

Reliability-Based Optimization of Steel Structures using Genetic Algorithms and Nonlinear Finite Elements

Celorrío Barragué, Luis¹

ABSTRACT

Uncertainties are inherent in material properties, geometry parameters and loading in structural design problems. In a realistic design, it is necessary to consider these types of uncertainties to ensure safety and quality. Design constraints are formulated in probabilistic terms such as probability of failure or reliability index. The process of design optimization enhanced by the addition of reliability constraints is referred as Reliability-Based Design Optimization (RBDO). Most of RBDO methods use classical mathematical optimization algorithms and require the gradients of objective function and constraints. This task sometimes can be cumbersome and hard because reliability constraints are implicit functions of design variables. However, the increased power of computers has made possible to apply heuristic methods, especially Genetic Algorithms in RBDO problems. In this paper Genetic Algorithm is combined with OpenSees, a nonlinear Finite Element Reliability Analysis software, to solve RBDO problems. Two numerical examples show the performance of the implementation.

Keywords: Reliability Based Design Optimization, Nonlinear Finite Elements, Genetic Algorithms, Discrete Design Variables, Uncertainty.

1. INTRODUCCIÓN

El área de la optimización estructural ha progresado sustancialmente en los últimos 20 años. Recientemente, los programas de análisis y diseño basados en elementos finitos han añadido opciones de análisis de sensibilidad y de optimización. La mayoría de estos desarrollos tratan únicamente con parámetros deterministas. Sin embargo, las variables de diseño y los parámetros estructurales tales como propiedades del material, dimensiones geométricas, y sobre todo, las cargas, están afectados de incertidumbres. Debido a ello, es necesario considerar estos tipos de incertidumbres en el diseño de cualquier sistema de ingeniería para asegurar la seguridad y la calidad. Tradicionalmente, estas incertidumbres se han considerado de forma implícita en los códigos de diseño estructural mediante los llamados coeficientes parciales de seguridad. Sin embargo, el empleo de estos coeficientes de seguridad no proporciona una medida cuantitativa del margen de seguridad en el diseño, ni de la importancia que tiene la incertidumbre de cada variable sobre la prestación del sistema. Es crucial, por tanto, considerar las incertidumbres de forma explícita en el diseño estructural.

La consideración de las incertidumbres de las variables en problemas de optimización estructural ha suscitado el interés de muchos investigadores y se han desarrollado diferentes métodos de diseño. En

¹ *Departamento de Ingeniería Mecánica. Universidad de La Rioja (ESPAÑA). luis.celorrío@unirioja.es
(Corresponding author)*

el área de la optimización estructural se conoce con el nombre de Diseño Óptimo Basado en Fiabilidad (en inglés, Reliability Based Design Optimization, RBDO) al estudio de métodos de optimización estructural aplicables a problemas en los que las variables que intervienen son inciertas y las restricciones o prestaciones de la estructura se escriben en términos de fiabilidad o, alternativamente, en términos de probabilidad de fallo. Los métodos RBDO clásicos utilizan algoritmos de optimización matemática y requieren el cálculo de gradientes tanto de la función objetivo como de las restricciones. Esta tarea puede ser muy difícil y costosa en cuanto a tiempo de cálculo puesto que generalmente las restricciones son no lineales y son funciones implícitas de las variables de diseño. Por otro lado, el espectacular aumento de la potencia de los ordenadores y las instalaciones de computación paralela han hecho posible el desarrollo de métodos de optimización basados en heurísticas. La principal ventaja de los métodos heurísticos es que no requieren el cálculo de gradientes. También hay que mencionar que estos métodos precisan todavía un gran esfuerzo computacional.

En este artículo se ha combinado un algoritmo de optimización basado en Algoritmos Genéticos con métodos Fiabilidad Estructural para valorar las restricciones probabilistas. Las restricciones de fiabilidad se formulan en términos de índices de fiabilidad y se evalúan utilizando las posibilidades de análisis de fiabilidad mediante elementos finitos que ofrece el software OpenSees.

En ingeniería estructural, los fallos se producen cuando se ha superado algún estado límite. Los estados límite se expresan generalmente en términos de tensiones y desplazamientos. Las violaciones de estado límite ocurren generalmente cuando las estructuras soportan acciones naturales extremas como las producidas por fuertes vientos, movimientos sísmicos, impacto de olas, etc. En estos casos el análisis estructural lineal podría ser impreciso y es preciso realizar un análisis no lineal que considere tanto la no linealidad del material como la no linealidad geométrica producida por grandes deformaciones. Un análisis de este tipo es el análisis pushover que se utiliza para determinar la capacidad de una estructura frente a sismos. En este artículo se ha usado un software de análisis por elementos finitos de libre distribución llamado OpenSees con excelentes prestaciones para el análisis de elementos finitos no lineales y cálculo de fiabilidad estructural. [1], [2].

Los métodos clásicos de RBDO consisten en un procedimiento de doble lazo anidado. En el lazo externo, se produce la optimización del diseño utilizando métodos de optimización matemática. Esta optimización precisa del cálculo de los gradientes de la función objetivo y de las restricciones de fiabilidad. Se utilizan métodos de optimización matemática como Programación Cuadrática Secuencial (SQP), Programación Lineal Secuencial (SLP) y otros métodos de optimización restringida no lineal. Las restricciones de fiabilidad y sus gradientes se evalúan en el lazo interno utilizando métodos específicos de fiabilidad estructural.

