

## Estudio de despegues entre fibra y matriz en un composite con un grupo de fibras

L. Távora, V. Mantič, E. Graciani, F. París

Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales, Universidad de Sevilla, España

### RESUMEN

Se presenta un estudio numérico de la iniciación y crecimiento de despegues a lo largo de las interfases fibra-matriz en un composite con grupo de fibras bajo la acción de cargas transversales biaxiales. Los resultados presentados amplían los resultados obtenidos por los autores en trabajos previos, donde se estudió el problema de una fibra aislada. En este trabajo, se considera un modelo simplificado pero representativo de una lámina unidireccional, con diez fibras inmersas en una matriz continua. Los objetivos son predecir las cargas de fallo (cargas críticas) para un pequeño grupo de fibras y verificar el carácter inestable en el crecimiento de los despegues.

**PALABRAS CLAVE:** Composite, grietas de interfase, modelo IELF, MEC.

### 1. INTRODUCCIÓN

Diversos trabajos de los autores y colaboradores estudian el fallo entre fibras producido en un lamina de un composite unidireccional bajo cargas transversales biaxiales. Estos trabajos estudian la influencia de una carga transversal secundaria (tracción o compresión) aplicada perpendicularmente a una carga transversal principal (creando así un estado biaxial) en la generación del daño [1-5]. Estos trabajos incluyen estudios de tipo experimental, semi-analítico y/o numérico, estos últimos basados en el Método de los Elementos de Contorno (MEC) y la Mecánica de la Fractura de Grietas de Interfase. Trabajos recientes de los autores [6-8] han dado un paso adicional en la predicción cuantitativa de la influencia de la carga transversal secundaria en el problema mencionado, obteniendo una curva de fallo para un modelo de fibra única bajo cargas de compresión y tracción. Para ello se usó el MEC y el modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (IELF), permitiendo caracterizar así el comportamiento de la interfase fibra-matriz. El objetivo de este trabajo es dar un nuevo paso en el estudio del fallo entre fibras de una lámina unidireccional, modelando (usando el MEC y el modelo IELF) un problema más representativo de una lamina real. El modelo consta de un grupo de diez fibras inmersas en una matriz con dimensiones externas mucho más grandes que el radio de las fibras. Se puede encontrar una revisión bibliográfica extensa del problema de una inclusión circular inmersa en una matriz elástica con o sin despegue parcial en [7]. En ese trabajo también se pueden encontrar detalles de la implementación del modelo IELF en el código MEC. Detalles adicionales de la formulación débil utilizada para imponer las condiciones en la interfase se presentan en [9, 10]. Finalmente, algunos resultados fundamentales sobre el cálculo de la tasa de liberación de energía en el modelo IELF se pueden encontrar en [11].

### 2. CRITERIO DE FALLO DE LAS INTERFASES

Como se ha mostrado en [6-8], el modelo IELF se puede usar en modelos microescala

para simular el inicio y progresión del daño en la interfase fibra-matriz. La ley constitutiva y el criterio de fallo de la interfase se desarrollaron en [6-8, 12]. La distribución continua de muelles que modela la interfase es gobernada por una ley elástica lineal-frágil, escrita para un punto  $x$  de la interfase como:

$$\text{Interfase Elástica Lineal} \quad \begin{cases} \sigma(x) = k_n \delta_n(x) \\ \tau(x) = k_t \delta_t(x) \end{cases} \quad t(x) < t_c(x) \quad (1)$$

$$\text{Interfase rota} \quad \begin{cases} \sigma(x) = \begin{cases} 0 & \delta_n(x) > 0 \\ k_n \delta_n(x) & \delta_n(x) \leq 0 \end{cases} \\ \tau(x) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde  $\sigma(x)$  y  $\tau(x)$  son, respectivamente, las componentes normal y tangencial del vector tensión a lo largo de la interfase,  $\delta_n(x)$  y  $\delta_t(x)$  son, respectivamente, los desplazamientos relativos normales (apertura) y tangenciales (deslizamiento) entre puntos opuestos de la interfase, y  $k_n$  y  $k_t$  son las rigideces normales y tangenciales de la distribución de los muelles. El módulo de tracción  $t(x)$  se define como  $t^2(x) = \sigma^2(x) + \tau^2(x)$ . Es importante mencionar que el valor crítico  $t_c(x)$  es función de 4 variables independientes de la interfase: la tensión crítica en modo I ( $\sigma_c$ ), tenacidad a la fractura en modo I ( $G_{Ic}$ ), el parámetro de sensibilidad al modo de fractura ( $\lambda$ ) [13] y el coeficiente  $k_n/k_t$ .  $t_c(x)$  también es función del ángulo que define la mixticidad del modo de fractura en un punto  $x$  de la interfase. Este ángulo se define como  $\tan \psi_c(x) = \tau(x)/\sigma(x)$ . Debido a esta característica, es posible obtener diferentes valores de esta variable críticas en diferentes puntos de la interfase.

