

T.S-22

R.397

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

FACULTAD DE FISICA

DEPARTAMENTO DE TERMOLOGIA

UNIVERSIDAD DE SEVILLA FACULTAD DE FISICA SECRETARIA
16-10-82
ENTRADA N.º 445

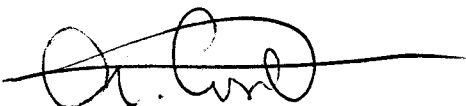
TRANSMISION DEL CALOR EN EL PROBLEMA DE BENARD-RAYLEIGH

EL DIRECTOR



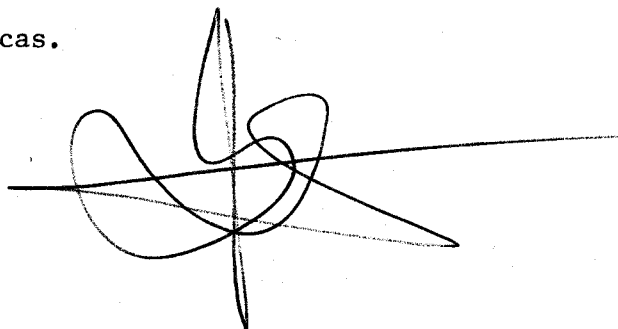
D. Manuel Zamora Carranza, Cate-
dratico-Director del Departamento
de Termología de la Facultad de
Física de la Universidad de Sevilla.

EL CO-DIRECTOR



D. Antonio Córdoba Zurita, Profesor
Adjunto.

MEMORIA que presenta el Licenciado en
Ciencias D. Jesús Moreno Sánchez para
optar al grado de Doctor en Ciencias
Físicas.



Sevilla, 1982.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. D. Manuel Zamora Carranza, director de este trabajo, cuya constante ayuda ha hecho posible su realización

Al Dr. D. Antonio Córdoba Zurita por su continua dedicación y apoyo durante todo el proceso de investigación.

A D. Justo Jiménez Fernández y al Dr. D. Emilio Rojas Blasi, cuya colaboración fue decisiva en los comienzos de este trabajo.

A todos los compañeros del Departamento de Termología por su estímulo y ayuda.



I N D I C E

INDICE

1) INTRODUCCION	1
2) DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.....	18
3) CALIBRACION DEL FLUXIMETRO	43
4) METODO DE MEDIDA	54
a) Secuencia de operaciones	54
b) Fuentes de error en la medida del flujo de calor.....	58
5) MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD CALORIFICA DEL PMM...	66
6) PROPIEDADES FISICAS DE LOS LIQUIDOS UTILIZADOS..	70
7) RESULTADOS.....	73
a) Geometría cilíndrica.....	74
1.-Silicona 47V100.....	74
2.-Silicona 47V350.....	81
3.-Comparación de los resultados obtenidos en geometría cilíndrica.....	86
b) Geometría rectangular.....	88
1.-Silicona 47V100.....	88
2.-Comparación de los resultados obtenidos con 47V100.....	93
3.-Silicona 47V50.....	95
4.-Silicona 47V10.....	107
5.-Influencia de la longitud de onda sobre el flujo de calor.....	123
8) CONCLUSIONES.....	134
9) APENDICES.....	136

1.- Medida de las propiedades físicas de los líquidos.....	136
2.- Programas.....	158
10) BIBLIOGRAFIA.....	169

1) I N T R O D U C C I O N

1) INTRODUCCION

La formación de estructuras es uno de los más fascinantes fenómenos de la naturaleza y constituye un tema fundamental dentro de la Física macroscópica actual. Con objeto de centrar el problema que implica su estudio podemos distinguir dos tipos de estructuras: estructuras en equilibrio y estructuras disipativas.

Las estructuras en equilibrio pueden formarse a través de transformaciones que no impliquen ninguna desviación apreciable del equilibrio; una vez formadas pueden mantenerse sin aporte adicional de energía. Un cristal es un ejemplo típico de tal estructura.

Las estructuras disipativas tienen una naturaleza diferente a las anteriores, ya que se forman y mantienen como efecto de un intercambio de energía o materia en condiciones de no equilibrio. La formación de celdas regulares en el inicio de la convección libre es un ejemplo típico de estas estructuras. Una celda de este tipo puede considerarse como una fluctuación gigante que se estabiliza por el flujo de materia y energía prescrito por el contorno del sistema. Tales estructuras disipativas pueden también originarse en sistemas en los que tienen lugar reacciones químicas, en un láser, en sistemas hidrodinámicos, etc. (1-5).

En esencia, los fenómenos de formación de estructuras espaciales o temporales más usuales a partir de un estado estaciona

rio con una simetría espacial dada son:

a) La ruptura de la simetría del estado original en cierto punto crítico y la evolución a un nuevo estado estacionario con una simetría espacial diferente.

b) La formación de estructuras periódicas.

c) El paso a estructuras casi-periódicas desde una situación periódica del tipo b).

Los mecanismos que las originan son de tipos muy diversos y, en general, indican, de algún modo, el acoplamiento entre diversos efectos, dando lugar a interacciones cooperativas o antagónicas.

Una característica común a la formación de estructuras disipativas es el carácter no lineal de las ecuaciones que dan cuenta del comportamiento del sistema en que se originan (ecuaciones hidrodinámicas, ecuaciones para las velocidades de reacción, etc.). La resolución de tales ecuaciones, una vez que se han establecido unas condiciones de contorno e iniciales, es, en general, muy difícil. Normalmente existe más de una solución. Desde el punto de vista matemático, el modo natural de abordar el problema de la aparición de nuevas estructuras es la teoría de la bifurcación, que trata de la aparición de nuevos tipos de soluciones para las ecuaciones diferenciales en puntos críticos o de bifurcación.

Si bien muchos de estos fenómenos son conocidos desde antiguo y existían también algunas primeras teorías, es en una época reciente cuando la investigación en este campo recibe un gran impulso. Aunque se dispone de un amplio conjunto de resultados, es mucho lo que queda por hacer. Para los estudios teóricos la

dificultad principal estriba en la ya aludida no linealidad de las ecuaciones que dan cuenta de estos fenómenos. En el campo experimental falta por hacer medidas sistemáticas, con suficiente grado de precisión, bajo condiciones bien controladas. En efecto, en muchos casos existen medidas parciales de algunos parámetros relevantes, pero se carece de los valores de otros parámetros, igualmente importantes. En otros casos, las medidas no resultan lo suficientemente precisas para poder discriminar cuestiones sutiles relativas a estos fenómenos, o han sido efectuadas bajo condiciones controladas con poco rigor. Por otra parte, con cierta frecuencia se han comparado resultados teóricos con resultados experimentales obtenidos, en cada caso, en condiciones que no son estrictamente equivalentes. Todo esto pone de manifiesto la necesidad que existe de llevar a cabo investigaciones que completen, extiendan y profundicen los resultados obtenidos hasta hoy.

Un caso típico de inestabilidad hidrodinámica que da lugar a la formación de estructuras fuera del equilibrio es el conocido como problema de Bénard (6-11), cuyos aspectos fundamentales pasamos a describir a continuación:

Consideremos una capa horizontal de fluido, de espesor d , calentada uniformemente por debajo. Para pequeñas diferencias de temperatura entre las superficies superior e inferior, el fluido permanece en reposo, con distribuciones de temperatura y de densidad lineales a lo largo de la muestra. Bénard (6-7) observó que, si la diferencia de temperatura entre la parte inferior y la superior alcanzaba un cierto valor, manteniendo esta última en contacto con el aire, el líquido comenzaba a mo-

verse siguiendo un patrón hexagonal, similar al que aparece en la figura 1, que hemos obtenido nosotros mediante termografía infrarroja. El tamaño de los hexágonos era aproximadamente igual al espesor de la muestra líquida, siendo el movimiento ascendente en el centro y descendente en la periferia.

Este movimiento observado por Bénard corresponde al fenómeno de la convección, que ya había sido mencionado anteriormente por Rumford (1797) y Thomson (1882), si bien nunca había sido estudiado en condiciones experimentales tan cuidadosas como para conseguir un patrón de movimiento tan regular.

La primera interpretación del fenómeno, dada por Rayleigh en 1916 (12), consideraba que el líquido, al calentarse en la parte inferior, se dilata y, por disminuir su densidad, sufre un empuje que lo hace moverse hacia arriba. De la misma forma, el líquido frío de la parte superior, al tener mayor densidad, tiende a bajar hacia el fondo. Este movimiento, sin embargo, no tiene lugar cuando el gradiente de temperatura que se establece es pequeño, ya que, en este caso, prevalece la fuerza de rozamiento viscoso sobre la responsable del movimiento convectivo. Por tanto, existe un gradiente de temperatura crítico por debajo del cual el líquido permanece inmóvil, mientras que si se le supera tiene lugar el fenómeno de la convección.

Si en lugar de mantener la superficie superior en contacto con el aire, como en el experimento de Bénard, se coloca sobre el fluido una superficie rígida, el patrón del movimiento convectivo es sensiblemente distinto. En este caso se observa la existencia de rollos paralelos entre sí.

Este distinto comportamiento, según que la superficie su-

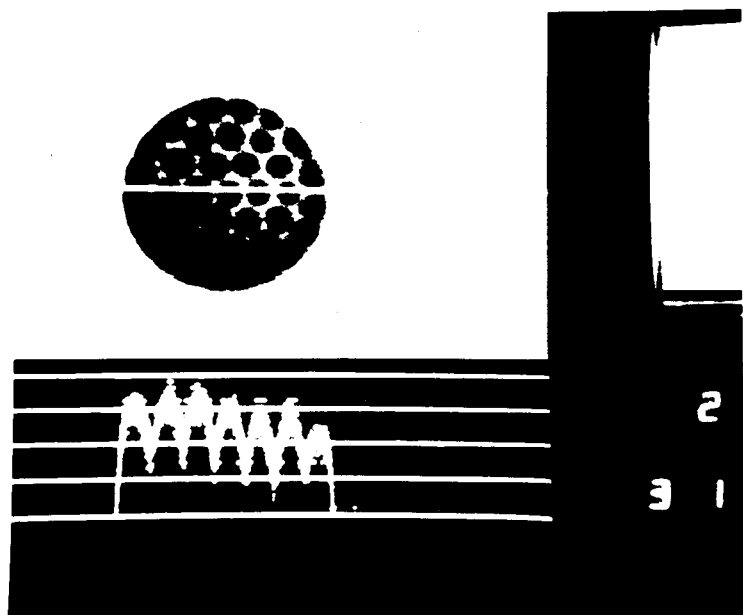


Figura 1: Celdas hexagonales obtenidas al calentar uniformemente por debajo una capa horizontal de aceite de silicona, con la superficie superior en contacto con el aire. La fotografía ha sido obtenida mediante termografía infrarroja. Las zonas más calientes de la superficie corresponden a las más oscuras de la fotografía. La línea horizontal que aparece atravesando la estructura indica los puntos donde se mide la temperatura, cuya representación gráfica es la curva ondulada que aparece en la parte inferior. Los números de la derecha indican el nivel de base y la amplitud del intervalo de temperatura. El diámetro de la capa líquida es 12 cm.

perior estuviera libre o limitada por un contorno rígido, quedó definitivamente explicado cuando Block (13) desarrolló un movimiento convectivo con patrón hexagonal en un líquido con la superficie superior libre, enfriando por debajo. En tal caso el movimiento tenía el sentido opuesto al observado por Bénard. La interpretación dada a este hecho atribuye la causa del fenómeno a la variación que experimenta la tensión superficial con la temperatura. Estudios teóricos posteriores (14) explicaron completamente la convección con superficie superior libre, llegando a la conclusión de que, en este caso, la fuerza debida al gradiente de densidad que se establece puede ser despreciable frente a la que se pone en juego como consecuencia de las variaciones de la tensión superficial del líquido.

Así pues, el fenómeno de la convección en una capa fluida puede corresponder a dos casos sustancialmente distintos: el problema de Bénard-Rayleigh, cuando el movimiento es debido al gradiente de densidad, y el problema de Bénard-Marangoni si la causa del mismo se encuentra en las variaciones de la tensión superficial con la temperatura. En lo que sigue nos limitaremos al estudio del problema de Bénard-Rayleigh para líquidos incompresibles, entre dos superficies rígidas.

El movimiento de tal fluido se estudia a partir de las ecuaciones básicas de la hidrodinámica, las cuales se simplifican considerablemente cuando las variaciones de temperatura que se producen en el problema considerado son suficientemente pequeñas. En tal caso, los coeficientes que intervienen (calor específico c , conductividad calorífica λ , coeficiente de dilatación β , viscosidad cinemática ν y densidad ρ) pueden considerar-

se constantes. La única excepción a esto es la variación que experimenta la densidad en el término que da cuenta de la fuerza debida al campo gravitatorio, ya que la aceleración a que da origen puede ser grande (8). Esta aproximación, conocida como de Boussinesq, es aplicable a casi todos los líquidos cuando se someten a variaciones moderadas de temperatura. Con ella, las ecuaciones básicas de la hidrodinámica para un líquido incompresible quedan de la siguiente forma:

-Ecuación de continuidad

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad \{1\}$$

-Ecuación del movimiento, o de Navier-Stokes

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = - \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} + \left(1 + \frac{\delta \rho}{\rho_0} \right) \vec{g} + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad \{2\}$$

-Ecuación de la conducción del calor

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T = \kappa \nabla^2 T \quad \{3\}$$

-Ecuación de estado del fluido

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta (T - T_0) \right] \quad \{4\}$$

donde \vec{v} es la velocidad, T la temperatura, g la aceleración de la gravedad, κ la difusividad térmica ($\kappa = \frac{\lambda}{\rho_0 c}$) y p la presión hidrostática.

La aparición del movimiento convectivo sobreviene cuando la fuerza debida a la modificación de la densidad prevalece sobre la fuerza de frenado viscoso (8). Estimemos, por análisis dimensional, el valor de la razón

$$R = \frac{|F_{\text{gravitatoria}}|}{|F_{\text{viscosa}}|} = \frac{|g \delta \rho / \rho_0|}{|\nu \nabla^2 \vec{v}|}$$

De la ecuación {3} se obtiene que $v \approx \frac{\lambda}{\rho_0 c d}$ y de {4}

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} \approx \beta \Delta T. \text{ Por tanto}$$

$$R = \frac{g \beta \Delta T d^3}{\nu \kappa} \quad \{5\}$$

Esta combinación adimensional recibe el nombre de número de Rayleigh. La convección en una capa líquida comienza cuando dicho número supera un cierto valor crítico R_c . El valor crítico R_c , así como el patrón del movimiento que sigue el fluido cuando se encuentra en régimen convectivo, se obtienen resolviendo las ecuaciones de Boussinesq, con las condiciones de contorno adecuadas.

En el estado de reposo, las distribuciones de temperatura y de densidad que se obtienen al resolver las ecuaciones son las siguientes:

$$T = T_0 - \frac{\Delta T}{d} z \quad \{6\}$$

$$\rho = \rho_0 \left\{ 1 - \beta \frac{\Delta T}{d} z \right\} \quad \{7\}$$

donde ΔT es la diferencia de temperatura entre los límites inferior y superior del fluido.

Cuando el movimiento convectivo ha comenzado, estas distribuciones sufren una perturbación, de modo que son:

$$T = T_0 - \frac{\Delta T}{d} z + \theta(x, y, z; t) \quad \{8\}$$

$$\rho = \rho_0 \left\{ 1 - \beta \left\{ \frac{\Delta T}{d} z - \theta(x, y, z; t) \right\} \right\} \quad \{9\}$$

Usando d , d^2/κ y $\Delta T/R$ como unidades de longitud, tiempo y temperatura, respectivamente, las ecuaciones de Boussinesq pueden escribirse en forma adimensional, dependiendo sólo de la velocidad y de la desviación, θ , respecto de la distribución estática de temperatura:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad \{10\}$$

$$\text{Pr}^{-1} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = - \vec{\nabla} p + \theta \vec{k} + \nabla^2 \vec{v} \quad \{11\}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = R \vec{v} \cdot \vec{k} + \nabla^2 \theta \quad \{12\}$$

siendo \vec{k} el vector unitario en la dirección vertical. Pr es el llamado número de Prandtl ($\text{Pr} = \nu/\kappa$) y R es el número de Rayleigh. Estos dos números adimensionales son, pues, los que determinan cómo será el movimiento en cada situación física concreta. El número de Prandtl, como puede verse en la ecuación {11}, no tiene influencia sobre los resultados en el caso de que se considere régimen estacionario y se haga la aproximación de despreciar los términos no lineales.

Las condiciones que han de cumplirse para que sobrevenga la convección se pueden obtener a partir de las tres ecuaciones anteriores, considerando que las perturbaciones v_z y θ son superposición de ciertos modos normales:

$$v_z = W(z) e^{\{i(a_x x + a_y y) + \sigma t\}} \quad \{13\}$$

$$\theta = \Theta(z) e^{\{i(a_x x + a_y y) + \sigma t\}} \quad \{14\}$$

cuyas amplitudes, W y Θ , se obtienen introduciendo estas expresiones en las ecuaciones de Boussinesq linealizadas. Se transforman entonces éstas en un conjunto de ecuaciones en las que, además de los números de Prandtl y de Rayleigh, interviene el número de ondas, a, de la perturbación ($a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$) y la constante de tiempo σ .

La solución estática es estable si $\sigma < 0$, ya que entonces las perturbaciones se amortiguan hasta desaparecer e inestable si $\sigma > 0$. El caso límite entre ambos ($\sigma = 0$) corresponde a la llama

da estabilidad marginal y define el paso de la solución $\vec{v} = 0$ a $\vec{v} \neq 0$. En este caso, la ecuación para la amplitud de la componente vertical de la velocidad es

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - a^2 \right)^3 W = -R a^2 W \quad \{15\}$$

que, junto con las condiciones de contorno, plantea un problema de autovalores biparamétrico, de forma que, para un número de ondas arbitrario sólo puede ser resuelta por un específico valor de R .

La figura 2 muestra el valor del número de Rayleigh para el cual existe estabilidad marginal, en función del número de ondas de la perturbación correspondiente.

De particular importancia es el mínimo de la curva, que define el número de Rayleigh crítico por debajo del cual no existe movimiento convectivo. ($R_c = 1708$; $a_c = 3,117$).

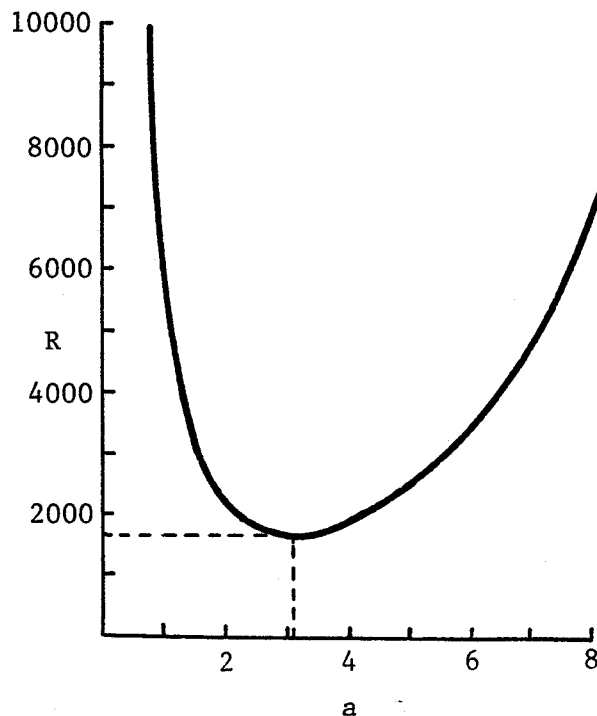


Figura 2: Curva de estabilidad marginal

La teoría lineal resumida hasta ahora es válida sólo en el estado de estabilidad marginal y, por tanto, no puede utilizarse para predecir cuál será el patrón del movimiento que aparecerá en los experimentos. Para decidir esta cuestión es preciso recurrir a la teoría no lineal, aún sin abandonar la aproximación de Boussinesq.

Se demuestra entonces (15) que la solución estable de las ecuaciones, por encima de R_c , consiste en un movimiento bidimensional en forma de rollos, lo cual está de acuerdo con lo observado experimentalmente.

Cuando se estudia el rango dentro del cual es estable la solución bidimensional se obtiene que, para un determinado número de ondas de la estructura y un determinado número de Prandtl del líquido, existe un número de Rayleigh por encima del cual dicha solución deja de ser estable (16).

La figura 3 muestra los resultados de este cálculo obtenidos por Clever y Busse (17) para el agua ($Pr = 7$). Los rollos convectivos bidimensionales son estables dentro de la región delimitada por la curva.

Un resultado semejante a éste había sido ya obtenido por Busse (16) para líquidos con alto número de Prandtl. En este caso, el máximo valor del número de Rayleigh para el cual es estable una estructura bidimensional es 22600.

Para líquidos con alto número de Prandtl ($Pr \approx 300$) el movimiento pasa a ser tridimensional al sobrevenir la inestabilidad, siendo el resultado de la superposición de los primitivos rollos con otros perpendiculares a ellos. El paso de la estruc-

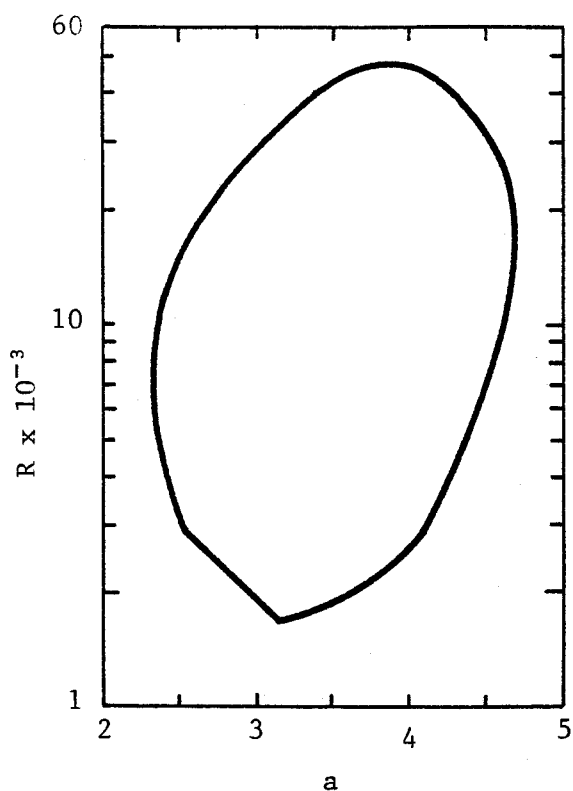


Figura 3: Estabilidad de la convección bidimensional en una capa líquida. ($Pr = 7$)

tura bidimensional a la tridimensional se conoce como transición bimodal. El número de Rayleigh, R_{II} , para el cual se produce la transición bimodal depende, en general, del número de Prandtl del líquido y del número de ondas de la estructura bidimensional.

Para números de Prandtl intermedios y bajos se pueden presentar además otros tipos de inestabilidad: movimiento en zigzag de los rollos, ondulación de éstos, o formación de estructuras que presentan cierta similitud con el patrón hexagonal.

El estudio experimental del problema de Bénard-Rayleigh pre

senta varios aspectos fundamentales (9):

1°) Observación del arranque de la convección y determinación del valor crítico del número de Rayleigh.

2°) Determinación de la forma de la estructura convectiva.

3°) Medida del flujo de calor a través de la capa convectiva.

4°) Medida de las distribuciones de temperatura y de velocidad en el fluido.

El valor crítico del número de Rayleigh ha sido determinado por distintos autores, encontrándose una buena concordancia, en general, con el valor predicho por la teoría lineal. Schmidt y Milverton (19) observaron un súbito crecimiento en el flujo de calor para $R = 1770 \pm 140$. Silverston (20) realizó experimentos muy minuciosos con cinco líquidos distintos, obteniendo el valor $R_c = 1700 \pm 51$. Rossby (21) encontró $R_c = 1810$ para el aceite de silicona, $R_c = 1760$ para el agua y $R_c = 1680$ para el mercurio. Valores similares han sido encontrado por otros autores (22-25).

Hay que tener en cuenta que el valor teórico ($R_c = 1708$) está calculado considerando una extensión infinita de la capa y placas perfectamente conductoras, que son condiciones ideales. Sin embargo, se pueden hacer montajes experimentales que consti- tuyen buenas aproximaciones a dicha situación ideal. Cuando las condiciones son diferentes el valor de R_c puede diferir notable- mente de 1708.

La forma de la estructura convectiva ha sido repetidamente

observada desde que se vio cómo el patrón hexagonal de Bénard se modificaba sustancialmente cuando sobre el líquido se colocaba una superficie rígida. Después de los cálculos de Pearson (14) se asoció el movimiento hexagonal a las variaciones de la tensión superficial mientras que los rollos se consideraban asociados al movimiento convectivo entre dos superficies rígidas. Sin embargo, se encontró que podían darse flujos poligonales en fluidos con la superficie superior cubierta, particularmente en gases y en líquidos cuya viscosidad varía fuertemente con la temperatura.

El significado de estos flujos hexagonales se comprendió finalmente cuando Busse (26) efectuó un desarrollo asintótico fuera de la aproximación de Boussinesq y encontró que el flujo hexagonal era estable para un pequeño rango de números de Rayleigh, cerca de R_c . Este resultado fue verificado experimentalmente por Krisnamurti (27-28) y por Somerscales y Dougherty (29). Hoard, Roberston y Acrivos (30) observaron un rango mucho mayor de hexágonos estables en un líquido cuya viscosidad variaba muy fuertemente con la temperatura: el Aroclor 1248.

En casi todos los experimentos con condiciones de contorno rígidas se han observado rollos bidimensionales para números de Rayleigh moderadamente supercríticos, de acuerdo con las previsiones teóricas (15). Koschmieder y Pallas (25) en experiencias realizadas en geometría cilíndrica obtuvieron un conjunto de rollos concéntricos en número que iba decreciendo a medida que aumentaba la diferencia de temperatura entre los extremos de la muestra.

Según Koschmieder (9), la forma de los rollos tiene necesi-

riamente que estar determinada por la forma del contorno lateral, ya que éste constituye una perturbación finita que elimina la degeneración de la estructura.

Sin embargo, en experimentos realizados por Bergé (31), también con geometría cilíndrica, se han obtenido estructuras imperfectas que tienden a obedecer a las dos condiciones geométricas siguientes:

a) El eje de los rollos es perpendicular a las paredes laterales.

b) La distancia entre dos rollos es constante.

La longitud de onda de la estructura bidimensional aumenta con el número de Rayleigh, como se ha puesto de manifiesto experimentalmente (25) (32), y también se ha observado la posibilidad de conseguir estructuras estables de distintas longitudes de onda para un mismo número de Rayleigh, dependiendo de las condiciones de calentamiento (32), (33).

Como ya se ha dicho, el valor del número de Rayleigh crítico se ha obtenido repetidamente localizando el punto en que se produce un brusco cambio de pendiente en la curva que representa el flujo de calor, frente a la diferencia de temperatura entre los límites inferior y superior del líquido. Para que los resultados de las medidas de flujo de calor de distintos experimentos resulten comparables se suele adimensionalizar el problema definiendo el llamado número de Nusselt:

$$\text{Nu} = \frac{Q}{Q_{\text{cond}}} \quad \{16\}$$

donde Q representa el flujo de calor total a través del líquido

y $Q_{\text{cond.}}$ es el que lo atravesaría si sólo hubiera transmisión de calor por conducción. Puesto que $Q_{\text{cond.}} \propto \Delta T$ y $R \propto \Delta T$, es también $Q \propto \text{Nu} \cdot R$. El flujo de calor convectivo es

$$Q_{\text{conv.}} = Q - Q_{\text{cond.}} \quad \{17\}$$

que, de acuerdo con la anterior definición, también se puede poner en relación con una combinación adimensional:

$$Q_{\text{conv.}} \propto (\text{Nu} - 1)R \quad \{18\}$$

Así pues, el valor de R_c se podrá obtener estudiando el comportamiento del número adimensional $\text{Nu} \cdot R$ frente a R .

De la misma forma se ha estudiado la posibilidad de encontrar otras transiciones a partir de la curva $\text{Nu}R-R$, particularmente la transición bimodal y el comienzo de la turbulencia.

Quien primero observó transiciones superiores fue Malkus (22). Según él el flujo de calor varía según segmentos lineales, habiendo encontrado hasta ocho de estos segmentos con diferentes pendientes en el rango comprendido entre R_c y $2 \cdot 10^6$. Los números de Rayleigh a los cuales se producen estos cambios de pendiente fueron considerados como valores críticos para los cuales se hacen inestables los sucesivos modos verticales.

Willis y Deardorf (34), experimentando con líquidos de distintos números de Prandtl, confirmaron la existencia de estas transiciones, si bien su localización no coincidía exactamente con las de Malkus.

Krisnamurti (23)(35) encontró también cuatro sucesivas transiciones en el intervalo de números de Rayleigh $0 < R < 200000$, no detectando influencia alguna del número de Prandtl en el rango $10 < \text{Pr} < 10000$. Otra conclusión de este estudio fue la existencia

de histéresis en el flujo de calor, lo que la llevó a suponer que las transiciones eran debidas a inestabilidades originadas por perturbaciones de amplitud finita.

Koschmieder y Pallas (25) ponen en duda la existencia de estos cambios de pendiente en la gráfica del flujo de calor. Consideran que las líneas rectas trazadas sobre los datos experimentales son arbitrarias y que estos datos se pueden ajustar mejor a una única curva que a un conjunto de rectas. En apoyo de esta afirmación citan los cálculos numéricos de Deardorff (36) y Plows (37) que no indican la existencia de cambios bruscos de pendiente por encima de R_c , así como el estudio experimental de Ahlers (24) realizado con helio líquido, entre 2 y 5 K.

De las consideraciones precedentes se deduce la gran importancia que tiene la medida de flujo de calor en el estudio del fenómeno de la convección. Por otra parte, la gran discrepancia que existe entre los datos experimentales de los distintos autores, así como en su interpretación pone de manifiesto el interés que tiene el desarrollar métodos de medida con los que obtener resultados precisos que permitan la aproximación a la solución de este problema.

Los objetivos propuestos en este trabajo han sido el diseño y construcción de un nuevo sistema experimental para realizar medidas sistemáticas de flujo de calor a través de una capa de líquido, en las condiciones del problema de Bénard-Rayleigh, así como la visualización y determinación de la longitud de onda de

las estructuras convectivas que se forman. Estas medidas han sido llevadas a cabo en recintos de contorno circular y rectangular y en regímenes de conducción, convección bidimensional estacionaria (para diferentes longitudes de onda de la estructura), y convección tridimensional estacionaria. En concreto, se ha pretendido determinar con este tipo de medidas los valores críticos para el arranque de la convección bidimensional y de la convección tridimensional, el comportamiento del flujo de calor para los diferentes regímenes y en los puntos críticos, y la influencia que sobre ellos desempeña la longitud de onda de la estructura bidimensional.

Junto a este conjunto de medidas, que podemos considerar principales, ha sido necesario el montaje de otras técnicas de medida auxiliares y la determinación experimental de ciertos parámetros característicos de los fluidos estudiados, cuyo conocimiento es indispensable en el problema considerado.

2) DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

2) DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Para llevar a cabo el estudio sistemático del comportamiento de fluidos sometidos a las condiciones definidas por el problema de Bénard-Rayleigh, se ha diseñado y construido un dispositivo que permite simultanear las medidas del flujo de calor, del gradiente de temperatura y de la longitud de onda de la estructura convectiva que se forma.

El aparato aparece esquematizado en la figura 4 y consta de los siguientes elementos:

- a) Placa inferior (I)
- b) Pantalla adiabática (P.A.)
- c) Placa superior (S)
- d) Fluxímetro de calor (F)
- e) Bloque térmico (B.T.)
- f) Contenedor lateral del líquido (C)
- g) Termopares para la medida de la temperatura en las placas (P)
- h) Termopares para la medida de la diferencia de temperatura entre las placas (P')
- i) Estructura exterior (E)
- j) Sistemas de termostatación
- k) Sistema óptico para la visualización de las estructuras
- l) Sistema de adquisición de datos.

A continuación se describe detalladamente cada uno de estos elementos.

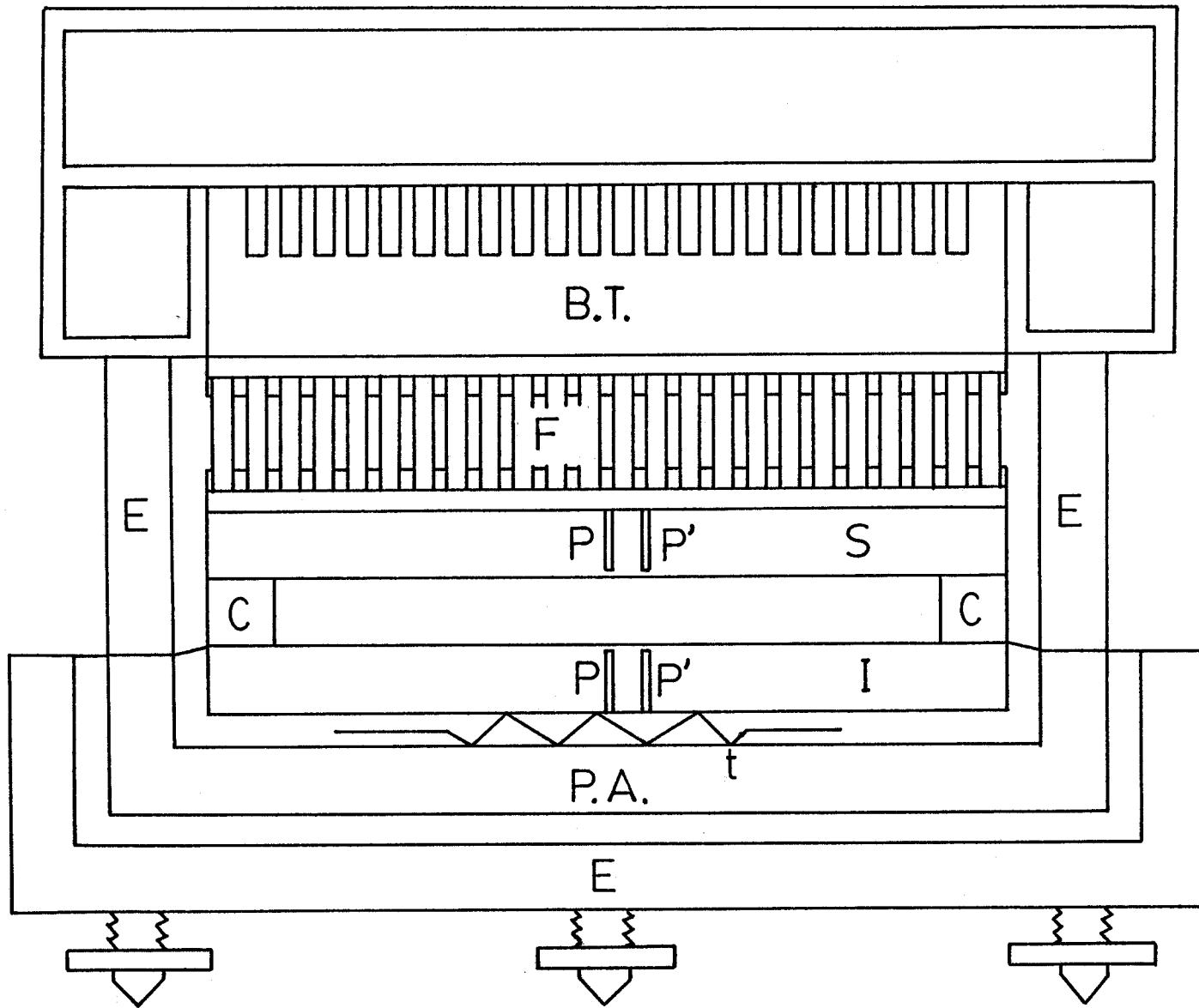


Figura 4: Esquema del dispositivo experimental

a) Placa inferior (I). Consiste en un paralelepípedo de cobre cuyas dimensiones son 8,5x12x1 cm. Una de las caras mayores ha sido rectificadas y en la otra se han realizado 31 acanaladuras paralelas, de 0,5 mm de profundidad, donde se ha alojado una resistencia eléctrica de hilo de manganina aislado con una funda de seda. El valor total de la resistencia instalada es 145,93 Ω , medida a 25 °C. Para medir la potencia disipada en dicha resistencia se ha conectado, en serie con la misma, una resistencia calibrada cuyo valor, 11,358 Ω , se ha determinado previamente. Esta última se ha colocado en el interior de un recipiente con aceite, para mantener constante su temperatura.

En las caras laterales de la placa se han practicado ocho orificios de 4 mm de diámetro y 10 mm de profundidad, en los cuales se han introducido tubos de material aislante (celotex) de 4 mm de diámetro exterior y 2 mm de diámetro interior. En éstos se introducirán los vástagos de acero encargados de soportar la placa.

En el centro se han hecho dos orificios, practicados en la misma cara en que está incrustada la resistencia, que tienen una profundidad de 9 mm, de forma que no llegan a atravesar la cara rectificadas. En estos orificios se introducen las soldaduras de los termopares P y P' encargados de medir, respectivamente, la temperatura de la placa y la diferencia de temperatura entre ésta y la placa superior. Pegadas, además, a la cara no rectificadas se encuentran las tres soldaduras de otros tantos termopares, (t), montados en serie, cuyas soldaduras de referencia están sobre la superficie de la pantalla adiabática.

b) Pantalla adiabática (P.A.). Es un conjunto de piezas de cobre que rodea las caras inferior y laterales de la placa I. Su forma es la de una caja descubierta, en cuyas paredes laterales se han realizado unos taladros donde se introducen los vástagos que han de soportar a dicha placa.

En las paredes laterales, por su parte exterior, existen, a su vez, otros orificios donde se introducen los vástagos de acero que le sirven de soporte. También aquí se ha tomado la precaución de colocar tubos de material aislante (celotex) en el interior de los orificios de soporte con objeto de debilitar, en la medida de lo posible, el flujo de calor a través de dichos vástagos. En la figura 5 se muestra con detalle la forma en que se encuentran ensambladas la placa inferior, la pantalla adiabática y la estructura exterior.

