

## **Cálculo de tensiones en la superficie generalizada de recipientes a presión de composites: criterios de fallo**

**A. Cabezas,**

Departamento de AR&G de E.ON Kraftwerke GmbH, Alemania.

**A. Corz,**

Grupo de I+D "Materiales compuestos" . Universidad de Cadiz, España.

**F. París**

Grupo de ERM .Escuela de Ingenieros. Universidad de Sevilla. España

### **RESUMEN**

Se revisan las alternativas usadas, en el ámbito de los composites, para la determinación de las tensiones en puntos de la superficie generalizada de recipientes a presión de forma cilíndrica sometidos en exclusiva a la acción de sobrepresión interior. La revisión se complementa con la de los criterios de fallo empleados. Se comparan los resultados obtenidos para el campo de tensiones mediante: modelos analíticos simplificados (Teoría Clásica de Laminados y Cálculo de red), modelos analíticos generales (Formulación de Parnas-Lekhmitskii), modelos numéricos de softwares comerciales y medidas de laboratorio. La comparación de los criterios de fallo implica a los siguientes: Tsai-Hill, Tsai-Wu, Hoffman, Tensión máxima, Deformación máxima y AMS3 (AE). Se señalan los resultados consistentes entre todos los estudios, (ángulo óptimo de tejido y secuencias de apilado) y se evidencian y discuten aquéllos otros contradictorios, dando pie a nuevas líneas de trabajo.

### **1. INTRODUCCIÓN**

La búsqueda de soluciones de transporte más limpias ha potenciado el desarrollo de tecnologías de propulsión y producción de energía basadas en combustibles gaseosos. La reducción del peso de los equipos es uno de los vectores principales de diseño, al impactar sobre el coste de la inversión inicial y, especialmente, sobre el coste operativo del medio de transporte en toda su vida útil. Los recipientes a presión en aplicaciones de transporte han de satisfacer, además, los principios fundamentales de seguridad y de autonomía del vehículo. Actualmente la industria astronáutica trabaja con presiones de almacenamiento de hasta 300 MPa, siendo presiones de hasta 100 MPa las usadas en los vehículos terrestres piloto (Gardiner et al. 2009). Presiones tan elevadas escapan del alcance de las normas estándar del diseño industrial con composites, (Campbell 2008). Una de las formas predominantes en el diseño de recipientes a presión en la industria es la cilíndrica; a ello contribuye su sencilla fabricación e integración en el lay-out de procesos industriales. El reparto de esfuerzos en este caso es muy heterogéneo en su superficie generalizada, siendo, para una determinada sobrepresión relativa  $P_{Int} > P_{Ext}$ , del orden de dos veces mayor en la dirección transversal del cilindro que en su dirección longitudinal, Figura 1. Este perfil tensional los hace ser candidatos óptimos para que se plantee el uso de composites en su fabricación. La elevada resistencia específica de

estos materiales contribuye a satisfacer las expectativas de reducción de tara de los equipos y la no existencia de fuertes exigencias térmicas permite recurrir a composites de matriz polimérica, que, además, muestran excelente estabilidad química frente a las agresiones ambientales, suponiendo bajos costes de mantenimiento del recipiente y larga vida útil.

Los estudios en estos recipientes se concentraron inicialmente en el análisis de la distribución de tensiones a través de las láminas del material compuesto (Tauchert 1981), (Adali et al. 1993), y en la validación de criterios de fallo de primera lámina (Reddy et al. 1987), (Kam et al. 1995), (Sher et al. 1996), (Lai et al. 1999).

En este trabajo, realizamos una revisión que permitirá identificar los resultados consistentes de entre los diferentes estudios publicados en los últimos 10 años, así como también aquéllos contradictorios que darán pie al desarrollo de nuevas líneas de trabajo.

## 2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1. Definición física del problema

El recipiente a presión sujeto a estudio responde a la geometría de la Figura 1. Las referencias y la notación expuestas en la imagen son las empleadas en los apartados siguientes del artículo. Se asumen láminas ortótropas con adhesión perfecta entre sí.

El recipiente se encuentra exclusivamente solicitado por una carga estática correspondiente con una sobrepresión interior de valor  $P > 0$ , ( $P = P_{Int} - P_{Ext}$ ).

