

Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Estudio numérico de chorros capilares a bajas  
velocidades

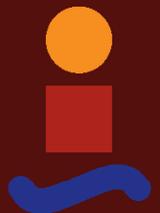
Autor: Roberto Bustamante Galván

Tutores: Pedro Ángel Vázquez González

Heliodoro González García

Dpto. de Física Aplicada III  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Estudio numérico de chorros capilares a bajas velocidades**

Autor:

Roberto Bustamante Galván

Tutores:

Pedro Ángel González Vázquez

Profesor titular

Heliodoro González García

Profesor titular

Dpto. de Física Aplicada III  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Grado: Estudio numérico de chorros capilares a bajas velocidades

Autor: Roberto Bustamante Galván

Tutor: Pedro Ángel Vázquez González  
Heliodoro González García

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis amigos*



# Agradecimientos

---

En primer lugar, debo agradecer la ayuda de mis tutores Pedro y Helio a lo largo de estos meses. Sin su guía, consejos y correcciones no habría sido posible la realización de este trabajo.

Gracias sobretodo a mis padres, por toda la paciencia y cariño con la que han soportado mis malos momentos durante toda la carrera. Ellos constituyen la piedra angular de mi vida y sin su inestimable apoyo diario nada de lo conseguido habría sido posible. También a mis abuelos por ser junto a mis padres los responsables de mis valores y de ser quien soy. Gracias por vuestra generosidad y dedicación.

Agradecer en especial al Colegio Mayor San Juan Bosco y a todos lo que lo construyen por brindarme la oportunidad de disfrutar de los mejores años de mi vida, formarme como persona y hacerme sentir como en casa.

No podía olvidarme de mis amigos, tanto aquellos con los que comparto mi vida desde la infancia, como los que Sevilla me ha regalado. Gracias por todas las experiencias vividas y por ser capaces de disponer siempre de un momento para transformar un día malo en uno bueno. Especialmente Manu, quien ha sabido ser un amigo desde el primer día y uno de los elementos más importantes en la consecución de este objetivo en mi vida.

*Roberto Bustamante Galván*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

El objetivo del trabajo es el desarrollo de un estudio numérico acerca de los chorros capilares. Concretamente se centrará en el régimen de jetting, en el cual una columna de agua se rompe en gotas debido a la acción de las fuerzas de tensión superficial. Se buscará obtener una relación entre la longitud a la cual se produce la ruptura y la velocidad con la que emana el chorro del orificio de salida. Para completar el estudio, se sondea la velocidad en diferentes puntos a lo largo del chorro con el fin de comparar la frecuencia de oscilación de dicha magnitud con la de la citada longitud de ruptura.

Para simular el problema en cuestión se empleará el software COMSOL Multiphysics, sobre el que se realizará una explicación detallada de su uso, y se valorará su eficacia en la resolución de problemas de esta índole.

En primer lugar, se expondrán las ecuaciones y condiciones que rigen el comportamiento del chorro capilar, así como las hipótesis consideradas en el estudio del mismo y su correspondiente justificación, además de la geometría asociada al objeto bajo estudio. Seguidamente se hará una descripción detallada de proceso de implementación en COMSOL del problema en cuestión, atendiendo especialmente a aspectos claves como la física y el mallado. Una vez generados los resultados, se analizarán y se compararán con la intención de obtener una conclusión acerca del comportamiento de chorros en el régimen de jetting y la fiabilidad de la misma atendiendo a la precisión del software.



# Abstract

---

The purpose of this study is the development of a numerical study about capillary jet. Specially it is focused on the jetting regime, where a water stream splits into droplets due to the action of surface forces. An attempt to find a relation between breakup's length and the velocity at the beginning of the jet will be made. To finish this study the velocity at different points along the jet will be measured with the aim of comparing the oscillation frequency of this magnitude with breakup length's.

The selected software to simulate this problem was COMSOL Multiphysics. Based on which a detailed explanation of its use will be done and its effectiveness in solving such problems will be assessed.

In the first place the equations and conditions that govern the behavior of the capillary jet will be established, as well as the hypotheses considered in its study and its corresponding justification, in addition to the geometry associated to the object under study. Next, a detailed description of the COMSOL implementation process of the problem will be made, paying special attention to key aspects such as physics and meshing. Once the results have been generated, they will be analyzed and compared in order to draw a conclusion about the behavior of jets in the jetting regime and its reliability, taking into account the accuracy of the software.



# Índice

---

Agradecimientos .....	ix
Resumen .....	xi
Abstract .....	xiii
Índice .....	xv
Índice de Figuras .....	xvii
Notación .....	xix
<b>1 Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Objetivo</i> .....	1
1.2 <i>Antecedentes</i> .....	1
1.3 <i>Software</i> .....	2
<b>2 Descripción del Problema .....</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Descripción del problema</i> .....	5
2.2 <i>Hipótesis de partida</i> .....	5
2.3 <i>Geometría</i> .....	6
2.4 <i>Ecuaciones del problema</i> .....	6
2.4.1 <i>Condiciones de contorno</i> .....	8
2.4.2 <i>Condiciones iniciales</i> .....	9
2.4.3 <i>Adimensionalización</i> .....	10
<b>3 Construcción en Comsol .....</b>	<b>15</b>
3.1 <i>Nodos</i> .....	15
3.1.1 <i>Definiciones globales</i> .....	15
3.1.2 <i>Componentes</i> .....	17
3.1.3 <i>Estudio</i> .....	37
<b>4 Análisis de los Resultados .....</b>	<b>41</b>
4.1 <i>Descripción de la simulación</i> .....	42
4.2 <i>Resultados para distintas mallas</i> .....	44
4.3 <i>Malla definitiva</i> .....	45
4.3.1 <i>Gráficas longitud del chorro</i> .....	45
4.3.2 <i>Espectro para las sondas</i> .....	46
<b>5 Conclusiones .....</b>	<b>51</b>
Referencias .....	53



# Índice de Figuras

---

Figura 2.1: Régimen de jetting [13]	5
Figura 2.2: Dominio de estudio del problema	6
Figura 2.3: Condiciones de contorno dimensionales	9
Figura 2.4: Condiciones iniciales dimensionales	10
Figura 2.5: Condiciones de contorno adimensionales	12
Figura 2.6: Condiciones iniciales adimensionales	13
Figura 3.1: Árbol de nodos del módulo CFD de COMSOL Multiphysics	15
Figura 3.2: Parámetros	16
Figura 3.3: Ejemplo de sonda en un punto del dominio	17
Figura 3.4: Definición del contorno que delimita el dominio	18
Figura 3.5: Definición del orificio de salida del chorro	19
Figura 3.6: Definición de la línea que marca la interfase inicial	19
Figura 3.7: Dominio de integración del problema	20
Figura 3.8: Materiales	20
Figura 3.9: Subapartados del nodo Laminar Flow	21
Figura 3.10: Laminar Flow	21
Figura 3.11: Fluid Properties	22
Figura 3.12: Condiciones iniciales de presión y velocidad	23
Figura 3.13: Condición de contorno: Simetría axial	23
Figura 3.14: Condición de contorno: Pared	24
Figura 3.15: Condición de contorno: Entrada	25
Figura 3.16: Condición de contorno: Salida	26
Figura 3.17: Condición de contorno: Restricción de presión en un punto	27
Figura 3.18: Subapartados del nodo Level Set	27
Figura 3.19: Level Set	28
Figura 3.20: Modelo de Level Set	29
Figura 3.21: Condición inicial de la variable $\varphi$ para el aire	29
Figura 3.22: Condición de contorno: Simetría axial	30
Figura 3.23: Condición de contorno: No existencia de flujo	30
Figura 3.24: Condición inicial de la variable $\varphi$ para el agua	31
Figura 3.25: Condición de contorno: Entrada de agua	31
Figura 3.26: Condición de contorno: Entrada de aire	32

Figura 3.27: Condición de contorno: Salida	32
Figura 3.28: Condición de contorno: Interfase inicial	33
Figura 3.29: Multifísica	34
Figura 3.30: Características de la malla	36
Figura 3.31: Ejemplo gráfico de la malla	37
Figura 3.32: Fase inicial del estudio	38
Figura 3.33: Fase temporal del estudio	39
Figura 4.1: Representación del campo de velocidades en el instante final	41
Figura 4.2: Representación del campo de presiones en el instante final	41
Figura 4.3: Fracción volumétrica de agua frente a la coordenada z para todo instante de tiempo	42
Figura 4.4: Comparación de la longitud de rotura para $We=4$ empleando diferentes mallas	45
Figura 4.5: Longitud de rotura para diferentes números de Weber	46
Figura 4.6: Espectro de velocidades en las sondas para $We=4$	47
Figura 4.7: Evolución de la velocidad en el dominio del tiempo en las sondas situadas en 10R y 15R	48
Figura 4.8: Evolución de la velocidad en el dominio de la frecuencia en las sondas situadas en 10R y 15R	49
Figura 4.9: Longitud de ruptura para $We=4$	49

# Notación

---

$\vec{e}_z$	Vector unitario en la dirección z
$\bar{I}$	Matriz identidad
$L_z$	Longitud del dominio en la dirección z
$M$	Número de Mach
$\vec{n}$	Vector normal
$Oh$	Número de Ohnesorge
$p$	Presión
$p_0$	Valor característico de la presión
$r$	Coordenada radial
$R$	Radio del orificio de salida del chorro
$t$	Tiempo
$T_0$	Valor característico del tiempo
$T_c$	Tiempo capilar característico
$\vec{u}$	Vector velocidad
$U_0$	Valor característico de la velocidad
$U_c$	Velocidad capilar característica
$U_e$	Velocidad de entrada
$We$	Número de Weber
$z$	Coordenada longitudinal
$\kappa$	Curvatura
$\mu$	Viscosidad dinámica
$\rho$	Densidad
$\gamma$	Tensión superficial
$\delta_s$	Delta de Dirac
$\varphi$	Variable que define la interfase
$X^T$	Matriz transpuesta
$\bar{x}$	Variable adimensional
$\partial$	Derivada parcial
$\nabla$	Operador nabla



# 1 INTRODUCCIÓN

---

De un depósito lleno de un determinado fluido se puede formar un chorro líquido cuando el mismo sale por diferencia de presiones a través de un orificio, normalmente de forma circular. El estudio de la formación del chorro capilar, su evolución y final ruptura en partículas ha suscitado a lo largo de los años un gran interés por parte de la comunidad científica debido a las diferentes aplicaciones técnicas que este fenómeno presenta.

## 1.1 Objetivo

Como su propio nombre indica, en el trabajo se pretende desarrollar un estudio numérico acerca de los chorros capilares. Este aspecto abarca un campo muy amplio, dentro del cual se prestará especial interés a la evolución de los mismos ante una variación del caudal.

Los chorros capilares que emanan de un orificio circular sufren una transición, cuando disminuye su caudal, desde una configuración de columna líquida con rotura aleatoria en su extremo (jetting) a goteo periódico desde el propio orificio (dripping). En el presente trabajo se buscará realizar un estudio detallado del primer fenómeno, atendiendo a la longitud de ruptura y su periodicidad, mediante la simulación numérica del sistema mediante el empleo del software COMSOL Multiphysics.

Este estudio tratará la ruptura natural de chorros capilares por contraposición a la investigación desarrollada en el Trabajo de Fin de Grado “Simulación de pulsos gaussianos de velocidad a la salida de un chorro líquido” [1], el cual empleando el software Gerris exponía cómo los parámetros que definen la perturbación gaussiana influyen en la rotura en gotas del chorro, y qué valores de los mismos dan lugar a formas de ruptura específicas. En concreto, los valores que dan lugar a una rotura en una gota única, y cuáles permiten obtener una rotura simultánea, en la que los ligamentos anterior y posterior a la gota se desprenden al mismo tiempo.

Asimismo, este trabajo busca estudiar la validez del método de resolución numérica que propone COMSOL para la obtención de la solución del problema en cuestión y la viabilidad de ser empleado como alternativa al ya contrastado Gerris.

## 1.2 Antecedentes

La capilaridad es una propiedad de los fluidos que depende de su tensión superficial y por lo tanto de la cohesión de las partículas del mismo. No fue hasta el siglo XVIII cuando se comenzó a investigar el fenómeno cuando Francis Hauksbee [2] realizó varias observaciones experimentales en fluidos que fueron posteriormente reproducidas por James Jurin y Segner [3] durante sus estudios sobre la capilaridad. Estas investigaciones sentaron las bases que permitirían los grandes avances que se obtuvieron en los siglos posteriores.

Thomas Young [4] desarrolló la explicación cualitativa del fenómeno que Laplace [5] justificaría matemática y cuantitativamente un año después de forma independiente. Para ello Laplace tomó la idea de una fuerza cohesiva que habían trabajado previamente Hauksbee y Segner.

Sería Gauss [6] quien en 1830 unificó el trabajo de ambos y desarrolló las ecuaciones diferenciales y las

condiciones de contorno asociadas, dando lugar a lo que algunos autores hablen de la ecuación de Young-Laplace-Gauss. Fue asimismo obra de Gauss la generalización del principio al caso de una interacción entre fluido y un sólido. Este hecho conseguiría dar una explicación completa del concepto de tensión superficial.

Fue Savart [7] el primero en realizar experimentos relacionados con la rotura de chorros con el fin de identificar la fuerza responsable de la inestabilidad. Finalmente, Plateau [8] consiguió demostrar que dicha rotura se debía al fenómeno de la tensión superficial y conseguir realizar experimentos cuantitativos que lo apoyaran.

Rayleigh continuó realizando estudios acerca de este tema que permitieron un gran avance en el conocimiento de este. Propuso el análisis lineal temporal como método de resolución analítica del problema, lo cual le permitió desarrollar una serie de predicciones [9]. Estableció que la inercia interviene en contra del crecimiento de las perturbaciones de onda muy larga, que implican un gran desplazamiento de líquido, siendo por lo tanto la inercia un factor de vital importancia para que no se produzca la rotura del chorro [10]. Asimismo, revolucionó las técnicas experimentales de la época, lo que le permitió observar las gotas satélites. Amplió también su estudio a chorros de líquidos muy viscosos demostrando en estos una mayor facilidad a la rotura.

En esa línea de estudio continuaron los desarrollos de investigadores como Weber, el cual consiguió calcular aproximadamente cómo crecen las perturbaciones en un líquido viscoso ante la influencia de un gas exterior.

A lo largo del siglo XX, los numerosos avances tecnológicos han permitido una amplia cantidad de investigaciones que han contribuido a aumentar el conocimiento de los diferentes aspectos relacionados con la evolución del chorro líquido y su rotura. Pero no ha sido hasta las investigaciones de García & González [11] cuando se ha realizado un análisis que permita conocer los diferentes modos capilares. Estos modos, resultado de la competición de la inercia y las fuerzas capilares, son necesarios para describir cualquier perturbación en la forma del chorro y su velocidad media.

Las principales líneas de investigación actuales se centran en el desarrollo de modelos numéricos de resolución de las ecuaciones que rigen el problema fluido de forma que se puedan obtener resultados que reproduzcan mejor la realidad incluyendo fenómenos no lineales o perturbaciones que los anteriores modelos no eran capaces de predecir.

### 1.3 Software

Para la resolución numérica de las ecuaciones se ha decidido operar con el software comercial COMSOL Multiphysics [12], el cual es un paquete de modelización para la simulación de cualquier proceso físico que se pueda describir mediante ecuaciones en derivadas parciales (partial differential equations o PDEs), incluyendo transferencia de calor, movimiento de fluidos, electromagnetismo y mecánica estructural, soportando la integración de problemas de diferentes campos, multifísica.

Las prestaciones de multifísica integradas en COMSOL capacitan al usuario para simultáneamente modelar cualquier combinación de fenómenos. A través de estas prestaciones, el software integra las dos formas posibles de modelar (a través de aplicaciones predefinidas que permiten crear el modelo fijando las cantidades físicas que caracterizan el problema, y a través de las ecuaciones que modelan el problema) y permite combinarlas.

Está provisto de la última tecnología y algoritmos de solución que pueden manejar problemas complejos de forma rápida y precisa, además presenta una estructura diseñada para proporcionar facilidad de uso y flexibilidad.

La ventaja del software COMSOL en el ámbito de la mecánica de fluidos se debe al uso de nuevas técnicas de estabilización de mínimos cuadrados "Galerkin least squares" (GLS), busca la conversión de problemas con operadores continuos como las ecuaciones diferenciales en problemas discretos, que complementan a los resolvers iterativos, permitiendo resolver grandes problemas de flujos de fluidos con millones de grados de libertad.



## 2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

---

En el presente capítulo se procede a realizar una descripción detallada de la geometría y ecuaciones que caracterizan el objeto bajo estudio. Además, se considerará una serie de hipótesis y variables adimensionales que permitirán una mayor simplicidad en la implementación y resolución numérica del problema en cuestión.

### 2.1 Descripción del problema

Se parte de un depósito de dimensiones infinitas y bajo condiciones ambiente, que contiene agua, supuesto fuera del dominio bajo estudio. De este emana un chorro capilar a través de un orificio circular por diferencia de presiones. La consideración realizada acerca de las dimensiones del depósito supondrá la invariabilidad del caudal de agua dentro del mismo, permitiendo así un estudio del chorro bajo las mismas condiciones para todo instante de tiempo.

Como se comentará a continuación, se supone que el chorro no está sometido a la acción de la gravedad, por lo tanto, su evolución y desarrollo estarán determinados por los efectos de la inercia, la viscosidad y la tensión superficial.

El chorro sale del depósito con una determinada velocidad debido a la diferencia de presiones existente entre el interior y el exterior del mismo. Por lo tanto, inicialmente el chorro discurrirá como una columna de agua avanzando gracias a la inercia.

En contraposición a este avance, la tensión superficial que actúa sobre la interfase con el medio externo tratará de retener la expansión del propio líquido, buscando la cohesión entre partículas de este tratando así de reducir la superficie de contacto con el medio exterior.