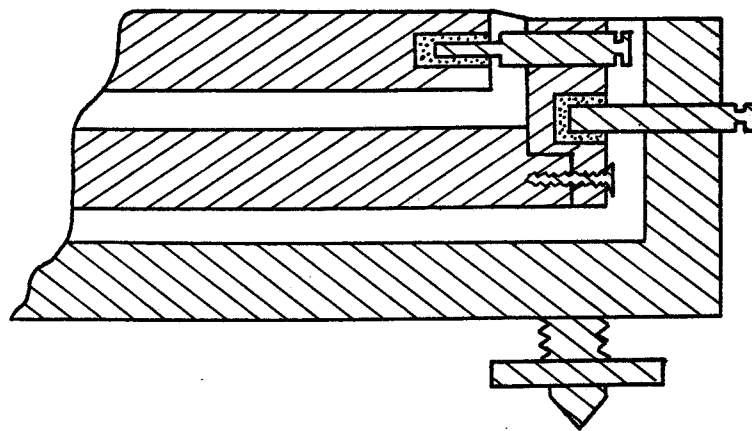


Figura 5: Detalle del conjunto formado por la placa inferior, la pantalla adiabática y la estructura exterior.

La cámara de aire que queda entre la placa inferior y la pantalla adiabática se ha comunicado con el exterior por medio de una fina tira de papel mylar (espesor: 0,01 mm) y lo mismo

se ha hecho con la que existe entre la pantalla adiabática y la estructura exterior. Esto se ha hecho con objeto de impedir la pérdida de calor que se produciría al establecerse corrientes de aire entre ambos compartimentos y el exterior.

La cara interior horizontal de la pantalla adiabática tiene unas acanaladuras idénticas a las descritas en la placa I. Se ha incrustado en ellas una resistencia de hilo de manganina de 285Ω , que, al montar el dispositivo, quedará exactamente enfrentada a la de la placa inferior. Ambas resistencias son alimentadas por dos fuentes de tensión de alta estabilidad, independientes, de la marca Ataio, la primera del modelo 303A y la segunda de 301A. Se ha comprobado que la potencia disipada tiene una deriva menor que el 0,05% en cuatro horas, que es el tiempo que se tarda en tomar las medidas correspondientes a cada experiencia.

En la figura 6 se muestra una fotografía de la pantalla adiabática, tomada antes de ensamblarla con el resto del dispositivo.

Sobre la superficie que queda frente a la placa I se han pegado las tressoldaduras de referencia de los termopares (t) a que se aludía al describir la placa inferior. La misión de estos termopares es medir la diferencia de temperatura que existe entre la placa inferior y la pantalla, lo que permite modificar la potencia disipada en la resistencia calefactora de esta última hasta conseguir reducir al mínimo detectable dicha diferencia de temperatura. Para conseguir esto, su f.e.m. se mide una vez cada diez segundos, y la correspondiente medida se acumula

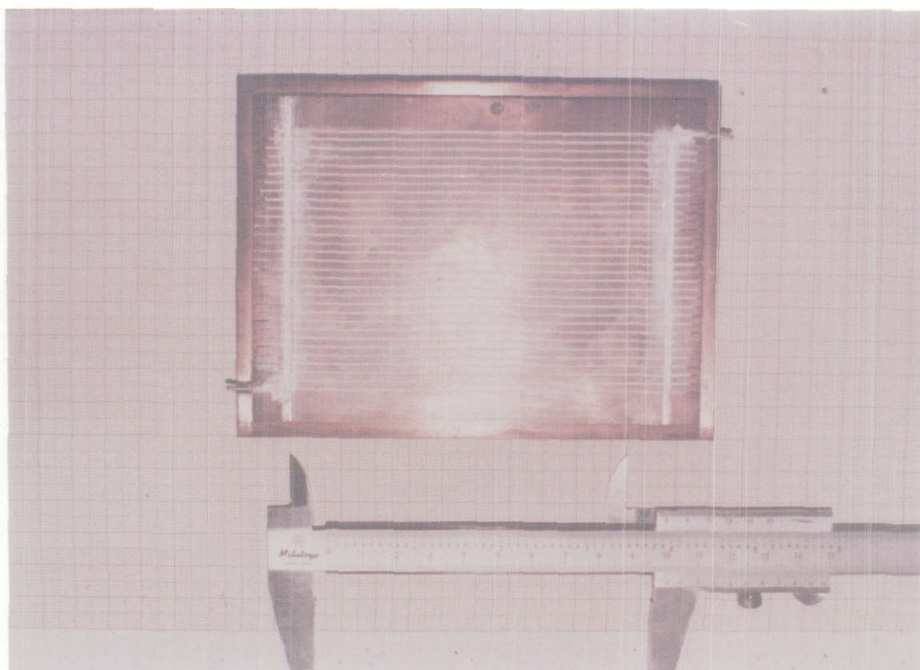


Figura 6: Pantalla adiabática

en un registro de memoria del calculador que controla todo el sistema. Al cabo de cinco minutos, éste ordena la puesta en marcha de un motor que acciona el potenciómetro de control de la fuente de tensión que alimenta a la resistencia de la pantalla adiabática.

El sentido del movimiento del motor, así como el tiempo que éste está girando lo selecciona el calculador, en función de la medida que hayan estado dando los termopares (t) durante los últimos cinco minutos, de modo que la tensión suministrada por la fuente tienda a alcanzar el valor adecuado para que dichos termopares den una medida nula.

En la figura 7 se muestra la evolución que presenta la diferencia de temperatura entre la pantalla adiabática y la placa

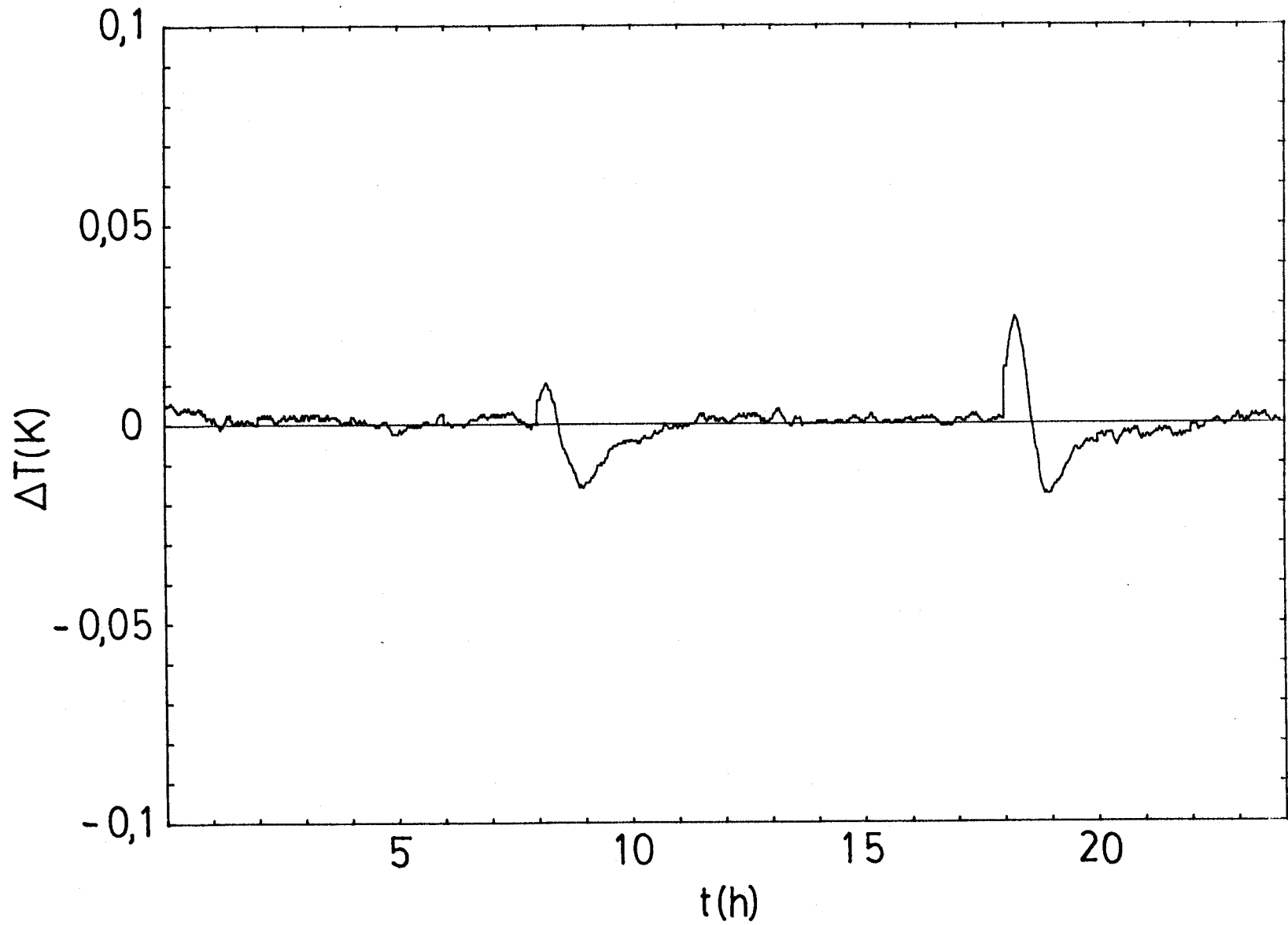


Figura 7: Evolución temporal de la diferencia de temperatura entre la pantalla adiabática y la placa inferior.

inferior, mientras está actuando el sistema de regulación automática descrito. En ella puede observarse que hay dos momentos en que la diferencia de temperatura se hace mayor que $0,01^{\circ}\text{C}$. Corresponden a los instantes en que se han producido bruscas modificaciones en la tensión aplicada a la resistencia de la placa inferior. Como puede verse, al cabo de pocas horas, el sistema de regulación automática consigue restablecer la situación original.

c) Placa superior (S). Es, al igual que la inferior, un paralelepípedo de $8,5 \times 12 \times 1$ cm, con la diferencia de que aquí no hay resistencia eléctrica. Tiene las dos caras mayores rectificadas y, en una de ellas, en su zona central, se han horadado dos orificios de 9 mm de profundidad y 1 mm de diámetro, que no llegan a alcanzar la cara opuesta. En ellos se introducen los termopares de medida del mismo modo que se hacía en la placa I. De estos dos orificios parten dos únicas acanaladuras que sirven para dar salida a los hilos de los termopares.

d) Fluxímetro de calor (F). Consiste en un conjunto de 204 termopares de crómel-constantán en serie. Cada termopar está constituido por alambres de 3 mm de diámetro y 17 mm de longitud, soldados a la plata sobre rectángulos de cobre de $4,5 \times 9,5$ mm y 3 mm de espesor. El conjunto de dichos rectángulos está pegado a dos placas de cobre de $8,5 \times 12 \times 0,3$ cm, habiéndose evitado el contacto eléctrico mediante una fina capa de pegamento cerámico (Aremco Ultra Bond 552), el cual se ha elegido no sólo

por su alta resistividad eléctrica ($10^{10} \Omega.m$) sino también por su buena conductividad calorífica ($3,6 \cdot 10^{-2} W.cm^{-1}.K^{-1}$).

En las figuras 8 y 9 pueden observarse algunos detalles de las distintas fases de la construcción del fluxímetro. La figura 10 muestra el fluxímetro ya terminado

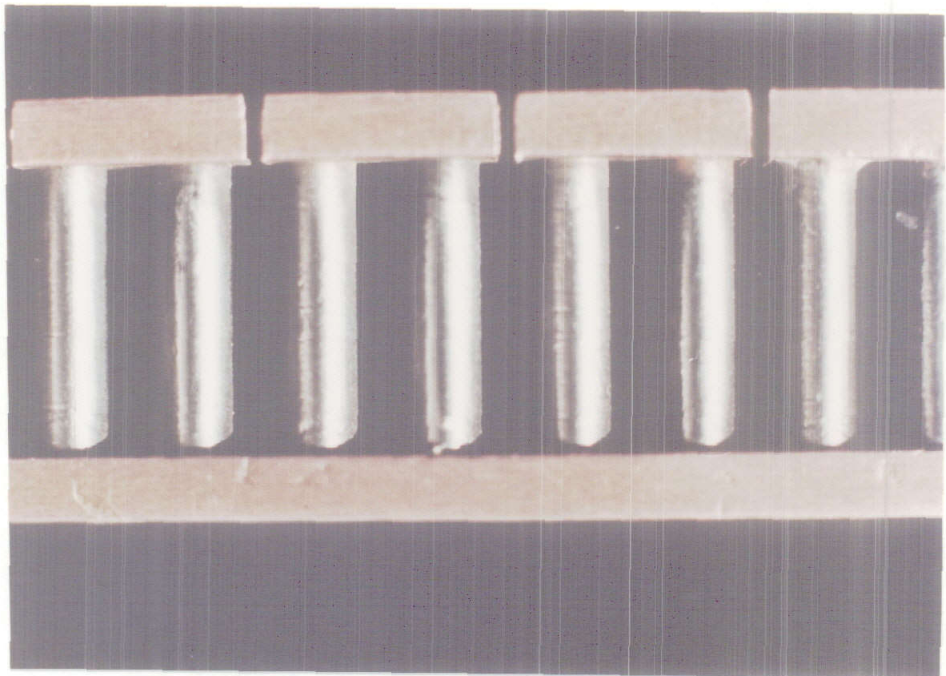


Figura 8: Detalle de las soldaduras del fluxímetro de calor

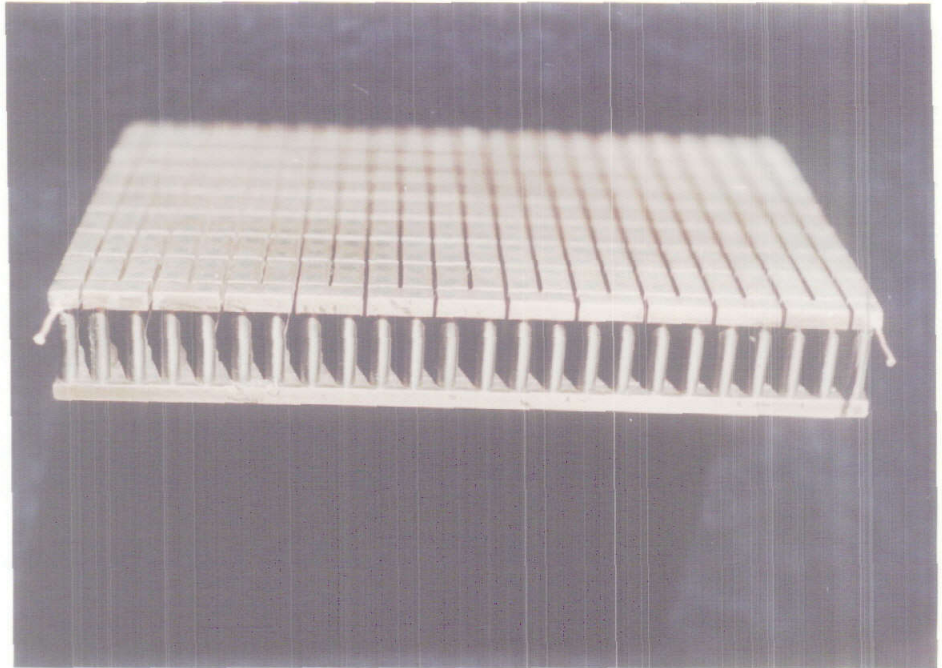


Figura 9: Vista lateral del fluxímetro antes de la colocación de las placas de cobre

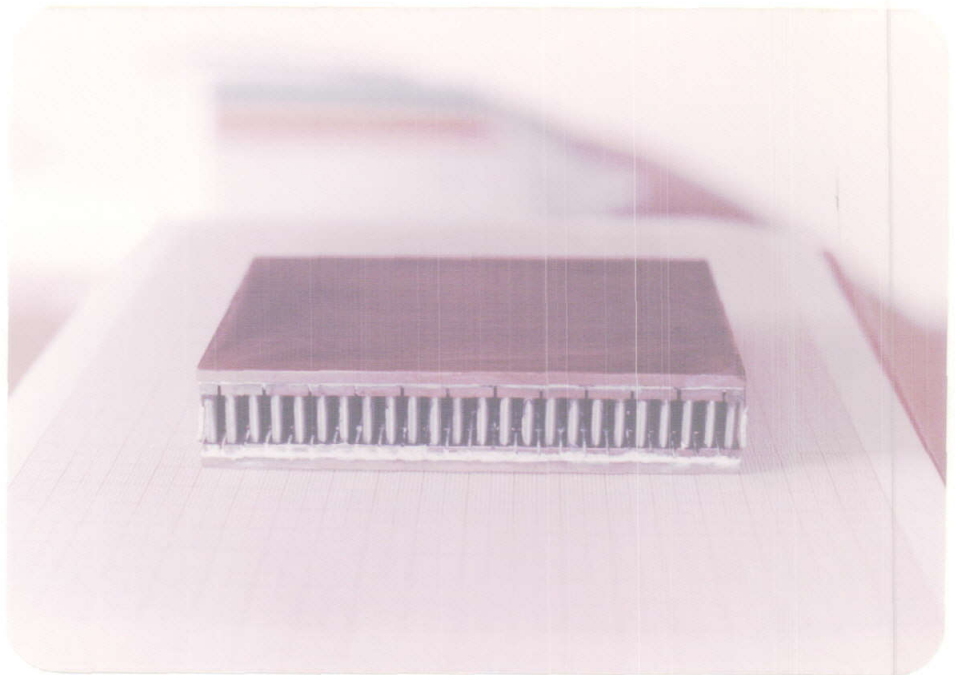


Figura 10: Fluxímetro de calor una vez terminada su construcción

e) Bloque térmico (B.T.). Está constituido por una pieza de cobre de 8,5x12x2,5 cm, en una de cuyas caras mayores se han dis-
puesto 22 canales de 10 mm de profundidad y 3 mm de anchura, re
partidos uniformemente y paralelos a las aristas de 8,5 cm. Por
estos canales se hará circular el agua procedente del baño ter-
mostático, de tal forma que ésta circulará en cada uno de ellos
en uno y otro sentido alternativamente. Para conseguir esto se
ha rodeado esta pieza de una estructura de plástico que es la
encargada de conducir el agua, como muestra la figura 11. El
agua penetra desde arriba por uno de los extremos del canal
y sale por el extremo opuesto. De esta forma se consigue la
máxima uniformidad de temperatura en el bloque térmico.

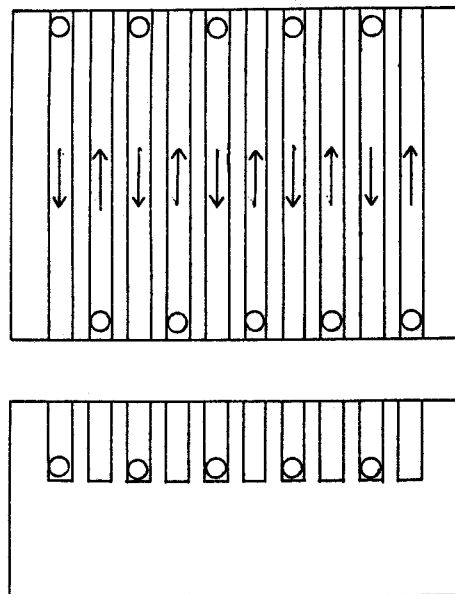


Figura 11: Bloque térmico (vistas superior y lateral).

Las flechas indican el sentido del movimien-
to del agua.

En la figura 12 puede apreciarse el aspecto que presenta el bloque térmico una vez rodeado del conjunto de piezas de plástico que se encargan de canalizar el agua de termostatación.

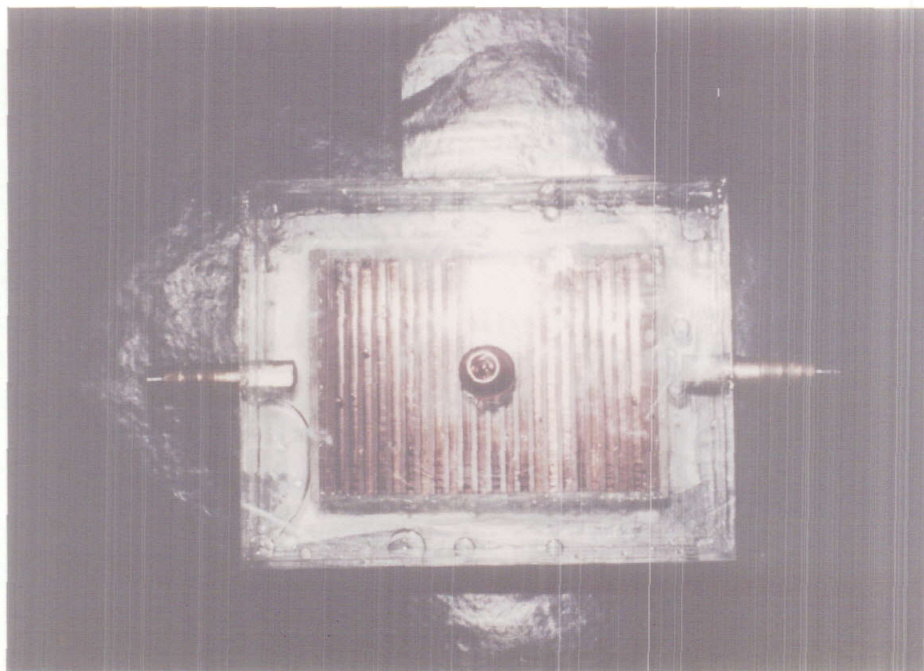


Figura 12: Bloque térmico

f) Contenedor lateral del líquido (C). Se han utilizado dos contenedores distintos, uno para el estudio del problema en geometría circular y el otro para la geometría rectangular. En ambos casos el líquido está limitado lateralmente por un contorno de plexiglás (PMM) cuyas dimensiones son 84,09x119,50 mm para el primero y 85,10x120,20 mm para el segundo. Los espesores son 9,87 mm y 9,93 mm, respectivamente. En el primer caso en el centro del rectángulo existe un hueco cilíndrico de 65,44 mm de diámetro y en el segundo el hueco es de forma rectangular de 29,09x99,97 mm.

Todas las medidas de las dimensiones geométricas de ambos contenedores han sido repetidas un mínimo de diez veces, en distintas posiciones. Se estima un error absoluto de 0,02 mm, excepto en las correspondientes al espesor que, al haberse efectuado con un tornillo micrométrico, tienen un error absoluto de 0,01 mm.

Para facilitar la introducción de la muestra líquida se ha colocado un pequeño tubo de acero de 1,5 mm de diámetro, que comunica el recinto interno con el exterior. En el contenedor circular este tubo sale al exterior por una de las paredes laterales más largas, y en el rectangular lo hace por una de las cortas.

Para evitar que, una vez introducido, el líquido pueda derramarse, en las superficies de contacto entre el contenedor y las placas inferior y superior se pone una finísima capa de silicona para vacío o bálsamo de Canadá. Con esto, a la vez que se cierra herméticamente el recinto destinado al líquido, se mejora el contacto térmico entre el contenedor y ambas placas de cobre.

g) Termopares para la medida de la temperatura en las placas (P). En el centro de las dos placas de cobre que limitan el líquido se han incrustado las soldaduras de otros tantos termopares que, independientemente, sirven para medir la temperatura en dichas placas. Estas soldaduras se encuentran, en ambos casos a 1 mm de distancia del líquido. Desde el centro de cada placa hasta el exterior estos termopares van incrustados en una acana

ladura de 60 mm de longitud y 1 mm de profundidad, situada en la cara opuesta a la que está en contacto con el líquido.

Las soldaduras de referencia se han colocado en el interior de un tubo con polvo de alúmina que, a su vez, se ha introducido dentro de un vaso Dewar que se mantiene a la temperatura ambiente. La temperatura en el interior de este vaso Dewar se ha controlado por medio de un termómetro Beckman observándose oscilaciones menores que $0,01^{\circ}\text{C}$.

Ambos termopares son de crómel-constantán, de la marca Soder-thermocoax y están constituidos por hilos de 0,1 mm de diámetro aislados con alúmina y envueltos por un tubo de acero de 1 mm de diámetro exterior. Los dos se han calibrado respecto de un termómetro de resistencia de platino de la casa Leeds & Northrup.

h) Termopares para la medida de la diferencia de temperatura entre las placas (P'). Con objeto de conseguir mayor precisión en la medida del gradiente de temperatura se han montado en serie tres termopares, incrustados también en las placas inferior y superior. Los orificios en que se introducen las soldaduras están situados muy cerca del centro de las placas. Su extremo también está a 1 mm de distancia del líquido y la forma de conducir los hilos hasta el exterior es la misma que para los termopares P. Las dos soldaduras extremas están situadas en la placa inferior, de donde parten dos hilos de cobre hasta el aparato de medida. Las otras cinco soldaduras se encuentran alternativamente en las placas superior e inferior.

Los hilos que constituyen estos termopares son de crómel y alúmel, de 0,1 mm de diámetro, aislados por una funda de seda. Una vez hechas las soldaduras, y antes de ser éstas incrustadas en las placas, el conjunto fue calibrado respecto del mismo termómetro de platino que los termopares P.

i) Estructura exterior (E). Envuelve completamente las partes laterales y la inferior de la pantalla adiabática. Su forma es la misma que la de la pantalla, pero el material en que se ha construído es acero. En las paredes laterales están los orificios donde se apoyan los vástagos que sostienen todo el resto del sistema. En su parte inferior se encuentran tres tornillos que sirven para nivelar todo el dispositivo (Figura 5).

También el conjunto formado por la muestra con su contenedor, la placa superior y el fluxímetro se encuentra aislado del exterior por una envoltura que lo rodea completamente. Es ésta una pared vertical de plástico transparente, de 1 cm de espesor, que se encuentra apoyada sobre la pantalla adiabática, a una distancia de 5 mm de las tres piezas citadas (Figura 4). La parte superior de esta envoltura está en contacto con la estructura de plástico que canaliza el agua hacia el bloque térmico.

j) Sistemas de termostatación. Todo el sistema está rodeado por una caja de plástico transparente de 40x40x20 cm, en cuyo interior se mantiene la temperatura a 25°C mientras se están efectuando las medidas.

La estabilidad de la temperatura del aire que rodea el apa-

rato se consigue termostataando la habitación en que se encuentra todo el dispositivo. Dicha habitación se encuentra ubicada en el sótano del edificio central de la Universidad de Sevilla y está provista de una puerta con cierre hermético.

La regulación de la temperatura se consigue mediante un acondicionador de aire refrigerado por agua, un aparato calefactor y un ventilador. El acondicionador de aire y el aparato calefactor se conectan alternativamente, mediante dos relés controlados por un termómetro de contacto que se ha situado a escasa distancia de la caja que contiene el sistema. El ventilador se mantiene en funcionamiento continuo.

Este sistema de termostatación produce en la habitación ondas térmicas de una amplitud aproximada de $0,2^{\circ}\text{C}$ y un período de unos tres minutos, lo cual hace que en el recinto que rodea al aparato las oscilaciones de temperatura sean menores que $0,1^{\circ}\text{C}$.

El agua que se hace circular a través del bloque térmico proviene de un baño termostático con circulación exterior. A lo largo de las experiencias se han utilizado dos de estos baños. El primero, de la marca Heto, modelo 01E, controlaba la temperatura mediante un termómetro de contacto, produciéndose oscilaciones de temperatura de hasta $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$, si bien el valor medio de la temperatura se mantenía constante en períodos prolongados de tiempo. Con objeto de reducir las bruscas oscilaciones de temperatura se introdujo una modificación consistente en hacer recorrer al agua un largo camino, introduciendola en tres recipientes de vidrio sucesivos antes de llegar al sistema. Con esto se logró suavizar la onda térmica producida hasta alcanzar una esta-

bilidad de $\pm 0,02^\circ\text{C}$.

Las últimas medidas se han hecho sustituyendo el baño termostático por otro, de la marca Haake, modelo D3, provisto de un dispositivo electrónico de control de temperatura que usa como detector un termómetro de resistencia de platino. Se ha medido la temperatura del agua circulante con un termopar situado a la entrada del sistema y con un termómetro Beckman sumergido en el baño, encontrándose que las oscilaciones de temperatura no alcanzan la amplitud de $0,01^\circ\text{C}$ en ninguno de estos dos puntos.

La velocidad con que se ha hecho circular el agua en las distintas experiencias ha sido, aproximadamente, de $15\text{ cm}^3\text{s}^{-1}$.

k) Sistema óptico para la visualización de las estructuras.

Uno de los aspectos más importantes de este trabajo es el estudio de la relación existente entre el flujo de calor a través de una capa líquida y la longitud de onda de la estructura convectiva formada. Para conseguir visualizar las estructuras nos hemos valido del efecto que sobre el índice de refracción producen las variaciones de temperatura: las regiones del líquido en que el movimiento es ascendente tienen mayor temperatura, y por tanto menor índice de refracción, que aquéllas en que el movimiento es descendente. Debido a esto, cuando se hace incidir un haz de rayos luminosos paralelos a través de un líquido en convección, se produce una desviación hacia las zonas en que el movimiento es descendente. Si estos rayos, después de atravesar el líquido, se proyectan sobre una pantalla se observarán zonas claras y os

curas que revelarán la naturaleza de la estructura convectiva atravesada.

En el presente trabajo se han observado por este procedimiento las estructuras formadas en una capa líquida rectangular calentada por debajo. En tales circunstancias, por encima de R_c aparecen rollos paralelos a la pared lateral más corta, y por encima de R_{II} existen además rollos perpendiculares a los anteriores.

Se ha hecho incidir un haz de rayos paralelos al eje de simetría de los rollos, con lo que se ha conseguido visualizar en la pantalla imágenes semejantes a las que aparecen en la figura 13.

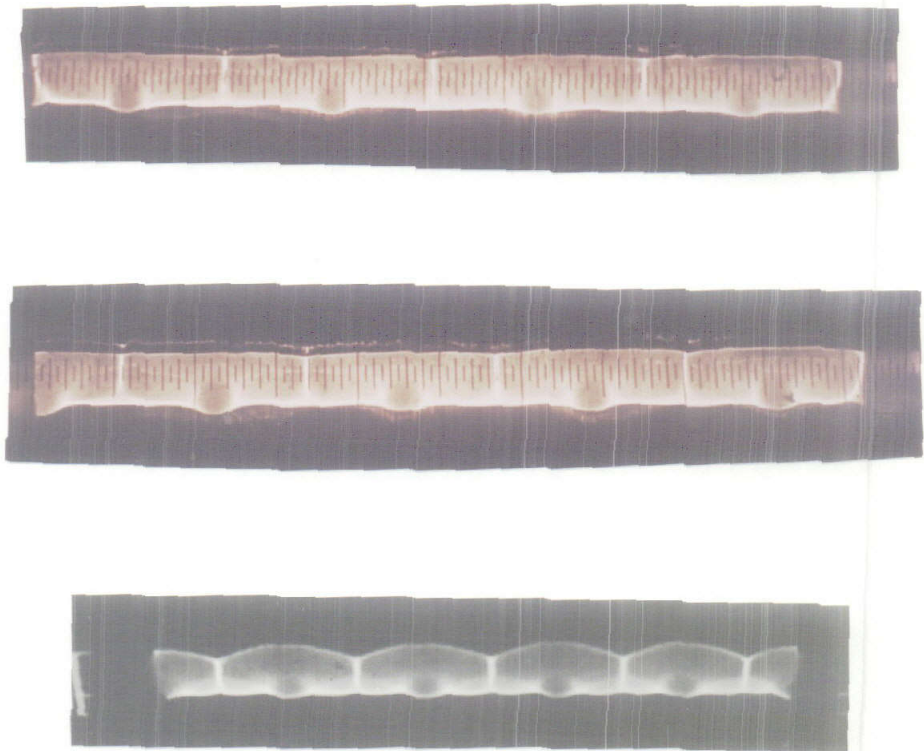


Figura 13: Imágenes obtenidas de las estructuras convectivas

Esto corresponde a un flujo convectivo semejante al representado en la figura 14.

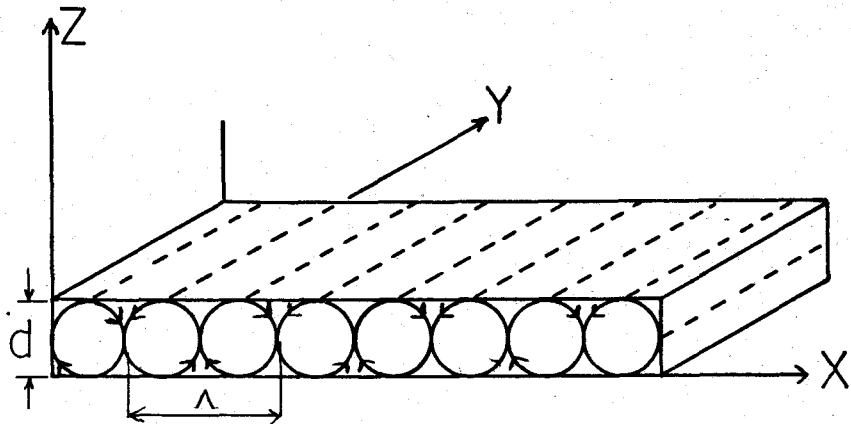


Figura 14: Esquema del movimiento convectivo

Se ha comprobado que el movimiento convectivo corresponde a lo esquematizado en la figura 14 realizando una experiencia en la que al líquido se añadieron partículas opacas, con lo que el movimiento podía observarse a simple vista.

Así pues, en las imágenes obtenidas puede medirse directamente la distancia entre dos puntos con movimiento ascendente, o descendente. Esta distancia es la longitud de onda de la estructura.

En la figura 15 se esquematiza el conjunto del sistema óptico utilizado: los rayos luminosos son reflejados por dos espejos perpendiculares, antes de que pasen a través del líquido, para hacerlos recorrer una distancia mayor y, así, mejorar su paralelismo. También se hace esto para permitir mayor movilidad a la pantalla, cosa que de otra forma sería imposible dada la localización que tiene el sistema en la habitación.

La desviación que se produce en los rayos luminosos depen-

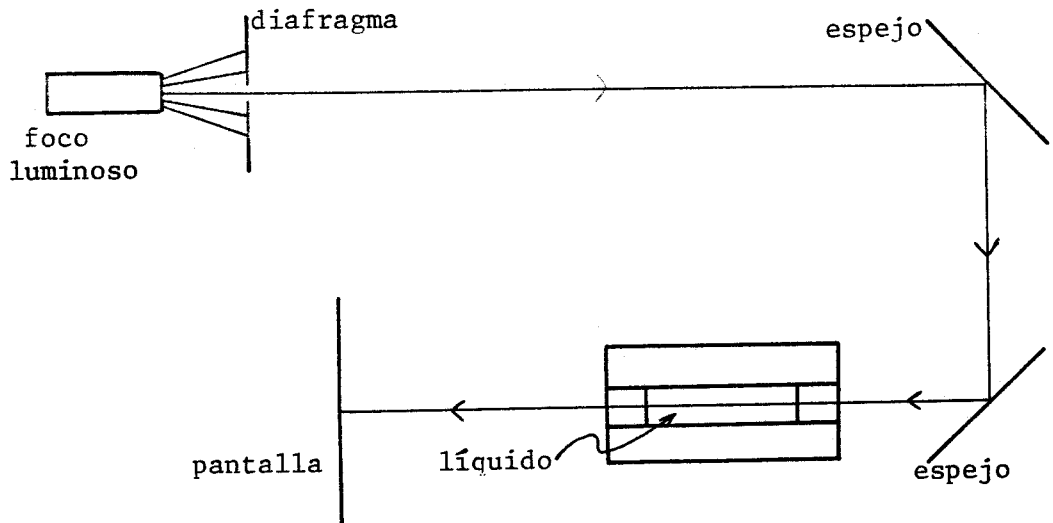


Figura 15: Sistema óptico para visualizar las estructuras.

de no sólo de la forma de la estructura, sino también de la cuantía de las variaciones horizontales en el índice de refracción, y estas variaciones dependen, a su vez, de la diferencia de temperatura entre las placas inferior y superior. Esto se traduce en que la distancia focal de la "lente líquida" es tanto mayor cuanto menor sea el gradiente de temperatura. Por ello, para observar nítidamente la imagen, la pantalla deberá situarse a una distancia distinta para cada experiencia.

Para gradientes de temperatura muy pequeños la distancia focal es tan grande que hay que colocar la pantalla muy lejos, con lo que se magnifican las deficiencias producidas, bien por la falta de paralelismo de los rayos o de perpendicularidad de los espejos, o bien por la imperfección en la transparencia de los distintos medios que han de ser atravesados por la luz. Con todo, este sencillo método de visualización ha permitido determinar la longitud de onda de cada estructura con una fiabilidad aceptable.

1) Sistema de adquisición de datos.

Para el estudio del comportamiento del líquido durante las experiencias, y para la calibración del fluxímetro de calor, se necesita realizar las siguientes medidas:

- 1) f.e.m. producida en el fluxímetro de calor.
- 2) f.e.m. del termopar de la placa inferior (P).
- 3) f.e.m. del termopar de la placa superior (P).
- 4) f.e.m. de los termopares diferenciales (P').
- 5) Tensión en los extremos de la resistencia calefactora de la placa inferior.
- 6) Tensión en los extremos de la resistencia calibrada.
- 7) f.e.m. de los termopares de la pantalla adiabática (t).

Estas medidas se hacen mediante un sistema de adquisición de datos Hewlett Packard modelo 3052, modificado. Consta, esencialmente de los siguientes elementos:

- a) Calculador de sobremesa 9825A.
- b) Selector de canales 3495A.
- c) Registro gráfico 9862A.
- d) Reloj de cuarzo 59308A.
- e) Voltímetro digital 3455A.

Todos estos elementos se encuentran interconectados mediante el sistema de norma IEEE 488 "Standard Bus", según el diagrama de bloques representado en la figura 16.

