

# Trabajo Fin de Grado

## Grado en Ingeniería Aeroespacial

### Análisis de la operación en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable con nivel tecnológico N2

Autor: Rafael Pérez Martín-Mateo

Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

**Departamento de Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla**

Sevilla, Septiembre de 2019





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería Aeroespacial

# **Análisis de la operación en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable con nivel tecnológico N2**

Autor:

Rafael Pérez Martín-Mateo

Tutor:

Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

Catedrático de Universidad

Departamento de Ingeniería Energética  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, Septiembre de 2019



Trabajo Fin de Grado: Análisis de la operación en el punto de diseño de un turbofán de geometría variable con nivel tecnológico N2

Autor: Rafael Pérez Martín-Mateo  
Tutor: Francisco José Jiménez-Espadafor Aguilar

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:



*A mi abuela Lini  
con todo mi cariño*





# Resumen

---

El presente Trabajo pretende ser un estudio preliminar de la operación de una variante novedosa de turbofán con geometría variable cuya principal meta es la optimización de las prestaciones según los parámetros característicos de funcionamiento. Para ello, una vez establecido y adecuadamente caracterizado el modelo de motor, se procede a realizar una descripción del mismo en términos analíticos, que servirá de base para un posterior desarrollo de leyes funcionales de dependencia.

Esto se hace para poder seguir una metodología de optimización según dos posibles criterios (máximo empuje o mínimo consumo, específicos), destacando los resultados alcanzados y realizando una correcta elección del punto de diseño, justificando de esta forma la gran versatilidad también característica de esta nueva filosofía de turbina para aeronaves.



# Abstract

---

This dissertation aims to be a preliminary analysis of a new geometry-changing turbofan variant operation which main goal is features optimization following performance characteristic parameters. To do that, once the engine model set and properly defined, we start describing it by means of analytic expressions, being them the basis for a later functional laws development.

This is done in order to follow an optimization methodology upon two different possible criterions (maximum thrust or minimum fuel consumption, specific magnitudes), highlighting results obtained and getting a correct choice on design point. Thus, we justify this new aeroturbine great versatility.



# Índice

---

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
<i>Notación</i>	IX
<i>Índice de Figuras</i>	XIII
<i>Índice de Tablas</i>	XV
<b>1 Objeto y alcance del Trabajo.</b>	<b>1</b>
<b>2 Introducción. Antecedentes.</b>	<b>3</b>
2.1 Hacia el turbofán de geometría variable.	4
<b>3 Modelo de motor.</b>	<b>7</b>
3.1 Hipótesis y consideraciones.	8
3.2 Modo M1: 3 variables de control ( $\pi_c$ , $T_{03}$ y $\lambda$ ).	8
3.3 Modo M13: 5 variables de control ( $\pi_c$ , $\pi_{FF}$ , $T_{03}$ , $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ).	9
<b>4 Descripción analítica del modelo a emplear.</b>	<b>11</b>
4.1 Modelo de gases.	12
4.1.1 Proceso de combustión.	13
4.2 Ecuaciones de los modos de funcionamiento.	14
4.2.1 Modo M1.	14
Evaluación de las prestaciones.	17
4.2.2 Modo M13.	17
Evaluación de las prestaciones.	20
<b>5 Niveles tecnológicos. Relaciones Z-M para el posterior análisis.</b>	<b>21</b>
5.1 Altitudes y velocidades de análisis.	21
5.2 Modo tecnológico N2.	22
<b>6 Leyes funcionales de dependencia: mapas de operación.</b>	<b>23</b>
6.1 Modo M1.	23
6.1.1 Diagrama $T_{03}$ - $\pi_c$ .	24
6.1.2 Diagrama $T_{03}$ - $\lambda$ .	25
6.1.3 Diagrama $\lambda$ - $\pi_c$ .	26
6.1.4 Efecto de las condiciones de vuelo.	27
Diagrama $T_{03}$ - $\pi_c$ .	27
Diagrama $T_{03}$ - $\lambda$ .	28
Diagrama $\lambda$ - $\pi_c$ .	28
6.2 Modo M13.	29
6.2.1 Diagrama $\lambda_1$ - $\lambda_2$ .	30

6.2.2	Diagrama $\lambda_1$ - $\pi_c$ .	32
6.2.3	Diagrama $\lambda_1$ - $\pi_{FF}$ .	32
6.2.4	Diagrama $\lambda_2$ - $\pi_c$ .	33
6.2.5	Diagrama $\lambda_2$ - $\pi_{FF}$ .	35
6.2.6	Diagrama $\pi_c$ - $\pi_{FF}$ .	36
6.2.7	Diagrama $T_{03}$ - $\lambda_1$ .	37
6.2.8	Diagrama $T_{03}$ - $\lambda_2$ .	38
6.2.9	Diagrama $T_{03}$ - $\pi_c$ .	38
6.2.10	Diagrama $T_{03}$ - $\pi_{FF}$ .	39
6.2.11	Efecto de las condiciones de vuelo.	40
<b>7</b>	<b>Metodología de optimización.</b>	<b>43</b>
7.1	Maximización del empuje específico $E_e$ .	44
7.1.1	Plots 1D de las magnitudes de interés.	44
7.1.2	Meshes de superficie y maximización del empuje.	45
7.2	Minimización del consumo específico $TSFC$ .	46
7.2.1	La herramienta <code>rstool</code> .	46
7.2.2	Uso de la ventana de comandos de MATLAB.	47
<b>8</b>	<b>Resultados. Análisis de sensibilidad.</b>	<b>49</b>
8.1	Máximos $E_e$ .	49
8.1.1	Análisis de sensibilidad.	50
8.2	Mínimos $TSFC$ .	51
8.2.1	Análisis de sensibilidad.	52
<b>9</b>	<b>Conclusiones.</b>	<b>55</b>
9.1	Elección del punto de diseño.	56
<b>10</b>	<b>Desarrollos futuros.</b>	<b>59</b>
	<i>Bibliografía</i>	61

# Notación

---

$M$	Número de Mach de vuelo
$HP$	(Relativo al compresor) De alta presión
$T$	Temperatura
$\pi_c$	Relación de compresión del compresor
$T_{03}$	Temperatura fin de combustión
$\lambda$	Relación de derivación del modo de funcionamiento M1
$\pi_{FF}$	Relación de compresión del fan frío
$\lambda_1$	Relación de derivación del gasto principal en M13
$\lambda_2$	Relación de derivación del flujo frío en M13
$h$	Entalpía
$s$	Entropía
$R$	Constante universal de los gases
$a_{ij}$	Coefficientes del modelo de gases de la NASA
$\hat{c}_{p,i}$	Calor específico a presión constante de la especie $i$
$AR$	Matriz de coeficientes $a_{ij}$
$x_a$	Vector de fracciones molares del aire seco
$c_{pa}(T)$	Calor específico a presión constante del aire seco a la temperatura $T$
$h_a(T)$	Entalpía másica del aire seco a la temperatura $T$
$R_a$	Constante del aire
$R_i$	Constante de gas de la especie $i$
$\Lambda$	Relación aire-combustible
$f$	Dosado o relación combustible-aire
$c_{pg}(T,f)$	Calor específico a presión constante de los gases de combustión
$h_g(T,f)$	Entalpía por unidad de masa de los gases de combustión
$R_g(f)$	Constante de los gases de combustión
$Z$	Altitud de vuelo
$M_0$	Número de Mach de vuelo
$a_0$	Velocidad del sonido a la altitud de vuelo
$T_0$	Temperatura estática a la cota de vuelo
$V_0$	Velocidad de vuelo
$T_{00}$	Temperatura de remanso del aire de impacto
$p$	Presión del gas
$\rho$	Densidad del gas
$\phi_a(T)$	Función auxiliar de la capacidad calorífica del aire seco
$p_{00}$	Presión de remanso del aire de impacto
$p_{01F}$	Presión de remanso a la entrada del fan
$\pi_d$	Pérdida de presión de remanso en el difusor de entrada
$T_{01F}$	Temperatura de remanso a la entrada del fan
$e_F$	Rendimiento politrópico del fan

$T_{02F}$	Temperatura de remanso a la entrada del compresor de baja presión
$\pi_F$	Relación de compresión del fan
$P_{rc}(T,e)$	Función auxiliar para el cociente de presiones de remanso en el compresor
$\pi_{HP}$	Relación de compresión del compresor de alta presión
$T_{02HP}$	Temperatura de remanso a la entrada de la cámara de combustión
$P_{02HP}$	Presión de remanso a la entrada de la cámara de combustión
$\dot{m}_f$	Gasto de combustible
$\dot{m}_1$	Gasto de aire que se mezcla con el combustible
$\varepsilon$	Fracción del gasto que se destina a cooling de turbina
$\dot{m}_2$	Gasto derivado por el bypass de la zona principal
$\dot{m}_3$	Gasto derivado por la zona fría
$H_p$	Poder calorífico del combustible
$\eta_{cc}$	Rendimiento de la combustión
$P_{03}$	Presión de remanso de fin de combustión
$\pi_{cc}$	Pérdida de presión de remanso en la cámara de combustión
$P_{04}$	Presión de remanso de salida de la turbina
$P_{rc}(T,T_1,f)$	Función auxiliar para el cociente de presiones de remanso en la turbina
$T_{04}$	Temperatura de remanso de salida de la turbina
$e_T$	Rendimiento politrópico de la turbina
$\phi_g(T,f)$	Función auxiliar de la capacidad calorífica de los gases de combustión
$\eta_{mec}$	Rendimiento mecánico del acoplamiento turbina-compresor
$\eta_{par}$	Rendimiento parásito del sangrado de potencia
$P_{04M}$	Presión de remanso de la mezcla antes de la tobera
$P_{024}$	Presión de remanso de sangrado previo al compresor de alta presión
$\pi_{cond}$	Pérdida de presión de remanso característica del conducto
$T_{04M}$	Temperatura de remanso de la mezcla antes de la tobera
$T_{05}$	Temperatura de remanso en la sección de salida de la tobera
$P_{05}$	Presión de remanso en la sección de salida de la tobera
$p_5$	Presión estática a la salida
$V_5$	Velocidad de salida de los gases de escape por la tobera
$T_5$	Temperatura estática de los gases en la sección de salida
$\gamma_g(T,f)$	Relación de capacidades caloríficas a presión constante y a volumen constante, de los gases de escape
$X$	Vector de incógnitas del sistema de ecuaciones que resuelve el ciclo termodinámico
$E$	Empuje
$E_e$	Empuje específico
$TSFC$	Consumo específico
$P_{01C}$	Presión de remanso a la entrada del fan frío
$T_{01C}$	Temperatura de remanso a la entrada del fan frío
$P_{02C}$	Presión de remanso a la salida del fan frío
$T_{02C}$	Temperatura de remanso a la salida del fan frío
$P_{04C}$	Presión de remanso a la entrada de la tobera secundaria
$T_{04C}$	Temperatura de remanso a la entrada de la tobera secundaria
$P_{05C}$	Presión de remanso a la salida de la tobera secundaria
$T_{05C}$	Temperatura de remanso a la salida de la tobera secundaria
$T_{5C}$	Temperatura estática a la salida del flujo frío
$P_{5C}$	Presión estática a la salida del flujo frío
$V_{5C}$	Velocidad de salida del flujo frío
$\gamma_a(T)$	Relación de capacidades caloríficas para el aire seco



---

$a$	Velocidad del sonido
$p$	Presión
$\rho$	Densidad
$S_{x_i}(E_e)$	Sensibilidad del empuje específico a un parámetro de control genérico $x_i$
$S_{x_i}(TSFC)$	Sensibilidad del consumo específico a un parámetro de control genérico $x_i$



# Índice de Figuras

2.1	Modelo GE de turbofán de ciclo adaptativo	4
2.2	Vista exterior del modelo de GE	5
3.1	Esquema del turbofán de ciclo adaptativo a considerar durante el Trabajo	7
3.2	Esquema con magnitudes de control del modo M1 de funcionamiento	8
3.3	Esquema con magnitudes de control del modo M13 de funcionamiento	9
4.1	Diagrama h-s del ciclo termodinámico asociado al turbofán de geometría variable. El diagrama representa el caso en el que las dos toberas están bloqueadas	11
6.1	Mapa $T_{03}-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:2:30]$ , $T_{03}=[1100:10:1390]$ K, $\lambda=[1\ 3\ 5]$ )	24
6.2	Mapa $T_{03}-\lambda$ ( $\pi_c=[15]$ , $T_{03}=[1100:50:1390]$ K, $\lambda=[0,1:0,5:6]$ )	25
6.3	Mapa $T_{03}-\lambda$ ( $\pi_c=[15\ 30]$ , $T_{03}=[1100:50:1390]$ K, $\lambda=[0,1:0,5:6]$ )	26
6.4	Mapa $\lambda-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:37]$ , $T_{03}=[1200\ 1390]$ K, $\lambda=[0,1:0,5:5,8]$ )	26
6.5	Mapa $T_{03}-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:2:30]$ , $T_{03}=[1100:50:1390]$ K, $\lambda=3$ ). Efecto de Z-M	27
6.6	Mapa $T_{03}-\lambda$ ( $\pi_c=15$ , $T_{03}=[1100:50:1390]$ K, $\lambda=[0,1:0,5:6]$ ). Efecto de Z-M	28
6.7	Mapa $\lambda-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:2:30]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda=[0,1:0,3:6]$ ). Efecto de Z-M	29
6.8	Listado de apartados posteriores donde puede encontrarse cada uno de los mapas de operación	29
6.9	Mapa $\lambda_1-\lambda_2$ ( $\pi_c=20$ , $\pi_{FF}=[1,1\ 2,5\ 3,5]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ , $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ )	30
6.10	Mapa $\lambda_1-\lambda_2$ ( $\pi_c=[20\ 30\ 40]$ , $\pi_{FF}=1,1$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ , $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ )	31
6.11	Mapa $\lambda_1-\lambda_2$ ( $\pi_c=20$ , $\pi_{FF}=2$ , $T_{03}=[1200\ 1300\ 1390]$ K, $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ , $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ )	31
6.12	Mapa $\lambda_1-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=[1,1\ 3\ 5]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:1:7,1]$ , $\lambda_2=0,5$ )	32
6.13	Mapa $\lambda_1-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=[1,1\ 3\ 5]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:1:7,1]$ , $\lambda_2=0,1$ )	33
6.14	Mapa $\lambda_1-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=1,1$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:0,7:5,1]$ , $\lambda_2=[0,1\ 2\ 4]$ )	33
6.15	Mapa $\lambda_1-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=[10\ 20\ 35]$ , $\pi_{FF}=[1,1:0,5:7,1]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:0,8:9,1]$ , $\lambda_2=0,1$ )	34
6.16	Mapa $\lambda_1-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=40$ , $\pi_{FF}=[1,1:0,5:7,1]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ , $\lambda_2=[0,1\ 0,5\ 1]$ )	34
6.17	Mapa $\lambda_2-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=1,1$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1\ 2,5\ 3,5]$ , $\lambda_2=[0,1:0,4:5]$ )	35
6.18	Mapa $\lambda_2-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:4:30]$ , $\pi_{FF}=1,1$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=0,5$ , $\lambda_2=[0,1:0,5:4]$ )	35
6.19	Mapa $\lambda_2-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=25$ , $\pi_{FF}=[1,1:0,3:3]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[0,1\ 1\ 2]$ , $\lambda_2=[0,1:0,3:3,5]$ )	36
6.20	Mapa $\pi_c-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=[1,5:0,5:4,1]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=0,1$ , $\lambda_2=[0,1\ 1\ 1,5]$ )	36
6.21	Mapa $\pi_c-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=[1,5:0,5:4,1]$ , $T_{03}=1390$ K, $\lambda_1=[1\ 3\ 5]$ , $\lambda_2=0,1$ )	37
6.22	Mapa $T_{03}-\lambda_1$ ( $\pi_c=25$ , $\pi_{FF}=[1,1\ 2]$ , $T_{03}=[1100:40:1390]$ K, $\lambda_1=[1:7]$ , $\lambda_2=0,1$ )	37
6.23	Mapa $T_{03}-\lambda_1$ ( $\pi_c=25$ , $\pi_{FF}=1,1$ , $T_{03}=[1100:40:1390]$ K, $\lambda_1=[1:7]$ , $\lambda_2=[0,1\ 0,5]$ )	38
6.24	Mapa $T_{03}-\lambda_2$ ( $\pi_c=25$ , $\pi_{FF}=1,5$ , $T_{03}=[1100:40:1390]$ K, $\lambda_1=[0,1\ 0,5\ 1]$ , $\lambda_2=[0,1:0,2:3]$ )	39
6.25	Mapa $T_{03}-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=[1,1\ 2\ 2,5]$ , $T_{03}=[1100:40:1390]$ K, $\lambda_1=0,1$ , $\lambda_2=0,1$ )	39
6.26	Mapa $T_{03}-\pi_c$ ( $\pi_c=[5:3:40]$ , $\pi_{FF}=2$ , $T_{03}=[1200:30:1390]$ K, $\lambda_1=1$ , $\lambda_2=[0,1\ 0,5\ 0,9]$ )	40
6.27	Mapa $T_{03}-\pi_{FF}$ ( $\pi_c=25$ , $\pi_{FF}=[1,1:0,7:5,1]$ , $T_{03}=[1100:40:1390]$ K, $\lambda_1=0,5$ , $\lambda_2=[0,1\ 0,5\ 0,7]$ )	40
6.28	Efecto de variación de las condiciones de vuelo en un mapa de operación de M13 (es de tipo $\lambda_1-\lambda_2$ )	41
6.29	Condiciones de vuelo cambiantes en el diagrama $T_{03}-\pi_c$	42
7.1	Evolución del $E_e$ con $\pi_c$ en las diferentes condiciones de vuelo posibles	45

7.2	Ejemplo de esbozo de superficie para el empuje específico en M13. Las condiciones de vuelo son $M_{(3)} = 0,75$ y $Z_{(3)} = 12000$ m	45
7.3	Imagen de la ventana emergente de <code>rsto01</code>	47
8.1	Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de empuje de M1 en la condición (3) de vuelo	51
8.2	Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de consumo de M13 en la condición (3) de vuelo	52
9.1	Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de empuje de M13 en la condición (3) de vuelo	57

# Índice de Tablas

---

5.1	Relaciones de altitud y Mach que se van a considerar en el Trabajo	21
8.1	Resultados de la maximización del empuje específico en el modo de funcionamiento M1	49
8.2	Resultados de la maximización del empuje específico en el modo de funcionamiento M13	50
8.3	Resultados de la minimización del consumo específico en el modo de funcionamiento M1	51
8.4	Resultados de la minimización del consumo específico en el modo de funcionamiento M13	52



# 1 Objeto y alcance del Trabajo.

---

Este TFG abarca la operación en el punto de diseño del turbofán de tres corrientes o de geometría variable, y en él se pretende hacer un análisis ya que esta variante no está todavía completamente estudiada y con objeto de arrojar otro documento con este carácter a los ya existentes. Dentro del área de estudio de los motores de aeronaves (reactores de combustión continua) se efectúa un estudio desde el punto de vista del ciclo en su conjunto, sin entrar en el detalle de las turbomáquinas individualmente. Estas se caracterizan apropiadamente con sendos rendimientos politrópicos, y junto con otras eficiencias y pérdidas de presión de remanso sirven para dar forma de manera analítica al motor.

El análisis del ciclo es un modo muy adecuado de proceder cuando lo que se pretende hacer es evaluar las prestaciones, que es elementalmente la base sobre la que se sustenta todo el desarrollo del Trabajo. Utilizando magnitudes específicas (por unidad de gasto de aire que entra en el motor) de empuje y consumo, se ve la evolución en el comportamiento del motor cuando cambian ciertos parámetros de control que definiremos y detallaremos más adelante. De esta manera se hace un paso del proceso habitual de diseño de un reactor para aeronaves: comenzar por el ciclo termodinámico en su conjunto, ver cómo lo que puede modificarse de este afecta a las magnitudes de salida y por último centrarse en cada una de las turbomáquinas que lo componen (diseño de álabes de escalones, número de etapas, relaciones de compresión individuales) para dar lugar a un modelado final que pueda procederse a fabricarse.

Como se ha comentado, las simulaciones son meramente analíticas, empleando para ello MATLAB como herramienta de cálculo numérico, muy importante dada la naturaleza del problema que se pretende resolver. Se consideran las ecuaciones del ciclo con rendimientos y pérdidas de presión de remanso cuando proceda, y gases reales en lo que a propiedades termodinámicas se refiere. La implementación y resolución de estas ecuaciones permite una evaluación de las prestaciones en los puntos dados por los valores de las magnitudes de control que se deseen (teniendo en cuenta ciertos límites que comentaremos posteriormente) y posprocesado de los resultados adquiridos.

Para determinar y estudiar el punto de diseño, en primer lugar emplearemos mapas de consumo frente a empuje específicos, que ayudarán a situar qué supone una variación de cada parámetro de control en las magnitudes de interés de una manera más bien visual. Además habrá que tener en cuenta no solo variables del motor que pueden cambiar, sino también las propias condiciones de vuelo (tomando atmósfera estándar internacional estas pueden reducirse a altitud en metros y número de Mach de vuelo), las cuales introducirán otro efecto sobre la situación y forma funcional de los mapas característicos. Gracias a ello averiguaremos cuáles son las leyes funcionales de empuje y consumo específicos para cada uno de los dos modos M1 y M13 que se pretenden estudiar en el Trabajo.

Continuamos con un enfoque más bien analítico/numérico, ya que en este caso se trata de la adquisición de datos dentro del rango admisible de cada uno de los parámetros de control que hay (3 en M1 y 5 en M13) y procesado de los mismos. Para el propósito que se tiene, una herramienta de MATLAB (*rstool*) resulta muy adecuada, y su uso junto con la evaluación de las soluciones y algunas gráficas adicionales permitirá obtener los puntos óptimos de empuje (máximo) y consumo (mínimo) en cada una de las velocidades y altitudes de vuelo disponibles y operativas. Lo que sigue es una decisión coherente del punto de diseño en cada caso, en base a estos últimos puntos calculados y para cada uno de los modos de funcionamiento del turbofán.

Por último, y hasta donde se pretende abarcar en el estudio, se incluye un análisis de sensibilidad en torno a los óptimos, para los dos casos de empuje máximo y consumo mínimo, que influirá a la hora de discutir cuáles deberían ser los diseños de las turbomáquinas involucradas en el motor de ciclo adaptativo, en el sentido de la estabilidad de las prestaciones o eventuales mejoras que podrían ser consideradas.





## 2 Introducción. Antecedentes.

---

Desde los comienzos de la aviación (primer vuelo de los hermanos Wright recién empezado el siglo XX), siempre ha existido la necesidad de fuerza propulsiva. Para generar la tan necesaria sustentación y que compense el peso de la aeronave, es preciso alcanzar velocidades suficientes como para que los gradientes de presiones entre intradós y extradós de los dispositivos destinados a tal efecto den lugar a la suficiente fuerza vertical y hacia arriba. Por este motivo y para contrarrestar por otra parte a la resistencia aerodinámica asociada al efecto del flujo de aire incidente, tienen que incorporarse motores que ofrezcan empuje.

La primera idea para solucionar este problema vino de otra industria en la que se había avanzado más en comparación con la aeroespacial: la de la automoción. Los motores alternativos eran fiables, sus ciclos termodinámicos profusamente estudiados y la relación potencia/peso que eran capaces de ofrecer parecía aceptable a priori para hacerlos avionables. Es por ello que se decide entregar el par en el eje a una hélice, que canalizaba el aire circundante, acelerándolo aguas abajo y produciendo una fuerza horizontal y hacia adelante como consecuencia de la tercera Ley de Newton. El empuje por pistón fue la filosofía seguida durante toda la Primera Guerra Mundial, potenciando los desarrollos en aeronaves gracias a los conflictos bélicos existentes en mayor medida.

A las puertas de la Segunda Guerra mundial, y en torno a 1930, en paralelo dos futuros "enemigos" (un británico y un alemán) abren el camino al desarrollo del motor a reacción o de combustión continua: Frank Whittle y Hans von Ohain. Focalizando el aspecto técnico, lo que antes se hacía cuando el estado de la mezcla y de la carrera del émbolo era uno en concreto (admisión, compresión, combustión y escape) se efectuaba de forma continua y constante en turbomáquinas adecuadamente dispuestas para que el aire experimentara un ciclo termodinámico e intercambiara calor y trabajo con el entorno. El flujo incidente entra por la toma dinámica, se comprime en el compresor, se mezcla con el combustible y prende en la cámara, cede trabajo en la turbina para poder sostener al compresor aguas arriba y se acelera en la tobera para entregar fuerza propulsiva.

El primer motor desarrollado en seguir este modo de funcionamiento fue el turboreactor, ofreciendo unas prestaciones en términos de empuje drásticamente mejores que su antecesor el motor alternativo. No obstante, el consumo también pasó a ser notable y, aunque no aparentaba ser un gran problema durante las guerras (recursos dedicados por los países para potenciar el posicionamiento en las mismas) sí resultó serlo en los comienzos de la aviación comercial. Para las aerolíneas, el coste por asiento y milla náutica (CASM) es muy dependiente del consumo que tengan de los motores. Los turbohélices pretenden ser un paso intermedio entre el alternativo y los turboreactores: se entrega, gracias a una turbina de potencia, par en un eje que mueve una hélice. Esto hace que se tengan rendimientos propulsivos altos a altitudes medias-bajas y velocidades bajas ( $M \simeq 0.6$ ), lo que no quita por otra parte que se quisiese volar más alto y más rápido. Es aquí cuando se propone la idea de carenar la hélice (al fin y al cabo lo que ocurre es que a altas velocidades las palas de la hélice alcanzan condiciones sónicas y se produce una pérdida muy grande del empuje ofrecido) canalizando mejor el aire incidente y motivando que los Mach y altitudes alcanzadas pudieran ser mucho mayores (tropopausa, en torno a los 11000 m, y  $M \simeq 0.8$ ). Así se tiene el **turbofán**.

A partir de aquí ya hemos conseguido posicionarnos en la actualidad: los aviones comerciales son turbofans y turbohélices por las buenas prestaciones que ofrecen para las funciones que necesitan desempeñar, los cazas-bombarderos y otros aviones militares llevan turboreactores (incluso con postcombustores, que dan un extra de empuje en momentos de misión necesarios) por la envolvente operativa que precisan tener, y para avionetas y otro tipo de aviación (recreativa, corto alcance, fumigación) aún se siguen empleando los motores alternativos con hélice propulsiva.

## 2.1 Hacia el turbofán de geometría variable.

Una vez que se han abarcado y cubierto las zonas de vuelo atmosférico en lo que a altitud y velocidad se refiere, puede llegar a pensarse en qué sucedería en el caso de que se requiriera que un avión tuviera una gran variabilidad de situaciones de operación. En primera instancia, obviamente antes de alcanzar las condiciones nominales de crucero, un avión comercial se encuentra a menores altitud y velocidad, con lo cual si su punto óptimo es uno, siempre que esté fuera de él estará dando peores prestaciones. Aun así, como se hace en tiempos cortos en comparación con el crucero, se tiene en cuenta sin mayor complicación.

Lo que ocurre es que las líneas de investigación van hacia una versatilidad total, gracias a la cual pueden optimizarse el empuje y consumo independientemente de la condición de vuelo (altitud y número de Mach). Si la relación de derivación (que se definirá con más profundidad posteriormente) y demás geometría del turbofán se diseñan para tener los mejores valores a una cierta cota de vuelo y posición de palanca, ¿por qué no hacer que esta pueda variar adaptando el ciclo a las leyes funcionales de dependencia de las magnitudes de interés, siendo así capaz el motor de ser muy eficiente siempre?

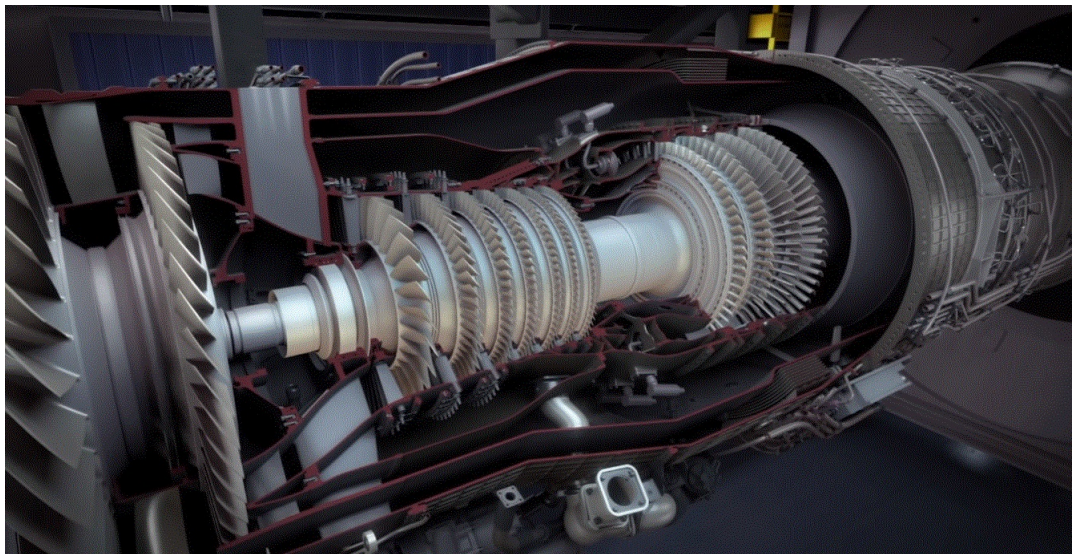


Figura 2.1 Modelo GE de turbofán de ciclo adaptativo.

La compañía norteamericana General Electrics se encuentra en las fases previas al desarrollo de un nuevo modelo de motor, que bien se merece tener varios nombres para su designación: turbofán de geometría variable, motor de ciclo adaptativo o turbofán de tres corrientes son los más sonados. Este da respuesta a la pregunta formulada en el párrafo superior, siendo susceptible su geometría en ciertos aspectos (adecuadamente profundizados con posterioridad) para la optimalidad del motor. De igual manera se tienen otras tantas publicaciones en revistas y de organizaciones en las que se tratan aspectos clave de este nuevo modelo de reactor que empiezan a abrir el camino a los investigadores para sacar lo mejor de este.

Dejando las presentaciones formales para el siguiente apartado, sí cabe destacar algunas de las características que se van a considerar en este tipo de motor a modo de primera toma de contacto, cualitativamente. En cuanto a composición, se trata de un reactor monoeje con varias derivaciones de aire posibles a lo largo de las distintas etapas de compresión. La idea es similar a un turbofán convencional, solo que ahora también se llega a "derivar" antes de llegar al compresor de alta presión (el del generador de gas) por ejemplo. El motor tiene dos toberas, una por la que escapan los gases de la combustión (que previamente se mezclan con el flujo que no pasa por el compresor HP) y otra para el aire comprimido únicamente por el "fan frío". No se considera en el desarrollo la presencia de postcombustión, dejándose el caso para aplicaciones más específicas (embarcar al turbofán de tres corrientes en un avión de combate).

Como se puede ver en la Figura 2.2, que no es más que cómo se vería desde fuera el turbofán de ciclo adaptativo, hay una gran cantidad de sistemas auxiliares que, si bien no van a ser tenidos en cuenta (bombas de aceite y combustible, termopares, sensores de giro y torque, ...) también resultan importantes en la planta de potencia e influyen sobre su funcionamiento. Incluso se da a entender que la toma dinámica se diseña con algo parecido al concepto de álabes guía en la entrada de los compresores axiales, seguramente con el objetivo de dirigir adecuadamente el flujo incidente antes de que sea comprimido por el primero de los



**Figura 2.2** Vista exterior del modelo de GE.

compresores/fanes. Sin embargo, al no llegar al nivel de turbomáquinas, puede obviarse este detalle en el análisis y simplemente se calculará el paso al interior con una pequeña pérdida de presión de remanso, que será constante al igual que el resto de rendimientos isentrópicos cuando fijemos un nivel tecnológico.



### 3 Modelo de motor.

Una vez sentadas las bases del que va a ser el objeto de estudio a lo largo de todo el Trabajo, el siguiente paso es entrar en materia y comenzar a describirlo y caracterizarlo. Esto permitirá extraer ciertas ecuaciones algebraicas (bajo ciertas hipótesis que también se comentarán a su debido momento) que resolveremos numéricamente (mediante funciones y programas de MATLAB) para distintos valores de las variables o parámetros de control.

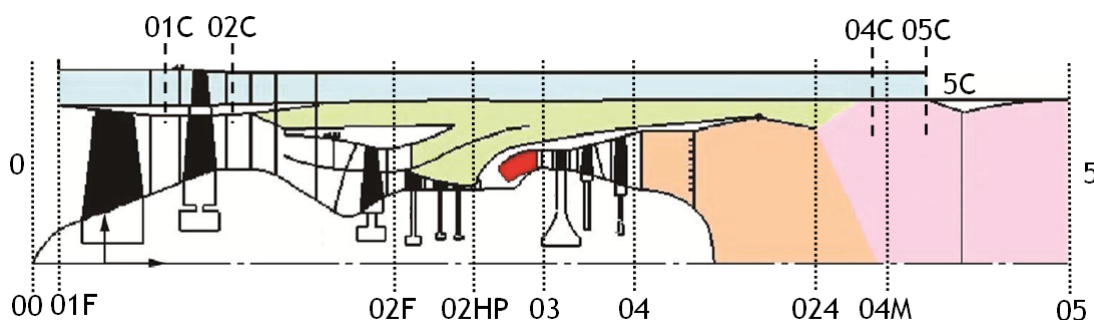


Figura 3.1 Esquema del turbofán de ciclo adaptativo a considerar durante el Trabajo.