La evolución del chorro líquido estará por tanto determinada por la pugna entre las dos fuerzas, permaneciendo como columna líquida mientras existe un dominio de la inercia y rompiéndose en gotas una vez esta tendencia pierde importancia frente a la tensión superficial, sucediendo esto a una determinada distancia del orificio de salida. Este fenómeno físico es lo que se conoce como jetting.

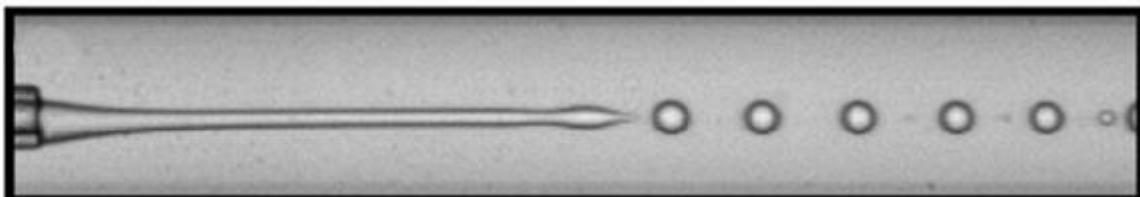


Figura 2.1: Régimen de jetting [13]

### 2.2 Hipótesis de partida

El fluido que conforma el chorro líquido objeto de estudio se considera newtoniano e incompresible. Además, se asume la ausencia de gradientes térmicos y de concentración.

Estos supuestos permiten considerar constante la densidad y la viscosidad dinámica del fluido en cuestión.

Se supondrá que el medio externo en el que evoluciona el chorro es vacío o aire. Este hecho permite considerar que no existe interacción entre dicho medio externo y el líquido.

En cuanto a la fuerza gravitatoria, se ignorará su efecto. Al considerar que el medio exterior es aire, esta simplificación sólo podría realizarse en la práctica en experimentos en situación de microgravedad.

Particularizando las hipótesis mencionadas al caso bajo estudio, se podrá considerar que se trata de un chorro de agua líquida que evoluciona en el seno de aire en condiciones ambiente.

## 2.3 Geometría

El dominio donde se estudiará el problema en cuestión se supondrá bidimensional, simplificando así su representación. Así mismo, puesto que las predicciones teóricas de Rayleigh indican que las perturbaciones no axisimétricas no crecen a lo largo del chorro hay que tener en consideración que la evolución y ruptura en gotas de un chorro líquido puede estudiarse como un problema axisimétrico. Estas dos consideraciones permitirán reducir considerablemente el dominio simplificando notablemente la resolución del problema.

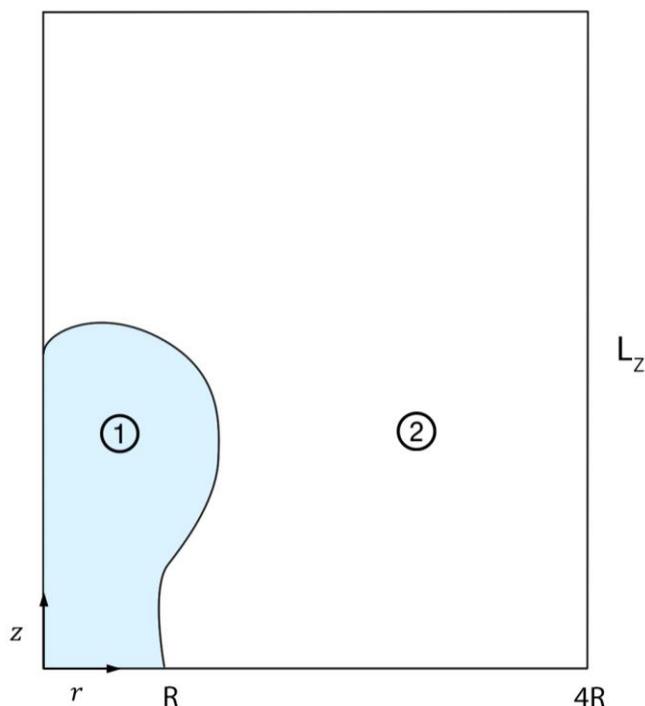


Figura 2.2: Dominio de estudio del problema

Como se observa en la figura 2.2, se emplearán coordenadas cilíndricas  $(r, z)$  para definir el dominio. El origen de coordenadas se situará en el centro del orificio de salida del depósito, el cual presenta un contorno circular de radio  $R$ . La coordenada  $z$  se extiende hasta una determinada distancia  $L_z$  mientras que para la coordenada radial  $r$  se ha tomado un contorno de 4 veces el radio del orificio.

Como se describió con anterioridad, para simplificar el dominio se ha hecho uso de la simetría, siendo  $r = 0$  el eje que la marca.

A partir de este apartado se caracterizará cada fluido con un número, indicado como subíndice de las variables, habiéndose destinado el 1 para el agua y el 2 para el aire.

## 2.4 Ecuaciones del problema

Las ecuaciones que rigen el problema en cuestión son las llamadas de Navier-Stokes, conocidas de la mecánica de fluidos. Se emplearán las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento, sin considerar la de la energía, ya que las hipótesis de partida permiten su eliminación.

Además, es necesaria la ecuación que determina la evolución interfase para cada instante de tiempo.

Así bien, las ecuaciones que definen el problema serán:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u} + \gamma \kappa \delta_s \vec{n} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi \vec{u}) = 0 \quad (2.3)$$

Siendo  $\vec{u}$  el vector velocidad,  $\rho$  y  $\mu$  la densidad y viscosidad del fluido respectivamente,  $p$  la presión que soporta el fluido,  $\gamma$  la tensión superficial y  $\kappa$  la curvatura de la superficie que define la interfase, la cual se define como la divergencia del vector normal:

$$\kappa = \nabla \cdot \vec{n} \quad (2.4)$$

Puesto que los fenómenos asociados a la tensión superficial sólo tienen efecto en la interfase entre el fluido que conforma el chorro y el medio externo, se emplea una función delta de Dirac,  $\delta_s$ , para que el término asociado a la tensión superficial sólo influya en la ecuación de cantidad de movimiento en los puntos de la interfase.

Finalmente,  $\varphi$  es una variable bandera que indica qué fluido se está considerando. De esta forma  $\varphi = 0$  cuando se trata del aire y  $\varphi = 1$  del agua.

Esta variable permite caracterizar el valor de la densidad y la viscosidad del fluido dependiendo de si las ecuaciones se están aplicando en la región dominada por agua o aire:

$$\rho = \begin{cases} \rho_1 & \text{si } \varphi = 0 \\ \rho_2 & \text{si } \varphi = 1 \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_1 & \text{si } \varphi = 0 \\ \mu_2 & \text{si } \varphi = 1 \end{cases} \quad (2.6)$$

### 2.4.1 Condiciones de contorno

Las relaciones que se establecen a continuación constituyen las condiciones de contorno necesarias para la resolución del problema fluido:

- $z = 0$

$$\vec{u} = -U_e \cdot \vec{n} \quad (2.7)$$

$$\varphi = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R \\ 1 & \text{si } r > R \end{cases} \quad (2.8)$$

Imposición del campo de velocidades justo a la salida del orificio.

- $z = L_z$

$$p = 0 \quad (2.9)$$

$$[-p\vec{I} + \mu(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)] \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0 \quad (2.11)$$

Definición de las variables en la salida del dominio.

- $r = 4R$

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.12)$$

$$\varphi = 1 \quad (2.13)$$

Condición que implica la suposición de deslizamiento en toda la pared lateral del dominio.

Estas condiciones de contorno se ilustran en la figura 2.3.

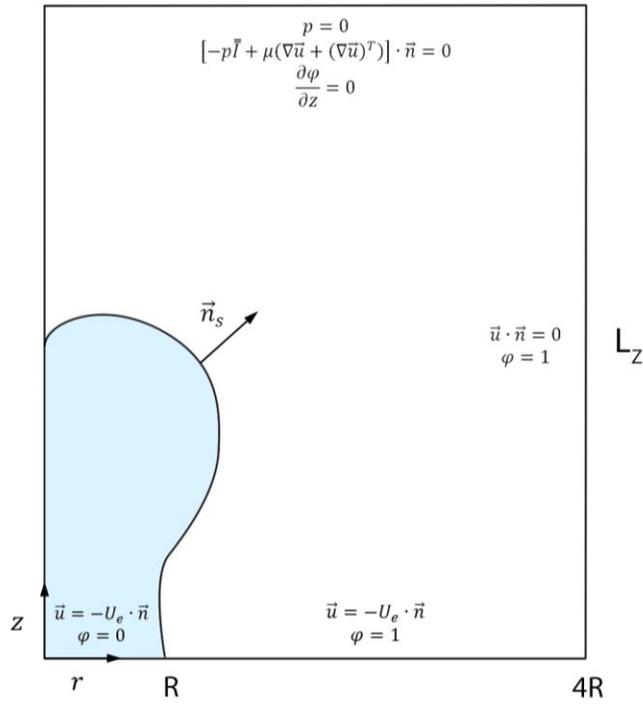


Figura 2.3: Condiciones de contorno dimensionales

Se puede comprobar que no hay ninguna condición de contorno definida para  $r = 0$ , ya que se corresponde con el eje de simetría anteriormente mencionado.

Es necesario mencionar también que en la región de entrada se ha supuesto que ambos, agua y aire inciden con la misma velocidad inicial. Este hecho no se corresponde con lo que se produce en la realidad, pero permite una mejor implementación numérica.

## 2.4.2 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales que se imponen sobre las variables  $\vec{u}$  y  $p$ , necesarias para la resolución del problema en cuestión, son las siguientes:

$$\vec{u}(r, z, 0) = U_e \vec{e}_z \quad (2.14)$$

$$p(r, z, 0) = 0 \quad (2.15)$$

Además, es necesario añadir la condición inicial impuesta para la variable que define la evolución de la interfase, de forma que:

$$\varphi(r, z, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } r < R \\ 1 & \text{si } r > R \end{cases} \quad (2.16)$$

Estas condiciones iniciales se ilustran en la figura 2.4.

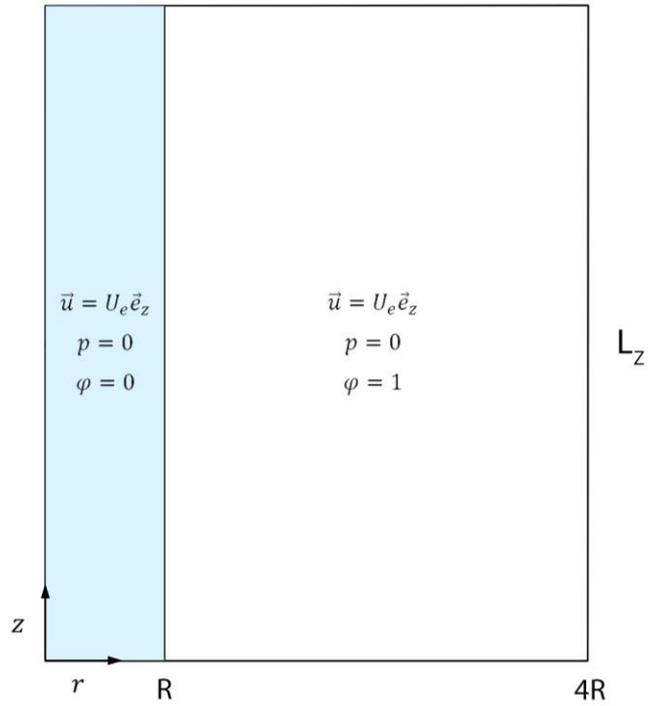


Figura 2.4: Condiciones iniciales dimensionales

### 2.4.3 Adimensionalización

Para trabajar el problema con variables adimensionales, en primer lugar, se considerarán una serie de valores característicos, los cuales se presentan a continuación:

$$R, \rho_1, U_0, T_0, p_0, \mu_1, \kappa_1$$

Estos valores pueden relacionarse entre sí dando lugar a las siguientes definiciones:

$$p_0 = \frac{\gamma}{R} \quad (2.17)$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho_1 R}} \quad (2.18)$$

$$T_0 = \frac{R}{U_0} \quad (2.19)$$

De esta forma las variables pueden expresarse empleando los dichos valores multiplicados por las variables adimensionales, caracterizadas por una barra superior.

$$(r, z) = R(\bar{r}, \bar{z}) \quad (2.20)$$

$$\vec{u} = U_0 \vec{u} \quad (2.21)$$

$$\rho = \rho_1 \bar{\rho} \quad (2.22)$$

$$p = p_0 \bar{p} \quad (2.23)$$

$$t = T_0 \bar{t} \quad (2.24)$$

$$\mu = \mu_1 \bar{\mu} \quad (2.25)$$

$$\kappa = \kappa_1 \bar{\kappa} \quad (2.26)$$

$$L_Z = R \bar{L}_Z \quad (2.27)$$

Empleando los valores característicos y las relaciones expuestas entre ellos, el problema puede expresarse en variables adimensionales como:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.28)$$

$$\bar{\rho} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \bar{\rho} \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla \bar{p} + Oh \bar{\mu} \nabla^2 \vec{u} + \bar{\kappa} \delta_s \vec{n} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\varphi \vec{u}) = 0 \quad (2.30)$$

Donde el coeficiente  $Oh$  es el número de Ohnesorge, el cual relaciona las fuerzas viscosas con las de tensión superficial. Se define como:

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho R \gamma}} \quad (2.31)$$

Las condiciones de contorno se pueden expresar como:

- $\bar{z} = 0$

$$\vec{u} = -\sqrt{We} \cdot \vec{n} \quad (2.32)$$

$$\varphi = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{r} < 1 \\ 1 & \text{si } \bar{r} > 1 \end{cases} \quad (2.33)$$

- $\bar{z} = \bar{L}_Z$

$$\bar{p} = 0 \quad (2.34)$$

$$\left[ -\bar{p}\vec{l} + \bar{\mu} \left( \nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T \right) \right] \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\bar{z}} = 0 \quad (2.36)$$

- $\bar{r} = 4$

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \quad (2.37)$$

$$\varphi = 1 \quad (2.38)$$

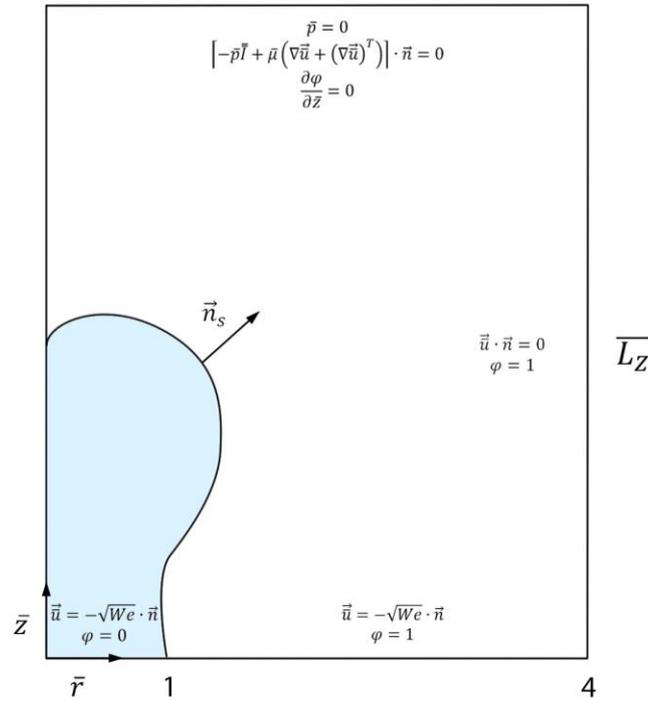


Figura 2.5: Condiciones de contorno adimensionales

Siendo  $We$  el número de Weber, el cual relaciona la inercia del fluido con su tensión superficial, por lo que puede expresarse de la siguiente manera:

$$We = \frac{u^2}{U_0^2} = \frac{\rho R U_0^2}{\gamma} \quad (2.39)$$

Y finalmente las condiciones iniciales impuestas quedan de la forma:

$$\vec{u}(\bar{r}, \bar{z}, 0) = \sqrt{We} \vec{e}_z \quad (2.40)$$

$$p(\bar{r}, \bar{z}, 0) = 0 \quad (2.41)$$

$$\varphi(\bar{r}, \bar{z}, 0) = \begin{cases} 0 & \text{si } \bar{r} < 1 \\ 1 & \text{si } \bar{r} > 1 \end{cases} \quad (2.42)$$

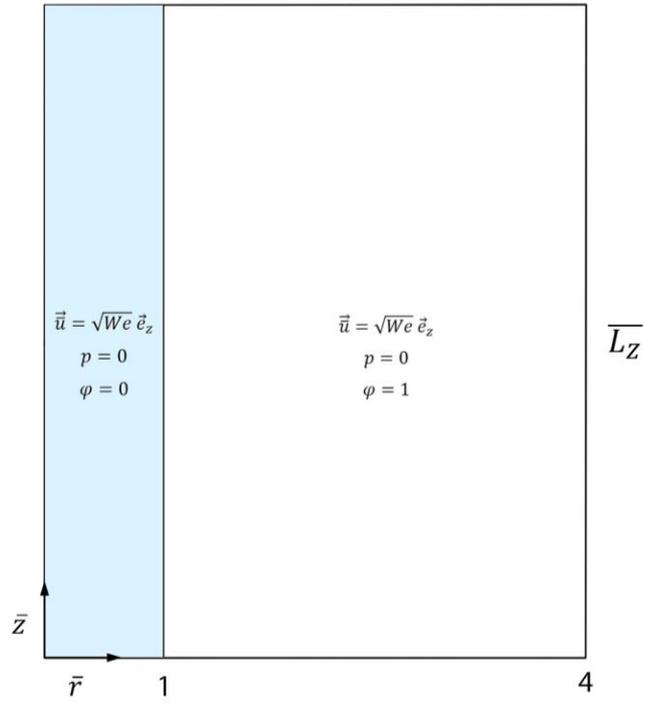


Figura 2.6: Condiciones iniciales adimensionales



# 3 CONSTRUCCIÓN EN COMSOL

Una vez definida la física del problema, se procede a continuación a su implementación en el software COMSOL Multiphysics. Para ello se ha empleado el módulo CFD, especializado en la definición y solución de modelos para el estudio de flujos fluidos. En los siguientes apartados se procederá a realizar una descripción detallada del simulador y de la construcción del problema en el mismo.