Además de los métodos clásicos de doble lazo, se han desarrollado otros métodos basados en gradientes para resolver problemas RBDO, como los métodos de lazo simple y los métodos desacoplados. En la literatura se pueden consultar varias revisiones sobre estos métodos. [3] [4]

La potencia de cálculo de los ordenadores existentes en la actualizada hace posible desarrollar métodos RBDO basados en heurísticas, como por ejemplo métodos de Computación Evolutiva. En este artículo se propone el uso de los Algoritmos Genéticos (AGs) para resolver problemas RBDO. Existe una amplia lista de aplicaciones de los AGs en optimización estructural determinista [5], [6]. Sin embargo, se han realizado menos trabajos que aborden la aplicación de los AGs en problemas de optimización estructural considerando incertidumbres. Dimou y Koumoussis [7] AGs con múltiples poblaciones para resolver problemas RBDO de estructuras articuladas planas. Múltiples poblaciones de individuos compiten entre ellas por los recursos de cálculo y un meta algoritmo genético asigna estos recursos a las subpoblaciones con mejor ajuste. Shauanfar et al. [8] desarrollaron un método RBDO basado en AG y lo aplicaron tanto a problemas analíticos como estructurales. Sin embargo, ellos consideran solo estructuras con comportamiento elástico lineal. Se han empleado también Algoritmos Genéticos Multiobjetivo (MOGA) para resolver problemas RBDO [9][10]. En estos problemas se definen como funciones objetivo el peso de la estructura y los índices de fiabilidad de las restricciones probabilísticas.

Cuando actúan acciones extremas sobre las estructuras se pueden producir fallos debido a la superación de algún estado límite. Estas situaciones son las que son objeto de análisis de la fiabilidad estructural y debido a la magnitud de las acciones es preciso considerar comportamiento no lineal de la estructura. En este artículo se propone un método RBDO basado en AG aplicado a estructuras no lineales. Se estudian dos ejemplos numéricos. En el primer caso, se realiza la optimización probabilista de una estructura articulada tridimensional utilizada como torre de telecomunicaciones. El programa desarrollado proporciona las secciones óptimas de las barras, considerando variables de diseño discretas. En el segundo ejemplo se realiza un diseño óptimo de un pórtico plano metálico de tres pisos y tres cuerpos. Se considera análisis pushover. La restricción de fiabilidad se formula en función del desplazamiento horizontal del techo de la estructura. Los perfiles de los miembros son perfiles normalizados discretos del tipo IPE. El programa determina los perfiles óptimos a emplear para las columnas y las vigas.

2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Un problema RBDO puede formularse como la minimización de una función objetivo sujeta a restricciones deterministas y probabilistas. Además también puede considerarse restricciones laterales o cotas superior e inferior para las variables de diseño. La función objetivo es el coste de la estructura y puede incluir el coste de construcción y los costes que se produzcan a lo largo de su ciclo de vida, tales como costes de mantenimiento, costes de reparación cuando ocurra el fallo y costes de demolición. Generalmente la probabilidad de fallo es muy pequeña y el coste de reparación puede ser despreciable respecto al coste de primera construcción. Las restricciones describen las condiciones y normas impuestas en los códigos de diseño y se escriben como funciones de estado límite o funciones de prestación.

La formulación matemática más utilizada en la literatura para un problema RBDO es:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_X} f(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_X, \boldsymbol{\mu}_P) \\ & s. a. P_{fi} = P[g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0] \leq P_{fi}^t, \quad i = 1, \dots, n \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U, \quad \boldsymbol{\mu}_X^L \leq \boldsymbol{\mu}_X \leq \boldsymbol{\mu}_X^U \end{aligned} \quad (1)$$

donde $\mathbf{d} \in R^k$ es el vector de variables de diseño deterministas. \mathbf{d}^L y \mathbf{d}^U son las cotas inferior y superior respectivamente del vector \mathbf{d} . $\mathbf{X} \in R^m$ es el vector de variables de diseño aleatorias, es decir, es un vector de variables aleatorias cuyos valores medios, $\mu_{\mathbf{x}}$ son variables de diseño. $\mu_{\mathbf{x}}^L$ y $\mu_{\mathbf{x}}^U$ son las cotas superior e inferior del vector $\mu_{\mathbf{x}}$, respectivamente. $\mathbf{P} \in R^q$ es el vector de parámetros aleatorios. $\mu_{\mathbf{p}}$ es el vector de valores medios del vector aleatorio \mathbf{P} . $f(\cdot)$ es la función objetivo, n es el número de restricciones de fiabilidad, k es el número de variables de diseño deterministas, m es el número de variables de diseño aleatorias y q es el número de parámetros aleatorios. $g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P})$ es la i -ésima función de estado límite. P_{fi} es la probabilidad de fallo para la i -ésima restricción probabilista y P_{fi}^t es la probabilidad de fallo objetivo o admisible para la i -ésima restricción probabilística.