En la Figura 3.1 puede verse un dibujo del interior del motor a analizar, con sus distintas secciones características (comienzo y fin de toma dinámica, etapas de compresión, turbina, zonas de flujos mezclados, ...) adecuadamente numeradas de la misma forma que aparecerán luego las ecuaciones, para mayor claridad en su comprensión. Solo aparecen reflejadas aquellas etapas necesarias y suficientes para el análisis que se va a hacer, aunque es perfectamente extrapolable si se quieren distinguir fanes de compresores de baja presión o varios de alta acoplados con las turbinas a través del correspondiente eje. Para cualquier modo de funcionamiento y estado del motor (flujo de entrada subsónico o supersónico, toberas bloqueadas o adaptadas) se le considera de un único eje, de manera que el acoplamiento de potencias podrá expresarse con una sola ecuación que vincule la potencia entregada en la turbina y absorbida en el compresor con el correspondiente rendimiento mecánico según la naturaleza del enlace entre ambos.

Hay que destacar antes de presentar las configuraciones que, si bien esta Memoria incluye dos modos de funcionamiento del turbofán de tres corrientes, llamados M1 y M13 y cuyas principales características cualitativas serán descritas seguidamente, existen otros dos de nombres M2 y M3. En líneas generales, estos aprovechan otro bypass situado cuando el flujo atraviesa las primeras etapas de fan (entre 01F y 02F). No obstante, para que esto sea efectivo y no se "puentea"<sup>1</sup>, se colocan dispositivos similares a válvulas de expansión imposibles de modelar igual que el resto. Para ello haría falta un análisis de curvas características que se sale del alcance del Proyecto, dejándose para desarrollos posteriores.

<sup>1</sup> Si abrimos para dejar circular el aire una toma en la zona verde de la Figura, entre entrada y salida del compresor de baja, por las condiciones del conducto y de la posterior mezcla, se está imponiendo igualdad de presiones, y por ende inhabilitando al compresor de aumentarla al flujo circulante.

### 3.1 Hipótesis y consideraciones.

Conseguir el compromiso entre una representación fiel a la realidad del comportamiento en cuanto a prestaciones y la complejidad suficiente para que el resultado sea un problema bien condicionado y resoluble no es tarea fácil. Por el camino es importante definir adecuadamente el marco del análisis, y aplicarlo en consecuencia a todo este. Algunas de las hipótesis y consideraciones que se han tenido en cuenta son las siguientes:

- **Gases ideales:** la definición del modelo empleado con el aire es de gas ideal (tanto reactivos como productos de la combustión en la cámara) con propiedades termodinámicas (capacidad calorífica a presión constante, entalpía y entropía, todas por unidad de masa) dependientes de la temperatura ( $T$ ). Las leyes de variación con  $T$  se comentan después.
- **Pesos moleculares:** a la hora de calcular las fracciones molares de cada componente en la mezcla, tanto de reactivos como productos, sus pesos moleculares se consideran constantes (pero difieren entre sí antes y después de la reacción).
- **Aire seco:** el flujo incidente se toma como aire seco (sin incluir fracción molar representativa del vapor de agua existente) y con su composición completa:  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $Ar$  y  $CO_2$ .
- **Combustible:** para la estequiometría y análisis de la reacción de combustión, tomaremos un hidrocarburo típico de fórmula  $C_{12}H_{23}$ .
- **Poder calorífico:** el combustible tiene un poder calorífico similar a los que se usan en aviación, de 43 MJ referido a 298 K.
- **Flujo circulante:** asumiremos que hemos llegado a la operación en flujo estacionario (variaciones de magnitudes con el tiempo despreciables), y unidimensional (al no llegar al nivel de turbomáquina no es preciso considerarlo en dos dimensiones porque no hay que analizar los triángulos de velocidades).
- **Monoeje:** como ya se ha comentado, un único eje conecta a la zona de compresión (fan, compresor de baja y compresor de alta) con la de "expansión" (turbina).
- **Conductos y mezcladores:** estos se tomarán reales, es decir, vendrán caracterizados por una pérdida de presión de remanso que depende del nivel tecnológico.

Si durante el desarrollo resultase conveniente hacer suposiciones adicionales, estas se incluirán en el apartado que proceda.

### 3.2 Modo M1: 3 variables de control ( $\pi_c$ , $T_{03}$ y $\lambda$ ).

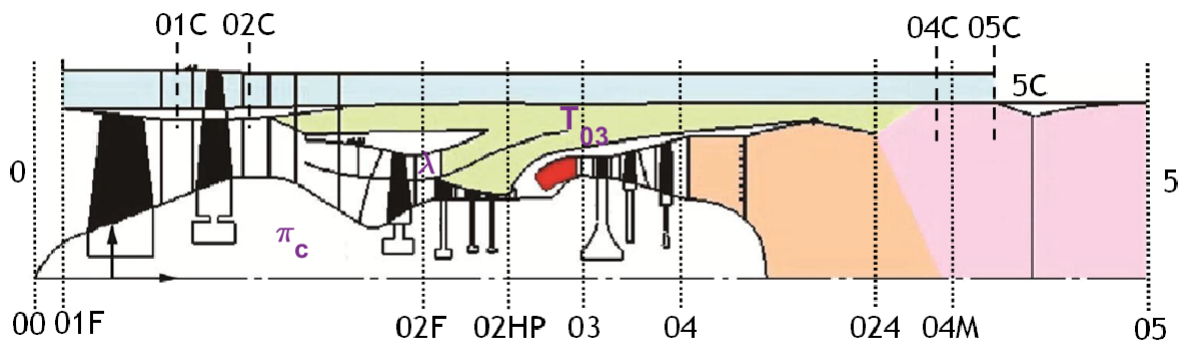


Figura 3.2 Esquema con magnitudes de control del modo M1 de funcionamiento.

En el caso de M1, Figura 3.2, el aire entra al motor únicamente a través de la toma dinámica central que puede verse en blanco y en ningún caso circula por la zona azul. Una vez dentro, atraviesa ciertas etapas de fan (dos se representan con carácter meramente descriptivo) y es dirigido hacia el compresor de baja presión. Aguas abajo de este último, el flujo que inicialmente entró todo junto se separa en dos corrientes distintas,

una de las cuales discurre por la zona verde y no participa en el proceso de combustión mezclándose con el combustible. De hecho, la única alteración en las propiedades de este flujo vendrá dada por la correspondiente pérdida de presión de remanso en el conducto.

La otra corriente sí que pasa a través del compresor de alta presión, alcanzando esta magnitud su punto álgido del ciclo en este momento, y entra en la cámara de combustión, donde se pulveriza el combustible y se produce la reacción. Esta genera un aumento drástico en la energía del fluido, que aumenta mucho su temperatura (se alcanza la máxima del proceso), aprovechándose en la turbina para extraer potencia en un eje y mover el compresor y los fanes aguas arriba del motor. Y es justo al salir de la turbina cuando se produce la mezcla con el aire sangrado antes del compresor de alta, con las igualdades de presiones que esto conlleva y donde la entalpía total (o de remanso) de las corrientes antes y después de mezclarse debe ser la misma.

Por último se encontraría la aceleración y escape a través de la tobera, que aunque en el diagrama aparece como convergente-divergente será considerada estrictamente convergente en nuestro análisis. Sí que contaremos con la distinción de que se encuentre adaptada o bloqueada, en términos de las distintas ecuaciones que rigen cada caso. De todas formas, las magnitudes a la salida son debidamente calculadas (velocidad y presión cuando la tobera esté bloqueada) para evaluar el empuje específico entregado por el motor.

Si se fijan los rendimientos y pérdidas de presión de remanso al imponer un nivel tecnológico, constantes e independientes del punto de operación y funcionamiento del turbofán, un sencillo análisis<sup>2</sup> muestra que disponemos de tres variables de control, que en primera instancia pueden suponerse cualesquiera de las magnitudes involucradas. Sin embargo, dada la aplicación a la optimización de prestaciones del Proyecto, se decide que sean las tres siguientes:

- $\pi_c$ : Relación de compresión total, entendido como el cociente entre la presión que tiene el fluido a la salida del compresor de alta presión y la que posee a la entrada de la primera etapa de compresión de fan.
- $T_{03}$ : Temperatura de salida de la cámara o de fin de combustión, la máxima del ciclo termodinámico.
- $\lambda$ : Grado de bypass o relación de derivación, cociente entre el gasto derivado por el conducto verde del diagrama y el que continúa hacia el compresor de alta y la cámara de combustión.

El proceso de análisis de empujes y consumos específicos pasa por averiguar qué sucede al variar los parámetros de control definidos entre sí, cómo contribuye cada uno y cuál debe ser la terna que maximice el empuje específico o minimice el consumo, en cada caso y para cada una de las condiciones de vuelo que se van a considerar.

### 3.3 Modo M13: 5 variables de control ( $\pi_c$ , $\pi_{FF}$ , $T_{03}$ , $\lambda_1$ y $\lambda_2$ ).

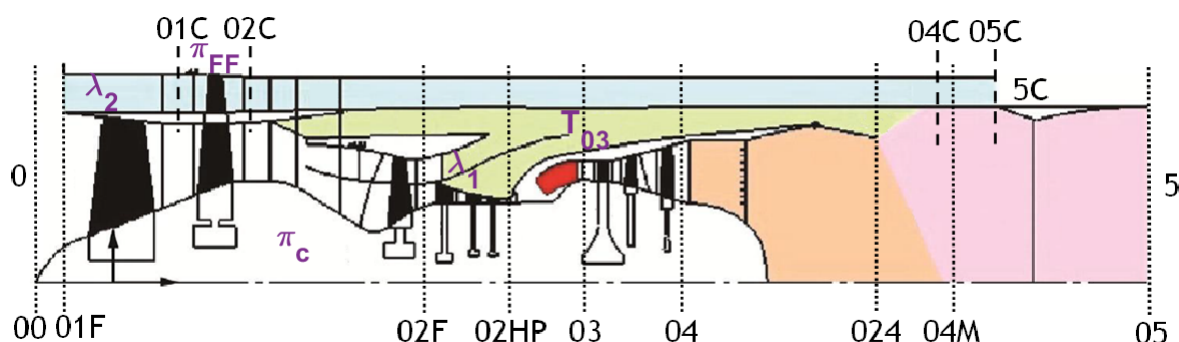


Figura 3.3 Esquema con magnitudes de control del modo M13 de funcionamiento.

El modo M13 representado en la Figura 3.3 tiene una entrada dual, ya que parte del flujo incidente pasa por la zona blanca y el resto va a parar a la azul. En ellas hay sendas tomas dinámicas (que se suponen iguales, esto es, con la misma pérdida de presión de remanso en ambos casos) que conducen al aire a los

<sup>2</sup> Este consiste en un balance típico en este tipo de problemas, de ecuaciones e incógnitas

fanos. Puede parecer que el que comprime el flujo frío está de alguna manera ligado a los primarios, pero esto no es así: una unión especial garantiza esta desvinculación a la hora de considerar, por ejemplo, las variables involucradas, y no añade dificultad al análisis que se pretende realizar.

A continuación, en la zona señalada en azul, el aire comprimido por el fan frío circula por un conducto, al final del cual se encuentra la tobera secundaria. Aunque no se dan detalles sobre su geometría, para los cálculos se va a suponer estrictamente convergente al igual que la primaria como se dijo en el apartado anterior. Lógicamente, también se hará la distinción de que esté adaptada o bloqueada para determinar la velocidad y presión en la sección 5 de salida. La dificultad en este caso se incrementará en el sentido de que, dada la operativa típica de suponer un estado en la tobera como por ejemplo adaptada (bloqueada), calcular y cambiar al estado contrario si resulta ser que está bloqueada (adaptada), 4 combinaciones pueden darse (toberas principal y secundaria adaptadas, principal adaptada y secundaria bloqueada, principal bloqueada y secundaria adaptada o ambas bloqueadas). Esto debe reflejarse de forma adecuada en la programación de este modo de funcionamiento.

La circulación en la zona principal sigue el mismo proceso que se ha descrito para M1, solo que ahora ocurre que no es todo el flujo incidente el que entra por la zona blanca, y de este tampoco todo entra en la cámara ya que se deriva antes del compresor de alta. Por lo demás, los componentes del flujo principal vuelven a unirse en la zona de mezcla y salen por la tobera convergente. Una vez hecho el análisis análogo al de M1, resulta que se tienen 5 variables de control. Dado que hay 2 bypasses y 2 procesos de compresión diferenciados según el flujo en la zona blanca o azul, parece lógico definir las como:

- $\pi_c$ : Relación de compresión total que experimenta el flujo que no se deriva para ser comprimido por el fan frío ni antes de entrar en el compresor de alta. Comprende el incremento de presión asociado al fan primario, el compresión de baja y el de alta, como siempre en forma de cociente y mayor que la unidad.
- $\pi_{FF}$ : Relación de compresión que experimenta el flujo bypassado que circula a través del fan frío o secundario.
- $T_{03}$ : Temperatura de fin de combustión, igual que en M1.
- $\lambda_1$ : Grado de bypass del flujo derivado previo al compresor de alta presión. Se define como la relación entre el gasto que circula por la zona en verde frente al que sigue hasta la cámara de combustión.
- $\lambda_2$ : Relación de derivación del fan frío, cociente entre el gasto de aire que circula por este y el que entra a la zona primaria.

En este último caso, puede apreciarse el incremento de complejidad para discusión de operación y optimización del ciclo al tener dos variables más, lo cual se verá representado en los desarrollos a continuación. Salvando las distancias, la metodología no difiere ya que en cualquier caso se está persiguiendo lo mismo (encontrar el punto de diseño y ver cómo los parámetros influyen sobre este, junto con sus sensibilidad a cambios diferenciales).



## 4 Descripción analítica del modelo a emplear.

A partir del diagrama descriptivo del motor, y una vez caracterizadas las zonas de circulación y flujos según el modo de funcionamiento que se esté considerando, hay que extraer las ecuaciones que determinan la variación de las magnitudes termodinámicas en su interior.

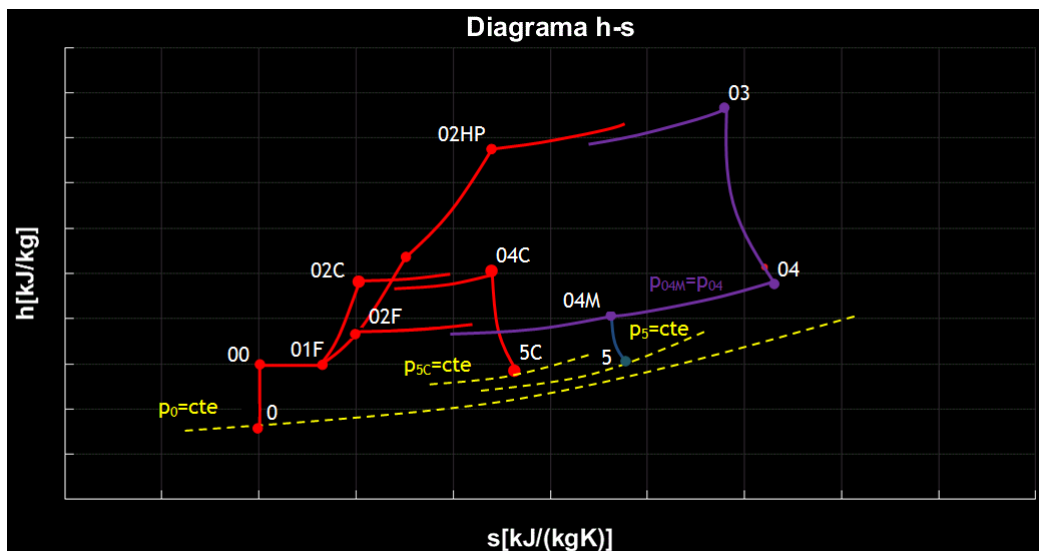


Figura 4.1 Diagrama h-s del ciclo termodinámico asociado al turbofán de geometría variable. El diagrama representa el caso en el que las dos toberas están bloqueadas.

Como paso intermedio, en la Figura 4.1 se encuentra representado un diagrama de entalpía frente a entropía (específicas o por unidad de masa de gas) para el ciclo termodinámico asociado a cualquiera de los dos modos de funcionamiento. Se superpone la evolución de los flujos derivados sobre el mismo gráfico para mayor claridad en su comprensión. Esto, junto con las ecuaciones en cada etapa, permitirá hacernos una primera idea de la dimensión del problema que se pretende resolver. Como se verá, la no-linealidad de las expresiones hace que sea preciso recurrir a métodos numéricos como el implementado en el comando `f solve` de MATLAB, del cual hablaremos más adelante.

Por facilitar la comprensión del gráfico, las líneas rojas representan la evolución del fluido que pasa por la cámara de combustión, es decir, que no se deriva en ningún caso. En azul podemos ver cómo cambian las propiedades del aire sangrado asociado a  $\lambda_2$ , y en naranja el de  $\lambda_1$ , tal y como se ha explicado en el Capítulo anterior. Por su parte, las líneas amarillas discontinuas son curvas de presión constante (estática o de remanso, según el caso).

A continuación se van a presentar las ecuaciones que gobiernan ambos modos de funcionamiento, que conformarán un sistema bien condicionado (tantas ecuaciones como incógnitas para un conjunto de valores

dados de los parámetros de control). Asimismo, incluiremos las expresiones que permiten evaluar las prestaciones, también dependientes del modo de funcionamiento que se esté considerando. Previamente, se describe el modelo de gases reales a emplear, en el que nos hemos basado para el cálculo de las propiedades termodinámicas del aire seco y de los productos de la combustión.

El objetivo de esta sección no es otro que servir de soporte teórico o fundamento matemático del código numérico que se ha desarrollado en MATLAB para poder evaluar las prestaciones y procesar los resultados, con el fin último de elegir un punto de diseño adecuado. Probablemente estos apartados sean los que más ecuaciones contengan y los únicos, ya que lo que sigue es el uso profuso de las mismas para dar lugar a unos mapas de operación característicos, desarrollar la metodología de optimización y estudiar el comportamiento del turbofán de ciclo adaptativo. No obstante, siempre conviene tener presente el ciclo y sus propiedades, así como las expresiones, que constituyen un primer filtro a la hora de discernir la coherencia de las conclusiones derivadas del análisis del modelo.

## 4.1 Modelo de gases.

Como ya se ha comentado, y a diferencia de los problemas académicos en los que las capacidades caloríficas se asumen independientes de la temperatura, pretende modelarse al aire como fluido real incluyendo sus fluctuaciones con  $T$ . Para ello utilizaremos un modelo empírico extraído de la NASA, que está basado en un desarrollo en serie de cuarto orden de la capacidad calorífica a presión constante  $c_p$  tomando como variable a la temperatura  $T$ :

$$\hat{c}_{pa,i}(T) = R(a_{i1} + a_{i2}T + a_{i3}T^2 + a_{i4}T^3 + a_{i5}T^4) \quad (4.1)$$

donde  $R = 8.3143$  kJ/(kmolK) es la constante universal de los gases,  $a_{ij}$  es el coeficiente del término de grado  $(j - 1)$ -ésimo y del componente  $i$  de la mezcla que compone el aire y  $\hat{c}_{p,i}$  expresado en kJ/(kmolK).

Los coeficientes  $a_{ij}$  pueden escribirse en forma matricial, y para el modelo considerado tienen también una dependencia con la temperatura. En efecto, para  $300 \text{ K} \leq T \leq 1000 \text{ K}$ , la matriz de coeficientes viene dada por

$$AR_1^{5 \times 7} = \begin{pmatrix} 2.4008 & 0.87351 * 10^{-2} & -0.66071 * 10^{-5} & 0.20022 * 10^{-8} & 0.63274 * 10^{-15} & -0.48378 * 10^5 & 9.6951 \\ 4.0701 & -0.11084 * 10^{-2} & 0.41521 * 10^{-5} & -0.29637 * 10^{-8} & 0.80702 * 10^{-12} & -0.30280 * 10^5 & -0.3227 \\ 3.6256 & -0.18782 * 10^{-2} & 0.70555 * 10^{-5} & -0.67635 * 10^{-8} & 0.21556 * 10^{-11} & -0.10475 * 10^4 & 4.3053 \\ 3.6748 & -0.12082 * 10^{-2} & 0.2324 * 10^{-5} & -0.63218 * 10^{-9} & -0.22577 * 10^{-12} & -0.10612 * 10^4 & 2.358 \\ 2.50003 & -4.08999 * 10^{-18} & 1.01867 * 10^{-20} & -1.0853 * 10^{-23} & 4.19052 * 10^{-27} & -745.384 & 4.39173 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

y, debido a que las temperaturas típicas superan los 1000 K, definimos el rango  $1000 \text{ K} \leq T \leq 5000 \text{ K}$  y la matriz

$$AR_2^{5 \times 7} = \begin{pmatrix} 4.4608 & 0.30982 * 10^{-2} & -0.122393 * 10^{-5} & 0.22741 * 10^{-9} & -0.15526 * 10^{-13} & -0.48961 * 10^5 & -0.98636 \\ 2.7168 & 0.29451 * 10^{-2} & -0.80224 * 10^{-6} & 0.10227 * 10^{-9} & -0.48472 * 10^{-14} & -0.29906 * 10^5 & 6.6306 \\ 3.622 & -0.73618 * 10^{-3} & -0.19652 * 10^{-6} & 0.36202 * 10^{-10} & -0.28946 * 10^{-14} & -0.12020 * 10^4 & 3.6151 \\ 2.8963 & 0.15155 * 10^{-2} & -0.57235 * 10^{-6} & 0.99807 * 10^{-10} & -0.65224 * 10^{-14} & -0.90586 * 10^3 & 6.1615 \\ 2.50003 & -4.08999 * 10^{-18} & 1.01867 * 10^{-20} & -1.0853 * 10^{-23} & 4.19052 * 10^{-27} & -745.384 & 4.39173 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Así, si las fracciones molares del aire seco en el orden  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $O_2$ ,  $N_2$  y  $Ar$  se encuentran en el vector  $x_a = [0.004, 0, 0.2095, 0.7809, 0.0093]$ , entonces el valor de  $c_p$  del aire es la suma ponderada:

$$c_{pa}(T) = \sum_{i=1}^5 x_{ai} \hat{c}_{pa,i}(T) \quad (4.4)$$

A partir de aquí todo es integrar. De la definición de entalpía a partir de la capacidad calorífica a presión constante:

$$h_a(T) = \int_{T_{ref}}^T c_{pa}(T) dT \quad (4.5)$$

con el valor de temperatura de referencia de 298 K. Hay que mencionar que, para pasar del valor molar de cualquier magnitud a la misma por unidad de masa, basta con multiplicar por la masa molar del aire (en kg/kmol) ponderada por cada especie.

Por último, la constante del aire  $R_a$  (no confundir con la constante universal de los gases ideales,  $R$ , se calcula a partir del valor para cada una de las especies  $i$ , por separado, de forma que:

$$R_i = \frac{R}{PM_i} \quad (4.6)$$

es la constante de la especie  $i$ -ésima en la mezcla, y por tanto:

$$R_a = \sum_{i=1}^5 x_{ai} R_i \quad (4.7)$$

Una vez caracterizado el aire seco, que llega hasta la cámara de combustión o circula por los conductos de derivación, cabe preguntarse qué sucede cuando se produce la reacción de combustión. Además de la química del proceso, interesa saber cómo afectará en el modelo de gases para poder caracterizar el flujo aguas abajo de la cámara, en la turbina y en la tobera principal.

#### 4.1.1 Proceso de combustión.

Se define la relación aire/combustible como el inverso del dosado, esto es:

$$\Lambda = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_f} = \frac{1}{f} \quad (4.8)$$

y su valor relativo a las proporciones estequiométricas como

$$\lambda_{rel} \simeq \frac{1}{14,5f} \quad (4.9)$$

Dicho esto, la ecuación que gobierna a la mezcla de gases antes (aire seco) y después de la combustión no es otra que la reacción química ajustada. Esto quiere decir que las proporciones resultantes estarán en términos molares a la hora de calcular  $c_{p,g}$  (de los gases de escape). La fórmula del proceso es la siguiente:

$$\begin{aligned} C_{12}H_{23} + [O_2 + 3.717N_2 + 0.04456Ar + 0.001568CO_2] \lambda_{rel} = \\ = \left[ n + \lambda_{rel} \left( n + \frac{m}{4} \right) 0.001568 \right] CO_2 \\ + \frac{m}{2} H_2O \\ + 3.717 \left( n + \frac{m}{4} \right) \lambda_{rel} N_2 \\ + 0.004456 \left( n + \frac{m}{4} \right) \lambda_{rel} Ar \\ + \left( n + \frac{m}{4} \right) (\lambda_{rel} - 1) O_2 \end{aligned}$$

De aquí pueden extraerse  $x_{gi}(\lambda_{rel} \equiv x_{gi}(f))$ , las fracciones molares de los componentes de la mezcla, y también el coeficiente a presión constante:

$$c_{pg}(T, f) = \sum_{i=1}^5 x_{gi} c_{pai}(T) \quad (4.10)$$

y la entalpía por unidad de masa

$$h_g(T, f) = \int_{T_{ref}}^T c_{pg}(T, f) dT \quad (4.11)$$

De la misma forma a lo que hicimos con el aire "seco", corresponde también calcular el valor de la constante de los gases para los productos de la combustión, solo que al depender de la composición de la mezcla esta vez se tendrán valores distintos según el valor del dosado (hay dependencia funcional con  $f$ ). Así:

$$R_g(f) = \sum_{i=1}^5 x_{gi}(f) R_i \quad (4.12)$$

El motivo principal por el que es necesario calcular las propiedades termodinámicas del flujo circulante a través del motor no es otro que a la hora de hacer balances de potencia adecuados y el acoplamiento en el eje entre los compresores y la turbina.

## 4.2 Ecuaciones de los modos de funcionamiento.

Ahora sí estamos en condiciones de establecer las expresiones que determinarán la variación de presión y temperatura del fluido de trabajo a medida que discurre por las secciones características del motor, partiendo para ello de una condición de vuelo dada por una altitud  $Z$  y número de Mach  $M_0$ . La Atmósfera Estándar Internacional (ISA) es un modelo para aproximar los valores estáticos de presión  $p_0$ , velocidad del sonido  $a_0$  y temperatura del aire  $T_0$  a dicha cota, en concreto puede emplearse la función `atmos` de MATLAB para el cálculo automático. Con esto, la velocidad será  $V_0 = M_0 a_0$ . A partir de aquí distinguiremos entre considerar M1 o M13 a la hora de comentar las expresiones analíticas que los gobiernan<sup>1</sup>.

### 4.2.1 Modo M1.

Aunque en la resolución con gas ideal las ecuaciones algebraicas son, en su mayoría, inmediatas de resolver o por definición están ya despejadas las magnitudes a calcular, aquí es preciso indicar toda expresión donde intervengan una o varias de las magnitudes desconocidas, dada la no-linealidad del problema a resolver. En particular, sea  $\mathbf{F}$  una función vectorial que a cada conjunto de datos que se quieren calcular asocia, en cada componente, el residuo de la ecuación correspondiente (la solución se alcanza cuando, al evaluar todas las subfunciones con unos valores, resultan dar cero).

De la definición de entalpía de **remanso** se tiene una ecuación en  $T_{00}$ :

$$F(1) = h_a(T_{00}) - h_a(T_0) - \frac{V_0^2}{2} \quad (4.13)$$

Para tener una equivalente en presión de remanso, hay que recurrir a la relación de Gibbs expresada en diferenciales:

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} \longrightarrow ds = \frac{dh}{T} - \frac{dp}{\rho T} \quad (4.14)$$

Teniendo en cuenta que en el proceso de remansado es isoentrópico ( $ds = 0$ ), que  $dh = c_p dT$  y la ecuación de los gases ideales  $\frac{1}{\rho T} = \frac{R_a}{p}$ , entonces:

$$0 = \frac{c_p dT}{T} - \frac{R_a dp}{p} \longrightarrow \int_{T_0}^{T_{00}} \frac{c_p(T)}{T} dT = R_a \int_{p_0}^{p_{00}} \frac{dp}{p} \quad (4.15)$$

Por último, si definimos la función  $\phi_a(T) = \int_{T_{ref}}^T \frac{c_{pa}(T)}{T} dT$ , la segunda ecuación quedaría de la siguiente manera:

$$F(2) = \phi_a(T_{00}) - \phi_a(T_0) - R_a \log \left( \frac{p_{00}}{p_0} \right) \quad (4.16)$$

Una vez calculadas las condiciones 00<sup>2</sup>, los valores justo antes de entrar en el fan se extraen fácilmente al saber que hay una pérdida de presión de remanso dada y que no se añade ni sustrae calor al fluido:

$$p_{01F} = \pi_d p_{00} \quad (4.17)$$

$$T_{01F} = T_{00} \quad (4.18)$$

En el **fan**, si  $e_F$  es su rendimiento politrópico y se manipulan adecuadamente las expresiones para que vuelva a aparecer  $\phi_a(T)$ , la ecuación que daría  $T_{02F}$  es:

$$F(3) = \pi_F P_{rc}(T_{01F}, e_F) - P_{rc}(T_{02F}, e_F) \quad (4.19)$$

<sup>1</sup> Algunas zonas del motor son idénticas en ambos, pero se reproducen por duplicado para mayor claridad en las explicaciones.

<sup>2</sup> Esto no es estrictamente así, el cálculo secuencial se pierde en el momento que se considera fluido real y todas las ecuaciones pasan a estar vinculadas entre sí. No obstante, puede aplicarse la analogía para llevar la cuenta del número de ecuaciones e incógnitas que se tienen.

siendo  $P_{rc}(T)$  otra función auxiliar que se define por conveniencia y que tiene la forma siguiente:

$$P_{rc}(T, e) = \exp\left(\frac{\phi_a(T) - \phi_a(T_0)}{R_a}\right) \quad (4.20)$$

y de manera análoga en la zona de **compresores** (de rendimiento politrópico  $e_{HP}$ ):

$$F(4) = \pi_{HP} P_{rc}(T_{02F}, e_{HP}) - P_{rc}(T_{02HP}, e_{HP}) \quad (4.21)$$

Para las presiones, si se conoce la que se tiene justo antes de la zona de compresión, debido a que  $\pi_c$  es un parámetro de control y se supone conocido, el incremento en toda esta región vendrá dado y su máximo valor obtenible mediante:

$$p_{02HP} = \pi_c p_{01F} \quad (4.22)$$

La relación de compresión del fan introducida en  $F(3)$  es, en realidad, una incógnita del problema. Su determinación permitirá hallar  $p_{02F}$  sabiendo que  $\pi_F = p_{02F}/p_{01F}$ , y es la forma en la que esta presión entra de forma implícita en el sistema de ecuaciones  $F(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ .

Llegamos ahora a la **cámara de combustión**, y consideremos el parámetro  $\varepsilon = \dot{m}_s/\dot{m}_1$  que representa un porcentaje de gasto caliente que se sangra para hacer refrigeración de turbinas en la sección de salida del compresor de alta presión. Es preciso un balance de entalpías teniendo en cuenta el calor aportado por la quema del combustible para el cálculo del dosado o relación combustible-aire  $f = \dot{m}_f/(\dot{m}_1(1 - \varepsilon))$  como sigue. Partimos de la ecuación con valores totales:

$$\dot{m}_f H_p \eta_{cc} = (\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f) h_g(T_{03}, f) - \dot{m}_1(1 - \varepsilon) h_a(T_{02HP}) \quad (4.23)$$

Llamaremos  $\dot{m}_1(1 - \varepsilon)$  al gasto que acaba pasando por la cámara de combustión,  $\dot{m}_2$  al que se deriva por la toma a la que está asociada  $\lambda_1 = \dot{m}_2/\dot{m}_1$  y  $\dot{m}_3$  al del M13 vinculado con  $\lambda_2 = \dot{m}_3/\dot{m}_1$ . Dividiendo en ambos miembros entre  $\dot{m}_1(1 - \varepsilon)$  la ecuación del balance en la cámara:

$$F(5) = f H_p \eta_{cc} - (1 + f) h_g(T_{03}, f) + h_a(T_{02HP}) \quad (4.24)$$

Cabe destacar que la definición final del dosado es  $f = \dot{m}_f/(\dot{m}_1(1 - \varepsilon))$

Para las presiones solo se aplicaría la pérdida de remanso en la cámara:

$$p_{03} = \pi_{cc} p_{02HP} \quad (4.25)$$

En cuanto a la **turbina**, la operativa es muy similar a los compresores, y así lo es la ecuación asociada respecto de  $F(2)$ :

$$F(6) = p_{04} - p_{03} P_{rT}(T_{04}, T_{03}, f) \quad (4.26)$$

con la función auxiliar  $P_{rT}(T, T_1, f)$  de la siguiente forma (muy análoga a la de la compresión pero teniendo en cuenta que el rendimiento politrópico en la turbina es el salto diferencial de entalpía real entre el ideal o isentrópico):

$$P_{rT}(T, T_1, f) = \exp\left(\frac{\phi_g(T, f) - \phi_g(T_1, f)}{e_T R_g(f)}\right) \quad (4.27)$$

y  $\phi_g(T, f) = \int_{T_{ref}}^T \frac{c_{pg}(T, f)}{T} dT$  es como en el caso del aire pero particularizado para los gases de combustión.