## 3.1 Nodos

En el presente apartado se especificarán los nodos de los que se compone el citado módulo CFD de COMSOL y cómo se procede a su construcción con el fin de implementar numéricamente los fenómenos físicos existentes en el problema en cuestión.

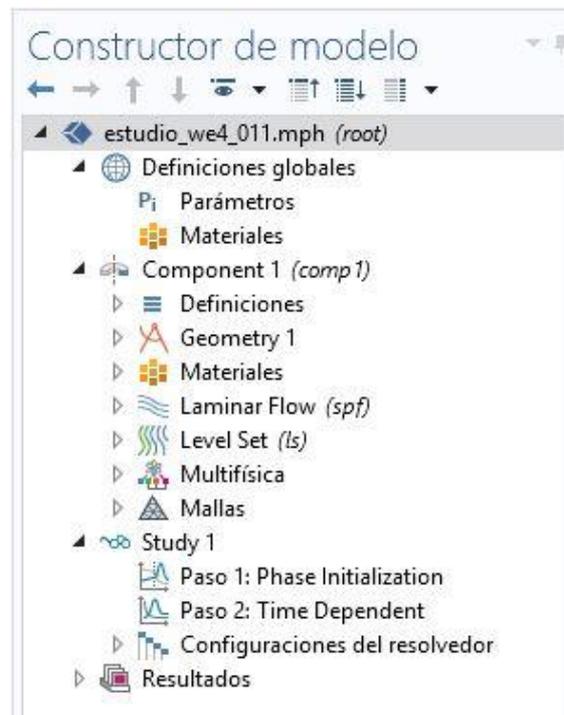


Figura 3.1: Árbol de nodos del módulo CFD de COMSOL Multiphysics

### 3.1.1 Definiciones globales

En este nodo se definen los parámetros que intervienen en el problema, y se introducen los valores que toman los mismos.

Nombre	Expresión	Valor
R0	0.5[mm]	5E-4 m
LR	4	4
LZND	80	80
LZ	LZND*R0	0.04 m
MU1	0.001 [Pa*s]	0.001 Pa*s
RHO1	1000[kg/m^3]	1000 kg/m <sup>3</sup>
MU2	2.e-5[Pa*s]	2E-5 Pa*s
RHO2	1[kg/m^3]	1 kg/m <sup>3</sup>
GAMMA	72[mN/m]	0.072 N/m
OH	MU1/sqrt(RHO1*GAMMA*R0)	0.0052705
WE	4	4
UC	sqrt(GAMMA/R0/RHO1)	0.37947 m/s
TC	R0/UC	0.0013176 s
TEND	100	100
DTOUT	0.1	0.1

Figura 3.2: Parámetros

Como puede apreciarse en la figura 3.2, el programa permite la creación de parámetros dotados del nombre que el usuario desee y cuyo valor puede venir determinado por un número o una expresión seguido de las unidades en las que este parámetro se exprese.

Usando como base la figura 3.2, se pretenden detallar los parámetros y sus valores empleados para la resolución del problema en cuestión.

En primer lugar, se han definido las dimensiones que caracterizan la geometría, siendo:

- R0 el radio del orificio de salida del depósito, empleado como valor característico de la longitud. Se considerará un chorro capilar muy delgado, de radio 0.5 mm.
- LR el radio que determina el dominio bajo estudio, considerado adimensional. Como se definió en la geometría, este será 4 veces el radio del orificio.
- LZND la distancia longitudinal que se estudia del chorro, la cual delimita el dominio en la dirección del eje z. Esta se ha considerado adimensional y de longitud 80 veces el radio del orificio, distancia suficiente para permitir el desarrollo completo del chorro y su estudio completo.
- LZ la distancia longitudinal que se estudia del chorro en este caso dimensional. Se puede expresar como el producto de la citada LZND y el radio del orificio.

Seguidamente se especifican los parámetros que definen la física del problema:

- MU1 y MU2 son los valores de la viscosidad dinámica para agua y aire, respectivamente.
- RHO1 y RHO2 son los valores de la densidad de agua y aire, respectivamente.
- GAMMA es la tensión superficial, la cual toma un valor en el caso del agua en condiciones ambiente tal que  $\gamma = 0.072 \text{ N/m}$ .
- OH es el número de Ohnesorge. Se define mediante la expresión (2.31).
- WE el número de Weber, el cual se expresa mediante la relación (2.39)
- UC es la velocidad característica capilar:

$$U_c = \sqrt{\frac{\gamma}{R\rho_1}} \quad (3.1)$$

- TC es el tiempo característico capilar:

$$T_c = \sqrt{\frac{R^2}{\gamma\rho_1}} \quad (3.2)$$

Finalmente se han creado las variables que definen los tiempos de estudio del problema, siendo:

- TEND el tiempo final de simulación. Se ha elegido un valor de 100 s ya que permite un correcto estudio de las variaciones que se producen a lo largo del chorro para el valor del número de Weber fijado.
- DTOUT representa el intervalo de tiempo que transcurre entre los instantes en los que el simulador genera un resultado, es decir, en el presente caso el programa actualizará la solución del problema cada 0.1 s.

### 3.1.2 Componentes

Una vez definidos los parámetros necesarios para implementar el problema, se procede a generar la geometría, la física y las herramientas que permiten la resolución numérica del objeto bajo estudio.

#### 3.1.2.1 Definiciones

Este apartado permite al usuario la colocación de sondas en puntos del dominio de manera que registren datos de las variables que se especifiquen.

En el caso que se estudia se ha situado un conjunto de sondas a lo largo del eje de simetría desde la altura 0 hasta 40R, equiespaciadas una distancia de 5R entre sí. La finalidad de la colocación de dichas sondas es el control de la velocidad en esos puntos para en apartados posteriores realizar una comparación de la frecuencia de oscilación de la velocidad con la de la longitud de la columna de agua antes de romperse en gotas.

Figura 3.3: Ejemplo de sonda en un punto del dominio

### 3.1.2.2 Geometría

Se detalla en este nodo la implementación en el simulador del dominio en el que se estudia el problema anteriormente descrito:

En primer lugar, se define el contorno del dominio especificando las coordenadas a través de los parámetros adimensionales que se generaron en el apartado anterior (figura 3.4):



Figura 3.4: Definición del contorno que delimita el dominio

A continuación, como se observa en la figura 3.5, se ha creado la línea que representa el orificio por el que sale el chorro de agua, que será necesaria a la hora de definir las condiciones iniciales y de contorno. Como en el contorno del dominio, las dimensiones de esta línea se han expresado adimensionalmente:

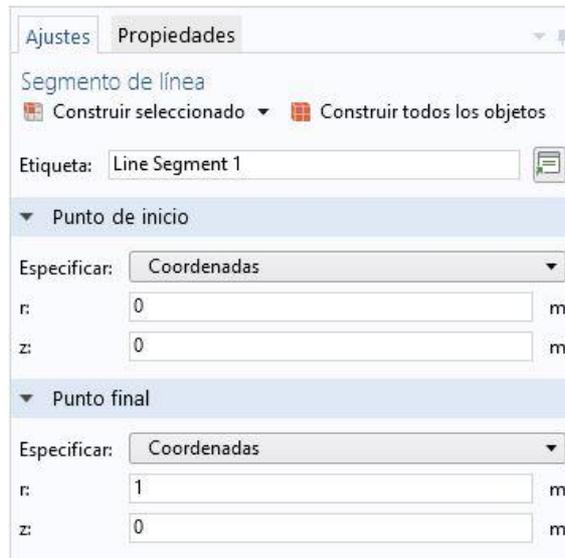


Figura 3.5: Definición del orificio de salida del chorro

Finalmente se ha creado una línea vertical con la anchura del orificio hasta la longitud final del dominio con el fin de facilitar los cálculos al programa al definir las condiciones iniciales (figura 3.6). Como en las definiciones geométricas anteriores se expresan las coordenadas mediante parámetros adimensionales:

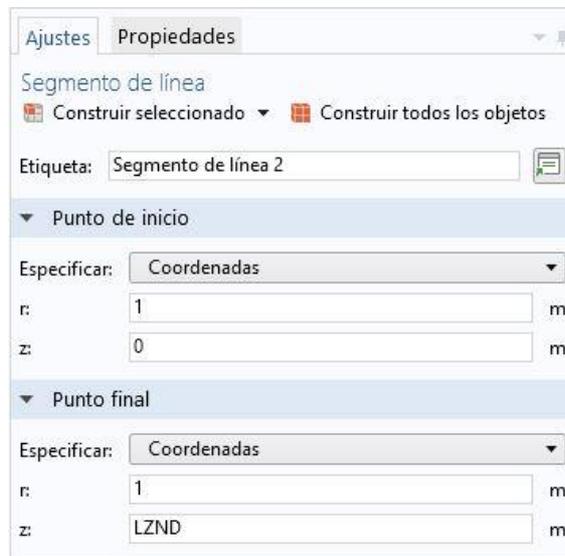


Figura 3.6: Definición de la línea que marca la interfase inicial

Por lo tanto, el dominio definido quedará de la siguiente forma:

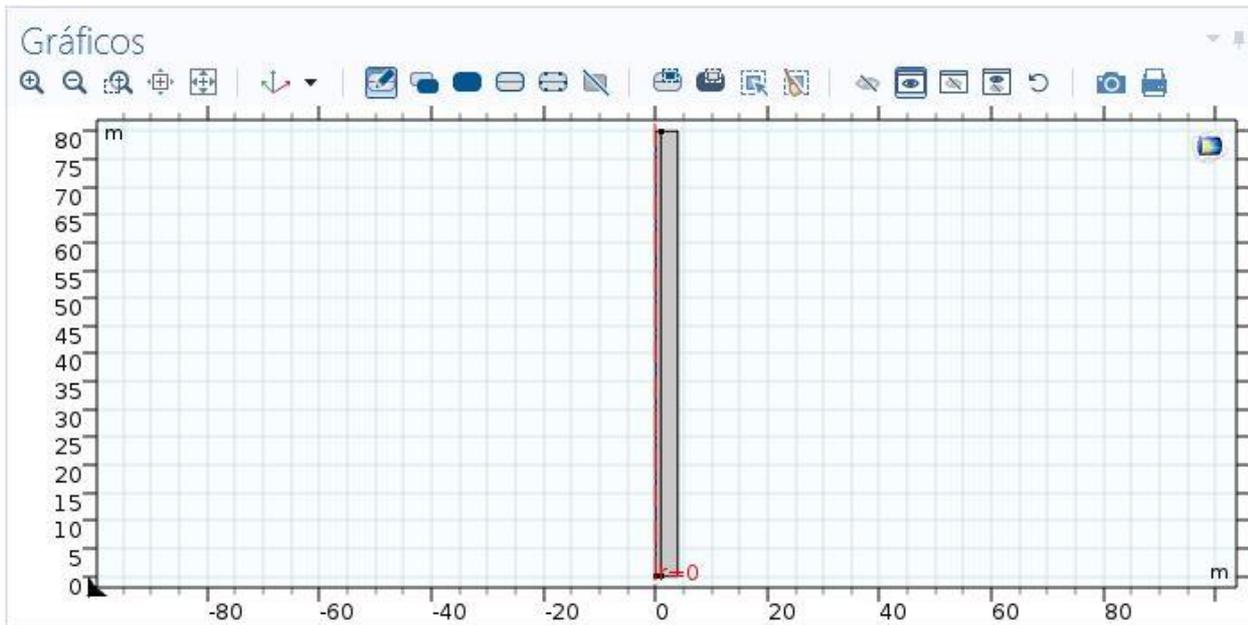


Figura 3.7: Dominio de integración del problema

### 3.1.2.3 Materiales

Este apartado permite al usuario el acceso a la biblioteca de materiales que incluye el programa con el fin de seleccionar aquellos que intervengan en el problema que se pretende resolver.

Es necesario mencionar que el software posibilita la definición de nuevos materiales, pero en el presente caso se ha hecho uso de los ya existentes debido a la precisión y la simplicidad que ofrece el hecho de que las propiedades de los materiales se encuentren predefinidas.

Ajustes		Propiedades
Materiales		
▼ Perspectiva general de material		
»	Material	Selección
	H2O (water) [liquid] (mat1)	Dominios 1-2
	Air [gas] (mat2)	No hay dominios

Figura 3.8: Materiales

Como se aprecia en la figura 3.8 se ha elegido el agua como primer material y el aire como segundo, siendo así consistentes con la nomenclatura empleada en la definición de la física del problema.

### 3.1.2.4 Laminar Flow

Como indica el apartado se tratará de un flujo laminar debido a la baja velocidad del chorro, lo que hace que nunca se alcance el régimen turbulento. De este modo el frente de velocidades tomará la forma de un flujo que sigue la ley de Hagen-Poiseuille. Esta es una ley que permite determinar el flujo laminar estacionario de un líquido incompresible y uniformemente viscoso, fluido newtoniano, a través de un tubo cilíndrico de sección circular constante.

En este apartado es donde se especifica la física del problema, es decir, las ecuaciones y condiciones iniciales y de contorno responsables de la evolución del chorro capilar.

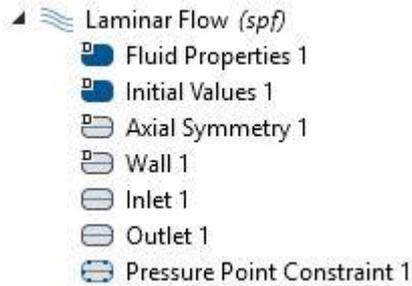


Figura 3.9: Subapartados del nodo Laminar Flow

A continuación, se detalla cómo se ha procedido a completar cada uno de estos apartados:

En primer lugar, el propio apartado de laminar flow permite al usuario definir el tipo de flujo, que como se ha comentado con anterioridad será incompresible. Este hecho se traduce en que no existe variación en la densidad del fluido, lo cual se cumple cuando  $M \ll 1$ , es decir, para velocidades muy bajas como es el caso que se estudia.  $M$  indica el número de Mach, el cual es una medida de la velocidad respecto a la del aire.

Asimismo, todas las opciones adicionales para caracterizar el flujo han sido deshabilitadas para simplificar el problema.

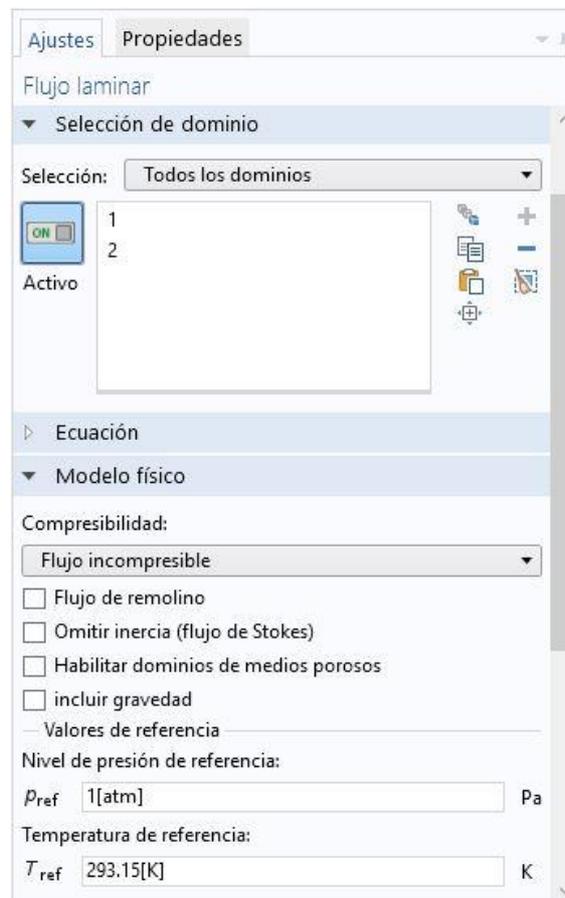


Figura 3.10: Laminar Flow

Seguidamente se completan los dos apartados que que este nodo incluye por defecto: fluid properties e initial values.

Fluid Properties: muestra las ecuaciones que rigen la física del problema en función de las condiciones definidas en la figura anterior. Como puede comprobarse, estas ecuaciones coinciden con las ecuaciones (2.1) y (2.2).

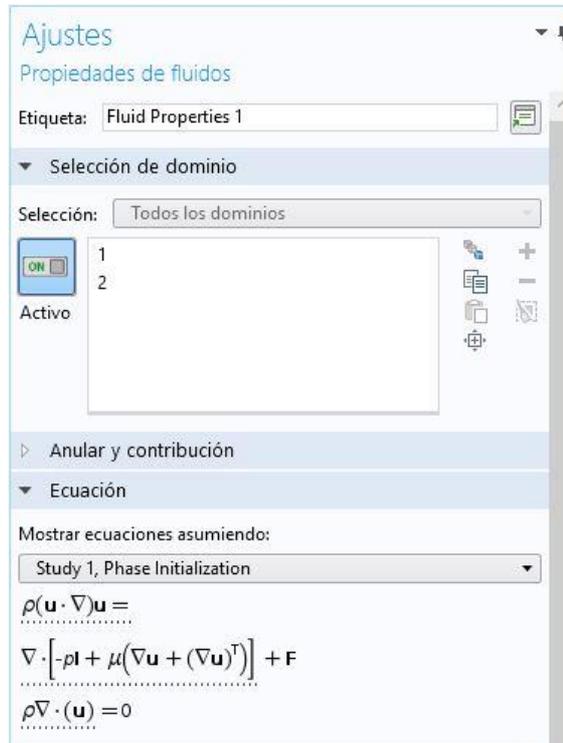


Figura 3.11: Fluid Properties

Initial Values: permite al usuario la definición de los valores iniciales que toman las variables del problema. Por lo tanto, se introducirán los aquellos que se explicitaron en las relaciones (2.40) y (2.41) y la figura 2.6.