Las restricciones fiabilistas se expresan en función de los desplazamientos nodales o en términos de los esfuerzos internos de una o varias secciones de los miembros de la estructura. Si estos desplazamientos o esfuerzos internos exceden un valor umbral se produce el fallo. Las funciones de estado límite se definen de forma tal que el dominio de fallo corresponde con $g_i(\cdot) \leq 0$. Entonces, la probabilidad de fallo para la función de estado límite i -ésimo P_{fi} podría calcularse usando la integral multidimensional:

$$P_{fi} = \int_{g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

donde $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ es la función de densidad de probabilidad conjunta del vector de variables aleatorias \mathbf{X} . No existe, en general, una solución analítica de esta integral múltiple y las soluciones numéricas se han obtenido solo para dimensiones 4 o 5. Para resolver esta integral se dispone de métodos numéricos aproximados y métodos de simulación. Los métodos de simulación de tipo Simulación de MonteCarlo (MCS) pura o con Muestreo por Importancia necesitan un tiempo de cálculo prácticamente prohibitivo y generalmente no se usan. Entre los métodos aproximados, el Método de Fiabilidad de Primer Orden (FORM) proporciona una buena aproximación de la fiabilidad. En este trabajo se ha usado FORM para calcular P_{fi} para cada restricción de fiabilidad. Es más común expresar la fiabilidad de una función de estado límite como un índice de fiabilidad, que está relacionado con la probabilidad de fallo obtenida mediante el FORM mediante la siguiente expresión:

$$P_{fi} \approx \Phi(-\beta_i) \quad (3)$$

donde Φ es la Función de Distribución Acumulada normal estándar (CDF). Por tanto, el problema RBDO se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{d}, \mu_{\mathbf{x}}} f(\mathbf{d}, \mu_{\mathbf{x}}, \mu_{\mathbf{p}}) \\ & \text{s. a. } \beta_i \geq \beta_i^t, \quad i = 1, \dots, n \\ & \mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U, \quad \mu_{\mathbf{x}}^L \leq \mu_{\mathbf{x}} \leq \mu_{\mathbf{x}}^U \end{aligned} \quad (4)$$

donde β_i^t es el índice de fiabilidad admisible correspondiente a la restricción i -ésima.

El primer paso en el método FORM es transformar la función de estado límite desde el espacio de variables aleatorias original al espacio de variables aleatorias normales estándar no correlacionadas

usando una transformación probabilistas como, por ejemplo, la transformación de Nataf. A continuación, cada función de estado límite se aproxima mediante una función de primer orden usando el desarrollo en serie de Taylor alrededor de un punto determinado en el espacio normal estándar. En FORM se calcula iterativamente el índice de fiabilidad partiendo desde un punto inicial en el espacio normal estándar y alcanzando, en caso de que exista convergencia, un punto llamado punto de diseño o Punto Más Probable (MPP). El valor de la función de estado límite y sus gradientes con respecto a las variables aleatorias se calcula para cada iteración. En diseño estructural, las funciones de estado límite no dependen explícitamente, en general, de las variables de diseño. Son funciones implícitas y por ello cada iteración en FORM implica una llamada a un software de análisis estructural por elementos finitos para calcular la respuesta y los gradientes de la respuesta con respecto a las variables de diseño.

En este artículo se ha empleado el software OpenSees para obtener la respuesta del análisis estructural. OpenSees es software libre con código fuente abierto desarrollado en la Universidad de California en Berkeley. Dispone de potentes capacidades para el análisis de sensibilidad y de fiabilidad estructural. Por ejemplo, implementa el método FORM, el Método de Fiabilidad de Segundo Orden (SORM) y el método de Muestreo por Importancia basado en Simulación de MonteCarlo. Existe dos opciones respecto al cálculo de gradientes de las funciones de estado límite: el método de Diferencias Finitas hacia Adelante (FFD) y el Método de Diferenciación Directa (DDM). En esta investigación se ha empleado DDM puesto que es más eficiente que FFD.

3. ALGORITMOS GENÉTICOS

Los AGs son algoritmos bien conocidos que se llevan aplicando desde hace tiempo con gran éxito en problemas de optimización y clasificación. Como otros procedimientos de Computación Evolutiva, los AGs se inspiran en los principios de selección natural y simulan el comportamiento adaptativo de los seres vivos. Su funcionamiento es sencillo: los AGs parten de una población de soluciones potenciales inicial que evoluciona mediante la aplicación de unos operadores genéticos que actúan de forma muy similar a las leyes de selección natural [11]. Los operadores más importantes son:

Selección: Este operador se usa para seleccionar individuos de la población actual para la etapa de reproducción. Los individuos seleccionados se llaman padres y dan lugar a la siguiente generación. Hay varios tipos de operadores de selección. El AG selecciona generalmente los individuos que tienen mejores valores de una función llamado función de ajuste. La función de ajuste se toma igual a la función objetivo en los problemas de optimización no restringida. En el caso de problemas de optimización restringida la función de ajuste se obtiene sumando a la función objetivo una función de penalización. Los operadores de selección son estocásticos puesto que se basan en generadores de números aleatorios. Este hecho explica la capacidad que ofrecen los AGs para explorar espacios de búsqueda complejos de variables de diseño. En los problemas RBDO formulados en este artículo se ha usado un operador de selección por torneo.

Elitismo: Los AGs pasan directamente las mejores soluciones de la población anterior a la nueva población mediante un mecanismo que se denomina elitismo. Se suele tomar un número reducido de mejores soluciones que pasan a la siguiente generación.

Cruce: Este operador toma pares de padres resultantes del proceso de selección y los combina o intercambia sus genes para generar los hijos. Hay varios tipos de operadores de cruce: máscara, por un único punto, por dos puntos, heurístico, etc.

Mutación: Este operador trabaja después del operador de cruce y hace pequeños cambios aleatorios en algunos padres resultantes del proceso de selección. Estos cambios se aplican en genes seleccionados estocásticamente. El operador de mutación proporciona diversidad genética y permite al AG buscar en dominios de búsqueda más complejos.