El acoplamiento de potencias exige la igualdad entre la potencia real entregada por la turbina, restando las pérdidas debido a la transmisión en el eje (rendimiento mecánico  $\eta_{mec}$ ) y por potencia parásita<sup>3</sup> (eficiencia útil parásita  $\eta_{par}$ ), y la recibida durante las etapas de compresión. Escribimos en primer lugar la ecuación con los gastos máscicos multiplicando para mayor claridad:

$$\eta_{par} \eta_{mec} ((\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f)(h_g(T_{03}, f) - h_g(T_{04}, f))) = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2)(h_a(T_{02F}) - h_a(T_{01F})) + \dot{m}_1(h_a(T_{02HP}) - h_a(T_{02F})) \quad (4.28)$$

<sup>3</sup> De los escalonamientos de turbina de baja presión se incorpora una caja de accesorios que suministra potencia a las partes del motor o avión interesadas.

y ahora, igual que en el balance en la cámara, dividimos entre  $\dot{m}_1(1 - \varepsilon)$ :

$$F(7) = \eta_{par}\eta_{mec}((1+f)(h_g(T_{03},f) - h_g(T_{04},f))) - \frac{1+\lambda}{1-\varepsilon}(h_a(T_{02F}) - h_a(T_{01F})) - \frac{1}{1-\varepsilon}(h_a(T_{02HP}) - h_a(T_{02F})) \quad (4.29)$$

Como se comentó en el apartado descriptivo, en el modo de funcionamiento M1 se produce una **mezcla** (hasta alcanzar el estado 04M) de flujos entre los derivados justo antes del compresor de alta presión (en condiciones 02F, salvo por las pérdidas de presión de remanso en el conducto) y los que acaban de salir de la turbina a temperatura  $T_{04}$  y presión  $p_{04}$ . Las presiones son iguales quitando la pérdida desde 02F hasta 04M:

$$p_{04M} = p_{04} = p_{024} = \pi_{cond}p_{02F} \quad (4.30)$$

Para las temperaturas se usa que, como en el proceso no se añade ni sustrae potencia, la suma de entalpías de remanso de lo que se mezcla (024 con 04) debe ser igual a la resultante de todos los flujos mezclados en 04M de la siguiente manera:

$$(\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_f)h_g(T_{04},f) + \dot{m}_2h_a(T_{024}) = (\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_2 + \dot{m}_f)h_g(T_{04M},f_{lob}) \quad (4.31)$$

donde, al cambiar las proporciones de aire/combustible, es conveniente definir un "pseudo-dosado"  $f_{lob} = \dot{m}_f/(\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_2)$ . Dividiendo entre  $\dot{m}_1(1 - \varepsilon)$ :

$$F(8) = (1+f)h_g(T_{04},f) + \frac{\lambda}{1-\varepsilon}h_a(T_{024}) - \left(\frac{1+\lambda}{1-\varepsilon} + f\right)h_g(T_{04M},f_{lob}) \quad (4.32)$$

Por último se encuentra la **tobera**, que al considerarse adiabática:

$$T_{05} = T_{04M} \quad (4.33)$$

y la presión de remanso solo se ve reducida por la pérdida correspondiente:

$$p_{05} = \pi_{lob}p_{04M} \quad (4.34)$$

Ahora bien, para pasar a condiciones estáticas es preciso calcular la presión de salida  $p_5$ , la temperatura de salida  $T_5$  y la velocidad de salida  $V_5$ , con lo cual harán falta tres ecuaciones más. La primera de ellas es equivalente a  $F(1)$  porque es la que se utiliza para pasar de remanso  $\leftrightarrow$  estáticas, y se formularía de la siguiente forma:

$$F(9) = \phi_g(T_{05},f_{lob}) - \phi_g(T_5,f_{lob}) - R_g(f_{lob}) \log\left(\frac{p_{05}}{p_5}\right) \quad (4.35)$$

De la definición de entalpía de remanso se saca la penúltima de las ecuaciones:

$$F(10) = h_g(T_{05},f_{lob}) - h_g(T_5,f_{lob}) - \frac{V_5^2}{2} \quad (4.36)$$

La última depende de la condición de contorno a la salida, es decir, de que la tobera se encuentre adaptada o bloqueada. En el primero de los casos, la expresión es tan sencilla como la igualdad de la presión de salida con la ambiente:

$$F(11)_{AD} = p_5 - p_0 \quad (4.37)$$

y en el segundo, se emplea la definición de número de Mach sabiendo que  $M_5 = 1$  y que es el cociente entre la velocidad convectiva del fluido y la del sonido a la temperatura y condiciones en las que nos encontremos:

$$F(11)_{BLOQ} = V_5 - \sqrt{\gamma_g(T_5,f_{lob})R_g(f_{lob})T_5} \quad (4.38)$$

donde  $\gamma_g(T,f)$  es la función coeficiente adiabático o relación de capacidades caloríficas a presión/volumen constante<sup>4</sup>:

$$\gamma_g(T,f) = \frac{c_{pg}(T,f)}{c_{vg}(T,f)} = \frac{c_{pg}(T,f)}{c_{pg}(T,f) - R_g(f)} \quad (4.39)$$

<sup>4</sup> usando también la relación de Mayer  $R = c_p - c_v$  para la obtención de  $\gamma_g$

En definitiva, recopilando todo lo desarrollado, se tiene un sistema de ecuaciones algebraicas no-lineales dado por  $F(1, \dots, 11) = 0$  que tiene 11 ecuaciones y 11 incógnitas agrupables en un vector  $X$ :

$$X = [T_{00}, T_{02F}, T_{02HP}, T_{04}, T_{04M}, T_5, p_{00}, p_5, V_5, f, p_{02F}] \quad (4.40)$$

Así, dada la naturaleza del problema, no hay más remedio que recurrir a los métodos numéricos, en particular mediante MATLAB. En particular, la función `fsolve` resuelve  $F(X) = 0$  a partir de un iterante inicial  $X_0$ . La experiencia muestra que no es necesario que esta solución aproximada se encuentre muy cerca de la final, muchas veces basta con que sea un punto calculado según ciclo ideal "a mano". Incluso si se van a calcular varios puntos a la vez, para acelerar la convergencia puede darse como iterante la solución final del sistema anterior. Las consideraciones relevantes al proceso numérico se harán durante la discusión de los resultados cuando resulte oportuno.

Para finalizar, para cada conjunto de valores de los parámetros de control  $\pi_c$ ,  $T_{03}$  y  $\lambda$ , la resolución de  $F(X) = 0$  da los valores que toman las incógnitas. A partir de estas, llega el momento de obtener empuje y consumo específicos.

### Evaluación de las prestaciones.

Puesto que no se quiere analizar un motor fabricado en concreto (tampoco lo hay, al menos "de cara al público", de momento) ni dimensionarlo para dar un empuje y consumo porque vaya a ir montado en cierto avión tipo, al menos en el análisis que abarca el Alcance de este Trabajo se emplearán magnitudes específicas. También hay que recordar que la variabilidad de prestaciones se consigue cambiando los valores de los parámetros de control en rangos apropiados, el nivel tecnológico y las condiciones de vuelo (los dos últimos se definirán más profundamente en un apartado posterior).

El empuje específico se define como el cociente entre el empuje proporcionado por el motor y el gasto total que este "respira", es decir,  $E_e = E/(\dot{m}_1 + \dot{m}_2)$ . Las unidades no pueden ser otras que  $[Ns/kg]$ . Partimos, como de costumbre, de su valor en términos absolutos:

$$E = (\dot{m}_1(1 - \varepsilon) + \dot{m}_2 + \dot{m}_f)V_5 - (\dot{m}_1 + \dot{m}_2)V_0 + A_s(p_5 - p_0) \quad (4.41)$$

Una vez hecho esto, solo queda dividir entre el gasto comentado justo antes y tener en cuenta las definiciones de relaciones de derivación establecidas para este modo de funcionamiento y la fracción de gasto caliente dedicada a refrigerar los álabes de la turbina, resultando:

$$E_e = \left(1 + \frac{f(1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda}\right) V_5 - V_0 + \frac{1 + \lambda + f(1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda} \frac{R_g(f_{lob})T_5}{p_5 V_5} (p_5 - p_0) \quad (4.42)$$

Haciendo lo propio con el consumo, en este caso se define su magnitud asociada específica como el cociente entre el gasto másico de combustible y el empuje y nos referiremos, en general, a él como  $TSFC = c/E$  para no confundirlo con el que se suele emplear en las prestaciones de los turbofanés<sup>5</sup>. La fórmula queda:

$$TSFC = \frac{f(1 - \varepsilon)}{(1 + \lambda)E_e} * 3600 * 1000 \quad (4.43)$$

donde las constantes que multiplican son para que tenga dimensiones de  $[kg/(h * kN)]$ , de valores típicos comparables con los de empuje específico en las unidades que hemos convenido en utilizar (si no serían demasiado pequeños al comparar el gasto de combustible con el empuje total ofrecido por el turbofán).

#### 4.2.2 Modo M13.

No se debe perder la perspectiva de lo que mecánicamente u operativamente ocurre en el motor para pasar del modo de funcionamiento con 3 variables a este que posee 5: ocurre la apertura de la derivación más exterior (en azul en las Figuras mostradas) y entrada en funcionamiento del "fan frío" que comprime este flujo de bypass entre 01C y 02C. Una variable adicional está vinculada al gasto de aire que circula ( $\lambda_1$ ) y la otra al aumento de presión a través de la relación adimensional  $\pi_{FF} = p_{02C}/p_{01C}$ . Lo que en el apartado anterior llamábamos  $\lambda$  ahora recibe el nombre de  $\lambda_1$  para estar en línea con los parámetros de control involucrados. Evitaremos, en la medida de lo posible, definir de cero ecuaciones si ya se ha hecho previamente, pero sí se volverán a escribir para mayor claridad.

<sup>5</sup> Este último en cuestión es  $c_E$ . Aunque en algunas gráficas posteriores aparezca como  $c_E$ , no hay que perder de vista que estaremos tratando con el TSFC, todo ello corroborable si se observan las unidades.

La Ecuación 4.13 permanece inalterada

$$F(1) = h_a(T_{00}) - h_a(T_0) - \frac{V_0^2}{2} \quad (4.44)$$

para la temperatura de remanso  $T_{00}$ , y lo mismo con la de la presión Ecuación 4.16

$$F(2) = \phi_a(T_{00}) - \phi_a(T_0) - R_a \log \left( \frac{p_{00}}{p_0} \right) \quad (4.45)$$

Al no cambiar la geometría, las pérdidas de remanso permanecen inalteradas, y del mismo modo el proceso hasta 01F es adiabático:

$$p_{01F} = \pi_d p_{00} \quad (4.46)$$

$$T_{01F} = T_{00} \quad (4.47)$$

Para el fan frío, se establece que la pérdida de la presión de remanso está asociada a una toma dinámica como la del flujo caliente, y de esta forma se puede decir:

$$p_{01C} = p_{01F} \quad (4.48)$$

$$T_{01C} = T_{01F} \quad (4.49)$$

Al llegar al **fan** en cuestión, en el caso del proceso 01C  $\rightarrow$  02C la expresión sería idéntica a la del salto de presiones en la compresión al ser la relación  $\pi_{FF}$  un parámetro de diseño:

$$p_{02C} = \pi_{FF} p_{01C} \quad (4.50)$$

y para el salto de temperaturas se vuelve a recurrir a la función auxiliar  $P_{rc}(T, f)$ , resultando

$$F(3) = \pi_{FF} P_{rc}(T_{01C}, e_F) - P_{rc}(T_{02C}, e_F) \quad (4.51)$$

donde se ha supuesto que el rendimiento politrópico del fan frío es igual al del fan interior, al ser ambos similares en lo que a aumento de presión visto por el fluido se refiere.

Luego el flujo atraviesa un **conducto** con pérdida asociada

$$p_{04C} = \pi_{cond} p_{02C} \leftrightarrow T_{04C} = T_{02C} \quad (4.52)$$

y se expande en la **tobera exterior**, conservando la temperatura de remanso al suponerla adiabática:

$$p_{05C} = \pi_{rob} p_{04C} \leftrightarrow T_{05C} = T_{04C} \quad (4.53)$$

De nuevo, el paso a magnitudes estáticas se hace para determinar presión, temperatura y velocidad, luego serán necesarias tres ecuaciones adicionales. Para la primera de ellas se hace uso, teniendo en cuenta que no hay adición de combustible, de  $\phi_a(T)$  como en la Ecuación 4.13 y sucesivas:

$$F(4) = \phi_a(T_{05C}) - \phi_a(T_{5C}) - R_a \log \left( \frac{p_{05C}}{p_{5C}} \right) \quad (4.54)$$

y la segunda sale de la definición de entalpía de remanso:

$$F(5) \equiv h_a(T_{05C}) - h_a(T_{5C}) = \frac{V_{5C}^2}{2} = \int_{T_{5C}}^{T_{05C}} c_{pa}(T) dT \quad (4.55)$$

mientras que la formulación de la tercera y última depende de que la tobera esté **adaptada** o **bloqueada**:

$$F(6)_{BLOQ} = V_{5C} - \sqrt{\gamma_a(T_{5C}) R_a T_{5C}} \quad (4.56)$$



$\gamma_a(T)$  es el coeficiente adiabático del aire seco, dependiente de la temperatura:

$$\gamma_a(T) = \frac{c_{pa}(T)}{c_{va}(T)} = \frac{c_{pa}(T)}{c_{pa}(T) - R_a} \quad (4.57)$$

El caso de tobera adaptada supone la igualdad de presiones estáticas:

$$F(6)_{AD} = p_{5C} - p_0 \quad (4.58)$$

Retomamos ahora al flujo en condiciones 01F que entra en la parte principal del motor, comprimiéndose en primer lugar hasta alcanzar el estado 02F:

$$p_{02F} = \pi_F p_{01F} \leftrightarrow F(7) = \pi_F P_{rc}(T_{01F}, e_F) - P_{rc}(T_{02F}, e_F) \quad (4.59)$$

y posteriormente en la parte principal del compresor hasta 02HP

$$p_{02HP} = \pi_c p_{01F} \leftrightarrow F(8) = \pi_{HP} P_{rc}(T_{02F}, e_c) - P_{rc}(T_{02HP}, e_c) \quad (4.60)$$

Una de las incógnitas explícitas de este modo de funcionamiento es la relación de compresión del "fan interno"  $\pi_F$ , y para que no haya más que ecuaciones se tiene en cuenta que:

$$\pi_c = \pi_F \pi_{HP} \quad (4.61)$$

y así teóricamente estaría caracterizado el tramo de alta presión HP a partir de la resolución del ciclo y del parámetro de control.

Pasando a la **cámara**, aplicaremos la pérdida de presión de remanso y el balance, resultando:

$$F(7) = f H_p \eta_{cc} - (1 + f) h_g(T_{03}, f) + h_a(T_{02HP}) \longleftrightarrow p_{03} = \pi_{cc} p_{02HP} \quad (4.62)$$

recordando que el dosado se define como  $f = \dot{m}_f / (\dot{m}_1 (1 - \varepsilon))$ , siendo  $\dot{m}_1$  el gasto que circula por el compresor y la cámara sin tener en cuenta el cooling de turbina,  $\dot{m}_2$  el de derivación por la zona principal y  $\dot{m}_3$  el que discurre por la zona "fría", sirvan los dos últimos meramente como referencia en este momento.

De nuevo en la turbina, para la presión en 04:

$$F(8) = p_{04} - p_{03} P_{rT}(T_{04}, T_{03}, f) \quad (4.63)$$

En cuanto al acoplamiento de potencia en el eje, hay que añadir un término más que refleja la potencia consumida por el fan frío en la compresión del gasto derivado  $\dot{m}_3$ . Definiendo  $\lambda_1 = \dot{m}_2 / \dot{m}_1$  y  $\lambda_2 = \dot{m}_3 / \dot{m}_1$ :

$$\begin{aligned} F(9) = & \\ & = \eta_{par} \eta_{mec} (1 + f) (h_g(T_{03}, f) - h_g(T_{04}, f)) - \\ & - \frac{1 + \lambda_1}{1 - \varepsilon} (h_a(T_{02F}) - h_a(T_{01F})) - \\ & - \frac{1}{1 - \varepsilon} (h_a(T_{02HP}) - h_a(T_{02F})) - \frac{\lambda_2}{1 - \varepsilon} (h_a(T_{02C}) - h_a(T_{01C})) \end{aligned} \quad (4.64)$$

El flujo intermedio  $\dot{m}_2$  atraviesa el conducto perdiendo presión de remanso (pero supuesto adiabático):

$$p_{024} = \pi_{c,ond} p_{02F} \longleftrightarrow T_{024} = T_{02F} \quad (4.65)$$

y se mezcla con  $\dot{m}_1 (1 - \varepsilon)$  tras la turbina, con suma de entalpía total estrictamente nula:

$$F(10) = (1 + f) h_g(T_{04}, f) + \frac{\lambda_1}{1 - \varepsilon} h_a(T_{024}) - \left( \frac{1 + \lambda_1}{1 - \varepsilon} + f \right) h_g(T_{04M}, f_{lob}) \quad (4.66)$$

Por último se encontraría la tobera principal, donde llegan los flujos mezclados en condiciones 04M y se expanden hasta 5M. Se aplica en primer lugar la pérdida de 04M  $\rightarrow$  05:

$$T_{05} = T_{04M} \longleftrightarrow p_{05} = \pi_{lob} p_{04M} \quad (4.67)$$

y para hallar  $T_5$ ,  $V_5$  y  $p_5$ :

$$F(11) = \phi_g(T_{05}, f_{1ob}) - \phi_g(T_5, f_{1ob}) - R_g(f_{1ob}) \log \left( \frac{p_{05}}{p_5} \right) \quad (4.68)$$

$$F(12) \equiv h_g(T_{05}, f_{1ob}) - h_g(T_5, f_{1ob}) = \frac{V_5^2}{2} = \int_{T_5}^{T_{05}} c_{pg}(T, f) dT \quad (4.69)$$

$$F(13)_{BLOQ} = V_5 - \sqrt{\gamma_g(T_5, f_{1ob}) R_g(f_{1ob}) T_5} \quad F(13)_{AD} = p_5 - p_0 \quad (4.70)$$

#### Evaluación de las prestaciones.

Este motor presenta sendos empuje y consumo específicos cuyas adimensionalizaciones se definen como en el modo de funcionamiento M1. No obstante, las expresiones no son iguales a las del primero analizado: esto se debe a que ahora hay dos toberas y dos flujos derivados en lugar de solo uno. Cualitativamente, el empuje específico tiene varias contribuciones: la de los gases de escape mezclados el gasto  $\dot{m}_2$ , que salen a la velocidad calculada  $V_5$  resultante de resolver el sistema de 13 ecuaciones con 13 incógnitas; la del flujo frío  $\dot{m}_3$  que es expulsado a  $V_{5C}$  y los dos componentes cuando la diferencia de presiones ( $p_5 - p_0$ ) ó ( $p_{5C} - p_0$ ) sea distinta de cero. El gasto entre el cual se divide el empuje  $E$  para adimensionalizarlo es ( $\dot{m}_1 + \dot{m}_2 + \dot{m}_3$ ) y resulta, si se hace esta operación de forma análoga a M1:

$$E_e = \frac{1 + \lambda_1 + f(1 - \varepsilon) - \varepsilon}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} V_5 - V_0 + \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} V_{5C} \\ + \frac{1 - \varepsilon + \lambda_1 + f(1 - \varepsilon)}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \frac{R_g(f_{1ob}) T_5}{p_5 V_5} (p_5 - p_0) + \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_1 + \lambda_2} \frac{R_a T_{5C}}{p_{5C} V_{5C}} (p_{5C} - p_0)$$

Para el consumo específico, se divide el gasto de combustible entre el empuje, resultando tras simplificar:

$$TSFC = \frac{f(1 - \varepsilon)}{(1 + \lambda_1 + \lambda_2) E_e} * 3600 * 1000 \quad (4.71)$$

## 5 Niveles tecnológicos. Relaciones Z-M para el posterior análisis.

---

### 5.1 Altitudes y velocidades de análisis.

Durante los capítulos anteriores se ha dado forma al modelo a analizar y caracterizar funcionalmente en las siguientes páginas del Trabajo. Hemos definido las geometrías posibles que puede tener el turbofán, establecido el modelo de gases utilizado para los cálculos numéricos y planteado las ecuaciones que gobiernan el ciclo termodinámico en cada uno de los modos de funcionamiento. Ahora se va a determinar cómo se va a recoger una de las causas raíz de estudiar un motor de ciclo adaptativo: la versatilidad para operar en distintas condiciones de vuelo. También nombramos justificadamente los valores para los parámetros que establecen el nivel tecnológico N2 considerado a partir de aquí en todos los resultados gráficos y numéricos que se muestren.

El motivo principal por el que es interesante ver el comportamiento de las prestaciones en distintos puntos de operación no es otro que las posibles evoluciones de perfiles de vuelo: los aviones de combate tienen amplias envolventes de vuelo, con grandes cambios en su velocidad y altitud entre cada despegue y aterrizaje; por otro lado, los aviones comerciales tienen despegues/aterrizajes y subidas/bajadas bastante cortos en comparación con el largo tramo de crucero. La elección del **punto de diseño** depende claramente de esto, pero al no tener un avión tipo al que acoplar de alguna manera nuestro motor, resulta determinante asumir uno de los dos casos. Así, se decide particularizar para un **vuelo comercial** de aeronaves civiles, y por ende el resultado deberá encontrarse a altitud y velocidad razonables para el caso de estudio.

**Tabla 5.1** Relaciones de altitud y Mach que se van a considerar en el Trabajo.

	Z [m]	M [-]
1	0	0,10
2	8000	0,50
3	12000	0,75
4	16000	1,00
5	22000	1,50

En cualquier caso, tomaremos varias altitudes y números de Mach para analizar los cambios en las prestaciones al estar en un punto o en otro distinto. La forma que tiene esto de entrar en las ecuaciones del ciclo es a partir de la Atmósfera Estándar Internacional (ISA), implementada en la función `atmosisa` de MATLAB que tiene la sintaxis siguiente:

$$[T,a,p,\rho] = \text{atmosisa}(Z) \quad (5.1)$$

Distinta altitud implica valores diferentes de temperatura y presión estáticas a la entrada antes de la toma dinámica, y con el número de Mach distinta velocidad  $V_0$  también. El efecto en mayor o menor medida sobre empuje y consumo específicos solo puede verse empíricamente, esto es, resolviendo las ecuaciones del ciclo

y estudiando las leyes funcionales de dependencia para cada una de las condiciones de vuelo dadas en la Tabla y los distintos valores posibles de los parámetros de diseño.

## 5.2 Modo tecnológico N2.

Ante un problema de análisis de ciclo como es este que se presenta, diversas formas de atacarlo existen. Una primera idea se basa en ciclo ideal, sustentándose sobre dos grandes hipótesis: las propiedades del fluido de trabajo no dependen de la temperatura ni de la composición y las turbomáquinas, tomas dinámicas y toberas son ideales (isentrópicas, perfectamente acopladas mecánicamente y sin pérdidas de presión de remanso en conductos). Relajar la primera de ellas nos lleva a definir un modelo de gases, como bien aparece en el Capítulo de descripción analítica: termodinámica dependiente de la temperatura en cada caso y de la fracción de cada especie en la mezcla de gases que es el aire seco o los productos de combustión. En cuanto a la segunda, pasamos a tener la necesidad de definir rendimientos y pérdidas de presión de remanso en un primer momento. Estos, junto con otros límites y parámetros que se comentan a continuación, definen el **nivel o modo tecnológico**.

Hablar de N2 es hablar de la operativa actual en la tecnología de los motores a reacción. Los valores adoptados son razonables teniendo en cuenta las tendencias existentes en el mercado, con lo cual se trata de un modo más **realista** que optimista o pesimista. En gran medida, el uso de estos límites se ha detallado en las ecuaciones de los modos de funcionamiento, pero para mayor claridad se comentan aquí junto con los valores adoptados:

- $\pi_d = 0,95$ : pérdida de presión de remanso en la toma dinámica, tal que  $\pi_d = p_{01}/p_{00}$ .
- $e_{HP} = 0,84$ : rendimiento politrópico o por escalonamiento del compresor principal.
- $e_F = 0,82$ : rendimiento politrópico de los fanes, tanto interno (M1, M13) como externo (solo aplica a M13).
- $\pi_{cc} = 0,92$ : pérdida de presión de remanso en la cámara de combustión (geometría compleja).
- $\eta_{cc} = 0,94$ : rendimiento "térmico" de la cámara al no ser esta ideal y adiabática.
- $e_T = 0,85$ : rendimiento politrópico de la turbina.
- $\pi_{cond} = 0,90$ : pérdida de presión de remanso asociada al rozamiento en la circulación de fluido a alta velocidad por conductos del motor, cuando proceda. Para evitar distinguir entre régimen de circulación en cada caso, se supone independiente de este.
- $\pi_{tob} = 0,96$ : pérdida de presión de remanso por no ser la/s tobera/s isoentrópica/s.
- $T_{03,max} = 1390$  K: temperatura fin de combustión máxima, impuesta por el nivel tecnológico en tanto que es la máxima que pueden soportar los álabes refrigerados de la turbina.
- $\eta_{mec} = 0,96$ : rendimiento mecánico de la transmisión de potencia en el eje que une a los compresores y fanes con los escalonamientos de turbina.
- $\eta_{par} = 0,98$ : rendimiento parásito aplicado a la turbina, modelando el acoplamiento de una caja de accesorios que consume potencia para servicios necesarios en la aeronave (electricidad, control e indicación, ...).
- $\varepsilon = 1,5(T_{03} - 1000)/120$ : porcentaje sangrado de gasto caliente para la refrigeración de los álabes de turbina. Depende de la temperatura porque cuanto mayor sea esta más gasto habrá que derivar a tal fin para que el comportamiento de la turbomáquina sea siempre aceptable. El valor máximo alcanzado es  $\varepsilon_{mx} = 0,0487$  y se da cuando  $T_{03} = T_{03,max}$

## 6 Leyes funcionales de dependencia: mapas de operación.

---

Como ya se comentó en capítulos anteriores, el problema a resolver se define como un sistema de 11 (para M1) o 13 (para M13) ecuaciones con las correspondientes incógnitas. Junto con una solución inicial (que puede ser un vector  $X$  conteniendo los valores de las magnitudes al resolver el caso ideal sin rendimientos ni pérdidas), se computa en la función `fsolve` de MATLAB y se obtienen unos valores de empuje y consumo específicos ( $E_e, TSFC$ ). Estos últimos están asociados a un conjunto de valores de los parámetros de control, pongamos  $(\pi_c^i, T_{03}^j, \lambda^k)$  en el modo M1 o  $(\pi_c^i, \pi_{FF}^j, T_{03}^k, \lambda_1^p, \lambda_2^q)$  y a una condición de vuelo ( $M_0, Z_0[m]$ ). Las prestaciones obtenidas representan un punto en el diagrama de  $TSFC$  frente a  $E_e$ , y variando el resto de parámetros pueden obtenerse más, que unidos por líneas quebradas conforman lo que se conoce como **mapa de optimización termodinámica o de operación**. Estos permiten visualizar de una manera rápida y sencilla cómo cambian el empuje y el consumo entre sí cuando se producen variaciones incrementales de las variables de diseño, ayudando a caracterizar el motor más que las propias ecuaciones.

Si el modelo fuese sencillo, lo único que se haría es sustituir las expresiones de velocidad y presión de salida en función del resto de parámetros del ciclo y así se tendría una dependencia funcional explícita. Como en nuestro modelo de turbofán de geometría variable esto no es posible, se emplean los mapas de operación a la hora de detallar el funcionamiento en el Trabajo, y en base a estos y otros cálculos distinguir regiones operativas viables o accesibles de otras que no lo son y elegir un punto de diseño. Al tener dos modos de funcionamiento diferentes, se analizarán ambos por separado para evitar confusión en las conclusiones alcanzadas. No obstante, de elegir un punto de diseño este deberá ser único por tratarse tanto en M1 como en M13 del mismo motor soporte.

### 6.1 Modo M1.

Antes de comenzar a desgarnar los mapas, es apropiado hallar cuál es el número mínimo de ellos distintos que deben obtenerse para poder saber correctamente las dependencias de los parámetros de diseño por sí solos y entre sí. Teniendo en cuenta que un mapa de optimización termodinámica es bidimensional, solo podrán variarse incrementalmente dos de las tres magnitudes, y a lo sumo la tercera paramétricamente como podrá verse a continuación. Así, el resultado es de **3 mapas**:

- $T_{03}-\pi_c$ : variando la temperatura fin de combustión y la relación de compresión del compresor.
- $T_{03}-\lambda$ : variando la temperatura y la relación de derivación.
- $\lambda-\pi_c$ : variando el grado de bypass y el de compresión.

Sin embargo, cuando quieran detallarse cualidades o detalles, siempre podrán extraerse nuevos mapas encuadrados en una de las tres categorías comentadas arriba. Los gráficos se extraen de MATLAB al mismo tiempo que se van resolviendo las ecuaciones punto a punto, estando siempre la posibilidad del tratamiento de los datos como vectores y matrices (ordenación, tendencias, mínimos y máximos, etc.). Dadas las formas de todo tipo resultantes, es muy importante distinguir las líneas por colores, identificando qué parámetro es el que cambia y en qué sentido, además de cuándo cambia paramétricamente la tercera de las magnitudes de control.

Salvo observación de tendencias relevantes como para hacer cambios, los rangos de las tres variables se establecen así:  $\pi_c$  entre 5 y 30 por asemejarnos al modo tecnológico estudiado,  $T_{03}$  entre 1100 K y 1390 K por las limitaciones que impone explícitamente N2 y  $\lambda$  de 0.1 a 6 pero con flexibilidad, sabiendo que puede llegar a valer del orden de 10:1 en turbofanes de gran relación de derivación.

### 6.1.1 Diagrama $T_{03}$ - $\pi_c$ .

La temperatura fin de combustión y la relación de compresión son dos magnitudes ya presentes en otras tipologías de motores de combustión continua, como el turborreactor y el turbohélice. Por tanto, no es extraño que los mapas se parezcan a los mencionados, que pueden encontrarse en la literatura específica de turbinas de gas.

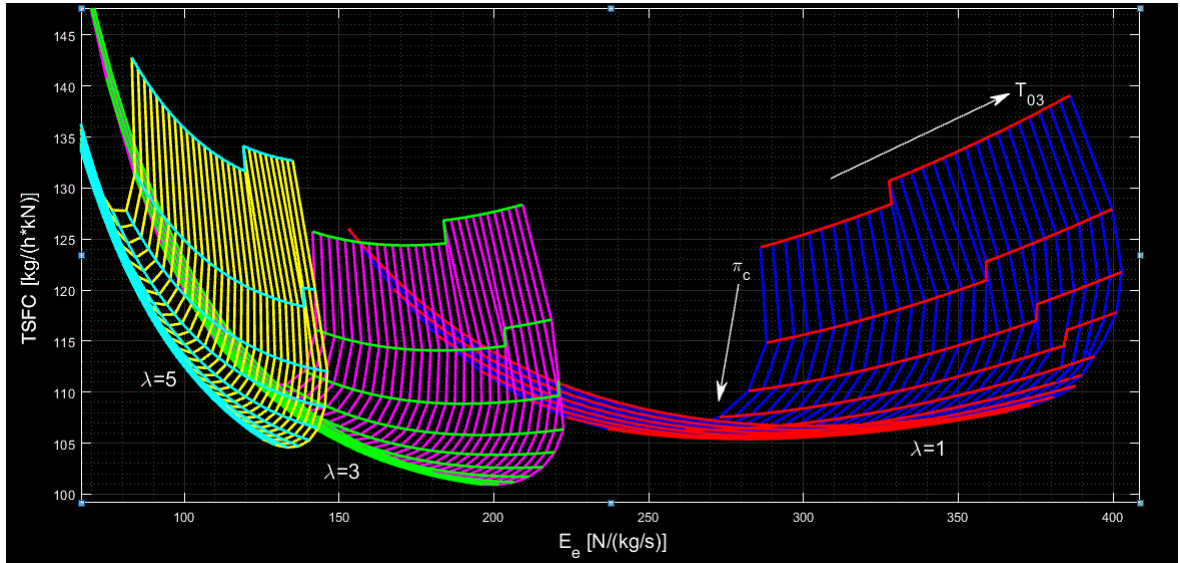


Figura 6.1 Mapa  $T_{03}$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:2:30]$ ,  $T_{03}=[1100:10:1390]$  K,  $\lambda=[1\ 3\ 5]$ ).