Figura 3.12: Condiciones iniciales de presión y velocidad

Una vez rellenos estos dos apartados, para definir las condiciones de contorno será necesaria la creación de una serie de condiciones las cuales serán vinculadas al contorno correspondiente. Esto es, se definirán cuatro, una para cada contorno que delimita el dominio más una condición adicional para garantizar la correcta evolución de la simulación del problema.

La primera de ellas expresa la existencia de un eje de simetría en el contorno  $r = 0$  (caracterizado como 1 en la figura 3.13). Como puede comprobarse, esta condición solo afecta al contorno 1, ya que no aplica en el resto al estar estos bajo el efecto de sus respectivas condiciones.

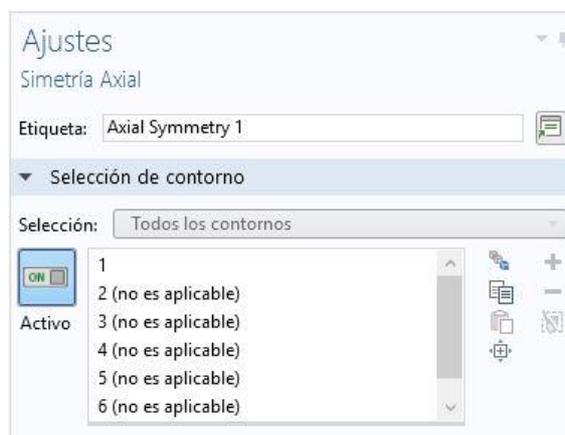


Figura 3.13: Condición de contorno: Simetría axial

La siguiente condición define una pared en el contorno  $r = 4R$  (contorno 7 en la figura 3.14).

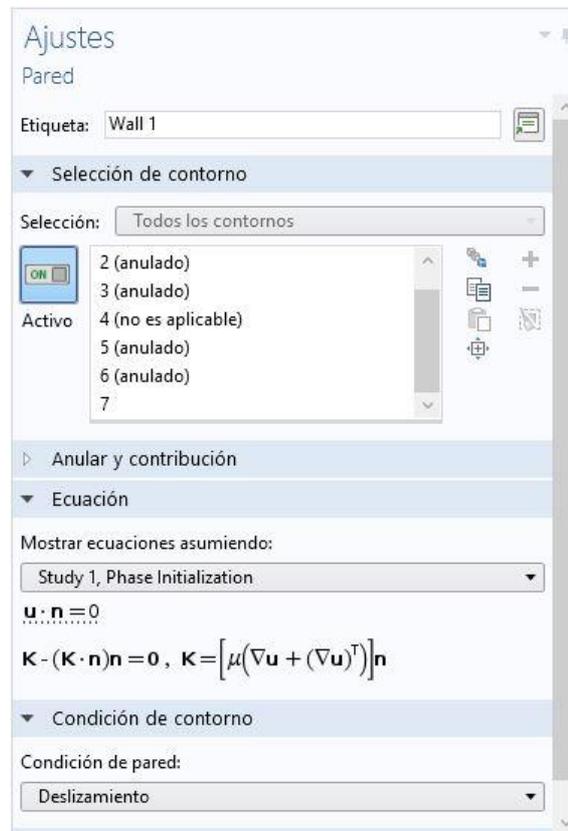


Figura 3.14: Condición de contorno: Pared

Se ha impuesto la condición de pared con deslizamiento a pesar de ser un contorno abierto debido a que el simulador encontraba dificultades de convergencia al no existir un límite definido en el caso de contorno abierto y gradientes muy bruscos de velocidades ante una pared sin deslizamiento. Por ello, para favorecer la convergencia y obtener un resultado se ha hecho este cambio frente al caso real, el cual no altera el resultado ya que no afecta al chorro al encontrarse a gran distancia de este.

Puede comprobarse que bajo las condiciones indicadas el programa está empleando la relación (2.12), definida anteriormente.

Seguidamente se define la condición de entrada, nombrada en la figura 3.9 como inlet 1. Como puede apreciarse en la figura 3.15 afecta a los dominios 2 y 5, es decir, todos los valores de  $r$  desde el origen hasta el límite del dominio en  $r = 4R$ . Esta condición se corresponde con la definida en la relación (2.7), la cual expresa el valor de la velocidad de entrada de agua y aire en la región del dominio.

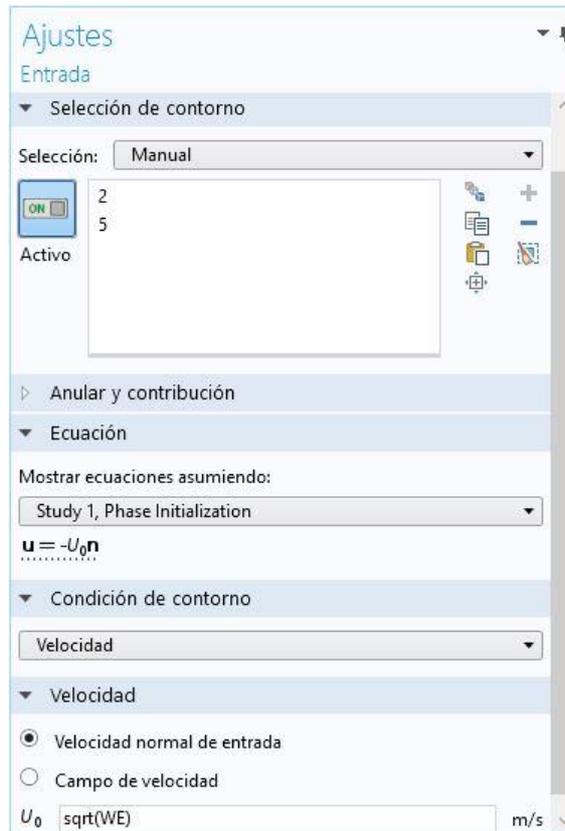


Figura 3.15: Condición de contorno: Entrada

Como se comentó anteriormente, se ha supuesto la misma velocidad de entrada para agua y aire con el fin de facilitar los cálculos al simulador. Este hecho a pesar de no ser consistente con lo que sucede en la realidad, produce unos resultados idénticos a este.

A modo de condición de salida se define la expresada como outlet 1 en la figura 3.9. Como muestra la figura 3.16, a), se aplica sobre los contornos 3 y 6, análogos a los de la entrada a una distancia  $L_z$  del plano donde se encuentran estos.

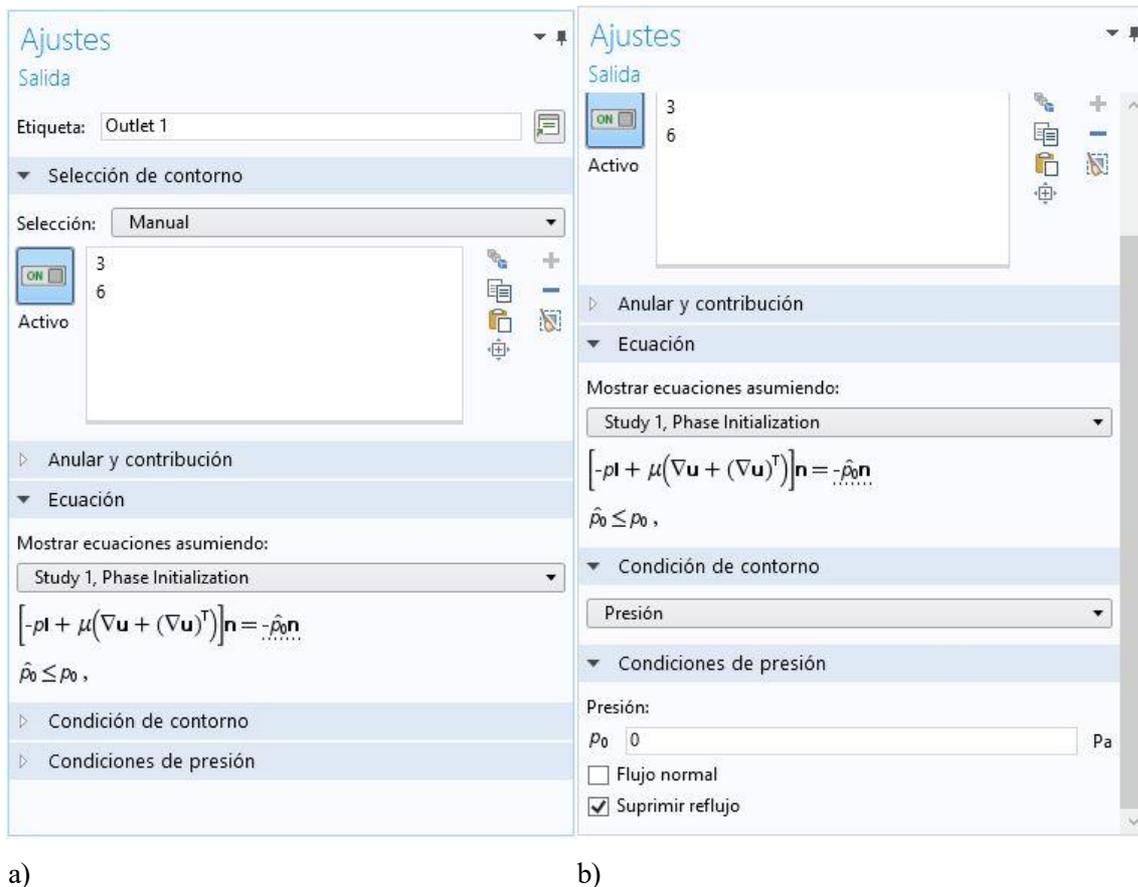


Figura 3.16: Condición de contorno: Salida

La ecuación que proporciona el software combinada con el valor de la presión aportado por el usuario,  $p_0 = 0$ , resultan la expresión (2.10).

Asimismo, para evitar dificultades en el cálculo se ha marcado la casilla de suprimir reflujo, la cual indica que el flujo que sale del dominio no vuelve a entrar.

Finalmente (figura 3.17), se ha definido una condición reiterativa, esta va implícita en la previamente mencionada condición de salida. Esta nueva condición facilita los cálculos al simulador y evita problemas de convergencia reintroduciendo el valor de  $p_0 = 0$  para el punto de coordenadas  $(4R, L_Z)$ .

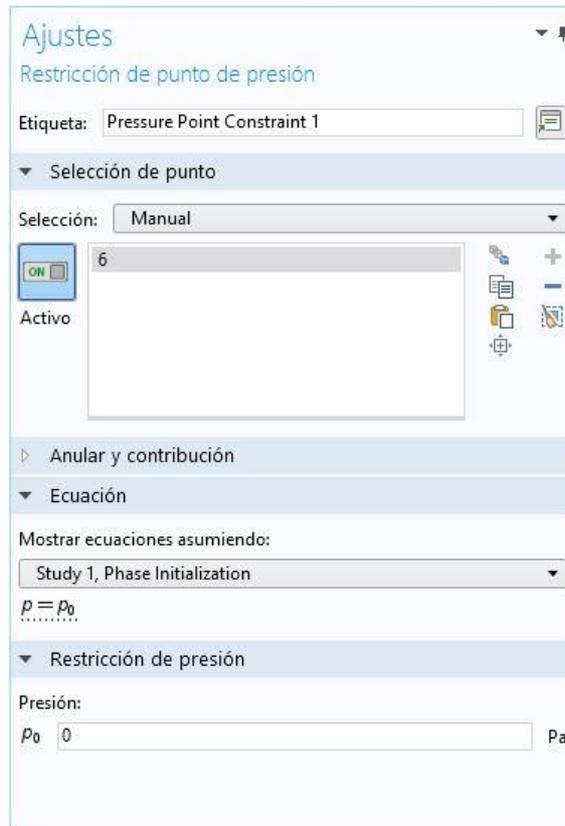


Figura 3.17: Condición de contorno: Restricción de presión en un punto

### 3.1.2.5 Level Set

En este apartado se definirán las ecuaciones, condiciones iniciales y de contorno que deberá cumplir la variable  $\varphi$ , es decir, aquella que define la interfase entre los dos fluidos e indica cual se está considerando.

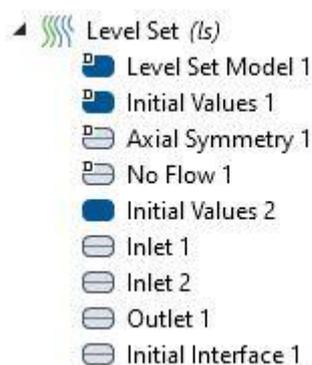


Figura 3.18: Subapartados del nodo Level Set

A continuación, se procederá a realizar una explicación detallada de cómo se han completado cada uno de los subapartados anteriores para resolver el problema en cuestión.

En primer lugar, es necesario definir el dominio donde se considerará la variable bandera  $\varphi$ , que como se observa en la figura 3.19, será el comprendido por 1 y 2, es decir, todo el dominio de estudio del problema.

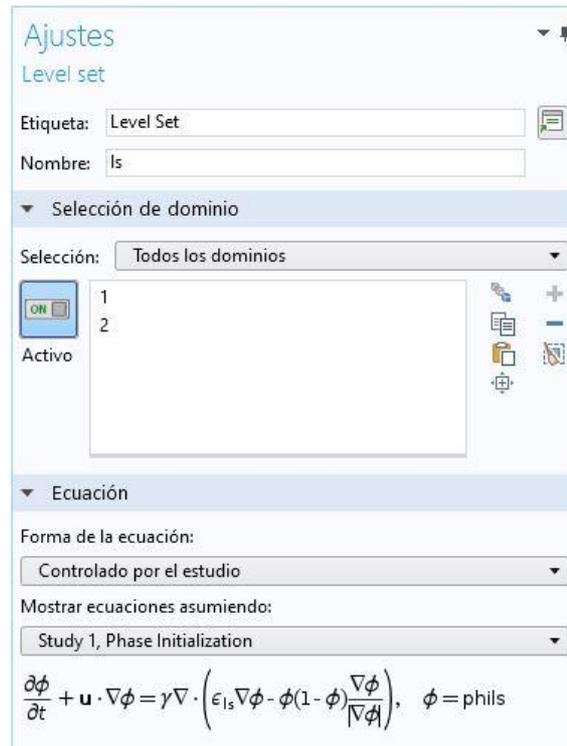


Figura 3.19: Level Set

En la figura 3.19 el software indica la ecuación que debe cumplir  $\phi$  en el dominio, la cual se corresponde con la definida en la relación (2.3) empleando en este caso el símbolo  $\phi$  en lugar de  $\varphi$ .

A continuación, se deben completar una serie de cuatro subpartados predefinidos por el nodo Level Set (Level Set Model, Initial Values, Axial symmetry, No Flow) más los correspondientes a cada uno de los contornos que conforman el dominio.

Level Set Model: en este subpartado se definen los parámetros de reinicialización y de control de interfaz, que aparecen en la ecuación que controla la variable  $\phi$ , los cuales en este caso permanecen con su valor por defecto.

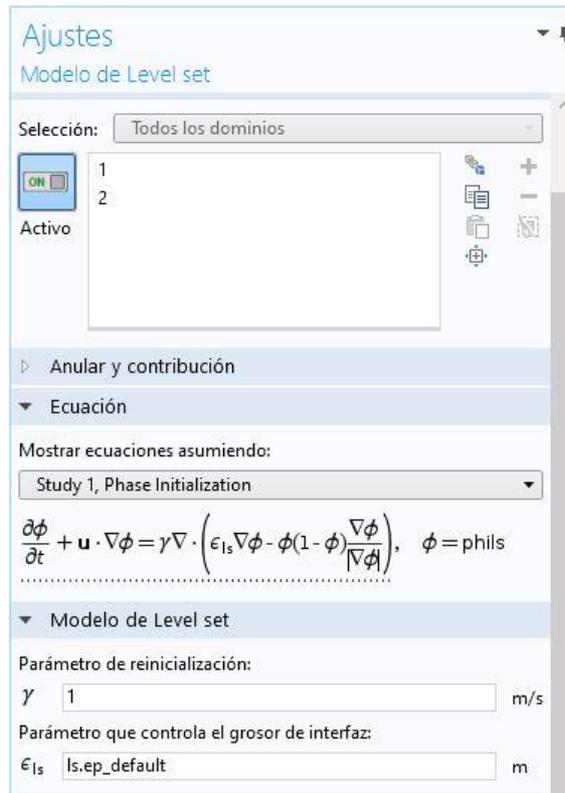


Figura 3.20: Modelo de Level Set

Initial Values 1: como su nombre indica, fija el valor inicial de la variable  $\phi$ . Se ha descompuesto en dos subapartados 1 y 2 dependiendo de la región del dominio que se trate. El presente (figura 3.21) indica un valor inicial de  $\phi = 1$  en el dominio 2, es decir, en el instante inicial esta región estará únicamente comprendida por aire.