- a) El calculador está dotado de una memoria de 16 kbytes. Lleva incorporada una impresora térmica de cinta de papel y un sis-

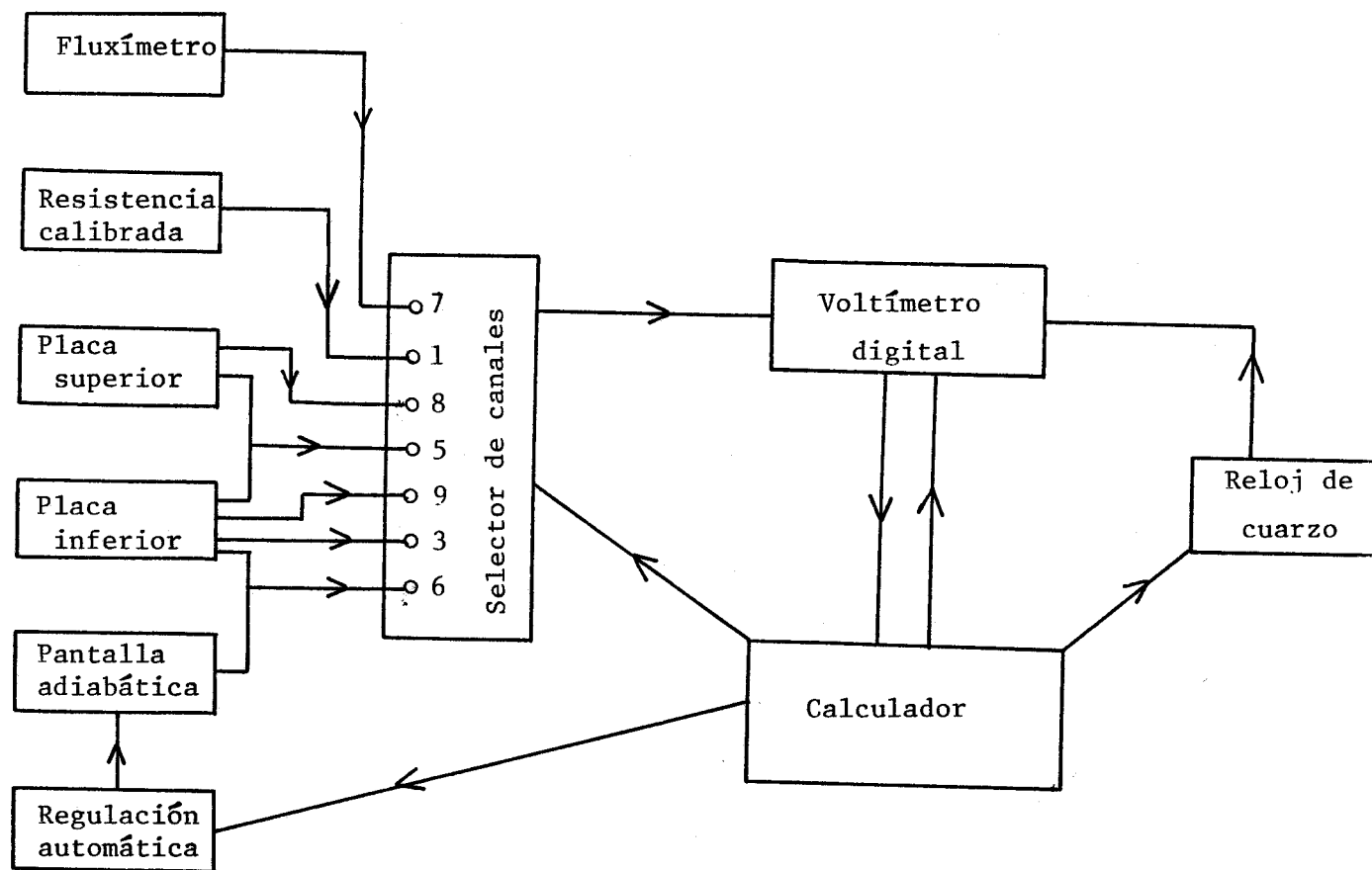


Figura 16: Diagrama de bloques del sistema de adquisición de datos

tema de lectura-grabación en cartuchos de cinta magnética. Es programable en el lenguaje HPL y actúa como controlador de todos los demás elementos del sistema de adquisición de datos.

Una vez obtenidos los datos experimentales y grabados éstos en cinta magnética, el mismo calculador se utiliza para procesar estos datos y obtener los correspondientes resultados. En el apéndice II se encuentran los listados de los programas más importantes que se han puesto a punto para la realización del presente trabajo.

b) Selector de canales. Es capaz de conectar la entrada del voltímetro digital a los distintos puntos donde ha de realizarse la medida. Consta para ello de diez canales, de los cuales en este trabajo se han utilizado siete, de acuerdo con el siguiente esquema:

Canal	conectado a
1	resistencia calibrada
3	resistencia R
5	termopares P'
6	termopares t
7	fluxímetro
8	termopar P (placa superior)
9	termopar P (placa inferior)

El voltímetro digital realiza la medida en el canal que se encuentre cerrado en cada momento, y el número del canal que ha de cerrarse es determinado por una orden enviada desde el calculador al 3495A.

Los contactos de los canales introducen una f.e.m. parásita que, de acuerdo con las especificaciones, es menor en todo caso que $2 \mu\text{V}$

Dispone asimismo el 3495A de un conjunto de diez relés HP44402A que posibilitan el control de cualquier aparato exterior por el computador.

c) Registro gráfico. Permite representar las medidas recogidas por el sistema de adquisición de datos. Esta representación puede hacerse simultáneamente, o bien posteriormente, a partir de los registros grabados en cinta.

d) Reloj de cuarzo. Determina el instante en que el voltímetro debe realizar la medida. Para ello envía a éste impulsos eléctricos separados en el tiempo por el intervalo que haya determinado el computador. En nuestro caso, el intervalo entre impulsos es de 0,2 segundos, lo que equivale a que el voltímetro realice cinco lecturas por segundo.

e) Voltímetro digital. Puede medir tensión en corriente continua y en alterna, y resistencia eléctrica, con dos o con cuatro terminales. Cada una de estas funciones puede ser utilizada en seis escalas diferentes. Está dotado de un sistema de autocalibración que le permite actualizar sus constantes de calibrado cada 50 segundos. Su velocidad máxima de lectura es de 20 lecturas por segundo.

Tanto la función y la escala como la velocidad de lectura

son seleccionados por el calculador, de acuerdo con las órdenes que contenga el programa de medida.

En nuestro caso sólo se ha utilizado su capacidad para medir tensión en corriente continua, y la mayoría de las medidas se han efectuado en la escala más sensible, esto es, en la de 0,1 V. En esta escala se puede conseguir, como máximo, seis cifras significativas, lo que equivale a una sensibilidad de 1 μ V.

Las especificaciones del aparato dan una exactitud para la medida de $\pm 0,004\%$ y un ruido de fondo de 4 dígitos, en la escala más sensible. Sin embargo, en medidas realizadas durante largos períodos de tiempo, el ruido de fondo puede eliminarse obteniendo el valor medio, ya que la desviación cuadrática media respecto de este valor medio se ha comprobado que es menor que 1 μ V.

3) CALIBRACION DEL FLUXIMETRO

3) CALIBRACION DEL FLUXIMETRO

La medida del flujo de calor a través de la muestra se realiza mediante el fluxímetro anteriormente descrito. El funcionamiento de tal dispositivo se basa en la ley de Seebeck, que establece la proporcionalidad entre la f.e.m., ϵ , producida en un termopar y la diferencia de temperatura, ΔT , entre sus soldaduras cuando le atraviesa un flujo de calor estacionario.

Por otra parte, de acuerdo con la ley de Fourier, el flujo de calor, Q , que atraviesa los hilos que componen el termopar es proporcional también a la diferencia de temperatura entre sus extremos:

$$\epsilon = K_1 \Delta T \quad \{19\}$$

$$Q = K_2 \Delta T \quad \{20\}$$

De aquí se deduce la proporcionalidad entre el flujo de calor y la f.e.m. producida en el termopar:

$$Q = K \epsilon \quad \{21\}$$

donde $K = K_2/K_1$.

Nuestro fluxímetro consta de 204 termopares montados en serie. La respuesta, ϵ , del conjunto es, por tanto, la suma de las respuestas de cada uno de ellos; y lo mismo sucede con el flujo de calor total.

La constante K_1 es el poder termoeléctrico de la termopila que, por ser de crómel-constantán, tiene un valor estimado de

$$K_1 = n.p = 12,44 \text{ mV.K}^{-1}$$

siendo n el número de termopares que la constituyen y p el poder termoeléctrico de uno de ellos.

Para estimar el valor de la constante K_2 es necesario conocer la conductividad calorífica del crómel y del constantán, y las dimensiones geométricas de los hilos que componen la termopila. Como hay el mismo número de hilos de una clase que de otra, el cálculo podemos hacerlo considerándolos todos iguales y tomando el valor medio de las conductividades:

$$\bar{\lambda} = 0,205 \text{ W.cm}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Entonces es

$$K_2 = \bar{\lambda} \frac{S}{\ell}$$

donde S es la superficie total cubierta por termopares y ℓ su longitud.

Según esto resultan para K_2 y K los siguientes valores:

$$K_2 = 3,47 \text{ W.K}^{-1}$$

$$K = 279,5 \text{ W.V}^{-1}$$

Esta estimación del orden de magnitud de la sensibilidad del fluxímetro está afectada de varias fuentes de error: en primer lugar el haber aceptado los valores tabulados para los poderes termoeléctricos y para las conductividades caloríficas; y, en segundo lugar, el haber supuesto la conducción del calor puramente lineal en los hilos, sin tener en cuenta los rectángulos de cobre C a que éstos están soldados en ambos extremos (figura 17).

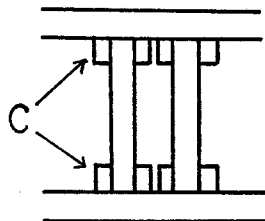


Figura 17: Detalle del fluxímetro

Estos rectángulos favorecen la conducción del calor, lo que hace que la constante K_2 deba tener un valor algo mayor que el calculado; y lo mismo ocurre con la sensibilidad, K , de la termopila.

Para determinar con exactitud el valor de la sensibilidad es necesario efectuar una calibración, lo cual exige la medida simultánea de la f.e.m. generada en el fluxímetro y del flujo de calor que lo atraviesa. Esto se ha hecho efectuando una serie de experiencias durante las cuales el fluxímetro ha estado directamente en contacto con la placa inferior. La temperatura del agua de termostatación se ha mantenido a 25°C y a esta misma temperatura ha estado el ambiente exterior.

Al prescindirse en esta fase de la placa superior y no existir tampoco muestra de líquido, ha sido necesario construir una guarda de plástico (E en la figura 4) más pequeña que la que se usará posteriormente en las medidas.

En estas condiciones se han efectuado distintas determinaciones en cada una de las cuales se ha mantenido constante la potencia disipada en la placa inferior mientras se mantenía en funcionamiento el sistema de regulación automática de la pantalla adiabática. Una vez alcanzado el régimen estacionario se ha medido simultáneamente la potencia disipada, Q , y la f.e.m. generada en la termopila, ϵ . Los datos correspondientes se encuentran recogidos en la tabla I.

Cuando estos datos se representan gráficamente puede observarse la linealidad de la respuesta del fluxímetro, lo cual permite obtener la recta de mejor ajuste:

Q (W)	ε (μ V)	Q (W)	ε (μ V)
0,2708	775	3,457	9890
0,3545	1018	3,777	10798
0,5463	1565	3,454	9867
0,6832	1957	3,095	8861
0,7773	2223	2,911	8326
0,8503	2433	2,623	7506
0,9338	2671	2,087	5971
1,0352	2963	1,734	4963
1,125	3216	1,505	4307
1,241	3835	1,211	3468
1,434	4102	3,989	11402
0,000	-1		

Tabla I: Datos para la calibración del fluxímetro de calor

$$Q = a + b\varepsilon \quad \{22\}$$

la cual se ha representado, junto a los puntos experimentales, en la figura 18.

Los valores de las constantes de ajuste, obtenidas por el método de los mínimos cuadrados, son:

$$a = -0,0008 \text{ W}$$

$$b = 349,910 \text{ W.V}^{-1}$$

El coeficiente de correlación es $r = 0,9999993$. La desviación media de los puntos experimentales respecto del ajuste es $0,0010 \text{ W}$, y la correspondiente desviación standard:

$$s_Q = 0,0014 \text{ W}$$

El error con que están determinadas las dos constantes del ajuste puede determinarse mediante las siguientes expresiones (38):

$$\Delta b = s_Q \left[\frac{N^2}{(N-1)(N \sum \varepsilon_i^2 - (\sum \varepsilon_i)^2)} \right] \quad \{23\}$$

$$\Delta a = s_Q \left[\frac{N \sum \varepsilon_i^2}{(N-1)(N \sum \varepsilon_i^2 - (\sum \varepsilon_i)^2)} \right] \quad \{24\}$$

Así, son

$$\Delta b = 0,09 \text{ W.V}^{-1}$$

$$\Delta a = 0,0005 \text{ W}$$

La ecuación de calibración que usaremos siempre, en lo sucesivo, para determinar el flujo de calor a través del fluxímetro, mediante la medida de su f.e.m., queda definitivamente de la siguiente forma:

$$Q(\text{W}) = (-0,0008 \pm 0,0005) + (349,91 \pm 0,09)\varepsilon(\text{V}) \quad \{25\}$$

La respuesta del fluxímetro, en la práctica totalidad de las

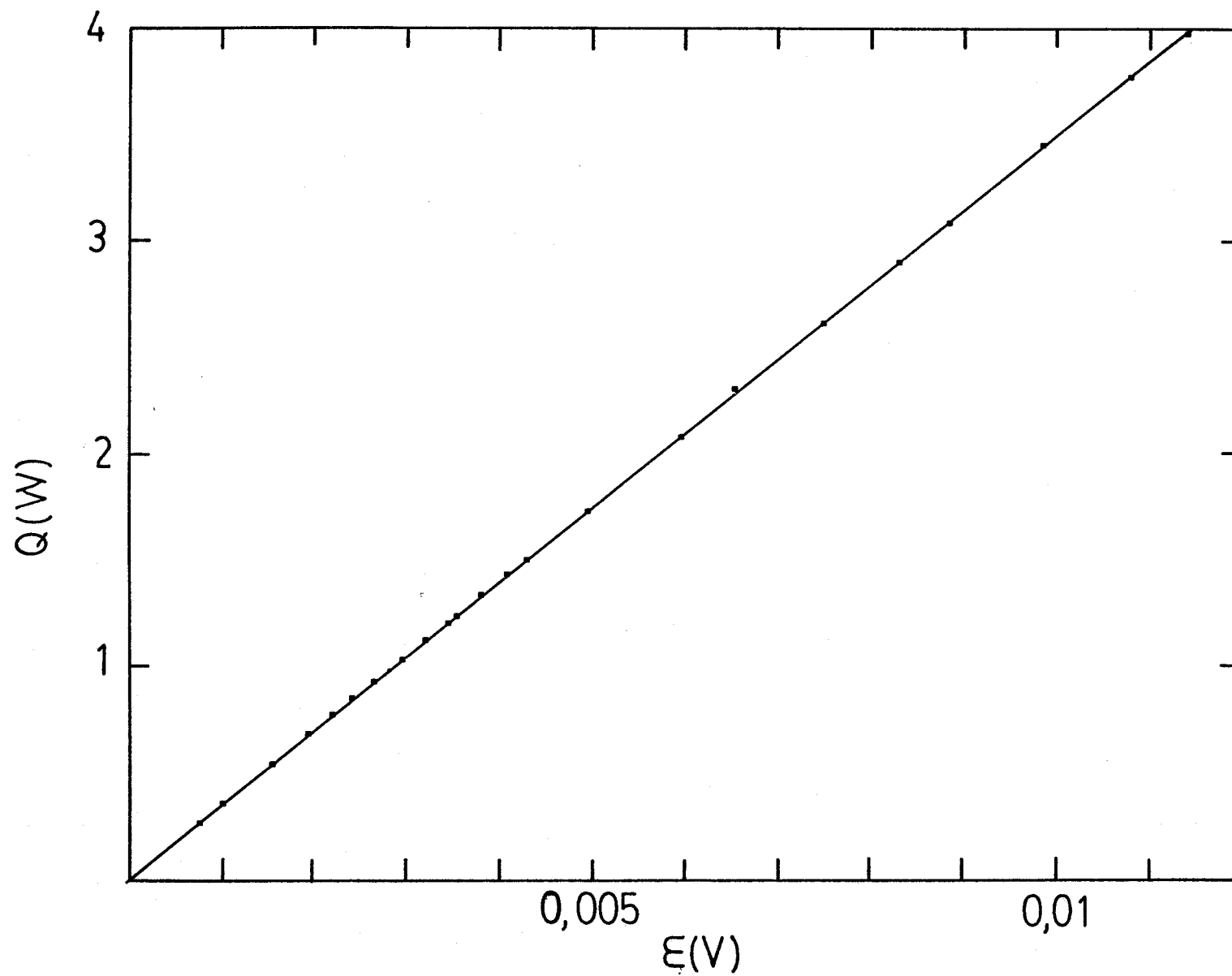


Figura 18: Calibración del fluxímetro de calor

medidas realizadas, se ha mantenido por debajo de 0,01 V, lo que nos permite obtener una cota superior, ΔQ , para el error absoluto con que se obtendrá el flujo de calor al utilizar la ecuación {25}

$$\Delta Q = \Delta a + b\Delta\varepsilon + \varepsilon\Delta b$$

de donde $\Delta Q < 0,002 \text{ W}$

Como se observa en la tabla I, en esta calibración, la potencia se ha mantenido dentro del rango 0-4 W, que corresponde a los límites de potencia a que nos circunscribiremos en las posteriores medidas. Sin embargo, también se han efectuado algunas medidas por encima de estos límites, llegando hasta 15 W; los valores correspondientes se han relacionado en la tabla II, y su representación gráfica puede observarse en la figura 19. La sensibilidad que se obtiene del correspondiente ajuste es ligeramente superior a la que figura en la ecuación {25} (la diferencia es del 1%), lo cual puede ser debido a la ligera desviación respecto del comportamiento lineal que tienen los termopares cuando la diferencia de temperatura entre sus soldaduras es elevada.

Para que sea válida la calibración del fluxímetro es necesario aceptar que todo el calor generado en la resistencia de la placa inferior fluye hacia arriba, atravesando la termopila. Para ello hace falta mantener en todo momento, mientras se calibra, la temperatura de la superficie interior de la pantalla adiabática idéntica a la de la placa inferior.

Como ya se ha descrito, la diferencia de temperatura entre estos dos puntos se mide mediante los termopares (t). La respues

Q (W)	ϵ (μ V)	Q (W)	ϵ (μ V)
0,5071	1347	7,798	22333
0,9761	2674	9,023	25268
1,5430	4274	9,427	26417
2,2408	6238	10,240	28702
2,7436	7629	10,848	30417
3,8995	10889	11,023	30898
4,7483	13273	11,978	33574
5,2888	14784	12,677	35566
5,7042	15956	13,553	38094
7,0491	19740	15,039	42213

Tabla II: Datos para la calibración del fluxímetro en el intervalo 0-15 W

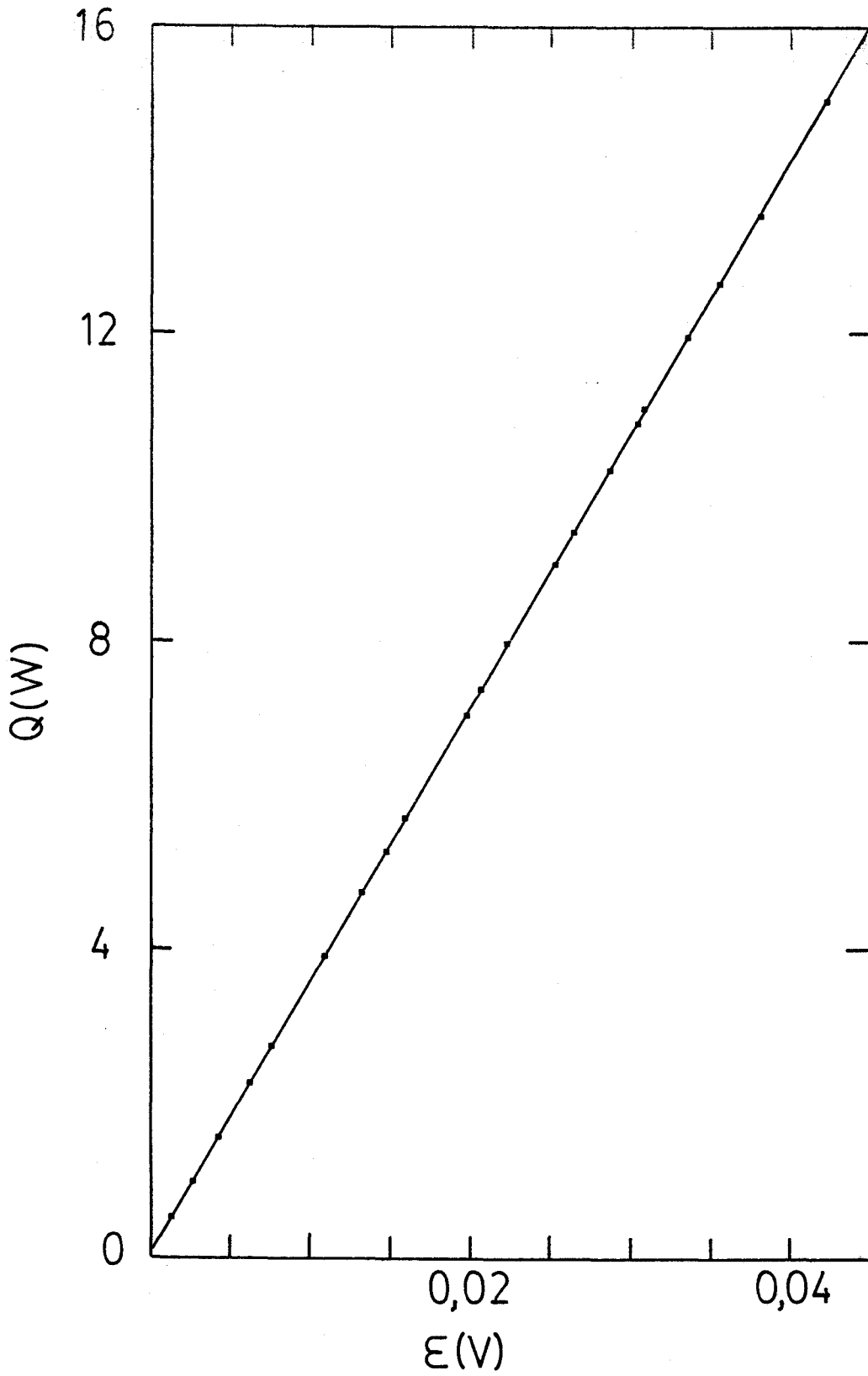


Figura 19: Calibración del fluxímetro en el intervalo
0-15 W.

ta de estos termopares se mantiene, cuando se ha alcanzado el régimen estacionario, por debajo de $1 \mu\text{V}$, en valor absoluto. Esto significa que la diferencia de temperatura entre la placa inferior y la pantalla adiabática es menor que 10^{-2} K . Según esto podemos estimar el valor del flujo de calor Q_1 que puede pasar de una a otra, admitiendo para el aire una conductividad calorífica $\lambda_a = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ W.cm}^{-1}.\text{K}^{-1}$:

$$Q_1 < 10^{-3} \text{ W}$$

A través de los termopares (t) también habrá una fuga de calor, Q_2 , que podemos acotar, ya que conocemos la longitud, la sección y la conductividad de los seis hilos que los constituyen:

$$Q_2 < 4 \cdot 10^{-6} \text{ W}$$

También puede estimarse el calor, Q_3 , que puede transferirse, por unidad de tiempo, entre la pantalla y la placa a través de los ocho vástagos que sustentan a esta última. Dichos vástagos están rodeados de una envoltura de celotex de 1 mm de espesor:

$$Q_3 < 4 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

En la fase de calibración, en todo el sistema se establece una distribución de temperatura que, al ser algo distinta de la temperatura ambiente, debe suponer la existencia de unas pérdidas laterales de calor. A continuación evaluamos la cuantía de dichas pérdidas:

Conocidas las conductividades caloríficas del cobre, del crómel y del constantán, y teniendo en cuenta la geometría de las distintas piezas que componen el sistema, podemos calcular las

resistencias térmicas del bloque (R_B) y del fluxímetro (R_F). Son:

$$R_B = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$$

$$R_F = 2,9 \cdot 10^{-1} \text{ K.W}^{-1}$$

Considerando un flujo de calor Q a través del sistema, podemos estudiar cuál será la temperatura media en ambos elementos:

$$\bar{t}_B = t_o + 2,5 \cdot 10^{-3} Q$$

$$\bar{t}_F = t_o + 0,15 Q$$

siendo t_o la temperatura del agua de termostatación.

Frente al fluxímetro se encuentra, a todo alrededor, la cubierta de plástico (E) que sirve de guarda al sistema. Esta se encuentra apoyada en la pantalla adiabática, lo que supone que su parte inferior esté a la misma temperatura que la parte inferior del fluxímetro, y su parte superior está en contacto con la estructura de plástico que conduce el agua de termostatación. Por tanto, admitiendo una distribución lineal de temperatura, se puede considerar como temperatura media de la guarda

$$\bar{t}_G = t_o + 0,145 Q$$

lo que nos permite estimar el valor de las pérdidas laterales, Q_4 , que se producen en el fluxímetro, en la fase de calibración:

$$Q_4 < 2 \cdot 10^{-4} Q$$

En resumen, el calor que atraviesa el fluxímetro durante la calibración se diferencia del calor Q que se genera, por unidad de tiempo, en la placa inferior en una cantidad que está acotada por la suma $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = \Delta Q$. Esto nos permite acotar el posible error sistemático relativo que introduce la calibración por el valor

$$\frac{\Delta Q}{Q} < 2 \cdot 10^{-4} + \frac{1,5 \cdot 10^{-3}}{Q}$$

4) M E T O D O D E M E D I D A

4) METODO DE MEDIDA

a) Secuencia de operaciones

Para la realización de las medidas que son el objeto del presente trabajo se ha seguido siempre la siguiente secuencia de operaciones:

1°- Antes de iniciar una serie de medidas se fija la temperatura del agua de termostatación, accionando el dispositivo de control del baño termostático, y lo mismo se hace con la temperatura ambiente de la habitación en que se encuentra el sistema, mediante el termómetro de contacto que controla el acondicionamiento del aire. Ambas temperaturas se han mantenido a 25°C a lo largo de casi todas las medidas efectuadas.

2°- Se carga el programa de toma de datos (apéndice 2) en la memoria del calculador y se pone en funcionamiento el sistema de adquisición de datos.

3°- Se selecciona un valor para la tensión aplicada a la resistencia de calefacción de la placa inferior, accionando los potenciómetros de control de la fuente de alimentación.

4°- Se espera tiempo suficiente para que el sistema alcance el régimen estacionario. Esto ocurre al cabo de unas cuatro horas.

5°- Se continúa tomando datos, al menos durante otras cuatro horas.

6°- Se observa la estructura convectiva formada, anotando el número de rollos presentes.

Los pasos 3°, 4°, 5° y 6° se repiten una y otra vez hasta que la serie de medidas se ha completado

A partir del momento en que el programa de toma de datos comienza a ser ejecutado por el calculador, el sistema de adquisición de datos toma una medida cada segundo, modificandose cada vez el canal del scanner 3495A que se encuentra cerrado. Esto hace que cada parámetro se mida en realidad con una frecuencia de muestreo de diez segundos.

Cada minuto se calcula el valor medio de las seis medidas efectuadas en cada punto y este valor se almacena en un registro de memoria del calculador.

Al cabo de dos horas existen en la memoria 720 datos almacenados, que es el máximo previsto en el programa. Entonces este bloque de datos es grabado en un registro del cartucho de cinta magnética que permanentemente se encuentra inserto en el calculador.

Cuando la serie de medidas se ha completado, o bien cuando los cartuchos de cinta magnética disponibles se encuentran saturados, es necesario procesar los datos almacenados (en un cartucho de cinta sólo se pueden grabar, con este programa, las medidas realizadas durante 90 horas). El proceso que se sigue para obtener los resultados a partir de los datos almacenados en cinta es el que a continuación se describe:

En primer lugar se dibuja mediante el registro gráfico del sistema de adquisición de datos la evolución temporal de las distintas medidas efectuadas. Una muestra de estas gráficas son las figuras 20 y 21

A la vista de estas representaciones se selecciona un intervalo de tiempo (cuatro horas) durante el cual el régimen estacio

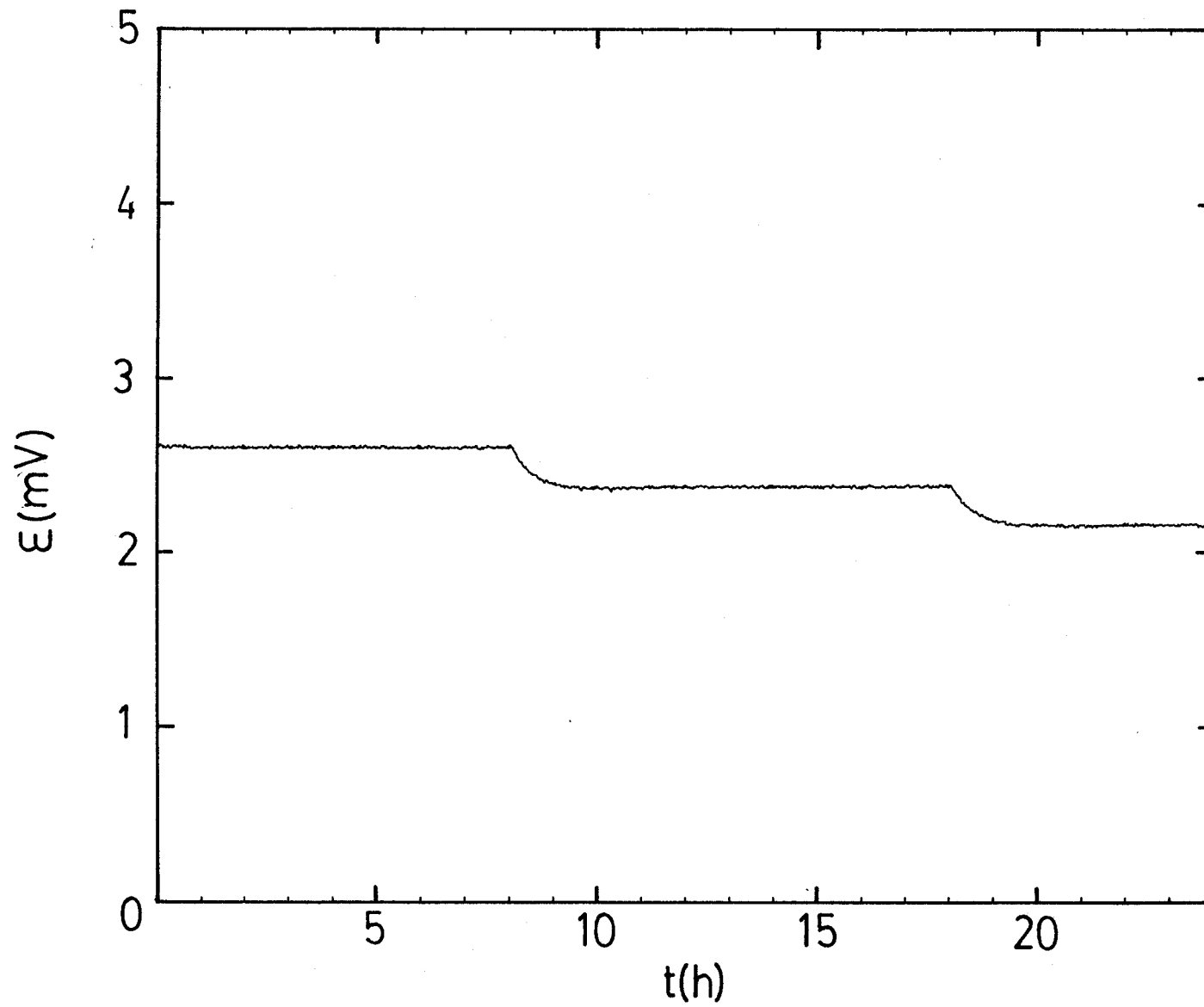


Figura 20: Evolución temporal de la respuesta del fluxímetro

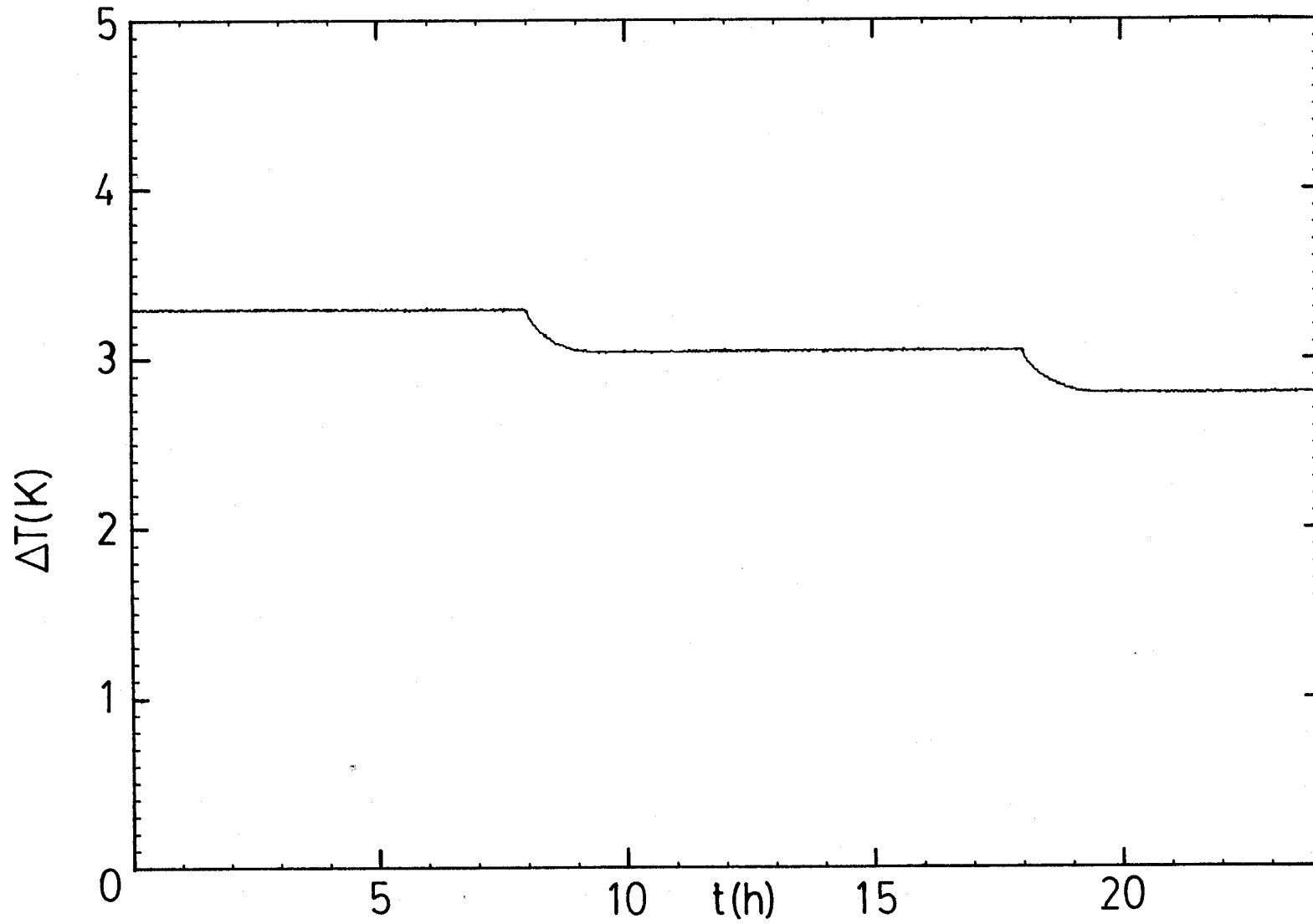


Figura 21: Evolución temporal de la diferencia de temperatura entre las placas

nario se encuentre suficientemente asegurado y se determina el valor medio de las distintas medidas efectuadas a lo largo de él. Estos valores medios son los datos experimentales que aparecerán en las tablas de resultados.

b) Fuentes de error en la medida del flujo de calor

1.-Errores accidentales

Como puede observarse en la figura 20, la respuesta del sistema presenta pequeñas oscilaciones, principalmente debidas a las variaciones de la temperatura del agua de termostatación y al ruido de fondo del aparato de medida. Estas oscilaciones se detectan gracias a la gran sensibilidad del fluxímetro utilizado, y a lo largo de las experiencias han sido en gran medida amortiguadas al mejorar la estabilidad de la temperatura del agua; con todo, para conseguir que no fueran detectables por el fluxímetro habría sido necesario mantenerla estable en el orden de la diezmilésima de grado, que estaba lejos de nuestras posibilidades.

La respuesta de la termopila, ϵ , tiene, pues, un valor oscilante, aún en el estado estacionario, lo que nos obliga a promediárla durante períodos prolongados de tiempo para conseguir eliminar incluso las oscilaciones de baja frecuencia. Lo mismo se hace con las demás medidas realizadas: ϵ' , ϵ_1 y ϵ_2 que corresponden, respectivamente, a las respuestas del termopar P' y de los dos termopares P.

Para evaluar el error con que se determina el valor medio

de cada una de las variables medidas, se las ha sometido a tratamiento estadístico, obteniéndose valores semejantes al ejemplo que aparece en la tabla III para la media (M), la desviación standard (s), la desviación media (δ) y la desviación standard del valor medio (s_M):

	M	s	δ	s_M
ϵ (μV)	918,9	6,80	5,18	0,43
ϵ' (μV)	165,4	0,51	0,50	0,03
ϵ_1 (μV)	33,7	1,15	0,95	0,07
ϵ_2 (μV)	113,9	0,95	0,73	0,06

Tabla III: Valores estadísticos obtenidos en la medida de las distintas variables.

