

Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos,  
Canales y Puertos

Estudio numérico del comportamiento a flexión de  
una viga de hormigón de ultra altas prestaciones y  
pretensado

Autor: Alicia Afán Torrijos

Tutores:

Héctor Cifuentes Bulté

José David Ríos Jiménez

**Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría  
de Estructuras**

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería**

Sevilla, 2020





Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos

# **Estudio numérico del comportamiento a flexión de una viga de hormigón de ultra altas prestaciones y pretensado**

Autor:

Alicia Afán Torrijos

Tutores:

Héctor Cifuentes Bulté

Profesor Titular de Universidad

José David Ríos Jiménez

Doctor Ingeniero Industrial

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2020



Trabajo de fin de Máster: Estudio numérico del comportamiento a flexión de una viga de hormigón de ultra altas prestaciones y pretensado

Autor: Alicia Afán Torrijos

Tutores: Héctor Cifuentes Bulté  
José David Ríos Jiménez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2020



# ÍNDICE

---

## Resumen

Índice de tablas

Índice de figuras

<b>1. Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>2. Objetivos.....</b>	<b>3</b>
2.1. Objetivo principal.....	3
2.2. Objetivos secundarios.....	3
<b>3. Antecedentes.....</b>	<b>5</b>
3.1. Hormigón de alta resistencia.....	5
3.2. Hormigón de ultra-altas prestaciones.....	6
3.3. Hormigón pretensado.....	8
3.4. Aplicaciones.....	9
<b>4. Materiales.....</b>	<b>13</b>
4.1. Hormigón.....	13
4.1.1. Hormigón de ultra-altas prestaciones.....	13
4.1.2. Hormigón de alta resistencia.....	20
4.2. Armadura activa.....	21
4.3. Material de los apoyos.....	21
<b>5. Modelo de análisis del comportamiento en fractura de la viga construida con un hormigón de ultra-alta resistencia.....</b>	<b>23</b>
5.1. Introducción.....	23
5.2. Descripción geométrica.....	23
5.3. Propiedades y materiales.....	24
5.4. Cargas y condiciones de contorno.....	24
5.5. Discretización.....	26
5.6. Resultados y análisis.....	26
5.6.1. Resistencia general de la estructura.....	27
5.6.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo.....	29
5.6.3. Análisis cualitativo de las variables con el tiempo.....	32
5.6.3.1. Análisis del estado tensional de la viga.....	32

5.6.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga.....	35
<b>6. Modelo de análisis del comportamiento en fractura de la viga construida con un hormigón de ultra-altas prestaciones pretensado.....</b>	<b>39</b>
6.1. Introducción.....	39
6.2. Descripción geométrica.....	40
6.3. Módulo de ensamblado y de interacción.....	41
6.4. Propiedades y materiales.....	42
6.5. Cargas y condiciones de contorno.....	42
6.6. Discretización.....	44
6.7. Resultados y análisis.....	45
6.7.1. Resistencia general de la estructura.....	45
6.7.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo.....	47
6.7.3. Análisis cualitativo de las variables con el tiempo.....	52
6.7.3.1. Análisis del estado tensional de la viga.....	52
6.7.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga.....	55
6.7.3.3. Análisis del estado tensional de la armadura activa.....	57
<b>7. Modelo de análisis del comportamiento en fractura de la viga construida con un hormigón de alta resistencia.....</b>	<b>59</b>
7.1. Introducción.....	59
7.2. Descripción del modelo de elementos finitos.....	60
7.3. Resultados y análisis.....	60
7.3.1. Resistencia general de la estructura.....	61
7.3.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo.....	63
7.3.3. Análisis cualitativo de las variables con el tiempo.....	66
7.3.3.1. Análisis del estado tensional de la viga.....	66
7.3.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga.....	69
7.3.3.3. Análisis del estado tensional de la armadura activa.....	70
<b>8. Análisis comparativo.....</b>	<b>73</b>
8.1. Análisis comparativo del modelo de HUAP frente al modelo de HUAP-P.....	73
8.1.1. Comparación de la resistencia general de la estructura.....	73
8.1.2. Comparación del comportamiento de la estructura con el tiempo.....	73

8.2. Análisis comparativo del modelo de HUAP-P frente al modelo de HAR-P.....	76
8.2.1. Comparación de la resistencia general de la estructura.....	76
8.2.2. Comparación del comportamiento de la estructura con el tiempo.....	77
<b>9. Conclusiones.....</b>	<b>83</b>
<b>10. Bibliografía.....</b>	<b>85</b>
<b>ANEXOS DE CÁLCULO</b>	
Anexo 1. Diagrama de Magnel del modelo HUAP-P.....	89
Anexo 2. Diagrama de Magnel del modelo HAR-P.....	91



---

## RESUMEN

---

El siguiente documento consiste en un estudio numérico del comportamiento mecánico y en fractura de hormigones de ultra-altas prestaciones reforzados con fibras de acero y pretensado. Para ello, se ha utilizado el programa de elementos finitos, ABAQUS, y se ha modelado una viga biapoyada sometida a una carga uniformemente aplicada hasta llegar a su rotura. Dicho trabajo se ha centrado, en primer lugar, en desarrollar un modelo constitutivo de los hormigones utilizados (ultra-alta resistencia y alta resistencia) que reproduzca adecuadamente su comportamiento. Posteriormente, el trabajo se ha centrado en dos tipos de análisis comparativos. El primero, a la viga reforzada con un hormigón de ultra altas prestaciones se le ha añadido una armadura activa, con el fin de analizar la acción beneficiosa que ejerce la acción del pretensado. En segundo lugar, se ha llevado a cabo un modelo de viga de hormigón de alta resistencia pretensado y se ha realizado una comparación con los resultados del modelo de hormigón de ultra-altas prestaciones. Finalmente, se ha hecho un análisis comparativo entre el comportamiento de los tres tipos de refuerzos estudiados, ultra-altas prestaciones, ultra-altas prestaciones pretensado y alta resistencia pretensado. Las conclusiones principales que se obtienen reflejan por una parte un mejor comportamiento mecánico frente a la acción de las cargas externas gracias al efecto del pretensado y, por otra parte, las ventajas que suponen el empleo de un hormigón de ultra-altas prestaciones frente a un hormigón de alta resistencia.



---

## ABSTRACT

---

This document consists of a numerical study of the mechanical and fracture behavior of ultra-high performance concrete reinforced with steel fibers and prestressed. To this aim, it was used the finite element program, ABAQUS, and it was modeled a bi-supported beam, that was subjected to uniform loading until its collapsed. This work has been focused, first, on developing a constitutive model of the concretes used (ultra-high performance and high-strength concrete) that properly reproduce their behavior. Subsequently, the work has been focused on two types of comparative analysis. The first, an active reinforcement has been added to the beam reinforced with ultra-high performance concrete, in order to analyze the beneficial action provided by the prestressing action. Second, a model of the prestressed high-strength concrete beam has been carried out and a comparison has been made with the results of the model of ultra-high-performance concrete. Finally, a global comparative analysis has been performed between the behavior of the three types of reinforcements studied, ultra-high performance, ultra-high performance prestressed and high-strength prestressed concrete. The main conclusions shown an improved mechanical behavior against the action of external loading, as a result of the prestressing effect and, on the other hand, the advantages of using ultra-high-performance concrete instead of high-strength concrete.



## ÍNDICE DE TABLAS

---

<b>Tabla 1.</b> Propiedades plásticas del hormigón de ultra-altas prestaciones.....	18
<b>Tabla 2.</b> Comportamiento a compresión del hormigón de ultra-altas prestaciones.....	19
<b>Tabla 3.</b> Comportamiento a tracción del hormigón de ultra-altas prestaciones.....	19
<b>Tabla 4.</b> Propiedades elásticas del hormigón de alta resistencia.....	20
<b>Tabla 5.</b> Propiedades plásticas del hormigón de alta resistencia.....	20
<b>Tabla 6.</b> Comportamiento a compresión del hormigón de alta resistencia.....	20
<b>Tabla 7.</b> Comportamiento a tracción del hormigón de alta resistencia.....	20
<b>Tabla 8.</b> Propiedades elásticas del acero de la armadura activa.....	21
<b>Tabla 9.</b> Propiedades plásticas del acero de la armadura activa.....	21

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

<b>Figura 1. a) y b).</b> Fibras de acero cortas y fibras de acero largas.....	7
<b>Figura 2.</b> Relación del tamaño de las fibras de acero cortas y fibras de acero largas.....	8
<b>Figura 3.</b> Viga de hormigón con acero pretensado. (Hernández <i>et al.</i> ,2007).....	9
<b>Figura 4.</b> Estado tensional final de la viga pretensada. (Hernández <i>et al.</i> ,2007).....	9
<b>Figura 5.</b> Pasarelas peatonales de Montjüic.....	10
<b>Figura 6.</b> Pasarela sobre el río Segre (Lleida).....	10
<b>Figura 7.</b> Pasarela de hormigón de ultra-altas prestaciones sobre el Barranco de las Ovejas (Alicante).....	11
<b>Figura 8.</b> Puente de hormigón pretensado en Oelde. 1938.....	11
<b>Figura 9.</b> Construcción del puente de Balduinstein, sobre el Lahn (Alemania).1950.....	12
<b>Figura 10.</b> Ensayo de flexión en tres puntos sobre probeta de hormigón de ultra-altas prestaciones.....	13
<b>Figura 11.</b> Modelo 2D del ensayo de flexión en tres puntos. Cotas en centímetros.....	14
<b>Figura 12.</b> Mallado del modelo 2D del ensayo de flexión en tres puntos.....	15
<b>Figura 13.</b> Condiciones de contorno ensayo de flexión en tres puntos.....	15
<b>Figura 14.</b> Cargas aplicadas en el ensayo de flexión en tres puntos.....	15
<b>Figura 15.</b> Comparación curva carga-flecha MEF frente a la experimental.....	16
<b>Figura 16.</b> Respuesta del hormigón a la carga uniaxial en tracción.....	17
<b>Figura 17.</b> Respuesta del hormigón a la carga uniaxial en compresión.....	18
<b>Figura 18.</b> Zona de material elástico-lineal. (Zona roja).....	21
<b>Figura 19.</b> Perspectiva isométrica de la viga del HUAP. Cotas en metros.....	23
<b>Figura 20.</b> Sección de la viga del HUAP. Cotas en metros.....	24
<b>Figura 21.</b> Disposición de los materiales en la viga HUAP.....	24
<b>Figura 22.</b> Carga uniformemente distribuida sobre la viga.....	25
<b>Figura 23.</b> Evolución de las cargas externas con el tiempo.....	25
<b>Figura 24.</b> Condición de contorno en apoyo izquierdo.....	26
<b>Figura 25.</b> Viga HUAP mallada.....	26
<b>Figura 26.</b> Nodos del apoyo izquierdo.....	27
<b>Figura 27.</b> Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HUAP.....	27

<b>Figura 28.</b> Reacción total en un apoyo de la viga HUAP.....	28
<b>Figura 29.</b> Curva flecha-tiempo de la viga HUAP.....	28
<b>Figura 30.</b> Curva carga-flecha de la viga HUAP.....	29
<b>Figura 31.</b> Nodo seleccionado para el análisis a tracción de la viga HUAP.....	29
<b>Figura 32.</b> Nodo seleccionado para el análisis a compresión de la viga HUAP.....	29
<b>Figura 33.</b> Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X de la viga HUAP.....	30
<b>Figura 34.</b> Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de tracción de la viga HUAP.....	30
<b>Figura 35.</b> Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X de la viga HUAP.....	31
<b>Figura 36.</b> Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de compresión de la viga HUAP.....	31
<b>Figura 37.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 3 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	32
<b>Figura 38.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 3 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	32
<b>Figura 39.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	33
<b>Figura 40.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	33
<b>Figura 41.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 18 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	33
<b>Figura 42.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 19.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	34
<b>Figura 43.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 19.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	34
<b>Figura 44.</b> Estado tensional de la viga de HUAP a los 21 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	34
<b>Figura 45.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	35
<b>Figura 46.</b> Deformaciones plásticas de la viga a los 9 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	35
<b>Figura 47.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 18 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	36
<b>Figura 48.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 19.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	36

<b>Figura 49.</b> Deformaciones plásticas de la viga a los 21 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	36
<b>Figura 50.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 21 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	37
<b>Figura 51.</b> Curva carga-flecha para diferentes excentricidades de la vaina de la viga HUAP-P.....	39
<b>Figura 52.</b> Perspectiva isométrica de la viga HUAP-P. Cotas en metros.....	40
<b>Figura 53.</b> Sección de la viga HUAP-P. Cotas en metros.....	40
<b>Figura 54.</b> Detalle barra de armadura embebida en la viga HUAP-P.....	41
<b>Figura 55.</b> Región embebida de la viga HUAP-P.....	41
<b>Figura 56.</b> Disposición de los materiales en la viga HUAP-P.....	42
<b>Figura 57.</b> Temperatura aplicada de manera uniforme en la armadura activa de la viga HUAP-P.....	43
<b>Figura 58.</b> Aplicación temperatura en la armadura activa.....	44
<b>Figura 59.</b> Modificación de las condiciones de contorno.....	44
<b>Figura 60.</b> Viga HUAP-P mallada.....	45
<b>Figura 61.</b> Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HUAP-P.....	46
<b>Figura 62.</b> Reacción total en un apoyo de la viga HUAP-P.....	46
<b>Figura 63.</b> Curva flecha-tiempo de la viga HUAP-P.....	47
<b>Figura 64.</b> Curva carga-flecha de la viga HUAP-P.....	47
<b>Figura 65.</b> Nodo seleccionado para el estudio de la viga a compresión del HUAP-P.....	48
<b>Figura 66.</b> Nodo seleccionado para el estudio de la viga a tracción del HUAP-P.....	48
<b>Figura 67.</b> Nodo seleccionado para el estudio en la armadura.....	48
<b>Figura 68.</b> Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X en la viga HUAP-P.....	49
<b>Figura 69.</b> Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de tracción en la viga HUAP-P.....	50
<b>Figura 70.</b> Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X en la viga HUAP-P.....	50
<b>Figura 71.</b> Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de compresión en la viga HUAP-P.....	51
<b>Figura 72.</b> Evolución de las tensiones en la armadura activa en la dirección X.....	51
<b>Figura 73.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	52

<b>Figura 74.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	52
<b>Figura 75.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 48 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	53
<b>Figura 76</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	53
<b>Figura 77.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	53
<b>Figura 78.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	54
<b>Figura 79.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	54
<b>Figura 80.</b> Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 55.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	54
<b>Figura 81.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 30 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	55
<b>Figura 82.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 51 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior Escala de colores a compresión.....	55
<b>Figura 83.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	55
<b>Figura 84.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	56
<b>Figura 85.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	56
<b>Figura 86.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	56
<b>Figura 87.</b> Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 55.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	57
<b>Figura 88.</b> Estado tensional de la armadura pretensada a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. ....	57
<b>Figura 89.</b> Estado tensional de la armadura pretensada a los 48 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. ....	57
<b>Figura 90.</b> Estado tensional de la armadura pretensada a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. ....	58
<b>Figura 91.</b> Estado tensional de la armadura pretensada a los 55.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. ....	58
<b>Figura 92.</b> Curva carga-flecha para diferentes excentricidades de la vaina de la viga HAR-P.....	59

<b>Figura 93.</b> Temperatura aplicada de manera uniforme en la armadura activa en la viga HAR-P.....	60
<b>Figura 94.</b> Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HAR-P.....	61
<b>Figura 95.</b> Reacción total en un apoyo de la viga HAR-P.....	61
<b>Figura 96.</b> Curva flecha-tiempo de la viga HAR-P.....	62
<b>Figura 97.</b> Curva carga-flecha de la viga HAR-P.....	62
<b>Figura 98.</b> Punto seleccionado para el estudio a tracción en la viga HAR-P.....	63
<b>Figura 99.</b> Punto seleccionado para el estudio a compresión en la viga HAR-P.....	63
<b>Figura 100.</b> Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X en la viga HAR-P.....	64
<b>Figura 101.</b> Deformaciones plásticas en la zona de tracción en la viga HAR-P.....	64
<b>Figura 102.</b> Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X.....	65
<b>Figura 103.</b> Deformaciones plásticas en la zona de compresión de la viga HAR-P.....	65
<b>Figura 104.</b> Evolución de las tensiones tracción armadura activa en la dirección X en la viga HAR-P.....	66
<b>Figura 105.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	67
<b>Figura 106.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	67
<b>Figura 107.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	67
<b>Figura 108.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	68
<b>Figura 109.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	68
<b>Figura 110.</b> Estado tensional de la viga HAR-P a los 50 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.....	68
<b>Figura 111.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 40 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	69
<b>Figura 112.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 45 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a compresión.....	69
<b>Figura 113.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.....	69
<b>Figura 114.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	70

<b>Figura 115.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 55 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.....	70
<b>Figura 116.</b> Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	71
<b>Figura 117.</b> Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	71
<b>Figura 118.</b> Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 47.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	71
<b>Figura 119.</b> Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 50 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.....	72
<b>Figura 120.</b> Comparación curva carga-flecha HUAP y HUAP-P.....	73
<b>Figura 121.</b> Comparación curva tensión de tracción-tiempo HUAP y HUAP-P.....	74
<b>Figura 122.</b> Comparación curva deformación plástica de tracción-tiempo HUAP y HUAP-P.....	75
<b>Figura 123.</b> Comparación curva tensión de compresión-tiempo HUAP y HUAP-P.....	75
<b>Figura 124.</b> Comparación curva deformación plástica de compresión-tiempo HUAP y HUAP-P.....	76
<b>Figura 125.</b> Comparación curva carga-flecha HUAP-P y HAR-P.....	77
<b>Figura 126.</b> Comparación curva tensión de tracción-tiempo HUAP-P y HAR-P.....	78
<b>Figura 127.</b> Fibras de acero larga y corta reforzando el hormigón.....	78
<b>Figura 128.</b> Comparación curva deformación plástica de tracción-tiempo HUAP-P y HAR-P.....	79
<b>Figura 129.</b> Deformaciones plásticas de la viga HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	79
<b>Figura 130.</b> Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción.....	80
<b>Figura 131.</b> Comparación curva tensión de compresión-tiempo HUAP-P y HAR-P.....	80
<b>Figura 132.</b> Comparación curva deformación plástica de compresión-tiempo HUAP-P y HAR-P.....	81
<b>Figura 133.</b> Comparación curva tensión-tiempo armadura activa de HUAP-P y HAR-P.....	82
<b>Figura 134.</b> Diagrama de Magnel de la viga HUAP-P.....	90
<b>Figura 135.</b> Diagrama de Magnel de la viga HAR-P.....	92



---

## 1. INTRODUCCIÓN

---

Los grandes avances de investigación en la ingeniería permiten disponer de materiales con unas propiedades mecánicas mejoradas. El comportamiento mecánico de este tipo de materiales se obtiene empleando una serie de ensayos en laboratorio, algunos normalizados, y otros que surgen como exigencia de dichos avances.

Una vez obtenidas dichas propiedades del material se utilizan para desarrollar algún modelo de elementos finitos, intentando reproducir los ensayos de laboratorio, para comprobar que la respuesta obtenida en ellos sea muy aproximada a lo que se obtendría experimentalmente. De esta forma, una vez validado que las propiedades del material introducidas en el programa reproducen adecuadamente el comportamiento real del mismo, se pueden realizar modelos y simulaciones más complejas, que es el objetivo final de modelizar un material.

Este documento se centrará en dicho análisis aplicado a hormigones de ultra-altas prestaciones (HUAP) reforzados con fibras de acero, a partir de sus propiedades obtenidas, anteriormente, de forma experimental. Además de poner a punto un modelo numérico que reproduzca adecuadamente su comportamiento mecánico, se le añadirá la acción del pretensado para estudiar el beneficio que ofrece aplicar dicha técnica en este tipo de hormigones novedosos.

Con el fin de ampliar el estudio, también se comparará el modelo de hormigón de ultra-altas prestaciones, con un modelo de alta resistencia reforzado con armadura activa, para comprobar las mejoras que presenta el empleo de un hormigón frente al otro.

A continuación, se describen cada uno de los apartados que se han seguido en el documento para poder llegar a las conclusiones de este:

- En el segundo apartado, se describen los objetivos tanto principales como secundarios que se pretenden alcanzar en el desarrollo del documento.
- En el tercer apartado, se hace un estudio previo de los hormigones de alta resistencia, los de ultra-altas prestaciones y los pretensados. Para ello se basará en múltiples referencias bibliográficas.
- En el cuarto apartado se describen los materiales a emplear. En dicho apartado, también se describe la modelización del ensayo de flexión en tres puntos mediante elementos finitos, que será muy importante para describir el comportamiento del hormigón de ultra-altas prestaciones a emplear en este documento.
- En el quinto apartado, se realiza el análisis del comportamiento en fractura de un modelo de una viga realizado con un hormigón de ultra-altas prestaciones.
- En el sexto apartado, se realiza el análisis del comportamiento en fractura de un modelo de una viga realizado con un hormigón de ultra-altas prestaciones pretensado. En dicho apartado cobrará importancia la búsqueda de soluciones para modelizar el pretensado mediante elementos finitos.
- En el séptimo apartado, se realiza el análisis del comportamiento en fractura de un modelo de una viga realizado con un hormigón de alta resistencia pretensado.

- En el octavo apartado, partiendo de los datos de los modelos anteriores, se realizará un análisis comparativo entre ellos, resaltando las diferentes mejoras que suponen los materiales empleados. Con ello se podrá llegar a unas conclusiones que sirvan de base a futuras investigaciones.

---

## 2. OBJETIVOS

---

### 2.1. OBJETIVO PRINCIPAL

El objetivo principal es la comparación de diferentes tipos de hormigones, desde el punto de vista mecánico, mediante el empleo de una serie de modelos de elementos finitos (MEF) con el *software* ABAQUS. Dicho objetivo principal se llevará a cabo mediante las siguientes relaciones entre modelos de elementos finitos.

Por una parte, se analiza el efecto que produce la acción del pretensado en un modelo de una viga de hormigón de ultra-altas prestaciones, y para ello, se comparará dicho modelo con el mismo sin la acción del pretensado.

Por otra parte, se procederá a la comparación del modelo de hormigón de ultra-altas prestaciones pretensado y, el mismo, pero haciendo uso de un hormigón de alta resistencia. De esta forma se podrá determinar las diferencias que existen entre el empleo de distintos tipos de hormigones.

### 2.2. OBJETIVOS SECUNDARIOS

Para poder llevar a cabo el objetivo principal se tuvieron que resolver las siguientes cuestiones:

- Previamente a realizar dichos modelos numéricos, se deberá realizar un estudio riguroso del comportamiento del material a introducir en el MEF, para que los resultados obtenidos reproduzcan adecuadamente el comportamiento experimental. Para ello se partirá de resultados de ensayos experimentales que definen el comportamiento de los materiales y se realizará un modelo de elementos finitos.
- Se determinarán los diagramas de Magnel para obtener el número de cordones que debe tener la vaina de la armadura activa, en cada caso, y se llevará a cabo un análisis de la posición óptima de la vaina en la viga de los modelos.
- Se investigará la forma de aplicar el pretensado en el *software* ABAQUS.

La nomenclatura que se va a seguir para denominar a los hormigones empleados en los modelos es la siguiente:

- HUAP: Hormigón de ultra-altas prestaciones con mezcla de fibras de acero cortas y largas.
- HUAP-P: Hormigón de ultra-altas prestaciones con mezcla de fibras de acero cortas y largas, y armadura activa pretesa.
- HAR-P: Hormigón de alta resistencia con armadura activa pretesa.



---

## 3. ANTECEDENTES

---

A continuación, se van a describir los tipos de hormigones que se van a emplear en el documento, así como, las aplicaciones reales de los mismos en obras de ingeniería civil.

### 3.1. HORMIGÓN DE ALTA RESISTENCIA

Los hormigones de alta resistencia (HAR) o también denominados de altas prestaciones son aquellos que presentan una resistencia a compresión comprendida entre 50 y 100 MPa, según lo establecido en el artículo 31.3 de la EHE-08 (EHE-08). Surgieron con la aparición en el mercado de los plastificantes y los superfluidificantes a finales de los 70, principios de los 80, y a la adición de humo de sílice a su composición.

Con respecto al hormigón convencional presenta una mayor densidad, debido a la adición del humo de sílice que ocupa los huecos, de menor tamaño, que existen entre el árido y el cemento, además, de participar de forma activa en el proceso de fraguado. Ello contribuye a aumentar la resistencia, disminuir la permeabilidad y, por tanto, aumentar la durabilidad.

En el caso del hormigón de alta resistencia es normal que queden en la pasta partículas de cemento sin hidratar. Dichas partículas son más resistentes que los productos que las rodean, resultantes de los procesos de hidratación del cemento, y son en gran parte las responsables de la ganancia de resistencia del hormigón (Ruiz *et al.*, 2006).

Dicho desarrollo de la resistencia se refleja en un incremento de la rigidez del material. No obstante, al ser la pasta de cemento tan compacta provoca que el hormigón tenga un comportamiento más frágil respecto a un hormigón convencional.

Dicha fragilidad se refleja en dos aspectos esencialmente. En primer lugar, la rotura a compresión simple es explosiva. En segundo lugar, la curva carga-flecha es mucho más alta y estrecha respecto a un hormigón convencional, presentando una rama de ablandamiento más reducida (Cifuentes *et al.*, 2013).

Desde el punto de vista constructivo presenta las siguientes ventajas con respecto a un hormigón convencional:

- Al tener una mayor resistencia, las secciones de los elementos constructivos pueden reducirse, lo que provoca que el peso total de la estructura sea inferior, lo que repercute de forma beneficiosa a la cimentación de este.
- La compacidad de la matriz de este tipo de hormigones produce un aumento de la resistencia y una disminución de la permeabilidad, lo que se traduce en una mayor resistencia a la acción de los agentes externos de la estructura, es decir, un incremento de la durabilidad.
- Menor coste del material.

### 3.2. HORMIGÓN DE ULTRA-ALTAS PRESTACIONES

En la actualidad son mayores los requerimientos exigidos a las estructuras que se proyectan y, por tanto, a los materiales estructurales, los cuáles se encuentran en continuos procesos de investigación y desarrollo. Este es el caso del hormigón, el cual es objeto de numerosos estudios

con el fin de mejorar sus propiedades mecánicas y de fractura, así como su durabilidad, y con ello poder alcanzar nuevos retos estructurales.

Se entiende como hormigones de ultra-altas prestaciones o ultra-hormigones a aquellos que presentan una serie de características mejoradas con respecto a los hormigones convencionales, llegando a alcanzar valores de resistencia a compresión de más de 200 MPa (Graybeal, 2007) y también un significativo incremento de resistencia a tracción, bajo procesos de amasado y fraguado convencionales. Dichos hormigones se caracterizan por tener una matriz muy densa debido a la baja relación agua-cemento, normalmente inferior a 0.2, y a la inclusión de componentes de tamaño de partícula muy pequeño, en comparación con los empleados en hormigones convencionales (Song *et al.*, 2018). La ventaja de ello se refleja en la obtención de una mayor resistencia y durabilidad. Sin embargo, la baja porosidad conlleva un comportamiento del ultra-hormigón mucho más frágil que el de un hormigón convencional (Yousefieh *et al.*, 2017).

El defecto añadido del comportamiento frágil, que adquiere este tipo de hormigones, se manifiesta de dos formas. En primer lugar, en la rotura a compresión simple, que es mucho más explosiva y, en segundo lugar, se manifiesta en las curvas tensión-flecha, que, aunque alcanzan tensiones máximas más elevadas, las deformaciones y desplazamientos a tensiones últimas son inferiores en comparación con hormigones convencionales.

Debido al significativo aumento en la fragilidad de estos hormigones es necesario su refuerzo para mejorar la ductilidad y es muy común que sean reforzados con fibras de acero. La adición de fibras durante el proceso de amasado, permite que se distribuyan de manera uniforme en la matriz, aunque aleatoriamente, y que el comportamiento mecánico y en fractura del hormigón sea más homogéneo. La presencia de fibras de acero aumenta la ductilidad y, sobre todo, de manera muy significativa, la resistencia a tracción, pudiendo llegar a alcanzar valores alrededor de los 25 MPa. En cuanto a las propiedades de fractura, como la energía de fractura y la longitud característica del hormigón, también le aporta un incremento significativo debido a la presencia de las fibras de acero. Dado el comportamiento frágil de dichos hormigones se podría decir que parece inconcebible el uso de ellos sin el refuerzo de la matriz con algún tipo de armadura o fibras estructurales.

Aunque las fibras más utilizadas son las de acero, por motivos estructurales, existen fibras de distinta naturaleza que también pueden ser añadidas para mejorar otras propiedades del hormigón. Por ejemplo, las fibras de polipropileno se suelen añadir en los hormigones para prolongar el tiempo de vida útil de una estructura sometida a alta temperatura antes de que ocurra una rotura por desconchamiento (*spalling*). Las características geométricas y especificaciones de dichas fibras vienen indicadas en las normas UNE-EN 14889-1:2008 y UNE-EN14889:2008 respectivamente.

Por un lado, la adición de las fibras de acero se manifiesta en una mejora notable de las propiedades mecánicas, especialmente, la resistencia a tracción y las propiedades de fractura. Ello está relacionado con el efecto cosido de las fibras que favorece el comportamiento en fractura del hormigón (Cifuentes *et al.*, 2013).

Según la norma UNE-EN 14889-1:2008, las fibras de acero se clasifican en grupos en función del material empleado para su producción:

Grupo I: Alambres estirados en frío.

Grupo II: Láminas cortadas.

Grupo III: Extractos fundidos.

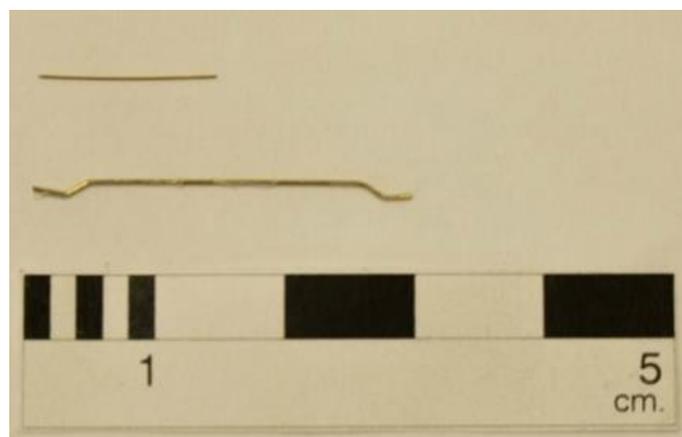
Grupo IV: Conformados en frío.

Grupo V: Aserrados de bloques de acero.

En cuanto a la forma de dichas fibras, la norma establece que deben ser rectas o deformadas. Dicho parámetro tiene gran importancia en las características de adherencia de la fibra con el hormigón. Cabe destacar dos tipos de fibras metálicas que se suelen emplear, siendo una de ellas la fibra de acero recta y corta, Figura 1.a), y la fibra de acero larga, con extremos en forma de gancho, Figura 1.b). Con las primeras se obtienen mayores cargas máximas, pues retrasa la macrofisuración, y las segundas, se emplean para mejorar la capacidad de deformación y energía de fractura, pues tienen mayor efectividad con las macrofisuras. Se suelen emplear la combinación de ambas con el objetivo de aprovechar la mejora que proporciona ambos tipos de fibras (Yoo *et al.*,2016).



(a) (b)  
**Figura 1 a) y b).** Fibras de acero cortas y fibras de acero largas.



**Figura 2.** Relación tamaño fibras de acero cortas y fibras de acero largas.

La norma establece otros parámetros que se deben tener en cuenta como son, la longitud, el diámetro de las fibras y la relación de aspecto (Figura 2). La EHE-08 indica que la longitud de la fibra ( $l_f$ ), debe ser como mínimo, 2 veces el tamaño del árido mayor, aunque lo usual es el empleo de longitudes comprendidas entre 2,5 a 3 veces el tamaño máximo de árido. La longitud debe ser suficiente para garantizar la adherencia con el hormigón y evitar arrancamientos fácilmente.

Además, a igualdad de longitud, a menor diámetro se aumenta el número de fibras por unidad de volumen y, por tanto, se consigue un comportamiento más eficiente y una mejor distribución de las tensiones.

### 3.3. HORMIGÓN PRETENSADO

Desde que surgió el hormigón armado, se ha intentado poner en carga las armaduras que lo componían con el fin de crear una tensión previa en el hormigón que mejorara su comportamiento ante la acción de las cargas externas. La razón de ello se debe a la resistencia a tracción que tiene el hormigón, que es muy inferior a su resistencia a compresión, lo que provoca que aparezcan fisuras rápidamente en las zonas traccionadas. En el artículo 20.1.1. de la EHE-08, se define el pretensado como la aplicación controlada de una tensión al hormigón mediante el tesado de tendones de acero.

En la Figura 3 se muestra una viga de hormigón sometida al efecto de pretensado. En la sección transversal del centro de la luz del vano, el diagrama de tensiones normales generado por el pretensado es la suma del diagrama de tensiones debido al axil  $N$ , es decir, la fuerza de pretensado introducida en la armadura activa, y el diagrama producido por el momento  $N \cdot e$ , siendo  $e$ , la excentricidad desde el centro de gravedad de la viga a la posición de la armadura activa.

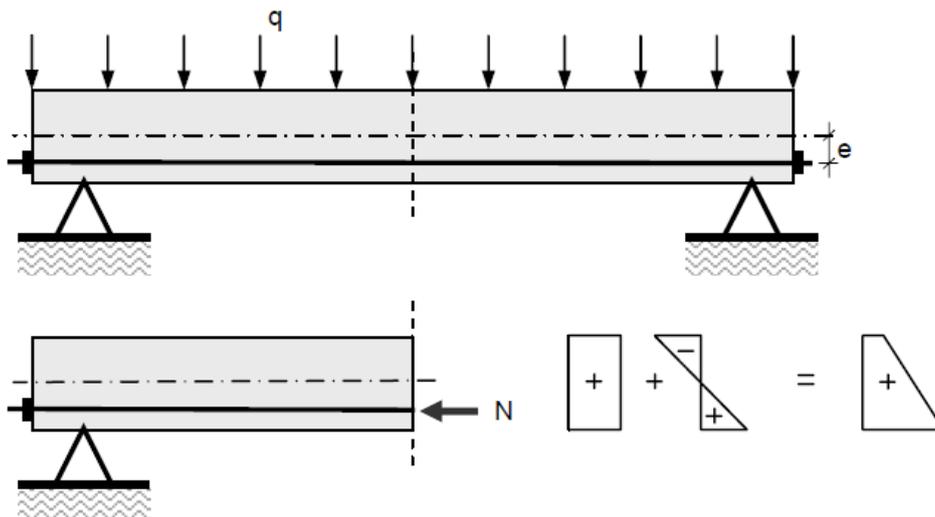


Figura 3. Viga de hormigón con acero pretensado. (Hernández *et al.*, 2007)

Si al estado tensional previo, debido a la acción de la carga correspondientes al pretensado, se le suman las tensiones debidas al momento producido por la carga, se alcanza un estado tensional final, cargado, inferior al estado tensional inicial, descargado (Figura 4).

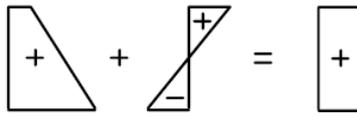


Figura 4. Estado tensional final de la viga pretensada. (Hernández *et al.*,2007)

### 3.4. APLICACIONES

A continuación, se van a mencionar algunos ejemplos reales donde se ha llevado a cabo el empleo de los tipos de hormigones descritos anteriormente:

#### a) Hormigón de alta resistencia

A continuación, se van a señalar algunas de las primeras construcciones que se realizaron en España empleando hormigones de alta resistencia:

1) El primer empleo en España de un hormigón de alta resistencia fue en la construcción del edificio Natura Playa, en Benidorm, realizado entre los años 1995 y 1996, cuyos pilares tienen una resistencia de 70 MPa.

2) En 1992, se construyeron dos pasarelas peatonales idénticas y simétricas por el motivo de los juegos olímpicos en Barcelona, sobre la avenida de Rius i Taulet, en el distrito de Sants-Montjuïc. Dichas pasarelas tenían de una viga en T invertida que salvaba una luz de 31.80 m. Se empleó un hormigón de resistencia de 80 MPa para el tablero de la pasarela. El motivo por el que se empleó un hormigón de alta resistencia se debía a dos motivos. Por un lado, la gran cantidad de acero que poseía el elemento estructural, le obligaba a emplear superfluidificantes, de un 0.3 a un 1.5 %, con el fin de mejorar la trabajabilidad. Por otro lado, de suplir la necesidad de la cabeza de compresión del nervio en la sección más solicitada frente a los esfuerzos de flexión positiva en las secciones intermedias de su luz (Gómez, 2000). Dicha pasarela tenía las condiciones de contorno que se muestran en la Figura 5.

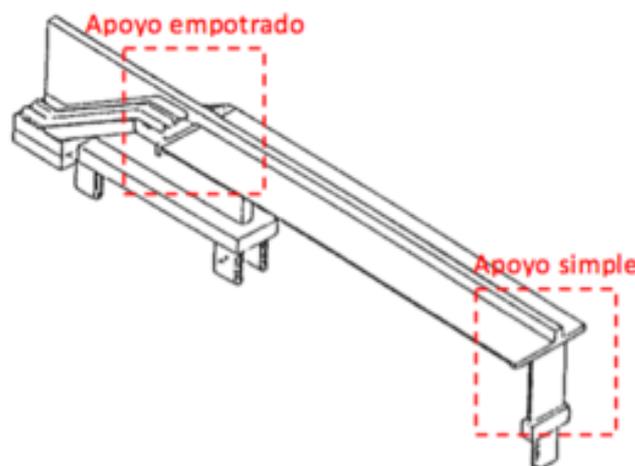


Figura 5. Pasarelas peatonales de Montjuïc.

En 1996, se construye una pasarela sobre el margen izquierdo del río Segre, uniendo el centro urbano de Lleida con el barrio de Cap Pont (Figura 6). Dicha pasarela está constituida por una viga continua de cuatro vanos, salvando una luz total de 83 metros, empleándose para ello un hormigón de resistencia de 60 MPa.



**Figura 6.** Pasarela sobre el río Segre (Lleida).

### **b) Hormigón de ultra-altas prestaciones**

Las ventajas de las propiedades mecánicas de los hormigones de ultra-altas prestaciones reforzados con fibras, con respecto a los hormigones convencionales, hace útil su empleo en diferentes construcciones civiles.

Un ejemplo de una estructura realizada con este tipo de material es la pasarela sobre el Barranco de las Ovejas, en Alicante. En 2014, se construyó dicha pasarela con una luz de 42,81 metros (Figura 7), resuelta mediante una doble celosía Warren modificada de canto variable, conectadas ambas mediante una celosía inferior y un tablero intermedio de 3 m de ancho. Fue promovida por el grupo de investigación en tecnologías de hormigones especiales del Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH) de la Universitat Politècnica de València (UPV). Dicha pasarela está compuesta íntegramente de hormigón de ultra-altas prestaciones con distintos tipos de fibras, convirtiéndose en la primera celosía en el mundo realizada en su totalidad con UHPFRC. La idea inicial era realizarla como una pasarela metálica, pero se descartó, ya que el buen comportamiento de dichos hormigones ante los agentes externos eliminaba prácticamente los costes de mantenimiento además de conferirle un carácter innovador a la obra (Serna *et al.*,2015)



**Figura 7.** Pasarela de hormigón de ultra-altas prestaciones sobre el Barranco de las Ovejas (Alicante).

### c) Hormigón pretensado

Hasta la aparición en el mercado de los aceros de elevado límite elástico, no se pudo emplear la técnica de pretensado, y se utilizaron por primera vez en la estación marítima de Havre en 1933, en el refuerzo de su cimentación.

1) En 1938, se realizó en Alemania el primer puente pretensado, el puente de Oelde, bajo el proyecto y dirección de Freyssinet (Figura 8). Se trata de un puente biapoyado de 31 m de luz compuesto por cuatro vigas doble T espaciadas a 1.4 m, con cuatro vigas riostras intermedias y dos en los extremos, además de un tablero de hormigón armado. Se empleó como pretensado, acero al manganeso de alta resistencia, de 960 MPa, con diámetros de 40 mm, en el cordón inferior, y de 10 mm, en el superior. (Manterola, 1984).

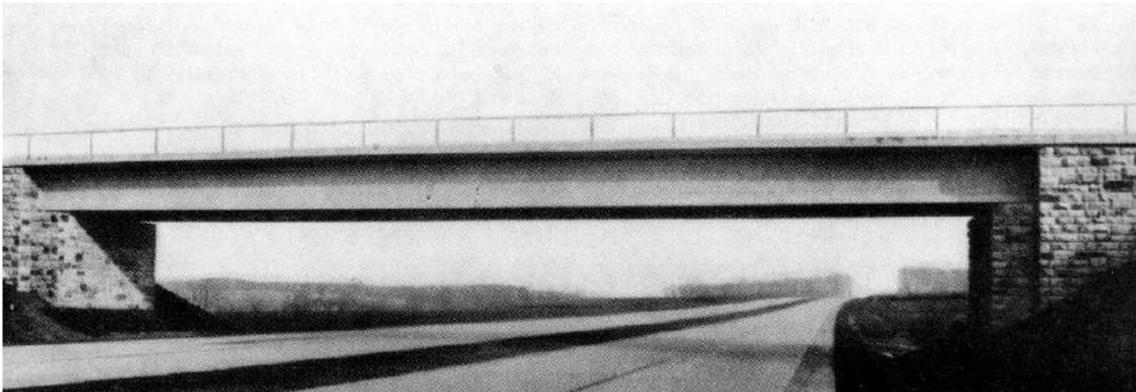


Figura 8. Puente de hormigón pretensado en Oelde. 1938

2) En 1950, sobre el Lahn (Alemania), se realizó el puente de Baldulnstein, convirtiéndose en el primer puente construido en avance en voladizo sucesivo en hormigón pretensado, con una luz de 62 metros (Figura 9).

