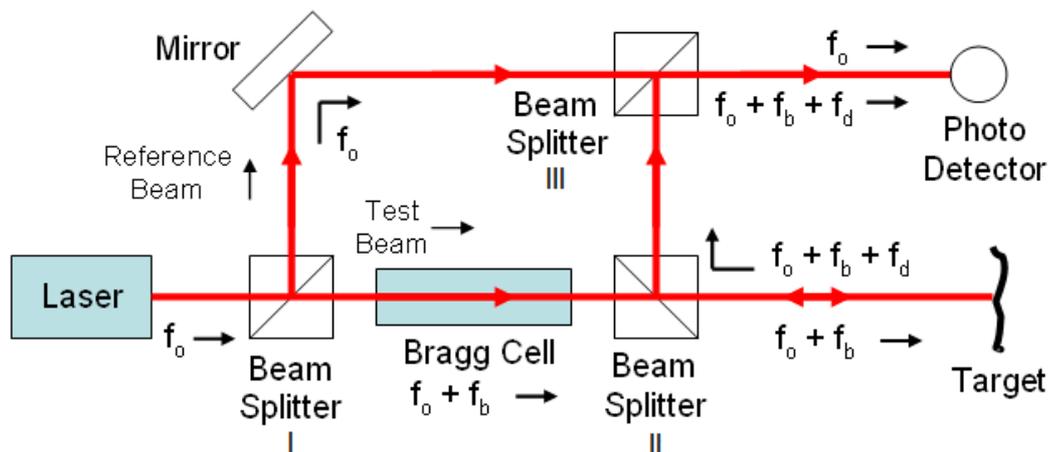


Figura 3-8. Esquema básico de los componentes de un Vibrómetro Doppler Láser (LDV). Principio de funcionamiento.

En la Figura 3-8, se observa en detalle el funcionamiento del vibrómetro láser, que como puede verse está completamente basado en la óptica. La luz procedente del láser se divide en el divisor del haz I de modo que una parte va directamente a la superficie vibrante y otra al detector a través del espejo y el divisor del haz III. La parte que va directa al detector constituye el rayo de referencia, y su camino óptico es constante en el tiempo.

La otra parte del rayo, el rayo de medición, se refleja en la superficie a medir y va al fotodetector por medio del divisor del haz II. El camino óptico seguido por este rayo va variando con el movimiento del objetivo, haciendo que el patrón de interferencia que se produce en el fotodetector cambie con el tiempo.

Debido al efecto Doppler, la frecuencia de modulación del patrón de interferencia será proporcional a la velocidad de movimiento del objetivo y ésta última podrá ser determinada (además de otras magnitudes cinemáticas, como el desplazamiento, la ecuación de movimiento, etc.). El cristal Bragg permite además conocer la dirección de movimiento del objetivo.

Dado el enfoque hacia la realización de ensayos en microgeneradores de energía, se ha utilizado el vibrómetro láser tipo 8338 fabricado por Brüel & Kjær y provisto por Ometron.



Figura 3-9. Vibrómetro láser utilizado en los ensayos. Tipo 8338. Fabricante: Brüel & Kjær. Proveedor: Ometron.

El tipo 8338 es un transductor de vibración sin contacto para aplicaciones donde es imposible o indeseable montar un transductor de vibración en un objeto vibrante.

Las especificaciones, recogidas en la Tabla 3-5, han sido diseñadas y optimizadas para aplicaciones de investigación general, desarrollo, prueba y evaluación (RDT & E).

La capacidad de alta velocidad (máx. 500 mm/s) lo convierte en un transductor de vibración multipropósito extremadamente versátil basado en láser, que cubre la gran mayoría de las aplicaciones de vibrometría láser.

Tabla 3-5. Especificaciones generales del vibrómetro láser utilizado en los ensayos. Tipo 3883 de Brüel & Kjær provisto por Ometron.

Propiedades	Valor		
Filtro paso alto (ajustable mediante pantalla LCD)	100 Hz encendido/apagado (−3 dB analógico, Butterworth de tercer orden 60 dB/dec)		
Filtro paso bajo (ajustable mediante pantalla LCD)	Corte del filtro FIR a 1 kHz, 5 kHz o 22 kHz, atenuación >120 dB/dec		
Rango de frecuencia	0,5 Hz a 22 kHz		
Rango dinámico	>90 dB sobre el ancho de banda completo		
Precisión de calibración	±1%		
Impedancia de salida	50 Ω		
Retraso de propagación (típico)	1,1 ms		
Potencia	11 – 14,5 V DC, max. 1 A		
Rango de velocidad configurado (ajustable mediante pantalla LCD)	Rango 1 ±20 mm/s (p-p)	Rango 2 ±100 mm/s (p-p)	Rango 3 ±500 mm/s (p-p)
Sensibilidad configurada (ajustable mediante pantalla LCD)	5 mms ⁻¹ /V	25 mms ⁻¹ /V	125 mms ⁻¹ /V
Resolución de velocidad de salida (RMS) ⁴	≤0,02 μm/s/√Hz	≤0,02 μm/s/√Hz	≤0,1 μm/s/√Hz

⁴ La resolución se define como la amplitud de la señal RMS en la que la relación señal-ruido es 0 dB.

3.2.4 Martillo de impactos

El martillo de impactos, que es una herramienta ajustada modalmente e instrumentada con un circuito piezoeléctrico integrado, presenta un sensor de fuerza resistente que está incorporado en la superficie de golpe del martillo.

El ajuste modal es una cualidad que asegura que las características estructurales del martillo no afecten a los resultados de la medición. Esto se logra eliminando las resonancias del martillo en el rango de frecuencia de interés, lo que da lugar a mediciones más precisas y consistentes.

El sensor de fuerza proporciona una medición del contenido de amplitud y frecuencia del impacto que se imparte a un objeto de prueba. Los acelerómetros o el vibrómetro láser se usan junto con el martillo para proporcionar una medida de la respuesta estructural del objeto debido al golpe del martillo.

Para que el contenido de energía del impulso de fuerza se adapte a los requisitos del objeto bajo prueba, se ha utilizado el martillo de impactos modelo 086C02 de PCB Piezotronics equipado con cabezal de nylon y sin masa extensora.



Figura 3-10. Martillo de impactos utilizado en los ensayos. Modelo 086C02. Fabricante: PCB Piezotronics.

Las especificaciones de actuación de este producto son:

Tabla 3-6. Especificaciones de actuación del martillo de impactos utilizado en los ensayos. Modelo 086C02 de PCB Piezotronics.

Propiedades	Valor
Sensibilidad ($\pm 15\%$)	11,2 mV/N
Rango de medición	± 444 N pk
Frecuencia de resonancia	≥ 22 kHz
No linealidad	$\leq 1\%$

3.2.5 Calibrador

Casi todos los instrumentos y sensores están diseñados para cumplir determinadas especificaciones de precisión; el proceso de ajustar un instrumento para cumplir esas especificaciones se conoce como calibración. El dispositivo usado para calibrar otros instrumentos se conoce como calibrador.

Por tanto, el calibrador que se ha usado es el modelo 394C06, un excitador de vibración pequeño, autónomo y alimentado por batería, diseñado por PCB Piezotronics específicamente para verificar el rendimiento de los acelerómetros y el sistema de vibración.



Figura 3-11. Calibrador utilizado en los ensayos. Modelo 394C06. Fabricante: PCB Piezotronics.

Este modelo permite un ajuste preciso de la instrumentación de medida para dar salida a un nivel de aceleración estándar de 1 g RMS o 1 g pico, con compensación automática interna para la masa aplicada.

La señal de referencia también se puede utilizar para velocidad y desplazamiento, a 10 mms^{-1} RMS o 10 mms^{-1} pico y 10 μm RMS o 10 μm pico a pico respectivamente. El cambio entre RMS y pico puede efectuarse presionando el lado correspondiente del interruptor basculante en las opciones de cavidad del calibrador.

Además, el modelo 394C06 proporciona una validación rápida y de un solo sensor en sistemas de medida complejos. La confirmación del correcto funcionamiento a través de la cadena de medición completa desde el sensor, cable (s), acondicionamiento de la señal hasta la instrumentación de adquisición de datos, es extremadamente útil cuando se configuran grandes conjuntos de sensores.

A continuación, se muestra la tabla de especificaciones de actuación del dispositivo:

Tabla 3-7. Especificaciones de actuación del calibrador utilizado en los ensayos. Modelo 394C06 de PCB Piezotronics.

Propiedades	Valor
Frecuencia de operación (± 1 %)	159,2 Hz
Salida de aceleración (± 3 %)	9,81 m/s ² rms ⁵
Salida de velocidad	9,81 mm/s rms ⁶
Salida de desplazamiento	9,81 μ m rms ⁶
Salida transversal	≤ 3 %
Distorsión (carga de 0 a 99 gramos)	≤ 2 %
Distorsión (carga de 100 a 149 gramos)	≤ 5 %
Distorsión (carga de 150 a 210 gramos)	≤ 9 %
Carga máxima	210 g ⁷
Tiempo de apagado automático	1 a 2,5 minutos ⁸
Ciclos de calibración (carga de 2 gramos)	320 ciclos ⁹
Ciclos de calibración (carga de 25 gramos)	600 ciclos ⁹
Ciclos de calibración (carga de 50 gramos)	1600 ciclos ⁹
Ciclos de calibración (carga de 100 gramos)	400 ciclos ⁹
Ciclos de calibración (carga de 150 gramos)	160 ciclos ⁹
Ciclos de calibración (carga de 210 gramos)	80 ciclos ⁹

3.3 Banco de ensayo y montaje

En este apartado se recogen las características del banco de ensayo y el proceso de montaje que se ha seguido para llegar a la configuración experimental de la Figura 3-3(a). Todo esto, se ha desarrollado en el taller de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras de la Universidad de Sevilla.

En primer lugar, se han asignado en base a su finalidad dos tipos de mesa con propiedades diferentes: una mesa amplia de oficina donde poder ubicar de manera ordenada todos los instrumentos que no intervengan físicamente en los ensayos y que permita trabajar cómodamente con los datos obtenidos mediante el computador, y una mesa pesada donde colocar y realizar el experimento para asegurarnos de que las excitaciones y respuestas del mismo no transmitan perturbaciones por inestabilidad que pudieran influir en los resultados.

Aislar el objeto de estudio de forma que se reduzca al mínimo la influencia de los mecanismos empleados para simular las condiciones ideales a ensayar con el fin de que exista la menor desviación posible de las hipótesis supuestas, ha sido un factor determinante a la hora de elaborar una estructura portante.

Para ello, se ha colocado sobre la mesa pesada el segmento de viga metálica con perfil HEB 220 de la Figura 3-12(a), que servirá a la pletina como base de apoyo. Por sus características resistentes, se ha decidido utilizar esta viga dado que se trata de un elemento idóneo para absorber los esfuerzos de compresión y tracción causados por la oscilación de la pletina durante los ensayos, y se ha dispuesto con su alma perpendicular a la superficie de la mesa generando un plano continuo paralelo a la misma.

⁵ Unidad suministrada ajustada a rms; consultar el manual para el modo pico.

⁶ Valores calculados solo como referencia.

⁷ La carga máxima incluye sensor, conector y cableado.

⁸ Unidad suministrada configurada para apagado automático; consultar el manual para el modo de uso continuo.

⁹ Valores aproximados, basados en el tiempo de apagado automático y en función del tipo de baterías.

La condición de empotramiento se ha logrado a través de un juego de acero constituido por dos mitades de un ortoedro mecanizado. Este ortoedro, dispone de dos tamaños de huecos rectangulares diferentes que lo atraviesan completamente en forma de cruz centrada por sus caras laterales y a partir de la mitad superior. También, próximo a las esquinas de la cara superior o inferior, presenta 4 agujeros roscados pasantes formando los vértices de un cuadrado.

Del mismo modo, encontramos perforaciones en un extremo longitudinal del ala superior de la viga a ambos lados del alma siguiendo el patrón de agujeros anterior, en este caso, sin rosca y con un diámetro algo mayor. Así pues, tal como puede verse en la Figura 3-12(b), la configuración en voladizo se consigue al insertar sin holgura la pletina en un hueco del ortoedro quedando atrapada entre sus dos mitades, y atornillando dicho conjunto a la viga a través de los agujeros existentes hasta alcanzar una firmeza absoluta.

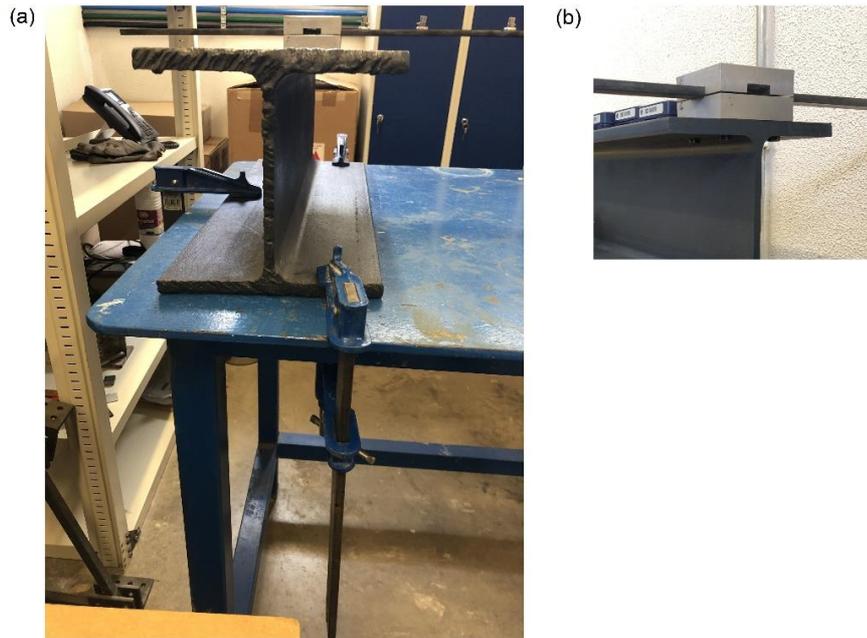


Figura 3-12. (a) Configuración de la estructura portante para la pletina en voladizo con sección de viga metálica perfil HEB 220 como base y el (b) detalle del mecanismo de empotramiento.

Además, en la figura 4-12(a) puede apreciarse como la viga se ha sujetado a la mesa por medio de 3 gatos. Con estas uniones viga-mesa y ortoedro-viga, se ha logrado crear un sistema prácticamente homogéneo en el que no existen desplazamientos relativos entre sus elementos y, por tanto, desempeña correctamente su función de anclaje para configurar la pletina en voladizo, que se ha dispuesto con una longitud útil de 80 cm.

A lo largo de la longitud útil de la pletina se han determinado los puntos característicos para el análisis dinámico y modal. Para ello, con la finalidad de separar esta parte en elementos más o menos equidistantes, se han considerado 6+1 puntos donde se instalarán los dispositivos de medida y el punto de impacto. Con la ayuda de una regla metálica y un rotulador de tinta blanca permanente se han marcado sobre la pletina estas distancias preestablecidas.

Los acelerómetros que se han usado presentan un taladro roscado en su base para poder fijarlos a la superficie deseada. Dado que la superficie de la pletina es lisa, para la unión de ambos se han empleado los imanes de la figura 4-13(b), los cuales presentan una forma de casquete esférico achatado sobre el que sobresale una pequeña extremidad de cuerpo roscado en el centro.

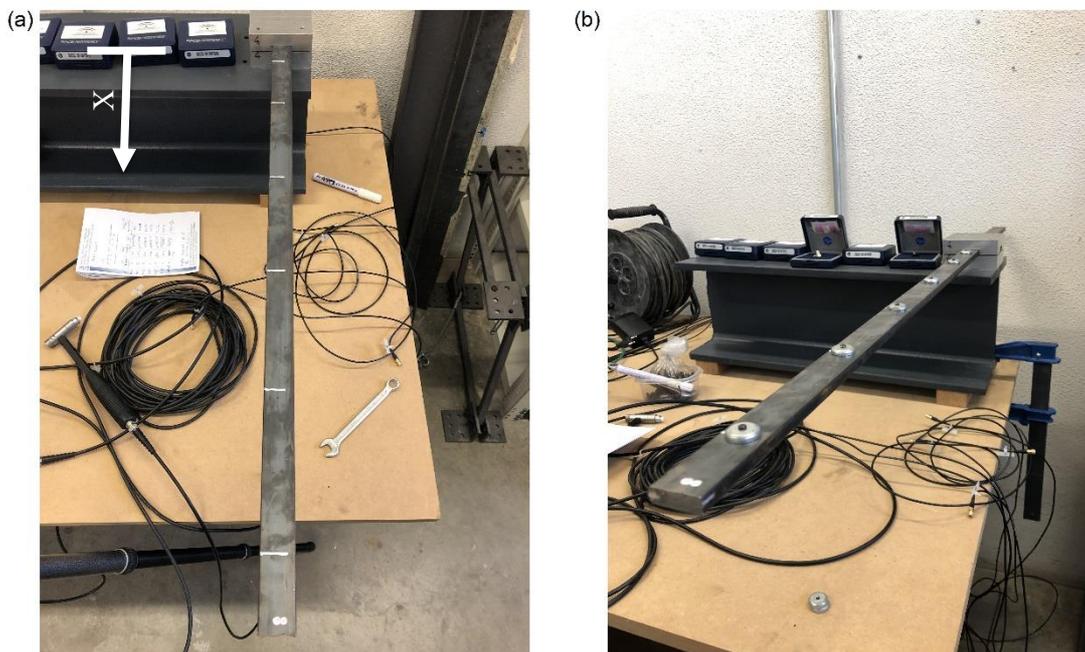


Figura 3-13. (a) Señalización de las distancias entre los aparatos de medición y el centro de impactos en la pletina, con dirección y sentido del eje de medida. (b) Imanes de unión acelerómetro-pletina utilizados.

Por lo tanto, ordenados de menor a mayor número de serie conforme aumenta la distancia al origen de medida de la pletina, los 6 acelerómetros disponibles se han enroscados a los imanes ya colocados sobre sus marcas y, posteriormente, se han conectado a los canales del sistema de adquisición de datos. Del mismo modo, a través de bridas con etiqueta fijadas a los cables de conexión, cada acelerómetro ha sido enumerado para identificar sus características específicas que se recogen en la siguiente tabla.

Tabla 3-8. Características específicas de los acelerómetros y el martillo de impactos utilizados en el banco de ensayo.

Designación ¹⁰	Canal	Coordenada X (mm)	Código de serie	Sensibilidad
ACC1	1	40	LW178708	10.30 mV/(m/s ²)
ACC2	2	140	LW178709	10.64 mV/(m/s ²)
ACC3	3	290	LW178711	10.34 mV/(m/s ²)
ACC4	4	440	LW178712	10.37 mV/(m/s ²)
ACC5	5	590	LW178713	10.32 mV/(m/s ²)
ACC6	6	740	LW207658	10.20 mV/(m/s ²)
FORCE	7	790	32668	11.43 mV/N

¹⁰ La designación "ACCX" hace referencia a "acelerómetro número X" mientras que "FORCE" se ha utilizado para referirnos al martillo de impactos y su punto de aplicación.

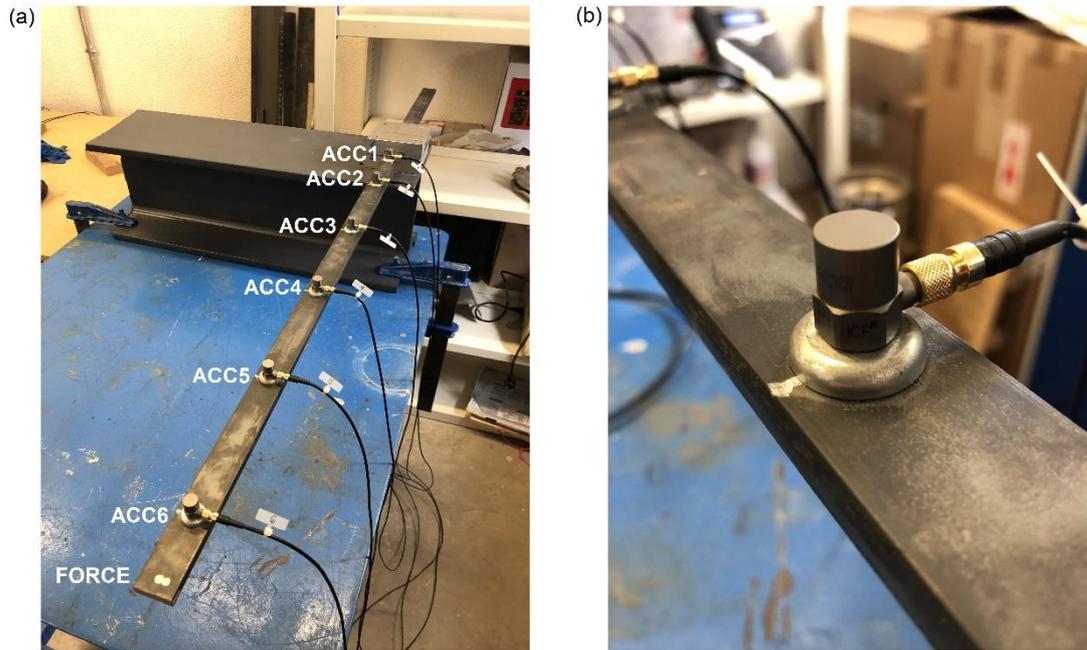


Figura 3-14. (a) Configuración final de la pletina en voladizo para el banco de ensayo con indicación de acelerómetros y punto de impactos/medida. (b) Detalle de la unión acelerómetro-pletina.

Aparte de los acelerómetros, el martillo de impactos y el vibrómetro láser también se han conectado al SAD mediante los canales 7 y 8 respectivamente. Por último, la conexión SAD-ordenador se ha efectuado vía Ethernet y, con todo esto, la configuración final del sistema de adquisición de datos es la que se detalla a continuación.



Figura 3-15. Configuración final del SAD para el banco de ensayo con indicación de los canales de conexión.

Debido a las exigencias de estabilidad, posicionamiento y precisión para la toma de medidas con el vibrómetro láser, se ha hecho uso del trípode de la siguiente figura cuyo modelo es el G1220 de la marca Gitzo.



Figura 3-16. Trípode utilizado en los ensayos para el vibrómetro laser con indicación de grados de libertad. Modelo G1220. Fabricante: Gitzo.

Este trípode cuenta con un soporte para zapata giratorio en gran amplitud angular sobre 3 ejes diferentes de rotación que incorpora nivel de burbuja giratorio para cada uno. Junto a esto, las posibilidades de altura ajustable otorgan gran versatilidad de trabajo y accesibilidad al rayo láser, cuya incidencia ideal sobre la superficie deseada debe ser lo más perpendicular y centrada a la misma en el punto de medida.

Por ello, en cada caso particular de medida, el haz del láser se ha enfocado cuidadosamente sobre dicho punto con la ayuda de una pegatina consistente de dos círculos concéntricos, uno negro exterior y otro blanco interior, cuyo centro coincide con el punto a medir.

4 CONFIGURACIÓN DEL SAD

Una vez realizada la distribución espacial de los distintos componentes para el banco de ensayo, se ha procedido a configurar y controlar las variables de actuación durante las pruebas, todo ello desde el ordenador y haciendo uso de un software informático especializado en la materia.

El núcleo fundamental que hace posible el desempeño de esta función es el sistema de adquisición de datos, que opera como intermediario para poder establecer entradas y recibir salidas entre los periféricos conectados al mismo (ordenador e instrumentos de medida).

En cuanto a la herramienta informática, por su diseño adaptado a los flujos de trabajo y las tareas a desarrollar, se ha empleado el software para pruebas y análisis de vibraciones “BK Connect”, el cual es una plataforma fácil de usar, llena de prestaciones y funciones innovadoras, que reduce la complejidad general de los ensayos.

Este programa nos ha ayudado a trabajar de forma más inteligente, con un alto grado de flexibilidad y reduciendo el riesgo de cometer errores.

4.1 Modelo

Antes de proceder a las medidas y el análisis modal del experimento, es esencial crear una geometría de prueba para modelar la configuración de la pletina en voladizo con sus puntos característicos y poder obtener información visual permitiéndonos representar gráficamente la respuesta en movimiento del conjunto.

Con BK Connect, las geometrías de prueba se pueden crear desde cero utilizando una gran variedad de herramientas de dibujo. Este programa, ofrece la posibilidad de trabajar con elementos tales como puntos, líneas, superficies triangulares y cuadrangulares; y permite crear varios modelos 2D y 3D CAD, así como mallarlos. Además, la geometría también se puede crear a partir de entradas de tabla o, alternativamente, ser importadas en formatos de datos estándar como UFF y CSV.

Por tanto, se ha hecho uso de esto para diseñar sobre un plano de la interfaz gráfica un modelo lineal de la pletina en el que han sido representados tanto el origen fijo, como la posición de los acelerómetros y el punto de impactos mediante la introducción de nodos con sus datos correspondientes a lo largo de uno de los dos ejes cartesianos.

Una vez establecida la distribución nodular, se han creado líneas de traza entre los nodos dando lugar a la formación de un elemento continuo articulado que servirá para reproducir los modos de vibración de la pletina en el análisis modal.

4.2 Front-end

Una correcta configuración del hardware de adquisición de datos garantiza que los resultados de la medición sean acertados, que la cadena de medición esté documentada apropiadamente, y que se apliquen los parámetros relevantes.

BK Connect contiene una serie de herramientas y componentes para asegurar que el SAD esté configurado adecuadamente antes de realizar la medición, y este apartado muestra cómo se han usado para cubrir los siguientes puntos:

- Conexión y configuración inicial del hardware.
- Agregar los transductores a la configuración del hardware.
- Configurar los canales individuales del hardware.

Uno de estos componentes es el programa “BK Connect Front-end Setup”, el cual se ha empleado para configurar el front-end por primera vez. Para ello, con el hardware encendido y conectado directamente al ordenador, se ha tenido en cuenta la dirección IP que se muestra en su pantalla.

Dado que nuestro front-end es un módulo único, dentro del programa mencionado anteriormente hemos efectuado una búsqueda de dispositivos para localizarlo a través de su dirección IP y se ha añadido a la lista en la ventana de configuración, aplicando y guardando la misma. De esta forma, BK Connect estará preparado para conectarse automáticamente con el front-end al inicio del programa.

Dentro de BK Connect, la herramienta de *Navegador del Hardware* ofrece una visión general del front-end conectado, gráficamente en la *Matriz del Hardware*, y en formato de tabla en la *Tabla de Configuración del HW*.

La Matriz del Hardware muestra cada módulo con pantallas codificadas por colores en los anillos exteriores del canal y una superposición de símbolos en cada canal activo que nos permite distinguir si los transductores están siendo auto detectados.

En la Tabla de Configuración del HW, los detalles del hardware se muestran por canal de manera que hemos podido editar o añadir detalles como el nombre, la cantidad física, la sensibilidad y etiquetas DOF (grado de libertad). A través de la ID del nodo asociado a cada canal respecto al modelo de la pletina, se ha establecido la dirección del grado de libertad en uno de los ejes perpendiculares a la misma.

Además, se ha indicado la fuente de entrada “direct” para el láser y “CCLD” para el resto, y se ha añadido un filtro paso alto con una frecuencia de corte de 0,7 Hz para eliminar o reducir el ruido de baja frecuencia en el espectro de salida.

Los canales se pueden habilitar o deshabilitar tanto en la Tabla de Configuración del HW como en la Matriz del Hardware.

5 CONFIGURACIÓN Y CALIBRACIÓN DE INSTRUMENTOS

El proceso de calibración tiene como objetivo garantizar que el error cometido por los aparatos de medida es inferior al límite de rechazo determinado por el fabricante, contrastando los valores de salida frente a un estándar.

Los principales motivos que pueden provocar la necesidad de que se realice la calibración de los instrumentos de medición son:

- Se ha agotado un periodo de tiempo específico.
- Se ha agotado un cierto volumen de uso (horas de trabajo).
- Cuando un instrumento ha recibido un golpe o vibraciones fuertes que pueden haber causado que este se descalibre.
- Cambios de temperatura superiores a los aceptables.
- Siempre que las observaciones obtenidas sean cuestionables.

En condiciones normales, cualquiera de estas circunstancias podría haberse dado tanto en los acelerómetros y el vibrómetro láser, como en el calibrador de referencia, por lo que nos hemos asegurado de que todos mantienen su precisión de fábrica.

Además, se ha configurado la sensibilidad del vibrómetro láser para la escala de velocidad que mejor aproxima los resultados (FRF) a los obtenidos por un acelerómetro calibrado previamente, medidos a la vez y en el mismo punto de la pletina.

5.1 Acelerómetros

Tenemos que, en concreto, el calibrador a usar tiene una frecuencia de operación de 159,3 Hz, para la cual debe dar una salida de aceleración de $9,832 \text{ m/s}^2$ rms con un margen de error de $\pm 3 \%$ según indica la Tabla 3-7 y el manual del producto. Por tanto, midiendo la aceleración de salida en el calibrador con cualquiera de los acelerómetros, podremos comprobar si ésta coincide con lo expuesto.

Para llevar a cabo dicho proceso, el calibrador se ha apoyado horizontalmente sobre la parte superior libre del perfil laminado y se ha sujetado como se muestra en la Figura 5-1(a). Esta colocación permite aislar la actuación del calibrador sin verse afectada por circunstancias ajenas que pudieran dar lugar a la consideración de resultados impropios.

Posteriormente, de forma aleatoria, se ha escogido el acelerómetro 6 para la comprobación y se ha despegado su imán de unión a la pletina reubicándolo en el punto de medida del calibrador que, al ser metálico, ha permitido un acoplamiento perfecto como puede verse en la figura 5-1(b).

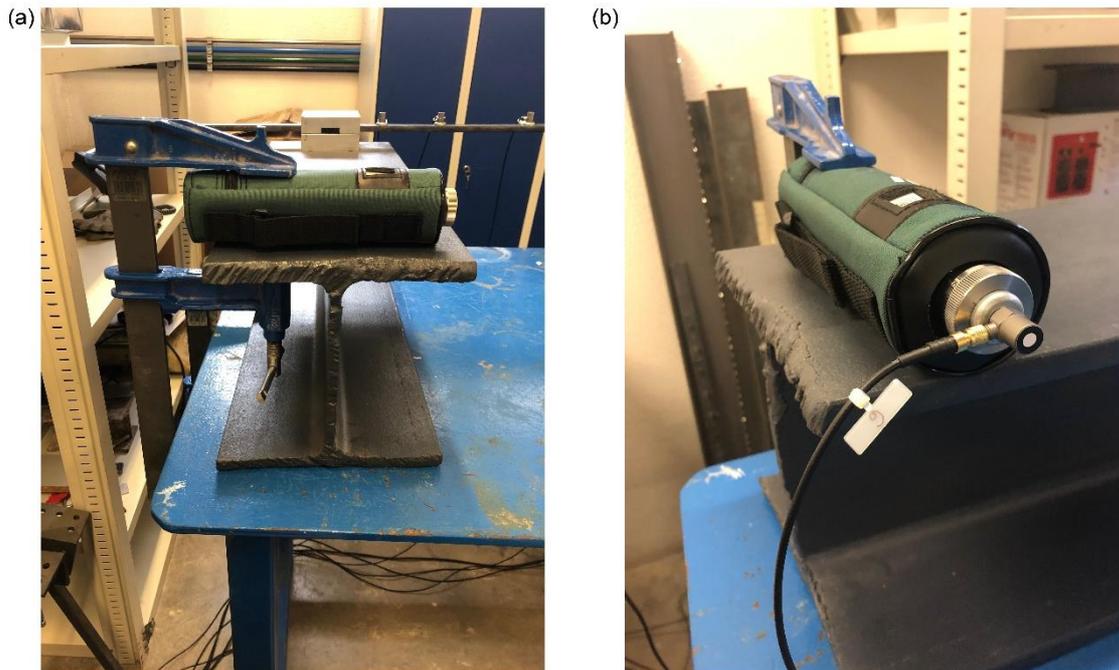


Figura 5-1. (a) Método de sujeción con gato utilizado para la estabilidad del calibrador durante el proceso de calibración y el (b) detalle de la unión acelerómetro-calibrador.

En función de los recursos necesarios para realizar la medición, dentro de BK Connect se ha creado un nuevo proyecto denominado “Comprobación Calibrador”, del tipo “Procesamiento de Datos”, donde únicamente se ha habilitado el canal del acelerómetro 6 indicando en la Tabla de Configuración del HW que la cantidad física a medir será aceleración.

Antes de proceder a la medición, nos hemos asegurado de que el modo RMS está seleccionado en el calibrador ya que, según la Figura 5-2, si hay un sensor de 100 mV/g en la mesa agitadora y la unidad está en modo pico, entonces la salida es de 100 mV/g, mientras que si el interruptor está configurado en RMS, la salida es de 141 mV, por lo que el valor obtenido sería diferente al esperado.

Una vez encendido el calibrador, se ha realizado una grabación de aproximadamente 10 segundos que acto seguido se ha arrastrado al módulo de trabajo en la pestaña de *Procesamiento*, la herramienta principal de este tipo de proyecto que nos permite operar con las grabaciones a través de diagramas de bloques.