Los valores que aparecen en la tabla III corresponden a un intervalo de cuatro horas, en el cual se almacena un dato cada minuto para cada una de las variables. ($N = 240$). En todos los casos la desviación standard del valor medio se mantiene por debajo de $2 \mu\text{V}$ para ϵ y de $1 \mu\text{V}$ para el resto de las variables. Por ello, en lo sucesivo, consideraremos que el error absoluto con que se obtiene cada uno de estos valores medios está acotado por

$$\Delta\epsilon = 2 \mu\text{V}$$

$$\Delta\epsilon' = \Delta\epsilon_1 = \Delta\epsilon_2 = 1 \mu\text{V}$$

2.-Pérdidas laterales

Para la determinación de las pérdidas laterales de calor que se producen en la fase de medida seguiremos un procedimiento análogo al ya utilizado en la fase de calibración. Para ello supondremos una experiencia en la que el fluxímetro mide un flujo de calor Q_F . Admitiendo que las pérdidas laterales constituyen una fracción pequeña de este valor, podemos estimar la distribución de temperatura en todo el sistema:

Siendo $R_M = 4,95 \text{ K.W}^{-1}$, la resistencia térmica de la muestra, $R_F = 0,29 \text{ K.W}^{-1}$ la del fluxímetro, $R_S = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$ la de la placa superior y t_o la temperatura a que se encuentran el agua de termostatación y el ambiente, las correspondientes temperaturas medias en el fluxímetro (\bar{t}_F), en la placa superior (\bar{t}_S) y en la muestra (\bar{t}_M) son:

$$\bar{t}_F = t_o + 0,15 Q_F$$

$$\bar{t}_S = t_o + 0,29 Q_F$$

$$\bar{t}_M = t_o + 2,8 Q_F$$

Las correspondientes superficies laterales de estos tres elementos son:

$$S_F = 94,3 \text{ cm}^2$$

$$S_S = S_M = 41 \text{ cm}^2$$

Como ya se ha dicho, a todo alrededor del conjunto se encuentra el contorno de plástico E (figura 4) cuya misión es aminorar las pérdidas laterales, enfrentando al sistema una distribución de temperatura lo más parecida posible a la suya.

La parte inferior de dicho contorno se encuentra adosada directamente a la pantalla adiabática y, por tanto, su temperatura es en todo momento la misma que la que tiene la parte inferior de la muestra, mientras que su parte superior se encuentra en contacto con la estructura que canaliza el agua de termostatación.

Para poder estimar cuál es la distribución de temperatura a lo largo de este contorno se ha determinado experimentalmente el calor intercambiado, por segundo, por centímetro cuadrado y por grado, entre su superficie y el ambiente. Este valor resulta ser:

$$h = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ W.cm}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

Conocidos h , la forma geométrica del contorno y la temperatura a que se encuentra éste en su extremo inferior, se puede evaluar la distribución de temperatura a todo lo largo de él (39), de acuerdo con

$$t(z) = t_0 + \Delta t_0 e^{-\sqrt{\frac{Ph}{S\lambda}} z} \quad \{26\}$$

donde $t_0 + \Delta t_0$ es la temperatura en el extremo inferior ($z=0$), P el perímetro, S la sección y λ la conductividad calorífica.

En este caso es

$$t(z) = t_0 + 5,25 Q_F e^{-1,07 z} \quad \{27\}$$

expresión ésta que nos permite calcular las temperaturas medias \bar{t}'_M , \bar{t}'_S y \bar{t}'_F de las tres partes en que se puede considerar dividida la guarda de plástico y que se encuentran exactamente enfrentadas a la muestra, a la placa superior y al fluxímetro, respectivamente. Resulta

$$\bar{t}'_M = t_0 + 3,220_{\text{F}} ; \quad \bar{t}'_S = t_0 + 1,110_{\text{F}} ; \quad \bar{t}'_F = t_0 + 0,230_{\text{F}}$$

Una vez conocida la temperatura media de cada uno de los elementos que componen el sistema y la correspondiente a la parte de la guarda que cada uno tiene frente, podemos hacer una estimación aproximada de cuánto valdrá el calor, Q_p , transferido, por unidad de tiempo, entre el sistema y la guarda. Q_p lo consideraremos compuesto de tres sumandos: Q_{pM} , Q_{pS} y Q_{pF} , los cuales se obtienen aplicando la ley de Fourier. El valor que resulta para Q_p es

$$Q_p = Q_{pM} + Q_{pS} + Q_{pF} = -0,031Q_F \quad \{28\}$$

El hecho de que el calor perdido resulte negativo significa que en realidad existe un pequeño flujo de calor que va desde la guarda al sistema, debido a que, en el estado estacionario, la distribución de temperatura en la guarda es ligeramente superior a la existente en las distintas piezas que componen el aparato.

Este cálculo aproximado que hemos hecho se ha visto confirmado por la experiencia. Para ello se han realizado algunas determinaciones en las que se obtenía el flujo de calor con el fluxímetro y a la vez se medía el calor generado en la resistencia de la placa inferior. En estas condiciones se observó que la medida obtenida con el fluxímetro era ligeramente superior y que la diferencia entre ambas obedecía aceptablemente a la ecuación {28}.

De los tres sumandos que intervienen en {28}, los dos últimos corresponden a un calor que llega desde la guarda a la placa superior y al fluxímetro, sin atravesar la muestra; por tanto, mejoraremos la exactitud de nuestras medidas de flujo de calor

si efectuamos la corrección

$$Q = Q_F(1 - 0,027) \quad \{29\}$$

donde Q es el flujo de calor que atraviesa realmente la muestra y Q_F el medido por el fluxímetro.

3.-Influencia de la temperatura ambiente.

En el apartado anterior se han evaluado las pérdidas laterales de calor aceptando que, en todo momento, la temperatura ambiente y la del agua de termostatación coinciden exactamente. Pero en realidad siempre existirá alguna diferencia entre ambas, cuya posible influencia sobre las medidas se ha estudiado experimentalmente:

Se han realizado tres series de experiencias en las que se ha establecido entre el agua de termostatación y el ambiente diferencias de temperatura conocidas, colocando entre las placas superior e inferior un paralelepípedo de plexiglás. La temperatura ambiente se ha mantenido a 25°C mientras que el agua se ha puesto sucesivamente a 25°C, a 30°C y a 35°C.

Como puede observarse en la figura 22, la representación gráfica del flujo de calor frente a la diferencia de temperatura entre los extremos de la muestra sufre un desplazamiento paralelo, que es tanto mayor cuanto mayor sea la diferencia de temperatura que se establezca entre el agua y el ambiente exterior. Esto se traduce en la existencia de una ordenada en el origen en la recta que representa Q frente a ΔT .

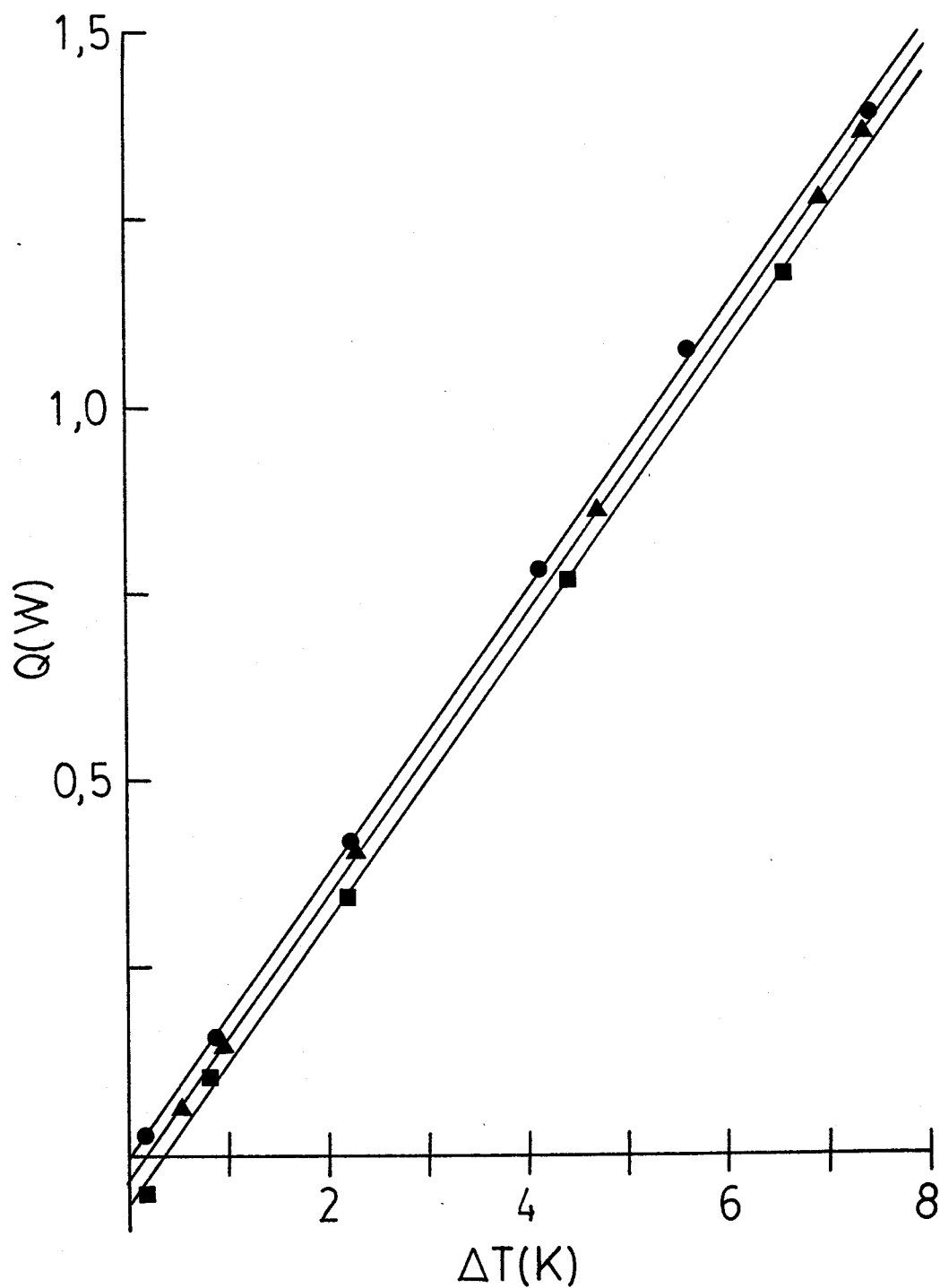


Figura 22: Flujo de calor a través de una muestra de PMM, frente a la diferencia de temperatura entre sus extremos, para distintos valores de la temperatura de termostatación, t_0 : 25°C (\bullet), 30°C (\blacktriangle) y 35°C (\blacksquare)

Para eliminar esta fuente de inexactitud en nuestras medidas se ha procurado mantener siempre la temperatura ambiente lo más parecida posible a la del agua de refrigeración; pero además se han hecho comprobaciones consistentes en tomar con el fluxímetro medidas de flujo de calor cuando no se está suministrando corriente alguna a la resistencia de la placa inferior. En tales condiciones, y en algunos casos, se ha detectado un flujo de calor muy pequeño, próximo al error experimental, que hemos atribuido a pequeñas diferencias de temperatura entre el ambiente y la referencia del fluxímetro, y se han introducido, por tanto, la correspondiente corrección en los valores calculados del flujo de calor.

5) MEDIDA DE LA CONDUCTIDAD

CALORIFICA DEL PMM

5) MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD CALORÍFICA DEL PMM

Nuestro dispositivo experimental permite la medida simultánea del flujo de calor a través de una muestra y de la diferencia de temperatura entre sus extremos. Esto hace que pueda ser utilizado, no sólo para estudiar el problema de Bénard-Rayleigh, sino también para la determinación de la conductividad calorífica de cualquier sustancia sólida.

Por otra parte, para la obtención del flujo de calor que atraviesa las muestras líquidas utilizadas, es imprescindible conocer la conductividad calorífica del material de que está hecho el contenedor lateral del líquido, ya que de otro modo sería imposible discernir qué calor fluye por el líquido y cuál lo hace a través del contenedor.

En todas las experiencias realizadas las muestras de líquido se han enmarcado en las piezas de plástico ya descritas. El material de que están hechas es polimetacrilato de metilo (PMM), cuya conductividad calorífica aproximada nos había sido dada por el fabricante. Sin embargo, dada la gran importancia que este dato tiene en las medidas a realizar posteriormente, hemos dispuesto primeramente el sistema para la determinación de este parámetro.

Esto se ha hecho colocando entre las placas superior e inferior un paralelepípedo de PMM cuyas dimensiones son 8,43x11,91x0,987 cm. Se han disipado distintas potencias en la resistencia de la placa inferior, manteniendo el agua circulante y el ambiente a 25°C.

En la tabla IV se han expresado los valores medidos del flujo de calor y de la diferencia de temperatura, calculados mediante las ecuaciones de calibración del fluxímetro y de los termopares P'.

En la figura 23 se han representado los valores obtenidos de Q frente a los de ΔT , así como la recta de mejor ajuste. Dicha recta tiene por ecuación

$$Q = 0,1984 \Delta T \quad \{30\}$$

y tiene un coeficiente de correlación, $r = 0,99992$. La desviación standard de los puntos respecto del ajuste es $s_0 = 0,007 \text{ W}$ y la desviación media $\delta_0 = 0,005 \text{ W}$.

El error que afecta a la pendiente, m, de la recta ajustada se ha determinado mediante la ecuación {23}, resultando

$$m = 0,1984 \pm 0,0008$$

Esta pendiente nos sirve para calcular la conductividad calorífica, λ_p , del material, ya que, de acuerdo con la ley de Fourier de la conducción del calor, debe ser

$$m = \lambda_p \frac{S}{d} \quad \{31\}$$

donde S es la sección y d el espesor de la muestra. Despejando λ_p en {31} resulta

$$\lambda_p = (1,95 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ W.cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

donde, para calcular el error, se ha tenido en cuenta, además del de la pendiente, el error con que se miden las dimensiones geométricas de la muestra.

Q (W)	ΔT (K)
-0,0094	-0,002
0,125	0,632
0,312	1,546
0,532	2,658
0,859	4,280
1,236	6,198
1,720	8,743
1,404	7,079
1,002	5,021
0,450	2,263
0,277	1,398
0,542	0,311

Tabla IV: Datos obtenidos para la medida de la conductividad calorífica del PMM.

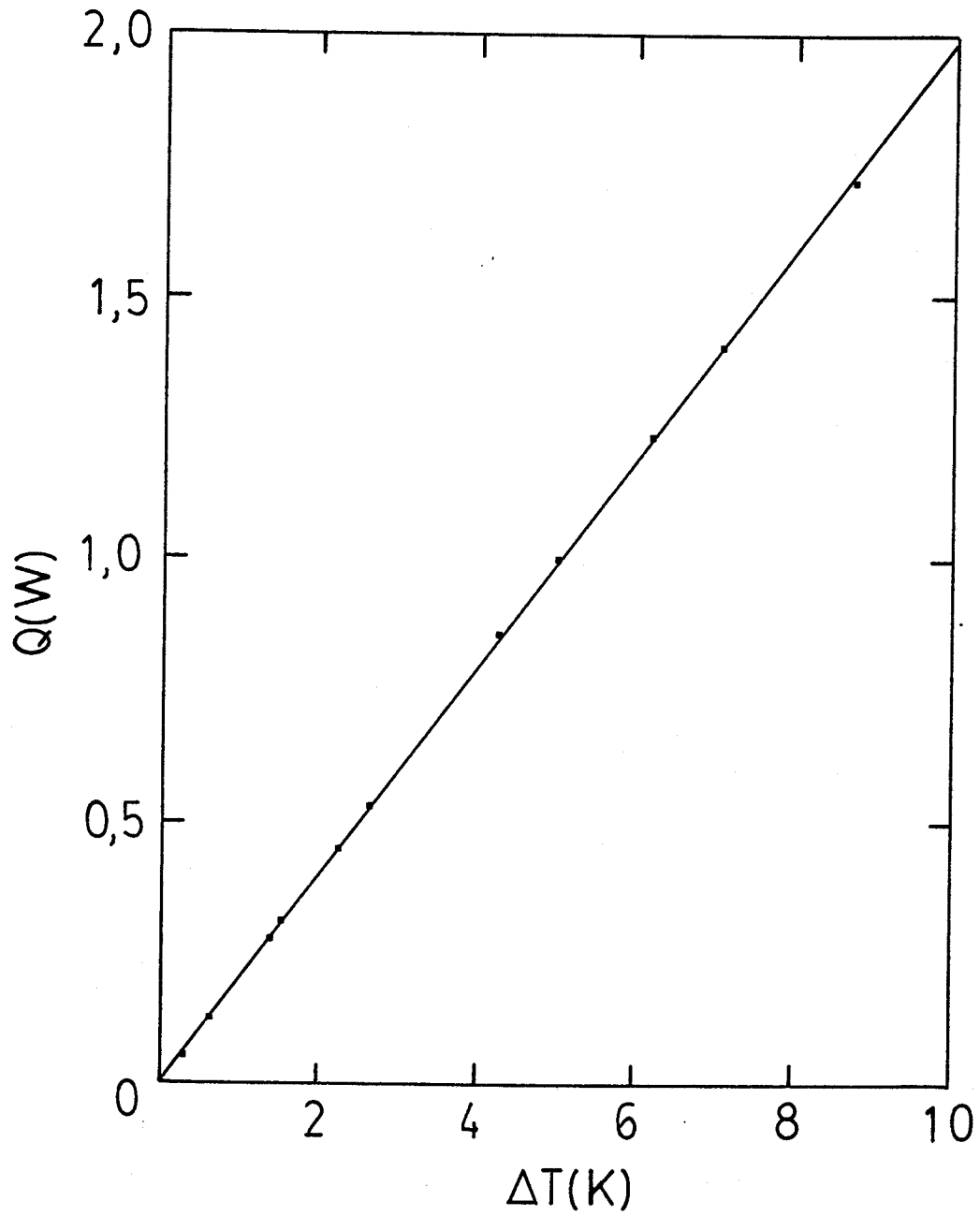


Figura 23: Flujo de calor a través de una muestra de plexiglás frente a la diferencia de temperatura que se establece entre sus extremos

6) PROPIEDADES FISICAS DE LOS

LIQUIDOS UTILIZADOS

6) PROPIEDADES FISICAS DE LOS LIQUIDOS UTILIZADOS

El estudio del problema de Bénard-Rayleigh, que es el objeto de este trabajo, será tanto más completo cuanto mayor sea el rango de variación de los números adimensionales que sirven para describirlo (R , Nu , Pr).

Tanto el número de Rayleigh como el de Nusselt pueden aumentarse indefinidamente, para un líquido dado, sin más que aumentar la potencia calefactora suministrada por la parte inferior; sin embargo, en la práctica, esto nos está limitado por las características del dispositivo utilizado. En efecto, cuando la potencia calefactora llega a ser muy grande, se producen grandes diferencias de temperatura entre los límites superior e inferior del líquido, lo que hace que la parte inferior del sistema alcance temperaturas muy elevadas. En tal caso, las pérdidas laterales pueden llegar a ser importantes y la correspondiente medida del flujo de calor puede verse afectada.

Además, los materiales que se han empleado en la construcción del aparato (plástico, resistencias, pegamentos, etc.) imponen limitaciones en cuanto a las temperaturas máximas a alcanzar. Y el mismo líquido, al dilatarse, llega a derramarse lateralmente cuando la temperatura a que se le somete es muy elevada.

Pero el número de Rayleigh no sólo depende de la diferencia de temperatura entre las placas superior e inferior, sino que en él también intervienen diversas propiedades características del líquido bajo estudio. Así, lo mismo se consigue aumentarlo elevando la diferencia de temperatura que sustituyendo el líquido por otro de menor viscosidad, o de mayor calor específico, etc.

En este trabajo se han utilizado líquidos de distintas viscosidades, con lo que se ha conseguido barrer un amplio intervalo de números de Rayleigh. Todos los líquidos utilizados son aceites de silicona metilpolisiloxanos de cadena lineal que, de acuerdo con las características dadas por el fabricante (Rhône-Poulenc), son estables entre los límites de temperatura -60°C y 200°C , a presión atmosférica. La tensión de vapor es 10^{-2} torr a 200°C , lo que supone la práctica inexistencia de evaporación a las temperaturas a que son sometidos en este trabajo.

Con objeto de poder establecer con mayor precisión el valor del número de Rayleigh en cada caso, se han determinado las propiedades físicas de los líquidos mediante distintas técnicas, montadas especialmente para este propósito, como se detalla en el apéndice 1. Un resumen de los resultados obtenidos se muestra en la tabla V.

		47V10	47V50	47V100	47V350
ρ_o (g.cm ⁻³)	*	0,950	0,982	0,987	0,991
β (K ⁻¹)	*	9,66.10 ⁻⁴	9,66.10 ⁻⁴	9,27.10 ⁻⁴	9,06.10 ⁻⁴
A (cm ² .s ⁻¹)	**	0,0007253	0,002528	0,003660	0,01036
B (K ⁻¹)	**	1468,0	1609,5	1653,1	1702,7
c (cal.g ⁻¹ .K ⁻¹)		0,385	0,395	0,387	0,397
λ (W.cm ⁻¹ .K ⁻¹)		1,32.10 ⁻³	1,75.10 ⁻³	1,75.10 ⁻³	1,70.10 ⁻³
Pr	***	113	508	863	2888
* $\rho = \frac{\rho_o}{1 + \beta t}$		** $\nu = A e^{-\frac{B}{T}}$		*** calculado a 25°C	

Tabla V: Propiedades físicas de los líquidos utilizados

7) RESULTADOS Y DISCUSION

7) RESULTADOS Y DISCUSION

Las medidas de flujo de calor que se han realizado en el presente trabajo corresponden a tres fases sucesivas:

- 1°- Estudio de la transición a la convección.
- 2°- Búsqueda de la transición bimodal.
- 3°- Estudio de las diferencias que existen en el flujo de calor según cuál sea la estructura convectiva formada.

Para el desarrollo de la primera fase se han montado varias series de experiencias en las cuales se han usado líquidos de tres viscosidades distintas, y dos condiciones de contorno, de acuerdo con el esquema que aparece en la tabla VI

líquido utilizado	contorno circular	contorno rectangular
47V100	X	X
47V350	X	
47V50		X

Tabla VI: Experiencias realizadas en la primera etapa de las medidas. (marcadas con el signo X)

Las fases segunda y tercera se han desarrollado utilizando los dos líquidos de menor viscosidad, el 47V50 y el 47V10, en contorno rectangular, que es el único que permite la observación de la estructura convectiva.

A continuación se relacionan y se discuten los distintos resultados obtenidos.

a) GEOMETRIA CILINDRICA1.- Silicona 47V100

Se han realizado veintidós experiencias, cuyos resultados están relacionados en la tabla VII. En esta tabla las distintas columnas corresponden a los siguientes datos:

- ε : f.e.m. del fluxímetro
- ε' : f.e.m. de los termopares P'
- ε_1 : f.e.m. del termopar P₁ (placa superior)
- ε_2 : f.e.m. del termopar P₂ (placa inferior)
- ΔT : diferencia de temperatura entre las placas, obtenida a partir de ε' mediante la ecuación de calibración de los termopares P'
- Q_t : flujo de calor total, obtenido a partir de ε aplicando la ecuación de calibración del fluxímetro de calor, con las correcciones que se indican en 4-b.
- Q : flujo de calor a través del líquido. Se obtiene restando al flujo de calor total el que pasa a través del contenedor utilizado:

$$Q = Q_t - \frac{\Delta T}{R_{co}} \quad \{34\}$$

donde R_{co} es la resistencia térmica del contenedor, que en este caso vale

$$R_{co} = 7,57 \pm 0,09 \text{ K.W}^{-1}$$

- Nu: número de Nusselt, definido según

$$Nu = \frac{Q}{Q_{cond.}}$$

N° de orden	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
1	909	220	3	107	0,363
2	1627	342	8	171	0,582
3	2247	442	11	224	0,793
4	2686	510	14	260	0,942
5	2471	474	13	241	0,869
6	1866	379	9	190	0,663
7	1342	294	6	146	0,485
8	1034	241	4	117	0,378
9	739	177	2	85	0,279
10	498	126	1	58	0,197
11	197	61	-1	24	0,095
12	26	24	-2	5	0,037
13	580	148	1	69	0,225
14	653	163	2	77	0,250
15	723	177	2	85	0,274
16	816	197	3	94	0,305
17	818	197	3	94	0,306
18	892	212	3	103	0,331
19	985	232	4	113	0,363
20	1065	248	4	123	0,390
21	1140	261	5	128	0,416
22	1326	292	5	144	0,479

Tabla VII: Resultados experimentales. Silicona 47V100. Contorno circular

N° de orden	$\bar{t}(^{\circ}\text{C})$	$\Delta T(\text{K})$	Q(W)	Nu	R
1	26,0	1,802	0,099	0,949	1570
2	26,6	2,806	0,211	1,298	2470
3	27,1	3,630	0,313	1,489	3220
4	27,4	4,190	0,389	1,601	3740
5	27,2	3,893	0,355	1,573	3460
6	26,7	3,111	0,252	1,398	2740
7	26,3	2,411	0,166	1,189	2110
8	26,1	1,975	0,119	1,039	1720
9	25,8	1,448	0,088	1,048	1260
10	25,6	1,028	0,061	1,031	890
11	25,3	0,492	0,030	1,043	420
12	25,1	0,188	0,012	1,071	161
13	25,7	1,209	0,065	0,934	1050
14	25,7	1,332	0,074	0,959	1150
15	25,8	1,448	0,083	0,984	1260
16	25,9	1,612	0,093	0,990	1400
17	25,9	1,612	0,093	0,998	1400
18	26,0	1,736	0,102	1,014	1509
19	26,1	1,900	0,112	1,018	1655
20	26,1	2,032	0,122	1,035	1757
21	26,2	2,139	0,133	1,076	1867
22	26,3	2,395	0,163	1,173	2096

Tabla VII (continuación): Resultados experimentales. Silicona

47V100. Contorno circular.

$Q_{\text{cond.}}$ se obtiene mediante

$$Q_{\text{cond.}} = \frac{\Delta T}{R_L}$$

siendo R_L la resistencia térmica de la capa líquida, cuyo valor en las presentes condiciones es

$$R_L = 17,3 \pm 0,5 \text{ K.W}^{-1}$$

- \bar{t} : temperatura media en la muestra, obtenida a partir de las medidas ε_1 y ε_2 , mediante las ecuaciones de calibración de los dos termopares P.
- R: número de Rayleigh, definido según [5] y calculado utilizando los valores que para las distintas propiedades tiene el líquido a la temperatura \bar{t}

En la figura 24 se ha representado el flujo de calor a través del líquido frente a la diferencia de temperatura entre las placas. A los puntos experimentales se les ha ajustado, por el método de los mínimos cuadrados, dos rectas, una para los valores bajos y otra para los valores altos de ΔT .

La transición de un comportamiento al otro, que corresponde a la aparición del movimiento convectivo, tiene lugar para unos valores críticos ΔT_c y Q_c que hemos obtenido minimizando la desviación standard de los valores experimentales de Q respecto de los correspondientes a las rectas ajustadas. Estos valores críticos son los siguientes:

$$Q_c = 0,117 \text{ W}$$

$$\Delta T_c = 2,02 \text{ K}$$

Las ecuaciones de las rectas de mejor ajuste, que aparecen

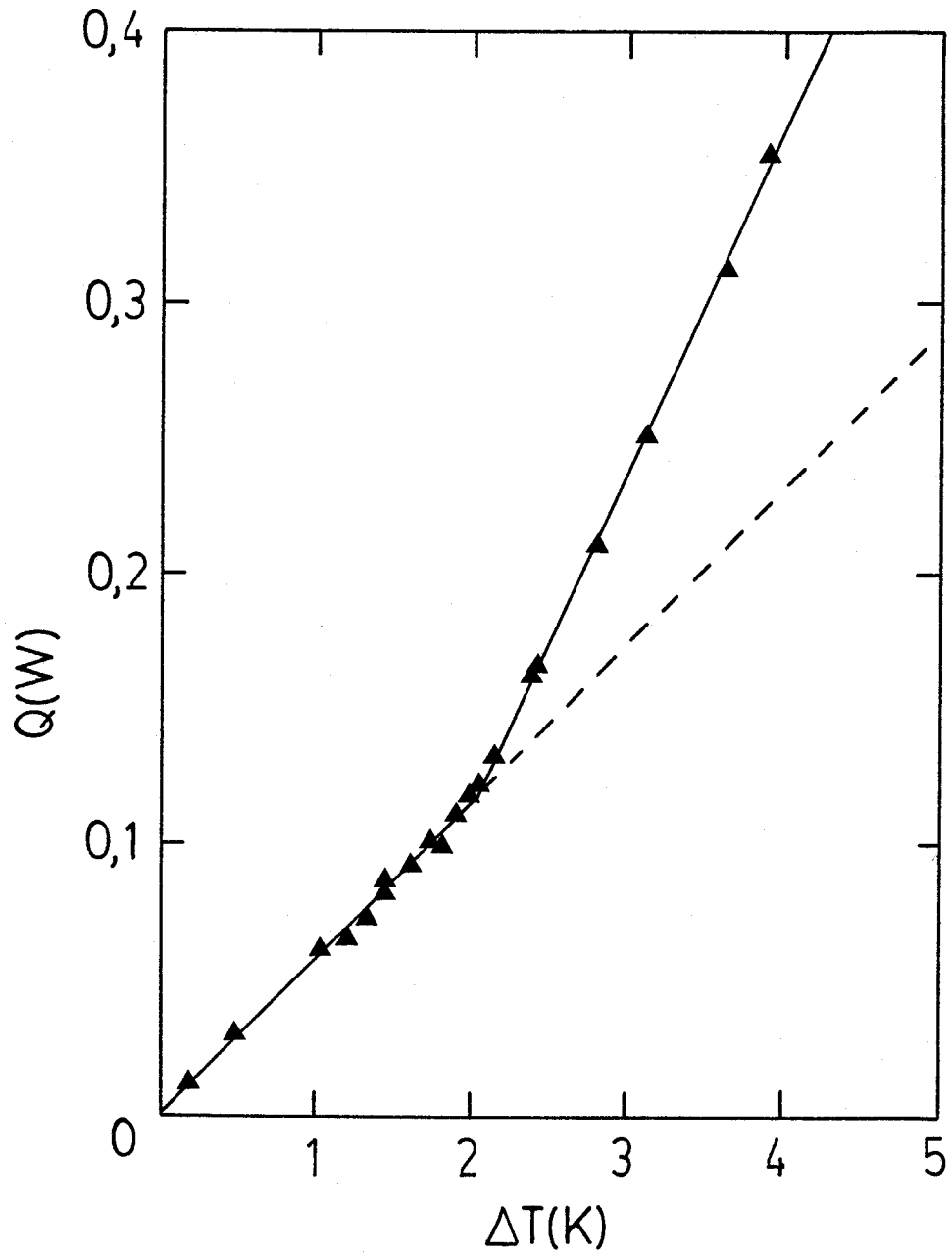


Figura 24: Flujo de calor frente a diferencia de temperatura, en una muestra de silicón 47V100, con contorno circular.

también dibujadas en la figura 24 son:

$$Q = 0,0580 \Delta T \quad \text{para } \Delta T < \Delta T_c \quad \{36\}$$

$$Q - Q_c = 0,124(\Delta T - \Delta T_c) \quad \text{para } \Delta T > \Delta T_c \quad \{37\}$$

La ecuación {36} tiene un coeficiente de correlación, $r=0,995$. Su pendiente está afectada de un error relativo del 2,9%, calculado mediante {23}. La desviación standard de los puntos experimentales respecto de las ecuaciones {36} y {37} es $s_0 = 0,003 \text{ W}$.

La ecuación {36} permite determinar la conductividad calorífica del líquido utilizado, ya que, de acuerdo con la ley de Fourier, su pendiente, m , debe ser,

$$m = \lambda \frac{S}{d}$$

donde λ es la conductividad calorífica del líquido, S la superficie y d el espesor de la capa líquida. De aquí obtenemos

$$\lambda = (1,70 \pm 0,05) \cdot 10^{-3} \text{ W.cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Una vez conocido el valor de T_c y de λ estamos en condiciones de determinar el valor crítico del número de Rayleigh, que resulta ser

$$R_c = 1758$$

Este valor crítico está afectado de un error relativo del 6%, que corresponde a la suma de los errores relativos de todas las magnitudes que intervienen en su definición. Así, nuestro resultado queda de la siguiente forma:

$$R_c = 1760 \pm 110$$

El valor predicho por Charlson y Sani (40) para una capa de fluido con contorno cilíndrico y un factor de forma (radio del cilindro/altura del cilindro) de 3,25, como es el caso de

nuestro aparato, si las paredes son adiabáticas, es 1753. Para paredes con perfecta conductividad es 1768. Así pues, el resultado obtenido por nosotros está perfectamente de acuerdo con dichas previsiones.

2.- Silicona 47V350

Como comprobación de los resultados anteriores se ha realizado una segunda serie de medidas en la que el líquido que se ha colocado entre las placas es de una viscosidad bastante superior. Se ha elegido esta silicona con objeto de poder mantener el líquido sin convección hasta valores altos de la diferencia de temperatura y así poder estudiar la región subcrítica más ampliamente, determinando los valores críticos con mayor precisión.

Los resultados obtenidos se encuentran relacionados en la tabla VIII. El significado de todos los valores es el mismo que el ya explicado en el apartado anterior, a excepción de aquellos en cuyo cálculo interviene la resistencia térmica de la muestra de silicona, que en este caso es

$$R_L = 16,8 \pm 0,2 \text{ K.W}^{-1}$$

En la figura 25 se han representado los valores experimentales del flujo de calor que atraviesa el líquido frente a la diferencia de temperatura entre las placas superior e inferior, así como las rectas de mejor ajuste obtenidas separadamente, antes y después del arranque de la convección.

Los valores ΔT_c y Q_c que hacen mínima la desviación standard de los puntos experimentales respecto de los ajustes son los siguientes:

$$\Delta T_c = 6,36 \text{ K}$$

$$Q_c = 0,379 \text{ W}$$

Las ecuaciones de las rectas ajustadas son:

N° de orden	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
1	505	122	1	55	0,192
2	1067	245	5	119	0,384
3	1686	379	8	188	0,594
4	2328	516	12	258	0,813
5	2894	635	15	320	1,006
6	3442	758	18	384	1,192
7	4065	862	22	438	1,404
8	4618	951	25	485	1,593
9	5229	1050	29	538	1,801
10	5701	1120	31	578	1,961
11	6411	1240	35	637	2,203
12	6895	1320	38	681	2,368

Tabla VIII: Resultados experimentales. Silicona 47V350.

Contorno circular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q(W)	Nu	R
1	25,5	0,995	0,061	1,024	251
2	26,1	2,007	0,118	0,989	513
3	26,7	3,111	0,183	0,989	803
4	27,4	4,239	0,253	1,000	1107
5	27,9	5,219	0,316	1,016	1376
6	28,5	6,232	0,369	0,993	1660
7	29,0	7,088	0,468	1,107	1905
8	29,4	7,821	0,560	1,200	2117
9	29,9	8,653	0,658	1,274	2363
10	30,2	9,270	0,737	1,333	2547
11	30,7	10,201	0,856	1,407	2829
12	31,1	10,884	0,930	1,433	3040

Tabla VIII (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V350. Contorno circular.

$$Q = 0,0597 \Delta T \quad \text{para } \Delta T < \Delta T_c \quad \{38\}$$

$$Q - Q_c = 0,127(\Delta T - \Delta T_c) \quad \text{para } \Delta T > \Delta T_c \quad \{39\}$$

La primera de estas ecuaciones tiene un coeficiente de correlación, $r = 0,9997$; el error relativo de su pendiente es del 1%. La desviación standard de los puntos respecto de los dos ajustes es $s_Q = 0,003 \text{ W}$.

Al igual que anteriormente, la ecuación {38} permite determinar la conductividad calorífica de la silicona utilizada, obteniéndose el siguiente valor:

$$\lambda = (1,75 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ W.cm}^{-1}\text{K}^{-1}$$

y el correspondiente valor crítico del número de Rayleigh resulta ser

$$R_c = 1790 \pm 80$$

que también está en perfecto acuerdo con las previsiones teóricas de Charlson y Sani para nuestra geometría.