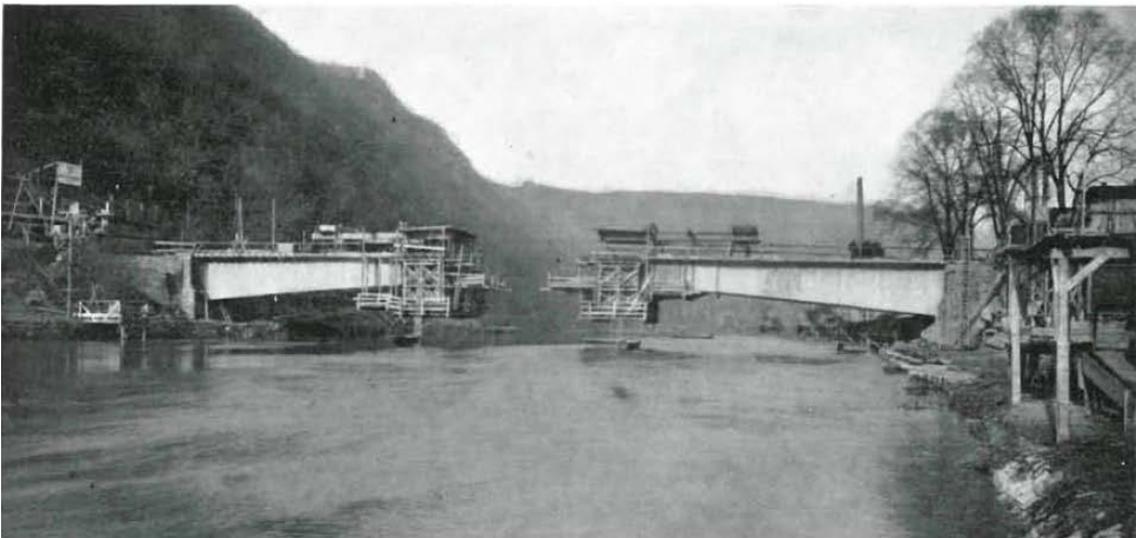


Figura 9. Construcción del puente de Baldulnstein, sobre el Lahn (Alemania).1950.



---

## 4. MATERIALES

---

A continuación, se muestran las características de cada uno de los materiales que se van a emplear en los modelos de elementos finitos realizados en ABAQUS.

### 4.1. HORMIGÓN

#### 4.1.1. Hormigón de ultra-altas prestaciones

Se va a emplear un hormigón de ultra-altas prestaciones cuyas propiedades han sido obtenidas experimentalmente (Ríos *et al.*, 2020). La densidad del hormigón es de  $2600 \text{ kg/m}^3$  y, respecto a propiedades elásticas, dicho hormigón posee un módulo de Young de  $47800 \text{ MPa}$  y un coeficiente de Poisson de  $0.3$ .

Para verificar que el comportamiento en fractura del hormigón que se modele en ABAQUS sea lo más afín a lo obtenido en laboratorio, se va a realizar un modelo de elementos finitos del ensayo de flexión en tres puntos sobre una probeta entallada. De esta forma se comparará la curva carga-flecha numérica con respecto a la obtenida experimentalmente. En la Figura 10, se muestra un ensayo de flexión en tres puntos de una probeta de hormigón de ultra-altas prestaciones.



**Figura 10.** Ensayo de flexión en tres puntos sobre probeta de hormigón de ultra-altas prestaciones.

La importancia de este ensayo radica en la obtención del comportamiento a tracción del hormigón y los parámetros de fractura, los cuales son los que permiten reproducir el proceso de fractura del hormigón. Según el Código Modelo (CEB-FIB, 1990), la única forma de obtener de manera adecuada los parámetros de fractura es a través de un ensayo experimental. Por tanto, el comportamiento en fractura del hormigón va a depender de la afinidad entre la curva experimental con la del MEF.

Los parámetros de fractura más significativos son los siguientes:

- La energía de fractura,  $G_f$  (N/m), es el área encerrada por la curva de comportamiento  $\sigma - w$  y representa la cantidad de energía necesaria para la creación de una grieta de superficie unidad en el hormigón.
- La longitud característica,  $l_{ch}$  (mm), es un parámetro introducido por Hillerborg (Hillerborg *et al.*, 1976) que caracteriza la fragilidad intrínseca del material cohesivo.

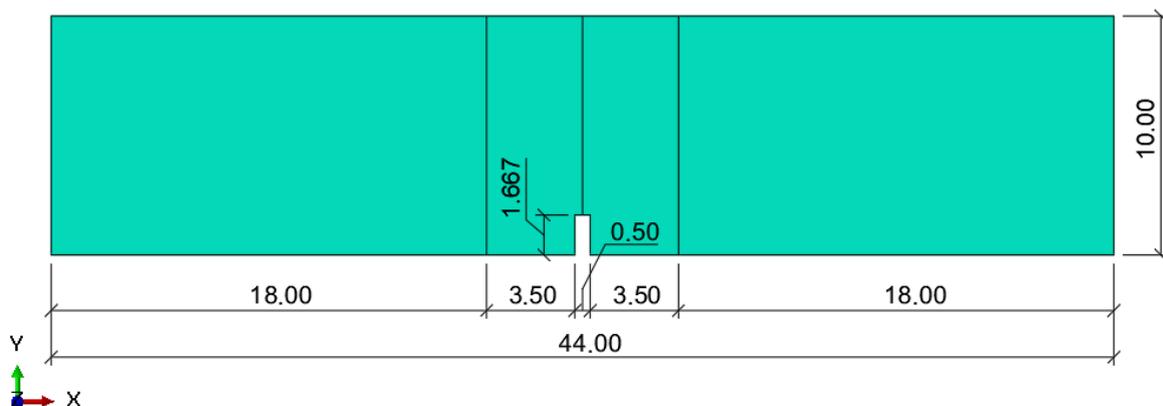
Dicho ensayo se realiza correctamente siguiendo una serie de recomendaciones de la asociación internacional RILEM (TCM-85 RILEM). Existen recomendaciones para la realización del ensayo empleando tanto hormigones convencionales, como para hormigones reforzados con fibras (RILEM TC 162-TDF). A continuación, se describen algunas de las recomendaciones que ayudarán a la descripción del modelo de elementos finitos que se va a realizar:

- Las dimensiones de la viga a emplear en el ensayo vienen determinadas por el tamaño máximo de árido  $d_{m\acute{a}x}$ . Las dimensiones de la viga empleadas en el ensayo son 440 x 100 x 100 mm. Para un hormigón reforzado con fibras, la norma UNE-EN 14651:2007+A1 establece que la entalla debe tener una profundidad de  $\alpha = a/D = 1/6$ , siendo  $a$ , la profundidad de la entalla y  $D$ , el canto.
- En ensayo se debe realizar en una máquina que permita realizar el control en desplazamiento para asegurar un crecimiento estable de la grieta. Por ello, en el MEF en vez de aplicar una carga en el centro de la viga, se impondrá como condición de contorno un desplazamiento en el centro de esta.
- Se medirá de manera continua el desplazamiento vertical en función de la carga  $P$ , hasta la fractura completa de la probeta en el punto central de la luz de la viga. En el modelo se escogerá un punto de la mitad de la viga y se estudiará el desplazamiento de este en función de la carga aplicada con el tiempo.

A continuación, siguiendo las recomendaciones anteriores, se va a describir el modelo de elementos finitos del ensayo de flexión en tres puntos realizado.

#### a) Descripción geométrica y discretización

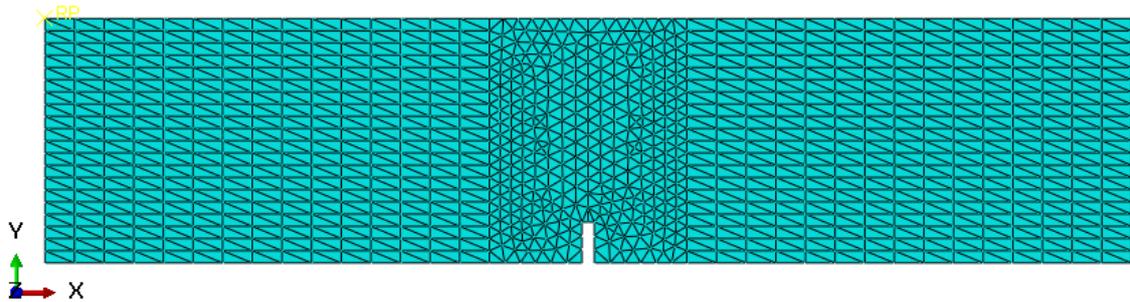
La viga se ha modelizado como un elemento 2D deformable, con una dimensión de 440 x 100 mm y una entalla, en la zona central, de dimensiones 5 x 16.67 mm (Figura 11).



**Figura 11.** Modelo 2D del ensayo de flexión en tres puntos. Cotas en centímetros.

Como la parte central de la viga, alrededor de la entalla, es la zona de interés para obtener los resultados, se ha decidido realizar dos particiones a 180 mm de cada extremo como se muestra en la Figura 11. De esta forma, en dicha zona, se podrá realizar un mallado más fino que en el resto de la viga, reduciendo el coste computacional que sería mayor si se hubiera empleado la misma discretización en el resto de la viga.

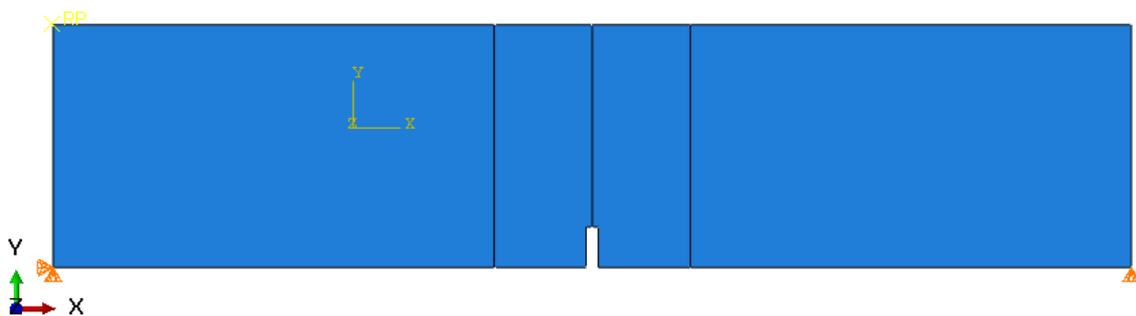
La zona central de la viga está discretizada en 604 elementos triangulares de 3 nodos, del tipo CPE3, que son elementos dentro de la familia de Plane Strain. El resto de la viga está mallada en 1200 elementos del mismo tipo que los anteriores (Figura 12).



**Figura 12.** Mallado del modelo 2D del ensayo de flexión en tres puntos.

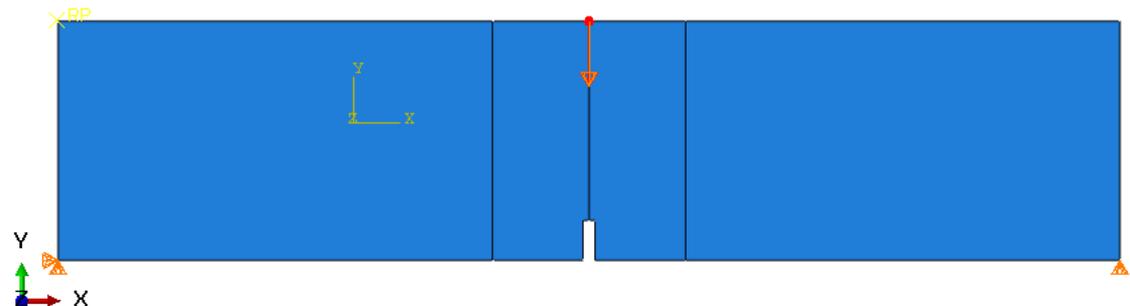
#### **b) Cargas y condiciones de contorno**

En la Figura 13, pueden observarse las condiciones de contorno impuestas, en las que se ha impedido el desplazamiento en X y en Y en el apoyo izquierdo, mientras que en el apoyo derecho se ha impedido el desplazamiento en Y.



**Figura 13.** Condiciones de contorno ensayo de flexión en tres puntos.

Como ya se comentó anteriormente, la carga no se ha aplicado como una fuerza, sino como un desplazamiento impuesto en la parte superior del centro de la viga (Figura 14). Se ha empleado un desplazamiento impuesto en vez de la aplicación de una carga para una mejor convergencia del modelo y siguiendo las recomendaciones de RILEM.



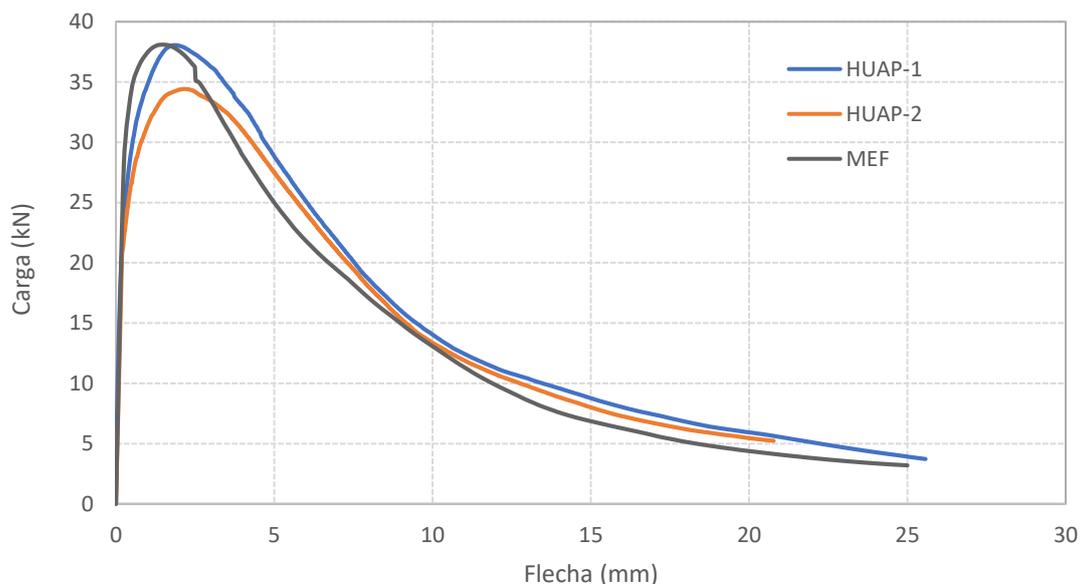
**Figura 14.** Cargas aplicadas en el ensayo de flexión en tres puntos.

### c) Resultados del modelo 2D de flexión en tres puntos

Se han realizado diferentes pruebas en el MEF, modificando los valores de las propiedades del hormigón, para un mejor ajuste de la curva carga-flecha del modelo respecto a la experimental. A lo largo de este análisis se observó lo siguiente:

- Un mayor parámetro de viscosidad podría hacer la estructura más resistente. Después de varias pruebas el coeficiente de viscosidad de 0.00005 es el que ayudó a alcanzar un mejor ajuste (Wei *et al.*, 2015).
- El primer valor del comportamiento a compresión que se introduce también influye a alcanzar un mayor ajuste entre curvas. Dicho punto establece un límite entre el comportamiento elástico y plástico del hormigón.

En la Figura 15 se muestran dos curvas carga-flecha obtenidas experimentalmente y la curva carga-flecha realizada mediante el modelo de elementos finitos. Con dichas curvas experimentales (Ríos *et al.*, 2020), lo que se está estableciendo es un rango superior (HUAP-1) e inferior (HUAP-2) entre el que debe estar la curva numérica. De esta forma, se puede considerar que los valores que definen el comportamiento elástico y plástico del hormigón son lo más afines a la realidad.



**Figura 15.** Comparación curva carga-flecha numérica frente a la experimental.

Una vez realizado el ajuste anterior se llegan a los siguientes valores de las propiedades plásticas del hormigón, las cuales han sido introducidas mediante el empleo del *Concrete Damaged Plasticity*.

#### **Concrete Damaged Plasticity**

A continuación, se va a describir el *Concrete Damaged Plasticity* que sirve para modelar el comportamiento cuasi frágil del hormigón en el programa ABAQUS. Para su descripción se va a emplear el manual de usuario de ABAQUS (Manual usuario de ABAQUS,2020).

Para representar el comportamiento plástico del hormigón, la respuesta de este se caracteriza por el concepto de elasticidad dañada isotrópica, en combinación con la elasticidad isotrópica a tracción y compresión. El modelo considera que la degradación de la rigidez elástica es inducida por el esfuerzo plástico tanto en tracción como en compresión.

Bajo un comportamiento tensional uniaxial, los mecanismos de fallo que asume este modelo son el de aplastamiento a compresión y agrietamiento a tracción.

Tanto en tracción como en compresión, el primer valor introducido en los pares tensión-deformación inelástica corresponde al punto, a partir del cual, el comportamiento del material deja de ser elástico y lineal. En compresión esta tensión inicial,  $\sigma_{c0}$ , es aproximadamente un 30% de la resistencia máxima a compresión, mientras que en tracción corresponde al primer punto de la ley bilineal de tracción,  $\sigma_{t0}$ .

Una vez alcanzado la tensión inicial a tracción,  $\sigma_{t0}$ , el comportamiento plástico se suele regir por una ley bilineal de ablandamiento (Figura 16). En la primera parte de descenso se caracteriza con el micro-agrietamiento, en la que existe una propagación de micro-fisuras que pasan a ser macro-fisuras. En la segunda rama, de menor pendiente que la anterior, se produce una importante propagación de las fisuras hasta el punto en la que la tensión a tracción es nula.

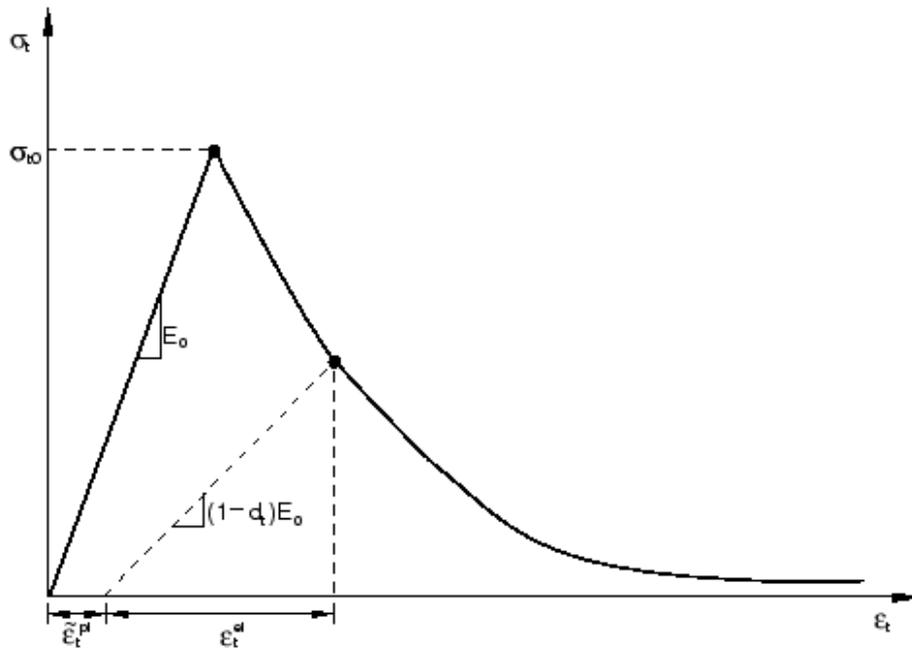


Figura 16. Respuesta del hormigón a la carga uniaxial en tracción.

En compresión, desde la tensión inicial del comportamiento plástico,  $\sigma_{c0}$ , hasta llegar a la tensión máxima a compresión  $\sigma_{cu}$ , esta se caracteriza por una fase de endurecimiento, que va seguida de una etapa de ablandamiento por deformación hasta el final de dicha curva tensión-deformación (Figura 17).

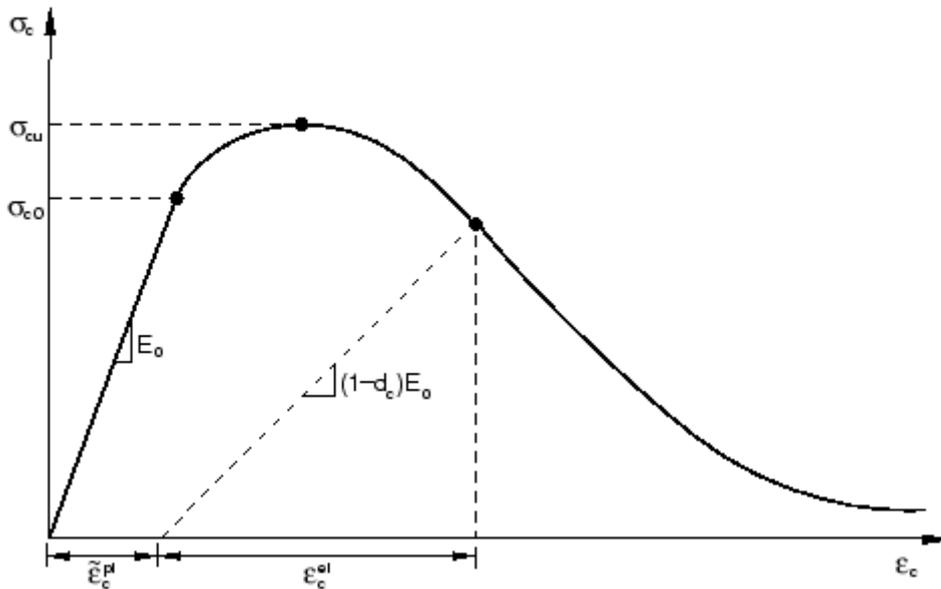


Figura 17. Respuesta del hormigón a la carga uniaxial en compresión.

Tanto en tracción como en compresión, si se descarga desde cualquier punto de la zona de ablandamiento de la curva tensión-deformación, la descarga que realiza por una recta, cuya pendiente equivale a la rigidez elástica dañada. Dicha rigidez elástica dañada, se caracteriza por dos variables de daño,  $DamageT (d_t)$  y  $DamageC (d_c)$ , que son función de la deformación plástica, la temperatura y otras variables de campo. Dichas variables toman valor desde 0, es decir, el material sin ningún tipo de daño, hasta 1, con el material completamente dañado. Por tanto, tras el daño, el valor de las tensiones seguiría las siguientes expresiones:

$$\sigma_t = (1 - d_t) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl})$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl})$$

No obstante, dichas variables no se van a emplear en el modelo objeto de estudio, ya que no se va a realizar en ningún momento descarga, ni ningún ensayo con cargas cíclicas.

Una vez descrito el módulo del *Concrete Damaged Plasticity*, lo primero que se debe definir son los parámetros de la plasticidad del hormigón (Tabla 1).

Tabla 1. Propiedades plásticas del hormigón de ultra-altas prestaciones.

Ángulo de dilatación	Excentricidad	fb0/fc0	K	Coficiente de viscosidad
35	0.1	1.16	0.7	1.00E-05

La mayoría de estos parámetros son los que vienen definidos por defecto en el manual de ABAQUS. No obstante, como ya se ha comentado, algunos de ellos se han tenido que ajustar con el fin de una mayor afinidad entre los resultados experimentales y los numéricos. A continuación, se define el significado de dichos parámetros (Manual de usuario de ABAQUS ,2020):

- Ángulo de dilatancia,  $\psi$ , es una relación del incremento de la tensión de cortante vertical y el incremento de deformación.

- La excentricidad, es un número positivo, pequeño, que define la velocidad a la que el potencial de flujo hiperbólico se aproxima a su asíntota.
- La relación de resistencia biaxial,  $f_{b0}/f_{c0}$ , es la relación entre el esfuerzo inicial de fluencia en compresión equibiaxial y la tensión inicial uniaxial de fluencia a compresión.
- $K$ , es la relación entre el segundo esfuerzo invariante en el meridiano de tracción y el meridiano de compresión con un rendimiento inicial con un valor predeterminado de  $2/3$ . Tiene que satisfacer la condición de que esté comprendido entre 0.5 y 1.
- Coeficiente de viscosidad,  $\mu$ , regula el comportamiento visco-plástico de las ecuaciones constitutivas del hormigón en ABAQUS /Standard. Su valor por defecto es 0.

Como se comentó anteriormente, la tensión inicial del comportamiento plástico del hormigón,  $\sigma_{c0}$ , es aproximadamente el 30% de la tensión máxima. No obstante, con el fin de conseguir una mayor afinidad entre de curva carga-flecha del ensayo de flexión en tres puntos experimental y la obtenida numéricamente, después de un proceso iterativo se optó por escoger dicha tensión inicial (Tabla 2).

**Tabla 2.** Comportamiento a compresión del hormigón de ultra-altas prestaciones.

Comportamiento a compresión	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
30	0
152.49	3.00E-03
90.32	3.50E-03

El comportamiento a tracción sigue una ley de ablandamiento bilineal, en donde el primer punto corresponde con la resistencia a tracción, que es el valor que limita la aparición de las primeras fisuras en la matriz de hormigón (Tabla 3). A partir de dicho instante, la primera pendiente está relacionada con el micro-agrietamiento, y la segunda rama con la propagación y coalescencia de las fisuras.

**Tabla 3.** Comportamiento a tracción del hormigón de ultra-altas prestaciones.

Comportamiento a tracción	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
10.4	0
3.6	0.30
0	0.77

Los parámetros de fractura sólo se pueden obtener experimentalmente. No obstante, con el fin de tener un orden de magnitud para un hormigón de ultra-altas prestaciones reforzado con fibra larga y corta, el valor del parámetro de energía de la fractura es del orden de 32552 N/m y con una longitud característica de 14667 mm (Ríos *et al.*, 2019).

#### 4.1.2. Hormigón de alta resistencia

A diferencia de lo anterior, no disponíamos de datos experimentales propios de un hormigón de alta resistencia, por lo que, se ha procedido a establecer un hormigón de alta resistencia existente en otros trabajos bibliográficos. La densidad del hormigón es de 2600 kg/m<sup>3</sup> y las

propiedades elásticas son las establecidas en la Tabla 4. Las propiedades de plasticidad se muestran en la Tabla 5, y el comportamiento a compresión en la Tabla 6.

**Tabla 4.** Propiedades elásticas del hormigón de alta resistencia.

Módulo de Young (MPa)	Coefficiente de Poisson
24874	0.18

**Tabla 5.** Propiedades plásticas del hormigón de alta resistencia.

Ángulo de dilatación	Excentricidad	fb0/fc0	K	Coefficiente de viscosidad
35	0.1	1.16	0.667	0.007985

**Tabla 6.** Comportamiento a compresión del hormigón de alta resistencia.

Comportamiento a compresión	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
30	0
60	0.000476
18	0.004364

Como se puede observar en la Tabla 7, los valores de deformación de la ley de ablandamiento bilineal que rige el comportamiento a tracción del hormigón de alta resistencia son muy bajos en comparación con el hormigón de ultra-altas prestaciones. Esto tendrá consecuencias con respecto a cómo se crearán y propagarán las fisuras durante la evolución de las dos rectas de la ley bilineal.

**Tabla 7.** Comportamiento a tracción del hormigón de alta resistencia.

Comportamiento a tracción	
Tensión (MPa)	Deformación plástica
7.2	0
3.9	0.000418
1.0	0.002854

Al igual que en el caso anterior, al no poder obtener experimentalmente los parámetros de fractura, se acude a lo establecido en la literatura con el fin de tener un orden de magnitud de los valores de dichos parámetros de fractura. Para tener un orden de magnitud de valores de los parámetros de fractura un hormigón de alta resistencia de características similares al que se va a emplear en este estudio tiene un valor de energía de fractura de 149 N/m y de longitud característica de 324 mm (Cifuentes *et al.*, 2018).

## 4.2. ARMADURA ACTIVA

Las propiedades de los cordones de FPR de las vainas están recogidas en la Tabla 8 y 9. Dichos cordones tienen un diámetro de 0.6 mm.

**Tabla 8.** Propiedades de elásticas del acero de la armadura activa.

Módulo de Young (MPa)	Coefficiente de Poisson
210000	0.3

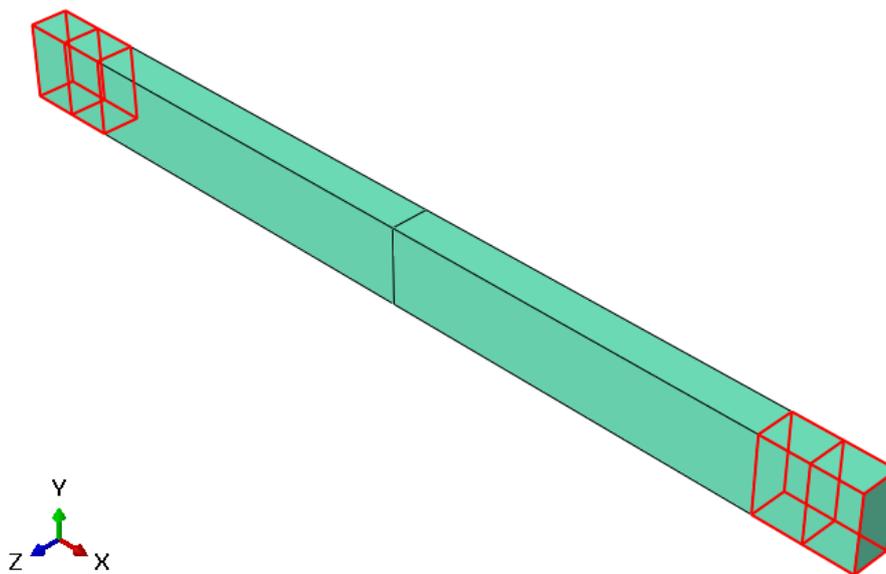
Con respecto a la ley constitutiva tensión-deformación del acero activo a emplear, se ha considerado que tiene un comportamiento elastoplástico perfecto para su definición en ABAQUS. Según lo establecido en la EHE-08 (EHE-08), el límite elástico es el 90% de la resistencia máxima del acero activo (1860 MPa), llegando a una deformación de 0.012. (Tabla 9)

**Tabla 9.** Propiedades de plásticas del acero de la armadura activa.

Tensión (MPa)	Deformación plástica
1674	0
1674	0.012

### 4.3. MATERIAL DE LOS APOYOS

Con el fin de evitar una concentración de tensiones en la zona de los apoyos que impida el estudio de la zona central de la viga, que es la que se desea analizar, se ha optado por ampliar la zona de contacto (Figura 18). Dicha zona está compuesta por el mismo hormigón que se ha modelado en el resto de la viga, con la diferencia que, este sólo tiene comportamiento elástico-lineal.



**Figura 18.** Zona de material elástico-lineal. (Zona roja)



---

## 5. MODELO DE ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE LA VIGA CONSTRUIDA CON UN HORMIGÓN DE ULTRA-ALTAS PRESTACIONES

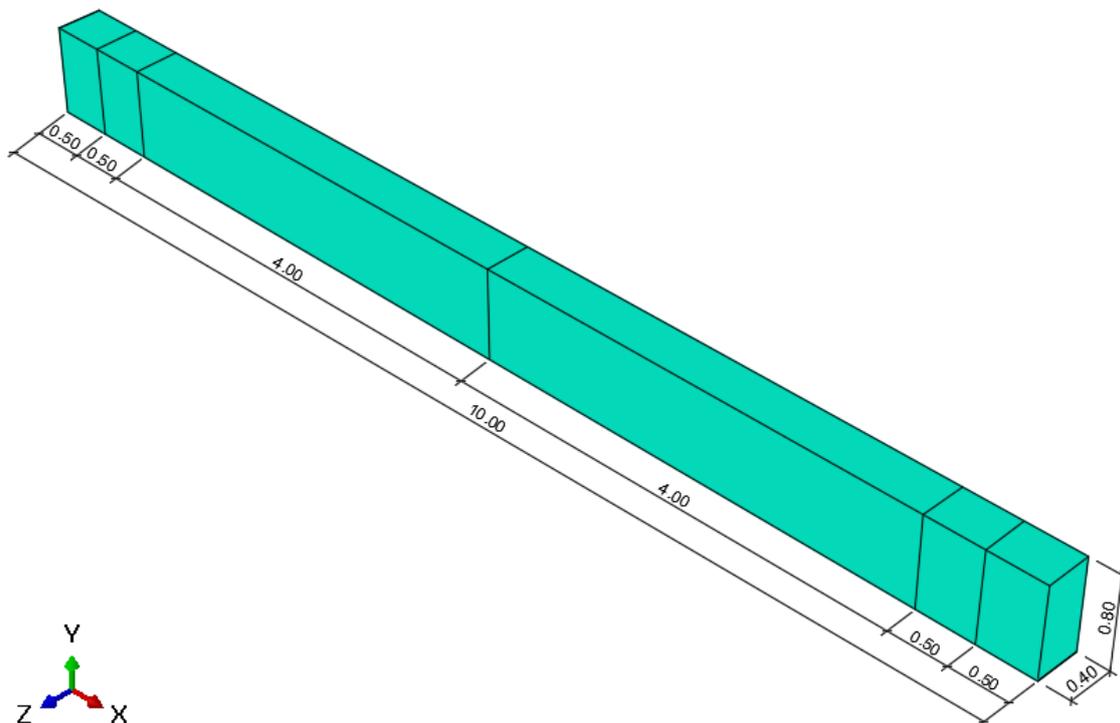
---

### 5.1. INTRODUCCIÓN

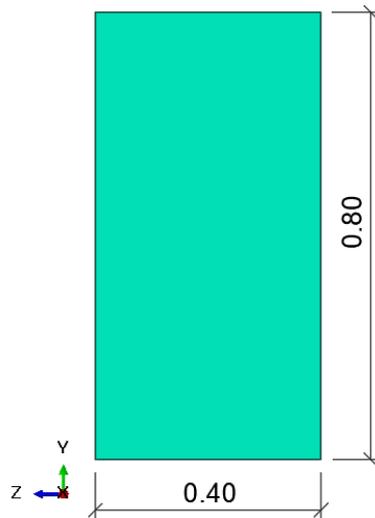
A continuación, desde el apartado 5.2 al 5.5, se va a describir cómo se ha realizado el modelo de la viga de HUAP en el *software* de ABAQUS. Posteriormente, en el apartado 5.6, se analizarán los resultados numéricos que reflejarán el comportamiento en fractura de dicho hormigón de ultra-altas prestaciones.

### 5.2. DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA

La viga se ha modelizado como un elemento 3D, de 10 metros de longitud y una sección de 0.4 x 0.8 m (Figura 19 y 20). Como se comentó en el apartado 4.3, la aplicación de las condiciones de contorno requiere de una rigurosa modelización para evitar concentraciones de tensiones en los apoyos, que hagan que se llegue a un agotamiento prematuro del modelo en esa zona, impidiendo poder obtener un modelo de comportamiento realista de la estructura, ya que el agotamiento de un elemento tipo viga, como el analizado, se producirá por la fractura en la zona central, de momentos máximos. Debido a dicha concentración de tensiones en los apoyos, se ha decidido asignar un comportamiento elástico y lineal en esa zona. Para ello se han realizado particiones a un metro de cada extremo con el fin de colocar en la mitad de dicha parte, es decir, a 0.5 metros del extremo (Figura 18), las condiciones de contorno que definan a los apoyos.



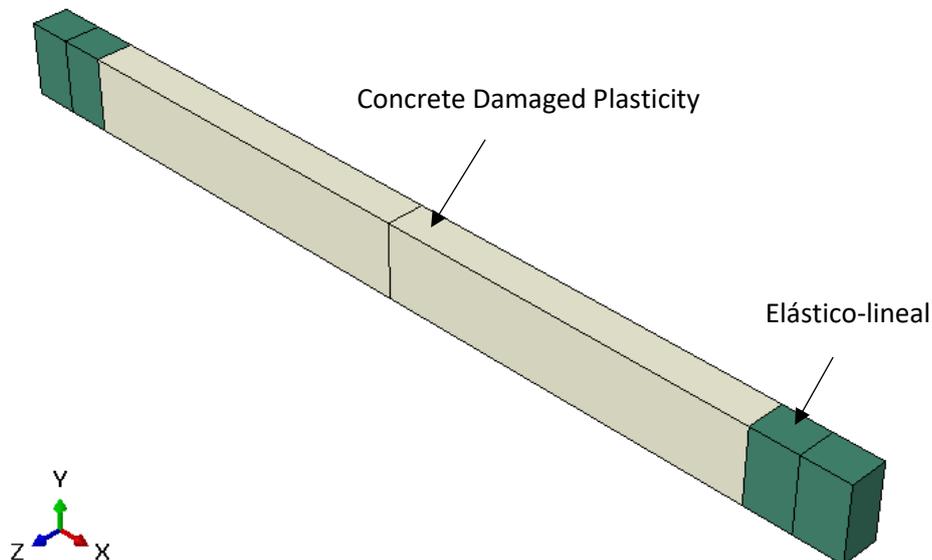
**Figura 19.** Perspectiva isométrica de la viga del HUAP. Cotas en metros.



**Figura 20.** Sección de la viga del HUAP. Cotas en metros.

### 5.3. PROPIEDADES Y MATERIALES

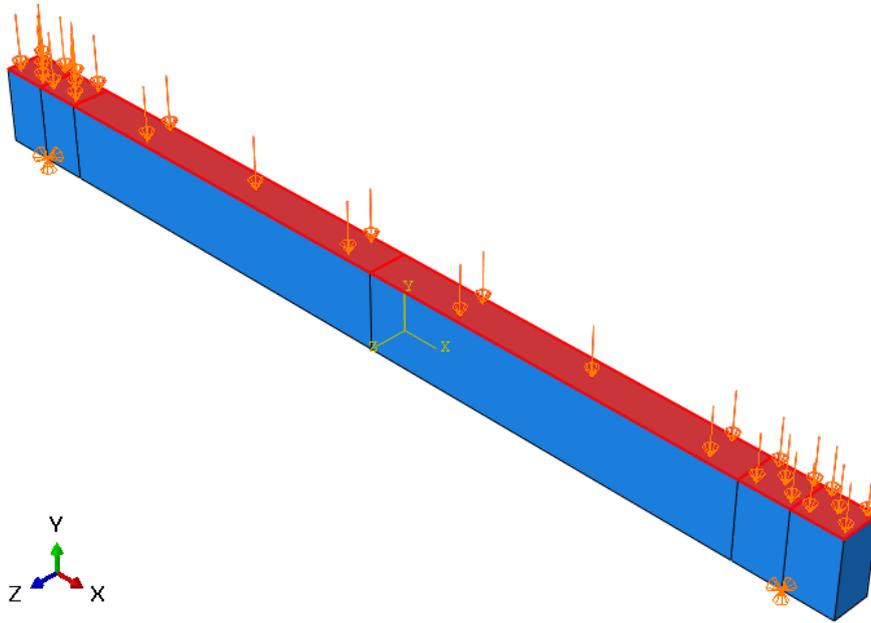
Tal y como se estableció en el apartado 4.1.1, se va a emplear un hormigón de ultra-altas prestaciones con comportamiento elastoplástico en compresión y una ley de ablandamiento bilineal en tracción, por ser la más utilizada (Figura 21, zona gris). En la zona de los apoyos, se definirá el mismo tipo de hormigón, pero con un comportamiento elástico-lineal (Figura 21, zona verde). Esta zona, alejada suficientemente de la zona de rotura (centro del vano), no influirá en el comportamiento global en fractura.



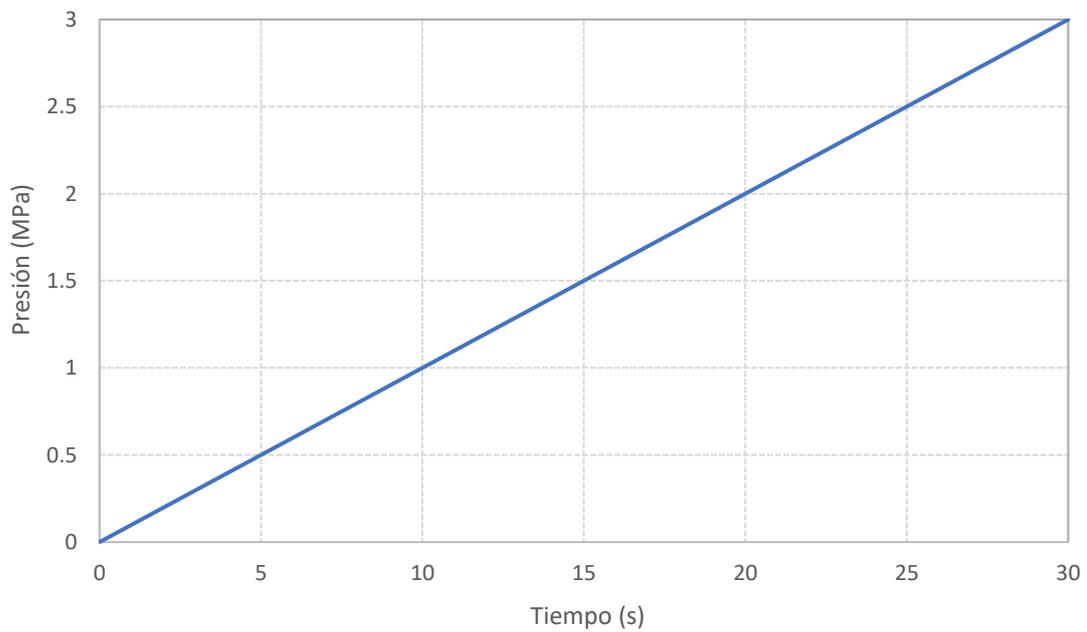
**Figura 21.** Disposición de los materiales en la viga HUAP

### 5.4. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO

Se ha aplicado una carga uniformemente distribuida sobre la superficie de la viga (Figura 22), que se ha introducido en ABAQUS en la pestaña de Load, como una presión que crece linealmente hasta llegar a 3 MPa. Con el fin de evitar efectos de inercia y realizar el estudio de la estructura en progresivos niveles de carga, se ha procedido a aplicar la carga de manera gradual tal y como se muestra en la Figura 23.