Es conveniente, ya que no hay precedentes en este Trabajo, comentar someramente la operativa a la hora de plasmar los datos en las gráficas mostradas. En la Figura 6.1 puede verse el primero de los mapas de M1. En el eje horizontal tenemos el empuje específico  $E_e$  y en el vertical el consumo específico  $TSCF$ , y los distintos puntos calculados son aquellos en donde confluyen las líneas de colores distintos. Las parejas de colores hacen referencia al valor que cambia paramétricamente, en este caso  $\lambda$  como no puede ser de otra forma. Se ha cuidado la apariencia para que sea siempre la misma, en azul oscuro y rojo el mapa asociado al primer valor denotado del paramétrico, en magenta y verde para el segundo y en amarillo y cian para el tercero. Salvo indicación expresa, no se disponen mapas con más de tres valores para mayor claridad en las visualizaciones.

Los parámetros de control que sí cambian diferencialmente para calcular los distintos puntos se muestran con la sintaxis valor inicial:incremento:valor final para indicar los vectores utilizados en los códigos numéricos de MATLAB implementados. Las flechas siempre harán referencia a la dirección y sentido de aumento de la magnitud de control indicada. Por ejemplo, la de  $T_{03}$  quiere decir que moviéndose a lo largo de una línea roja o similar (verde, cian) de la forma que muestra los puntos solución tienen temperaturas fin de combustión crecientes y la relación de compresión permanece constante. Las líneas no son sino el resultado de unir los puntos resultantes de dejar uno de los dos parámetros de control en juego constante y variar el otro diferencialmente.

Hechas las presentaciones, llega el momento de extraer la máxima cantidad de información posible para inferir en el comportamiento de los tres parámetros de control del modo de funcionamiento M1.

Un aumento en la temperatura fin de combustión para relación de compresión constante provoca, para valores pequeños de la relación de derivación, un aumento tanto en el empuje como en el consumo del motor. No obstante, si  $\lambda$  es lo suficientemente grande, se invierte la dependencia con el consumo. En cuanto a cambios en  $\pi_c$ , tras disminuir empuje y consumo se llega a un mínimo y luego la tendencia es hacia arriba, lo cual parece indicar la existencia de una relación de compresión óptima para el consumo específico mínimo.

En cualquier caso, el máximo de empuje específico está vinculado con la línea de  $T_{03}$  máxima, esto es, con su valor límite de 1390 K.

Se ha intentado en todo momento que las curvas tengan la mayor suavidad aparente posible ajustando los incrementos en los valores de los parámetros de control. Faltas de continuidad explícitas pueden deberse, principalmente, a errores numéricos en el cálculo, y se considerarán aceptables si no afectan a la visualización y comprensión del mapa. Por la extensión de los tres gráficos en el espacio de los ejes coordenados se intuye que la fluctuación del  $E_e$  (aprox. 50-400 N/(kg(s)) es mayor que la del  $TSFC$  (100-150) kg/(hkN), y que incrementos en temperatura o relación de compresión cambian más comparativamente al empuje cuando  $\lambda$  es pequeño y al consumo con  $\lambda$  más grande. El aumento de la relación de derivación no es nada favorable para el empuje pero sí lo es para el consumo: de hecho, en la gráfica de  $\lambda = 3$  es donde se alcanza el valor más bajo de todos los mostrados en el mapa.

### 6.1.2 Diagrama $T_{03}$ - $\lambda$ .

El objetivo al ir añadiendo nuevos mapas es tanto complementar las explicaciones realizadas como constatar o refutar hipótesis vertidas a las tendencias observadas de los parámetros de control en los anteriores.

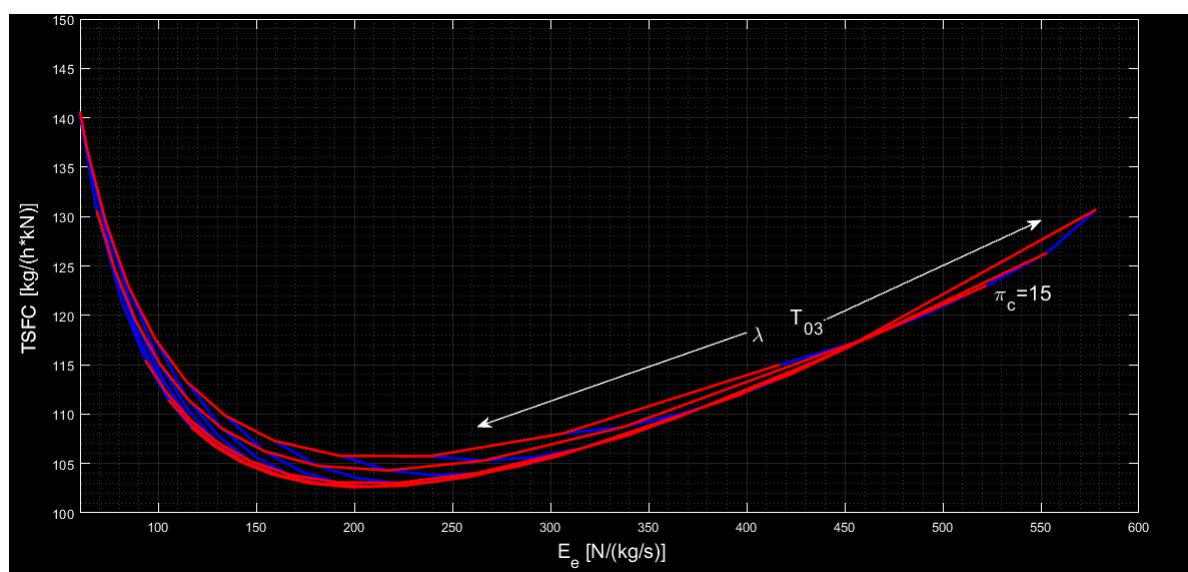


Figura 6.2 Mapa  $T_{03}$ - $\lambda$  ( $\pi_c=[15]$ ,  $T_{03}=[1100:50:1390]$  K,  $\lambda=[0,1:0,5:6]$ ).

En este mapa (Figura 6.2) se encuentra el acoplamiento entre  $T_{03}$  y  $\lambda$  para la optimización de prestaciones, viendo que las dependencias de empuje y consumo con ellas son totalmente opuestas: con la primera aumentan ambos, y con la segunda disminuyen. La relación de compresión se ha fijado a 15 en este caso. La variación del empuje al cambiar los valores de estos dos parámetros es mucho mayor que la del consumo. El máximo de  $E_e$  vuelve a tenerse para 1390 K pero para el mínimo valor del grado de bypass  $\lambda$ , que se fija en 0,1 para que se resuelvan las ecuaciones considerando M1, pues en caso de poder valer cero estaríamos analizando un turborreactor. El valor de alrededor de 600 N/(kg/s) implica que es mejor una relación de derivación baja para tener un óptimo empuje (en comparación con  $\lambda = 1$  ó 3 en la Figura 6.1).

Para el  $TSFC$  hay un  $\lambda_{pr}$ , pues las curvas rojas ( $\lambda = \text{cte.}$ ) bajan para luego volver a subir. El mínimo calculado en el mapa es próximo al que se muestra en la Figura anterior, en torno a 100 kh/(hkN). Introduzcamos ahora un cambio paramétrico en  $\pi_c$ .

Ahora, Figura 6.3, se esboza sobre el mapa ya existente con relación de compresión de 15 otro en el que  $\pi_c = 30$ . Al "abrirse" más la dependencia del consumo con  $T_{03} - \lambda$ , se entiende mejor ahora la forma del aplastado esquema anterior. Para valores grandes de la temperatura, el consumo disminuye con la relación de derivación, llega a un mínimo y vuelve a aumentar, constatando la idea de  $\lambda_{pr}$ . Sin embargo, hacer más grande a la relación de compresión no es un beneficio para las prestaciones: el consumo aumenta muy poco pero el empuje sí tiene una reducción considerable. Esto se tendrá en cuenta a la hora de restringir los rangos para la búsqueda de los óptimos.

En estos mapas se ve también la divergencia del consumo con el grado de bypass: aunque el motivo de derivar un gasto de aire es, principalmente, reducir el gasto de combustible, se observa que puede llegar

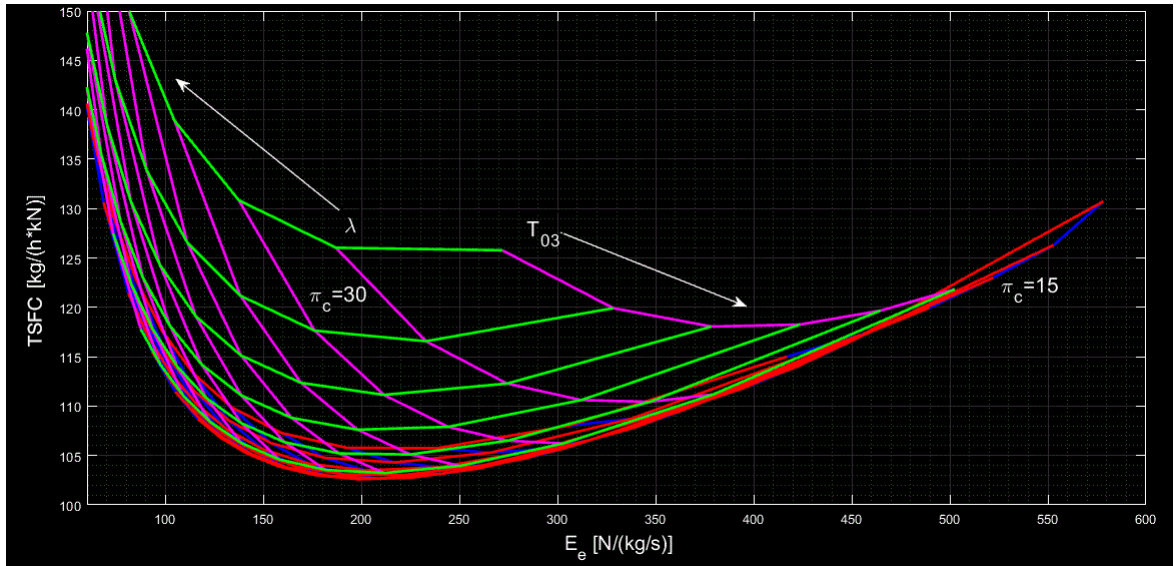


Figura 6.3 Mapa  $T_{03}$ - $\lambda$  ( $\pi_c$ =[15 30],  $T_{03}$ =[1100:50:1390] K,  $\lambda$ =[0,1:0,5:6]).

a ser contraproducente si no se diseña el motor de forma adecuada, y además que la  $\lambda_{pt}$  depende de las temperaturas típicas que se prevean en la cámara. En definitiva, para maximizar el empuje tomaremos la máxima  $T_{03}$  y mínima  $\lambda$  y para minimizar el consumo buscaremos una  $\lambda_{pt}$ , ambos con valores moderados de  $\pi_c$ .

### 6.1.3 Diagrama $\lambda$ - $\pi_c$ .

Al haber aparecido ya las variaciones ante incrementos diferenciales de todas las magnitudes de control involucradas en este modo de funcionamiento, este mapa puede servir para reforzar las ideas adquiridas en el proceso.

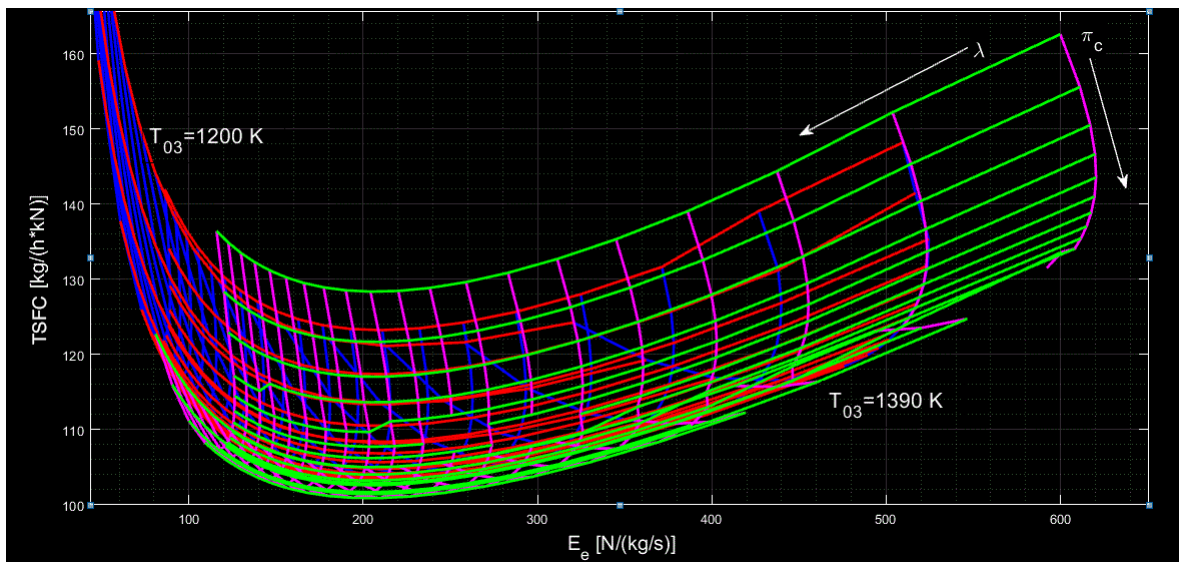


Figura 6.4 Mapa  $\lambda$ - $\pi_c$  ( $\pi_c$ =[5:37],  $T_{03}$ =[1200 1390] K,  $\lambda$ =[0,1:0,5:5,8]).

Para ello, véase la Figura 6.4, se comprueba la existencia de una relación de compresión óptima para el máximo de empuje específico, que este se encuentra en el entorno de 600 N/(kg/s) y que se da para la temperatura fin de combustión máxima. En cuanto al consumo, sí que es cierto que no está muy claro para qué  $T_{03}$  se alcanza el mínimo, lo cual requerirá en fases posteriores un análisis más detallado. Lo que sí puede decirse es que hay una  $\lambda_{pt}$  y que la divergencia del  $TSFC$  con esta magnitud se "amortigua" cuando aumenta



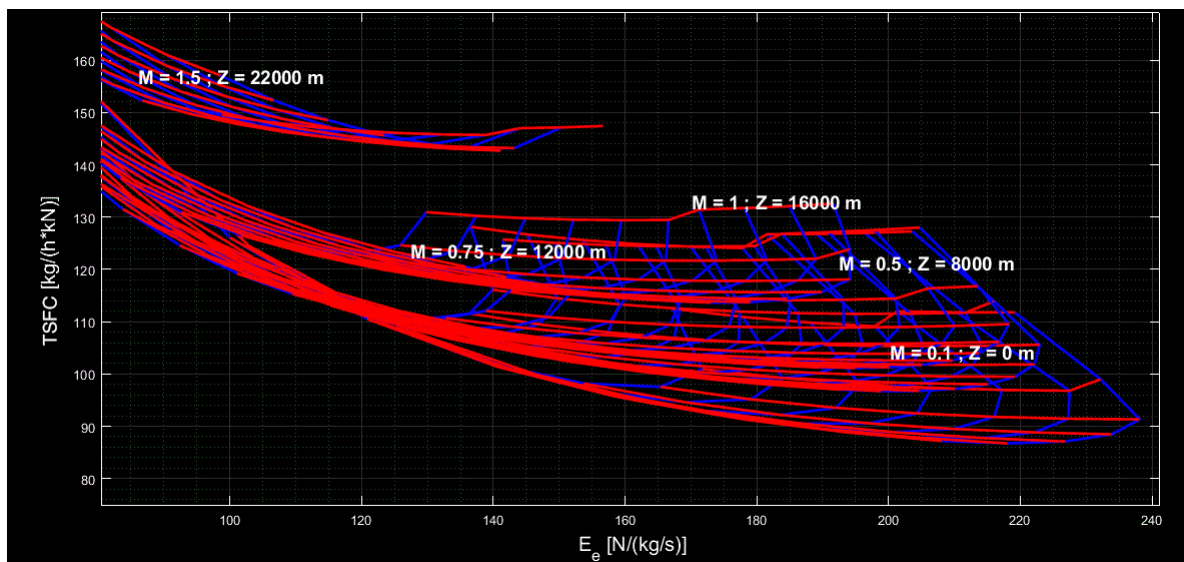
la temperatura. El solapamiento entre los mapas es reflejo de que varias ternas de valores de los parámetros de control pueden llegar a dar las mismas prestaciones.

Aunque no se sabe a ciencia cierta el valor de las magnitudes óptimas, sí que  $\pi_c$  está en torno a 10-5 y  $\lambda$  en torno a 3 para minimizar el consumo. Se concluye también que el empuje específico es más dependiente del modo tecnológico (extremos de los intervalos, tanto para  $T_{03}$  como para  $\lambda$ ). Con estas ideas y directrices se tiene un punto de partida más que ventajoso a la hora de determinar el punto de diseño de este modo de funcionamiento.

#### 6.1.4 Efecto de las condiciones de vuelo.

Al introducir este Capítulo, se ha mencionado que los distintos puntos (de prestaciones) calculados resolviendo con `fsolve` el sistema de ecuaciones con valores iniciales y que luego se graficaban dependían de los parámetros de control y de las condiciones de vuelo, entendidas estas como se explicó en un apartado anterior. Sin embargo, al comentar todos los mapas mostrados hasta ahora no se ha hecho la distinción de la altitud y número de Mach a los que están referenciados. De hecho, se han fijado  $Z_{(3)} = 12000$  m y  $M_{(3)} = 0,75$ , ya que al particularizar para una aplicación de aviación comercial el punto de diseño estará cerca o será esta pareja  $Z - M$ . Ahora se pretende analizar cómo cambian los mapas y cuál es el efecto sobre empuje y consumo de resolver los distintos puntos en varias cotas y velocidades diferentes. Enfocaremos el estudio en cambios de comportamiento y valores típicos, o rangos de valores admisibles<sup>1</sup> para los parámetros de control en cada caso.

**Diagrama  $T_{03}$ - $\pi_c$ .**



**Figura 6.5** Mapa  $T_{03}$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:2:30]$ ,  $T_{03}=[1100:50:1390]$  K,  $\lambda=3$ ). Efecto de Z-M.

Para evitar confusiones, se suprime la variación de  $\lambda$  como parámetro, de manera que este se fija en el entorno del óptimo para el consumo que se comentó antes ( $\lambda = 3$ ). Por eso el empuje no llega a los valores máximos que se vieron en las gráficas anteriores. Puede verse cómo la forma de estas gráficas no cambia mucho al considerar los distintos puntos de operación salvo para  $M_{(5)} = 1,5$  y  $Z_{(5)} = 22000$  m. Esto se puede explicar a partir del gran cambio en las condiciones atmosféricas al cambiar tanto la altura, al igual que se tendrán mayores valores de las magnitudes de remanso en la entrada (presiones y temperaturas, las más ligadas a los parámetros que se están mostrando) por volar a una gran velocidad. De hecho, veremos esto cuando se establezcan los óptimos, que en general al aumentar la altura precisarán de un valor de diseño de relación de compresión del compresor cada vez menor. En el límite entran en juego los aerorreactores sin compresor: el estatorreactor y el pulsorreactor.

<sup>1</sup> Se entiende como valores admisibles o accesibles, tanto de magnitudes de control como de prestaciones, a aquellos para los que la resolución del ciclo proporciona una solución fiable. Más allá de errores numéricos, el programa puede hacer cero todas las ecuaciones del ciclo y evaluar empuje y consumo específicos.

En cuanto a la tendencia de cambio al aumentar altura y velocidad, se reduce el empuje y aumenta el consumo. Este efecto, aunque desfavorable respecto a volar a nivel del mar, es poco notable hasta llegar a (3), ya que la primera gran caída de  $E_e$  se ve en el mapa de condiciones  $M_{(4)} = 1,0$  y  $Z_{(4)} = 16000$  m. Además debe compensarse durante la fase de diseño de los aviones con la necesidad de volar rápido para compensar costes elevados por asiento y milla náutica (CASM por sus siglas en inglés). No es representativo ubicar un punto de diseño fuera de las condiciones habituales de operación (el crucero en la aplicación que se está considerando).

#### Diagrama $T_{03}$ - $\lambda$ .

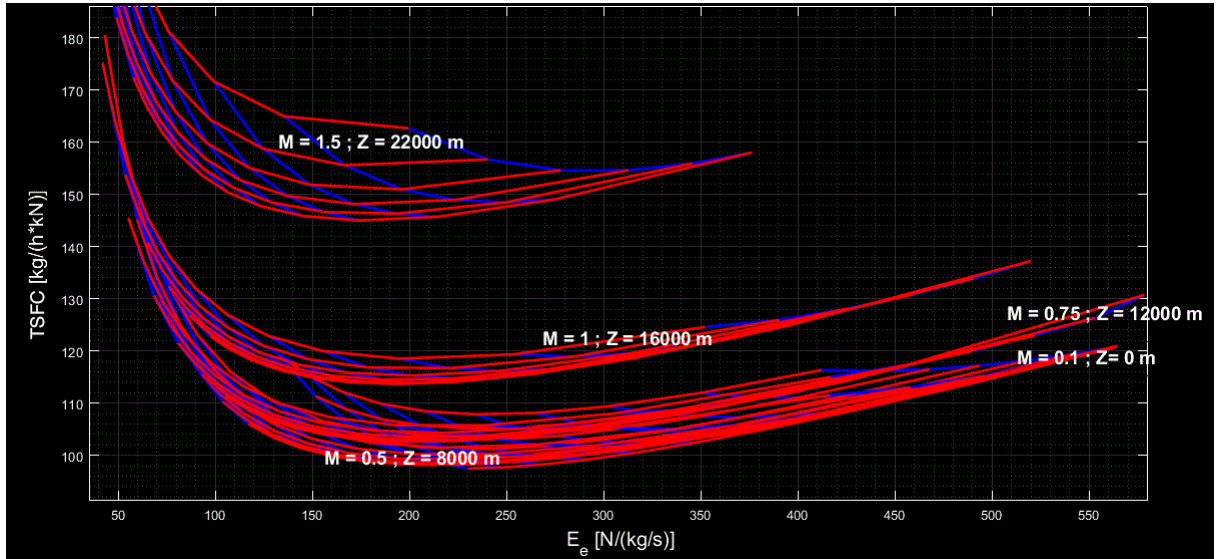


Figura 6.6 Mapa  $T_{03}$ - $\lambda$  ( $\pi_c=15$ ,  $T_{03}=[1100:50:1390]$  K,  $\lambda=[0,1:0,5:6]$ ). Efecto de Z-M.

El conjunto de mapas de la Figura 6.6 se calcula para un valor de la relación de compresión de 15 y en él se alcanzan los valores límite de variables de control que definen puntos de máximo empuje en cada caso. El caso de despegue se solapa parcialmente con los de velocidades subsónicas típicas, destacando que en (3) es cuando más empuje específico se tiene, lo cual por otra parte está vinculado al valor fijo de la relación de compresión. Si se varía  $\pi_c$  en cada cota, se deberá ver que hay un óptimo distinto como ya se ha comenzado a ver en el epígrafe anterior. El de (3) estará seguramente en el entorno de 15, o más cerca de este valor que los demás.

Por otra parte, el consumo no es muy dependiente de la temperatura hasta que se alcanzan condiciones sónicas. A partir de aquí, la gráfica se "abre" mucho más en el eje vertical, y además se tienen valores típicos bastante elevados. En cuanto a  $\lambda$ , a pesar de que es tecnológicamente admisible considerar grados de bypass incluso en el entorno de 10:1, el análisis que se está realizando muestra que no es interesante que sean tan elevados en el turbofán de geometría variable, ya que a partir de 5-6 ya se ve el fenómeno de divergencia del consumo (poca variación en el empuje da lugar a un gran incremento en el  $TSFC$ ).

#### Diagrama $\lambda$ - $\pi_c$ .

Concluimos el análisis del efecto de las condiciones de vuelo con los mapas superpuestos variando incrementalmente la relación de compresión y la de derivación. Las puntas de las flechas indican en cada caso qué mapa es el asociado con qué cota y Mach, estando también el de situación de despegue prácticamente superpuesto con los subsónicos. Los valores óptimos de empuje para  $M = 0,5$  y  $M = 0,75$  están muy próximos entre sí. Por la forma de las curvas azules, de  $\lambda$  constante, se deduce que en (1), (2) y (3) va a haber  $\pi_{c,pt}$  que maximice  $E_e$ , no así en (4) y (5) por el efecto de gran incremento de presión al pasar de condiciones estáticas a remanso. En su lugar, la relación de compresión más baja establece el óptimo (extremo absoluto, al igual que la temperatura y el grado de bypass).

La tendencia hacia abajo de las curvas rojas (de relación de compresión constante) indicaba la existencia de  $\lambda_{pt}$ . Aquí se aprecia también que este óptimo no tiene por que ser el mismo en cada pareja Z-M, pero su variabilidad no es muy grande (probablemente todos entre 2.5-3.5, se comprobará al desarrollar la metodología de optimización en el punto de diseño, más adelante).

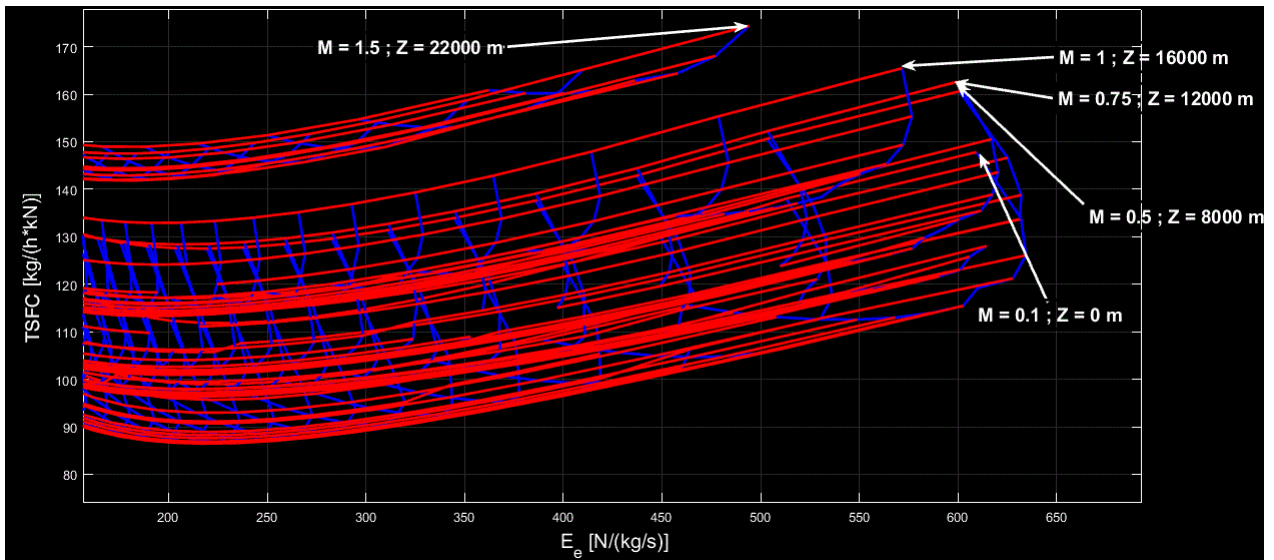


Figura 6.7 Mapa  $\lambda$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:2:30]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda=[0,1:0,3:6]$ ). Efecto de Z-M.

Esta forma funcional y cualitativa de ver la influencia de volar a niveles de vuelo y velocidades diferentes sirve, al igual que el estudio de los mapas, como orientación a la hora de distinguir entre los distintos puntos candidatos al más apropiado para ser el de diseño. Las tendencias se usarán para hacer especial hincapié en la búsqueda de los óptimos, ya que cuando se sepa que existen se tratará de estar lo más cerca posible de los mismos sin dejar de lado la hibridación de necesidades en lo que a prestaciones se refiere (deseamos un empuje elevado, pero también que no penalice el consumo de combustible).

## 6.2 Modo M13.

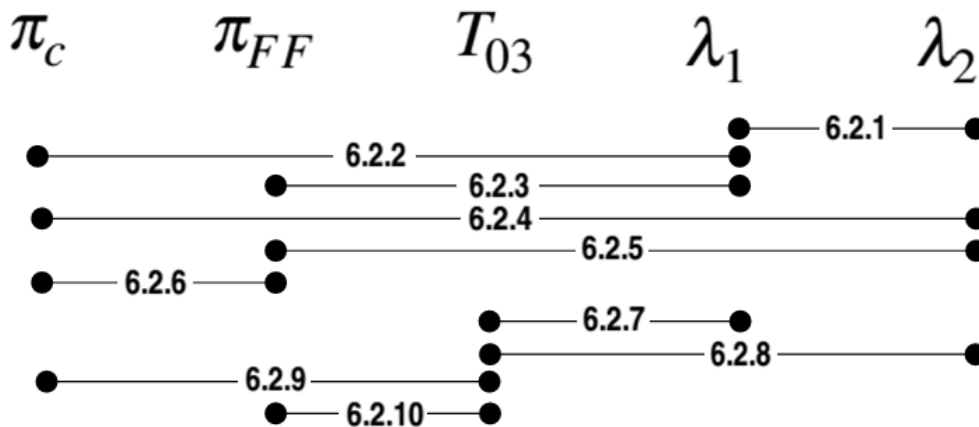


Figura 6.8 Listado de apartados posteriores donde puede encontrarse cada uno de los mapas de operación.

Por replicar la operativa llevada a cabo con M1, determinaremos en primer lugar el número mínimo de mapas que reflejen apropiadamente la variación de cada una de las cinco variables de control con las otras cuatro. Variando de igual modo dos de las magnitudes en cada caso, el número combinatorio arroja un total de 10 mapas, que se extraen de la misma forma que se ha comentado para el modo M1, solo que resolviendo el paquete de ecuaciones propio de este nuevo modo de funcionamiento.

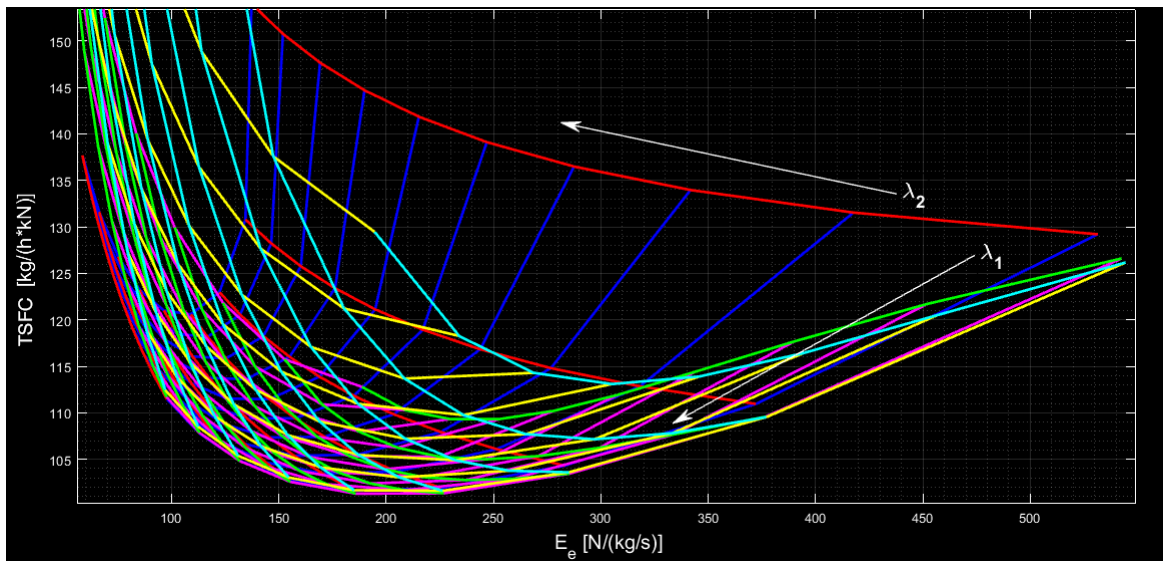
Aunque este comentario aplica tanto a M13 como a M1, hay que recordar que en el modelo matemático implementado se considera la posibilidad de que las toberas estén tanto adaptadas como bloqueadas. Se resuelve uno de los casos, y si se llega a un absurdo se procede a resolver el otro y se graba el resultado. Esto

no se muestra explícitamente, al menos en los mapas, porque la continuidad de las curvas no motiva a ello, no aporta nada desde el punto de vista de las explicaciones o conociendo las tendencias de los parámetros de diseño. Funcionalmente sí tendría cierto sentido, para ver aproximadamente cómo se está diseñando cada una de las estaciones del motor (compresores, turbinas, toberas), conocer el estado al calcular los óptimos, aunque esto se sale del alcance del Proyecto (caracterización de turbomáquinas, funcionamiento *off-design*).

Volviendo a los mapas, se delimitan en este caso los rangos de variación de los parámetros de control del turbofán de la siguiente manera:

- **Relación de compresión del compresor ( $\pi_c$ ):** desde valores pequeños del orden de 3 (para recoger el efecto de las condiciones de vuelo) hasta 40, por reflejar el modo tecnológico que se está analizando.
- **Relación de compresión del fan frío ( $\pi_{FF}$ ):** desde 1,1 (apenas aporta compresión) hasta 10:1, debido a que la posterior implementación será con uno o un par de escalonamientos, y así no tiene mucho sentido imputar más relación de compresión de la cuenta.
- **Temperatura fin de combustión ( $T_{03}$ [K]):** desde 1100 K hasta 1390 K, aunque el límite inferior es flexible si se detectan tendencias no previstas en un entorno de estos valores.
- **Relación de derivación del flujo intermedio ( $\lambda_1$ ):** desde 0,1 (poco gasto) hasta 10:1 por similitud con los turbofanes comerciales, aunque su funcionamiento no sea exactamente igual al papel que juega aquí el grado de bypass.
- **Relación de derivación del flujo frío ( $\lambda_2$ ):** desde 0,1 hasta 5 por su propia definición. Al representar una fracción del gasto que entra en el motor, tanto para la cámara como para el otro bypass, el denominador es mayor y por lo tanto valores grandes motivan gran sensibilidad del modelo, casi hasta el límite de que no se puede encontrar una solución compatible con los valores del resto de parámetros. Recuérdese, por otra parte, que este parámetro tiene clara relación con  $\pi_{FF}$  al definirse en la misma zona que él.

