

SERVICEABILITY CONDITIONS OF PEDESTRIAN STRUCTURES USING A SIMPLIFIED MOVING MASS MODEL

Á. Magdaleno¹, M. Cacho-Pérez¹, J. Castaño², N. Ibán², I.M. Díaz³ & A. Lorenzana¹

¹ITAP, Universidad de Valladolid (Spain). alvmag@eii.uva.es, cacho@eii.uva.es, ali@eii.uva.es

²Mechanical Engineering Division. Cartif Research Center (Spain). javcas@cartif.es, noriba@cartif.es

³Dpto. CMM and Theory of Structures. ETSICCP, UPM (Spain). ivan.munoz@upm.es

Keywords: human load modelling, vibrational assessment, computational techniques.

Corresponding author: ali@eii.uva.es

ABSTRACT

A simple mechanical model for pedestrian loading, consisting on a mass with a single degree of freedom that moves at constant speed along the footbridge, is presented. The footbridge is modelled using a reduced number of beam 2D finite elements, simply supported at its ends. The dynamic interaction is ensured through direct requirement of contact conditions between the mass and the corresponding interpolated point in the beam. When the beam is massive enough, the results are similar to those obtained with models of mobile forces. However, if the beam is lightweight, the effect of the mass of the pedestrian can be significant, resulting in a more realistic modelling. The coupled model allows to study the interaction between the pedestrian and the structure and the results can be used to estimate by simulation the serviceability conditions of this type of slender structures under pedestrian loading.

1. Introducción

Estructuras tales como forjados de grandes luces, pasarelas peatonales o escaleras esbeltas pueden ser excitadas por los usuarios al realizar actividades como andar, correr o saltar. La excitación producida podría alcanzar niveles de vibración excesivos, sobrepasando los valores de confort recomendados en las normativas. El factor decisivo en el dimensionamiento de este tipo de estructuras suele ser el estado límite de servicio de vibraciones (ELSV).

En las distintas recomendaciones de las normativas o guías de diseño se incluyen modelos muy simplificados de cargas producidas por humanos. En general se reducen a modelos discretos y a cargas armónicas fijas de utilidad limitada en el dimensionamiento de la estructura en lo referido a ELSV. Además suele ser crítico el comportamiento dinámico en condiciones de excitación a frecuencias cercanas a las naturales de la estructura (resonancia) y en estos casos la respuesta está muy influenciada por el amortiguamiento estructural, el cual es difícil de determinar con precisión en la etapa de diseño. Esto deriva en que, en general, los diseñadores no confíen demasiado en dichos modelos de carga y usualmente se prescriban ensayos experimentales una vez la estructura ha sido construida. En caso de no cumplir con las limitaciones en aceleraciones, se abre una problemática con varias posibles

soluciones (aumentar la rigidez, incorporar sistemas de amortiguamiento, etc.) con repercusiones estructurales, estéticas y económicas.

La creciente capacidad computacional hace pensar en la posibilidad de simular de una forma realista la acción peatonal sobre las estructuras. Para ello es necesaria no solo la posibilidad de incluir cargas móviles (como ya se hace en la guía francesa SETRA) sino también la correspondiente masa del peatón, junto con una estimación del amortiguamiento estructural y del que los peatones (activos o pasivos) aportan a la estructura. Tras ello se espera poder asegurar por simulación la adecuación de la estructura al tránsito peatonal y minimizar el impacto de intervenciones estructurales al poderse rediseñar convenientemente en etapas previas a la construcción.

La influencia de los peatones parados o sentados (pasivos) en el comportamiento dinámico de las estructuras se ha estudiado en numerosos trabajos de investigación [1-7]. Sin embargo no está tan clara la influencia que tienen los peatones activos (andando, corriendo o saltando) en el comportamiento dinámico del conjunto. En este trabajo se formula un modelo simple (consistente en una masa, un muelle y un amortiguador) el cual se acopla a la estructura, resolviéndose el conjunto mediante técnicas numéricas de integración directa.

Se presentan dos ejemplos correspondientes al tránsito de un peatón por dos pasarelas sencillas (tipo viga biapoyada), una de ellas ligera y otra más pesada. Para simular comportamiento modal (relación entre rigidez y masa de la viga) se comprueba que los resultados obtenidos para el caso en el que la viga es mucho más pesada que el peatón coinciden con modelos donde solo se considera la acción de la carga móvil (SETRA). Cuando la viga es más ligera, el hecho de no ser despreciable la masa del peatón hace que el ensamblaje varíe sus frecuencias en función de la posición de la masa. Este acoplamiento hace que el problema sea no lineal, apareciendo fenómenos de interacción que lleva a resultados distintos que los obtenibles sin incorporar la masa.

2. Formulación del modelo

La estructura será tratada mediante un modelo de elementos finitos, cuyas ecuaciones pueden expresarse de forma compacta como se ilustra en la ecuación (1), empleando para ello las matrices masa (\mathbb{M}), amortiguamiento (\mathbb{C}) y rigidez (\mathbb{K}). El vector \mathbf{q} contiene los grados de libertad asociados a los nodos resultantes de discretizar la estructura en elementos finitos tipo pórtico plano y a cada nodo se le asocian 3 grados de libertad: desplazamiento horizontal (u_i), desplazamiento vertical (v_i) y giro de la sección (θ_i).

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbb{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad \text{con } \mathbf{q} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Por su parte, el vector \mathbf{F} contiene las fuerzas equivalentes que se aplican sobre cada uno de los grados de libertad, resultado de transformar las cargas aplicadas sobre la estructura. En el modelo aquí tratado la única excitación sobre la estructura es la fuerza de contacto entre el peatón y la viga por la que circula.

La formulación de las ecuaciones (1), así como el cálculo de sus matrices asociadas, se realiza mediante la aplicación del formalismo de Lagrange, calculando para su aplicación las energías cinética y potencial del elemento. Dicho cálculo implica el conocimiento del campo continuo de desplazamientos en el interior del elemento ($u(x)$ y $v(x)$), campo que se obtiene mediante la interpolación de los valores de los grados de libertad de los nodos extremos del elemento empleando para tal fin unas funciones de

forma polinómicas: de grado 1 para interpolar el campo de desplazamiento horizontal y de grado 3 para el campo de desplazamiento vertical, como se muestra en las ecuaciones (2) donde se llama $i = 1$ al nodo izquierdo del elemento e $i = 2$ al nodo derecho.

$$u(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) u_1 + \left(\frac{x}{L}\right) u_2$$

$$v(x) = \left(1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}\right) v_1 + x\left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \theta_1 + \left(3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3}\right) v_2 + \frac{x^2}{L}\left(\frac{x}{L} - 1\right) \theta_2 \quad (2)$$

El poder emplear funciones de forma polinómicas de grado 3 responde al hecho de que giros y flecha están íntimamente relacionados gracias a la hipótesis de Euler-Bernoulli bajo la cual se ha modelizado el elemento viga, el cual establece que una sección inicialmente plana y perpendicular a la línea media de una viga permanece plana y perpendicular a la misma línea tras deformación.

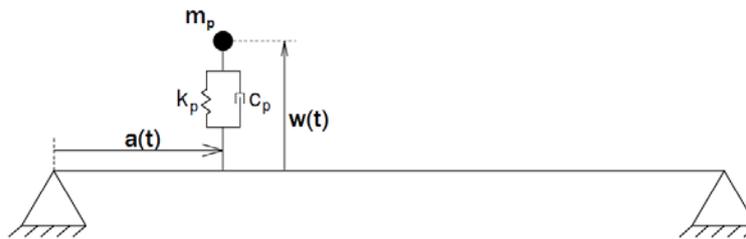


Figura 1. Modelo MCK

El modelo de peatón empleado consiste en una masa puntual (m_p) ligada elásticamente a la estructura mediante un resorte (k_p) y un amortiguador (c_p) desplazándose el conjunto a velocidad constante por la viga tal y como se aprecia en la figura (1). Requiere, pues, de un grado de libertad adicional w a los considerados para la estructura para poder definir su desplazamiento vertical. Este grado de libertad adicional se incluirá al final del vector \mathbf{q} . La ubicación dentro de la viga no requiere de grado de libertad adicional pues su posición es conocida en todo instante de tiempo, ecuación (3) donde x_0 es la posición de partida del peatón y c su velocidad.

$$a(t) = x_0 + ct \quad (3)$$

La obtención de las ecuaciones que lo rigen es muy sencilla aplicando la segunda ley de Newton, o de equilibrio dinámico, en la dirección vertical. Se obtienen dos expresiones, ecuaciones (4) y (5): una ecuación de movimiento y una ecuación de acoplamiento dinámico, expresión que determina en función de los grados de libertad del problema el valor de la fuerza de contacto peatón / estructura a lo largo del tiempo.

$$m_p \ddot{w} + c_p (\dot{w} - \dot{v}) + k_p (w - v) = -m_p g \quad (4)$$

$$F(t) = -m_p g - m_p \ddot{w} = c_p (\dot{w} - \dot{v}) + k_p (w - v) \quad (5)$$

La ecuación de movimiento está obtenida suponiendo para el resorte una longitud natural del resorte nula, al estar las coordenadas w y v expresadas ambas respecto del mismo origen. Ésta última, v , la deflexión del punto de contacto entre peatón y viga, se puede además expresar en términos de los grados de libertad del problema (v_i, θ_i) mediante las funciones de forma empleadas para la formulación

de los elementos finitos, ecuación (2). Puesto que las ecuaciones se integrarán con la ayuda de Matlab, el cual permite actualizar el problema en cada instante de tiempo mediante una función programada por el usuario, se podrá ubicar al peatón y calcular el valor de las funciones de forma con el fin de incluirlo en las posiciones correspondientes dentro de las matrices del problema. Se muestra en la figura (2) un diagrama de flujo resumiendo las operaciones que se realizan durante el cálculo, siendo el *solver* el responsable de invocar a la función programada por el usuario. Esta figura hace asimismo referencia al espacio de estados al que se transforman las ecuaciones para su mejor empleo, transformación que se expresa en la ecuación (6).

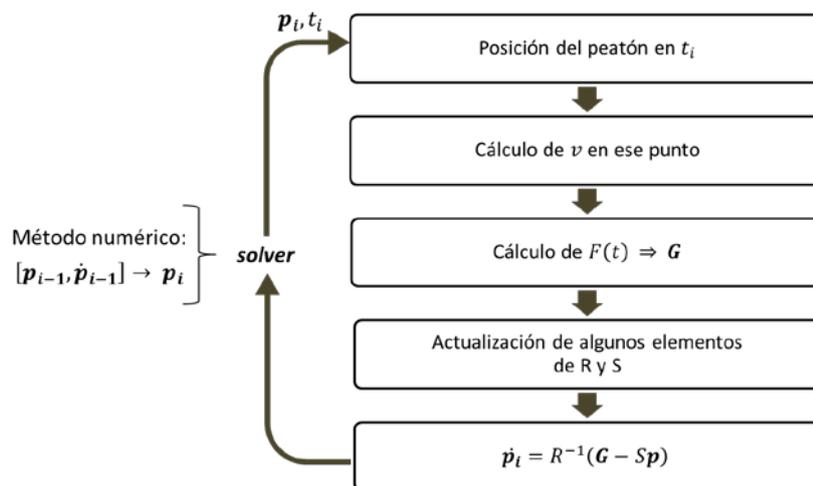


Figura 2. Diagrama de flujo de operaciones para la resolución numérica de las ecuaciones.

$$R\dot{p} + Sp = G \quad \text{con } p = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} -\mathbb{K} & \emptyset \\ \emptyset & \mathbb{M} \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} \emptyset & \mathbb{K} \\ \mathbb{K} & \mathbb{C} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{Bmatrix} \emptyset \\ F \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Gracias a este enfoque, es posible además calcular la fuerza de contacto en cada instante de tiempo en función del valor de los grados de libertad en cada momento e introducir su valor en el vector de fuerzas equivalentes F , aplicando la transformación necesaria en función de su posición relativa dentro del elemento afectado. Dicha posición será asimismo calculada en cada paso de integración de forma sencilla gracias a la hipótesis de velocidad de tránsito c constante.

Con el problema así planteado, y los cálculos debidamente programados en Matlab, se pueden realizar las simulaciones oportunas para la evaluación del efecto de la inclusión de una masa en un modelo de peatón. La primera de las simulaciones a realizar es de verificación, comparando la respuesta que se obtiene para un problema determinado con la proporcionada por una fuente externa. En este caso se empleará la solución a un problema planteado y resuelto por Neves et al. [8], que trata el mismo modelo MCK que el aquí mostrado. Se muestra en la figura 3a la solución obtenida para su mismo problema por aplicación del software programado, en la figura 3b la obtenida en [8] y en la figura 3c la comprobación de que ambas son efectivamente iguales, superponiendo adecuadamente de las dos anteriores.

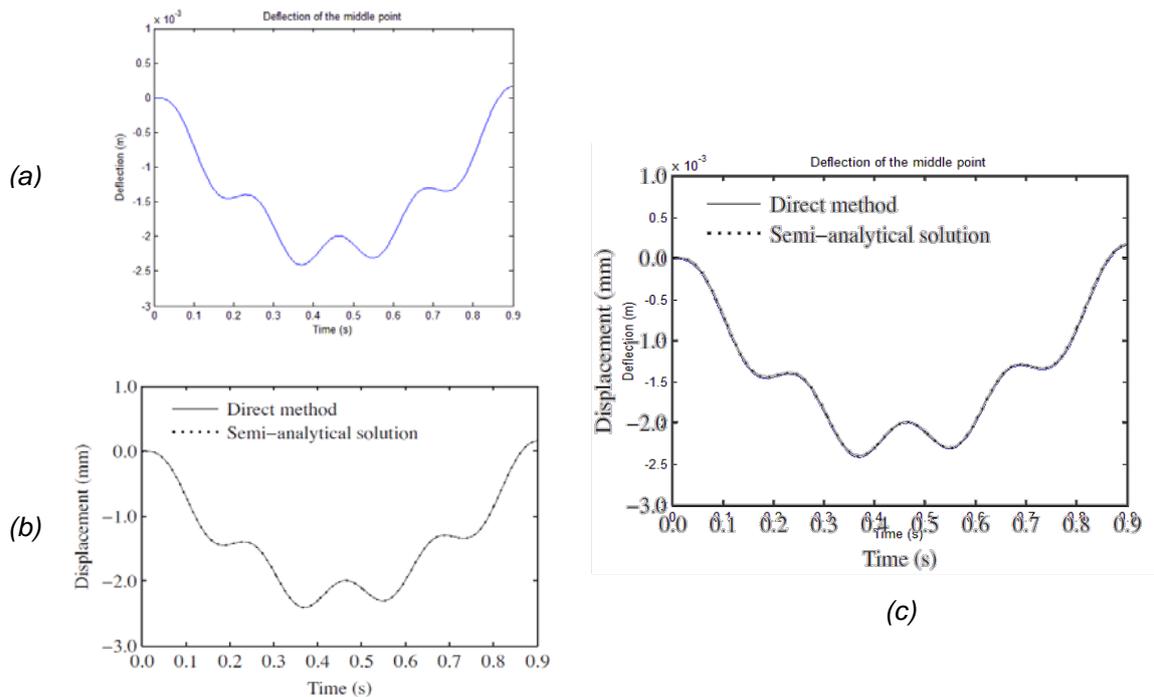
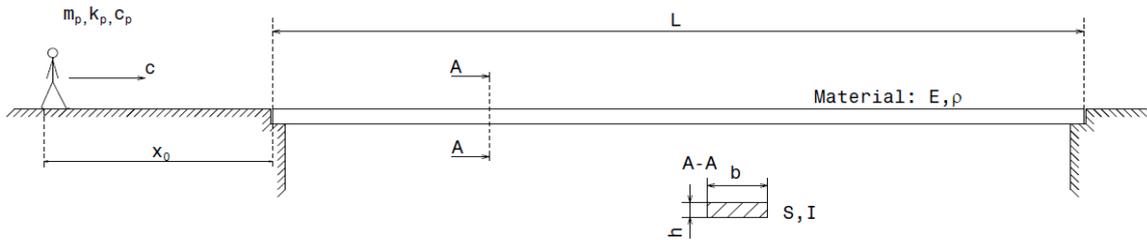


Figura 3. Verificación de la programación del modelo. (a) Simulación propia; (b) obtenida de [8]; (c) superposición de ambas.

3. Ejemplo 1: pasarela pesada

Se trata en primer lugar un problema de la figura (4), con los parámetros que se muestran en la misma. En este caso el peatón tiene una masa insignificante (0.0425%) con relación a la masa de la viga. Al abordar el problema mediante el modelo MCK como el expuesto anteriormente se plantea una cuestión que concierne al escaso número de parámetros del modelo, los cuales no permiten establecer simultáneamente valores “realistas” de masa, rigidez y frecuencia de paso del peatón (entendida ésta como frecuencia de oscilación del modelo MCK). Se priorizará la frecuencia de paso del peatón, pues la respuesta que se obtenga será comparada con la proporcionada por la aplicación de la guía de diseño propuesta por el Sétra, donde ese parámetro es un valor decisivo. Así, se ajustará el valor de la rigidez del resorte convenientemente para que la frecuencia del sistema añadido coincida con el paso de la marcha. El valor del amortiguamiento del peatón es tal que proporciona un porcentaje de amortiguamiento crítico de $\xi_p = 8\%$.

Se contempla además un último parámetro de la simulación: la condición inicial correspondiente a la posición de la masa, w_0 (el resto de condiciones iniciales son nulas). Este parámetro se puede establecer de forma que se controle la amplitud de oscilación de la masa, y con ella, la fuerza transmitida a la viga. Se escogerá este valor tal que el valor mínimo del valor absoluto de la fuerza aplicada sobre la viga coincida con el valor mínimo de la fuerza aplicada por el modelo del Sétra. Siendo este valor de $F_{min} = 473.4 \text{ N}$, la condición inicial del peatón se calcula como en la ecuación (7). Es preciso notar que w está referido respecto de la indeformada de la viga, que el resorte posee longitud natural nula y que la masa está sometida a la acción de la gravedad. Es por este motivo que la condición inicial es negativa.



Parámetros de simulación

$L = 50 \text{ m}$	$m_p = 80 \text{ Kg}$	$\xi = 0.3\% \text{ for all modes}$
$h \times b = 0.4 \times 1.2 \text{ m}^2$	$k_p = 12633.1 \text{ N/m}$	$x_0 = 5 \text{ m}$
$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$	$c_p = 160.85 \text{ Ns/m}$	$c = 0.8 \text{ m/s}$
$\rho = 7850 \text{ Kg/m}^3$	$f_p = 2 \text{ Hz}$	$w_0 = -0.037473 \text{ m}$

Figura 4. Esquema y datos de la simulación. Viga pesada

$$w_0 = -\frac{F_{min}}{k_p} = -0.0375 \text{ m} \tag{7}$$

Cabe destacar el hecho de que, incluyendo amortiguamiento en el modelo del peatón, es previsible que su oscilación, a lo largo del tiempo, se detenga casi por completo reduciéndose su acción sobre la estructura a la producida únicamente por el peso de la masa (fuerza constante). Para evitar este hecho, se aplica sobre la misma una fuerza variable en el tiempo de valor igual al valor de la fuerza que ejerce el amortiguador sobre la masa. De esta forma, se consigue tener en consideración el efecto que produce el amortiguamiento del peatón sobre las oscilaciones de la estructura sin permitir que este deje de oscilar.

La simulación de este problema proporciona los resultados de la figura (5a), donde se aprecia la deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo y la fuerza de reacción de la viga sobre el peatón. En cuanto a la deflexión del punto medio, como se puede apreciar está compuesta por un total de tres oscilaciones superpuestas: en primer lugar, la curva propia de la deflexión debida al peso del peatón; en segundo lugar, la oscilación propia asociada a la primera frecuencia de la viga (en torno a 0.37 Hz); por último, la oscilación impuesta por la oscilación del modelo MCK sobre la viga, que sucede a unos 2Hz.

En la figura (5b) se muestra un extracto de las fuerzas de contacto que oscilan de forma uniforme entre los 625 N y los 950 N aproximadamente.

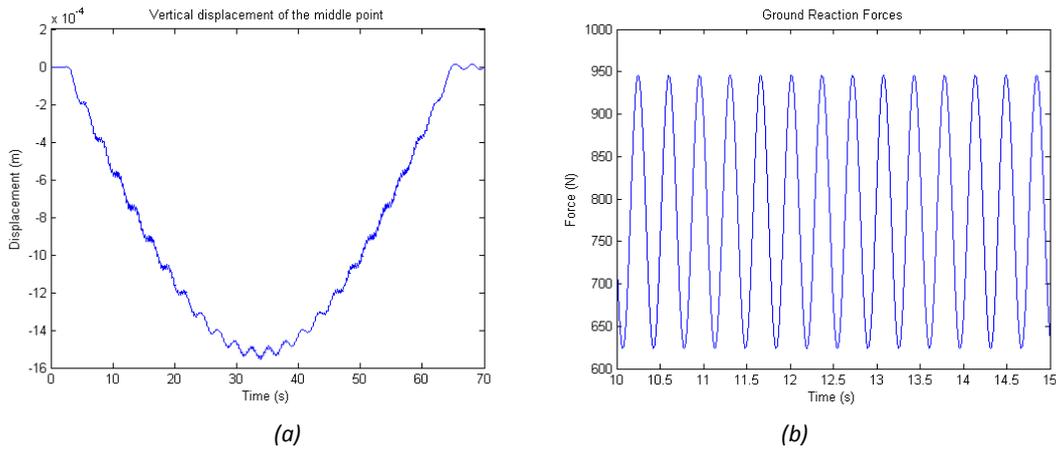


Figura 5. Resultados de la simulación aplicando el modelo MCK. a) Deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. b) Extracto de la fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Se resuelve ahora el problema empleando el modelo de fuerza puntual propuesto por la guía de diseño estructural Sétra de la ecuación (8) (con g la aceleración de la gravedad y m_p y f_p los parámetros de masa y frecuencia de paso del peatón y $\varphi_2 = \pi/2$ y $\varphi_3 = \pi$), cuya gráfica se muestra en la figura (6a) junto al desplazamiento vertical del punto medio de una viga transitada por ella.

$$F(t) = m_p g \left(1 + 0.4 \sin(2\pi f_p t) + \sum_{j=2}^3 0.1 \sin(2\pi j f_p t - \varphi_j) \right) \quad (8)$$

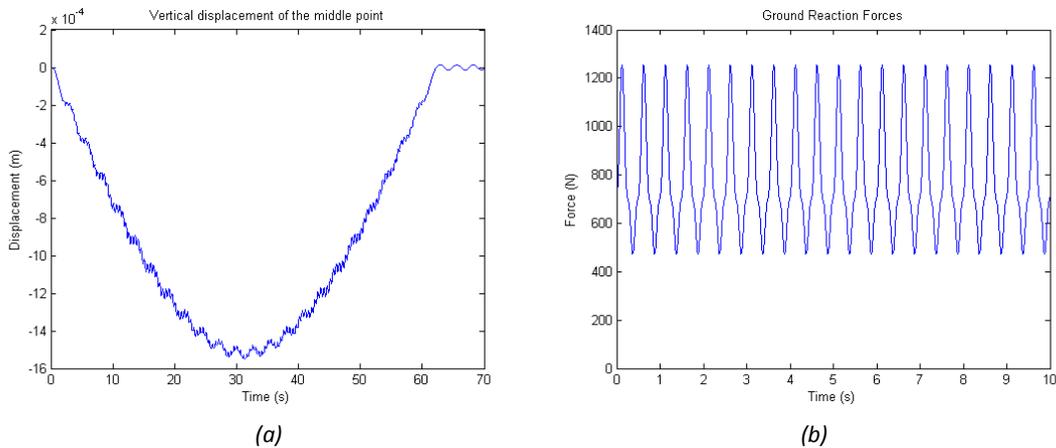


Figura 6. Resultados de la simulación aplicando el modelo Sétra. A la izquierda, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. A la derecha, extracto de la fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Como se aprecia, ambas respuestas, así como las excitaciones, son muy similares en ambos casos. Se muestran, a modo de comparación, ambas curvas superpuestas en la figura (7), donde queda patente que las diferencias entre la respuesta proporcionada por la aplicación de cada modelo es realmente pequeña. Se puede calcular un valor cuadrático medio de la diferencia entre ambas respuestas, que en este caso es de $RMS_{\Delta} = 1.383 \cdot 10^{-5} m$ (calculado mediante la ecuación (9) donde N es el número de pasos temporales) varios órdenes de magnitud inferior al valor máximo de la respuesta.

$$RMS_{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v_{i,MCK} - v_{i,SETRA})^2} \quad (9)$$

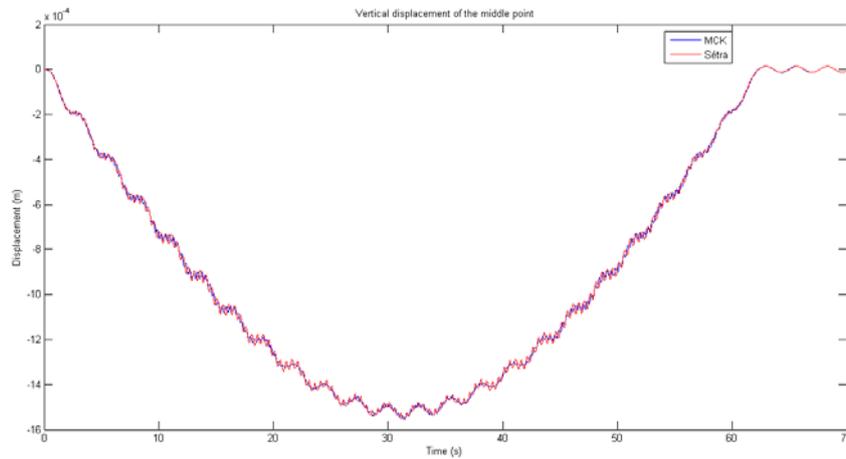


Figura 7. Comparación de la respuesta del punto medio de la viga proporcionada por la aplicación de los modelos MCK y Sétra.

Como en general las condiciones de confortabilidad (o estado límite de servicio respecto a vibraciones) se establecen en términos de aceleraciones, se presenta en la figura (8) las aceleraciones del punto medio correspondientes a ambos casos (MCK y SETRA). El RMS de cada una es, respectivamente, $3.12 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ y $3.47 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$.

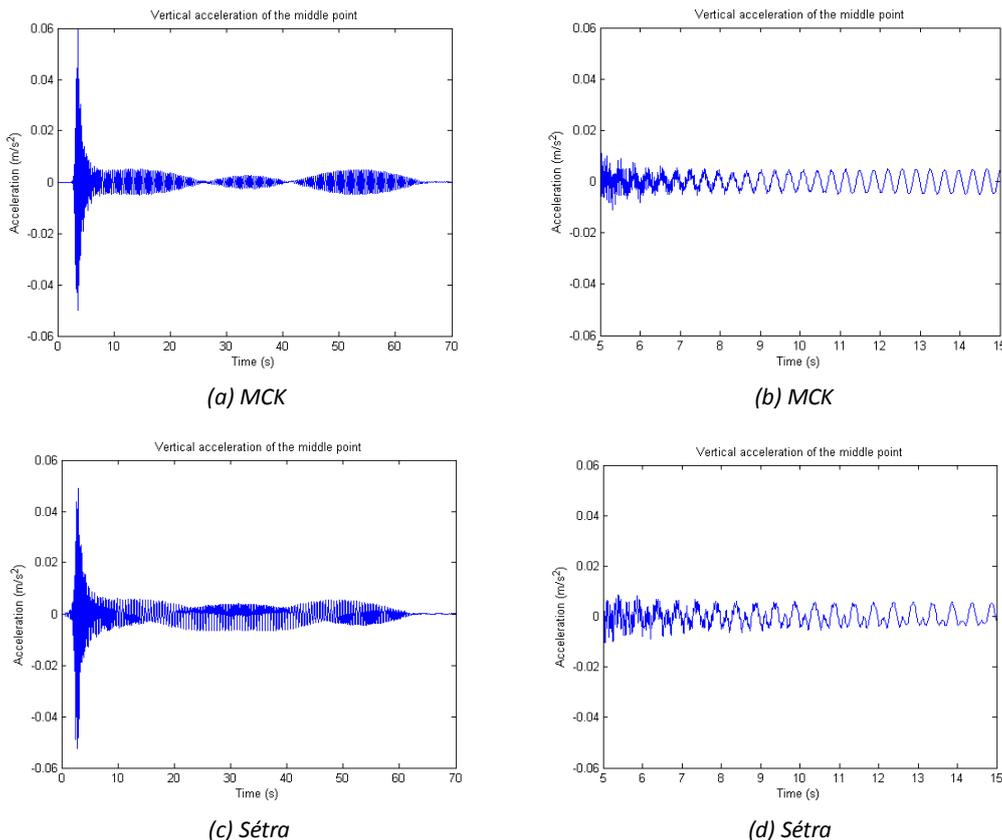


Figura 8. Aceleración del punto medio de la viga pesada: (a) y (b), modelo MCK; (c) y (d), modelo Sétra.

Nótese adicionalmente que con el modelo MCK es posible conocer la evolución temporal de las variables cinemáticas de la masa, las cuales se presentan en la figura (9). En este caso, el RMS de la aceleración es 1.41 m/s^2 , mucho mayor que $3.12 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$. Este valor, correspondiente a la masa que modela el peatón, grado de libertad inexistente en el modelo SETRA, podría ser más significativo

para evaluar el confort de la estructura que el correspondiente al punto medio de la misma. Comentar adicionalmente que en este ejemplo, al ser la estructura muy rígida y pesada, los valores indicados corresponderían a un caminar normal.

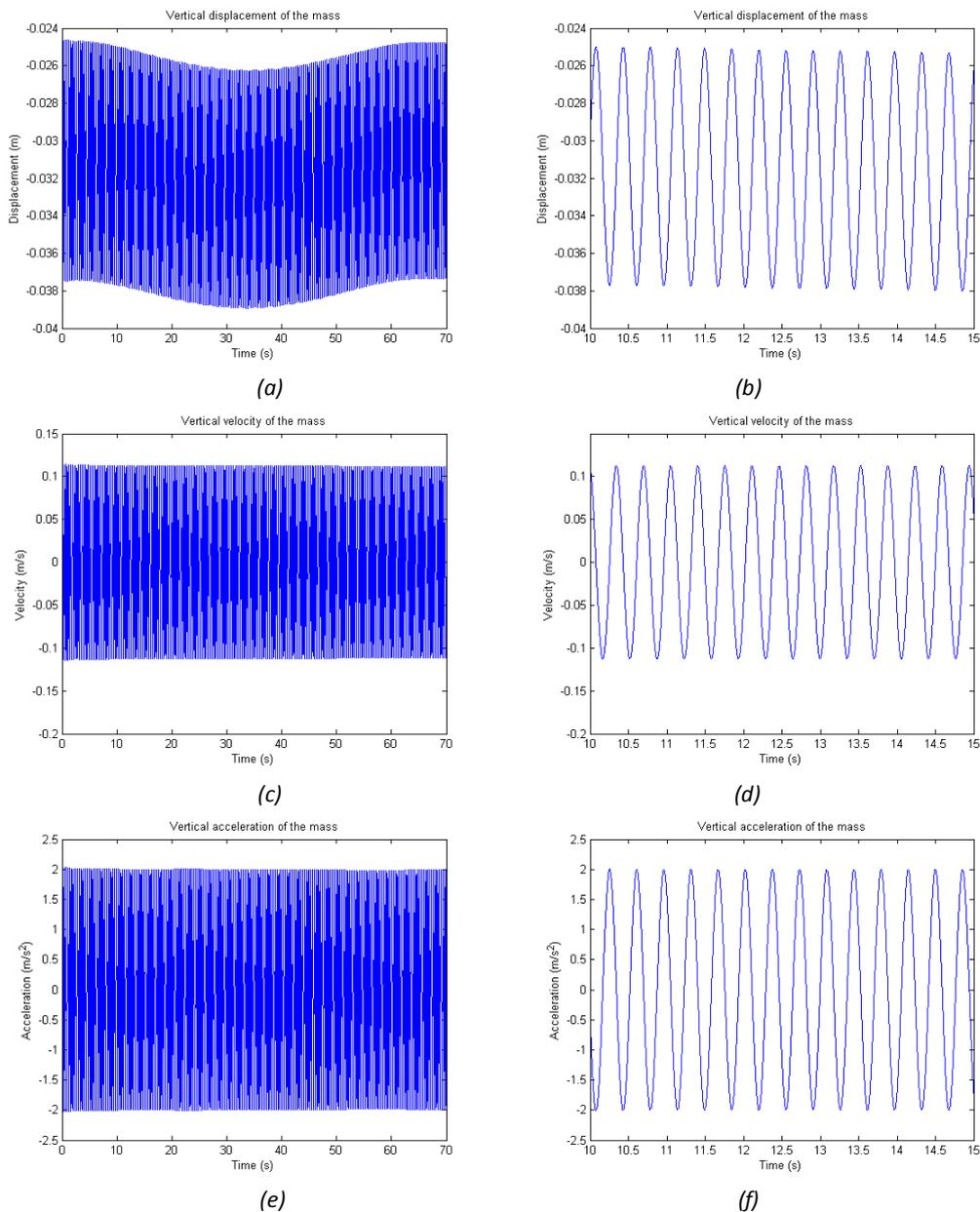


Figura 9. Respuesta de la masa: Desplazamiento vertical (a),(b); velocidad (c),(d); y aceleración (e),(f).

4. Ejemplo 2: pasarela ligera

Se simulará en este ejemplo un problema similar al precedente, solo que reduciendo notablemente la masa de la viga sin modificar su longitud ni su comportamiento modal. Para ello, es necesario y suficiente cumplir con la expresión (10), siendo C un valor constante. Para observar claramente el efecto de este cambio, se opta por reducir la masa de la viga en un factor 1000, con lo que la masa del peatón pasa a ser un 42.45% de la masa de la viga y por tanto nada despreciable frente a ésta.

$$\frac{EI}{\rho S} = C \quad (10)$$

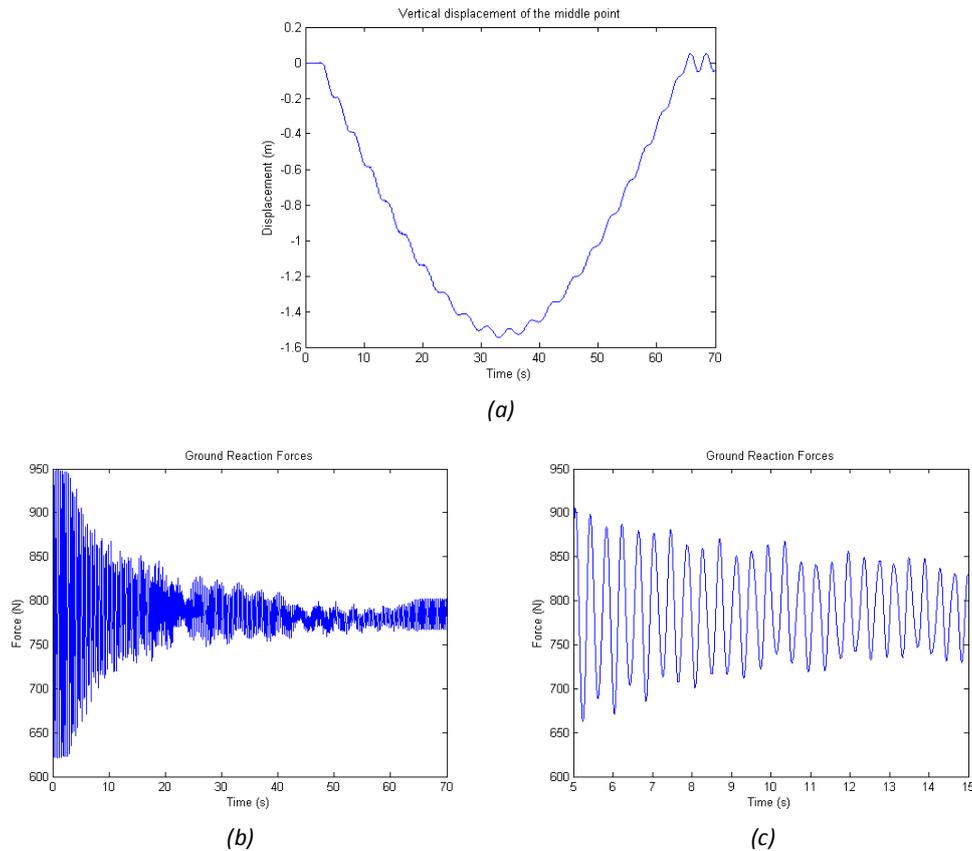


Figura 10. Resultados de la simulación aplicando el modelo MCK a la viga ligera. Arriba, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. Abajo, fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Es preciso notar que ni el modelo del peatón ni los valores de amortiguamiento peatonal y estructural han sido modificados. En esta situación, las respuestas que se obtienen se muestran en la figura (10). En referencia a estas curvas se pueden realizar varias apreciaciones. En primer lugar, y como cabría esperar, se aprecia cómo la respuesta del punto medio de la viga, figura (10a), se ha multiplicado de forma global por 1000 en relación a la respuesta de la viga más pesada. En segundo lugar, debido a la gran deflexión que sufre la viga en esta situación, la interacción entre viga y modelo se manifiesta de forma más acusada afectando a la oscilación de la masa y con ella a la fuerza de contacto entre ambos, figura (10b), la cual adquiere una forma global bastante característica enormemente influenciada no solo por el amortiguamiento estructural sino además por el introducido por el propio peatón. Los valores extremos de esta fuerza al inicio, sin embargo, no se han visto modificados: ésta oscila entre los 625 y los 950 N aproximadamente.

La respuesta asociada a la aplicación del modelo del Sétra, figura (11), como cabría esperar, es muy similar a la obtenida para la viga más pesada (multiplicada por un factor 1000) pues la expresión de la fuerza aplicada es la misma al no verse modificados los parámetros del peatón, el cual conserva una masa de 80 Kg y una frecuencia de paso de 2 Hz.

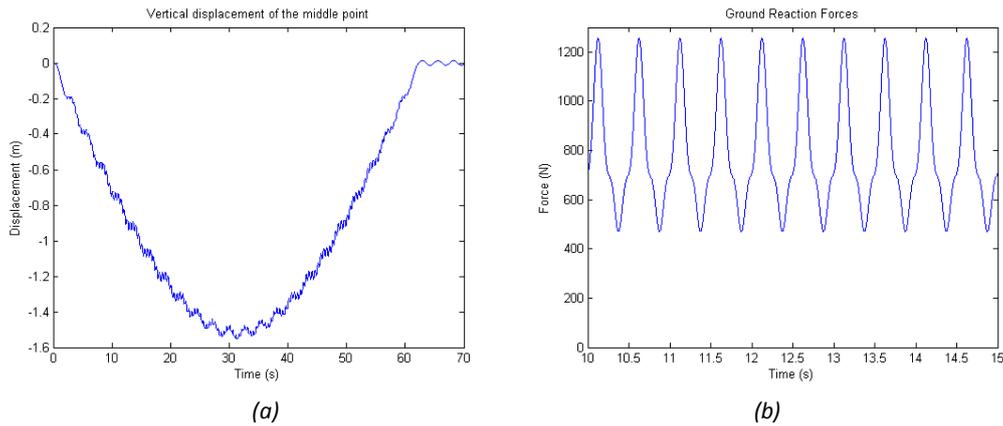


Figura 11. Resultados de la simulación aplicando el modelo Séttra a la viga ligera. A la izquierda, deflexión del punto medio de la viga a lo largo del tiempo. A la derecha, fuerza de contacto entre modelo y estructura.

Comparativamente ambas respuestas son similares, si bien se observan mayores diferencias que en el ejemplo anterior, como se muestra en la figura (12).

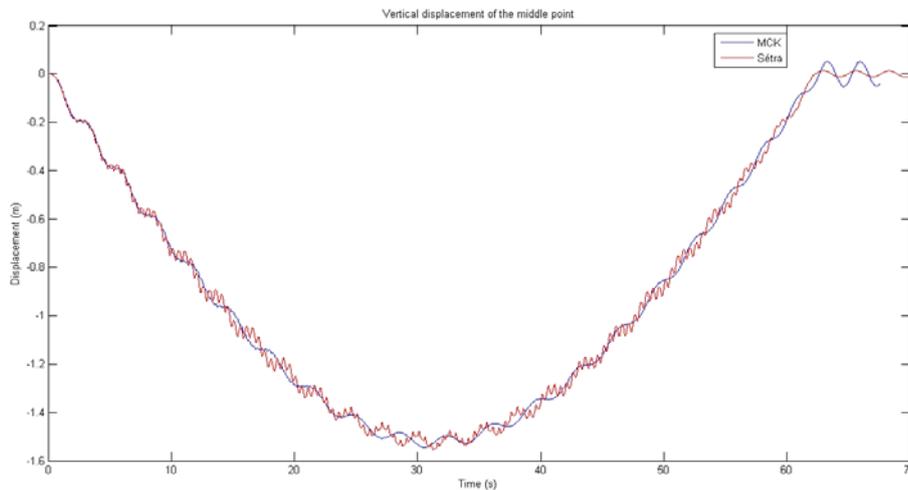


Figura 12. Comparación de la respuesta del punto medio de la viga proporcionada por la aplicación de los modelos MCK y Séttra.

Además de la apreciable diferencia entre la amplitud de las oscilaciones de ambas respuestas, inferior para la respuesta asociada al modelo másico, se puede observar una notable diferencia en cuanto a la frecuencia de oscilación propia de la viga, la cual se ha visto reducida por la presencia de la masa del peatón. Es más, se observa claramente cómo las primeras oscilaciones ocurren a una frecuencia muy parecida (próxima a la primera frecuencia propia de la viga) y cómo progresivamente se van distanciando las crestas, reduciéndose la frecuencia a medida que la masa se encuentra en torno al punto medio de la viga.

Este hecho queda patente en la figura (13), evolución temporal de la primera frecuencia propia de oscilación de la viga con el modelo, la cual ha sido obtenida resolviendo el problema de valores propios conducente a obtener las frecuencias y modos propios del ensamblaje en cada paso de tiempo de integración de las ecuaciones. Aunque hay tres curvas superpuestas, las dos correspondientes a la viga más pesada y a la simulación del modelo Séttra (sin masa) se superponen, pues la variación es prácticamente nula para el primer caso y exactamente nula para el segundo.

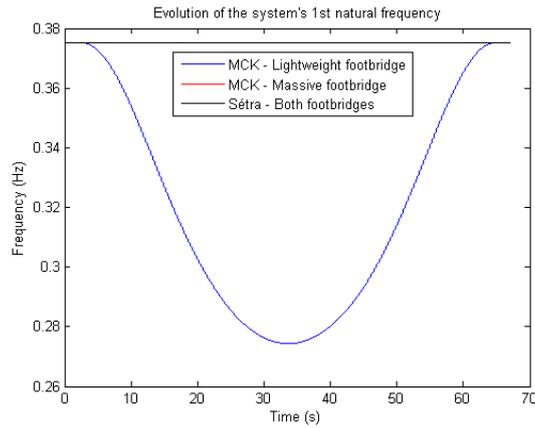


Figura 13. Evolución temporal de la primera frecuencia propia del sistema viga + masa.

En cambio, cuando la masa del peatón no es despreciable frente a la masa de la viga, la primera frecuencia propia de oscilación del problema evoluciona notablemente en el tiempo, alcanzando su valor mínimo hacia la mitad de la simulación (cuando el modelo alcanza las inmediaciones del punto medio de la viga). Este fenómeno, de gran relevancia para las simulaciones en las que intervienen estructuras muy ligeras o una multitud de peatones (suma total de las masas del mismo orden de magnitud que la masa de la viga), no se puede reproducir por la aplicación de un modelo de fuerza puntual como es el propuesto por la gran mayoría de guías de diseño estructural, como es la del Sétra.

Análogamente al ejemplo anterior, se presentan en la figura (14) las aceleraciones del punto medio correspondientes a ambos casos (MCK y SETRA). El RMS de cada una es, respectivamente, 0.46 m/s^2 y 2.46 m/s^2 .

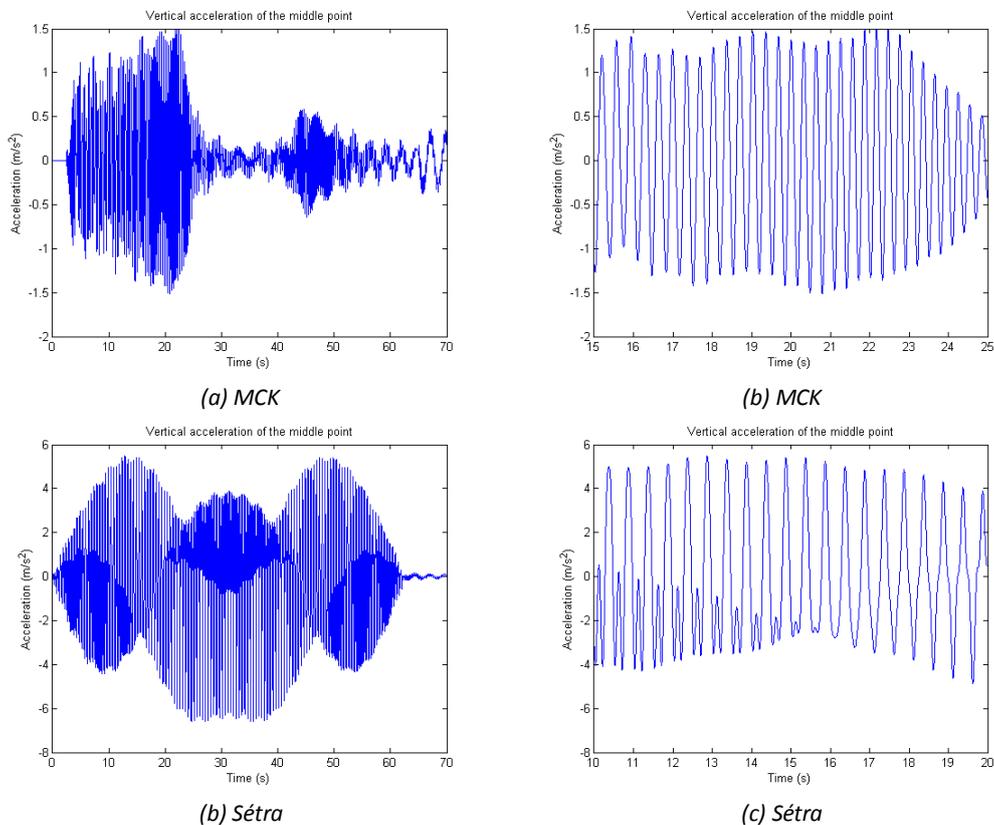


Figura 14. Aceleración del punto medio de la viga ligera: (a) y (b), modelo MCK; (c) y (d), modelo Sétra.

La figura (15) presenta el desplazamiento, velocidad y aceleración a lo largo del tiempo del grado de libertad correspondiente a la masa móvil. En este caso, el RMS de la aceleración es 0.47 m/s^2 . Este valor es muy inferior al del ejemplo 1 (caminar normal) lo cual no es lo esperado, ya que en principio, al ser la viga más flexible, la cinemática de la masa puntual debería ser más acusada. Este comportamiento podría responder al hecho de que las amplitudes de aceleración y desplazamiento en movimientos armónicos están relacionadas por medio de un factor ω^2 . Aunque este sistema no responde exactamente como tal debido al acoplamiento entre modelo y estructura, sí que posee de alguna forma el carácter de aquél. Por ello, al haberse comprobado el descenso de la frecuencia de oscilación fundamental en figura (13), es razonable que las amplitudes de velocidad y aceleración sean proporcionalmente inferiores. También podría deberse a la sencillez del modelo, incapaz de tener en cuenta la compleja interacción peatón/estructura.

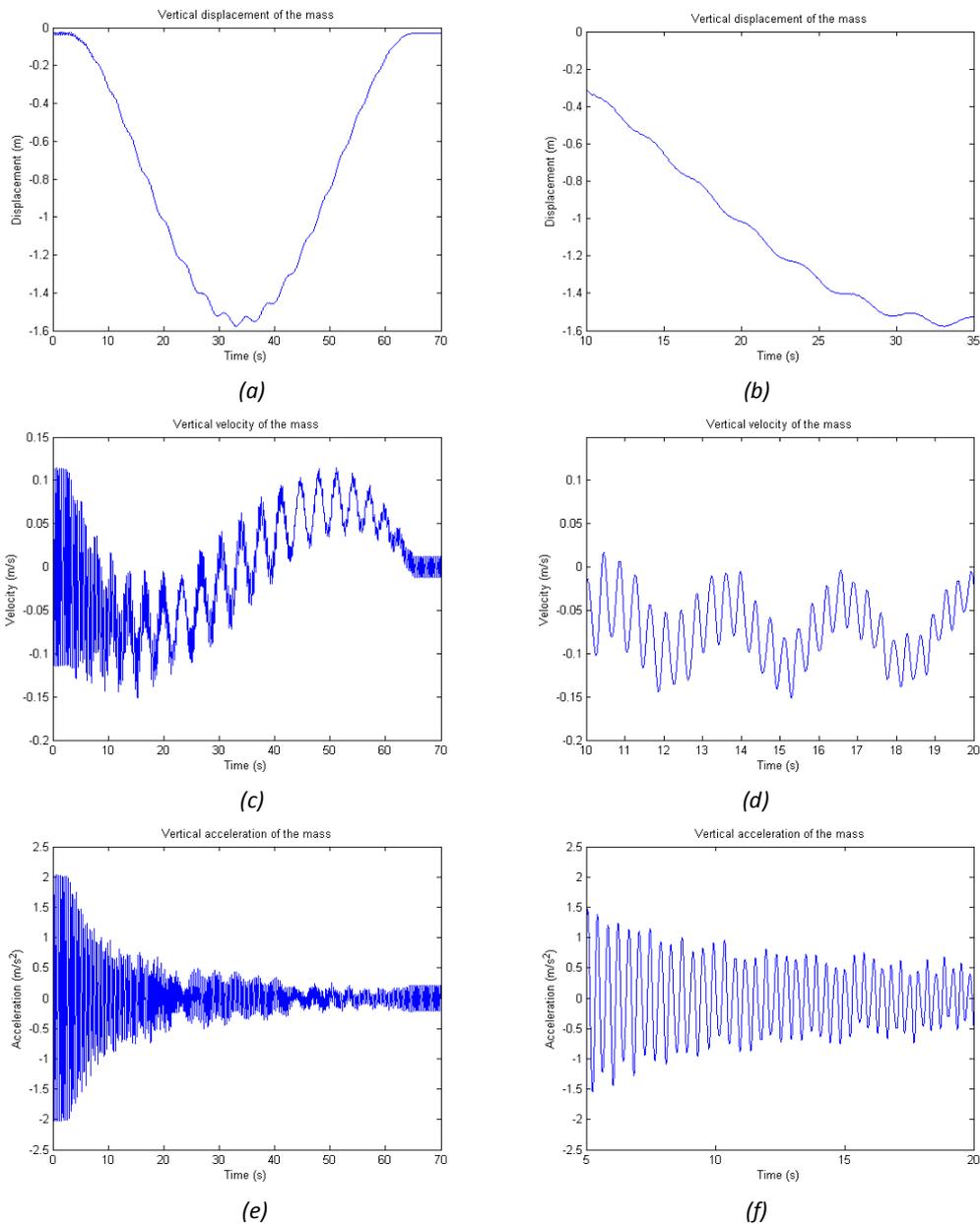


Figura 15. Respuesta de la masa: Desplazamiento vertical (a),(b); velocidad (c),(d); y aceleración (e),(f).

5. Conclusiones

El modelo formulado permite considerar el efecto de la masa que los peatones aportan a la estructura sobre la que transitan, influyendo en el comportamiento dinámico del conjunto.

Cuando la masa del peatón es despreciable frente a la de la estructura, el resultado es similar al obtenido mediante formulaciones más simples basadas en fuerzas móviles, cuya resolución puede abordarse mediante métodos lineales de superposición modal. Sin embargo, cuando se considera la masa móvil, el sistema ensamblado es no lineal y debe ser resuelto mediante técnicas de integración directa.

La presencia de la masa puntal móvil no solo permite cuantificar su influencia en la respuesta de la estructura (aspecto que un modelo de fuerza móvil no puede predecir) sino que permite conocer el comportamiento cinemático de dicha masa y con él las aceleraciones a las que el peatón está sometido, relacionables con la confortabilidad de la marcha.

Con el modelo simple formulado se obtienen resultados que deben ser validados frente a modelos más sofisticados o frente a resultados experimentales.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado a cargo del proyecto de investigación fundamental BIA2011-28493, Ministerio de Economía y Competitividad, Gobierno de España.

REFERENCIAS

- [1] J. Sebastián, I.M. Díaz, C.M.Casado, A.V:Poncela, A.Lorenzana. Evaluation of acceleration estimates due to pedestrian loading on an in-service footbridge. *Informes de la Construcción*, 65, 335-348, 2013
- [2] A. E. Aktan, D. N. Farhey, A. J. Helmicki, D. L. Brown, V. J. Hunt, K. L. Lee, A. Levi. Structural identification for condition assessment: experimental arts. *Journal of Structural Engineering*, 123(12),1674–1684, 1997.
- [3] H. Geyer, A. Seyfarth, and R. Blickhan, “Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running,” *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, vol. 273(1603), pp. 2861–2867, 2006.
- [4] S. Kim and S. Park, “Leg stiffness increases with speed to modulate gait frequency and propulsion energy,” *Journal of Biomechanics*, vol. 44, pp. 1253–1258, 2011.
- [5] J. Qin, S. Law, Q. Yang, and N. Yang, “Pedestrian-bridge dynamic interaction, including human participation,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, pp. 1107–1124, 2013.
- [6] M. Pandy, “Simple and complex models for studying muscle function in walking,” *Phil. Trans. R. Soc. B*, vol. 358, pp. 1501–1509, 2003.
- [7] B. Whittington and D. Thelen, “A simple mass-spring model with roller feet can induce the ground reactions observed in human walking,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 131(011013), pp. 1–8, 2009.
- [8] S.G.M. Neves et al. “A direct method for analyzing the vertical vehicle-structure interaction”. *Engineering Structure*, vol. 34, pp. 414 – 420, 2012.