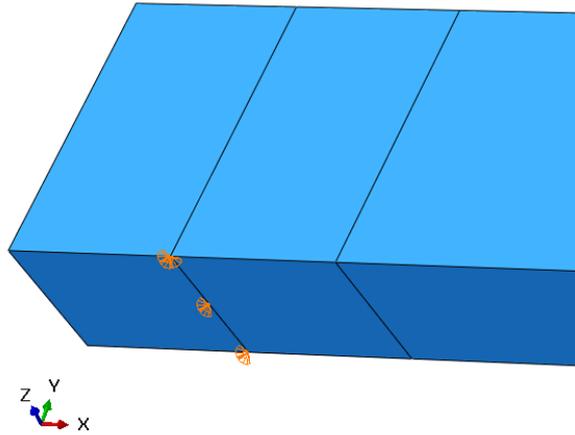


**Figura 22.** Carga uniformemente distribuida sobre la viga.



**Figura 23.** Evolución de las cargas externas con el tiempo.

Con respecto a las condiciones de contorno, estas se aplican en el eje de los apoyos tal y como se muestra en la Figura 24. Se ha impedido el desplazamiento en X y en Y, en cada uno de los ejes de los apoyos, estableciendo un punto fijo en el extremo de dichos ejes.

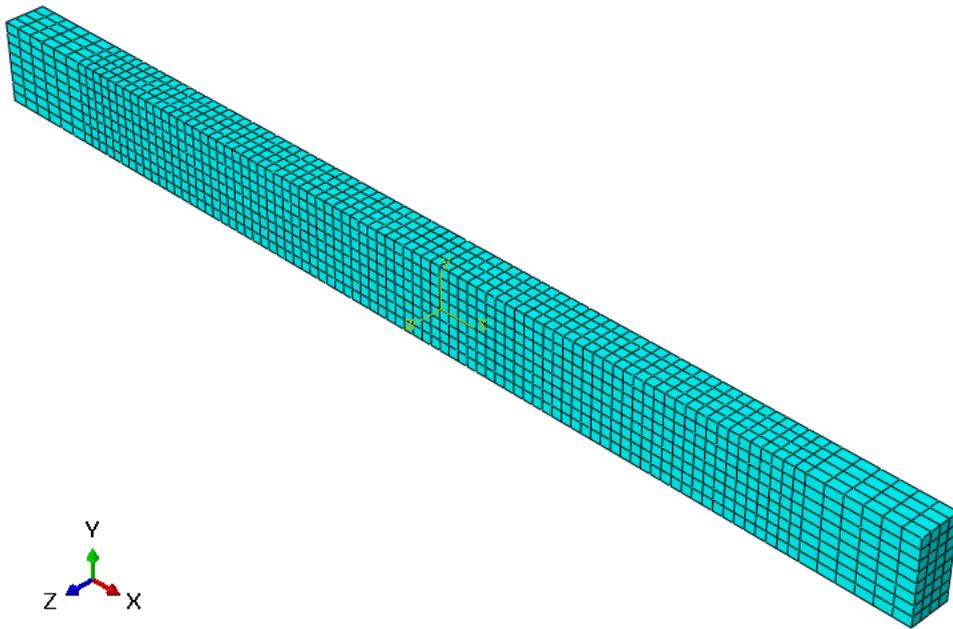


**Figura 24.** Condiciones de contorno en apoyo izquierdo.

## 5.5. DISCRETIZACIÓN

La viga se ha discretizado en 2944 hexaedros lineales de 8 nodos del tipo C3D8R (Figura 25). Son elementos dentro de la familia de 3D Stress y de integración reducida.

Debido a que el colapso de la estructura se producirá en la zona central, se realizará un mallado más grueso en los apoyos con el fin de reducir el tiempo computacional.



**Figura 25.** Viga HUAP mallada.

## 5.6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Se va a hacer uso del ABAQUS/Explicit para realizar el análisis del comportamiento del problema de estudio. Se ha decidido resolver con este método, ya que según lo establecido en el manual de ABAQUS, se recomienda su uso para modelar comportamientos que conlleven una degradación significativa del material, como es el caso de la rotura del hormigón, sin que aparezcan errores de convergencia de la solución.

Una vez ejecutado el análisis, se comprueba que la estructura colapsa a los 19.5 segundos, lo que equivale a una presión en torno a 1.95 MPa, según la Figura 23, donde se observa la evolución de la presión con el tiempo. ABAQUS no es capaz de llegar a los 3 MPa, a los 30 segundos, abortando el análisis a los 28 segundos, debido a las grandes deformaciones que se producen cuando se llega al colapso de la viga.

### 5.6.1. Resistencia general de la estructura

Para poder analizar la resistencia de la estructura, se debe determinar las reacciones producidas por la carga aplicada sobre dicha viga. El valor de las reacciones corresponde a la componente Y, es decir, la dirección de aplicación de la carga. Debido al mallado realizado, cada apoyo cuenta con cinco nodos (Figura 26), por tanto, del programa se extraerán cinco valores de las reacciones. La Figura 27, representa el valor de las reacciones en función el tiempo en el apoyo izquierdo. Se puede observar que dichos valores crecen linealmente con el tiempo hasta llegar al instante 19.5 segundos, en el que se produce el colapso de la estructura. Después del momento del colapso, dichos valores de las reacciones disminuyen debido a la drástica pérdida de capacidad resistente de la viga. La Figura 28, muestra el valor de la reacción en el apoyo izquierdo, que se obtiene mediante la suma de los valores de la reacción, de cada nodo del apoyo, para cada instante de tiempo.

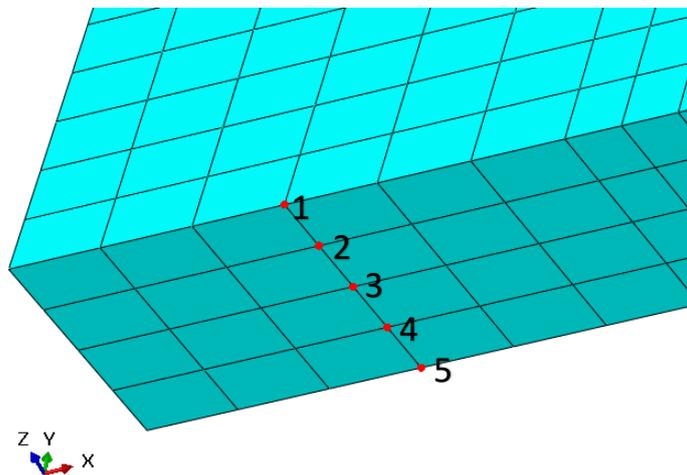


Figura 26. Nodos del apoyo izquierdo.

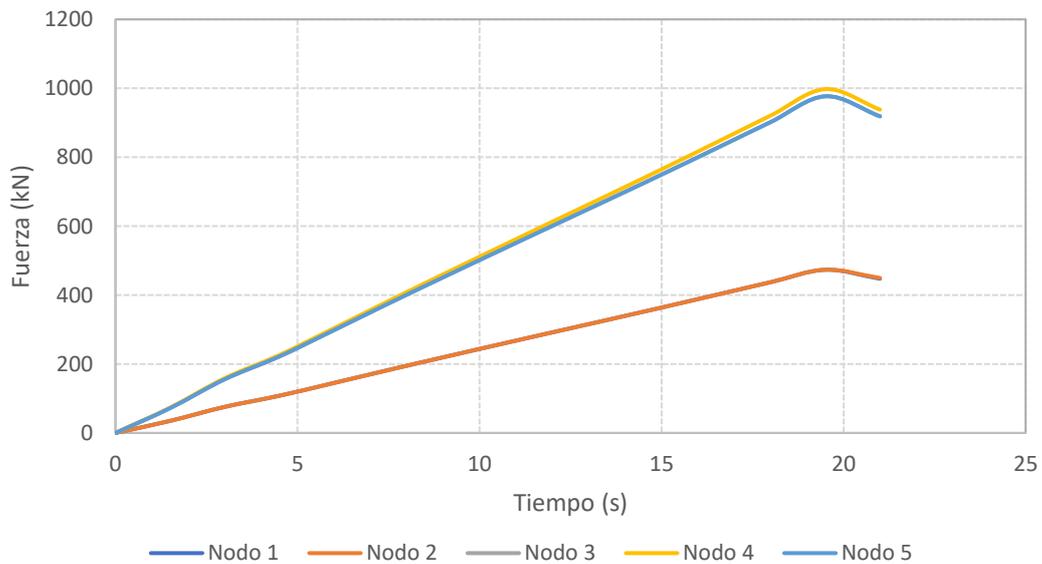
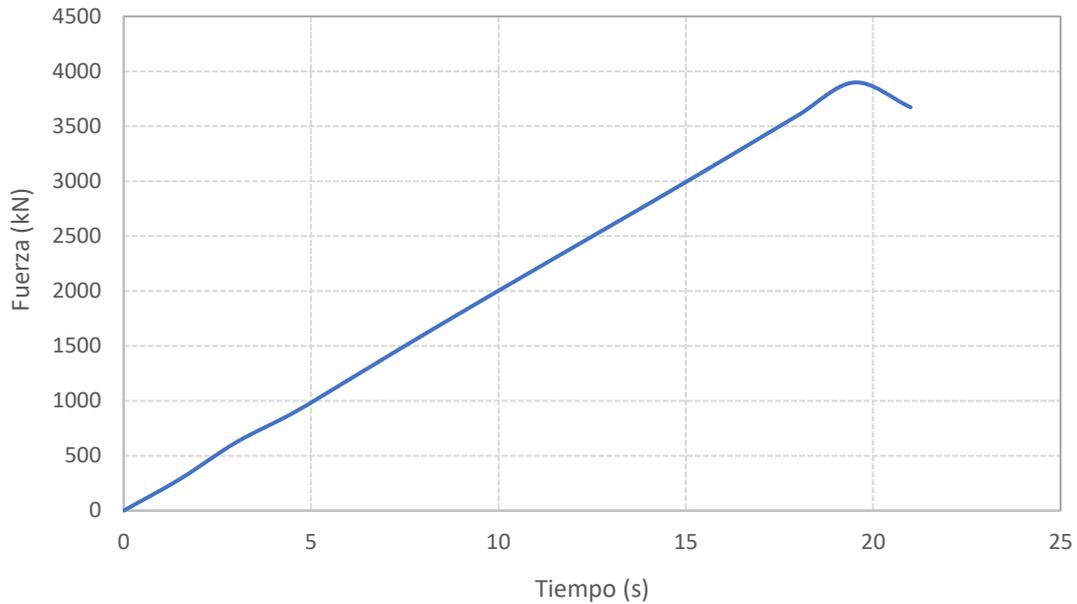
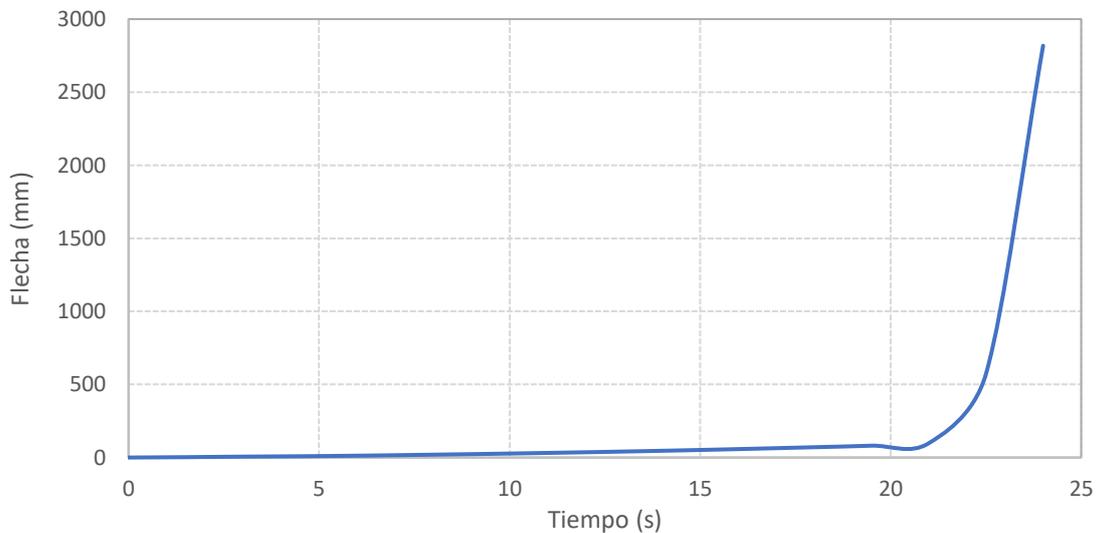


Figura 27. Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HUAP.



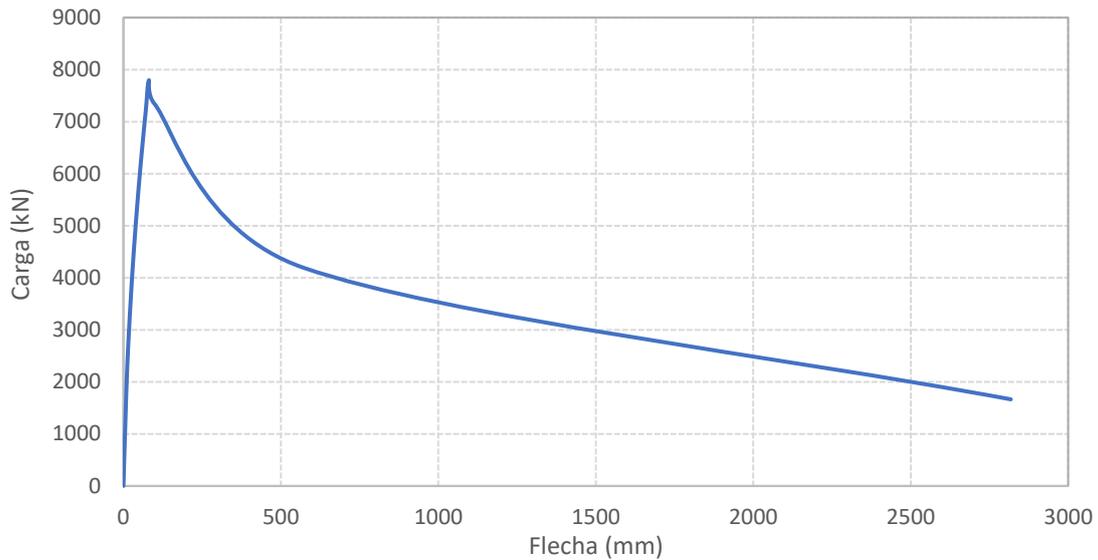
**Figura 28.** Reacción total en un apoyo de la viga HUAP.

La Figura 29 muestra la evolución del desplazamiento vertical en función del tiempo, en un nodo de la parte inferior, de la sección central de la viga. La flecha crece de manera suave hasta llegar al segundo 19.5, en el que se alcanza una flecha de 81.10 mm, instante en el que la estructura llega a su máxima capacidad resistente.



**Figura 29.** Curva flecha-tiempo de la viga HUAP.

La Figura 30, muestra la curva carga-flecha. El valor de la carga para cada instante de tiempo se obtiene de la suma de los valores de los cinco nodos que constan cada apoyo, y el valor de la flecha indicado anteriormente. La curva tiene un crecimiento quasi-lineal hasta llegar al punto correspondiente a la carga máxima, de 7797 kN, con una flecha de 81.10 mm, que corresponde, como ya se indicó anteriormente, con el instante de colapso a los 19.5 segundos. Tras alcanzar la carga máxima, la curva decrece indicando el significativo aumento de la flecha debido a la drástica pérdida de resistencia de la viga.

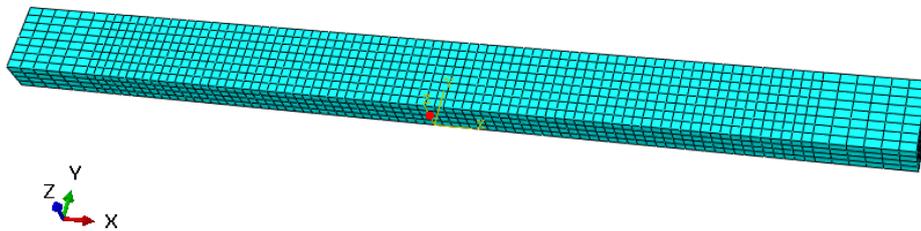


**Figura 30.** Curva carga-flecha de la viga HUAP.

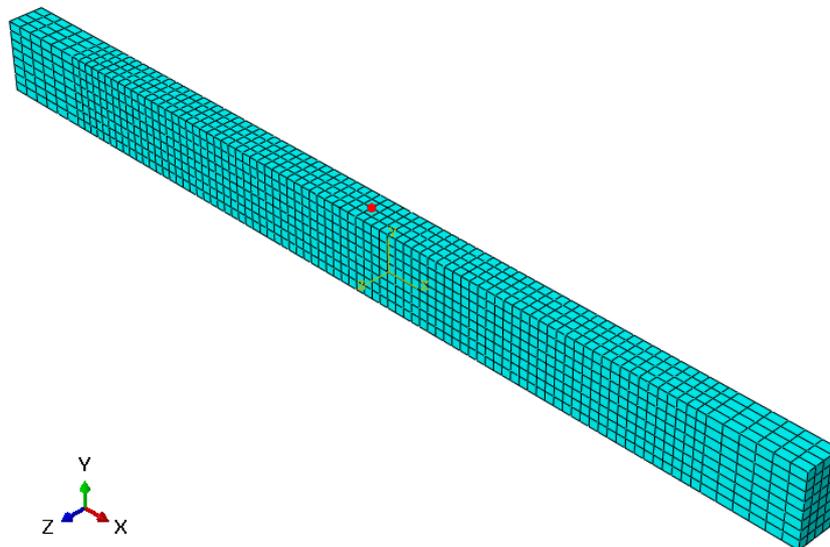
### 5.6.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo

Gracias a la aplicación de la carga de manera gradual, se puede analizar la evolución de las diferentes variables que determinan el comportamiento con el tiempo. En este subapartado vamos a analizar el comportamiento de cada uno de los materiales que componen la viga.

En las Figuras 31 y 32, se muestran los puntos seleccionados para el estudio de la viga a compresión y a tracción respectivamente.



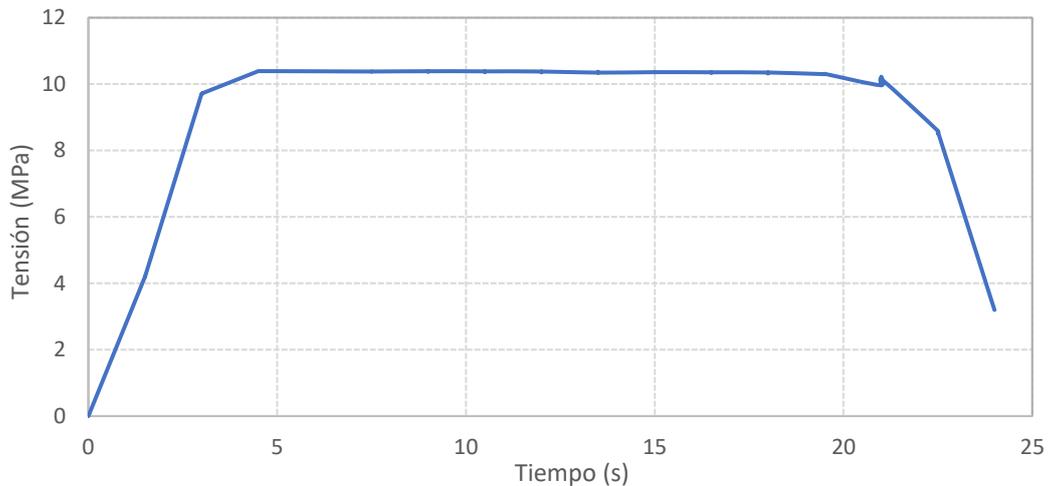
**Figura 31.** Nodo seleccionado para el análisis a tracción de la viga HUAP.



**Figura 32.** Nodo seleccionado para el análisis a compresión de la viga HUAP.

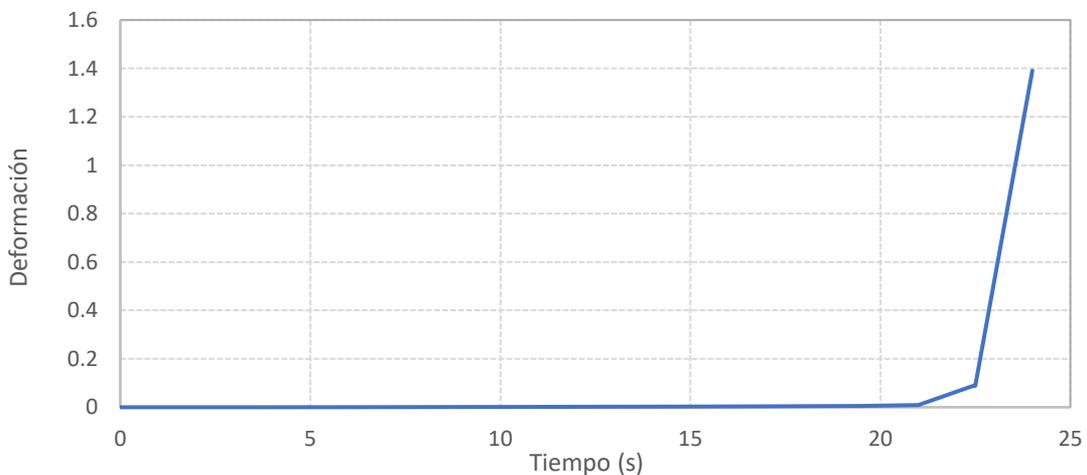
### a) Comportamiento a tracción

La Figura 33, muestra la evolución de las tensiones de tracción con el tiempo en la dirección X. Las tensiones aumentan de manera lineal hasta llegar a los 3 segundos. A los 4.5 segundos, instante en el que alcanza la resistencia a tracción del hormigón, 10.4 MPa, aparecen la fisuración, y, por tanto, una ligera pérdida de rigidez de la viga. Posteriormente, dichas tensiones de tracción disminuyen levemente hasta llegar al segundo 19.5, que como ya se ha indicado anteriormente, corresponde al momento de carga máxima. Dicho descenso es tan suave debido al efecto de las fibras acero de las que está compuesto dicho hormigón, que impiden la propagación de las fisuras una vez que estas se han producido y le aportan una alta resistencia a tracción. Los tramos de pérdida de resistencia posterior a la carga máxima son debidos a el efecto cosido de las fisuras a lo largo del canto durante la propagación del daño.



**Figura 33.** Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X de la viga HUAP.

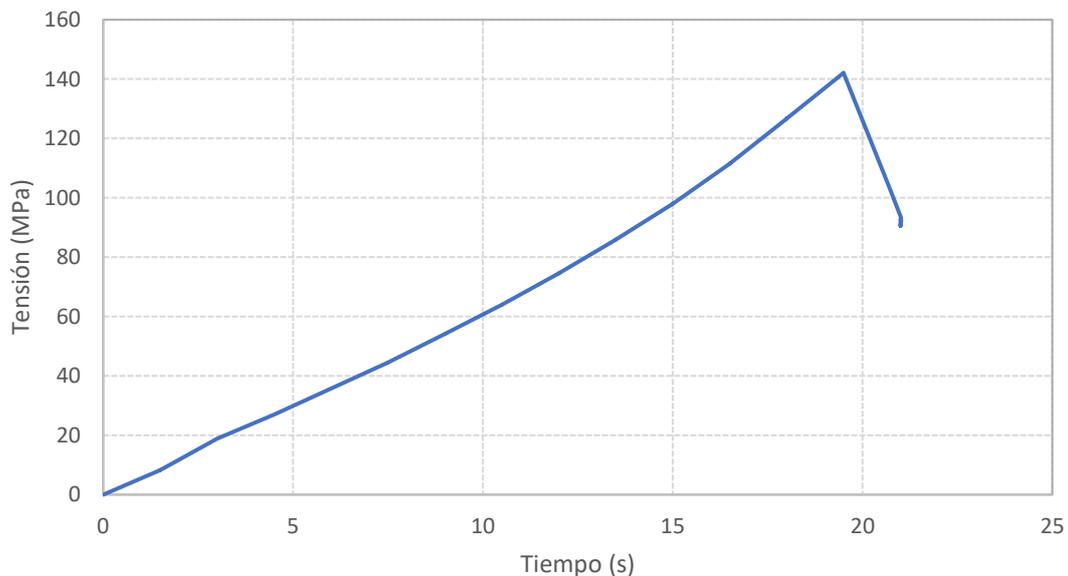
La evolución de las deformaciones plásticas a tracción en la dirección X con el tiempo se observan en la Figura 34. Al igual que en el caso de las tensiones, las deformaciones crecen de manera suave hasta los 19.5 segundos, alcanzándose una deformación de  $5.4 \cdot 10^{-3}$ . En el instante 21, una vez que se ha superado la carga máxima, se puede apreciar que la deformación plástica aumenta levemente, ya que la acción de las fibras evita que se produzca la rotura frágil debido al efecto cosido que ejercen sobre las fisuras. A partir del instante 22.5, las deformaciones aumentan de forma brusca dado que la estructura no es capaz de resistir a tracción, tal y como muestra el rápido descenso de las tensiones de tracción en la Figura 33.



**Figura 34.** Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de tracción de la viga HUAP.

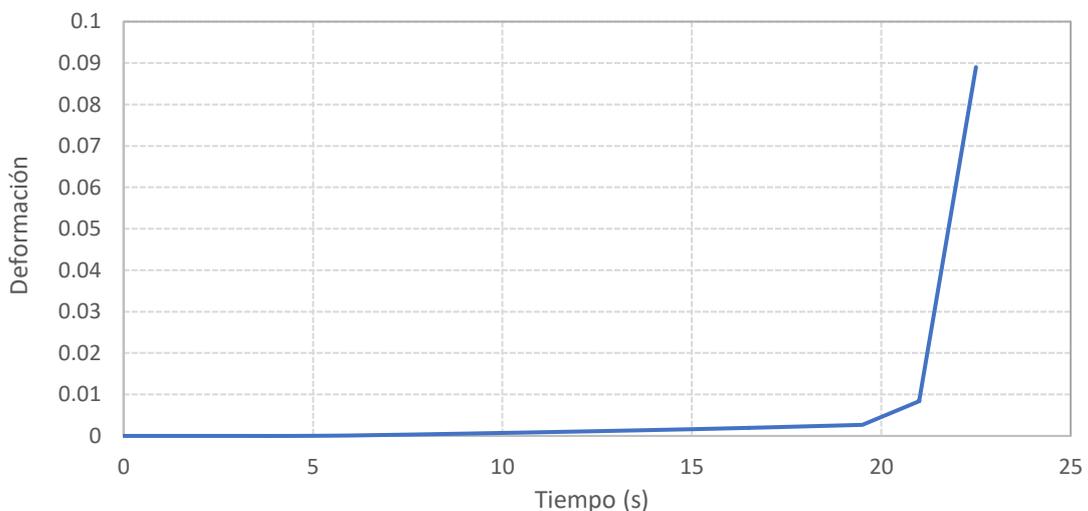
## b) Comportamiento a compresión

La Figura 35 muestra la evolución de las tensiones de compresión en la dirección X con el tiempo. Al igual que sucedía con las tensiones de tracción, las tensiones de compresión crecen linealmente hasta alcanzar una tensión de compresión de 142.17 MPa a los 19.5 segundos, sin llegar la resistencia de compresión máxima de dicho hormigón. Esto indica que el agotamiento de la estructura no es ocasionado a las tensiones de compresión. A partir de dicho instante la estructura colapsa produciéndose un descenso brusco de dichas tensiones de compresión.



**Figura 35.** Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X de la viga HUAP.

Las deformaciones plásticas en la zona de compresión crecen de forma suave hasta llegar a los 19.5 segundos a una deformación plástica a compresión de  $2.6 \cdot 10^{-3}$ , cercana a la deformación plástica correspondiente a la resistencia a compresión. Del momento de colapso hasta los 21 segundos las deformaciones plásticas aumentan, pero no de forma elevada, ya que el efecto de las fibras evita la rotura frágil de la viga. A partir de este instante, las deformaciones crecen bruscamente debido a progresiva pérdida de resistencia a compresión del hormigón, tal y como se muestra en la Figura 36.



**Figura 36.** Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de compresión de la viga HUAP.

### 5.6.3. Análisis cualitativo de las variables con el tiempo

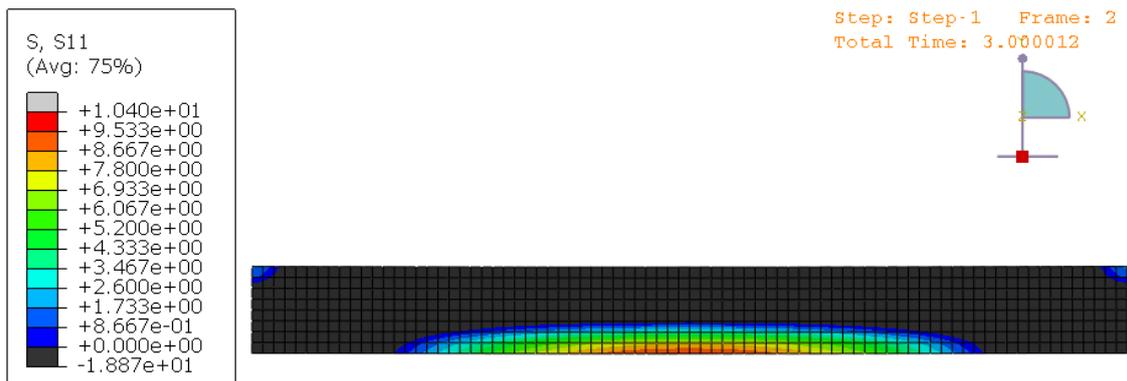
En este apartado se estudiará la evolución a lo largo del tiempo de las tensiones y las deformaciones plásticas de la viga. Se debe destacar que en dicho análisis se va a resaltar en escala de colores diferentes las Figuras en función de las tensiones, tracción o compresión, que se deseen visualizar. Al no tener interés los valores obtenidos en los apoyos, esta parte se desactivará con el fin de centrar la atención en los valores de la viga.

#### 5.6.3.1. Análisis del estado tensional de la viga

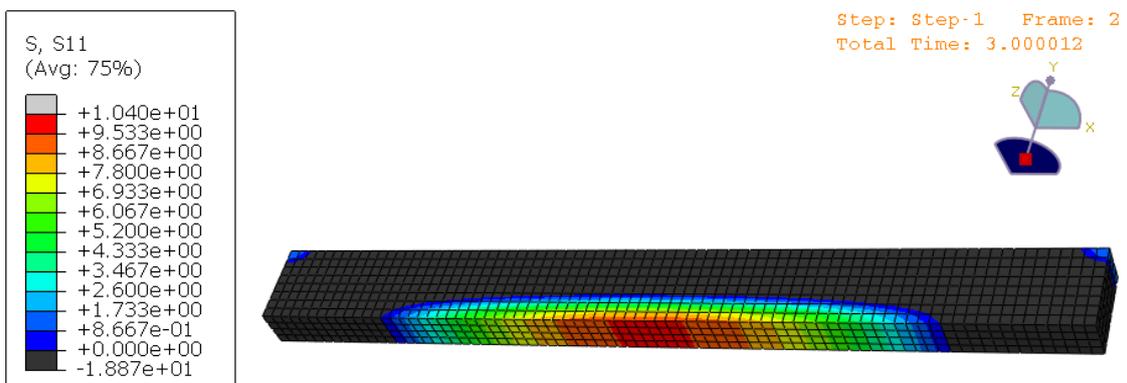
##### a) 0 - 4.5 segundos

Durante los primeros segundos del análisis se van a estudiar las tensiones de tracción hasta llegar al segundo 4.5 donde se llega a la resistencia a tracción, es decir, cuando alcanza los 10.4 MPa.

En la Figura 37 y 38, se muestra el estado tensional de la viga a los 3 segundos, previo a que el hormigón alcance la resistencia a tracción. Como ya se señaló anteriormente, la escala de colores es a tracción, por lo que la zona en color oscuro representa la zona de la viga que se encuentra en compresión. En la parte inferior de la sección central de la viga las tensiones de tracción aumentan, pero sin llegar a la resistencia a tracción.



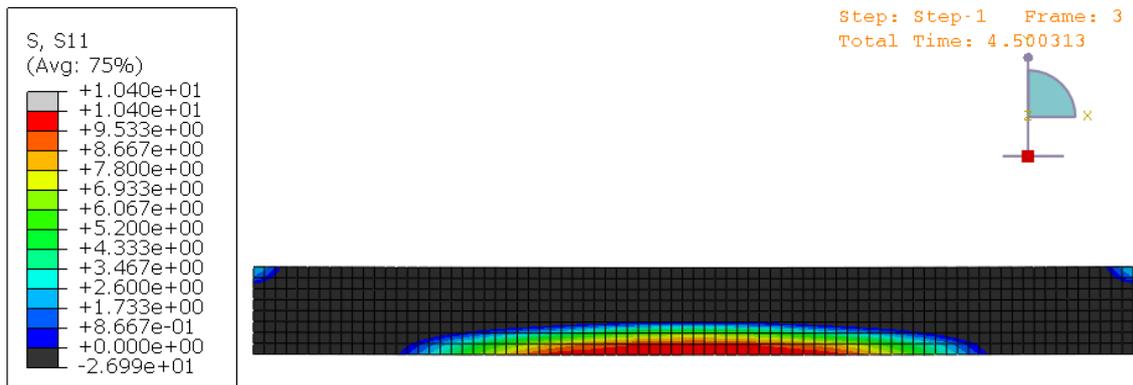
**Figura 37.** Estado tensional de la viga de HUAP a los 3 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.



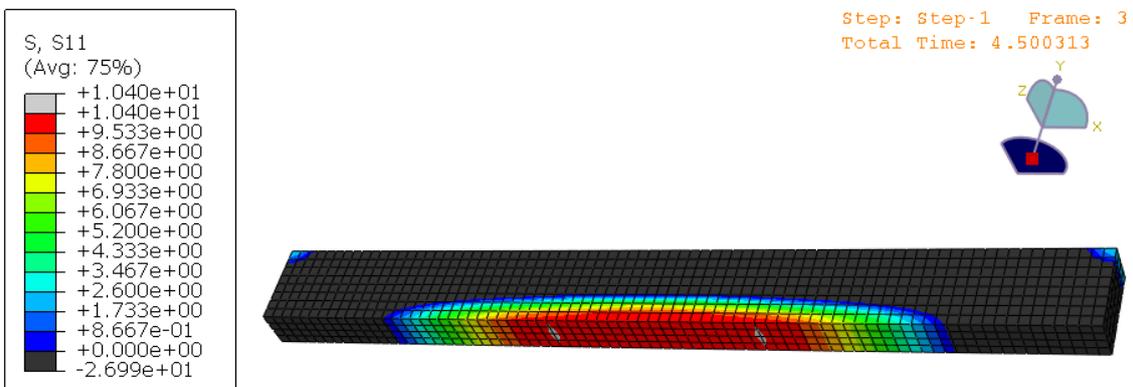
**Figura 38.** Estado tensional de la viga de HUAP a los 3 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

Por otro lado, a los 4.5 segundos una amplia zona de dicha parte inferior de la viga ha alcanzado la resistencia a tracción (Figura 39). Se pueden observar dos zonas de roturas iniciales, Figura

40, en tonos grises en la que se ha sobrepasado la resistencia a tracción. Dichas zonas se irán propagando en los siguientes intervalos de tiempo.



**Figura 39.** Estado tensional de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.

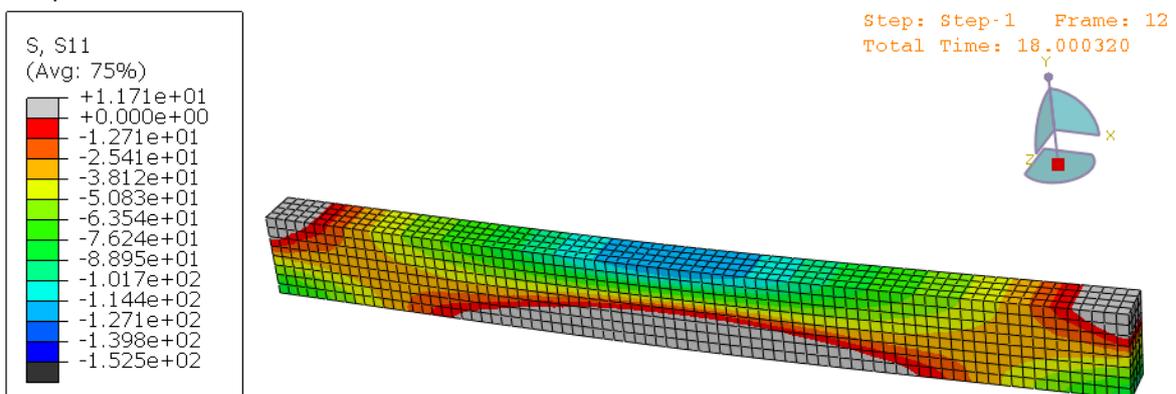


**Figura 40.** Estado tensional de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

#### b) 4.5 - 24 segundos

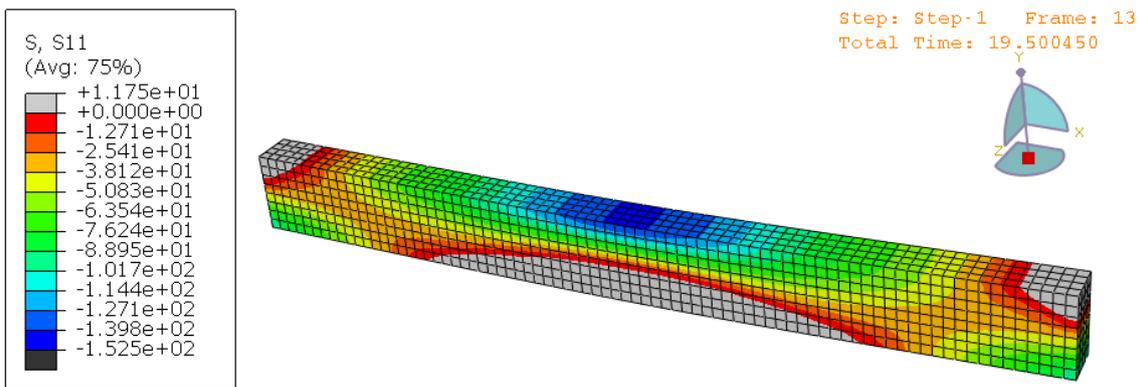
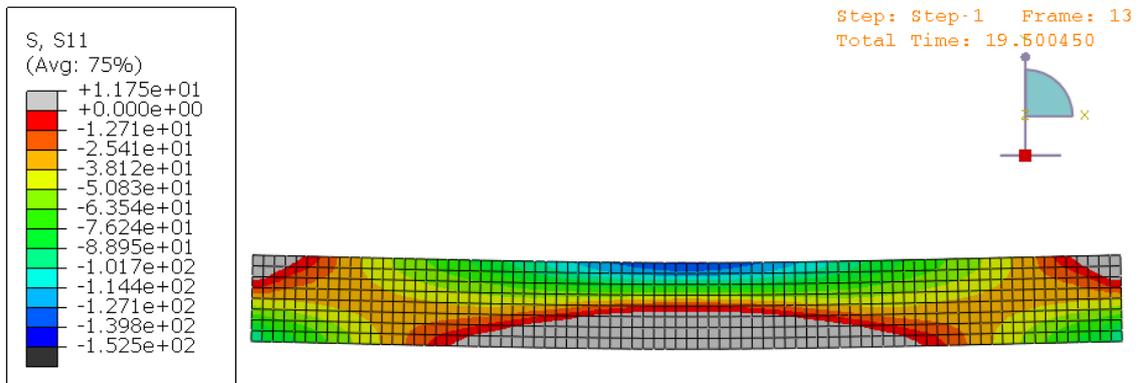
Una vez que ya se ha producido la rotura a tracción de la viga se pasa a analizar las tensiones a compresión de la viga desde el segundo 4.5 hasta el colapso de la estructura a los 19.5 segundos, teniendo las zonas grises representadas en las figuras un comportamiento a tracción.

En el instante de tiempo previo a la carga última, segundo 18, se puede observar en la Figura 41 que las tensiones de compresión en la zona central están próximas a la de la resistencia a compresión.

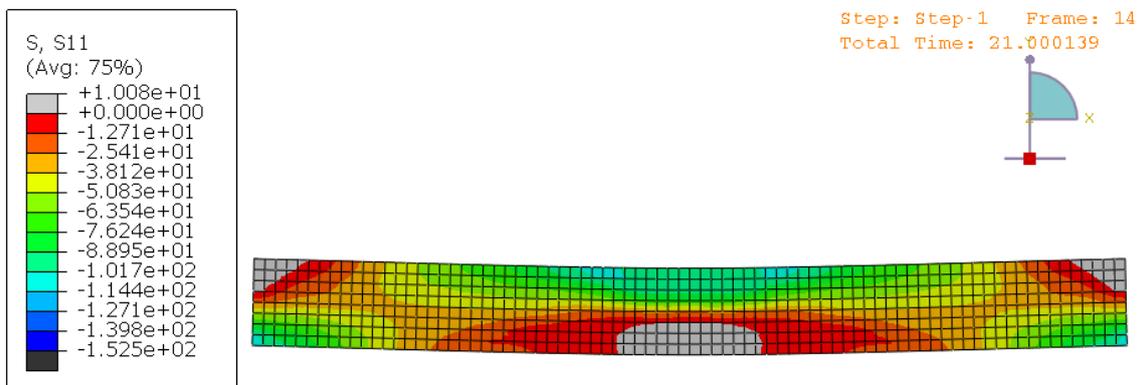


**Figura 41.** Estado tensional de la viga de HUAP a los 18 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.

En el segundo 19.5, instante de tiempo en el que se produce la carga última, se observa como en la parte superior de la sección central, las compresiones aumentan, llegando a un valor de 142.17 MPa en la sección central de la viga, sin llegar a la resistencia máxima a compresión de dicho hormigón (Figura 42 y 43). De manera que el agotamiento no se produce por compresión.