### 3. DESCRIPCIÓN Y MODELO DEL PROBLEMA

Se considera un grupo de 10 inclusiones cilíndricas de longitud infinita, con una sección circular de radio  $a$ , inmersas en una matriz infinita. La posición de las fibras corresponde a una posición tomada de una micrografía de un composite de fibra de vidrio real [1]. Tanto las fibras como la matriz son consideradas como materiales isotropos elástico-lineales. En el sistema cartesiano  $(x, y, z)$  el eje  $z$  coincide con la dirección longitudinal de las inclusiones. Las cargas remotas aplicadas de manera uniforme  $\sigma_x^\infty$  y  $\sigma_y^\infty$  son paralelas al eje  $x$  (horizontal) y al eje  $y$  (vertical), respectivamente. La matriz se modela como un cuadrado que rodea el grupo de fibras (posicionado aproximadamente en el centro del cuadrado) en las caras del cual se aplican las cargas  $\sigma_x^\infty$  y  $\sigma_y^\infty$  con diferentes valores del coeficiente de biaxialidad  $\mu$ .

$$\mu = \frac{\sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty}{2[\text{máx}(|\sigma_x^\infty|, |\sigma_y^\infty|)]} \quad (3)$$

donde  $\mu = -0.5$  corresponde a un estado de compresión pura en una dirección y  $\mu = 0.5$  describe un estado de tracción pura en una dirección. En el presente trabajo se han tomado valores en el rango  $-0.5 \leq \mu \leq 1$ . Además, para ver la influencia de la posición aleatoria de las fibras, el grupo de fibras se ha rotado  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $75^\circ$  respecto al eje  $x$ . En este trabajo se asume un estado de deformación plana. Las propiedades

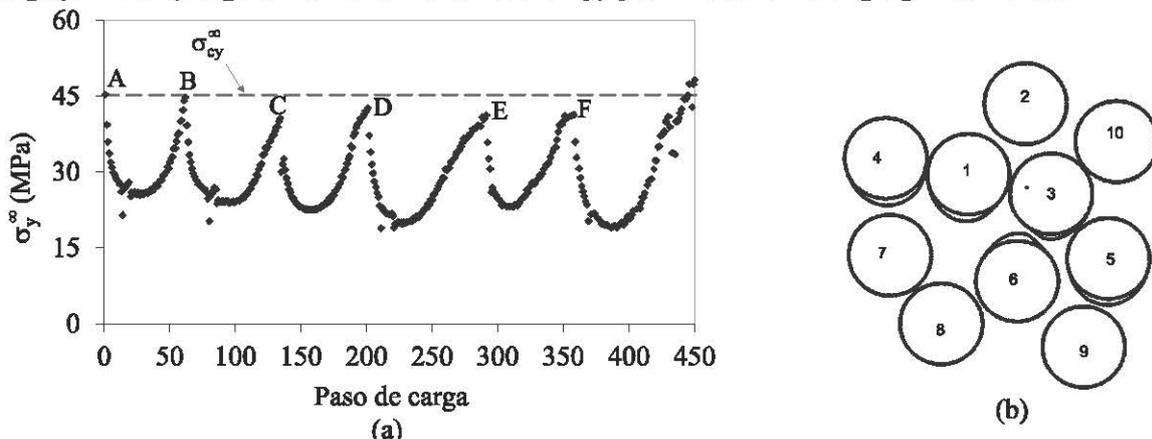
elásticas del sistema bimaterial: matrix epoxi (m) y fibra de vidrio (f) son  $E_m = 2.79$  GPa,  $\nu_m = 0.33$ ,  $E_f = 70.8$  GPa y  $\nu_f = 0.22$ . Además, los parámetros del modelo IELF usados son:  $\bar{\sigma}_c = 90$  MPa,  $G_{Ic} = 2\text{Jm}^{-2}$ ,  $\lambda = 0.25$  y  $k_n/k_t = 4$ . La influencia de estas variables se ha estudiado en detalle para el problema de fibra única en [7, 8].