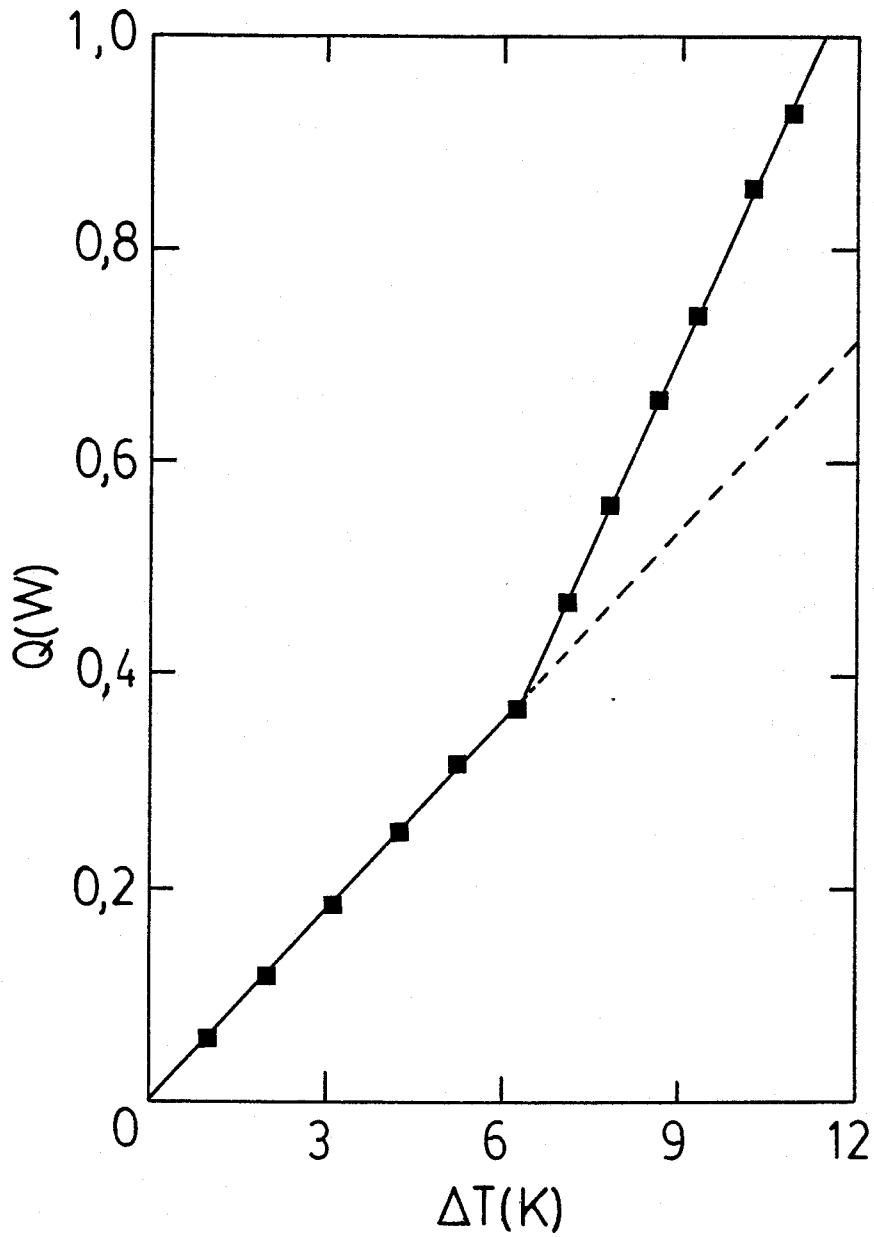


Figura 25: Flujo de calor frente a la diferencia de temperatura, en una muestra de silicio 47V350, con contorno circular.

3.- Comparación de los resultados obtenidos en geometría cilíndrica

Para comparar los resultados obtenidos con los dos líquidos se ha hecho la representación del flujo de calor adimensional frente al número de Rayleigh (figura 26), de ambos líquidos simultáneamente.

Como puede observarse en la gráfica, los puntos correspondientes a ambos líquidos, cuyos respectivos números de Prandtl son 863 y 2890, muestran un comportamiento idéntico. Esto nos permite inducir que, dentro del rango de números de Rayleigh y de Prandtl en que hemos realizado las experiencias, en geometría cilíndrica, una modificación sustancial del número de Prandtl no determina una variación detectable, con la precisión de nuestras medidas, en el flujo de calor que atraviesa el líquido.

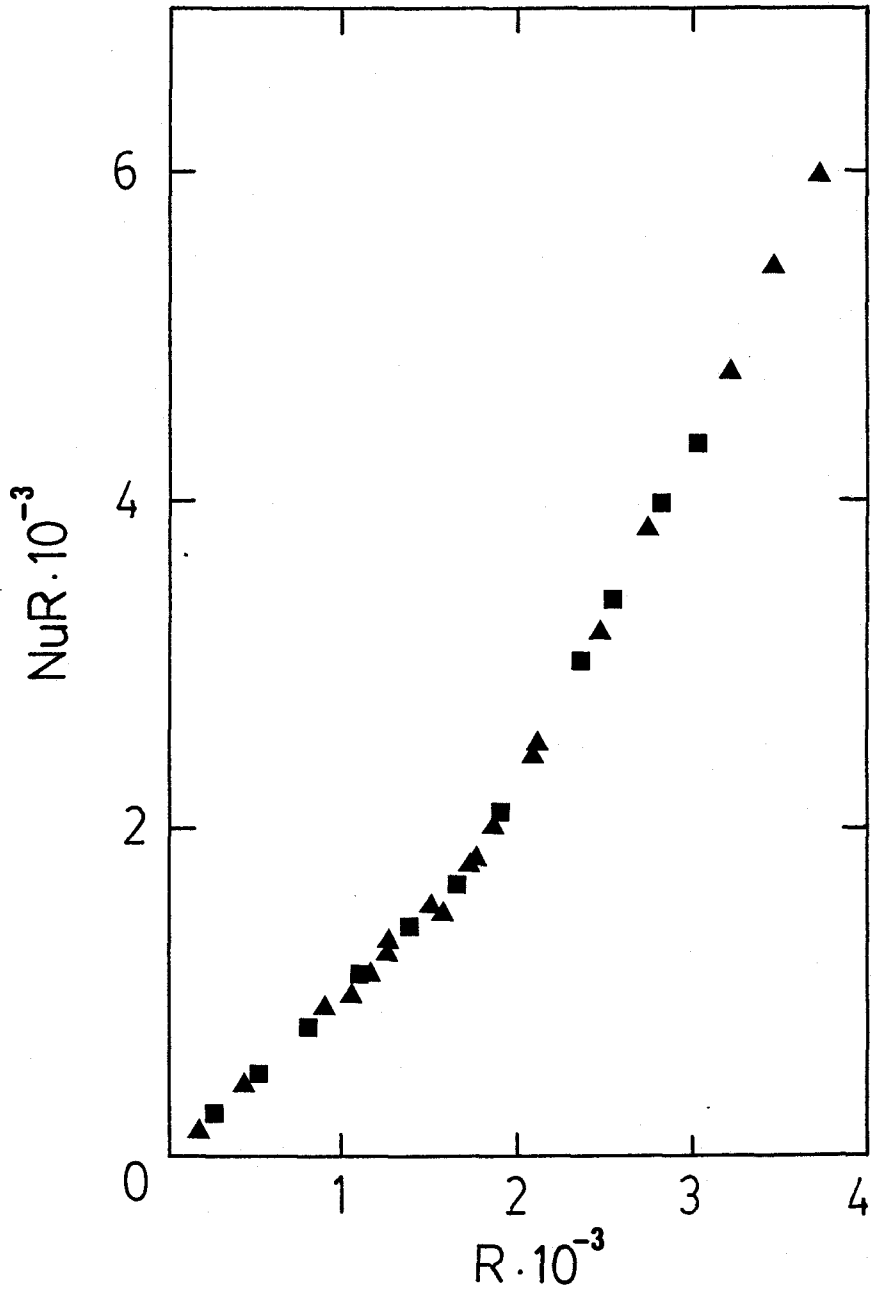


Figura 26: Flujo de calor adimensional frente al número de Rayleigh. Contorno circular.

▲: silicona 47V100

■: silicona 47V350

b) GEOMETRIA RECTANGULAR

Se ha cambiado el contenedor del líquido problema con objeto de conseguir una geometría que permita la observación de la estructura convectiva, simultáneamente con las medidas de flujo de calor.

También el cambio se ha realizado para comparar los resultados con los anteriormente obtenidos y observar la posible influencia de las condiciones de contorno sobre el flujo de calor que atraviesa el líquido.

La elección de las dimensiones del contenedor ha sido motivada por la intención de complementar nuestros resultados con los obtenidos por Bergé y Dubois, con cuyo grupo hemos mantenido estrecha colaboración a lo largo de la realización del presente trabajo. Bergé y cols. han estudiado la distribución de velocidades, mediante anemometría Doppler, en muestras líquidas de dimensiones idénticas a las nuestras, utilizando los mismos líquidos que hemos empleado nosotros.

1.-Silicona 47V100

En primer lugar se ha colocado entre las placas una muestra de silicona 47V100, con la cual se ha realizado una serie de experiencias hasta alcanzar valores relativamente elevados del número de Rayleigh. Los correspondientes datos experimentales, así como los números adimensionales obtenidos a partir de ellos, se relacionan en la tabla IX. En ella todas las columnas tienen el

N° de orden	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
1	274	62	22	53	0,092
2	559	121	18	82	0,189
3	826	184	27	118	0,279
4	1125	248	26	151	0,381
5	1394	298	31	180	0,473
6	2235	441	37	257	0,759
7	3165	584	35	331	1,076
8	4015	712	37	400	1,365
9	4828	849	56	482	1,642
10	5714	975	53	547	1,944
11	6619	1100	49	612	2,252
12	7406	1225	64	685	2,520

Tabla IX: Resultados experimentales. Silicona 47V100 con contorno rectangular.

N° de orden	$\bar{T}(^{\circ}\text{C})$	$\Delta T(\text{K})$	Q(W)	Nu	R
1	25,7	0,501	0,020	0,791	442
2	25,9	0,986	0,048	0,958	872
3	26,3	1,505	0,065	0,850	1341
4	26,6	2,032	0,092	0,888	1819
5	26,9	2,444	0,125	1,002	2199
6	27,6	3,621	0,244	1,318	3297
7	28,2	4,799	0,393	1,602	4416
8	28,8	5,853	0,533	1,779	5443
9	29,6	6,981	0,649	1,818	6587
10	30,1	8,019	0,804	1,958	7634
11	30,6	9,048	0,965	2,085	8689
12	31,4	10,08	1,087	2,108	9800

Tabla IX (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V100. Contorno rectangular.

mismo significado descrito anteriormente, con la única diferencia de los valores de las resistencias térmicas del contenedor y de la capa líquida que intervienen, respectivamente, en el cálculo del flujo neto de calor y del número de Nusselt. En este caso son:

$$R_{CO} = 7,03 \pm 0,08 \text{ K.W}^{-1}$$

$$R_L = 19,5 \pm 0,5 \text{ K.W}^{-1}$$

En las experiencias realizadas en régimen convectivo se observó siempre la presencia de nueve rollos paralelos a la pared lateral más corta. Esto corresponde a una longitud de onda de la estructura convectiva de 2,22 cm; el número de ondas es, por tanto, $k = 2,83 \text{ cm}^{-1}$. Tomando como unidad de medida de longitudes el espesor de la capa líquida se obtiene el siguiente valor adimensional para el número de ondas:

$$a = 2,81$$

El flujo de calor se ha representado en la figura 27 frente a la diferencia de temperatura entre las placas. En esta figura puede observarse la no linealidad que existe por encima del punto crítico cuando se alcanzan valores alejados de éste. Sin embargo, los puntos obtenidos en régimen convectivo se ajustan bien mediante el siguiente polinomio, calculado por el método de los mínimos cuadrados:

$$Q - Q_c = 0,0926 (\Delta T - \Delta T_c) + 0,00382 (\Delta T - \Delta T_c)^2 \quad \{40\}$$

siendo $Q_c = 0,101 \text{ W}$

$$\Delta T_c = 1,98 \text{ K}$$

Esta ecuación corresponde a la línea de trazo continuo dibujada en la figura.

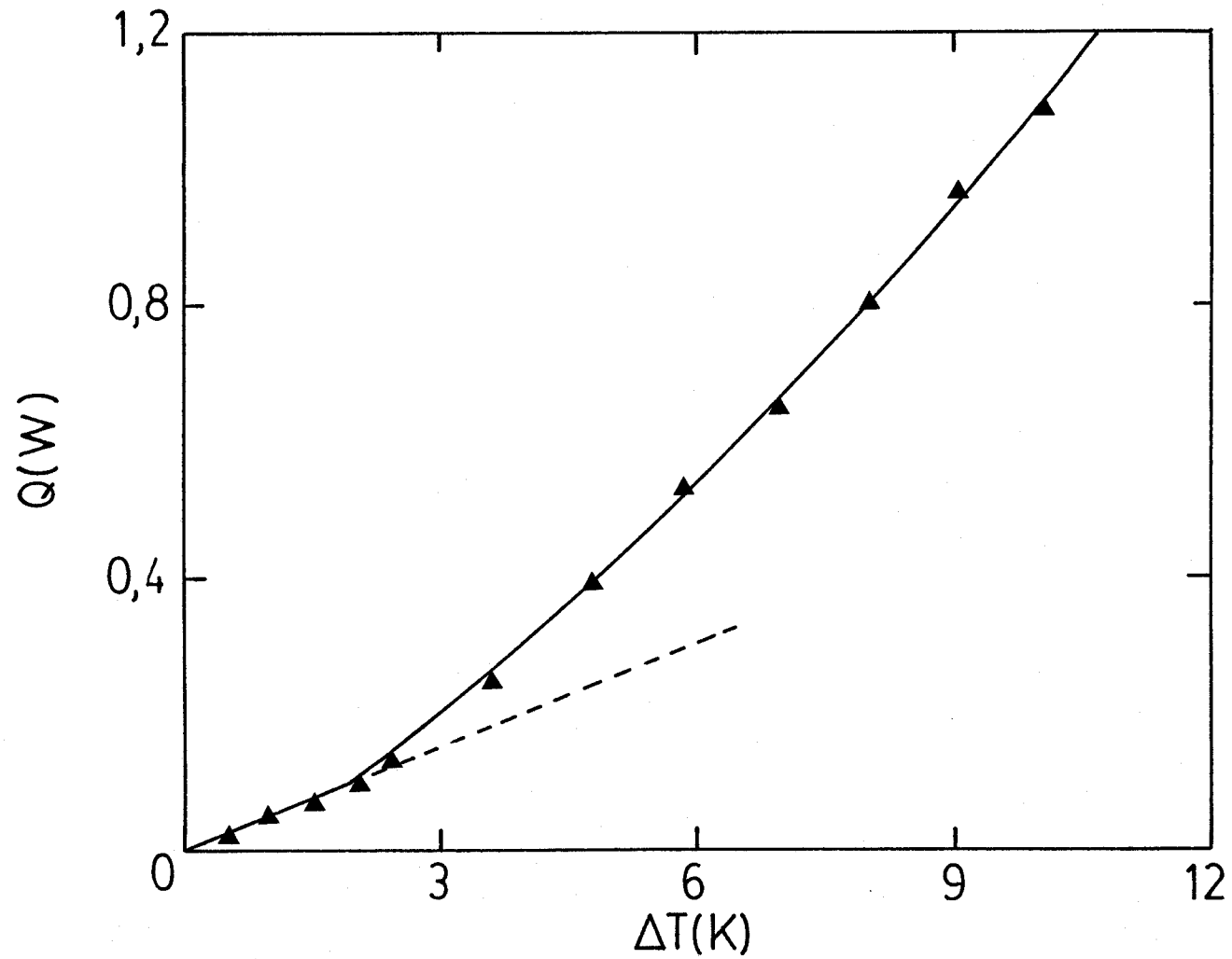


Figura 27: Flujo de calor frente a diferencia de temperatura. Silicona 47V100 en contorno rectangular.

2.- Comparación de las medidas efectuadas con 47V100

Con esta silicona, como ya se ha dicho, se ha medido el flujo de calor en dos geometrías distintas, cilíndrica y rectangular. Para comparar los resultados obtenidos en uno y otro caso hemos representado (figura 28) el flujo de calor adimensional ($Nu.R$) frente al gradiente de temperatura adimensional (R). Esto se ha hecho simultáneamente para las dos geometrías.

Aunque se observa que los valores del flujo de calor en contorno rectangular se encuentran ligeramente por debajo de los correspondientes a la geometría cilíndrica, las diferencias son suficientemente pequeñas como para que no podamos establecer, con estos datos, una influencia de las condiciones de contorno sobre el flujo de calor que atraviesa el líquido.

Además, esta pequeña diferencia puede atribuirse al hecho de no haber sido realizadas ambas series de experiencias en condiciones absolutamente idénticas, ya que, entre una y otra, se introdujeron en el sistema las modificaciones conducentes a hacer visible la estructura convectiva. Tampoco podemos descartar que el cambio en el contenedor del líquido haya podido introducir un pequeño error sistemático que sea el causante del diferente comportamiento encontrado.

De todos modos, se puede apuntar que en el caso de contorno rectangular el perímetro lateral es algo mayor que en el circular, mientras que ocurre lo contrario con las áreas. Esto es, la influencia de las paredes laterales (que ejercen, en cierto modo un efecto de frenado) sobre el movimiento convectivo es mayor en el caso de contorno rectangular. Esto puede justificar el

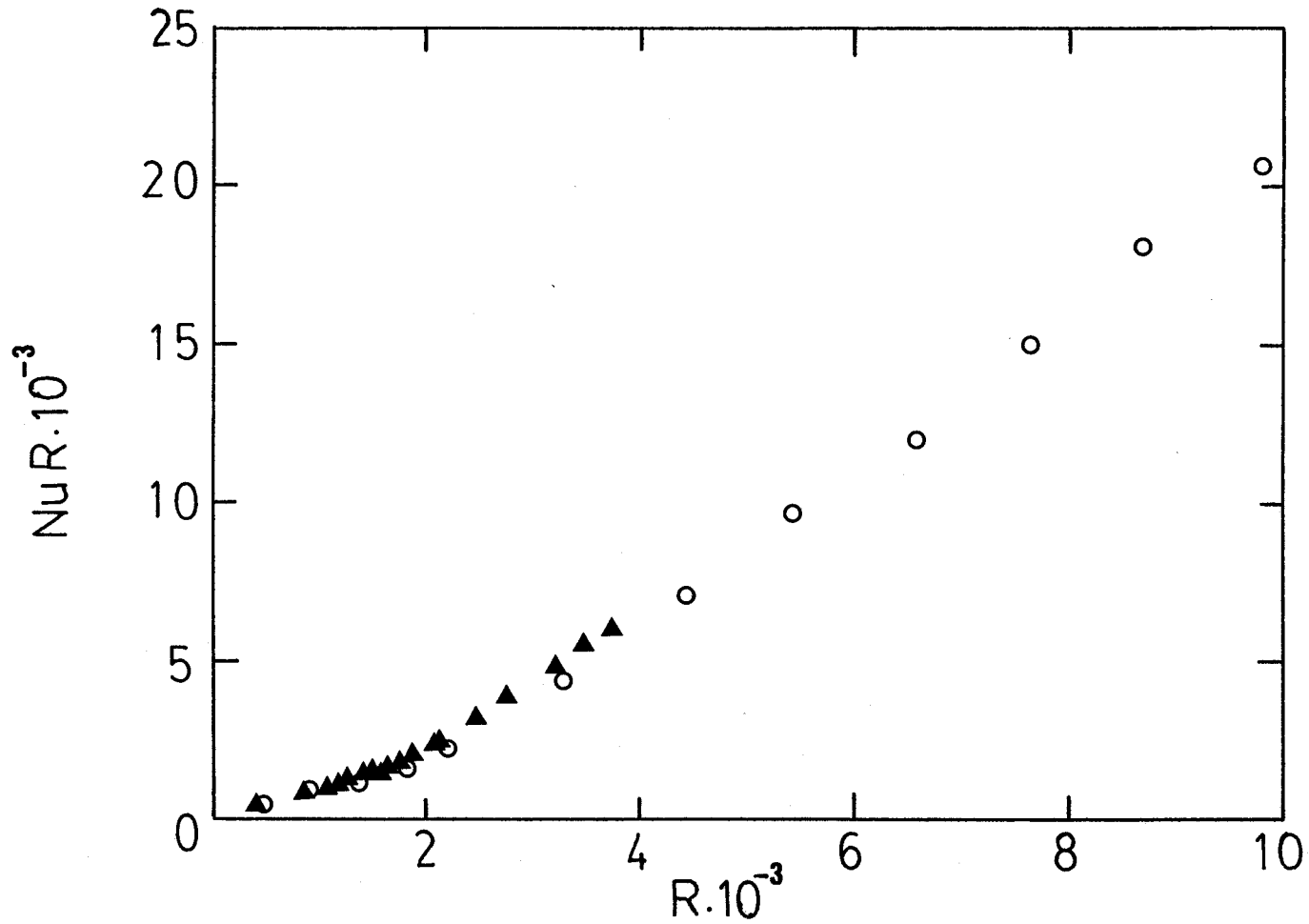


Figura 28: Flujo de calor adimensional frente a número de Rayleigh.

Silicona 47V100. ▲: contorno circular; ○: contorno rectangular.

hecho de que el flujo de calor sea algo menor para condiciones rectangulares que para las circulares.

c) Silicona 47V50

Para poder alcanzar valores más elevados de los números adi dimensionales que describen el problema, sin modificar la geometría del mismo, se ha sustituido el líquido anterior por otros cuyas propiedades físicas tengan los valores adecuados para ello.

El primer intento en tal sentido se ha hecho con el aceite de silicona 47V50, cuya viscosidad es aproximadamente la mitad de la del utilizado anteriormente, teniendo valores similares para las demás propiedades.

Con este aceite hemos llegado a alcanzar valores próximos a 30000 para el número de Rayleigh, como se muestra en la tabla X, donde se ha recogido este parámetro junto con los datos experimentales. En esta tabla aparece reflejado el número de ondas adimensional correspondiente a la estructura convectiva formada, ya que en unos casos, se han observado nueve rollos paralelos a la pared lateral más corta, y, en otros casos, diez.

En la figura 29 se encuentran dibujados los puntos próximos a la transición convectiva y también las rectas de mejor ajuste, obtenidas antes y después del punto crítico. Dichas rectas tienen por ecuaciones

$$Q = 0,0526 \Delta T \quad \text{para } \Delta T < \Delta T_c \quad \{41\}$$

$$Q - Q_c = 0,105 (\Delta T - \Delta T_c) \quad \text{para } \Delta T > \Delta T_c \quad \{42\}$$

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
1		1489	283	31	171	0,507
2		1194	234	27	143	0,407
3		1036	208	30	131	0,353
4		887	182	27	117	0,302
5		747	158	25	103	0,255
6		542	121	71	130	0,185
7		434	94	23	68	0,148
8		129	30	21	34	0,044
9		135	31	23	37	0,046
10		191	40	25	45	0,065
11		252	55	26	53	0,086
12		276	60	24	53	0,094
13		381	81	27	67	0,130
14		498	105	27	80	0,170
15	3,12	5311	847	71	495	1,809

Tabla X: Resultados experimentales. Silicona 47V50. Contorno rectangular

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
1	26,8	2,320	0,178	1,452	3590
2	26,5	1,917	0,134	1,330	2950
3	26,4	1,703	0,111	1,237	2620
4	26,3	1,489	0,091	1,155	2280
5	26,1	1,291	0,071	1,046	1970
6	26,8	0,986	0,045	0,861	1520
7	25,8	0,764	0,040	0,981	1160
8	25,5	0,237	0,011	0,849	358
9	25,6	0,245	0,012	0,889	371
10	25,7	0,319	0,020	1,193	484
11	25,7	0,443	0,023	0,991	672
12	25,7	0,484	0,026	1,000	734
13	25,9	0,657	0,037	1,060	1000
14	26,0	0,855	0,048	1,073	1300
15	29,9	6,965	0,818	2,230	11330

Tabla X: Resultados experimentales. Silicona 47V50. Contorno rectangular.

N°de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
16	3,12	4391	718	65	424	1,495
17	3,12	3803	634	74	391	1,295
18	3,12	2659	461	44	274	0,906
19	2,81	9053	1373	101	788	3,083
20	2,81	8060	1237	91	710	2,745
21	2,81	7272	1128	86	651	2,476
22	2,81	6605	1036	81	599	2,249
23	2,81	6538	1027	92	606	2,226
24	2,81	5907	937	83	551	2,011
25	2,81	4489	735	70	437	1,529
26	2,81	3604	606	62	365	1,227
27	2,81	3155	537	54	322	1,075
28	2,81	2681	465	48	280	0,913
29	2,81	1628	302	42	192	0,555
30	2,81	1272	245	40	163	0,433

Tabla X (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V50. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q(W)	Nu	R
16	29,2	5,902	0,656	2,111	9500
17	29,0	5,211	0,554	2,019	8360
18	27,8	3,786	0,367	1,842	5950
19	32,6	11,30	1,477	2,481	19220
20	31,8	10,18	1,298	2,421	17110
21	31,3	9,279	1,157	2,367	15460
22	30,8	8,521	1,038	2,312	14090
23	31,0	8,447	1,025	2,304	14000
24	30,4	7,706	0,916	2,256	12660
25	29,4	6,042	0,670	2,104	9750
26	28,7	4,980	0,559	1,980	7950
27	28,3	4,412	0,447	1,924	6990
28	27,8	3,819	0,370	1,840	6010
29	27,0	2,477	0,202	1,551	3850
30	26,8	2,007	0,148	1,400	3100

Tabla X (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V50. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
31	2,81	989	198	37	136	0,337
32	3,12	7127	1105	86	636	2,427
33	3,12	5799	920	76	533	1,975
34	3,12	5149	829	72	483	1,753
35	3,12	3941	654	61	385	1,342
36	3,12	3415	575	57	342	1,163
37	3,12	2410	423	49	261	0,821
38	3,12	1677	315	66	223	0,571
39	3,12	1395	269	51	186	0,475
40	3,12	1124	221	24	134	0,383
41	3,12	7808	1193	74	671	2,659
42	3,12	8302	1259	60	690	2,827
43	3,12	9642	1447	58	780	3,283
44	2,81	10606	1576	61	848	3,611
45	2,81	12240	1791	142	1036	4,168
46	2,81	13603	1968	150	1134	4,632

Tabla X (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V50. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
31	26,5	1,620	0,107	1,250	2490
32	31,2	9,089	1,035	2,370	15110
33	30,2	7,566	0,899	2,256	12390
34	29,8	6,816	0,784	2,184	11070
35	28,8	5,375	0,578	2,041	8600
36	28,4	4,725	0,491	1,974	7510
37	27,7	3,473	0,327	1,788	5450
38	27,5	2,584	0,204	1,498	4040
39	27,1	2,205	0,162	1,393	3420
40	26,4	1,810	0,126	1,318	2780
41	31,4	9,814	1,263	2,444	16370
42	31,4	10,36	1,354	2,482	17290
43	32,1	11,91	1,590	2,536	20110
44	32,7	12,97	1,767	2,587	22120
45	35,0	14,74	2,073	2,670	26070
46	35,8	16,20	2,329	2,730	29060

Tabla X (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V50. Controno rectangular.

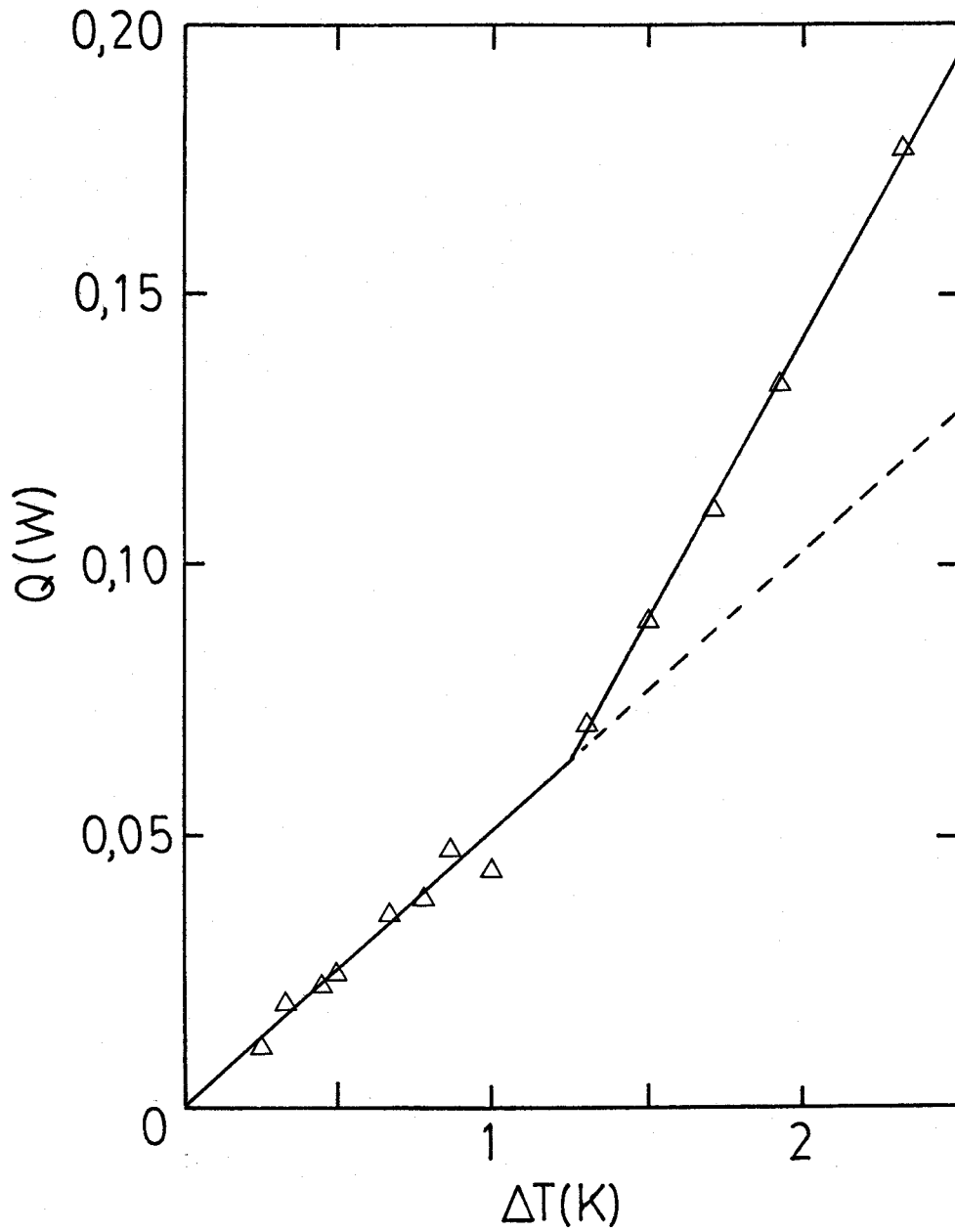


Figura 29: Flujo de calor frente a diferencia de temperatura para una muestra de silicona 47V50, con contorno rectangular.

siendo $\Delta T_c = 1,23 \text{ K}$

$$Q_c = 0,065 \text{ W}$$

Al igual que con los anteriores líquidos, hemos calculado la conductividad calorífica de éste a partir de la pendiente de la recta correspondiente a la región subcrítica. Resulta

$$\lambda = (1,75 \pm 0,09) \cdot 10^{-3} \text{ W.cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

y el valor crítico del número de Rayleigh es

$$R_c = 1860 \pm 160$$

Al analizar el comportamiento del flujo de calor convectivo frente al número de Rayleigh, por encima del valor crítico, se comprueba que obedece a una ley potencial del tipo

$$\frac{(\text{Nu}-1)R}{R-R_c} = \frac{(R - R_c)^\gamma}{A^\gamma} \quad \{43\}$$

en la que los parámetros que intervienen toman los siguientes valores:

$$\gamma = 0,229$$

$$A = 1899$$

$$R_c = 1800$$

Esta dependencia funcional entre los números de Nusselt y de Rayleigh coincide con la obtenida por Busse (16), si bien este autor obtiene para el exponente, γ , el valor 0,25.

En la figura 30 se representa el número de Nusselt frente al de Rayleigh, haciéndose la distinción entre los valores obtenidos con distintas longitudes de onda de la estructura convectiva. Sobre los puntos se ha trazado la curva de mejor ajuste,

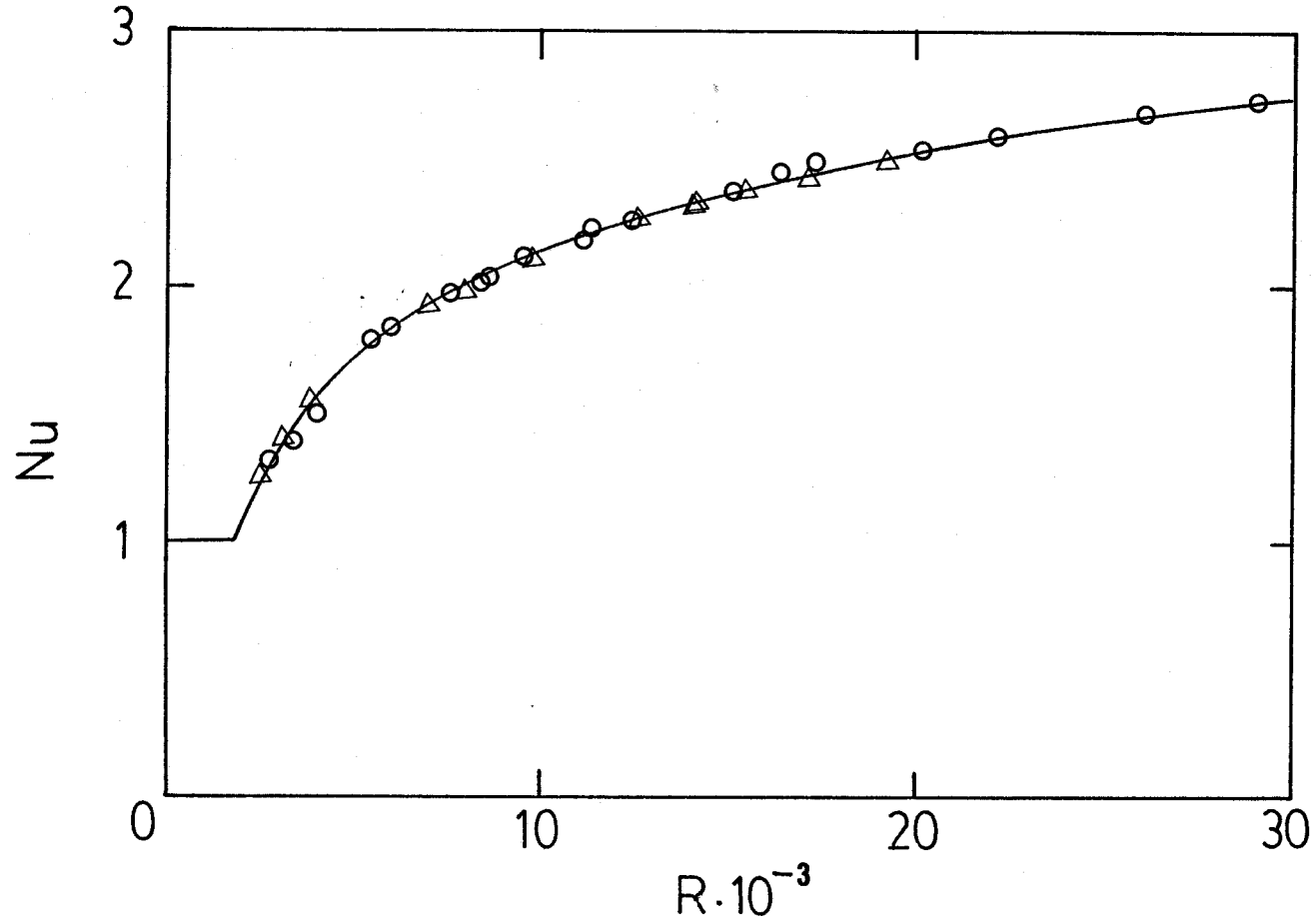


Figura 30: Numero de Nusselt frente al número de Rayleigh para una muestra de silicona 47V50, con contorno rectangular. ○ (a=2,82); △ (a=3,12)

según la ecuación {43}.

Para valores muy altos de R , la ecuación {43} lleva a $Nu \propto R^\gamma$. Diversos investigadores (18) han deducido soluciones asintóticas para el flujo de calor y han propuesto leyes de potencias para la dependencia de Nu frente a R , donde el exponente está comprendido entre $1/5$ y $1/3$, sin que existan criterios para establecer cuál es el valor correcto. El valor obtenido por nosotros, $\gamma = 0,229$, está dentro de este rango.

El flujo de calor adimensional aparece representado en la figura 31. También aquí se ha hecho la distinción entre los puntos obtenidos con diez o con nueve rollos, y puede apreciarse que las diferencias entre unos y otros son suficientemente pequeñas como para que no podamos establecer diferencias significativas entre los flujos de calor medidos en una y otra situación.

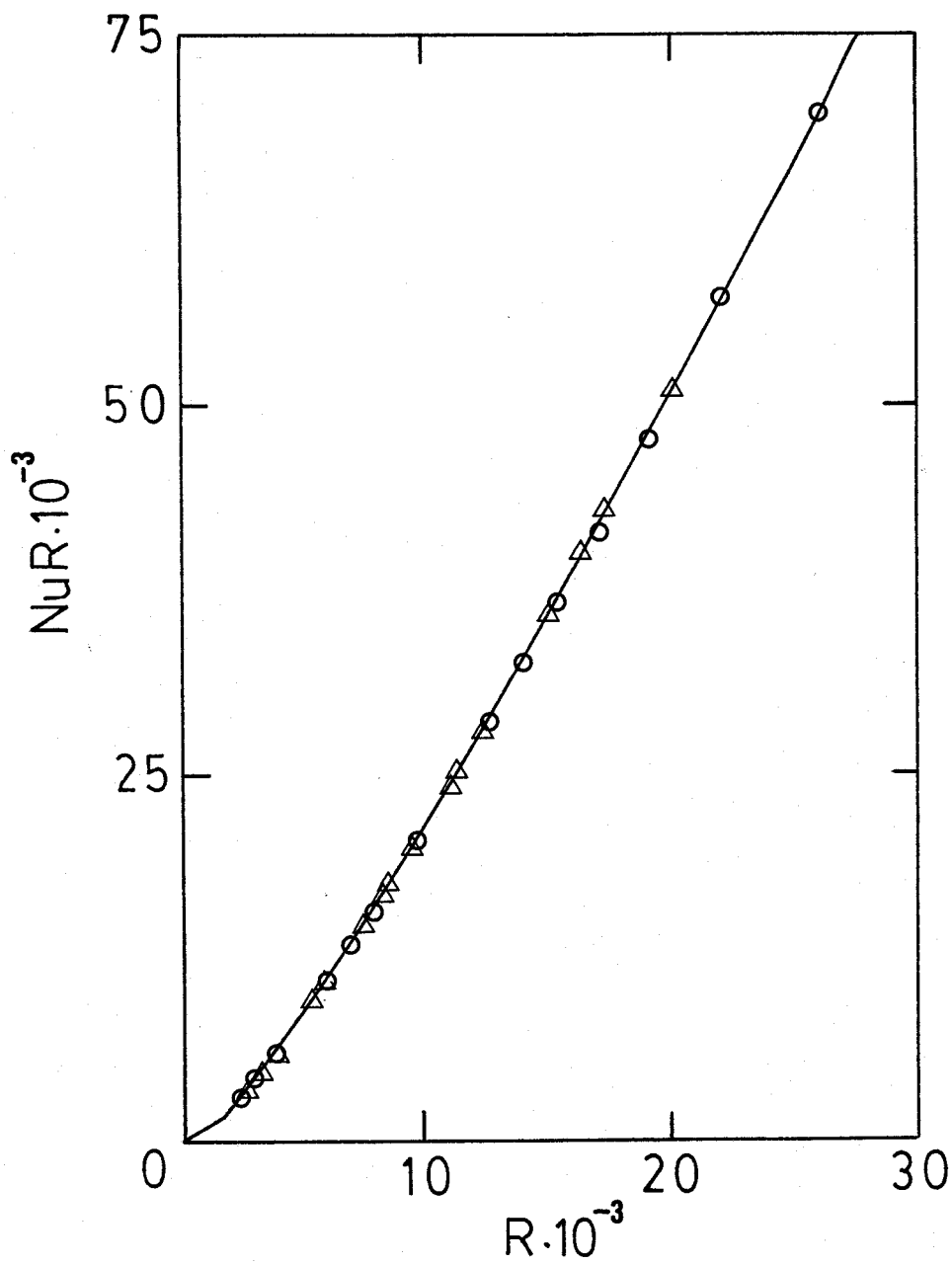


Figura 31: Flujo de calor adimensional frente al número de Rayleigh, en una muestra de silicona 47V50 con contorno rectangular. \circ ($a=2,82$); \triangle ($a=3,12$)

d) Silicona 47V10

El estudio más completo de la región supercrítica lo hemos efectuado realizando dos series de experiencias en las que el líquido confinado entre las placas superior e inferior era el de viscosidad más baja de los disponibles: el aceite de silicona 47V10. Al igual que en los casos anteriores se han obtenido todos los datos necesarios para el cálculo de los números adimensionales; son los que aparecen recogidos en la tabla XI. Se indica además, en cada experiencia, el número de ondas de la estructura convectiva formada.