Los AGs presentan algunas ventajas con respecto a los métodos de optimización clásicos. Mientras que los métodos de optimización matemática desarrollan la búsqueda del óptimo considerando solo una solución en cada instante, los AGs trabajan con una población de individuos en cada generación. Cada individuo es una versión codificada de las variables de diseño de la estructura. La función objetivo y las restricciones se evalúan para todos los individuos. Además, los AGs son un método de optimización que no precisa el cálculo de gradientes. Esta característica hace posible tratar problemas con funciones objetivo y restricciones con dificultades matemáticas tales como funciones discontinuas o no derivables. Tanto la población inicial como los hijos en las siguientes generaciones se generan estocásticamente. Esto permite mantener varias trayectorias de búsqueda y explorar espacios de búsqueda complejos. De esta forma se evita sustancialmente la convergencia prematura a óptimos locales, aunque se hayan elegido malos puntos de inicio para el algoritmo. Todos estos aspectos aumentan la posibilidad de encontrar la solución óptima global, incluso en problemas con espacios de búsqueda difíciles con múltiples mínimos locales.

La principal desventaja de estos métodos es que requieren un coste computacional muy alto. Los métodos clásicos basados en gradiente para la resolución de problemas RBDO requieren un número elevado de evaluaciones de función objetivo y de restricciones probabilísticas. En el caso de aplicaciones estructurales, cada valoración de restricción de fiabilidad requiere varias ejecuciones del análisis estructural. Y esta estructura se modela generalmente mediante elementos finitos no lineales, de solución más costosos que el análisis elástico lineal. La sustitución de los métodos de optimización matemática por AGs aumenta incluso más el tiempo de cálculo puesto que consisten en calcular varias soluciones de diseño a la vez. Sin embargo, los recursos de computación paralela y las técnicas de computación de altas prestaciones permiten tratar problemas RBDO complejos considerando como método de optimización los AGs. En este trabajo se ha empleado la implementación del Algoritmo Genético Simple que existe en el Global Optimization Toolbox de MATLAB para la optimización del diseño que se lleva a cabo en el lazo externo en la solución del problema RBDO mediante el método de doble lazo.

4. EJEMPLO: ESTRUCTURA ARTICULADA PARA TORRE DE TRANSMISIÓN

Este ejemplo aborda el diseño de la estructura de nudos articulados espacial mostrada en la *Figura 1*. Esta estructura es un ejemplo clásico de torre de transmisión y de aplicación de diferentes métodos de optimización. La estructura consta de 25 barras y 10 nudos. Está sometida a las cargas nodales representadas en la *Figura 1*. Está construida de acero cuya relación tensión – deformación se representa mediante un modelo bilineal, mostrado en la *Figura 2*. El módulo elástico, E y la tensión

límite, f_y , se consideran variables aleatorias. El ratio de endurecimiento por deformación b es determinista. Los elementos barras se modelan como elementos finitos no lineales usando el comando `corotTruss` de OpenSees. Por tanto, se emplea la formulación corrotacional para modelar la no linealidad geométrica. Las 25 barras se agrupan en 8 grupos. Las barras del mismo grupo tienen el mismo área en su sección transversal. Existen, por tanto 8 variables de diseño aleatorias. Además, las cargas nodales se modelan como variables aleatorias lognormales. La *Tabla 1* contiene toda la información sobre las variables aleatorias del problema de optimización probabilística.

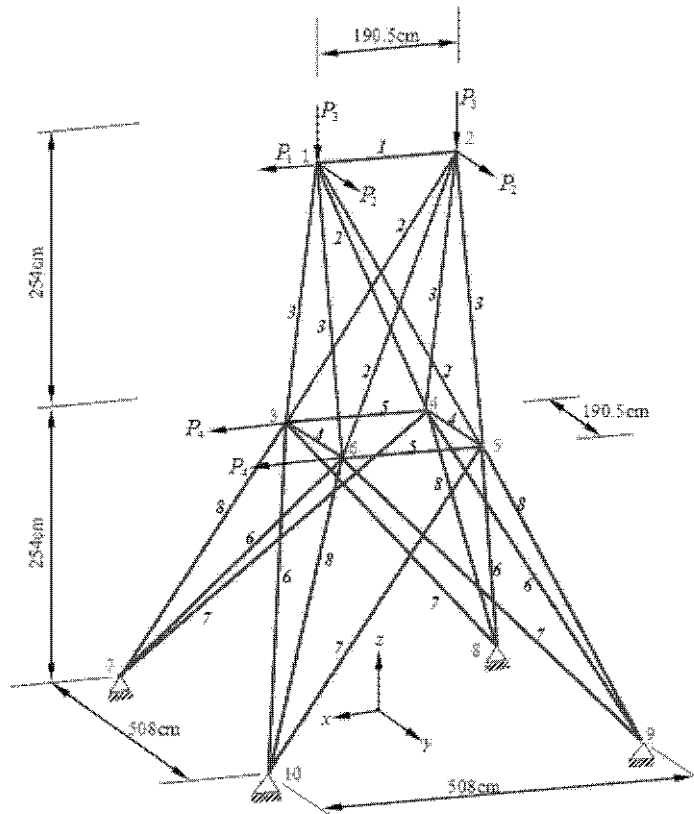


Figura 1. Estructura Articulada espacial para torre de Transmisión.