El modelo 2D del MEC representa 10 inclusiones circulares con un radio  $a = 7.5$   $\mu\text{m}$  dentro de una matriz cuadrada relativamente grande con lado igual a 1 mm. Se han usado 3632 elementos de contorno lineales: 32 elementos para el contorno externo de la matriz y dos mallas uniformes (en cada fibra) de 180 elementos para modelar la interfase fibra-matriz (el ángulo polar de cada elemento es de  $2^\circ$ ). Tras la definición inicial de la interfase sin daño, se realiza un análisis lineal para calcular qué nodo de la interfase (muelle) alcanza primero el módulo de tracción crítico. Este análisis lineal será el primer paso y la carga crítica calculada será la carga que produce el inicio del despegue. Posteriormente, el algoritmo de solución realiza una serie de análisis lineales similares donde los puntos de la interfase (muelles) que han alcanzado el valor crítico en el paso previo cambian su tipo de condición de interfase (muelles rotos). Cada uno de los análisis lineales se convierte en un nuevo paso y su carga crítica corresponde con la carga que produce un nuevo crecimiento de los despegues.

## 4. RESULTADOS NUMÉRICOS

### 4.1 Inicio y crecimiento de los despegues

En la Figura 1 se muestran el valor de la carga necesaria para producir el primer despegue (primer paso) y las cargas necesarias en los pasos siguientes que producen un crecimiento del despegue o el inicio de un nuevo despegue en otra fibra, para el caso de carga  $\mu = 0.5$  (carga uniaxial en la dirección y) y sin rotación del grupo de fibras.



**Fig. 1. (a) Carga crítica aplicada en cada paso de carga. (b) Malla deformada en el paso de carga 358 que coincide con el punto A en la Figura 1(a)**

En esta figura también se muestra una línea punteada que corresponde con la (primera) carga crítica  $\sigma_{cy}^{\text{crit}}$  (carga crítica en la dirección y). Es importante notar que el paso de carga se puede relacionar fácilmente con la suma de los ángulos de despegue a lo largo de las diferentes interfaces fibra-matriz (debido a que la malla es regular), es decir cada paso que provoque un despegue se correspondería con un despegue adicional de  $2^\circ$ . Este hecho se debe a que el algoritmo de solución del código MEC sólo permite “romper” un muelle en cada paso de carga. Sobre la forma en que se produce el crecimiento de los despegues es útil recordar que una de las principales conclusiones de los trabajos

previos (donde se consideraba el modelo de fibra única) era que el crecimiento del despegue se producía de manera inestable. Es decir, que una vez que se alcanza la carga crítica, se necesita menos carga para producir el subsecuente crecimiento del despegue [7, 8]. Este hecho se vuelve a manifestar en el modelo multifibra, ver Figura 1(a), donde se observa una serie de crecimientos inestables (valles y picos), cada uno de ellos se corresponde con a un inicio y un posterior crecimiento de despegues en diferentes fibras. La secuencia de los despegues en el caso mostrado es: 5, 6, 4, 1 y 3 (según la numeración mostrada en la Figura 1(b)). El comienzo del despegue en dichas fibras se corresponde con los picos A, B, C, D y E de la Figura 1(a), respectivamente. En la Figura 1(b) se muestra la malla deformada en la zona del grupo de fibras con un factor de escala de 2, para el paso de carga 358 identificado en la Figura 1(a) con la letra F. Aunque el código MEC usado no tiene la capacidad de permitir que las grietas de interfase ingresen a la matriz, se puede observar un camino de grieta bien definido que podría producir (después de la coalescencia de los despegues) una macrogrieta.

#### 4.2 Carga de fallo última y efecto de la biaxilidad

Es interesante resaltar, para el caso particular mostrado, que la carga crítica  $\sigma_{cy}^{\infty}$  no sólo produce el primer despegue sino que también produce los cinco despegues siguientes, ya que el inicio de estos despegues se produce a cargas críticas inferiores. Sin embargo, cuando se cambia el coeficiente de biaxilidad  $\mu$  y para diferentes rotaciones del grupo de fibras, no siempre se obtiene el mismo comportamiento, siendo necesario en algunos casos una carga más grande para inicial alguno de los siguientes despegues. Sin embargo, esta carga última es, como mucho, alrededor de un 12% mayor que  $\sigma_{cy}^{\infty}$ . Por ello podemos decir que  $\sigma_{cy}^{\infty}$  nos da una aproximación de la carga de fallo del problema estudiado (carga necesaria para producir una macro grieta).