En este caso, debido al bajo valor de la viscosidad del líquido, el número de Rayleigh alcanza valores elevados, incluso para gradientes de temperatura muy bajos. Esto hace que el estudio de la región subcrítica no pueda efectuarse con precisión, ya que los valores del flujo de calor que es necesario medir en esta zona se encuentran próximos al error experimental.

Por esta razón, en este caso, hemos procedido a la inversa: aceptando el valor teórico para el número de Rayleigh crítico ($R_c = 1708$), de él hemos obtenido los valores críticos de la diferencia de temperatura entre las placas y del flujo de calor. Son los siguientes:

$$\Delta T_c = 0,163 \text{ K}$$

$$Q_c = 0,0065 \text{ W}$$

Como se ha dicho al principio, han sido dos las series de medidas efectuadas con este líquido. Los setenta y cinco primeros conjuntos de valores de la tabla XI corresponden a la primera y

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
1	3,12	968	165	34	115	0,350
2	3,12	1128	187	35	126	0,404
3	3,12	1209	200	36	134	0,432
4	3,12	1252	211	63	166	0,446
5	3,12	1334	220	77	185	0,474
6	3,12	1427	234	76	191	0,506
7	3,12	1526	247	18	138	0,540
8	3,12	1615	260	18	145	0,570
9	3,12	2431	376	31	216	0,848
10	3,12	2521	388	34	225	0,878
11	3,12	2633	404	38	236	0,917
12	3,12	3091	465	49	279	1,072
13	3,12	3328	496	51	296	1,153
14	3,12	3652	535	26	291	1,263
15	3,12	3783	554	50	324	1,308
16	3,12	3886	569	77	359	1,343

Tabla XI: Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	$\bar{t} (^{\circ}\text{C})$	$\Delta T (\text{K})$	$Q (\text{W})$	Nu	R
1	26,3	1,349	0,158	2,944	14460
2	26,4	1,530	0,187	3,069	16420
3	26,5	1,637	0,199	3,057	17590
4	27,0	1,728	0,201	2,922	18710
5	27,3	1,802	0,218	3,045	19600
6	27,3	1,917	0,233	3,063	20860
7	26,4	2,024	0,252	3,131	21710
8	26,4	2,131	0,267	3,152	22880
9	27,2	3,086	0,409	3,335	33500
10	27,3	3,185	0,426	3,362	34620
11	27,4	3,317	0,445	3,376	36130
12	27,8	3,819	0,529	3,489	41890
13	28,0	4,074	0,574	3,545	44800
14	27,7	4,396	0,638	3,655	48150
15	28,2	4,552	0,661	3,654	50230
16	28,8	4,675	0,678	3,652	52000

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona

47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
17	3,12	4007	585	77	367	1,384
18	2,50	4624	661	62	389	1,594
19	2,50	4782	686	72	413	1,648
20	2,50	4970	710	71	423	1,712
21	2,50	5105	726	74	434	1,758
22	2,50	5238	744	76	445	1,803
23	2,50	5174	733	85	449	1,812
24	2,50	4792	687	92	433	1,652
25	2,50	4466	646	68	389	1,541
26	2,50	4327	627	71	382	1,493
27	2,50	4101	600	50	347	1,416
28	2,50	3954	578	59	345	1,366
29	2,50	3772	556	42	318	1,304
30	2,50	3664	538	43	311	1,268
31	2,50	3518	521	35	294	1,218
32	2,50	3394	503	34	283	1,176

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular,

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
17	28,8	4,807	0,701	3,669	53520
18	28,9	5,433	0,822	3,807	60550
19	29,2	5,639	0,846	3,777	63120
20	29,2	5,837	0,882	3,804	65400
21	29,4	5,968	0,910	3,836	66990
22	29,5	6,117	0,934	3,842	68780
23	29,6	6,026	0,925	3,863	67870
24	29,5	5,647	0,849	3,782	63530
25	28,9	5,310	0,786	3,723	59220
26	28,9	5,153	0,761	3,715	57440
27	28,4	4,931	0,715	3,651	54570
28	28,5	4,750	0,691	3,661	52610
29	28,1	4,568	0,655	3,608	50310
30	28,1	4,420	0,639	3,639	48650
31	27,9	4,280	0,609	3,583	46960
32	27,7	4,132	0,588	3,582	45260

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
33	2,50	3225	485	48	288	1,118
34	2,50	3093	468	49	281	1,073
35	2,81	2788	427	53	265	0,969
36	2,81	2597	402	46	246	0,904
37	2,81	2393	373	39	224	0,835
38	2,50	4804	693	78	422	1,656
39	2,50	2842	439	55	271	0,988
40	2,50	2721	422	52	261	0,946
41	2,50	2391	378	47	233	0,834
42	2,50	2169	349	45	217	0,759
43	2,50	1953	318	46	202	0,685
44	2,50	1750	289	43	185	0,616
45	2,50	1577	264	39	169	0,557
46	2,50	1487	250	39	162	0,526
47	2,50	1402	237	37	154	0,497
48	2,50	2878	444	57	276	1,000

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
33	27,9	3,984	0,552	3,484	43750
34	27,9	3,844	0,527	3,448	42180
35	27,8	3,506	0,471	3,379	38410
36	27,5	3,300	0,435	3,318	36030
37	27,3	3,062	0,400	3,283	33310
38	29,3	5,697	0,846	3,736	63880
39	27,8	3,605	0,475	3,317	39530
40	27,7	3,465	0,454	3,296	37930
41	27,4	3,103	0,393	3,187	33820
42	27,3	2,864	0,351	3,087	31148
43	27,2	2,609	0,314	3,030	28322
44	27,0	2,370	0,279	2,961	25661
45	26,8	2,164	0,249	2,899	23369
46	26,8	2,049	0,235	2,886	22107
47	26,7	1,942	0,221	2,868	20926
48	27,9	3,646	0,482	3,324	40020

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
49	2,50	2371	376	49	234	0,827
50	2,50	1972	320	42	199	0,691
51	2,50	1576	263	37	166	0,557
52	2,50	1386	236	39	155	0,492
53	2,50	1215	210	35	137	0,434
54	2,50	1067	187	33	124	0,383
55	2,50	919	165	34	114	0,333
56	2,50	801	146	28	98	0,293
57	2,50	563	108	25	77	0,212
58	2,50	362	74	21	57	0,143
59	2,50	136	35	17	33	0,066
60	2,50	1570	258	35	162	0,555
61	3,12	141	36	19	35	0,068
62	3,12	371	74	18	52	0,146
63	3,12	566	106	22	73	0,213
64	3,12	965	166	23	103	0,349

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
49	27,5	3,086	0,389	3,169	33650
50	27,1	2,625	0,318	3,051	28470
51	26,8	2,156	0,250	2,919	23270
52	26,7	1,933	0,217	2,826	20840
53	26,5	1,719	0,189	2,772	18480
54	26,4	1,530	0,166	2,727	16410
55	26,3	1,349	0,141	2,633	14450
56	26,1	1,192	0,123	2,602	12730
57	25,9	0,879	0,087	2,483	9360
58	25,7	0,599	0,058	2,443	6360
59	25,5	0,278	0,027	2,424	2941
60	26,7	2,115	0,254	3,021	22808
61	25,5	0,286	0,027	2,406	3027
62	25,7	0,599	0,061	2,569	6353
63	25,9	0,863	0,090	2,625	9182
64	26,1	1,357	0,156	2,887	14497

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
65	3,12	1260	209	26	130	0,449
66	3,12	1592	258	30	157	0,562
67	3,12	1982	313	35	190	0,695
68	3,12	2390	371	42	227	0,834
69	3,12	2606	403	44	244	0,907
70	2,81	2856	436	47	262	0,992
71	2,81	3360	501	53	301	1,164
72	2,81	3630	536	56	323	1,256
73	2,81	3875	568	60	343	1,339
74	2,81	4463	643	72	392	1,540
75	2,81	6070	850	85	508	2,087
76	2,50	5645	798	93	490	1,935
77	2,50	2606	403	49	250	0,900
78	2,50	2382	374	47	231	0,824
79	2,50	2165	344	44	214	0,750
80	2,50	1963	315	45	200	0,682

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
65	26,4	1,711	0,206	3,026	18350
66	26,6	2,115	0,261	3,109	22780
67	27,0	2,567	0,330	3,234	27790
68	27,3	3,045	0,401	3,312	33150
69	27,5	3,309	0,437	3,323	36110
70	27,7	3,580	0,483	3,398	39170
71	28,1	4,116	0,579	3,539	45300
72	28,3	4,404	0,630	3,599	48630
73	28,5	4,667	0,676	3,644	51690
74	29,0	5,285	0,788	3,753	59000
75	30,1	6,989	1,093	3,936	79310
76	30,0	6,561	1,002	3,845	74350
77	27,6	3,309	0,430	3,270	36160
78	27,4	3,070	0,388	3,178	33460
79	27,3	2,823	0,349	3,111	30690
80	27,1	2,584	0,314	3,059	28040

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona

47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
81	2,50	1772	288	40	183	0,617
82	2,50	1102	188	29	122	0,388
83	2,50	822	144	25	96	0,293
84	2,50	581	107	21	73	0,211
85	2,50	480	90	19	63	0,177
86	2,50	214	46	19	41	0,086
87	2,81	3068	461	49	281	1,058
88	2,81	2824	429	47	263	0,975
89	3,12	2609	398	38	238	0,901
90	3,12	1786	282	28	171	0,621
91	3,12	1428	230	24	141	0,499
92	3,12	1985	310	31	188	0,689
93	3,12	1266	207	23	128	0,444
94	3,12	974	163	19	102	0,345
95	3,12	832	142	19	92	0,296
96	3,12	595	104	13	66	0,216

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
81	27,0	2,362	0,281	2,991	25560
82	26,3	1,538	0,170	2,778	16490
83	26,1	1,176	0,126	2,692	12560
84	25,9	0,871	0,087	2,519	9270
85	25,8	0,731	0,073	2,502	7770
86	25,6	0,369	0,034	2,287	3910
87	27,9	3,786	0,519	3,453	41540
88	27,7	3,523	0,474	3,384	38560
89	27,4	3,267	0,437	3,366	35600
90	26,7	2,312	0,293	3,184	24940
91	26,5	1,884	0,232	3,093	20230
92	26,9	2,543	0,328	3,241	27500
93	26,3	1,695	0,203	3,017	18170
94	26,1	1,332	0,155	2,937	14220
95	26,0	1,159	0,132	2,858	12360
96	25,7	0,846	0,096	2,842	8980

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona

47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	a	ϵ (μV)	ϵ' (μV)	ϵ_1 (μV)	ϵ_2 (μV)	Q_t (W)
97	3,12	480	87	15	60	0,177
98	2,81	2040	320	31	192	0,708
99	2,81	1628	261	26	158	0,568
100	2,81	1232	207	26	129	0,433
101	2,81	957	164	22	104	0,339
102	2,81	813	143	22	93	0,290
103	2,81	583	106	17	70	0,212
104	2,81	474	89	16	61	0,175
105	2,81	292	59	15	45	0,113
106	2,81	214	47	14	37	0,081

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona 47V10. Contorno rectangular.

N° de orden	\bar{t} (°C)	ΔT (K)	Q (W)	Nu	R
97	25,7	0,706	0,076	2,717	7490
98	27,0	2,625	0,335	3,207	28400
99	26,6	2,139	0,263	3,099	23030
100	26,4	1,695	0,192	2,845	18180
101	26,1	1,340	0,149	2,789	14320
102	26,0	1,168	0,124	2,671	12460
103	25,8	0,863	0,089	2,596	9170
104	25,7	0,723	0,072	2,500	7680
105	25,6	0,476	0,045	2,375	5040
106	25,5	0,377	0,032	2,163	3988

Tabla XI (continuación): Resultados experimentales. Silicona

47V10. Contorno rectangular.

los siguientes a la segunda serie. Entre ambas, el sistema se ha desmontado y se ha vuelto a montar, lo cual hace que no se hayan efectuado en condiciones absolutamente idénticas. No obstante, las discrepancias entre una y otra son suficientemente pequeñas como para que podamos asegurar la repetitividad de las medidas realizadas con nuestro aparato.

La corrección a que se hace referencia en 4^b no es posible hacerla en este caso de la misma forma que anteriormente, ya que la curva que representa el flujo de calor frente a la diferencia de temperatura no debe pasar por el origen, ya que carecemos de medidas en la región subcrítica. Sin embargo, dicha curva sí debe pasar por el punto $(\Delta T_c, 0_c)$. Por esta razón, en este caso, se ha procedido como sigue:

Se han ajustado rectas, por separado, a los valores más bajos del flujo de calor correspondientes a las dos series de medidas, y se ha calculado qué corrección, ΔQ , habría que introducir en todos los valores del flujo de calor para que ambas rectas pasen por el punto crítico. Los valores obtenidos para estas correcciones son los siguientes:

Primera serie: $Q = 0,006 \text{ W}$

Segunda serie: $Q = 0,004 \text{ W}$

Los valores del flujo de calor que aparecen en la tabla XI se presentan ya con estas correcciones.

e) Influencia de la longitud de onda sobre el flujo de calor

El flujo de calor a través del líquido se ha representado frente a la diferencia de temperatura entre las placas en la figura 32, donde también puede observarse la no linealidad que existe, especialmente para valores alejados del punto crítico.

Otro hecho que se desprende de la observación de esta gráfica es el distinto comportamiento que tienen los puntos correspondientes a las distintas longitudes de onda, viéndose cómo los correspondientes a la estructura convectiva con diez rollos se encuentran situados por encima de los de nueve y ocho rollos.

Para valores elevados del número de Rayleigh hemos observado que el líquido presenta estructura convectiva tridimensional. En la figura 33 se presenta una fotografía que corresponde a la imagen que se obtiene al atravesar la muestra un haz de rayos paralelos a la pared lateral más larga. En ella puede observarse la existencia de rollos cuyo eje de simetría es perpendicular a los anteriormente estudiados, por lo que, en estas circunstancias, el movimiento convectivo corresponde a lo esquematizado en la figura 34

La aparición de estos rollos perpendiculares se realiza para un número de Rayleigh que, según previsiones realizadas mediante cálculo numérico debe situarse como máximo en el valor 22600 (16).

El flujo de calor convectivo debe presentar algún cambio de comportamiento en esta transición bimodal, ya que la distribución de velocidades en el líquido se modifica sustancialmente. Sin embargo, como el cambio fundamental que tiene lugar es que



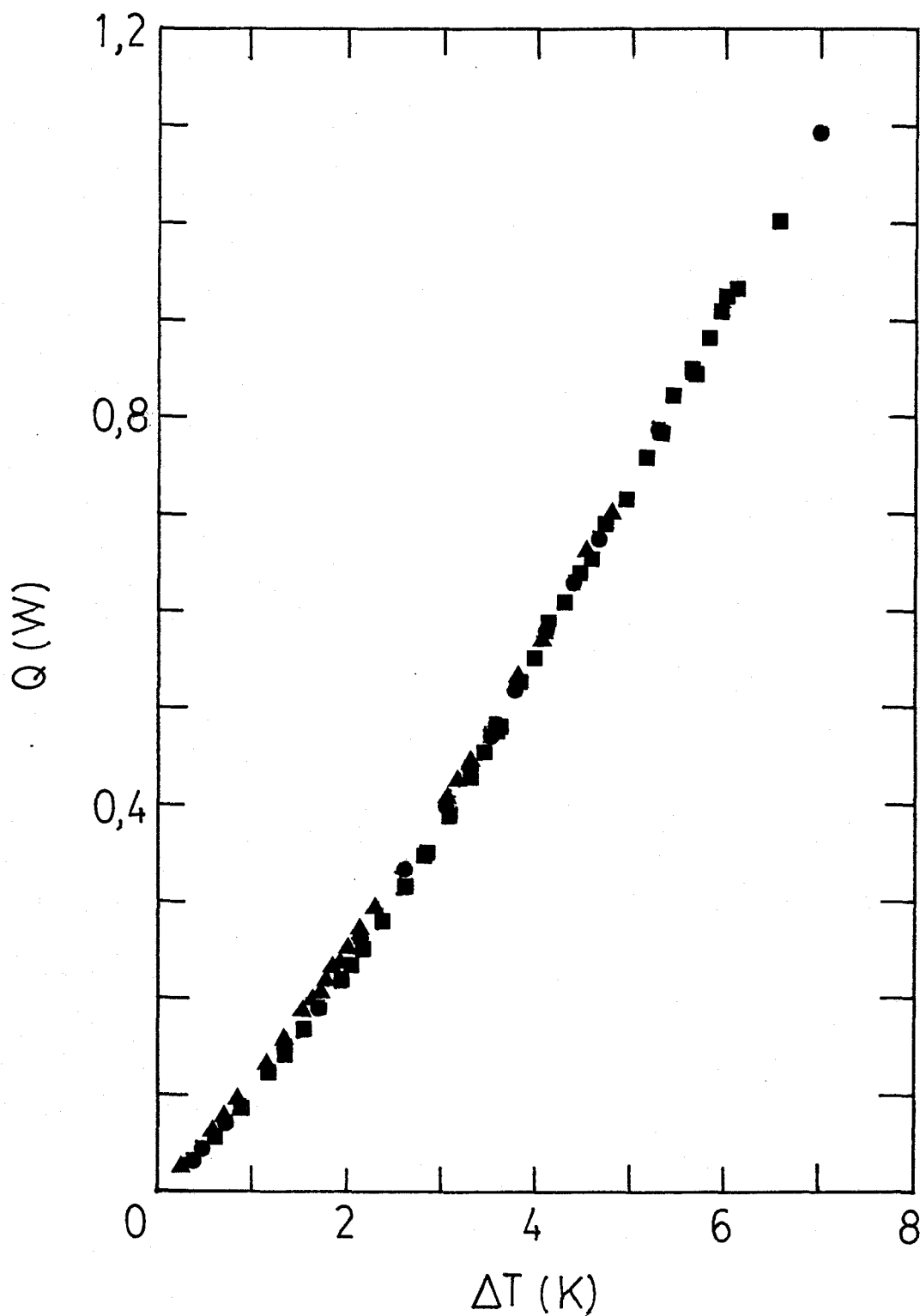


Figura 32: Flujo de calor frente a diferencia de temperatura, para una muestra de aceite de silicona 47V10 con cotorno rectangular. ■ (a=2,50); ● (a=2,82); ▲ (a=3,12)

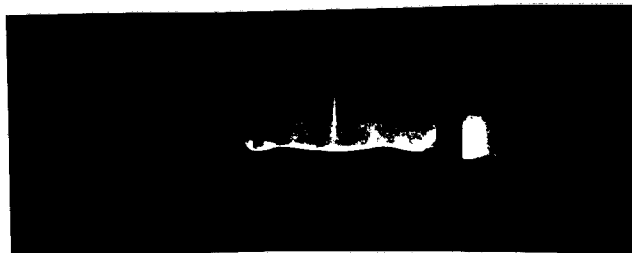


Figura 33: Imagen obtenida al atravesar la muestra un haz de rayos luminosos paralelos a la pared lateral más corta.

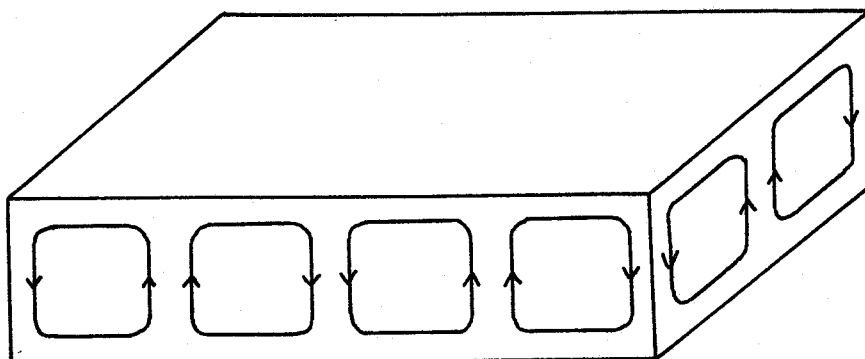


Figura 34: Esquema del movimiento convectivo tridimensional.

la tercera componente de la velocidad (según un eje horizontal) deja de ser nula y el flujo de calor convectivo depende sólo de la distribución de temperatura y de la componente vertical de la velocidad, cabe esperar que dicho flujo de calor experimente un cambio pequeño al pasar del régimen convectivo bidimensional al tridimensional.

Hemos supuesto que una expresión analítica que dé cuenta de los resultados experimentales obtenidos debe ser distinta an-

tes que después de la aparición del movimiento tridimensional. Para la obtención de tal expresión analítica hemos estudiado la dependencia que presenta el número adimensional $(Nu - 1)$ con la variable ξ definida por

$$\xi = \frac{R - R_c}{R_c} \quad \{44\}$$

Así, hemos representado en escala logarítmica ambas variables, separadamente para las distintas longitudes de onda (figuras 35 a 37) y, estableciendo como hipótesis un comportamiento lineal, hemos ajustado rectas distintas a los puntos situados por debajo y por encima de la transición bimodal.

Dejando como parámetro el valor del número de Rayleigh a que ocurre la transición bimodal (R_{II}) hemos obtenido el valor de este parámetro para el cual los puntos experimentales presentan una desviación mínima respecto de la expresión analítica siguiente:

$$\begin{aligned} Nu - 1 &= A \xi^B && \text{para } R < R_{II} \\ Nu - 1 &= C \xi^D && \text{para } R > R_{II} \end{aligned} \quad \{45\}$$

Los valores de las constantes A, B, C, D y R_{II} obtenidos, para las distintas longitudes de onda, se han resumido en la tabla XII, junto con la desviación standard, s, que presentan los puntos experimentales respecto de la expresión analítica.

a	A	B	C	D	R_{II}	s
2,50	1,223	0,1567	0,7821	0,3549	18000	0,046
2,81	1,129	0,2272	0,9713	0,2942	17900	0,031
3,12	1,410	0,1563	1,1636	0,2413	18100	0,048

Tabla XII: constantes obtenidas al ajustar la ecuación {45}

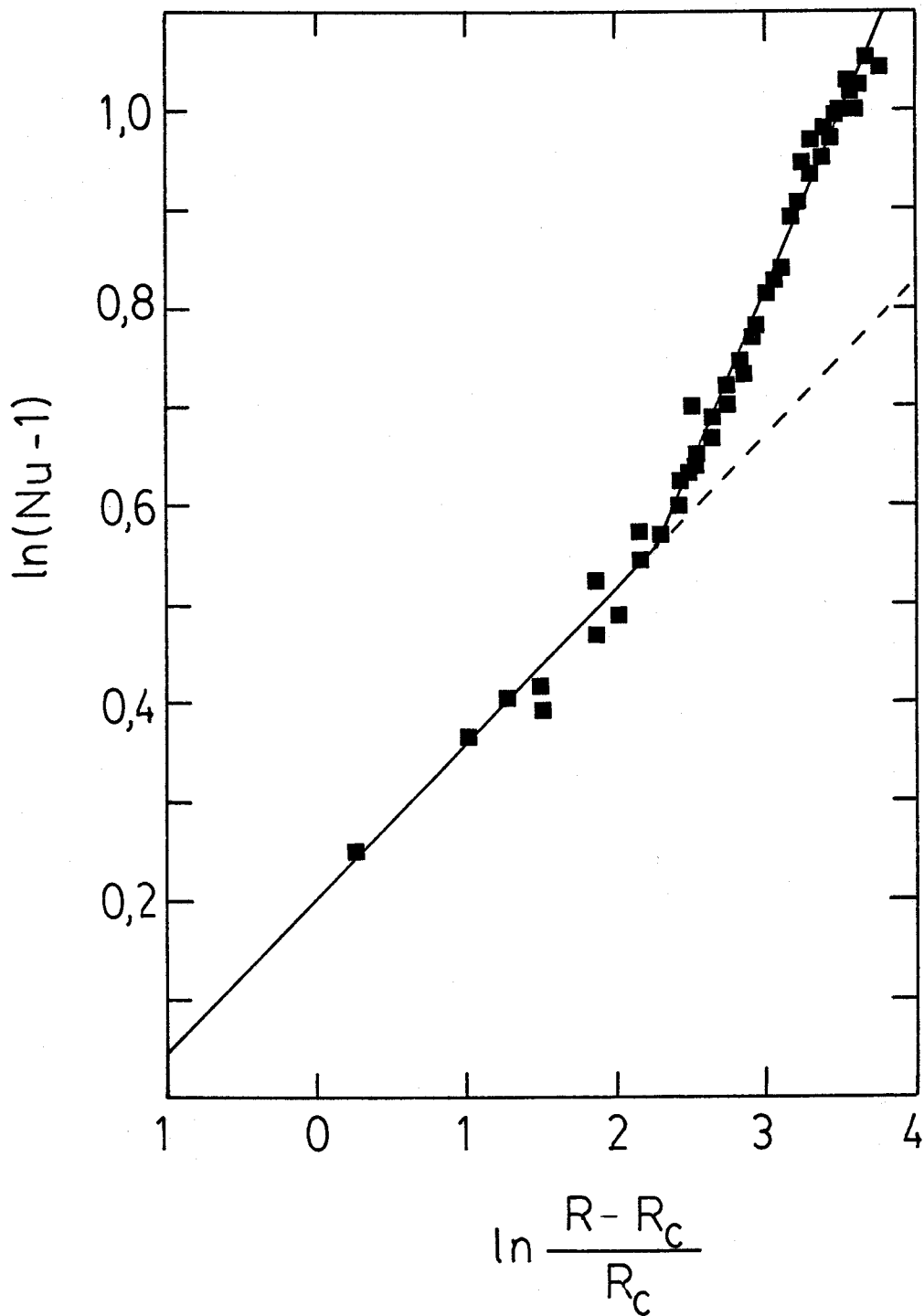


Figura 35: $\ln(\text{Nu} - 1)$ frente a $\ln\left(\frac{R - R_c}{R_c}\right)$. Número de ondas de la estructura: $a = 2,50$

das de la estructura: $a = 2,50$

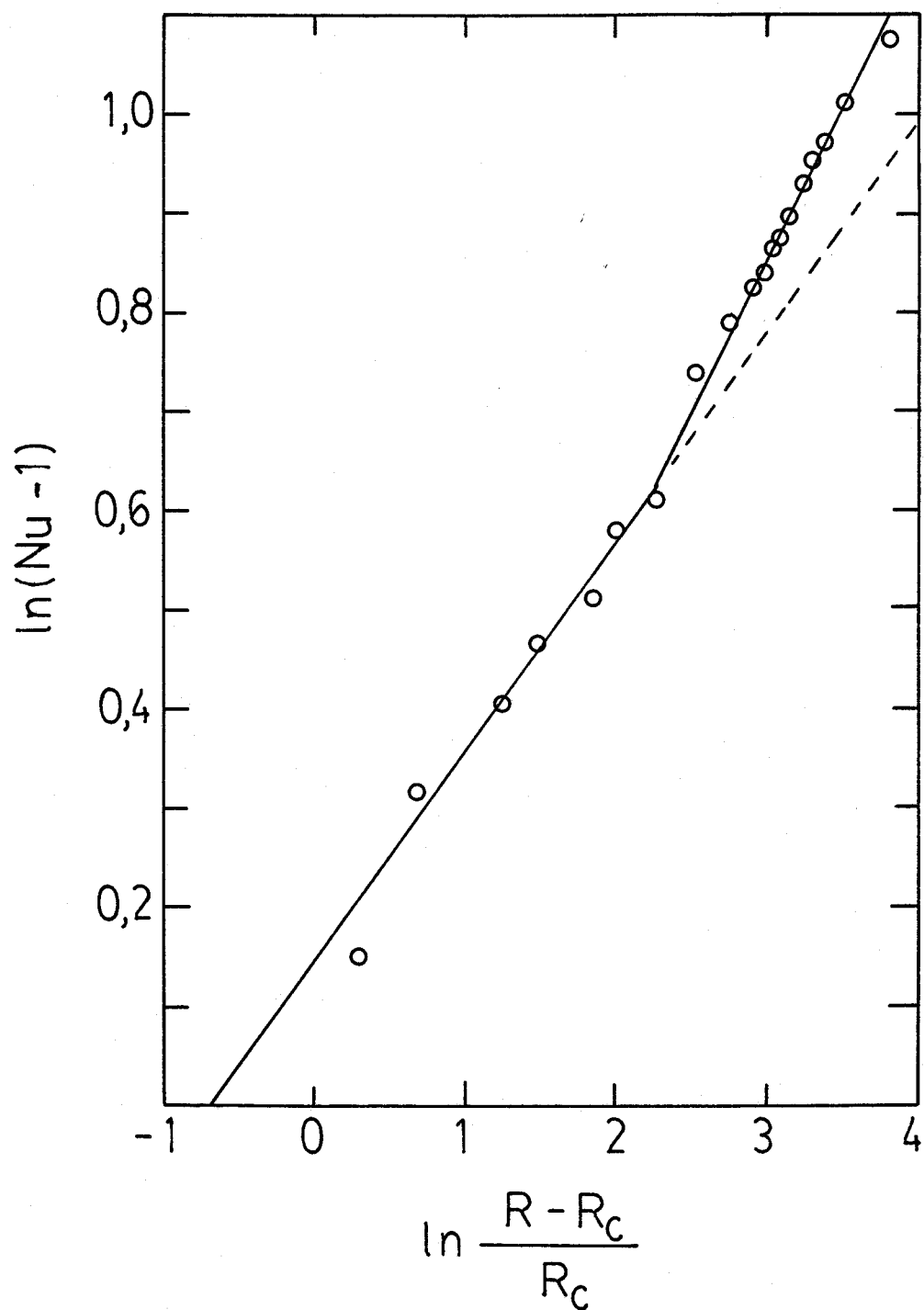


Figura 36: $\ln(\text{Nu} - 1)$ frente a $\ln\left(\frac{R - R_c}{R_c}\right)$. Número de ondas de la estructura: $a = 2,81$

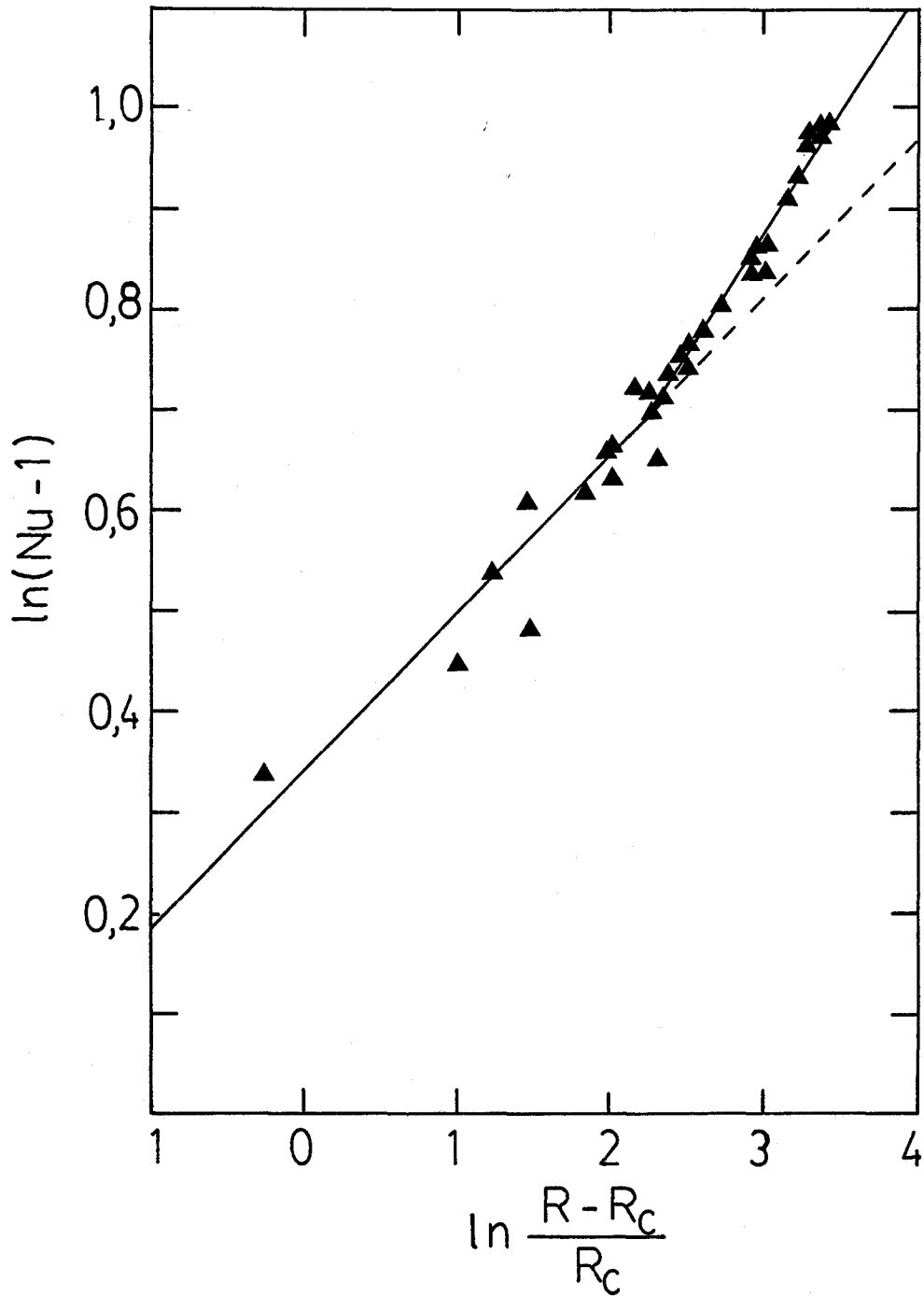


Figura 37: $\ln(\text{nu} - 1)$ frente a $\ln \left(\frac{R - R_c}{R_c} \right)$. Número de ondas de la estructura: $a = 3,12$

das de la estructura: $a = 3,12$

Los valores obtenidos de R_{II} , para distintas longitudes de onda, son prácticamente iguales, y algo menores que el valor máximo previsto por Busse (16). Este resultado no apoya la hipótesis apuntada por Bergé y Dubois (33) basándose en sus medidas de la velocidad del flujo, según la cual el valor R_{II} podría depender apreciablemente de la longitud de onda, así como exceder del previsto en el "balón" de Busse.

Por otra parte, el valor de R_{II} obtenido ($R_{II} \approx 10 R_c$) está próximo al correspondiente al primer modo impar lineal (8) y posiblemente este modo está restringido a un crecimiento a lo largo de la tercera dirección (11).

En la figura 38 hemos representado el número de Nusselt frente al de Rayleigh, para distintas longitudes de onda, junto con la función que se ajusta a cada una de ellas, de acuerdo con {45}. Para mayor claridad no se han representado en esta figura los puntos correspondientes al número de ondas intermedio (nueve rollos), haciéndolo, sin embargo, en la figura 39 donde puede comprobarse cómo se encuentran preferentemente en la región delimitada por las funciones que representan a las tras dos longitudes de onda.

Por último, en la figura 40 se ha dibujado el flujo de calor adimensional frente al número de Rayleigh, para los dos números de ondas $a = 3,12$ y $a = 2,50$. También aquí puede apreciarse cómo ambas líneas se separan, tendiendo de nuevo a reunirse para valores altos de R .