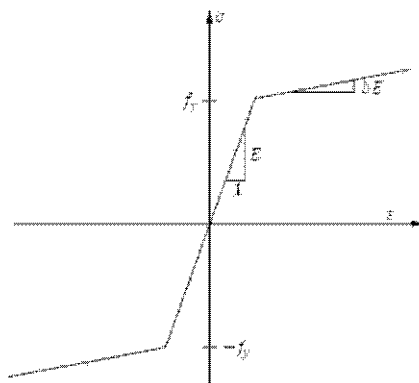


Figura 2. Modelo de comportamiento no lineal para el acero.

Tabla 1. Variables aleatorias en el ejemplo de estructura de Torre de Trasmisión

Variable Aleatoria	Descripción	Dist.	Media	CoV
A_1, \dots, A_8	Áreas de las Barras	N	V. de Diseño	0.1
E	Módulo Elástico	LN	210E+6 kPa	0.05
f_y	Tensión Límite	LN	250E+3 kPa	0.05
b	Coefficiente de Endurecimiento		Determinista	0.00
P_1	Carga Horizontal	LN	60 kN	0.1
P_2	Carga Horizontal	LN	100 kN	0.1
P_3	Carga Vertical	LN	200 kN	0.1
P_4	Carga Horizontal	LN	60 kN	0.1

El problema RBDO para la torre de transmisión se formula como:

$$\min_{\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8}} V(\mu_A, \mu_P) = \sum_{i=1}^8 \mu_{A_i} \sum_{j=1}^{nb_i} l_i \quad (5)$$

s. a. $\beta_{ij} \geq \beta_{ij}^t = 3.7 \quad i = 1, 2 \quad j = x, y$

$P[g_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{P}) \leq 0] < \Phi(-\beta_i^t) \quad i = 1, 2 \quad j = x, y$

Donde nb_i es el número de barras del grupo i -ésimo. Las restricciones de fiabilidad se escriben en función de los desplazamientos según los ejes x e y de los nudos 1 y 2. Estas restricciones son:

$$g_i(\mathbf{A}, \mathbf{P}) = 1 - \frac{u_{ij}(\mathbf{A}, \mathbf{P})}{u_{max}} \quad i = 1, 2 \quad j = x, y \quad (6)$$

en las que el máximo desplazamiento permitido es $u_{max} = 2\text{cm}$. Las variables de diseño son variables de diseño discretas. Estas variables toman valores de un conjunto de 20 valores discretos:

$$[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30] \text{ cm}^2$$

El tamaño de la población es 40 con una dimensión del vector de variables de diseño igual a 8. La población inicial se ha creado por selección uniforme, es decir, todos los individuos se han seleccionado aleatoriamente a partir de un rango inicial. El AG no trabaja directamente con los valores medios de las áreas de las barras, sino que trabaja con una versión codificada formada por los números enteros en el rango $[1, \dots, 20]$. El número máximo de generaciones usadas es 300.

En cuanto al operador de elitismo, se toman los 2 individuos con mejor ajuste de la población actual y pasan directamente a la siguiente generación. El resto de individuos para la siguiente generación se forma aplicando los operadores de cruce y de mutación sobre el conjunto seleccionado como padres en la población actual. Se ha empleado un operador de cruce por un solo punto, cuya fracción de cruce es 0.8. Por tanto, el porcentaje de individuos de la siguiente generación que se crean mediante

cruce son el 80% del total de la población después de descontar los creados por elitismo. Los demás se crean mediante mutación utilizando el operador de mutación Gaussiano.

El problema de optimización probabilista se ha resuelto para varios tipos de análisis estructural y para comportamientos de material diferentes. Esto muestra la flexibilidad del método propuesto.

Inicialmente, se ha resuelto el caso no lineal para el cual se tienen en cuenta las no linealidades geométrica y del material. La convergencia se alcanza en 76 generaciones. Se considera como resultado óptimo el conjunto de valores de las variables de diseño con mejor ajuste en la última generación en caso de convergencia del algoritmo. El volumen óptimo es el correspondiente a este conjunto y es 51967 cm^3 , y los valores medios de las áreas de las barras son $\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8} = 1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16 \text{ cm}^2$

En el óptimo se verifican las cuatro restricciones probabilísticas y la función de penalización es igual a la función de ajuste. Los valores de los índices de fiabilidad para el diseño óptimo son:

$$\beta_{1x} = 5.246, \quad \beta_{1y} = 3.713, \quad \beta_{2x} = 5.156, \quad \beta_{2y} = 4.166.$$

Estos resultados se muestran como el caso 1 de la *Tabla 2*.

Vale la pena notar que la restricción más crítica es la segunda. Esta limita el desplazamiento del nudo 1 a lo largo del eje y. Además, su valor, 3.713 es ligeramente superior al valor del índice de fiabilidad admisible 3.7. La razón de esta diferencia es que el problema de optimización trata con variables de diseño discretas.

El caso 2 considera no linealidad geométrica y material elástico lineal. En el caso 3 el comportamiento del material es no lineal y existe no linealidad geométrica. Y, finalmente, el caso 4 corresponde con análisis elástico lineal. Los resultados para estos casos se escriben también en la *Tabla 2*.

Tabla 2. Resultados para el ejemplo de torre de transmisión.