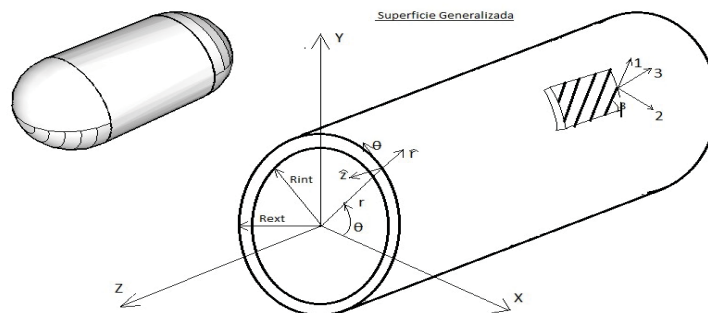


Fig. 1. Superficie generalizada de un recipiente cilíndrico.

### 2.2. Presentación de las alternativas para el cálculo de los esfuerzos

Los siguientes modelos de cálculo se han seleccionado de entre los publicados en el último decenio, considerándose muestra representativa de los sistemas más empleados:

#### 2.2.1. Modelos analíticos simplificados

- Teoría Clásica de Laminados (TCL), (Chang 2000), (Parnas et al. 2002), (Rao et al. 2009).
- Cálculos de Red. (Rao et al. 2009), (Onder et al. 2009), (Suemasu et al. 2010).
- Modelo de Lámina Generalizada particularizado por Parnas para el laminado angle-ply a partir de la formulación general de Lekhnitskii sobre el material anisótropo (MLG-PL), (Parnas et al. 2002), (Onder et al. 2009).
- Modelos numéricos de elementos finitos incluidos en softwares comerciales, (Nastran (Chang 2000), ANSYS 10.0 (Onder et al. 2009), Abaqus 6.2 (Suemasu et al. 2010)).

### 2.3. Criterios de fallo y procedimientos empleados para la determinación del fallo de primera lámina (FPL) del recipiente en la bibliografía seleccionada

Tensión Máxima (Onder et al. 2009); Deformación Máxima (Chang 2000), (Onder et al. 2009); Hoffmann & Tsai-Hill (Chang 2000), (Parnas et al. 2002); Tsai-Wu (Chang 2000), (Parnas et al. 2002), (Rao et al. 2009), (Onder et al. 2009), Procedimiento experimental por registro de la emisión acústica del fallo de primera lámina AMS 3 (Chang 2000).

### 2.4. Relación de procedimientos empleados para la determinación del fallo de última lámina (FUL) del recipiente

- e) Aplicación de criterios de fallo a primera lámina, con factor reductor de la capacidad portante en la lámina fallada del 90%, y resolución iterativa, (Rao et al. 2009)
- f) Test del recipiente sometido a sobrepresión interior creciente en cámara transparente de seguridad (CTS). con monitorización visual de la contención, (Onder et al. 2009).

## 3. RESULTADOS

Todos los autores coinciden en que la configuración más adecuada para el apilado de las láminas de la zona cilíndrica en la superficie generalizada es de tipo angle-ply ( $\pm \theta^\circ$ ) simétrico (LAPS). Rao et al. (2009) y Onder et al. (2009) han estudiado apilados angle-ply antisimétricos alcanzando similares prestaciones a sus equivalentes simétricos; no obstante estas configuraciones muestran, según los estudios citados, una mayor sensibilidad a los efectos termohigrométricos y a las desviaciones del ángulo de tejido respecto del ángulo óptimo, lo que los hace desaconsejables para esta aplicación.

El ángulo de tejido óptimo para el LAPS se ha analizado empleando diferentes enfoques. La resolución del problema de optimización unidimensional con el el ángulo de tejido ( $\theta$ ) como variable de diseño en las ecuaciones del modelo del Cálculo de Red da lugar a un valor de  $\theta$  entre  $54^\circ$  y  $55^\circ$ , (Rao et al. 2009), (Onder et al. 2009). La TCL, el MLG-PL y los ensayos experimentales, han confirmado el entorno de valores óptimos del ángulo de tejido. La Figura 2. presenta estos resultados.

Las tensiones y fallo en los recipientes de referencia se han obtenido según la Tabla 1.