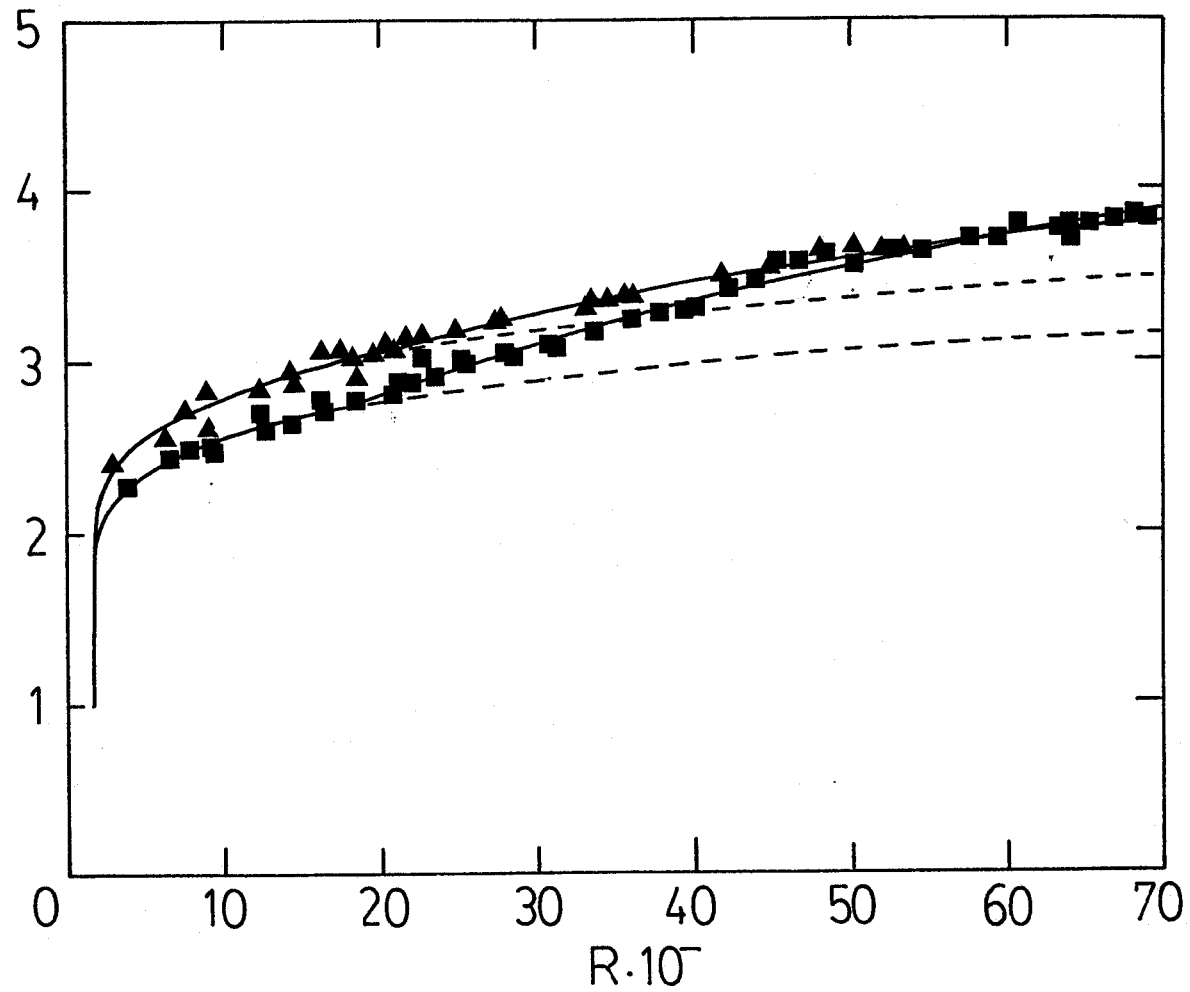


Figura 38: Número de Nusselt frente al número de Rayleigh

■ : a=2,50 ▲ : a=3,12

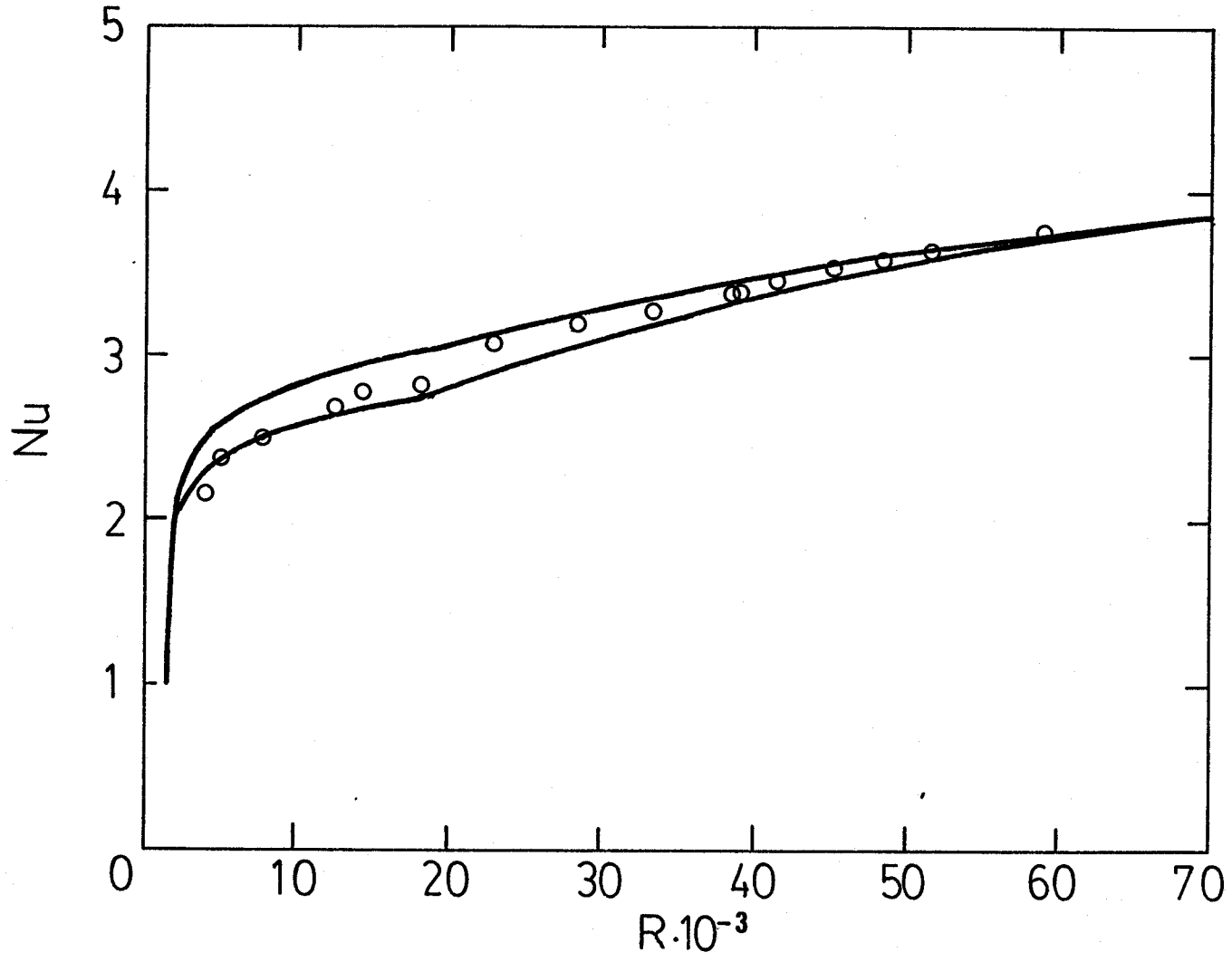


Figura 39: Número de Nusselt frente al número de Rayleigh. Los puntos corresponden a la estructura con nueve rollos. Las líneas de trazo continuo son las de mejor ajuste para ocho y diez rollos.

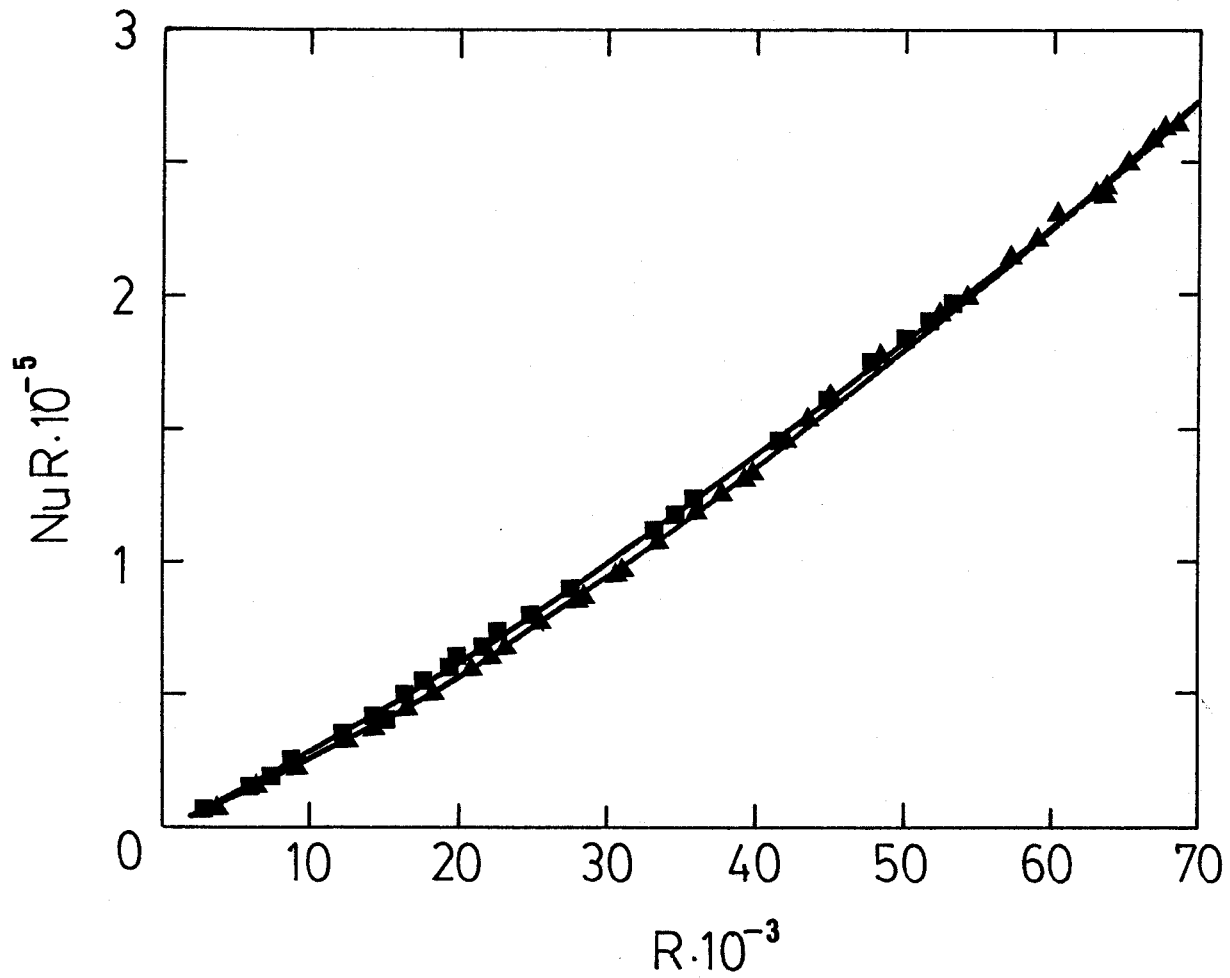


Figura 40: Flujo de calor adimensional frente al número de Rayleigh.

▲ : a=2,50

■ : a=3,12

8) CONCLUSIONES

8) CONCLUSIONES

- 1.- Se ha diseñado y construído un nuevo sistema experimental para medir la conductividad calorífica equivalente de un líquido en el problema de Bénard-Rayleigh. Este sistema permite medir simultáneamente el flujo de calor a través de la capa de líquido situado entre dos placas horizontales y la diferencia de temperatura entre las placas, así como visualizar las estructuras convectivas, lo que permite determinar su longitud de onda. La contribución original de este dispositivo es la introducción de un fluxímetro de calor que permite una medida directa del flujo de calor a través de la capa de líquido.

- 2.- Se ha estudiado el comportamiento de distintos aceites de silicona en un recinto de sección circular hasta $R \approx 2R_c$. El valor crítico R_c para el umbral convectivo ha sido determinado experimentalmente, estando de acuerdo con las previsiones teóricas. Por otra parte, cuando los resultados se representan en variables adimensionales, coinciden para los distintos líquidos.

- 3.- Se ha estudiado también el comportamiento de varios aceites de silicona, en recinto de sección rectangular, hasta $R \approx 70000$ y se ha analizado la influencia que la longitud de onda de la estructura convectiva tiene sobre la curva que representa el flujo de calor frente a la diferencia de temperatura, para $a=2,50$; $a=2,81$ y $a=3,12$. Se detecta una ligera dependencia del flujo de calor frente a la longitud de onda. De nuevo, esto coincide con las pre-

visiones teóricas, que señalan que para fluidos con alto número de Prandtl, como son los líquidos aquí utilizados, esta influencia debe ser pequeña.

4.- Se ha estudiado el comportamiento del flujo de calor en la zona de la transición bimodal. A diferencia de lo que ocurre en el umbral de la convección, no existe ahora un cambio brusco en la pendiente del flujo de calor para $R = R_{II}$, de acuerdo con lo observado por Koschmieder y Pallas (25). No obstante, la representación de Nu frente a R muestra que el crecimiento de Nu se acentúa a partir de $R \approx 18000$, lo cual puede interpretarse como el inicio del movimiento tridimensional. Se ha obtenido una expresión para ajustar los puntos experimentales de la representación $Nu-R$ y se ha hecho una estimación de R_{II} . Los valores de R_{II} para las distintas longitudes de onda están de acuerdo con lo previsto por la teoría, al ser inferiores al valor máximo previsto por Busse (16) para la transición bimodal

9) A P E N D I C E S

9) APENDICES1.-Medida de las propiedades físicas de los líquidos utilizadosa) Densidad y coeficiente de dilatación

La densidad y el coeficiente de dilatación son datos necesarios para la obtención del número de Rayleigh. La densidad es, además, imprescindible para la obtención de la viscosidad cinemática. Por ello, su determinación es una cuestión previa al análisis de los resultados que obtengamos con nuestro sistema experimental.

La medida de la densidad se ha efectuado mediante una balanza de Mohr-Westphal, que está dotada de cuatro réiteres, con los que puede determinarse la densidad con un máximo de cuatro cifras significativas.

La exactitud de la balanza se ha comprobado realizando previamente algunas medidas con agua destilada.

La muestra de líquido, unos 20 cm³, se deposita en una probeta que, a su vez, se sumerge en un baño termostático, con objeto de poder controlar la temperatura del líquido mientras se efectúa la medida.

Los valores obtenidos de la densidad, ρ , de los distintos líquidos a varias temperaturas se encuentran recogidos en la tabla XIII.

Para la obtención del coeficiente de dilatación nos valemos de la ecuación siguiente:

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta t} \quad \{46\}$$

<u>Silicona 47V10</u>	
$t(^{\circ}\text{C})$	$\rho (\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$
24,1	0,928
27,2	0,926
30,1	0,923
33,1	0,921
36,1	0,918
39,1	0,915
42,1	0,913
45,1	0,910
48,1	0,908

<u>Silicona 47V50</u>	
$t(^{\circ}\text{C})$	$\rho (\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$
20,2	0,963
23,4	0,960
25,9	0,958
28,8	0,955
32,5	0,952
36,4	0,949
40,0	0,945
43,8	0,942
47,3	0,939
49,3	0,937

<u>Silicona 47V100</u>	
$t(^{\circ}\text{C})$	$\rho (\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$
25,0	0,964
35,0	0,955
44,8	0,947
50,0	0,943
45,5	0,947
40,5	0,951
34,5	0,956
29,5	0,961
25,5	0,964

<u>Silicona 47V350</u>	
$t(^{\circ}\text{C})$	$\rho (\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$
22,0	0,971
25,1	0,969
22,4	0,971
29,4	0,965
34,8	0,961
39,6	0,957
45,0	0,952
49,2	0,948

Tabla XIII: Variación de la densidad de los distintos líquidos con la temperatura.

donde ρ_0 es la densidad a 0°C y t la temperatura (en $^\circ\text{C}$). Esta ecuación también puede escribirse como

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} (1 + \beta t) \quad \{47\}$$

y el coeficiente de dilatación se deduce de la pendiente de la recta de mejor ajuste que se obtenga tomando como variables t y $1/\rho$.

La figura 41 representa los valores experimentales de la densidad frente a la temperatura para los distintos líquidos utilizados, junto con las curvas de mejor ajuste.

Los valores de ρ_0 y de β que se obtienen se encuentran relacionados en la tabla XIV, donde también se ha reflejado la desviación standard de los puntos experimentales.

El error con que se miden el coeficiente de dilatación y ρ_0 se ha obtenido mediante {23} y {24}. El error absoluto con que se obtenga la densidad, para una temperatura dada, usando la ecuación {46} se considera que está acotado por el valor correspondiente de s_ρ .

	ρ_0 (g.cm ⁻³)	β (K ⁻¹)	s_ρ (g.cm ⁻³)
47V10	0,950 ± 0,001	(9,66 ± 0,16).10 ⁻⁴	3,2.10 ⁻⁴
47V50	0,982 ± 0,001	(9,66 ± 0,09).10 ⁻⁴	2,4.10 ⁻⁴
47V100	0,987 ± 0,001	(9,27 ± 0,16).10 ⁻⁴	3,7.10 ⁻⁴
47V350	0,991 ± 0,001	(9,06 ± 0,15).10 ⁻⁴	3,8.10 ⁻⁴

Tabla XIV: Valores obtenidos para las constantes de la ecuación {46}

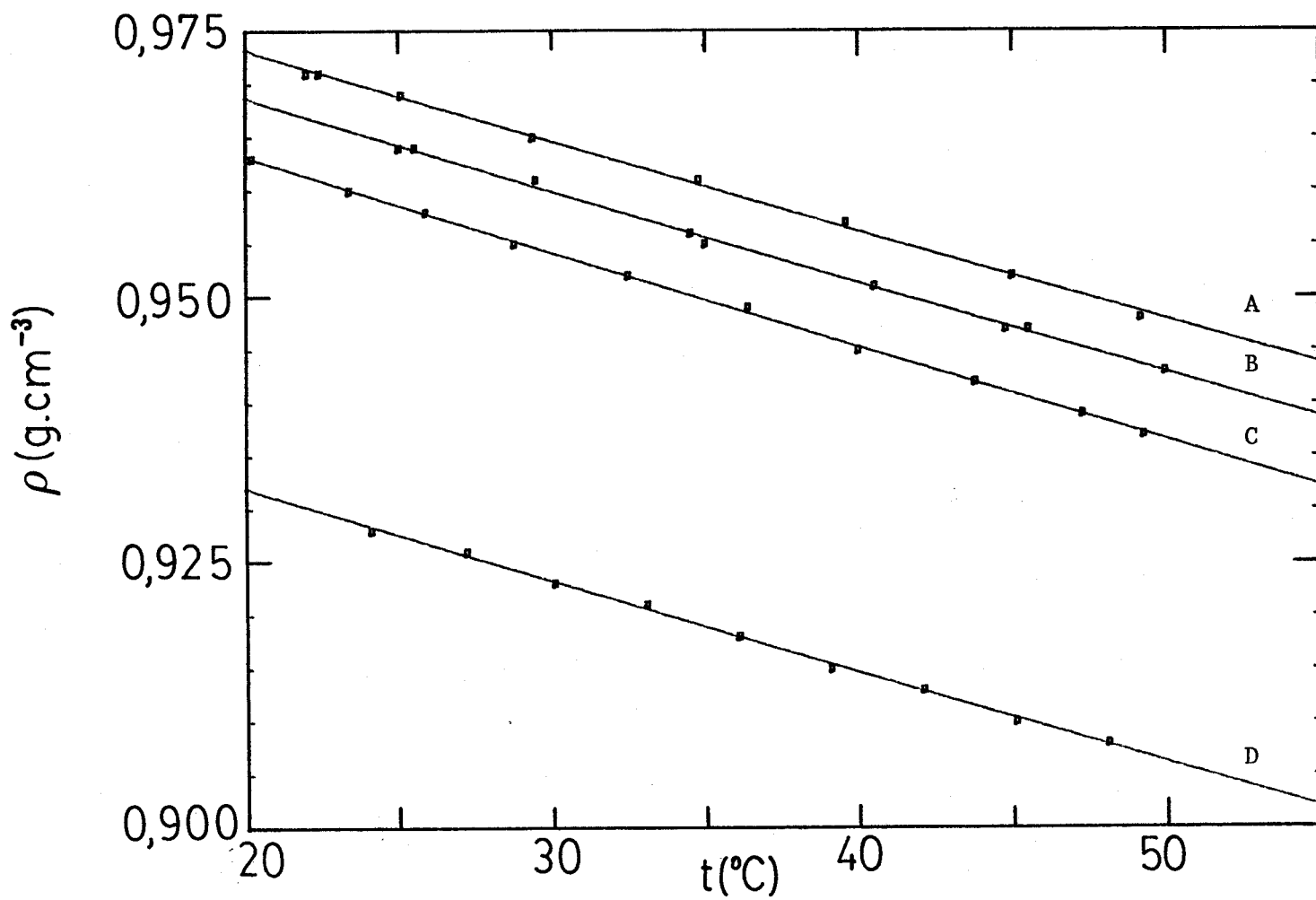


Figura 41: Variación de la densidad con la temperatura para los distintos aceites de silicona:

A) 47V350; B) 47V100; C) 47V50; D) 47V10.

b) Viscosidad

La viscosidad de los fluidos utilizados se ha medido mediante un viscosímetro de caída de bola, de la casa Haake, modelo 1E, equipado para medir viscosidades entre 20 y 85000 cPoise.

El funcionamiento del aparato se basa en la ley de Stokes, según la cual la fuerza de rozamiento viscoso que actúa sobre una esfera sólida que se mueve en el seno de un fluido es proporcional a la velocidad:

$$F_r = 6 \pi \eta v r \quad \{48\}$$

Así, el coeficiente de viscosidad puede calcularse si se mide el tiempo que tarda en caer la esfera entre dos marcas fijas situadas en un tubo lleno con el líquido problema, siempre que el movimiento entre ambas marcas sea uniforme.

El aparato está calibrado, de forma que se obtiene directamente la viscosidad, conocido el tiempo de caída y las densidades del líquido y de la esfera, según

$$\eta = K (\rho_1 - \rho_2) t \quad \{49\}$$

donde K es una constante característica de la bola utilizada, ρ_1 es su densidad, ρ_2 la densidad del líquido y t el tiempo de caída.

El tubo donde se encuentra el líquido está rodeado por otro tubo de mayor diámetro por el que se hace circular agua procedente de un baño termostático. Esto permite la determinación de la viscosidad a distintas temperaturas.

En la tabla XV se muestran los valores obtenidos para la viscosidad de los distintos aceites de silicona utilizados. Se han tabulado, asimismo, los valores correspondientes de la vis-

<u>Silicona 47V10</u>			
T(K)	t(s)	η (cP)	γ (S)
297,1	130,6	9,44	0,1017
300,2	123,3	8,92	0,0963
303,1	116,7	8,47	0,0918
306,1	111,5	8,10	0,0879
309,1	105,5	7,68	0,0837
312,1	100,4	7,33	0,0801
315,1	95,5	6,98	0,0765
318,1	91,4	6,70	0,0736
321,1	86,6	6,35	0,0699

$\rho_1 = 2,223 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$
 $K = 0,0558 \text{ cm}^2\cdot\text{s}^{-2}$

<u>Silicona 47V50</u>			
T(K)	t(s)	η (cP)	γ (S)
296,4	96,6	55,2	0,575
299,1	91,7	52,5	0,548
302,6	86,6	49,6	0,519
305,1	82,1	47,0	0,494
308,0	78,1	44,7	0,471
311,0	73,9	42,3	0,447
314,1	70,1	40,2	0,426
317,0	66,4	38,1	0,404
322,1	61,0	35,0	0,373

$\rho_1 = 8,144 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$
 $K = 0,0796 \text{ cm}^2\cdot\text{s}^{-2}$

<u>Silicona 47V100</u>			
T(K)	t(s)	η (cP)	γ (S)
298,3	157,6	90,1	0,934
302,5	144,9	82,9	0,863
307,5	132,4	75,8	0,792
313,4	118,6	67,9	0,714
318,5	108,9	62,4	0,659
323,0	100,4	57,6	0,610

$\rho_1 = 8,144 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$
 $K = 0,0796 \text{ cm}^2\cdot\text{s}^{-2}$

<u>Silicona 47V350</u>			
T(K)	t(s)	η (cP)	γ (S)
295,0	77,1	323	3,33
295,3	76,6	321	3,31
298,0	72,6	305	3,14
302,3	66,4	279	2,89
307,8	60,0	252	2,62
312,5	54,6	229	2,40
315,0	49,7	209	2,19
322,2	46,2	194	2,05

$\rho_1 = 9,138 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$
 $K = 0,585 \text{ cm}^2\cdot\text{s}^{-2}$

Tabla XV: Variación de la viscosidad con la temperatura.

cosidad cinemática, ν .

En la figura 42 está representada la dependencia con la temperatura de la viscosidad cinemática de los distintos líquidos. A los valores experimentales se ha ajustado, por el método de los mínimos cuadrados, una expresión del tipo

$$\nu = A e^{\frac{B}{T}} \quad \{48\}$$

en la que T es la temperatura Kelvin. Esta ecuación corresponde a las líneas continuas representadas en la figura.

Los valores de las constantes A y B, así como las desviaciones standard, s_ν , para los distintos líquidos, se encuentran reflejados en la tabla XVI.

	A.10 ⁵	B	s_ν
47V10	72,53	1468,0	0,00021
47V50	252,8	1609,5	0,0014
47V100	366,0	1653,1	0,0016
47V350	1036,0	1702,7	0,0017

Tabla XVI: Valores obtenidos de las constantes de la ecuación 48 para los distintos líquidos utilizados.

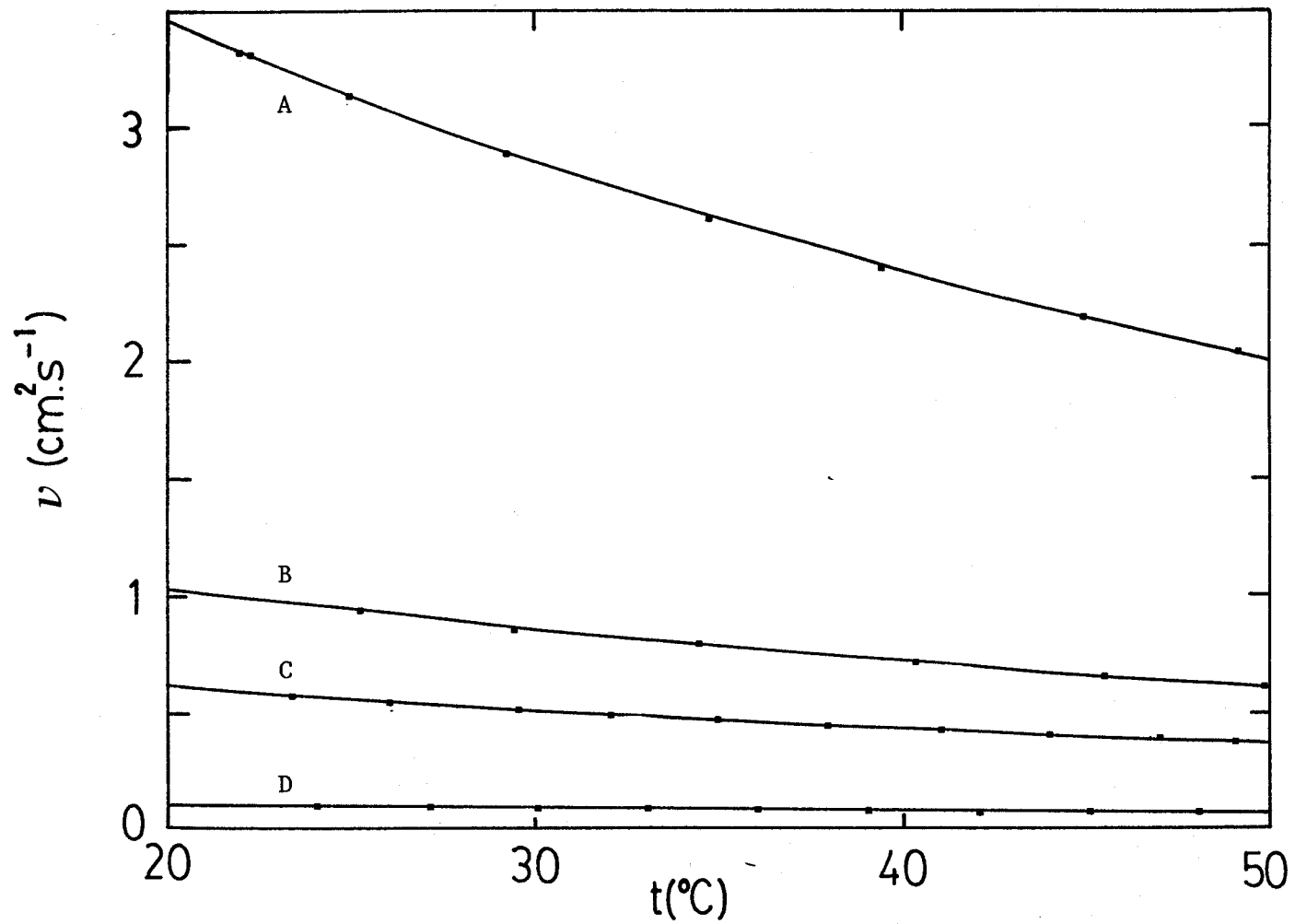


Figura 42: Variación de la viscosidad cinemática con la temperatura para los distintos aceites de silicona: A) 47V350; B) 47V100; C) 47V50; D) 47V10.

c) Calor específico

El calor específico de los líquidos se ha medido con un microcalorímetro Calvet (41) de doble célula, en montaje diferencial. Para ello se ha construido especialmente una célula, cuyo esquema aparece en la figura 43, en la que se dispone el líquido

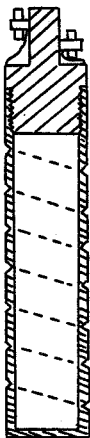


Figura 43: célula para la medida del calor específico

problema. La célula consiste en un tubo de aluminio cerrado por uno de sus extremos, de 65 mm de alto, 15 mm de diámetro exterior y 12 mm de diámetro interior, que se cierra con un tapón de plástico que va rosado en su parte superior.

A todo lo largo de la célula existe una hendidura helicoidal en la cual se ha incrustado una resistencia de hilo de manganina, de $93,0 \Omega$, cuyos extremos se fijan por unos tornillos al tapón de plástico. A estos mismos tornillos se fijan mediante unas tuercas dos hilos de cobre que sirven para conectar la resistencia al circuito de alimentación.

La célula descrita se introduce, a su vez, en la célula standard del calorímetro Calvet, que es un tubo de acero inoxidable de 15 mm de diámetro interior, 17 mm de diámetro exterior y 81 mm de altura, que también va cerrado por uno de sus extremos y que por el otro se rosca a un largo tubo de plástico (50 cm), que sirve para introducir la célula en el recinto interno del calorímetro.

El principio de funcionamiento de este calorímetro es se-

mejante al de nuestro fluxímetro de calor: entre el recinto interno (donde va introducida la célula con el líquido) y el externo (un gran bloque de aluminio que se mantiene a temperatura constante) se sitúa una termopila, cuya respuesta es proporcional al flujo de calor que pasa desde el recinto interno al bloque a través de los hilos de los termopares, según la ecuación

$$Q = K \varepsilon \quad \{49\}$$

donde Q es el flujo de calor y ε la f.e.m. de la termopila.

El valor de la constante K se puede determinar fácilmente disipando una potencia constante en la resistencia calefactora que hay enrollada alrededor de la célula. En tal caso, la respuesta del calorímetro se estabiliza al cabo del tiempo, como se muestra en la figura 44.

Llamando Δ a esta respuesta constante, la sensibilidad, K , del calorímetro resulta ser

$$K = \frac{Q}{\Delta} = 19,46 \pm 0,01 \text{ W.V}^{-1}$$

El calor, H , que atraviesa los termopares en el tiempo que transcurre entre dos instantes t_1 y t_2 es

$$H = \int_{t_1}^{t_2} Q \, dt = \int_{t_1}^{t_2} K \varepsilon \, dt = K S \quad \{50\}$$

donde se ha llamado S al área del termograma que se obtiene al medir ε a lo largo del tiempo.

En la medida del calor específico se ha procedido como sigue:

1.º- Se ha mantenido una intensidad constante circulando por la resistencia calefactora durante el tiempo necesario hasta que se alcanzó el régimen estacionario. En estas condicio-

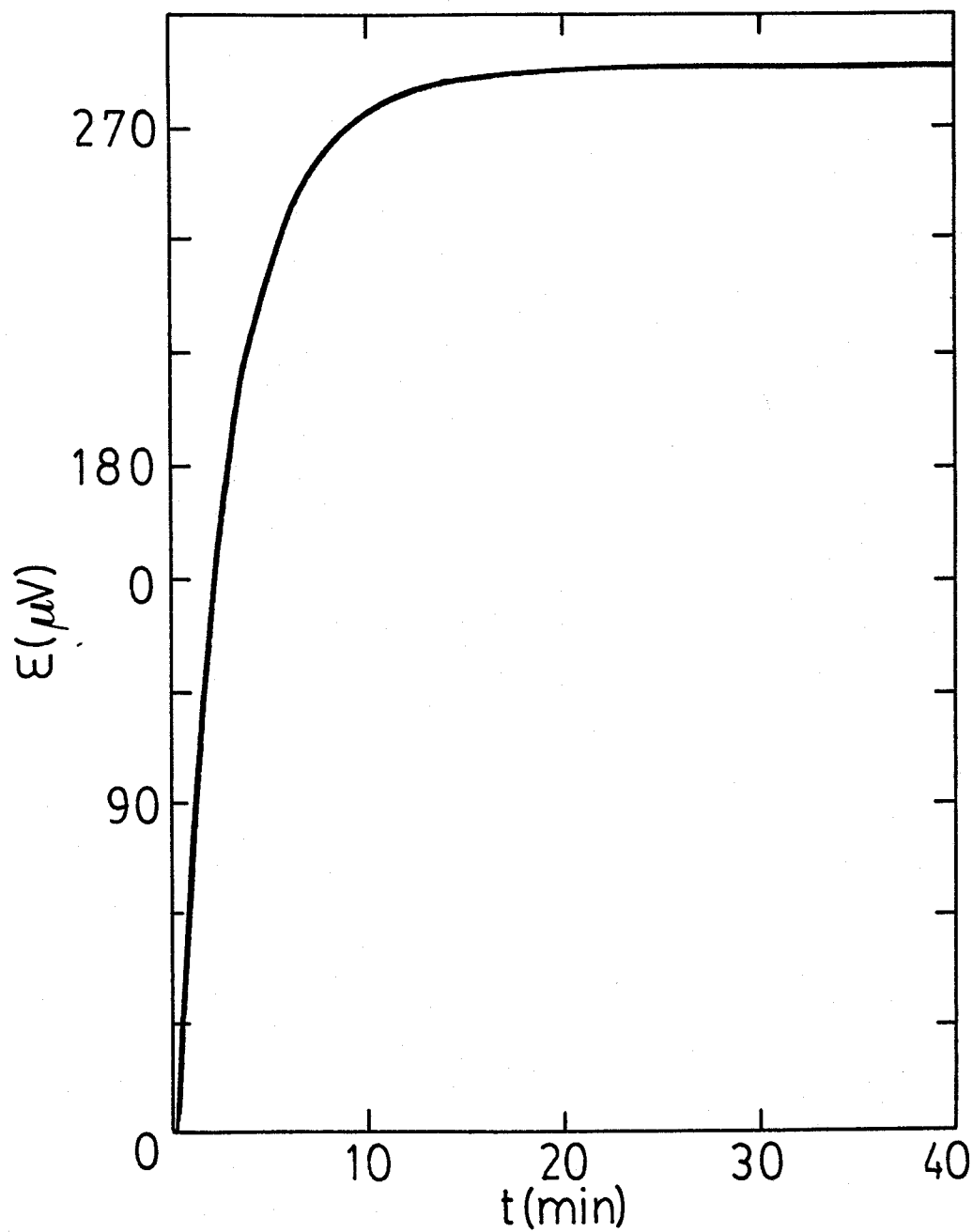


Figura 44: Respuesta del calorímetro Calvet cuando en la célula se disipa una potencia constante.

nes se ha medido la respuesta constante del calorímetro, Δ .

El recinto interno del calorímetro habrá alcanzado una temperatura, T , algo superior a la del recinto externo, T_0 . El incremento, $T - T_0$, es, de acuerdo con la ley de Seebeck, proporcional a Δ :

$$T - T_0 = K' \Delta \quad \{51\}$$

2º.- Se ha cortado la corriente y, simultáneamente, se ha empezado a medir, cada segundo, la respuesta del calorímetro, durante un tiempo de ochenta minutos. Como se observa en la figura 45, en este tiempo la vuelta al cero se alcanza suficientemente.

Con los datos medidos cada segundo se va realizando la integración numérica del termograma hasta conseguir el valor de S

$$(S = \int_0^{\infty} \varepsilon dt).$$

El calor, H , que sale del recinto interno del calorímetro puede relacionarse con la capacidad calorífica del mismo y con el incremento de temperatura:

$$H = (m c + C)(T - T_0) \quad \{52\}$$

donde m es la masa del líquido contenido en la célula, c su calor específico y C la capacidad calorífica del recinto interno y de la célula.