Caso	$\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_8} \text{ (cm}^2\text{)}$	Volumen (cm^3)	$\beta_{1x}, \beta_{1y}, \beta_{2x}, \beta_{2y}$
1	1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16	51967	5.246 ; 3.713 ; 5.156 ; 4.166
2	8, 14, 3, 2, 2, 2, 1, 14	49129	14.075; 3.812; 14.294; 4.984
3	1, 14, 3, 1, 2, 2, 2, 16	51967	5.246 ; 3.713 ; 5.156 ; 4.165
4	4, 14, 2, 2, 3, 4, 1, 16	54136	8.564 ; 3.752 ; 8.381 ; 4.570

5. EJEMPLO: ESTRUCTURA DE PÓRTICO PLANO DE ACERO.

En este ejemplo se aplica el método RBDO basado en AG para determinar las secciones transversales óptimas que minimizan el peso de una estructura de pórtico plano construida en acero. Se ha considerado una restricción probabilista en desplazamientos. Esta se expresa como: la probabilidad de que el desplazamiento lateral del tejado exceda un umbral (2 cm) tiene que ser menor que una determinada probabilidad de fallo admisible.

El análisis "pushover" estático es un método de análisis estructural bien conocido en el campo de la ingeniería sísmica. Consiste en sustituir el movimiento sísmico del terreno que afecta a la base de la estructura por cargas laterales equivalentes aplicadas en las diferentes plantas o pisos de la estructura. Estas cargas aumentan con la altura a la que está situado cada piso. El análisis "pushover" es el método más común para determinar la capacidad que tienen las estructuras de edificación para soportar terremotos. Se usa para valorar la demanda de desplazamiento lateral sobre las estructuras.

Aquí también se ha empleado la formulación corrotacional para considerar la no linealidad geométrica caracterizada por grandes desplazamientos con pequeñas deformaciones en los elementos. Además, también se ha modelado el comportamiento del material como no lineal. La *Figura 3* muestra la estructura de nudos rígidos en acero del ejemplo. Se trata de una estructura porticada de 3 cuerpos y 3 plantas. Su fiabilidad estructural fue analizada en Haukkas y Scott [2]. Los miembros de la estructura se agrupan como es típico en la práctica de construcción de edificios. Todos los miembros del mismo grupo se diseñan con perfiles de la misma sección transversal. Los grupos contienen los siguientes miembros:

Columnas Laterales (LC) : (1), (2), (3), (10), (11), (12)

Columnas Centrales (CC): (4), (5), (6), (7), (8), (9).

Vigas (B): (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21).

Cada miembro se discretiza en 4 elementos basados en desplazamientos del tipo `dispBeamColumnNL` en OpenSees. Para tener en cuenta la no linealidad geométrica se precisa esta discretización que toma varios elementos basados en desplazamientos por miembro. Los miembros de los grupos se diseñan con secciones de tipo doble T seleccionadas del conjunto de perfiles normalizados de acero de la serie IPE.

Como hay tres grupos de miembros, se precisan tres variables de diseño discretas. Cada variable de diseño toma un valor entero que representa un código de identificación (ID) en el rango [1,...,18]. La *Tabla 3* representa la relación entre el espacio de representación (genotipo) y el espacio de búsqueda (fenotipo). Las secciones transversales se caracterizan mediante 4 variables geométricas: d , b_f , t_f y t_w representadas en la *Figura 4*.

El modelo de comportamiento del material es el mismo que el usado anteriormente para la torre de transmisión y que se muestra en la *Figura 2*. El diagrama de tensiones – deformaciones está definido por tres variables aleatorias: módulo de elasticidad, E , tensión de límite elástico, f_y ; y $Hkin$, el coeficiente de endurecimiento cinemático.

Además de los parámetros del material, también se consideran inciertas las dimensiones de las secciones transversales de los miembros. Así, las dimensiones h , b_f , t_f , y t_w de la sección transversal de los miembros de cada grupo siguen distribuciones normales. Los valores medios de estas variables de diseño correspondientes a cada identificador se muestran en la *Tabla 3*. El coeficiente de variación de estas variables se toma como 2%.

El módulo de elasticidad, E , la tensión de límite elástico, f_y y el coeficiente de endurecimiento cinemático, $Hkin$ para cada grupo de miembros son variables aleatorias lognormales. Por tanto, 21 variables aleatorias caracterizan los parámetros inciertos de la estructura (3 grupos, con 7 variables aleatorias por grupo).

Las cargas gravitatorias y las cargas laterales son también lognormales. El valor medio de las cargas gravitatorias es 50 kN en los nudos externos que unen las columnas laterales y las vigas, y 100 kN en los nudos internos, entre las columnas centrales y las vigas. Las cargas laterales aumentan con la altura en el análisis “pushover”. Hay 3 cargas laterales que se distribuyen según variables aleatorias lognormales con valores medios de 133 kN, 267 kN and 400 kN. La *Tabla 4* contiene toda la información sobre todas las variables aleatorias del modelo estructural.

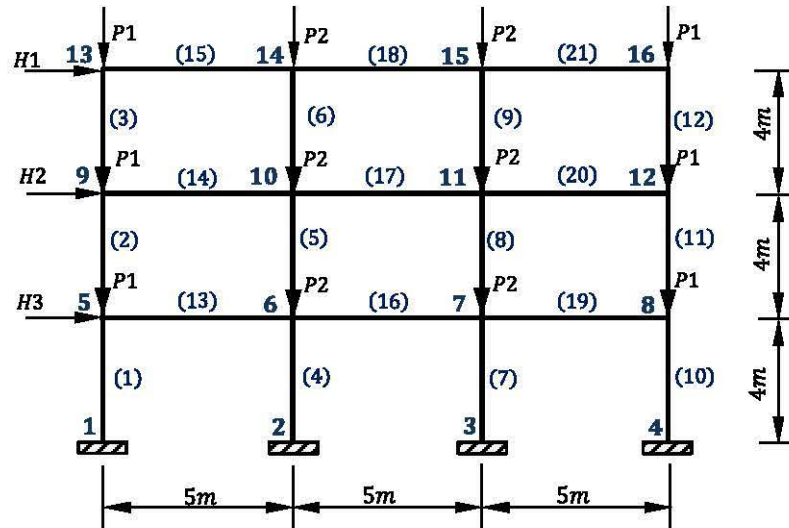


Figura 3. Pórtico plano de acero de tres cuerpos y tres pisos.