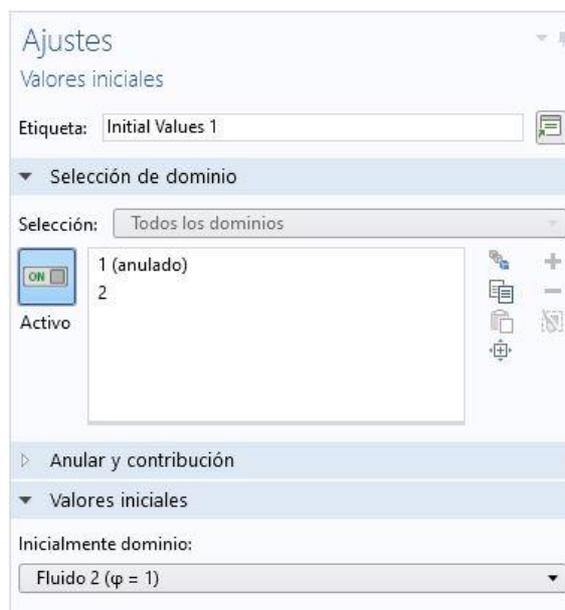


Figura 3.21: Condición inicial de la variable  $\phi$  para el aire

Axial Symmetry: condición derivada de la geometría, reitera la existencia de simetría axial en el contorno 1, es

decir, el equivalente a  $r = 0$ .

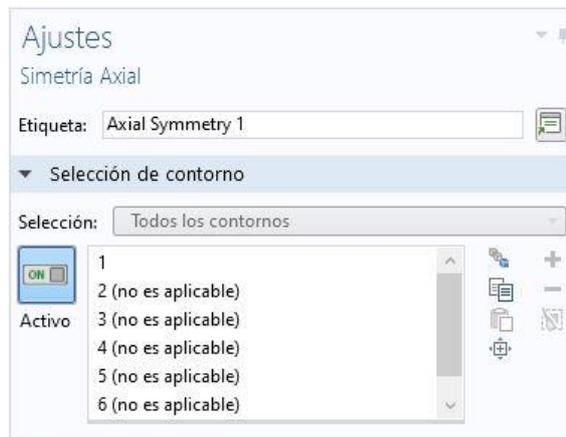


Figura 3.22: Condición de contorno: Simetría axial

No Flow: este subpartado indica aquellos contornos que no presentan ningún tipo de flujo a través de ellos. En el problema bajo estudio no se considera ningún contorno con esta condición como se puede ver en la figura 3.23.

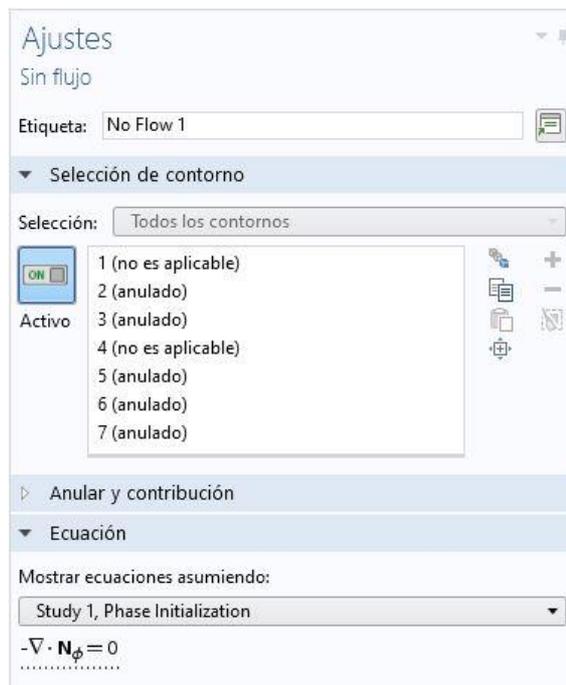


Figura 3.23: Condición de contorno: No existencia de flujo

Las condiciones impuestas a los distintos contornos se verán a continuación.

En primer lugar, para completar la definición de los valores iniciales, se crea el subpartado Initial Values 2, en el cual se indica que en el dominio 1, es decir, para  $r < R$ , se cumple que  $\varphi = 0$  por lo que en el instante inicial esta región estará completamente llena de agua.

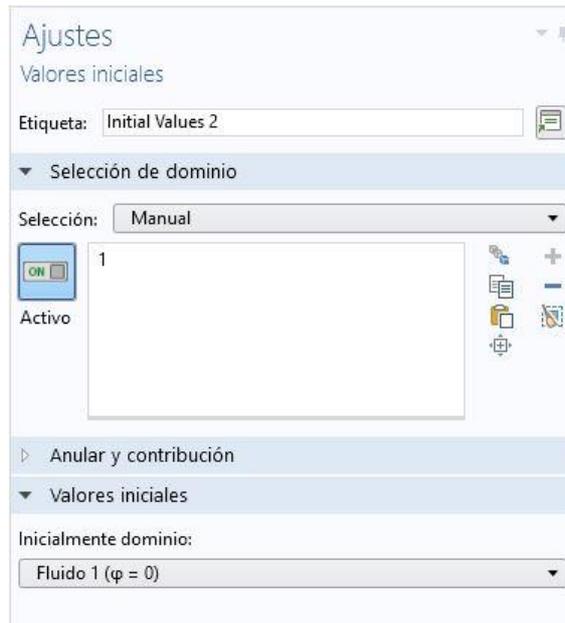


Figura 3.24: Condición inicial de la variable  $\varphi$  para el agua

Seguidamente se encuentran las definiciones de la condición a cumplir por los contornos donde existe una entrada de flujo, Inlet1 e Inlet 2. En primer lugar, Inlet 1 (figura 3.25) indica que a través del contorno 2, es decir,  $r < R$ , fluye agua ( $\varphi = 0$ ).

De manera análoga, Inlet 2 (figura 3.26) muestra que en el instante inicial los contornos 5 y 7, esto es,  $r > R$  y  $r = 4R$  análogamente, se encuentran atravesados por un flujo de aire ( $\varphi = 1$ ).

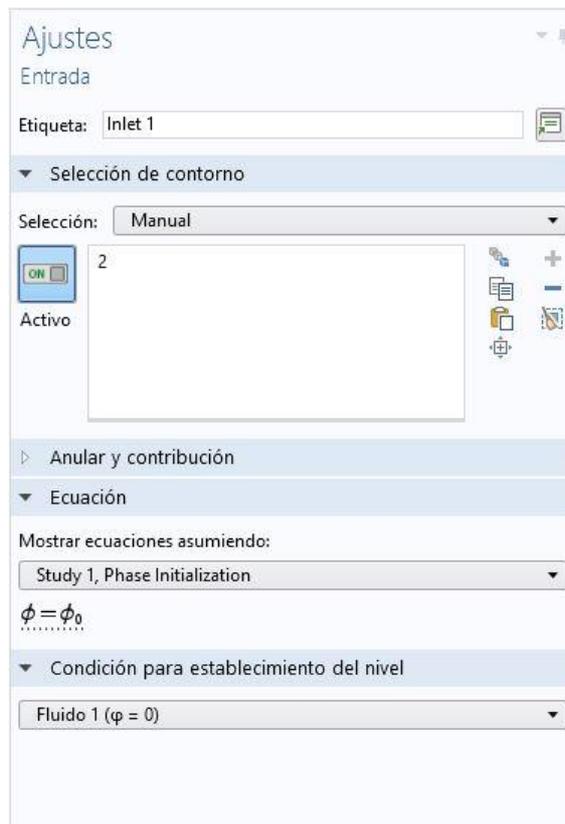


Figura 3.25: Condición de contorno: Entrada de agua

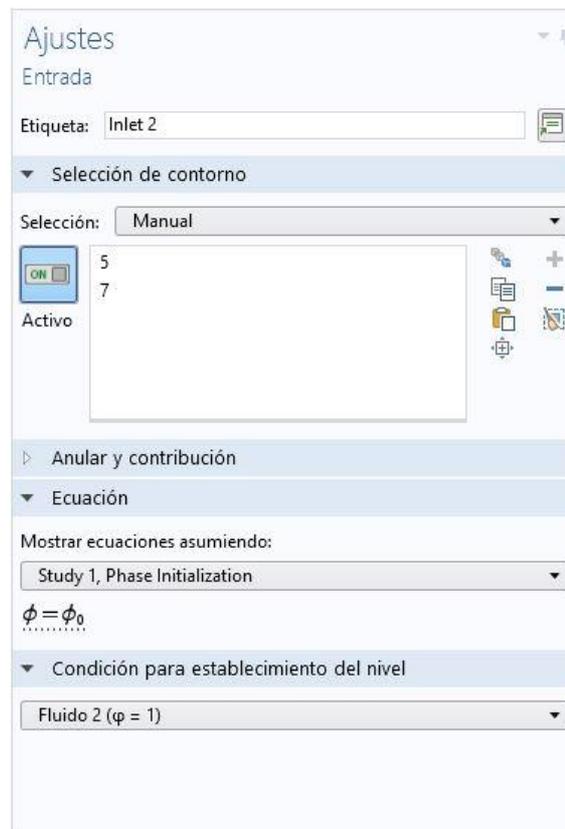


Figura 3.26: Condición de contorno: Entrada de aire

Del mismo modo que en el nodo Laminar Flow, los contornos que conforman el límite del dominio en  $z = L_z$  presentan la condición de salida. Así Outlet se aplica a los contornos definidos como 3 y 6.

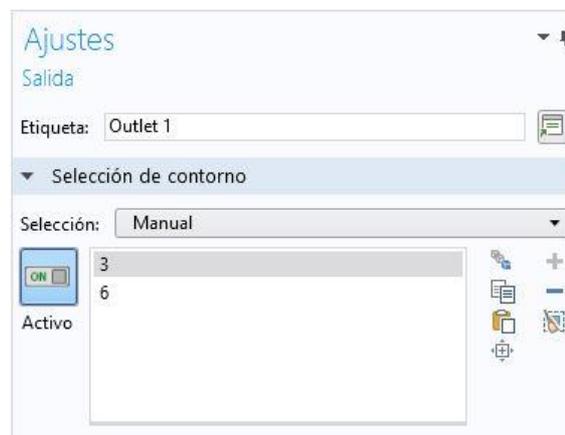


Figura 3.27: Condición de contorno: Salida

Por último, se marca la recta  $r = R$  como la interfase inicial entre los dos fluidos, agua y aire. Debido a esto, en la figura 3.28 se muestra como se ha asociado la condición Initial Interface al contorno definido como 4.

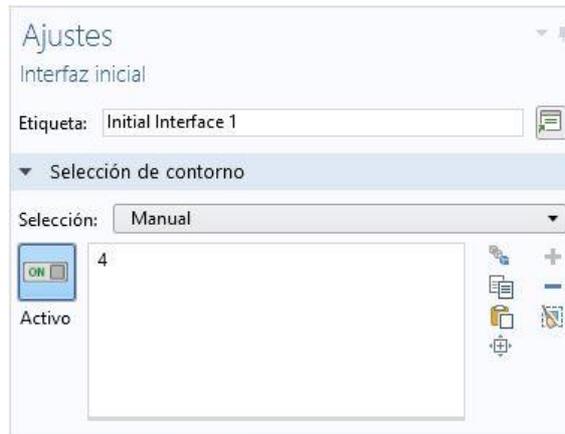
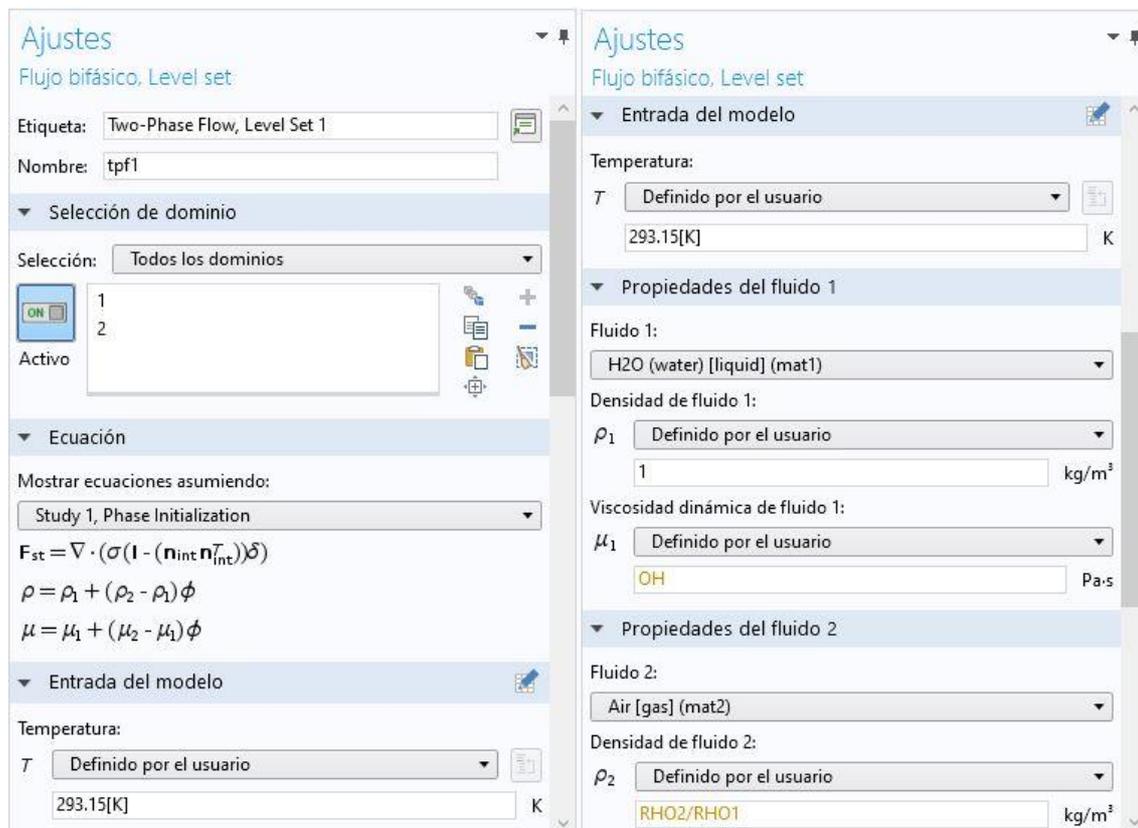


Figura 3.28: Condición de contorno: Interfase inicial

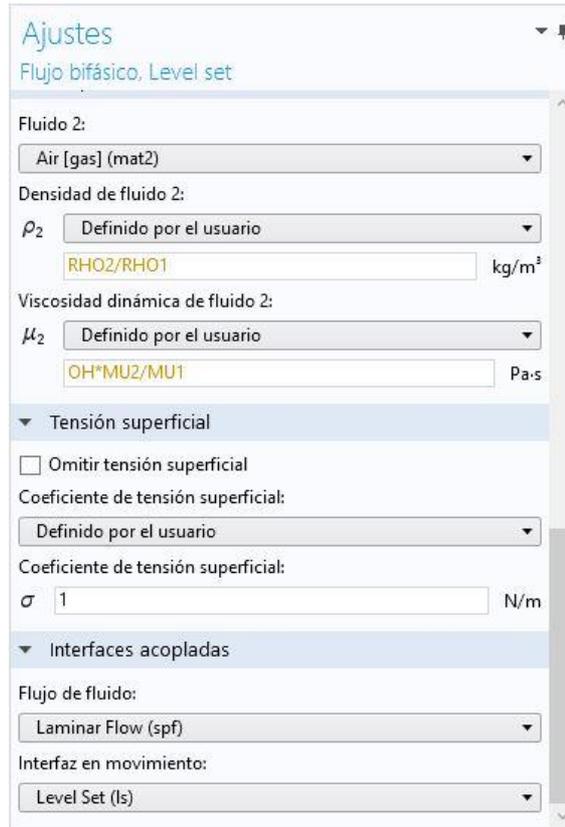
### 3.1.2.6 Multifísica

Este nodo aúna los anteriores Laminar Flow y Level Set así como los parámetros definidos por el usuario para determinar las propiedades de los diferentes fluidos y la interacción entre ambos.



a)

b)



c)

Figura 3.29: Multifísica

Al comienzo, el software muestra las ecuaciones que empleará en este apartado (figura 3.29, a)). En este caso la primera de las ecuaciones expresa la fuerza debida a la tensión superficial  $\sigma$ , la cual se explicará posteriormente. Además, la segunda y la tercera asignan a las variables densidad y viscosidad dinámica los valores de estas para agua o aire en función del valor que tome la variable bandera  $\varphi$ .

A pesar de aparecer las propiedades de los materiales incluidas en la definición de los mismos, en la biblioteca del programa, se ha decidido introducir manualmente el valor de la densidad y la viscosidad dinámica debido a que se optó por resolver el problema empleando variables adimensionales.

Empleando las relaciones (2.22) y (2.25), se indica qué valores han de tomar las variables mencionadas (figuras 3.29, b)-c)). De este modo la densidad del agua tomará el valor 1, y la del aire se adimensionalizará empleando la del agua, siendo por tanto su valor  $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ . De manera análoga, el valor de la viscosidad dinámica del agua resultará ser  $Oh$ , es decir, el numero de Ohnesorge, expresado en la relación (2.31). Por consiguiente, el valor de dicha propiedad para el aire será  $\frac{\mu_2}{\mu_1} Oh$ .

A modo de resumen se indica el valor adimensional de las variables:

$$\begin{aligned}\bar{\rho}_1 &= 1 \\ \bar{\rho}_2 &= \frac{\rho_2}{\rho_1} \\ \bar{\mu}_1 &= Oh \\ \bar{\mu}_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} Oh\end{aligned}$$

La ventaja de emplear el número de Ohnesorge como valor de la viscosidad adimensional reside en la posibilidad de tomar como valor del coeficiente de tensión superficial el número 1 debido a que el valor real del coeficiente va implícito en  $Oh$ , como puede deducirse de su expresión.

Finalmente (figura 3.29, c)), se detalla que el flujo de fluido y la interfaz entre fluidos vienen determinados por los nodos Laminar Flow y Level Set respectivamente, ambos detallados con anterioridad.