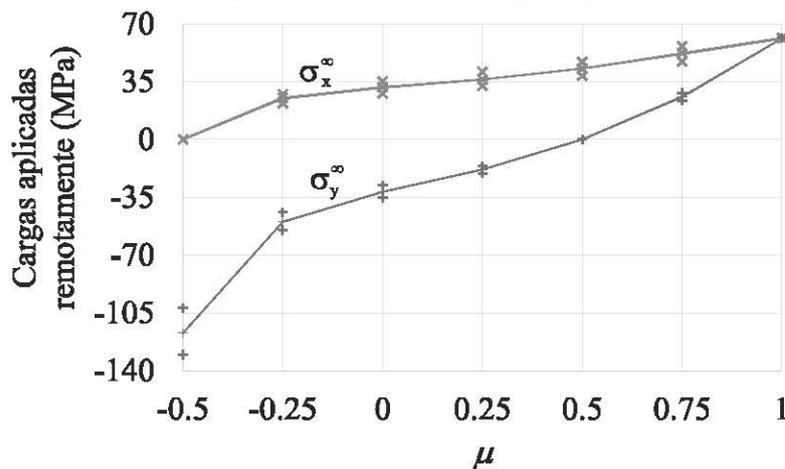


Fig. 2. Efecto de la biaxilidad en las cargas aplicadas remotamente

En la Figura 2 se muestra el efecto de la biaxilidad en las cargas aplicadas remotamente en ambas direcciones, para diferentes valores del coeficiente de biaxilidad y diferentes rotaciones del grupo de fibras. Cada uno de los puntos mostrados en la Figura 2, se corresponde con un problema resuelto con el código MEC y la dispersión está asociada a la rotación del grupo de fibras. Se puede observar que existen pequeñas variaciones entre las curvas obtenidas para los diferentes ángulos de rotación. Tras un estudio de las diferentes mallas deformadas, donde se observan los despegues entre fibra y matriz,

parece que existe alguna relación entre las cargas críticas  $\sigma_x^\infty$  y  $\sigma_y^\infty$  y la distancia entre las fibras vecinas, teniendo en cuenta además el ángulo entre la dirección de aplicación de las cargas y la línea que uniría los centros de las fibras. En adelante, a este par de fibras vecinas se le llama pareja crítica de fibras. Así, si se aplica una carga en una dirección diferente, la posición de la pareja crítica puede variar lo que justifica las pequeñas variaciones en las curvas obtenidas.

## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se hace uso del modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (IELF) para estudiar el problema de despegues entre fibra y matriz en materiales compuestos. De manera específica este modelo se ha usado para caracterizar la aparición simultánea de inicio y crecimiento de despegues en un grupo de fibras inmersas en una matriz infinita bajo cargas transversales biaxiales. El modelo estudiado considera diez inclusiones circulares bajo cargas biaxiales transversales en un material compuesto común (fibra de vidrio y matriz epoxi) modelado en un código MEC que incluye el modelo IELF. De los resultados numéricos se puede observar que tras alcanzar la carga crítica, el crecimiento de los despegues se torna inestable. La secuencia de los despegues tiende claramente a la formación de una macrogrieta. Algunas veces tras alcanzar la carga crítica se produce más de un despegue sin necesidad de aumentar la carga, mientras que en otros casos se necesita una carga ligeramente más grande para producir alguno de los siguientes despegues, sin embargo, esta carga es como mucho 12% más grande que la carga crítica que produce el primer despegue. Por lo que se puede decir que la carga crítica que causa el primer despegue da una buena aproximación de la carga de fallo del problema en estudio (carga necesaria para formar una macro grieta). Las cargas críticas  $\sigma_x^\infty$  y  $\sigma_y^\infty$  parecen estar relacionadas con la proximidad relativa entre fibras (teniendo en cuenta la dirección de la carga aplicada). También se ha llevado a cabo un estudio de la influencia del coeficiente de biaxialidad  $\mu$ . Los resultados numéricos muestran que compresiones en la dirección  $x$  permiten un inicio del despegue con menores cargas de tracción en la dirección  $y$ . La presencia de tracciones en la dirección  $x$  hacen necesario un aumento en la carga en dirección  $y$  necesaria para provocar el inicio del despegue. Estos resultados numéricos confirman las conclusiones obtenidas en los estudios previos del despegue entre fibra y matriz bajo cargas biaxiales [1-3]. La novedad de este modelo basado en la formulación IELF consiste en la capacidad de predecir cuantitativamente la aparición simultánea y crecimiento en modo mixto de despegues en un grupo de fibras.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer la financiación de la Junta de Andalucía (Proyectos de Excelencia TEP 02045 y P08-TEP 04051), El Ministerio de Educación y Ciencia (Proyecto MAT2009 – 140022) y el Ministerio de Economía y Competitividad (Proyecto MAT2012-37387).