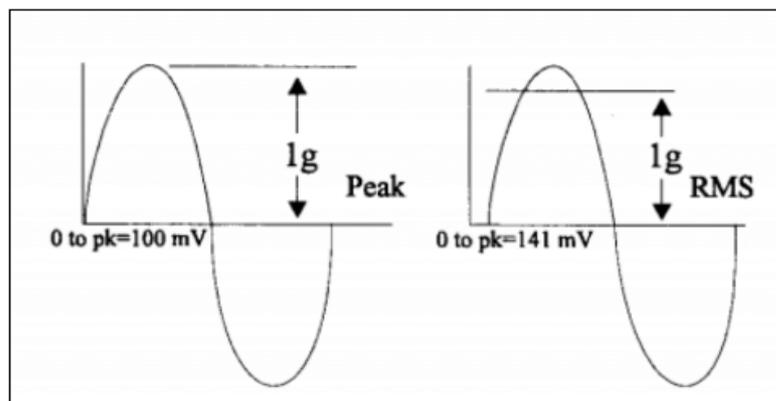


Figura 5-2. Selección pico vs RMS con acelerómetro de 100 mV/g.

Dado que lo que nos interesa es el contenido de la grabación en sí, simplemente le hemos añadido un bloque de display, para poder visualizar en una gráfica la medida de la aceleración frente al tiempo, y un bloque de store, para guardar los datos en un archivo de formato UFF.

Al no tener la aceleración un valor fijo de salida, se ha leído el archivo UFF con un programa de MATLAB diseñado para ello, el cual guarda en una celda, entre otra información, los valores de la aceleración y el tiempo, que se han extraído como vectores para generar la siguiente figura:

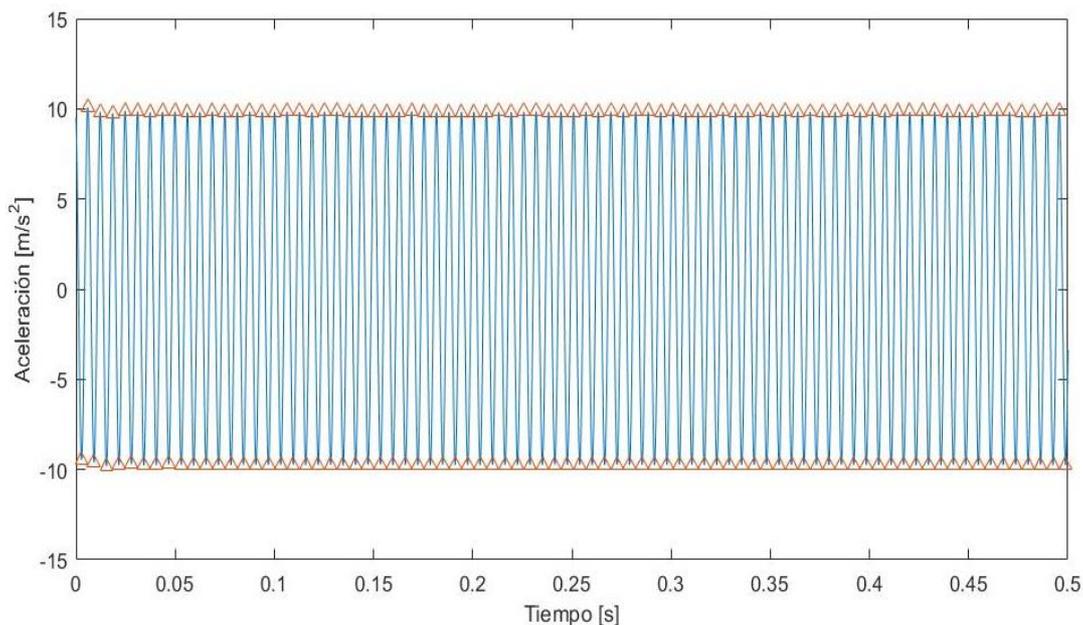


Figura 5-3. Gráfica de la aceleración frente al tiempo medida con el acelerómetro 6 sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 9,5 s con señalización triangular de los valores pico.

Finalmente, haciendo la media de los valores pico positivos, se ha obtenido una aceleración de $9,7825 \text{ m/s}^2$, un 0,5% menos de los $9,832 \text{ m/s}^2$ deseados sin supera el límite del 3%. Así pues, podemos corroborar que el calibrador está correctamente capacitado para desempeñar su función.

5.2 Vibrómetro láser

En este caso, vamos a obtener las sensibilidades de salida como la relación entre la velocidad y el voltaje medidos para cada uno de los 3 rangos del vibrómetro láser en el calibrador, y se compararán con los valores nominales de la Tabla 3-5 corrigiéndolos si fuese necesario.

Por consiguiente, habiéndose conservado la configuración de la Figura 5-1(a), se ha ajustado el trípode del banco de ensayo de manera que el haz del láser incida perpendicularmente sobre el centro de la superficie despejada a medir.

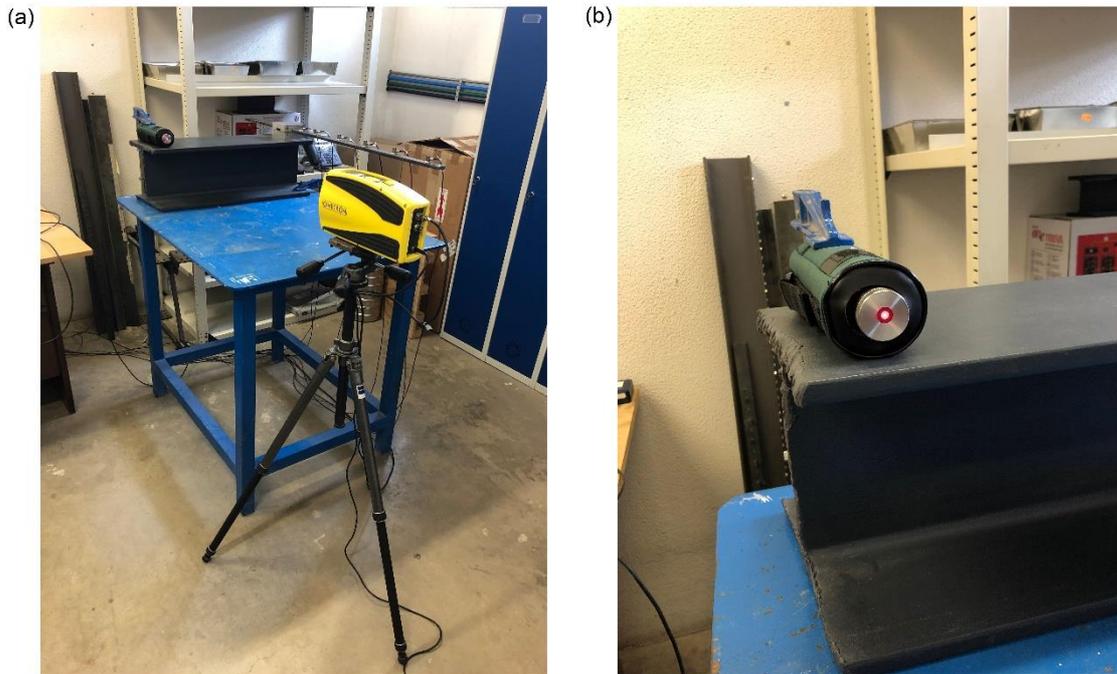


Figura 5-4. (a) Configuración empleada durante la calibración del vibrómetro láser y el (b) detalle del punto de incidencia del rayo láser sobre el calibrador.

En todo momento, la salida de aceleración de $9,832 \text{ m/s}^2$ que debe dar el calibrador mientras trabaja a la frecuencia de $159,3 \text{ Hz}$, se corresponde con una velocidad de $9,82 \text{ mm/s}$ según se expone en la expresión de abajo.

$$\text{Velocidad de salida} = \frac{9,832 \text{ m/s}^2}{2\pi \text{ rad} \cdot 159,3 \text{ Hz}} = 0,00982 \text{ m/s} = 9,82 \text{ mm/s} \quad (5-1)$$

Para la medición del voltaje, de forma análoga al apartado anterior se ha creado un nuevo proyecto en BK Connect denominado “Calibración Láser”, también del tipo “Procesamiento de datos”, pero esta vez habilitando únicamente el canal del láser e indicando que la cantidad física a medir será $1V/V$.

Con el calibrador encendido, se han realizado 3 grabaciones diferentes de 10 segundos cada una para los rangos de velocidad de 20 , 100 y 500 mm/s . Nuevamente, a la hora de procesar dichas grabaciones, solo ha sido necesario añadirles un bloque de display y otro de store.

El procedimiento seguido para poder leer en MATLAB los archivos UFF generados y lograr la extracción de un valor medio de la tensión con el que calcular junto a la velocidad las sensibilidades de salida, ha sido el mismo que el llevado a cabo en la comprobación del calibrador y los resultados se muestran a continuación:

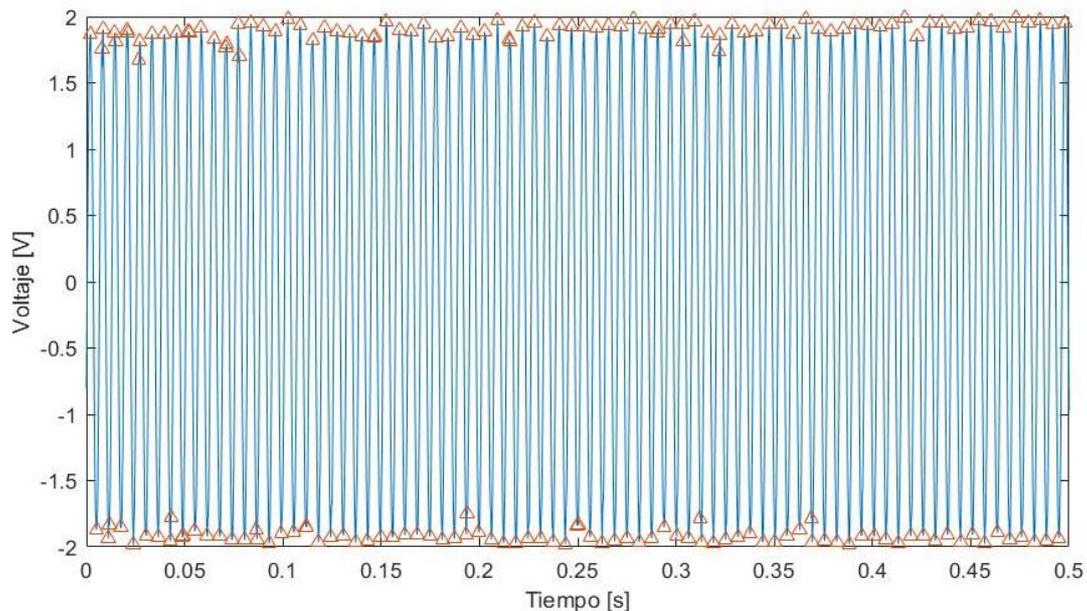
Rango 1: 20 mm/s (Sensibilidad Nominal: 5 mms⁻¹/V)

Figura 5-5. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 20 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.

Media de los picos: 1,9496 V

$$\text{Sensibilidad de salida} = \frac{\text{Velocidad de salida}}{\text{Media de los picos}} = \frac{9,82 \text{ mm/s}}{1,9496 \text{ V}} = 5,04 \text{ mms}^{-1}/\text{V} \quad (5-2)$$

La sensibilidad de salida coincide prácticamente con la sensibilidad nominal por lo que podemos concluir que el equipo de medida está bien configurado.

Rango 2: 100 mm/s (Sensibilidad Nominal: 25 mms⁻¹/V)

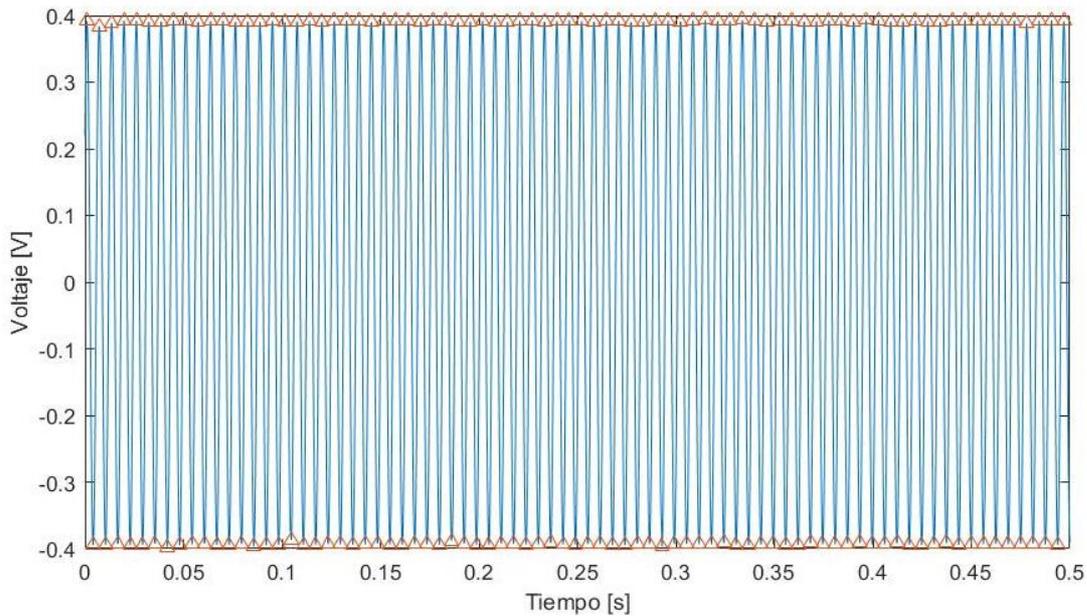


Figura 5-6. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 100 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.

Media de los picos: 0,3924 V

$$\text{Sensibilidad de salida} = \frac{\text{Velocidad de salida}}{\text{Media de los picos}} = \frac{9,82 \text{ mm/s}}{0,3924 \text{ V}} = 25,03 \text{ mms}^{-1}/\text{V} \quad (5-3)$$

La sensibilidad de salida coincide prácticamente con la sensibilidad nominal por lo que podemos concluir que el equipo de medida está bien configurado de manera más fiable que en el caso anterior, pues comparando las Figuras 5-5 y 5-6 vemos que, en ésta última, los valores pico son menos variables y más cercanos a la media obtenida. Esto significa que la sensibilidad de salida calculada es más precisa, pudiendo apreciarse también que se aproxima con mayor exactitud a la sensibilidad nominal.

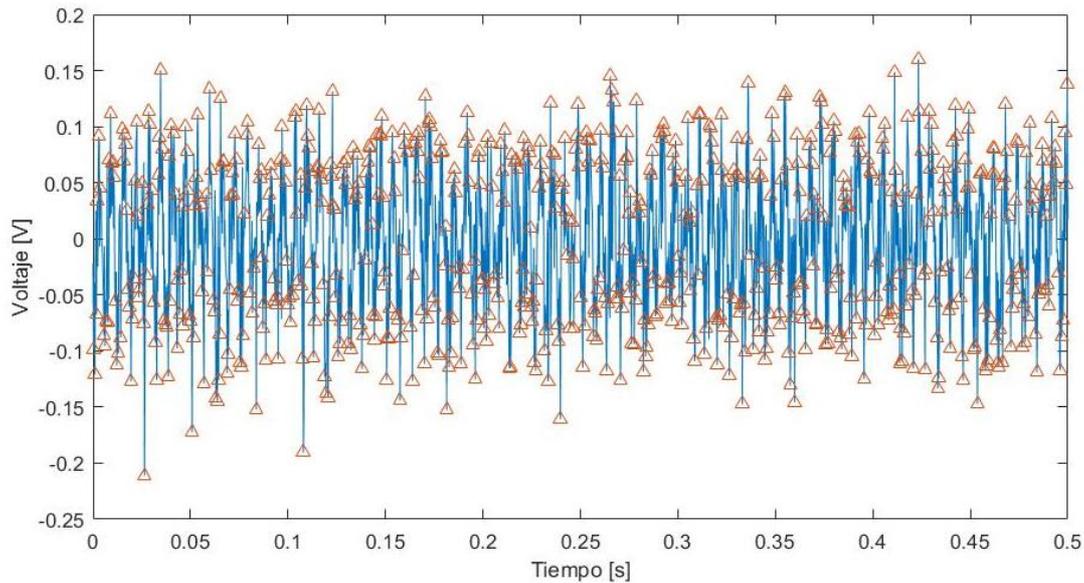
Rango 3: 500 mm/s (Sensibilidad Nominal: 125 mms⁻¹/V)

Figura 5-7. Gráfica del voltaje frente al tiempo medida con el rango de 500 mm/s del vibrómetro láser sobre el calibrador. Representación hasta 0,5 s de un total de 10 s con señalización triangular de los valores pico.

Media de los picos: 0,0786 V

$$\text{Sensibilidad de salida} = \frac{\text{Velocidad de salida}}{\text{Media de los picos}} = \frac{9,82 \text{ mm/s}}{0,0786 \text{ V}} = 124,94 \text{ mms}^{-1}/\text{V} \quad (5-4)$$

Debido a la gran inestabilidad que presentan los valores pico de la tensión, podemos concluir que en este caso no estamos midiendo bien. En cuanto a la sensibilidad de salida calculada, se puede decir que cuantitativamente es similar a la nominal, pero no que se pueda calibrar con este procedimiento.

La siguiente tabla ofrece una visión comparativa entre las sensibilidades nominales y las sensibilidades de salida obtenidas para los 3 rangos de velocidad del vibrómetro láser.

Tabla 5-1. Tabla comparativa entre las sensibilidades nominales y las sensibilidades de salida obtenidas para el vibrómetro láser.

Rango de velocidad	Sensibilidad nominal (mms ⁻¹ /V)	Sensibilidad de salida (mms ⁻¹ /V)
Rango 1 (20 mm/s)	5	5,04
Rango 2 (100 mm/s)	25	25,03
Rango 3 (500 mm/s)	125	124,94

Tras haber comprobado que no podemos utilizar cualquiera de las sensibilidades nominales del vibrómetro láser con la certeza de que esté bien calibrada, es el momento de elegir con cuál de ellas y, por tanto, con que rango de velocidad, vamos a operar para realizar las mediciones de modo que los resultados sean óptimos.

La FRF es una función normalizada que, como se ha comentado anteriormente, sirve para cuantificar la respuesta de un sistema ante una excitación. Así pues, si comparamos las FRF de la aceleración obtenidas a la vez por uno de los acelerómetros y el vibrómetro láser en el mismo punto de medida, podremos determinar con que rango de velocidad las respuestas del sistema recogidas son más parecidas.

Para llevar a cabo esto, en la Figura 5-12 vemos como se ha posicionado el trípode de tal forma que el rayo láser apunte al centro de la superficie horizontal superior del acelerómetro 6, sin ser relevante el uso de éste u otro de cara a la utilidad de los resultados adquiridos.

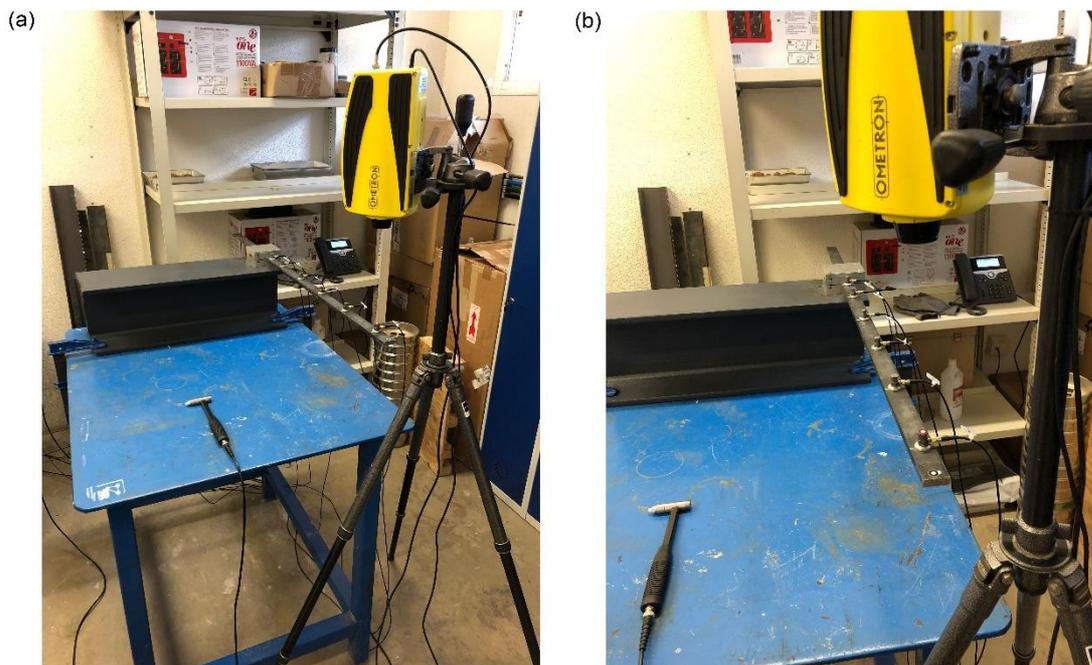


Figura 5-8. (a) Configuración empleada durante la elección de sensibilidad para el vibrómetro láser y el (b) detalle del punto de incidencia del rayo láser sobre el acelerómetro 6.

En cuanto a los ajustes relativos a BK Connect, dentro del programa se ha creado un nuevo proyecto llamado “Elección Sensibilidad” del tipo “Procesamiento de Datos”, pues nuestra intención es procesar las grabaciones realizadas para obtener las FRF. En este caso, sólo se han habilitado los canales del acelerómetro 6 y el láser indicando en la Tabla de Configuración del HW que la magnitud física a medir será aceleración y velocidad respectivamente.

Dada la intervención del martillo de impactos y la influencia en los resultados de las condiciones con las que se efectúa el golpe estimulante en la pletina, ha sido indispensable particularizar la configuración de disparo y de medida para dotar a las pruebas de rigurosidad.

Además, la configuración del martillo ha servido para evitar problemas intrascendentes durante las grabaciones y se ha caracterizado por el establecimiento de un retardo de -1 s, un límite de fuerza de 50 N, una resolución frecuencial de 0,1 Hz y un disparo de grabación en modo free run.

En la configuración de disparo, se ha activado el impacto individual y el monitor de disparo se ha puesto en 4 s. También, la histéresis se ha colocado en 0 y se ha añadido un retardo previo del 5 % para tener menos

contaminación en la medida. Para evitar la consideración de medidas confusas a causa de impactos leves, se ha fijado un nivel de fuerza a partir del cual se inicie la grabación.

En la configuración de medida, se ha seleccionado el modo “Lin: x/10”, por lo que la medida resultante será un promedio de 10 medidas realizadas previamente con el fin de que ésta sea más representativa. Cabe destacar que el régimen de medida se ha concretado como transitorio y que la longitud de grabación se ha dispuesto a partir de 4 s, tiempo suficiente para obtener una respuesta característica.

Con todo esto, se ha procedido a realizar la medición golpeando la pletina con el martillo de impactos en el punto de aplicación de la fuerza y asegurándonos de que las medidas tomadas para el promedio lineal cumplen con las condiciones preestablecidas. Este proceso se ha llevado a cabo para cada uno de los rangos de velocidad del vibrómetro láser.

Una vez guardadas las 3 grabaciones resultantes, a diferencia de las utilizadas anteriormente, en esta situación sí ha sido necesario procesarlas para obtener las FRF de la aceleración ya que por un lado hemos obtenido aceleración frente al tiempo (acelerómetros) y, por otro, velocidad (vibrómetro láser).

El bloque de FFT (Transformada Rápida de Fourier) nos devuelve el espectro en el dominio de la frecuencia de una señal temporal, de forma que, si además indicamos como referencia la señal de fuerza del martillo de impactos, estaremos calculando la FRF. Como nuestro objetivo es comparar las FRF de la aceleración, en el caso del vibrómetro láser deberemos añadir un bloque integrador previo para adquirir la señal de aceleración a partir de la de velocidad.

Por último, se han incluido bloques de store y display para que, leyendo los archivos UFF a través de MATLAB, podamos visualizar mediante la superposición de las FRF de la aceleración obtenidas por acelerómetro y vibrómetro láser, con qué rango de velocidad empleado se asemejan más. Los resultados se muestran a continuación:

Rango 1: 20 mm/s (Sensibilidad Nominal: 5 mms⁻¹/V)

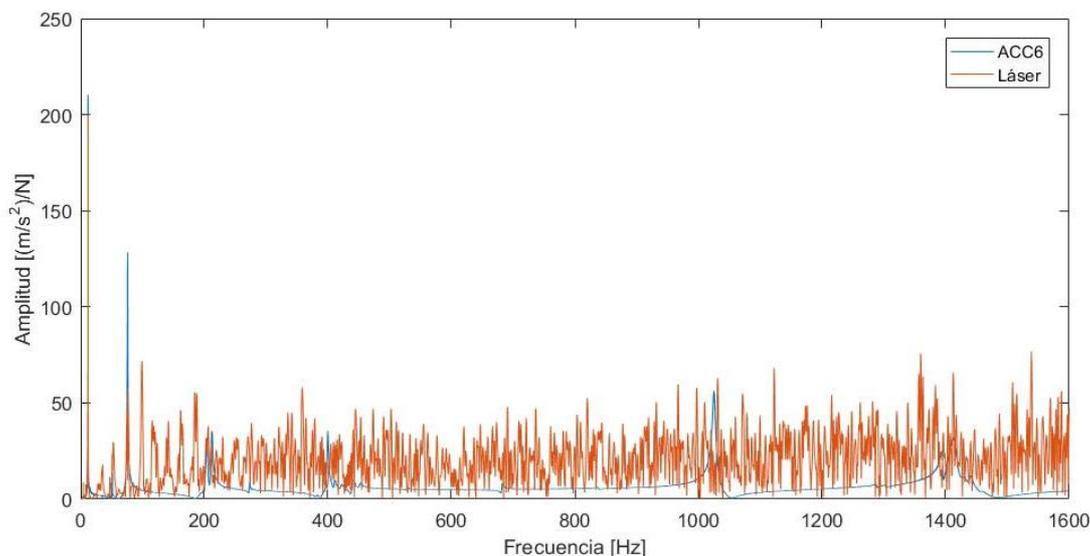


Figura 5-9. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 20 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Rango 2: 100 mm/s (Sensibilidad Nominal: 25 mms⁻¹/V)

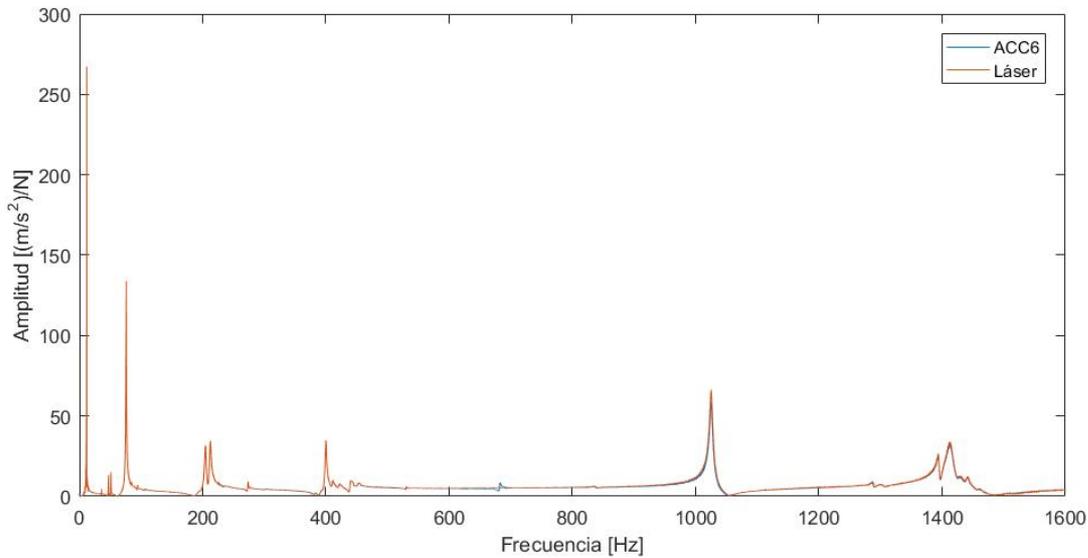


Figura 5-10. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 100 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Rango 3: 500 mm/s (Sensibilidad Nominal: 125 mms⁻¹/V)

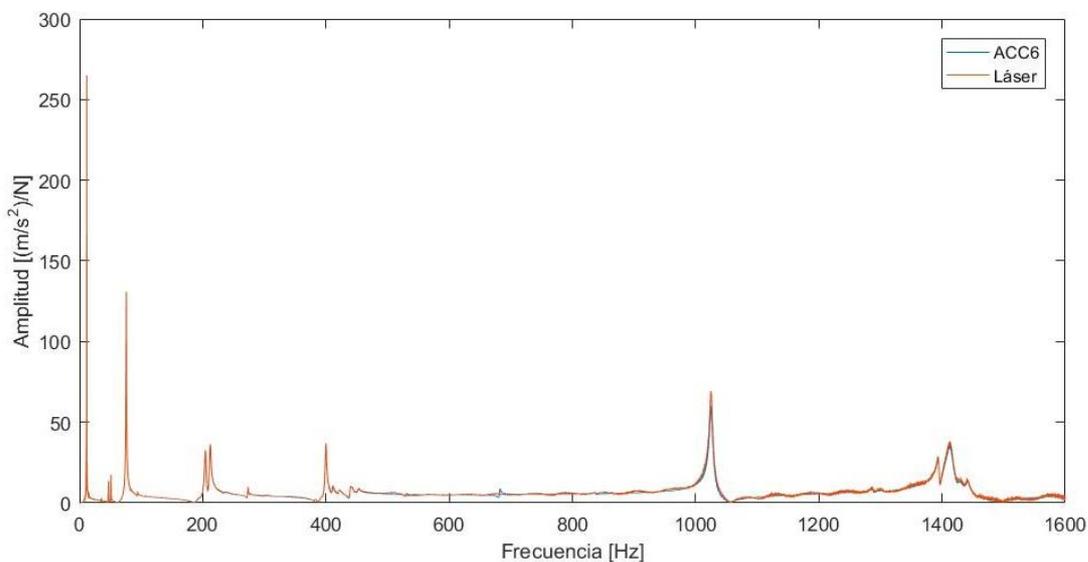


Figura 5-11. Gráfica de la FRF de la aceleración dada por el acelerómetro 6 (azul) y el vibrómetro láser (rojo) con el rango de 500 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Como se puede apreciar en las gráficas, la FRF obtenida con el rango de velocidad de 20 mm/s se diferencia bastante de la que mide el acelerómetro, y es el rango de 100 mm/s con el que las FRF calculadas son más parecidas. Esta información es insuficiente para llegar a una conclusión definitiva por lo que vamos a representar la evolución temporal de la velocidad producida por el impacto en los 3 casos y así ver en que

rango de velocidad está. Los datos correspondientes están contenidos en los archivos UFF para el vibrómetro láser.