### 6.2.1 Diagrama $\lambda_1$ - $\lambda_2$ .

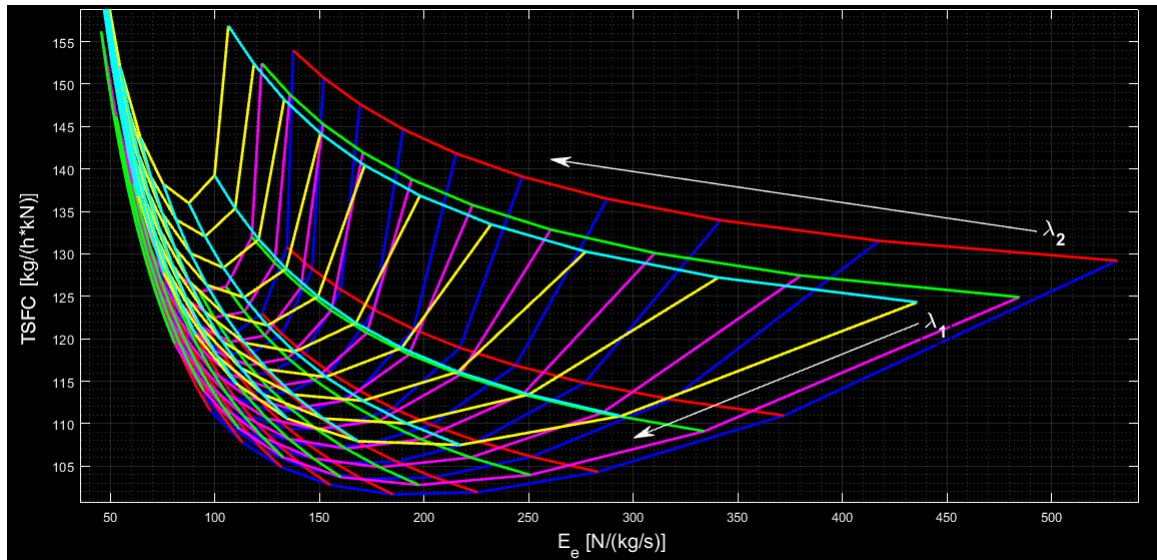


**Figura 6.9** Mapa  $\lambda_1$ - $\lambda_2$  ( $\pi_c=20$ ,  $\pi_{FF}=[1,1\ 2,5\ 3,5]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ ).

Se va a analizar en primer lugar el mapa de operación que varía incrementalmente a ambas relaciones de derivación, para intentar extraer el máximo de información de ellas y poder comparar con lo que dicen otros gráficos. Como solo dos de las cinco variables se usan como principales para ver la influencia en las prestaciones, si repetimos el procedimiento de variar una tercera como parámetro, entonces las dos restantes nos quedan con valores fijos y no se ve su influencia en el mapa que se está estudiando. Para solucionar esto, generaremos tres versiones del mismo, de tal forma que una de las tres magnitudes que se queden descolgadas cambie paramétricamente en cada versión. Tomando el número de 10 mapas necesarios, esto resultará en 30 figuras que pretenden dar una visión en conjunto y en profundidad de este modo de funcionamiento.

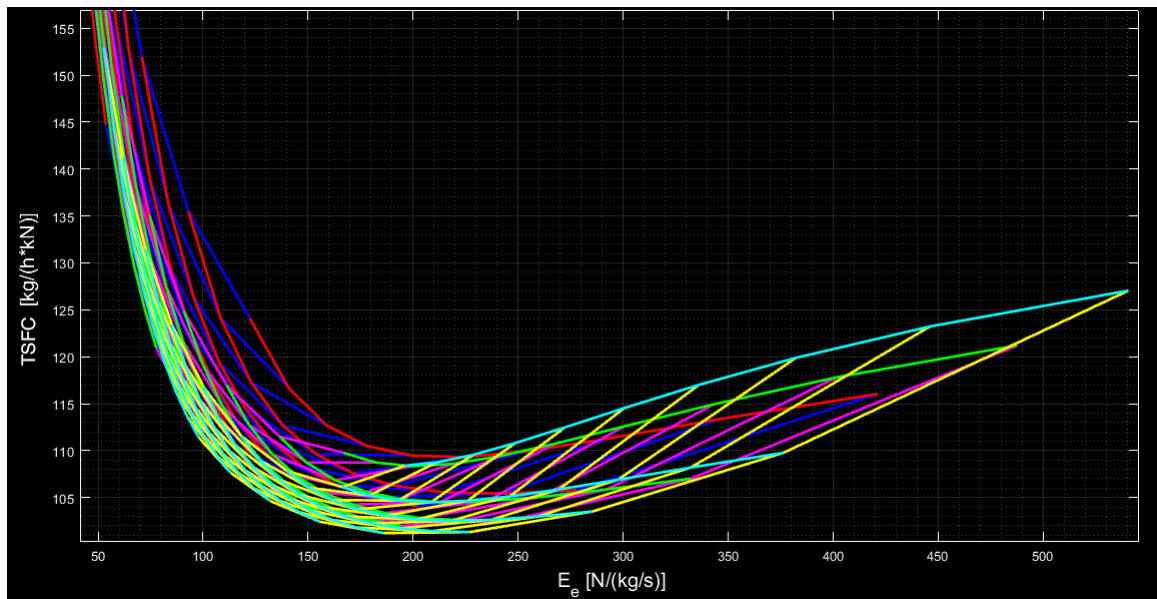
Centrándonos ya en la Figura 6.9, vemos que el rango de  $E_e$  está en torno a 50-550 N/(kg/s) y el del  $TSFC$  en 100-150 kg/(h·kN), así que como en M1 es mayor la variación en términos absolutos sobre el eje horizontal. El efecto reductor del consumo de  $\lambda_1$  queda claramente en evidencia, sin embargo para relaciones de compresión del fan frío pequeñas la segunda derivación empeora este comportamiento. En caso de desearse más  $\lambda_2$ , este deberá venir acompañado de valores de  $\pi_{FF}$  sobre 2,5-3,5. Aquí empieza a verse ya el vínculo entre estas dos magnitudes, como no podría ser de otra manera. Los grados de bypass muy grandes hacen que el consumo necesario para cumplir todas las ecuaciones del ciclo se dispare, análogamente a lo que ocurría en M1.

En cuanto al empuje, interesan relaciones de derivación lo más pequeñas posibles del diseño establecido, y además  $\pi_{FF}$  en 2,5-3,5 aunque en este mapa no se nota mucho la diferencia al cambiar la compresión del fan.



**Figura 6.10** Mapa  $\lambda_1$ - $\lambda_2$  ( $\pi_c=[20\ 30\ 40]$ ,  $\pi_{FF}=1,1$ ,  $T_{03}=1390\text{ K}$ ,  $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ ).

A continuación, en la Figura 6.10, se cambia paramétricamente a la relación de compresión total interna, verificando que valores moderados en el entorno de 20 (o incluso menores, por la tendencia observada) pueden optimizar tanto el empuje como el consumo específico. Se ve de una forma bastante clara, también, la existencia (igual que se daba en M1) de una  $\lambda_{1,pt}$  para el  $TSFC$ .



**Figura 6.11** Mapa  $\lambda_1$ - $\lambda_2$  ( $\pi_c=20$ ,  $\pi_{FF}=2$ ,  $T_{03}=[1200\ 1300\ 1390]\text{ K}$ ,  $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,3:3]$ ).

Si pasamos a ver el efecto de la temperatura fin de combustión, Figura 6.11, lo más directo que se aprecia es que adoptar una  $\pi_{FF} = 2$  "aplasta" los conjuntos de puntos a valores típicos bajos del consumo (el máximo no llega a 130 kg/(hkN), sin tener en cuenta la divergencia con las derivaciones elevadas). Esto supone un efecto bastante interesante a la hora de determinar el punto de diseño. También vemos cómo, aparentemente, la  $T_{03}$  de 1390 K da tanto el máximo empuje como el mínimo consumo específico, pero esta optimalidad con  $TSFC$  puede no darse al cambiar la cota de vuelo y velocidad.

### 6.2.2 Diagrama $\lambda_1$ - $\pi_c$ .

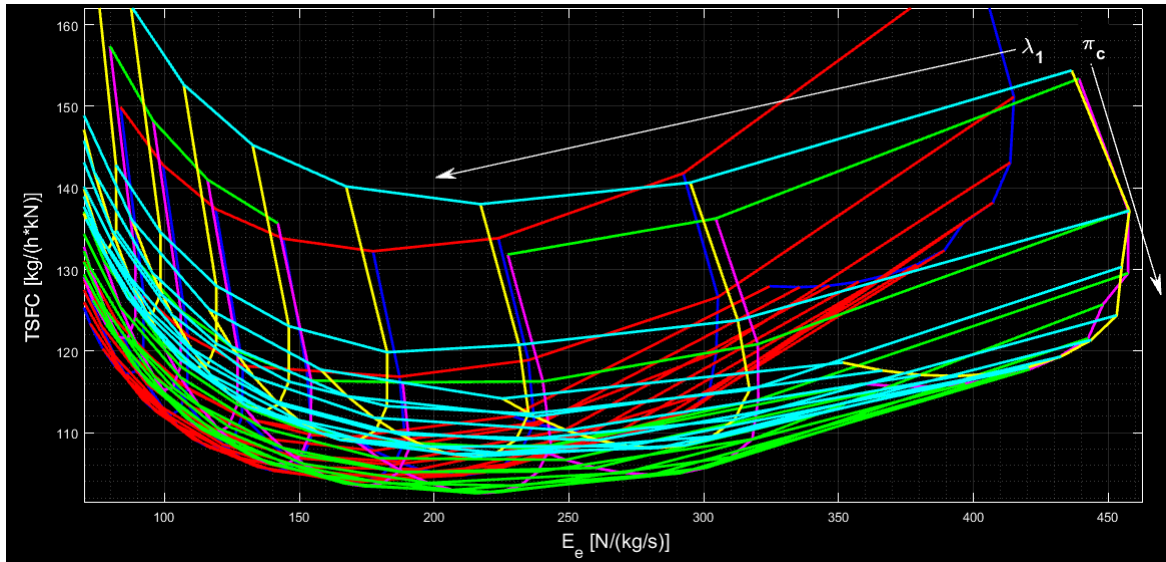


Figura 6.12 Mapa  $\lambda_1$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=[1,1,3,5]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1:1:7,1]$ ,  $\lambda_2=0,5$ ).

La evolución de las prestaciones con la relación de compresión y el grado de bypass de la zona caliente puede verse en la Figura 6.12, en la que  $\pi_{FF}$  varía paramétricamente. En ambos casos las curvas tienen una apariencia similar, en tanto que bajan para alcanzar un mínimo y volver a subir. Más aún, el de  $\lambda_1$  estará en torno a 3 y el de  $\pi_c$  en 10-15. Añadir mucha compresión al fan frío puede llegar a ser contraproducente para el consumo, como se ve del hecho de que la curva cian y amarilla ( $\pi_{FF} = 5$ ) está por encima de la verde y magenta ( $\pi_{FF} = 3$ ). El aumento de la relación de compresión del fan, como ya vimos en los mapas anteriores, disminuye de forma generalizada el  $TSFC$ .

Para obtener el mapa de la Figura 6.13 se han dejado todos los parámetros igual salvo uno de los que se mantenía constante,  $\lambda_2$ , que pasa de 0,5 a valer 0,1. Las gráficas están mucho más pegadas entre sí, siendo prácticamente indistinguible el caso de compresión del fan 3 del de 5. Aquí sí se tiene el máximo de empuje representado (basta con comparar los ejes y ver que en esta Figura llega a 600), y también puede verse que para un incremento fijo de 0,7 en  $\lambda_1$  la reducción de empuje es muy drástica al principio para ser cada vez menor al alcanzar valores grandes de esta relación de derivación.

Valga claramente como ejemplo la Figura 6.14 para ver qué dependencia hay en M13 con  $\lambda_2$  cuando además no se coordina su variación con la de  $\pi_{FF}$  (fijada a 1,1 en este mapa). El cambio de empuje a peor es muy acusado, no tanto el del consumo específico, pero habrá que tener en cuenta este vínculo  $\lambda_2$ - $\pi_{FF}$ .

Al ser las conclusiones sobre el mapa resultante de cambiar  $T_{03}$  como parámetro las mismas (óptimo de  $E_e$  para  $T_{03,max}$ , óptimo de  $TSFC$  dudoso por solape de curvas) que en el apartado anterior, no se muestra esta Figura.

### 6.2.3 Diagrama $\lambda_1$ - $\pi_{FF}$ .

El resultado principal de asociar la relación de derivación de la zona principal del turbofán con el grado de compresión del fan frío es que la variabilidad de las prestaciones es mayor con la primera que con el segundo. Esto se extrae de la Figura 6.15, donde se hace énfasis en el hecho de que las curvas azul, amarillo y magenta (de  $\lambda_1 = \text{cte.}$  y en las que cambia  $\pi_{FF}$ ) presentan un óptimo en empuje específico al bajar y luego subir. No obstante, la transición no es suave y por tanto no se ve muy claramente. Uno de los motivos de este efecto puede estar en que  $\lambda_2 = 0,1$  fija y no se permite que se adapte a los incrementos en relación de compresión

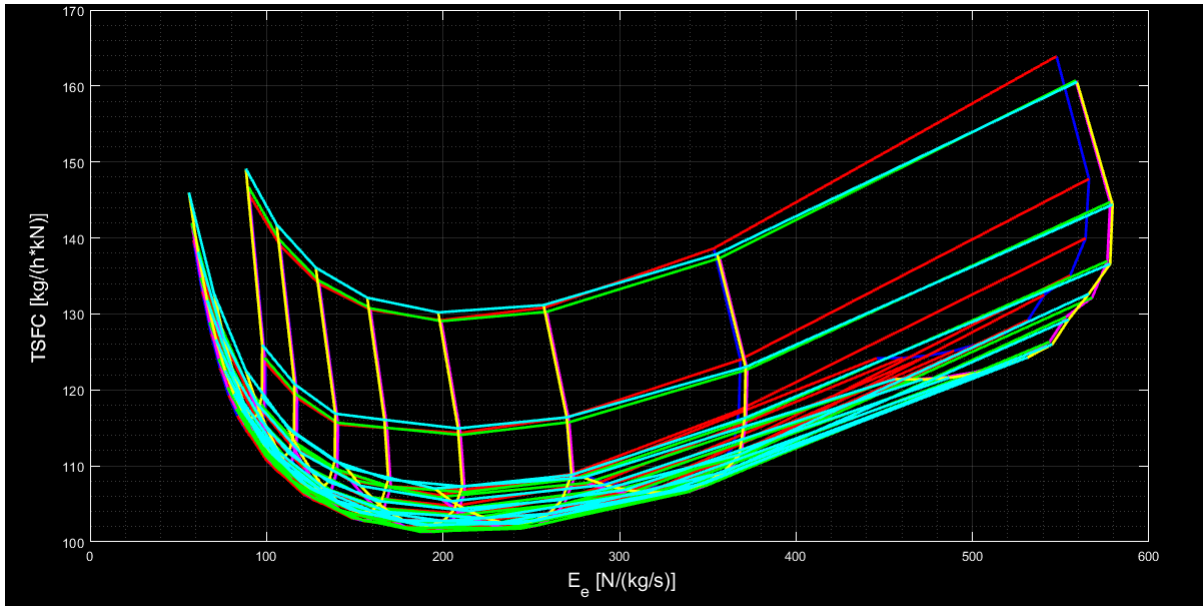


Figura 6.13 Mapa  $\lambda_1$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=[1,1\ 3\ 5]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1:1:7,1]$ ,  $\lambda_2=0,1$ ).

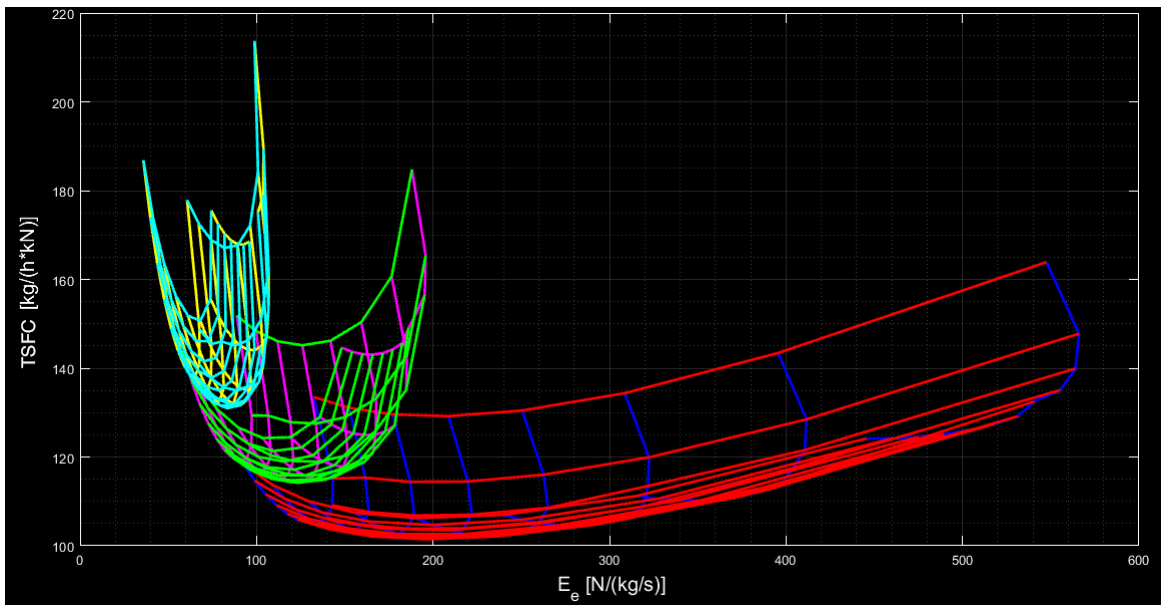


Figura 6.14 Mapa  $\lambda_1$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=1,1$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1:0,7:5,1]$ ,  $\lambda_2=[0,1\ 2\ 4]$ ).

del fan. Lo demás sigue del mismo modo, tomando la menor derivación  $\lambda_1$  posible para el máximo empuje y existiendo un mínimo de esta magnitud para el consumo. El conjunto de valores disminuye su consumo al subir la relación de compresión  $\pi_c$  paramétricamente de 10 a 20 y vuelve a aumentar cuando se pasa de 20 a 35, siendo este un efecto interesante cuando se estudien los mínimos de  $TSFC$ .

Por otro lado, para que se vea mejor la bajada y posterior subida de consumo al aumentar la relación de compresión del fan, véase la Figura 6.16, donde simultáneamente cambiamos  $\lambda_2$  paramétricamente y fijamos  $\pi_c = 40$ , su valor máximo por nivel tecnológico. Se demuestra que llegar a la compresión máxima no es lo mejor para el consumo (450 frente a los casi 600 N/(kg/s) de las Figuras anteriores), así como que aumentar el valor de  $\lambda_2$  hace que la fluctuación de las prestaciones con  $\pi_{FF}$  sea más notable, como ya se ha comentado.

#### 6.2.4 Diagrama $\lambda_2$ - $\pi_c$ .

Vistos los mapas que combinan al grado de bypass  $\lambda_1$  con ambas relaciones de compresión, hacemos ahora lo propio con el del fan frío, comenzando también por  $\pi_c$ . La forma es como aparece en la Figura 6.17, donde

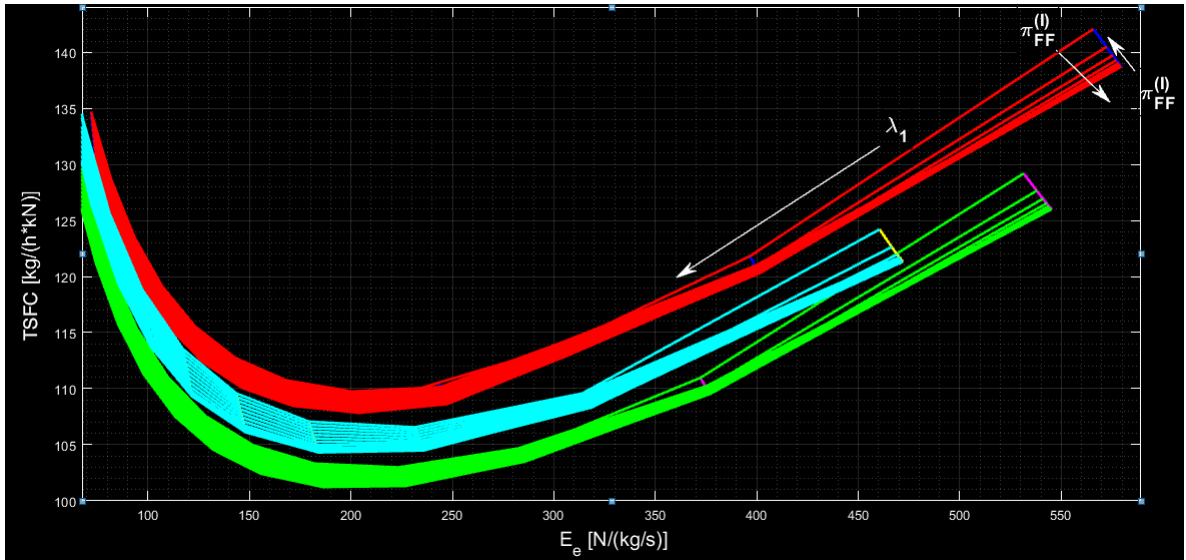


Figura 6.15 Mapa  $\lambda_1$ - $\pi_{FF}$  ( $\pi_c=[10\ 20\ 35]$ ,  $\pi_{FF}=[1,1:0,5:7,1]$ ,  $T_{03}=1390\text{ K}$ ,  $\lambda_1=[0,1:0,8:9,1]$ ,  $\lambda_2=0,1$ ).

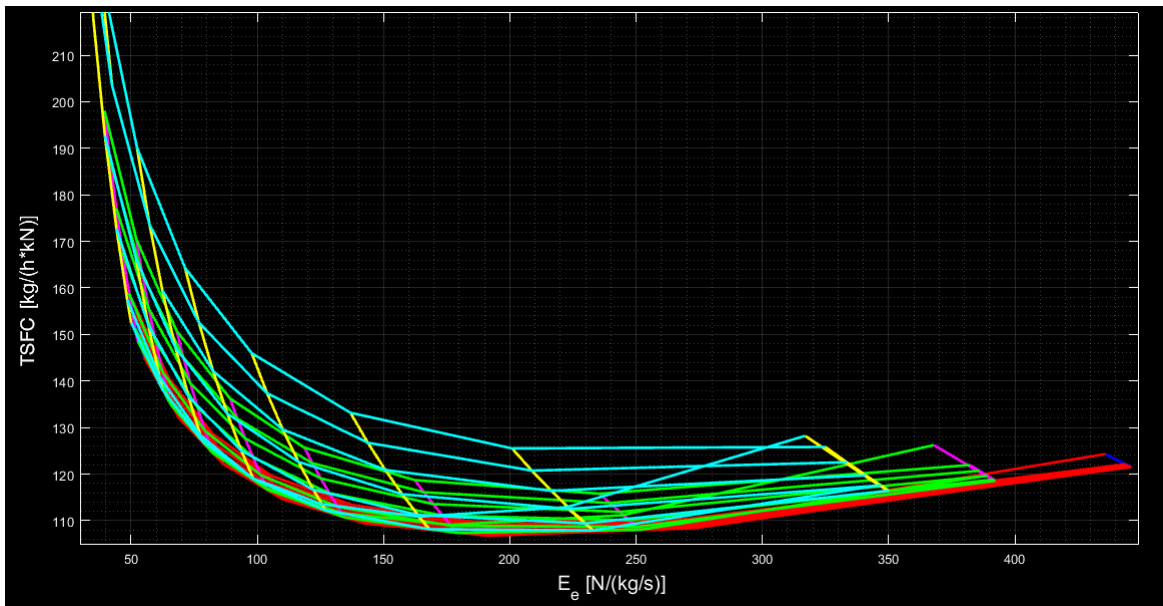


Figura 6.16 Mapa  $\lambda_1$ - $\pi_{FF}$  ( $\pi_c=40$ ,  $\pi_{FF}=[1,1:0,5:7,1]$ ,  $T_{03}=1390\text{ K}$ ,  $\lambda_1=[0,1:0,8:7,1]$ ,  $\lambda_2=[0,1\ 0,5\ 1]$ ).

$\lambda_1$  se ha variado paramétricamente. Se sigue viendo la existencia de la relación de compresión óptima y no hay que tener muy en cuenta el aumento estricto del consumo con  $\lambda_2$ , ya que la relación de compresión del fan frío está fija a 1,1. No obstante, sí que se alcanzan valores próximos al máximo de  $E_e$  vistos en los mapas anteriores. El valor de  $\pi_c$  que minimiza el consumo se encuentra por encima del que maximiza el empuje, lo que aporta que la solución del punto de diseño será algún tipo de punto intermedio entre estos dos. El grado de bypass de la zona caliente debe tener un valor moderado, rondando 2.5-3.5, para reducir al máximo el  $TSFC$ .

Lo que se ha comentado antes de ignorar que el consumo aparece estrictamente creciente con  $\lambda_2$  debido a  $\pi_{FF}$  se ve más claro en otra de las capturas de este tipo de diagrama, Figura 6.18, donde se ve el cambio de tendencia cuando este parámetro pasa de 1,1 a 2 ó 2,5. Los puntos con máximo empuje no varían mucho entre sí relativamente, en comparación con lo que ocurre con el consumo al aumentar la compresión exterior al gasto principal.



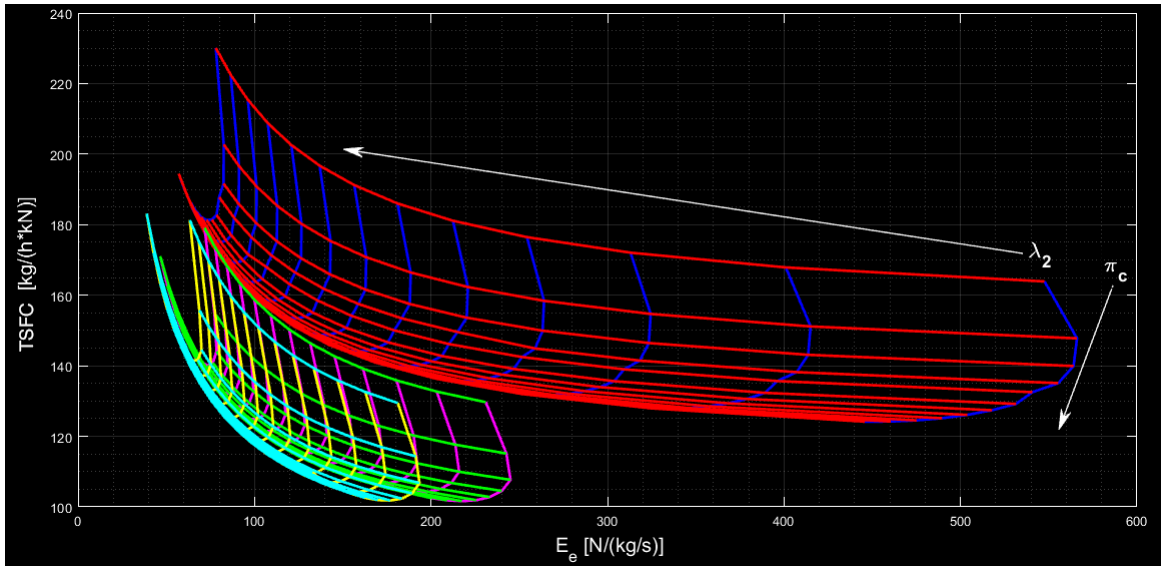


Figura 6.17 Mapa  $\lambda_2$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=1,1$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1\ 2,5\ 3,5]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,4:5]$ ).

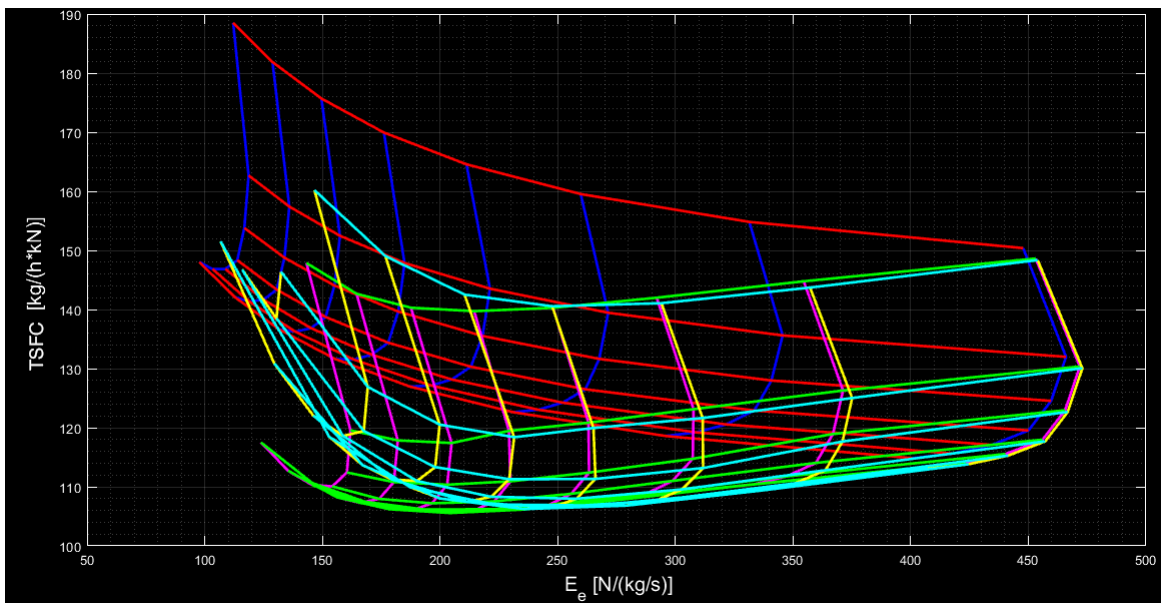


Figura 6.18 Mapa  $\lambda_2$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:4:30]$ ,  $\pi_{FF}=1,1$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=0,5$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,5:4]$ ).

### 6.2.5 Diagrama $\lambda_2$ - $\pi_{FF}$ .

Este es, con casi total seguridad, uno de los mapas más útiles para caracterizar el modo de funcionamiento M13. Si bien los otros ayudan a entender cómo se acoplan las variables ya analizadas y presentes en M1 ( $\pi_c$ ,  $T_{03}$  y  $\lambda_1$ , aunque en el apartado anterior se la llamaba  $\lambda$  por ser única) con M13 y las nuevas, aquí figura explícitamente la dependencia de las prestaciones con los nuevos parámetros  $\lambda_2$  y  $\pi_{FF}$ . De ellos además se sabe que están relacionados entre sí (se definen para dar forma al flujo frío respecto del gasto que circula por la zona principal del motor). Más aún, el resto de mapas justifica este efecto: gastos derivados elevados no evolucionan bien con relaciones de compresión bajas, y viceversa. El conocimiento del vínculo existente se utilizará al optimizar las prestaciones, reduciendo el rango en que buscar puntos de diseño candidatos a convertirse en el definitivo para nuestro motor y aplicación (aviones comerciales, vuelo subsónico).