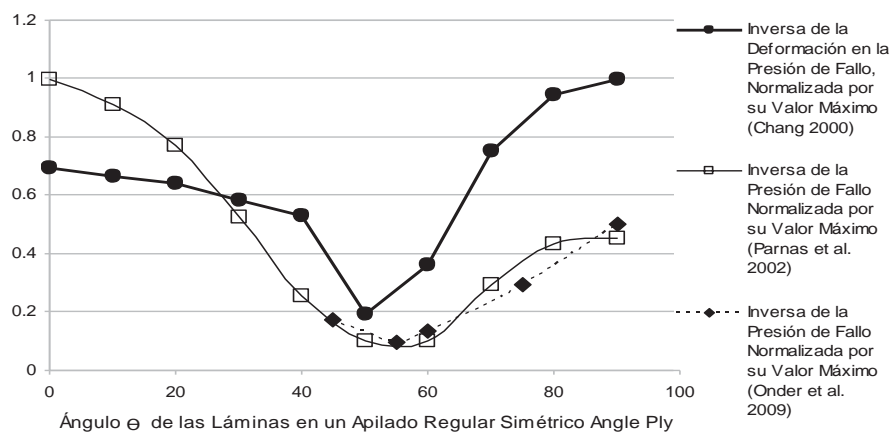


Fig. 2. Variación de la resistencia al fallo en función del ángulo de tejido.

Ref	Recipiente Material	Rint. / Esp. [mm]	Resolución Tensiones	Criterio	Tensión de Fallo Calc. (TFC) [MPa]	Valor de Exper. (VR) [MPa]	Método de Determinación Experimental	Diferen. %Dif.= VR*100/VR	Porcent. (TFC-VR)	Fallo
Chang 2000	[(+54)x2]s/ Graph-Epoxi	150 / 3	TCL	Def. Máx.	7,05	5,39	AMS3	30.80%		FPL
Chang 2000	[(+54)x2]s/ Graph-Epoxi	150 / 3	TCL	Hoffman	5,29	5,39	AMS3	-1.86%		FPL
Chang 2000	[(+54)x2]s/ Graph-Epoxi	150 / 3	TCL	Hill	5,38	5,39	AMS3	-0.19%		FPL
Chang 2000	[(+54)x2]s/ Graph-Epoxi	150 / 3	TCL	Tsai-Wu	5,26	5,39	AMS3	-2.41%		FPL
Chang 2000	[(+54)x3]s/ Graph-Epoxi	150 / 4,5	TCL	Def. Máx.	9,31	7,6	AMS3	22.50%		FPL
Chang 2000	[(+54)x3]s/ Graph-Epoxi	150 / 4,5	TCL	Hoffman	7,32	7,6	AMS3	-3.68%		FPL
Chang 2000	[(+54)x3]s/ Graph-Epoxi	150 / 4,5	TCL	Hill	7,51	7,6	AMS3	-1.18%		FPL
Chang 2000	[(+54)x3]s/ Graph-Epoxi	150 / 4,5	TCL	Tsai-Wu	7,28	7,6	AMS3	-4.21%		FPL
Chang 2000	[(+54)x4]s/ Graph-Epoxi	150 / 6	TCL	Def. Máx.	11,45	9,61	AMS3	19.15%		FPL
Chang 2000	[(+54)x4]s/ Graph-Epoxi	150 / 6	TCL	Hoffman	9,23	9,61	AMS3	-3.95%		FPL
Chang 2000	[(+54)x4]s/ Graph-Epoxi	150 / 6	TCL	Hill	9,52	9,61	AMS3	-0.94%		FPL
Chang 2000	[(+54)x4]s/ Graph-Epoxi	150 / 6	TCL	Tsai-Wu	9,22	9,61	AMS3	-4.06%		FPL
Parnas et al. 2002	Simétrico (± 53°)s/ Graph-Epoxi	Rex/Rin =1.05	TCL	Promedio (T-Wu, T-Hill, Hoff)	11,2	No existe	No existe	No existe		FPL
Parnas et al. 2002	Simétrico (± 53°)s/ Graph-Epoxi	Rex/Rin =1.05	TLG-PL	Promedio (T-Wu, T-Hill, Hoff)	11,2	No existe	No existe	No existe		FPL
Parnas et al. 2002	Simétrico (± 53°)s/ Graph-Epoxi	Rex/Rin =1.05	TCL	Promedio (T-Wu, T-Hill, Hoff)	12,7	No existe	No existe	No existe		FPL
Parnas et al. 2002	Simétrico (± 53°)s/ Graph-Epoxi	Rex/Rin =1.05	TLG-PL	Promedio (T-Wu, T-Hill, Hoff)	15	No existe	No existe	No existe		FPL
Rao et al. 2009	[(90/±27,2/ 90)±27,2/ 90)x2]ss/ Graph-Epoxi	175 / 3,2	TCL	Tsai-Wu	12,4	No existe	No existe	No existe		FUL
Onder et al. 2009	[± 45]ss/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	TLG-PL	Tsai-Wu	8,8	8,4	CTS	4.76%		FUL
Onder et al. 2009	[± 45]ss/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Tsai-Wu	6,2	8,4	CTS	-26.19%		FUL
Onder et al. 2009	[± 45]ss/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Def. Máx.	5	8,4	CTS	-40.48%		FUL
Onder et al. 2009	[± 45]ss/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Tens. Máx	4,7	8,4	CTS	-44.05%		FUL
Onder et al. 2009	[± 55]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	TLG-PL	Tsai-Wu	10,8	10	CTS	8.00%		FUL
Onder et al. 2009	[± 55]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Tsai-Wu	7,3	10	CTS	-27.00%		FUL
Onder et al. 2009	[± 55]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Def. Máx.	6,5	10	CTS	-35.00%		FUL
Onder et al. 2009	[± 55]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Tens. Máx	4,2	10	CTS	-58.00%		FUL
Onder et al. 2009	[± 60]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	TLG-PL	Tsai-Wu	8,1	7,4	CTS	9.46%		FUL
Onder et al. 2009	[± 60]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Tsai-Wu	7,2	7,4	CTS	-2.70%		FUL
Onder et al. 2009	[± 60]s/ Eglass-Epoxi	50 / 1,6	ANSYS 10.0	Def. Máx.	6,4	7,4	CTS	-13.51%		FUL