Rango 1: 20 mm/s (Sensibilidad Nominal: 5 mms⁻¹/V)

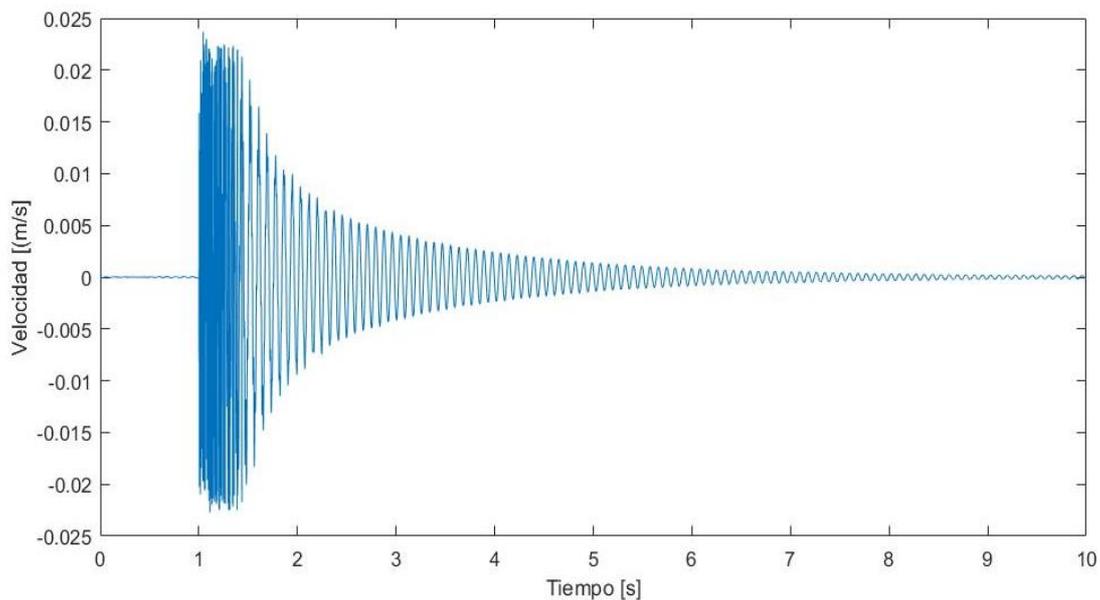


Figura 5-12. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 20 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Rango 2: 100 mm/s (Sensibilidad Nominal: 25 mms⁻¹/V)

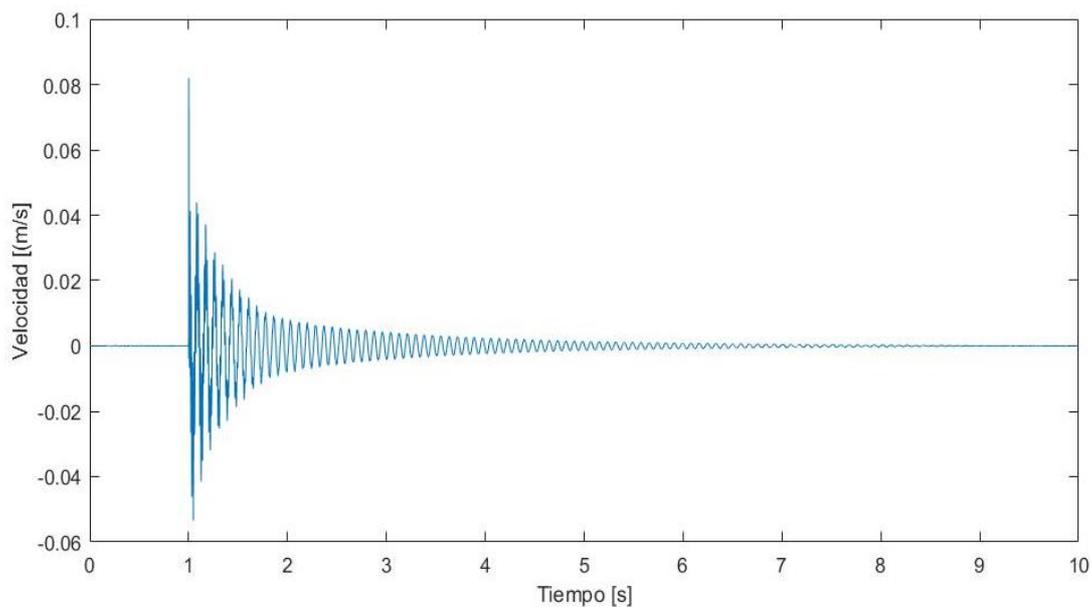


Figura 5-13. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 100 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

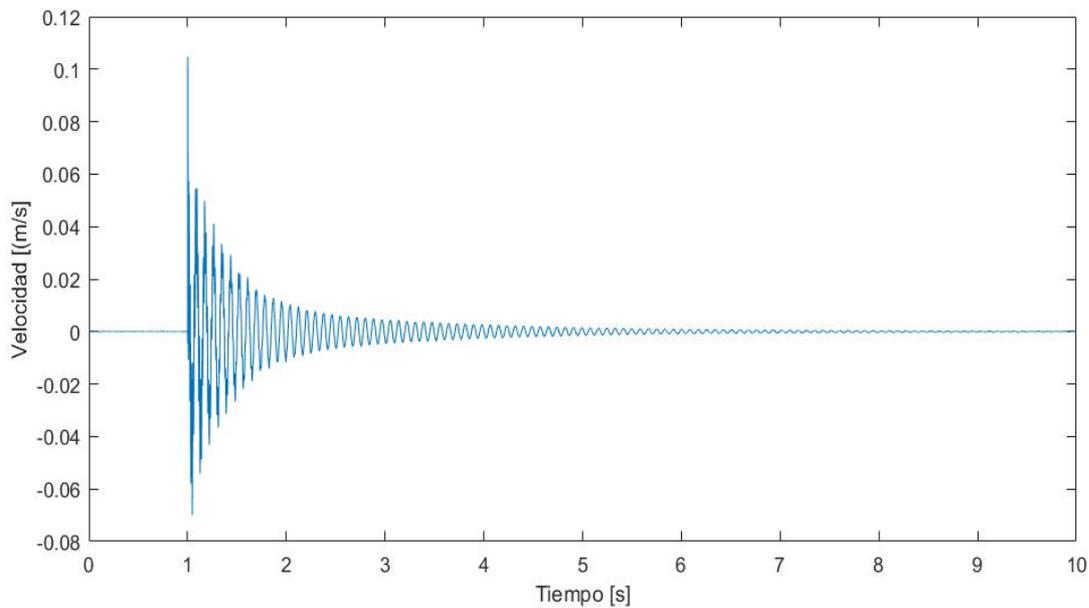
Rango 3: 500 mm/s (Sensibilidad Nominal: 125 mms⁻¹/V)

Figura 5-14. Gráfica de la velocidad frente al tiempo dada por el vibrómetro láser con el rango de 500 mm/s durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

En la primera de estas gráficas podemos ver claramente como la velocidad dada por el vibrómetro láser supera el rango de velocidad de 20 mm/s, por lo que concluimos que la sensibilidad de 5 mms⁻¹/V no es suficiente para ese ensayo. Ésto, junto a la mala representación de la FRF y no ofrecer la mejor precisión durante la calibración, han sido argumentos decisivos para descartar la elección de dicha opción.

Respecto a las otras gráficas, vemos que las velocidades medidas sí están por debajo del rango de velocidad en cada caso (100 mm/s para la segunda, y 500 mm/s para la tercera), por lo que concluimos que las sensibilidades respectivas sí han sido suficientes.

Dado que no hemos podido calibrar con propiedad el rango de velocidad de 500 mm/s y que el rango de 100 mm/s es con el que las FRF calculadas son más parecidas, queda demostrado que éste último reúne las mejores condiciones y por tanto será con el que trabajaremos, fijando la sensibilidad del vibrómetro láser a 25 mms⁻¹/V, su valor nominal correspondiente.

6 ANÁLISIS MODAL DE UNA PLETINA

La finalidad de los capítulos anteriores a este era la introducción y puesta a punto de los distintos elementos del banco de ensayo de la Figura 3-3 (a) para la obtención de las frecuencias naturales, los amortiguamientos y los modos de vibración mediante el análisis modal de la pletina en voladizo.

Todo esto pensaba hacerse a través del programa BK Connect, pero debido al contratiempo de la pandemia de enfermedad por coronavirus de 2019-2020, la interrupción de los ensayos en laboratorio ha dado lugar a la búsqueda y ejecución de métodos alternativos a partir de los datos recogidos hasta el momento. Conforme a esto, en lo que sigue se detalla cómo se han logrado sacar las posibles frecuencias naturales y modos de vibración de la estructura, así como el factor de amortiguamiento correspondiente a cada uno de esos modos.

6.1 Frecuencias naturales y modos de vibración

En el capítulo 2 se ha expuesto cómo los picos de la FRF sirven para indicar la presencia de las frecuencias naturales de la estructura bajo prueba, por lo que partiendo de la FRF obtenida con el acelerómetro 6 durante la elección de sensibilidad para el vibrómetro láser, se han identificado a través de los 3 picos principales las frecuencias candidatas a ser frecuencias naturales y posibles modos de vibración de la pletina.

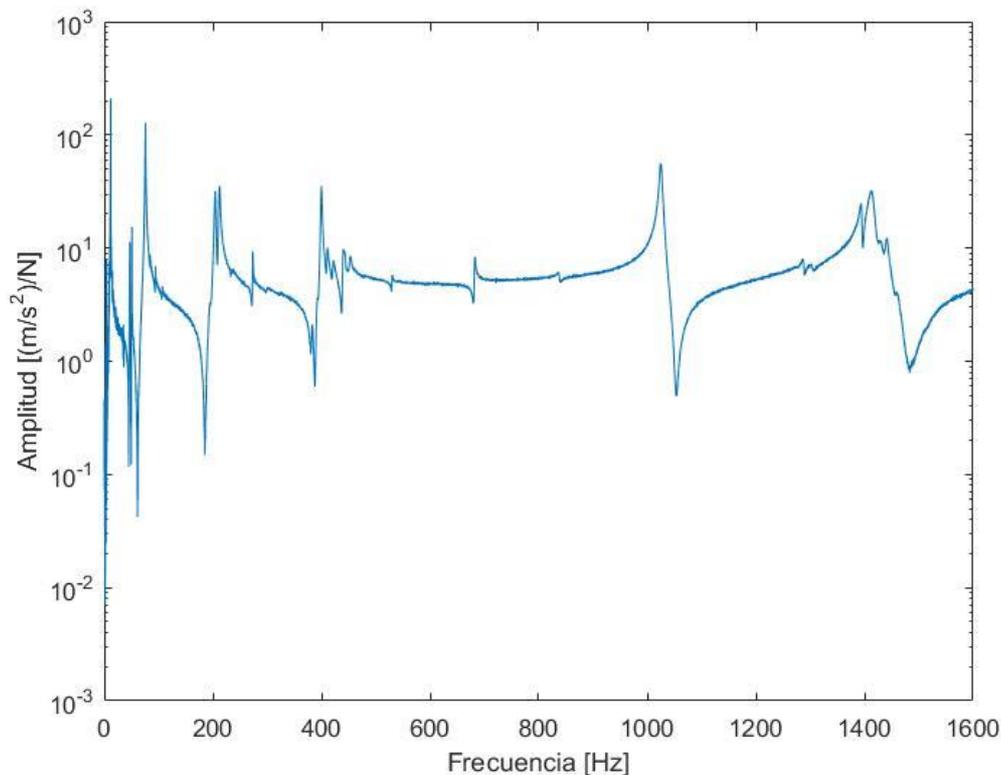


Figura 6-1. Gráfica de la FRF de la aceleración en escala logarítmica dada por el acelerómetro 6 durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Tabla 6-1. Posibles frecuencias naturales y modos de vibración de la pletina.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	11,7
2	76
3	1025

Se tratan de posibles frecuencias naturales y modos de vibración porque sólo hacen referencia al punto donde está situado el acelerómetro 6. Para conocer con exactitud los modos que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema y por tanto las frecuencias naturales de la pletina, deberíamos haber obtenido la familia de las FRF de todos los acelerómetros y haberla utilizado para el ajuste de curvas que hace BK Connect.

Probablemente, la FRF total del sistema estará caracterizada por las frecuencias de los modos cuyas amplitudes en la Figura 6-1 son más altas, mientras que, para el resto, no se puede decir lo mismo a simple vista.

Con la función *modalfit* de MATLAB es posible estimar una matriz de la función de respuesta en frecuencia a partir de la señal de excitación del martillo y la señal de respuesta de la aceleración medida con el acelerómetro 6, ámbas en el dominio del tiempo y localizadas en el archivo UFF que venimos utilizando. La FRF devuelta es una estimación H1 calculada utilizando el método de Welch en términos de flexibilidad dinámica.

Esto lo vamos a usar para representar en una figura la FRF estimada y generar sobre ella un diagrama de estabilización con la función *modalsd*, lo cual se hace utilizando el algoritmo exponencial complejo de mínimos cuadrados (LSCE). Dicho diagrama permite diferenciar entre los modos físicos y computacionales.

Además, hemos estimado las frecuencias naturales con la función *modalfit* y los resultados han sido:

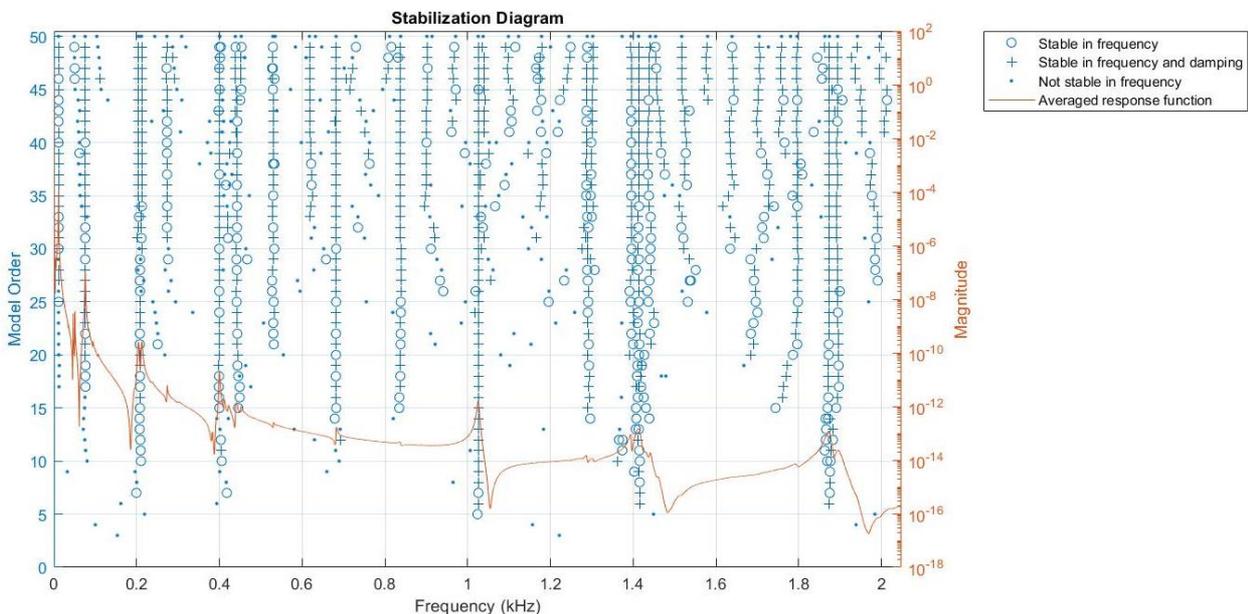


Figura 6-2. Diagrama de estabilización de la FRF estimada con MATLAB a partir de las señales temporales de excitación del martillo y de respuesta de la aceleración medida con el acelerómetro 6 durante la elección de la sensibilidad para el vibrómetro láser.

Tabla 6-2. Frecuencias naturales y modos de vibración de la pletina estimados con MATLAB.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	12
2	76,1
3	399,5
4	1025,4

Como era de esperar, entre las frecuencias naturales y los modos de vibración estimados se encuentran valores muy similares a los que se identificaron en un principio, que, de haber considerado el posible modo correspondiente a la frecuencia del siguiente pico principal, habríamos tenido una coincidencia completa salvando la diferencia decimal. Las gráficas de la Figuras 6-1 y 6-2 no son comparables ya que se estiman con distintas funciones en MATLAB y BK Connect.

6.2 Factor de amortiguamiento

Para el cálculo del factor de amortiguamiento a partir de los datos experimentales se ha empleado el método del semi ancho de banda.

La curva de la FRF tiene una forma que se encuentra controlada por la cantidad de amortiguamiento en el sistema. En este sentido, es posible hallar el factor de amortiguamiento a partir de varias propiedades diferentes de la curva. Una de las más convenientes de ellas es el método de la media potencia o del semi ancho de banda, donde el factor de amortiguamiento es determinado a partir de las frecuencias en las cuales la amplitud de la respuesta es reducida al nivel de $1/\sqrt{2}$ veces el máximo [56].

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1} \quad (6-1)$$

Donde f_1 y f_2 son las frecuencias en las cuales la amplitud de la respuesta es igual a $1/\sqrt{2}$ veces el máximo. La Figura 6-3 muestra un ejemplo del cálculo utilizando la metodología descrita.

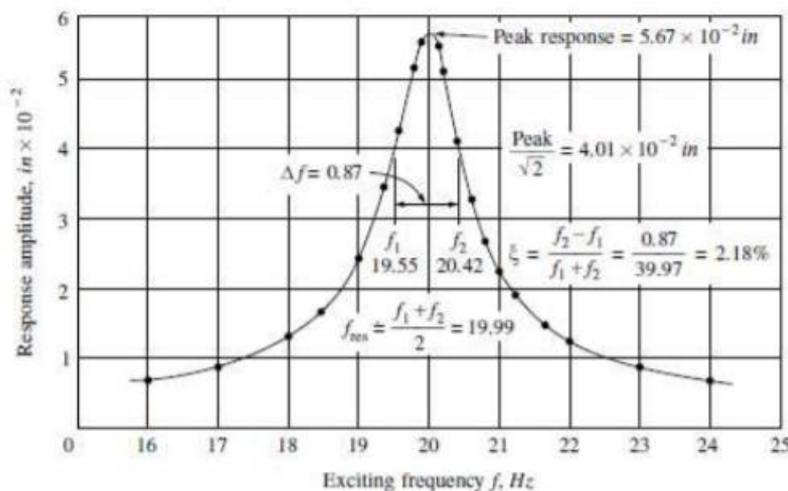


Figura 6-3. Ejemplo del método del semi ancho de banda.

Basándonos en esto, se ha calculado el factor de amortiguamiento para el primer modo (Figura 6-4) de la Tabla 6-1 como:

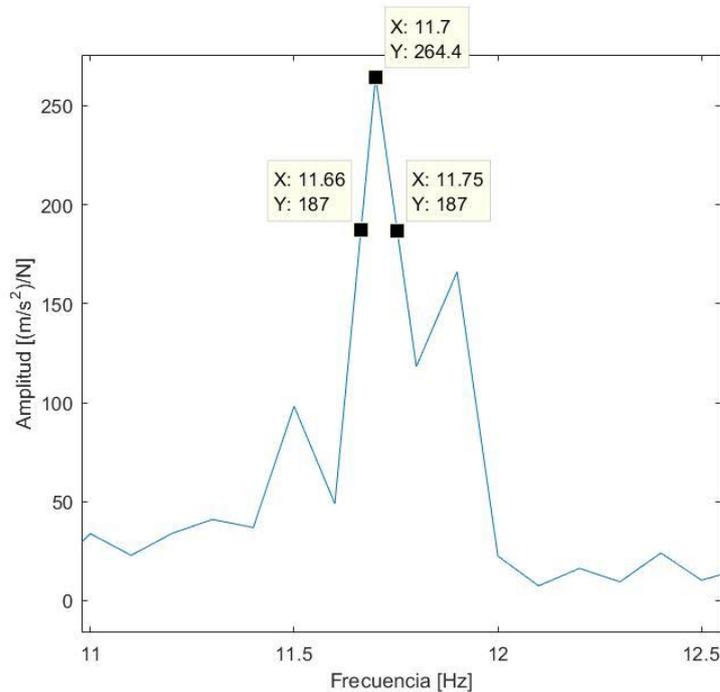


Figura 6-4. Gráfica de la FRF de la aceleración del posible primer modo de vibración de la pletina dada por el acelerómetro 6 y utilizada para el método del semi ancho de banda.

$$\text{Amplitud máxima} = 264,4 \text{ (m/s}^2\text{)/N}$$

$$\frac{\text{Amplitud máxima}}{\sqrt{2}} = 186,96 \approx 187 \text{ (m/s}^2\text{)/N} \quad (6-2)$$

$$f_1 = 11,66 \text{ Hz}, \quad f_2 = 11,75 \text{ Hz},$$

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{f_1 + f_2} = \frac{0,09}{23,41} = 0,38\% \quad (6-3)$$

Según el método del semi ancho de banda, en estas condiciones tendríamos un factor de amortiguamiento para la pletina del 0,38%. Dicho valor se trata de un buen resultado en función del comportamiento esperado para una estructura de estas características.

Este factor de amortiguamiento también se ha estimado junto a los del resto de modos de la Tabla 6-2 con la función *modalfit* de MATLAB empleada en la sección anterior y de la misma forma. Los valores obtenidos han sido:

Tabla 6-3. Factores de amortiguamiento de la pletina estimados con MATLAB.

Modo	Factor de amortiguamiento (%)
1	18,44
2	1,45
3	0,72
4	0,28

Si comparamos el factor de amortiguamiento estimado para el modo 1 (18,44%) con el que hemos calculado mediante el método del semi ancho de banda (0,38%), vemos que son bastante diferentes, siendo más coherente por razones lógicas el valor más bajo, cuyo orden además es sobre el que oscilan el resto de factores de amortiguamiento estimados.

7 ANÁLISIS ARMÓNICO DE UN SISTEMA MESA-COSECHADOR

Cuando se realizan pruebas en laboratorio para el estudio de un sistema aislado, es importante que el empleo del banco de ensayo no interfiera o tenga la menor influencia posible en las condiciones de partida para que los resultados obtenidos dependan únicamente del objeto en cuestión. Solo así, la información adquirida será significativa.

Hasta el momento, se conoce que los instrumentos de medición disponibles en el lugar de trabajo están bien calibrados y son aptos para su uso, pero falta aún por determinar cómo sería la actuación del sistema mesa-cosechador ante una excitación armónica (vibración), teniendo en cuenta que las frecuencias naturales de la mesa aislada podrían interferir en la consideración de la frecuencia natural del cosechador aislado como frecuencia natural del sistema conjunto.

El comportamiento de un sistema simplificado y equivalente al sistema mesa-cosechador puede darnos una explicación general de su actuación, por lo que se ha realizado el análisis armónico de distintos casos de frecuencias naturales para un sistema de 2 grados de libertad.

Para ello, se ha utilizado el software de simulación ingenieril ANSYS, así como para modelizar la mesa seleccionando el modelo que mejor la representa entre 2 propuestos, viendo cómo cambian los modos de vibración y las frecuencias naturales a través del análisis modal. Todo esto, nos ha permitido realizar el análisis armónico del modelo elegido en diferentes situaciones de frecuencia natural para el cosechador empleado por Erturk e Inman en su validación experimental [27]. Los resultados finales contrastados con los del sistema simplificado, nos dan una valoración de la eficiencia de la mesa en su tarea.

Por último, se ha modificado el modelo de la mesa añadiendo un refuerzo adicional para nuevamente evaluar los casos anteriores y se han expuesto las conclusiones pertinentes a este capítulo.

7.1 Análisis armónico de un sistema de 2 GDL

Para adentrarnos al análisis armónico de un sistema mesa-cosechador (múltiples grados de libertad), vamos a determinar primero el comportamiento de la frecuencia natural de un sistema equivalente de 2 grados de libertad cuando actúa una fuerza armónica sobre el cosechador y a medida que la frecuencia natural de la mesa se diferencia cada vez más de la del cosechador. El punto de interés, que hace referencia a cuanto mayor es la frecuencia natural de la mesa respecto a la del cosechador, será aquel a partir del cual las frecuencias naturales del sistema y el cosechador sean iguales.

Siguiendo esto, se ha adaptado un ejemplo del libro “Apuntes para el análisis de estructuras” [57] en el que se estudia el comportamiento dinámico de un sistema de 2 grados de libertad que se puede usar como medida de mitigación de vibraciones. En la Figura 7-1 se representa el sistema que se va a analizar sobre el que actúa una fuerza armónica $p(t) = P(i\bar{\omega})\text{Sin}(\bar{\omega}t)$. Las propiedades con subíndice 1 (m_1 , k_1 y c_1) corresponden a la mesa, y las que tienen subíndice 2 (m_2 , k_2 y c_2), al cosechador.

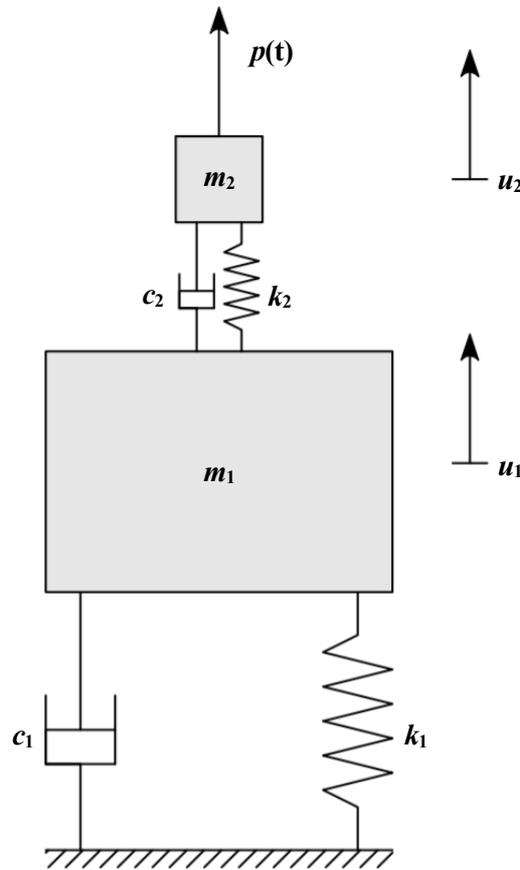


Figura 7-1. Representación de un sistema de 2 grados de libertad equivalente al sistema mesa-cosechador.

La solución de este problema contempla, en primer lugar, el cálculo de las FRF del sistema a medida que la frecuencia natural de la mesa se va haciendo cada vez mayor y, posteriormente, el análisis del efecto de dicha variación en la frecuencia natural del sistema, todo ello en referencia a la frecuencia natural del cosechador. El propósito de esto es identificar un valor que relacione la frecuencia natural de la mesa y la del cosechador a partir del cual la frecuencia natural del cosechador sea la misma actuando tanto como parte del sistema, como de manera aislada. Las propiedades de la mesa se corresponden con: masa $m_1 = 1\text{kg}$, frecuencia natural $\omega_1 = 2\pi\text{ rad/s}$ y factor de amortiguamiento $\xi_1 = 0,02$.

La FRF se obtiene a partir de la amplitud del desplazamiento respecto a la frecuencia con una fuerza de amplitud unidad, $P(i\bar{\omega}) = 1\text{N}$. La rigidez y el amortiguamiento de la mesa se calculan como $k_1 = \omega_1^2 m_1$ y $c_1 = \xi_1 2\omega_1 m_1$. La FRF se calcula en un rango de frecuencias máximo de 64 Hz en $N = 2048$ pasos.

Las propiedades del cosechador se seleccionan de forma que la frecuencia de resonancia sea $\omega_2 = \omega_1$ y que el factor de amortiguamiento sea diez veces mayor $\xi_2 = 10\xi_1$. Tomando $m_2 = 0,1\text{ kg}$, los valores de rigidez y amortiguamiento son $k_2 = m_2 \omega_1^2$ y $c_2 = 10\xi_1 2m_2 \omega_1$.

Con estas condiciones iniciales, se ha empleado el Código B-1 del Anexo B para obtener la FRF del sistema y por tanto la frecuencia natural del mismo a través del desplazamiento medido en el cosechador. En la Figura 7-2 puede verse la gráfica resultante donde se aprecia que la frecuencia natural del sistema (0,875 Hz) no coincide con la del cosechador aislado (1 Hz). Mientras que el primer pico de la respuesta del sistema medida en el cosechador se debe a la frecuencia natural del mismo, pues tiene la mayor amplitud, el segundo pico aparece como consecuencia de la frecuencia natural de la mesa aislada.

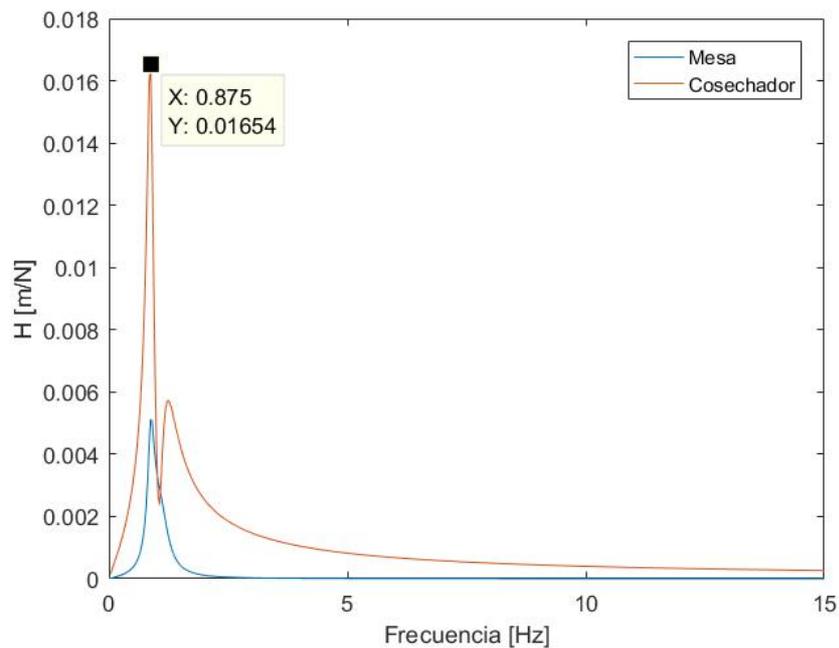


Figura 7-2. Gráfica de la FRF del desplazamiento de un sistema de 2 grados de libertad equivalente al sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural de la mesa y del cosechador aislados: 1 Hz.

En vista de lo hallado y partiendo de este punto, se ha ido aumentando la frecuencia natural de la mesa respecto a la del cosechador manteniendo constantes el resto de propiedades del sistema para poder representar en una gráfica adimensional (Figura 7-3) cómo evoluciona la relación entre la frecuencia natural del sistema y la del cosechador.

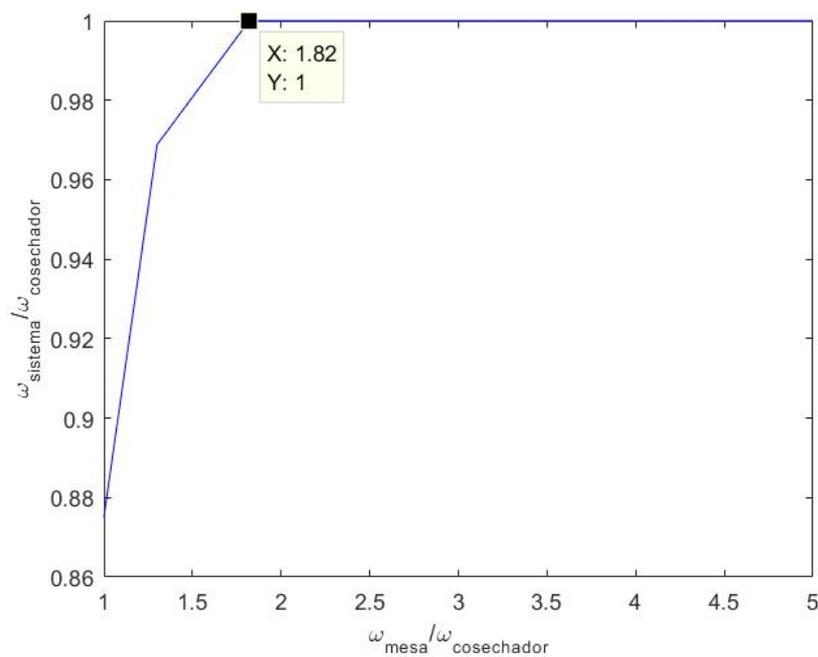


Figura 7-3. Gráfica adimensional por la frecuencia natural del cosechador con la evolución de la frecuencia natural del sistema frente a la de la mesa.

Con esto concluimos que, a medida que el valor de la frecuencia natural de la mesa se hace diferente y mayor al de la frecuencia natural del cosechador, la frecuencia natural del sistema se parece cada vez más a la frecuencia natural del cosechador, hasta alcanzar una relación de 1 cuando la frecuencia natural de la mesa es 1,82 veces la del cosechador.

Cuando la frecuencia natural de la mesa es mayor que 1,82 veces la del cosechador, la frecuencia natural del sistema no varía, por lo que podemos decir que la curva mantiene un valor horizontal de 1 hasta el infinito.

Suponiendo que la frecuencia natural de la mesa tiende al infinito, la rigidez y el amortiguamiento también tenderán al infinito, y esto equivaldrá al análisis del cosechador aislado, por lo que la relación entre la frecuencia natural del sistema y la del cosechador aislado debe ser 1. Tal deducción verifica los resultados del análisis realizado.

7.2 Análisis dinámico del banco de ensayo

Con el fin de modelizar la mesa del laboratorio en ANSYS para poder realizar el análisis armónico del sistema mesa-cosechador, se han tomado las medidas útiles de la Figura 7-4 así como otros datos de interés. La mesa es de acero, su chapa superior tiene un espesor de 1 cm, y las patas y refuerzos presentan un perfil cuadrado hueco de 5 cm de lado y 3 mm de espesor.

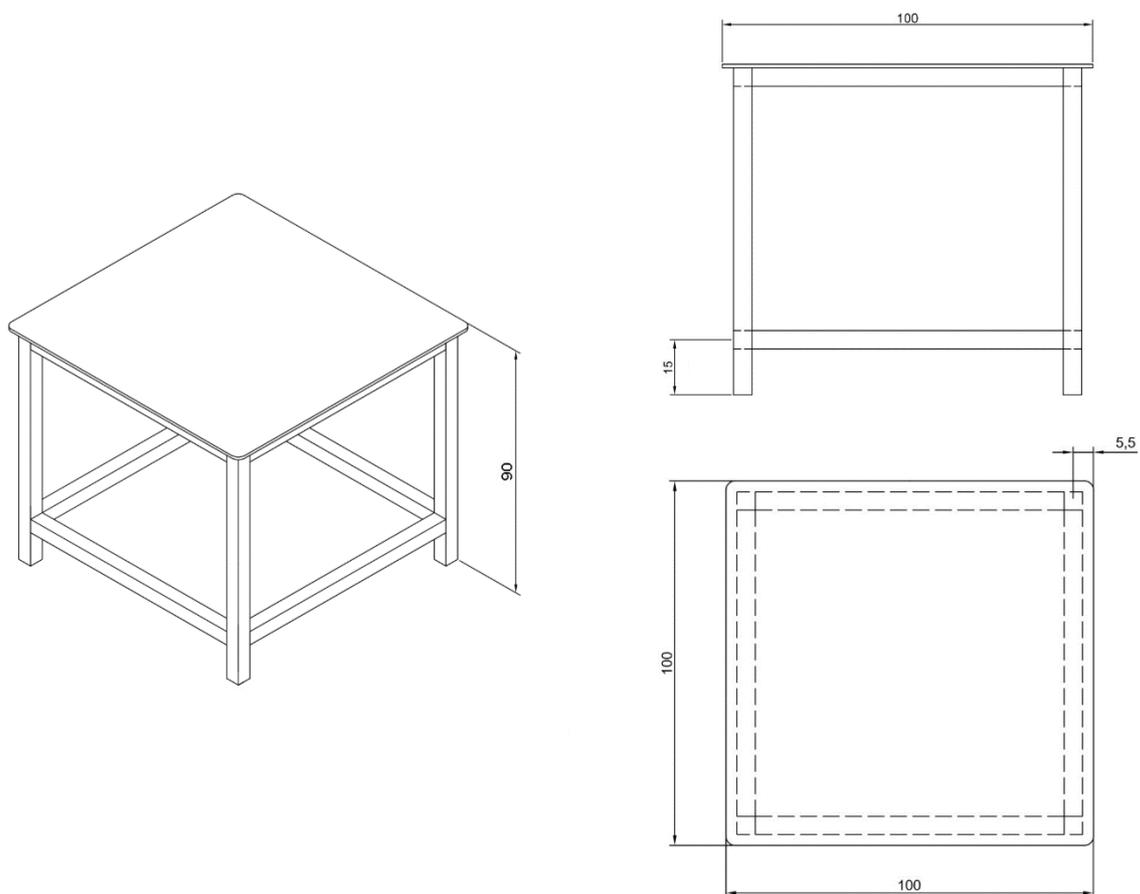


Figura 7-4. Plano isométrico de la mesa con vistas de alzado/perfil y planta. Cotas en centímetros.