### 3.1.2.7 Mallas

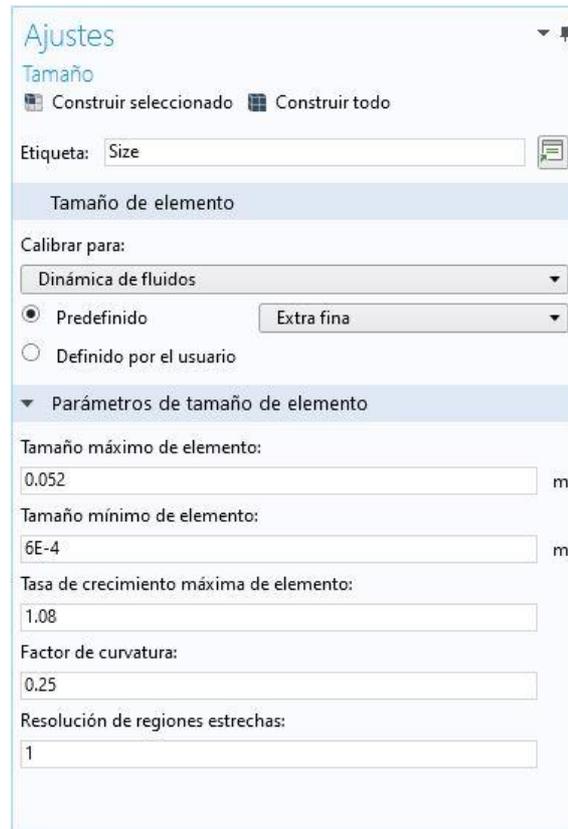
La malla se trata de la cuadrícula que se extiende a lo largo de todo el dominio discretizándolo en pequeñas regiones permitiendo así una solución más precisa del problema.

El funcionamiento de la malla se basa en el método de los elementos finitos, por el cual el problema original se divide en tantos subproblemas como regiones haya generado el mallado. Las ecuaciones se resuelven en cada uno de estos dominios infinitesimales y la solución global del problema resultará ser la unión de las soluciones de cada uno de los subproblemas.

Este método de resolución genera unos resultados que aumentan en precisión a medida que aumenta el número de subdivisiones que origina el mallado, por lo que para obtener los mejores resultados interesará emplear la malla más fina. Sin embargo, un gran número de subproblemas implica una mayor necesidad de resolver ecuaciones por parte del simulador, por lo que una malla excesivamente pequeña derivará en un gran tiempo de cálculo.

De este modo será necesario llegar a una solución de compromiso, buscando así la discretización más estricta que a la vez permita unos tiempos de cálculo razonables.

Como ejemplo se muestra la figura 3.30, en la que puede observarse que se ha marcado la opción de que se calibre para dinámica de fluidos, ya que es la rama de la física que se está estudiando. También se puede elegir el tamaño del elemento, del cual muestra sus características. En la figura 3.30 se ilustra un ejemplo para tamaño de malla extra fina.



Ajustes

Tamaño

Construir seleccionado  Construir todo

Etiqueta:

Tamaño de elemento

Calibrar para:

Predefinido

Definido por el usuario

Parámetros de tamaño de elemento

Tamaño máximo de elemento:  m

Tamaño mínimo de elemento:  m

Tasa de crecimiento máxima de elemento:

Factor de curvatura:

Resolución de regiones estrechas:

Figura 3.30: Características de la malla

En base a esta elección, en la figura 3.31 puede apreciarse el aspecto que presenta la malla. Puntualizar que la figura muestra en detalle una malla extra gruesa, para su mejor visualización.

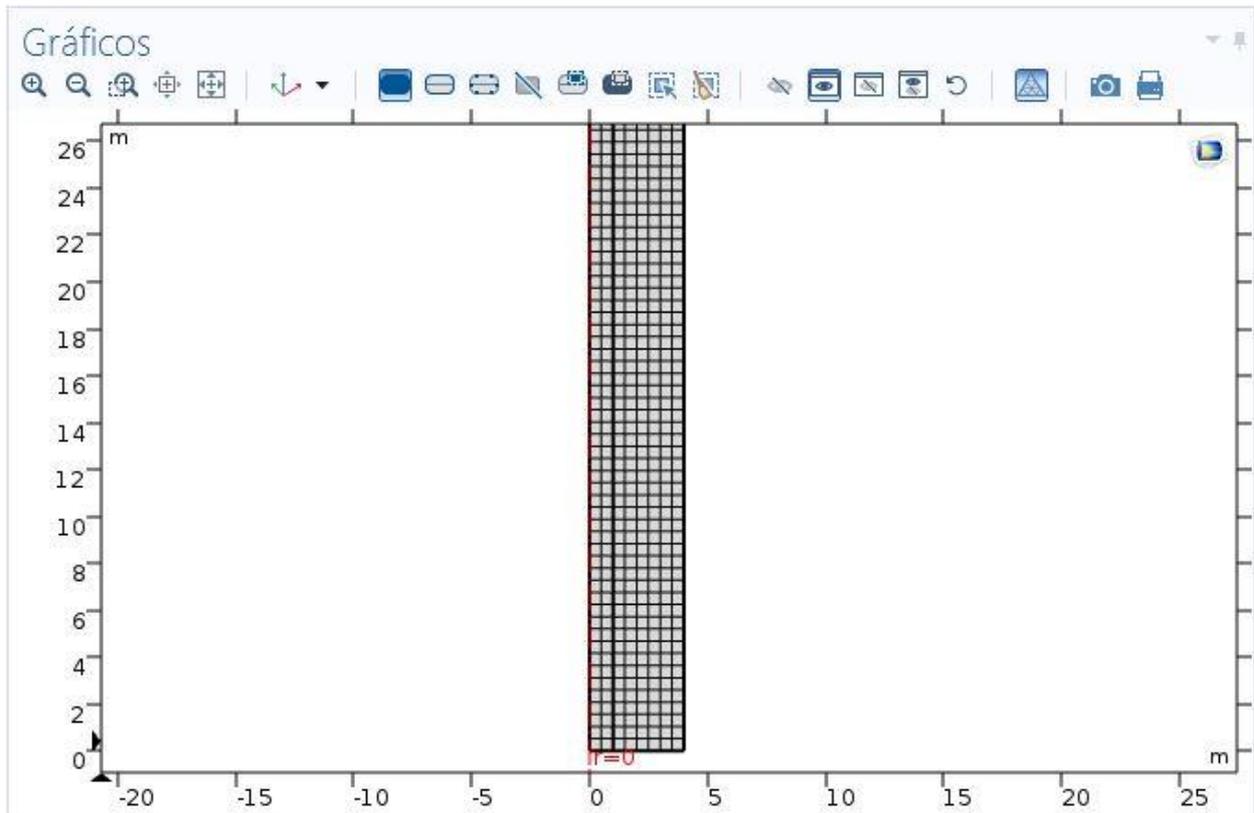


Figura 3.31: Ejemplo gráfico de la malla

Se han tomado dos decisiones en cuanto a la forma de la malla con el fin de garantizar una correcta y rápida convergencia de las iteraciones.

En primer lugar, se ha optado por escoger una malla cuadrada, en lugar de triangular u otra morfología, ya que de esta manera las líneas que determinan el mallado se encuentran alineadas con las que marcan el dominio evitando así zonas mal definidas.

En segundo lugar, se ha hecho uso de una malla uniforme, es decir, con subdivisiones idénticas, evitando así largos tiempos de cálculo y problemas de convergencia que pudieran derivar de la existencia de diferentes tamaños de mallados por zonas.

Es necesario aclarar que estas decisiones han sido tomadas de manera empírica tras numerosas pruebas con diferentes configuraciones de morfologías y tamaños de mallas llegando a la conclusión de que la elección realizada es la que genera un resultado óptimo.

### 3.1.3 Estudio

Una vez completos los nodos anteriormente descritos, el apartado Estudio permite iniciar la simulación del problema con el fin de generar unos resultados.

Este estudio engloba la física descrita en Laminar Flow, Level Set y Multifísica junto con la geometría de la malla. Resuelve las ecuaciones en cada una de las regiones que determinan el mallado y genera unos resultados empleando el método de los elementos finitos.

El estudio se compone de dos fases, la primera para el instante inicial haciendo uso de las condiciones iniciales y la segunda fase dependiente del tiempo.

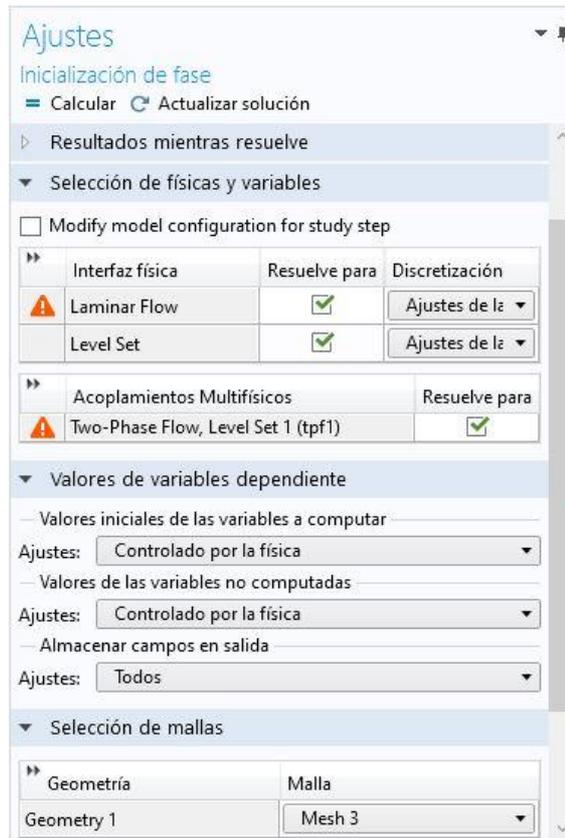
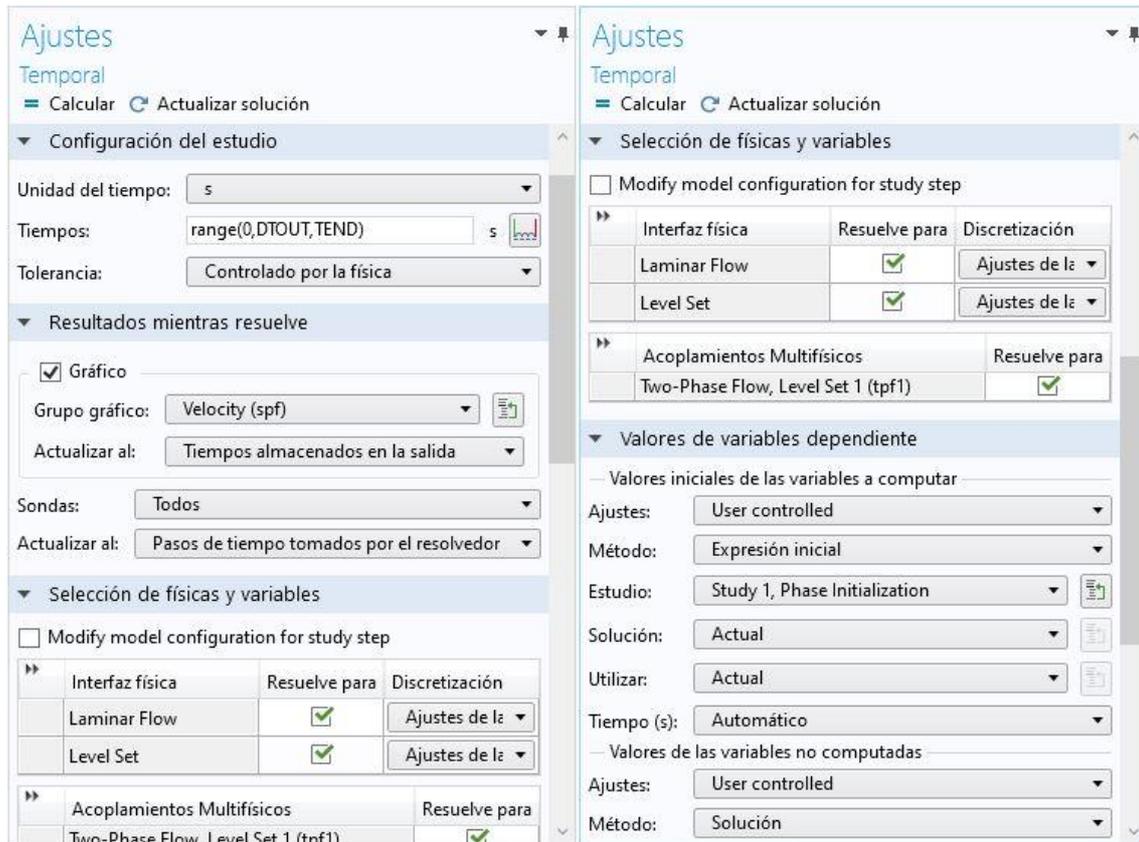


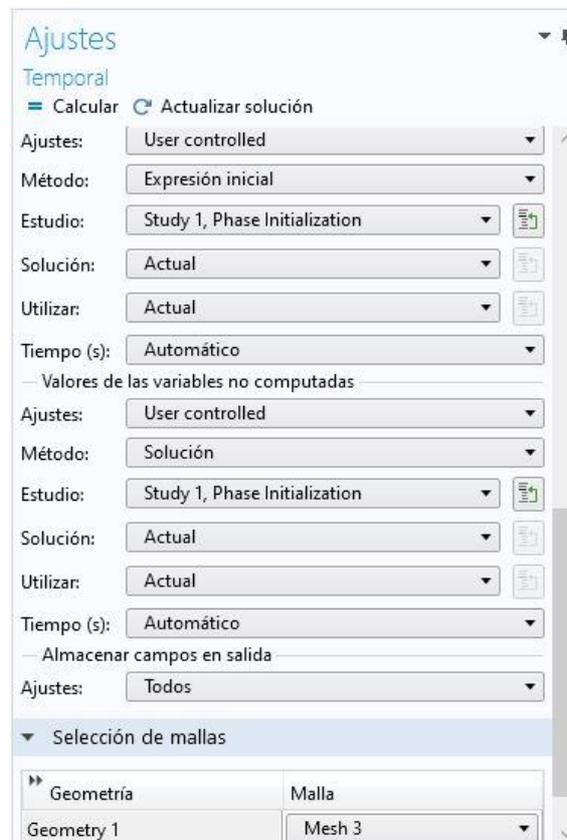
Figura 3.32: Fase inicial del estudio

Para la configuración de la primera fase del estudio, se aprecia como la física seleccionada se corresponde con los nodos mencionados anteriormente. Además, se escoge como malla la diseñada por el usuario, en este caso denominada Mesh 3. Por último, es necesario comentar que los valores de variables dependientes permanecen en sus ajustes por defecto.



a)

b)



c)

Figura 3.33: Fase temporal del estudio

Análogamente, para la segunda fase del estudio, se han empleado los mismos nodos para caracterizar la física y la geometría (mallado) como se observa en las figuras 3.33, b) y c).

Se ha hecho uso de los parámetros definidos para caracterizar los tiempos de simulación, esto es DTOUT y TEND, siendo el primero de ellos el intervalo de tiempo entre dos instantes en los que se almacena el resultado de simulación. El segundo indica el tiempo que marca el final del estudio figura (3.33, a)).

Esta fase permite además que los valores de las distintas variables que se obtienen a lo largo de la simulación puedan ser mostrados gráficamente.

El resto de opciones sobre las que no se ha hecho un comentario explicativo al igual que en la primera fase permanecen con sus valores por defecto.

# 4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Tras haber realizado la implementación del problema bajo estudio en el simulador COMSOL, se han obtenido los resultados del mismo, es decir, los campos de velocidades y de presiones (figuras 4.1 y 4.2) así como el valor de la variable  $\varphi$  para todo instante de tiempo. A continuación, se procederá al estudio e interpretación de dichos resultados y a la justificación de los mismos atendiendo a la física del problema.