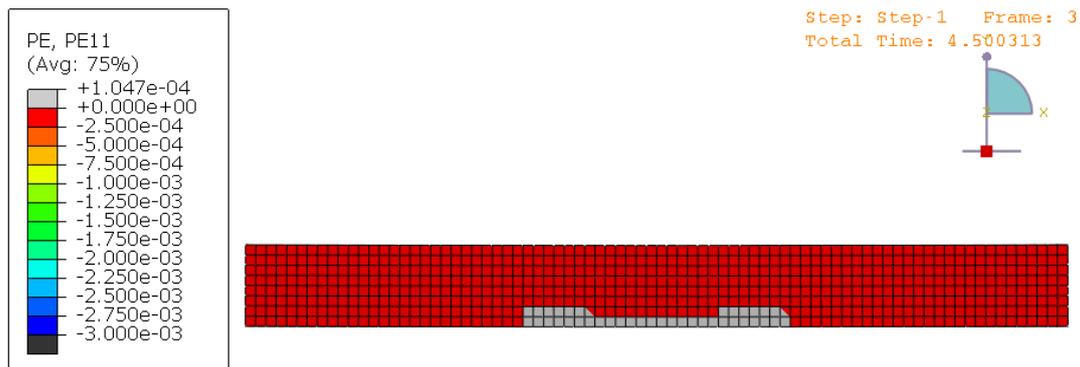
A los 21 segundos ya se ha producido el colapso de la estructura (Figura 44).



### 5.6.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga

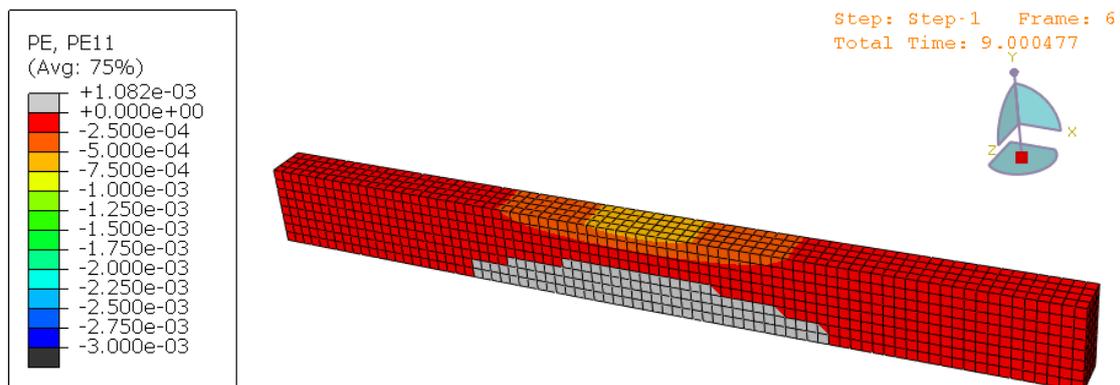
En este subapartado, para que se aprecie de forma más clara la diferencia entre la zona traccionada y la comprimida, se van a representar las figuras en escala de colores a compresión desde el segundo 4.5.

Como se comentó en el subapartado anterior, a los 4.5 segundos se alcanzaba en la zona inferior de la sección de la viga la resistencia a tracción, produciéndose en dicha zona deformaciones, tal y como se observan en color gris en la Figura 45. El resto de la viga, en color rojo, representa las deformaciones plásticas en compresión, que, en ese instante de tiempo, presenta valores muy pequeños, del orden de  $2.5 \cdot 10^{-4}$ .



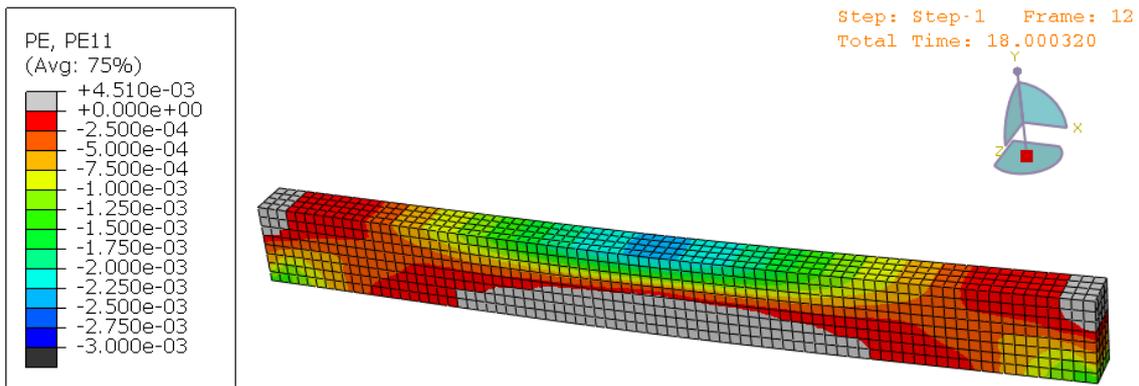
**Figura 45.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 4.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.

En el instante siguiente, a los 9 segundos, se observa en la parte superior central de la viga como van aumentando las deformaciones plásticas en compresión (Figura 46). Es decir, la zona de fisuración. Destacar que, al no tener armaduras pasivas y gran cantidad de fibras, la fisuración se distribuye, en una amplia zona, de la parte de tracciones de la viga.



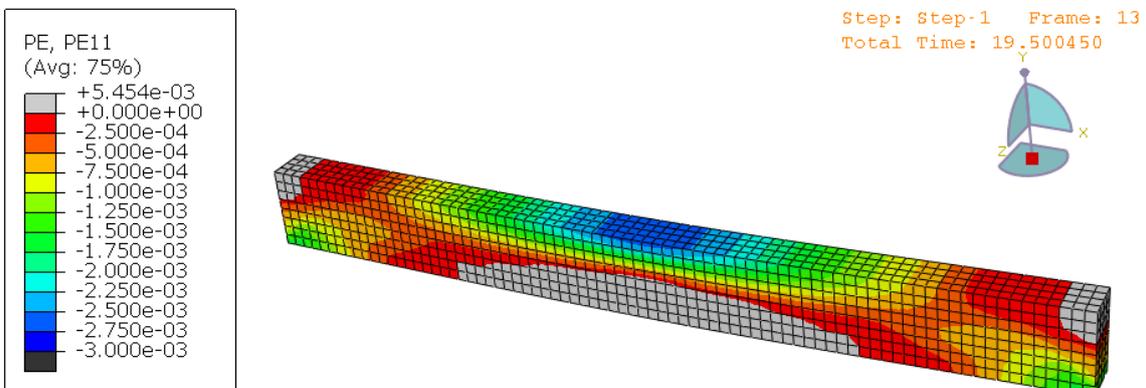
**Figura 46.** Deformaciones plásticas de la viga a los 9 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

Un instante de tiempo antes de alcanzar la carga última, a los 18 segundos, se puede observar en la Figura 47, que, en la sección central superior, las deformaciones plásticas en compresión están próximas a la máxima.



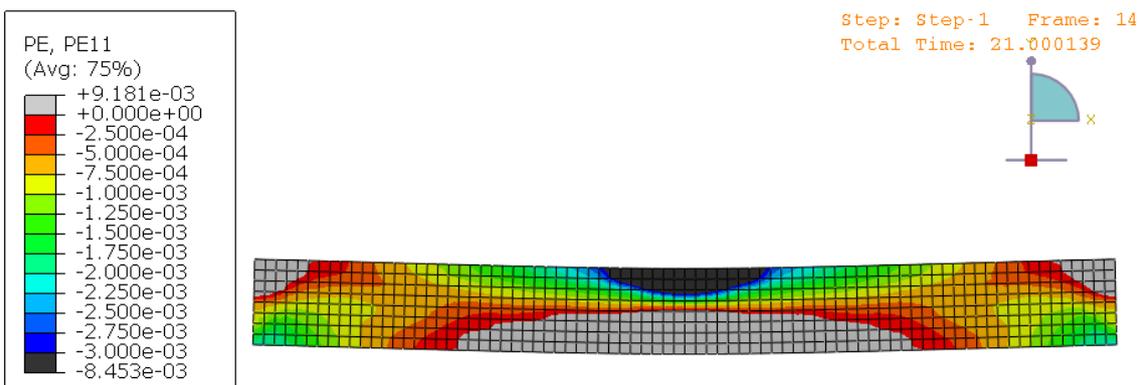
**Figura 47.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 18 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

A los 19.5 segundos, instante del colapso de la estructura, se muestra que en la sección central superior de la viga se alcanza la deformación máxima de compresión (Figura 48).

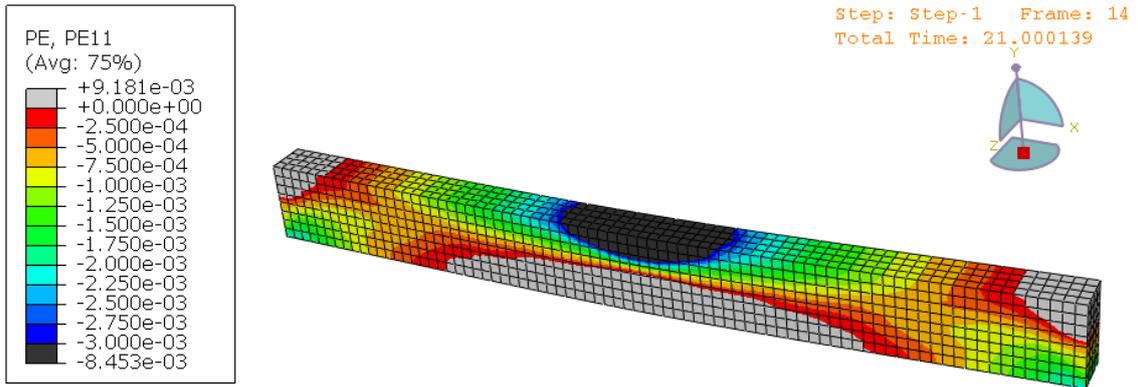


**Figura 48.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 19.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

A los 21 segundos, con la estructura colapsada, Figura 49 y 50, se superan las deformaciones plásticas de compresión máxima en la parte superior central de la viga, que son del orden de  $8.453 \cdot 10^{-3}$ .



**Figura 49.** Deformaciones plásticas de la viga a los 21 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.



**Figura 50.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP a los 21 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.



## 6. MODELO DE ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE LA VIGA CONSTRUIDA CON UN HORMIGÓN DE ULTRA-ALTAS PRESTACIONES PRETENSADO

### 6.1. INTRODUCCIÓN

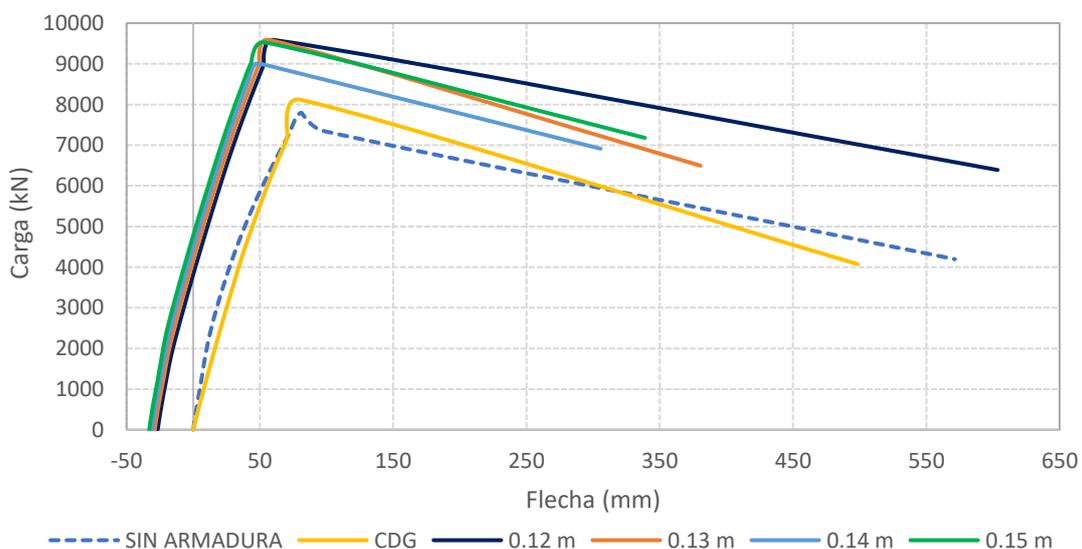
Con el fin de mejorar el comportamiento del hormigón de ultra-altas prestaciones del modelo anterior, se va a hacer uso de la técnica de pretensado mediante la introducción de unas tensiones previas en una armadura activa embebida en el interior de la viga. Con dicha presolicitación lo que se consigue es que el hormigón trabaje a compresión para las cargas que se están aplicando.

Previamente se realiza un estudio de la armadura activa a emplear, y para ello, se hace uso del diagrama de Magnel. Como la carga a la que está sometida la viga no está establecida, para el cálculo del momento de servicio, se tomará la carga máxima de la curva carga-flecha del modelo sin armadura (apartado 5) dividido entre la longitud de la viga. Con ello se podrá realizar un estudio de la mejora que supone el añadir el efecto del tesado a la viga estudiada.

Se determinará el número de cordones que debe tener la armadura activa y, posteriormente, ajustar este número de cordones teóricos al número de cordones disponibles comercialmente. Los cálculos realizados para obtener en diagrama de Magnel se encuentran en el apartado 1 del anexo de cálculo.

Con 19 cordones, la excentricidad debe estar comprendida entre 0.161 y 0.114 m. Se obtiene un número de cables de 15.63, siendo la vaina más próxima en el catálogo de Freyssinet, una vaina 19C15, es decir, una vaina con 19 cordones con un diámetro exterior de la vaina de 100 mm.

Una vez establecido el número de cordones necesario, se procede al estudio del intervalo de excentricidades en el que se debe colocar dicho tendón, con el fin de calcular la posición óptima del mismo, es decir, la excentricidad para la cual la armadura activa contribuye de forma más eficiente en la resistencia de la estructura. Para ello se estudia la curva carga-flecha para cada caso como se muestra en la Figura 51.



**Figura 51.** Curva carga-flecha para diferentes excentricidades de la vaina de la viga HUAP-P.

Realizado el estudio para varias excentricidades, se llega a la conclusión de que, la excentricidad óptima que aporta una mayor resistencia a la estructura, es decir, una mayor carga máxima en la curva carga-flecha, es para una excentricidad de 0.12 m.

## 6.2. DESCRIPCIÓN GEOMÉTRICA

A diferencia de lo descrito en el apartado 5.2, en dicha geometría de la viga se debe crear un punto con el fin de colocar posteriormente la barra de acero (Figura 52 y 53).

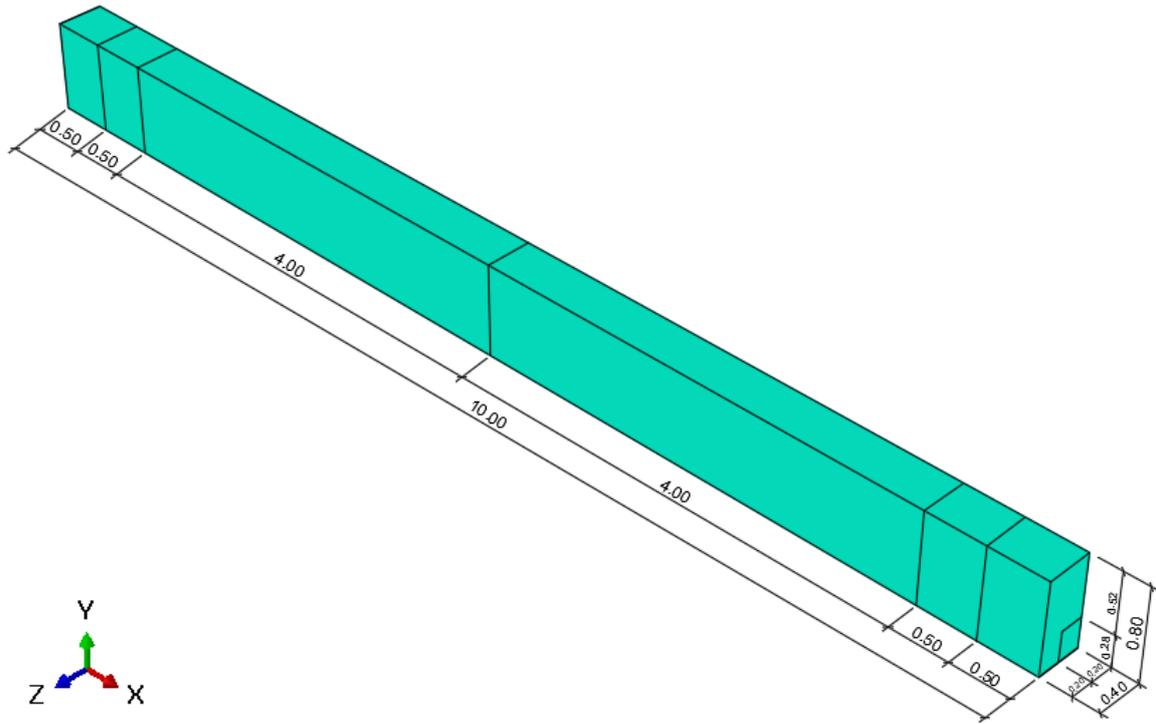


Figura 52. Perspectiva isométrica de la viga HUAP-P. Cotas en metros.

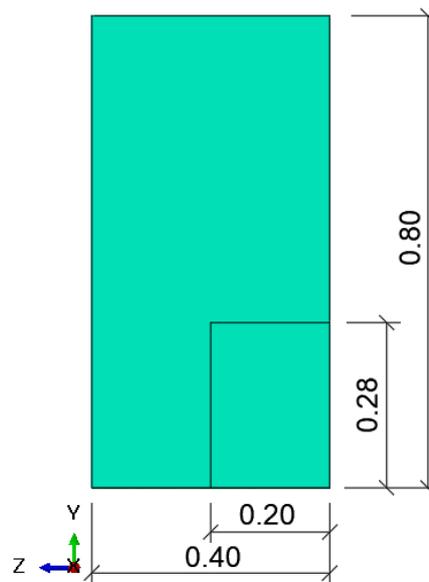
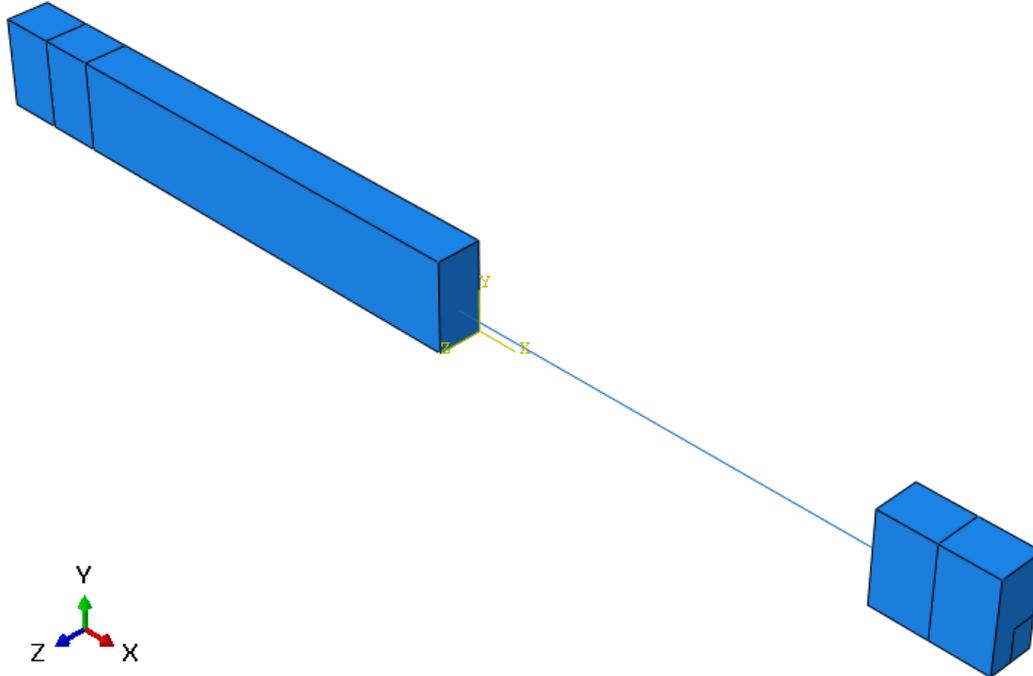


Figura 53. Sección de la viga HUAP-P. Cotas en metros.

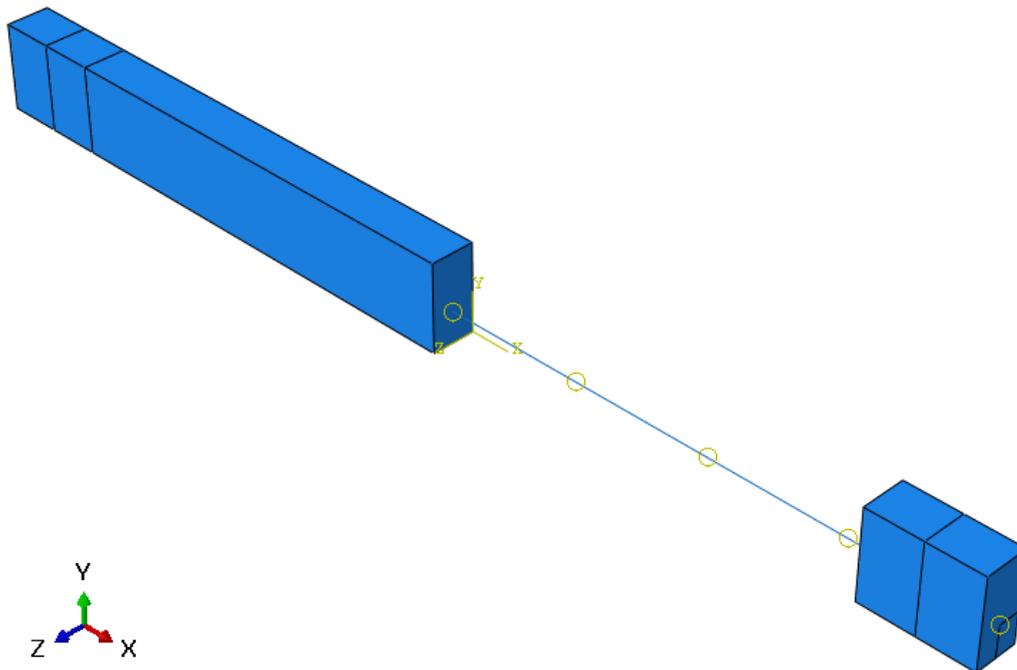
### 6.3. MÓDULO DE ENSAMBLADO Y DE INTERACCIÓN

Mediante el módulo *Assembly* se colocó la armadura dentro de la viga tomando como punto de referencia el descrito anteriormente (Figura 54).



**Figura 54.** Detalle barra de armadura embebida en la viga HUAP-P.

Una vez colocada la armadura en la posición deseada dentro de la viga, se debe establecer la relación entre dichos elementos empleando el módulo de interacción (Figura 55). Mediante la opción *embedded region*, se establece restricciones de translación de los grados de libertad de la armadura, siendo la viga el elemento que lo envuelve. Por tanto, la armadura sólo puede tener desplazamientos y giros iguales a los que tenga la viga.



**Figura 55.** Región embebida de la viga HUAP-P.

## 6.4. PROPIEDADES Y MATERIALES

El material empleado en la viga es el hormigón de ultra-altas prestaciones, de 152.49 MPa a compresión, descrito en el modelo anterior, y lo mismo ocurre con el material empleado en los apoyos. Para la armadura activa se ha utilizado el acero descrito en el apartado 4.2. (Figura 56).

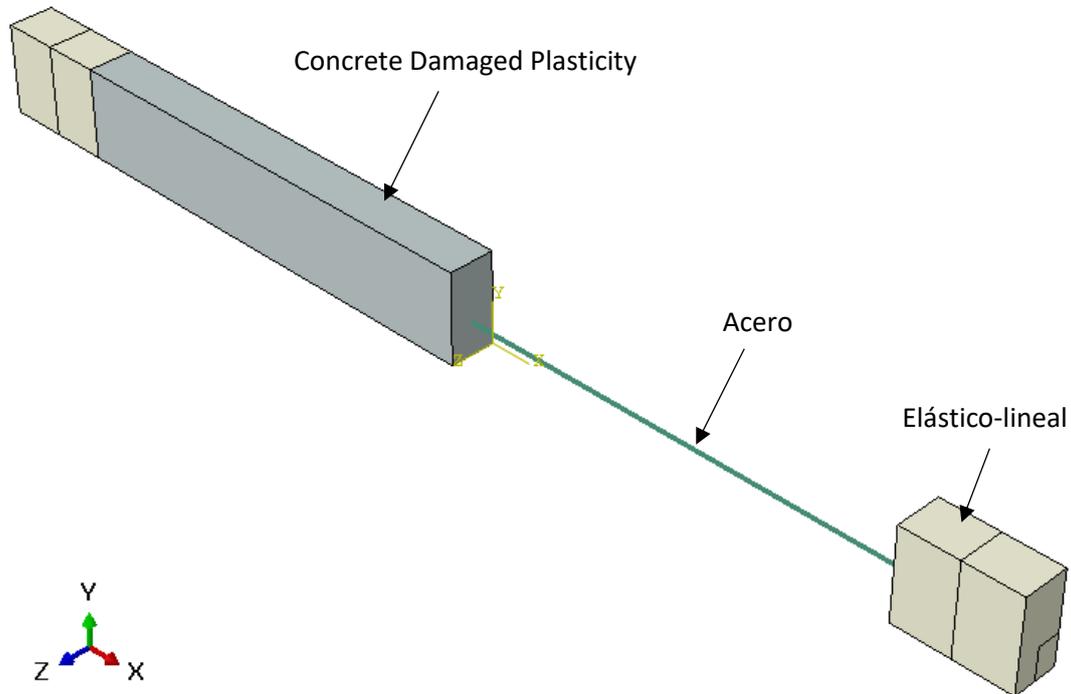


Figura 56. Disposición de los materiales en la viga HUAP-P.

## 6.5. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO

La aplicación de la fuerza de tesado se lleva a cabo mediante una tensión inicial en la armadura o por medio de la acción de la temperatura (Wei *et al.*, 2015). No obstante, ABAQUS/Explicit no permite la primera opción en este tipo de cálculo, por lo que se ha optado por la alternativa de la temperatura.

Según dicho artículo, la temperatura a aplicar se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\Delta T = - \frac{P}{c \cdot E \cdot A}$$

Siendo,

P= fuerza de pretensado calculada en base fuerza registrada durante el proceso de pretensión y con consideración de pérdida del efecto de pretensado.

c= coeficiente lineal de expansión,  $1 \cdot 10^{-5}$  MPa/C°, para el hormigón.

A= es el área de la sección transversal del tendón de pretensado en mm<sup>2</sup>.

E= Módulo de elasticidad del tendón en MPa.

La expresión de dicho artículo es válida si el elemento es lineal y, además, tiene todos los grados de libertad de los extremos impedidos. Es decir, si cogiéramos la barra y en los extremos le impedimos todos los grados de libertad y le aplicamos un incremento de temperatura, definido un módulo de Young y, un coeficiente de dilatación, la tensión que va a tener esa barra es la que establece esa ecuación. Con ello, se llega a la conclusión de que no se puede aplicar la fórmula por los siguientes motivos:

1. La barra no es el elemento que tiene los desplazamientos impedidos, sino el hormigón y, la barra está embebida en la viga, de manera que no tiene exactamente las mismas condiciones de contorno.
2. La condición de contorno de la viga de hormigón tampoco es exactamente la imposición completa de todos los desplazamientos y giros.
3. El coeficiente de dilatación de un material depende de la temperatura, aunque esta diferencia no es apreciable en el rango de temperaturas en el que se está trabajando y, por tanto, se puede asumir un coeficiente de dilatación constante.

En conclusión, la temperatura obtenida solo da un valor aproximado de la temperatura que se debe aplicar para alcanzar la tensión objetivo. Se deberá ajustar la temperatura mediante un análisis iterativo. Según lo establecido el artículo 20.2.1 de la EHE-08 (EHE-08), la fuerza de tesado ha de proporcionar en las armaduras activas una tensión inferior, en cualquier punto, menor de los siguientes valores:

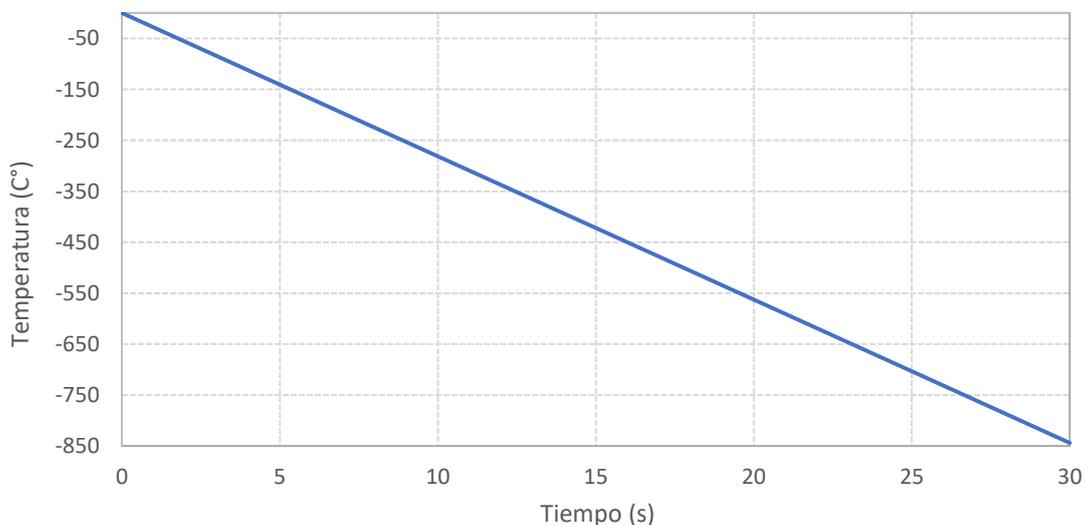
$$\min \{0.75 \cdot f_{p \text{ máx } k}; 0.9 \cdot f_{pk}\}$$

Siendo:

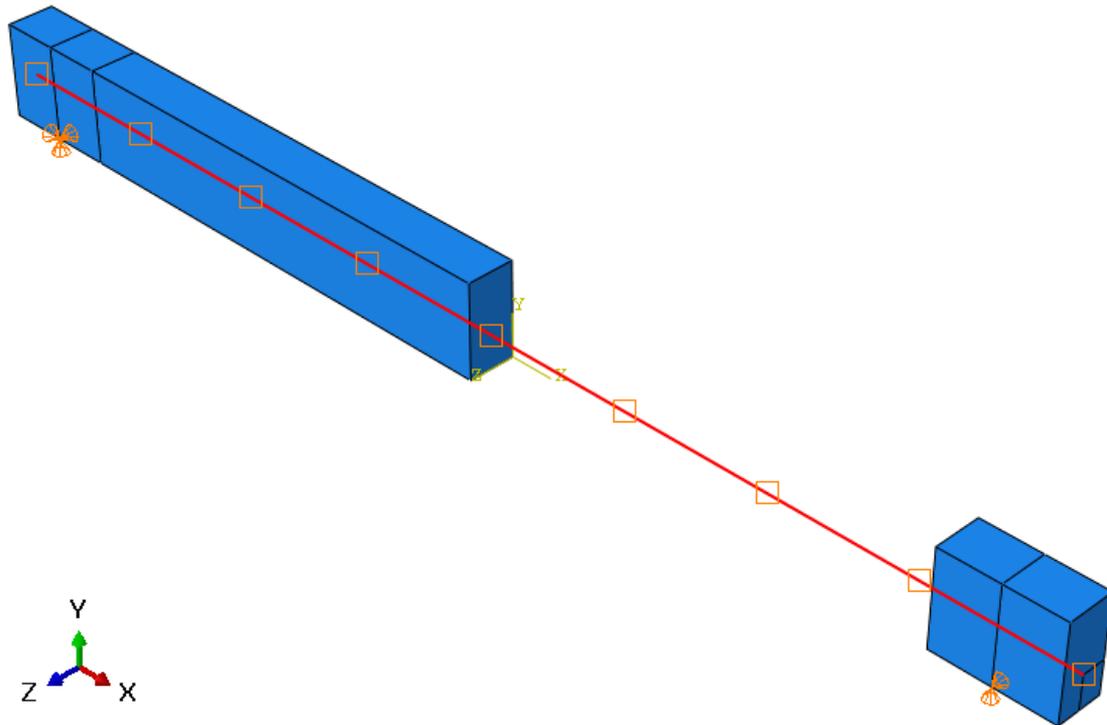
$f_{p \text{ máx } k}$  = Carga unitaria máxima característica, que según la EHE es el 90% de la  $f_{pk}$ , es decir, 1674 MPa.

$f_{pk}$  = El límite elástico característico, 1860 MPa.

Por ello, se va a realizar un cálculo iterativo para conseguir que la armadura activa alcance una tensión aproximada de 1395 MPa, a los 30 segundos, que es la duración del primer Step (Figura 57 y 58).



**Figura 57.** Temperatura aplicada de manera uniforme en la armadura activa de la viga HUAP-P.



**Figura 58.** Aplicación temperatura en la armadura activa.

La carga aplicada en el Step 2 tiene las mismas características que la empleada en el modelo anterior, descrita en el apartado 5.4.

Para que la barra transmita la tensión al hormigón comprimiéndolo, se debe permitir el desplazamiento en X, es decir, la orientación de la barra, en uno de los extremos. Esta condición se aplica en el primer Step para conseguir esa transmisión de tensiones, y posteriormente, volviendo a impedir dicho desplazamiento en X, en el segundo Step, una vez ya comprimido el hormigón. (Figura 59)

Boundary Condition Manager

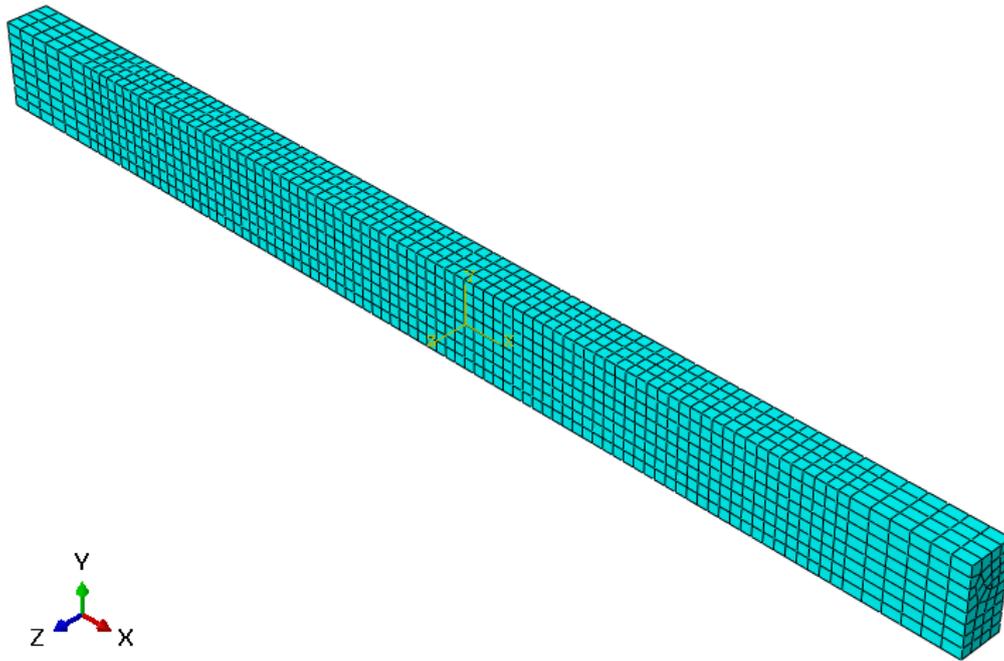
Name	Initial	Step-1	Step-2
✓ Apoyo_izq	Created	Propagated	Propagated
✓ Apoyo_der	Created	Propagated	Modified
✓ Apoyo_der_2	Created	Propagated	Modified
✓ Apoyo_izq_2	Created	Propagated	Propagated

Step procedure: Dynamic, Explicit  
 Boundary condition type: Displacement/Rotation  
 Boundary condition status: Propagated from a previous step

**Figura 59.** Modificación de las condiciones de contorno.

## 6.6. DISCRETIZACIÓN

Al igual que en el anterior modelo, se ha mallado la viga en 2944 hexaedros lineales del tipo C3D8R (Figura 60). La armadura se ha discretizado en 50 segmentos lineales del tipo T3D2.



**Figura 60.** Viga HUAP-P mallada.

## 6.7. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Como se describió para en el apartado 5.6, se va a hacer uso del ABAQUS/Explicit para realizar el análisis de las variables del problema de estudio.

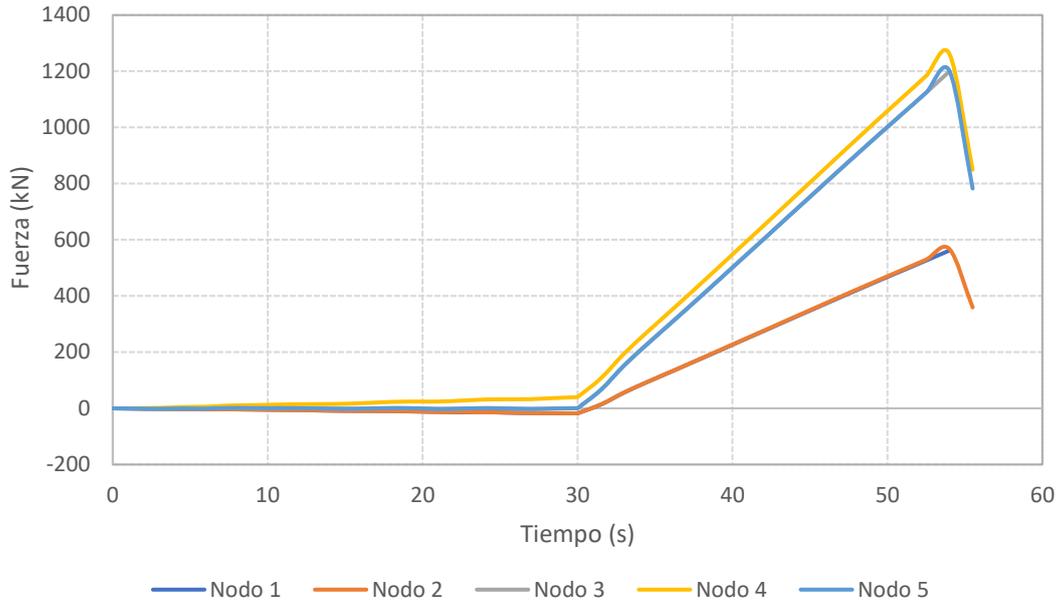
Como ya se ha comentado anteriormente, para poder realizar el pretensado en la armadura se realizó un Step inicial en el que únicamente se aplicaba la temperatura a la armadura, y en el segundo Step, aparte de modificar las condiciones de contorno, se aplica la carga uniformemente distribuida sobre la parte superior de la estructura.

La estructura colapsa a los 54 segundos, lo que equivale, según la Figura 23 de la carga aplicada uniformemente, a una presión en torno a 2 MPa. Como en el caso de la viga sin armadura, ABAQUS no es capaz de llegar a los 3 MPa a los 60 segundos, abortando el programa a los 58.5 segundos debido a los grandes desplazamientos que se producen llevando la estructura al fallo catastrófico.

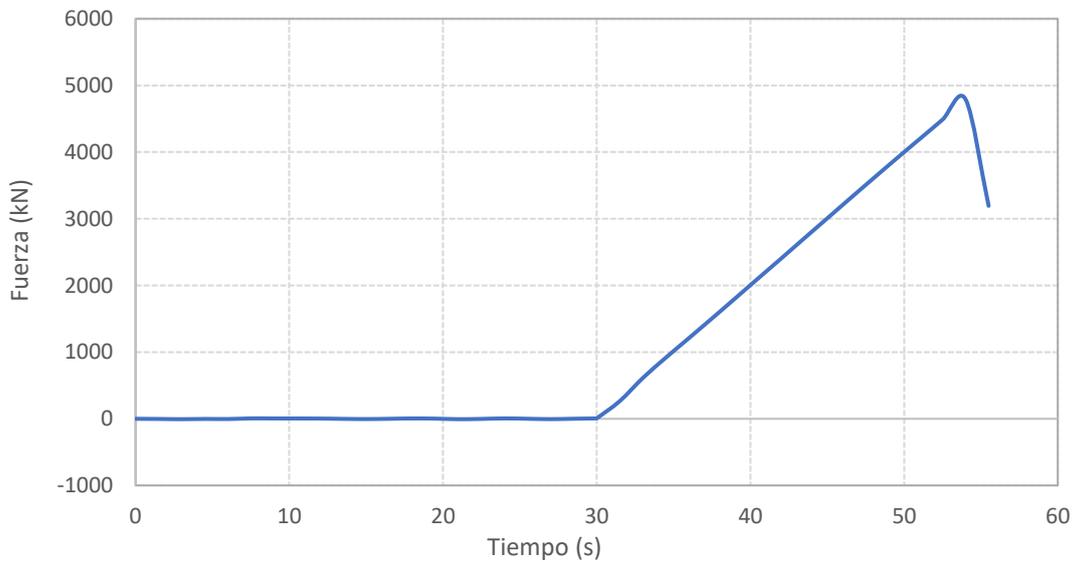
### 6.7.1. Resistencia general de la estructura

Al igual que se comentó en el subapartado 5.6.1, lo primero que se debe determinar es el valor de las reacciones producidas por la carga en los cinco nodos que se muestran en la Figura 26 correspondiente al apoyo izquierdo.