Teniendo en cuenta esto, para su representación se han considerado dos modelos muy parecidos, uno más simple y otro más complejo. Ambos se detallan a continuación, así como la decisión de seleccionar uno u otro en función de la variación de los resultados del análisis modal.

7.2.1 Modelo sin extremos volados

La propuesta de modelo más simple ha consistido en representar la mesa sin los extremos volados de la chapa que sobresalen por muy poco respecto a las patas y refuerzos superiores. Esto surge de suponer que la influencia de los extremos de la mesa va a ser pequeña a priori porque aportan poca rigidez. En el bloque “/PREP7” del Código B-2 del Anexo B, puede verse el listado de comandos empleado en ANSYS para representar dicho modelo.

El tipo de elemento utilizado para la chapa superior de la mesa es el “SHELL181” por defecto, el cual es adecuado para analizar desde estructuras de placas finas hasta moderadamente gruesas. Se trata de un elemento de 4 nodos con 6 grados de libertad en cada nodo: translaciones en las direcciones X, Y, Z, y rotaciones sobre los ejes X, Y, Z.

En cuanto a las patas y refuerzos de la mesa, se ha utilizado el elemento “BEAM188” por defecto, que es adecuado para analizar desde estructuras de vigas delgadas hasta moderadamente rechonchas/gruesas.

La mesa es de acero, por lo que las características aplicadas del material han sido:

- Módulo de Young: 21×10^{10} Pa
- Coeficiente de Poisson: 0,3
- Densidad: 7850 kg/m^3

En la definición de secciones para la placa de la mesa y las patas y refuerzos, se han tenido en cuenta las propiedades y la configuración exacta, dando un *offset* al tablero de la mesa para que esté sobre el refuerzo superior.

Como puede verse en la Figura 7-5, el modelo se ha creado a través de *keypoints* estratégicamente posicionados cuya unión mediante líneas ha servido de guía para las patas y refuerzos, así como para dividir en 4 áreas iguales la placa de la mesa. Todo esto se ha hecho teniendo en cuenta que para que dos elementos presenten un comportamiento compatible, es necesario que compartan algún componente geométrico a partir del cual se definen. De ahí la división de la mesa en áreas, para posteriormente considerar en el centro el cosechador.

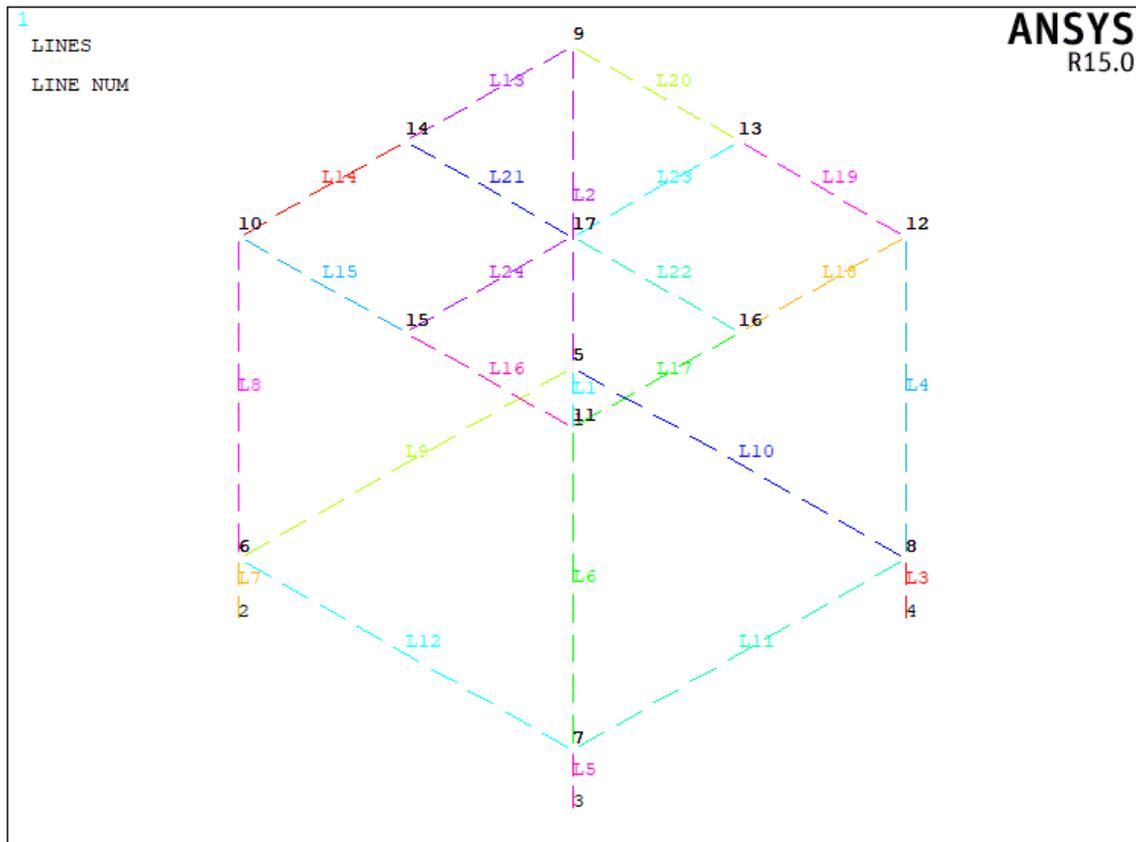


Figura 7-5. Esquema de puntos y líneas del modelo de la mesa sin extremos volados.

Otra cuestión importante ha sido la orientación de las áreas. Se han elegido todas las líneas de las áreas en el mismo sentido y no de forma arbitraria ya que el offset está determinado por la orientación. Además, el tamaño de los elementos definidos a partir de las líneas se ha establecido en 0,1 m.

Finalmente, asignando el material, el tipo de elemento y la sección, se han mallado las áreas para la mesa y las líneas correspondientes a las patas y refuerzos, aplicando la condición de contorno de apoyo fijo articulado en la base de las patas. La Figura 7-6 muestra la representación del modelo.

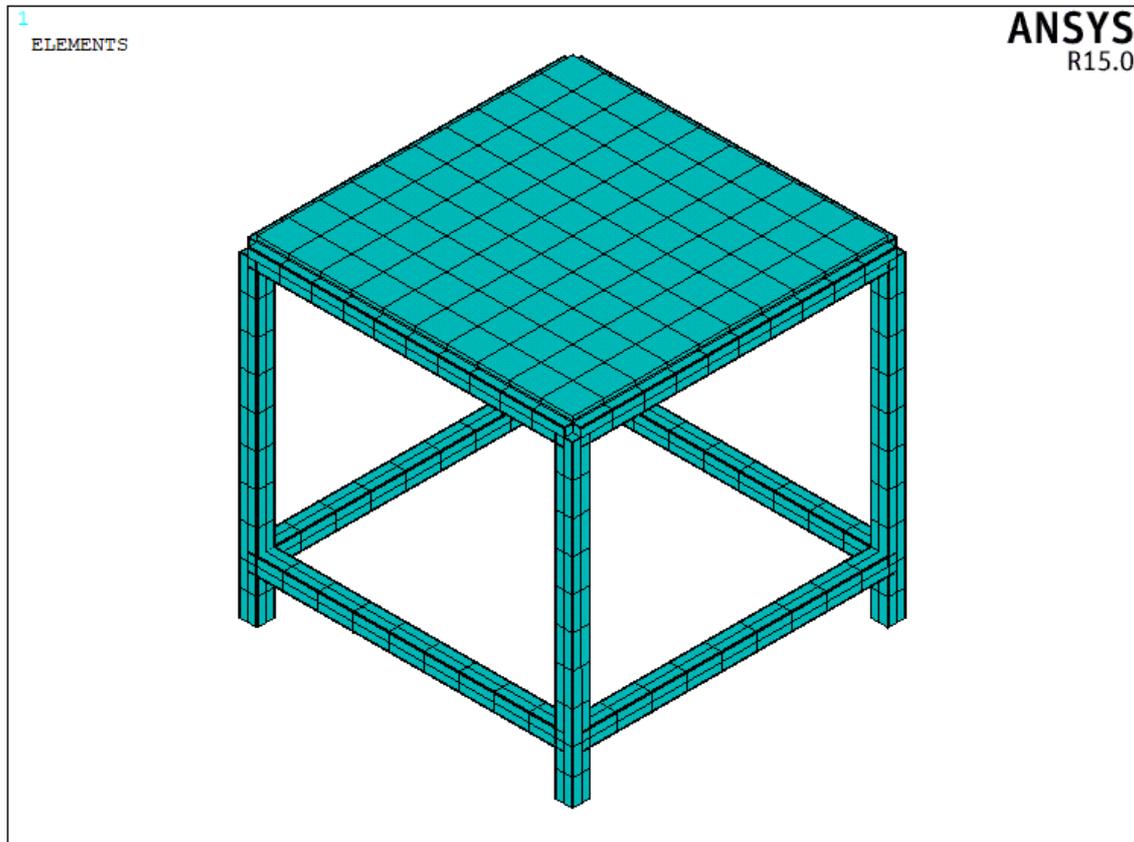


Figura 7-6. Representación del modelo de la mesa sin extremos volados.

7.2.2 Modelo con extremos volados

En la opción más compleja de modelo para la mesa sí se han tenido en cuenta los extremos volados, lo que ha supuesto una representación idéntica salvo por la consideración de las esquinas con forma de pico en lugar de curvas, tal como se aprecia en la Figura 7-9.

Esto ha dado lugar a la necesidad de definir el área de los extremos a trozos (Figura 7-8), añadiendo las líneas y keypoints de la Figura 7-7 sin alterar lo que ya teníamos. Las variaciones en el bloque “/PREP7” de ANSYS respecto al modelo anterior pueden consultarse en el Código B-3 del Anexo B.

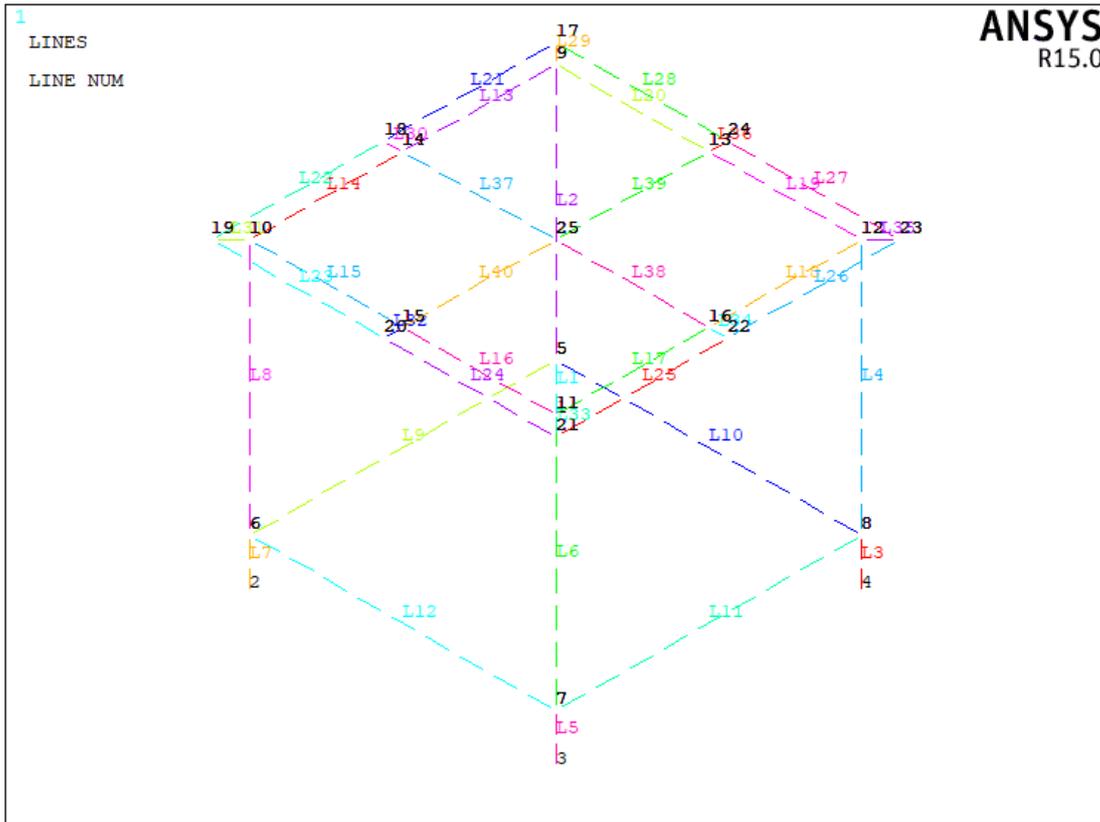


Figura 7-7. Esquema de puntos y líneas del modelo de la mesa con extremos volados.

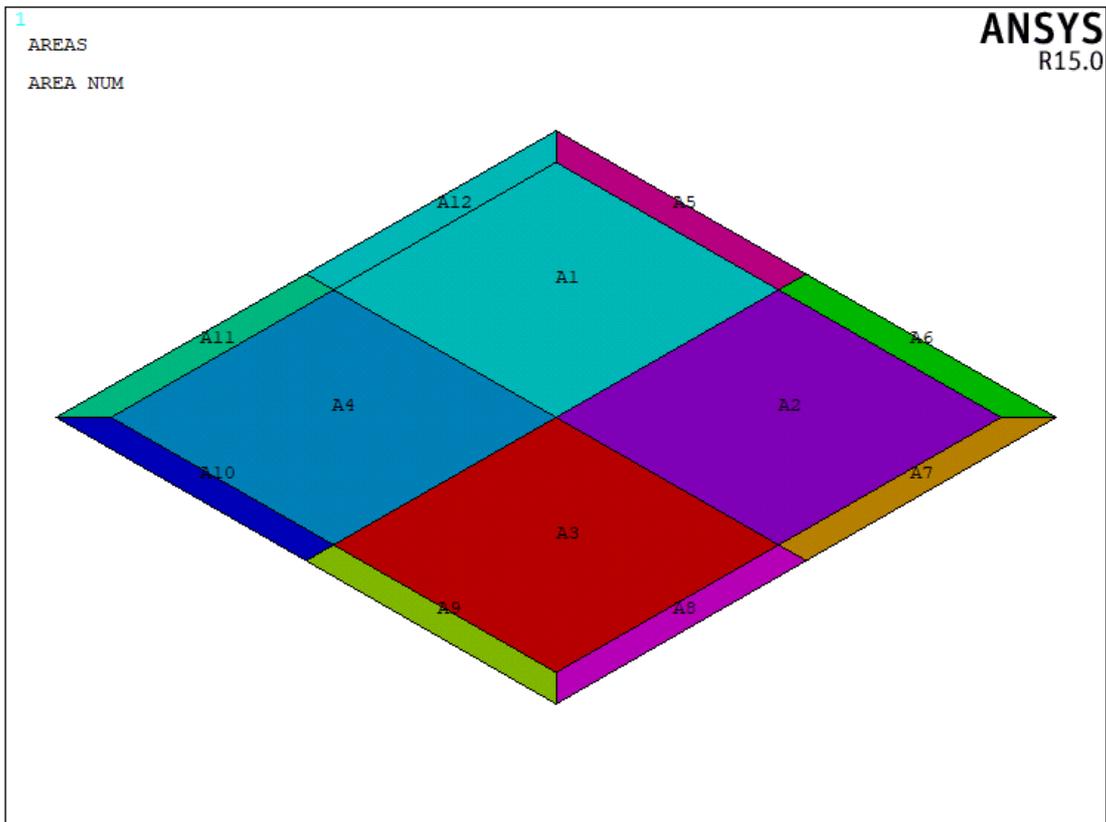


Figura 7-8. Esquema de áreas para la placa del modelo de la mesa con extremos volados.

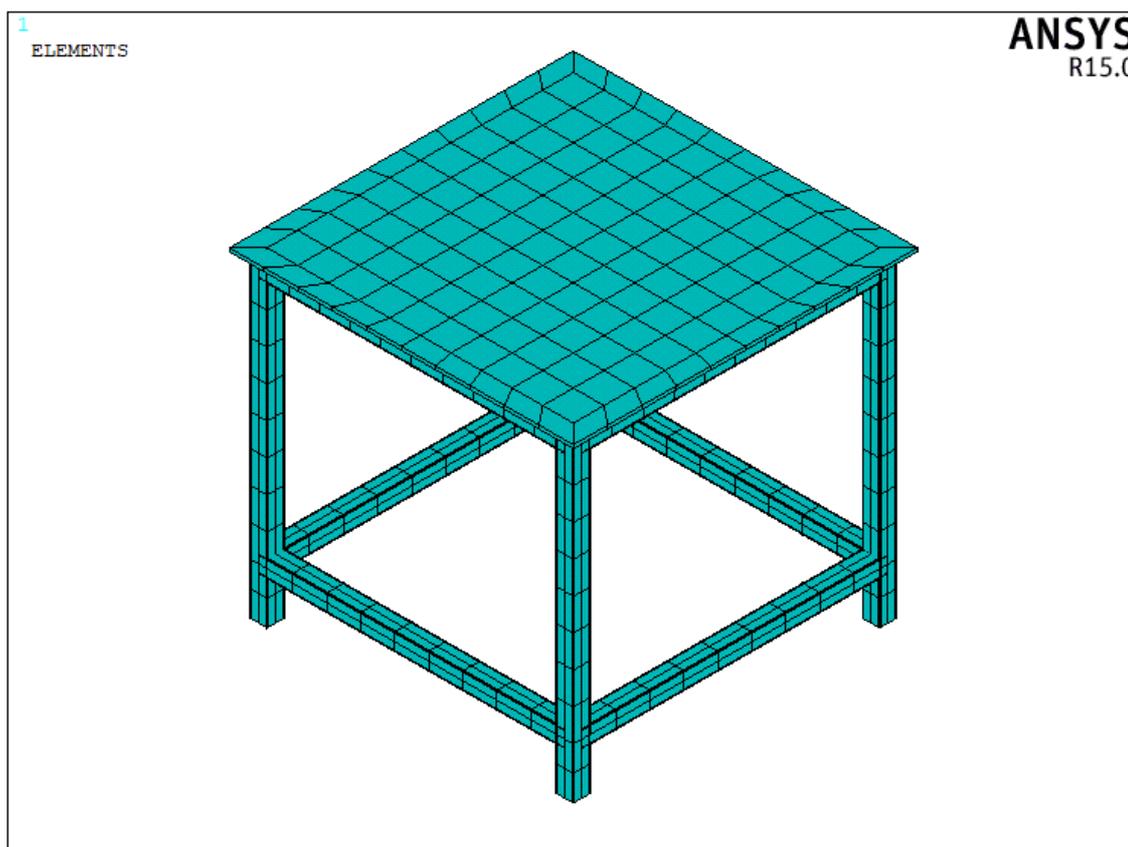


Figura 7-9. Representación del modelo de la mesa con extremos volados.

7.2.3 Selección del modelo para la mesa

A simple vista, es evidente que el modelo que mejor representa la mesa es aquel con extremos volados. Aun así, se ha realizado el análisis modal de los dos modelos propuestos viendo si los modos de vibración y las frecuencias naturales cambian significativamente de manera que podamos reafirmar esto con mayor fundamento.

Los Códigos B-2 y B-3 del Anexo B contienen el listado de comandos para realizar el análisis modal en ANSYS del modelo de la mesa sin extremos volados y con extremos volados respectivamente. Se van a calcular 11 modos de vibración ya que estos son más que suficientes para la comparación y, porque como se verá en la siguiente sección, este rango abarca los modos que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema mesa-cosechador en la dirección Z para los casos de frecuencia natural del cosechador aislado estudiados.

Los resultados pertinentes se presentan en las Tablas 7-1 y 7-2, donde puede corroborarse que el modelo que mejor representa la mesa y, por consiguiente, utilizaremos de ahora en adelante, es el que tiene en cuenta los extremos volados, dado que, como efecto de la masa de dichos extremos, existen diferencias apreciables en los valores de las frecuencias naturales respecto al modelo más simple. Las formas de los modos de vibración no se modifican de un modelo a otro (ver ejemplo de la Figura 7-10). Esto se complementa con la información de la sección C.1 y C.2 del Anexo C.

Tabla 7-1. Frecuencias naturales y modos de vibración del modelo de la mesa sin extremos volados.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	24,747
2	24,747
3	40,929
4	85,113
5	174,64
6	174,64
7	207,43
8	221,34
9	221,34
10	233,62
11	264,27

Tabla 7-2. Frecuencias naturales y modos de vibración del modelo de la mesa con extremos volados.

Modo	Frecuencia (Hz)
1	22,939
2	22,939
3	35,881
4	85,456
5	171,41
6	171,41
7	207,23
8	212,36
9	221,72
10	221,72
11	245,01

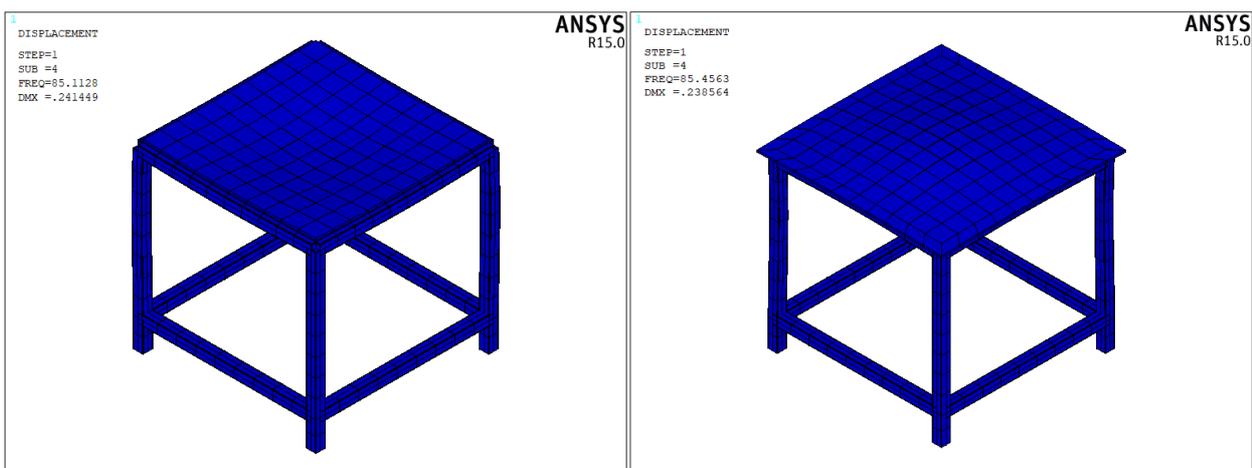


Figura 7-10. Forma del modo 4 en el modelo de la mesa sin extremos volados (izquierda) y en el modelo de la mesa con extremos volados (derecha).

7.3 Análisis armónico del sistema mesa-cosechador

Una vez seleccionado el modelo para la mesa, sólo tendremos que añadir a esto la modelización del cosechador para tener una representación del sistema mesa-cosechador y poder realizar el análisis armónico. Todo lo que se va a describir hace referencia al Código B-4 del Anexo B.

Como ya se vio en la sección 7.1, un cosechador de energía puede entenderse como un sistema de un grado de libertad constituido por un elemento muelle-amortiguador y una masa concentrada, por lo que se han utilizado los elementos tipo “LINK11” por defecto y “MASS21” en 3-D sin inercia rotatoria para su modelización. En primer lugar, vamos a analizar el cosechador de la Figura 3-2 (b) con su frecuencia natural original y, posteriormente, con otros valores de la misma, por lo que las propiedades geométricas para los elementos del modelo se han determinado en base a esto.

Siendo conocido que dicho cosechador presenta una frecuencia natural de aproximadamente 45,6 Hz con un factor de amortiguamiento de 0,027, abajo se detallan los cálculos empleados para obtener la rigidez y el amortiguamiento, cuyos valores han ido variando con la frecuencia natural del cosechador. En ellos se ha hecho uso de la Tabla 3-1; los datos del ejemplo adaptado de la sección 7.1; y una corrección tomada del libro “Energy Harvesting Technologies” [58] para estimar la masa equivalente, ya que supondremos que no toda la masa se moviliza en el primer modo.

$$V_{pzt} = 50,8 \times 10^{-3} \cdot 31,8 \times 10^{-3} \cdot 0,26 \times 10^{-3} \cdot 2 = 8,4002 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \quad (7-1)$$

$$V_{sub} = 50,8 \times 10^{-3} \cdot 31,8 \times 10^{-3} \cdot 0,14 \times 10^{-3} = 2,2616 \times 10^{-7} \text{ m}^3 \quad (7-2)$$

$$M_{pzt} = 8,4002 \times 10^{-7} \cdot 7800 = 6,552156 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad (7-3)$$

$$M_{sub} = 2,2616 \times 10^{-7} \cdot 9000 = 2,03544 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad (7-4)$$

$$M_{total} = M_{pzt} + M_{sub} + M_t = 2,0587596 \times 10^{-2} \text{ kg} \quad (7-5)$$

$$M_{eq} = (33/140) \cdot M_{total} + M_t = 1,685279049 \times 10^{-2} \text{ kg} \quad (7-6)$$

$$k = M_{eq} \cdot (2\pi \cdot 45,6)^2 = 1383,4429 \text{ N/m} \quad (7-7)$$

$$c = 0,027 \cdot 2 \cdot 2\pi \cdot 45,6 \cdot M_{eq} = 0,2607 \text{ N/(m/s)} \quad (7-8)$$

Además de las propiedades geométricas de rigidez k y amortiguamiento c para el elemento muelle-amortiguador, y la masa M_{eq} para el elemento masa concentrada, se ha definido como característica del material para la mesa un factor de amortiguamiento de 0,02, lo cual es estimativo para este tipo de estructuras de acero.

Como puede intuirse en la Figura 7-11, para el modelo del cosechador se han utilizado dos keypoints, uno en el centro de la mesa como base para el elemento muelle-amortiguador, y otro a 0,1 m sobre ésta para la masa concentrada, con una sola línea de unión entre ambos. La longitud del elemento muelle-amortiguador no tiene influencia en el modelo.

Por último, se han mallado con el tipo de elemento y las propiedades geométricas tanto el elemento muelle-amortiguador, como el elemento masa concentrada, imponiendo como condición de contorno todas las translaciones y rotaciones nulas en la base del cosechador para que no surjan errores, salvo el desplazamiento en la dirección Z.

En una situación real, el cosechador es excitado desde su base por una aceleración a causa de la vibración que hay en la estructura donde se instala. Esta aceleración se simula experimentalmente con un excitador pudiendo ser conocida, y supondremos que es de 1 m/s^2 . Por tanto, la actuación de dicha aceleración sobre la masa concentrada del cosechador se ha modelizado como una fuerza armónica $p(t) = P(i\bar{\omega})\text{Sin}(\bar{\omega}t)$ de amplitud $P(i\bar{\omega}) = -M_{eq} \cdot 1 \text{ N}$. De esta forma, cuando calculemos la FRF tendrá como unidades $\text{m}/(\text{m/s}^2)$ ya que la excitación es una aceleración.

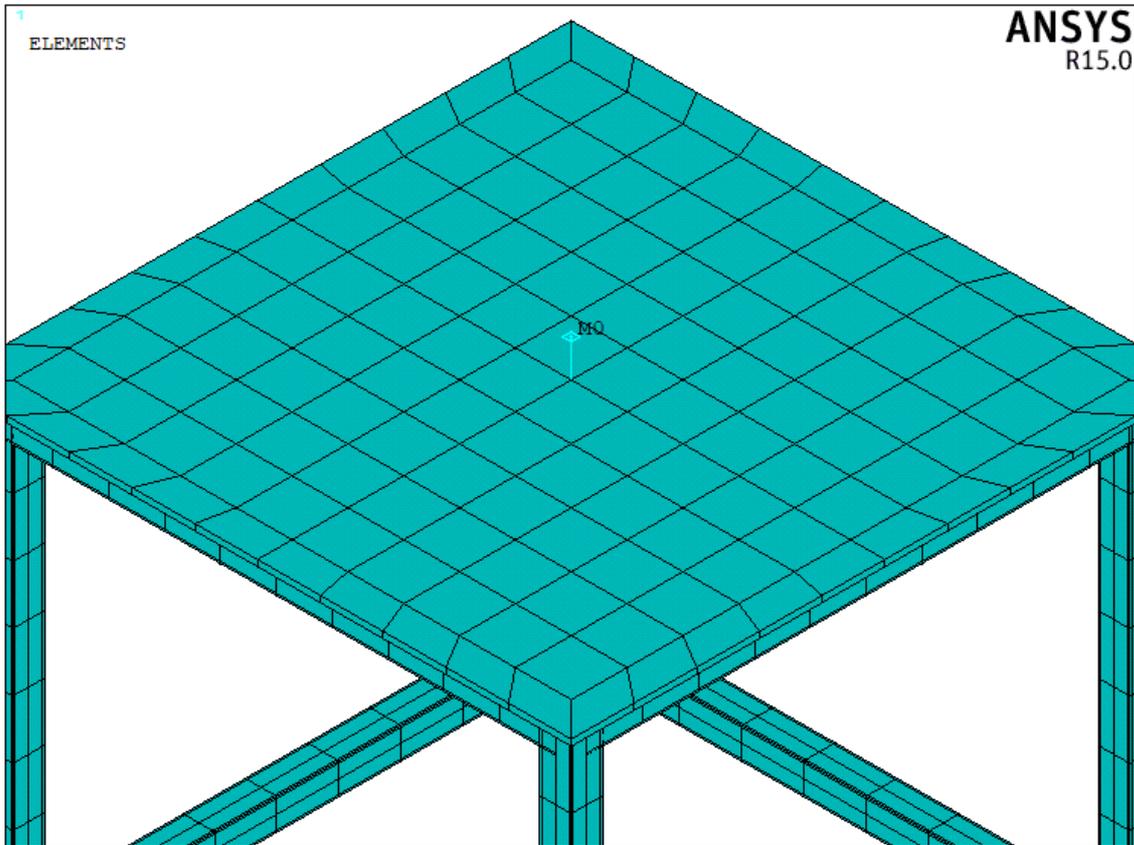


Figura 7-11. Representación del sistema mesa-cosechador con zoom hacia el cosechador.

El análisis armónico se ha configurado para calcular la FRF del desplazamiento con $N = 4096$ líneas de frecuencia a resolver. Esto nos ha permitido obtener una buena resolución en las curvas de resultados y encontrar soluciones interesantes.

La figura 7-12, muestra el resultado de un análisis armónico de tanteo para medir la respuesta del sistema en la mesa (base del cosechador) en un rango de frecuencias bastante amplio. En ella se observa un primer pico correspondiente a la frecuencia natural del cosechador (45,6 Hz), mientras que el resto corresponden a los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema en la dirección Z, siendo el último el de 245,01 Hz (modo 11). De ahí que el rango de frecuencias elegido sea de 1-250 Hz. Si la frecuencia natural del cosechador fuese mayor, esto podría variar.

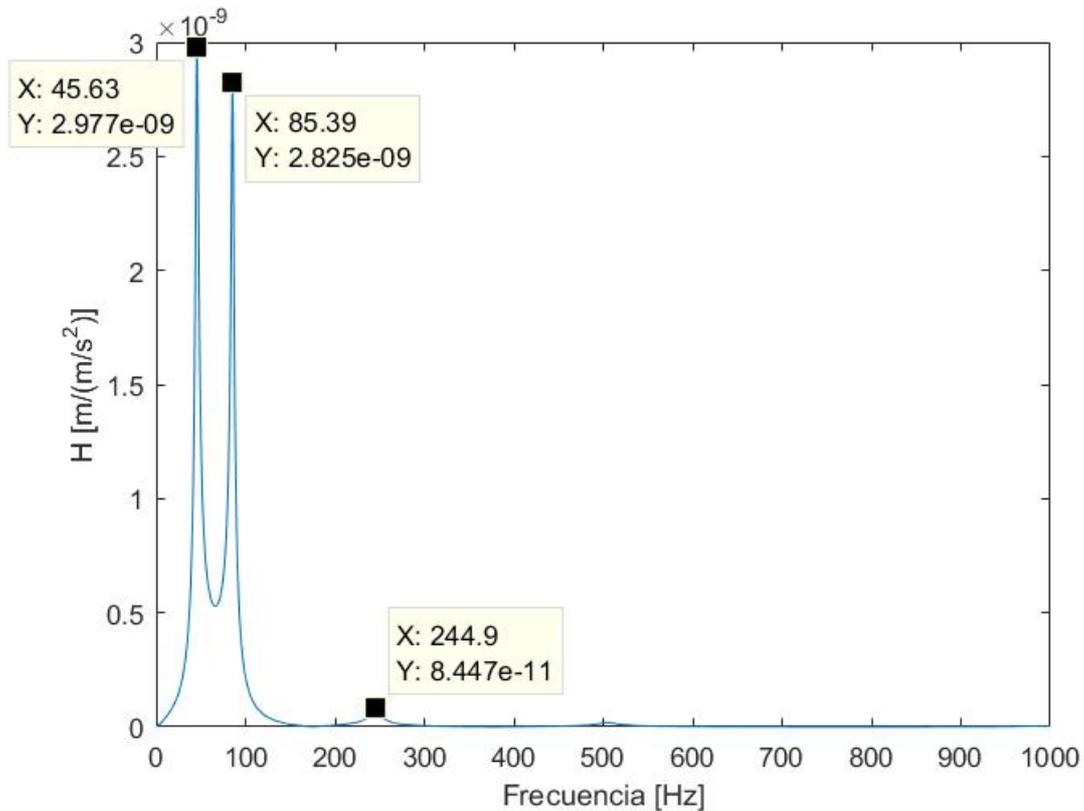


Figura 7-12. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz. Rango de frecuencias: 1-1000 Hz.