Teniendo en cuenta {50} y {51}, podemos poner:

$$K S = (m c + C) K' \Delta$$

$$\text{o bien} \quad m c + C = \frac{K}{K'} \frac{S}{\Delta} \quad \{53\}$$

Las constantes C y K/K' pueden determinarse haciendo experiencias sin líquido y con un líquido de calor específico conocido: el agua. En el primer caso es

$$C = \frac{K}{K'} \left(\frac{S}{\Delta} \right)_0 \quad \{54\}$$

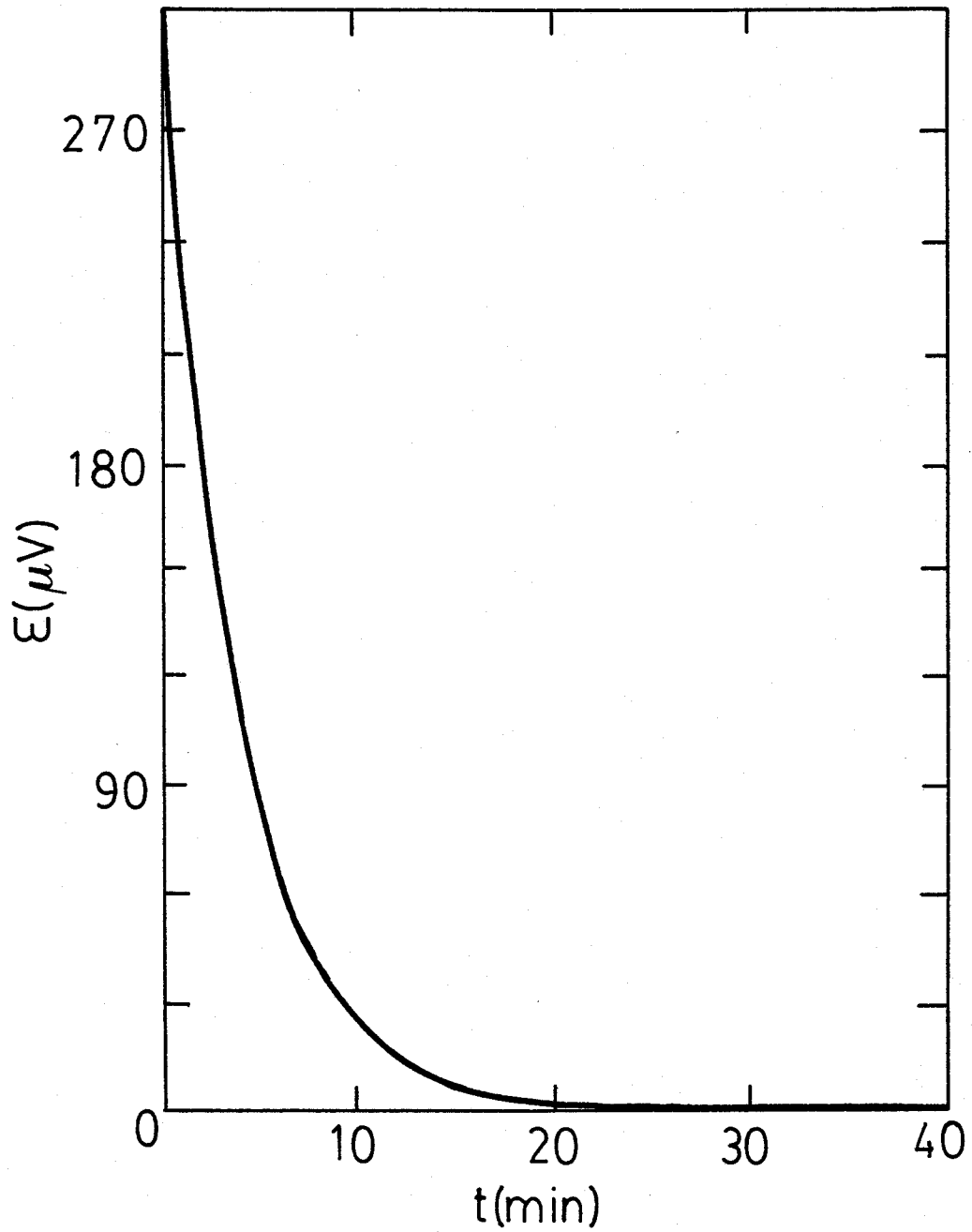


Figura 45: Termograma obtenido al cortar la corriente de la resistencia calefactora.

y, en el segundo, poniendo m_1 gramos de agua, cuyo calor específico a la temperatura de trabajo (25°C) es $c_1=0,9983 \text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\text{K}^{-1}$;

$$m_1 c_1 + C = \frac{K}{K'} \left(\frac{S}{\Delta} \right)_1 \quad \{55\}$$

Dividiendo la ecuación {54} por la {55} resulta

$$\frac{C}{m_1 c_1 + C} = \frac{(S/\Delta)_0}{(S/\Delta)_1} \quad \{56\}$$

donde se puede despejar C:

$$C = \frac{m_1 c_1}{\frac{(S/\Delta)_1}{(S/\Delta)_0} - 1} \quad \{57\}$$

Una vez conocido C se introduce en la célula el líquido problema, pudiéndose establecer una ecuación semejante a la {55}:

$$m c + C = \frac{K}{K'} \left(\frac{S}{\Delta} \right) \quad \{58\}$$

donde m es la masa de líquido y c su calor específico.

De las ecuaciones {58} y {54} se obtiene

$$c = \frac{C}{m} \left[\frac{(S/\Delta)}{(S/\Delta)_0} - 1 \right] \quad \{59\}$$

En la tabla XVII se muestran los valores experimentales obtenidos en las experiencias realizadas en vacío; en la XVIII los obtenidos con agua y en la XIX los correspondientes a los distintos líquidos. Con estos datos se obtienen, aplicando las ecuaciones {57} y {59}, los calores específicos de los líquidos, los cuales están reflejados en la tabla XX. La capacidad calorífica del recinto interno del calorímetro y de la célula, calculada mediante {57} es

$$C = 10,6 \pm 0,1 \text{ cal}\cdot\text{K}^{-1}$$

$Q(\text{mW})$	$\Delta (\mu\text{V})$	$S(\mu\text{V}\cdot\text{s})$	$K(\text{W}\cdot\text{V}^{-1})$	$S/\Delta (\text{s})$
4,753	244,1	38289	19,48	156,92
4,736	243,3	38172	19,49	157,09
4,742	244,6	38247	19,43	156,36
5,165	265,3	41607	19,49	156,83
5,168	265,5	41628	19,50	156,79

Tabla XVII: Medida del calor específico. Resultados de las experiencias realizadas en vacío.

$m_1(\text{g})$	$Q(\text{mW})$	$\Delta (\mu\text{V})$	$S(\mu\text{V}\cdot\text{s})$	$K(\text{W}\cdot\text{V}^{-1})$	$S/\Delta (\text{s})$
5,5353	4,750	244,1	58017	19,46	237,7
5,5353	4,733	243,3	57693	19,45	237,1
5,5353	4,753	244,2	58032	19,46	237,6
5,5917	4,743	244,1	59067	19,42	242,0
5,5917	4,745	243,7	58533	19,43	240,1
5,5917	4,747	243,8	58530	19,48	240,1
5,6323	5,637	275,9	65976	20,43	239,1
5,6323	5,378	276,4	66219	19,46	239,6
5,6323	5,341	274,5	65502	19,46	238,6

Tabla XVIII: Medida del calor específico. Resultados de las experiencias realizadas con agua.

Líquido	m(g)	Q(mW)	Δ (μ V)	S(μ V.s)	K(W.V ⁻¹)	S/ Δ (s)
47V10	5,1352	5,359	275,3	51213	19,47	186,0
47V10	5,1352	5,369	275,8	51327	19,47	186,1
47V50	5,4520	4,743	243,7	45969	19,46	188,6
47V50	5,4520	4,746	243,9	46026	19,46	188,7
47V100	5,3690	4,745	243,8	45687	19,46	187,4
47V100	5,3690	4,748	243,9	45612	19,47	187,0
47V100	5,3690	4,740	243,4	45762	19,47	188,0
47V350	5,4249	4,746	244,1	46053	19,44	188,7
47V350	5,4249	4,746	244,0	45996	19,45	188,5

Tabla XIX: Medida del calor específico. Resultados de las medidas efectuadas con los distintos aceites de silicona

Líquido	c (cal. g ⁻¹ . °C ⁻¹)
47V10	0,385 ± 0,003
47V50	0,395 ± 0,003
47V100	0,387 ± 0,003
47V350	0,397 ± 0,003

Tabla XX: Calores específicos obtenidos para los distintos líquidos.

d) Conductividad calorífica

La medida de la conductividad calorífica de los tres líquidos 47V50, 47V100 y 47V350 se ha realizado utilizando el fluxímetro de calor. Sin embargo, el 47V10, dada su baja viscosidad, alcanza el régimen convectivo cuando la diferencia de temperatura entre las placas superior e inferior es muy pequeña, lo que impide una observación precisa de su comportamiento antes de la aparición de la convección.

Para eliminar esta dificultad, se ha elegido el método de Lees, que permite aplicar al líquido grandes diferencias de temperatura sin que en ningún momento aparezca la convección, ya que el calentamiento se efectúa siempre por la parte superior. (42) Un esquema del aparato montado a tal efecto se muestra en la figura 46 y consta de los siguientes elementos:

- I, S y C son tres discos de cobre de 3 cm de radio y espesores 0,369; 0,373 y 0,356 cm, respectivamente. En los tres se ha practicado lateralmente un orificio de 1 mm de diámetro y 2 cm de profundidad. El disco C, en la cara inferior está incrustada una resistencia eléctrica. De esta resistencia parten cuatro hilos de cobre, dos para la fuente de alimentación y dos para la medida de la diferencia de potencial entre sus extremos.

- T_I , T_S y T_C son las soldaduras de tres termopares de crómel-alúmel que se sitúan en los orificios de los tres discos.

- M: muestra de líquido

- A: anillo de plástico que sirve para contener el líquido. Sus dimensiones son las siguientes: diámetro exterior 6,010 cm; diámetro interior 5,094 cm; espesor 1,094 cm.

-B: recipiente de paredes dobles, entre las cuales se hace circular agua procedente de un baño termostático. En su interior se encuentra suspendido, mediante tres anzuelos, el conjunto formado por los tres discos de cobre y la muestra de líquido.

Completan el sistema de medida una fuente de tensión que alimenta la resistencia del disco C y una resistencia calibrada y un voltímetro digital Keithley 179 que sirven para medir la potencia suministrada.

Las soldaduras de referencia de los termopares T_I , T_S y T_C se sitúan en una mezcla de hielo y agua, en el interior de un vaso Dewar. La respuesta de estos termopares se mide con un microvoltímetro Datrón 1051.

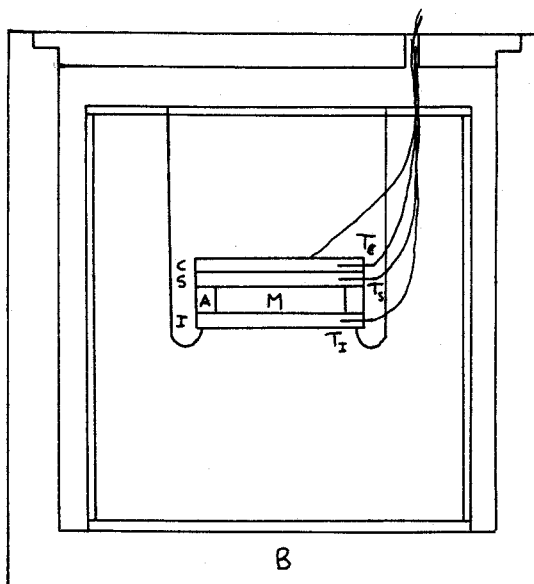


Figura 46: Dispositivo para la medida de conductividades caloríficas

El método de medida se basa, esencialmente, en la aplicación de la ley de Fourier a la muestra que se encuentra entre los discos I y S, y en la suposición de que todo el calor generado en la resistencia calefactora se transmite hacia la pared interior del recipiente B, proporcionalmente a la diferencia de temperatura entre este punto y los distintos elementos que se hallan suspendidos en su interior.

El método operativo seguido ha sido el siguiente:

1º.- Fijar un valor de la tensión aplicada en la resistencia calefactora.

2º.- Fijar la temperatura del agua circulante.

3º.- Esperar a que se alcance el régimen estacionario (unas 24 horas).

4º.- Medir la f.e.m. de los termopares, la temperatura del agua y la tensión entre los extremos de la resistencia de calefacción y de la resistencia calibrada.

Con los datos obtenidos se calcula la temperatura en los tres discos de cobre y la potencia disipada en la resistencia.

El calor perdido, en la unidad de tiempo, por cada disco, es proporcional a la diferencia de temperatura que exista entre éste y el recipiente exterior, y también a la superficie que tenga el disco en contacto con el aire. Así, el calor total perdido por unidad de tiempo lo podemos igualar a la potencia, Q, disipada en la resistencia:

$$Q = E \left[\pi r^2 \left\{ t_I + t_C + \frac{2}{r} \left\{ e_I t_I + e_M \left(\frac{t_I + t_S}{2} \right) + t_S e_S + t_C e_C \right\} \right\} \right] \quad \{60\}$$

donde E es la constante de proporcionalidad (coeficiente de conducción-convección); t_I , t_S y t_C son las respectivas diferencias

de temperatura entre los tres discos y el recipiente exterior; e_I , e_S , e_C y e_M son los espesores de los tres discos y de la muestra; r es el radio de los discos.

El calor perdido, por unidad de tiempo, por el disco inferior lo podemos igualar al calor transmitido hacia él a través del conjunto formado por la muestra de líquido y el contenedor de plástico. Así, llamando $\bar{\lambda}$ a la conductividad calorífica media de ambos, podemos escribir:

$$\bar{\lambda} \frac{t_S - t_I}{e_M} = E \left(t_I + \frac{2}{r} \left\{ (e_I + \frac{e_M}{4}) t_I + \frac{e_M}{4} t_S \right\} \right) \quad \{61\}$$

Entre las ecuaciones {60} y {61} se puede eliminar la constante de proporcionalidad E , obteniéndose:

$$\bar{\lambda} = Q \frac{\left(1 + \frac{2}{r} (e_I + \frac{e_M}{4}) \right) t_I + \frac{e_M}{2r} t_S}{\left(1 + \frac{2}{r} (e_I + \frac{e_M}{2}) \right) t_I + (1 + \frac{2}{r} e_C) t_C + \frac{2}{r} (e_S + \frac{e_M}{2}) t_S} \cdot \frac{e_M}{\pi r^2 (t_S - t_I)} \quad \{62\}$$

Con esta ecuación podríamos obtener directamente la conductividad calorífica a partir de las dimensiones geométricas y de los incrementos de temperatura de los discos. Sin embargo, una pequeña parte del calor perdido por el conjunto fluye a través de los termopares y a través de los hilos que van desde la resistencia calefactora hasta la fuente de alimentación y el voltímetro.

Por otra parte, la pérdida de calor en la pared lateral de la muestra no necesariamente habría de tener la misma constante de proporcionalidad que corresponde a los discos de cobre.

Estas posibles causas de error sistemático se eliminan en este método introduciendo una corrección en los espesores de los discos y de la muestra. Esta corrección se ha calculado efectuando una serie de medidas en las que se ha intercalado entre los discos I y S un disco de plástico, cuya superficie lateral es idéntica a la del anillo contenedor del líquido, y cuya conductividad calorífica conocemos por haberla determinado previamente.

La corrección que se introduce en el espesor de la muestra sólo hay que tenerla en cuenta en los términos que proceden del cálculo del calor perdido en la superficie lateral (que se encuentran en la primera fracción de {62}), y no en el que da cuenta del calor que fluye a través de la muestra (segunda fracción). Los valores obtenidos de estas correcciones son los siguientes:

$$\Delta e_S = \Delta e_I = 0,005 \text{ cm}$$

$$\Delta e_C = 0,008 \text{ cm}$$

$$\Delta e_M = 0,920 \text{ cm}$$

Una vez puesta la silicona 47V10 en el contenedor anular de plástico se ha obtenido para la conductividad media el valor

$$\bar{\lambda} = (1,512 \pm 0,018) \cdot 10^3 \text{ W.cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

donde se ha identificado el error absoluto con la desviación standard de los distintos valores obtenidos, respecto de su media aritmética.

La conductividad, λ , del líquido se obtiene mediante la ecuación que define la conductividad media:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda S_L + \lambda_p S_p}{S} \quad \{63\}$$

donde S , S_p y S_L son las superficies total, del anillo de plás-

tico y de la muestra líquida, respectivamente.

El valor obtenido para λ , despejado de la ecuación {63} es

$$\lambda = (1,32 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} \text{W.cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

2.- Principales programas utilizadosa) Toma de datos

```

0: wait 10000
1: dim A[160],
  B[50],B#[16],
  G#[2],J#[720,
  2],A#[3]
2: for I=1 to
  720:fti (0)→J#[
  I]next I
3: on err "Error
  " :time 1000
4: 0→r41:0→J;
  1→r42
5: wrt 722,"T2"
6: wrt 719,"P002
  E5ASR"
7: if M>1:wrt
  709,"31"
8: esb "J"
9: ato 7
10: end
11: "Error":
12: fxd 0
13: str(ern)→A#[
  1,3]
14: Z+1→Z;if
  Z=720:sta
15: "Error "+B#[
  1,6]:char(rom)→
  B#[7,7]:A#[2,
  3]→B#[8,9]:"en"
  →B#[10,12]
16: str(arl)→B#[
  13,16]
17: prt B#
18: if ern=44:
  r42+1→r42
19: on err "Erro
  r"
20: ret
21: "J":
22: if J=12:red
  722:M:red 722;
  M:ret
23: wrt 709,"04"
  :wrt 722,"R1":
  red 722,r77
24: if abs(r77)>
  .00003:red 722;
  r77:1→r87
25: J+1→J;if
  J=11:i→J
26: if J=1:esb
  "1"
27: if J=6:esb
  "6"
28: if J=2:wrt
  709,"07":wrt
  722,"F1R1":red
  722,M:red 722,M
29: if J=3:esb
  "3"
30: if J=4:wrt
  722,"F1R1":wrt
  709,"07":red
  722,M:red 722;
  M:ret
31: if J=5:esb
  "5"
32: if J=7:esb
  "7"
33: if J=8:esb
  "8"
34: if J=9:esb
  "9"
35: if J=10:wrt
  722,"F1R1":wrt
  709,"06":red
  722,M

```

```

36: if J=10 and
    r87=0:red 722,M
37: if J=10:0→r8
    7
38: if A=720
    and J=10:0→A:
    trk r41:rcf
    r42,J#:r42+1→r4
    2
39: ret
40: "1":
41: wrt 722,"F1R
    1";wrt 709,"06"
42: if E=1:0→r10
    1→r102→r103→r10
    4→r105→r106→r10
    7→r108→r109→r11
    0→0
43: 0→E
44: 0+i→0;if
    frc(0/6)=0:1→E
45: red 722,M:
    red 722,M:M-
    r77→M:M+r106→r1
    06
46: if E=1:fti
    (1e6r106/6)+J#[
    0+1]:r43→r106→r
    43
47: if P=2:ret
48: if E=0 or
    A=0 or frc(A/
    30)#0:ret
49: r43/30→M:
    0→r43;if abs(M)
    >.001:ret
50: if abs(B)>12
    and sen(B)=sen
    (M) and r44=1:
    jmp 5

```

```

51: B+5e4M→B;if
    abs(B)<12:0→r44
52: if abs(B)>12
    and r44=1:12.0
    01sen(B)+B:ret
53: if M>.0000000
    5:wrt 709,"18":
    wait abs(5e7M):
    wrt 709,"38"
54: if M<-.000000
    05:wrt 709,"19"
    ;wait abs(5e7M)
    ;wrt 709,"39"
55: if abs(B)>12
    ;1→r44
56: if r120=1:
    wrt 709,"1013"
57: ret
58: "7":
59: wrt 722,"F1R
    1";wrt 709,"07"
60: red 722,M:
    red 722,M:M-
    r77→M:M+r107→r1
    07
61: if E=1:fti
    (1e6r107/6)+J#[
    A+2]
62: ret
63: "5":
64: wrt 722,"F1R
    1";wrt 709,"05"
65: red 722,M:
    red 722,M:M-
    r77→M:M+r105→r1
    05
66: if E=1:fti
    (1e6r105/6)+J#[
    A+3]
67: ret

```

```

68: "6":
69: wrt 709, "01"
70: wrt 722, "F1R
4"
71: red 722, M;
red 722, V
72: ret
73: "3":
74: wrt 709, "03"
75: wrt 722, "F1R
3"; red 722, M
76: red 722, M;
obs(1e4VM/11.05
8)+V; if V>32767
;V/10+V; if V>32
767;V/10+V
77: V+r103+r103
78: if E=1;fti
(r103/6)+J#[A+
4]
79: ret
80: "8":
81: wrt 722, "F1R
1"
82: wrt 709, "08"
;red 722, M
83: red 722, M;M-
r77+M;M+r108+ri
08
84: if E=1;fti
(1e6r108/6)+J#[
A+5]
85: ret
86: "9":
87: wrt 709, "09"
;wrt 722, "F1R1"
88: red 722, M;
red 722, M;M-
r77+M;M+r109+ri
09
89: if E=1;fti
(1e6r109/6)+J#[
A+6];A+6+R
90: ret

```

b) Obtención de los números adimensionales

```

1: dim Y[40],
  X[40], G[10,11],
  S[10], W#[16]
2: dim A#[200;
  2], B#[200;2],
  C#[200;2], D#[20
  0;2], E#[200;2]
3: dim A[10,4],
  P[10]
4: fxd 0:ent
  "Pista":r0:prt
  "Pista":r0
5: ent "Primer
  registro":r1;
  prt "Registro":
  r1
6: fxd 2:ent
  "Temperatura
  critica":r20;
  prt "Tc":r20
7: "Temperatura
  media , G y
  gradiente de
  temperatura":
8: trk 0:ldf r1;
  E#
9: trk r0:ldf
  r1+0;A#
10: trk r0:ldf
  r1+4;B#
11: trk r0:ldf
  r1+2;C#
12: trk r0:ldf
  r1+1;D#
13: stp
14: ssb "Correcc
  ion"
15: 0+N
16: for I=1 to
  200
17: itf(A#[I])÷X
18: itf(B#[I])÷Y
19: itf(C#[I])÷Z
20: itf(D#[I])÷T
21: if itf(E#[I]
  )=100;0+X+Y+Z;
  1+T
22: if X#0 or
  Y#0 or Z#0 or
  T#0;N+1+N
23: next I
24: fxd 0:prt
  "N":N
25: for I=1 to N
26: itf(E#[I])÷r
  49
27: 1e-6itf(D#[I]
  )÷0
28: if I<81;.973
  (349.91*0-.0007
  931)+.0208+0
29: if I>80;.973
  (349.91*0-.0007
  931)+.01395+0
30: if itf(E#[I]
  )=100;0+0
31: 1e-6itf(A#[I]
  )÷X;1e-6itf(B#
  [I])÷Y;itf(C#[I]
  )÷Z
32: .037+17100X-
  260475X↑2+X
33: .063+17064Y-
  256926Y↑2+Y
34: -.01+.000234
  6Z+Z

```



```

35: 25+(X+Y)/2+T
36: 25+.2940+Z/
    2+V
37: if abs(T-
    V)>2;V+T
38: if itf(E#[I])
    )=100;0+X+Y+Z+T
    +V
39: fti (1000Z)+
    A#[I]
40: fti (100T)+B
    #[I]
41: if 100000>32
    000;0/10+0
42: fti (100000)
    +C#[I]
43: next I
44: trk r0;rcf
    r1+9;A#
45: trk r0;rcf
    r1+7;C#
46: trk r0;rcf
    r1+5;B#
47: stop
48: "0(1) Nu y
    Ra":
49: 9.66e-4+A[1];
    11;9.66e-4+A[1];
    21;9.27e-4+A[1];
    31;9.06e-4+A[1];
    41
50: .95+A[2;11];
    .982+A[2;21];
    .987+A[2;31];
    .991+A[2;41]
51: .385+A[3;11];
    .395+A[3;21];
    .387+A[3;31];
    .397+A[3;41]
52: 1.32e-3+A[4;
    11];1.731e-3+A[4;
    21];1.7e-3+A[4;
    31];1.75e-3+A[4;
    41]
53: 7.253e-4+A[5;
    11];2.5277e-
    3+A[5;21];3.66e-
    3+A[5;31];1.0300
    45e-2+A[5;41]
54: 1468.02+A[6;
    11];1609.47+A[6;
    21];1653.13+A[6;
    31];1702.7+A[6;
    41]
55: ent "10 50
    100 0 350";A
56: ent "Cilindr
    o=1 rectaneul
    o=2";B
57: ldf r1+5;A#
58: ldf r1+9;B#
59: ldf r1+7;C#
60: if B=1;.987+
    D;π(6.544/2)↑2+
    8
61: if B=2;.993+
    D;2.99*9.997+8
62: if A=10;1+A
63: if A=50;2+A
64: if A=100;3+A
65: if A=350;4+A
66: A[1;A]+P[1];
    A[2;A]+P[2];
    A[3;A]+P[3];
    A[4;A]+P[4];
    A[5;A]+P[5];
    A[6;A]+P[6]
67: if B=1;1.95e
    -3*(11.95*8.409
    -π(6.544/2)↑2)/
    .987+B

```

```

68: if B=2;1.95e
   -3(8.51*12.02-
   2.99*9.997)/
   .993*B
69: for I=1 to N
70: itf(R#(I))/
   100+T;itf(B#(I)
   )/1000+Z;itf(C#
   (I))/10000+0
71: if 0>.32
   and Z>8 and
   0<.5;100+0
72: P[5]exp(P[6]
   /(273+T))+P[7]
73: P[2]/(1+P[1]
   T)+P[8]
74: 0-BZ+0
75: if Z#0;0/
   (P[4]SZ/D)+0;
   if abs(0)>5;
   10+0
76: 980P[1]ZD+3P
   [8]P[3]4.186/
   P[4]P[7]+R
77: if itf(E#(I)
   )=100;0+0+0+R
78: if 100000>32
   000;0/10+0
79: fti (010000)
   +R#(I)
80: fti (10000)+
   B#(I)
81: if abs(R)>32
   000;R/10+R
82: fti (R)+C#(I)
   1
83: next I
84: rcf r1+8;R#
85: rcf r1+10;B#
86: rcf r1+11;C#
87: dsp "FIN"
88: stop

```

c) Obtención de R_{II}

```

0: "Ajuste de
   ln(Nu-1) frente
   a ln((R-Rc)/
   Rc)":
1: dim C#[200,
   2],B#[200,2],
   E#[200,2],T#[20
   0,2]
2: trk 0:ldf
   100,E#
3: ldf 117,T#
4: ldf 118,B#
5: ldf 119,C#
6: dim Y[100],
   X[100],G[2,3],
   S[2],A#[16]
7: ent "Numero
   de rollos",Z
8: ent "Primer
   valor de A",
   r55:ent "Ultimo
   valor de A",
   r56
9: ent "Dibujar?
   si=1 no=0
   con ejes=1",r57
10: for A=r55
   to r56 by 10
11: prt "-----
   -----"
12: fxd 0:prt
   "Ra II":A
13: i←M;0←N
14: for I=1 to
   200
15: itf(C#[I])+R
   !itf(T#[I])/
   1000+T
16: if R>3200
   and R<8000 and
   T>2.5:10R+R
17: if itf(E#[I]
   )#Z or R>A:sto
   19
18: N+1←N:ln((R-
   1700)/1700)+X[N
   ]:ln(itf(B#[I]
   )/1000-i)+Y[N]
19: next I
20: for I=1 to
   M+1
21: for J=1 to
   M+1
22: 0←G[I,J]
23: for K=1 to N
24: G[I,J]+X[K]†
   (I+J-2)+G[I,J]
25: next K
26: next J
27: next I
28: for I=1 to
   M+1
29: 0←G[I,M+2]
30: for K=1 to N
31: G[I,M+2]†
   Y[K]†X[K]†(I-
   1)+G[I,M+2]
32: next K
33: next I

```

```

34: 1+P
35: for M=1 to
    M+1
36: M-M+2+r3
37: for I=1 to
    r3
38: if G[I,1]#0;
    sto 42
39: next I
40: dsp "DETERMI
    NANTE NULO"
41: sto
42: for J=1 to
    M+2
43: G[I,J]+B
44: G[I,J]+G[I,
    J]
45: B+G[I,J]
46: next J
47: for J=2 to
    M+2
48: for I=2 to
    M+1
49: (G[I,1]*G[I,
    J]-G[I,1]*G[I,
    J])/P+G[I,J]
50: next I
51: next J
52: for I=2 to
    M+1
53: 0+G[I,1]
54: next I
55: G[I,1]+P
56: for J=1 to
    M+2
57: for I=1 to M
58: G[I,J]+B
59: G[I+1,J]+G[I
    ,J]
60: B+G[I+1,J]
61: next I
62: next J
63: for I=1 to
    M+1
64: for J=1 to M
65: G[I,J]+B
66: G[I,J+1]+G[I
    ,J]
67: B+G[I,J+1]
68: next J
69: next I
70: next M
71: for I=1 to
    M+1
72: G[I,M+2]/
    G[I,1]+S[I]
73: next I
74: prt "COEFICI
    ENTES"
75: for I=1 to
    M+1
76: fxd 7;prt
    S[I]
77: next I
78: 0+r11+r12+r1
    3+r14+r15
79: for I=1 to M
80: r11+X[I]+r11
    +r12+Y[I]+r12+
    r13+X[I]^2+r13+
    r14+Y[I]^2+r14+
    r15+X[I]*Y[I]+r1
5

```

```

81: next I
82: (Nr15-r11r12
   )/r(Nr13-r11+2)
   r(Nr14-r12+2)+C
83: fxd 8!ert
   "C.Corr.":C
84: 0+E
85: for I=1 to N
86: 0+Y
87: for J=1 to
   N+1
88: Y+S[J]X[I]+(
   J-1)+Y
89: next J
90: E+(Y-Y[I])2
   +E
91: next I
92: r(E/(N-N+
   1))+E
93: prt "Error":
   E
94: 0+D+S
95: for I=1 to N
96: S+(Y[I]-S[I]
   -S[2]X[I])2+S
97: next I
98: r(S/(N+1))r(
   N+2/(N-1)(Nr13-
   r11+2))+D
99: prt "Error
   en n":D
100: r(S/(N+1))r
   (Nr13/(N-1)(Nr1
   3-r11+2))+E
101: prt "Error
   en n":E
102: N+r54)0+N;
   for I=1 to 100;
   0+X[I]+Y[I];
   next I
103: ln((R-1708)
   /1708)+F;S[I]+
   S[2]F+C
104: for I=1 to
   200
105: itf(C#I)+
   R/itf(T#I)/
   1000+T
106: if R>3200
   and R<8000 and
   T>2.5/10R+R
107: if itf(E#I
   )#Z or R<R;
   etc 109
108: N+1+N;ln((R
   -1708)/1708)-
   F+X[N];ln(itf(B
   #I)/1000-1)-
   C+Y[N]
109: next I
110: 0+r51+r52
111: for I=1 to
   N
112: X[I]Y[I]+
   r51+r51;X[I]2+
   r52+r52
113: next I

```

```

114: r51/r52+r53
115: for I=1 to
    N
116: S+(Y[I]-
    r53X[I])^2+S
117: next I
118: prt "r53":
    r53
119: r(5/(N+r54)
    (N+r54-1))+S;
    prt "DS":S;prt
    "N":r54;prt
    "N":N
120: exp(S[I])+r
    61;S[2]+r62;
    exp(G-Fr53)+r63
    /r53+r64
121: prt "R":
    r61;prt "B":
    r62;prt "C":
    r63;prt "D":r64
122: if r57=0;
    goto 150
123: scl 0,70000
    ,0,5
124: if r51=1;
    exe 0,0,10000;
    liexe 70000,5;
    10000,1
125: csiz 1.5,2
126: for I=1 to
    200
127: if itf(E#I
    )#Z;goto 134
128: itf(C#I)+
    R;itf(T#I)/
    1000+T
129: if R<8000
    and T>2.5 and
    R>3200;10R+R
130: plt R;itf(B
    #I)/1000,1;
    cplt -.3,-.3
131: if Z=8;1b1
    "0"
132: if Z=10;
    1b1 "+"
133: if Z=9;1b1
    "0"
134: next I
135: plt 1700,1
136: for X=1700.
    00001 to 1800
137: plt X,1+
    r61((X-1700)/
    1700)+r62
138: next X

```

```

139: for X=1800
to 70000 by 500
140: plt X;it+
r61((X-1700)/
1700)†r62
141: if X>A:pen+
500+X+X
142: next X
143: for X=2000
to A by 500
144: plt X;it+
r63((X-1700)/
1700)†r64:pen
145: next X
146: for X=A to
70000 by 1000
147: plt X;it+
r63((X-1700)/
1700)†r64
148: next X
149: pen
150: next A
151: stp
152: scl -1,4,0:
1.1;axe -1,0,1:
.1
153: for I=1 to
200
154: it+(T*(I)/
1000)†T;it+(C*(I
I)+R;it+(B*(I))
/1000+N
155: if T>2.5
and R>3200 and
R<8000:10R+R
156: if it+(E*(I
I)#Z;jmp 2
157: plt ln((R-
1700)/1700),
ln(N-1);icplt
-.3;-.3;lbl "0"
158: next I
159: for X=-1
to 4 by .1;plt
X;S[I]+S[2]X
160: next X
161: for X=-1
to 4 by .1
162: plt X;C+
r53(X-F)
163: next X
164: pen
165: next A
166: stp

```

10) BIBLIOGRAFIA



10) BIBLIOGRAFIA

- 1) T. Riste, ed., "Fluctuations, Instabilities and Phase Transitions", Plenum Press, New York (1975).
- 2) G. Nicolis, I. Prigogine, "Self-Organization in Nonequilibrium Systems", Wiley-Interscience (1977).
- 3) H. Haken, "Synergetics: an introduction", 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin (1978).
- 4) A. Pacault, C. Vidal, eds., "Synergetics, far from equilibrium", Springer-Verlag, Berlin (1979).
- 5) J. Casas, G. Lebon, ed, "Stability of thermodynamic systems", Springer Verlag, Berlín, (1981)
- 6) H. Bénard, Rev. Gen. Sci. Pures Appl., 11, 1261 (1900).
- 7) H. Bénard, Annl. Chim. Phys., 23, 62 (1901).
- 8) S. Chandrasekhar, "Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability", Clarendon, Oxford (1961).
- 9) E. L. Koschmieder, Adv. Chem. Phys., 26, 177 (1974).
- 10) D. Joseph, "Stability of Fluid Motions", Springer-Verlag, Berlín (1976).
- 11) C. Normand, Y. Pomeau y M. G. Velarde, Rev. Mod. Phys., 49, 581 (1977).
- 12) Lord Rayleigh, Philos. Mag., 32, 529 (1916).
- 13) M. J. Block, Nature, 178, 650 (1956).
- 14) J. R. A. Pearson, J. Fluid Mech., 4, 459 (1958).
- 15) A. Schluter, D. Lortz y F. H. Busse, J. Fluid Mech., 23, 129 (1965).
- 16) F. H. Busse, J. Math. Phys., 46, 140 (1967).

- 17) R.M. Clever, F.H. Busse, J. Fluid Mech., 65, 625 (1974).
- 18) F.H. Busse, Rep. Prog. Phys., 41, 1929 (1978).
- 19) R. Schmidt, S.W. Milverton, Proc. Roy. Soc. A, 152, 586 (1935).
- 20) P.L. Silverston, Forsch. Ing. Wes., 24, 29 (1958).
- 21) H.T. Rossby, J. Fluid Mech., 36, 309 (1969).
- 22) W.V.R. Malkus, Proc. Roy. Soc. A, 225, 185 (1954).
- 23) R. Krisnamurti, J. Fluid Mech., 42, 295 (1970).
- 24) G. Ahlers, Bull. Am. Phys. Soc., 17, 59 (1972).
- 25) E.L. Koschmieder, S.G. Pallas, Int. J. Heat Mass Transfer, 17, 991 (1974).
- 26) F.H. Busse, Ph. D. Thesis, Munich (1962).
- 27) R. Krisnamurti, J. Fluid Mech., 33, 445 (1968).
- 28) R. Krisnamurti, J. Fluid Mech., 33, 456 (1968).
- 29) E.F.C. Somerscales, T.S. Dougherty, J. Fluid Mech., 42, 755 (1970).
- 30) C.O. Hoard, C.R. Roberston, A. Acrivos, Int. J. Heat Mass Transfer, 13, 849 (1970).
- 31) P. Bergé, Synergetics (Proceedings of the International Symposium on Synergetics Schloss, Elmau), Springer Verlag (1981).
- 32) P. Bergé, M. Dubois, Phys. Rev. Lett, 32, 1041 (1974).
- 33) M. Dubois, P. Bergé, in Synergetics far from equilibrium, A. Pacault, C. Vidal ed, Springer Verlag, Berlin (1979).
- 34) G.E. Willis, J.W. Deardorf, Phys. Fluids, 10, 1861 (1967).
- 35) R. Krisnamurti, J. Fluid Mech., 42, 309 (1970).
- 36) J.W. Deardorf, Phys Fluids, 11, 1254 (1968).
- 37) W.H. Plows, Phys. Fluids, 11, 1593 (1968).
- 38) H.G. Jerrard, D.B. Mc Neill, "Theoretical and experimental

- Physics", Chapman and Hall, London (1960).
- 39) J. Aguilar, "Termodinámica y Mecánica Estadística", Saber, Valencia (1962).
- 40) G.S. Charlson, R.L. Sani, Int. J. Heat Mass Transfer, 13, 1479 (1970).
- 41) E. Calvet, H. Prat, "Microcalorimétrie", Masson, Paris (1956)
- 42) C.H. Lees, "On the thermal conductivities of single and mixed solids and liquids and their variation with temperature", London, (1897)

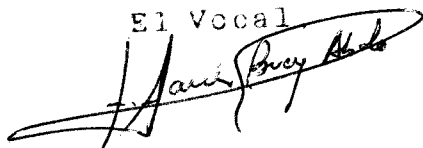
UNIVERSIDAD DE SEVILLA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS

Reunido el Tribunal integrado por los abajo firmantes
en el día de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral de
D. Jesús Moreno Sánchez
titulada: "Transmisión del calor en el proble-
ma de Benard-Rayleigh".

acordó otorgarle la calificación de Sobresaliente
cum laude

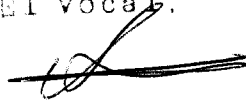
Sevilla, 4 de diciembre 1.982

El Vocal



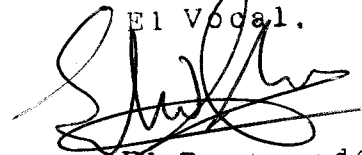
El Presidente.

El Vocal.



El Secretario.

El Vocal.



El Doctorado.