El valor de las reacciones en función del tiempo en el apoyo izquierdo, se muestran en la Figura 61, en la que se observa que dichos valores crecen linealmente con el tiempo hasta llegar al segundo 54 en el que se produce el colapso de la estructura. Después del momento del colapso, dichos valores de las reacciones disminuyen por las grandes deformaciones que se producen. La Figura 62, muestra el valor de la reacción completa del apoyo izquierdo, que se obtiene mediante la suma de los valores de los nodos del apoyo para cada instante de tiempo.

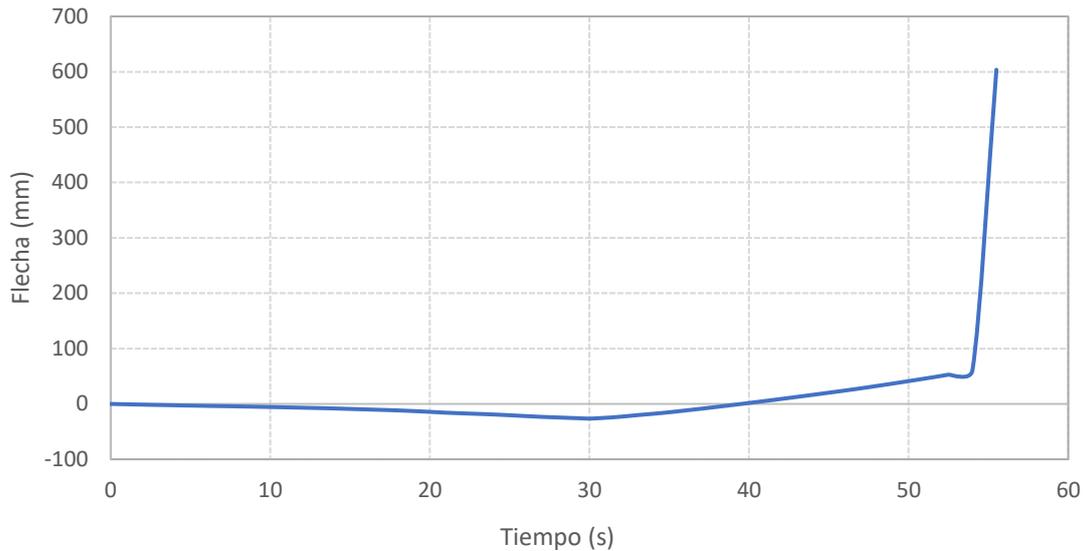


**Figura 61.** Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HUAP-P.



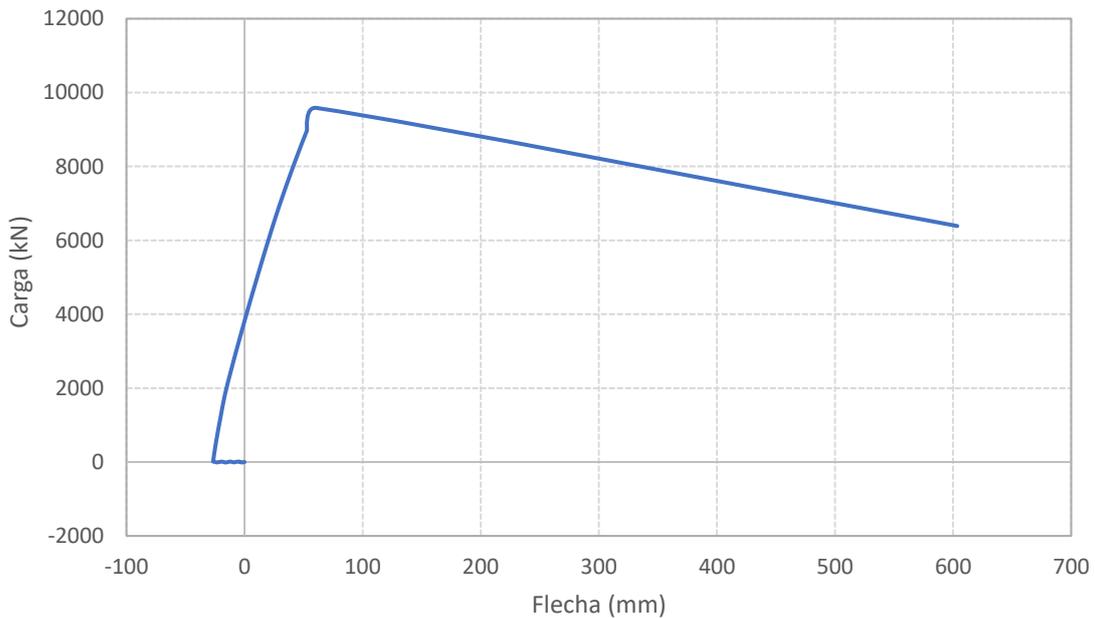
**Figura 62.** Reacción total en un apoyo de la viga HUAP-P.

La Figura 63, muestra la evolución del desplazamiento de la viga en función del tiempo en el punto central de la parte inferior de la viga. El efecto del tesado genera una contraflecha que crece de manera suave hasta llegar al segundo 30, en el que se alcanza un valor de 26.63 mm. A partir de ese instante, con la acción de la carga, dicha contraflecha se va perdiendo hasta llegar al segundo 39 en el que la flecha es aproximadamente nula. Hasta el momento de colapso, en el segundo 54, la flecha va creciendo suavemente hasta llegar a su máximo de 60.93 mm. Posteriormente al colapso la flecha aumenta de manera brusca lo que indica el fallo catastrófico de la estructura.



**Figura 63.** Curva flecha-tiempo de la viga HUAP-P.

La curva carga-flecha se muestra en la Figura 64. La curva tiene un crecimiento lineal hasta llegar al punto correspondiente con una carga última de 9584 kN, con una flecha de 60.93 mm, que corresponde, con el momento de colapso a los 54 segundos. Después del colapso la carga decrece bruscamente produciéndose unos desplazamientos considerables.



**Figura 64.** Curva carga-flecha de la viga HUAP-P.

### 6.7.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo

Se va a analizar la evolución de las variables que intervienen en la respuesta de la estructura con el tiempo. Al igual que lo descrito en el apartado 5.6.2 del modelo anterior, los puntos seleccionados para el estudio de la viga a compresión y a tracción respectivamente son los que se muestran en la Figura 65 y 66 respectivamente. Para el estudio del desarrollo de las tensiones de tracción en la armadura activa, se ha adoptado un nodo intermedio de la misma como se puede ver en la Figura 67.

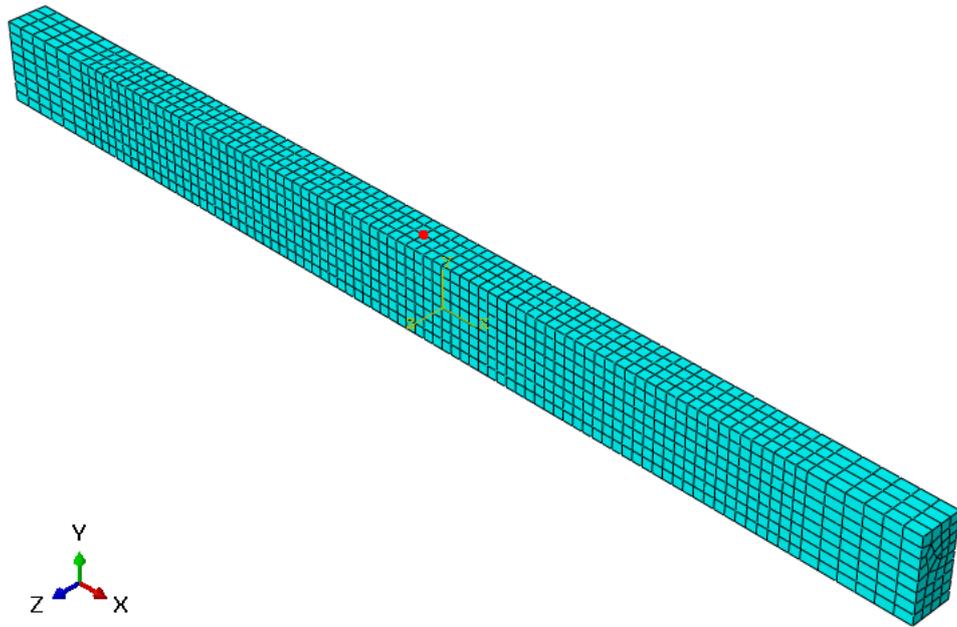


Figura 65. Nodo seleccionado para el estudio de la viga a compresión del HUAP-P.

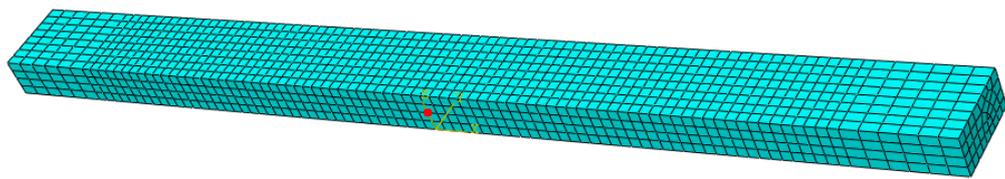


Figura 66. Nodo seleccionado para el estudio de la viga a tracción del HUAP-P.



Figura 67. Nodo seleccionado para el estudio en la armadura.

### a) Comportamiento a tracción

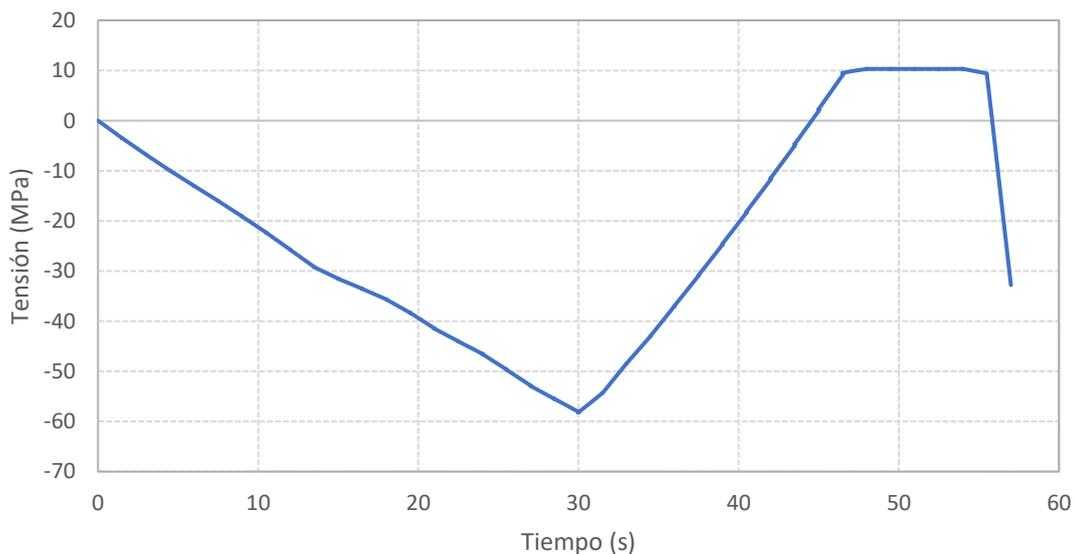
La Figura 68, muestra la evolución de las tensiones de tracción con el tiempo en la dirección X. En los primeros 30 segundos, se aplica un incremento de temperatura lineal sobre la armadura activa con el fin de pretensarla creando una tensión que comprime el hormigón en dicha parte inferior de la viga. Según el artículo 49.2.1 de la EHE-08 (EHE-08), con el fin de evitar que el pretensado genere fisuración en el hormigón provocando un inadecuado funcionamiento de la estructura, se debe comprobar que las tensiones de compresión en el hormigón cumplan la siguiente expresión:

$$\sigma_c < 0.60 \cdot f_{ck,j}$$

No obstante, para la condición más desfavorable, que es a los 30 segundos, la tensión máxima de compresión que se alcanza es de 58 MPa, quedando lejos del valor que se obtendría con la expresión anterior. Por tanto, cuando llega al segundo 30, la acción del pretensado ha generado

compresiones en el hormigón, menores a las máximas admisibles que provocan la fisuración, para que tenga una mejor respuesta ante las cargas que se le aplicarán en el siguiente Step.

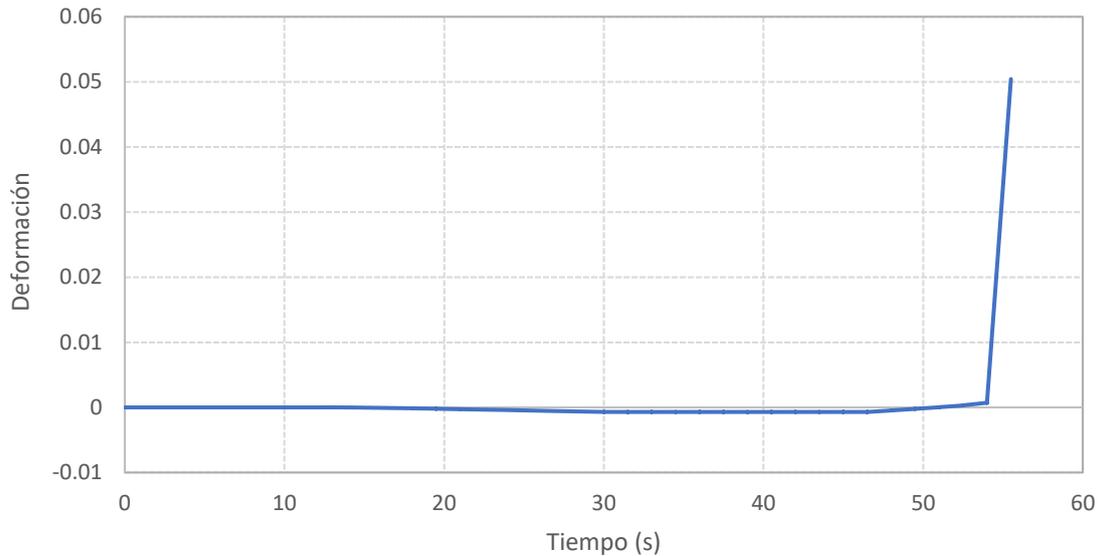
A partir de dicho instante, se aplica la carga sobre la superficie de la viga, lo que provoca que la parte inferior de la viga se vaya traccionando hasta llegar al segundo 45, en que comienzan a generarse tensiones de tracción. Dichas tensiones de tracción aumentan de manera lineal hasta llegar a los 48 segundos, en el que se alcanza la resistencia a tracción del hormigón, 10.4 MPa. A partir de dicho instante hasta llegar al momento de colapso a los 54 segundos, dichas tensiones disminuyen de manera muy suave debido al efecto de las fibras de acero que colaboran evitando la propagación de las fisuras creadas al alcanzarse la resistencia a tracción, como ocurría en el modelo de la viga reforzada exclusivamente con fibras (apartado 5).



**Figura 68.** Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X en la viga HUAP-P.

La evolución de las deformaciones plásticas en la dirección X con el tiempo pueden verse en la Figura 69. En los primeros 30 segundos, ya que el hormigón de la viga se está comprimiendo debido al pretensado, las deformaciones plásticas que se producen son de compresión, que alcanzan su máximo a los 30 segundos, llegando a  $6.93 \cdot 10^{-4}$ .

A partir de ese instante, empezando la aplicación de la carga, las deformaciones disminuyen hasta que a los 51 segundos pasan a convertirse en deformaciones plásticas de tracción. Dichas deformaciones aumentan de manera suave hasta los 54 segundos, alcanzándose una deformación de  $7.34 \cdot 10^{-4}$ . Posteriormente, las deformaciones aumentan de forma brusca dado que la estructura ha perdido su capacidad resistente, tal y como muestra el rápido descenso de las tensiones de tracción en la Figura 68.

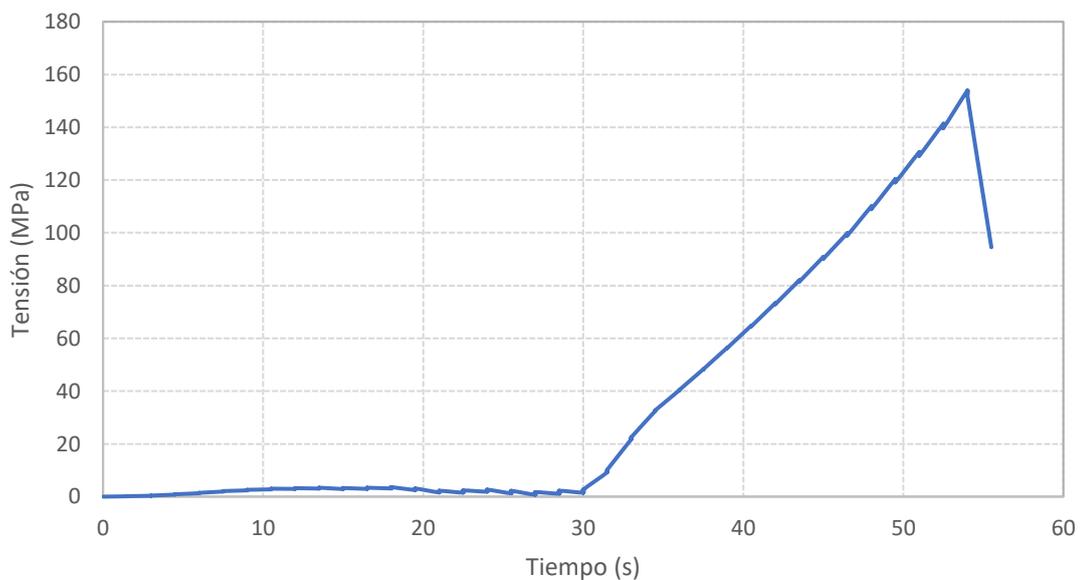


**Figura 69.** Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de tracción en la viga HUAP-P.

### b) Comportamiento a compresión

Como ya se indicó anteriormente, el tesado de la armadura activa genera tensiones de compresión en la estructura. En la cabeza superior de la viga, las tensiones de compresión producidas por el tendón son inferiores que las producidas en la parte inferior de la estructura, por ello que no se debe realizar ninguna comprobación de la fisuración a compresión que pudiera provocar el tesado. La tensión máxima de compresión que provoca el tesado se alcanza a los 30 segundos alcanzando un valor de 2.62 MPa (Figura 70).

Con la aplicación de la carga a partir de los 30 segundos, aumentan las tensiones de compresión hasta llegar al momento en el que colapsa la estructura, a los 54 segundos, en el que se alcanza una tensión de compresión de 153.83 MPa.

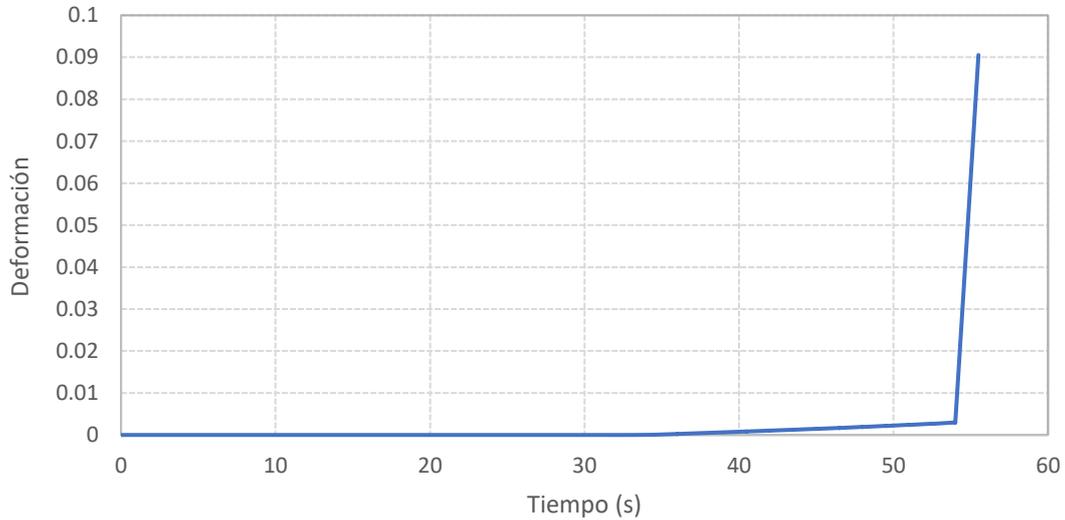


**Figura 70.** Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X en la viga HUAP-P.

Las deformaciones plásticas de compresión son nulas hasta llegar al final del primer Step (Figura 71), a partir del cual, las deformaciones aumentan de manera suave hasta llegar al momento de

colapso de la estructura, a los 54 segundos, en el que se alcanzan unas deformaciones máximas de  $3 \cdot 10^{-3}$ , correspondientes a la resistencia a compresión del hormigón.

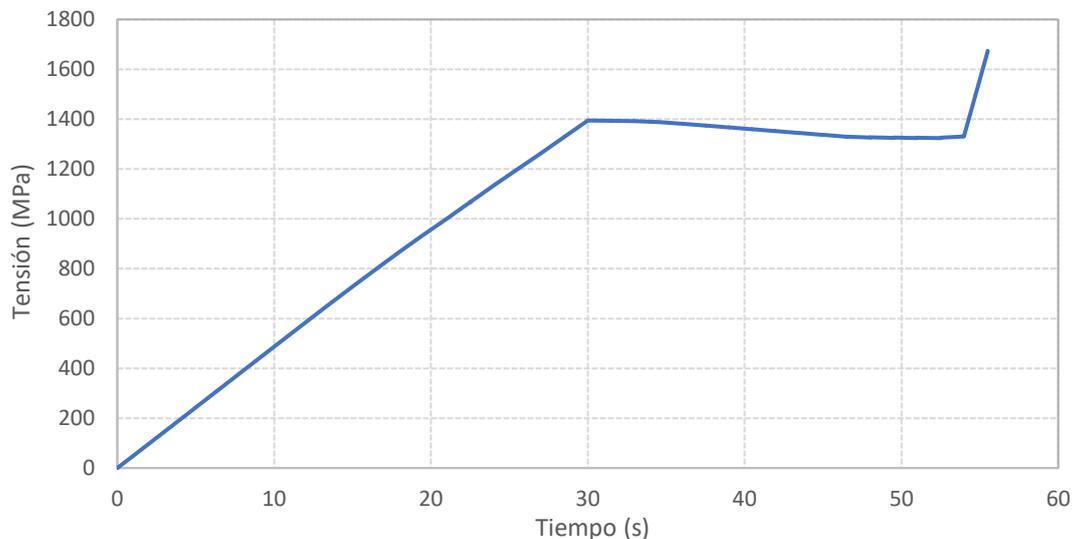
A partir del segundo 54, momento del colapso de la estructura, las deformaciones aumentan considerablemente debido a que la estructura ha perdido su capacidad resistente, como muestra la Figura 70 a partir de dicho instante de tiempo.



**Figura 71.** Evolución de las deformaciones plásticas en la zona de compresión en la viga HUAP-P.

### c) Armadura activa

Como se mostró en el apartado 6.5, en el primer Step se aplica a la armadura activa temperatura con el fin de simular el tesado de la misma. A los 30 segundos, se llega a la tensión máxima admisible de tesado de 1395 MPa. A partir de la aplicación de la carga dicha tensión disminuye de forma suave hasta llegar a los 52.5 segundos debido a la compresión en la fibra a la altura armadura activa. En el segundo 54, es el momento en el que se produce el colapso de la viga, el hormigón deja de tener capacidad resistente, y se transfieren las tensiones de tracción a la armadura activa. A los 55 segundos, con la estructura ya colapsada, la armadura activa se deforma rápidamente (Figura 72).



**Figura 72.** Evolución de las tensiones en la armadura activa en la dirección X.

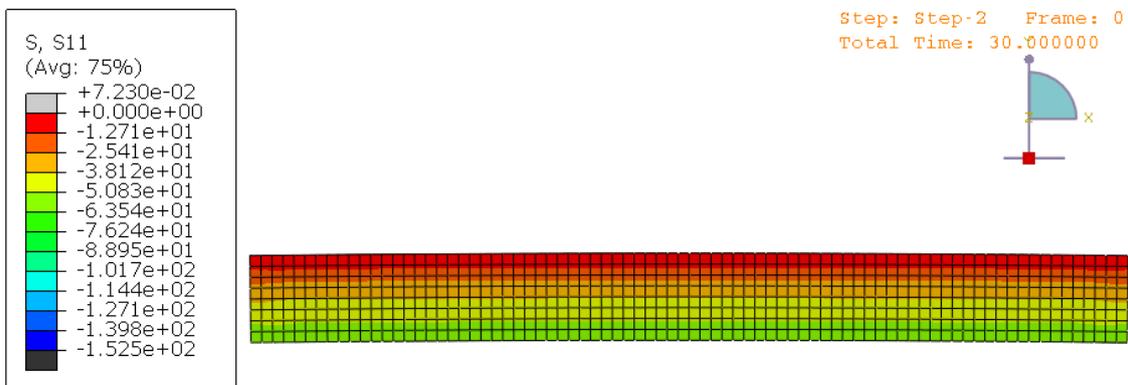
### 6.7.3. Análisis cualitativo de las variables con el tiempo

Se estudiará la evolución a lo largo del tiempo de las tensiones y las deformaciones plásticas de la viga y la armadura activa. Como en el análisis del anterior modelo, se va a distinguir en escala de colores diferentes las Figuras en función de las tensiones, tracción o compresión, que se deseen visualizar. Al no tener interés los valores obtenidos en los apoyos, esta parte se desactivará con el fin de centrar la atención en los valores de la viga.

#### 6.7.3.1. Análisis del estado tensional de la viga

##### a) 0 - 30 segundos

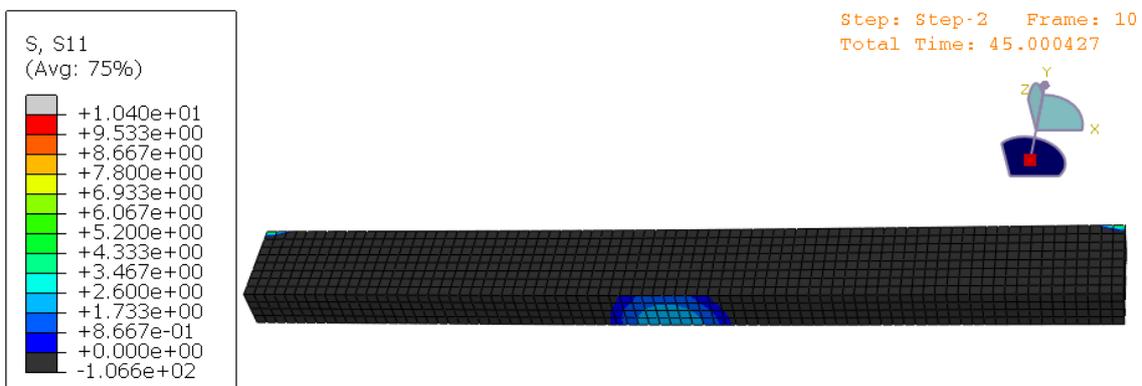
En esta primera parte se observa, en la Figura 73, como el tesado de la armadura hasta llegar al máximo de tesado, a los 30 segundos, produce tensiones de compresión en la viga. Como se estudió en los gráficos de tensiones del apartado 6.7.2, la mayor tensión de compresión que genera el tesado, se produce en la parte inferior de la viga llegando a un máximo de 58 MPa, y un mínimo de 1.27 MPa en la parte superior de la viga.



**Figura 73.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.

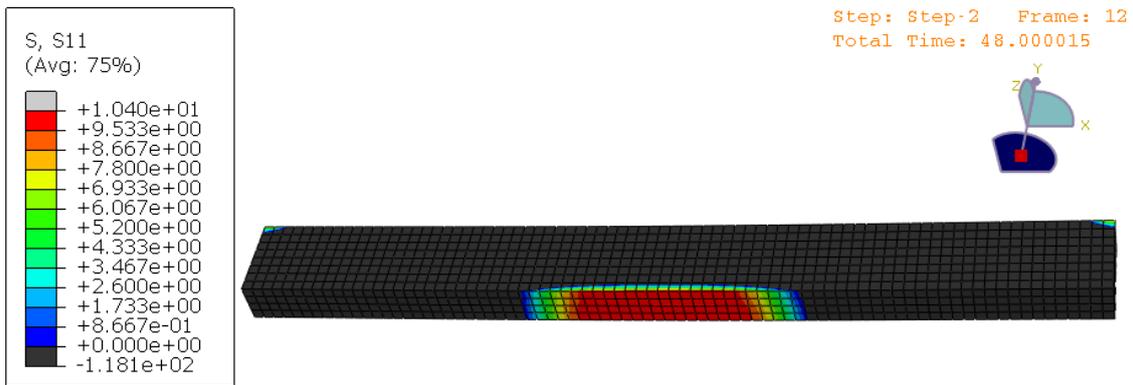
##### b) 30 - 48 segundos

Con el inicio del segundo Step, en el que se aplica la carga sobre la estructura, el hormigón se va descomprimiendo, hasta llegar al segundo 45, en el que comienzan a generarse tensiones de tracción en la parte inferior central de la viga, alcanzando 2.32 MPa, tal y como se muestra en la Figura 74. El comportamiento a compresión viene representado por zonas negras en las figuras.



**Figura 74.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

A medida que la carga se incrementa, se alcanza la resistencia máxima a tracción de 10.4 MPa, a los 48 segundos, en una amplia zona de la parte inferior central de la viga (Figura 75).

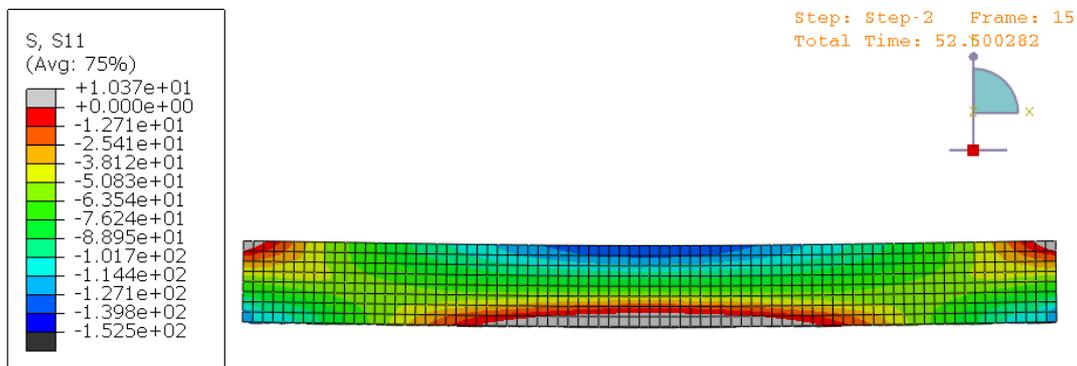


**Figura 75.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 48 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

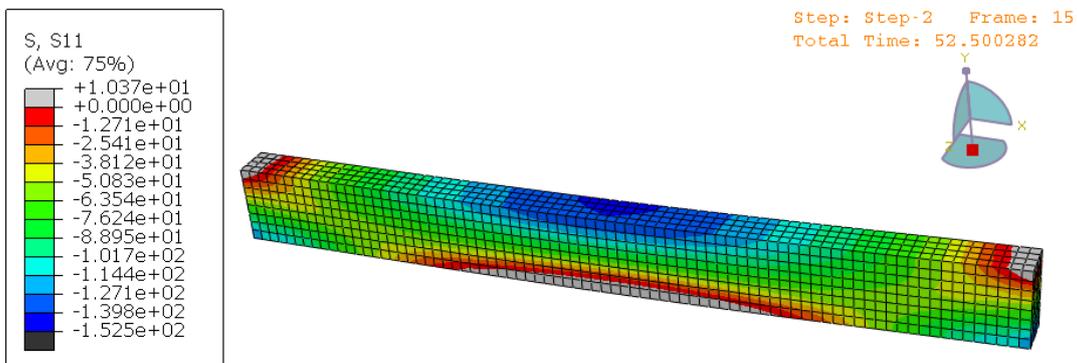
### c) 48 - 55 segundos

Alcanzada la resistencia a tracción del hormigón a los 48 segundos, se procede el análisis de las tensiones de compresión hasta llegar a los 54 segundos, momento en el que se produce el colapso de la estructura. El comportamiento a tracción viene representado por zonas grises en las Figuras.

En el segundo 52.5, instante de tiempo previo al colapso, se puede observar en la Figura 76 y 77, que las tensiones de compresión en la zona central están próximas a la de la resistencia a compresión.

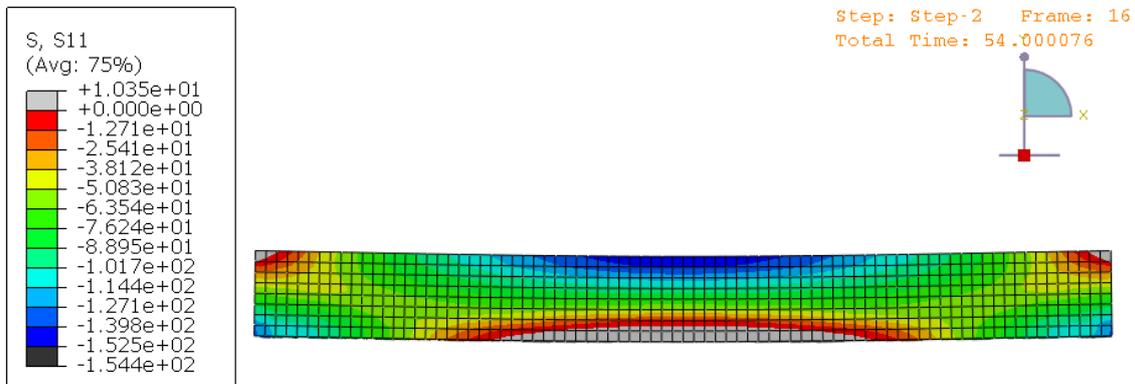


**Figura 76.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.

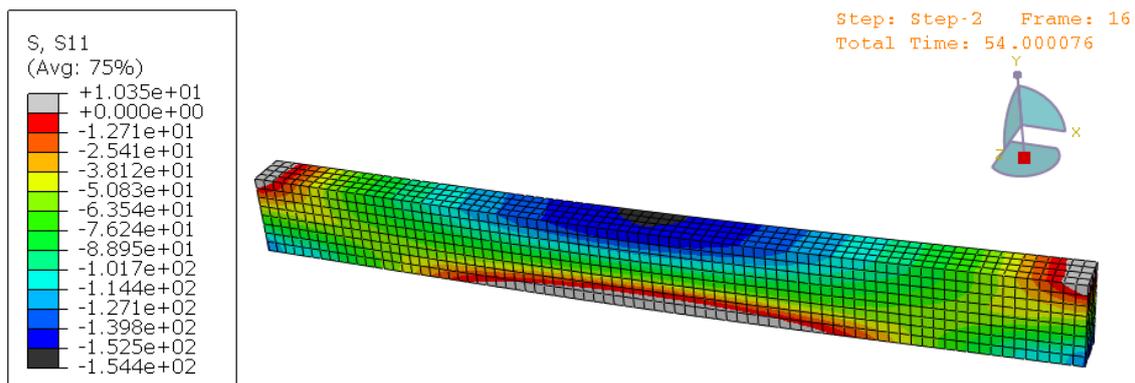


**Figura 77.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.

Las tensiones de compresión en la parte superior central de la viga siguen aumentando hasta el momento en que se produce el colapso de la estructura, debido a que se sobrepasa la resistencia a compresión máxima del hormigón, llegando a una tensión de 153.83 MPa a los 54 segundos. La zona central superior de color oscuro indica que se ha sobrepasado dicho límite a compresión. Como se comentó anteriormente dicha tensión se ha podido alcanzar en el momento de colapso gracias a la acción del pretensado (Figura 78 y 79).

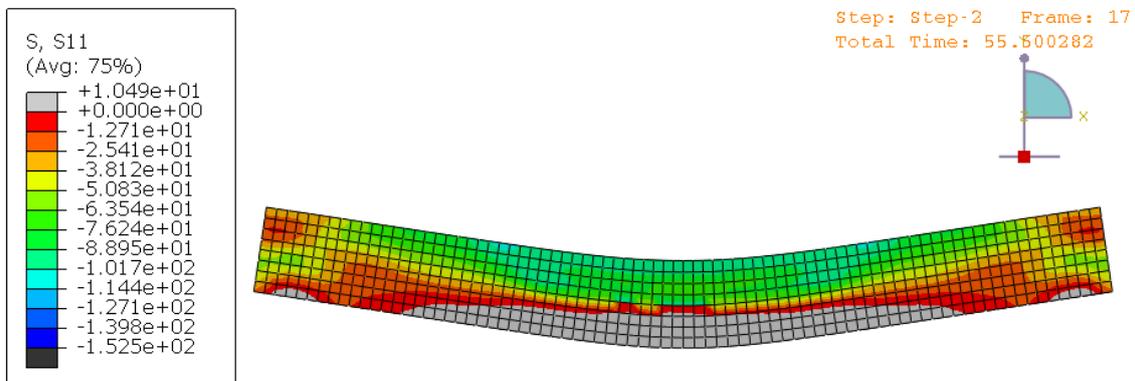


**Figura 78.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.



**Figura 79.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.

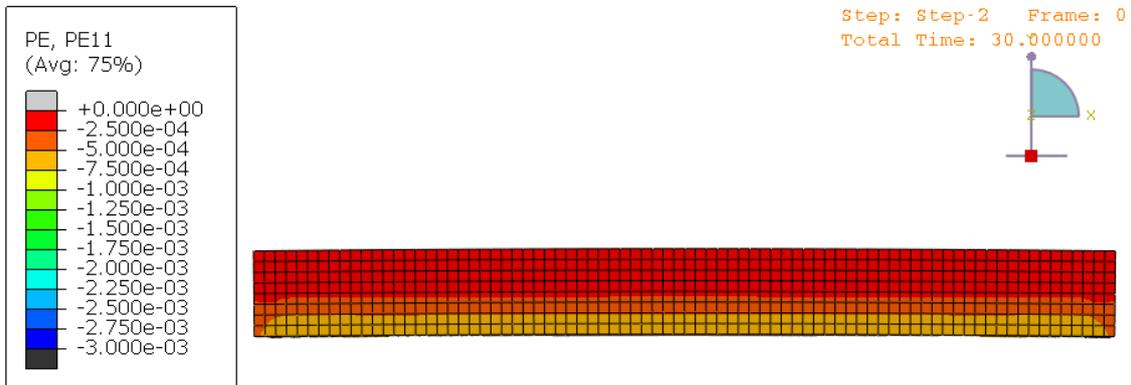
En la Figura 80, a los 55.5 segundos, se observa un instante posterior al colapso de la estructura con el fallo catastrófico de la misma.



**Figura 80.** Estado tensional de la viga de HUAP-P a los 55.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.

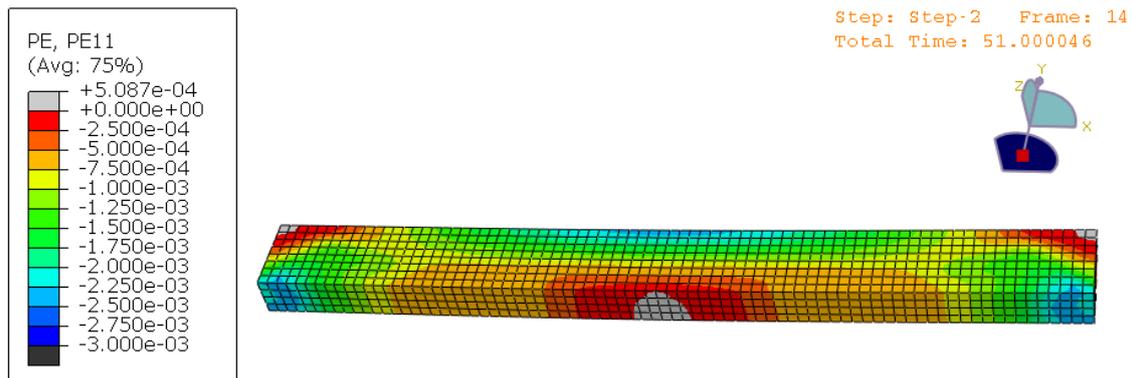
### 6.7.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga

Al comprimir el hormigón con el tesado de la armadura, en la viga se generan deformaciones de compresión alzando un mínimo de  $2.5 \cdot 10^{-4}$  en la parte superior de la viga, y un máximo de  $6.93 \cdot 10^{-4}$  en su parte inferior a los 30 segundos (Figura 81).



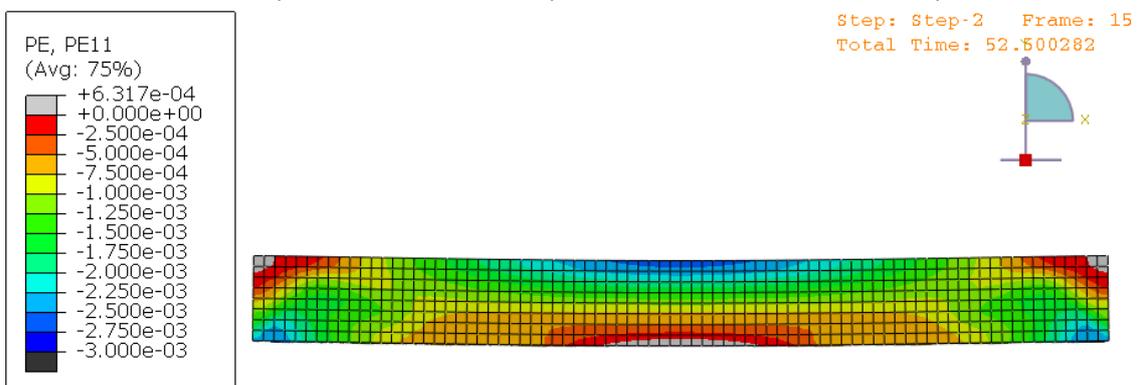
**Figura 81.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 30 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.

A los 51 segundos, en la Figura 82, las deformaciones en la parte central inferior de la viga pasan a ser deformaciones de tracción, las cuales están representadas de color gris.

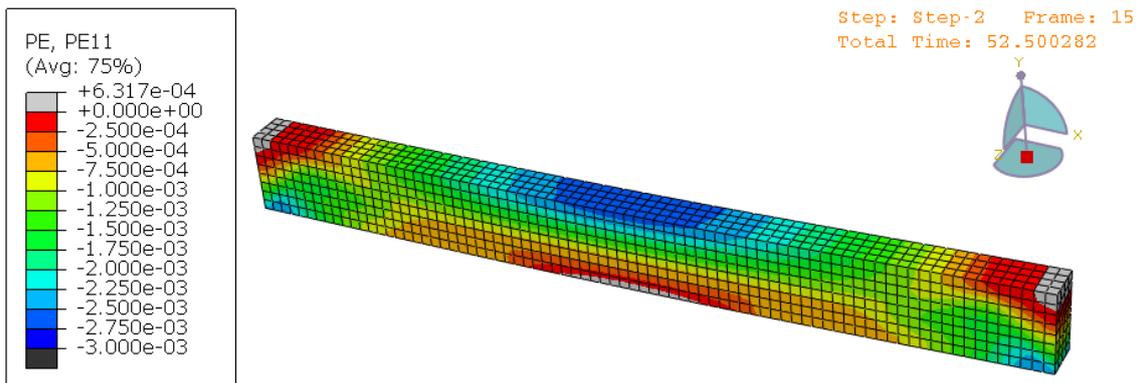


**Figura 82.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 51 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior Escala de colores a compresión.

Un instante de tiempo previo al colapso, a los 52.5 segundos, en la parte superior central de la viga, como se muestra en las Figuras 83 y 84, existe una amplia zona que está próxima a alcanzar la deformación de compresión máxima correspondiente a la resistencia a compresión.

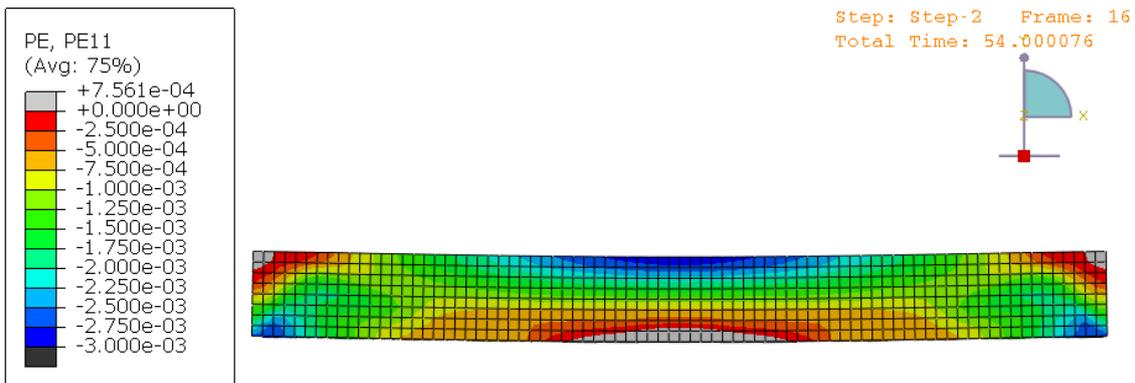


**Figura 83.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.

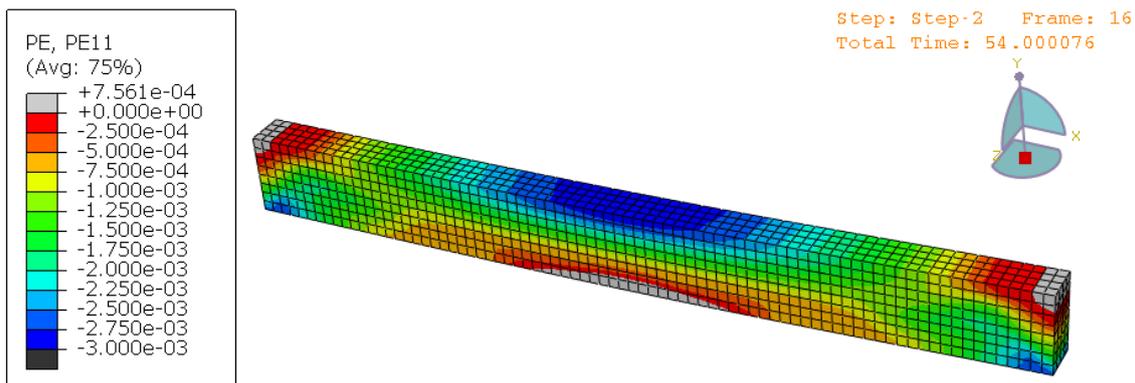


**Figura 84.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 52.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

A los 54 segundos, en el momento de colapso de la estructura, dicha zona anteriormente descrita alcanza las deformaciones máximas de compresión de  $3 \cdot 10^{-3}$ , tal y como se observan en las Figuras 85 y 86.

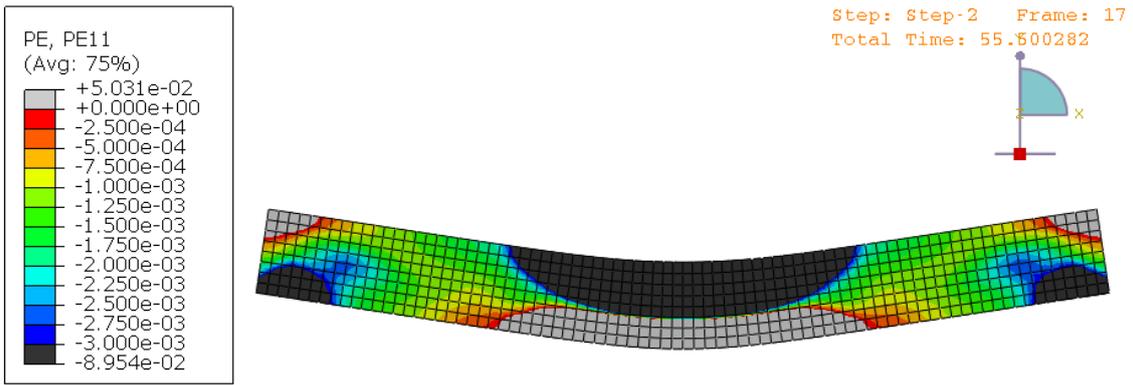


**Figura 85.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.



**Figura 86.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

A los 55.5 segundos, justo después del colapso de la estructura, las deformaciones que se generan son muy elevadas debido a que la estructura ha perdido su capacidad resistente, llegando al fallo catastrófico de la misma (Figura 87).



**Figura 87.** Deformaciones plásticas de la viga de HUAP-P a los 55.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.

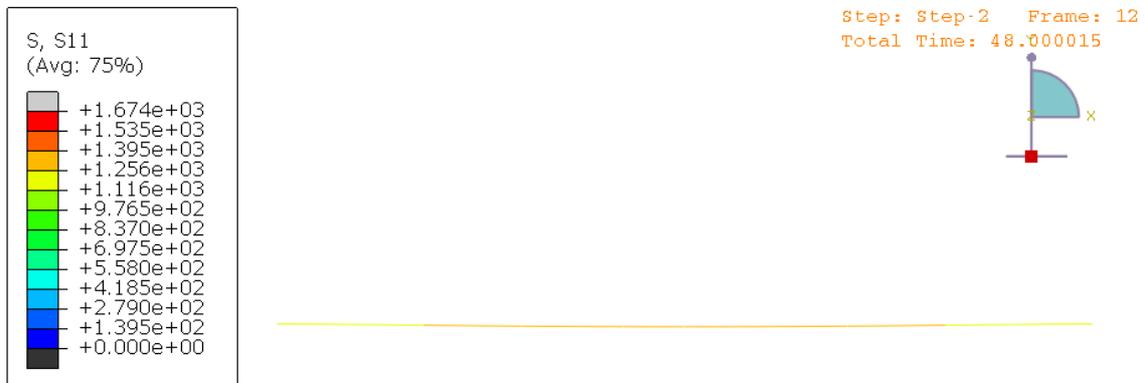
### 6.7.3.3. Análisis del estado tensional de la armadura activa

En el siguiente análisis del estado tensional de la armadura, la escala de colores empleada será a tracción. A los 30 segundos, la armadura ya se ha tesado completamente hasta llegar a la tensión de 1395 MPa (Figura 88).



**Figura 88.** Estado tensional de la armadura pretensada a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa.

Una vez que se alcanza la resistencia máxima a tracción del hormigón a los 48 segundos, las tensiones máximas se encuentran localizadas en el centro de la barra (Figura 89).



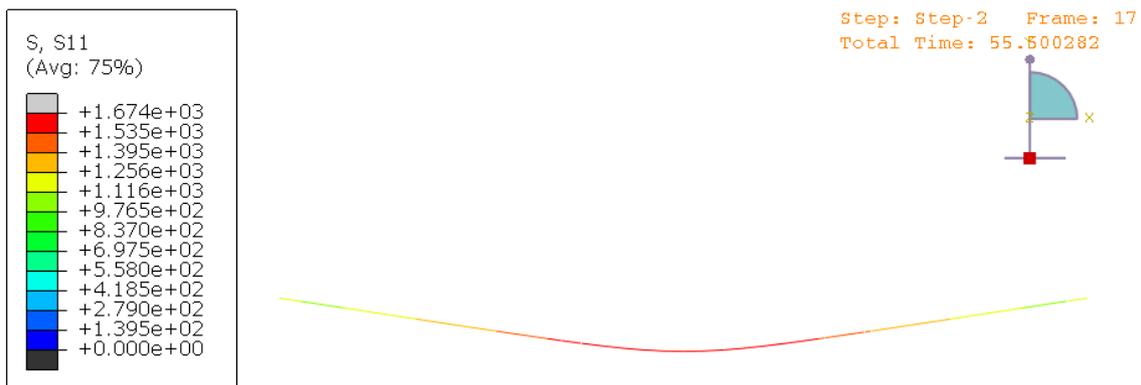
**Figura 89.** Estado tensional de la armadura pretensada a los 48 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa.

En la Figura 90, que corresponde al instante de colapso a los 54 segundos, se observa que en ningún punto de la barra ha superado el límite elástico a tracción.



**Figura 90.** Estado tensional de la armadura pretensada a los 54 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa.

Como se observó en la curva tensión-tiempo de la armadura activa en el apartado 6.7.2, a los 55 segundos, instante siguiente al colapso, se produce un salto de tensiones en el punto central de la barra, correspondiente a la pérdida de capacidad resistente del hormigón. Como se muestra en la Figura 91, las tensiones máximas de la barra vienen representadas en color rojo y abarca una amplia zona de la barra.



**Figura 91.** Estado tensional de la armadura pretensada a los 55.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa.

## 7. MODELO DE ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO EN FRACTURA DE LA VIGA CONSTRUIDA CON UN HORMIGÓN DE ALTA RESISTENCIA

### 7.1. INTRODUCCIÓN

Se va a realizar un modelo de una viga de hormigón de alta resistencia con armadura activa. En el siguiente capítulo se realizará una comparación de comportamiento de dicha estructura respecto a la misma obtenida en el modelo anterior para un hormigón de ultra-altas prestaciones.

Al igual que en el modelo anterior, se realizará un estudio de la armadura activa a emplear y su ubicación dentro de la viga mediante el empleo del diagrama de Magnel.

Aunque no tenga sentido el realizar un modelo de una viga de 10 metros con hormigón de alta resistencia sin armadura, para determinar una carga previa para el cálculo del momento de servicio, se tomó el pico de la curva carga-flecha del modelo sin armadura dividido entre la longitud de la viga. Los cálculos realizados para obtener en diagrama de Magnel se encuentran en apartado 2 del anexo de cálculo.

Con 7 cordones, la excentricidad debe estar comprendida entre 0.161 y 0.114 m. Se obtiene un número de cables de 5.13, siendo la vaina más próxima en el catálogo de Freyssinet, una vaina 19C15, es decir una vaina con 7 cordones, con un diámetro exterior de la vaina de 65 mm.

Una vez establecido el número de cordones necesario, se procede al estudio del intervalo de excentricidades en el que se debe colocar dicho tendón, con el fin de calcular la posición óptima del mismo, es decir, la excentricidad para la cual la armadura activa contribuye de forma más eficiente en la resistencia de la estructura. Para ello se estudia la curva carga-flecha para cada caso como se muestra en la Figura 92.

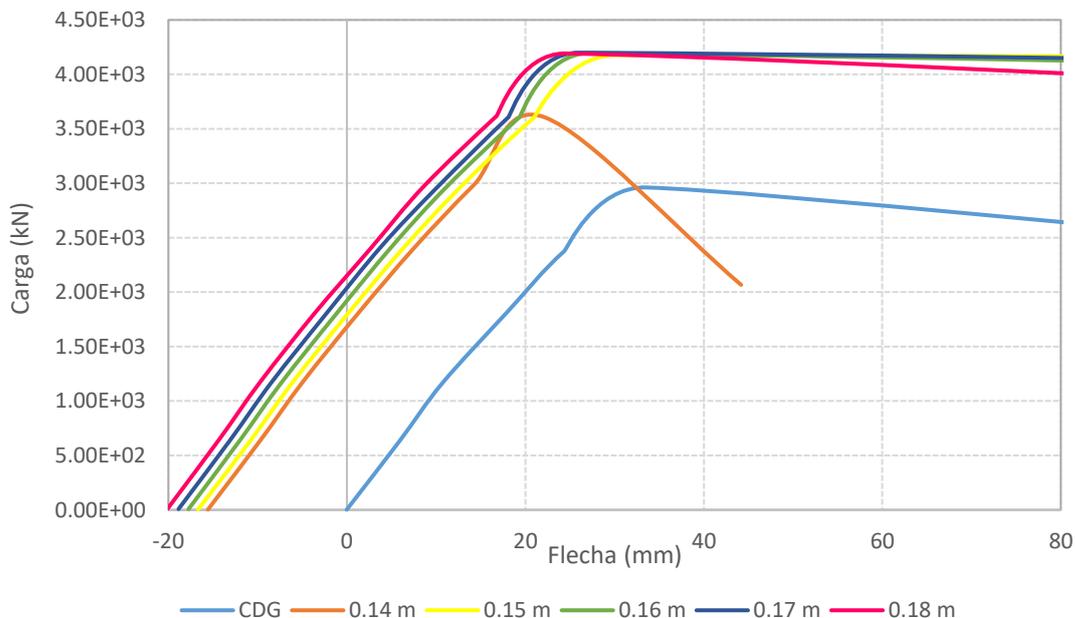


Figura 92. Curva carga-flecha para diferentes excentricidades de la vaina de la viga HAR-P

A pesar de que en el estudio de excentricidades realizado se muestra que la que aporta mayor resistencia a la estructura es de 0.17, alcanzando un pico de carga de 4199 kN y una flecha de

26.03 mm, no se cumplen otras restricciones que establece la EHE-08. Según el artículo 49.2.2 de la EHE-08 (EHE-08), se debe asegurar que la acción del pretensado no genere tensiones de tracción en el momento de la transferencia en ninguna fibra de la sección, es decir:

$$\sigma_c \geq \sigma_{min} = 0$$

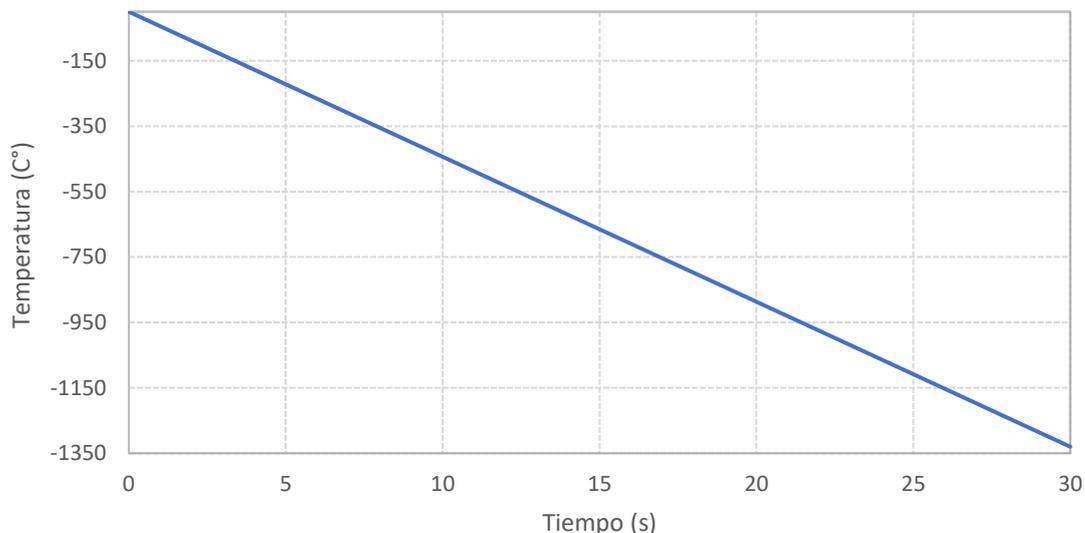
Para la excentricidad de 0.17 m, no se cumplía la anterior restricción, alcanzándose en el momento de la transferencia en la fibra superior de la viga una tensión de tracción de 1.42 MPa.

Con el fin de cumplir dicha restricción, se decidió emplear una excentricidad de 0.15 m. Con dicha excentricidad se alcanza un pico de carga de 4176 kN y una flecha de 30.13 mm. Como se puede observar dichos valores no están lejos de los obtenidos con la excentricidad de 0.17 m.

## 7.2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

La descripción es idéntica al modelo estudiado desde el apartado 6.2 al apartado 6.6, con dos diferencias:

- El punto de referencia para introducir la armadura se encuentra a 0.15 m del centro de gravedad, es decir, la excentricidad calculada previamente.
- La temperatura aplicada para que la armadura activa alcance una tensión aproximada de 1395 MPa a los 30 segundos, la cual se muestra en la Figura 93.



**Figura 93.** Temperatura aplicada de manera uniforme en la armadura activa en la viga HAR-P.

## 7.3. ANÁLISIS Y RESULTADOS

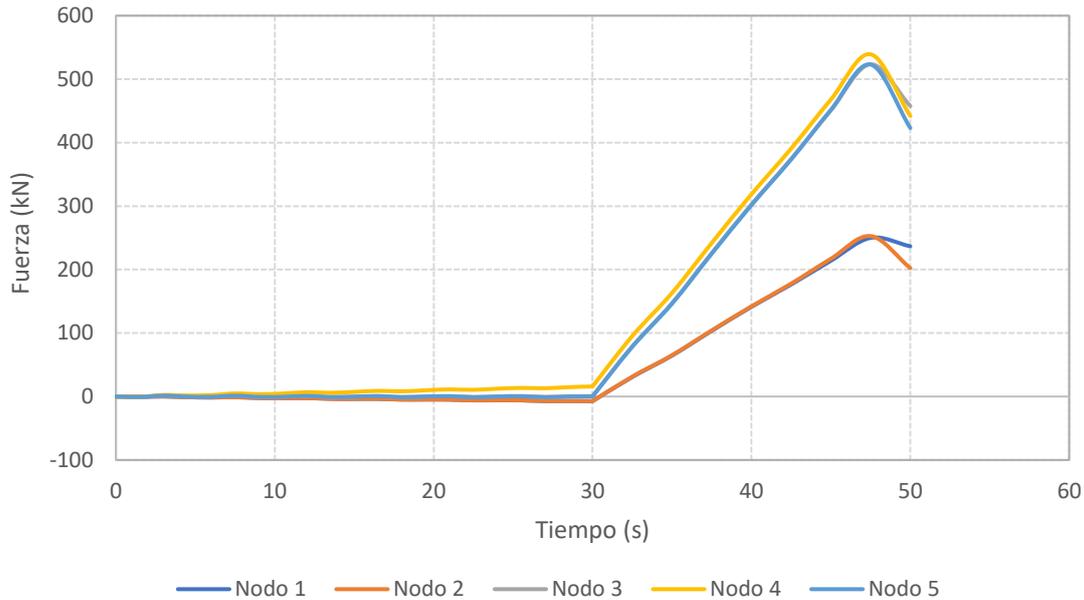
Al igual que en el modelo anterior, se va a hacer uso del ABAQUS/Explicit para realizar el análisis de las variables del problema de estudio.

Como ya se ha comentado anteriormente, para poder realizar el pretensado en la armadura se realizó un Step inicial en el que únicamente se aplicaba la temperatura a la armadura, y en el segundo Step, aparte de modificar las condiciones de contorno, se aplica la carga uniformemente distribuida sobre la parte superior de la estructura.

A los 50 segundos, la estructura colapsa debido a una presión en torno a 0.75 MPa. ABAQUS no es capaz de llegar a los 3 MPa, abortando el programa a los 57 segundos debido a las grandes deformaciones que se producen llevando a la estructura al fallo catastrófico.

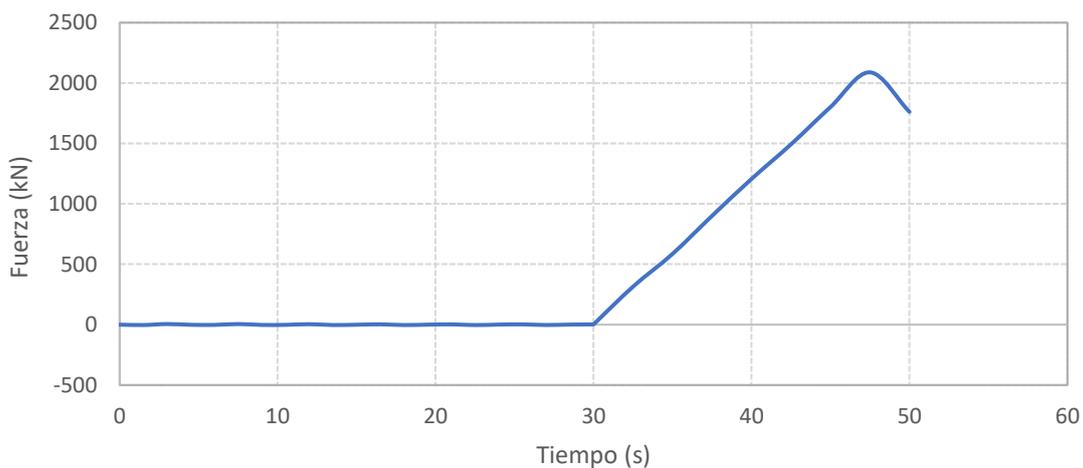
### 7.3.1. Resistencia general de la estructura

La Figura 94 muestra el valor de las reacciones de los nodos del apoyo izquierdo. Como se puede observar dichos valores crecen linealmente a partir del inicio de la aplicación de la carga en el segundo 30, hasta el momento de colapso, en el segundo 47.5, a partir del cual los valores disminuyen bruscamente debido a los grandes desplazamientos que se producen.



**Figura 94.** Reacción en los nodos del apoyo izquierdo de la viga HAR-P.

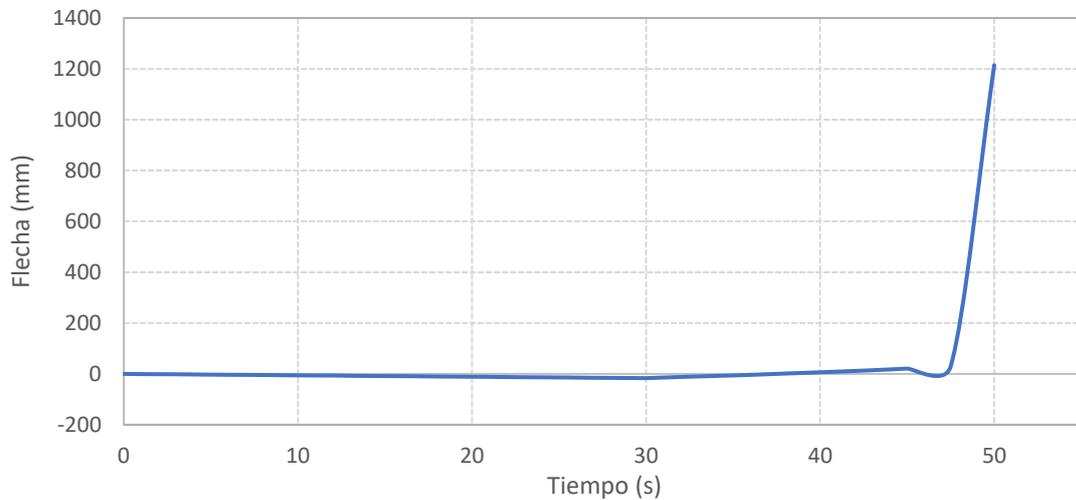
La Figura 95, muestra el valor de la reacción completa del apoyo izquierdo, que se obtiene mediante la suma de los valores de los nodos del apoyo para cada instante de tiempo.



**Figura 95.** Reacción total en un apoyo de la viga HAR-P.

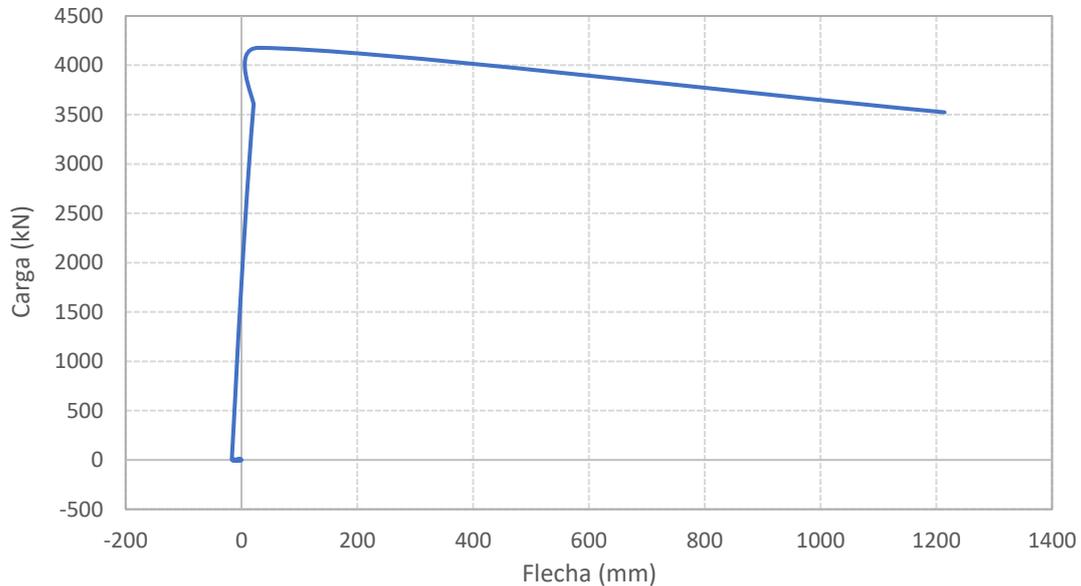
La Figura 96, muestra la evolución del desplazamiento de la viga en función del tiempo en el punto central de la parte inferior de la viga. El efecto del pretensado de la armadura genera una contraflecha que crece de manera suave hasta llegar al segundo 30, en el que se alcanza un valor

de 16.66 mm. Posteriormente, con la aplicación de la carga, dicha contraflecha va disminuyendo hasta llegar al segundo 37.5 en el que la flecha es aproximadamente nula. En el segundo 47.5, momento de colapso, la flecha alcanza su máximo de 30.12 mm. Posteriormente al colapso, la flecha aumenta de manera brusca lo que indica el fallo catastrófico de la estructura.



**Figura 96.** Curva flecha-tiempo de la viga HAR-P.

La curva carga-flecha se muestra en la Figura 97. La curva tiene un crecimiento lineal hasta llegar al punto correspondiente con una carga de 4176 kN con una flecha de 30.13 mm, que corresponde, con el momento de colapso a los 47.5 segundos. Después del colapso la curva decrece produciéndose unos importantes desplazamientos.



**Figura 97.** Curva carga-flecha de la viga HAR-P.

### 7.3.2. Comportamiento de la estructura con el tiempo

La selección de dichos puntos de estudio del comportamiento a tracción y a compresión (Figura 98 y 99) han sido elegidos a posteriori de la ejecución del programa ya que, en este modelo, los puntos más desfavorables para el estudio no se ubicaban en el punto central inferior y superior de la viga como ocurría en los modelos anteriores.

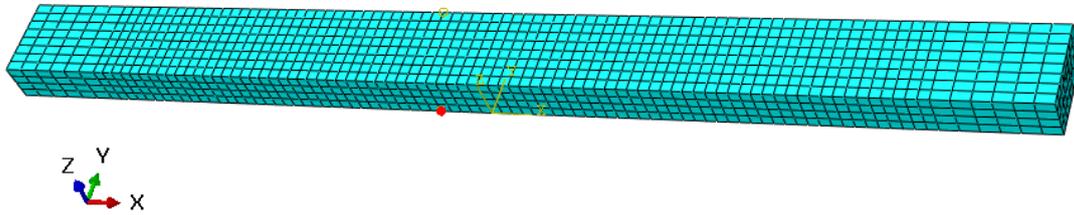


Figura 98. Punto seleccionado para el estudio a tracción en la viga HAR-P.

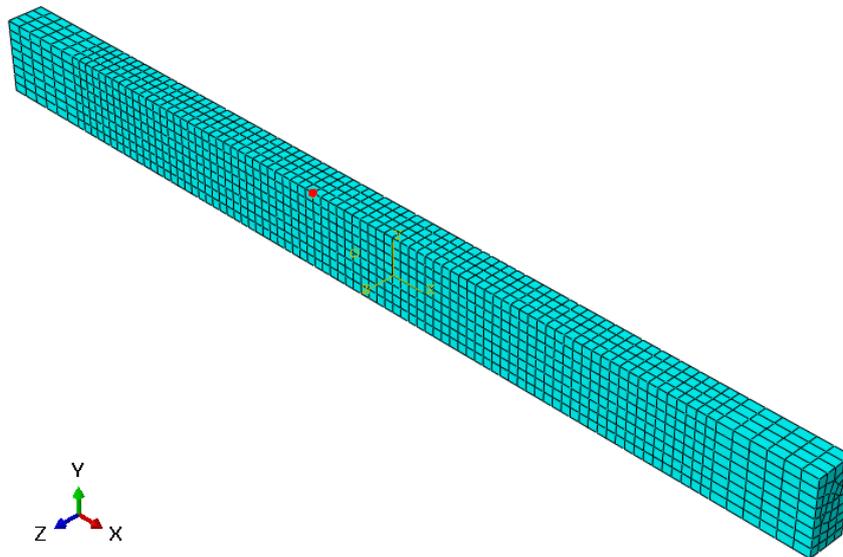


Figura 99. Punto seleccionado para el estudio a compresión en la viga HAR-P.

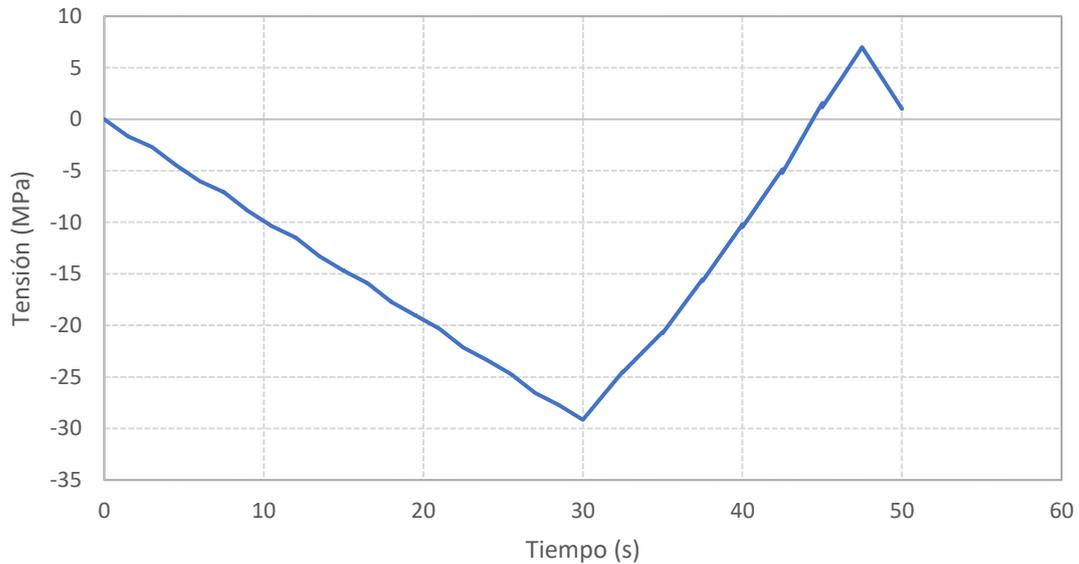
#### a) Comportamiento a tracción

La Figura 100, muestra la evolución de las tensiones de tracción con el tiempo en la dirección X. En el primer Step, hasta finalizar este a los 30 segundos, el pretensado de la armadura producido por la aplicación de la temperatura ha generado tensiones en el hormigón comprimiéndolo. Como se comentó en el apartado 6.7.2 del modelo anterior, se debe comprobar lo establecido en el artículo 49.2.1 de la EHE-08 (EHE-08) relativo a las tensiones de compresión máximas que puede provocar el pretensado en el momento de la transferencia:

$$\sigma_c < 0.60 \cdot f_{ck,j}$$

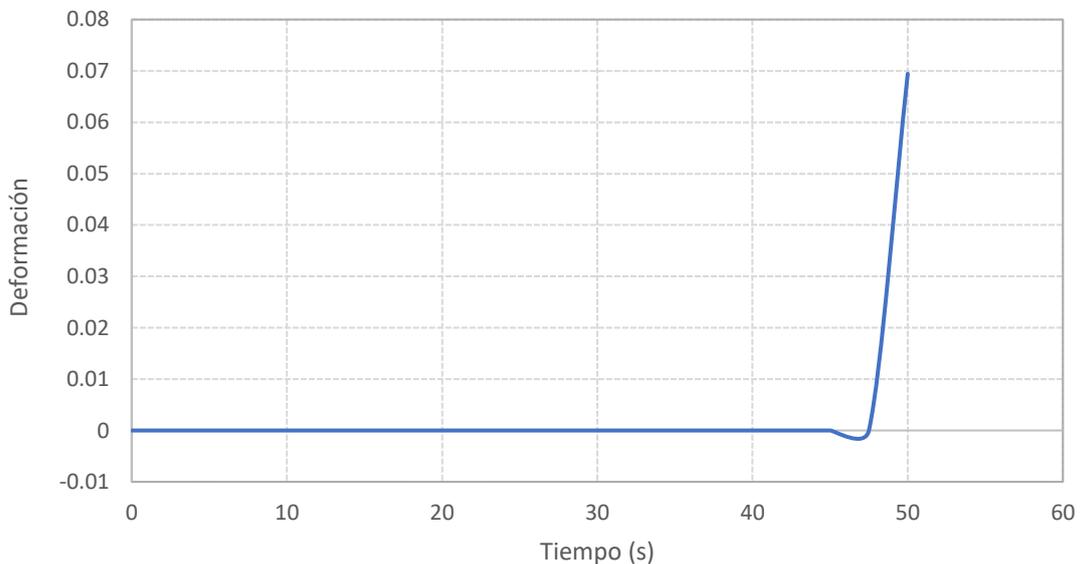
A los 30 segundos, cuando la tensión de la armadura activa alcanza el máximo durante el pretensado, la tensión máxima de compresión que se alcanza en el hormigón es de 29.16 MPa, quedando lejos del valor que se obtendría con la expresión anterior. Por tanto, cuando llega al segundo 30, la acción del pretensado ha generado compresiones en el hormigón menores a las máximas admisibles que provocan la fisuración, para que tenga una mejor respuesta ante las cargas que se le aplicarán en el siguiente Step.

A partir de dicho instante, se aplica la carga sobre la superficie de la viga, lo que provoca que la parte inferior de la viga se vaya traccionando hasta llegar al segundo 47.5, el momento de colapso de la estructura.



**Figura 100.** Evolución de las tensiones en la zona de tracción en la dirección X en la viga HAR-P.

La evolución de las deformaciones plásticas en la dirección X con el tiempo se observan en la Figura 101. No se producen deformaciones plásticas de tracción hasta llegar al momento de colapso de la estructura en el segundo 47.5.



**Figura 101.** Deformaciones plásticas en la zona de tracción en la viga HAR-P.

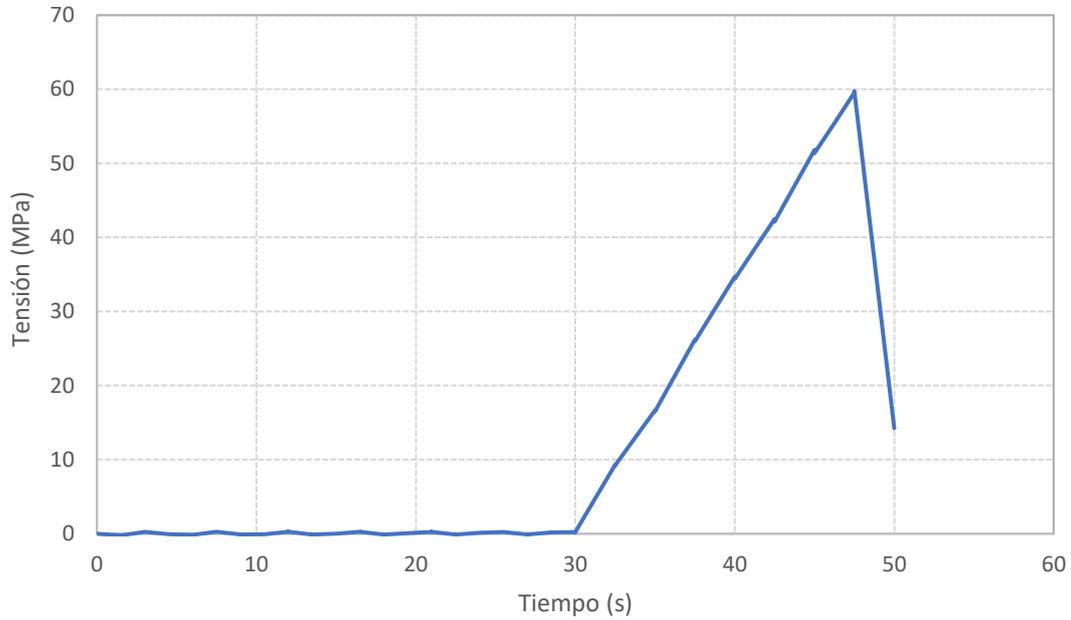
### b) Comportamiento a compresión

Según el artículo 49.2.2 de la EHE-08 (EHE-08), se debe asegurar que la acción del pretensado no genere tensiones de tracción en el momento de la transferencia en ninguna fibra de la sección:

$$\sigma_c \geq \sigma_{min} = 0$$

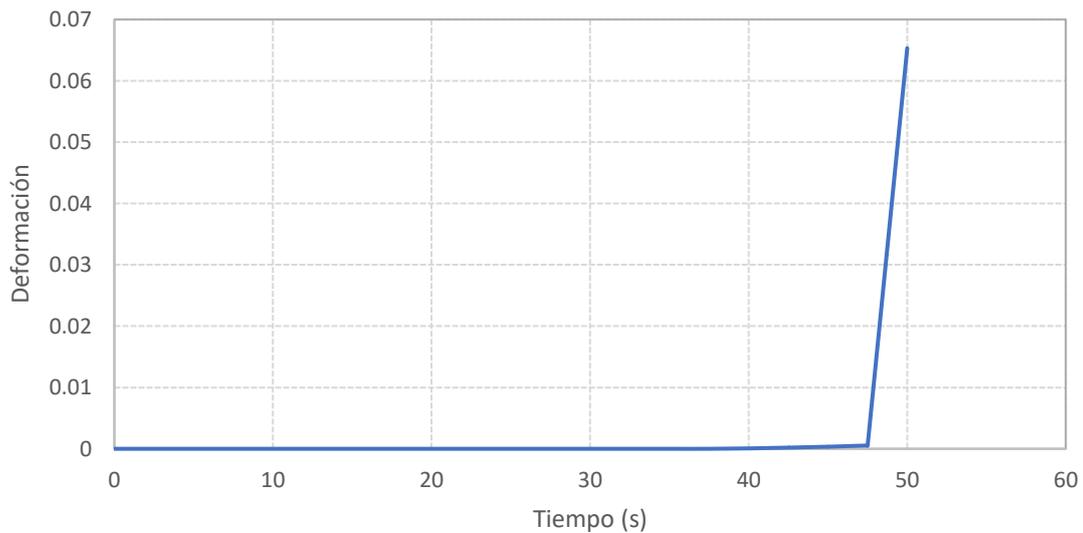
A los 30 segundos, la tensión generada por la acción del pretensado en la fibra superior de la viga es de 0.22 MPa a compresión, por tanto, se cumple la anterior expresión. (Figura 102).

A partir del siguiente Step, se aplica la carga de manera uniforme sobre la parte superior de la viga hasta llegar a la resistencia de compresión a los 47.5 segundos, en el que se produce el colapso de la estructura.



**Figura 102.** Evolución de las tensiones en la zona de compresión en la dirección X.

Las deformaciones plásticas de compresión son muy pequeñas hasta llegar al segundo 40, alcanzando una deformación a compresión de  $6.64 \cdot 10^{-5}$  (Figura 103). A partir de dicho instante, las deformaciones comienzan a aumentar de manera suave hasta llegar al momento de colapso, a los 47.5 segundos, en el que superan la deformación plástica a compresión, correspondiente a la resistencia compresión, alcanzando un valor de  $5.32 \cdot 10^{-3}$ .

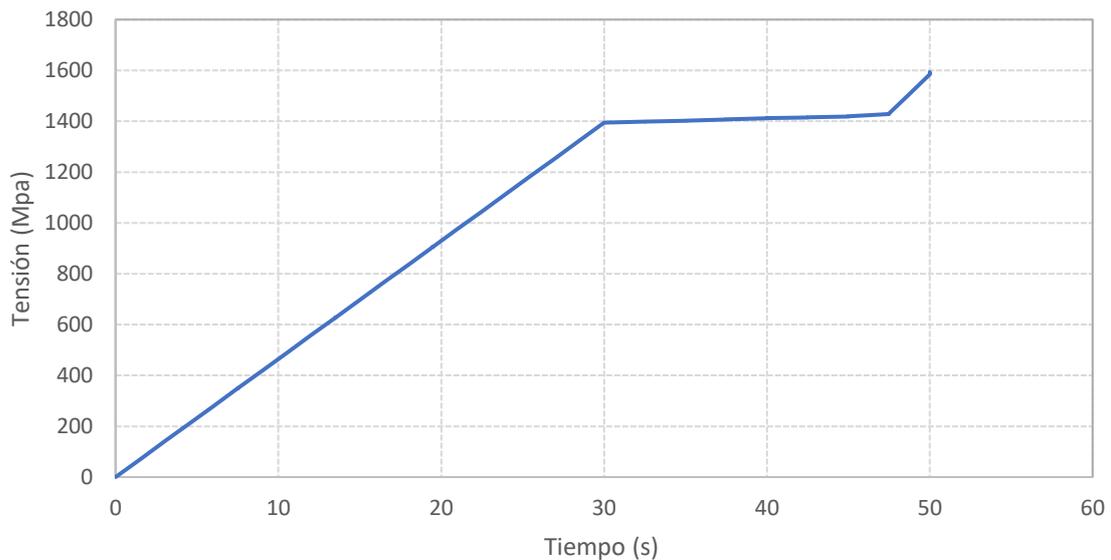


**Figura 103.** Deformaciones plásticas en la zona de compresión de la viga HAR-P.

### c) Armadura activa

A los 30 segundos, se llega a la tensión máxima admisible de tesado que establece la EHE-08 que es 1395 MPa. Con la aplicación de la carga aumenta de forma suave la tensión en la armadura hasta llegar al momento de colapso, a los 47.5 segundos, llegando a una tensión de 1440 MPa. Dichas tensiones aumentan debido a que las tracciones que se están produciendo en la parte inferior de la viga pasan instantáneamente a la barra debido a la baja resistencia a tracción del HAR.

En el siguiente instante de tiempo, a los 50 segundos, con la estructura ya colapsada la tensión de la armadura aumenta sin llegar a la plastificación de la misma (Figura 104).



**Figura 104.** Evolución de las tensiones tracción armadura activa en la dirección X en la viga HAR-P.

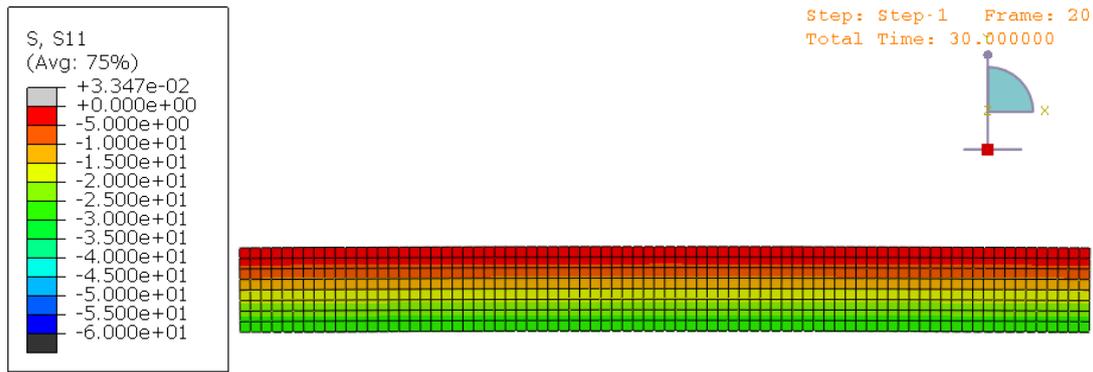
### 7.3.3 Análisis cualitativo de las variables con el tiempo

En el siguiente apartado se realizará un estudio de la evolución a lo largo del tiempo de las tensiones y las deformaciones plásticas de la viga y la armadura activa. Como se realizó en los modelos anteriores, se va a distinguir en escala de colores diferentes las Figuras en función de las tensiones, tracción o compresión, que se deseen visualizar. Al no tener interés los valores obtenidos en los apoyos, esta parte se desactivará con el fin de centrar la atención en los valores de la viga.

#### 7.3.3.1 Análisis del estado tensional de la viga

##### a) 0 - 30 segundos

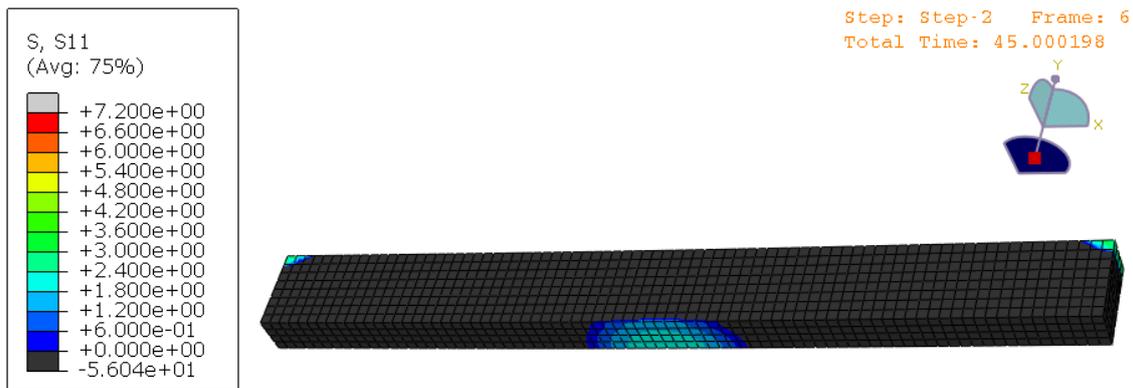
En la Figura 105, a los 30 segundos, se muestran las tensiones de compresión en la viga provocadas por el tesado de la armadura activa. Como mostraban las curvas tensión-tiempo del apartado 7.3.2, la mayor tensión de compresión que genera el tesado se produce en la parte inferior de la viga llegando a un máximo de 29.16 MPa, y un mínimo de 0.22 MPa en la parte superior de la viga.



**Figura 105.** Estado tensional de la viga HAR-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a compresión.

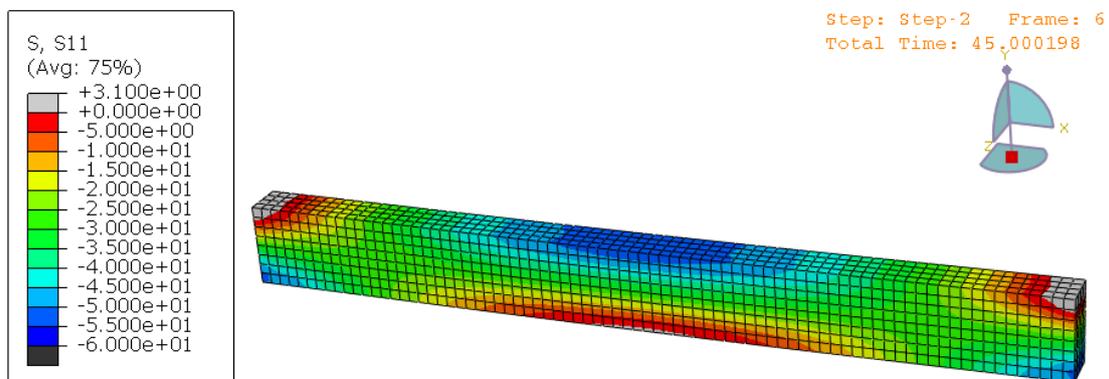
### b) 30 – 50 segundos

Un instante antes del colapso, a los 45 segundos, Figura 106, en una pequeña zona de la parte inferior central de la viga comienzan a aumentar las tensiones de tracción, quedando lejos de la resistencia a tracción. Las zonas en color negro representan las zonas comprimidas.



**Figura 106.** Estado tensional de la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

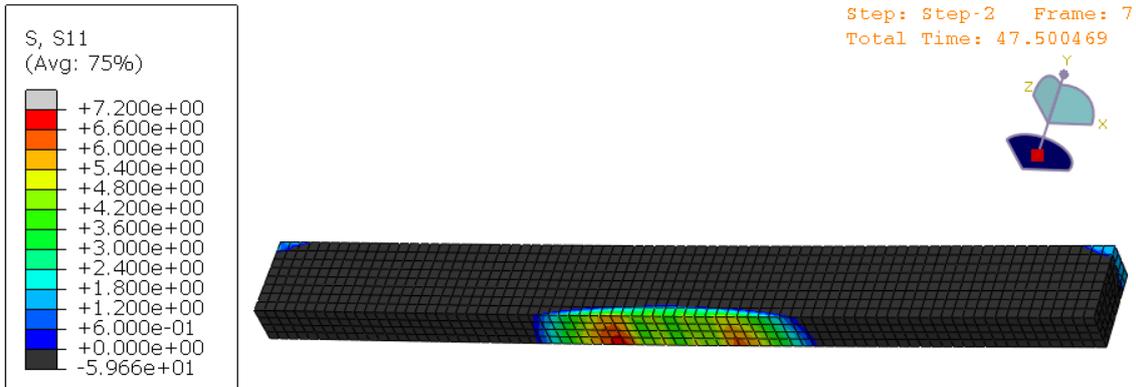
No obstante, desde el punto de vista de la compresión, las tensiones en una amplia zona de la parte central superior de la viga están próximas a alcanzar la resistencia a compresión, teniendo una tensión de 55 MPa, tal y como muestra la Figura 107.



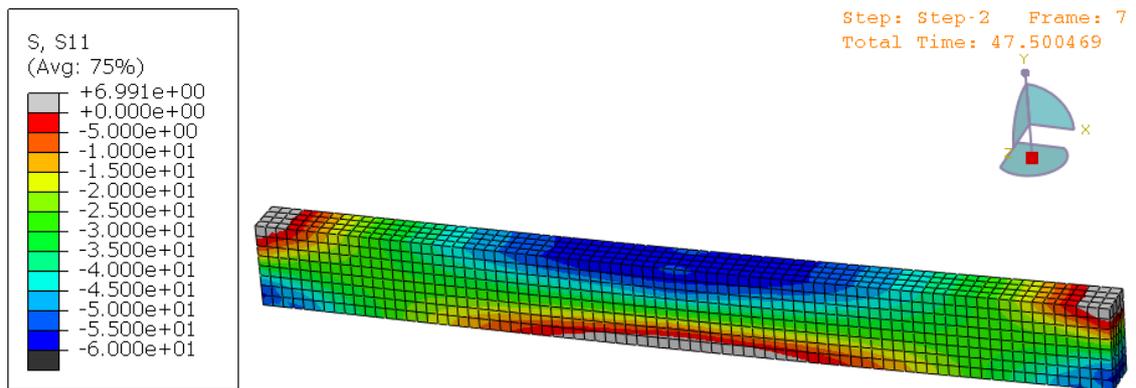
**Figura 107.** Estado tensional de la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Vista superior. Escala de colores a compresión.

Desde el punto de vista de la tracción, en el instante del colapso, a los 47.5 segundos, se puede observar que las zonas que alcanzan la resistencia a tracción no están justamente en el centro

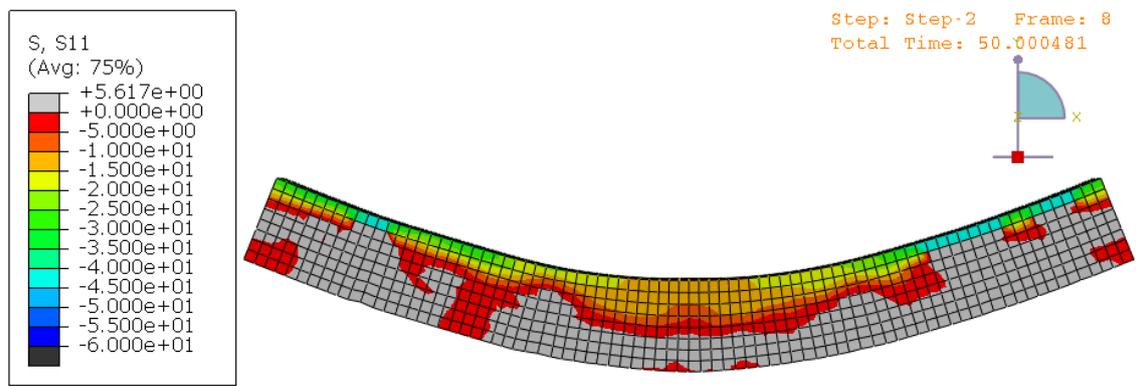
inferior de la viga, sino que se ubican a cierta distancia de este. Esto indica que la rotura se ha producido mediante la propagación de dos grietas aproximadamente simétricas respecto al eje Y central de la viga. Dichas zonas son de pequeña extensión y ambas alcanzan el límite de tensión de 7.2 MPa (Figura 108).



Desde el punto de vista de la compresión, a los 47.5 segundos, una amplia zona de la parte superior central de la viga alcanza la resistencia a compresión de esta, es decir, 60 MPa (Figura 109).

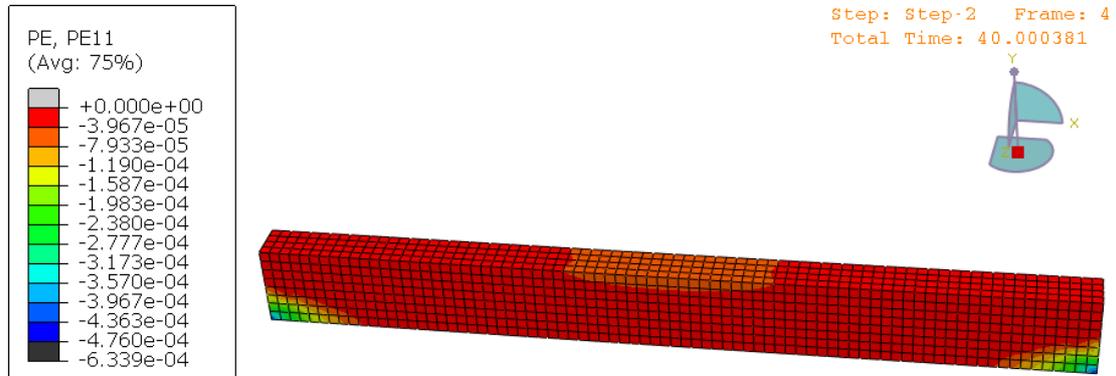


En la Figura 110, a los 50 segundos, se observa un instante posterior al colapso de la estructura con el fallo catastrófico de la misma.



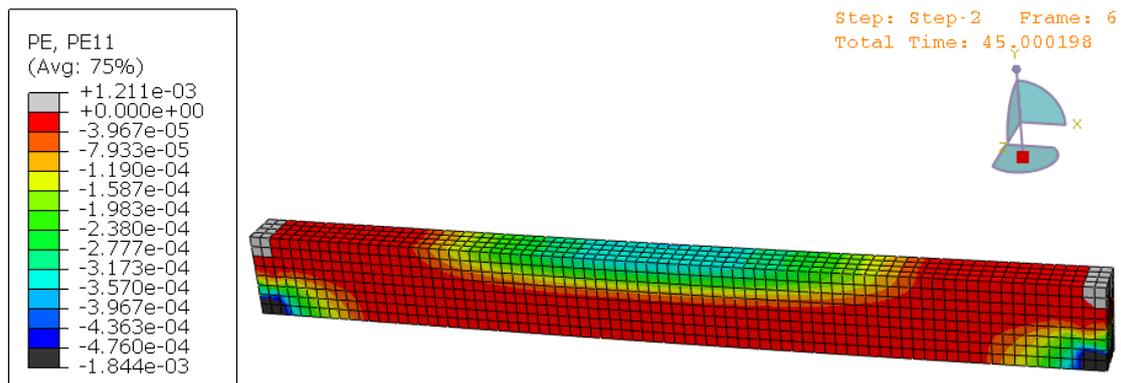
### 7.3.3.2. Análisis de las deformaciones plásticas de la viga

En la Figura 111 se muestra que las deformaciones plásticas a compresión no comienzan a desarrollarse hasta llegar al segundo 40, alcanzando una deformación de  $6.64 \cdot 10^{-5}$  en la parte central superior de la viga.



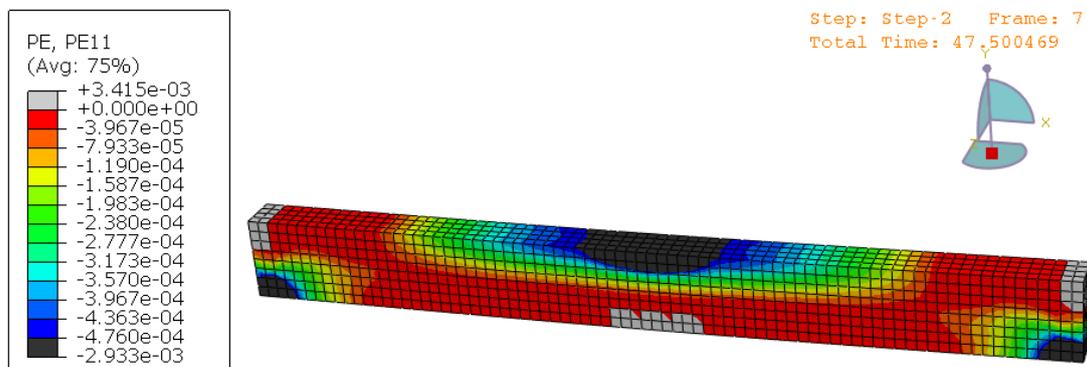
**Figura 111.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 40 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

Como se puede observar en la Figura 112, en el segundo 45, instante previo al colapso, las deformaciones plásticas abarcan una mayor zona de la parte superior de la viga acercándose a las deformaciones máximas plásticas, alcanzando un valor de  $3.34 \cdot 10^{-4}$ .



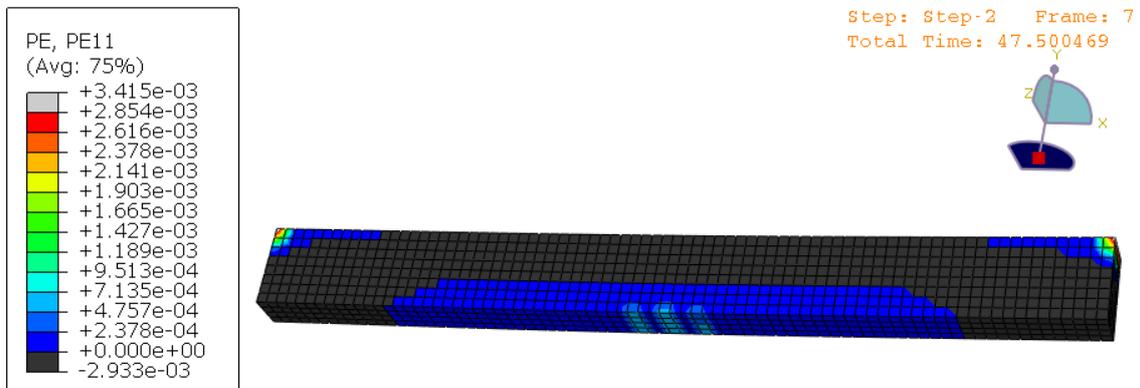
**Figura 112.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 45 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a compresión.

En el momento de colapso, a los 47.5 segundos, en la parte superior de la viga se puede observar como una amplia zona ha superado las deformaciones máximas correspondientes a la resistencia a compresión (Figura 113). Las zonas representadas en color gris son las zonas a tracción.



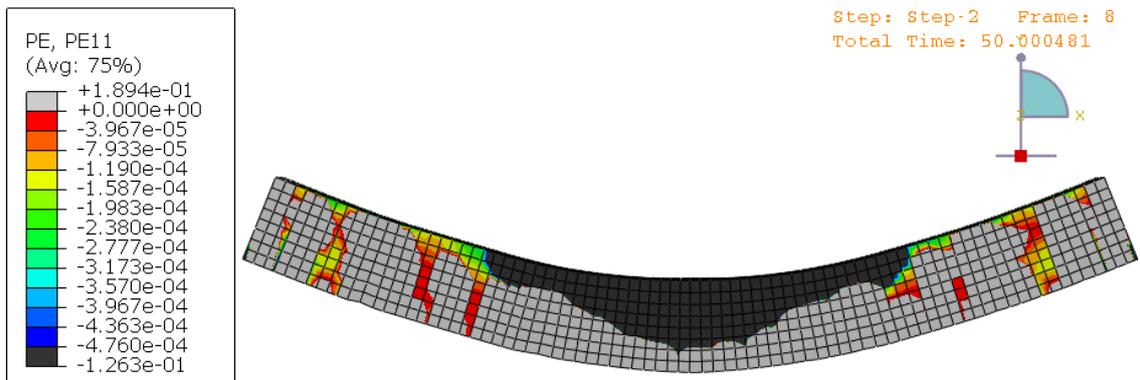
**Figura 113.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista superior. Escala de colores a compresión.

Desde el punto de vista de la tracción en el momento de colapso, en la Figura 114 se pueden observar tres zonas en la parte inferior central de la viga en la que las deformaciones plásticas son superiores al resto de la zona traccionada, aunque están lejos aún de las deformaciones plásticas máximas admisibles. Se puede apreciar la aparición de tres fisuras centrales predominantes.



**Figura 114.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción.

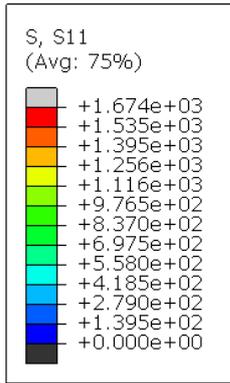
A los 50 segundos, justo después del colapso de la estructura, las deformaciones que se generan son muy elevadas debido a que la estructura ha perdido su capacidad resistente, llegando al fallo catastrófico de la misma (Figura 115).



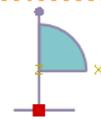
**Figura 115.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 55 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Escala de colores a compresión.

### 7.3.3.3. Análisis del estado tensional de la armadura activa

En el siguiente análisis del estado tensional de la armadura, la escala de colores empleada será a tracción. A los 30 segundos, la armadura ya se ha tesado completamente hasta llegar a la tensión de 1395 MPa (Figura 116).

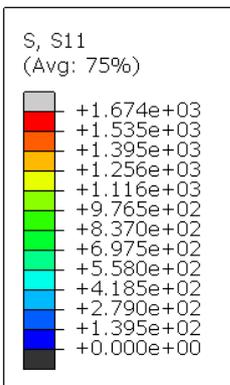


Step: Step-1 Frame: 20  
Total Time: 30.000000

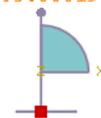


**Figura 116.** Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 30 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.

A los 45 segundos, previo al colapso de la estructura, se observa que se está produciendo una concentración de tensiones en la parte central de la armadura (Figura 117).

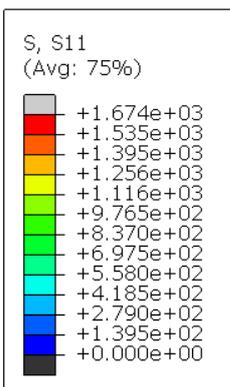


Step: Step-2 Frame: 6  
Total Time: 45.000198

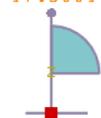


**Figura 117.** Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 45 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.

A los 47.5 segundos, ya se ha producido el colapso de la estructura, no obstante, la armadura no ha alcanzado su límite elástico a tracción. Se observa en la Figura 118, que las tensiones máximas de la armadura se concentran en una zona más pequeña con respecto a segundo 45.



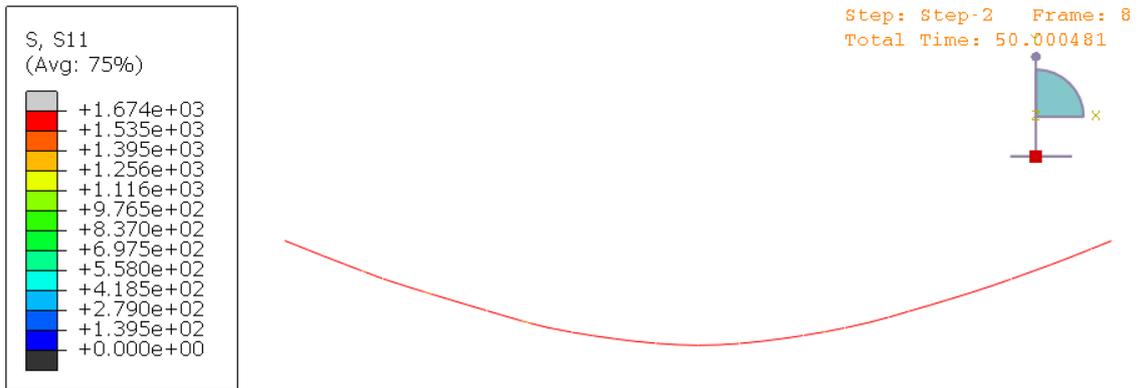
Step: Step-2 Frame: 7  
Total Time: 47.500469



**Figura 118.** Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 47.5 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.

A los 50 segundos, instante siguiente al colapso, como se observó en la curva tensión-tiempo de la armadura activa en el apartado 7.3.2, se produce un salto de tensiones en el punto central de la barra, correspondiente a la pérdida de capacidad resistente del hormigón, y cuyas tensiones

ahora son transmitidas a la armadura activa. Como se muestra en la Figura 119 la plastificación de la barra viene representada en color rojo y abarca toda la extensión de la armadura.



**Figura119.** Estado tensional de la armadura pretensada en la viga HAR-P a los 50 segundos. S11: Tensión longitudinal en MPa. Escala de colores a tracción.

## 8. ANÁLISIS COMPARATIVO

### 8.1. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL MODELO DE HUAP FRENTE AL MODELO DE HUAP-P

En el siguiente apartado se va a realizar un análisis comparativo entre el modelo HUAP y el modelo HUAP-P centrándose en la acción beneficiosa que ejerce el tesado en el comportamiento de la estructura frente a las acciones externas.

#### 8.1.1. Comparación resistencia general de la estructura

La Figura 120 muestra las curvas carga-flecha para el modelo de la viga de hormigón de ultra-altas prestaciones, y con armadura pretensado. En el caso del modelo HUAP, se alcanza en una carga máxima de 7797.09 kN, con una flecha de 81.10 mm. Por otro lado, en el modelo de HUAP-P, en el pico de la curva, se alcanza una carga de 9584.02 kN y una flecha de 60.94 mm. Por tanto, la acción del pretensado en este tipo de hormigón supone que la viga pueda resistir un 23% más de cargas exteriores, disminuyéndose la flecha para la carga máxima un 25%.

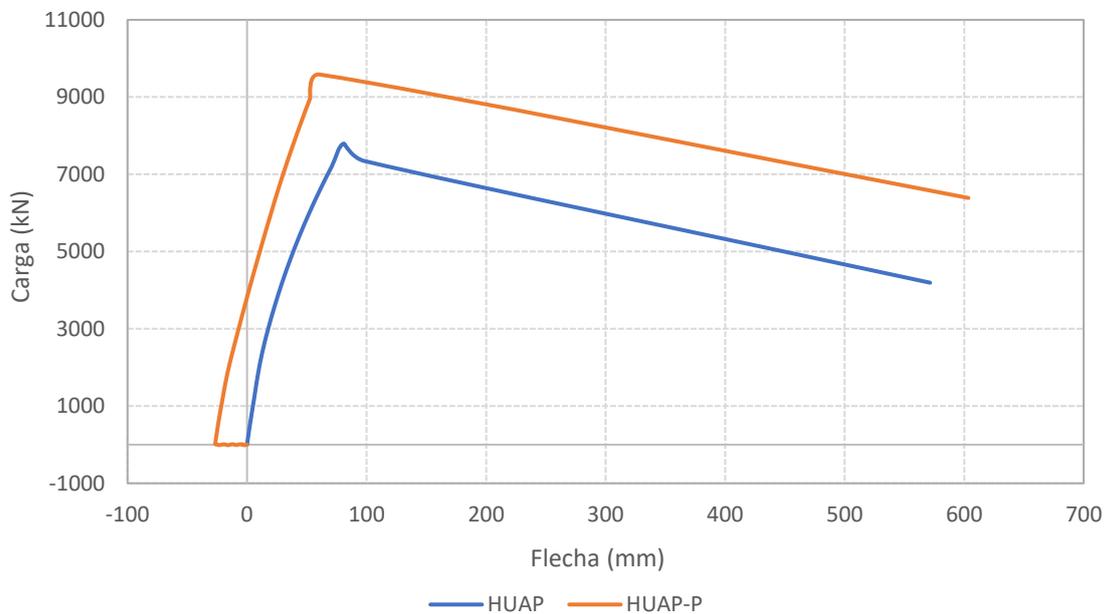


Figura 120. Comparación curva carga-flecha HUAP y HUAP-P.

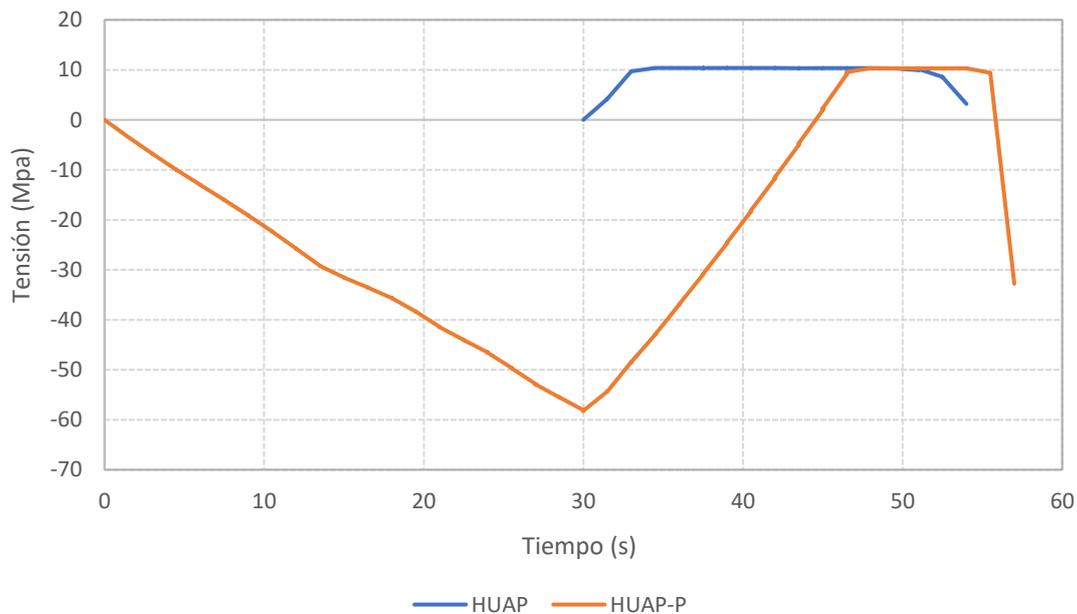
#### 8.1.2. Comparación comportamiento de la estructura con el tiempo

Los Step de aplicación de las cargas son diferentes en ambos modelos. Mientras que en el primer modelo la carga se aplica en el primer Step, que dura de 0 a 30 segundos, en el segundo modelo la carga se aplica en el segundo Step y esta abarca del segundo 30 al 60. Con el fin de poder comparar ambos modelos de forma adecuada, se han ajustado los tiempos del primer modelo, de tal forma que ambos modelos la aplicación de la carga comienzan en el mismo instante de tiempo. Dicha modificación se ha realizado para el estudio comparativo del estado tensional y de las deformaciones plásticas de ambos modelos.

### a) Comportamiento a tracción

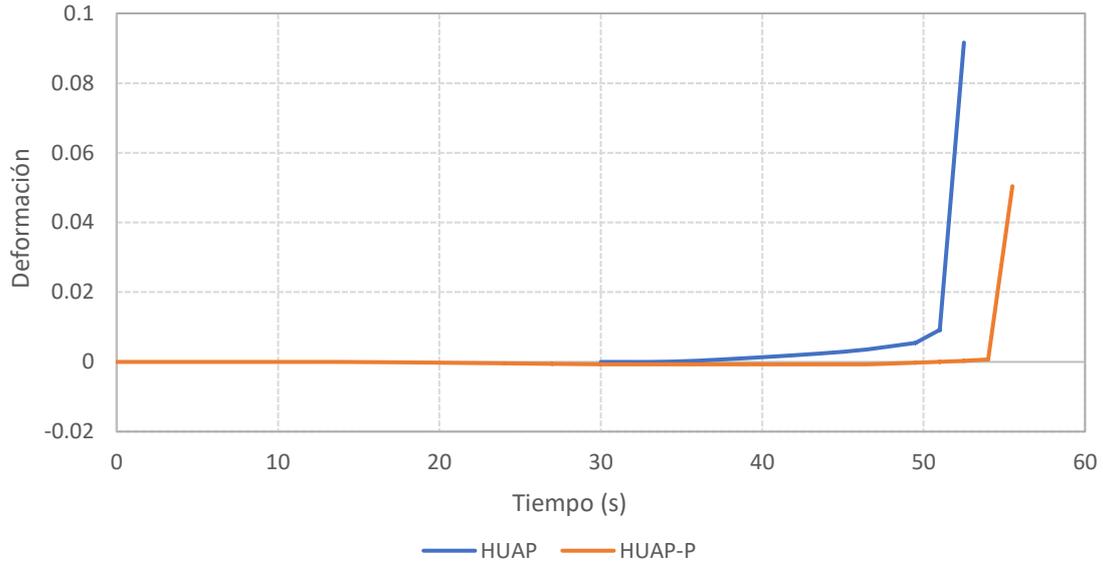
La Figura 121 muestra la evolución de las tensiones de tracción con el tiempo en la dirección X de modelo HUAP y el modelo HUAP-P. Como se puede observar, el efecto de las tensiones de compresión generadas por el tesado en el primer Step provoca que, en el segundo Step, con la aplicación de la carga, se alcance la resistencia a tracción del hormigón a los 46.5 segundos, mientras que en el HUAP se alcanza a los 34.5 segundos. Ello se debe a que en el HUAP-P, de los 30 a los 45 segundos, la parte inferior de la viga está comprimida previamente y con la aplicación de la carga se está produciendo una descompresión de este, hasta que comienzan a generarse tensiones de tracción.

En ambos modelos al llegar a la resistencia de tracción, la tensión se disminuye suavemente hasta el momento de colapso debido a varios factores. En primer lugar, a la acción de las fibras de acero que refuerzan el hormigón de ultra-altas prestaciones que impiden que las fisuras que se propaguen, realizando un efecto cosido de las mismas repartiéndose el trabajo entre ellas. Por otro lado, también influye el propio comportamiento a tracción definido mediante la ley de ablandamiento bilineal, en la que los valores de deformación son elevados. Por tanto, a ligera disminución de la tensión a partir de dicho instante, en parte es debido a que se producen microfisuras en dicha zona de tracción.



**Figura 121.** Comparación curva tensión de tracción-tiempo HUAP y HUAP-P.

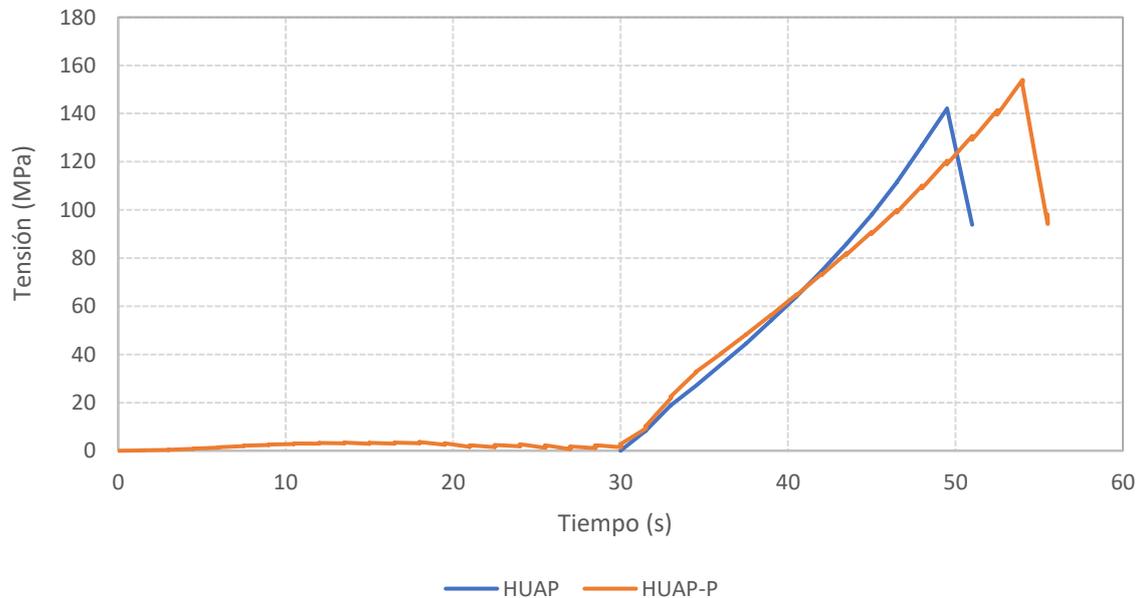
La Figura 122 muestra la evolución de las deformaciones plásticas a tracción en la dirección X con el tiempo para la viga HUAP y la viga HUAP-P. Las deformaciones plásticas a tracción alcanzadas en el momento de colapso son menores en el caso del HUAP-P debido al efecto de la armadura activa.



**Figura 122.** Comparación curva deformación plástica de tracción-tiempo HUAP y HUAP-P.

### b) Comportamiento a compresión

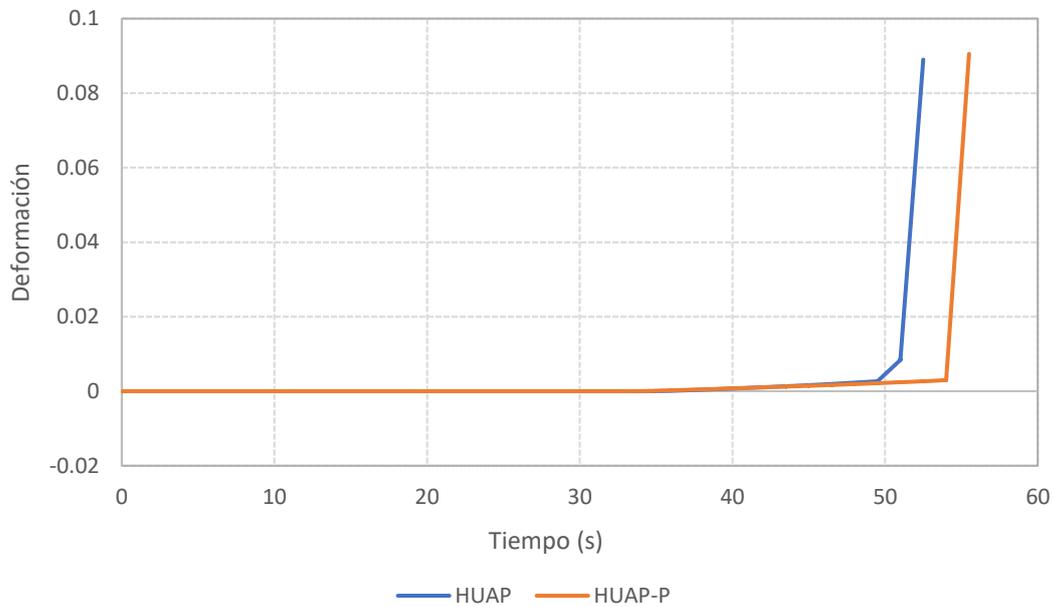
La Figura 123 muestra la evolución de las tensiones de compresión con el tiempo en la dirección X de modelo HUAP y el modelo HUAP-P. El incremento de las tensiones de compresión provocadas por el efecto de la aplicación de la carga es más pronunciado en el caso del modelo que no posee armadura activa. En el momento del colapso de la estructura, en el modelo HUAP no llega al alcanzar la resistencia a compresión, alcanzando una tensión de 142.17 MPa a los 49.5 segundos mientras que en el modelo de HUAP-P se supera la resistencia a compresión, llegando a un valor de 153.84 a los 54 segundos. Por tanto, la acción de tesado mejora la capacidad resistente de la estructura ante la acción de la carga aplicada.



**Figura 123.** Comparación curva tensión de compresión-tiempo HUAP y HUAP-P.

La Figura 124 muestra la evolución de las deformaciones plásticas a compresión en la dirección X con el tiempo para la viga HUAP y la viga HUAP-P. En ambos casos se alcanza la deformación plástica a compresión correspondiente a la resistencia a compresión del hormigón de ultra-altas

prestaciones. No obstante, gracias al efecto producido por el tesado de la armadura activa, el hormigón es capaz de soportar la carga un periodo de tiempo mayor.



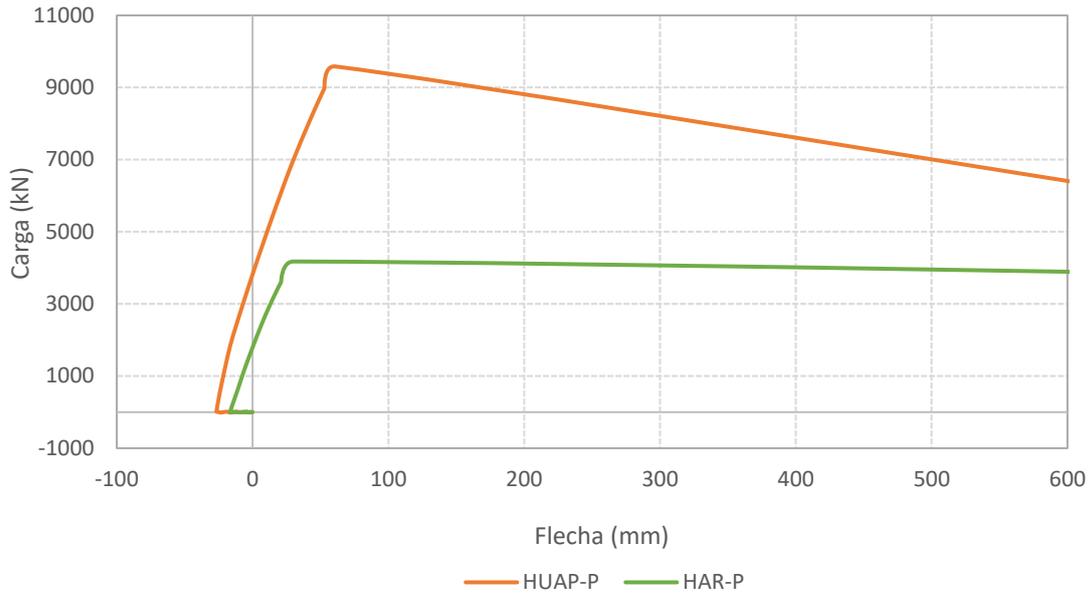
**Figura 124.** Comparación curva deformación plástica de compresión-tiempo HUAP y HUAP-P.

## 8.2. ANÁLISIS COMPARATIVO DEL MODELO DE HUAP-P FRENTE AL MODELO DE HAR-P

A diferencia del apartado 8.1, en el que se hacía un análisis desde el punto de vista de la ventaja que supone la acción del pretensado en un hormigón de ultra-altas prestaciones, en este apartado el punto clave de análisis es comparar los resultados modificando el tipo de hormigón utilizado en el modelo.

### 8.2.1. Comparación resistencia general de la estructura

Las curvas carga-flecha para el modelo de la viga de hormigón de ultra-altas prestaciones con armadura pretensada y para el modelo de la viga de hormigón de alta resistencia se muestra en la Figura 125. En el modelo de HUAP-P se alcanza una carga máxima 9584.02 kN y una flecha de 60.94 mm, mientras que en el modelo de HAR-P se alcanza en el pico una carga de 4176.98 kN y una flecha de 30.13 mm. El empleo de un hormigón de ultra-altas prestaciones frente a un hormigón de alta resistencia mejora el comportamiento general de la estructura frente a la acción de las cargas, alcanzando un 129% más de carga y un 102% más flecha en el modelo HUAP-P frente al modelo HAR-P.



**Figura 125.** Comparación curva carga-flecha HUAP-P y HAR-P.

## 8.2.2. Comparación comportamiento de la estructura con el tiempo

### a) Comportamiento a tracción

La Figura 126 muestra la evolución de las tensiones de tracción con el tiempo en la dirección X del modelo HUAP-P y el modelo HAR-P. Existe una diferencia importante en el comportamiento entre ambos hormigones en el momento que se alcanza la resistencia a tracción. En primer lugar, cuando se alcanza la resistencia a tracción en el HUAP-P a los 48 segundos, está disminuye suavemente durante 6 segundos hasta llegar al momento de colapso. Por el contrario, en el HAR-P, cuando se alcanza la resistencia a tracción a los 47.5 segundos se produce el colapso de la estructura, sin ningún tipo de disminución previa de la tensión de tracción. Dicha diferencia de comportamiento en el HAR-P frente al HUAP-P se debe a que el hormigón de alta resistencia es mucho más frágil que el de ultra-altas-prestaciones, teniendo en cuenta el refuerzo de las fibras.

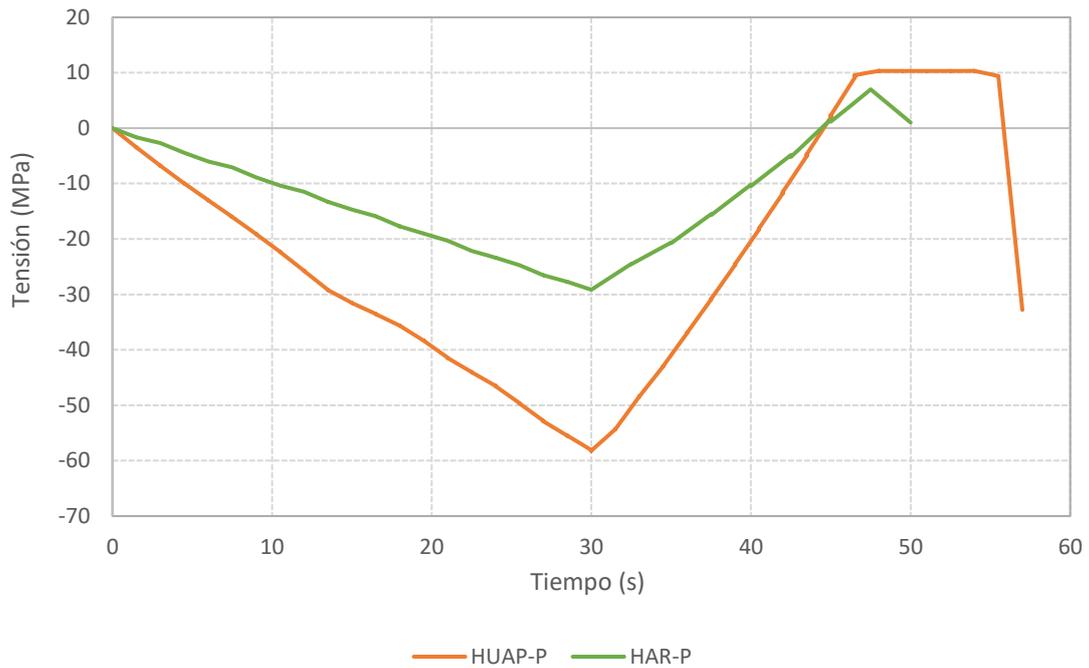
La explicación de porque se produce está ligera disminución de la resistencia a tracción del hormigón en el modelo de HUAP-P se debe a la propia composición del hormigón y por otro lado, al comportamiento del mismo a tracción.

Por un lado, cuando en el modelo HUAP-P se alcanza la resistencia a tracción del hormigón, las fibras que refuerzan su matriz cosen dichas fisuras impidiendo que se propaguen. La ligera disminución de la resistencia a tracción hasta el momento de colapso a los 54 segundos es debido a la aparición de microfisuras en la zona de tracción que se producen aunque las fibras de acero sean capaces de impedir que las fisuras de mayor magnitud se propaguen. A modo de ejemplo, en la Figura 127, se muestra el refuerzo del hormigón con dichas fibras de acero en una zona de creación de fisura.

Por otro lado la ley de ablandamiento bilineal que se ha introducido para definir el comportamiento a tracción es mucho menos gradual que en el caso de hormigón sin fibras, y presenta deformaciones mucho mayores. El área encerrada por dicha ley bilineal es la energía

de fractura, que como se comentó en el apartado 4.1, en el caso de HUAP-P presenta un valor mucho más elevado que en el caso de HAR-P. Este parámetro representa la cantidad de energía necesaria para la creación de una grieta de superficie unidad en el hormigón, y, por tanto, en el caso de HUAP-P se necesita una mayor energía para que se creen dichas grietas con respecto al modelo HAR-P. Por tanto, el refuerzo del hormigón con fibras de acero mejora notablemente las propiedades de fractura del hormigón.

En el modelo de HAR-P, aparecen pocas fisuras, pero las que se crean se propagan con libertad al no tener ninguna oposición para que estas avancen. La única oposición inicial que tiene a la propagación de las fisuras es el tesado previo de la armadura activa.



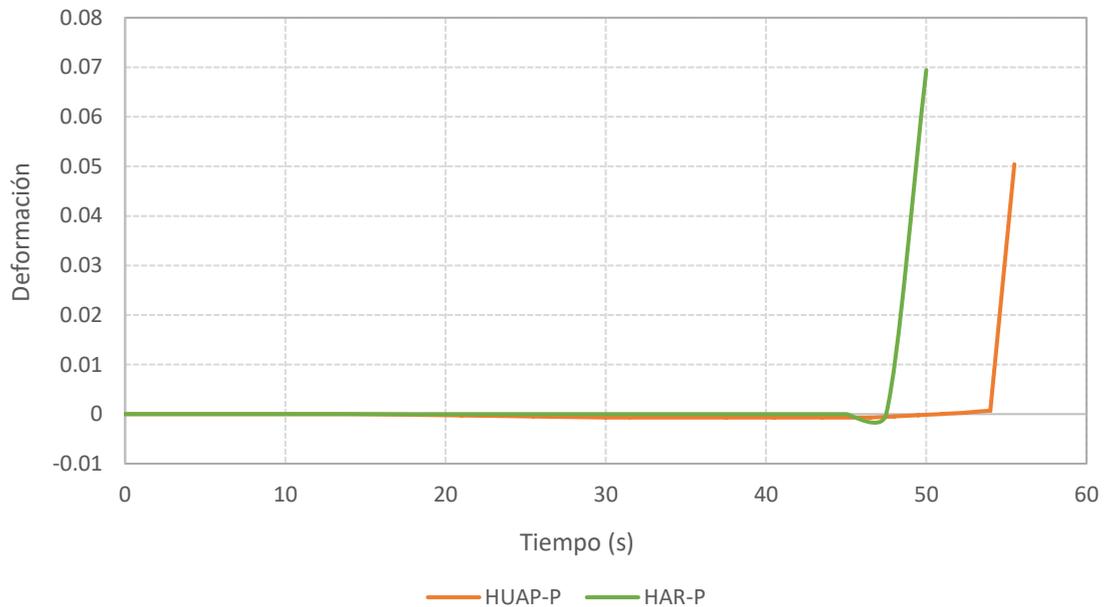
**Figura 126.** Comparación curva tensión de tracción-tiempo HUAP-P y HAR-P.



**Figura 127.** Fibras de acero larga y corta reforzando el hormigón.

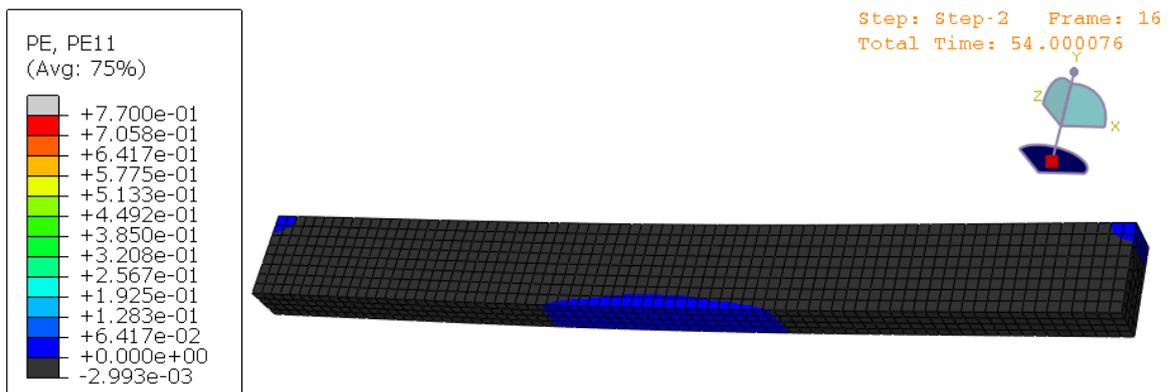
La Figura 128 muestra la evolución de las deformaciones plásticas de tracción en la dirección X en el modelo HUAP-P y en el HAR-P. En el caso del HAR-P producen deformaciones plásticas de

tracción muy leves hasta llegar colapso. En cambio, en el HUAP-P se producen primero deformaciones plásticas de compresión provocadas por el tesado de la armadura que crecen hasta llegar a los 30 segundos y, posteriormente, disminuyen hasta el segundo 51 que pasan a convertirse en deformaciones de tracción que crecen suavemente hasta el momento de colapso a los 54 segundos.

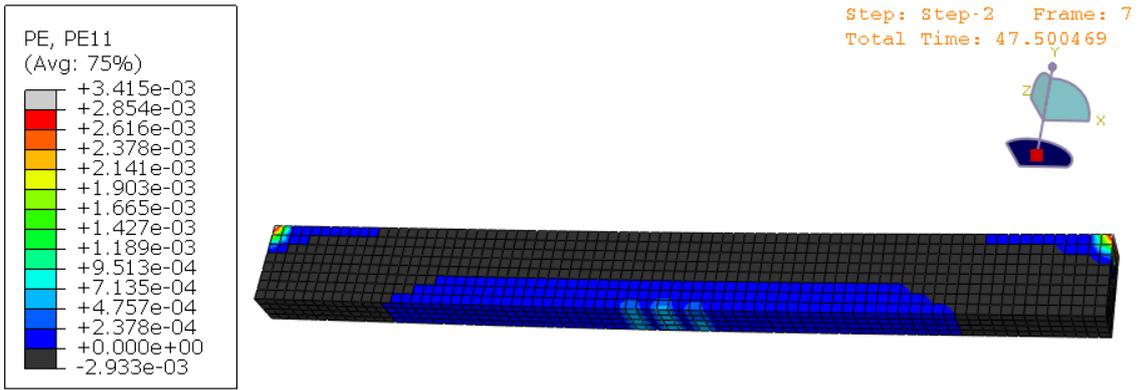


**Figura 128.** Comparación curva deformación plástica de tracción-tiempo HUAP-P y HAR-P.

En las Figuras 129 y 130, se muestran las deformaciones plásticas de tracción en el momento de colapso en el modelo HUAP-P y en el modelo HAR-P. Se puede apreciar que en el modelo HAR-P existe una zona más extensa de deformaciones plásticas con respecto al modelo HUAP-P, aunque el valor de dichas deformaciones alcanzadas en el modelo HAR-P sean inferiores. Además, en dicha zona de tracciones existen tres zonas, en color más claro, en la que la deformación plástica es superior al resto, que son las zonas de aparición de las fisuras predominantes. Al igual que en el caso de las tensiones a tracción, la diferencia de este comportamiento se debe a la composición de los hormigones empleados, es decir, la existencia de fibras que refuerzan la matriz de hormigón, y los valores que describen el comportamiento a tracción de este, la ley de ablandamiento bilineal.



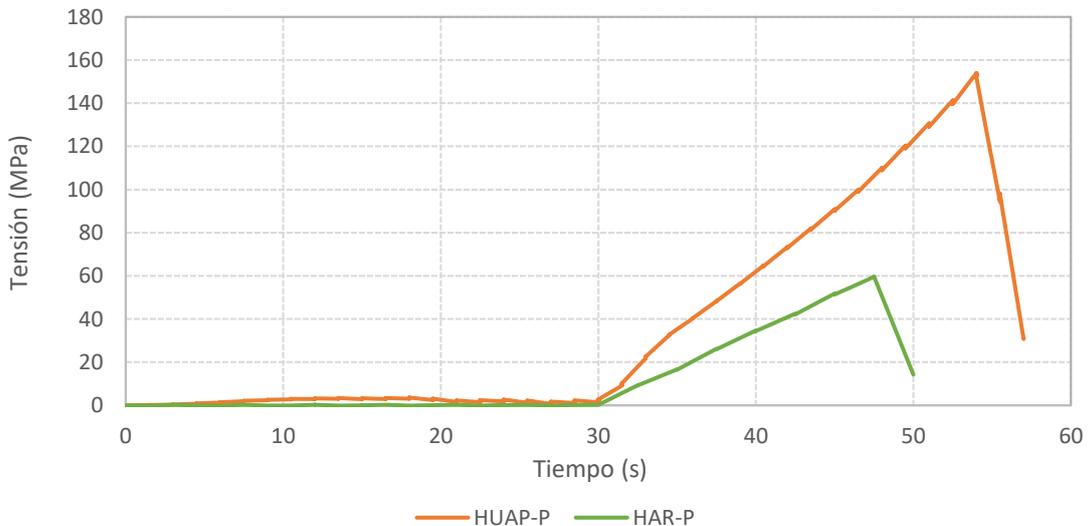
**Figura 129.** Deformaciones plásticas de la viga HUAP-P a los 54 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción.



**Figura 130.** Deformaciones plásticas de la viga HAR-P a los 47.5 segundos. PE11: deformación plástica longitudinal. Vista inferior. Escala de colores a tracción

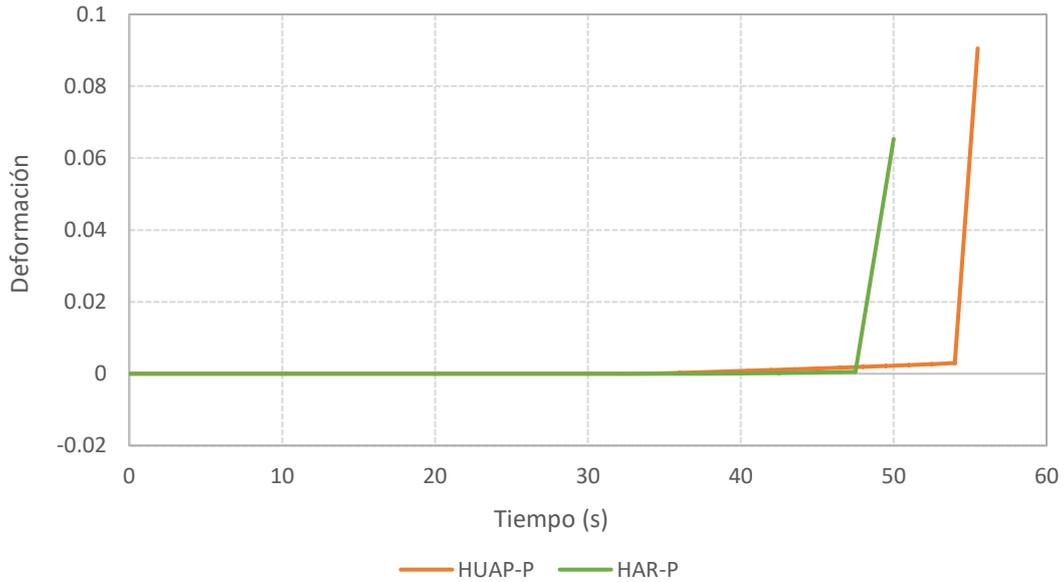
### b) Comportamiento a compresión

La Figura 131 muestra la evolución de las tensiones de compresión con el tiempo en la dirección X de modelo HUAP-P y el modelo HAR-P. Al igual que en el caso de la tracción, la resistencia a compresión del HAR-P es muy inferior a la del HUAP-P y por ello, el comportamiento frente a las cargas está limitado por la resistencia máxima del mismo. De forma que, en el HUAP-P, el colapso se produce a los 54 segundos llegando a unas tensiones de compresión de 153.84 MPa, mientras que en el HAR-P, a los 47.5 segundos, se produce el colapso de la estructura alcanzándose su resistencia a compresión.



**Figura 131.** Comparación curva tensión de compresión-tiempo HUAP-P y HAR-P.

La siguiente Figura 132 muestra la evolución de las deformaciones plásticas de compresión en la dirección X en el modelo HUAP-P y en el HAR-P. Al igual que en el caso de las tensiones de compresión, las deformaciones plásticas de compresión alcanzadas en el momento del colapso son las correspondientes a su respectiva resistencia a compresión. Se observa la mayor capacidad de deformación previa al colapso del HUAP-P.



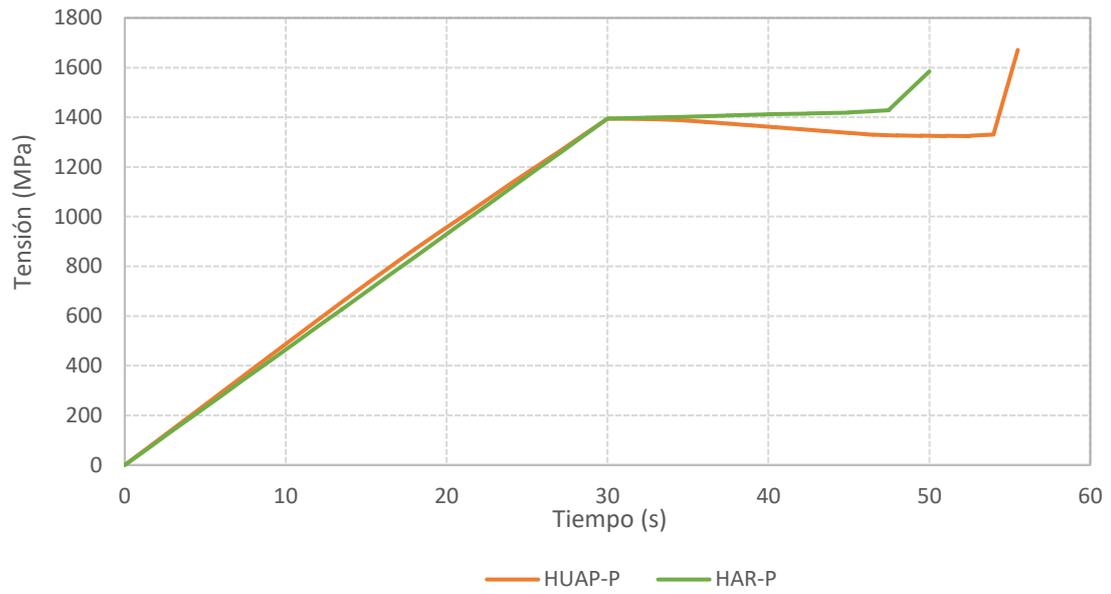
**Figura 132.** Comparación curva deformación plástica de compresión-tiempo HUAP-P y HAR-P.

### c) Armadura activa

La Figura 133 muestra la evolución de las tensiones de la armadura activa en la dirección X para el modelo HUAP-P y el HAR-P. En ambos casos las tensiones crecen gradualmente hasta llegar a los 30 segundos, donde se alcanza el tesado máximo en la armadura. No obstante, en los siguientes instantes de tiempo, las tensiones evolucionan de manera diferente debido a las siguientes razones.

En el caso del HUAP-P dichas tensiones disminuyen desde los 30 segundos hasta el momento de colapso a los 54 segundos. Como se observó en la Figura 126 del apartado 8.2.2, la compresión que le produce al hormigón la armadura al tesarla es más elevada que en el caso de HAR-P y lo que produce es que la armadura pierda parte de tracción del pretensado por la gran descompresión que tiene que soportar a partir de que se produzca la aplicación de la carga. Además, dicho hormigón tiene un comportamiento a tracción mejor que en el caso de HAR-P lo que implica que dicho hormigón no necesite una gran colaboración de la armadura para resistir las cargas.

Por otro lado, en el modelo de HAR-P, las tensiones de tracción que se producen pasan instantáneamente a la barra ya que la capacidad resistente a tracción de hormigón sin fibras es inferior.



**Figura 133.** Comparación curva tensión-tiempo armadura activa de HUAP-P y HAR-P.

---

## 9. CONCLUSIONES

---

Una vez realizado todo el análisis comparativo entre los distintos modelos numéricos realizados en este documento se han extraído las siguientes conclusiones:

- El empleo de la técnica de pretensado en los hormigones de ultra-altas prestaciones mejora significativamente su resistencia a fractura y su capacidad de deformación previa al colapso. Por tanto, la acción del pretensado en este tipo de hormigón supone un aumento de la carga máxima de rotura un 23%, y una disminución de la flecha, correspondiente a la carga máxima, en torno a un 25%.
- El empleo de un hormigón de ultra-altas prestaciones frente a un hormigón de alta resistencia pretensado mejora el comportamiento general de la estructura frente a la acción de las cargas, aumentando un 129% la carga máxima de rotura y, un 102% más, la flecha correspondiente a dicha carga máxima.
- La adición de fibras de acero en la matriz de hormigón aumenta la capacidad de deformación previa al colapso, debido a la alta ductilidad de ultra-altas prestaciones, ya que, las fibras realizan un efecto de cosido de las fisuras cuando se alcanza la resistencia máxima a tracción. Haciendo que la capacidad de deformación sea mayor que la de hormigones de alta resistencia pretensado.
- Los hormigones de alta resistencia tienen una mayor fragilidad respecto al hormigón de ultra-altas prestaciones, produciéndose el colapso de la estructura al llegar a la resistencia máxima a tracción, al no tener ningún tipo de refuerzo de fibras que colaboren en evitar la propagación de las fisuras.
- A la vista de los resultados obtenidos, puede llevarse a cabo elementos estructurales más resistentes usando la técnica de pretensado en HUAP y reducir costes de pretensado.
- Pueden fabricarse elementos estructurales reforzados exclusivamente con fibras en aquellas aplicaciones donde en la actualidad se usan hormigones de altas resistencia con armadura activa.



---

## 10. DESARROLLOS FUTUROS

---

A continuación, se muestran algunos planteamientos sobre trabajos futuros que se pueden realizar a partir de este documento:

- Aplicación de HUAP-P a puentes de grandes luces, ya que, al tratarse de un material con un mejor comportamiento mecánico frente a los HAR, se obtendrían secciones más reducidas, lo que supondría un ahorro del material y, por tanto, económico.
- A raíz del planteamiento anterior, la realización de un estudio económico sobre el ahorro que supondría la aplicación de los hormigones de ultra altas prestaciones y los de ultra-altas prestaciones pretensados en comparación con el pretensado convencional.
- Estudio dinámico en puentes de ferrocarril de HUAP-P, mediante su modelización en un programa de elementos finitos.
- Existen multitud de investigaciones acerca del efecto de las temperaturas en las propiedades del hormigón de ultra-altas prestaciones. Sería interesante realizar un modelo de elementos finitos en el que se pudiera reflejar el cambio de dichas propiedades frente a un incendio.
- Determinación de un método de cálculo más aproximado para el modelizado del pretensado en armaduras activas en ABAQUS/Explicit a través de la aplicación de incrementos de temperatura.



---

## 11. BIBLIOGRAFÍA

---

ABAQUS. *Abaqus Analysis User's Manual v. 6.14*. DSIMULIA, 2020.

CEB-FIB. *Código Modelo*. GEHO-CEB,1990.

Cifuentes H., Medina F. (2013). *Mecánica de la fractura aplicada al hormigón: conceptos, análisis experimental y modelos numéricos*. Universidad de Sevilla, Secretariado de Publicaciones. ISBN: 8447214818.

Cifuentes H., Ríos J.D., Gómez E.J. (2018). *Effect of mix design on the size-independent fracture energy of normal- and high-strength self-compacting concrete*. *Materiales de Construcción*. Vol.68. No.329.

Yoo, D.-Y., Banthia, N. (2016). *Mechanical properties of ultra-high-performance fiber reinforced concrete: A review*, *Cement and Concrete Composites*. Vol.73, pp.267– 280.

EHE-08. Instrucción de hormigón estructural (2008).

Graybeal B. (2007). *Compressive behavior of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete*. *ACI Materials Journal* Vol.104, No.2, pp.146–152.

Gómez J. (2000). *El hormigón de alta Resistencia en la Ingeniería Civil*. *Revista de obras públicas*. No.3397.

Hernández Montes E., Gil Martín L. M. (2007) *Hormigón armado y pretensado*. GR-2975/2007.

Hillerborg A., Modéer M., Petersson P. (1976). *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. *Cement and Concrete Research*. Vol.6, No.6, pp.773–781.

Manterola J. (1984). *Evolución de los puentes en la historia reciente*. *Informes de la Construcción*, Vol.36, pp.5-36.

Serna P, López J.A, Coll H, Camacho E, Navarro-Gregori J, Galán F. (2015). *Pasarela de hormigón de muy alto rendimiento sobre el Barranco de las Ovejas (Alicante)*. *Hormigón y Acero*. Vol.66, No.275, pp.23-42.

RILEM TC 162-TDF. *Test and design methods for steel fibre reinforced concrete*. *Materials and Structures*, Vol.36, No.8, pp.560-567,2003.

PhD. Thesis. Ríos J.D. (2019). *Microstructural análisis of heated ultra-high-performance fibre-reinforced concrete under cyclic loading*. Universidad de Sevilla, Sevilla.

Ríos J.D., Cifuentes H., Leiva C., Ariza M.P., Ortiz, M. (2020). *Effect of polypropylene fibers on the fracture behavior of heated ultra-high performance concrete*. *International Journal of Fracture* Vol.223, pp.173-187.

Ruiz G., Del Viso J.R., Carmona J.R. (2006). *Caracterización de la ductilidad y del comportamiento mecánico a velocidad de deformación variable de hormigones de alta resistencia*. Anales de Mecánica de la Fractura Vol. 1.

Song Q., Yu R., Wang X., Rao S., Shui Z. (2018). *A novel self-compacting ultra-high performance fibre reinforced concrete (scuhpfrc) derived from compounded highactive powders*, Construction and Building Materials Vol.158, pp.883–893.

TCM-85 RILEM. *Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend test son notched beams*. Materials and Structures, Vol.18, No.4, pp.287-290. 1985.

UNE-EN 14651:2007+A1:2008. Método de ensayo para hormigón con fibras metálicas. Determinación de la resistencia a la tracción por flexión (límite de proporcionalidad (LOP), resistencia residual).

UNE-EN 14889-1:2008. Fibras para hormigón. Parte 1: Fibras de acero. Definiciones, especificaciones y conformidad.

UNE-EN 14889-2:2008. Fibras para hormigón. Parte 2: Fibras poliméricas. Definiciones, especificaciones y conformidad.

Wei R., Lesley H. S., Yang Y., Ruili H. (2015). *Numerical Simulation of Prestressed Precast Concrete Bridge Deck Panels Using Damage Plasticity Model*. International Journal of Concrete Structures and Materials. Vol.9, No.1, pp.45–54.

Yousefieh N., Joshaghani A., Hajibandeh E., Shekarchi M. (2017). *Influence of fibers on drying shrinkage in restrained concrete*. Construction and Building Materials. Vol.148, pp.833–845.

---

## ANEXO DE CÁLCULO

---

### 1. DIAGRAMA DE MAGNEL DEL MODELO HUAP-P

#### DIAGRAMA DE MAGNEL

##### Geometría

Ancho	$B_v = 0.4 \text{ m}$
Canto	$H_v = 0.8 \text{ m}$
Longitud de la viga	$L_v = 10 \text{ m}$
Peso específico del hormigón	$\gamma = 26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
Área unitaria del cordón	$A_p = 140 \text{ mm}^2$

##### Límites tensionales

Tensión máxima de compresión en la transferencia	72 MPa
Tensión máxima de tracción en la transferencia	0 MPa
Tensión máxima de compresión en servicio	152.49 MPa
Tensión máxima de tracción en servicio	0 MPa

##### Datos de Tesado

Tensión de rotura del acero	$f_{pmax} = 1860 \text{ MPa}$
Porcentaje de tesado	$r_t = 75\%$
Coefficiente de pérdidas	$\sigma_0 = r_t \cdot f_{pmax} = 1395 \text{ MPa}$ $R_p = 80\%$

##### Parámetros de la sección

Área de la sección	$A_v = B_v \cdot H_v = 0.32 \text{ m}^2$
Inercia a flexión de la sección bruta	$I_f = \frac{B_v}{12} \cdot H_v^3 = 0.017 \text{ m}^4$
Distancia de la fibra inferior al baricentro	$v_1 = \frac{H_v}{2} = 0.40 \text{ m}$
Distancia de la fibra superior al baricentro	$v_2 = \frac{-H_v}{2} = -0.40 \text{ m}$
Módulo resistente de la fibra traccionada	$Z_1 = \frac{I_f}{v_1} = 0.043 \text{ m}^3$

Módulo resistente de la fibra comprimida

$$Z_2 = \frac{I_f}{2} = -0.043 \text{ m}^3$$

Coficiente K1

$$k_1 = \frac{Z_1}{2} = 0.133 \text{ m}$$

Coficiente K2

$$k_2 = \frac{Z_2}{2} = 0.133 \text{ m}$$

### Esfuerzos en la sección central

Momento en la transferencia

$$M_t = A_v \cdot \gamma \cdot \frac{l_v^2}{8} = 104 \text{ mkN}$$

Momento de servicio

$$M_w = 734.487 \text{ mkN}$$

Inecuación I

$$eI (\text{inv}P_0) = -k_2 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{tt} \cdot Z_2)$$

Inecuación 2

$$eII (\text{inv}P_0) = -k_2 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{cw} \cdot Z_2)$$

Inecuación 3

$$eIII (\text{inv}P_0) = -k_1 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{ct} \cdot Z_1)$$

Inecuación IV

$$eIV (\text{inv}P_0) = -k_1 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{tw} \cdot Z_1)$$

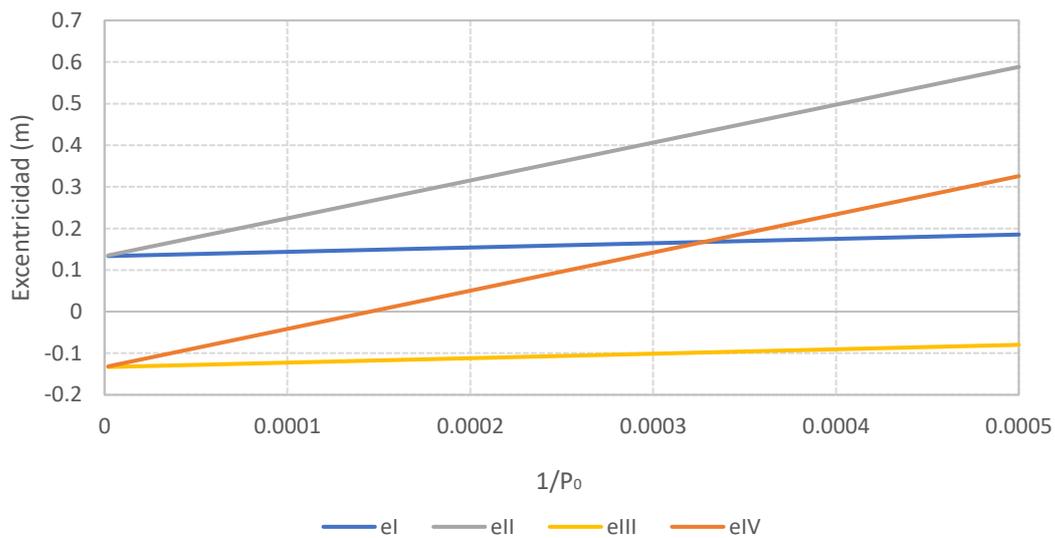


Figura 134. Diagrama de Magnel de la viga HUAP-P.

Intersecciones de la ecuación I y IV.

### Fuerzas de tesado

Tesado inicial

$$P_0 = \frac{1}{\text{inv}P_0} = 3052.90 \text{ kN}$$

$$A_p = \frac{P_0}{r_t \cdot f_{p\max}} = 2188.46 \text{ mm}^2$$

Elegimos  $n_{\text{cord}} = 19$

$$P_{0d} = n_{\text{cord}} \cdot A_{\text{puni}} \cdot r_t \cdot f_{p\text{max}} = 3710.7 \text{ kN}$$

$$P_w = R_p \cdot P_{0d} = 2968.56 \text{ kN}$$

La excentricidad tiene que ser

$$\text{menor que} \\ eI \left( \frac{1}{P_{0d}} \right) = 0.161$$

$$\text{mayor que} \\ eIV \left( \frac{1}{P_{0d}} \right) = 0.114$$

## 2. DIAGRAMA DE MAGNEL DEL MODELO HAR-P

### DIAGRAMA DE MAGNEL

#### Geometría

Ancho	$B_v = 0.4 \text{ m}$
Canto	$H_v = 0.8 \text{ m}$
Longitud de la viga	$L_v = 10 \text{ m}$
Peso específico del hormigón	$\gamma = 26 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}$
Área unitaria del cordón	$A_p = 140 \text{ mm}^2$

#### Límites tensionales

Tensión máxima de compresión en la transferencia	36 MPa
Tensión máxima de tracción en la transferencia	0 MPa
Tensión máxima de compresión en servicio	60 MPa
Tensión máxima de tracción en servicio	0 MPa

#### Datos de Tesado

Tensión de rotura del acero	$f_{p\text{max}} = 1860 \text{ MPa}$
Porcentaje de tesado	$r_t = 75\%$
Coefficiente de pérdidas	$\sigma_0 = r_t \cdot f_{p\text{max}} = 1395 \text{ MPa}$ $R_p = 80\%$

#### Parámetros de la sección

Área de la sección	$A_v = B_v \cdot H_v = 0.32 \text{ m}^2$
--------------------	--

Inercia a flexión de la sección bruta

$$I_f = \frac{B_v}{12} \cdot H_v^3 = 0.017 \text{ m}^4$$

Distancia de la fibra inferior al baricentro

$$v_1 = \frac{H_v}{2} = 0.40 \text{ m}$$

Distancia de la fibra superior al baricentro

$$v_2 = \frac{-H_v}{2} = -0.40 \text{ m}$$

Módulo resistente de la fibra traccionada

$$Z_1 = \frac{I_f}{v_2} = 0.043 \text{ m}^3$$

Módulo resistente de la fibra comprimida

$$Z_2 = \frac{I_f}{v_1} = -0.043 \text{ m}^3$$

Coefficiente K1

$$k_1 = \frac{Z_1}{v_2} = 0.133 \text{ m}$$

Coefficiente K2

$$k_2 = \frac{Z_2}{v_1} = 0.133 \text{ m}$$

### Esfuerzos en la sección central

Momento en la transferencia

$$M_t = A_v \cdot \gamma \cdot \frac{L_v^2}{8} = 104 \text{ mkN}$$

Momento de servicio

$$M_w = 296.959 \text{ mkN}$$

Inecuación I

$$eI (\text{inv}P_0) = -k_2 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{tt} \cdot Z_2)$$

Inecuación 2

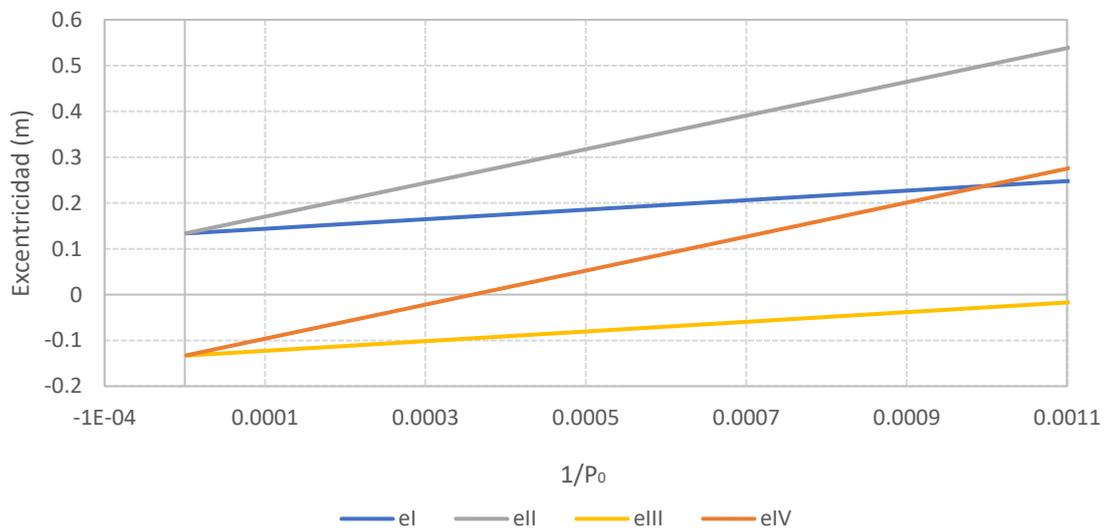
$$eII (\text{inv}P_0) = -k_2 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{cw} \cdot Z_2)$$

Inecuación 3

$$eIII (\text{inv}P_0) = -k_1 + \text{inv}P_0 \cdot (M_t + \sigma_{ct} \cdot Z_1)$$

Inecuación IV

$$eIV (\text{inv}P_0) = -k_1 + \frac{\text{inv}P_0}{R_p} \cdot (M_w + \sigma_{tw} \cdot Z_1)$$



**Figura 135.** Diagrama de Magnel de la viga HAR-P.

Intersecciones de la ecuación I y IV.

### Fuerzas de tesado

Tesado inicial

$$P_0 = \frac{1}{\text{inv}P_0} = 1001.99 \text{ kN}$$

$$A_p = \frac{P_0}{r_t \cdot f_{p\max}} = 718.27 \text{ mm}^2$$

Elegimos  $n_{\text{cord}} = 7$

$$P_{0d} = n_{\text{cord}} \cdot A_{\text{puni}} \cdot r_t \cdot f_{p\max} = 1367.1 \text{ kN}$$

$$P_w = R_p \cdot P_{0d} = 1093.68 \text{ kN}$$

La excentricidad tiene que ser

menor que

$$eI \left( \frac{1}{P_{0d}} \right) = 0.209 \text{ m}$$

mayor que

$$eIV \left( \frac{1}{P_{0d}} \right) = 0.138 \text{ m}$$