El primero de los mapas de este tipo se muestra en la Figura 6.19, y se ve perfectamente la importancia de  $\pi_{FF}$  para que el gasto derivado por la zona externa no penalice el consumo. Si nos fijamos en las curvas rojas, de compresión del fan constante, la que está asociada al mínimo valor de esta tiene una tendencia hacia consumos mayores al aumentar  $\lambda_2$ . A partir de aquí, se invierte esta tendencia, siendo la existente en el

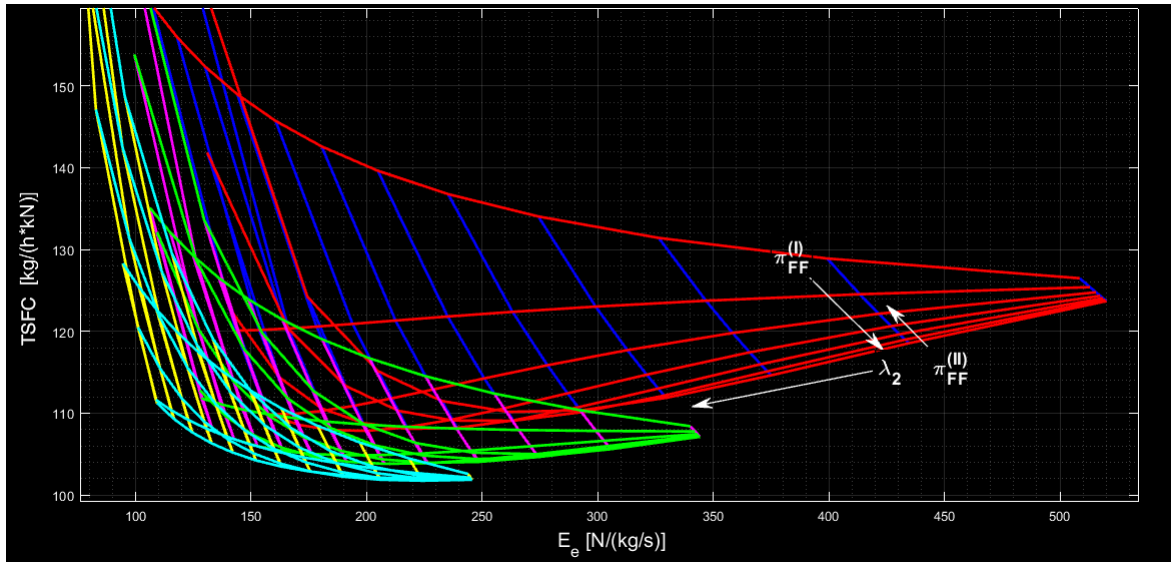


Figura 6.19 Mapa  $\lambda_2$ - $\pi_{FF}$  ( $\pi_c=25$ ,  $\pi_{FF}=[1,1:0,3:3]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=[0,1 \ 1 \ 2]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,3:3,5]$ ).

entorno de valores de  $\pi_{FF}$  óptima para  $TSGC$ . El cambio de  $\lambda_1$  de forma paramétrica en esta Figura evidencia la gran reducción de empuje, pero también el efecto favorable en el consumo. Será preciso encontrar la solución de compromiso.

### 6.2.6 Diagrama $\pi_c$ - $\pi_{FF}$ .

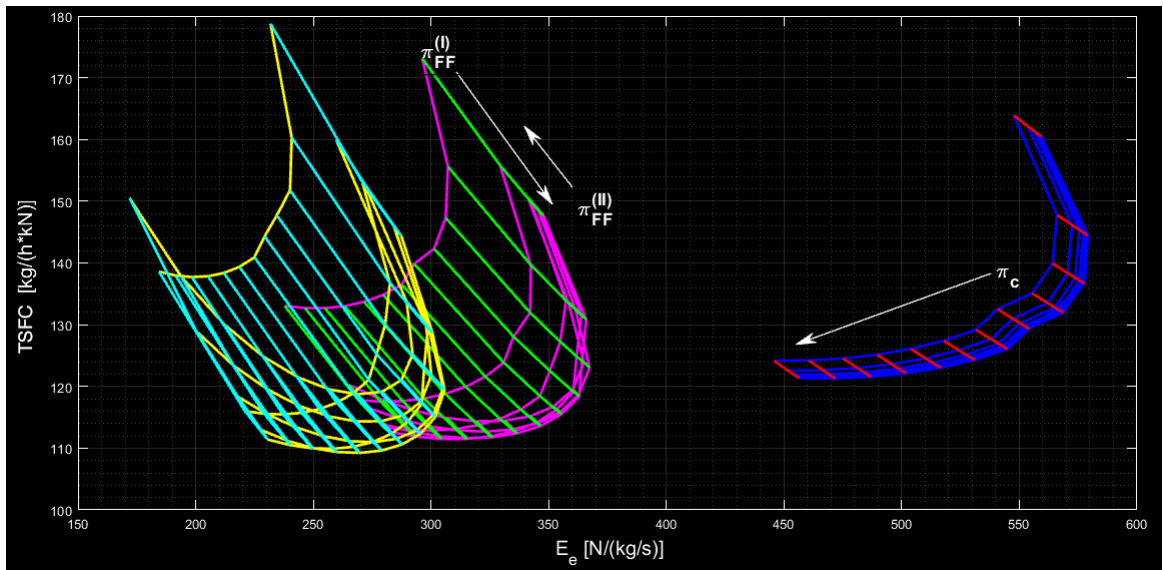


Figura 6.20 Mapa  $\pi_c$ - $\pi_{FF}$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=[1,5:0,5:4,1]$ ,  $T_{03}=1390$  K,  $\lambda_1=0,1$ ,  $\lambda_2=[0,1 \ 1 \ 1,5]$ ).

Repasamos ahora las dependencias con las relaciones de compresión, que ya han aparecido en los mapas anteriores, relacionándolas directamente entre sí en un mapa, Figura 6.20. En esta lo que más se aprecia es la existencia de una relación de compresión óptima para maximizar el empuje, así como que el consumo se ve afectado al variar  $\pi_{FF}$  a partir del valor de  $\lambda_2$  1-1,5. Las curvas de  $\pi_c = cte.$  (azul, magenta y amarillo) están más pegadas cerca del consumo mínimo, algo atractivo sabiendo que puede elegirse entre dos valores "límite" flexibles para maximizar el  $E_e$  sin penalizar la otra de las prestaciones.

Variando ahora  $\lambda_1$  como parámetro, obsérvense los mapas de la Figura 6.21. Si este grado de bypass es pequeño (curvas en azul-rojo), hace falta un sobredimensionamiento del compresor para reducir el consumo a niveles adecuados dentro del rango posible de operación del turbofán y además para entonces el empuje ha

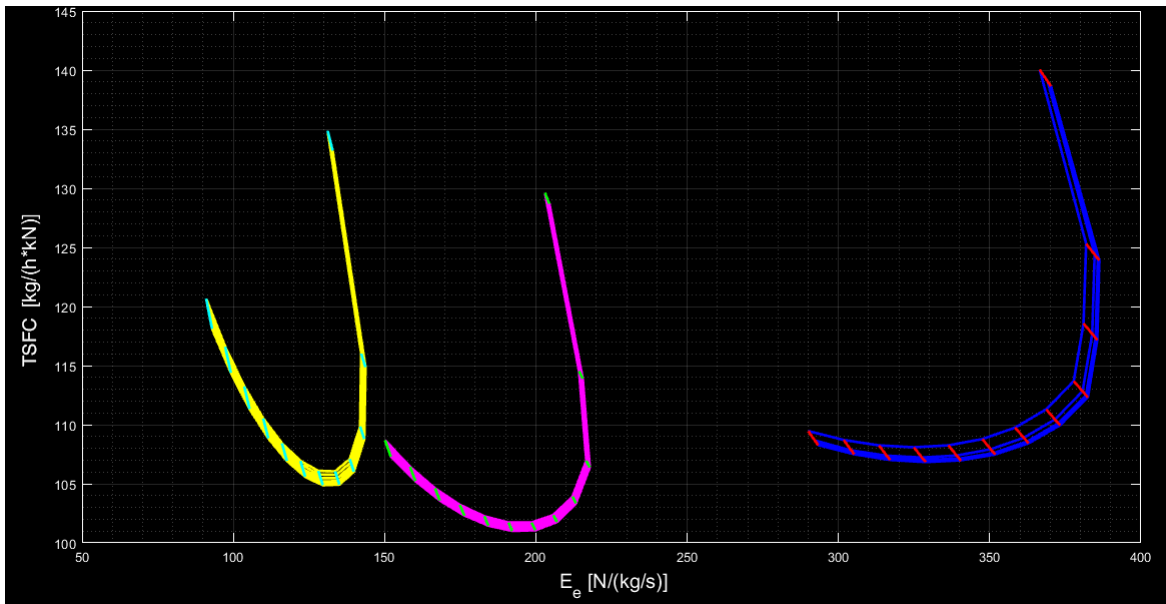


Figura 6.21 Mapa  $\pi_c$ - $\pi_{FF}$  ( $\pi_c$ =[5:3:40],  $\pi_{FF}$ =[1,5:0,5:4,1],  $T_{03}$ =1390 K,  $\lambda_1$ =[1 3 5],  $\lambda_2$ =0,1).

bajado bastante. Aumentarlo curva la gráfica, haciendo que el óptimo de consumo y el de empuje estén más cerca entre sí y que la relación de compresión no tenga que tomar valores tan elevados. El punto de diseño deberá tener  $\lambda_1=1-3$  para que no caiga tanto  $E_e$ , igual que habrá que ver si compensa derivar tanto gasto para lo que se acaba "ganando" en ahorro de peso de combustible consumido.

### 6.2.7 Diagrama $T_{03}$ - $\lambda_1$ .

Hasta ahora solo se había estudiado la variabilidad de prestaciones asociada a  $T_{03}$  variándola como parámetro, y las ideas que se tienen hasta el momento pasan por su valor máximo como aquel que da más empuje y la incertidumbre en si también proporciona el mínimo valor de  $TSFC$  o no. Desde el punto de vista del estudio que se está realizando en el Trabajo, interesa que la optimización se dé para un valor único de la temperatura, ya que así se puede eliminar la dependencia de esta variable y centrarnos más en el resto. Esto es más importante si cabe si consideramos que en M13 tenemos hasta 5 variables, cada una con sus tendencias características y de las que se precisa una decisión para consolidar un punto de diseño para el motor. No obstante, tendremos presente, siempre que no se dé ninguna evidencia clara, todas las posibilidades.

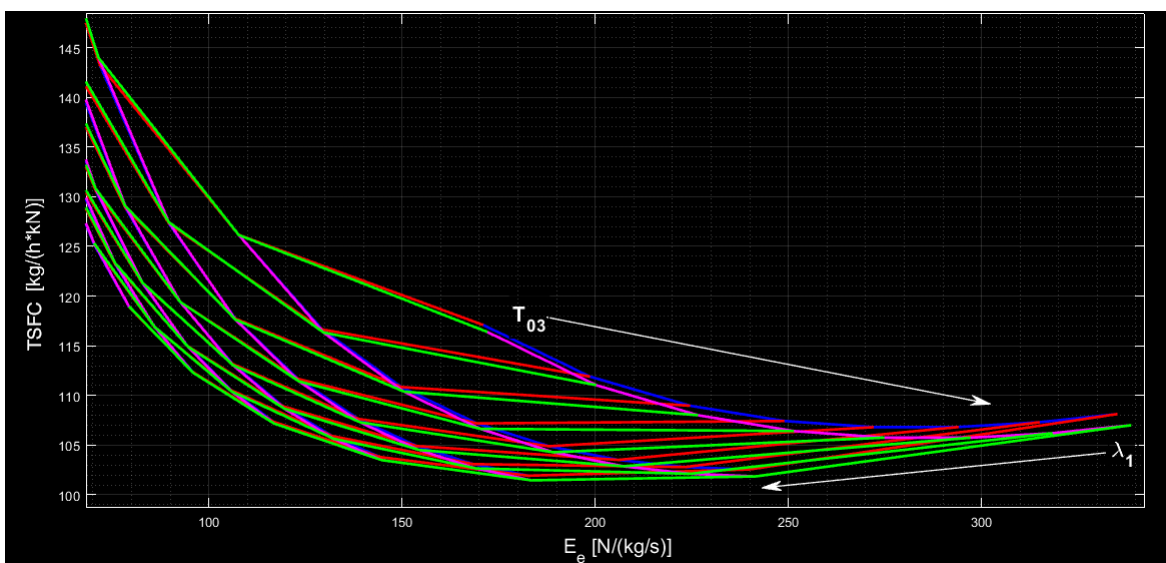
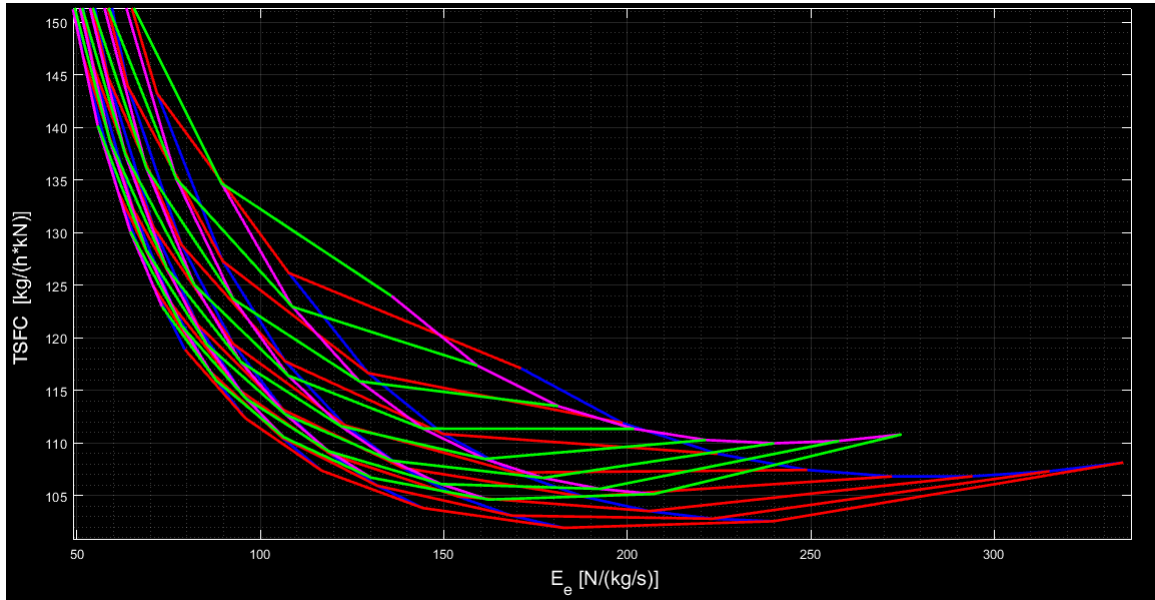


Figura 6.22 Mapa  $T_{03}$ - $\lambda_1$  ( $\pi_c$ =25,  $\pi_{FF}$ =[1,1 2],  $T_{03}$ =[1100:40:1390] K,  $\lambda_1$ =[1:7],  $\lambda_2$ =0,1).

A partir de aquí, en estas últimas 4 secciones de explicación de mapas, veremos la tendencia de empuje y consumo específicos al cambiar la temperatura fin de combustión, estudiando el vínculo que tiene con las otras 4 magnitudes de control. Comenzamos, Figura 6.22, con la relación de derivación  $\lambda_1$ . Conforme aumenta  $T_{03}$  el consumo disminuye y llega a un mínimo cerca de 1390 K. El matiz está aquí en si, al ir fijando los valores del resto de parámetros según interese, la temperatura mejor va a ser la máxima o una menor (la pendiente lo deja "en el aire"). Se sigue teniendo que  $\lambda_{1,opt}$  ronda el valor de 3, pues luego se produce la divergencia del  $T_{SFC}$ . El máximo de  $E_e$  se da claramente para 1390 K y una relación de derivación baja.



**Figura 6.23** Mapa  $T_{03}$ - $\lambda_1$  ( $\pi_c=25$ ,  $\pi_{FF}=1,1$ ,  $T_{03}=[1100:40:1390]$  K,  $\lambda_1=[1:7]$ ,  $\lambda_2=[0,1\ 0,5]$ ).

El efecto de un aumento en la otra relación de derivación sobre el mapa comentado se aprecia en la Figura 6.23. Puede verse que el empuje disminuye y el consumo mínimo aumenta, pero los puntos calculados en ambos casos se solapan casi totalmente. Habría que entrar ya en el interés que pudiera tener  $\lambda_2$  no pequeño para el buen funcionamiento del fan frío desde el punto de vista de la operativa de las turbomáquinas (rendimiento isoentrópico del paquete completo, triángulos de velocidades). Sin embargo, esto se sale del alcance del Proyecto, pero se deja indicado para desarrollos futuros.

### 6.2.8 Diagrama $T_{03}$ - $\lambda_2$ .

Seguimos con la relación de derivación del gasto frío,  $\lambda_2$  y su efecto combinado con la temperatura, como se puede ver en la Figura 6.24. Aunque pudiera parecer que el efecto de  $\lambda_1$  cambiando paramétricamente sobre el consumo es bastante notable, en realidad en los tres mapas se mantiene en valores bajos. La causa de esto es el rango al que MATLAB ha ajustado el eje vertical en este mapa en comparación con las capturas anteriores: si aquí es 105-130 kg/(hkN), en los otros llega a 150-190, con lo cual sería como si las curvas azules y rojas llegaran hasta la mitad en el eje del  $T_{SFC}$  (omitiendo la zona divergente). En general, el consumo disminuye con  $\lambda_2$ , llega a un mínimo y luego aumenta. Esto se da así a partir de valores medios-altos de  $T_{03}$  y no parece apropiado buscar la  $\lambda_{2,opt}$  que minimiza el  $T_{SFC}$ , ya que para entonces el punto se ha movido demasiado hacia la izquierda y se penaliza mucho el  $E_e$ .

### 6.2.9 Diagrama $T_{03}$ - $\pi_c$ .

El esquema en el que se cambian incrementalmente  $T_{03}$  y  $\pi_c$  es uno de los comunes a ambos modos de funcionamiento, así como a otro tipo de motores como el turborreactor y turbofán. Este puede verse en la Figura 6.25 para las dos relaciones de derivación con sus valores mínimos de 0,1. Nos sirve para darnos cuenta de la similitud con M1 al llevar a  $\lambda_2$  a 0,1 y que no surte mucho efecto aumentar la compresión del fan si no hay un gasto frío dedicado a dicha zona. Esto, ya presente en bastantes mapas, será determinante a la hora de tomar la decisión del punto de diseño.

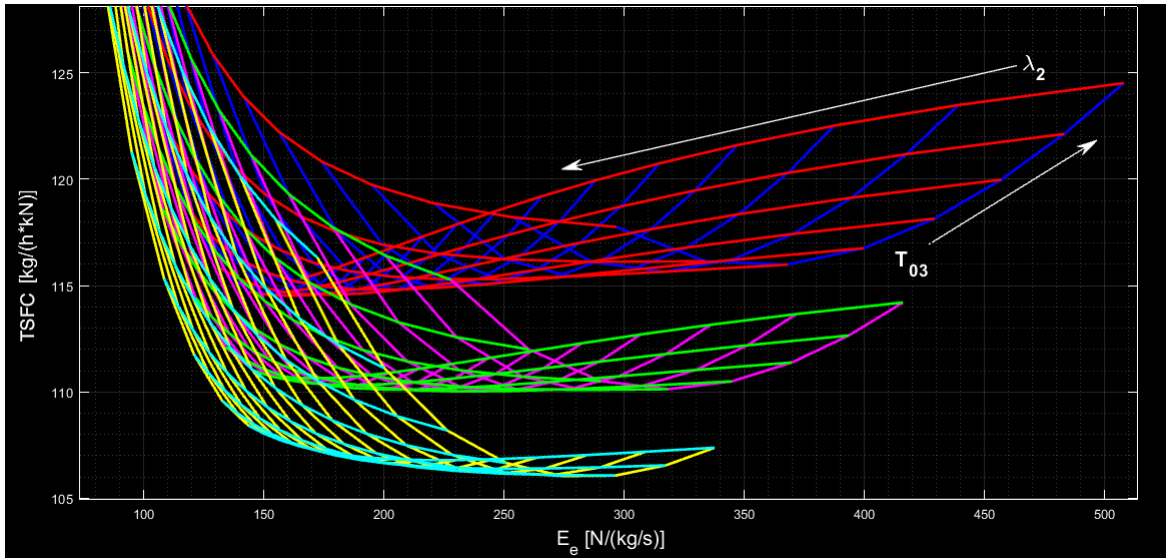


Figura 6.24 Mapa  $T_{03}$ - $\lambda_2$  ( $\pi_c=25$ ,  $\pi_{FF}=1,5$ ,  $T_{03}=[1100:40:1390]$  K,  $\lambda_1=[0,1 \ 0,5 \ 1]$ ,  $\lambda_2=[0,1:0,2:3]$ ).

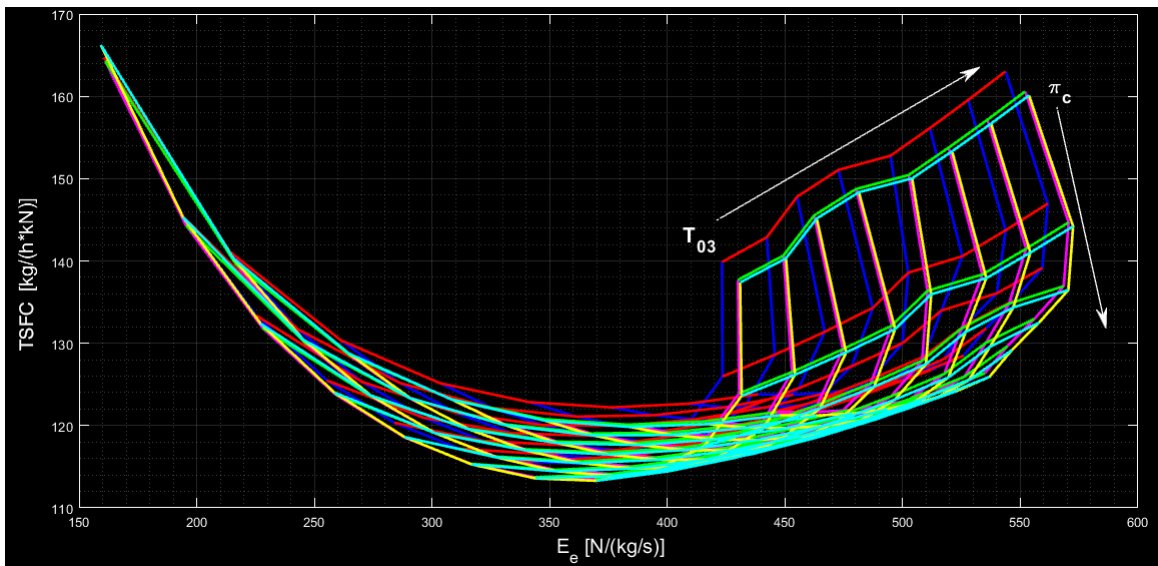


Figura 6.25 Mapa  $T_{03}$ - $\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=[1,1 \ 2 \ 2,5]$ ,  $T_{03}=[1100:40:1390]$  K,  $\lambda_1=0,1$ ,  $\lambda_2=0,1$ ).

Para ver lo determinante que es, vamos a presentar otro mapa, en la Figura 6.26. Los  $E_e$  típicos de los puntos mostrados son altos, del orden de 300-350, pero lo más importante es que los consumos conseguidos son bastante bajos. Baste ahora, para ver esto, con comparar con otros mapas ya comentados, aunque se tendrá mayor conciencia cuando calculemos los óptimos tanto de empuje como de consumo específico. Por otra parte, se puede concluir que un valor muy grande (por encima de 30) de la relación de compresión hace que el consumo se dispare, siendo algo que también habrá que aplicar posteriormente.

### 6.2.10 Diagrama $T_{03}$ - $\pi_{FF}$

Terminamos el análisis del efecto de los parámetros de diseño sobre las prestaciones del modo M13 de funcionamiento del turbofán de geometría variable con el mapa que se encuentra en la Figura 6.27, en el que de nuevo se ha escogido a  $\lambda_2$  como parámetro. Esto es así por el vínculo intrínseco que tiene con la relación de compresión del fan frío, esperando que con esta disposición se muestren las propiedades más interesantes.

En primer lugar hay que resaltar que, aunque solo se haya incluido una flecha, el comportamiento de  $\pi_{FF}$  sigue la tónica de gráficas anteriores: baja el consumo hasta que llega a un mínimo, para luego volver a subir. Igualmente se aprecia la acumulación de curvas de esta magnitud constante en el entorno de los mínimos de

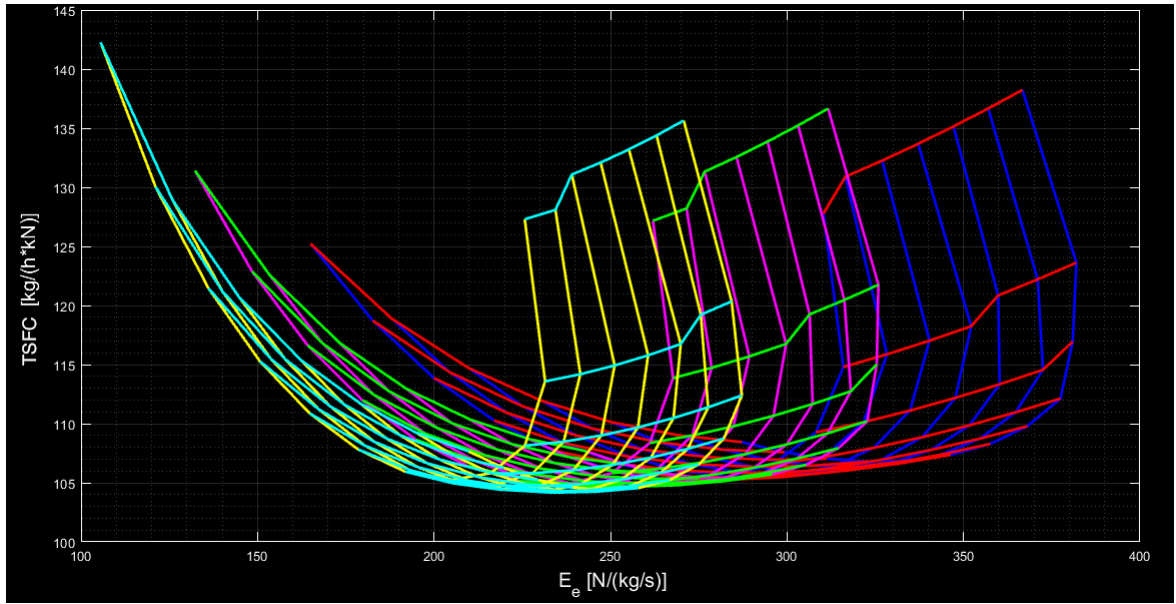


Figura 6.26 Mapa  $T_{03}-\pi_c$  ( $\pi_c=[5:3:40]$ ,  $\pi_{FF}=2$ ,  $T_{03}=[1200:30:1390]$  K,  $\lambda_1=1$ ,  $\lambda_2=[0,1 0,5 0,9]$ ).

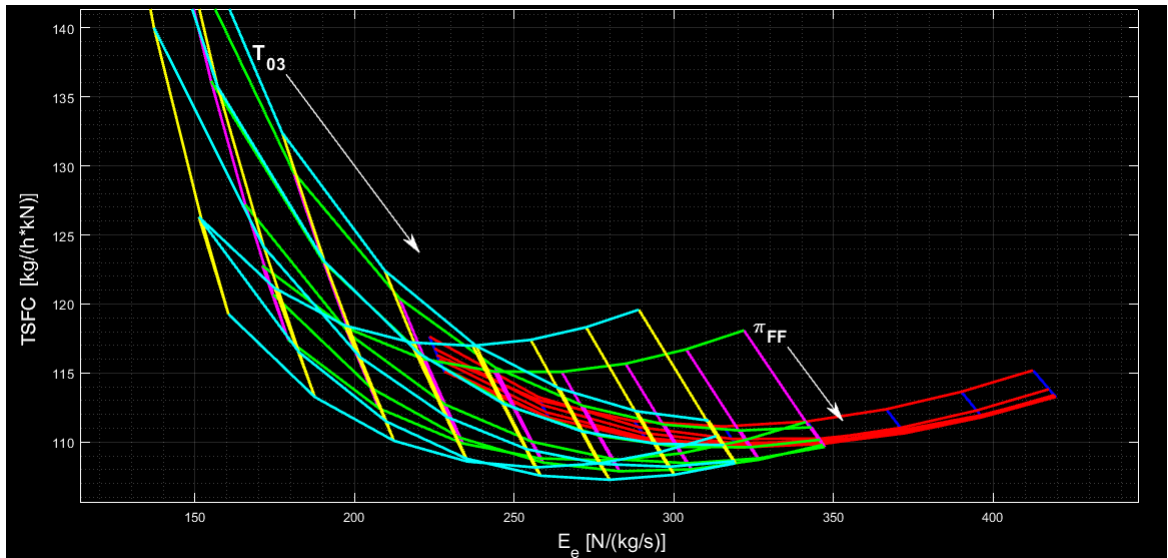


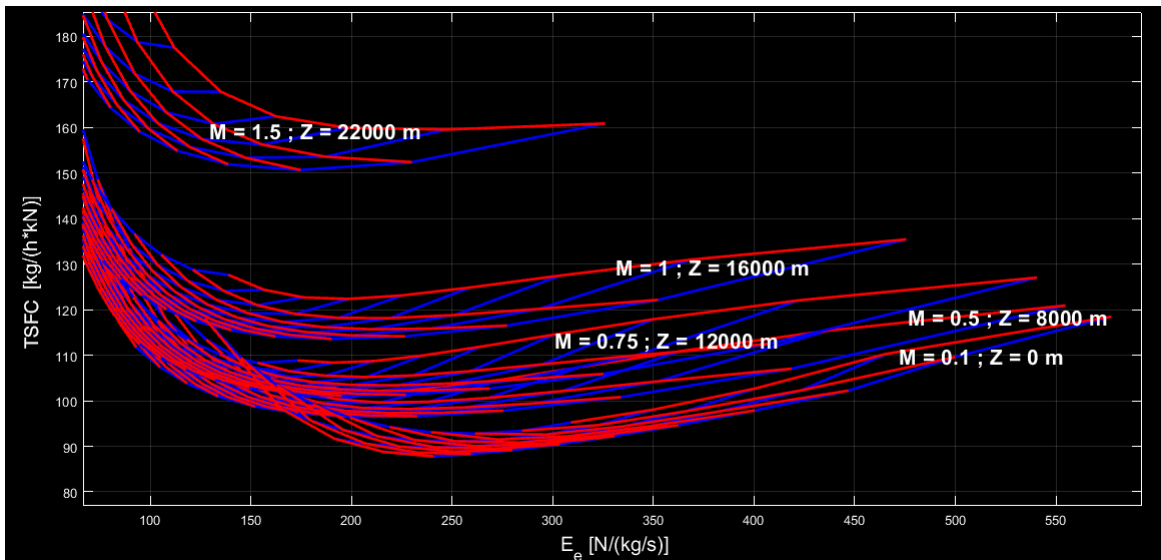
Figura 6.27 Mapa  $T_{03}-\pi_{FF}$  ( $\pi_c=25$ ,  $\pi_{FF}=[1,1:0,7:5,1]$ ,  $T_{03}=[1100:40:1390]$  K,  $\lambda_1=0,5$ ,  $\lambda_2=[0,1 0,5 0,7]$ ).

consumo, algo bastante interesante por la versatilidad que se tiene como ya dijimos. El mínimo del  $TSFC$  que se observa con la temperatura podría parecer atractivo a priori, sin embargo luego se verá que no compensa asumir la penalización sobre el empuje que deja de tenerse por no operar a  $T_{03,max}$ .

Aunque los valores que se ven en el eje vertical de consumo son bastante bajos, quedan ligeramente por encima de los de la Figura 6.26 para empujes específicos similares, lo cual da a entender que  $\lambda_1$  es susceptible de aumentar un poco más de 0,5 para ayudar a reducir aún más el consumo. En cualquier caso, una vez que veamos los valores límite impuestos por los óptimos calculados, adquiriremos más conciencia sobre la bondad o no de un cierto valor de empuje o consumo específico. Así podremos ser más críticos llegado el momento de evaluar necesidades y seleccionar un punto de diseño fiable.

### 6.2.11 Efecto de las condiciones de vuelo.

No podemos olvidarnos llegado este punto de visualizar cómo cambian las prestaciones y los mapas al cambiar la cota y el Mach de vuelo, disponiendo para ello gráficas como las que comentamos en el correspondiente apartado de M1. En líneas generales, lo que vimos entonces y se verá aquí es cómo, en general, volar más



**Figura 6.28** Efecto de variación de las condiciones de vuelo en un mapa de operación de M13 (es de tipo  $\lambda_1$ - $\lambda_2$ ).

alto supone un empuje específico similar o ligeramente inferior y  $TSFC$  en aumento. El objetivo principal no es otro que detectar patrones en los puntos de análisis, y cuando un comportamiento se salga de la tendencia deseada o esperada distinguirlo de los demás y llegar a una conclusión, que redundará en la ubicación del punto de diseño en unas condiciones de vuelo u otras.

Para mostrar los datos con síntesis y ayudar a dejar las ideas más claras, no se va a volver a los 10 tipos de mapas, sino que solo se incluirán aquellos que resulten más representativos del fenómeno que se quiere estudiar. A priori se puede pensar que volar más alto es necesariamente perjudicial porque el aire es menos denso y el motor dará menos empuje como consecuencia de la tercera ley de Newton, pero hay que superponer esto con que los puntos cada vez tienen mayor velocidad asociada. En el remansado de temperatura y presión, los valores alcanzados son mayores cuanto más rápido volamos, siendo la combinación de los dos hechos comentados lo que se observa en mapas como el de la Figura 6.28.

Más que analizar la forma de las curvas en cada caso, que se haría si se viera un comportamiento distinto al cambiar la altitud o el Mach, interesa ver dónde se localiza cada conjunto de curvas. De entrada este gráfico nos lleva a descartar la condición (5) de  $M = 1,5$  y  $Z = 22000$  m porque el consumo es demasiado elevado. Como se está buscando un punto de diseño para una aplicación del turbofán en aviación comercial, hay que primar el  $TSFC$  sobre el  $E_e$ , siempre tratando de balancear los efectos de cada una de las magnitudes de control. El punto (4) de condiciones sónicas inmediatamente inferior tiene un salto de consumo mayor que el que hay entre los 3 inferiores, y también se nota la caída de empuje específico en el pico de la derecha con un decremento de casi  $50$  N/(kg/s) comparado con los otros.

Si las prestaciones alcanzadas al trabajar, por ejemplo, en el entorno de  $M = 1$  fueran extraordinarias a pesar de que no es una zona de trabajo propia de los aviones comerciales, sería interesante en todo caso situar ahí el punto de diseño. Como no es lo que ocurre, casi con toda seguridad se terminará trabajando en subsónico, aunque buscaremos más evidencias para ello. Otro ejemplo que corrobora lo discutido antes puede verse en la Figura 6.29: la cota más elevada se puede descartar, la inmediatamente inferior se desmarca de las tres subsónicas y dentro de ellas los mapas se solapan parcialmente. Al tener flexibilidad en este rango (por debajo de  $M = 1$ ) puede pasarse a pensar en otros requisitos, como el tener una velocidad de vuelo aceptable o en niveles de vuelo típicos aeronavegables. Queda pendiente esto de justificar o desaprobar cuando se calculen los óptimos tanto de empuje como de consumo específico.

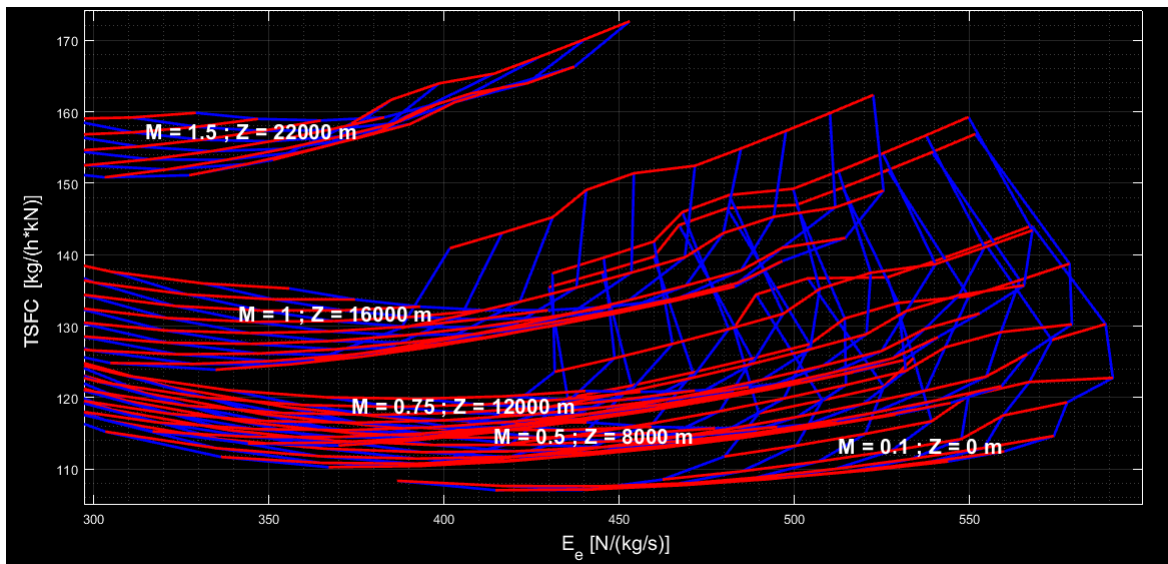


Figura 6.29 Condiciones de vuelo cambiantes en el diagrama  $T_{03}-\pi_c$ .



## 7 Metodología de optimización.

---

La obtención de mapas de operación, como se ha visto en el apartado anterior, constituye uno de los pasos clave para poder estudiar el motor y hacer un análisis en el punto de diseño. El proceso de resolución analítica era inviable, ya que se trata de muchas ecuaciones con muchas incógnitas, pero los métodos numéricos han servido para arrojar luz sobre el caso. Mediante el estudio de los mapas hemos podido comprobar que no existe un conjunto de parámetros de control que consiga dar el óptimo de ambas prestaciones, lo cual por otra parte es lógico: es difícil encontrar el compromiso entre un alto empuje entregado con muy bajo consumo de combustible.

El lado de la balanza hacia el que inclinemos el diseño depende mucho de la aplicación. Para aviación comercial, el perfil de vuelo se basa mayoritariamente en el tramo de crucero, con lo cual es relevante que los motores no consuman mucho combustible. En cuanto a aviones militares y de combate, lo que se busca es que la envolvente de vuelo sea amplia y pueda tenerse mucha maniobrabilidad sin que el avión entre en pérdida. Esto se consigue implementando plantas de potencia con gran empuje, y en este caso no importa mucho el consumo (posibilidad de reabastecimiento en vuelo). Al ser la nuestra una aplicación civil, prima el consumo específico bajo pero tampoco dejaremos de lado al empuje.

La pregunta que puede surgir es cómo decidir la región de funcionamiento y qué conjunto de 5 valores se debe adoptar con vistas a un futuro diseño del turbofán. No se habla de 3, o sea de M1, porque el motor montado es como el que se ha descrito hasta ahora, y existiendo la posibilidad de variar dos magnitudes más se puede llegar a tener más versatilidad cuando se esté buscando esa solución de compromiso. Además, resulta apropiado dar directrices de comportamiento de todas las variables existentes.

Ahora bien, si pensamos un momento en la dimensión del proceso que se quiere llevar a cabo nos daremos cuenta de que es más complicado de lo que parece. Hay que encontrar el óptimo de dos prestaciones a evaluar,  $E_e$  y  $TSFC$ , el máximo de una y el mínimo de otra. Estas expresiones contienen una dependencia explícita de ciertos parámetros de control (los grados de bypass aparecen) pero también dependen implícitamente a través de otras variables que aparecen (por poner un ejemplo,  $V_5$  depende del ciclo, y por ende de los valores que estén tomando las 5 variables). Se tiene un problema de optimización multivariable con restricciones (hay acoplamientos entre los rangos de variación, por ejemplo si un parámetro toma valor muy alto el otro tiene que valer menos, como lo que ocurre con  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  para que se pueda resolver el ciclo) en dos ecuaciones acopladas sin dependencia explícita de las variables de que dependen las expresiones a evaluar.

En base a esto, resulta obvio que hay que desarrollar una metodología de optimización para poder seguir adelante, ya que si no resulta inviable realizar ningún análisis. Vamos a emplear varios procedimientos, no excluyentes entre sí, a la hora de llevar al ciclo a sus límites operativos, todos fundamentados en el cálculo numérico. El proceso comienza con la búsqueda y selección de los óptimos de máximo empuje específico para cada modo de operación y cada condición de vuelo. Luego, se hace lo mismo pero minimizando el consumo. Por último, se realiza el posprocesado de los resultados, eligiendo convenientemente en primer lugar una cota y velocidad de vuelo adecuadas y por último fijando los valores de los parámetros de control que definirán el punto de diseño. En este Capítulo se describen procedimientos seguidos para obtener los óptimos, dejando para el siguiente la síntesis de los resultados, que vendrá acompañada de un análisis de sensibilidad de las magnitudes de interés.

Por último hay que destacar que, aunque los métodos para optimizar se incluyan en el bloque de la prestación en que más uso se ha hecho de los mismos, son bastante polivalentes y en el proceso real llevado a cabo para conseguir los resultados se han usado en todo caso todos conjuntamente.

## 7.1 Maximización del empuje específico $E_e$ .

Para introducir la optimización del empuje, podemos pensar primero en qué motores de los existentes actualmente son capaces de entregar mayores fuerzas propulsivas: si nos restringimos a vuelo atmosférico, se trata de los turboreactores. En ellos, todo el gasto que el motor "respira" se comprime y pasa por la cámara de combustión, liberando una gran cantidad de energía de la que buena cuenta dan las velocidades de salida en tobera. No sería más que un caso particular del turbofán de geometría variable, con  $\lambda_1 = 0$  y  $\lambda_2 = 0$ . No obstante, para evitar inestabilidades numéricas y también buscar el óptimo en todas las variables de control ( $\pi_{FF}$  para la que se tiene empuje específico máximo) en nuestro caso no se anulan explícitamente.

Al margen de ese motivo, también los mapas de operación nos llevan a la misma conclusión. El empuje se dispara (y el consumo, pero eso ahora no es relevante) cuando el ratio de bypass es mínimo, y además es mayor conforme aumenta el grado de calentamiento (la temperatura de entrada a turbina). En consecuencia, a la hora de optimizar  $E_e$  podemos prescindir de entrada de  $T_{03}$  y las relaciones de derivación ( $\lambda$  en M1,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  en M13), ya que se fijarán en sus valores máximo y mínimos, respectivamente.

Puesto que ahora contamos con menos variables para hacer la optimización, es posible utilizar procedimientos más visuales. Si bien es cierto que estos tienen un tiempo de computación inherente porque es preciso ir calculando puntos antes de decidir cuál es el mejor, las conclusiones se toman más rápido al disponer el conjunto de puntos formando una curva o una superficie. Más aún si en uno de los ejes aparece el empuje específico como variable dependiente de las restantes.

Una de las formas más inmediata, y que más relacionada está con el capítulo anterior, de encontrar el empuje máximo para cada una de las condiciones de vuelo, es recurrir a mapas de operación. Como ya concluimos, cuando se variaba como parámetro el bypass o la temperatura de fin de combustión, los valores que ya hemos fijado resultaban ser los que daban más empuje. Entendiendo los gráficos y navegando por ellos se pueden saber las magnitudes que faltan por determinar, así como el empuje máximo entregado en cada caso. Esto aplica siempre que no se tenga una idea muy clara de la ubicación de los óptimos, porque la visualización hace que podamos reconducir la búsqueda si sentimos que no estamos yendo por el camino adecuado.

Ya que ha habido un Capítulo completo dedicado al estudio de los mapas, no se va a repetir el análisis de los mismos sino que se van a describir formas alternativas de optimización, en este caso para encontrar los 5 puntos (como 5 condiciones de vuelo hay) de empuje específico máximo  $E_{e,max}$ . En concreto, gráficos bidimensionales alternativos y esbozos de superficies.

### 7.1.1 Plots 1D de las magnitudes de interés.

Consideremos el modo M1 de funcionamiento y la optimización del empuje específico. Este depende, a priori, de tres parámetros de control, de los cuales dos ya se encuentran fijados por lo discutido al comienzo de esta sección ( $T_{03} = T_{03,max} = 1390$  K,  $\lambda = 0,1$ ). Entonces, solo nos queda por determinar cuál es la relación de compresión óptima  $\pi_{c,opt}$  que, en cada caso, maximiza  $E_e = E_{e,max}$ . Para ello, lo más intuitivo es variar el parámetro incrementalmente e ir viendo cómo evoluciona el empuje.

Las curvas de la Figura 7.1 representan gráficamente lo comentado. Se resuelven las ecuaciones para un conjunto de valores discretos de la relación de compresión lo suficientemente próximos entre sí como para dar suavidad al resultado. Cada una de las cinco subgráficas representa una condición de vuelo a partir del Mach y la altitud. En el eje horizontal se encuentra  $\pi_c$  como variable "independiente", y en el vertical el  $E_e$  correspondiente. Obsérvese que los límites inferior y superior de cada uno de los ejes son distintos según el *plot* que se mire, de manera que es mejor fijarse en ellos antes de hacer conclusiones.

La tendencia general que se observa es que el empuje aumenta, llega a un máximo en  $\pi_{c,opt}$  y luego disminuye, siendo la relación de compresión óptima cada vez menor a medida que subimos y volamos más rápido. Un límite aparente se tiene en el último caso, donde parece que el máximo no es relativo sino absoluto, y que se alcanza para el menor valor que tomemos de  $\pi_c$ . Esto se debe al efecto de transición al estatorreactor que ya hemos mencionado con anterioridad: las condiciones de remanso son ya a muy alta presión, y no hace falta apenas escalonamiento de compresor para conseguir condiciones adecuadas para el ciclo termodinámico en la cámara de combustión.

El extracto de los resultados finales se deja para el Capítulo posterior, para mayor claridad en las explicaciones vertidas en estas líneas.

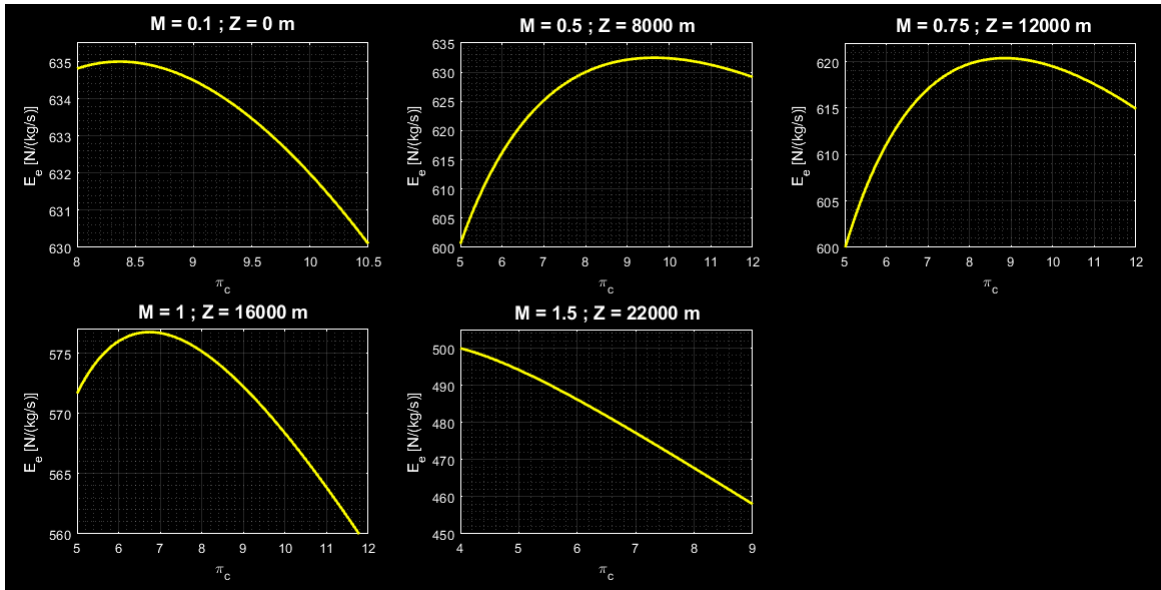


Figura 7.1 Evolución del  $E_e$  con  $\pi_c$  en las diferentes condiciones de vuelo posibles.

### 7.1.2 Meshes de superficie y maximización del empuje.

Pensemos ahora en el modo M13 y que también queremos encontrar el empuje máximo y para qué valores de los parámetros de control se da. Las consideraciones hechas hasta ahora eliminan tres de los cinco existentes ( $T_{03} = T_{03,max}$ ,  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,1$ ), quedándonos solo con dos a determinar. Lo más inmediato es una extensión a dos variables del proceso uniparamétrico detallado en el epígrafe anterior. Donde antes hablábamos de un eje de abscisas con una variable independiente, ahora tendremos un par de ejes con las dos magnitudes de las que se quiere encontrar su óptimo ( $\pi_{c,opt}$ ,  $\pi_{FF,opt}$ ). En un tercer eje, el de ordenadas, figurará el empuje específico  $E_e$ . Así, se pasa de un *plot* bidimensional variando un parámetro a un *mesh* bidimensional en el que cambian dos de ellos.

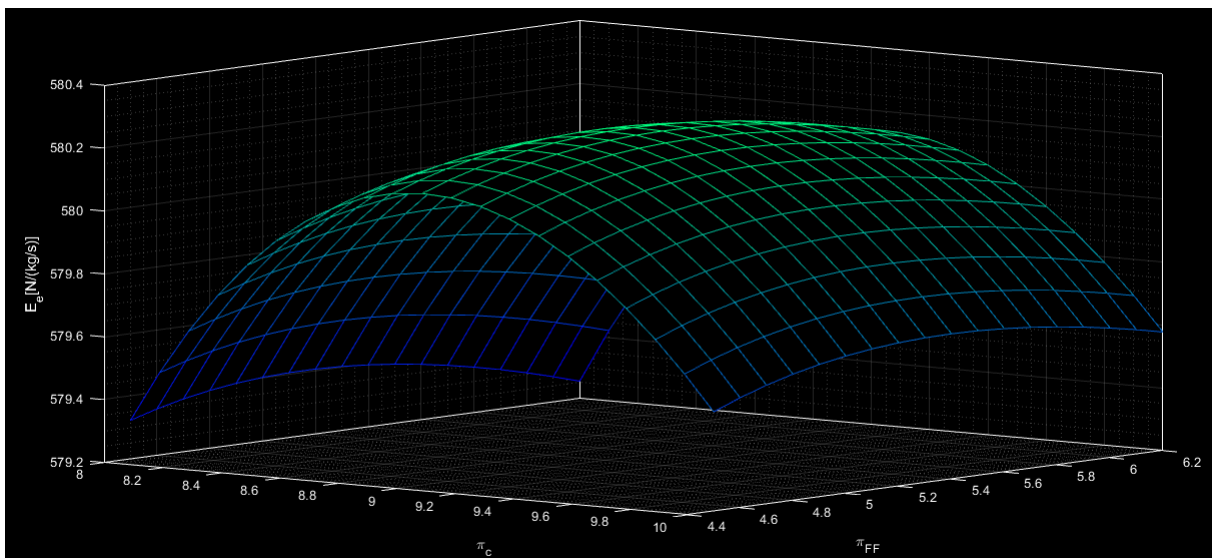


Figura 7.2 Ejemplo de esbozo de superficie para el empuje específico en M13. Las condiciones de vuelo son  $M_{(3)} = 0,75$  y  $Z_{(3)} = 12000$  m.

El resultado de aplicar este procedimiento para un posible punto de operación se encuentra representado en la Figura 7.2, con las relaciones de compresión tanto de la zona principal como del fan frío abajo indicadas en sus ejes correspondientes. Desde esta perspectiva, se ve de forma bastante obvia la existencia del óptimo con la relación de compresión, siendo mucho más sutil la evolución con  $\pi_{FF}$ . No obstante, cada *mesh* resultante en

MATLAB admite rotaciones que pueden, por ejemplo, mostrar uno de los ejes de las variables independientes en verdadera magnitud si procediera, u observar la superficie desde otro punto más interesante a la hora de determinar el óptimo.

Si se repite esto para todas las condiciones de vuelo, se tiene una forma bastante intuitiva de encontrar los valores óptimos de las magnitudes involucradas. Además, se puede combinar esta idea con lo que ya se hacía en los mapas de incluir la dependencia con una tercera variable de control tratándola como un parámetro que toma unos pocos valores discretos, abarcando hasta tres magnitudes en este caso.

## 7.2 Minimización del consumo específico $TSFC$ .

Mientras que para el empuje está todo bastante claro, no podemos decir lo mismo del consumo. Entran en juego los grados de bypass, introducidos específicamente para poder reducir el  $TSFC$ , y se aprecia en los distintos mapas ya comentados que hay valores óptimos muy acoplados entre sí y con el resto de variables de control. Al no poder reducir el caso a una o dos variables que optimizar, en general, y estar tan condicionados todos, el proceso pasa a ser menos intuitivo y visual y es preciso buscar otras vías. Afortunadamente, programas como MATLAB poseen funcionalidades para el tratamiento de datos, que pueden servir para asistir a una eventual adquisición de valores de las prestaciones cambiando incrementalmente todos los parámetros de control programando un *script*.

Nos vamos a centrar en dos procedimientos extensamente utilizados para la obtención de resultados en este Trabajo: la función integrada `rstool` de MATLAB y el uso de la ventana de comandos para el tratamiento de vectores y matrices.

### 7.2.1 La herramienta `rstool`.

Abstrayéndonos al campo de los espacios vectoriales, el empuje específico en función de sus parámetros de control en M13 se podría representar en dimensión seis. Como esto no es posible, se buscan alternativas que ayuden a interpretar los resultados. Una de ellas es `rstool`, definida en la documentación de MATLAB como un ajuste y visualización de superficie multidimensional (en adelante hipersuperficie). Con esta se puede obtener un ajuste polinómico lineal y cuadrático sin y con coeficientes de términos cruzados. Tiene una sintaxis de función de la siguiente forma: `rstool(X,Y,modelo)`. Particularizaremos la explicación del funcionamiento de `rstool` al caso que nos ocupa de optimización de prestaciones en los distintos puntos de operación, comentando los argumentos de entrada así como las salidas que ofrece.

Para poder hacer el ajuste polinómico y devolver los coeficientes de un desarrollo en serie, de la teoría de cuadratura se sabe que cuantos más valores se proporcionen más se parecerá la solución aproximada a la real.

$X$  es una matriz con tantas columnas como parámetros de control se estén considerando en el modo de funcionamiento. Para M13, tendríamos  $X(:,1) = \pi_c$ ,  $X(:,2) = \pi_{FF}$ ,  $X(:,3) = T_{03}$ ,  $X(:,4) = \lambda_1$  y  $X(:,5) = \lambda_2$ . Cada una de las filas es un conjunto de valores en las columnas para los que se calculará el empuje y el consumo específico, con lo cual es aquí donde entra la idea de que debe haber múltiples para tener un ajuste polinómico fiable. En cuanto a  $Y$ , se almacenan en sus columnas las dos prestaciones a analizar, y tiene tantas filas como  $X$  representando el número de puntos en que se han calculado.

A continuación detallamos los posibles formatos implementados por MATLAB en `modelo` que pueden emplearse para ejecutar `rstool`:

- `'linear'`: desarrollo en serie con términos constantes y lineales en los parámetros de control (configuración por defecto si no se indica como argumento de entrada).
- `'interaction'`: términos constantes, lineales y cruzados de segundo orden.
- `'quadratic'`: incorpora el máximo número de coeficientes posible, teniendo los constantes, lineales, cruzados y cuadráticos puros en las magnitudes de interés. También puede verse como *full quadratic*.
- `'purequadratic'`: es como el anterior pero sin los términos cruzados.

El principal resultado de llamar a la función es que se abre una ventana con diversos *plots* y botones de interacción como la mostrada en la Figura 7.3, siendo esta para M1. En horizontal están los parámetros de control: el primero es la relación de compresión, seguido de la temperatura fin de combustión y al final el grado de bypass. Moviendo los deslizadores en azul que aparecen en vertical, cambia la forma de las curvas y los valores límite de los ejes, lo cual es algo bastante intuitivo si se está buscando, por ejemplo, el punto con el mínimo consumo. Esto no es válido para cualquier condición de vuelo, ya que los puntos empleados

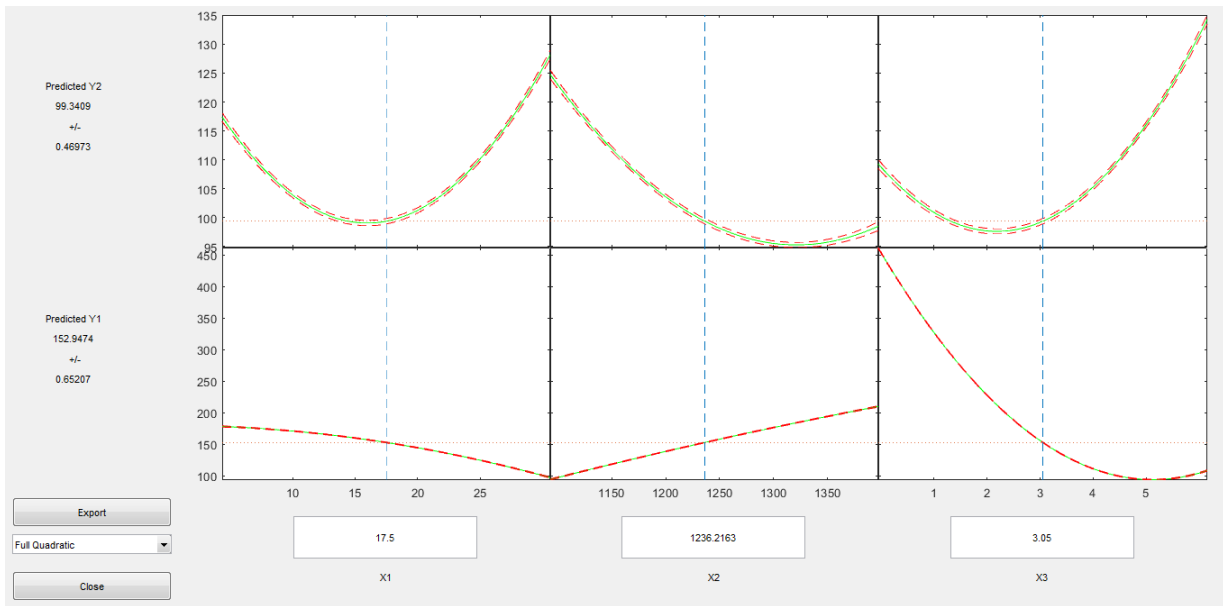


Figura 7.3 Imagen de la ventana emergente de `rstool`.

para dar lugar a esta representación se han evaluado en (3). No obstante, extendiéndolo para todos los casos puede servir a la hora de minimizar el  $TSFC$ .

En cada subgráfica tenemos en verde el ajuste polinómico resultante, y en rojo discontinuo el intervalo de confianza del 95 % que corresponda. Cuanto más ajustado esté este último, más fiables son los resultados, con lo cual está estrechamente relacionado con el número de puntos que se hayan empleado para dar lugar a la representación. De hecho, la arquitectura interna de la función hace saltar un error si el número de valores reales para "interpolarse" introducidos es demasiado bajo.

Las curvas inferiores corresponden al comportamiento del empuje específico, mientras que las de arriba están asociadas al consumo específico. El desplegable donde figura "*Full Quadratic*" indica el modelo que se está empleando, siendo posible cambiarlo cuando se desee. El botón *Export* almacena en el espacio de variables de MATLAB vectores o matrices con los coeficientes del ajuste polinómico seleccionado, para poder usarlos en un análisis más profundo ajeno a `rstool`.

La forma habitual de utilizar este procedimiento se basa en la localización de intervalos más ajustados de los parámetros de control objetivo para luego hacer dentro de ellos una prospección, de forma más detallada. Lo más inmediato para saber si un óptimo visualizado aquí se corresponde con valores reales de las prestaciones es introducirlo y calcularlo directamente con las ecuaciones, sin conformarnos con los datos que ofrece la herramienta. En definitiva, es bastante útil para tener una primera idea de dónde puede estar el mínimo correspondiente, si se atiende al  $TSFC$ , y además cómo repercute esto al empuje entregado por el turbofán.

### 7.2.2 Uso de la ventana de comandos de MATLAB.

El hecho de construir con los parámetros de control variando en un rango una representación gráfica (mapas de optimización termodinámica, *plot* unidimensionales o *meshes 2D*) no quiere decir que esta sea la única forma de postprocesar los resultados. También pueden guardarse en vectores y/o matrices y hacer un análisis más "directo". De hecho, esto se hace como paso previo antes de pasar a los objetos visuales. Por ejemplo, considérese el caso de la optimización del  $TSFC$  del modo M1. Para determinar  $\pi_{c,opt}$  y  $\lambda_{opt}$ , se parte de los candidatos en sendos vectores  $\pi_c = [\pi_{c,1}, \dots, \pi_{c,M}]$  y  $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_N]$ . Resolviendo el ciclo en cada caso, se calculan los valores de consumo específico para todas las combinaciones posibles, que rellenarán una matriz de M filas y N columnas.

Una vez que tenemos los datos de partida, la instrucción `min` combinada con `find` se utiliza para encontrar cuál es el valor mínimo de consumo específico para los rangos de las variables de control estudiados. Pongamos que está en la fila  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) y en la columna  $j$  ( $j = 1, \dots, M$ ), en ese caso el óptimo alcanzado es  $TSFC_{min} = TSFC(i, j)$  y se da para  $\pi_{c,opt} = \pi_c(i)$  y  $\pi_{FF,opt} = \pi_{FF}(j)$ . El estudio de la influencia con la temperatura muestra que, en general, es conveniente dejarla fijada al valor máximo que indica el nivel tecnológico N2 de 1390 K, ya que si se bajase disminuiría el consumo pero la reducción en el valor de  $E_e$  sería mucho más acusada y por tanto indeseada.

El procedimiento comentado es el último paso del proceso de optimización, ya que antes se ponen en marcha otros más eficientes, que ayudan a elegir adecuadamente los rangos entre los que puede estar el óptimo y el análisis numérico directo final ayuda a "afinar" sobre las decisiones tomadas. Otra herramienta muy útil a la hora de ver el efecto de variaciones en los parámetros de control sobre las prestaciones es el análisis de sensibilidad, que se pondrá de manifiesto en el Capítulo siguiente, cuando ya se presenten los resultados a los que se han llegado a partir de los análisis aquí indicados.

## 8 Resultados. Análisis de sensibilidad.

Una vez explicados los métodos y procedimientos empleados durante la elaboración de este Trabajo para encontrar los óptimos de empuje y consumo específicos en las distintas condiciones de operación, en este Capítulo se exponen los resultados alcanzados. Tal y como ya comentamos, la utilidad radica en conocer los límites operativos que se pueden tener con el turbofán de geometría variable. Serán también determinantes a la hora de establecer un punto de diseño para la aplicación civil que estamos buscando.

No es tarea fácil escoger un conjunto de cinco valores que pretendan ser lo mejor posibles para el  $E_e$  y para el  $TSFC$ , partiendo de la base de que no existe siendo rigurosos. Un aumento de los ratios de bypass alivia el consumo específico, pero puede hacer que el empuje específico se desplome. Por otro lado, la temperatura fin de combustión máxima se toma como la más adecuada porque hace que el empuje tome valores elevados y considerarla menor perjudicaría mucho a esta prestación más que beneficiarnos porque se reduce el consumo. Todo es cuestión de matices y prioridades, con especial énfasis sobre el consumo por la aplicación que estamos considerando.

Para intentar arrojar un poco más de luz sobre el tema se va a realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros de control en el entorno de los puntos óptimos encontrados. El objetivo es ver qué suponen variaciones incrementales de las variables en el empuje y en el consumo, y cuáles de ellas interesan más o menos en función de la magnitud del salto conseguido. Si se ve de forma gráfica, es más fácil elegir hacia dónde llevar un resultado de máximo  $E_e$  o mínimo  $TSFC$  para conseguir ese compromiso entre ambas prestaciones.

### 8.1 Máximos $E_e$ .

Comenzamos exponiendo los máximos alcanzados en cada nivel de vuelo para el empuje específico. Recuérdese que en este caso la temperatura fin de combustión permanece en su valor máximo y la relación de derivación en un valor suficientemente pequeño, como ya se ha justificado por lo visto en los mapas y demás consideraciones en el proceso de optimización.

**Tabla 8.1** Resultados de la maximización del empuje específico en el modo de funcionamiento M1.

CV	Z [m]	M [-]	$\pi_c$	$T_{03}$ [K]	$\lambda$	$E_{e,max}$ [N/(kg/s)]	TSFC [kg/(hkN)]	$-\Delta E_e$	$\Delta TSFC$
(1)	0	0,10	8,37	1390	0,1	635,00	128,12	-	-
(2)	8000	0,50	9,64	1390	0,1	632,48	136,93	2,52	8,81
(3)	12000	0,75	8,84	1390	0,1	620,37	144,03	12,18	7,1
(4)	16000	1,00	6,74	1390	0,1	576,79	156,35	43,58	12,32
(5)	22000	1,50	4	1390	0,1	499,97	179,60	76,82	23,25

Para M1, por tanto, solo cambia del conjunto de tres parámetros de control la relación de compresión, determinándose su valor de máximo empuje. Los resultados pueden verse en la Tabla 8.1. Las tres primeras columnas corresponden a la condición de vuelo (altitud y número de Mach), las tres siguientes a los valores de los parámetros en el óptimo correspondiente, la séptima es el empuje específico máximo y la octava el consumo específico que se tiene para dicho valor de empuje máximo. Las dos últimas columnas representan,

para cada fila, la reducción de empuje específico máximo que se tiene en la condición de vuelo que corresponda en comparación con la anterior y el incremento de consumo específico en las mismas condiciones.

El empuje específico máximo es una cota superior para el punto de diseño, pero interesante de considerar a la hora de tomar la decisión de la zona de operación para el turbofán. La caída de empuje al pasar de (1) a (3) es de menos de 15 N/(kg/s), mientras que solo de (3) a (4) ya cae en 43,58. Este hecho, respaldado porque no hay tampoco aumentos muy drásticos de consumo, nos lleva a querer ubicar la operación a 12000 M y 0,75 de Mach, como ya vimos al estudiar el efecto de las condiciones de vuelo del modo M13. Por lo demás, si se tomase el punto en (3) como de partida, quedaría "jugar" con la relación de derivación para disminuir ese valor del consumo sin bajar mucho el empuje.

**Tabla 8.2** Resultados de la maximización del empuje específico en el modo de funcionamiento M13.

CV	Z [m]	M [-]	$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_{e,max}$	TSFC	$-\Delta E_e$	$\Delta TSFC$
(1)	0	0,10	8,40	3,2	1390	0,1	0,1	597,48	125,23	-	-
(2)	8000	0,50	9,80	4,7	1390	0,1	0,1	592,72	134,06	4,76	8,83
(3)	12000	0,75	9,00	5,3	1390	0,1	0,1	580,25	141,28	12,47	7,22
(4)	16000	1,00	6,90	4,8	1390	0,1	0,1	537,5547	153,78	42,69	12,5
(5)	22000	1,50	3,4	3,8	1390	0,1	0,1	460,14	182,14	77,41	28,36

Para M13 se tienen los valores de la Tabla 8.2, bastante similares a los de M1. Esto no debe sorprendernos, ya que la segunda relación de derivación está fijada en su valor mínimo y es una de las principales diferencias entre los modos de funcionamiento. No obstante, sí que se calcula la relación de compresión del fan frío óptima para el empuje específico, la cual será interesante comparar con lo que resulte de minimizar el consumo y ver dónde podríamos encontrar un compromiso entre ambas necesidades. Los comportamientos incrementales del empuje y el consumo al cambiar la condición de vuelo son los mismos que en el modo anterior. El punto de diseño está más ligado a un conjunto de 5 variables que de 3, como ya se ha dicho en otras ocasiones, porque la geometría variable del motor permite tal versatilidad (puede ser beneficioso cuando quiera buscarse la solución intermedia entre máximo empuje y mínimo consumo).

### 8.1.1 Análisis de sensibilidad.

Como ya se ha comentado cuando se introducía este capítulo, resulta conveniente analizar la sensibilidad de las prestaciones a aumentos o disminuciones de los parámetros de control en torno al punto óptimo para abrir el camino e intentar dar respuesta a qué habría que hacer para alcanzar la solución intermedia o de compromiso buscada en el punto de diseño. En particular, sea  $x_i$  uno de los parámetros de control ( $\pi_c$ ,  $\pi_{ff}$ ,  $T_{03}$ ,  $\lambda_1$  o  $\lambda_2$ ) y considérese que el punto que se alcanza tiene un empuje específico máximo  $E_{e,max}$  y un consumo asociado  $TSFC_0$ . Definimos la sensibilidad de  $E_e$  a  $x_i$  como:

$$S_{x_i}(E_e) = \left[ \frac{\partial E_e(X)}{\partial x_i} \right]_{x_j=cte} * \frac{x_i^{opt}}{E_{e,max}(X^{opt})} \quad (8.1)$$

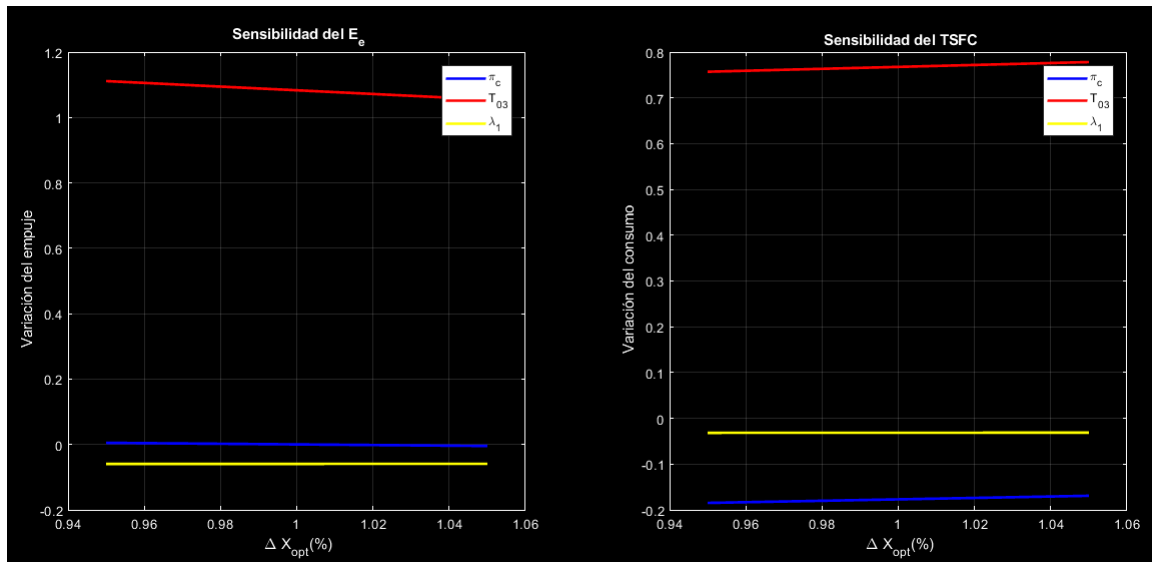
Análogamente, la sensibilidad del consumo específico a  $x_i$  en el punto de máximo empuje vendrá dada por:

$$S_{x_i}(TSFC) = \left[ \frac{\partial TSFC(X)}{\partial x_i} \right]_{x_j=cte} * \frac{x_i^{opt}}{TSFC_0(X^{opt})} \quad (8.2)$$

El resto de parámetros de control a los que no se calcula la sensibilidad (cuando se está hallando para  $x_i$ ) se dejan constantes e iguales a los del óptimo considerado. El motivo de multiplicar por la constante que aparece a la derecha de la derivada parcial es que la sensibilidad no tenga dimensiones y se entienda como un aumento o disminución porcentual de las prestaciones.

La Figura 8.1 muestra el resultado en una gráfica para el punto de máximo empuje específico y la condición de vuelo (3) (que, por el momento, representa la operación del turbofán, dadas las evidencias mostradas). En el eje horizontal se muestra el incremento porcentual del parámetro de control, y en el vertical la sensibilidad del  $E_e$  a la izquierda y del  $TSFC$  a la derecha. Por ejemplo, el consumo es muy sensible a la temperatura fin de combustión (línea roja) y aumenta si esta aumenta, como era de esperar. Por otra parte, es apropiado aumentar tanto la relación de compresión como la de derivación para reducir el consumo (sensibilidades





**Figura 8.1** Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de empuje de M1 en la condición (3) de vuelo.

negativas a estas magnitudes). Para mejorar el empuje lo único que se podría hacer es aumentar la  $T_{03}$ , pero esto no se puede hacer porque su máximo está impuesto por el nivel tecnológico N2.

Realmente, puede entenderse esta gráfica como el resultado de sensibilidad tipo para un óptimo del empuje específico, ya que los demás son bastante parecidos (no debe extrañar, ya que la temperatura y el bypass se sitúan en el mismo punto y solo cambia la relación de compresión por el óptimo que posee para el empuje).

## 8.2 Mínimos TSFC.

Pasamos a presentar el conjunto de mínimos del consumo específico, resolviendo ya la duda de si la máxima temperatura fin de combustión es la que optimiza esta magnitud y determinando la relación de compresión y grado de bypass óptimos en cada caso. Igual que en el apartado anterior, se incluyen las variaciones incrementales al pasar de una condición de vuelo a otra, por si hubiera algo que llevara a pensar que (3) no es el mejor punto de operación para nuestro turbofán.

**Tabla 8.3** Resultados de la minimización del consumo específico en el modo de funcionamiento M1.

CV	Z [m]	M [-]	$\pi_c$	$T_{03}$ [K]	$\lambda$	$E_e$ [N/(kg/s)]	$TSFC_{min}$ [kg/(hkN)]	$-\Delta E_e$	$\Delta TSFC$
(1)	0	0,10	15,2	1390	3	221,49	86,45	-	-
(2)	8000	0,50	21,3	1390	2,9	210,66	96,33	10,83	9,88
(3)	12000	0,75	22,1	1390	2,9	203,88	100,89	6,78	4,57
(4)	16000	1,00	17,6	1390	2,7	191,79	113,27	12,09	12,38
(5)	22000	1,50	7,7	1210	1,5	181,06	141,14	10,73	27,87

En la Tabla 8.3 tenemos los mínimos de consumo para el modo M1. Cabe destacar en primer lugar el aumento dominante en todas las condiciones de vuelo de la relación de compresión óptima, claro reflejo de que es necesario subir el valor respecto del de máximo empuje para que baje el  $TSFC$ . También es relevante que, salvo en el último caso (inadmisible para operar dados los valores típicos que tiene e incrementos de las prestaciones a otras cotas) la temperatura que minimiza el consumo es también la que maximiza el empuje, el valor límite de 1390 K. En cuanto al grado de bypass, el valor óptimo ronda claramente 3, pero habrá que sopesar las necesidades inherentes que también se tienen de empuje específico.

Las columnas de cambios incrementales en las condiciones de operación vuelven a dar motivos para elegir (3) como el mejor. En este momento podemos hacer una primera comparativa:  $E_{e,max} = 580,25$  con un  $TSFC = 141,28$ , y el mínimo de  $TSFC_{min} = 100,89$  tiene asociado un  $E_e = 203,88$ . Para la aplicación de aviación comercial, habrá que buscar un punto de diseño cuyo consumo específico esté cerca del mínimo mostrado, pero sabiendo que se busca bastante más empuje del que se tiene de unos 200 N/(kg/s). Para ello

nos apoyaremos en los óptimos de las relaciones de compresión y los grados de bypass, principalmente considerando las cinco variables de M13.

**Tabla 8.4** Resultados de la minimización del consumo específico en el modo de funcionamiento M13.

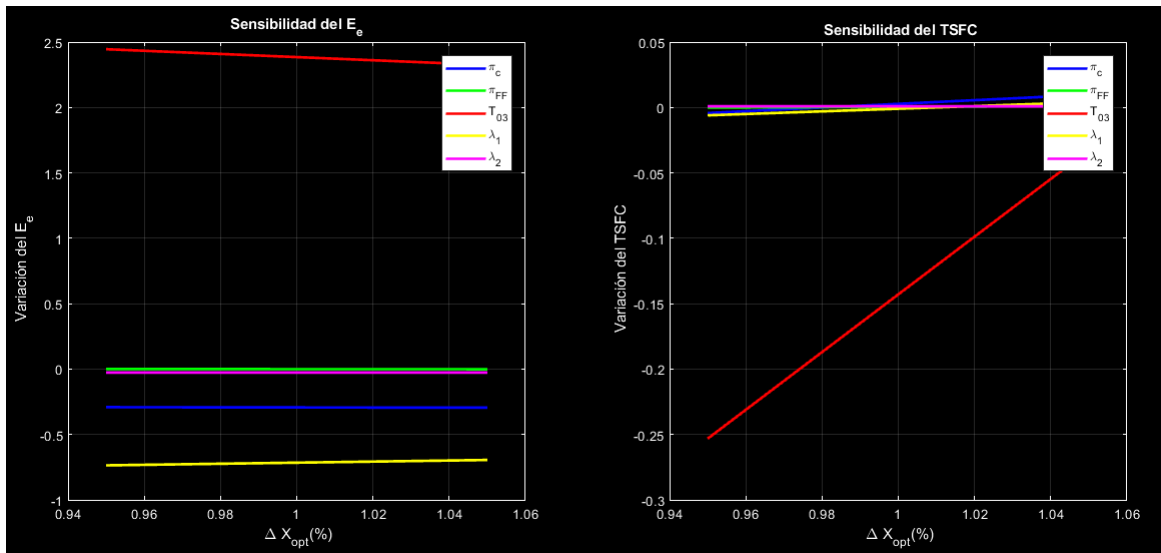
CV	Z [m]	M [-]	$\pi_c$	$\pi_{FF}$	$T_{03}$ [K]	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$E_e$	TSFC <sub>min</sub>	$-\Delta E_e$	$\Delta$ TSFC
(1)	0	0,10	15,1	1,5	1390	3	0,1	217,46	86,42	-	-
(2)	8000	0,50	21,4	1,9	1390	2,8	0,1	211,15	96,34	6,31	9,92
(3)	12000	0,75	22,5	2	1390	2,8	0,1	203,52	100,93	7,63	4,6
(4)	16000	1,00	17,7	1,9	1390	2,6	0,1	192,06	113,36	11,46	12,43
(5)	22000	1,50	8	1,7	1250	1,7	0,1	171,78	141,62	20,28	28,26

Pasando ya a M13, la Tabla 8.4 recoge los resultados. No se observa que exista un valor óptimo de  $\lambda_2$ , como tampoco se veía en los mapas, que contribuya a que el mínimo total de consumo específico sea menor. Esto tiene sentido de esta forma si el resto de parámetros de control están en los valores del óptimo. En el momento en que se cambien para buscar que el empuje específico aumente y no sea tan bajo, adquirirá relevancia porque será el responsable (conjuntamente con  $\lambda_1$ ) de que no se despegue demasiado el TSFC de su valor mínimo.

Igual que comentábamos ya para M1 que las relaciones de compresión óptimas para el consumo eran sensiblemente mayores a las que maximizaban el empuje, aquí se ve lo mismo y la tendencia con  $\pi_{FF}$  es inversa: interesan compresiones más bajas del fan frío para minimizar el consumo que para aumentar el empuje. Lo que está claro es que definen rangos admisibles donde buscar comportamientos atractivos para posicionar el punto de diseño. Tampoco hay que perder de vista el vínculo  $\lambda_2$ - $\pi_{FF}$ , debido a lo que se comentó cuando se estuvieron viendo los mapas de operación.

### 8.2.1 Análisis de sensibilidad.

Con las mismas definiciones que se han hecho para la sensibilidad de las prestaciones a cambios porcentuales en las magnitudes de control, pasamos a hacer un análisis análogo para el punto de mínimo consumo de M13 en el posible punto de operación (3). Convendrá en este caso mirar qué se puede hacer para mejorar la otra prestación (el consumo ya está optimizado) y llegar a un acuerdo en los valores de los parámetros que definen el motor.



**Figura 8.2** Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de consumo de M13 en la condición (3) de vuelo.

La representación gráfica se muestra en la Figura 8.2 para el modo M13 y el mínimo de consumo. La zona del TSFC viene a evidenciar que hemos conseguido el óptimo, salvo por la temperatura (que está limitada por el nivel tecnológico). Cambios en las relaciones de compresión o de derivación no tendrán asociados aumentos ni disminuciones en el TSFC. En la zona del empuje, ignorando también la línea roja de  $T_{03}$ ,

puede concluirse que hay que reducir en mayor medida la relación de compresión del compresor en términos relativos, comparado con hacer lo propio con la relación de derivación, si se quiere que el empuje específico se vea reducido lo menos posible. El enfoque en la tecnología debe estar en desarrollar resistentes álabes de turbina que permitan aumentar la temperatura fin de combustión, con miras a tener un aumento muy considerable en  $E_e$ .

Aunque la relación de compresión del fan frío y la de derivación de esta misma zona figuran con sensibilidad nula, esto es por el fenómeno comentado del mínimo del consumo y el resto de los parámetros: si se hace un análisis de sensibilidad en el entorno de un punto intermedio entre los mostrados en las tablas de los apartados anteriores, aumentará (en valor absoluto) la sensibilidad del TSFC a las magnitudes características de la zona más exterior del turbofán. En particular, será esto lo que nos lleve hacia el punto de diseño.



## 9 Conclusiones.

---

**T**ras disponer y explicar los límites de prestaciones que tiene el turbofán de geometría variable, es el momento de sintetizar las principales conclusiones alcanzadas a lo largo del desarrollo del Trabajo.

Vimos al principio que el motor surgía para dar versatilidad a las prestaciones que se tenían en las distintas condiciones de operación, y no hemos visto nada que lo desmienta: en los mapas de cambio de las condiciones de vuelo se ve el cambio en la forma de los conjuntos de curvas, lo cual no solo ejemplifica que un grado de bypass bueno a una altitud no lo es tanto en otra, sino que está la posibilidad de estudiar cómo varía el consumo con este. Asimismo, para los tramos de despegue y subida, donde el avión pesa más y además precisa de un gran empuje, resulta más adecuado el modo M1 sin derivar flujo al fan frío, aunque para ello tengamos que pagar el precio de un mayor consumo. Sin embargo, al no ser esta una fase que se prolongue en el tiempo, puede llegar a ser asumible.

El modelo de motor empleado es aceptable, no se aprecian comportamientos anómalos que lleven a pensar que esté mal planteado. No obstante, es importante hacer notar que el modelo de gases reales introduce otro tipo de variaciones, por ejemplo en los mapas de optimización termodinámica. Aunque se está acostumbrado a las propiedades termodinámicas independientes de la temperatura, gracias al modelo de la NASA podemos acercarnos más a la realidad cuando realicemos los cálculos con vistas a un diseño de motor real. Lo mismo podría decirse del hecho de considerar la reacción de combustión sin hacer simplificaciones.

La contrapartida del modelo de gases está en el planteamiento y resolución de las ecuaciones, con muchas incógnitas y muy acopladas entre sí, que hace que hayamos tenido que recurrir a los métodos numéricos. Además, supone un auténtico quebradero de cabeza desarrollar la adquisición de datos y procesado de las operaciones para que el tiempo de respuesta sea lo suficientemente bajo, al menos con MATLAB. En las primeras fases de definición, podía tardarse minutos en obtener solo un punto, así que viendo que en la posterior aplicación del modelo y los programas harían falta multitud de ellos se utilizaron tácticas para disminuir este tiempo. Ahora se encuentra en menos de medio segundo, así que aunque las toberas estén adaptadas y tenga que tardar tres veces más (por la sintaxis, que primero supone ambas bloqueadas y va contrastando las hipótesis con la solución del sistema de ecuaciones) sigue siendo asumible.

Para la implementación del modelo de ecuaciones, con obtención de mapas y todo lo demás, se procedió con complejidades en aumento, comenzando con un motor más sencillo como puede ser el turboreactor (sencillo porque no tiene derivaciones y solo depende de dos parámetros de control). Una vez validados sus resultados (es fácil encontrar en la literatura mapas característicos de este motor porque ya está muy estudiado), se dio el siguiente salto hacia un turbofán convencional de flujo mezclado, y ya por último se aplicó el modelo de ciclo adaptativo descrito en el Capítulo 3.

Se trabajó primero sobre las condiciones de vuelo en (3) por ser un caso intermedio y representativos de la operación del turbofán convencional más que por otro motivo, aunque como ya se ha visto con los mapas y los óptimos resulta la más atractiva para buscar en ella el punto de diseño. No obstante, el motor no se comporta nada mal en las altitudes y velocidades vecinas (2) y (4), siendo esto otro de los logros que se buscaba con el turbofán de geometría variable (que fuese más versátil y adaptativo que el resto de turbinas de gas presentes en el mercado). El análisis muestra que esto es así, pero no interesa de ningún modo para Mach 1,5 y altitud 22000, quizá más por el efecto que tiene la velocidad para el remansado del aire de impacto y el ciclo termodinámico que por la altitud en sí, pero esto se deja para un futuro análisis fuera del punto de diseño.

El modo tecnológico N2 es representativo de la tecnología existente porque los valores de rendimientos y pérdidas de presión de remanso son realistas, sin embargo la limitación de la temperatura fin de combustión

es bastante relevante en lo que a óptimos se refiere. Hay que evaluar el gasto de sangrado para refrigeración de álabes de turbina por si interesa aumentarlo y que se pueda llegar a menor temperatura, siempre que el efecto global no sea perjudicial para las prestaciones (mucho aire sangrado implica menos aire en la cámara, por ejemplo).

Las leyes funcionales de dependencia de las magnitudes de control han ayudado a inferir comportamientos que de otra forma serían imposibles de ver, como relaciones de compresión y derivación óptimas o cómo se comporta el motor cuando no estamos ni en máximo empuje ni en mínimo consumo. Si solo nos ciñéramos a estos límites, tendríamos que descartar el modo M13 porque no tendría sentido. Sin embargo, se observa que  $\lambda_2$  hace disminuir el consumo en ciertas condiciones, y además que la compresión del fan tiene que estar porque si no se reduciría esta interesante fluctuación: ambos están muy relacionados entre sí. La variación del consumo con la temperatura fin de combustión muestra en ciertas condiciones del motor que se alcanza un mínimo del primero, pero el empuje específico en estos casos es tan bajo (suele ser preciso aumentar el bypass para que se observe este efecto) que hay que descartar el punto para que sea de diseño. Con un rango posible de variación de  $T_{03}$  mayor (o sea, una mejora en el modo tecnológico) si se repite el análisis del trabajo hay que tener sin duda esto en consideración.

El uso de varios métodos para encontrar los límites de las prestaciones en cada condición de vuelo parece apropiado vista la dimensión del problema que se quiere resolver. Además, de lo que se ve antes se pueden tomar decisiones para no tener que considerar la variación de todos (3 en M1, 5 en M13) los parámetros de control. Siempre queda la duda sobre cuánto de automático puede hacerse el proceso. Todo parece indicar que el cálculo autónomo finaliza en la introducción de puntos y resolución del ciclo rápidamente para los mismos, y que a partir de aquí todo queda a criterio del diseñador, ya que todo está muy relacionado entre sí. Incluso un intento de abordar el problema "a las bravas" y calcular todos los puntos posibles en todas las condiciones de vuelo puede verse frustrado por el gran tiempo de computación (probablemente innecesario) que conlleva la adquisición de datos e incluso por posibles errores numéricos de `fsolve`.

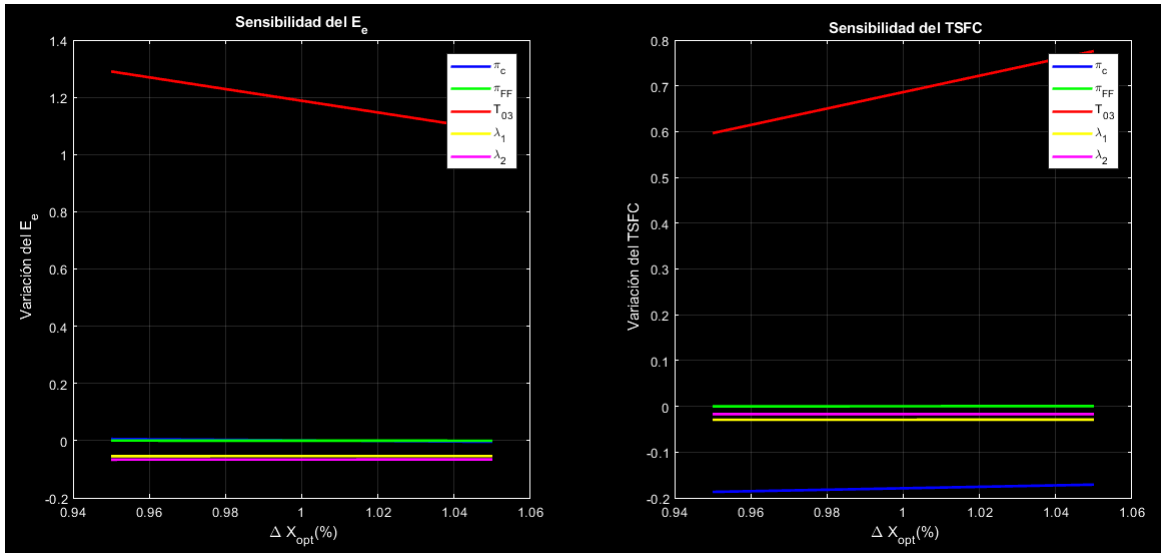
Dicho esto, a continuación se va a utilizar toda la información recogida y los resultados del Capítulo anterior para decidir un punto de diseño para una aplicación de aviación comercial del turbofán de tres corrientes.

## 9.1 Elección del punto de diseño.

En primer lugar fijamos (3), de altitud  $Z_{(3)} = 12000$  m y Mach  $M_{(3)} = 0,75$  como el nivel de vuelo de crucero para la operación del turbofán. El empuje máximo que se puede tener es de 580,25 N/(kg/s) con un consumo asociado de 141,28 kg/(khN). El mínimo posible de consumo para este punto de operación es de 100,93 kg/(khN) ofreciéndose un empuje de 203,52 N/(kg/s). De la comparación de los óptimos se extrae que, si partimos del óptimo del empuje y buscamos ir reduciendo de la mejor manera posible el consumo, la relación de compresión  $\pi_c$  debe aumentar y  $\pi_{FF}$  tiene que disminuir, y que como es obvio hay que aumentar el gasto derivado con  $\lambda_1$ .

Para poder tener una primera idea, ya sabiendo cómo, de en qué magnitud es más apropiado cambiar los parámetros de control para bajar el consumo usaremos el análisis de sensibilidad de la Figura 9.1. Para disminuir el consumo, lo principal es aumentar la relación de compresión, seguido de hacer lo mismo con el grado de bypass  $\lambda_1$  y en menor medida  $\lambda_2$ . Esto último ya se sabía, pues es conocido que el ciclo cambia bastante ante un pequeño aumento del bypass del flujo frío, más si cabe si se combina este efecto con la relación de compresión  $\pi_{FF}$ . Tampoco hay que perder de vista el efecto tan importante que tiene la temperatura fin de combustión  $T_{03}$  con el empuje específico  $E_e$ , hecho que se deduce también del análisis de sensibilidad. Así, la decisión tendrá en cuenta este comportamiento también. Con estas premisas en mente, y sabiendo que lo prioritario es que el consumo sea pequeño, se hace un análisis en el entorno del punto de mínimo consumo, centrándonos en puntos cerca del valor mínimo y limitando el rango de variación para reducir los tiempos de computación. El resultado final, y que podemos ya nombrar como punto de diseño, es el siguiente:

- $\pi_c = 20$
- $\pi_{FF} = 2,3$
- $T_{03} = 1390$  K
- $\lambda_1 = 1,3$
- $\lambda_2 = 0,3$



**Figura 9.1** Análisis de sensibilidad para el punto óptimo de empuje de M13 en la condición (3) de vuelo.

Con él se tiene un empuje específico de  $E_e = 302,78 \text{ N/(kg/s)}$  y un consumo específico de  $\text{TSFC} = 105,04 \text{ kg/(hkN)}$ . El consumo solo es un **4%** mayor que el mínimo posible para nuestro punto de operación. Además, hemos conseguido aumentar el empuje ofrecido para el punto de mínimo  $\text{TSFC}$  hasta en un **50%**, claro reflejo del buen compromiso alcanzado entre las prestaciones y el hecho de que se alcance la máxima temperatura de entrada en turbina posible sin comprometer demasiado al  $\text{TSFC}$ . Visto desde el punto de máximo empuje, aunque el  $E_e$  se reduce bastante, conseguimos una reducción del consumo específico de un **25%**, bastante notable para la aplicación que se está tratando.

El motor resultante no presenta una gran relación de derivación total comparado con los turbofanés presentes ya en la aviación civil, lo cual suena beneficioso porque ayuda a reducir el área de paso necesaria y por tanto el tamaño del motor y las pérdidas por resistencia aerodinámica parásita: el turbofán de ciclo adaptativo es mucho más compacto. Mirando además la relación de compresión resultante, para reducir aún más su tamaño se puede introducir un escalonamiento centrífugo antes de llegar a la cámara con flujo revertido, así como álabes guía en la toma dinámica antes de llegar siquiera al fan frío. Esto ya se muestra como idea en el modelo 3D de la primera Figura de este Trabajo, aunque el estudio detallado queda fuera del alcance del proyecto.

Para la  $\pi_{FF}$  que se tiene, solo comentar que no sería complicado alcanzarla con un único par rotor/estator, con lo cual no se compromete la compacidad ni complejidad tecnológica del diseño resultante. Lo único que quedaría pendiente es relajar la restricción de temperatura fin de combustión máxima por si se apreciaran comportamientos no detectados en el estudio llevado aquí a cabo.





## 10 Desarrollos futuros.

---

Tal y como ya hemos dejado constancia en múltiples ocasiones a lo largo del Trabajo, aquí no acaba el análisis de la fase de diseño del turbofán de geometría variable, aunque los pasos alcanzados bien han supuesto un gran avance en su estudio. Ya se tiene un punto de partida para, a partir de aquí, seguir construyendo. Sin embargo, hay aspectos que se salen del alcance de este Proyecto y bien darían pie a uno o varios Trabajos más de esta extensión.

En primer lugar, a lo largo de las primeras fases de definición se contemplaron otros dos posibles modos de funcionamiento, llamados M2 y M12, en los cuales intervenía un grado de bypass extra que no se ha empleado en los M1 y M13. No obstante, si nos ceñimos al análisis con las ecuaciones del ciclo como se han expuesto en el Capítulo 4 y siguiéndolo las hipótesis y consideraciones del Capítulo 3, hacía que una de las zonas de compresión del turbofán careciese de sentido "anulando" a primera vista su validez. Lo que ocurre es que en esta derivación un componente tecnológico actúa como una válvula de expansión favoreciendo la diferencia de presiones entre la sección de entrada y la de salida del compresor comentado, pero para tenerlo en cuenta hacía falta un análisis de curvas características y dicho estudio se salía del alcance de este Proyecto. Esta restricción por una parte de tomar cierto tipo de ecuaciones ha resultado en una ventaja por otro lado, ya que nos ha permitido hacer un primer estudio del comportamiento de las prestaciones y el efecto de las condiciones de vuelo y ubicar un posible punto de diseño para una aplicación subsónica.

A propósito del ámbito del motor, puede aprovecharse la versatilidad manifiesta que tiene el mismo y realizarse un análisis para otro ámbito que no sea el de aeronaves civiles, como por ejemplo los militares. Estos aviones se caracterizan por la necesidad de tener una amplia envolvente de vuelo (volar a velocidades muy bajas sin entrar en pérdida, alcanzar grandes factores de carga estructurales), y para esto resulta imprescindible tener una buena planta de potencia. Más que decidir los valores apropiados que deberían tener las magnitudes del turbofán, puede enfocarse el trabajo a la implementación de leyes de control de vuelo, que en función del perfil de un trayecto o misión típica comanden válvulas y actuadores que abran y cierren el paso a las derivaciones de gasto en el motor. El principal resultado de esto es una operación optimizada, con las mejores condiciones en cada momento. De lo que se ha visto aquí, seguramente procederá M1 como modo para instantes de alta demanda de empuje y el M13 cuando quiera compensarse el aumento de consumo con la altitud o al volar más rápido (algo que también tiene relevancia pero que no se ha tenido en cuenta).

Sobre los resultados alcanzados en sí y su relación con lo que se ha dado por supuesto, no podemos olvidar que las turbomáquinas (compresor, fanes, turbina) se han caracterizado por sus rendimientos politrópicos. A partir de los valores de relación de compresión en el punto de diseño, el siguiente paso es estudiar el desarrollo tecnológico en sí: curvas características de estos, triángulos de velocidades, pérdidas de potencia específica, rendimientos isoentrópicos, ... Así tendremos otra visión un poco más realista del dimensionamiento del motor, porque no es lo mismo que sean necesarios 15 escalonamientos de compresor axial a que sea posible comprimir el gasto con 4 y 1 de centrífugo. Ídem aplica a las turbinas, siendo aquí especialmente importante la temperatura fin de combustión, ya que habría que ver si se puede admitir un aumento en esta magnitud para que mejoren en general las prestaciones del motor. Esto último es una limitación compartida desde que se tiene constancia de las turbinas de gas, por los altos esfuerzos a los que se someten a los álabes y las condiciones tan adversas en las que operan. Sobre las toberas, se han tomado convergentes aunque sería interesante implementar en el modelo el caso convergente-divergente, sobre todo para los puntos de operación de vuelo supersónico, y ver cómo afecta esto a los empujes entregados y consumos de combustible. Quizá también proceda evaluar previamente si interesa el aumento de complejidad en las ecuaciones y los

procedimientos a realizar, por si de entrada no pareciera ventajoso y fueran más apropiadas otras técnicas para estos casos.

En cuanto al punto de diseño en sí, este es útil como ya hemos dicho para tener una primera idea del dimensionamiento del turbofán o de lo que se va a poder conseguir con las ideas de diseño novedosas de relaciones de derivación en lugares diferentes a los motores convencionales ya existente. En cambio, este no va a operar siempre en estas condiciones, y es preciso en avances futuros estudiar esto, las condiciones *off-design*. Hacerlo puede conllevar incluso cambios en dónde se ubica la operación normal del motor, porque quizá en otro punto no sea tan sensible a moverlo de él, o corroborar las conclusiones llevadas a cabo (en particular las de este trabajo, comentadas en el Capítulo anterior). Para esto lo mejor es fijar los parámetros de control y variar, por ejemplo, las condiciones de vuelo (altitud y número de Mach), u otra variante puede basarse en los análisis de sensibilidad y representaciones gráficas adecuadas: las tácticas desarrolladas en este Proyecto pueden extrapolarse a otros objetivos.

Para terminar, el objetivo de este breve repaso de acciones pendientes no ha sido otro que demostrar que queda aún mucho camino por andar, respaldado por lo ya analizado, y que el turbofán de ciclo adaptativo (de idea original de General Electric) tiene un futuro cuanto menos prometedor como solución tecnológica al gran problema de la versatilidad en los motores de aviación y para obtener un mayor compromiso entre las prestaciones de empuje y consumo que siempre están en las antípodas. Se espera que el desarrollo aquí realizado haya servido y sirva para abrir el camino de futuras mejoras, y que las ideas más brillantes no hagan sino propulsar a sus creadores hacia el éxito total y merecido.

# Bibliografía

---

- [1] *GE Adaptive Cycle Engine*, Septiembre 2015.
- [2] *Mathworks - Makers of MATLAB and Simulink*, 2019.
- [3] Jiménez-Espadafor F.J., *Apuntes de la asignatura Motores de Aeronaves*, 2018.
- [4] Chen M. Zhang J. Tang H., *Interval Analysis of the Standard of Adaptive Cycle Engine Component Performance Deviation*, (2018).
- [5] Gordon S. McBride B. J., *Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications*, (1996).
- [6] Kurzke J., *The Mission defines the Cycle: Turbojet, Turbofan and Variable Cycle Engines for High Speed Propulsion*, (2019).
- [7] Rolls-Royce, *The Jet Engine*, London, 2007.