**Tabla 1. Recipientes resueltos: métodos y criterios de fallo.**

#### 4. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Los recipientes de pared delgada ( $R_{ext}/R_{int} \leq 1,10$ ), se pueden resolver con un grado de fiabilidad aceptable (desviaciones  $< \pm 5\%$ ) para la determinación del fallo a primera lámina. Para estos recipientes, tanto la TCL como el MLG-PL son adecuados para resolver el campo de tensiones, siendo el criterio de fallo de Tsai-Wu fiable en ambas alternativas. En este mismo tipo de recipientes, el MLG-PL desarrollado por Parnas et al. (2002) y empleado por Onder et al. (2009), se ha demostrado válido para calcular la presión de fallo de última lámina mediante el criterio de Tsai-Wu, registrándose desviaciones inferiores al  $\pm 10\%$  respecto de los valores obtenidos experimentales.

El uso de la TCL en recipientes a presión de forma cilíndrica para el cálculo del fallo a última lámina no se encuentra validado experimentalmente. A pesar de existir varios modelos de degradación para el fallo progresivo de las láminas, los experimentos de verificación realizados hasta la fecha no son concluyentes respecto de su idoneidad, no existiendo un modelo justificado que aborde sobre consideraciones micromecánicas o físicas el daño acumulado del laminado tras el fallo de la primera de sus láminas.

El MLG-PL resulta atractivo al no introducir en su formulación las limitaciones propias de las simplificadas hipótesis que se utilizan en la TCL. De este modo, la formulación del MLG-PL para este tipo de recipiente a presión podría demostrarse válida para las tensiones en cualquier tipo de recipiente de esta familia. Onder et al. (2009) han probado este hecho para un caso particular de recipiente a presión de pared delgada, no habiéndose encontrado, en la bibliografía revisada hasta la fecha, ningún estudio que intente validar la idoneidad general de este modelo para todo tipo de recipientes independientemente de su ratio de diámetros.

Las tendencias observadas hasta la fecha en las soluciones obtenidas vía TCL y vía MLG-PL en recipientes con LAPS tejidos en el entorno del ángulo óptimo poseen sesgos opuestos respecto de los valores de solución experimental obtenidos, otorgando la TCL resistencias infravaloradas respecto de las experimentalmente mostradas y el MLG-PL unas sobrevaloradas. La desviación típica de este último método, es coherente con la que se registra en los materiales industriales convencionales y sus modelos elasto-plásticos, que tienden a sobrevalorar sus prestaciones al no poder considerar efectos microestructurales. Esta diferencia es tanto menor cuanto más bajo es el cociente  $R_{ext}/R_{int}$ , resultando que el valor real de la presión de fallo experimental del laminado queda siempre acotada entre ambos valores frontera.

Los modelos de elementos finitos implementados actualmente en softwares comerciales para la resolución de este tipo de problemas impiden un control de los resultados obtenidos, quedando el diseñador expuesto a soluciones numéricas carentes de respaldo físico, lo que justifica, p.ej. la dispersión de las soluciones numéricas de la Tabla 1.

La imprecisión de los modelos analíticos se acrecienta ante la imposibilidad efectiva de validar mediante experimentos las tensiones calculadas en el interior del perfil y por la inexistencia de un criterio de fallo definitivo. El trabajo ha evidenciado que el criterio de Tsai-Wu es el más ampliamente aceptado por la comunidad científica en este tipo de problemas, originando soluciones de precisión aceptable.

#### 5. CONCLUSIONES

El laminado óptimo para la superficie cilíndrica generalizada, en recipientes de cualquier ratio  $R_{ext}/R_{int}$ , es el angle-ply simétrico con ángulo de tejido entre  $51^\circ$  y  $58^\circ$ .

La mayoría de los estudios presentados en este ámbito se han basado en recipientes de pared delgada. Son de este tipo todos los recipientes que se han empleado cuando se han

publicado trabajos que incluyen contraste experimental de las soluciones analíticas. Para ellos, la TCL permite, empleando el criterio de fallo de Tsai-Wu, determinar el fallo de primera lámina del laminado con precisiones del  $\pm 5\%$ , existiendo validación experimental de este resultado.

No existen estudios que confirmen la validez de la TCL para la resolución del fallo de la última lámina. Los modelos de degradación progresiva revisados no se basan en consideraciones micromecánicas del laminado sino en hipótesis heurísticas.

Los softwares comerciales de elementos finitos sólo son adecuados para problemas en los que se posee un elevado grado de conocimiento físico del mismo, tal que haya permitido hacer un ajuste preciso del modelo.

El MLG-PL para la superficie cilíndrica generalizada del recipiente a presión permitiría resolver cualesquiera tipo de recipientes independientemente de su relación  $R_{ext}/R_{int}$ . Por ahora, la formulación sólo se ha validado experimentalmente, con resultados satisfactorios en recipientes de pared delgada, (Onder et al. 2009). El desarrollo de una investigación sistemática tendente a analizar la validez del MLG-PL para recipientes de pared generalizada podría suponer un cambio radical en el diseño de estos recipientes.

#### REFERENCIAS

- ADALI S, SUMERS EB, VERIJENKO VE. (1993) Optimization of laminated cylindrical pressure vessels under strength criterion. *Comp Struct*; 25:305-12.
- CAMPBELL S. (2008) CNG Transportation utilizing composite pressure vessels, Trans Ocean Gas Inc.
- CHANG RR. (2000) Experimental and theoretical analyses of first-ply failure of laminated composite pressure vessels. *Comp Struct*;49:237-243.
- GARDINER M, SATYAPAL S. (2009) Energy requirements for hydrogen gas compression and liquefaction as related to vehicle storage needs. Record # 9013, DOE Hydrogen Program Record.
- LAI FM, KAM TY. (1999) Experimental and theoretical predictions of first-ply failure strength of laminated composite plates. *Int J Solids Struct*;36:2379-95.
- KAM TY, SHER HF. (1995) Nonlinear and first-ply failure analysis of laminated cross-ply plates. *J Comp Mater*; 29:463-82.
- ONDER A, SAYMAN O, DOGAN T, TARAKCIOGLU N. (2009) Burst failure load of composite pressure vessels, *Comp Struct*; 89: 159-166.
- PARNAS L, KATIRCI N. (2002) Design of fiber-reinforced composite pressure vessels under various loading conditions. *Comp Struct*;58:83-95.
- RAO KVJ, MADHAVI M, NARAYANA RAO K. (2009) Design and analysis of filament wound composite pressure vessel w.integrated-end domes, *Def Sci J*; 59:73-81.
- REDDY JN, PANDEY AK. (1987) A first ply failure analysis of composite laminates. *Comput Struct*; 25(3):371-93.
- SHER HF, KAM TY, CHAO TN, CHANG RR. (1996) Predictions of deflection and first-ply failure load of thin laminated composite plates via the finite elements approach. *Int J Solids Struct*; 33:375-98.
- SUEMASU H, SAKAJIRI K. (2010) A failure mechanism of pressure vessels from filament-wound hoop layer, *J Comp Mat*; 44:657-673
- TAUCHERT TR. (1981) Optimum design of a reinforced cylindrical pressure vessel, *J Comp Mater*; 15:390-402.
- TSAI SW, HAHN HT. (1980) Introduction to composite materials. Tech Westport, CN.