## REFERENCIAS

1. F. PARÍS, E. CORREA, J. CAÑAS. Micromechanical view of failure of the matrix

- in fibrous composite materials. *Composites Science and Technology*, 63:1041–1052, 2003.
2. E. CORREA, F. PARÍS, V. MANTIČ. Interfacial fracture mechanics approach to the tension dominated inter-fibre failure under bi-directional loads. *ICCM-17, 17th International Conference on Composite Materials (CD)*, The British Composites Society, Edinburgh, page 10, 2009.
  3. V. MANTIČ, I.G. GARCÍA. Crack onset and growth at the fibre–matrix interface under a remote biaxial transverse load. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures*, 49:2273–2290, 2012.
  4. V. MANTIČ, A. BLÁZQUEZ, E. CORREA, F. PARÍS. Analysis of interface cracks with contact in composites by 2D BEM, In: *Fracture and Damage of Composites*, M. Guagliano and M. H. Aliabadi (Eds.), volume 8, pages 189–248. WIT Press: Southampton, 2006.
  5. F. PARÍS, E. CORREA, V. MANTIČ. Kinking of transverse interface cracks between fiber and matrix. *Journal of Applied Mechanics*, 74:703–716, 2007.
  6. L. TÁVARA. Damage initiation and propagation in composite materials. Boundary element analysis using weak interface and cohesive zone models. PhD Thesis. Universidad de Sevilla: Sevilla, 2010.
  7. L. TÁVARA, V. MANTIČ, E. GRACIANI, F. PARÍS. BEM analysis of crack onset and propagation along fiber-matrix interface under transverse tension using a linear elastic-brittle interface model. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 35:207–222, 2011.
  8. V. MANTIČ, L. TÁVARA, A. BLÁZQUEZ, E. GRACIANI, F. PARÍS. Crack onset and growth at fibre-matrix interface under biaxial transverse loads using a linear elastic-brittle interface model. *Composites Science and Technology*, submitted.
  9. E. GRACIANI, V. MANTIČ, F. PARÍS, A. BLÁZQUEZ. Weak formulation of axisymmetric frictionless contact problems with boundary elements: Application to interface cracks. *Computer and Structures*, 83:836–855, 2005.
  10. L. TÁVARA, V. MANTIČ, E. GRACIANI, F. PARÍS. A BEM analysis of the fibre size effect on the debond growth along the fibre-matrix interface. *Advances in Boundary Element Techniques XI, EC Ltd, Eastleigh*, (474–481), 2010.
  11. S. LENCI. Analysis of a crack at a weak interface. *International Journal of Fracture*, 108:275–290, 2001.
  12. L. TÁVARA, V. MANTIČ, E. GRACIANI, J. CAÑAS, F. PARÍS. Analysis of a crack in a thin adhesive layer between orthotropic materials. An application to composite interlaminar fracture toughness test. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 58(3):247–270, 2010.
  13. J.W. HUTCHINSON, Z. SUO. Mixed mode cracking in layered materials, volume 29 of *Advances in Applied Mechanics*. Academic Press: New York, 1992.
  14. V. MANTIČ. Interface crack onset at a circular cylindrical inclusion under a remote transverse tension. Application of a coupled stress and energy criterion. *International Journal of Solids and Structures*, 46:1287–1304, 2009.
  15. H. ZHANG, M.L. ERICSON, J. VARNA, and L.A. BERGLUND. Transverse single-fiber test for interfacial debonding in composites: 1. Experimental observations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 28A:309–315, 1997.
  16. J. VARNA, L.A. BERGLUND, and M.L. ERICSON. Transverse single fiber test for interfacial debonding in composites 2: Modelling. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 28:317–326, 1997.