Tabla 3. Parámetros Geométricos de los perfiles IPE

ID	IPE	h (mm)	b_f (mm)	t_w (mm)	t_f (mm)
1	80	80	46	3,8	5,2
2	100	100	55	4,1	5,7
3	120	120	64	4,4	6,3
4	140	140	73	4,7	6,9
5	160	160	82	5,0	7,4
6	180	180	91	5,3	8,0
7	200	200	100	5,6	8,5
8	220	220	110	5,9	9,2
9	240	240	120	6,2	9,8
10	270	270	135	6,6	10,2
11	300	300	150	7,1	10,7
12	330	330	160	7,5	11,5
13	360	360	170	8,0	12,7
14	400	400	180	8,6	13,5
15	450	450	190	9,4	14,6
16	500	500	200	10,2	16,0
17	550	550	210	11,1	17,2
18	600	600	220	12,0	19,0

Tabla 4. Variables aleatorias para el pórtico plano de acero.

Variable Aleatoria	Distribución	Media	CoV	Variable de Diseño
h_{LC}	N	-	0.02	ID_LC
b_{fLC}	N	-	0.02	ID_LC
t_{fLC}	N	-	0.02	ID_LC
t_{wLC}	N	-	0.02	ID_LC
h_{CC}	N	-	0.02	ID_CC
b_{fCC}	N	-	0.02	ID_CC
t_{fCC}	N	-	0.02	ID_CC
t_{wCC}	N	-	0.02	ID_CC
h_B	N	-	0.02	ID_B
b_{fB}	N	-	0.02	ID_B
t_{fB}	N	-	0.02	ID_B
t_{wB}	N	-	0.02	ID_B
E_{LC}	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,LC}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_{LC}$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
E_{CC}	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,CC}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_{CC}$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
E_B	LN	200E+6 kPa	0.05	-
$f_{y,B}$	LN	300E+3 kPa	0.1	-
$Hkin_B$	LN	4.0816E+6 kPa	0.1	-
H_1	LN	400 kN	0.05	-
H_2	LN	267 kN	0.05	-
H_3	LN	133 kN	0.05	-
P_1	LN	50 kN	0.05	-
P_2	LN	100 kN	0.05	-

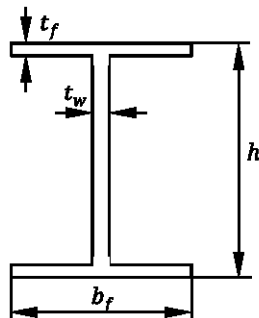


Figura 4. Parámetros geométricos de los perfiles de acero IPE.

El problema RBDO para la estructura porticada se formula matemáticamente como:

$$\begin{aligned}
 \min_{ID_{LC}, ID_{CC}, ID_B} W &= \rho_{st} \sum_{i=1}^3 \mu_{A_i} \sum_{j=1}^{nb_i} l_i \\
 \text{s. a. } \beta &\geq \beta^t = 3.7 \\
 P_f &= P[g(\mathbf{X}, \mathbf{P}) \leq 0] < \Phi(-\beta^t)
 \end{aligned} \tag{7}$$

donde W es el peso de la estructura, ρ_{st} es la densidad del acero, μ_{Ai} es el valor medio del área de la sección transversal de las barras del pórtico pertenecientes al grupo i . β^t es el valor del índice de fiabilidad admisible para la restricción de fiabilidad. ID_{LC} , ID_{CC} , y ID_B son los códigos de identificación o variables de diseño discretas que representan las secciones transversales IPE.

La restricción de fiabilidad limita la probabilidad de que el desplazamiento total del último piso exceda el 3% de la altura total. La función de estado límite es:

$$g = 3\% \cdot 12m - u_{13} \quad (8)$$

donde u_{13} es el desplazamiento horizontal en el nudo 13

El problema se ha resuelto mediante la implementación realizada del método RBDO basado en AG. El índice de fiabilidad de la restricción anterior se ha calculado mediante FORM usando OpenSees.

El tamaño de población se establece en 12 individuos. Hay solo 3 variables de diseño que toman valores discretos enteros en el rango $[1, \dots, 18]$. El número máximo de generaciones es 50. En cuanto al operador de elitismo se ha considerado que el mejor individuo de la población actual pasa directamente a la siguiente generación. El operador de cruce aplicado es el de cruce por un punto con una fracción de cruce de 0.8. El tipo de operador de mutación es gaussiano.

En primer lugar, se ha ejecutado el análisis "pushover" no lineal descrito anteriormente y al que se ha denominado caso 1. Se considera como resultado óptimo el individuo con menor valor de la función de ajuste de la última generación cuando exista convergencia del algoritmo. Este diseño óptimo probabilístico permite que la estructura pueda resistir la demanda de desplazamiento lateral con una fiabilidad específica. En el caso 2 se considera un análisis estructural con no linealidad geométrica y comportamiento elástico lineal del material. En el caso 3 se realiza un análisis con linealidad geométrica y no linealidad del material. Finalmente, en el caso 4 tanto la geometría como el material son lineales. Los resultados de los cuatro casos se registran en la *Tabla 5*.