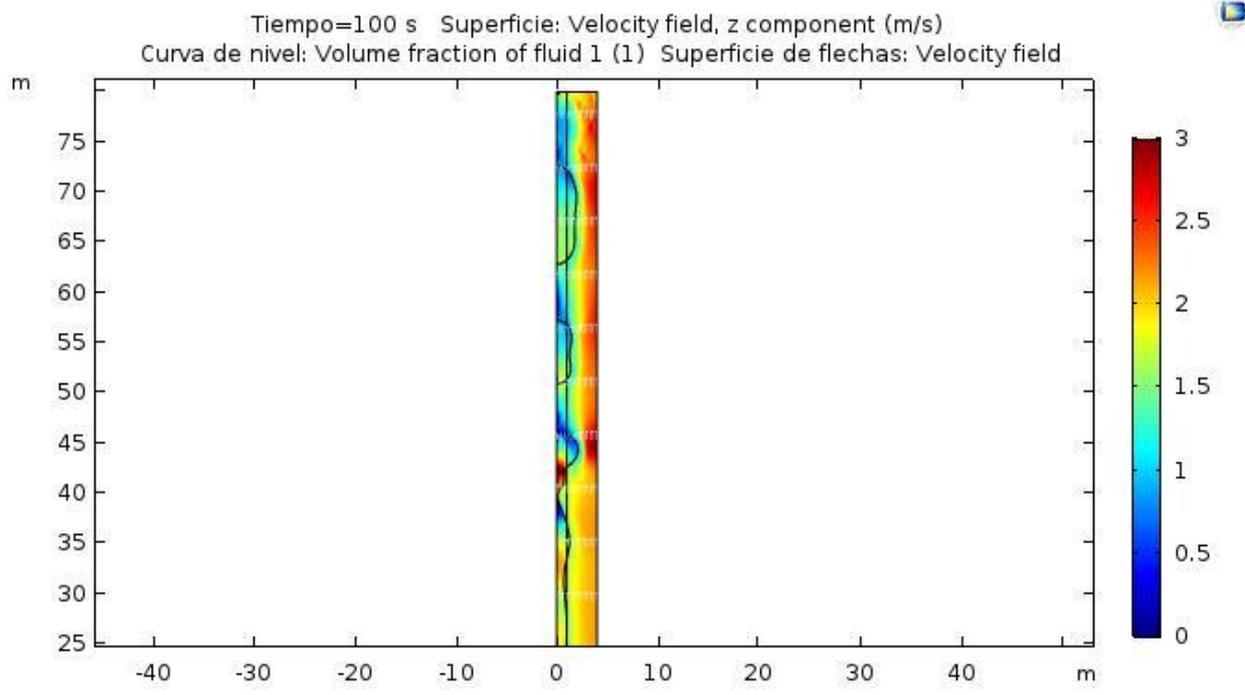


Figura 4.1: Representación del campo de velocidades en el instante final

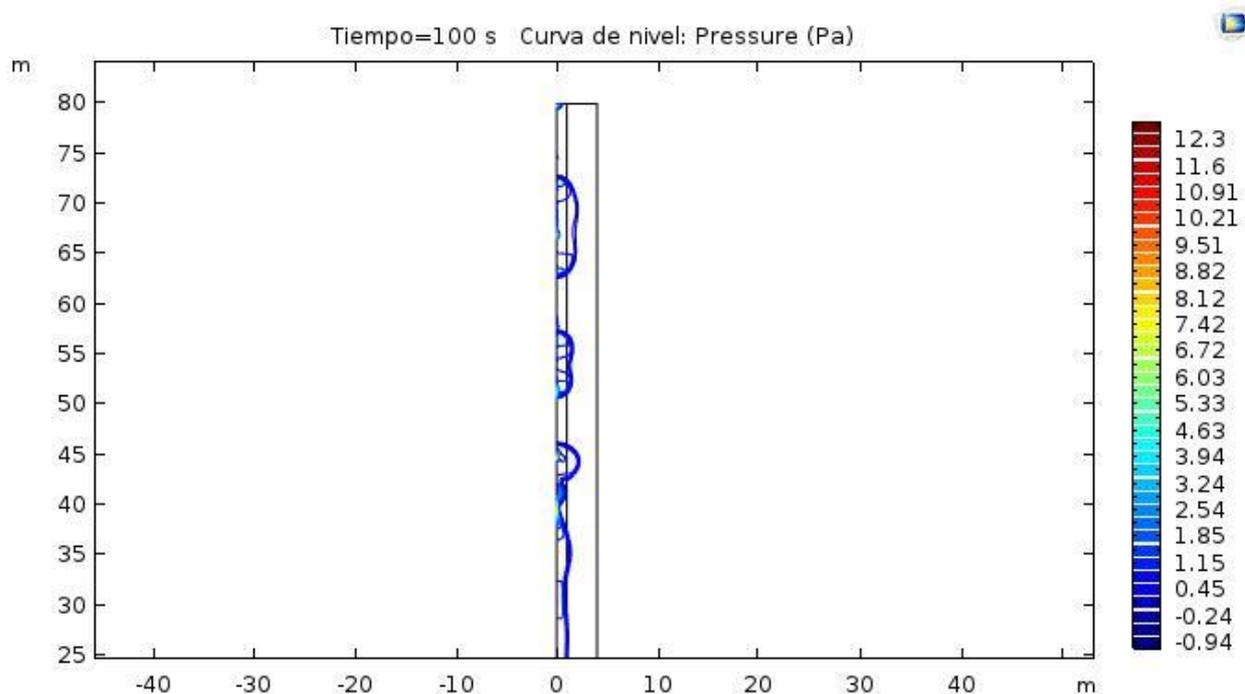


Figura 4.2: Representación del campo de presiones en el instante final

## 4.1 Descripción de la simulación

El objetivo de este estudio es obtener la longitud de ruptura del chorro y la velocidad en las sondas para cada instante de tiempo, además de su discusión y comparación mostrando una especial atención a la frecuencia de oscilación.

La denominada longitud de ruptura del chorro no es más que la columna de agua que constituye el chorro capilar unificado antes de su rotura en gotas. Como se comentó con anterioridad, en el régimen de jetting en el que se está trabajando, por acción de las fuerzas viscosas y de tensión superficial, el chorro inicial que emana del depósito finalmente rompe en forma de gotas adoptando la forma mostrada en la figura 2.1.

En primer lugar, se procederá a detallar el proceso seguido para obtener la citada longitud de ruptura a partir de los resultados aportados por el software.

El simulador COMSOL permite conocer la fracción volumétrica de un determinado fluido en el punto que se desee, por lo que ha decidido obtener el valor de dicha variable en todos los puntos del eje de simetría para cada instante de tiempo.

De este modo, tomando como fluido a estudiar el agua, la longitud de rotura del chorro vendrá determinada por aquel punto del eje en el cual exista por primera vez un 50% de dicho líquido lo cual significará que se ha roto el chorro en gotas por existir otro 50% de aire.

Por tanto, la gráfica que representa la fracción volumétrica de fluido frente a la coordenada z para todo instante de tiempo resultará:

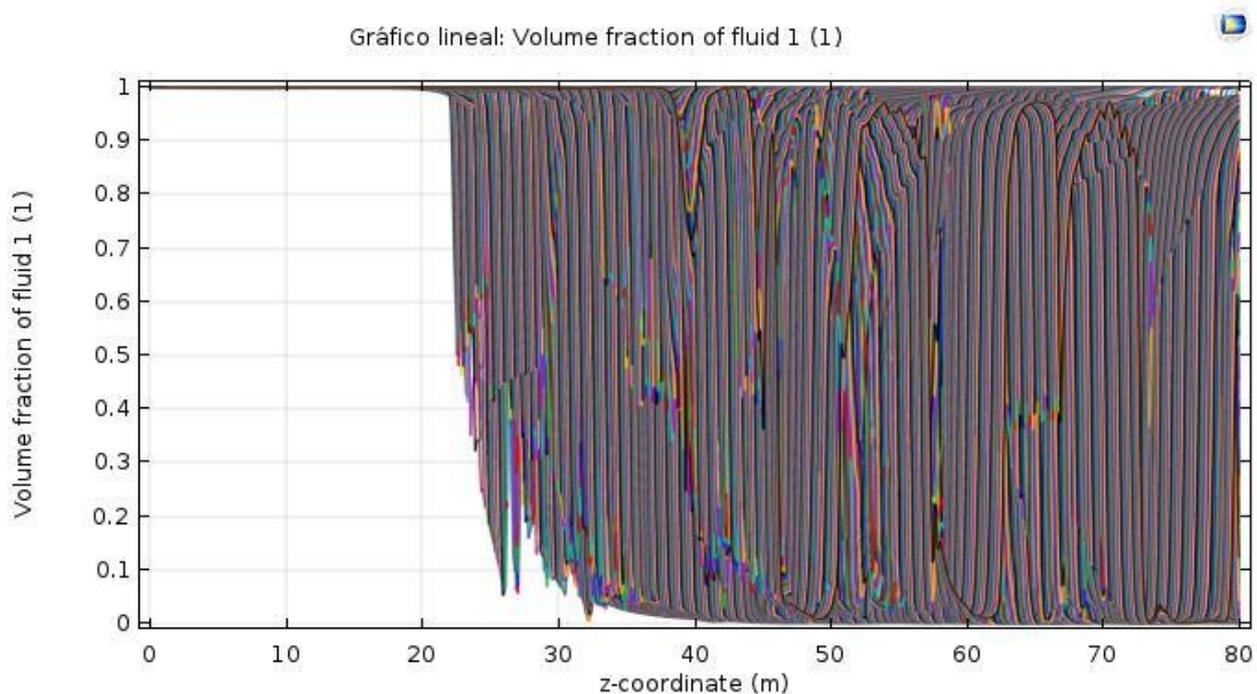


Figura 4.3: Fracción volumétrica de agua frente a la coordenada z para todo instante de tiempo

Una vez obtenido este gráfico, es exportado en forma de tabla de valores en formato .txt y transformado a tabla de Excel. La tabla presenta dos columnas, la primera con los valores de las longitudes desde 0 hasta 80 m para cada instante de tiempo y la segunda los valores de las fracciones volumétricas. Una vez ordenada la información, se procesa con el programa Matlab con el fin de obtener la longitud de rotura para cada instante de tiempo. Para ello se emplea el siguiente código:

```
A=xlsread('nombre_del_archivo.xlsx');
k=find(A(:,1)==80)
```

```

k=[0 k']
m=length(k)
for n=1:(m-1)
    for i=(k(n)+1):k(n+1)
        if A(i,2)>=0.5
            lf(n)=80;
        else
            lf(n)=(A(i,1)+A(i-1,1))/2
            break
        end
    end
end
end
lf
figure(1)
t1=[0:0.5:100];
plot(t1,lf)

```

El algoritmo separa las longitudes desde 0 hasta 80 para cada unidad temporal, y estudia para cada una de ellas la posición del primer punto con fracción volumétrica del 50%, ese punto marcará la longitud de rotura para cada instante de tiempo.

En segundo lugar, se pretende obtener la gráfica que muestra el valor de la velocidad en las distintas sondas a lo largo de tiempo y a partir de esta conocer frecuencia de oscilación de dicha magnitud.

COMSOL proporciona un gráfico con las velocidades de cada una de las sondas superpuestas, y de manera análoga al caso de la fracción volumétrica, se exporta como tabla de valores en formato .txt y posteriormente es convertido en documento de Excel.

Para obtener el valor de la frecuencia de cada una de estas velocidades, ya que adoptan una evolución aproximadamente periódica, de nuevo se hace uso de Matlab. Para ello se empleará la transformada de Fourier que permite el paso de del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Esto se implementará empleando el siguiente script de Matlab.

```

A=xlsread('nombre_del_archivo.xlsx');
t=A(:,1);
v1=A(:,2);
v2=A(:,3);
v3=A(:,4);
v4=A(:,5);
v5=A(:,6);
v6=A(:,7);
v7=A(:,8);
v8=A(:,9);
figure(1)
plot(t,v1)
hold on
plot(t,v2)
hold on
plot(t,v3)
hold on
plot(t,v4)
hold on
plot(t,v5)
hold on
plot(t,v6)
hold on
plot(t,v7)
hold on

```

```

plot(t,v8)
xlabel('t[s]');
legend('S-5','S-10','S-15','S-20','S-25','S-30','S-35','S-40')

[N,M]=size(A);
T=100/N;
fc=1/(2*T);
p=2*fc/N;
f=-fc:p:fc-p;
y=A(:,2:M);
Y=fftshift(fft(y));
figure(2)
plot(f,imag(Y(:,1)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,2)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,3)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,4)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,5)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,6)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,7)))
hold on
plot(f,imag(Y(:,8)))

xlabel('f[Hz]');
legend('S-5','S-10','S-15','S-20','S-25','S-30','S-35','S-40')

```

Es necesario comentar que el código genera la gráfica de la velocidad tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. Además, indicar que se han tomado valores para sondas situadas hasta el punto medio de la longitud total del dominio, es decir, hasta 40m con la disposición comentada en el apartado de sondas.

## 4.2 Resultados para distintas mallas

Como se comentó en apartados anteriores, la elección de la malla adecuada es un elemento clave para la resolución del problema. En el presente apartado se pretende mostrar el proceso iterativo de prueba con diferentes configuraciones y sus resultados con el fin de determinar el mallado a emplear.

En las diferentes pruebas realizadas se ha empleado un valor genérico del número de Weber, en este caso  $We = 4$ . Una vez fijada la malla definitiva se realizan pruebas para diferentes valores de dicho parámetro.

Se han empleado mallas rectangulares y uniformes como se comentó en el apartado de mallas. Por lo tanto, el único parámetro que se varía a lo largo de las diferentes iteraciones será el refinamiento de la malla, esto es, el número de regiones en que la malla divide al dominio. Las diferentes mallas empleadas, que se caracterizan en el software como fina, gruesa, extra gruesa... serán denominadas en el presente trabajo por el valor adimensional del lado del cuadrado que las definen. De esta forma una malla 0.5 representa a aquella cuyas regiones son cuadrados cuyo lado es la mitad del radio del orificio de salida del chorro.

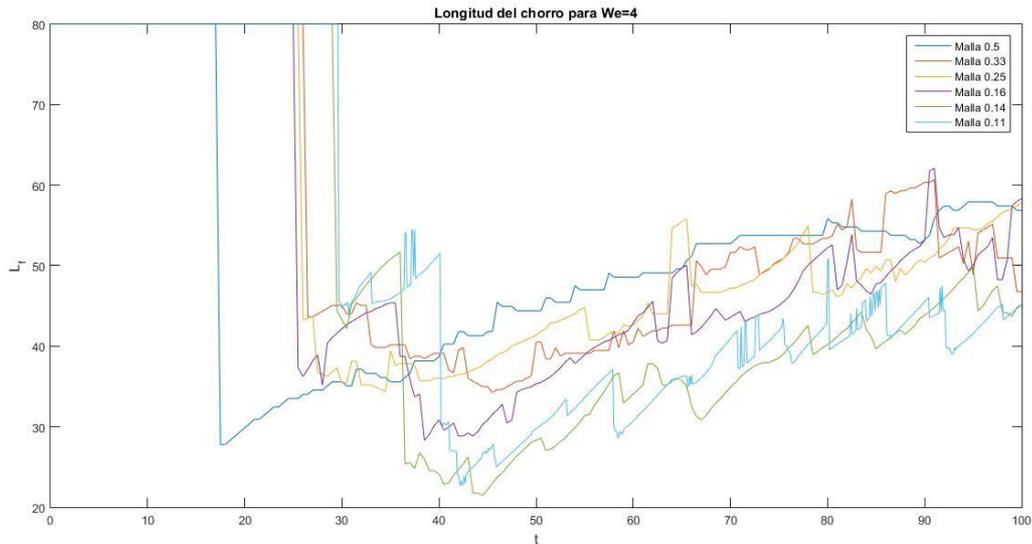


Figura 4.4: Comparación de la longitud de rotura para  $We=4$  empleando diferentes mallas

En la figura 4.4 se comprueba la discordancia existente entre las mallas más gruesas hasta aproximadamente un valor de 0.14. La siguiente malla que permite por defecto el software es la denominada de 0.11, la cual puede considerarse muy próxima a la anterior. Por lo tanto, esta malla será la definitiva.

Además de apreciarse visualmente en la figura tal la falta de validez de los resultados para mallas gruesas, en la simulación a su vez aparecen características disonantes con la física. Se encuentran burbujas de aire en el interior de la columna de agua y roturas de chorro de forma alargada y no redondeada, incongruente con el efecto de la tensión superficial.

### 4.3 Malla definitiva

Como se ha determinado en el apartado anterior, la malla elegida es aquella que subdivide el dominio en regiones cuadradas uniformes de lado 0.11 veces el radio del orificio de salida del chorro capilar.

Empleando dicha malla, se pretende hacer una discusión de los valores de la longitud de rotura del chorro, así como de la velocidad en las distintas sondas para diferentes valores del número de Weber. Además, se realizará una comparación de las frecuencias de oscilación de ambos valores con el fin de encontrar una relación entre ellas.

#### 4.3.1 Gráficas longitud del chorro

En el presente apartado se pretende encontrar una relación entre el valor de la longitud de ruptura del chorro y el número de Weber impuesto a la salida de este. Para ello se considerarán tres supuestos,  $We = 3$ ,  $We = 4$ ,  $We = 5$ .

Como se describió en el apartado 4.1, en cada uno de estos casos, el software generará un archivo .txt, el cual será transformado a .xlsx. Una vez expresado el gráfico como una tabla de valores, se empleará el script de Matlab creado para obtener la longitud de ruptura frente al tiempo.

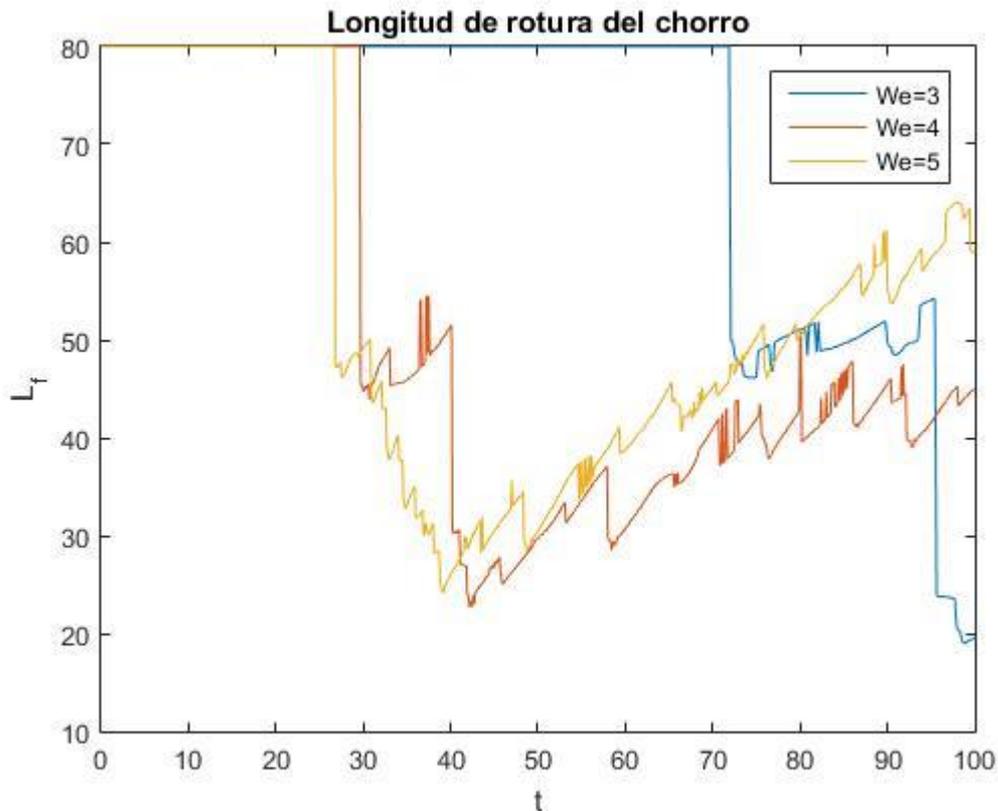


Figura 4.5: Longitud de rotura para diferentes números de Weber

Como se puede apreciar en la figura 4.5, como cabía esperar la longitud de rotura tiende a valores más elevados a medida que aumenta el número de Weber, ya que la inercia en dicho caso será mayor, y por lo tanto conseguirá vencer a las fuerzas de tensión superficial hasta una longitud mayor del chorro retrasando así la formación de gotas.

Debido a los largos tiempo de computación que emplea el simulador para resolver el problema, no se ha podido alcanzar un régimen estacionario avanzado. Por tanto se ha decidido emplear tiempos de estudio razonables que aunque impiden obtener un valor característico de la longitud de rotura en función del número de Weber nos permitan apreciar su tendencia.

Esta elevada necesidad de tiempo de simulación para obtener resultados precisos será un factor que determinará la fiabilidad de los datos que aquí se muestran.

### 4.3.2 Espectro para las sondas

Finalmente se analizará el valor de la velocidad en las diferentes sondas colocadas a lo largo del chorro, con el fin de encontrar una cierta periodicidad en su comportamiento y comparar su frecuencia de oscilación con la de la longitud de ruptura.

En primer lugar, se partirá del espectro de velocidades resultante de las diferentes sondas para el caso  $We=4$ .

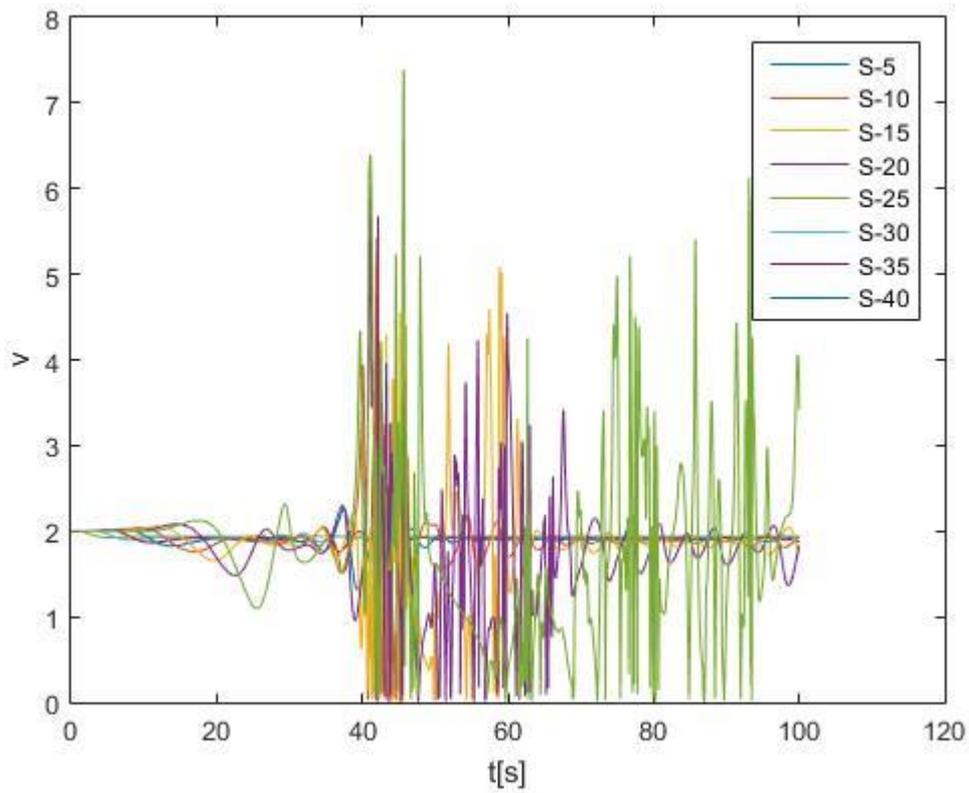


Figura 4.6: Espectro de velocidades en las sondas para  $We=4$

De este conjunto de gráficas superpuestas, se eligen las correspondientes a puntos que en los que en todo momento exista la presencia de agua como único fluido. Además, se escogerán aquellos que no se encuentren influidos por las perturbaciones de zona de ruptura ni del orificio de salida, esto es, los situados en 10R y 15R.

De este modo se obtiene una representación más clara del fenómeno.

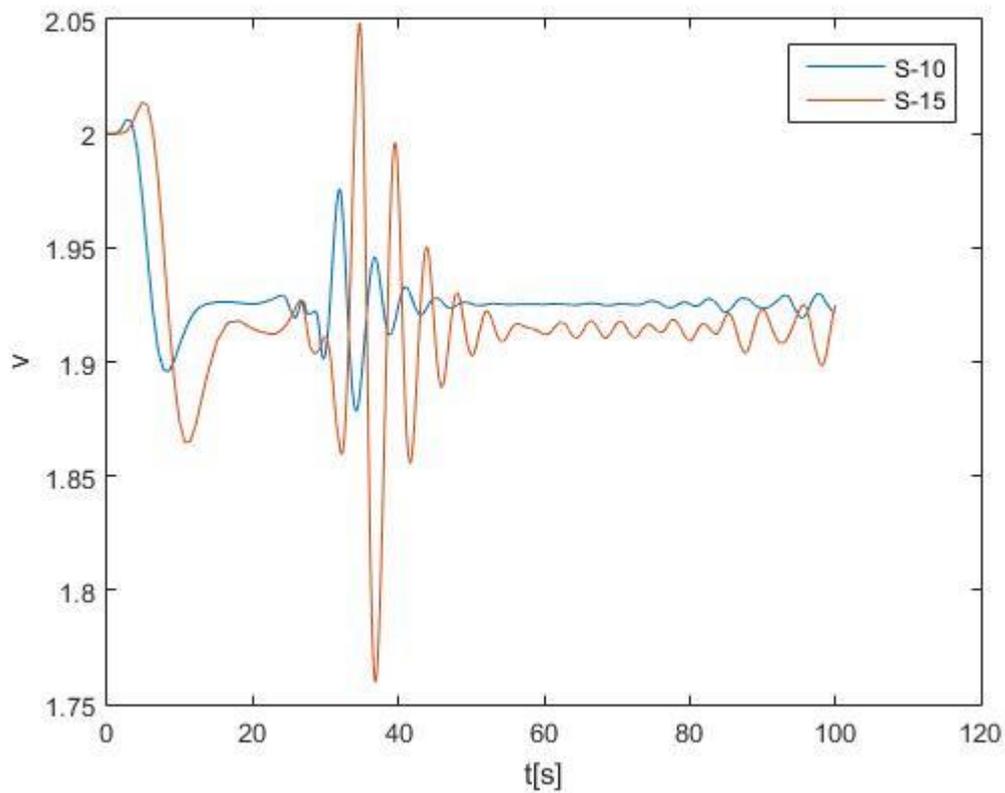


Figura 4.7: Evolución de la velocidad en el dominio del tiempo en las sondas situadas en 10R y 15R

En la figura 4.7 se aprecia que tras un transitorio la velocidad en estos puntos adquiere un cierto carácter periódico, como se trataba de comprobar. En el régimen transitorio, esta magnitud tiende a valores comprendidos en el rango de 1.90-1.95.

Trasladando dicha representación al dominio de la frecuencia (empleando el script de Matlab desarrollado anteriormente) se busca obtener la frecuencia de oscilación que rige esta variable.

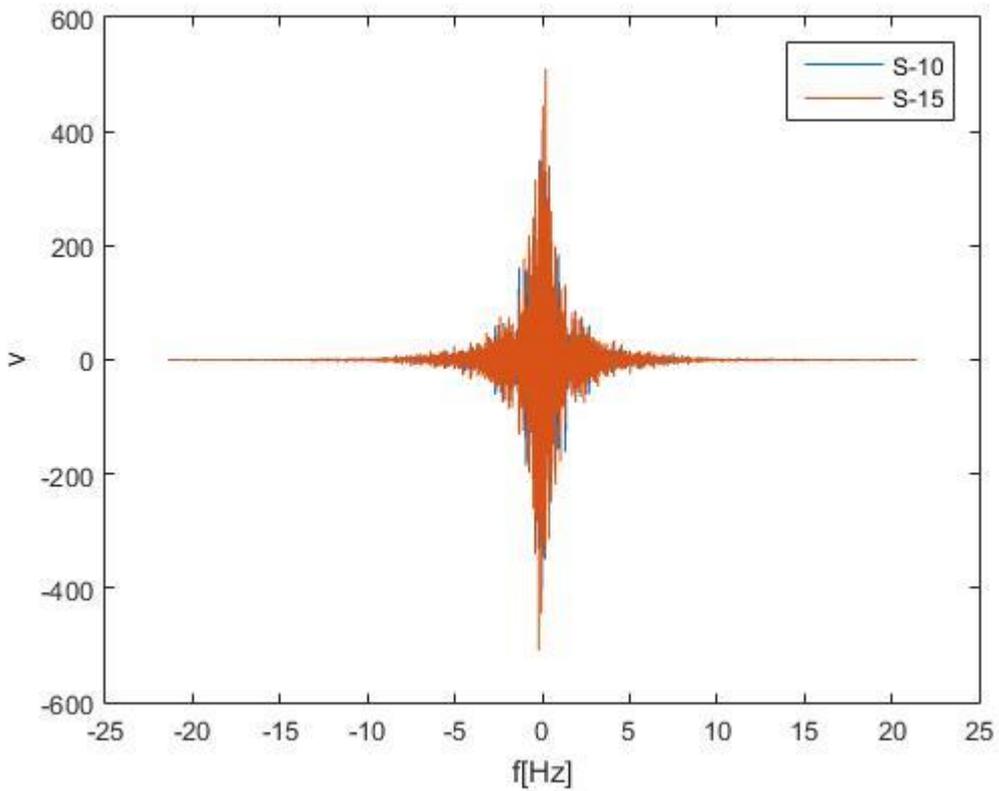


Figura 4.8: Evolución de la velocidad en el dominio de la frecuencia en las sondas situadas en 10R y 15R

La frecuencia principal que se obtiene es del orden de 0.2 Hz. Este valor debe coincidir con el de la frecuencia de oscilación de la longitud de ruptura ya que de haber una cierta periodicidad en el régimen de jetting estudiado, esta registrará los valores de las diferentes magnitudes del problema.

Se pretende obtener ahora un cierto valor de la frecuencia para la longitud de ruptura y así poder determinar si existe correlación con la anterior.

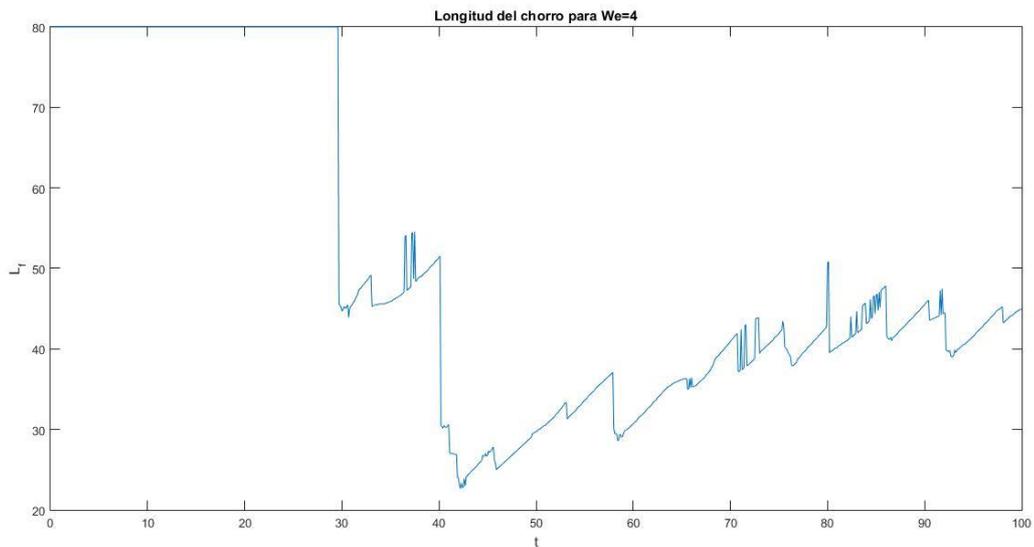


Figura 4.9: Longitud de ruptura para  $We=4$

Tomando de manera aproximada aquellos puntos que determinan los máximos y mínimos locales alrededor de un valor promedio, se considera un período de 5.14 s, el cual implica una frecuencia de 0.194 Hz, por lo que es un valor lo suficiente próximo a 0.2 como para afirmar que hay una única frecuencia de oscilación para las diferentes variables como se pretendía demostrar.

Hay que tener en cuenta que, pese a que esta relación se debe cumplir para todos los casos, no se ha demostrado para los comentados  $We=3$  y  $We=5$  debido a que, por citados problemas de excesos de tiempos, no ha sido posible alcanzar un régimen estacionario, y por lo tanto unos valores vinculantes.

# 5 CONCLUSIONES

---

Una vez realizada la exposición detallada de la implementación del problema en el software COMSOL, y la obtención de los resultados del mismo tras numerosas simulaciones se pretende discutir la precisión y la fiabilidad de los mismos así como la conveniencia del uso del programa en cuestión para la resolución de este tipo de problemas.

La principal conclusión que se puede extraer de este estudio es que, a pesar de resultar un software polivalente e intuitivo en su uso, el simulador COMSOL Multiphysics no resulta efectivo para resolver problemas como el aquí desarrollado.

La mayor inconveniencia de su uso reside en la necesidad de emplear tiempos de computación que pese a ser excesivamente elevados (días, empleando un ordenador con cuatro procesadores) no permite alcanzar un régimen estacionario avanzado y por lo tanto imposibilita la obtención de unos resultados de gran fiabilidad. Además de reducir la precisión de los datos, este hecho a su vez impide la investigación más exhaustiva del problema, estudiándolo en diferentes configuraciones (pruebas con más números de Weber), por limitación temporal.

Otro gran obstáculo encontrado a lo largo del desarrollo del programa se trata de la dificultad que presenta el simulador para converger a un resultado. Ha sido necesaria la implementación de numerosas combinaciones de configuraciones lógicas hasta obtener la adecuada. Para ello se han realizado las siguientes consideraciones:

Se ha supuesto la entrada de agua y aire a la misma velocidad en el dominio de integración, a pesar de entrar el chorro de agua en una región con aire en reposo.

Se ha definido como pared con deslizamiento aquel contorno correspondiente a  $4R$ , aun siendo este un contorno abierto al paso de aire.

Además de esto, cabe destacar la decisión a la hora de escoger la malla siendo aquella cuadrada y uniforme la que no encontraba problemas de convergencia e incompatibilidades. Como se comentó en el apartado correspondiente a las mallas, derivaban en excesivos tiempos de convergencia o falta de la misma los mallados de morfología triangular y todos aquellos que no presentaban una subdivisión en regiones uniforme.

A pesar de las dificultades encontradas, los resultados han permitido observar la tendencia de la longitud de ruptura con el número de Weber. A medida que  $We$  es mayor, al aumentar la inercia que presenta el chorro a la salida del orificio, la longitud de este antes de romperse en gotas también aumentará, ya que consigue vencer a las fuerzas de tensión superficial a lo largo de una región mayor.

Asimismo, se puede demostrar, con una cierta aproximación, la coincidencia de la frecuencia de oscilación de velocidad en puntos del chorro no deformado y la de la citada longitud de rotura. Esto como se ha comentado, se debe a que, si existe un grado de periodicidad en el presente problema, la frecuencia que rige las distintas variables implicadas en este, es la misma.

A modo de conclusión final, se recalca la falta de fiabilidad del software COMSOL Multiphysics para la resolución de este tipo de problemas y se recomienda al usuario el uso del simulador Gerris, el cual ha resultado más eficaz.



# REFERENCIAS

---

- [1] D. Fernández García, "Simulación de pulsos gaussianos de velocidad a la salida de un chorro líquido", ETSI, Sevilla, 2018.
- [2] F. Hauksbee, "Physico-mechanical Experiments on Various Subjects", London, 1709, pp. 139-169.
- [3] J. A. v. Segner, "De figuris superficierum fluidarum", Commentarii Societatis Regiae Scientiarum Gottingensis, 1751, pp. 301-372.
- [4] T. Young, "An essay on the cohesion of fluids", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1805, pp. 65-87.
- [5] m. d. L. Pierre Simon, "Traité de Mécanique Céleste", Supplément au dixième livre du Traité de Mécanique Céleste ed., vol. VI, Paris, 1805, pp. 1-79.
- [6] C. F. Gauss, "Principia generalia Theoriae Figurae Fluidorum in statu Aequilibrü", Göttingen, 1830.
- [7] F. Savart, "Mémoire sur la constitution des veines liquides lancées par des orifices circulaires en mince paroi", Annales de Chimie et de Physique, 1833, p. 337.
- [8] J. A. F. Plateau, "Experimental and theoretical researches on the figures of equilibrium of a liquid mass withdrawn from the action of gravity", 1863, pp. 207-285.
- [9] J. W. Rayleigh, "On the instability of a cylinder of viscous liquid under capillary forces", Philosophical Magazine, 1882, pp. 145-154.
- [10] J. W. Rayleigh, "On the stability of jets", vol. I, Cambridge University Press, London, pp. 361-371.
- [11] F. J. García y H. González, "Normal-mode linear analysis and initial conditions of capillary jets", Journal of Fluid Mechanics, 2008, pp. 81-117.
- [12] «COMSOL Multiphysics,» [En línea]. Available: <https://www.comsol.com>.
- [13] A. S. Utada, A. Fernández-Nieves, H. A. Stone y D. A. Weitz, "Dripping to Jetting Transition in Coflowing Liquid Streams", 2007.