A continuación, se exponen los resultados y conclusiones del análisis armónico para el sistema mesa-cosechador propuesto, cuyo cosechador tiene una frecuencia natural de 45,6 Hz, así como para las variaciones del mismo cambiando la frecuencia natural a 5, 10, 20 y 80 Hz. El objetivo de este análisis es estudiar y determinar la precisión de la medición para distintos valores distanciados (x2 apróx.) de frecuencias naturales del cosechador, los cuales cubren un rango de posibles situaciones. La FRF del sistema se ha obtenido a partir de la amplitud del desplazamiento en la dirección Z respecto a la frecuencia, medida en el cosechador (masa concentrada) y en la mesa (base del cosechador).

Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz

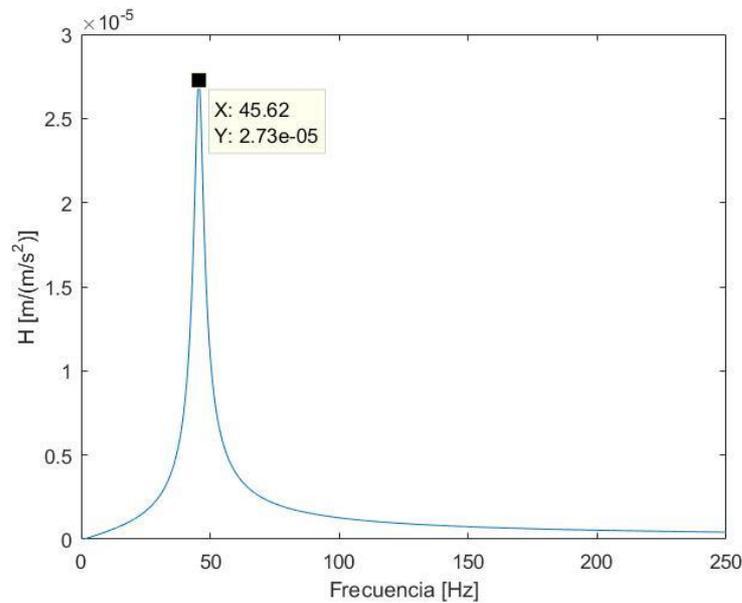


Figura 7-13. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.

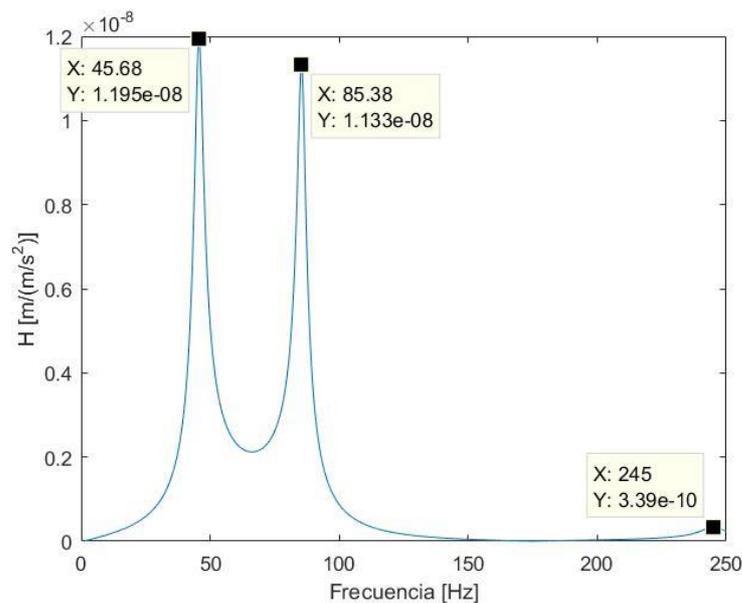


Figura 7-14. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 45,62 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0004 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado. En proporción, una medida es buena cuando su error relativo no supera el 5%, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que 0,04% << 5%. El resultado se desvía 0,02 Hz del valor esperado.

Los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 11 (245,01 Hz), pues son los únicos que crean picos. Como se puede apreciar en la sección C.2 del Anexo C, esto se debe al abombamiento en el centro de la mesa que presentan las formas de dichos modos. Sin embargo, en la respuesta del cosechador solo hay un pico a la frecuencia natural de éste, lo cual es un buen indicador dado que no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz

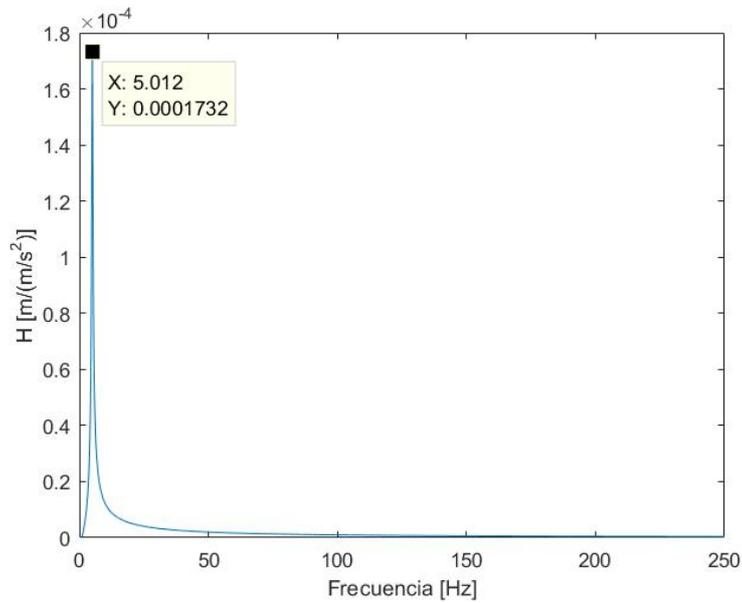


Figura 7-15. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.

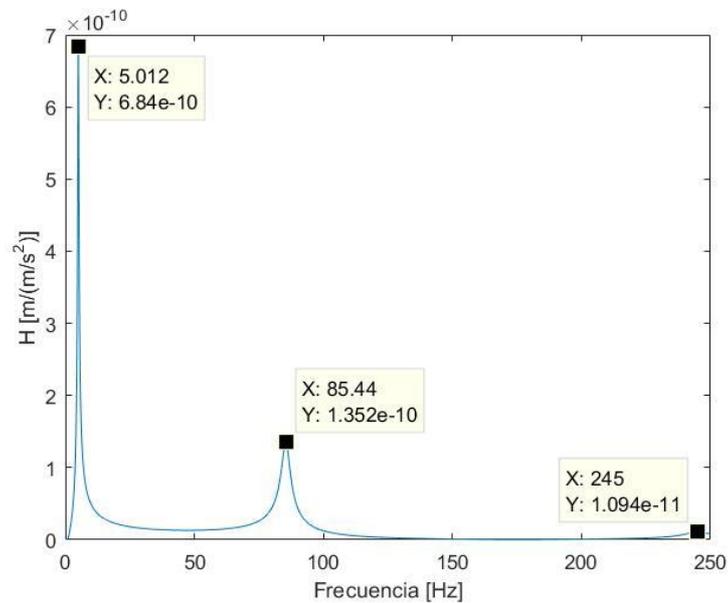


Figura 7-16. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 5,012 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0024 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,24\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,012 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 11 (245,01 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz

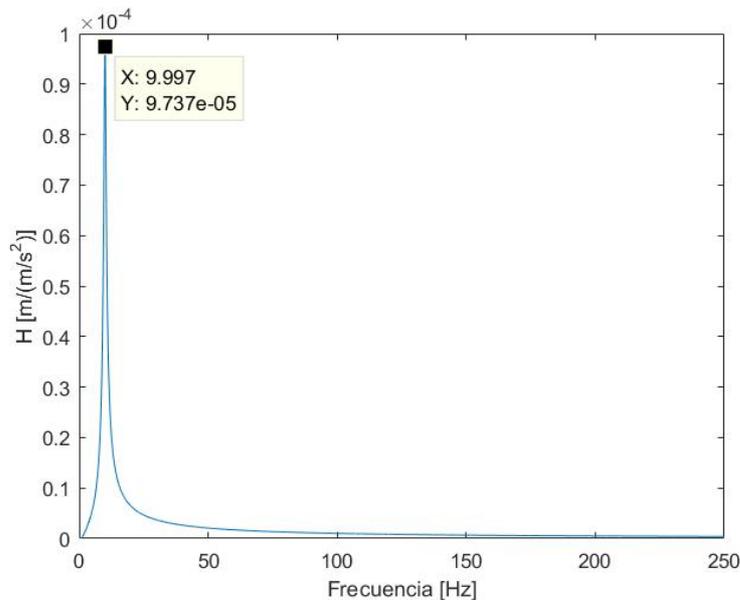


Figura 7-17. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.

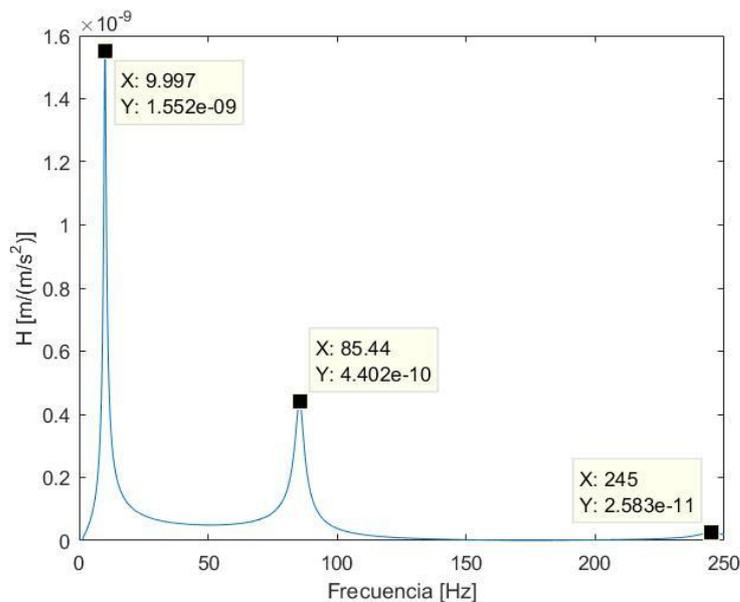


Figura 7-18. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 9,997 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0003 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,03\% \ll 5\%$. El resultado se desvía 0,003 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 11 (245,01 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz

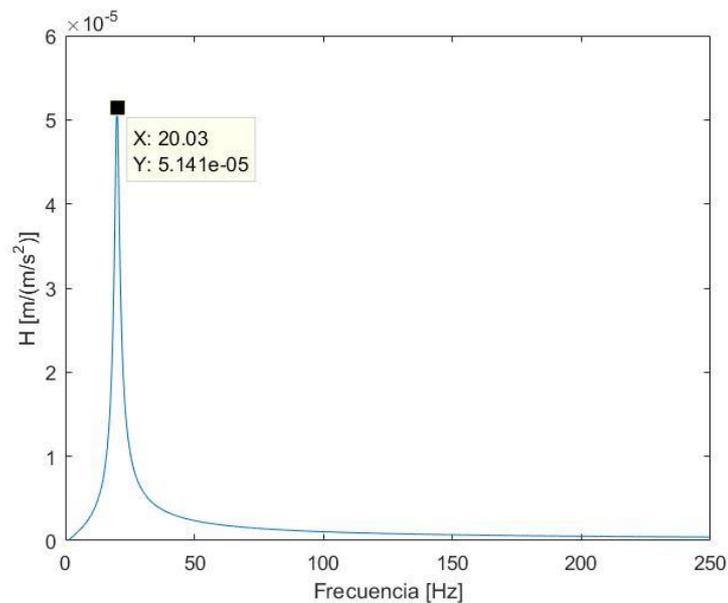


Figura 7-19. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.

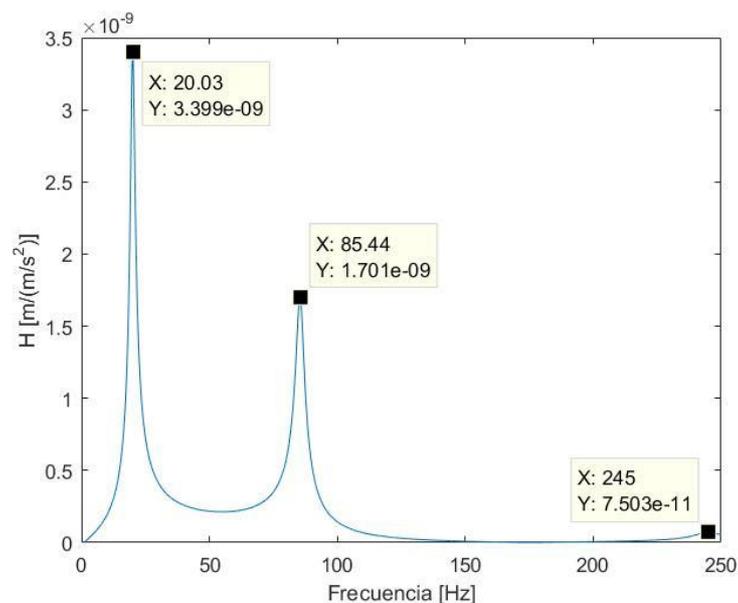


Figura 7-20. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 20,03 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0015 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,15\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,03 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 11 (245,01 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz

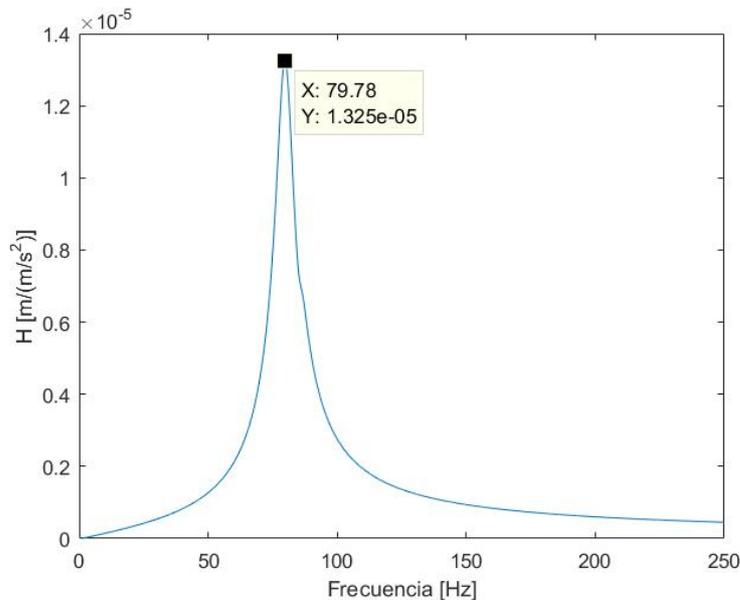


Figura 7-21. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.

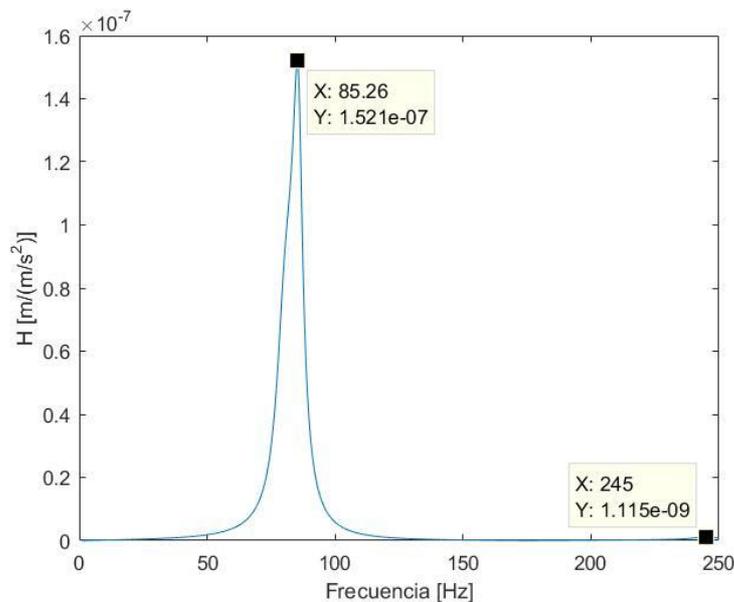


Figura 7-22. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 79,78 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0028 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,28\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,22 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 11 (245,01 Hz). En la respuesta del cosechador se detecta una pequeña perturbación debido a la contribución de la mesa y viceversa.

Tabla 7-3. Resultados del análisis armónico del sistema mesa-cosechador.

Frecuencia natural del cosechador (Hz)	Frecuencia natural obtenida (Hz)	Error relativo (%)	Desviación (Hz)
5	5,012	0,24	0,012
10	9,997	0,03	0,003
20	20,03	0,15	0,03
45,6	45,62	0,04	0,02
80	79,78	0,28	0,22

Basándonos en la gráfica de la Figura 7-3, sabemos que cuanto mayor es la frecuencia natural de la mesa respecto a la del cosechador, más próxima debe ser la frecuencia natural del sistema medida en el cosechador a la frecuencia natural del mismo aislado, hasta llegar a igualarse. Según esto, podemos deducir que, por ejemplo, el hecho de haber obtenido que la desviación cuando la frecuencia natural del cosechador es 10 Hz sea menor que cuando es 5 Hz, significa que ambas oscilan en torno al mismo orden (el menor), y dicho fenómeno se atribuye a la precisión del programa empleado para realizar el análisis.

De este modo, podemos agrupar las desviaciones para las diferentes frecuencias naturales del cosechador en los siguientes órdenes: ~ 0 Hz (5 y 10 Hz), $\sim 0,01$ Hz (20 y 45,6 Hz) y $\sim 0,1$ Hz (80 Hz). Por tanto, dividiendo la gráfica de la Figura 7-3 en zonas según estos órdenes, hemos sido capaces de identificar en qué zona se encuentra cada caso y así poder evaluar la interacción del sistema.

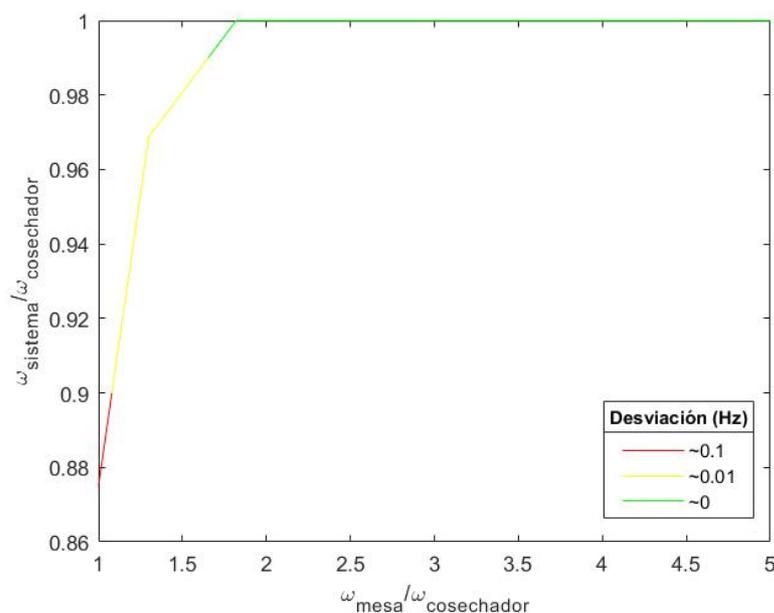


Figura 7-23. Zonas de desviación para los resultados del análisis armónico del sistema de 2 GDL.

Tabla 7-4. Evaluación de la interacción del sistema mesa-cosechador.

Frecuencia natural del cosechador (Hz)	Zona	Interacción
$\omega \leq 10$	Verde	Excelente
$10 < \omega < 20$	Verde/Amarilla	Excelente/Muy buena
$20 \leq \omega \leq 45,6$	Amarilla	Muy buena
$45,6 < \omega < 80$	Amarilla/Roja	Muy buena/Buena
$\omega = 80$	Roja	Buena

Debido a la gran aproximación de las medidas obtenidas en cuanto a los valores esperados, como reflejan los errores relativos calculados, la escala de calificación elegida para evaluar la interacción del sistema en función de la influencia de la mesa en la medida del cosechador ha sido: inapreciable-algo apreciable-apreciable (excelente-muy buena-buena).

7.4 Análisis armónico del sistema mesa con refuerzo-cosechador

A fin de aumentar la rigidez de la mesa vamos a modificarla añadiéndole un refuerzo inferior en forma de cruz para realizar el análisis armónico del sistema mesa con refuerzo-cosechador y estudiar los mismos casos de antes.

Para ello, se ha añadido al código hasta ahora implementado el mallado de las líneas que subdividen internamente la mesa en 4 áreas iguales con el mismo material, tipo de elemento, y sección de las patas y refuerzos. La Figura 7-24 muestra una representación de cómo quedaría dispuesto este refuerzo adicional.

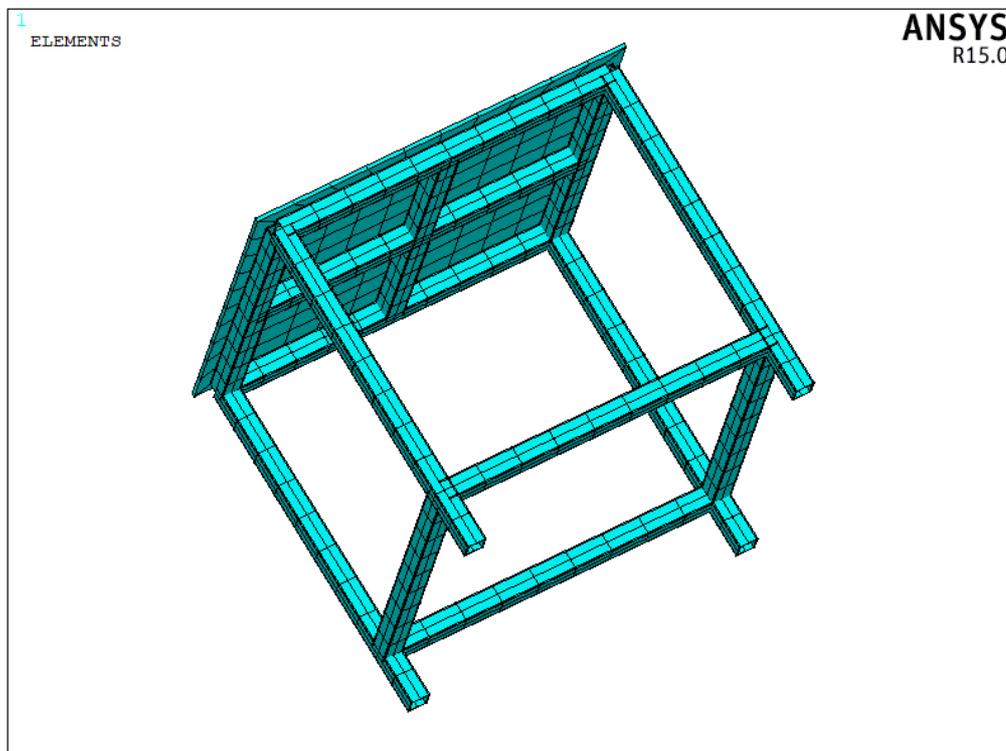


Figura 7-24. Representación del sistema mesa con refuerzo-cosechador con vista del refuerzo inferior en forma de cruz.

Repitiendo lo que hicimos en la sección anterior con el análisis armónico de tanteo para determinar el rango de frecuencias a tener en cuenta, según la Figura 7-25, el primer pico corresponde a la frecuencia natural del cosechador (45,6 Hz), mientras que el resto corresponden a los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema en la dirección Z, siendo el último el de 363,056 Hz (modo 19). Por tanto, el rango de frecuencias elegido ha sido de 1-365 Hz. Los resultados del análisis modal de la mesa con refuerzo adicional se pueden ver en la sección C.3 del Anexo C.

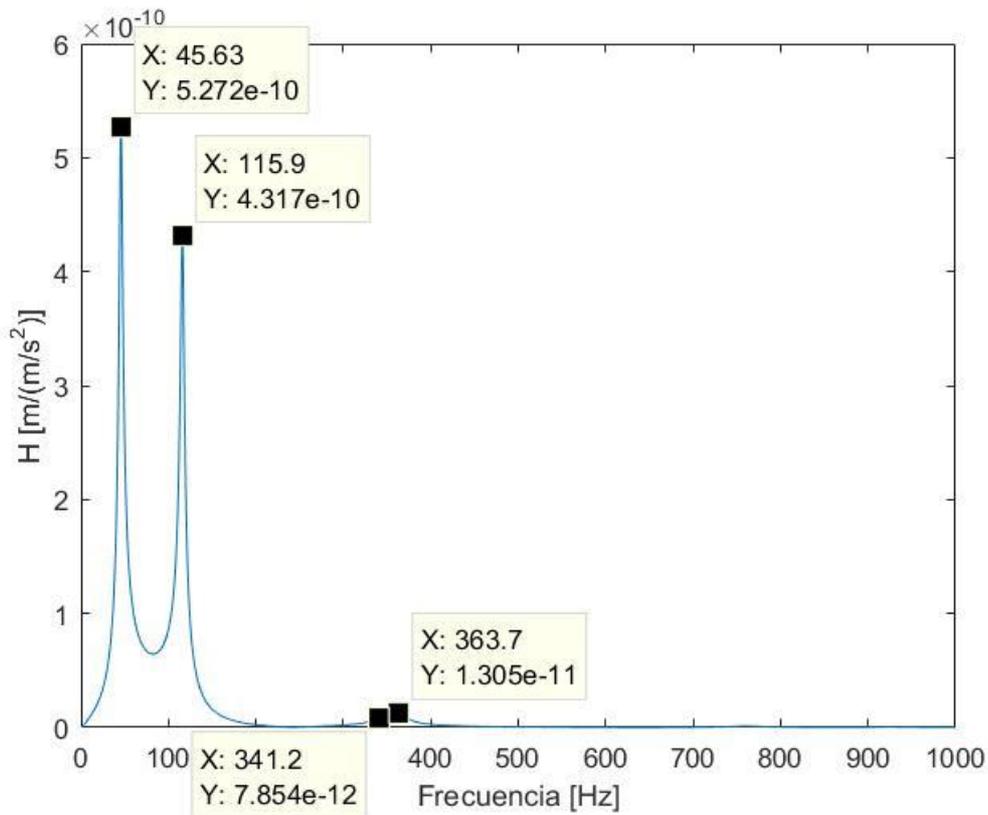


Figura 7-25. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz. Rango de frecuencias: 1-1000 Hz.

A continuación, se presentan los resultados y conclusiones del análisis armónico para el sistema mesa con refuerzo-cosechador, donde se ha utilizado $N = 4096$ pasos. El objetivo de este análisis es estudiar y determinar la precisión de la medición para los casos ya considerados de frecuencias naturales del cosechador, viendo cómo mejora la interacción del sistema al aumentar la rigidez de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz

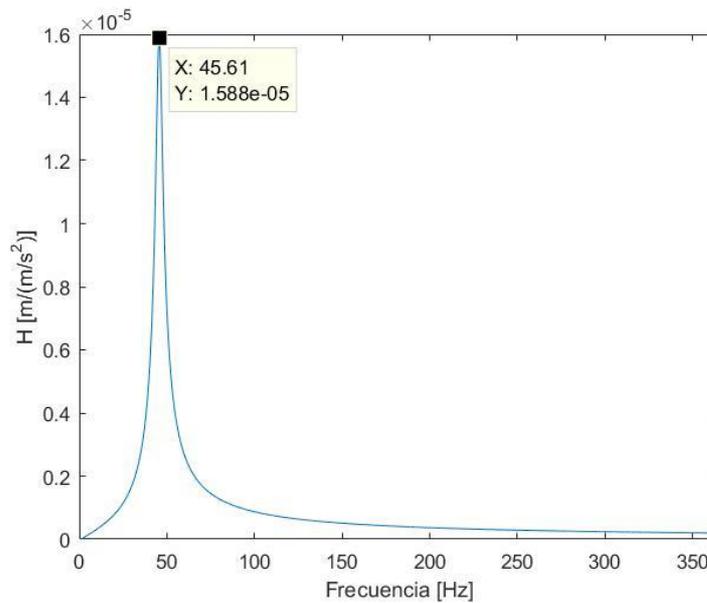


Figura 7-26. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.

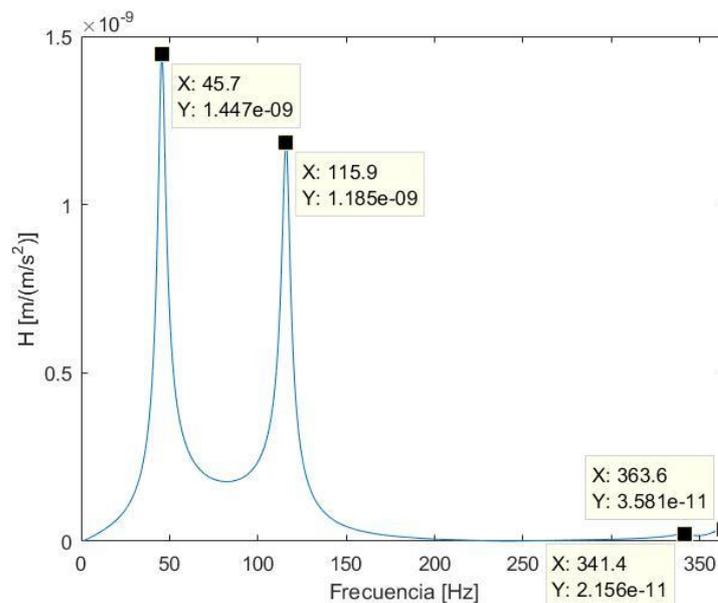


Figura 7-27. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 45,6 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 45,61 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0002 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,02\% \ll 5\%$. El resultado se desvía 0,01 Hz del valor esperado.

Los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 13 (342,741 Hz) y el 19 (363,056 Hz), pues son los únicos que crean picos. Como

se puede apreciar en la sección C.3 del Anexo C, esto se debe al abombamiento en el centro de la mesa que presentan las formas de dichos modos. En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz

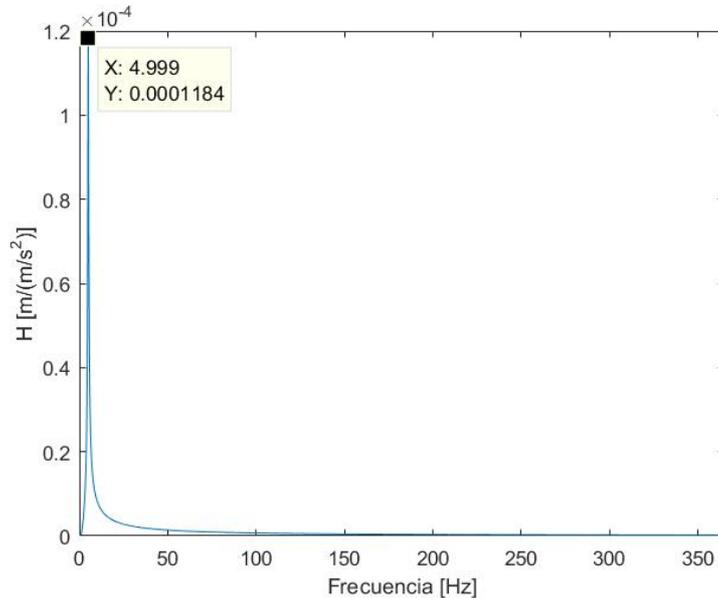


Figura 7-28. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.

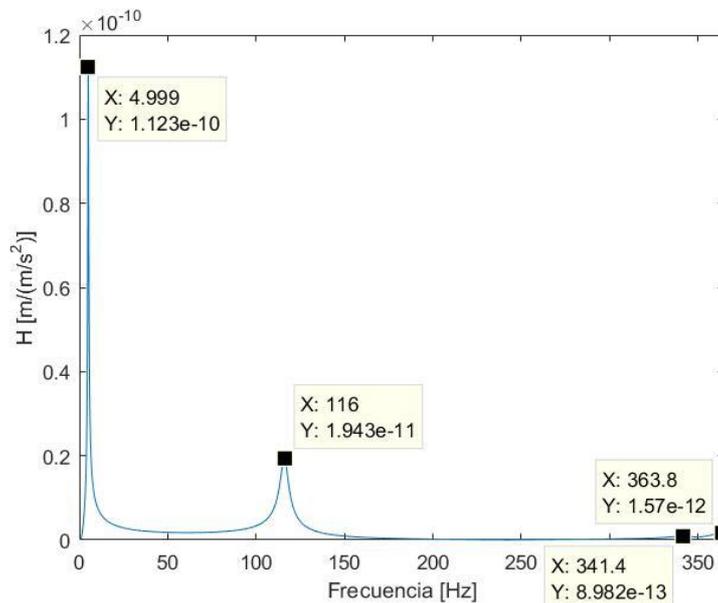


Figura 7-29. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 5 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 4,999 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0002 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,02\% \ll 5\%$. El resultado se desvía 0,001 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 13 (342,741 Hz) y el 19 (363,056 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz

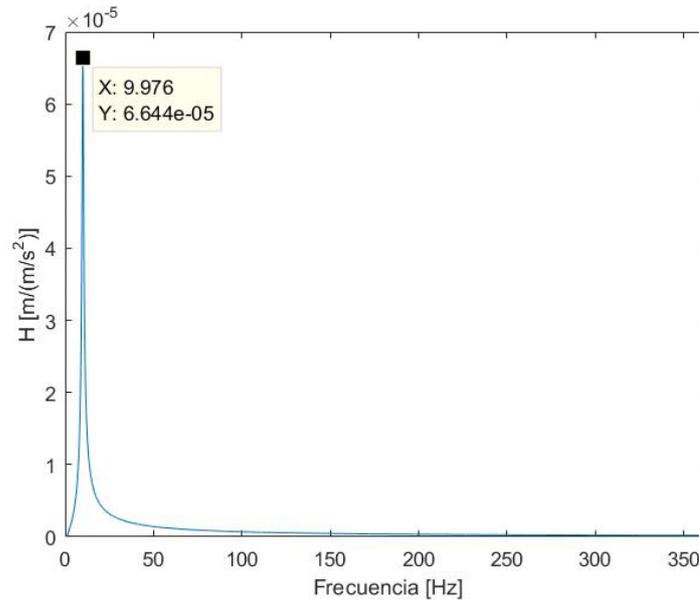


Figura 7-30. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.

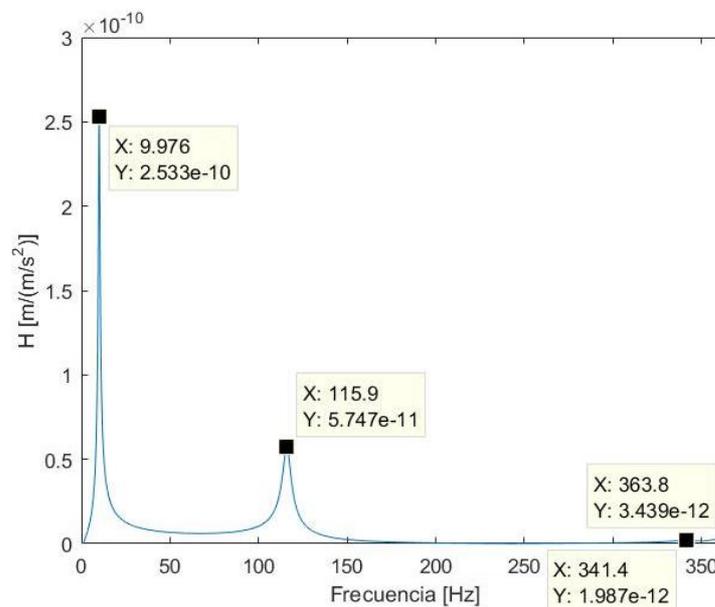


Figura 7-31. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 10 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 9,976 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0024 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,24\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,024 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 13 (342,741 Hz) y el 19 (363,056 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz

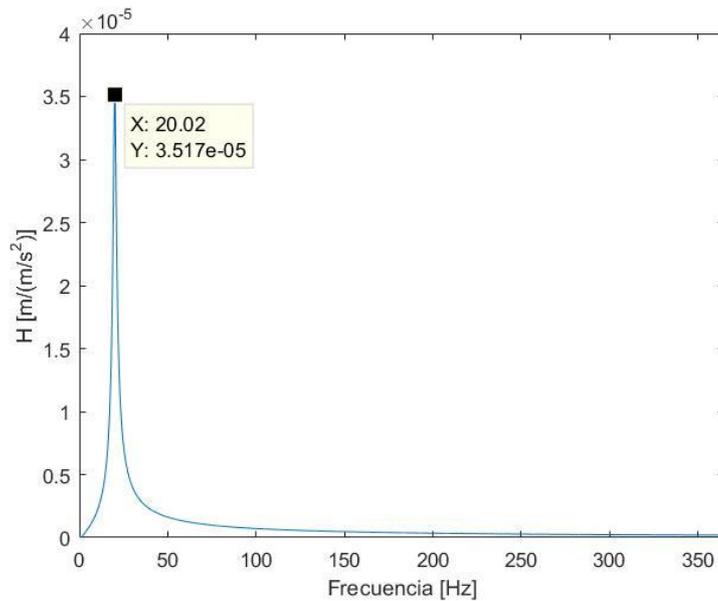


Figura 7-32. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.

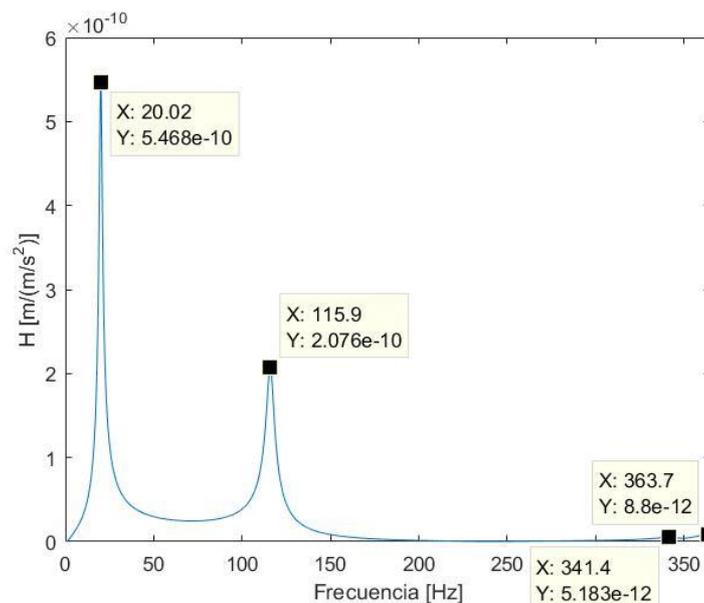


Figura 7-33. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 20 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 20,02 Hz, lo que supone un error relativo de 0,001 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,1\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,02 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 13 (342,741 Hz) y el 19 (363,056 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz

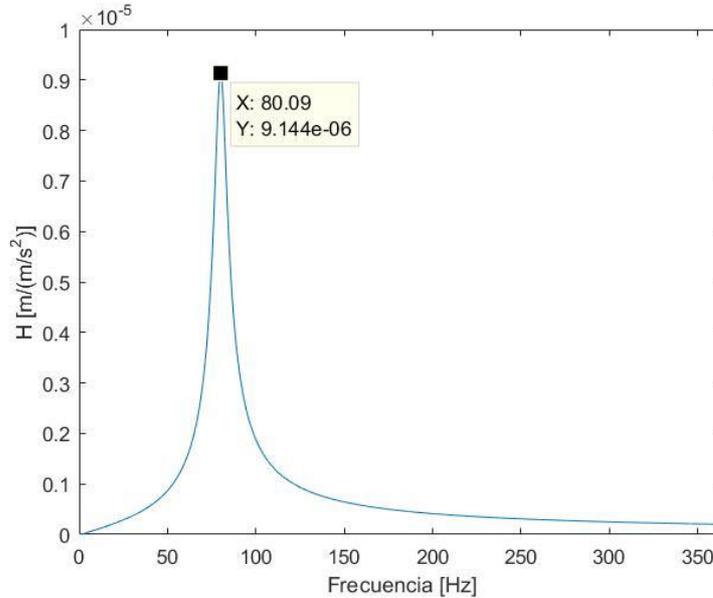


Figura 7-34. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en el cosechador del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.

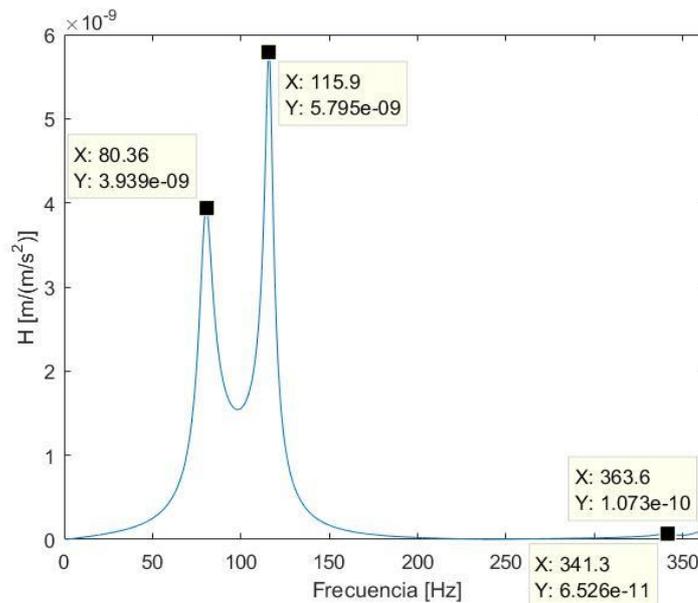


Figura 7-35. Gráfica de la FRF del desplazamiento (dirección Z) medida en la mesa del sistema mesa con refuerzo-cosechador. Frecuencia natural del cosechador: 80 Hz.

La frecuencia natural del sistema medida en el cosechador es de 80,09 Hz, lo que supone un error relativo de 0,0011 respecto a la frecuencia natural del cosechador aislado, por lo que podemos concluir que la medición está siendo adecuada ya que $0,11\% < 5\%$. El resultado se desvía 0,09 Hz del valor esperado.

De la misma forma que en el caso del cosechador con 45,6 Hz de frecuencia natural, los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema son el 4 (85,456 Hz) y, en mucha menor medida, el 13 (342,741 Hz) y el 19 (363,056 Hz). En la respuesta del cosechador no se detecta ninguna contribución de la mesa.

Tabla 7-5. Resultados del análisis armónico del sistema mesa con refuerzo-cosechador.

Frecuencia natural del cosechador (Hz)	Frecuencia natural obtenida (Hz)	Error relativo (%)	Desviación (Hz)
5	4,999	0,02	0,001
10	9,976	0,24	0,024
20	20,02	0,1	0,02
45,6	45,61	0,02	0,01
80	80,09	0,11	0,09

En base a las conclusiones establecidas en el análisis del sistema mesa-cosechador para explicar el orden de los valores de desviación obtenidos, hemos agrupado las desviaciones para las diferentes frecuencias naturales del cosechador en los siguientes órdenes: ~ 0 Hz (5, 10, 20 y 45,6 Hz) y $\sim 0,01$ Hz (80 Hz). La desviación cuando la frecuencia natural del cosechador es 10 Hz resulta mayor que cuando es 45,6 Hz, por lo que ambas oscilan en torno al mismo orden ~ 0 Hz ya que cuando las frecuencias naturales de la mesa eran menores y más cercanas a las del cosechador, obtuvimos que por debajo de 10 Hz las desviaciones eran de ese orden. Nuevamente, la evaluación de la interacción del sistema ha sido posible gracias a la Figura 7-23.

Tabla 7-6. Evaluación de la interacción del sistema mesa con refuerzo-cosechador.

Frecuencia natural del cosechador (Hz)	Zona	Interacción
$\omega \leq 45,6$	Verde	Excelente
$45,6 < \omega < 80$	Verde/Amarilla	Excelente/Muy buena
$\omega = 80$	Amarilla	Muy buena

7.5 Conclusiones

El hecho de tomar como referencia para los resultados del análisis armónico de un sistema mesa-cosechador el comportamiento en frecuencia de un sistema equivalente de 2 grados de libertad, nos ha permitido elaborar las hipótesis con las que razonar, justificar y evaluar las soluciones halladas, achacando las ambigüedades a la configuración del análisis armónico en ANSYS y la precisión a la hora de obtener las curvas de puntos en el rango de frecuencias deseado.

A través de la Tabla 7-7, vemos cómo de buena es la interacción del sistema obtenida tanto para la mesa sin refuerzo como con él, siendo mejor en el segundo caso. Esto es algo que ya se intuía dado que, al aumentar la rigidez de la mesa, sus frecuencias naturales también aumentan, y por tanto distan más de las frecuencias

naturales consideradas para el cosechador, cosa que se traduce en un mejor comportamiento del sistema como ya se vio en la sección 7.1.

Tabla 7-7. Comparación entre la interacción del sistema mesa-cosechador y el sistema mesa con refuerzo-cosechador.

Frecuencia natural del cosechador (Hz)	Interacción del sistema mesa-cosechador	Interacción del sistema mesa con refuerzo-cosechador
$\omega \leq 10$	Excelente	Excelente
$10 < \omega < 20$	Excelente/Muy buena	Excelente
$20 \leq \omega \leq 45,6$	Muy buena	Excelente
$45,6 < \omega < 80$	Muy buena/Buena	Excelente/Muy buena
$\omega = 80$	Buena	Muy buena

Los órdenes de desviación respecto al valor esperado que corresponden a la escala de calificación usada son:

- Buena: $\sim 0,1$ Hz
- Muy buena: $\sim 0,01$ Hz
- Excelente: ~ 0 Hz

En el peor de los casos estaríamos cometiendo un error del orden de 0,1 Hz en la medida de la frecuencia natural del cosechador, por lo que podemos decir que la mesa apenas llega a alterar la frecuencia natural del mismo cuando actúan conjuntamente como sistema. Así pues, concluimos que la mesa de nuestro banco de ensayo es totalmente eficaz para la realización de los experimentos. La modificación de la mesa con un refuerzo inferior adicional en forma de cruz permite ampliar el rango de frecuencias naturales del cosechador en el que la interacción del sistema es mejor.

8 CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS

Para finalizar el trabajo, se ha hecho una recopilación de las conclusiones más relevantes alcanzadas a lo largo de los distintos capítulos de manera que queden expuestos todos los avances desarrollados en la materia de estudio: un procedimiento de ensayo dinámico en cosechadores de energía. Además, se listarán varias líneas de trabajo sobre las cuáles podría continuar esta investigación.

Conclusiones

- Para poder realizar el ensayo dinámico de cosechadores de energía, se ha dispuesto de una sala de laboratorio con un banco de ensayo montado a conveniencia y un equipo de medida constituido por los siguientes instrumentos: sistema de adquisición de datos, acelerómetros, vibrómetro láser, martillo de impactos y calibrador. Así pues, se ha comprobado que todo el equipo de medida está correctamente calibrado a través de mediciones de prueba en el calibrador y comparando los resultados con los esperados según el fabricante.
- La sensibilidad del vibrómetro láser que ofrece mejores resultados para los ensayos es la de $25 \text{ mms}^{-1}/V$ (Rango de velocidad de 100 mm/s). Estos ensayos han consistido en excitar una pletina en voladizo con el martillo de impactos comparando las respuestas medidas en el mismo punto por un acelerómetro y el vibrómetro láser con todas sus configuraciones.
- A partir de la medición anterior se han empleado diferentes métodos para tratar de obtener los parámetros modales de la pletina, pero los valores resultantes son meras estimaciones ya que no contemplan el comportamiento general de la estructura, solo el de un punto particular. Este ha sido el único remedio posible con los datos disponibles tras interrumpirse los ensayos en laboratorio como medida de seguridad ante la pandemia global del COVID-19.
- Para entender los ensayos que se pretenden llevar a cabo; es decir, el comportamiento de un sistema mesa-cosechador ante una excitación armónica en la base del cosechador, se ha realizado el análisis armónico en ANSYS de un sistema de 2 grados de libertad equivalente. A partir de las FRF del desplazamiento, se ha observado que la frecuencia natural del sistema medida en el cosechador puede ser diferente a la del cosechador aislado en función de cómo de diferente es ésta de la frecuencia natural de la mesa. Por tanto, nuestro objetivo ha sido, del mismo modo, comprobar la interacción del sistema para evaluar su eficacia en un rango de posibles frecuencias naturales del cosechador a ensayar.
- El análisis armónico del sistema mesa-cosechador ha implicado la necesidad de modelizar la mesa del laboratorio habiéndose tenido en cuenta dos modelos: uno más simple, y otro más complejo. Tras el análisis dinámico de ambos, confirmamos que el modelo que mejor representa la mesa y, por tanto, utilizaremos, es aquel que considera fielmente los elementos del diseño de la misma, ya que el efecto de la masa de éstos, da lugar a cambios apreciables en las frecuencias naturales. Los modos de vibración, sin embargo, no se modifican.
- Otra conclusión a la que ha dado lugar el análisis anterior, junto al análisis armónico del sistema mesa-cosechador en un rango de frecuencia bastante amplio, es que los modos de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema en la dirección del desplazamiento del cosechador, son aquellos en cuyas formas se aprecia un abombamiento

del centro de la mesa. Esto ha servido para determinar un rango de frecuencias en el que representar las respuestas del sistema y ver si hay contribución de la mesa en la respuesta del cosechador.

- Los resultados del análisis armónico del sistema mesa-cosechador son muy parecidos a los del sistema de 2 grados de libertad equivalente, siendo posible establecer una analogía entre ambos. Con esto, hemos podido interpretar las desviaciones obtenidas de los valores esperados, y se ha asignado a los rangos de frecuencia natural para el cosechador estudiados una calificación en función de la interacción del sistema dentro de la siguiente escala: excelente-muy buena-buena. Se ha elegido esta escala porque todos los valores medidos son buenas aproximaciones como reflejan los errores relativos calculados (menores del 5%).
- La mesa del banco de ensayo es totalmente eficaz para la realización de los experimentos ya que apenas llega a alterar la frecuencia natural del cosechador cuando actúan conjuntamente como sistema (desviación máxima $\sim 0,1$ Hz).
- Finalmente, queda demostrado que la modificación de la mesa con un refuerzo inferior adicional en forma de cruz permite ampliar el rango de frecuencias naturales del cosechador en el que la interacción del sistema es mejor.

Desarrollos futuros

- En primer lugar, podría ampliarse el número de frecuencias naturales del cosechador aislado estudiadas, dando lugar a una evaluación completa de la interacción del sistema mesa-cosechador en un rango de frecuencias capaz de abarcar con holgura todos los modos de vibración de la mesa que contribuyen significativamente a la respuesta del sistema en la dirección vertical. También para el caso del sistema mesa con refuerzo-cosechador.
- En segundo lugar, podría retomarse el ensayo experimental desde donde se dejó, con la configuración de la pletina en voladizo y 6 acelerómetros sobre ella equidistantes entre sí. De esta forma, sería posible hacer el análisis modal de la pletina en el programa informático BK Connect a través de mediciones realizadas con martillo y añadiendo un punto de medida con el vibrómetro láser. La idea de esto es introducirnos a nivel macroscópico, en lo que luego queremos llevar a cabo a nivel microscópico.
- En tercer lugar, también podríamos añadir a lo anterior el análisis armónico de la pletina a través de mediciones realizadas con el excitador armónico del laboratorio. Esto hace que nos acerquemos más a la situación real de estudio y nos permite configurar y poner a prueba el instrumento que utilizaremos para simular las vibraciones en la base del cosechador.
- Por último, con todo configurado, solo quedaría proceder al ensayo experimental para la caracterización dinámica de prototipos de cosechadores de energía, implementando la experiencia previamente adquirida. Así podríamos validar experimentalmente los parámetros analíticos definidos y dar el visto bueno para realizar los ensayos de campo.

REFERENCIAS

- [1] Paradiso JA, Starner T. Energy scavenging for mobile and wireless electronics. *IEEE Pervasive Comput* 2005;4:18-27, vol. 2.
- [2] Broderick LZ, Albert BR, Pearson BS, Kimerling LC, Michel J. Design for energy: modeling of spectrum, temperature and device structure dependences of solar cell energy production. *Sol Energy Mater Sol Cells* 2015;136:48-63, p. 12.
- [3] Cheng M, Zhu Y. The state of the art of wind energy conversion systems and technologies: a review. *Energy Convers Manag* 2014;88:332-47.
- [4] Yılmaz S, Selim H. A review on the methods for biomass to energy conversion systems design. *Renew Sustain Energy Rev* 2013;25:420-30.
- [5] Mitcheson PD, Green TC, Yeatman EM, Holmes AS. Architectures for vibration-driven micropower generators. *J Microelectromech Syst* 2004;13:429-40.
- [6] Donelan JM, Li Q, Naing V, Hoffer JA, Weber DJ, Kuo AD. Biomechanical energy harvesting: generating electricity during walking with minimal user effort. *Science* 2008;319(5864):807-10.
- [7] Choi S-B, Seong M-S, Kim K-S. Vibration control of an electrorheological fluid-based suspension system with an energy regenerative mechanism. *Proc Inst Mech Eng Part D: J Automob Eng* 2009;223(4):459-69.
- [8] Cassidy II, Scruggs JT, Behrens S. *Design of Electromagnetic Energy Harvesters for Large-scale Structural Vibration Applications*. 2011.
- [9] Rome LC, Flynn L, Goldman EM, Yoo TD. Generating electricity while walking with loads. *Science* 2005;309(5741):1725-8.
- [10] Williams C B and Yates R B 1996 Analysis of a micro-electric generator for microsystems *Sensors Actuators A* 52 8-11.
- [11] Anton S R and Sodano H A 2007 A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006) *Smart Mater. Struct.* 16 R1-21.
- [12] Priya 2007 Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers *J. Electroceram.* 19 167-84.
- [13] Cook-Chennault K A, Thambi N and Sastry A M 2008 Powering MEMS portable devices—a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with emphasis on piezoelectric energy harvesting systems *Smart Mater. Struct.* 17 043001.
- [14] Roundy S, Wright P and Rabaey J 2003 A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes *Comput. Commun.* 26 1131-44.
- [15] duToit N E, Wardle B L and Kim S-G 2005 Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters *Integr. Ferroelectr.* 71 121-60.

- [16] Stephen N G 2006 On energy harvesting from ambient vibration *J. Sound Vib.* 293 409-25..
- [17] Erturk A and Inman D J 2008 On mechanical modelling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 19 1311-25.
- [18] Hagood N W, Chung W H and Von Flotow A 1990 Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* 1 327-54.
- [19] Sodano H A, Park G and Inman D J 2004 Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting *Strain* 40 49-58.
- [20] Lu F, Lee H and Lim S 2004 Modeling and analysis of micro piezoelectric power generators for micro-electromechanical-systems applications *Smart Mater. Struct.* 13 57-63.
- [21] Chen S-N, Wang G-J and Chien M-C 2006 Analytical modelling of piezoelectric vibration-induced micro power generator *Mechatronics* 16 379-87.
- [22] Lin J H, Wu X M, Ren T L and Liu L T 2007 Modeling and simulation of piezoelectric MEMS energy harvesting device *Integr. Ferroelectr.* 95 128-41.
- [23] Ajitsaria J, Choe S Y, Shen D and Kim D J 2007 Modeling and analysis of a bimorph piezoelectric cantilever beam for voltage generation *Smart Mater. Struct.* 16 447-54.
- [24] Erturk A and Inman D J 2008 Issues in mathematical modelling of piezoelectric energy harvesters *Smart Mater. Struct.* 17 065016.
- [25] Erturk A and Inman D J 2008 A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters *ASME J. Intell. Mater. Syst. Struct.* At <http://dx.doi.org/10.1177/1045389X%2008089957>.
- [26] Elvin N and Elvin A 2008 A general equivalent circuit model for piezoelectric generators *J. Vib. Acoust.* 130 041002.
- [27] Erturk A and Inman D J 2009 An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations *Smart Mater. Struct.* 18 025009.
- [28] Erturk A, Inman DJ. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling. *J Sound Vib* 2011;330(10):2339-53.
- [29] Roundy S, Wright PK. A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics. *Smart Mater Struct* 2004;13(5):1131-42.
- [30] Lumentut MF, Howard IM. Analytical and experimental comparisons of electro-mechanical vibration response of a piezoelectric bimorph beam for power harvesting. *Mech Syst Signal Process* 2013;36(1):66-86.
- [31] Wang H, Meng Q. Analytical modelling and experimental verification of vibration-based piezoelectric bimorph beam with a tip-mass for power harvesting. *Mech Syst Signal Process* 2013;36(1):193-209.
- [32] Chen Z, Yang Y, Lu Z, Luo Y. Broadband characteristics of vibration energy harvesting using one-dimensional phononic piezoelectric cantilever beams. *Physica B: Condens Matter* 2013;410:5-12.

- [33] Liu J-Q, Fang H-B, Xu Z-Y, Mao X-H, Shen X-C, Chen D, et al. A MEMS-based piezoelectric power generator array for vibration energy harvesting. *Microelectron J* 2008;39(5):802-6.
- [34] Sodano HA, Inman DJ, Park G. Comparison of piezoelectric energy harvesting devices for recharging batteries. *J Intell Mater Syst Struct* 2005;16(10):799-807.
- [35] Lefeuvre E, Badel A, Richard C, Guyomar D. Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction. *J Intell Mater Syst Struct* 2005;16(10):865-76.
- [36] Cottone F, Vocca H, Gammaitoni L. Nonlinear energy harvesting. *Phys Rev Lett* 2009;102(8):080601.
- [37] Gammaitoni L, Neri I, Vocca H. Nonlinear oscillators for vibration energy harvesting. *Appl Phys Lett* 2009;94(16):164102.
- [38] Triplett A, Quinn DD. The effect of non-linear piezoelectric coupling on vibration-based energy harvesting. *J Intell Mater Syst Struct* 2009;20(16):1959-67..
- [39] Barton DAW, Burrow SG, Clare LR. Energy harvesting from vibrations with a nonlinear oscillator. *J Vib Acoust* 2010;132(2), [21009].
- [40] Ferrari M, Ferrari V, Guizzetti M, Marioli D. A single-magnet nonlinear piezo-electric converter for enhanced energy harvesting from random vibrations. *Procedia Eng* 2010;5:1156-9.
- [41] Mann BP, Owens BA. Investigations of a nonlinear energy harvester with a bistable potential well. *J Sound Vib* 2010;329(9):1215-26.
- [42] Chunchuan Liu XJ. Vibration energy harvesting with a nonlinear structure. *Appear Nonlinear Dyn* 2016.
- [43] C.B. Williams, C. Shearwood, M.A. Harradine, P.H. Mellor, T.S. Birch, R.B. Yates, Development of an electromagnetic micro-generator, *IEE Proceedings: Circuits, Devices and Systems* 148 (2001) 337–342.
- [44] Kymissis J, Kendall C, Paradiso J, Gershenfeld N. Parasitic power harvesting in shoes. In: *Wearable computers, 1998. Digest of papers. Second international symposium on. 1998.*
- [45] Mateu L, Moll F. Optimum piezoelectric bending beam structures for energy harvesting using shoe inserts. *J Intell Mater Syst Struct* 2005;16(10):835-45.
- [46] Shenck NS, Paradiso JA. Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics. *Micro IEEE* 2001;21(3):30-42.
- [47] Trapanese M. Optimization of a sea wave energy harvesting electromagnetic device. *Magn IEEE Trans* 2008;44(11):4365-8.
- [48] White RM, Voltmer FW. Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves. *Appl Phys Lett* 1965;7(12):314-6.
- [49] Wu N, Wang Q, Xie X. Ocean wave energy harvesting with a piezoelectric coupled buoy structure. *Appl Ocean Res* 2015;50:110-8.
- [50] Xie XD, Wang Q, Wu N. Energy harvesting from transverse ocean waves by a piezoelectric plate. *Int J Eng Sci* 2014;81:41-8.
- [51] Pearson MR, Eaton MJ, Pullin R, Featherston CA, Holford KM. Energy harvesting for aerospace structural health monitoring systems. *J Phys: Conf Ser* 2012;382(1):012025.
- [52] Xie H, Huang Z, Guo S, Torru E. Feasibility of an electrostatic energy harvesting device for CFCs

- aircraft. *Procedia Eng* 2015;99:1213-22.
- [53] Yuan T, Yang J, Song R, Liu X. Vibration energy harvesting system for railroad safety based on running vehicles. *Smart Mater Struct* 2014;23(12):125046.
- [54] Gatti G, Brennan MJ, Tehrani MG, Thompson DJ. Harvesting energy from the vibration of a passing train using a single-degree-of-freedom oscillator. *Mech Syst Signal Process* 2016;66–67:785-92.
- [55] duToit N E and Wardle B L 2007 Experimental verification of models for microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters *AIAA J.* 45 1126–37.
- [56] Clough, R. W. & Penzien, J., 1993. *Dynamics of Structures*. Segunda Edicion ed. Singapore: McGraw-Hill.
- [57] Romero A, Galvín P, Solís M. *Apuntes para el Análisis de Estructuras*, 2017.
- [58] Priya S, Inman D J. *Energy Harvesting Technologies*, 2010.
- [59] «Brüel & Kjaer,» [En línea]. Available: <https://www.bksv.com/>.
- [60] «PCB Piezotronics,» [En línea]. Available: <https://www.pcb.com/>.
- [61] «Siemens PLM Community,» [En línea]. Available: <https://community.sw.siemens.com/s/>.

ANEXO A. TABLA DE ARCHIVOS BKC DE LA MEMORIA USB

Proyecto	Tipo	Nombre	Descripción	Ubicación
Calibración Láser	Procedimiento de datos	Recording-1.bkc	Láser con escala de 20	CalibracionLaser20200304
Calibración Láser	Procedimiento de datos	Recording-2.bkc	Láser con escala de 100	CalibracionLaser20200304
Calibración Láser	Procedimiento de datos	Recording-3.bkc	Láser con escala de 500	CalibracionLaser20200304
Comprobación Calibrador	Procedimiento de datos	Recording-1.bkc	ACC6 en calibrador	ComprobaciónCalibrador20200304
Elección Sensibilidad	Procedimiento de datos	Recording-1.bkc	ACC6 y vibrómetro con escala de 20	EleccionSensibilidad20200309
Elección Sensibilidad	Procedimiento de datos	Recording-2.bkc	ACC6 y vibrómetro con escala de 100	EleccionSensibilidad20200309
Elección Sensibilidad	Procedimiento de datos	Recording-3.bkc	ACC6 y vibrómetro con escala de 500	EleccionSensibilidad20200309
Análisis Modal Pletina	Análisis Modal	Mediciones con martillo_1.bkc	ACCs y láser con escala de 100	AnalisisModalPletina20200311

ANEXO B. CÓDIGOS DE ANSYS

Código B-1. Listado de comandos de ANSYS para calcular la FRF de un sistema de 2 grados de libertad

```
/prep7

et,1,combin14,,,2
et,2,mass21,,,4

r,1,39.5,0.25      !propiedades k1,c1
r,2,3.95,0.25     !propiedades k2,c2
r,3,1             !masa m1
r,4,0.1           !masa m2

n,1
n,2,1
n,3,2

!elementos muelle-amortiguador

type,1
real,1
e,1,2
real,2
e,2,3
```

```
!elementos masa

type,2
real,3
e,2      !mesa
real,4
e,3      !cosechador

! condiciones de contorno

d,1,all
d,2,uy,,,3
f,2,fx,1

finish

/solu

antype,harmic      !análisis armónico
hropt,full         !análisis completo
hrout,off          !resultados : amplitud y fase
nsubst,2048        !no. frecuencias
harfrq,0,64        !rango frecuencia

solve

finish

/post26

nsol,2,2,u,x,ux1   !desplazamiento ux
```

```
plvar,2,3          !representa ux
```

```
finish
```

Código B-2. Listado de comandos de ANSYS para el análisis modal de la mesa sin extremos volados

```
/PREP7
```

```
/ESHAPE,1          !Muestra las secciones del modelo
```

```
!Definición de tipo de elementos
```

```
!Tipo de elemento Shell181 para la placa de la mesa
```

```
ET,1,SHELL181
```

```
!Tipo de elemento Beam188 para las patas y refuerzos de la mesa
```

```
ET,2,BEAM188
```

```
!Definición de características de los materiales
```

```
MP,EX,1,21.E10     !Módulo de Young para el material 1
```

```
MP,NUXY,1,0.3      !Coeficiente de Poisson para el material 1
```

```
MP,DENS,1,7850     !Densidad del material 1
```

```
!Definición de secciones
```

```
!Sección 1 para la placa de la mesa
```

```
SECTYPE,1,SHELL,,PLACA
```

```
!Espesor, material
```

```
SECDATA,0.01,1
```

```
!Offset al tablero de la mesa para que esté sobre el refuerzo superior
```

```
SECOFFSET, USER,-0.035
```

```
!Sección 2 rectangular con espesor para las patas y refuerzos de la mesa
SECTYPE,2,BEAM,HREC,PATAS,0
```

```
!Anchura, altura, espesor 1, espesor 2, espesor 3, espesor 4
```

```
SECDATA,0.05,0.05,0.003,0.003,0.003,0.003
```

```
!Definición de Keypoints
```

```
K,1,0.055,0.055,0
```

```
K,2,0.945,0.055,0
```

```
K,3,0.945,0.945,0
```

```
K,4,0.055,0.945,0
```

```
K,5,0.055,0.055,0.15
```

```
K,6,0.945,0.055,0.15
```

```
K,7,0.945,0.945,0.15
```

```
K,8,0.055,0.945,0.15
```

```
K,9,0.055,0.055,0.9
```

```
K,10,0.945,0.055,0.9
```

```
K,11,0.945,0.945,0.9
```

```
K,12,0.055,0.945,0.9
```

```
K,13,0.055,0.5,0.9
```

```
K,14,0.5,0.055,0.9
```

```
K,15,0.945,0.5,0.9
```

```
K,16,0.5,0.945,0.9
```

```
K,17,0.5,0.5,0.9          !Keypoint para el centro de la mesa
```

```
!Definición de las líneas para las patas y refuerzos
```

```
L,1,5          !Línea 1
```

```
L,5,9          !Línea 2
```

```
L,4,8          !Línea 3
```

L,8,12 !Línea 4
L,3,7 !Línea 5
L,7,11 !Línea 6
L,2,6 !Línea 7
L,6,10 !Línea 8
L,5,6 !Línea 9
L,5,8 !Línea 10
L,7,8 !Línea 11
L,6,7 !Línea 12
L,9,14 !Línea 13
L,14,10 !Línea 14
L,10,15 !Línea 15
L,15,11 !Línea 16
L,11,16 !Línea 17
L,16,12 !Línea 18
L,12,13 !Línea 19
L,13,9 !Línea 20
L,14,17 !Línea 21 para dividir la chapa de la mesa
L,17,16 !Línea 22 para dividir la chapa de la mesa
L,13,17 !Línea 23 para dividir la chapa de la mesa
L,17,15 !Línea 24 para dividir la chapa de la mesa

!Definición de las áreas para las placas

AL,13,20,21,23 !Área 1
AL,18,19,22,23 !Área 2
AL,16,17,22,24 !Área 3
AL,14,15,21,24 !Área 4

!Tamaño del elemento definido a partir de las líneas

LESIZE,ALL,0.1

!Elemento placa de la mesa

MAT,1

TYPE,1

SECNUM,1

ASEL,ALL

AMESH,ALL

!Elemento patas y refuerzos de la mesa

MAT,1

TYPE,2

SECNUM,2

LSEL,S,LINE,,1,20,1,0

LMESH,ALL

!Condiciones de contorno

KSEL,S,KP,,1,4

DK,ALL,UX,0,,,,UX,UY,UZ,,, !Apoyo de las patas

FINISH

!----- Análisis modal -----

/SOLU

ANTYPE,2

MODEPT,LANB,11

MPAND,11,,,YES

```
ALLSEL
```

```
SOLVE
```

```
FINISH
```

Código B-3. Listado de comandos de ANSYS para el análisis modal de la mesa con extremos volados

```
/PREP7
```

```
/ESHAPE,1      !Muestra las secciones del modelo
```

```
!Definición de tipo de elementos
```

```
!Tipo de elemento Shell181 para la placa de la mesa
```

```
ET,1,SHELL181
```

```
!Tipo de elemento Beam188 para las patas y refuerzos de la mesa
```

```
ET,2,BEAM188
```

```
!Definición de características de los materiales
```

```
MP,EX,1,21.E10      !Módulo de Young para el material 1
```

```
MP,NUXY,1,0.3      !Coeficiente de Poisson para el material 1
```

```
MP,DENS,1,7850     !Densidad del material 1
```

```
!Definición de secciones
```

```
!Sección 1 para la placa de la mesa
```

```
SECTYPE,1,SHELL,,PLACA
```

```
!Espesor, material
```

```
SECDATA,0.01,1
```

```
!Offset al tablero de la mesa para que esté sobre el refuerzo superior
```

```
SECOFFSET, USER,-0.035
```

```
!Sección 2 rectangular con espesor para las patas y refuerzos de la mesa  
SECTYPE,2,BEAM,HREC,PATAS,0
```

```
!Anchura, altura, espesor 1, espesor 2, espesor 3, espesor 4
```

```
SECDATA,0.05,0.05,0.003,0.003,0.003,0.003
```

```
!Definición de Keypoints
```

```
K,1,0.055,0.055,0
```

```
K,2,0.945,0.055,0
```

```
K,3,0.945,0.945,0
```

```
K,4,0.055,0.945,0
```

```
K,5,0.055,0.055,0.15
```

```
K,6,0.945,0.055,0.15
```

```
K,7,0.945,0.945,0.15
```

```
K,8,0.055,0.945,0.15
```

```
K,9,0.055,0.055,0.9
```

```
K,10,0.945,0.055,0.9
```

```
K,11,0.945,0.945,0.9
```

```
K,12,0.055,0.945,0.9
```

```
K,13,0.055,0.5,0.9
```

```
K,14,0.5,0.055,0.9
```

```
K,15,0.945,0.5,0.9
```

```
K,16,0.5,0.945,0.9
```

```
K,17,0,0,0.9
```

```
K,18,0.5,0,0.9
```

```
K,19,1,0,0.9
```

```
K,20,1,0.5,0.9
```

```
K,21,1,1,0.9
```

```
K,22,0.5,1,0.9
```

```
K,23,0,1,0.9
```

K,24,0,0.5,0.9

K,25,0.5,0.5,0.9

!Keypoint para el centro de la mesa

!Definición de las líneas para las patas y refuerzos

L,1,5 !Línea 1

L,5,9 !Línea 2

L,4,8 !Línea 3

L,8,12 !Línea 4

L,3,7 !Línea 5

L,7,11 !Línea 6

L,2,6 !Línea 7

L,6,10 !Línea 8

L,5,6 !Línea 9

L,5,8 !Línea 10

L,7,8 !Línea 11

L,6,7 !Línea 12

L,9,14 !Línea 13

L,14,10 !Línea 14

L,10,15 !Línea 15

L,15,11 !Línea 16

L,11,16 !Línea 17

L,16,12 !Línea 18

L,12,13 !Línea 19

L,13,9 !Línea 20

L,17,18 !Línea 21

L,18,19 !Línea 22

L,19,20 !Línea 23

L,20,21 !Línea 24

L,21,22 !Línea 25

L,22,23 !Línea 26

L,23,24 !Línea 27

```
L,24,17      !Línea 28
L,17,9       !Línea 29 para dividir la chapa de la mesa
L,18,14      !Línea 30 para dividir la chapa de la mesa
L,19,10      !Línea 31 para dividir la chapa de la mesa
L,20,15      !Línea 32 para dividir la chapa de la mesa
L,21,11      !Línea 33 para dividir la chapa de la mesa
L,22,16      !Línea 34 para dividir la chapa de la mesa
L,23,12      !Línea 35 para dividir la chapa de la mesa
L,24,13      !Línea 36 para dividir la chapa de la mesa
L,14,25      !Línea 37 para dividir la chapa de la mesa
L,25,16      !Línea 38 para dividir la chapa de la mesa
L,13,25      !Línea 39 para dividir la chapa de la mesa
L,25,15      !Línea 40 para dividir la chapa de la mesa
```

!Definición de las áreas para las placas

```
AL,13,20,37,39  !Área 1
AL,18,19,38,39  !Área 2
AL,16,17,38,40  !Área 3
AL,14,15,37,40  !Área 4
AL,28,36,29,20  !Área 5
AL,27,35,36,19  !Área 6
AL,26,34,35,18  !Área 7
AL,25,33,34,17  !Área 8
AL,33,24,16,32  !Área 9
AL,32,23,15,31  !Área 10
AL,31,22,14,30  !Área 11
AL,30,21,13,29  !Área 12
```

!Tamaño del elemento definido a partir de las líneas

LESIZE,ALL,0.1

!Elemento placa de la mesa

MAT,1

TYPE,1

SECNUM,1

ASEL,ALL

AMESH,ALL

!Elemento patas y refuerzos de la mesa

MAT,1

TYPE,2

SECNUM,2

LSEL,S,LINE,,1,20,1,0

!Para añadir el refuerzo inferior en forma de cruz a la mesa

!LSEL,A,LINE,,37,40,1,0

LMESH,ALL

!Condiciones de contorno

KSEL,S,KP,,1,4

DK,ALL,UX,0,,,UX,UY,UZ,,, !Apoyo de las patas

FINISH

!----- Análisis modal -----

/SOLU

```
ANTYPE,2
MODEOPT,LANB,11
MXPAND,11,,,YES
ALLSEL
SOLVE

FINISH
```

Código B-4. Listado de comandos de ANSYS para el análisis armónico del sistema mesa-cosechador

```
/PREP7

/ESHAPE,1      !Muestra las secciones del modelo

!Definición de tipo de elementos

!Tipo de elemento Shell181 para la placa de la mesa
ET,1,SHELL181

!Tipo de elemento Beam188 para las patas y refuerzos de la mesa
ET,2,BEAM188

!Tipo de elemento Link11 para el elemento muelle-amortiguador del
cosechador
ET,3,LINK11

!Tipo de elemento Mass21 para la masa del cosechador
ET,4,MASS21,,,2

!Definición de características de los materiales

MP,EX,1,21.E10      !Módulo de Young para el material 1
MP,NUXY,1,0.3      !Coeficiente de Poisson para el material 1
```

```
MP,DENS,1,7850      !Densidad del material 1
MP,DMPR,1,0.02     !Factor de amortiguamiento para el material 1
```

```
!Definición de propiedades geométricas
```

```
!Rigidez y amortiguamiento para el elemento muelle-amortiguador del
cosechador
```

```
R,1,1383.4429,0.1931
```

```
!Masa del cosechador
```

```
R,2,0.01685279049
```

```
!Definición de secciones
```

```
!Sección 1 para la placa de la mesa
```

```
SECTYPE,1,SHELL,,PLACA
```

```
!Espesor, material
```

```
SECDATA,0.01,1
```

```
!Offset al tablero de la mesa para que esté sobre el refuerzo superior
```

```
SECOFFSET, USER,-0.035
```

```
!Sección 2 rectangular con espesor para las patas y refuerzos de la mesa
```

```
SECTYPE,2,BEAM,HREC,PATAS,0
```

```
!Anchura, altura, espesor 1, espesor 2, espesor 3, espesor 4
```

```
SECDATA,0.05,0.05,0.003,0.003,0.003,0.003
```

```
!Definición de Keypoints
```

```
K,1,0.055,0.055,0
```

```
K,2,0.945,0.055,0
```

```
K,3,0.945,0.945,0
```

```
K,4,0.055,0.945,0
```

```
K,5,0.055,0.055,0.15
```

```
K,6,0.945,0.055,0.15
```

```
K,7,0.945,0.945,0.15
```

```
K,8,0.055,0.945,0.15
K,9,0.055,0.055,0.9
K,10,0.945,0.055,0.9
K,11,0.945,0.945,0.9
K,12,0.055,0.945,0.9
K,13,0.055,0.5,0.9
K,14,0.5,0.055,0.9
K,15,0.945,0.5,0.9
K,16,0.5,0.945,0.9
K,17,0,0,0.9
K,18,0.5,0,0.9
K,19,1,0,0.9
K,20,1,0.5,0.9
K,21,1,1,0.9
K,22,0.5,1,0.9
K,23,0,1,0.9
K,24,0,0.5,0.9
K,25,0.5,0.5,0.9      !Keypoint para la base del cosechador
K,26,0.5,0.5,1       !Keypoint para la masa del cosechador
```

```
!Definición de las líneas para las patas y refuerzos
```

```
L,1,5      !Línea 1
L,5,9      !Línea 2
L,4,8      !Línea 3
L,8,12     !Línea 4
L,3,7      !Línea 5
L,7,11     !Línea 6
L,2,6      !Línea 7
L,6,10     !Línea 8
```

L, 5, 6	!Línea 9
L, 5, 8	!Línea 10
L, 7, 8	!Línea 11
L, 6, 7	!Línea 12
L, 9, 14	!Línea 13
L, 14, 10	!Línea 14
L, 10, 15	!Línea 15
L, 15, 11	!Línea 16
L, 11, 16	!Línea 17
L, 16, 12	!Línea 18
L, 12, 13	!Línea 19
L, 13, 9	!Línea 20
L, 17, 18	!Línea 21
L, 18, 19	!Línea 22
L, 19, 20	!Línea 23
L, 20, 21	!Línea 24
L, 21, 22	!Línea 25
L, 22, 23	!Línea 26
L, 23, 24	!Línea 27
L, 24, 17	!Línea 28
L, 17, 9	!Línea 29 para dividir la chapa de la mesa
L, 18, 14	!Línea 30 para dividir la chapa de la mesa
L, 19, 10	!Línea 31 para dividir la chapa de la mesa
L, 20, 15	!Línea 32 para dividir la chapa de la mesa
L, 21, 11	!Línea 33 para dividir la chapa de la mesa
L, 22, 16	!Línea 34 para dividir la chapa de la mesa
L, 23, 12	!Línea 35 para dividir la chapa de la mesa
L, 24, 13	!Línea 36 para dividir la chapa de la mesa
L, 14, 25	!Línea 37 para dividir la chapa de la mesa
L, 25, 16	!Línea 38 para dividir la chapa de la mesa
L, 13, 25	!Línea 39 para dividir la chapa de la mesa
L, 25, 15	!Línea 40 para dividir la chapa de la mesa

```
!para el elemento muelle-amortiguador del cosechador
```

```
L,25,26      !Línea 41
```

```
!Definición de las áreas para las placas
```

```
AL,13,20,37,39      !Área 1
```

```
AL,18,19,38,39      !Área 2
```

```
AL,16,17,38,40      !Área 3
```

```
AL,14,15,37,40      !Área 4
```

```
AL,28,36,29,20      !Área 5
```

```
AL,27,35,36,19      !Área 6
```

```
AL,26,34,35,18      !Área 7
```

```
AL,25,33,34,17      !Área 8
```

```
AL,33,24,16,32      !Área 9
```

```
AL,32,23,15,31      !Área 10
```

```
AL,31,22,14,30      !Área 11
```

```
AL,30,21,13,29      !Área 12
```

```
!Tamaño del elemento definido a partir de las líneas
```

```
LESIZE,ALL,0.1
```

```
!Elemento placa de la mesa
```

```
MAT,1
```

```
TYPE,1
```

```
SECNUM,1
```

```
ASEL,ALL
```

```
AMESH,ALL
```

!Elemento patas y refuerzos de la mesa

MAT,1

TYPE,2

SECNUM,2

LSEL,S,LINE,,1,20,1,0

!Para añadir el refuerzo inferior en forma de cruz a la mesa

!LSEL,A,LINE,,37,40,1,0

LMESH,ALL

!Elemento muelle-amortiguador del cosechador

TYPE,3

REAL,1

LSEL,S,LINE,,41,,,0

LESIZE,all,,,1 !Usamos 1 elemento para el muelle-amortiguador

LMESH,ALL

!Elemento masa del cosechador

TYPE,4

REAL,2

NPT=NODE(0.5,0.5,1)

E,NPT

!Condiciones de contorno

KSEL,S,KP,,1,4

DK,ALL,UX,0,,,,UX,UY,UZ,,, !Apoyo de las patas

KSEL,ALL

DK,25,UX,0,,,,UY,ROTX,ROTY,ROTZ !Apoyo del cosechador

```
!Fuerza sobre el cosechador debido a la excitación de la base  
FK,26,FZ,-0.01685279049
```

```
FINISH
```

```
!----- Análisis armónico -----
```

```
/SOLU
```

```
ANTYPE,HARMIC      !Análisis armónico  
HROPT,FULL        !Análisis completo  
HROUT,OFF         !Resultados:amplitud y fase  
NSUBST,4096       !No. frecuencias  
HARFRQ,1,250     !Rango frecuencia  
SOLVE
```

```
FINIS
```

ANEXO C. RESULTADOS DEL ANÁLISIS MODAL DE LA MESA

C.1 Resultados del análisis modal del modelo de la mesa sin extremos volado

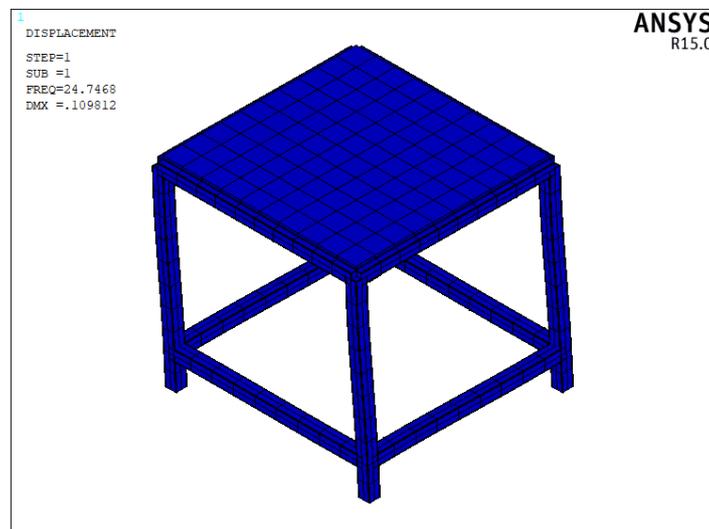


Figura C-1. Modo 1. Frecuencia natural: 24,7468 Hz.

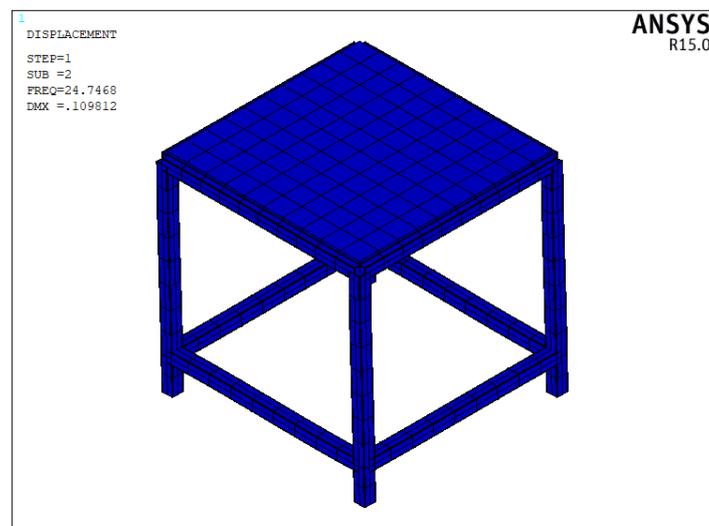


Figura C-2. Modo 2. Frecuencia natural: 24,7468 Hz.

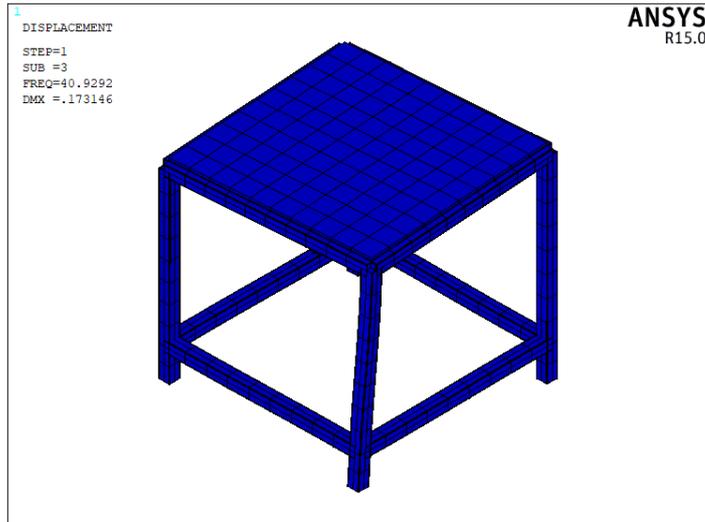


Figura C-3. Modo 3. Frecuencia natural: 40,9292 Hz.

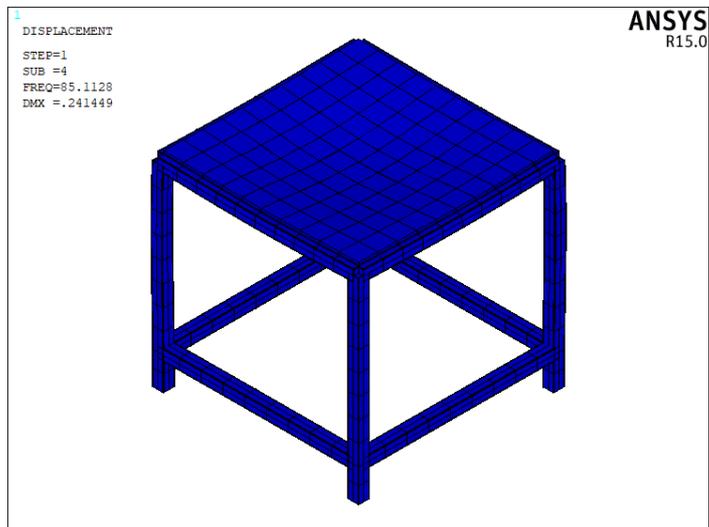


Figura C-4. Modo 4. Frecuencia natural: 85,1128 Hz.

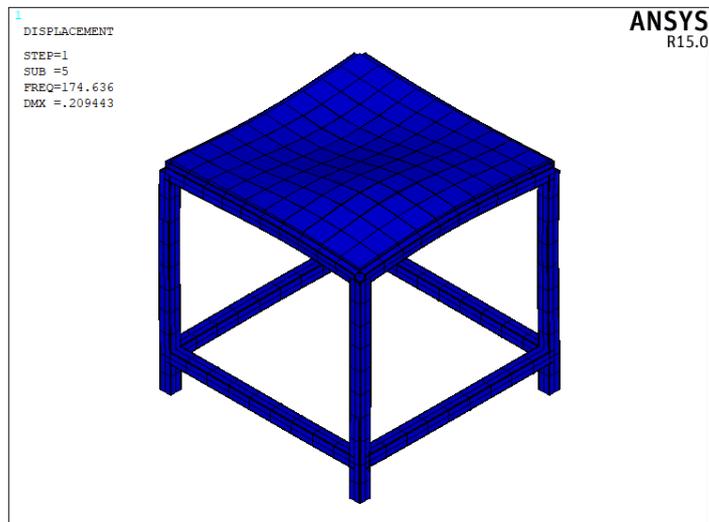


Figura C-5. Modo 5. Frecuencia natural: 174,636 Hz.

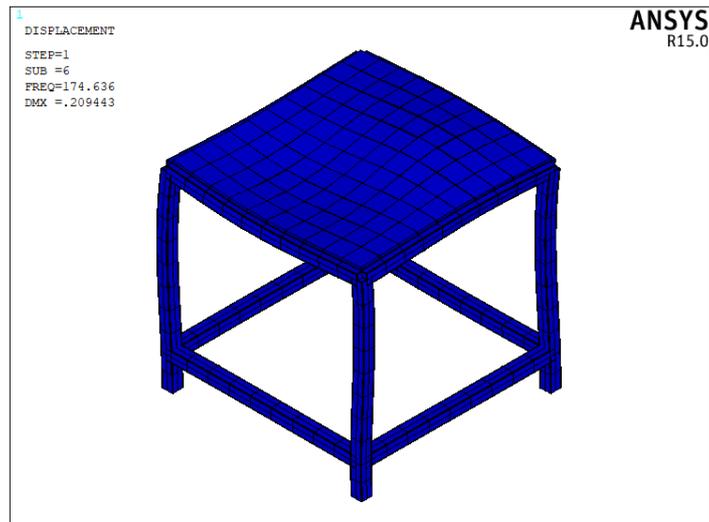


Figura C-6. Modo 6. Frecuencia natural: 174,636 Hz.

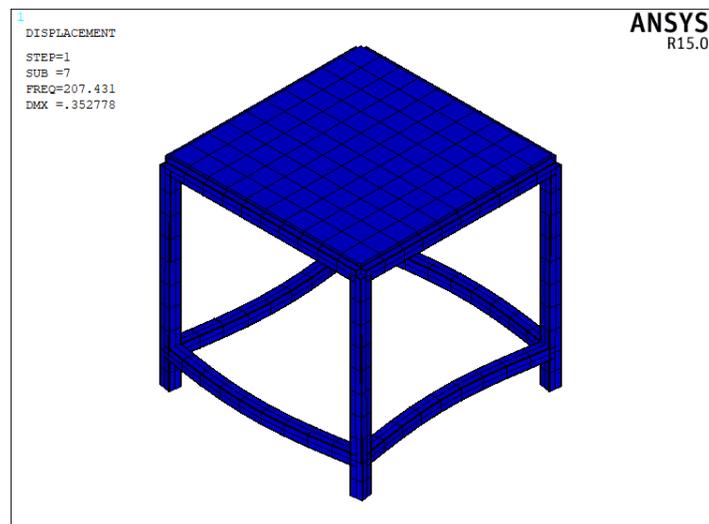


Figura C-7. Modo 7. Frecuencia natural: 207,431 Hz.

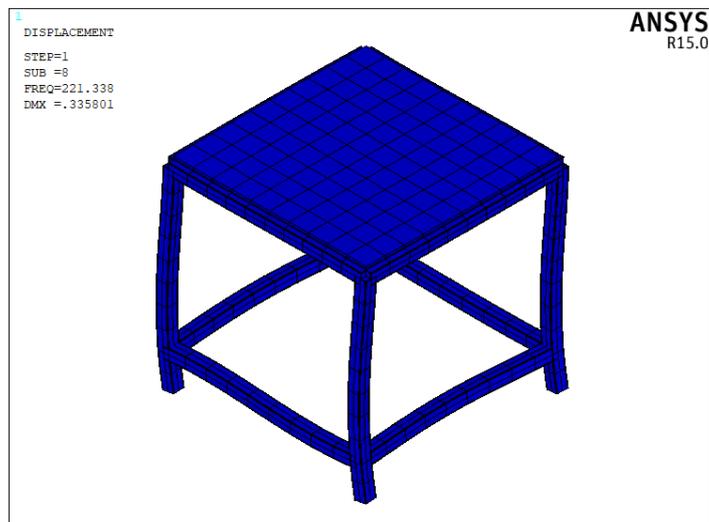


Figura C-8. Modo 8. Frecuencia natural: 221,338 Hz.

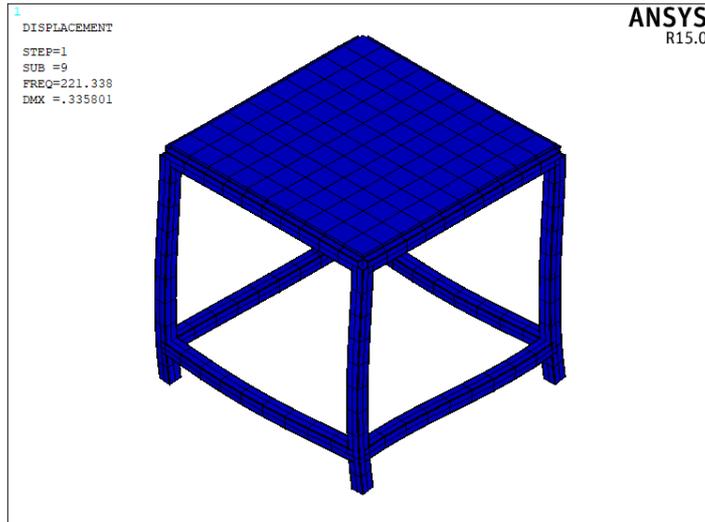


Figura C-9. Modo 9. Frecuencia natural: 221,338 Hz.

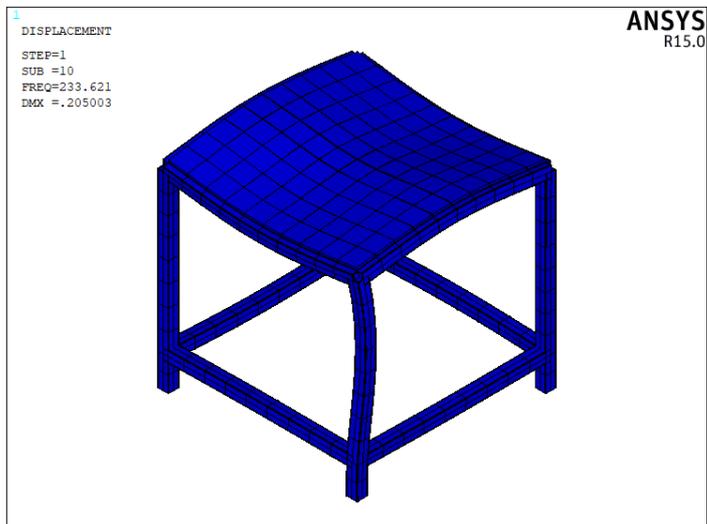


Figura C-10. Modo 10. Frecuencia natural: 233,621 Hz.

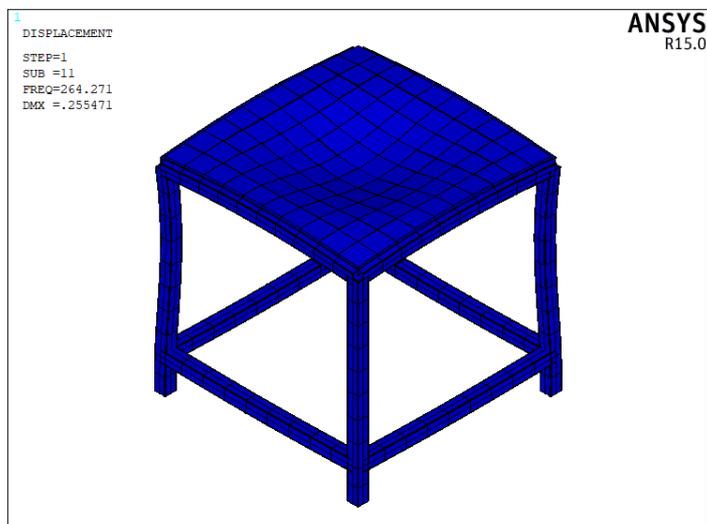


Figura C-11. Modo 11. Frecuencia natural: 264,271 Hz.

C.2 Resultados del análisis modal del modelo de la mesa con extremos volados

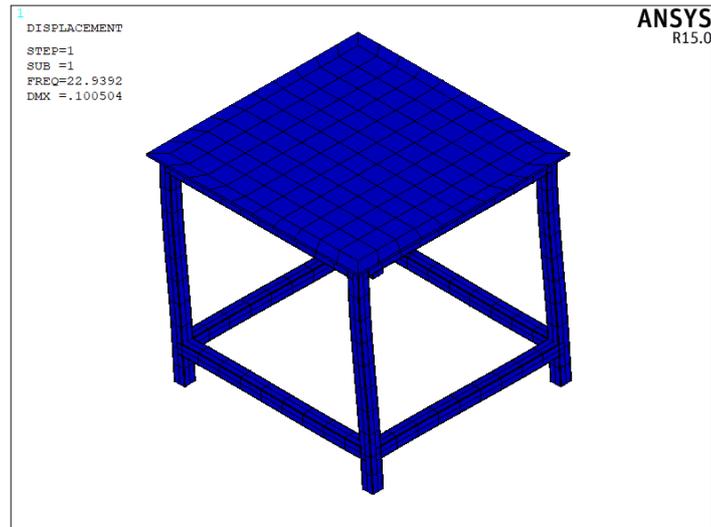


Figura C-12. Modo 1. Frecuencia natural: 22,9392 Hz.

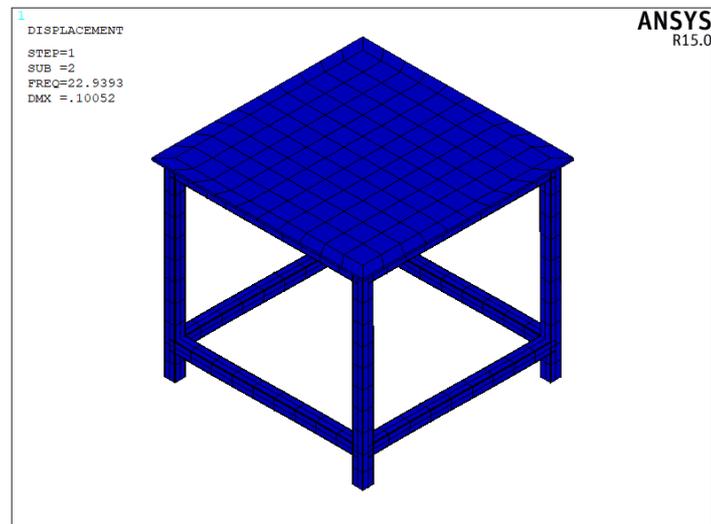


Figura C-13. Modo 2. Frecuencia natural: 22,9392 Hz.

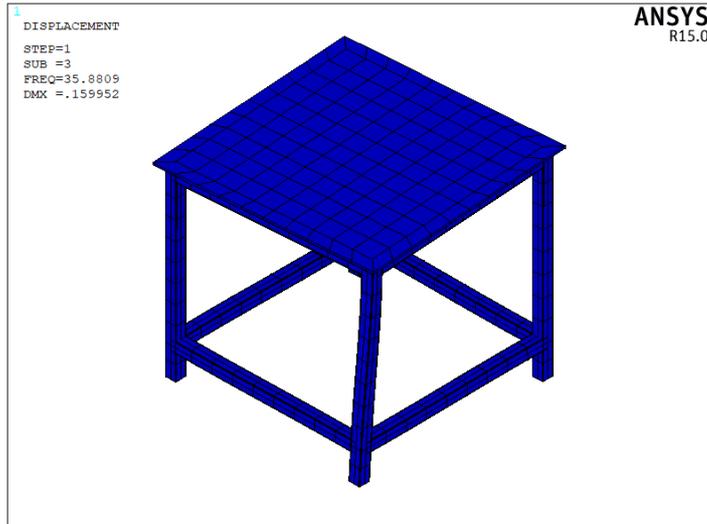


Figura C-14. Modo 3. Frecuencia natural: 35,8809 Hz.

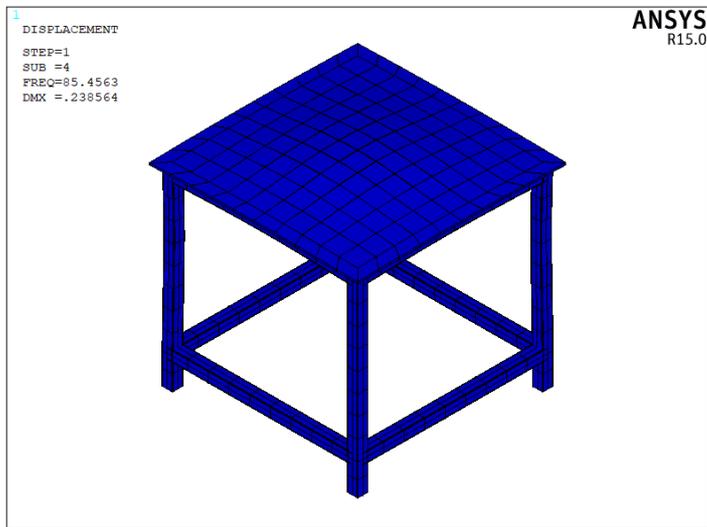


Figura C-15. Modo 4. Frecuencia natural: 85,4563 Hz.

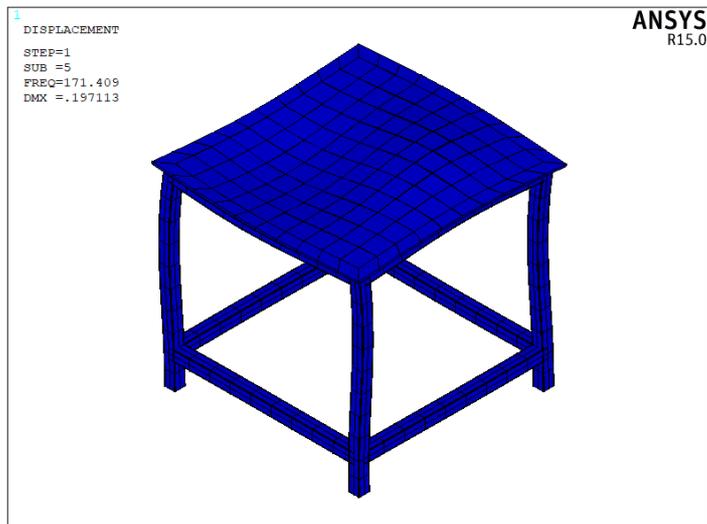


Figura C-16. Modo 5. Frecuencia natural: 171,409 Hz.

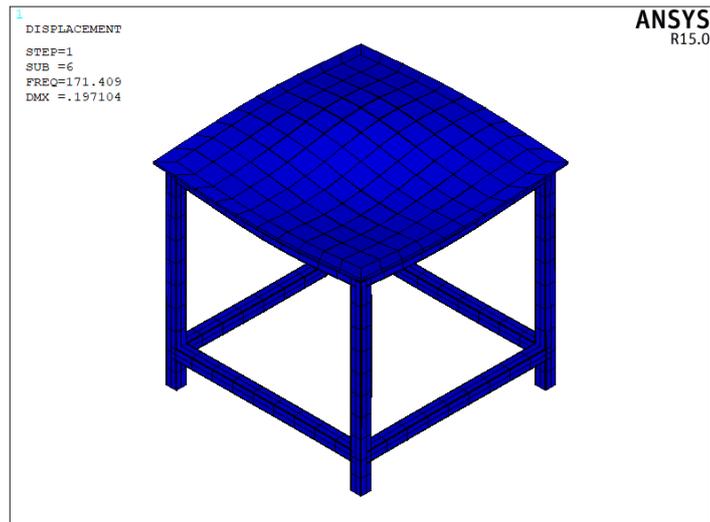


Figura C-17. Modo 6. Frecuencia natural: 171,409 Hz.

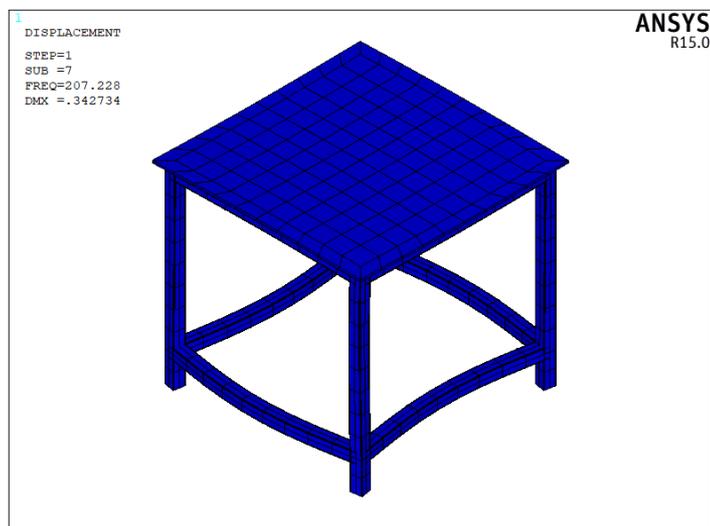


Figura C-18. Modo 7. Frecuencia natural: 207,228 Hz.

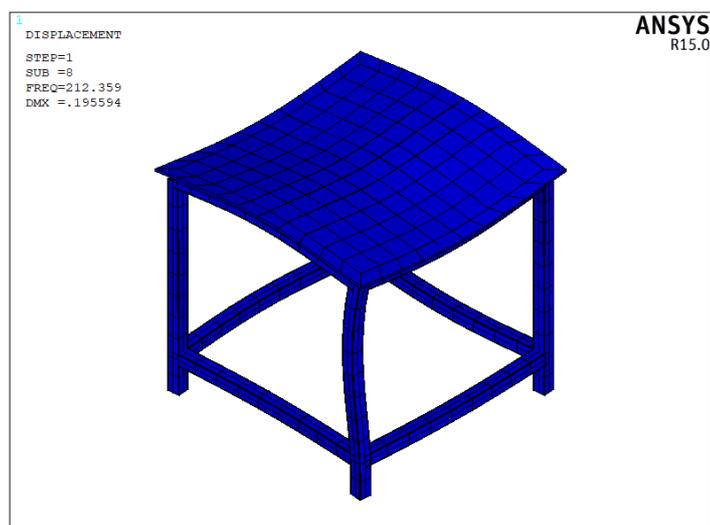


Figura C-19. Modo 8. Frecuencia natural: 212,359 Hz.

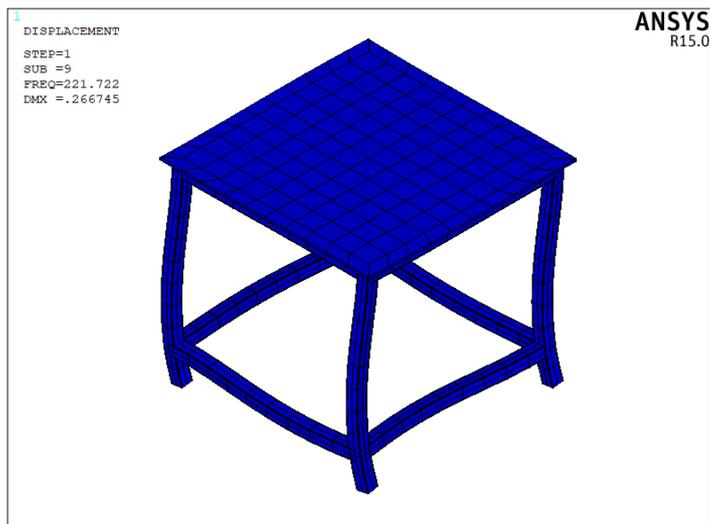


Figura C-20. Modo 9. Frecuencia natural: 221,722 Hz.

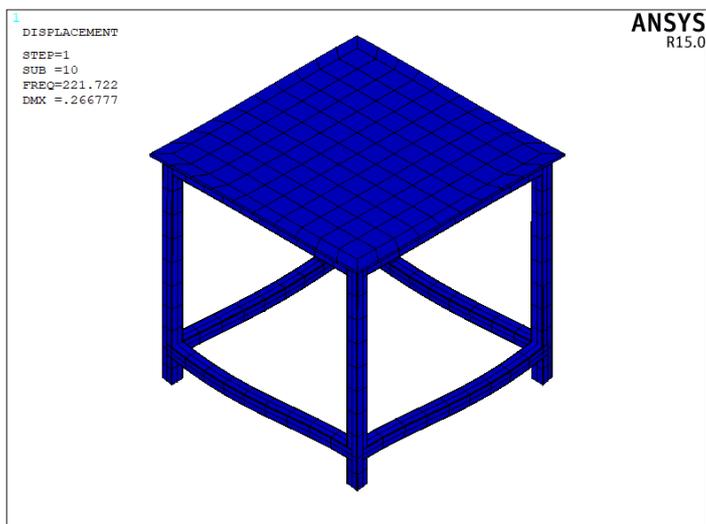


Figura C-21. Modo 10. Frecuencia natural: 221,722 Hz.

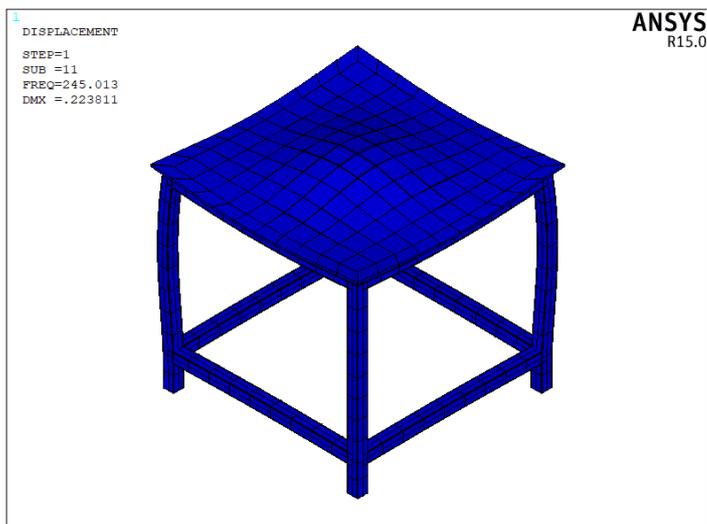


Figura C-22. Modo 11. Frecuencia natural: 245,013 Hz.

C.3 Resultados del análisis modal del modelo de la mesa con extremos volados y refuerzo adicional

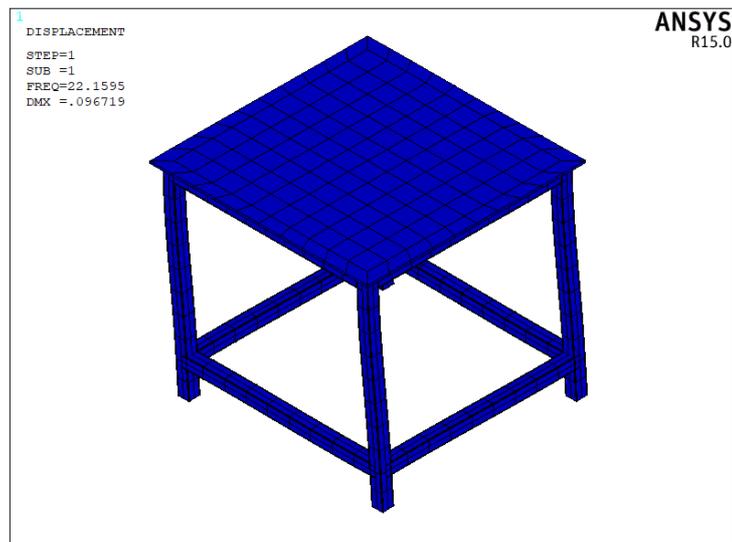


Figura C-23. Modo 1. Frecuencia natural: 22,1595 Hz.

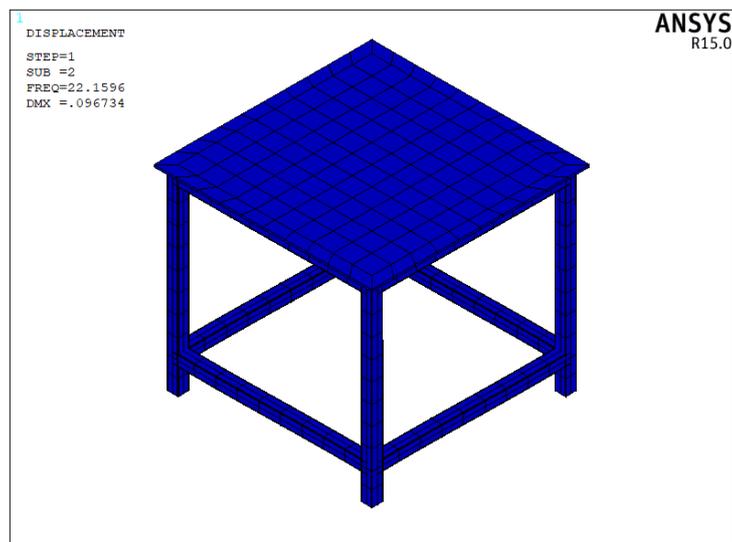


Figura C-24. Modo 2. Frecuencia natural: 22,1596 Hz.

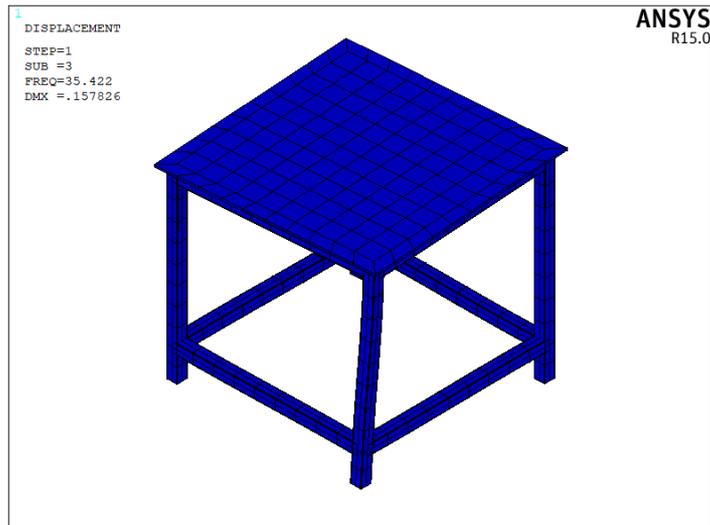


Figura C-25. Modo 3. Frecuencia natural: 35,422 Hz.

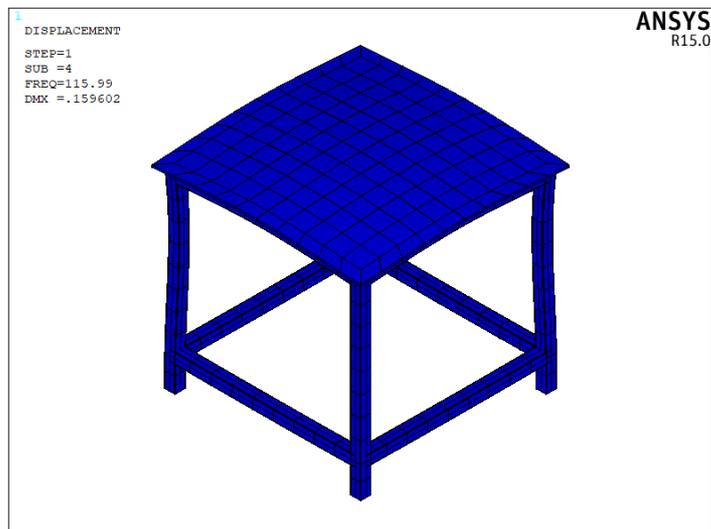


Figura C-26. Modo 4. Frecuencia natural: 115,99 Hz.

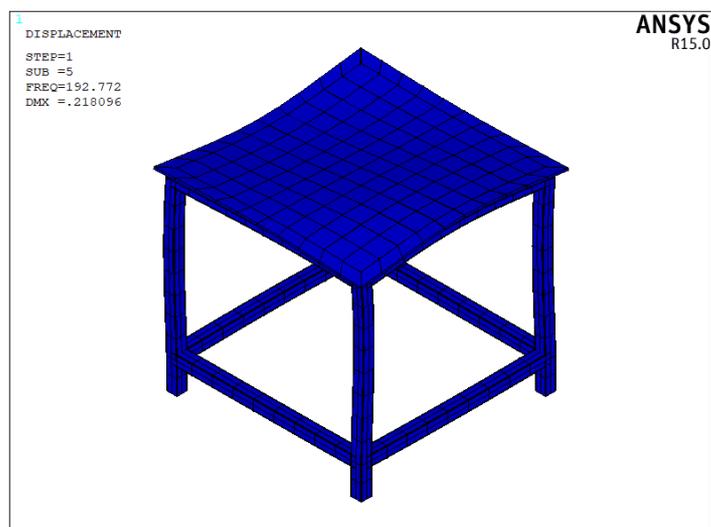


Figura C-27. Modo 5. Frecuencia natural: 192,772 Hz.

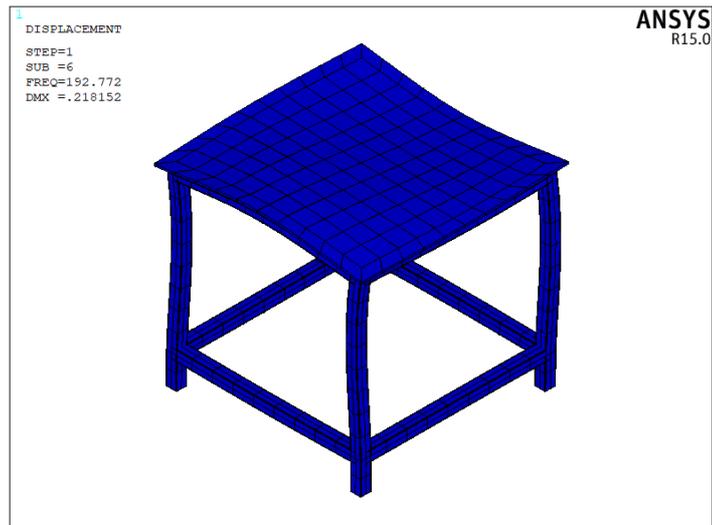


Figura C-28. Modo 6. Frecuencia natural: 192,772 Hz.

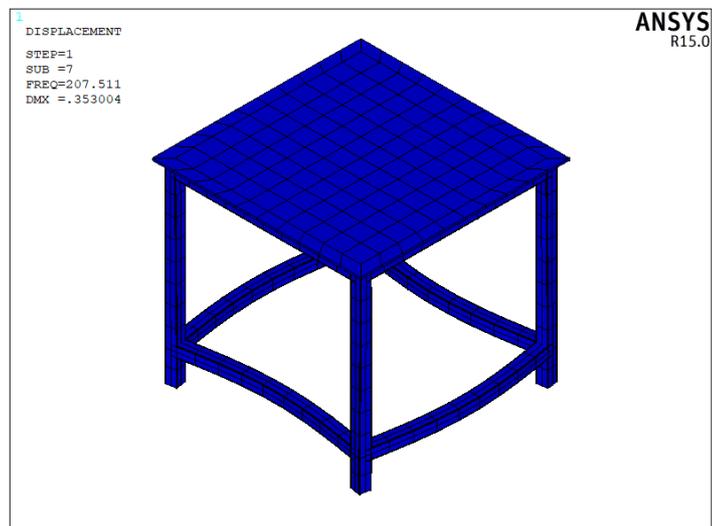


Figura C-29. Modo 7. Frecuencia natural: 207,511 Hz.

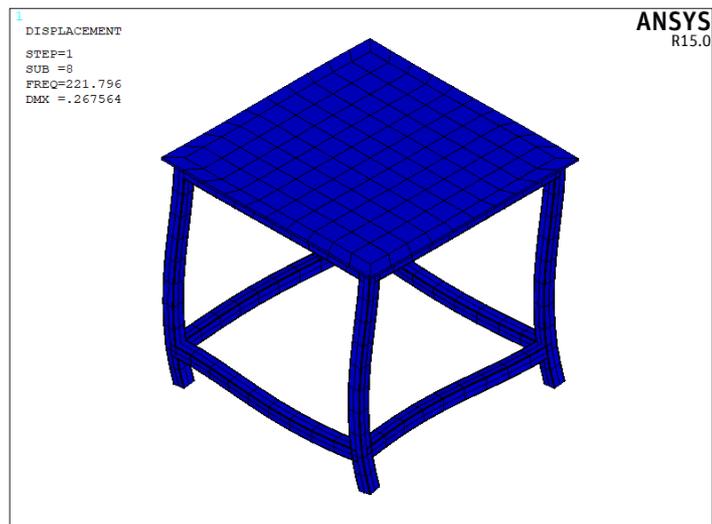


Figura C-30. Modo 8. Frecuencia natural: 221,796 Hz.

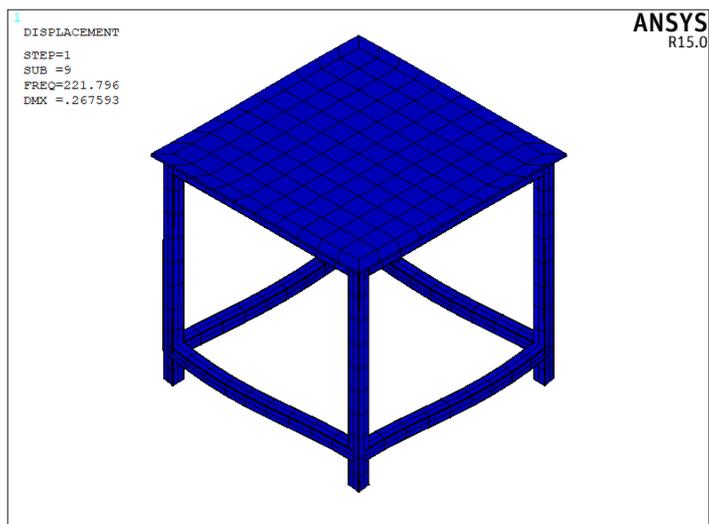


Figura C-31. Modo 9. Frecuencia natural: 221,796 Hz.

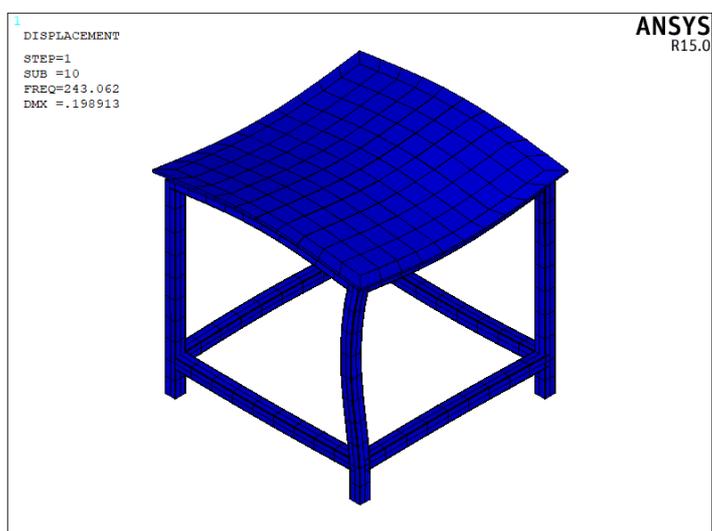


Figura C-32. Modo 10. Frecuencia natural: 243,062 Hz.

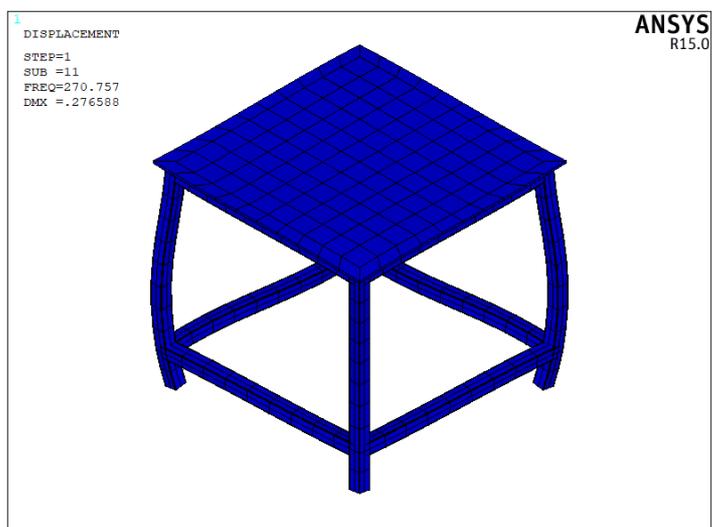


Figura C-33. Modo 11. Frecuencia natural: 270,757 Hz.

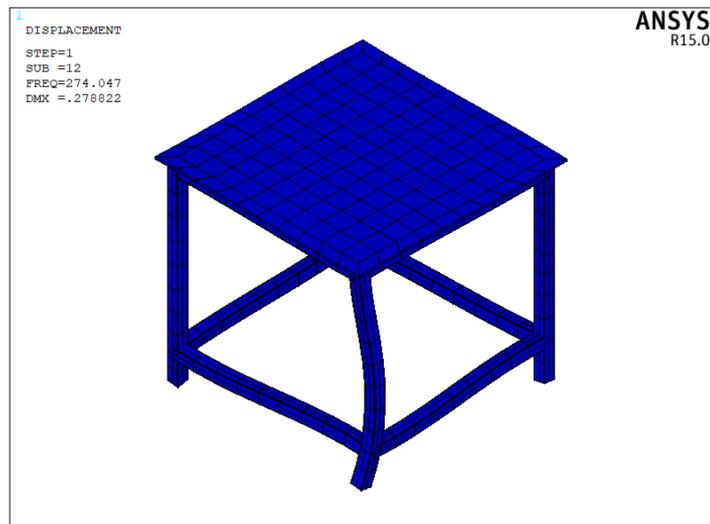


Figura C-34. Modo 12. Frecuencia natural: 274,047 Hz.

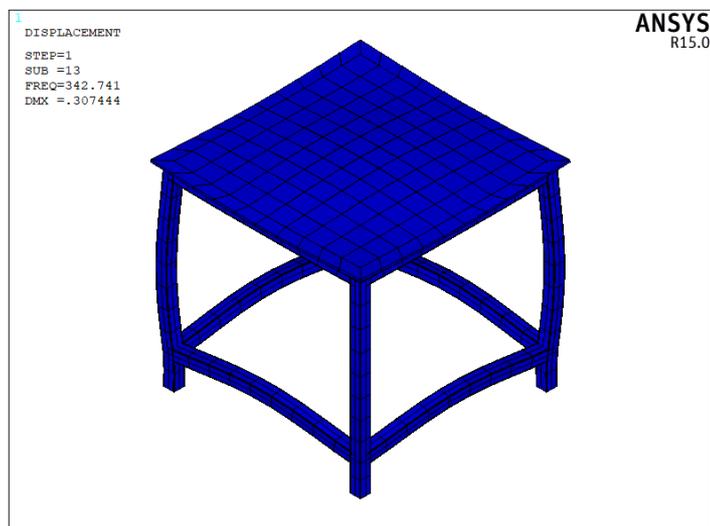


Figura C-35. Modo 13. Frecuencia natural: 342,741 Hz.

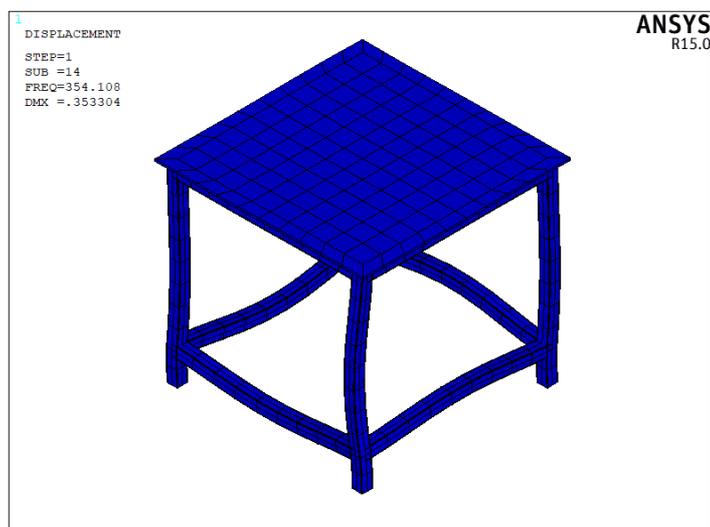


Figura C-36. Modo 14. Frecuencia natural: 354,108 Hz.

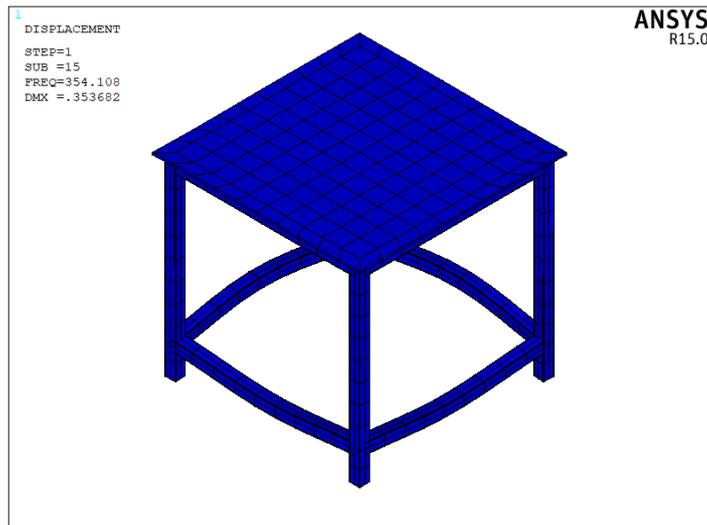


Figura C-37. Modo 15. Frecuencia natural: 354,108 Hz.

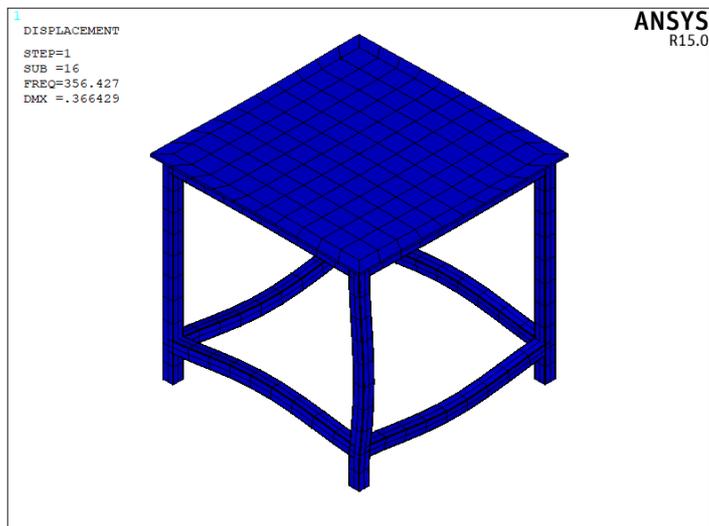


Figura C-38. Modo 16. Frecuencia natural: 356,427 Hz.

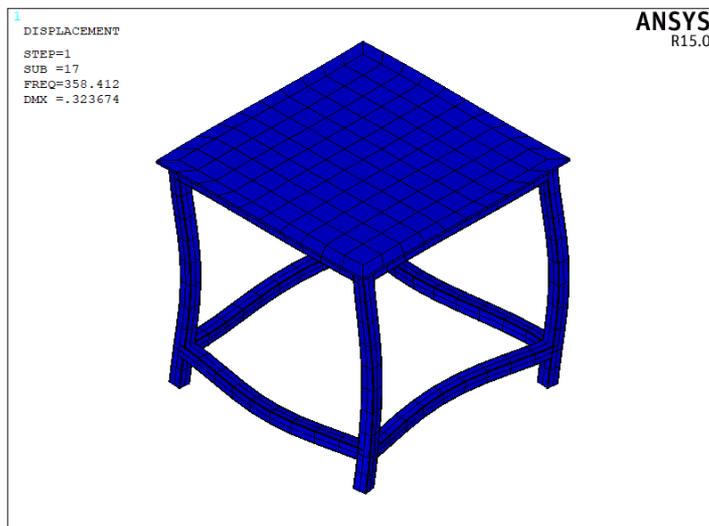


Figura C-39. Modo 17. Frecuencia natural: 358,412 Hz.

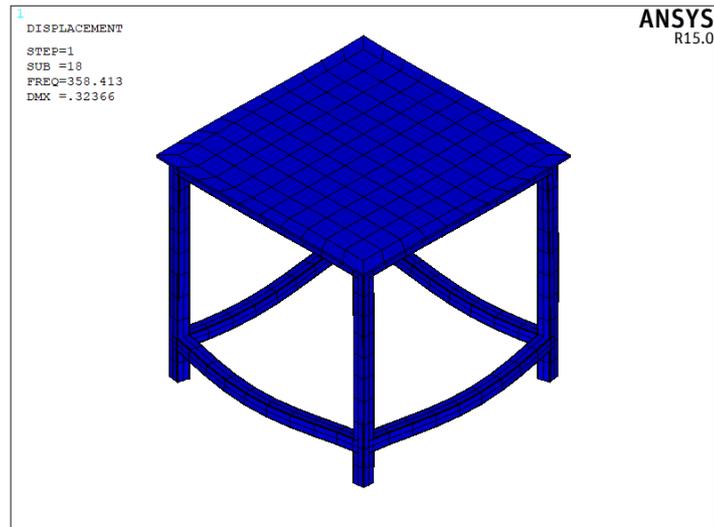


Figura C-40. Modo 18. Frecuencia natural: 358,413 Hz.

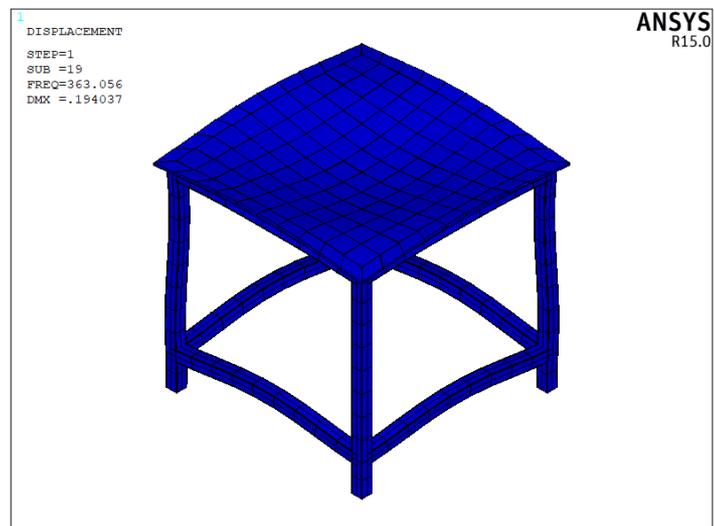


Figura C-41. Modo 19. Frecuencia natural: 363,056 Hz.