Los resultados indican que los pesos en los casos 2 y 4, en los que el comportamiento del material es elástico lineal, son prácticamente iguales. Sin embargo, las secciones de los perfiles IPE correspondientes a los óptimos probabilísticos son muy diferentes. Cuando se considera la no linealidad geométrica, como en los casos 1 y 3, el peso de la estructura es mayor y los índices de fiabilidad en los respectivos óptimos están más próximos al índice de fiabilidad admisible u objetivo. El diseño más realista es el obtenido en el caso 1, ya que el modelo de análisis considera ambas no linealidades y es el que debe elegirse para la estructura.

Podría obtenerse un diseño más optimizado usando un mayor número de grupos en los que agrupar los miembros de la estructura. Por ejemplo, una decisión constructiva práctica común es considerar un grupo para las vigas que están en la misma planta. El caso extremo es considerar tantos grupos como miembros existan en la estructura. En dicho caso, el coste computacional también aumentaría considerablemente.

Tabla 5. Resultados obtenidos para el diseño óptimo basado en fiabilidad del pórtico plano de acero.

Caso	Columnas Laterales	Columnas Centrales	Vigas	Peso (kg)	β
1	IPE 300	IPE 550	IPE 400	3417	3.86
2	IPE 240	IPE 400	IPE 300	2232	4.44
3	IPE 300	IPE 500	IPE 450	3634	3.70
4	IPE 200	IPE 550	IPE 270	2242	4.07

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha analizado un método RBDO que combina AGs para la optimización externa con Análisis de Fiabilidad mediante Elementos Finitos no lineales. El método propuesto se ha aplicado a estructuras de ingeniería. Los parámetros geométricos, las propiedades del material y las cargas aplicadas sobre las estructuras son valores inciertos. Estas incertidumbres se tienen en cuenta de forma explícita en el diseño estructural probabilístico, que se aplica fundamentalmente en los casos en los que las estructuras están sometidas a acciones extremas causadas por acciones naturales aleatorias. En estas situaciones, se pueden dar grandes desplazamientos y el análisis de la estructura debe tener en cuenta las no linealidades geométrica y del material. El método implementado puede aplicarse a este tipo de estructuras. El diseño obtenido verifica los requisitos de seguridad estructural con mínimo coste. Además se han considerado diferentes tipos de análisis estructural con el fin de comparar el diseño obtenido.

Se han presentado dos ejemplos de estructuras metálicas en los que se ha aplicado el método propuesto. Los resultados se obtuvieron en un moderado espacio de tiempo. La ejecución más lenta precisó de 60 minutos aproximadamente de tiempo de cálculo en un ordenador de sobremesa. El método propuesto es aplicable en el diseño de estructuras de hormigón armado.

Es posible aplicar otros algoritmos evolutivos avanzados para resolver el lazo externo de optimización de diseño, tales como AGs Paralelos, AGs Coevolutivos, AGs Multiobjetivo,. De esta forma se podrían abordar problemas RBDO más complejos. Futuras investigaciones se dirigirán hacia estas líneas.

REFERENCIAS

- [1] OpenSees: Open System for Earthquake Engineering Simulation. <http://opensees.berkeley.edu>
- [2] Haukaas, T. and Scott, M.H. 2006. Shape Sensitivities in the Reliability Analysis of Nonlinear Frame Structures, *Computer and Structures*, v. 84, 15-16, p 964-977.
- [3] Celorrio-Barragué, L. 2010. Metodología eficiente de optimización de diseño basada en fiabilidad aplicada a estructuras. Doctoral Thesis. Logroño, Universidad de La Rioja. <http://dialnet.unirioja.es/descarga/tesis/21557.pdf>
- [4] Celorrio-Barragué, L. 2012. Development of a Reliability-Based Design Optimization Toolbox for the FERUM Software. In 6th International Conference Scalable Uncertainty Management, LNAI 7520, pp. 273–286, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

- [5] Pezeshk, S. and Camp, C.V. (2002). State of the Art on the use of Genetic Algorithms in Design of Steel Structures. In S. Burns, editor, *Recent Advances in Optimal Structural Design*. Reston, VA.
- [6] Foley, C.M. (2007). *Structural Optimization using Evolutionary Computation*. In *Optimization of Structural and Mechanical Systems*. World Scientific. Singapore. Chapter 3, 59-120.
- [7] Dimou, C.K. and Koumouisis, V.K. 2003. Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design. *J Adv. Eng. Software* 34, 11-12, pp. 773-785.
- [8] Shayanfar, M., Abbasnia, R., and Khodam, A. 2014. Development of a GA-based method for reliability-based optimization of structures with discrete and continuous design variables using OpenSees and Tcl. *Finite Elements in Analysis and Design*. 90, 61–73.
- [9] Mathakari, S. Gardoni, P. Agarwal, P Raich A. and Haukaas T,. 2007. Reliability-Based Optimal Design of Electrical Transmission Towers Using Multi-Objective Genetic Algorithm, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 22 (4), 282-292.
- [10] Deb, K.; Gupta, S.; Daum, D.; Branke, J.; Mall, A.K.; Padmanabhan, D. 2009. Reliability-Based Optimization Using Evolutionary Algorithms. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. vol.13, no.5, pp.1054-1074.
- [11] Golberg, David E. 1989. *Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional.