

Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Análisis de Estructuras Traslacionales de Acero
según Eurocódigos. Influencia de la Rigidez de las
Uniones

Autor: Isabel Chamizo Muñoz

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Civil

Análisis de Estructuras Traslacionales de Acero según Eurocódigos. Influencia de la Rigidez de las Uniones

Autor:

Isabel Chamizo Muñoz

Tutor:

Luis Rodríguez de Tembleque Solano

Profesor titular

Dpto. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019

Trabajo Fin de Grado: Análisis de Estructuras Traslacionales de Acero según Eurocódigos.
Influencia de la Rigidez de las Uniones

Autor: Isabel Chamizo Muñoz

Tutor: Luis Rodríguez de Tembleque Solano

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mis padres

Agradecimientos

Tras la realización del que es el último peldaño de este largo camino, quiero agradecer a aquellas personas que han estado a mi lado todos estos años.

A mis padres, por sus inconmensurables muestras de apoyo y su enorme esfuerzo. Por haber conseguido aquello por lo que llevan luchando toda la vida; algo que no pudieron tener y que querían darme a toda costa.

A mi familia, por darme aliento cuando más lo necesitaba.

A mis amigas de toda la vida: Nazareth, Gloria, Rocío y Ana. Por vivir mis quejas conmigo y darme tantísimos buenos ratos de desconexión.

A Olga, por estos seis años. Seis años de convivencia (y qué maravilla) compartiendo las mismas inquietudes. Por obligarme a levantar el bolígrafo una y otra vez, gracias.

A Fátima, por impregnar de su esencia toda la casa. Gracias por todos y cada uno de los aquellarres llenos de risas y disfrute que nos has dado. Por tu empatía y escucha, gracias.

A Elena, por acompañarme en esta aventura desde el primer día hasta el último. Por compartir tanto derrotas como victorias. Por contagiarme de su energía y jovialidad cuando más nublados eran mis días, mil gracias.

A Lorenzo, por aparecer a mitad del camino y terminar siendo el hombro en el que apoyarme. Por compartir la misma pasión que yo y con la misma fuerza. Por esos proyectos y entregas en los que no cabía el tormento y sí el disfrute.

A mis compañeros de clase: Rocío, Alberto, Aitana, Kike, Rafa, Elena y Lorenzo. Por todos los viajes (vividos y por vivir) y experiencias compartidas. Por esas jornadas de biblioteca que tanto voy a echar de menos. Por vuestra curiosidad y talento. Gracias por hacerme ese huequito a mitad del camino que me dió tanta vida. Cada uno con su hechizo, sois magia.

Por último, a mi tutor, Luis. Gracias por todo el tiempo empleado en mi aprendizaje y por ponérmelo tan fácil. Ha sido un placer trabajar contigo.

*Isabel Chamizo Muñoz
Sevilla, 2019*

Resumen

En el presente Trabajo Fin de Grado se realiza un estudio acerca de la influencia de la rigidez de las uniones en la estabilidad lateral de estructuras porticadas y, por tanto, en el análisis estructural.

Para ello, se ha modelizado en ANSYS una estructura porticada donde la rigidez de las uniones varía, siendo estas rígidas, semi-rígidas y articuladas. Dicho pórtico es analizado mediante tres métodos diferentes, entre los que se incluyen análisis de primer y segundo orden, y la presencia o no de imperfecciones geométricas.

Finalmente, los resultados son analizados, extrayendo de estos información de utilidad para alcanzar un dimensionamiento óptimo y conocimiento sobre qué métodos son más o menos conservadores según el análisis empleado y la rigidez otorgada a las uniones en cada caso.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Índice	xiii
Índice de Tablas	xv
Índice de Figuras	xvii
1 Introducción	1
1.1 <i>Antecedentes</i>	1
1.2 <i>Objetivos</i>	3
1.3 <i>Organización del documento</i>	4
2 Métodos de análisis global de estructuras	5
2.1 <i>Consideraciones generales</i>	5
2.2 <i>Tipos de análisis</i>	6
2.2.1 <i>Análisis elástico de primer orden (1)</i>	6
2.2.2 <i>Análisis elástico de segundo orden (2)</i>	6
2.2.3 <i>Análisis rígido-plástico de primer orden (3)</i>	7
2.2.4 <i>Análisis rígido-plástico de segundo orden (4)</i>	7
2.2.5 <i>Análisis elasto-plástico de primer orden (5)</i>	7
2.2.6 <i>Análisis elasto-plástico de segundo orden (6)</i>	7
3 Imperfecciones estructurales	9
3.1 <i>Imperfecciones globales equivalentes (\emptyset)</i>	9
3.2 <i>Imperfecciones locales equivalentes (e_0)</i>	10
3.3 <i>Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones</i>	11
3.4 <i>Razonamiento sobre la consideración o no de los efectos de segundo orden</i>	12
3.4.1 <i>Pórtico con soportes de 4 metros de altura</i>	12
3.4.2 <i>Pórtico con soportes de 5 metros de altura</i>	14
4 Estabilidad lateral y análisis de estructuras porticadas	17
4.1 <i>Efectos de la geometría deformada de la estructura</i>	17
4.2 <i>Clasificación de las estructuras en intraslacionales y traslacionales</i>	17
4.3 <i>Clasificación de las estructuras en arriostradas y no arriostradas</i>	20
5 Las uniones en las estructuras de acero	21
5.1 <i>Generalidades de las uniones metálicas</i>	21
5.1.1 <i>Factores económicos</i>	21
5.1.2 <i>Factores técnicos</i>	22
5.2 <i>Comportamiento de las uniones</i>	22
5.2.1 <i>Diagrama de Momento – Rotación (M – ϕ)</i>	22
5.3 <i>Análisis global de las uniones</i>	24
5.3.1 <i>Análisis global elástico</i>	25
5.3.2 <i>Análisis global rígido-plástico</i>	26
5.3.3 <i>Análisis global elasto-plástico</i>	26
5.4 <i>Clasificación de las uniones según el Eurocódigo 3</i>	26
5.4.1 <i>Clasificación de las uniones en función de la rigidez según el Eurocódigo 3</i>	27

5.4.2	Clasificación de las uniones en función de la resistencia según el Eurocódigo 3	28
6.	Modelización en ANSYS	31
6.1	<i>Modelo de unión semi-rígida</i>	31
6.2	<i>Elementos de ANSYS utilizados</i>	31
6.2.1	BEAM188 (elemento 3D de 2 nodos)	31
6.2.2	COMBIN14 (Spring-Damper)	32
6.3	<i>Validación del modelo en ANSYS</i>	33
7.	Ejemplos prácticos y resultados	35
7.1	<i>Pórtico para el estudio</i>	35
7.1.1	Cargas y dimensiones	35
7.1.2	Influencia del número de divisiones de los elementos en ANSYS	35
7.1.3	Cálculo de la rigidez de las uniones	38
7.1.4	Influencia de la rigidez en la unión dintel-soporte en la estabilidad lateral del pórtico	40
7.2	<i>Ejemplo 1: análisis de pórtico traslacional con uniones rígidas</i>	44
7.2.1	Método A	44
7.2.2	Método B	50
7.2.3	Método C	57
7.3	<i>Ejemplo 2: análisis de pórtico traslacional con uniones semi-rígidas</i>	63
7.3.1	Método A	63
7.3.2	Método B	66
7.3.3	Método C	70
7.4	<i>Ejemplo 3: análisis de pórtico traslacional con uniones articuladas</i>	74
7.4.1	Método A	74
7.4.2	Método B	77
7.4.3	Método C	81
7.5	<i>Resultados y conclusiones</i>	84
8.	Conclusiones y trabajos futuros	89
8.1	<i>Resumen y conclusiones</i>	89
8.2	<i>Trabajos futuros</i>	89
	Referencias	91
	ANEXO A: Influencia del número de divisiones de los elementos de ansys en la solución	93
	ANEXO B: Validación del modelo	95
	ANEXO C: Pórtico traslacional con uniones rígidas	99
	ANEXO D: Pórtico traslacional con uniones semi-rígidas	103
	ANEXO E: Pórtico traslacional con uniones articuladas	107

Índice de Tablas

Tabla 1: Tipo de curva de pandeo [3]	11
Tabla 2: Tipos de análisis según la clasificación de la estructura [9]	19
Tabla 3: Tipo de modelo de la unión [13]	25
Tabla 4: Coeficiente de modificación de la rigidez [13]	25
Tabla 5: Clasificación de las uniones según el EC-3 [13]	26
Tabla 6: Resultados de los modelos en comparación	34
Tabla 7: Grado de traslacionalidad respecto al número de elementos	37
Tabla 8: Valor de α_{cr} según la rigidez de las uniones	40
Tabla 9: Valor del desplazamiento horizontal máximo según la rigidez de las uniones	41
Tabla 10: Valor del desplazamiento vertical máximo según la rigidez de las uniones	42
Tabla 11: Curva de pandeo para HEB240	45
Tabla 12: Amplitud e_0 según curva de pandeo	45
Tabla 13: Valores máximos de los esfuerzos. Método A	48
Tabla 14: Valores máximos de los esfuerzos. Método B	52
Tabla 15: Curva de pandeo para HEB240	53
Tabla 16: Pórtico rígido. Método B. Coeficiente de pandeo IPE 500	54
Tabla 17: Pórtico rígido. Método B. Coeficiente de pandeo HEB 240	56
Tabla 18: Valores máximos de los esfuerzos. Método C	59
Tabla 19: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 1: uniones rígidas	62
Tabla 20: Valores máximos de los esfuerzos. Método A	65
Tabla 21: Valores máximos de los esfuerzos. Método B	68
Tabla 22: Valores máximos de los esfuerzos. Método C	72
Tabla 23: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 2: uniones semi-rígidas	73
Tabla 24: Valores máximos de los esfuerzos. Método A	76
Tabla 25: Valores máximos de los esfuerzos. Método B	79
Tabla 26: Valores máximos de los esfuerzos. Método C	83
Tabla 27: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 2: uniones articuladas	84

Índice de Figuras

Figura 1: Tipos de estructuras porticadas:(a) y (b) construcciones de tipo industrial y (c) y (d) edificios de varias plantas [2]	1
Figura 2: Ejemplos de colapso parcial de una estructura [2]	2
Figura 3: Ejemplo de colapso global de una estructura [2]	3
Figura 4: Métodos de análisis según el diagrama de tensión-deformación del material [2]	5
Figura 5: Desplazamientos globales y deformaciones locales de las barras [2]	5
Figura 6: Tipos de análisis considerando ambos aspectos [2]	6
Figura 7: Imperfecciones equivalentes de verticalidad [2]	10
Figura 8: Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones [5]	11
Figura 9: Dimensiones y cargas aplicadas en el pórtico de ejemplo 1	12
Figura 10: Nodos de la estructura y desplazamientos obtenidos en pórtico 1	13
Figura 11: Dimensiones y cargas aplicadas en el pórtico de ejemplo 2	14
Figura 12: Nodos de la estructura y desplazamientos obtenidos en pórtico 2	15
Figura 13: Fuerzas verticales y horizontales de diseño, y desplazamiento horizontal relativo [5]	18
Figura 14: Ejemplos de pórtico arriostrado y no arriostrado [10]	20
Figura 15: Modelo y representación de una unión viga-pilar [12]	23
Figura 16: Curva característica momento – rotación [12]	23
Figura 17: Idealización de la curva Momento – Rotación [12]	24
Figura 18: Rigidez a rotación a utilizar en el análisis elástico global [13]	25
Figura 19: Rigidez a rotación a utilizar en el análisis elástico-plástico [13]	26
Figura 20: Límites para la clasificación en función de la rigidez [13]	27
Figura 21: Clasificación de las uniones según su resistencia a flexión [13]	28
Figura 22: Límites para la clasificación de una unión en función de su resistencia [13]	29
Figura 23: Criterios de clasificación de soportes en continuos o no continuos [13]	30
Figura 24: Modelización de uniones flexibles al giro [14]	31
Figura 25: Geometría del elemento BEAM188	32
Figura 26: Geometría del elemento COMBIN14	32
Figura 27: Modelo de unión semi-rígida en ANSYS	33
Figura 28: Pórtico para la validación del modelo [15]	33
Figura 29: Pórtico. Geometría y cargas iniciales	35
Figura 30: Grado de traslacionalidad respecto al número de elementos	37
Figura 31: Límites para la clasificación en función de la rigidez	38
Figura 32: Límites para la clasificación en función de la rigidez del pórtico de estudio	39
Figura 33: Valores intermedios de la rigidez para el cálculo	39

Figura 34: Valor de α_{cr} según la rigidez de las uniones	40
Figura 35: Nodos donde se obtienen los desplazamientos máximos	41
Figura 36: Valor del desplazamiento horizontal máximo según la rigidez de las uniones	42
Figura 37: Valor del desplazamiento vertical máximo según la rigidez de las uniones	43
Figura 38: Pórtico. Geometría y cargas iniciales	44
Figura 39: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes	45
Figura 40: Pórtico con imperfecciones globales y locales	46
Figura 41: Axiles pórtico rígido. Método A	47
Figura 42: Cortantes pórtico rígido. Método A	47
Figura 43: Flectores pórtico rígido. Método A	47
Figura 44: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes	50
Figura 45: Axiles pórtico rígido. Método B	51
Figura 46: Cortantes pórtico rígido. Método B	51
Figura 47: Flectores pórtico rígido. Método B	51
Figura 48: Modo intraslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)	55
Figura 49: Pórtico. Geometría y cargas iniciales	57
Figura 50: Axiles pórtico rígido. Método C	58
Figura 51: Cortantes pórtico rígido. Método C	58
Figura 52: Flectores pórtico rígido. Método C	58
Figura 53: Modo traslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)	61
Figura 54: Pórtico con imperfecciones globales y locales	63
Figura 55: Axiles pórtico semi-rígido. Método A	64
Figura 56: Cortantes pórtico semi-rígido. Método A	64
Figura 57: Flectores pórtico semi-rígido. Método A	64
Figura 58: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes	66
Figura 59: Axiles pórtico semi-rígido. Método B	67
Figura 60: Cortantes pórtico semi-rígido. Método B	67
Figura 61: Flectores pórtico semi-rígido. Método B	67
Figura 62: Pórtico. Geometría y cargas iniciales	70
Figura 63: Axiles pórtico semi-rígido. Método C	71
Figura 64: Cortantes pórtico semi-rígido. Método C	71
Figura 65: Flectores pórtico semi-rígido. Método C	71
Figura 66: Pórtico con imperfecciones globales y locales	74
Figura 67: Axiles pórtico articulado. Método A	75

Figura 68: Cortantes pórtico articulado. Método A	75
Figura 69: Flectores pórtico articulado. Método A	75
Figura 70: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes	77
Figura 71: Axiles pórtico articulado. Método B	78
Figura 72: Cortantes pórtico articulado. Método B	78
Figura 73: Flectores pórtico articulado. Método B	78
Figura 74: Pórtico. Geometría y cargas iniciales	81
Figura 75: Axiles pórtico articulado. Método C	82
Figura 76: Cortantes pórtico articulado. Método C	82
Figura 77: Flectores pórtico articulado. Método C	82
Figura 78: Aprovechamiento según resistencia del pilar	86
Figura 79: Aprovechamiento según estabilidad del pilar	86
Figura 80: Aprovechamiento según resistencia del dintel	87
Figura 81: Aprovechamiento según estabilidad del dintel	87

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

Actualmente, la gran mayoría de estructuras metálicas que podemos encontrarnos están fabricadas en acero, ya que es un material muy diversificado, y ofrece posibilidades muy variadas dependiendo de los requerimientos que se necesiten. La elección de acero en lugar de otros materiales metálicos o incluso no metálicos (hormigón) para diferentes tipos de construcciones ofrece una serie de ventajas como son su fiabilidad y durabilidad a lo largo del tiempo, la gran cantidad de piezas estandarizadas o la relación entre resistencia y volumen/peso mucho mejor que para el hormigón. [1]

Además, el amplio estudio que existe sobre las formas de unión entre elementos metálicos ofrece múltiples posibilidades para adaptarse a todo tipo de formas arquitectónicas que se quieran llevar a cabo. Es por ello que el cálculo de las uniones en una estructura representa una parte fundamental del estudio de la misma, del cual dependerá en buena medida su durabilidad.

Para analizar una estructura es necesario entonces definir los tipos de uniones que conectarán sus diferentes elementos (vigas, columnas, etc.), para lo cual hay que definir previamente las cargas que actúan y los esfuerzos, giros y desplazamiento que se van a generar, a raíz de los cuales se definirán unos u otros tipos de uniones.

Los tipos más frecuentes de estructuras porticadas se indican en la siguiente figura, donde los casos (a) y (b) son característicos de construcciones de tipo industrial, y los (c) y (d) de edificios de varias plantas.

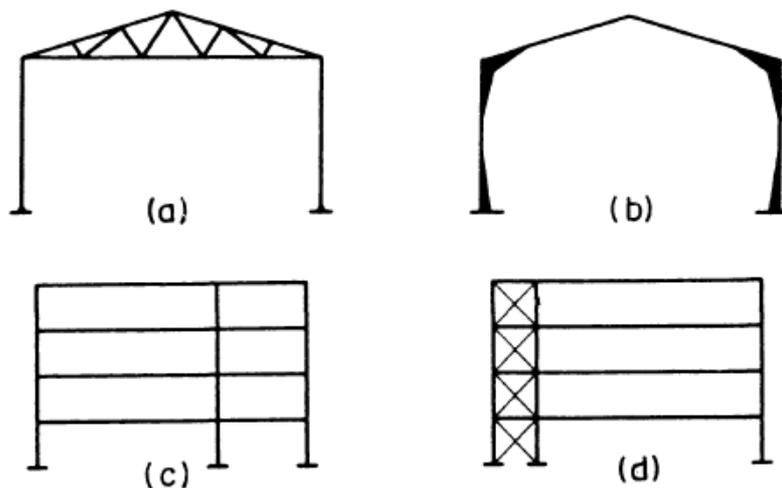


Figura 1: Tipos de estructuras porticadas: (a) y (b) construcciones de tipo industrial y (c) y (d) edificios de varias plantas [2]

En los edificios de varias plantas existen forjados entre los pórticos, que normalmente son elementos lo suficientemente rígidos como para enlazarlos y asegurar su comportamiento espacial, mientras que en las construcciones industriales no existen estos forjados, y se deben proyectar elementos estructurales específicos para realizar la función de enlace.

Los pórticos están **formados** por:

- Vigas: Son elementos horizontales, o con inclinación relativamente pequeña, que trabajan principalmente a flexión, aunque pueden existir axiles, normalmente debidos a los empujes.
- Soportes: Son elementos verticales, que trabajan a compresión simple en el caso de que las uniones sean articuladas (salvo los momentos debidos a las excentricidades propias de los nudos, y a las acciones horizontales), y a flexocompresión en el caso de uniones rígidas.
- Uniones: Están constituidas por los enlaces entre vigas y soportes.
- Arriostramientos: Son elementos que se colocan, algunas veces, para absorber los empujes horizontales.

Las **formas características de colapso** de los pórticos las podemos clasificar en:

- Colapso parcial: Corresponde al de alguno, o algunos, de los elementos que componen el pórtico; no suele llevar necesariamente la ruina de la estructura completa, ya que en las estructuras hiperestáticas existen muchas formas posibles para la transmisión de cargas hasta la cimentación, y en las isostáticas las barras son “casi independientes” unas de otras. En las figuras siguientes se indican dos formas características de este tipo de colapso:

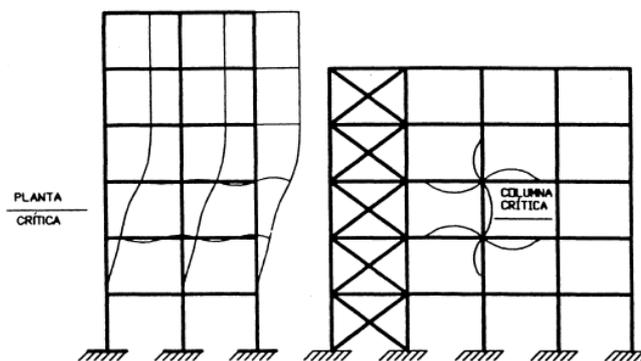


Figura 2: Ejemplos de colapso parcial de una estructura [2]

- En vigas, por formación de rótulas plásticas, inestabilidad lateral o abollamiento.
- En soportes, por pandeo en cualquiera de sus formas posibles, generalmente con consecuencias muy graves.
- En uniones, provocando la pérdida de equilibrio en el elemento que unen (si la rotura de la unión es completa), o porque cambia el comportamiento de la unión con respecto al que hemos considerado en el análisis de la estructura (si su rotura es incompleta).

- **Colapso global:** Corresponde a la pérdida de estabilidad de todo el conjunto simultáneamente; en la siguiente figura se indica un caso característico. Desde el punto de vista de la relación entre fuerzas y desplazamientos, se produce esta situación de colapso global, cuando a un incremento pequeño de las cargas le corresponde un incremento grande de los desplazamientos; el valor de las cargas para el que se produce esta situación, se denomina *carga crítica del pórtico* (elástica o plástica, según el tipo de análisis que estemos efectuando). [2]

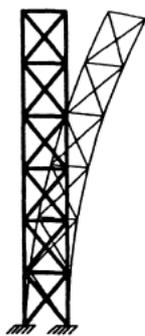


Figura 3: Ejemplo de colapso global de una estructura [2]

NORMATIVA ACTUAL: EUROCÓDIGO 3

Durante los últimos veinte años, la Comisión de las Comunidades Europeas (CCE) ha ido estableciendo un conjunto de reglas técnicas para los proyectos de edificación y de ingeniería civil desde el punto de vista estructural para finalmente proporcionar una normativa común a los países de la Comunidad Europea. Estas reglas técnicas son los denominados Eurocódigos Estructurales, conocidos de modo informal por la abreviatura EC. [3]

Su fin es dotar de una guía para el diseño estructural consistente en toda la UE, permitiendo a los diseñadores y constructores de un estado participar en igualdad de condiciones en otro.

El Eurocódigo 3 es aplicable al proyecto de edificios y obras de ingeniería civil en acero. Se subdivide en varias partes, siendo las que se utilizarán en este estudio:

- ***Eurocódigo 3: Proyecto de Estructuras de Acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación (UNE-EN 1993-1-1).***
- ***Eurocódigo 3: Proyecto de Estructuras de Acero. Parte 1-8: Uniones (UNE-EN 1993-1-8).***

1.2 Objetivos

Es evidente que la división de uniones en dos tipos, articuladas y rígidas, es una situación idealizada que simplifica el análisis y diseño estructural para incluso poder realizarlo en ocasiones sin necesidad de ordenadores. Con ello, no se está considerando el comportamiento real de las uniones, ya que cualquier unión, independientemente de su disposición constructiva, cuenta con una rigidez finita, lo cual hace necesario el estudio de un diseño intermedio al que denominados semi-rígido o flexible.

El objetivo del presente trabajo es acercarnos a las uniones semi-rígidas mediante el análisis estructural de una estructura porticada. Para ello, se irá variando la rigidez de las uniones que la forman (rígidas, semi-rígidas y articuladas) extrayendo con ello información sobre dimensionamiento y aprovechamiento óptimos de cada uno de los elementos que la forman.

1.3 Organización del documento

En este **Capítulo 1: Introducción** se presentan las estructuras de acero y la importancia de las uniones en las estructuras metálicas, se describen los objetivos del proyecto y se hace una breve descripción de la organización del presente documento.

En el **Capítulo 2: Métodos de análisis global de estructuras** se clasifican según dos tipos los métodos de análisis: por sus diagramas tensión-deformación (análisis elástico, rígido-plástico o elasto-plástico) y por la influencia de las deformaciones en las acciones que actúan sobre la estructura (análisis de primer o segundo orden).

En el **Capítulo 3: Imperfecciones estructurales** se exponen todas aquellas imperfecciones que toda estructura ha de considerar (globales o locales) debidas a tensiones residuales, defectos de verticalidad, tolerancias de ejecución, etc. Se calcularán las fuerzas equivalentes que tendrán que aplicarse en la estructura y, por último, se analiza un ejemplo sobre la importancia que tiene la consideración o no de los efectos de segundo orden en los análisis.

En el **Capítulo 4: Estabilidad lateral y análisis de estructuras porticadas** se clasifican las estructuras según su traslacionalidad y su sistema de arriostramiento. A continuación, se expone un esquema que muestra el tipo de análisis al que someterla según su clasificación.

En el **Capítulo 5: Las uniones en las estructuras de acero** se comentan las ventajas y desventajas de las uniones metálicas, estudiando tanto los factores económicos como los técnicos. A continuación, se analiza el comportamiento de las uniones según el diagrama momento-rotación, se exponen los métodos de análisis global y finaliza con la clasificación de estas según el Eurocódigo 3 en función de su rigidez y resistencia.

En el **Capítulo 6: Modelización en ANSYS** se describe la metodología llevada a cabo en ANSYS de manera que el comportamiento de las uniones se asemeje lo máximo posible a su comportamiento en la realidad. Para ello, se describen los elementos utilizados en el programa y se expone un ejemplo para verificar que el modelo es correcto.

En el **Capítulo 7: Ejemplos prácticos y resultados** se describen las dimensiones y las cargas aplicadas en el pórtico que posteriormente va a ser objeto de estudio. Se analizará su resistencia y estabilidad para tres casos: uniones rígidas, semi-rígidas y articuladas. Finalmente, mediante gráficos se exponen los aprovechamientos de cada uno de los elementos que componen la estructura.

En el **Capítulo 8: Conclusiones y trabajos futuros** se resumen las conclusiones obtenidas en este proyecto y se dan ideas sobre futuras líneas de investigación.

2 MÉTODOS DE ANÁLISIS GLOBAL DE ESTRUCTURAS

2.1 Consideraciones generales

Los métodos de análisis los podemos clasificar desde dos puntos de vista, que a su vez se pueden combinar entre ellos [2]:

- **Por el tipo de diagrama simplificado de tensión-deformación que adoptemos para el material:**

Se suele considerar: diagrama elástico, rígido-plástico, o elasto-plástico. Respectivamente, se muestran en la siguiente figura:

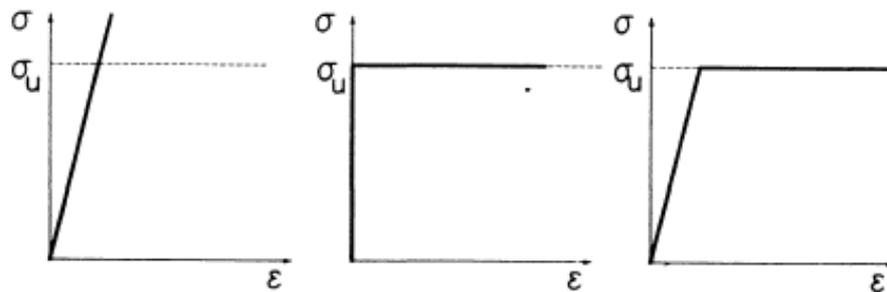


Figura 4: Métodos de análisis según el diagrama de tensión-deformación del material [2]

- **Por la forma de considerar la influencia de las deformaciones sobre las acciones que actúan sobre la estructura:**

Si despreciamos la influencia de estas deformaciones, y planteamos las condiciones de equilibrio sobre la configuración inicial (no deformada) de la estructura se trata de análisis de primer orden; si tenemos en cuenta que las deformaciones debidas a las acciones exteriores modifican el efecto de estas acciones, y planteamos las condiciones de equilibrio sobre la configuración deformada de la estructura, estaremos realizando un análisis de segundo orden, donde, a su vez, podemos distinguir entre los efectos de segundo orden debidos a los desplazamientos del conjunto de la estructura, y los debidos a las deformaciones locales de las barras. Se muestra esto en la siguiente figura:

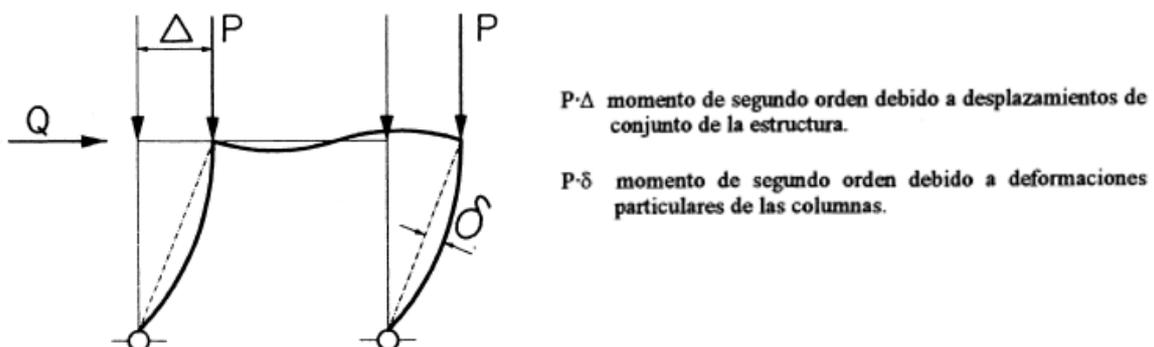


Figura 5: Desplazamientos globales y deformaciones locales de las barras [2]

Cuando se deba tener en cuenta la influencia de los desplazamientos, habrá que considerar también que las estructuras reales tienen imperfecciones geométricas, que influyen sobre los efectos de las acciones de forma similar a los desplazamientos de la estructura, por lo que también habrá que considerarlas. En el apartado 3.4 se darán los criterios para estimar el valor de estas imperfecciones.

2.2 Tipos de análisis

Combinando los dos aspectos anteriores, podemos realizar los tipos de análisis que se muestran en la siguiente figura [2]:

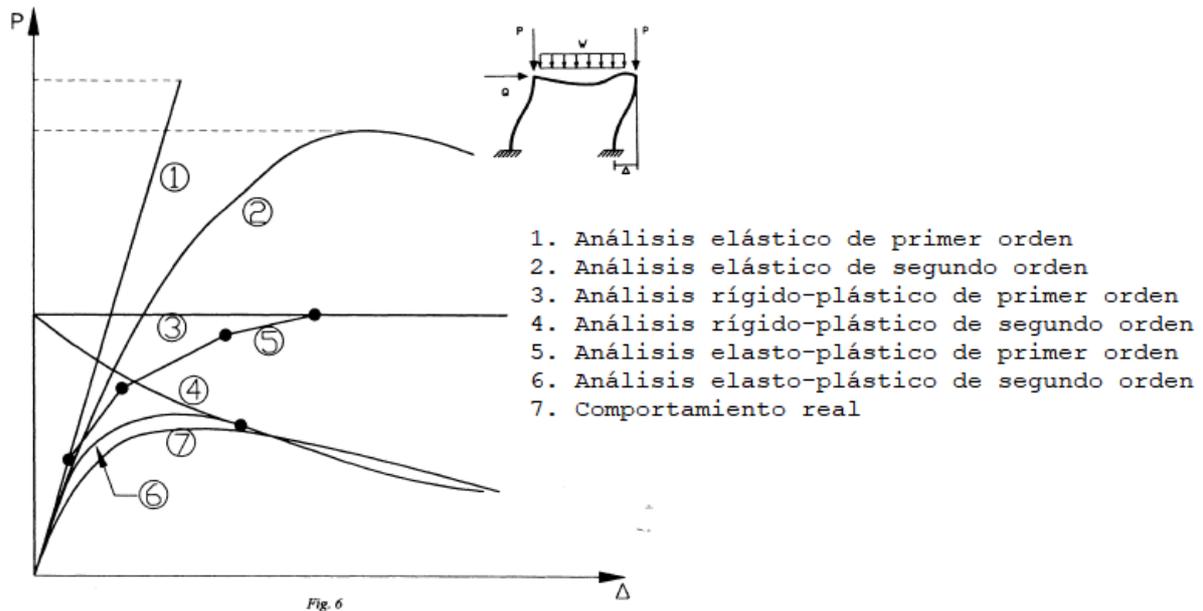


Figura 6: Tipos de análisis considerando ambos aspectos [2]

Como puede verse, a medida que el procedimiento de análisis es más completo, nos aproximamos más al comportamiento real de la estructura. Todas estas graficas corresponden al caso en el que el fallo se produce por inestabilidad global, sin considerar que se produzcan efectos de abollamiento, pandeo de alguna barra o falta de capacidad de rotación en las rótulas plásticas que se forman sucesivamente. En ellas tenemos:

2.2.1 Análisis elástico de primer orden (1)

Consideramos para el material un comportamiento elástico indefinido, y las condiciones de equilibrio se plantean sobre la geometría no deformada; la gráfica, en este caso, es una recta que llega hasta la carga crítica elástica (corresponde a la bifurcación de equilibrio calculada sin considerar la influencia de los desplazamientos sobre las acciones exteriores).

Los resultados así obtenidos sólo son aproximados en el tramo inferior de la gráfica.

2.2.2 Análisis elástico de segundo orden (2)

Se considera también que el comportamiento del material es elástico indefinido, pero las ecuaciones

de equilibrio se plantean en la geometría deformada; los desplazamientos crecen más rápidamente, por la no linealidad geométrica, lo que hace que la gráfica sea una curva, que alcanza un máximo que corresponde a la carga elástica de rotura (a partir de ella sólo es posible el equilibrio si la carga disminuye).

2.2.3 Análisis rígido-plástico de primer orden (3)

Si consideramos un comportamiento rígido-plástico del material, y planteamos las condiciones de equilibrio en la geometría no deformada, los desplazamientos serán nulos hasta que las acciones exteriores alcancen el valor necesario para originar la aparición de un número suficiente de rótulas plásticas que haga que la estructura, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo.

A partir de aquí, el material tiene un comportamiento plástico y las deformaciones crecen de forma ilimitada para ese valor constante de la carga.

2.2.4 Análisis rígido-plástico de segundo orden (4)

Corresponde a la misma situación anterior, pero ahora planteamos las condiciones de equilibrio en la geometría deformada; hasta la transformación de la estructura en un mecanismo, el comportamiento es idéntico (corresponde a la zona rígida del material), pero a partir de aquí, sólo es posible el equilibrio si la carga disminuye (por la no linealidad geométrica).

2.2.5 Análisis elasto-plástico de primer orden (5)

Planteamos las condiciones de equilibrio en la geometría no deformada y realizamos una serie de análisis elásticos sucesivos después de la aparición de cada una de las rótulas (cada vez la estructura es más deformable y cada tramo es una recta porque estamos considerando comportamiento elástico del material); cuando la estructura se transforma en un mecanismo, pasa a tener un comportamiento plástico, y el desplazamiento aumenta ilimitadamente bajo carga constante.

El tramo hasta la formación de la primera rótula coincide con el correspondiente al análisis elástico de primer orden.

2.2.6 Análisis elasto-plástico de segundo orden (6)

Es un proceso similar al anterior, pero planteando en cada etapa las condiciones de equilibrio en la geometría deformada.

Cada tramo es ahora una curva por la no linealidad geométrica: el primero coincide sensiblemente con el correspondiente al análisis elástico de segundo orden, y el tramo final coincide con la gráfica 4, puesto que en ambos casos la estructura se ha transformado en un mecanismo y tiene un comportamiento plástico.

A partir de un valor dado de las acciones exteriores, sólo es posible el equilibrio si se produce una disminución de esta carga.

3 IMPERFECCIONES ESTRUCTURALES

Según el la EAE: Instrucción de Acero Estructural [4], el análisis estructural debería considerar de manera apropiada los efectos de las imperfecciones, incluyendo:

- Tensiones residuales
- Imperfecciones geométricas, tales como:
 - Defectos de verticalidad
 - Defectos de alineación
 - Defectos de planeidad
 - Tolerancias de ajuste
 - Excentricidades mayores a las toleradas.
- Tolerancias de ejecución y montaje

Estos efectos se pueden tener en cuenta mediante unas **imperfecciones geométricas equivalentes**, las cuales solo se tendrán en cuenta en Estados Límite Últimos (no en los Estados Límite de Servicio).

Estas imperfecciones geométricas equivalentes deben considerarse en tres niveles:

- Análisis global de la estructura (\emptyset)
- Análisis de los sistemas de arriostramiento
- Análisis local de los elementos aislados (e_0)

Las imperfecciones geométricas equivalentes se suman a la geometría teórica ideal de forma que produzcan los efectos más desfavorables posibles.

3.1 Imperfecciones globales equivalentes (\emptyset)

En el caso de estructuras porticadas susceptibles de pandeo global según un modo traslacional, debería incorporarse el efecto de las imperfecciones en el análisis de la estructura a través de una **imperfección equivalente**, bajo la forma de un defecto global de verticalidad inicial e imperfecciones locales por curvatura de los elementos. Así, las imperfecciones pueden estimarse como:

$$\emptyset = \emptyset_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

Donde:

$$\emptyset_0 = \frac{1}{200} \quad \text{es el valor de base;}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \text{es el coeficiente reductor, función de la altura h, aplicable a los soportes, con:}$$

$$\frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$$

h es la altura de la estructura, en metros;

$\alpha_m = \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$ es el coeficiente reutor, función del número de soportes de una fila;

m es el número de soportes en una fila, incluyendo únicamente aquellos soportes solicitados por una carga vertical N_{Ed} superior o igual al 50% del valor medio de la carga por soporte en el plano vertical considerado.

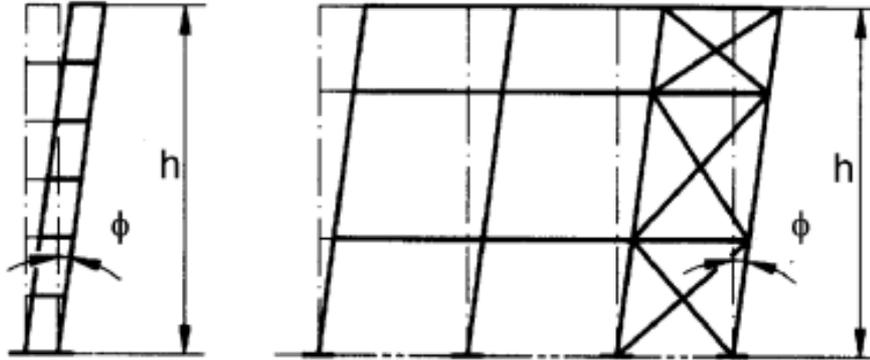


Figura 7: Imperfecciones equivalentes de verticalidad [2]

3.2 Imperfecciones locales equivalentes (e_0)

Además del defecto inicial de verticalidad global de la estructura, y salvo en las circunstancias establecidas seguidamente, deberá considerarse la influencia en la inestabilidad global de las estructuras traslacionales, de las imperfecciones locales propias de todos aquellos elementos comprimidos en los que se cumplan las dos condiciones siguientes:

- Al menos uno de los dos nudos extremos del elemento no pueda considerarse como articulado.
- Su esbeltez adimensional en el plano de pandeo considerado, calculada como barra biarticulada en sus extremos, sea tal que:

$$\tilde{\lambda} > 0.5 \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{Ed}}}$$

Siendo:

- A el área de la sección transversal del elemento.
- N_{Ed} el valor de cálculo de la compresión en el elemento, para la combinación de acciones analizada.

Esta condición equivale a que el axil de compresión de cálculo del elemento, N_{Ed} , sea superior al 25% de su carga crítica de Euler, N_{cr} .

En dichos casos puede adoptarse una curvatura inicial equivalente, en los elementos comprimidos afectados, con forma parabólica de segundo grado y una flecha máxima e_0 , tal que:

Tipo de curva de pandeo	Método de análisis global de la estructura	
	Análisis global elástico	Análisis global plástico
	c_0	c_0
a_0	L/350	L/300
A	L/300	L/250
B	L/250	L/200
C	L/200	L/150
D	L/150	L/100

Tabla 1: Tipo de curva de pandeo [3]

3.3 Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones

Los efectos de las imperfecciones laterales globales y de las curvaturas iniciales en los elementos comprimidos pueden asimilarse a unos sistemas de fuerzas transversales autoequilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas en la combinación de acciones correspondiente, estimadas como sigue para cada elemento (ver figura 10).

- a. Para el caso de defectos iniciales de verticalidad de elementos comprimidos:

$$H_{td} = \phi \cdot N_{Ed}$$

- b. Para el caso de curvaturas iniciales en elementos comprimidos, cuando sea preciso considerarlas según 3.1.1.2:

$$q_{td} = \frac{8 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L^2}$$

$$H_{td} = \frac{4 \cdot N_{Ed} \cdot e_0}{L}$$

Siendo L y N_{Ed} la longitud y el valor de cálculo del esfuerzo de compresión, respectivamente, en el elemento.

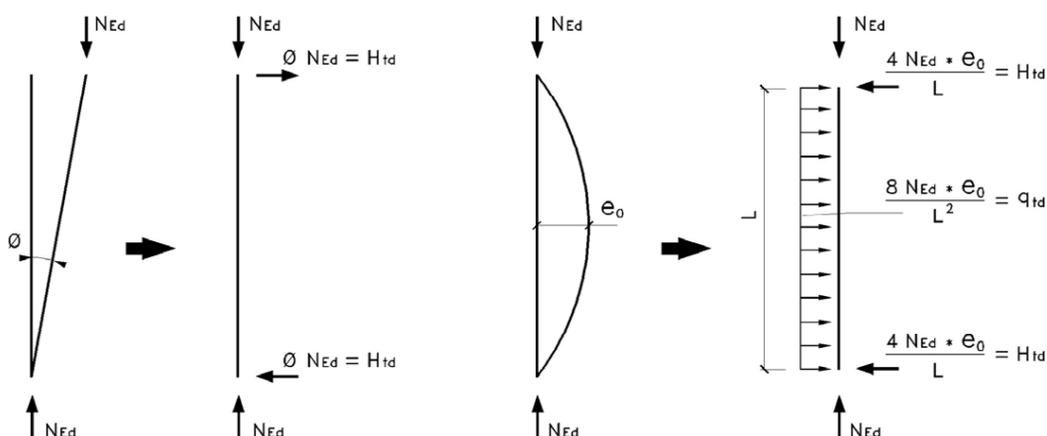


Figura 8: Fuerzas transversales equivalentes a las imperfecciones [5]

3.4 Razonamiento sobre la consideración o no de los efectos de segundo orden

A partir del siguiente pórtico, cuyos nudos son rígidos, se planteará el modelo de cálculo elástico teniendo en cuenta las imperfecciones, razonando si se pueden despreciar o no los efectos de segundo orden y comprobando si el pórtico es traslacional o intraslacional. Se estudiarán dos casos, que se diferenciarán en la altura de los soportes. [6].

3.4.1 Pórtico con soportes de 4 metros de altura

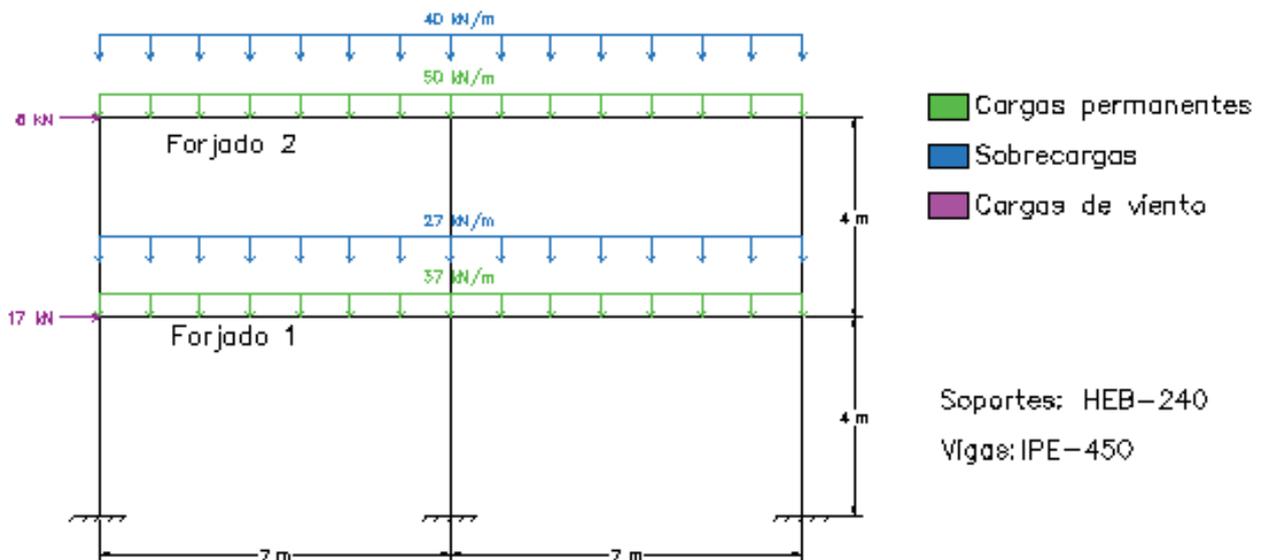


Figura 9: Dimensiones y cargas aplicadas en el pórtico de ejemplo 1

Primero se calculará el coeficiente de imperfección:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = 0.00289 \text{ rad}$$

$$\phi_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{4+4}} = 0.7071$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 0.8165$$

Esta pérdida de verticalidad se traducirá más adelante en la aparición de fuerzas horizontales.

Ahora se procederá al cálculo de las cargas de diseño; se tomará la siguiente combinación de cargas para el ejemplo:

$$E_d = \gamma_G \cdot G + \gamma_Q \cdot Q \cdot \gamma_{0,Q} + \gamma_w \cdot w$$

- Acciones verticales:

$$For_1 = 1.35 \cdot 37 \cdot 14 + 1.5 \cdot 27 \cdot 14 \cdot 0.7 = 1096.2 \text{ kN}$$

$$For_2 = 1.35 \cdot 50 \cdot 14 + 1.5 \cdot 40 \cdot 14 \cdot 0.7 = 1533.0 \text{ kN}$$

- Fuerzas de desequilibrio (horizontales):

$$Fd_{For_1} = \emptyset \cdot For_1 = 0.00289 \cdot 1096.2 = 3.164 \text{ kN}$$

$$Fd_{For_2} = \emptyset \cdot For_2 = 0.00289 \cdot 1533.0 = 4.425 \text{ kN}$$

- Fuerzas de desequilibrio (horizontales) + viento:

$$Ft_{For_1} Ft_{For_1} = 1.5 \cdot 17 + 2.980 = 28.48 \text{ kN}$$

$$Ft_{For_2} = 1.5 \cdot 8 + 4.168 = 16.17 \text{ kN}$$

Los nodos donde mediremos el desplazamiento horizontal son los dos donde se aplican las cargas de viento, 2 y 64.

- Desplazamiento del nodo 2: **4.17 mm**
- Desplazamiento del nodo 64: **7.98 mm**

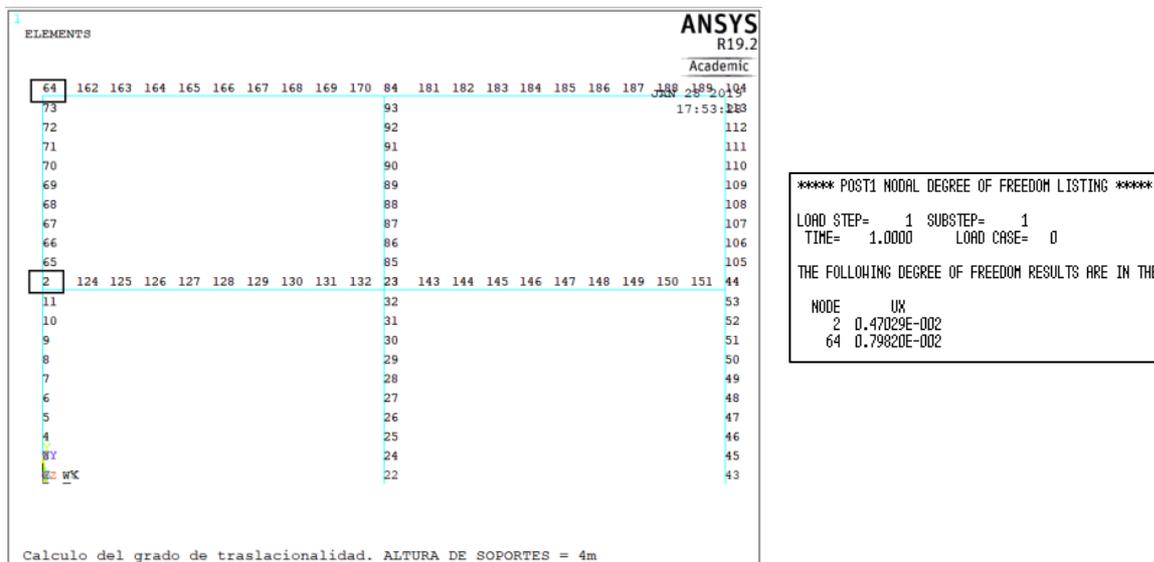


Figura 10: Nodos de la estructura y desplazamientos obtenidos en pórtico 1

Ahora se procede al cálculo del grado de translacionalidad:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

- Forjado 1:

$$\alpha_{cr,1} = \left(\frac{28.66 + 16.43}{1096.2 + 1533.0} \right) \cdot \left(\frac{4}{4.17e - 03} \right) = 14.6 > 10 \quad \text{INTRASLACIONAL}$$

- Forjado 2:

$$\alpha_{cr,2} = \left(\frac{16.43}{1533.0} \right) \cdot \left(\frac{4}{7.98e - 03} \right) = 13.1 > 10 \quad \text{INTRASLACIONAL}$$

3.4.2 Pórtico con soportes de 5 metros de altura

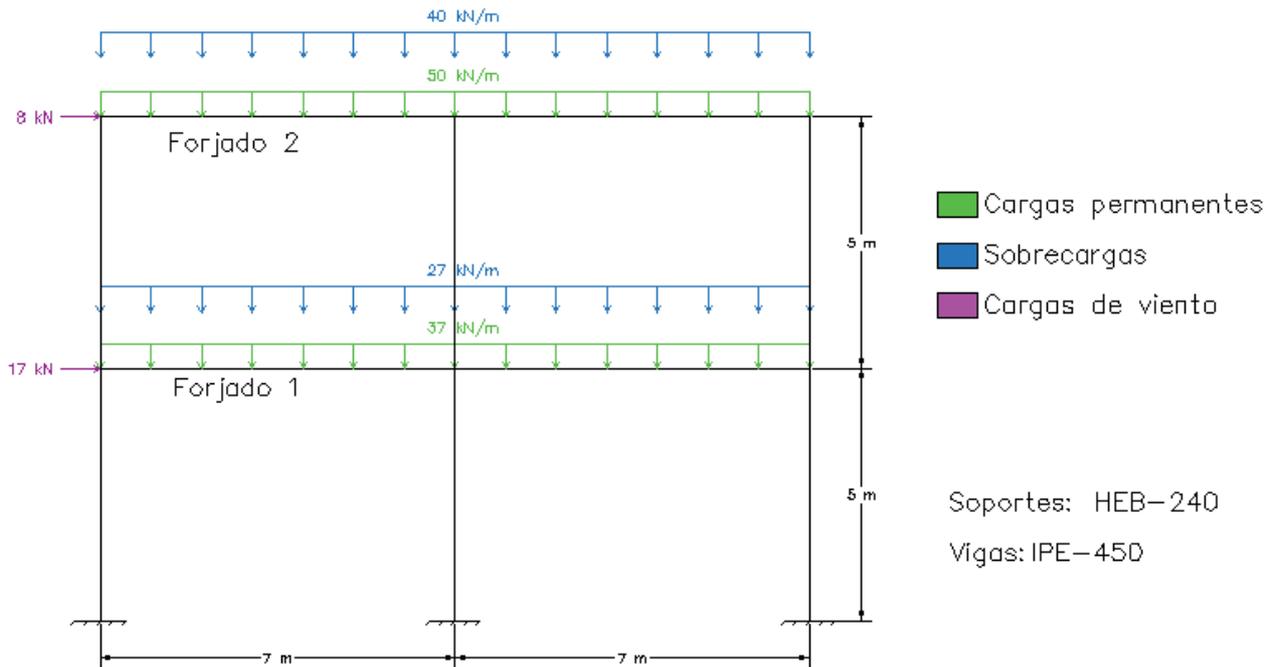


Figura 11: Dimensiones y cargas aplicadas en el pórtico de ejemplo 2

Tal y como se hizo anteriormente, se calculará el coeficiente de imperfección:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = 0.00272 \text{ rad}$$

$$\phi_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} = \frac{2}{\sqrt{5+5}} = 0.6324 \text{ rad} < \frac{2}{3} ; \quad \alpha_h = \frac{2}{3} = 0.67$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)} = 0.8165$$

Esta pérdida de verticalidad se traducirá más adelante en la aparición de fuerzas horizontales.

Ahora se procederá al cálculo de las cargas de diseño; se tomará la siguiente combinación de cargas para el ejemplo:

$$E_d = \gamma_G \cdot G + \gamma_Q \cdot Q \cdot \gamma_{0,Q} + \gamma_w \cdot w$$

- Acciones verticales:

$$For_1 = 1.35 \cdot 37 \cdot 14 + 1.5 \cdot 27 \cdot 14 \cdot 0.7 = 1096.2 \text{ kN}$$

$$For_2 = 1.35 \cdot 50 \cdot 14 + 1.5 \cdot 40 \cdot 14 \cdot 0.7 = 1533.0 \text{ kN}$$

- Fuerzas de desequilibrio (horizontales):

$$Fd_{For_1} = \phi \cdot For_1 = 0.00272 \cdot 1096.2 = 2.980 \text{ kN}$$

$$Fd_{For_2} = \phi \cdot For_2 = 0.00272 \cdot 1533.0 = 4.168 \text{ kN}$$

- Fuerzas de desequilibrio (horizontales) + viento:

$$Ft_{For_1} = 1.5 \cdot 17 + 2.980 = 28.48 \text{ kN}$$

$$Ft_{For_2} = 1.5 \cdot 8 + 4.168 = 16.17 \text{ kN}$$

Los nodos donde mediremos el desplazamiento horizontal son los dos donde se aplican las cargas de viento, 2 y 64.

- Desplazamiento del nodo 2: 8.85 mm
- Desplazamiento del nodo 64: 14.15 mm

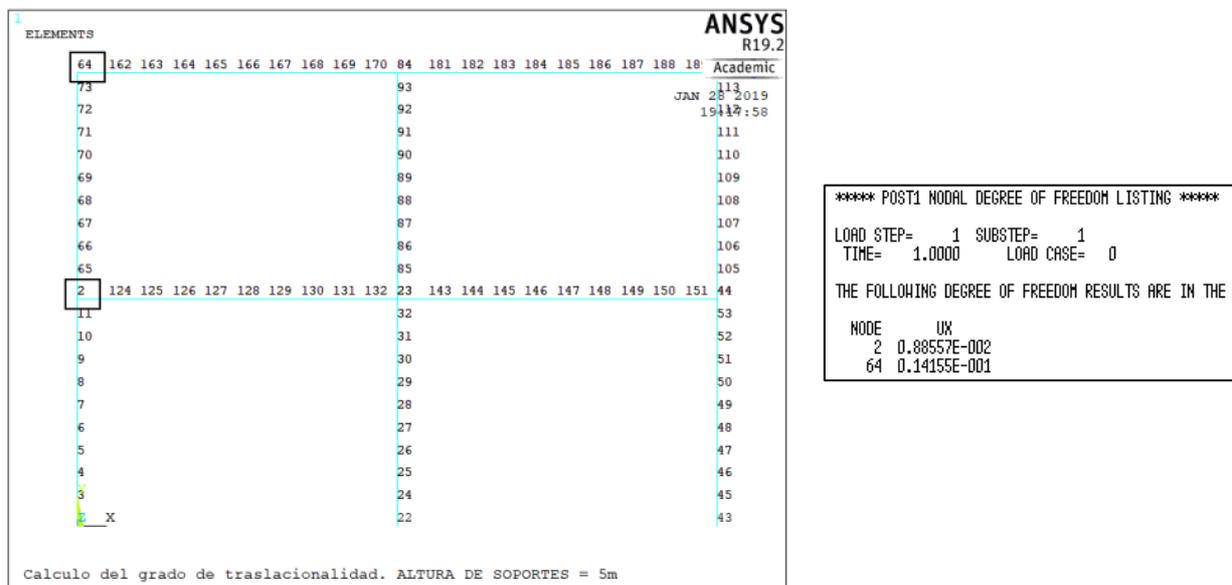


Figura 12: Nodos de la estructura y desplazamientos obtenidos en pórtico 2

Ahora se procede al cálculo del grado de traslacionalidad:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

- Forjado 1:

$$\alpha_{cr,1} = \left(\frac{28.48 + 16.17}{1096.2 + 1533.0} \right) \cdot \left(\frac{5}{8.85e - 03} \right) = 9.6 < 10 \quad \text{TRASLACIONAL}$$

- Forjado 2:

$$\alpha_{cr,2} = \left(\frac{16.17}{1533.0} \right) \cdot \left(\frac{5}{14.15e - 03} \right) = 9.9 < 10 \quad \text{TRASLACIONAL}$$

Como se puede observar en el ejemplo del apartado anterior, el pórtico cuyos soportes son de 4 metros de altura, el coeficiente de traslacionalidad es mayor a 10, siendo válido entonces el **análisis en primer orden** resultando además la **estructura intraslacional**.

Si a la estructura, en cambio, se le diera un metro más de altura en cada planta manteniendo las cargas aplicadas, ya no resultaría válido un análisis en primer orden, resultando además la **estructura traslacional**; **EN ESTE CASO SERÍA NECESARIO CONSIDERAR LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN**.

4 ESTABILIDAD LATERAL Y ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS PORTICADAS

4.1 Efectos de la geometría deformada de la estructura

La magnitud de la influencia de los efectos de segundo orden en la respuesta estructural depende básicamente de su rigidez lateral. Por ello, la estructura debe disponer de los elementos necesarios para materializar una trayectoria clara de las fuerzas horizontales, de cualquier dirección en planta, hasta la cimentación. El control de la estabilidad lateral de una estructura suele, en general, garantizarse por medio de:

- La propia rigidez de los sistemas estructurales de nudos rígidos.
- Sistemas de arriostramiento lateral triangulados.
- Sistemas de arriostramiento lateral mediante pantallas o núcleos rígidos.
- Por combinación de algunos de los esquemas estructurales precedentes siempre y cuando se den las condiciones:
 - Sean bien proyectados considerando su trabajo en conjunto, mediante una adecuada interacción con la estructura principal y su conexión a la cimentación.
 - Se asegure la permanencia durante el periodo de servicio del edificio
 - Se considere los posibles esfuerzos que el sistema de arriostramiento puede generar sobre la estructura al coaccionar su libre deformación.
 - Se asegure la resistencia de los medios de conexión a la estructura.

Los elementos del esquema resistente de arriostramiento se diseñarán con la resistencia adecuada a los esfuerzos, y con la rigidez suficiente para satisfacer los estados límites de servicio establecidos y garantizar cuando sea necesario la intraslacionalidad. [7]

4.2 Clasificación de las estructuras en intraslacionales y traslacionales

- **Pórtico intraslacional:** aquel en el que el incremento de las solicitaciones debido a las deformaciones de la estructura (efectos de segundo orden) resultan despreciables.

Es posible entonces aplicar las ecuaciones de equilibrio a la geometría de la estructura no deformada.

- **Pórtico traslacional:** aquel en el que los desplazamientos tienen una influencia sustancial en los esfuerzos.

Al no ser despreciables los efectos de segundo orden, es necesario utilizar un método de cálculo que incluya los efectos no lineales. [8]

Para evaluar la traslacionalidad de la estructura, el Eurocódigo 3 [3] da por satisfecha la utilización de un análisis de la estructura en primer orden si se cumple el siguiente criterio:

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10 \text{ (análisis elástico)}$$

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15 \text{ (análisis plástico)}$$

siendo:

- α_{cr} : Es el coeficiente por el que resulta necesario multiplicar las cargas de cálculo para provocar la inestabilidad elástica del modo de pandeo global de la estructura.
- F_{cr} : Carga crítica de inestabilidad elástica para el pandeo de la estructura según un modo global, calculada con las rigideces elásticas iniciales, para la hipótesis de carga considerada.
- F_{Ed} : Carga de cálculo actuando sobre la estructura, en la hipótesis de carga considerada.

Simplificación N° 1 para estructuras porticadas:

En el caso de pórticos de una altura, con dinteles planos, o de poca pendiente, así como el caso de estructuras porticadas planas de edificación, con nudos rígidos, el criterio de intraslacionalidad anterior puede suponerse satisfecho si se verifica en cada planta. El factor de amplificación α_{cr} se obtiene para cada planta a partir de:

$$\alpha_{cr} = \left(\frac{H_{Ed}}{V_{Ed}} \right) \cdot \left(\frac{h}{\delta_{H,Ed}} \right)$$

siendo:

- H_{Ed} : Fuerza horizontal total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de cargas horizontales por encima de ese nivel, incluyendo efectos de imperfecciones.
- V_{Ed} : Fuerza vertical total, estimada en el nivel inferior de cada planta, resultante de cargas verticales por encima de ese nivel.
- h: Altura de la planta considerada.
- $\delta_{H,Ed}$: Desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior e inferior de la planta, bajo la acción de las cargas y de las acciones equivalentes de las imperfecciones.

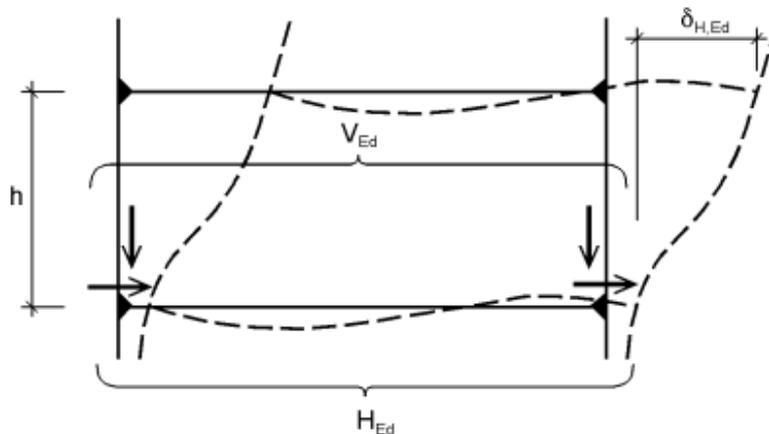


Figura 13: Fuerzas verticales y horizontales de diseño, y desplazamiento horizontal relativo [5]

La aplicación del criterio simplificado supone que (Rodríguez-Tembleque & Abascal):

1. La estructura tiene vigas conectando todos los pilares en cada planta.
2. En pórticos con dinteles inclinados, la pendiente no supera a 1:2 (26°).
3. El esfuerzo de compresión en dinteles sea pequeño, tal que:

$$\bar{\lambda} < 0.3 \cdot \sqrt{\frac{(A \cdot f_y)}{N_{Ed}}} \text{ esta condición equivale a que se cumpla } N_{cr} > 11.11 \cdot N_{Ed}$$

4. El control de la intraslacionalidad se llevará a cabo para todas las hipótesis.

Simplificación N° 2 para estructuras porticadas:

Para los pórticos de edificios de una sola planta, calculados a partir de un análisis global elástico, los efectos de segundo orden por deformación lateral, debidos a cargas verticales, pueden ser considerados multiplicando las cargas hrizontales H_{Ed} , así como las $V_{Ed} \cdot \phi$ debidas a las imperfecciones por el coeficiente:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{\alpha_{cr}}}$$

Siempre que: $\alpha_{cr} \geq 3$

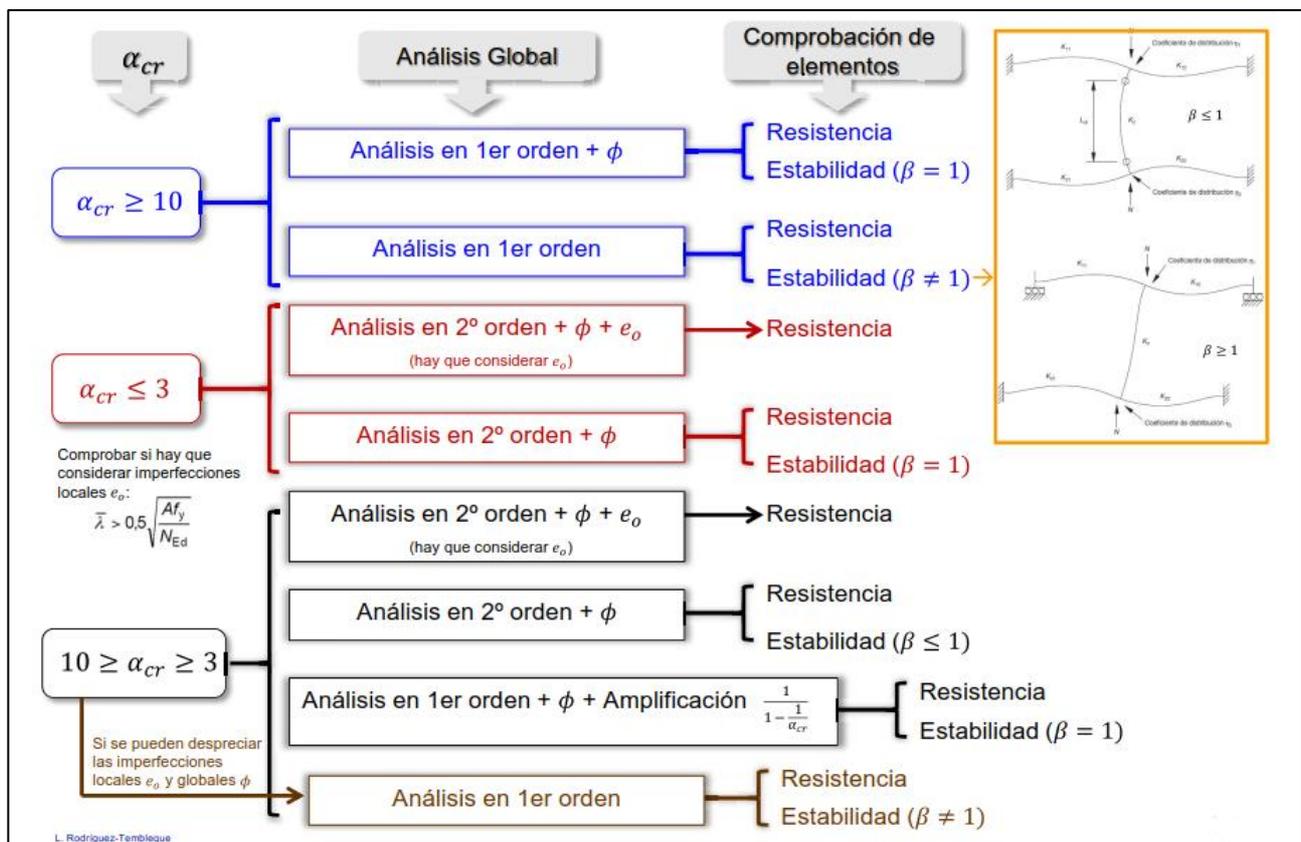


Tabla 2: Tipos de análisis según la clasificación de la estructura [9]

4.3 Clasificación de las estructuras en arriostradas y no arriostradas

Una estructura puede clasificarse como arriostrada cuando su rigidez lateral está garantizada a través de un sistema de arriostramiento que permita desprestigiar la influencia de los efectos de segundo orden en su respuesta estructural y por tanto su análisis global puede llevarse a cabo según la teoría en primer orden. [2]

Cuando un sistema de arriostramiento rigidiza varias estructuras, o subestructuras, la aplicación de los criterios de intraslacionalidad deberán hacerse de modo simultáneo para el arriostramiento vinculado a todas las estructuras arriostradas por él.

El sistema de arriostramiento deberá dimensionarse para hacer frente a:

1. Los efectos de las imperfecciones tanto del propio sistema de arriostramiento como de todas las estructuras a las que arriostra.
2. Las fuerzas horizontales que soliciten a las estructuras a las que arriostra.
3. Las fuerzas horizontales y verticales que actúan directamente sobre el propio sistema de arriostramiento.

Planteamiento del CT-DB-SE-A

El Código Técnico de la Edificación [10] cuantifica “rigidez suficiente” de la siguiente manera:

Se define pórtico arriostrado como aquel en el que el arriostramiento reduce los desplazamientos horizontales en, al menos, un 80% respecto a los de la misma estructura sin arriostrar.

En este caso es admisible suponer que todas las acciones horizontales son resistidas exclusivamente por el sistema de arriostramiento y, además, considerar la estructura como **intraslacional**.

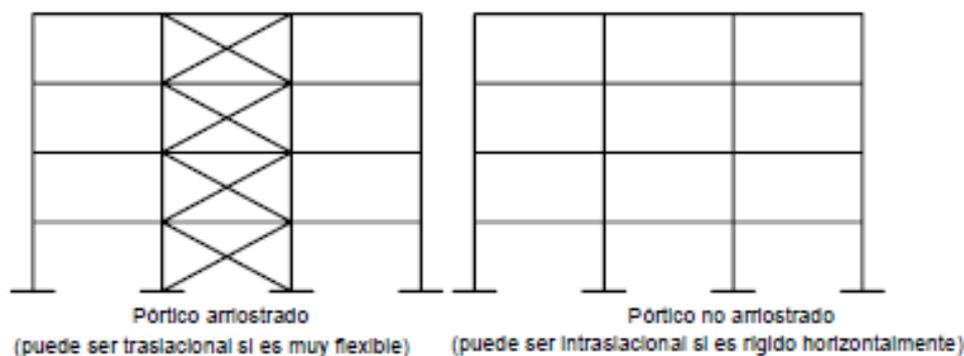


Figura 14: Ejemplos de pórtico arriostrado y no arriostrado [10]

No debemos asociar siempre el concepto de arriostramiento con el de intraslacionalidad, dado que se puede dar una estructura arriostrada tal que el sistema de arriostramiento no proporcione la rigidez suficiente frente a las cargas horizontales y que sea por tanto traslacional. De modo inverso podríamos encontrar un pórtico sin arriostramiento, pero con suficiente rigidez horizontal para ser considerado como intraslacional.

5 LAS UNIONES EN LAS ESTRUCTURAS DE ACERO

5.1 Generalidades de las uniones metálicas

Una de las diferencias más destacables entre las estructuras de hormigón y las metálicas reside en la existencia de una amplia gama de tipos de uniones en esta última, resultando mucho más difícil encontrar soluciones de ensamblaje en las de hormigón, debido a las propiedades del material.

Toda unión es una discontinuidad entre elementos de la estructura y, por tanto, una zona que ha de estudiarse con más detalle, al resultar peligrosa; tal es así que multitud de accidentes en estructuras metálicas han sido atribuidos a uniones mal proyectadas o ejecutadas, por lo que hay que prestar un enorme cuidado al diseño, análisis y ejecución de estas.

Hay que distinguir dos fases en el desarrollo de una unión entre dos o más elementos estructurales:

- La primera, cobrando esta más importancia, es el diseño de esta, eligiendo entre uniones soldadas o atornilladas y dentro de cada tipo, el modelo de unión: a tope, en ángulo, con cubrejuntas, con chapa frontal, con casquillos, etc.
- La segunda, es la comprobación de la capacidad portante de la unión elegida. En el caso más general, esta comprobación se realiza en tres etapas:
 1. Determinación de los esfuerzos a los que se encuentra sometida la unión, que en general depende de su rigidez, por lo que nos encontraremos ante un problema isostático o hiperestático (donde no es suficiente analizar las leyes de la estática para averiguar los esfuerzos que la solicitan, sino que es preciso tener en cuenta además las deformaciones locales de la propia unión).
 2. Determinación de las tensiones que estos esfuerzos originan en los distintos elementos de la unión (cordones de soldadura, tornillos, casquillos, cartelas, etc.)
 3. Comprobación de que estas tensiones no ocasionan el agotamiento de ninguno de dichos elementos.

Para conseguir un diseño adecuado de una unión deben considerarse además una serie de factores o consideraciones de carácter económico y técnico.

5.1.1 Factores económicos

El coste de las uniones ronda alrededor del 40% del coste de una estructura (en el caso de edificación).

Para abaratar uniones, se deben tipificar o unificar los distintos tipos de ellas, teniendo en cuenta que cada unión ha de ser sencilla en su concepción, evitando así elementos innecesarios.

Los costes pueden depender del precio y cantidad de material a utilizar, la maquinaria y la mano de obra empleada. En el caso de uniones, el coste del material no es relevante pero precisa de más horas de trabajo; depende pues de la relación entre el coste de tiempo empleado en hacer la unión y el coste de la cantidad de acero utilizado en ello.

Una unión barata ha de ser fácil de ejecutar, debiendo estar proyectada de forma que facilite el trabajo del soldador o una colocación sencilla de los tornillos.

5.1.2 Factores técnicos

Para que una unión sea correcta desde el punto de vista técnico, es imprescindible tener en cuenta que la unión materialice las condiciones supuestas para ella en el cálculo de la estructura. Los problemas pueden iniciarse cuando el modelo y la estructura real no son concordantes. Por ejemplo:

- La no coincidencia de ejes de barras reales en el nudo teórico, de forma que aparezcan momentos secundarios que aumentan las tensiones locales, ocasionando plastificaciones y/o deformaciones excesivas.
- Diferencias en el grado de empotramiento supuesto. Por ejemplo, un nudo en celosía puede comportarse como rígido, habiéndose calculado como una articulación, o un extremo de viga o soporte se concibe como empotrado y una vez ejecutado no es capaz de absorber los momentos.

También se deben tener en cuenta los efectos locales; por ejemplo, cuando se está alejado de los extremos de las barras, éstas se comportan según las leyes de la resistencia de materiales, pero en las uniones, estas leyes no son estrictamente válidas. Por tanto, se debe recurrir a un estudio más riguroso, basado en la plasticidad y en el comportamiento no lineal de las mismas.

Se trata de pensar en los equipos de soldeo, procedimientos de garantía de calidad y posibilidades de transporte. A veces, estos aspectos tienen más influencia en la tipología que el propio cálculo. Por ejemplo, en las uniones soldadas, se debe prestar atención especialmente a su ejecución y ello puede ocasionar el hecho de que, en ciertas condiciones, se deseche una unión de este tipo, optando por una unión atornillada. [11]

5.2 Comportamiento de las uniones

En una determinada estructura, las acciones exteriores que afectan sobre la misma generan una serie de esfuerzos que se transmiten entre sus diferentes elementos a través de las uniones. Por tanto, estas han de ser capaces de desarrollar unos esfuerzos internos que contrarresten los externos.

El diseño de una determinada estructura será correcto si, al contrarrestar los efectos de las acciones exteriores, la resistencia y rigidez de la unión son adecuadas para cumplir con la función para la que fue diseñada.

Analizando el comportamiento de las estructuras de acero a lo largo del tiempo, se observa que los aceros han ido aumentando su resistencia de forma que el tamaño de las secciones utilizado es menor, disminuyendo su rigidez. Así, podemos concluir que cada vez más la respuesta que nos da una estructura está influenciada por su rigidez, y es por ello por lo que debemos tener en cuenta que la rigidez real no es nunca ni infinita ni cero. De aquí obtenemos que una tercera característica importante para tener en cuenta a la hora del diseño es la capacidad rotacional de una unión determinada. [1]

5.2.1 Diagrama de Momento – Rotación ($M - \phi$)

Consideramos una viga unida a un soporte infinitamente rígido mediante un cierto tipo de unión. La hipótesis de que el soporte sea infinitamente rígido no tiene como objeto más que simplificar las expresiones matemáticas que resultan, así como considerarlo con una rigidez nula.

El comportamiento real de una unión viga-soporte se representa por un muelle con rigidez al giro que une los ejes del soporte y de la viga en el punto de intersección tal y como muestra en la siguiente figura, de manera que en función del momento M_j que le transmite la viga, se producirá un giro relativo entre las barras unidas.

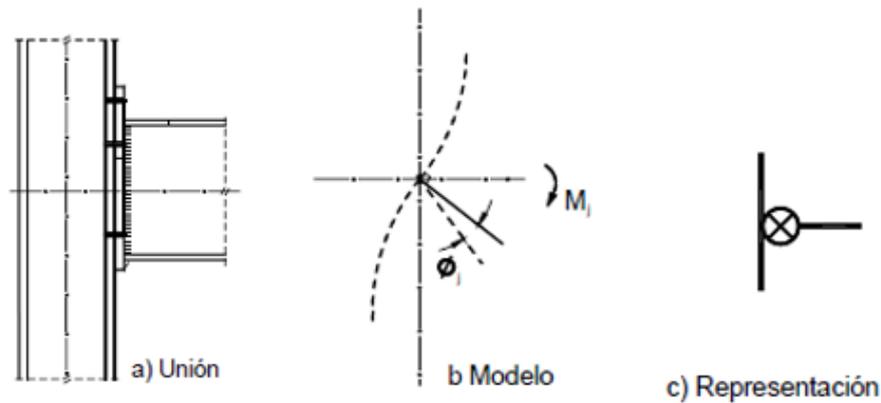


Figura 15: Modelo y representación de una unión viga-pilar [12]

Si representamos gráficamente en un sistema de coordenadas los pares de valores $M-\phi$ correspondientes a distintas sollicitaciones, obtenemos el diagrama momento-rotación correspondiente al nudo en cuestión. Tal y como se ha representado en la siguiente figura, el diagrama $M-\phi$ viene definido generalmente por una ley no lineal, que puede sustituirse por otro más sencillo, bilineal o trilineal, con la única condición de que la curva aproximada (de cálculo) quede siempre por debajo de la más precisa.

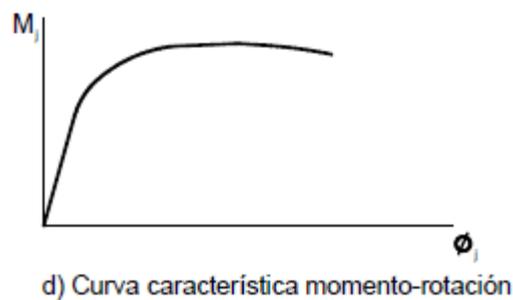


Figura 16: Curva característica momento – rotación [12]

El diagrama $M - \phi$ viene definido generalmente por una ley no lineal, que puede sustituirse por otro más sencillo, bilineal o trilineal, con la única condición de que la curva aproximada de cálculo quede siempre por debajo de la más precisa.

La más simple de las idealizaciones posibles es la elástica-perfectamente plástica representada en la figura que se muestra a continuación. En esta gráfica se representan los tres parámetros que definen cualquier curva momento-rotación de cálculo:

- El momento resistente de cálculo: $M_j - R_d$
- La rigidez de la unión: S_j

- La capacidad de rotación: ϕ_{cd}

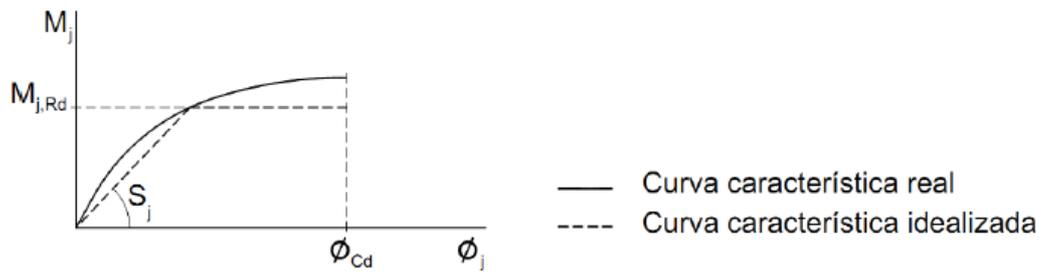


Figura 17: Idealización de la curva Momento – Rotación [12]

- El momento resistente de cálculo, $M_j - R_d$, es igual al valor máximo del momento. Corresponde al escalón de cedencia, y debe ser entendido como el momento resistente plástico de la unión.
- La rigidez al giro, S_j , es el parámetro que relaciona el momento transmitido M_j con el giro relativo ϕ_j (la diferencia entre los giros absolutos de los extremos de las dos barras conectadas).
- Capacidad de rotación de cálculo, ϕ_{cd} , es el giro máximo producido por el momento resistente de cálculo de la unión. Es necesario conocer su valor cuando se pretende realizar un análisis plástico de la estructura.

Hay varias posibilidades de idealizar la curva característica $M_j - \phi_j$ de una unión. La elección de una de ellas está condicionada al tipo de análisis de las barras que se realice: elástico, rígido-plástico, o elásto-plástico. [12]

5.3 Análisis global de las uniones

Según el Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-8: Uniones [13], los efectos del comportamiento de las uniones en la distribución de los esfuerzos y en las deformaciones generales de la estructura deberían generalmente tenerse en cuenta, aunque cuando estos efectos sean suficientemente pequeños pueden despreciarse.

Para identificar si es necesario tener en cuenta en el análisis los efectos del comportamiento de la unión, se puede establecer una distinción entre tres tipos de modelos de uniones simplificados:

- Simple: se puede considerar que la unión no transmite momentos flectores.
- Continuo: se puede asumir que el comportamiento de la unión no tiene ningún efecto en el análisis.
- Semi-continuo: es necesario tener en cuenta el comportamiento de la unión en el análisis.

Debería determinarse el tipo de modelo apropiado de acuerdo con la siguiente tabla, dependiendo de la clasificación de la unión y del método de análisis elegido.

Método de análisis global	Clasificación de la unión		
	Elástico	Nominalmente articulada	Rígida
Rígido - Plástico	Nominalmente articulada	Resistencia total	Resistencia parcial
Elásto - Plástico	Nominalmente articulada	Rígida y resistencia total	Semirrígida y resistencia parcial Semirrígida y resistencia total Rígida y resistencia parcial
Tipo de modelo de la unión	Simple	Continuo	Semi-continuo

Tabla 3: Tipo de modelo de la unión [13]

5.3.1 Análisis global elástico

- Las uniones se deberían clasificar de acuerdo con su rigidez rotacional.
- Las uniones deberían tener suficiente resistencia como para transmitir las fuerzas y momentos que actúan en las uniones según los resultados del análisis.

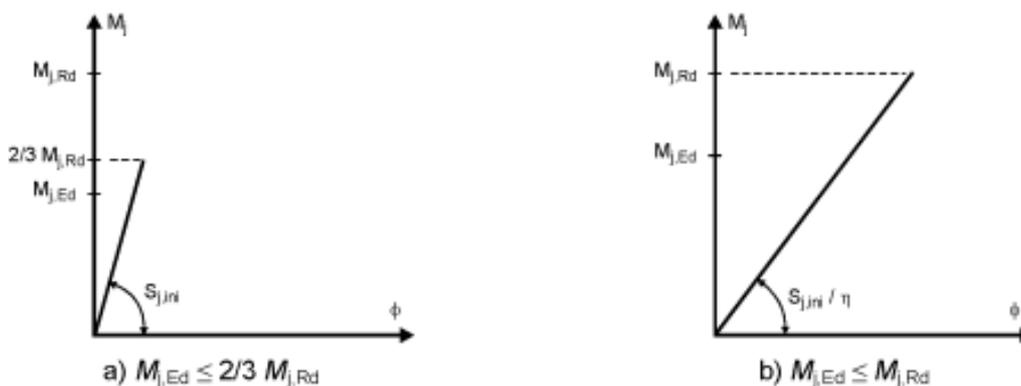


Figura 18: Rigidez a rotación a utilizar en el análisis elástico global [13]

- En el caso de una unión semi-rígida, la rigidez rotacional S_j correspondiente al momento flector $M_{j,Ed}$ debería usarse generalmente en el análisis. Si $M_{j,Ed}$ no supera $2/3 M_{j,Rd}$, se puede utilizar la rigidez a rotación inicial $S_{j,ini}$ en el análisis global, véase la figura 13 (a).
- Como simplificación al punto anterior, la rigidez rotacional puede tomarse como $S_{j,ini}/\eta$ en el análisis, para cualquier valor del momento $M_{j,Ed}$, como se muestra en la figura 13 (b), donde η es el coeficiente de modificación de la rigidez tomado de la siguiente tabla:

Tipo de conexión	Uniones viga-pilar	Otros tipos de uniones (viga – viga, empalmes de vigas, apoyos de pilares)
Soldada	2	3
Chapas frontales atornilladas	2	3
Casquillos atornillados al ala	2	3,5
Placas base	–	3

Tabla 4: Coeficiente de modificación de la rigidez [13]

5.3.2 Análisis global rígido-plástico

- Las uniones deberían clasificarse de acuerdo con su resistencia.
- La capacidad de rotación de una unión debería ser suficiente para adaptarse a las rotaciones resultantes del análisis.

5.3.3 Análisis global elasto-plástico

- Las uniones deberían clasificarse tanto según su rigidez como su resistencia.
- La curva característica momento-rotación de las uniones debería utilizarse para determinar la distribución de fuerzas y momentos internos.
- Como simplificación, se puede adoptar la siguiente curva característica bilineal momento-rotación de cálculo.

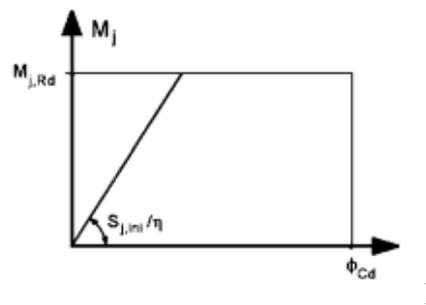


Figura 19: Rigidez a rotación a utilizar en el análisis elástico-plástico [13]

5.4 Clasificación de las uniones según el Eurocódigo 3

La respuesta de la estructura depende del comportamiento de las uniones, por lo que debe ser modelizado, al igual que se hace con las vigas y los soportes de esta.

Según las propiedades mecánicas de las uniones, rigidez y resistencia, se clasifican según la siguiente tabla:

CLASIFICACION de las UNIONES	
En función de la rigidez	En función de la resistencia
Articuladas	Articuladas
Semi-rígidas	Resistencia completa
Rígidas	Resistencia parcial

Tabla 5: Clasificación de las uniones según el EC-3 [13]

La rigidez al giro de la unión depende de las dimensiones de los elementos que la componen, de forma que, si el tamaño es nulo, o pequeño, la unión se clasifica como articulada. Por otro lado, si la rigidez es infinita, o relativamente grande, se dice que es rígida, correspondiendo los casos intermedios a las uniones semi-rígidas.

A lo largo de este subcapítulo, se expondrán los límites que permitirán la clasificación en función de la rigidez.

En cuanto a la resistencia de las uniones, se entiende que una unión es articulada cuando no desarrolla momentos apreciables y posee una capacidad de giro suficiente para posibilitar la formación de rótulas plásticas que se deban desarrollar bajo las cargas de cálculo.

Aquella unión que resiste al menos lo mismo que la más débil de las barras conectadas, se dice que es de resistencia completa. Debe comprobarse que la capacidad de rotación es suficiente, salvo cuando la resistencia de la unión supera 1,2 veces la resistencia plástica de cálculo de la barra; en estos casos se entiende que la rótula se formará en el extremo de la barra.

Cuando la unión diseñada transmite los esfuerzos que actúan en los nudos obtenidos del cálculo de la estructura, se denomina unión de resistencia parcial. Su capacidad de rotación deberá ser suficiente para posibilitar la formación de todas aquellas rótulas plásticas necesarias que se deban desarrollar bajo las cargas de cálculo. [1]

5.4.1 Clasificación de las uniones en función de la rigidez según el Eurocódigo 3

Para proceder a la clasificación, ha de compararse la rigidez de la unión con los límites de rigidez que se indican en la siguiente figura:

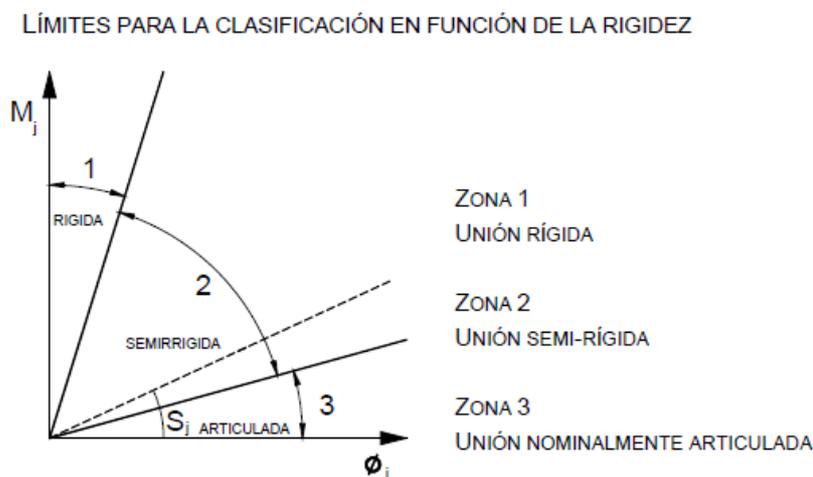


Figura 20: Límites para la clasificación en función de la rigidez [13]

5.4.1.1 Uniones articuladas (zona 3)

La unión es capaz de transmitir las fuerzas internas (cortantes, axiles) sin desarrollar momentos significativos que afecten a los elementos de la unión o a la estructura, y permite los giros que se producen por las cargas aplicadas. En una situación ideal, los momentos transmitidos son igual a cero. La rigidez de esta unión cumple:

$$S_{j,ini} \leq \frac{0.5 \cdot E \cdot I_b}{L_b}$$

Siendo:

I_b = momento de inercia de una viga

L_b = luz de una viga entre centro de pilares

5.4.1.2 Uniones rígidas (zona 1)

La unión es capaz de transmitir tanto las fuerzas internas (cortantes, axiales) como el momento flector calculado previamente. No se producen giros relativos en los extremos de las barras conectadas entre sí, sino que la estructura, tras sufrir las deformaciones que se lleven a cabo, el ángulo entre las barras se considera exactamente el mismo que antes de cargar la estructura. Se clasificarán como uniones rígidas aquellas que cumplan con la siguiente condición:

$$S_{j,ini} \geq k_b \cdot \frac{E \cdot I_b}{L_b}$$

Siendo:

- $k_b = 8$ para estructuras donde el sistema de arriostramiento reduce el desplazamiento horizontal en al menos el 80%.
- $k_b = 25$, para el resto de las estructuras.

5.4.1.3 Uniones semi-rígidas (zona 2)

Son aquellas que no pueden ser clasificadas ni como uniones articuladas ni como uniones rígidas. No se cumple ninguno de los criterios citados: ni la rotación relativa es cero, ni el momento flector transmitido es igual a cero. Esta unión queda definida por el diagrama momento-rotación ($M_j - \phi$), de forma que la unión transmite tanto fuerzas como momento flector, y se produce un giro relativo entre las barras conectadas. Se clasificarán como uniones semi-rígidas aquellas que cumplan con la siguiente condición:

$$\frac{0.5EI_b}{L_b} \leq S_{j,ini} \leq k_b \frac{EI_b}{L_b}$$

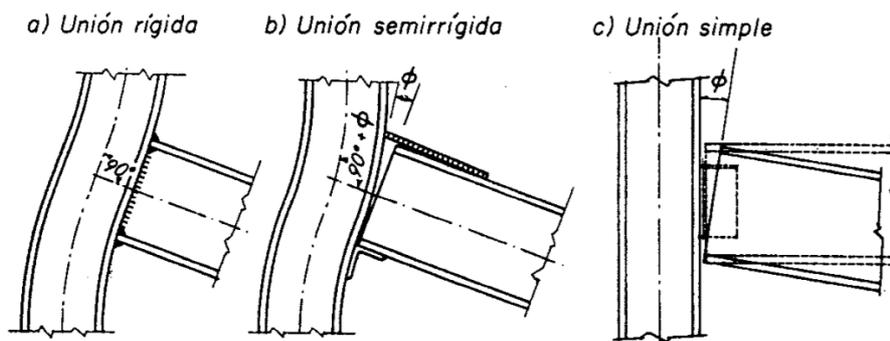


Figura 21: Clasificación de las uniones según su resistencia a flexión [13]

Con este criterio se definen de forma cuantificable lo que se consideran uniones rígidas y uniones nominalmente articuladas, a base de comparar la rigidez de la unión con la rigidez de la viga.

5.4.2 Clasificación de las uniones en función de la resistencia según el Eurocódigo 3

Cuando comparamos el valor de cálculo del momento resistente a flexión $M_{j, Rd}$ con los valores de cálculo de los momentos resistentes a flexión de los elementos que une (caso general, viga y columna), las uniones pueden ser nominalmente articuladas, a resistencia completa o a resistencia parcial.

LÍMITES PARA LA CLASIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA RESISTENCIA

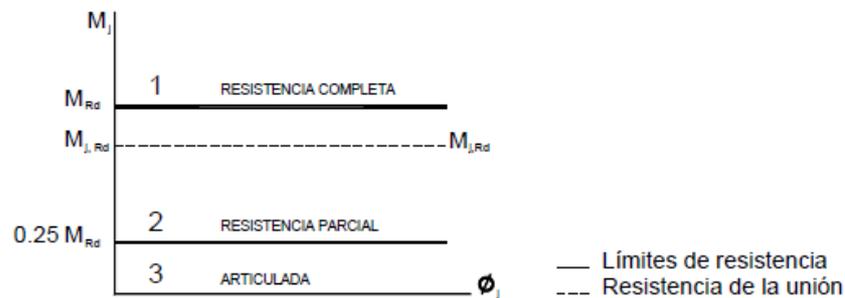


Figura 22: Límites para la clasificación de una unión en función de su resistencia [13]

5.4.2.1 Nominalmente articulada (zona 3)

La unión es capaz de transmitir las fuerzas internas (cortantes, axiles) sin desarrollar momentos significativos que afecten a los elementos de la unión o a la estructura, y permite los giros que se producen por las cargas aplicadas. En una situación ideal, los momentos transmitidos son iguales a cero.

$$M_{j, Rd} \leq 0.25 \cdot M_{Rd}$$

5.4.2.2 Resistencia completa (zona 1)

La resistencia de diseño de la unión es mayor o igual a la resistencia de los elementos unidos. Dependiendo de la relación existente entre el momento resistente y la resistencia plástica de los elementos de la unión, podremos considerar la unión como rígida o como semi-rígida. En el caso rígido, la resistencia de la unión es mayor que la resistencia de los elementos, pero cuando esta resistencia es 1 o aproximadamente 1, estamos en zona semi-rígida.

$$M_{j, Rd} \geq M_{Rd}$$

Donde M_{Rd} es el mayor valor de:

$$M_{Rd} \geq \max(M_{pl,b,Rd}, M_{pl,c,Rd}) \text{ si el soporte no es continuo}$$

$$M_{Rd} \geq \max(M_{pl,b,Rd}, 2 \cdot M_{pl,c,Rd}) \text{ si el soporte es continuo}$$

Siendo:

$M_{pl,b,Rd}$ = valor de cálculo del momento resistente plástico de una viga

$M_{pl,c,Rd}$ = valor de cálculo de momento resistente plástico de un pilar

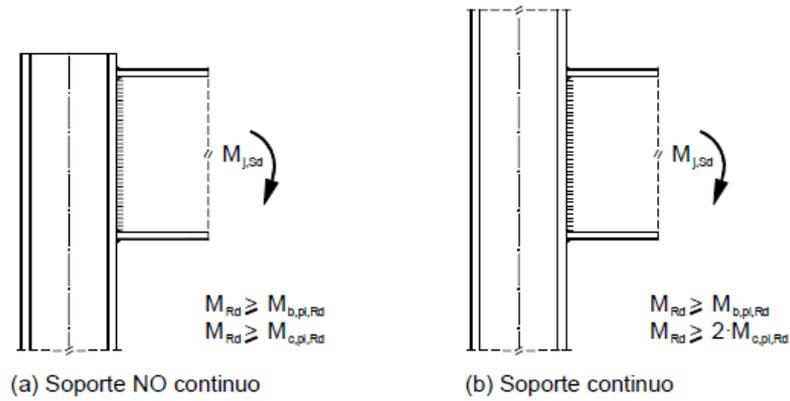


Figura 23: Criterios de clasificación de soportes en continuos o no continuos [13]

5.4.2.3 Resistencia parcial (zona 2)

No cumple ninguno de los criterios anteriores. Al igual que en el caso anterior, se podrá considerar como rígida o semi-rígida dependiendo de la relación entre los momentos.

$$0.25 \cdot M_{Rd} < M_{j, Rd} < M_{Rd}$$

6. MODELIZACIÓN EN ANSYS

6.1 Modelo de unión semi-rígida

Las uniones semi-rígidas permiten una rotación relativa en la conexión proporcional al giro que aparece en la pieza contigua. Esto hace que su modelización sea compleja al tener que evaluar esa proporcionalidad en función de varios factores más, como son la robustez de los perfiles de la conexión, los elementos de la unión, el tipo de conexión, etc.

Para modelizar este tipo de unión, se utiliza un resorte al giro. Este resorte lo que hace es conectar las dos piezas que concluyen en la unión permitiendo un momento proporcional al giro relativo. De esta forma, existirán desplazamientos compatibles y se permitirá la diferencia de rotación de la unión.

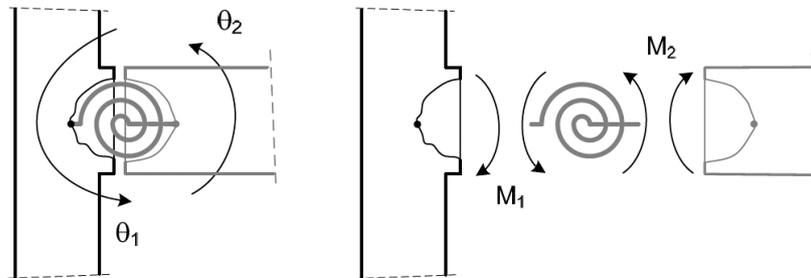


Figura 24: Modelización de uniones flexibles al giro [14]

En nuestro caso, nos centraremos únicamente en el giro perteneciente al plano. En realidad existen varias deformaciones en un mismo nudo (varios giros). Esto hace que haya modelos mucho más complejos teniendo que introducir en cada grado de libertad de giro un resorte que evalúa la proporcionalidad a este desplazamiento.

6.2 Elementos de ANSYS utilizados

Una vez explicado el modelo a seguir para configurar la unión semi-rígida, se busca llevar a cabo este modelo en el software de ANSYS. Para ello se han utilizado los elementos que se describen a continuación.

6.2.1 BEAM188 (elemento 3D de 2 nodos)

El elemento BEAM188 es adecuado para analizar estructuras de vigas delgadas o moderadamente gruesas. El elemento se basa en la teoría de vigas de Timoshenko, que incluye efectos de deformación por cortante. El elemento proporciona opciones para deformaciones sin restricciones y deformaciones restringidas de las secciones transversales.

El elemento es lineal, cuadrático o cúbico de dos nodos en 3-D. BEAM188 tiene seis o siete grados de libertad en cada nodo. Estos incluyen traslaciones en las direcciones x, y y z, y rotaciones sobre las direcciones x, y y z. Un séptimo grado de libertad (magnitud de deformación) es opcional. Este elemento es adecuado para aplicaciones lineales, de gran rotación y/o de gran deformación no lineales.

Los términos de rigidez y tensión proporcionados permiten que se analicen los problemas de estabilidad a flexión, lateral y torsional. Se admiten modelos elásticos, plásticos, de fluencia y otros no lineales.

El elemento BEAM188 será con el que se modelarán los soportes y el dintel del pórtico en estudio.

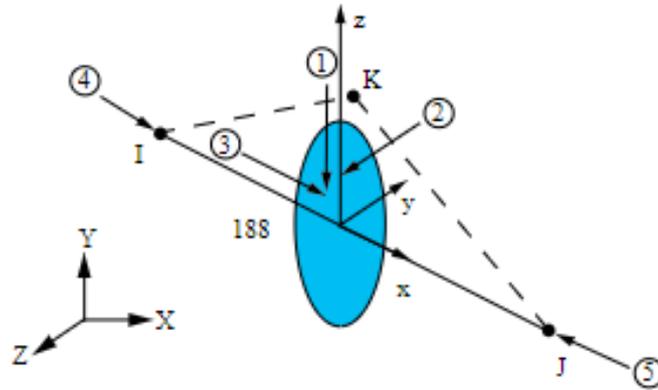


Figura 25: Geometría del elemento BEAM188

6.2.2 COMBIN14 (Spring-Damper)

COMBIN14 tendrá la capacidad de torsión con aplicación en una dimensión. Esta opción de resorte es un elemento puramente giratorio con tres grados de libertad por nodo como traslaciones en x , y y z (traslaciones impedidas en nuestro modelo). En este elemento no se consideran cargas axiales ni de flexión. A diferencia del elemento anterior, este no tiene masa.

Este elemento está definido a partir de dos nodos, una constante de resorte k y unos coeficientes de amortiguación (opcionales, que no es nuestro caso). Para poder utilizarlo con la finalidad que se desea, habrá que definir unas "Keyoptions". De esta forma, se define que el elemento tenga una solución lineal, que se defina como amortiguador de muelle longitudinal en una dirección en cuanto al grado de libertad de giro, es decir, que funcione como un resorte de torsión.

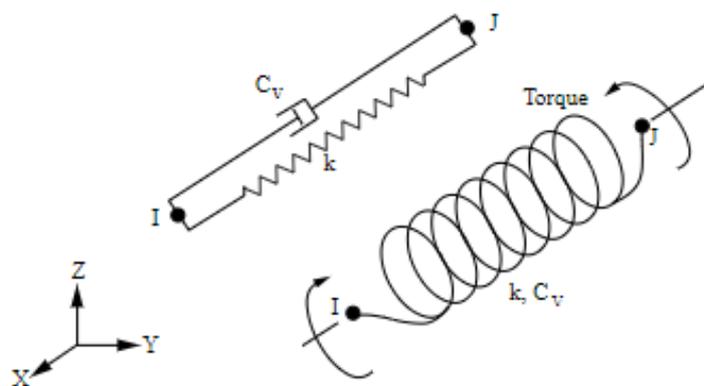


Figura 26: Geometría del elemento COMBIN14

Por lo tanto, el modelo que tenemos que seguir para introducir la rotación relativa sería el siguiente:

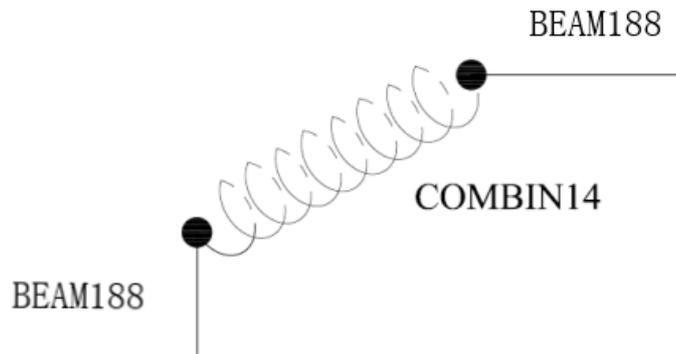


Figura 27: Modelo de unión semi-rígida en ANSYS

Como se aprecia en el esquema anterior, tendremos la unión entre un soporte y un dintel (formado con elementos BEAM188) conectado por un resorte (formado por un elemento COMBIN14). Para poder definir la dirección del resorte, habrá que definir los nodos de inicio y final de este elemento tal que la dirección que los une sea la dirección del giro que se quiere regular con el resorte. De esta forma, se obtiene la proporcionalidad al giro y por lo tanto la rotación relativa de la conexión. [14]

6.3 Validación del modelo en ANSYS

Para comprobar que el modelo elegido para configurar la unión semi-rígida es el correcto, se ha estudiado el caso de estudio del artículo “*Mechanical model for the analysis of Steel frames with semi rigid joints*”. En este artículo se estudia el comportamiento estático de un pórtico cuyas uniones base-pilar y pilar-dintel están configuradas con el tipo de unión en cuestión. [15]

Concretamente se va a hacer la comprobación con el pórtico que se muestra a continuación, cuyas dimensiones y cargas se ven representadas en la imagen:

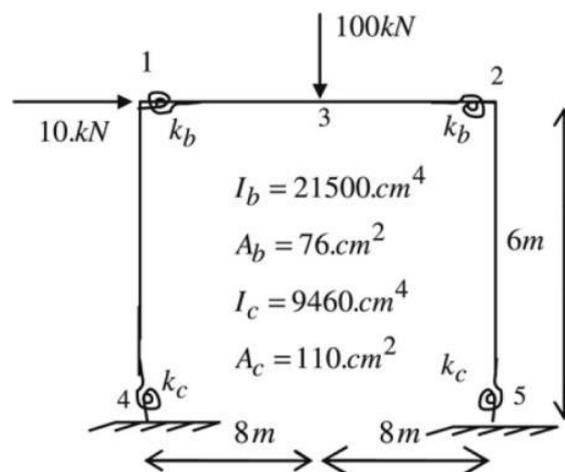


Figura 28: Pórtico para la validación del modelo [15]

Como se ha indicado anteriormente, este caso será un caso estático donde se han aplicado una carga puntual horizontal en uno de los nudos de la estructura de 10 kN y otra carga puntual vertical en el centro del dintel. Para el estudio, se modificará la rigidez de las uniones que conectan pilares y dintel.

- Caso 1: $kb = kc = 0$ (rigidez infinita)
- Caso 2: $kb = 4 EIb/Lb$; $kc = 0$

donde los valores del área y la inercia de las secciones serán los indicados en el esquema.

Con este estudio se compararán los momentos absolutos máximos obtenidos numéricamente en el artículo con los resultados obtenidos mediante el mismo modelo en ANSYS. Este último con las especificaciones y modelo de unión citados anteriormente.

En la siguiente tabla se muestran los resultados de ambos casos, tanto los momentos del pórtico del artículo como los resultados obtenidos tras la modelización de ese mismo pórtico en ANSYS.

VALOR DE LOS MOMENTOS OBTENIDOS (m·kN)				
CONEXIÓN RÍGIDA ($kb=kc=0$)			CONEXIÓN SEMI-RÍGIDA ($kb= 4EIb/Lb$; $kc=0$)	
	Ihaddoudène (2009)	Modelo ANSYS	Ihaddoudène (2009)	Modelo ANSYS
M41	52.2	51.72	31.9	31.32
M14	127.6	127.27	93.7	93.53
M52	87.1	86.65	71.8	71.18
M25	152.7	152.35	113.9	113.66
M32	260	260.19	296.4	296.41

Tabla 6: Resultados de los modelos en comparación

De los resultados obtenidos en nuestro modelo reflejados en la tabla anterior con respecto a los resultados del artículo, se puede ver que el grado de acuerdo es muy alto.

Los resultados de esta comparación se muestran en el ANEXO B.

7. EJEMPLOS PRÁCTICOS Y RESULTADOS

7.1 Pórtico para el estudio

7.1.1 Cargas y dimensiones

Se estudiará la siguiente estructura porticada de acero, compuesta por un dintel de 8 m de longitud unido a dos pilares de 6 m cada uno. El dintel es un perfil IPE500, mientras que los pilares son HEB240. Llamaremos pilar I al izquierdo y pilar II al derecho.

Las cargas de sollicitación serán (ya se suponen mayoradas):

- Carga lineal sobre el dintel de 22 kN/m
- Cargas puntuales de 400 kN en cada uno de los nudos superiores en dirección vertical
- Carga puntual de 60 kN en el nudo superior izquierdo en dirección horizontal

Las condiciones de contorno con el terreno serán empotramientos, mientras que las uniones dintel-pilar variarán su rigidez a lo largo de este estudio.

El material es un acero S275, comúnmente utilizado en el ámbito de la construcción.

Nuestro problema será plano, así que se aplicarán las debidas restricciones en el modelo de ANSYS.

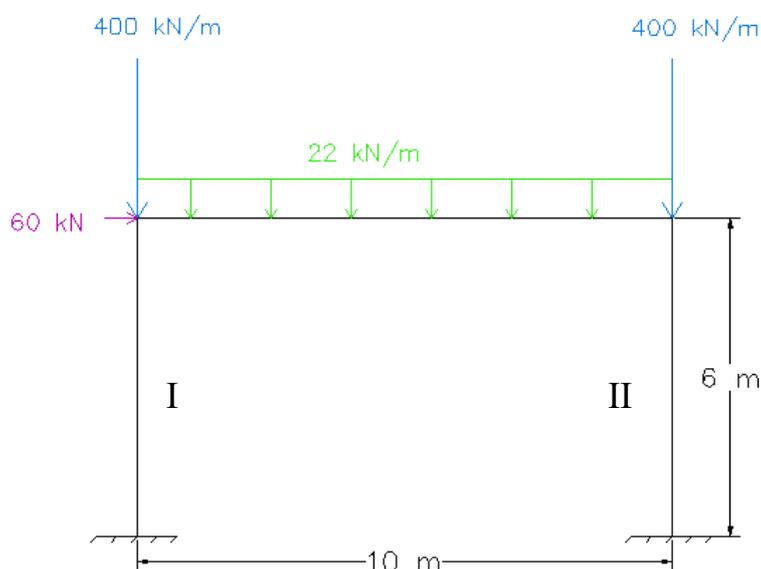


Figura 29: Pórtico. Geometría y cargas iniciales

7.1.2 Influencia del número de divisiones de los elementos en ANSYS

En primer lugar, hay que comprobar si la estructura tendrá problemas de inestabilidad debido al fenómeno de traslacionalidad. Para ello, se ha de calcular el valor del coeficiente de amplificación, es decir, el valor por el que deben multiplicarse las cargas iniciales para provocar la inestabilidad de la estructura (α_{cr}).

Para obtener el valor de α_{cr} , se ha realizado un cálculo de autovalores y modos de pandeo del pórtico con un análisis tipo *buckle* en ANSYS.

Para ello, se ha modelado el pórtico en ANSYS con las uniones pilar-dintel rígidas.

Teniendo en cuenta que uno de los factores más importantes a la hora de realizar una simulación por medio de cualquier aplicación que use el método de los elementos finitos es, sin duda alguna, el mallado de la geometría objeto de simulación, por lo que se hace necesario llegar a un compromiso entre tiempo de simulación y validez de resultados.

Con ello, se ha procedido a calcular el valor de α_{cr} variando el número de divisiones de cada uno de los elementos, obteniendo los siguientes valores:

- 2 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	-4.9573	1	1	1
2	4.1221	1	2	2
3	7.0804	1	3	3
4	7.9194	1	4	4
5	8.5303	1	5	5

- 5 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	8.4113	1	1	1
2	8.7056	1	2	2
3	8.7843	1	3	3
4	8.8973	1	4	4
5	9.0544	1	5	5

- 10 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	9.0582	1	1	1
2	9.1188	1	2	2
3	9.1191	1	3	3
4	9.1674	1	4	4
5	9.1676	1	5	5

- 30 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	9.2095	1	1	1
2	9.2122	1	2	2
3	9.2138	1	3	3
4	9.2148	1	4	4
5	9.2160	1	5	5

- 60 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	9.2263	1	1	1
2	9.2266	1	2	2
3	9.2266	1	3	3
4	9.2270	1	4	4
5	9.2270	1	5	5

- 100 DIVISIONES

SET	TIME/FREQ	LOAD STEP	SUBSTEP	CUMULATIVE
1	9.2300	1	1	1
2	9.2301	1	2	2
3	9.2301	1	3	3
4	9.2301	1	4	4
5	9.2302	1	5	5

Al representar estos valores en una gráfica, se aprecia cómo el grado de traslacionalidad converge al valor de 9.23.

NÚMERO DE DIVISIONES DE CADA ELEMENTO	GRADO DE TRASLACIONALIDAD
2	4.122
5	8.411
10	9.058
30	9.209
60	9.226
100	9.230

Tabla 7: Grado de traslacionalidad respecto al número de elementos

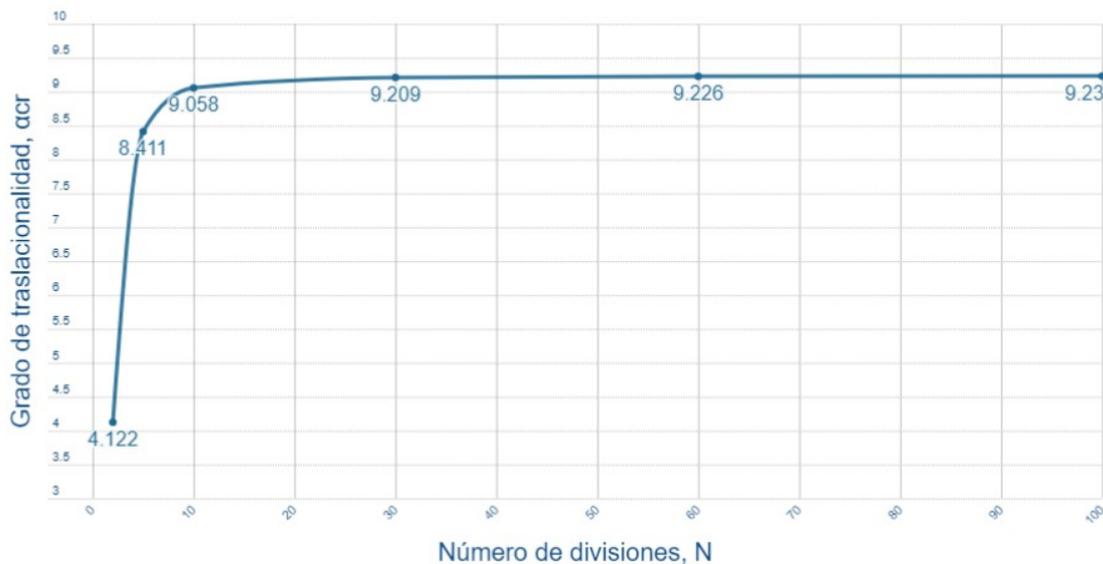


Figura 30: Grado de traslacionalidad respecto al número de elementos

Analizando dichos resultados, se utilizarán 60 divisiones para cada elemento, puesto que la solución obtenida para ese mallado es muy aproximada al valor al cual converge.

Nuestro grado de amplificación está entre 3 y 10, y por tanto habrá que hacer el estudio de los efectos que provoca la traslacionalidad.

7.1.3 Cálculo de la rigidez de las uniones

Como se vio en el capítulo 4.4.1, para proceder a la clasificación de las uniones ha de compararse la rigidez de la unión con los límites de rigidez que se indican en la siguiente figura:

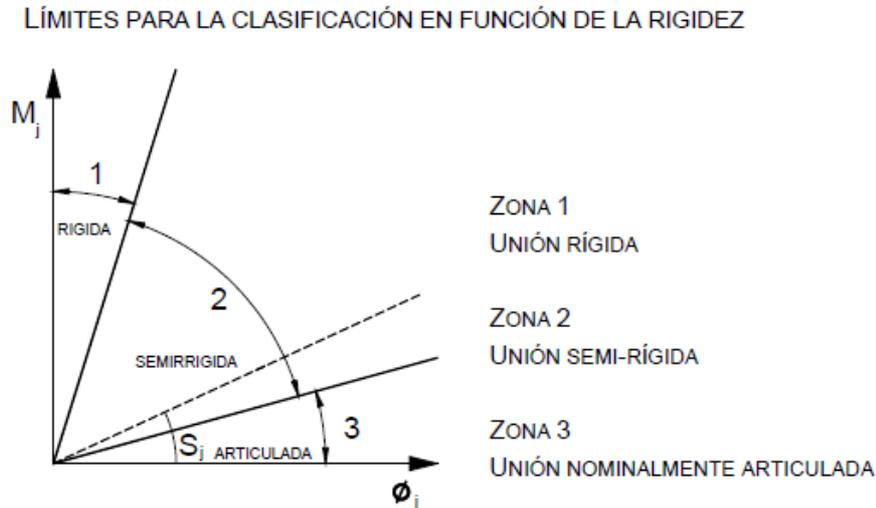


Figura 31: Límites para la clasificación en función de la rigidez

Teniendo en cuenta que los perfiles del pórtico que se estudiará a continuación son:

- Perfil IPE-500 para la viga
- Perfiles HEB-240 para los soportes

Con ello, se establecerán los valores límites para cada zona de la clasificación:

- Unión rígida:

$$S_{j,ini} \geq k_b \frac{EI_b}{L_b} = 25 \cdot \frac{2.1 \cdot 10^8 \cdot 4.82 \cdot 10^{-4}}{10} = \mathbf{253050 \text{ kN/m}}$$

- Unión articulada:

$$S_{j,ini} \leq 0.5 \frac{EI_b}{L_b} = 0.5 \cdot \frac{2.1 \cdot 10^8 \cdot 4.82 \cdot 10^{-4}}{10} = \mathbf{5061 \text{ kN/m}}$$

- Unión semi-rígida:

$$\mathbf{5061 \text{ kN/m} \leq S_{j,ini} \leq 253050 \text{ kN/m}}$$

Representando el valor de estos límites en el gráfico:

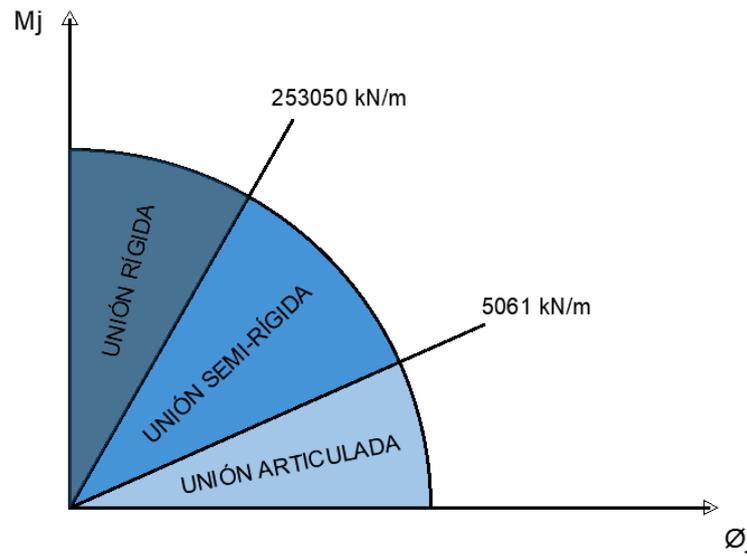


Figura 32: Límites para la clasificación en función de la rigidez del pórtico de estudio

Teniendo esto en cuenta, analizaremos tres pórticos que se diferenciarán en la rigidez de sus uniones. Se estudiará, por tanto, un primer pórtico con las uniones rígidas, otro con las uniones semi-rígidas y, por último, uno con las uniones articuladas.

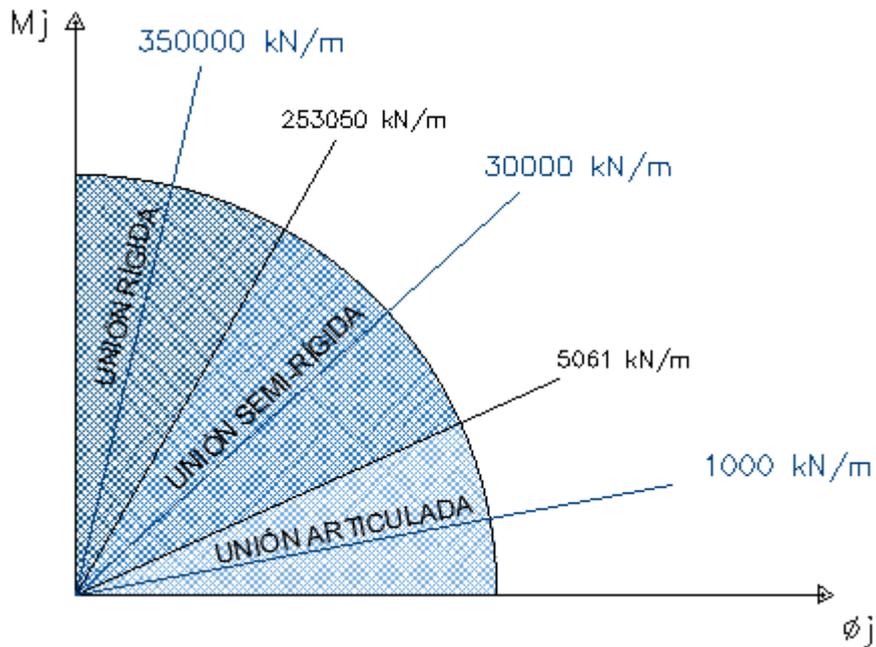


Figura 33: Valores intermedios de la rigidez para el cálculo

7.1.4 Influencia de la rigidez en la unión dintel-soporte en la estabilidad lateral del pórtico

Antes de analizar dichos resultados se va a estudiar cómo influye la rigidez de las uniones en el factor de pandeo, es decir, el valor por el que habría que multiplicar las cargas aplicadas para alcanzar el colapso de la estructura. Para ello, se ha representado en el eje de abscisas el valor de la rigidez de las uniones y en el eje de ordenadas el valor que toma el factor de pandeo:

EJE X		EJE Y
Rigidez (kN/m)	Ratio (Sj/Sj,rígido)	α_{cr}
1000	0.004	3.65
3000	0.012	4.62
5061	0.02	5.39
30000	0.12	8.61
150000	0.59	9.29
253050	1	9.29
300000	1.16	9.29
350000	1.38	9.29

Tabla 8: Valor de α_{cr} según la rigidez de las uniones

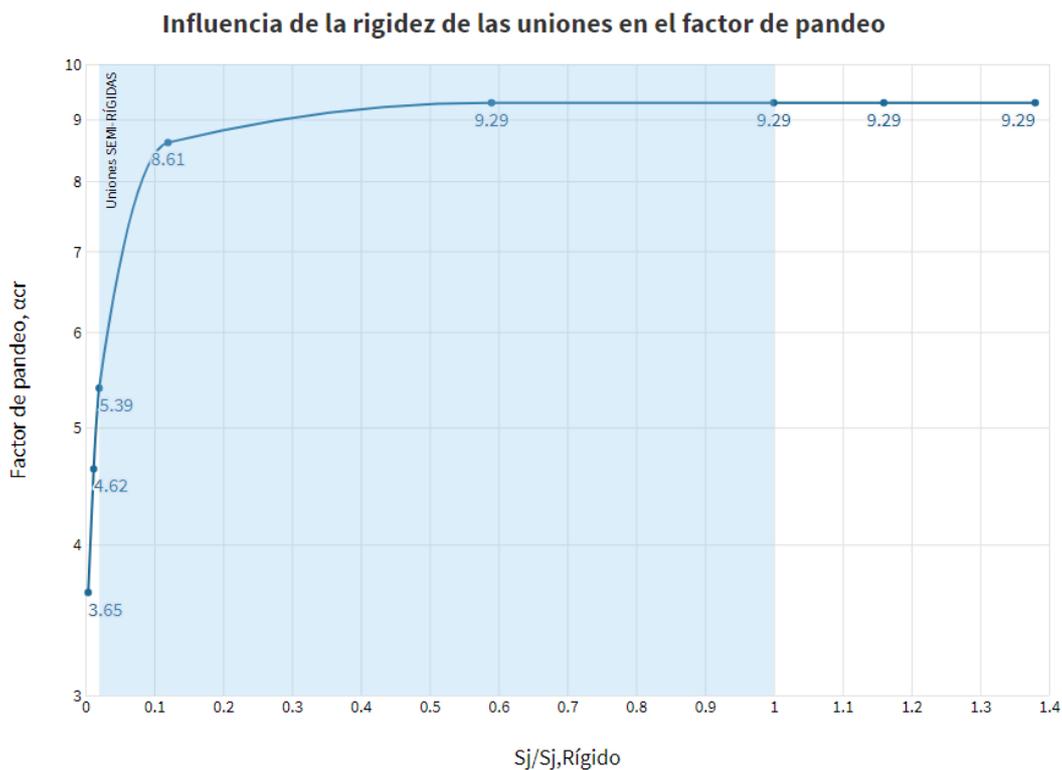


Figura 34: Valor de α_{cr} según la rigidez de las uniones

El área resaltada de azul representa la zona donde las uniones son semi-rígidas, es decir, donde la rigidez está comprendida entre:

$$5061 \text{ kN/m} \leq S_{j,ini} \leq 253050 \text{ kN/m}$$

Como se aprecia en el gráfico, el factor de pandeo alcanza el valor máximo (9.29) para valores bajos de semi-rigidez. **Se percibe un importante aumento de este factor para valores bajos de la rigidez; esto significa que una vez alcanzado dicho valor, y aún moviéndonos por valores semi-rígidos, escasamente variará el factor de pandeo.**

Por otro lado, se representará la influencia del valor de la rigidez de las uniones frente a los desplazamientos máximos, verticales y horizontales, para así ver mejor la influencia de las uniones. El valor del desplazamiento horizontal máximo se obtiene en el nodo 2, mientras que el vertical se obtiene en el nodo 272.

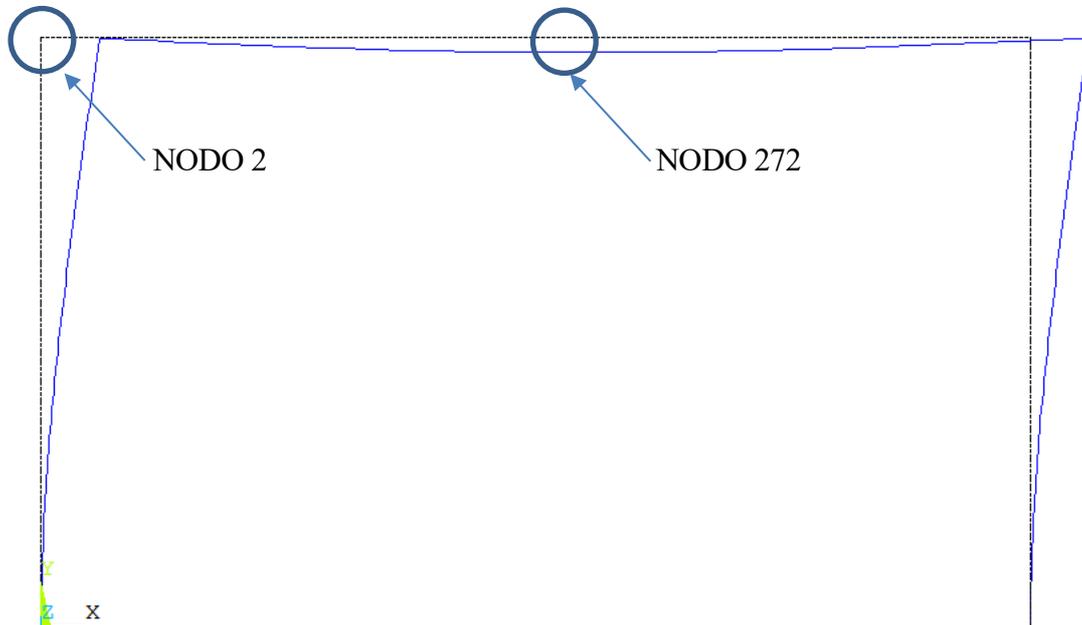


Figura 35: Nodos donde se obtienen los desplazamientos máximos

Se comenzará con el desplazamiento horizontal (nodo 2):

Rigidez (kN/m)	EJE X		EJE Y	
	Ratio (Sj/Sj,rígido)	Ux (m)	Ratio ux	
1000	0.004	6.88E-02	1.00	
3000	0.012	5.23E-02	0.76	
5061	0.02	4.54E-02	0.66	
30000	0.12	2.91E-02	0.42	
150000	0.59	2.47E-02	0.36	
253050	1	2.42E-02	0.35	
300000	1.16	2.41E-02	0.35	
350000	1.38	2.40E-02	0.35	

Tabla 9: Valor del desplazamiento horizontal máximo según la rigidez de las uniones

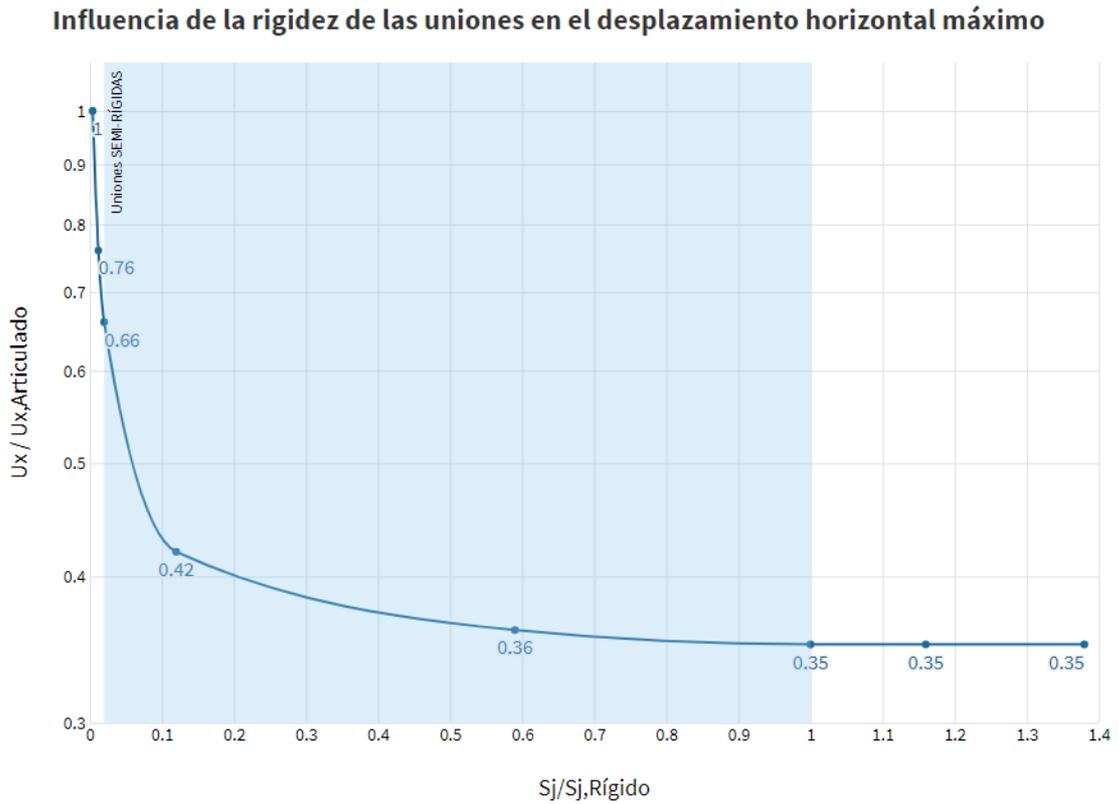


Figura 36: Valor del desplazamiento horizontal máximo según la rigidez de las uniones

Por último, se representará la influencia del valor de la rigidez de las uniones frente al desplazamiento máximo vertical (nodo 272):

EJE X		EJE Y	
Rigidez (kN/m)	Ratio (Sj/Sj,rígido)	Uy (m)	Ratio uy
1000	0.004	3.06E-02	1.00
3000	0.012	2.91E-02	0.95
5061	0.02	2.81E-02	0.92
30000	0.12	2.42E-02	0.79
150000	0.59	2.26E-02	0.74
253050	1	2.24E-02	0.73
300000	1.16	2.24E-02	0.73
350000	1.38	2.24E-02	0.73

Tabla 10: Valor del desplazamiento vertical máximo según la rigidez de las uniones

Influencia de la rigidez de las uniones en el desplazamiento vertical máximo

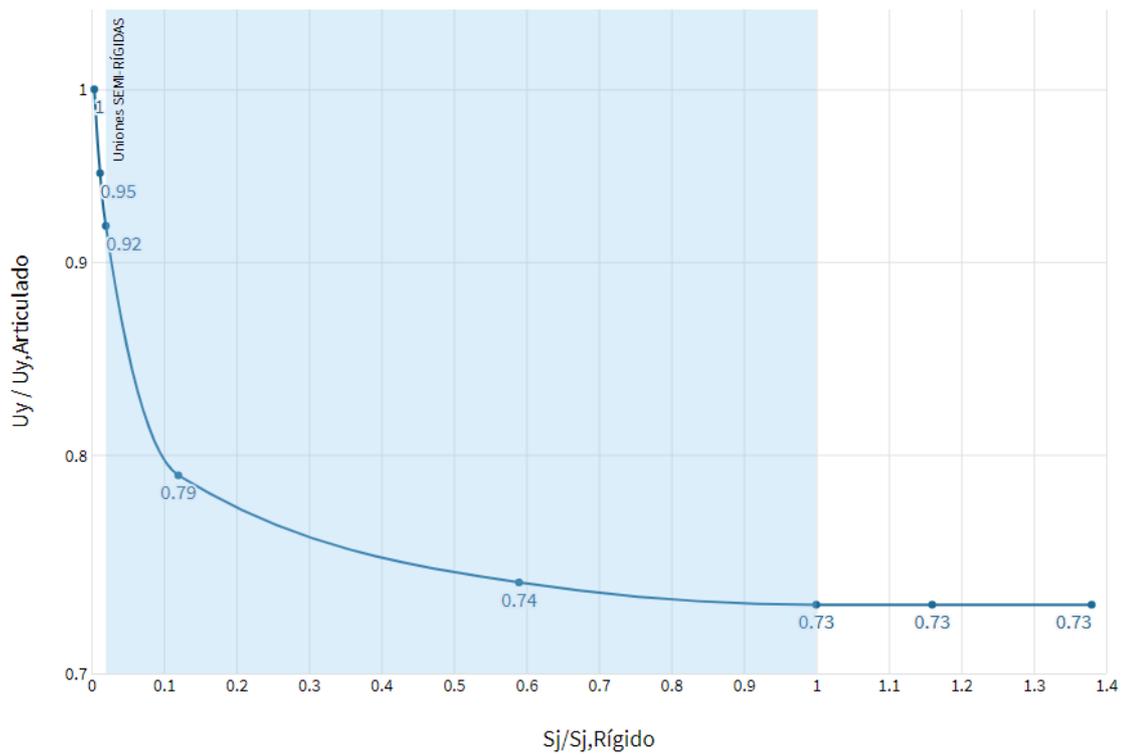


Figura 37: Valor del desplazamiento vertical máximo según la rigidez de las uniones

De manera análoga a lo que ocurre con el factor de pandeo, el valor de los desplazamientos varía notablemente para valores bajos de la rigidez. Se aprecia cómo aún moviéndonos por el entorno semi-rígido, se llega a un valor para el cuál se estabilizan los desplazamientos. De aquí se extrae que el **otorgar una rigidez elevada a las uniones dejaría de ser ventajoso si lo que se pretende es estabilizar el valor de los desplazamientos máximos.**

7.2 Ejemplo 1: análisis de pórtico traslacional con uniones rígidas

7.2.1 Método A

Método A: análisis en segundo orden incluyendo las imperfecciones geométricas equivalentes en todos los elementos ($\emptyset+e_0$)

Como se ha señalado en el apartado 6.1, el pórtico que se va a estudiar es el siguiente:

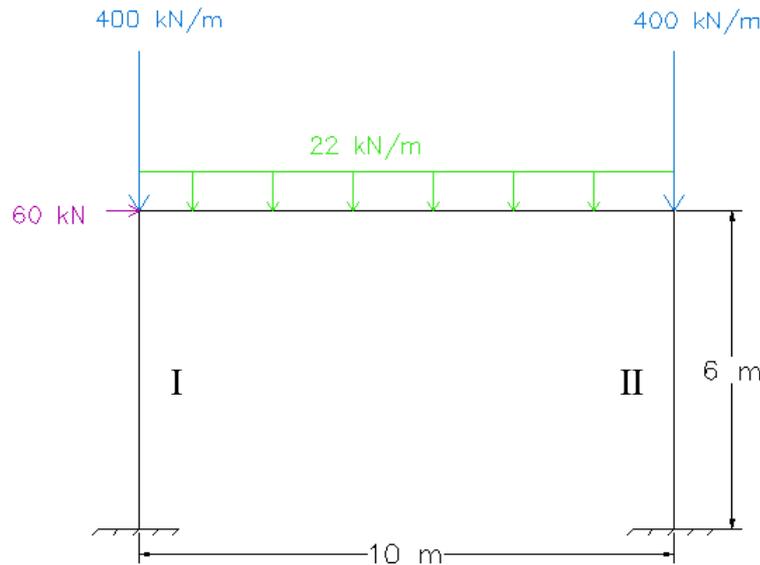


Figura 38: Pórtico. Geometría y cargas iniciales

Al ser un análisis global que incluye la totalidad de los efectos de segundo orden, deben calcularse las imperfecciones globales equivalentes. [16]

En primer lugar, se calculan las imperfecciones laterales globales, siendo según la EAE:

$$\emptyset = \emptyset_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{0.5 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right)} = 0.00354$$

Una vez obtenido este valor de defecto de la verticalidad, lo multiplicamos por el valor de los axiles de cada pilar. Se pueden obtener mediante un modelado de primer orden en ANSYS o a mano, desacoplando el problema en dos y aplicando superposición.

$$N_{Ed,I} = \frac{10 \cdot 22}{2} + 400 - \frac{60}{2} = 480 \text{ kN}$$

$$N_{Ed,II} = \frac{10 \cdot 22}{2} + 400 + \frac{60}{2} = 540 \text{ Kn}$$

$$H_{td,I} = 480 \cdot 0.00354 = 1.70 \text{ kN}$$

$$H_{td,II} = 540 \cdot 0.00354 = 1.91 \text{ kN}$$

Incorporando estos valores a la configuración de cargas inicial obtenemos el esquema que se muestra en la siguiente figura:

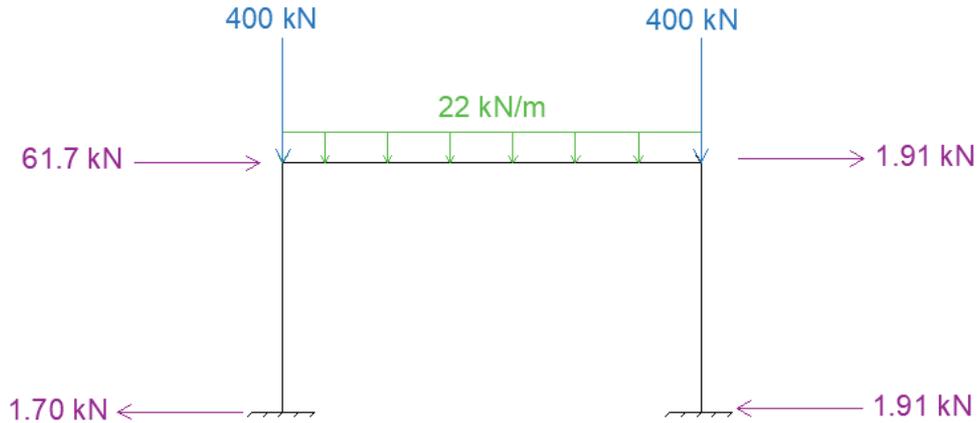


Figura 39: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes

A las cargas iniciales de nuestra estructura le hemos añadido cargas horizontales que equivalen a las imperfecciones de verticalidad, de forma que se obtenga la situación más desfavorable.

Una vez calculadas las imperfecciones globales se calculan las imperfecciones locales equivalentes, e_0 , considerándolas como una curvatura inicial equivalente en los elementos comprimidos afectados. Para ello, se asimilan dichas curvaturas iniciales a un sistema de fuerzas transversales auto equilibradas equivalentes, proporcionales a las cargas verticales aplicadas.

La longitud L corresponderá a la longitud de los pilares y la e_0 dependerá de la curva de pandeo de nuestro perfil. En la siguiente tabla se encuentra la curva de pandeo:

CURVA DE PANDEO	DATOS	Valor	Unidades	Restricciones	CURVA
	h	240	mm	Si h/b ≤ 1.2 y t < 100mm	B
	b	240	mm		
	t	17	mm		
	h/b	1	-		
Acero S275 ; Eje y-y					

Tabla 11: Curva de pandeo para HEB240

Ahora debemos escoger la amplitud e_0 que nos da la siguiente tabla:

Tipo de curva de pandeo (ver 35.1.2)	Método de análisis global de la estructura	
	Análisis global elástico	Análisis global plástico
	e_0	e_0
a_0	L/350	L/300
A	L/300	L/250
B	L/250	L/200
C	L/200	L/150
D	L/150	L/100

Tabla 12: Amplitud e_0 según curva de pandeo

Sustituyendo en las expresiones de cada pilar:

$$H_{td,I} = \frac{4 \cdot N_{Ed,I} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 480 \cdot \frac{6}{250}}{6} = 7.68 \text{ kN}$$

$$H_{td,II} = \frac{4 \cdot N_{Ed,II} \cdot e_0}{L} = \frac{4 \cdot 540 \cdot \frac{6}{250}}{6} = 8.64 \text{ kN}$$

$$q_{td,I} = \frac{8 \cdot N_{Ed,I} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 480 \cdot \frac{6}{250}}{6^2} = 2.56 \text{ kN/m}$$

$$q_{td,II} = \frac{8 \cdot N_{Ed,II} \cdot e_0}{L^2} = \frac{8 \cdot 540 \cdot \frac{6}{250}}{6^2} = 2.88 \text{ kN/m}$$

Añadimos estas cargas a nuestro modelo junto con las cargas iniciales y las imperfecciones globales anteriores, quedando un pórtico como el que se muestra a continuación:

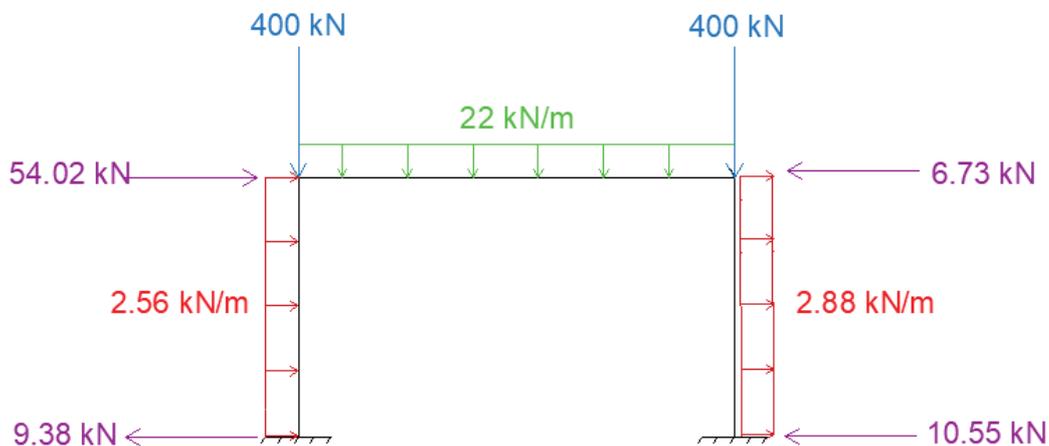


Figura 40: Pórtico con imperfecciones globales y locales

A continuación, modelamos en ANSYS nuestra estructura con estas cargas y hacemos un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las siguientes imágenes:

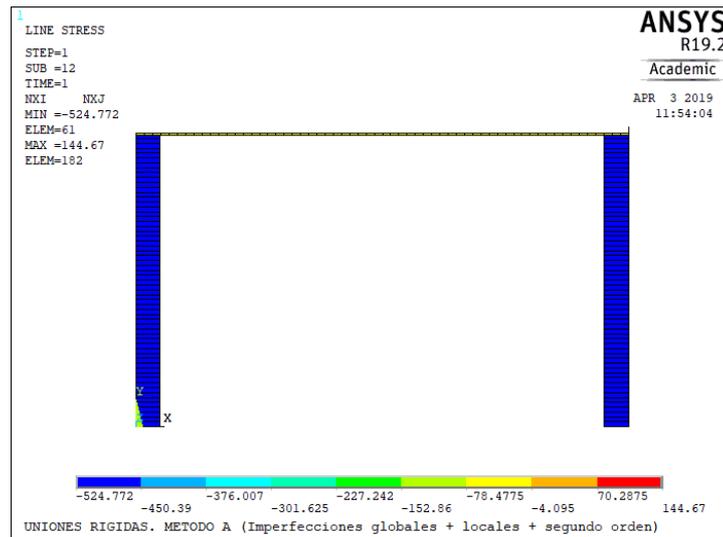


Figura 41: Axiles pórtico rígido. Método A

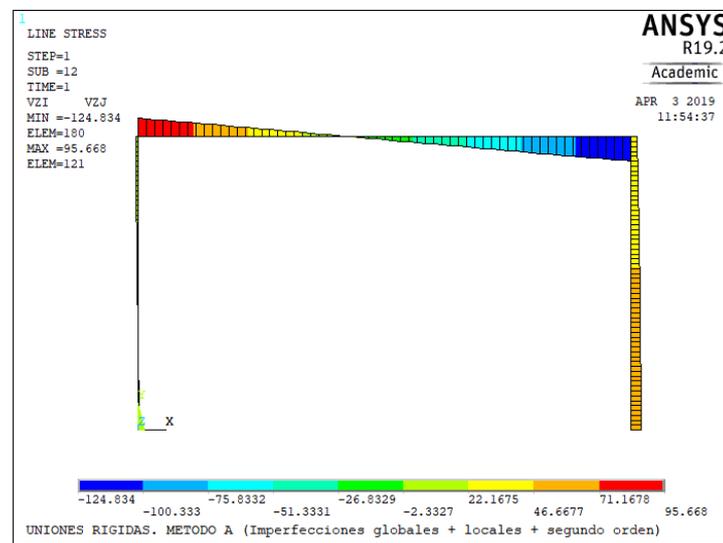


Figura 42: Cortantes pórtico rígido. Método A

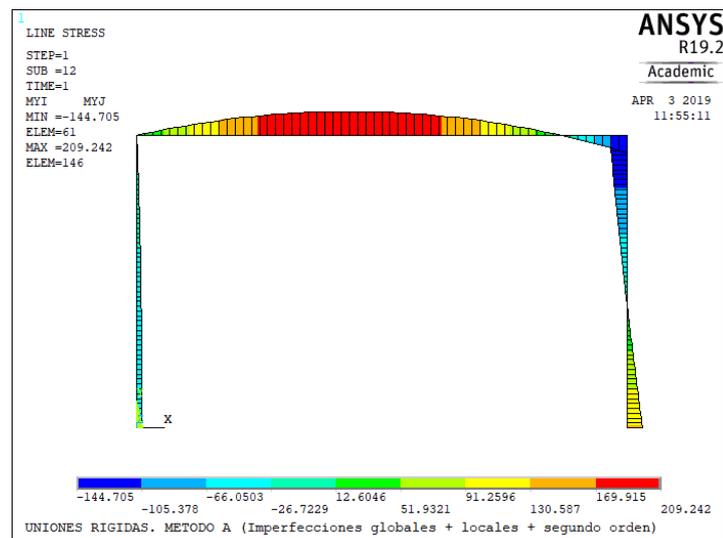


Figura 43: Flectores pórtico rígido. Método A

Una vez obtenidos los esfuerzos máximos tanto en el dintel como en los pilares se procede a hacer la comprobación. Primeramente, debemos asegurarnos de que los perfiles que estamos utilizando (IPE500 y HEB240) tienen capacidad de agotarse plásticamente. En nuestro caso, ambos son de clase 1 ante estas solicitaciones de carga.

Los valores máximos obtenidos son:

	MÉTODO A	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-42.138	-524.772
Ved (kN)	124.824	52.684
Med (kNm)	209.242	-144.705

Tabla 13: Valores máximos de los esfuerzos. Método A

Como en este método de análisis hemos incorporado los dos tipos de imperfecciones, no necesitamos hacer la comprobación de estabilidad. Con una verificación de la resistencia será suficiente:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05}$$

Siendo el valor de 1.05 el coeficiente γ_{M0} de resistencia, dado por la EAE. Los valores de A_w y $W_{pl,Rd}$ serán el área a cortante y el módulo resistente, respectivamente.

Para el dintel tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05} = \frac{11600 \cdot 275}{1.05} = 3038095.23 \text{ N} = \mathbf{3038.1 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5990 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 905752.6 \text{ N} = \mathbf{9057.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \mathbf{No \text{ hay interacción } M - V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05} = \frac{2194000 \cdot 275}{1.05} = 574619047.6 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{574.6 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{42.138}{3038.1} + \frac{209.242}{574.6} = 0.3780 = \mathbf{37.80 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05} = \frac{10600 \cdot 275}{1.05} = 2776190.5 \text{ N} = \mathbf{2776.2 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{3323 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 502473.4 \text{ N} = \mathbf{502.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \mathbf{No \text{ hay interacción } M - V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05} = \frac{1053000 \cdot 275}{1.05} = 275785714.3 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{275.8 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{524.772}{2776.2} + \frac{144.705}{275.8} = 0.7136 = \mathbf{71.36 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

7.2.2 Método B

El método B aplicado a continuación consiste en un **análisis en segundo orden incluyendo solamente las imperfecciones globales**. Tenemos entonces el siguiente modelo:

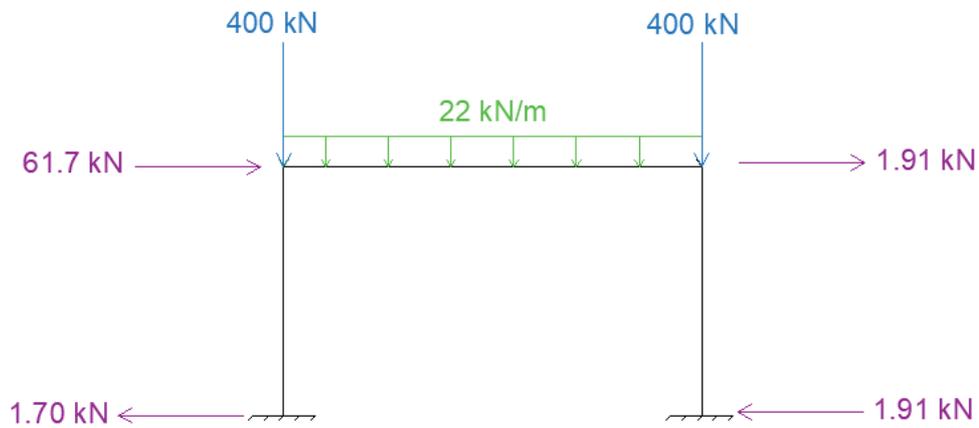


Figura 44: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes

Calculamos los esfuerzos para este caso y volvemos a tomar los valores máximos:

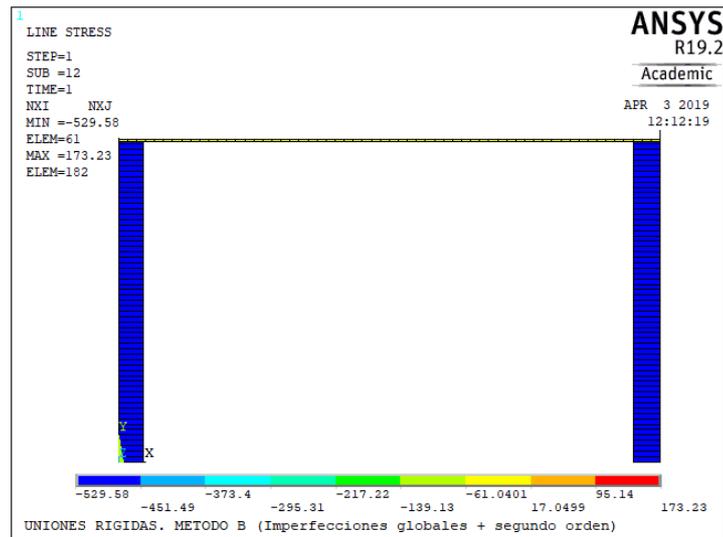


Figura 45: Axiles pórtico rígido. Método B

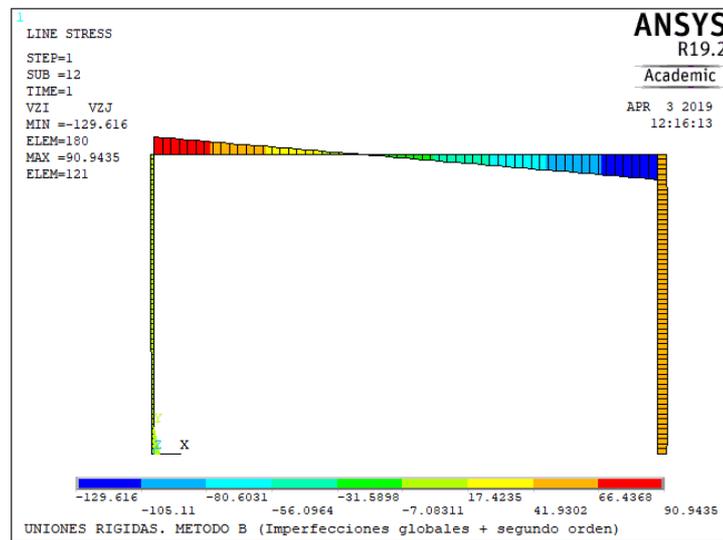


Figura 46: Cortantes pórtico rígido. Método B

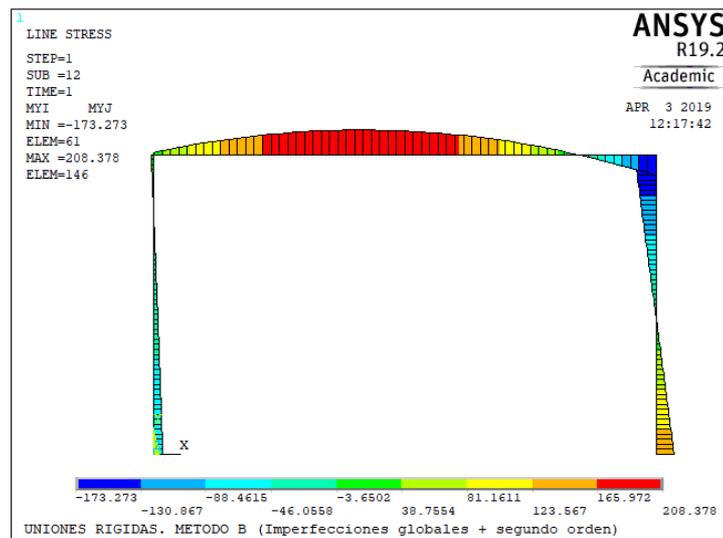


Figura 47: Flectores pórtico rígido. Método B

	MÉTODO B	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-48.846	-529.58
Ved (kN)	129.616	50.756
Med (kNm)	208.378	-173.273

Tabla 14: Valores máximos de los esfuerzos. Método B

La comprobación de resistencia es análoga a la anterior:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05}$$

Tanto para dintel como para pilar, tenemos los mismos valores de resistencia puesto que las secciones no han cambiado:

Para el dintel tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05} = \frac{11600 \cdot 275}{1.05} = 3038095.23 \text{ N} = \mathbf{3038.1 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5990 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 905752.6 \text{ N} = \mathbf{9057.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \mathbf{No \text{ hay interacción } M - V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05} = \frac{2194000 \cdot 275}{1.05} = 574619047.6 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{574.6 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{48.846}{3038.1} + \frac{208.378}{574.6} = 0.3787 = \mathbf{37.87 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05} = \frac{10600 \cdot 275}{1.05} = 2776190.5 \text{ N} = \mathbf{2776.2 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{3323 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 502473.4 \text{ N} = \mathbf{502.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \mathbf{No \text{ hay interacción } M - V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05} = \frac{1053000 \cdot 275}{1.05} = 275785714.3 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{275.8 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{529.58}{2776.2} + \frac{173.273}{275.8} = 0.8190 = \mathbf{81.90 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, concluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Siendo,

χ_y el coeficiente de pandeo por compresión,

k_{yy} el coeficiente de interacción,

γ_{M1} el coeficiente de minoración en estabilidad según la EAE

N_{Rk} y $M_{y,Rk}$ los esfuerzos que soporta la sección

Como tampoco tenemos pandeo lateral, $\chi_{LT} = 1$. Calculamos los valores de χ_y y k_{yy} para el dintel:

CURVA DE PANDEO	DATOS	Valor	Unidades	Restricciones	CURVA
	h	500	mm	Si h/b > 1.2 y t < 40 mm	A
	b	200	mm		
	t	16	mm		
	h/b	2.5	-		
Acero S275 ; Eje y-y					

Tabla 15: Curva de pandeo para HEB240

La esbeltez de referencia para un acero S275 es:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{fy}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

Por su parte, la esbeltez mecánica se obtiene de la expresión:

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{1 \cdot 10000}{204} = 49.02$$

Con lo que la esbeltez reducida:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1} = \frac{49.02}{86.81} = 0.56$$

Siendo $\chi_y = 0.9045$

Valores del coeficiente de pandeo χ . Curva a											
Parámetro de Imperfección	Esbeltez reducida $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \leq 1$ $\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,20	1,0000	0,9978	0,9956	0,9934	0,9912	0,9889	0,9867	0,9844	0,9821	0,9798
	0,30	0,9775	0,9751	0,9728	0,9704	0,9680	0,9655	0,9630	0,9605	0,9580	0,9554
	0,40	0,9528	0,9501	0,9474	0,9447	0,9419	0,9391	0,9363	0,9333	0,9304	0,9273
	0,50	0,9248	0,9214	0,9176	0,9137	0,9097	0,9056	0,9014	0,9045	0,9010	0,8974
	0,60	0,8900	0,8862	0,8823	0,8783	0,8742	0,8700	0,8657	0,8614	0,8569	0,8524
	0,70	0,8477	0,8430	0,8382	0,8332	0,8282	0,8230	0,8178	0,8124	0,8069	0,8014
	0,80	0,7957	0,7899	0,7841	0,7781	0,7721	0,7659	0,7597	0,7534	0,7470	0,7405
	0,90	0,7339	0,7273	0,7206	0,7139	0,7071	0,7003	0,6934	0,6865	0,6796	0,6726
	1,00	0,6656	0,6586	0,6516	0,6446	0,6376	0,6306	0,6236	0,6167	0,6098	0,6029
	1,10	0,5960	0,5892	0,5824	0,5757	0,5690	0,5623	0,5557	0,5492	0,5427	0,5363
	1,20	0,5300	0,5237	0,5175	0,5114	0,5053	0,4993	0,4934	0,4875	0,4817	0,4760
	1,30	0,4703	0,4648	0,4593	0,4538	0,4485	0,4432	0,4380	0,4329	0,4278	0,4228
1,40	0,4179	0,4130	0,4083	0,4036	0,3989	0,3943	0,3898	0,3854	0,3810	0,3767	

Tabla 16: Pórtico rígido. Método B. Coeficiente de pandeo IPE 500

Para el coeficiente de interacción tenemos la siguiente expresión:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{48.846}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.905$$

Donde C_{my} es el coeficiente de momento equivalente, tomado como 0.9 por ser un elemento con modo de pandeo intraslacional. Finalmente, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{48.846}{0.9045 \frac{3189.99}{1.05}} + 0.905 \frac{208.378}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.3459 = \mathbf{34.59 \%}$$

Una vez comprobado el dintel, pasamos a comprobar los pilares. Para ello debemos tener en cuenta el carácter intraslacional. Esto se consigue calculando un valor de β dado por el anexo 5 de la EAE.

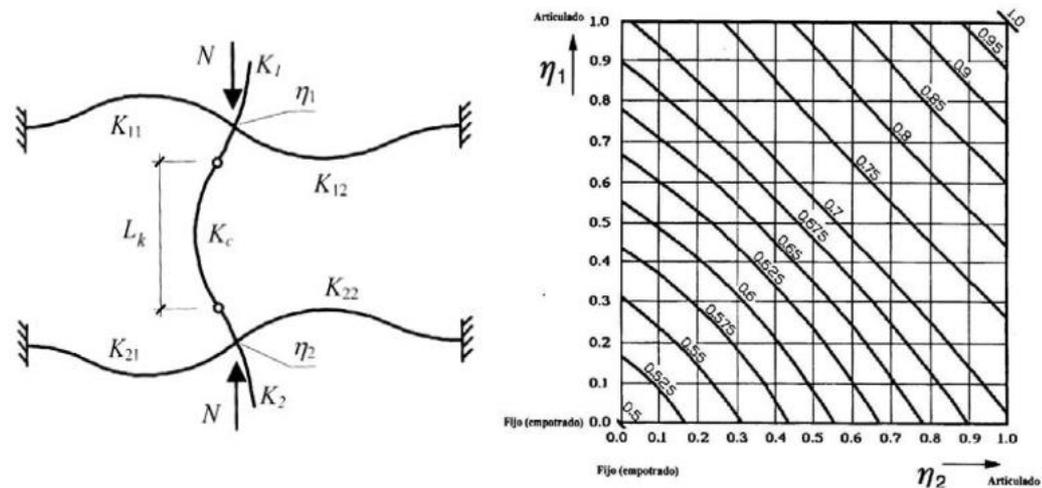


Figura 48: Modo intraslacional y relación Lcr/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico intraslacional (de nudos fijos)

En el cual tenemos la expresión que nos proporcionará el valor de Lcr/L :

$$\beta = 0.5 + 1.14 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.055 \cdot (\eta_1 + \eta_2)^2$$

Si consideramos uno de los pilares, sabiendo que η_1 y η_2 son los coeficientes de distribución en el extremo y en la base respectivamente:

$$\eta_2 = 0$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{I_p}{L_p}}{\frac{I_p}{L_p} + 1.5 \cdot \frac{I_d}{L_d}}$$

Donde, como ya sabemos, I son las inercias del pilar y del dintel, y L sus longitudes.

$$\eta_1 = \frac{\frac{11260 \cdot 10^4}{6000}}{\frac{11260 \cdot 10^4}{6000} + 1.5 \cdot \frac{48200 \cdot 10^4}{10000}} = 0.206$$

Sustituyendo ahora:

$$\beta = 0.5 + 1.14 \cdot (0.206 + 0) + 0.055 \cdot (0.206 + 0)^2 = 0.737$$

El resto de valores los calculamos de forma análoga a como lo hicimos con el dintel:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{fy}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{0.737 \cdot 6000}{103.1} = 42.89$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1} = \frac{42.89}{86.81} = 0.49$$

Sabemos por la tabla 8 que debemos obtener el coeficiente de pandeo de la curva B, siendo $\chi_y = 0.8886$.

Valores del coeficiente de pandeo χ . Curva b											
Parámetro de Imperfección	Esbeltez reducida	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1}$										
$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}} \leq 1$ $\phi = 0.5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,20	1,0000	0,9965	0,9929	0,9894	0,9858	0,9822	0,9786	0,9750	0,9714	0,9678
	0,30	0,9641	0,9604	0,9567	0,9530	0,9492	0,9455	0,9417	0,9378	0,9339	0,9300
	0,40	0,9281	0,9241	0,9201	0,9161	0,9120	0,9079	0,9037	0,8995	0,8953	0,8910
	0,50	0,8842	0,8798	0,8752	0,8707	0,8661	0,8614	0,8566	0,8518	0,8470	0,8420
	0,60	0,8371	0,8320	0,8269	0,8217	0,8165	0,8112	0,8058	0,8004	0,7949	0,7893
	0,70	0,7837	0,7780	0,7723	0,7665	0,7606	0,7547	0,7488	0,7428	0,7367	0,7306
	0,80	0,7245	0,7183	0,7120	0,7058	0,6995	0,6931	0,6868	0,6804	0,6740	0,6676
	0,90	0,6612	0,6547	0,6483	0,6419	0,6354	0,6290	0,6226	0,6162	0,6098	0,6034
	1,00	0,5970	0,5907	0,5844	0,5781	0,5719	0,5657	0,5595	0,5534	0,5473	0,5412

Tabla 17: Pórtico rígido. Método B. Coeficiente de pandeo HEB 240

Para el coeficiente de interacción tenemos la siguiente expresión:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.49 - 0.2) \cdot \frac{529.58}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.956$$

Finalmente, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{529.58}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.956 \frac{173.273}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.8153 = \mathbf{81.53 \%}$$

7.2.3 Método C

Para este tercer método de análisis, haremos un estudio en **primer orden sin incluir ningún tipo de imperfección** en el modelo de Ansys. Volveremos a obtener los esfuerzos máximos y se comprobará resistencia y estabilidad de elementos aislados.

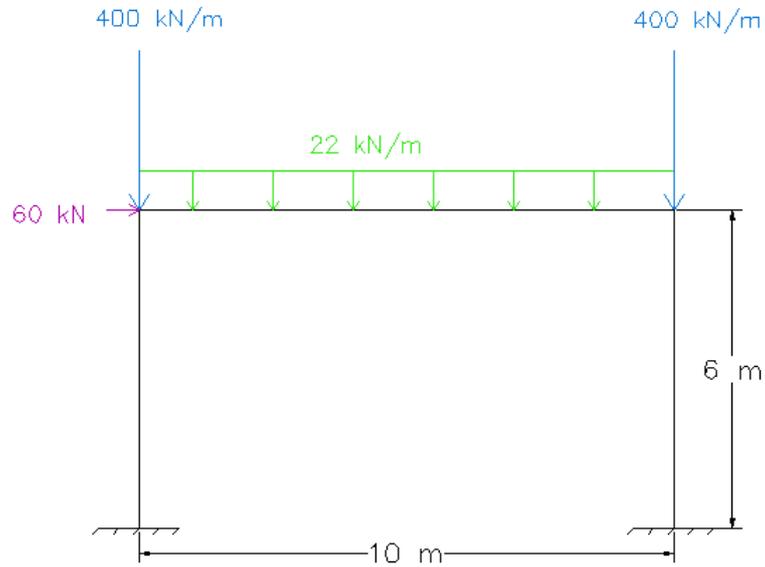


Figura 49: Pórtico. Geometría y cargas iniciales

Después de modelar esta idea en el programa de elementos finitos, nuestros esfuerzos máximos son los siguientes:

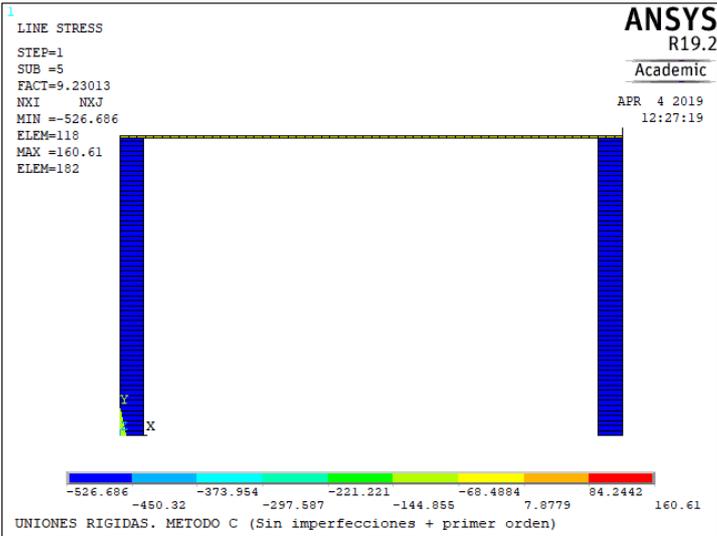


Figura 50: Axiles pórtico rígido. Método C

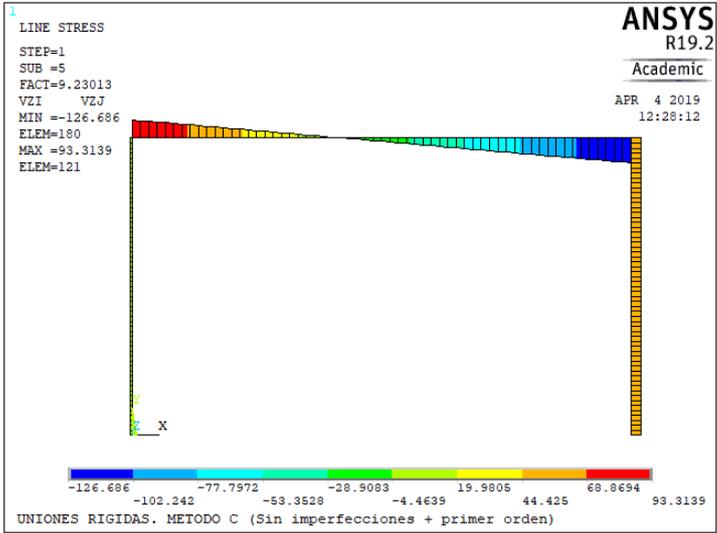


Figura 51: Cortantes pórtico rígido. Método C

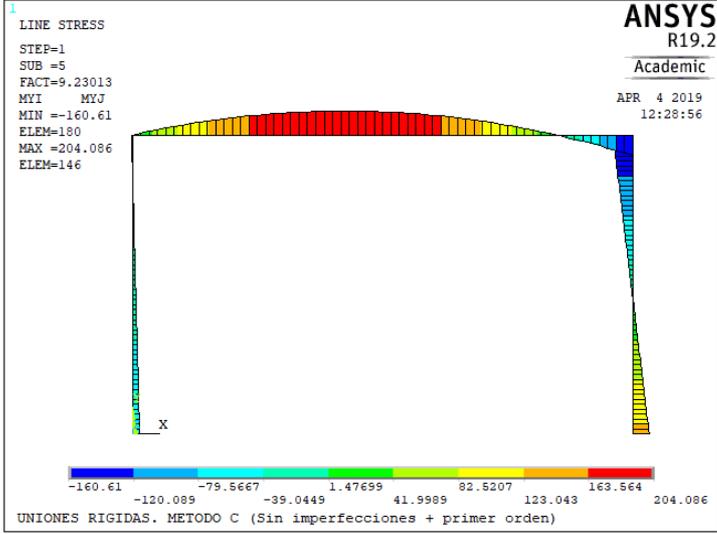


Figura 52: Flectores pórtico rígido. Método C

	MÉTODO C	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-49.056	-526.686
Ved (kN)	126.689	49.056
Med (kNm)	204.086	-160.61

Tabla 18: Valores máximos de los esfuerzos. Método C

La comprobación de resistencia es análoga a la anterior:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05}$$

Tanto para dintel como para pilar, tenemos los mismos valores de resistencia puesto que las secciones no han cambiado:

Para el dintel tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot fy}{1.05} = \frac{11600 \cdot 275}{1.05} = 3038095.23 \text{ N} = \mathbf{3038.1 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot fy}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5990 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 905752.6 \text{ N} = \mathbf{9057.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \mathbf{No \text{ hay interacción } M - V}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot fy}{1.05} = \frac{2194000 \cdot 275}{1.05} = 574619047.6 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{574.6 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{49.056}{3038.1} + \frac{204.086}{574.6} = 0.3713 = \mathbf{37.13 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{1.05} = \frac{10600 \cdot 275}{1.05} = 2776190.5 \text{ N} = \mathbf{2776.2 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_w \cdot f_y}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = \frac{3323 \cdot 275}{1.05 \cdot \sqrt{3}} = 502473.4 \text{ N} = \mathbf{502.5 \text{ kN}}$$

$$V_{pl,Rd} > 2 \cdot V_{Ed} \rightarrow \text{No hay interacción } M - V$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{y,pl} \cdot f_y}{1.05} = \frac{1053000 \cdot 275}{1.05} = 275785714.3 \text{ N} \cdot \text{mm} = \mathbf{275.8 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

$$\text{Interacción } N - M: \frac{526.686}{2776.2} + \frac{160.61}{275.8} = 0.7720 = \mathbf{77.20 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, cocluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Para el dintel

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{1 \cdot 10000}{204} = 49.02$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1} = \frac{49.02}{86.81} = 0.56$$

De la misma curva A, tabla 13, obtenemos el coeficiente de pandeo $\chi_y = 0.9045$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{49.056}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.906$$

Finalmente, sustituímos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{49.056}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.906 \frac{173.273}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.2911 = \mathbf{29.11\%}$$

Para el pilar, teniendo ahora en cuenta el carácter traslacional:

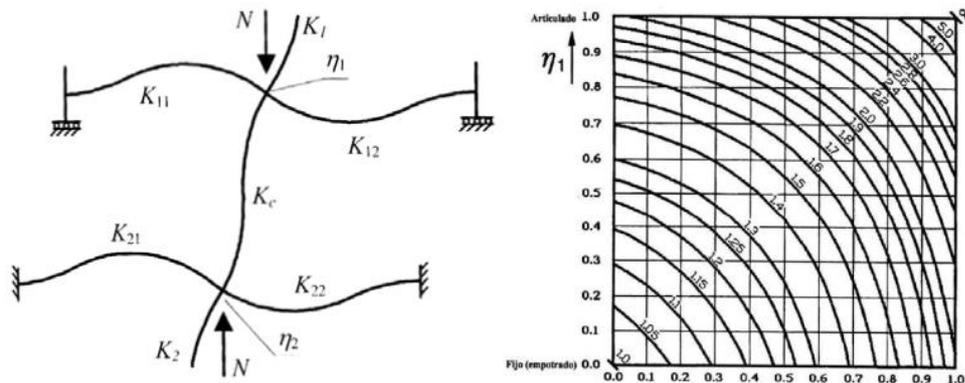


Figura 53: Modo traslacional y relación L_{cr}/L de longitud de pandeo (coeficiente β) para un soporte de pórtico traslacional (de nudos desplazables)

Nuestro valor de β en este caso será:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0.12 \cdot \eta_1 \eta_2}{1 - 0.8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.6 \cdot \eta_1 \eta_2}}$$

$$\eta_2 = 0$$

$$\eta_1 = \frac{\frac{11260 \cdot 10^4}{6000}}{\frac{11260 \cdot 10^4}{6000} + 1.5 \cdot \frac{48200 \cdot 10^4}{10000}} = 0.206$$

Finalmente:

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2 \cdot (0.206)}{1 - 0.8 \cdot (0.206)}} = 1.07$$

Calculamos las esbelteces:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{fy}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{275}} = 86.81$$

$$\lambda_k = \frac{\beta L}{i} = \frac{1.07 \cdot 6000}{103.1} = 62.27$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_k}{\lambda_1} = \frac{62.27}{86.81} = 0.72$$

Con la curva B de pandeo, $\chi_y = 0.8886$

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{RK}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.72 - 0.2) \cdot \frac{526.686}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.999$$

Finalmente, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$\frac{526.686}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.999 \frac{160.61}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.7953 = \mathbf{79.53 \%}$$

	DINTEL (IPE500)		PILAR (HEB240)	
	Resistencia	Estabilidad	Resistencia	Estabilidad
MÉTODO A	37.80%	-	71.36%	-
MÉTODO B	37.87%	34.59%	81.90%	81.53%
MÉTODO C	37.13%	29.11%	77.20%	79.53%

Tabla 19: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 1: uniones rígidas

7.3 Ejemplo 2: análisis de pórtico traslacional con uniones semi-rígidas

7.3.1 Método A

Siguiendo el mismo desarrollo que en el apartado 8.1, nos limitamos únicamente a cambiar el valor de la rigidez de las uniones dintel-pilar, otorgándoles una mayor flexibilidad.

En este caso, y como vimos en el apartado 6.3, le daremos un valor que haga que las uniones se clasifiquen como semi-rígidas. En este caso, escogemos el valor de 30000 kN/m.

Añadimos las cargas a nuestro modelo junto con las imperfecciones globales y locales calculadas en 8.1, quedando un pórtico como el que se muestra a continuación:

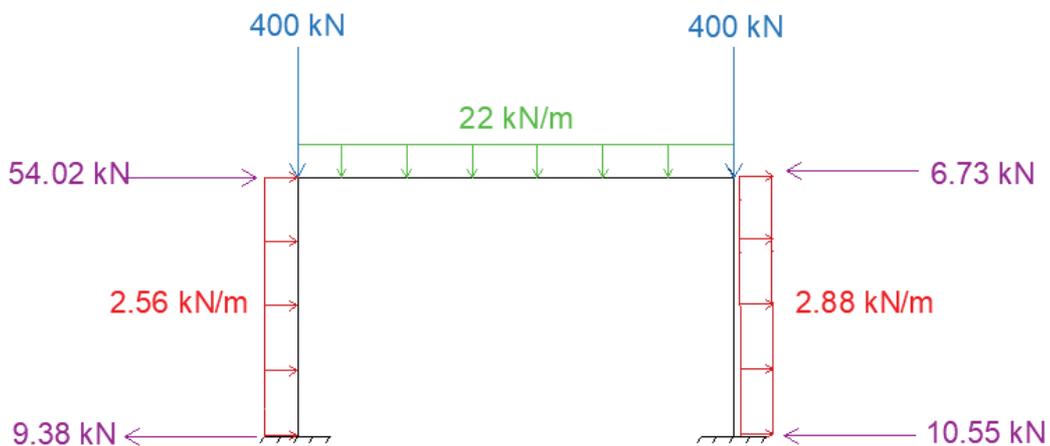


Figura 54: Pórtico con imperfecciones globales y locales

A continuación, modelamos en ANSYS nuestra estructura con estas cargas y hacemos un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las siguientes imágenes:

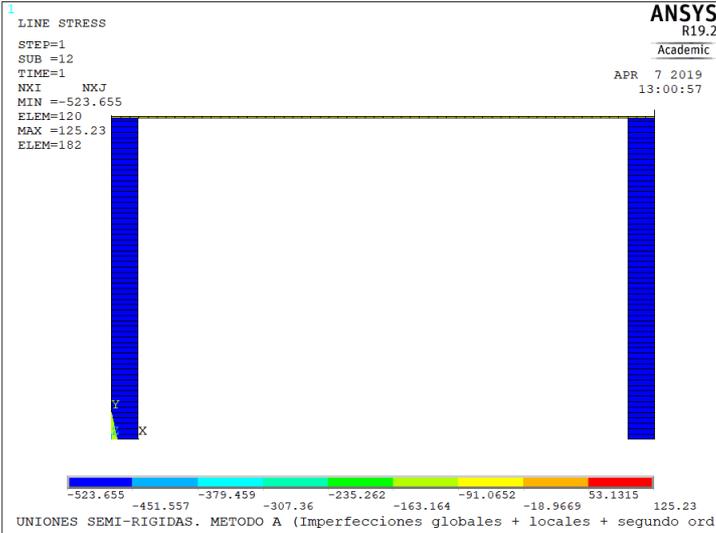


Figura 55: Axiles pórtico semi-rígido. Método A

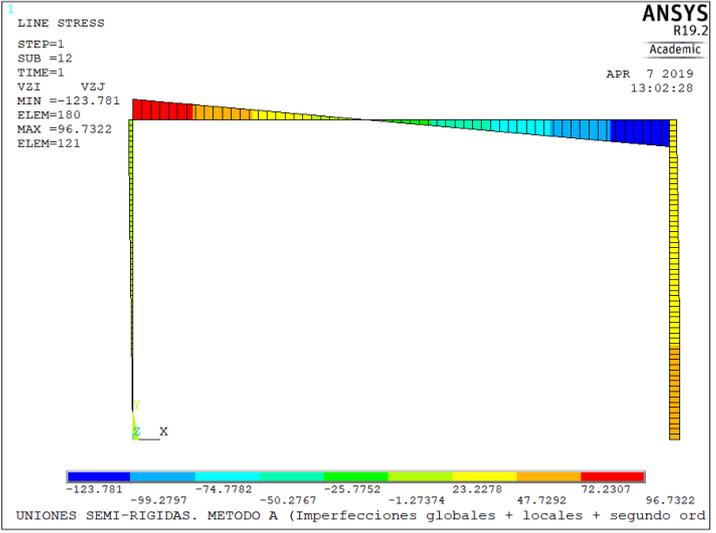


Figura 56: Cortantes pórtico semi-rígido. Método A

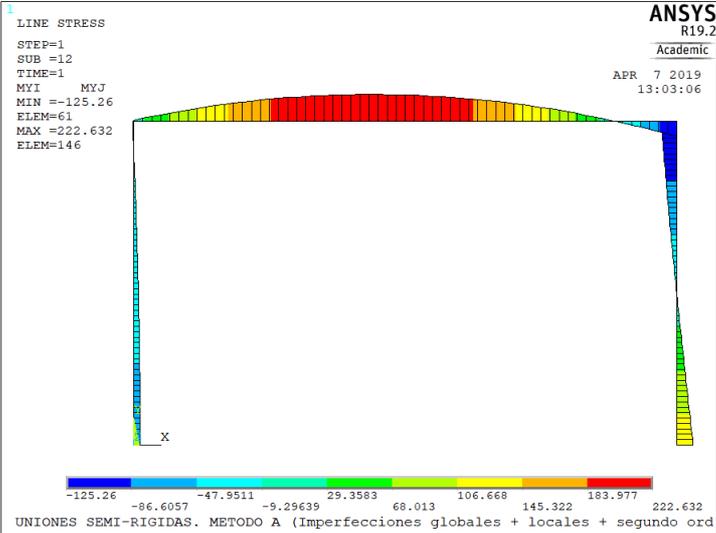


Figura 57: Flectores pórtico semi-rígido. Método A

Los valores máximos obtenidos de los esfuerzos son:

	MÉTODO A	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-38.584	-523.66
Ved (kN)	123.721	49.130
Med (kNm)	222.632	-134.740

Tabla 20: Valores máximos de los esfuerzos. Método A

Como en este método de análisis hemos incorporado los dos tipos de imperfecciones, no necesitamos hacer la comprobación de estabilidad. Con una verificación de la resistencia será suficiente:

Para el dintel tenemos (misma comprobación que en el apartado 8.1):

$$\text{Interacción } N - M: \frac{38.584}{3038.1} + \frac{222.632}{574.6} = 0.4002 = \mathbf{40.02 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{523.66}{2776.2} + \frac{134.74}{275.8} = 0.6772 = \mathbf{67.72 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

7.3.2 Método B

Siguiendo el mismo desarrollo que en el apartado 8.2, nos limitamos únicamente a cambiar el valor de la rigidez de las uniones dintel-pilar, otorgándoles una mayor flexibilidad.

En este caso, y como vimos en el apartado 6.3, le daremos un valor que haga que las uniones se clasifiquen como articuladas. En este caso, escogemos el valor de 30000 kN/m.

Añadimos las cargas a nuestro modelo junto con las imperfecciones globales, quedando un pórtico como el que se muestra a continuación:

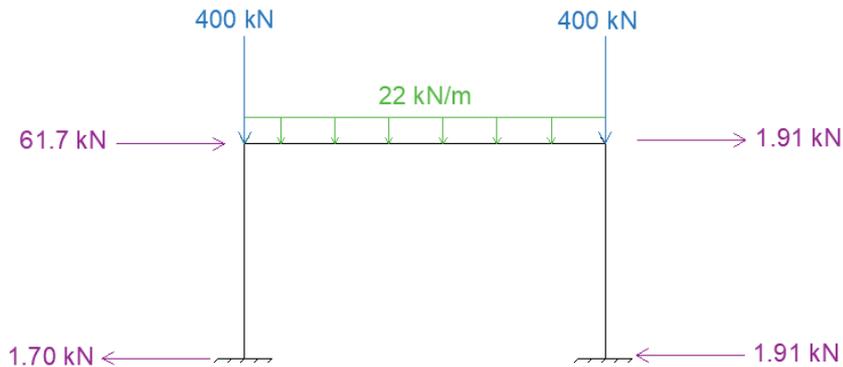


Figura 58: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes

A continuación, modelamos en ANSYS nuestra estructura con estas cargas y hacemos un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las siguientes imágenes:

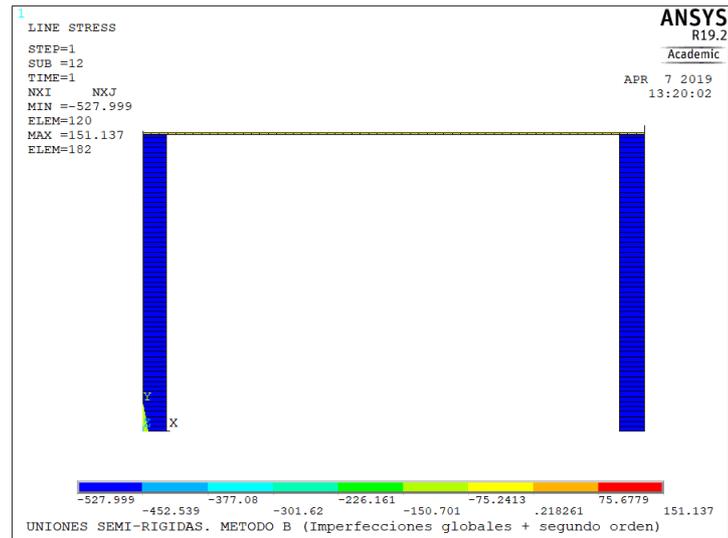


Figura 59: Axiles pórtico semi-rígido. Método B

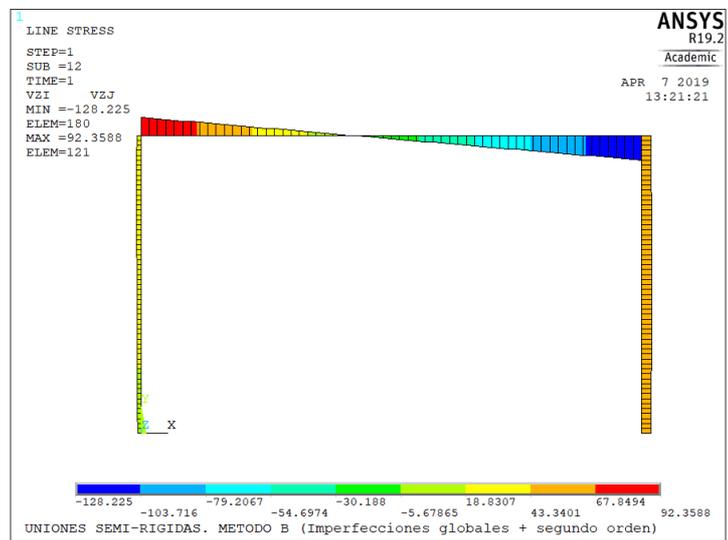


Figura 60: Cortantes pórtico semi-rígido. Método B

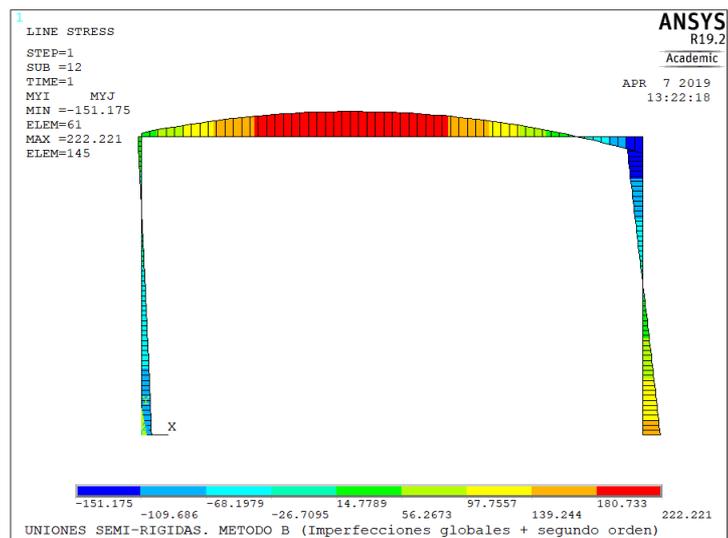


Figura 61: Flectores pórtico semi-rígido. Método B

Los valores máximos obtenidos de los esfuerzos son:

	MÉTODO B	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-44.590	-527.999
Ved (kN)	128.225	46.964
Med (kNm)	222.221	-153.35

Tabla 21: Valores máximos de los esfuerzos. Método B

Primeramente, calcularemos la comprobación a resistencia de dintel y pilar.

Para el dintel tenemos (misma comprobación que en el apartado 8.2):

$$\text{Interacción } N - M: \frac{44.590}{3038.1} + \frac{222.221}{574.6} = 0.4014 = \mathbf{40.14 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{527.999}{2776.2} + \frac{153.35}{275.8} = 0.7462 = \mathbf{74.62 \%}$$

Con lo que el pilar no cumple a resistencia

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados, tal y como se hizo en el apartado 8.2. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, concluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Los cálculos hasta obtener los coeficientes que determinan dicha comprobación son los mismos que los del apartado 8.2, por lo que se procede a sustituir únicamente los valores de los esfuerzos máximos:

Para el dintel:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{44.590}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.905$$

$$\frac{44.590}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.905 \frac{222.221}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.4338 = \mathbf{43.38 \%}$$

Para el pilar:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.49 - 0.2) \cdot \frac{527.999}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.956$$

$$\frac{527.999}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.956 \frac{153.35}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.7456 = \mathbf{74.56 \%}$$

Tanto dintel como pilares cumplen las comprobaciones de estabilidad.

7.3.3 Método C

Para este tercer método de análisis, haremos un estudio en primer orden sin incluir cualquier tipo de imperfección en el modelo de ANSYS. Volveremos a obtener los esfuerzos máximos y se comprobará resistencia y estabilidad de elementos aislados.

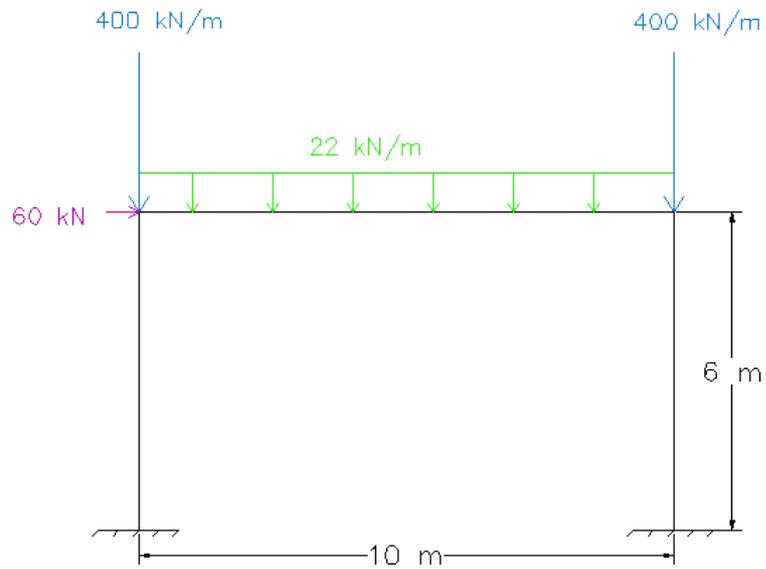


Figura 62: Pórtico. Geometría y cargas iniciales

Después de modelar esta idea en el programa de elementos finitos, nuestros esfuerzos máximos son los siguientes:

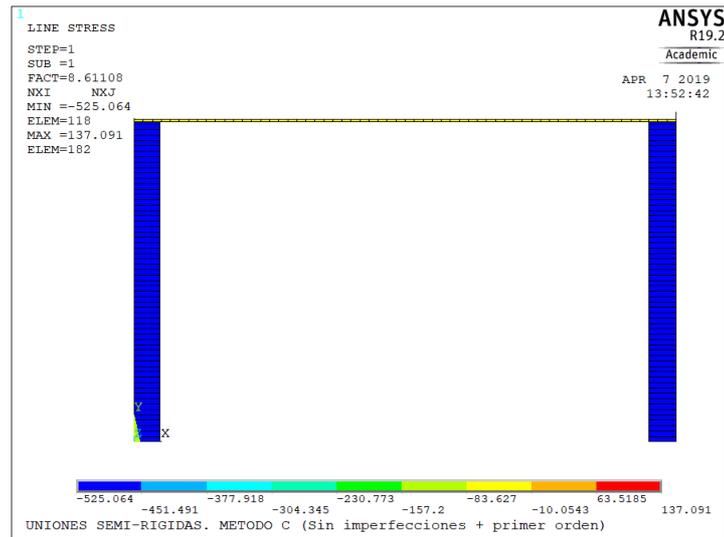


Figura 63: Axiles pórtico semi-rígido. Método C

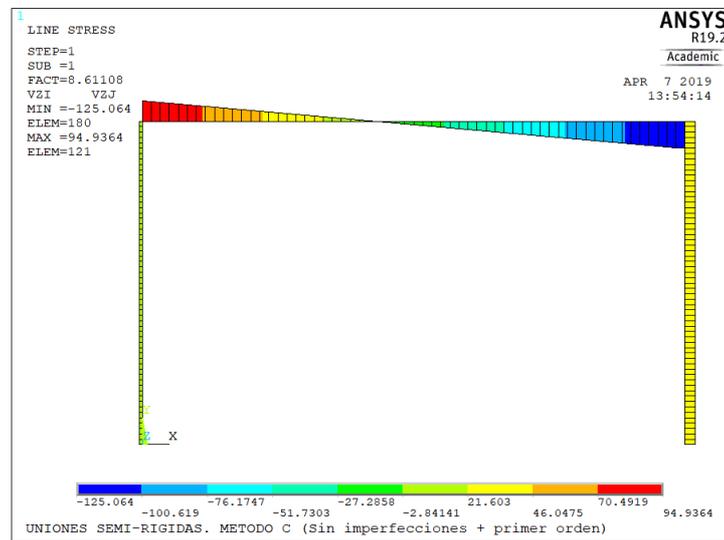


Figura 64: Cortantes pórtico semi-rígido. Método C

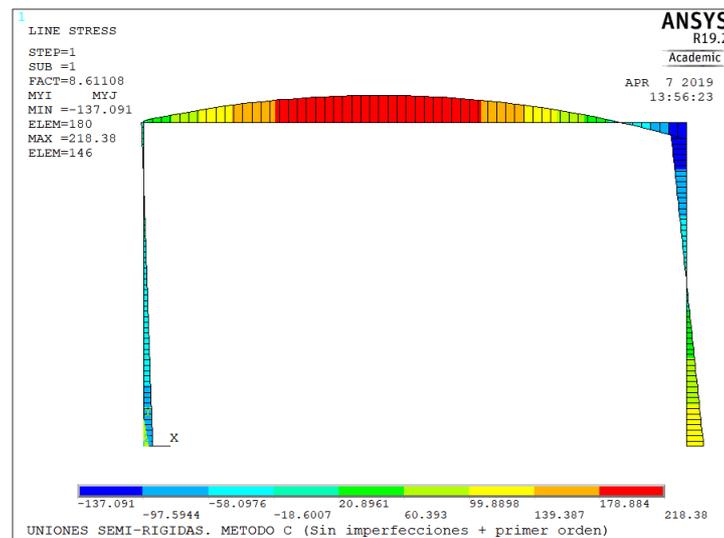


Figura 65: Flectores pórtico semi-rígido. Método C

	MÉTODO C	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-45.248	-525.064
Ved (kN)	125.064	45.248
Med (kNm)	218.38	-137.091

Tabla 22: Valores máximos de los esfuerzos. Método C

La comprobación de resistencia es análoga a la anterior. Tanto para dintel como para pilar, tenemos los mismos valores de resistencia puesto que las secciones no han cambiado:

Para el dintel tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{45.248}{3038.1} + \frac{218.38}{574.6} = 0.395 = \mathbf{39.50 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{525.064}{2776.2} + \frac{137.091}{275.8} = 0.6862 = \mathbf{68.62 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, cocluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Los cálculos hasta obtener los coeficientes que determinan dicha comprobación son los mismos que los del apartado 8.2, por lo que se procede a sustituir únicamente los valores de los esfuerzos máximos:

Para el dintel, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{45.248}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.905$$

$$\frac{45.248}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.905 \frac{218.38}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.3604 = \mathbf{36.04 \%}$$

Para el pilar,

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.72 - 0.2) \cdot \frac{525.064}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.999$$

$$\frac{525.064}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.999 \frac{137.091}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.7094 = \mathbf{70.94 \%}$$

	DINTEL (IPE500)		PILAR (HEB240)	
	Resistencia	Estabilidad	Resistencia	Estabilidad
MÉTODO A	40.02%	-	67.72%	-
MÉTODO B	40.14%	43.38%	74.62%	74.56%
MÉTODO C	39.50%	36.04%	68.62%	70.94%

Tabla 23: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 2: uniones semi-rigidas

7.4 Ejemplo 3: análisis de pórtico traslacional con uniones articuladas

7.4.1 Método A

Siguiendo el mismo desarrollo que en el apartado 8.1, nos limitamos únicamente a cambiar el valor de la rigidez de las uniones dintel-pilar, otorgándoles una mayor flexibilidad.

En este caso, y como vimos en el apartado 6.3, le daremos un valor que haga que las uniones se clasifiquen como articuladas. En este caso, escogemos el valor de 1000 kN/m.

Añadimos las cargas a nuestro modelo junto con las imperfecciones globales y locales calculadas en 8.1, quedando un pórtico como el que se muestra a continuación:

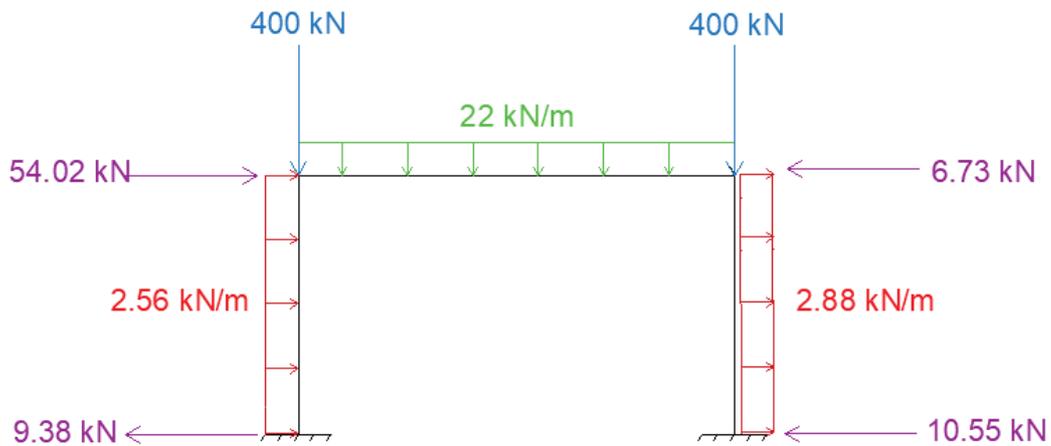


Figura 66: Pórtico con imperfecciones globales y locales

A continuación, modelamos en ANSYS nuestra estructura con estas cargas y hacemos un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las siguientes imágenes:

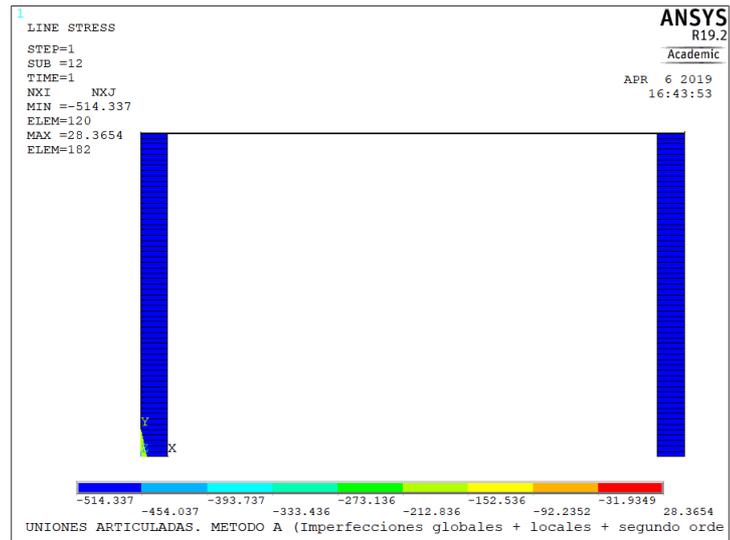


Figura 67: Axiles pórtico articulado. Método A

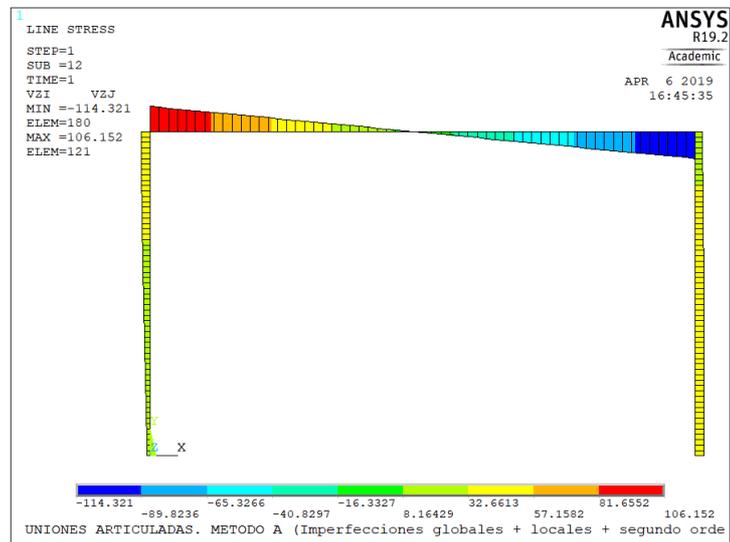


Figura 68: Cortantes pórtico articulado. Método A

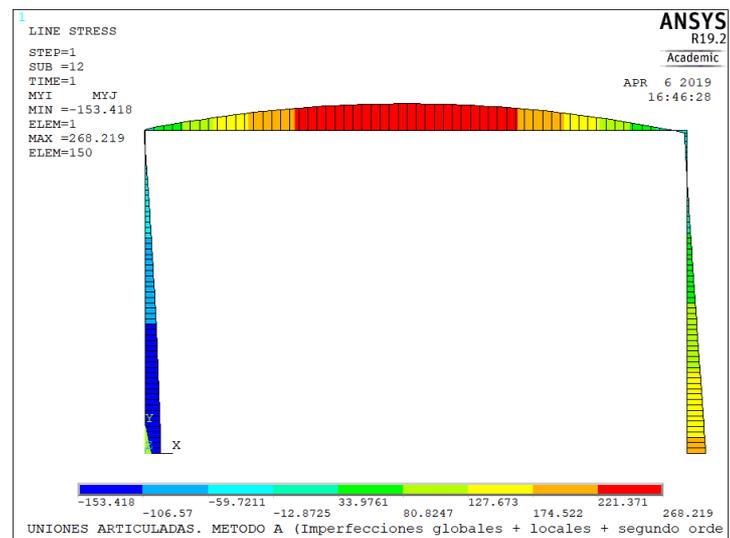


Figura 69: Flectores pórtico articulado. Método A

Los valores máximos obtenidos de los esfuerzos son:

	MÉTODO A	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-26.175	-514.337
Ved (kN)	114.321	36.716
Med (kNm)	268.219	-185.62

Tabla 24: Valores máximos de los esfuerzos. Método A

Como en este método de análisis hemos incorporado los dos tipos de imperfecciones, no necesitamos hacer la comprobación de estabilidad. Con una verificación de la resistencia será suficiente:

Para el dintel tenemos (misma comprobación que en el apartado 8.1):

$$\text{Interacción } N - M: \frac{26.175}{3038.1} + \frac{268.219}{574.6} = 0.4754 = \mathbf{47.54 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{514.337}{2776.2} + \frac{185.62}{275.8} = 0.8583 = \mathbf{85.83 \%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

7.4.2 Método B

Siguiendo el mismo desarrollo que en el apartado 8.2, nos limitamos únicamente a cambiar el valor de la rigidez de las uniones dintel-pilar, otorgándoles una mayor flexibilidad.

En este caso, y como vimos en el apartado 6.3, le daremos un valor que haga que las uniones se clasifiquen como articuladas. En este caso, escogemos el valor de 1000 kN/m.

Añadimos las cargas a nuestro modelo junto con las imperfecciones globales, quedando un pórtico como el que se muestra a continuación:

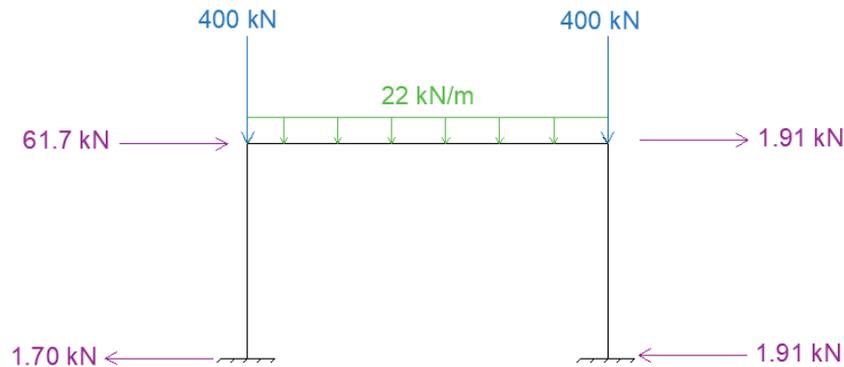


Figura 70: Pórtico con imperfecciones globales equivalentes

A continuación, modelamos en ANSYS nuestra estructura con estas cargas y hacemos un análisis en segundo orden. Los diagramas de axiles, cortantes y flectores se muestran en las siguientes imágenes:

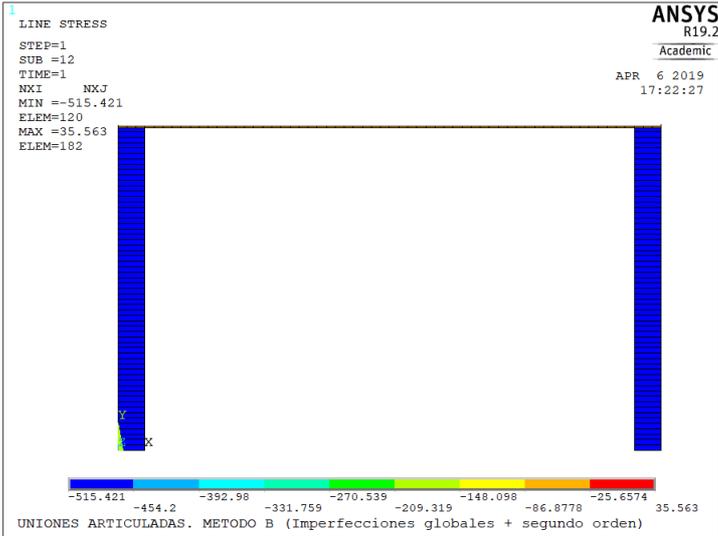


Figura 71: Axiles pórtico articulado. Método B

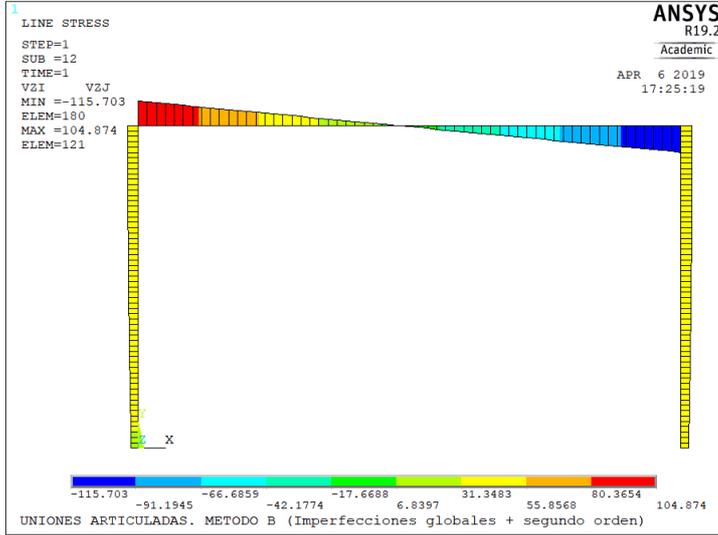


Figura 72: Cortantes pórtico articulado. Método B

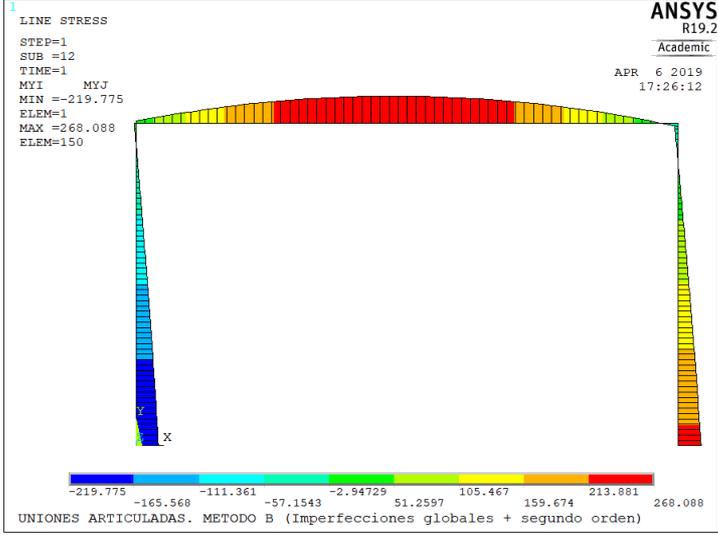


Figura 73: Flectores pórtico articulado. Método B

Los valores máximos obtenidos de los esfuerzos son:

	MÉTODO B	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-31.843	-515.421
Ved (kN)	115.703	33.753
Med (kNm)	268.088	-227.371

Tabla 25: Valores máximos de los esfuerzos. Método B

Primeramente, calcularemos la comprobación a resistencia de dintel y pilar.

Para el dintel tenemos (misma comprobación que en el apartado 8.2):

$$\text{Interacción } N - M: \frac{31.843}{3038.1} + \frac{268.088}{574.6} = 0.4770 = \mathbf{47.70 \%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{515.421}{2776.2} + \frac{227.371}{275.8} = 1.0100 = \mathbf{101.00 \%}$$

Con lo que el pilar no cumple a resistencia

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados, tal y como se hizo en el apartado 8.2. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, cocluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Los cálculos hasta obtener los coeficientes que determinan dicha comprobación son los mismos que los del apartado 8.2, por lo que se procede a sustituir únicamente los valores de los esfuerzos máximos:

Para el dintel:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{31.843}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.903$$

$$\frac{31.843}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.903 \frac{268.088}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.4329 = \mathbf{43.29 \%}$$

Para el pilar:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.49 - 0.2) \cdot \frac{515.421}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.954$$

$$\frac{515.421}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.954 \frac{227.371}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.9959 = \mathbf{99.59\%}$$

Tanto dintel como pilares cumplen las comprobaciones de estabilidad.

7.4.3 Método C

Para este tercer método de análisis, haremos un estudio en primer orden sin incluir cualquier tipo de imperfección en el modelo de Ansys. Volveremos a obtener los esfuerzos máximos y se comprobará resistencia y estabilidad de elementos aislados.

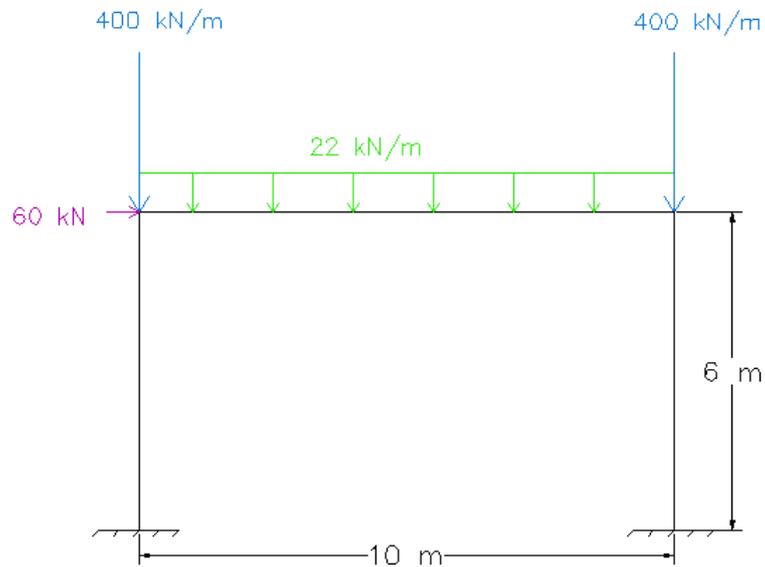


Figura 74: Pórtico. Geometría y cargas iniciales

Después de modelar esta idea en el programa de elementos finitos, nuestros esfuerzos máximos son los siguientes:

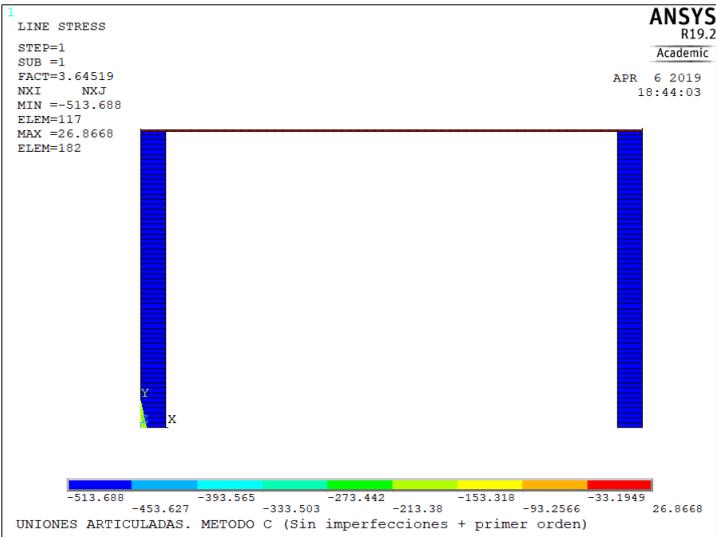


Figura 75: Axiles pórtico articulado. Método C

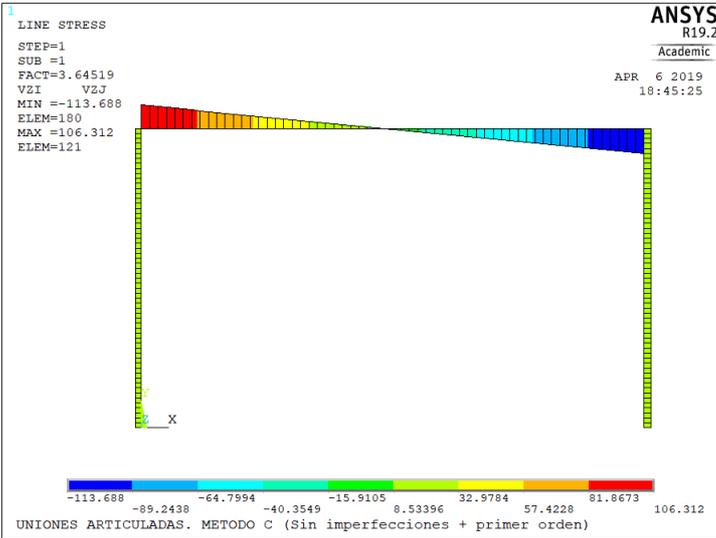


Figura 76: Cortantes pórtico articulado. Método C

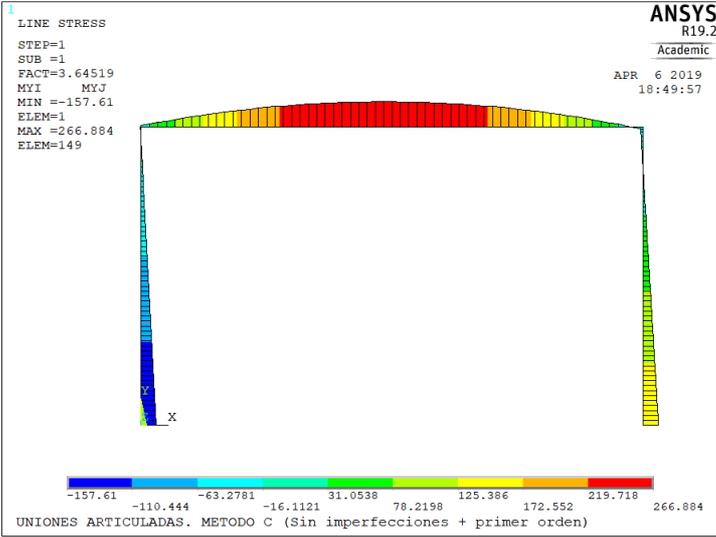


Figura 77: Flectores pórtico articulado. Método C

	MÉTODO C	
	DINTEL	PILAR
Ned (kN)	-32.062	-513.688
Ved (kN)	113.688	32.062
Med (kNm)	266.884	-157.61

Tabla 26: Valores máximos de los esfuerzos. Método C

La comprobación de resistencia es análoga a la anterior. Tanto para dintel como para pilar, tenemos los mismos valores de resistencia puesto que las secciones no han cambiado:

Para el dintel tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{32.062}{3038.1} + \frac{266.884}{574.6} = 0.4750 = \mathbf{47.50\%}$$

Con lo que el dintel queda correctamente comprobado a resistencia.

Para el pilar tenemos:

$$\text{Interacción } N - M: \frac{513.688}{2776.2} + \frac{157.61}{275.8} = 0.7565 = \mathbf{75.65\%}$$

Con lo que el pilar también queda correctamente comprobado a resistencia.

Nos disponemos ahora a comprobar la estructura por estabilidad de los elementos aislados. Como en el plano perpendicular al plano de nuestro pórtico tenemos impedido el desplazamiento (además de $M_{z,Ed} \approx 0$), podemos, de la expresión general, cocluir la siguiente:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}}$$

Los cálculos hasta obtener los coeficientes que determinan dicha comprobación son los mismos que los del apartado 8.2, por lo que se procede a sustituir únicamente los valores de los esfuerzos máximos:

Para el dintel, sustituimos en la expresión de comprobación a estabilidad:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.56 - 0.2) \cdot \frac{32.062}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} \right] = 0.904$$

$$\frac{32.062}{0.9045 \cdot \frac{3189.99}{1.05}} + 0.904 \frac{266.884}{\frac{603.35}{1.05}} = 0.4315 = \mathbf{43.15\%}$$

Para el pilar,

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[1 + (\bar{\lambda} - 0.2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} \right] = 0.9 \cdot \left[1 + (0.72 - 0.2) \cdot \frac{513.688}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} \right] = 0.997$$

$$\frac{513.688}{0.8886 \cdot \frac{2915}{1.05}} + 0.997 \frac{157.61}{\frac{289.58}{1.05}} = 0.7783 = 77.83 \%$$

	DINTEL (IPE500)		PILAR (HEB240)	
	Resistencia	Estabilidad	Resistencia	Estabilidad
MÉTODO A	47.54%	-	85.43%	-
MÉTODO B	47.70%	43.29%	101%	99.59%
MÉTODO C	47.50%	43.15%	75.65%	77.83%

Tabla 27: Aprovechamientos según el método escogido. Ejemplo 2: uniones articuladas

7.5 Resultados y conclusiones

Con los valores de los esfuerzos máximos obtenidos se calculó el aprovechamiento de cada uno de los elementos que forman el pórtico para las comprobaciones de resistencia y estabilidad.

Cada una de las comprobaciones se hizo, a su vez, con tres métodos distintos, siendo:

- **Método A:** análisis en segundo orden incluyendo las imperfecciones geométricas equivalentes en todos los elementos ($\emptyset+e_0$).
- **Método B:** análisis en segundo orden considerando únicamente las imperfecciones laterales globales equivalentes (\emptyset).
- **Método C:** análisis en primer orden sin imperfecciones.

Por otro lado, se han analizado tres ejemplos de pórticos, a los cuales se les aplicaron las mismas cargas, siendo la única diferencia entre ellos la rigidez de las uniones entre viga y soportes.

Para un mejor análisis de los resultados, se representarán los aprovechamientos máximos para cada elemento de manera que se pueda extraer qué método de análisis estructural es el óptimo según la rigidez de las uniones.

A continuación, se representan cuatro gráficas, mostrándose los aprovechamientos según resistencia y estabilidad para cada uno de los elementos (soporte y dintel). En cada gráfica está, a su vez, representados estos resultados según los tres métodos de análisis empleados para una mejor comparación entre ellos. Las figuras 78 y 79 son para los pilares, mientras que las 80 y 81 son para los soportes. Analizando los resultados, se enumeran, a continuación, una serie de conclusiones:

1. Para el **método A** únicamente es necesaria la comprobación resistente, ya que la verificación de la **estabilidad de los elementos** aislados comprimidos queda **garantizada** a través de la consideración de los **efectos de segundo orden**.
2. Si se utiliza el **método B** debe verificarse la comprobación resistente siendo necesaria la **verificación** adicional de la **estabilidad**, incluyendo los efectos de segundo orden y las imperfecciones laterales globales. Para ello, se debe suponer la longitud de pandeo del elemento comprimido **según modo intraslacional**.
3. Si se utiliza el **método C** debe verificarse además de la comprobación resistente, la **verificación** de los controles de **inestabilidad**. Para ello, se debe suponer la longitud de pandeo del elemento comprimido **según modo traslacional**, puesto que están basadas en el modo de inestabilidad global de la estructura.
4. **El método B**, en el cual se realiza un análisis de segundo orden incluyendo únicamente las imperfecciones globales equivalentes, ha demostrado ser el **más conservador en todos los casos**.
5. **El método C**, en el cual se realizan comprobaciones resistentes y de inestabilidad para el análisis en primer orden, ha resultado ser **el menos restrictivo** de los tres métodos. Esto implica que un dimensionamiento estricto de la estructura utilizando un análisis en primer orden podría dar lugar a **configuraciones no seguras** si se analizan con un análisis global en segundo orden.
6. Como se aprecia en las figuras 78 y 79, las **uniones semi-rígidas** son la **mejor** opción para el **dimensionamiento de los pilares, independientemente del método de análisis utilizado**, puesto que presentan el valor de aprovechamiento más bajo, dándonos así la posibilidad de optimizar el diseño de dichos elementos.
7. Como puede verse en las figuras 80 y 81, las uniones articuladas son la opción de diseño **más conservadora** para el dimensionamiento del **dintel**, independientemente del método de análisis empleado.
8. Como se extrae de la figura 80, en el análisis de la **resistencia del dintel** se obtienen los mismos porcentajes de **aprovechamiento independientemente del método de análisis realizado**. En ese caso solo influye en el diseño la rigidez de las **uniones**, siendo las **rígidas** las que presentan el **diseño menos restrictivo**.

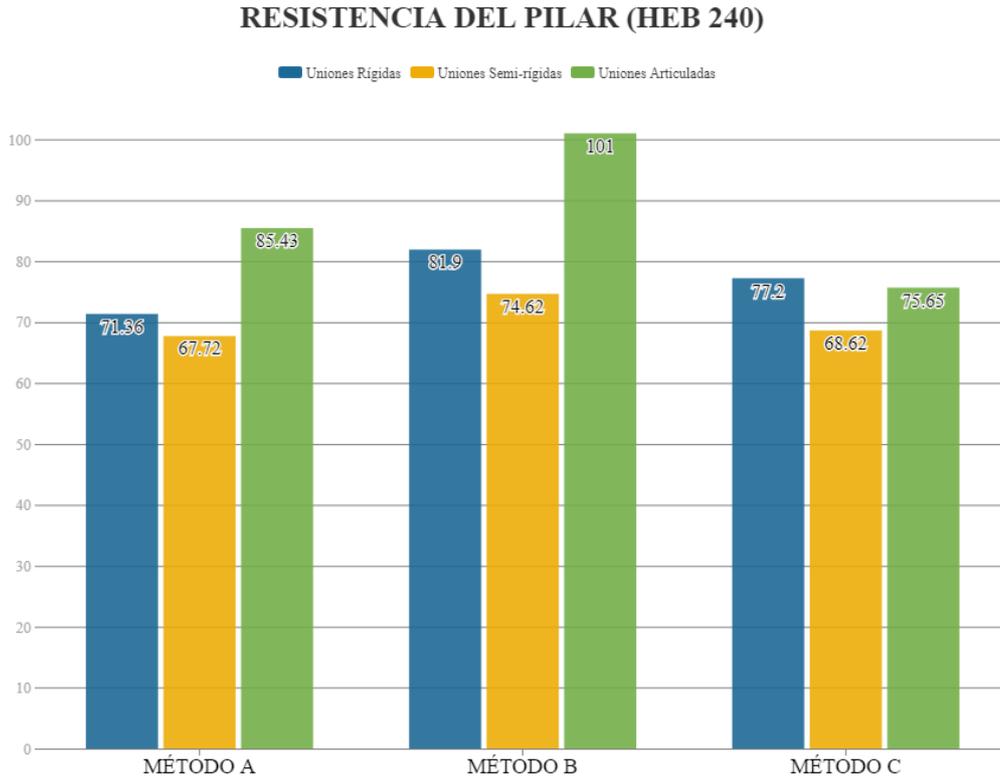


Figura 78: Aprovechamiento según resistencia del pilar

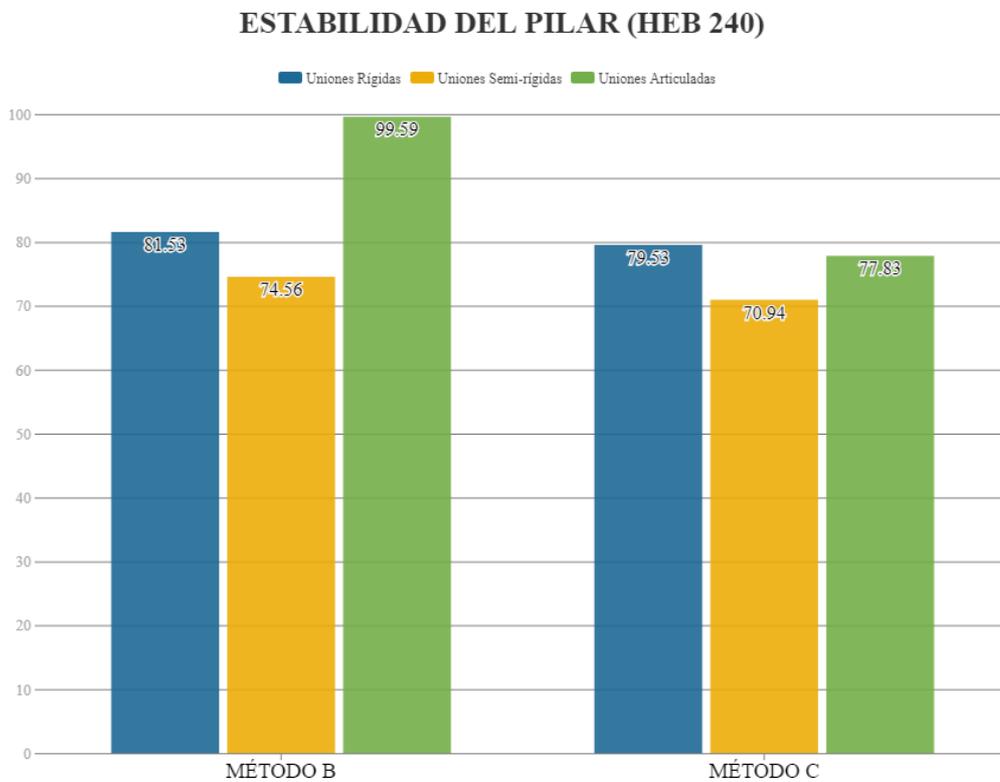


Figura 79: Aprovechamiento según estabilidad del pilar

RESISTENCIA DEL DINTEL (IPE 500)

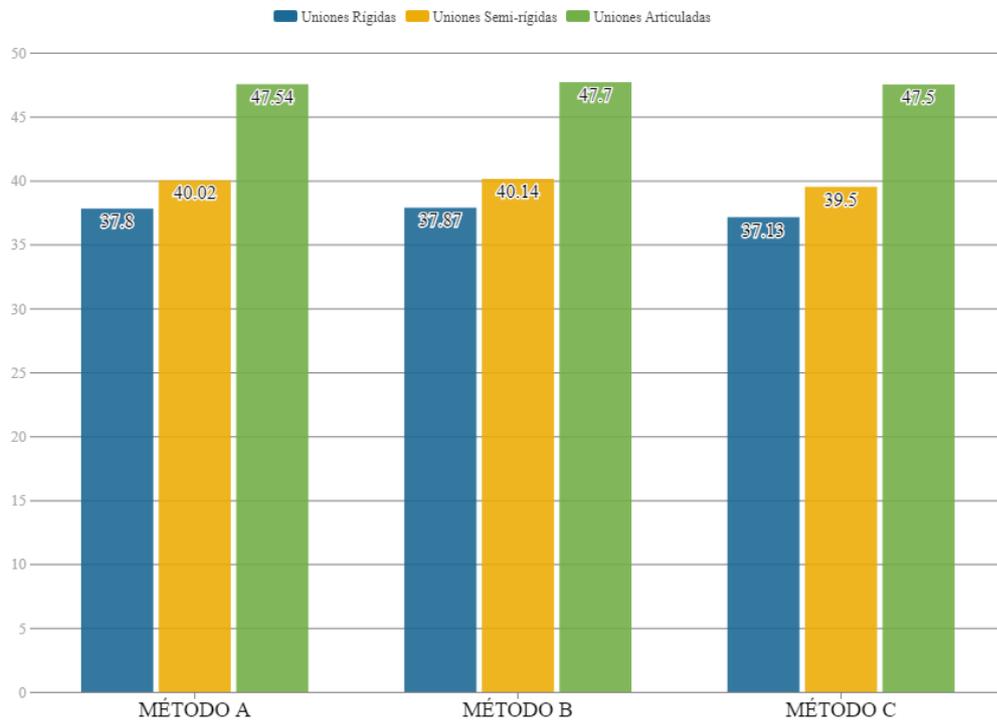


Figura 80: Aprovechamiento según resistencia del dintel

ESTABILIDAD DEL DINTEL (IPE 500)

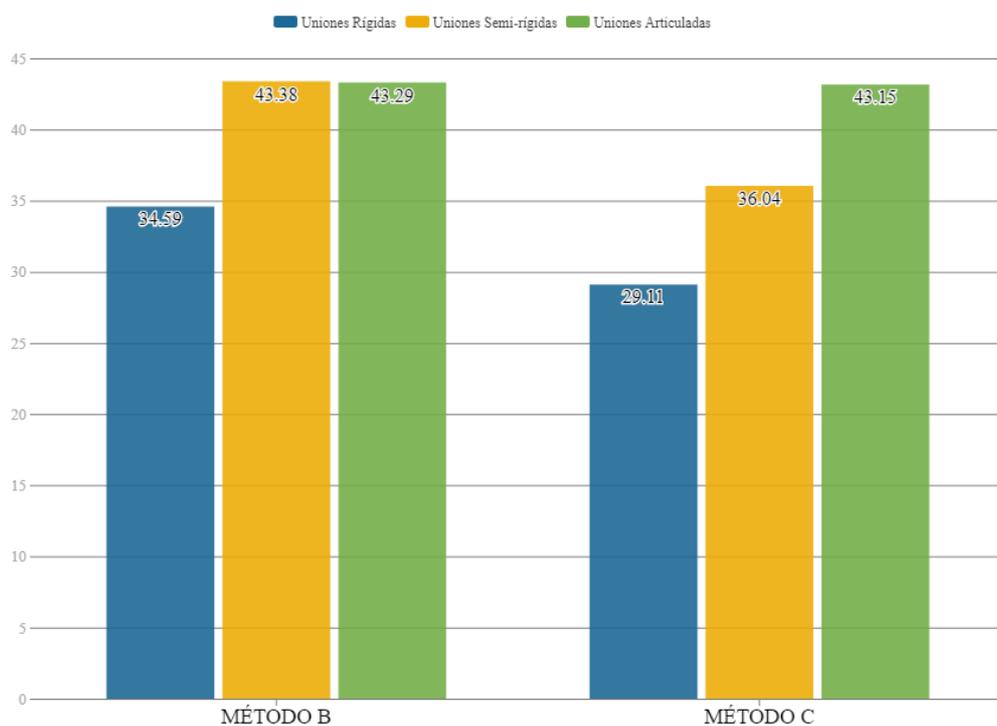


Figura 81: Aprovechamiento según estabilidad del dintel

8. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

8.1 Resumen y conclusiones

Con la realización de este proyecto, se ha analizado la influencia de la rigidez de las uniones en la estabilidad lateral de estructuras porticadas y, por tanto, en el análisis estructural.

El análisis se ha llevado a cabo mediante la modelización en ANSYS de una estructura porticada donde la rigidez de las uniones ha ido variando (rígidas, semi-rígidas y articuladas). Tras la modelización, dicho pórtico ha sido analizado mediante tres métodos de análisis estructural diferentes, entre los que se han incluido los análisis de primer y segundo orden, y la presencia o no de imperfecciones geométricas.

Tras observar los datos, se extrajo que el método B, en el cual se realiza un análisis de segundo orden incluyendo únicamente las imperfecciones globales equivalentes, demostró ser el más conservador en todos los casos, mientras que el método C, en el cual se realizan comprobaciones resistentes y de inestabilidad para el análisis en primer orden, resultó ser el menos restrictivo de los tres.

8.2 Trabajos futuros

Para finalizar, se proponen las siguientes líneas de trabajo que ampliarían los resultados y conclusiones obtenidos a partir de este:

- Añadiría un tipo de pórtico de varias plantas de altura y ver cómo afecta la rigidez de las uniones a la estabilidad estructural. A su vez, propondría seguir ampliando la estructura hasta sus tres dimensiones, consiguiendo así una mayor similitud con las estructuras reales.
- Sería de interés también realizar un análisis frente a acciones sísmicas, considerando la rigidez de las uniones. Estas afectan a los modos de vibración y, consecuentemente, condicionan enormemente la respuesta dinámica de la estructura frente a sismo.
- Estudiar una estructura porticada del mismo modo que se ha realizado, pero cambiando el grado de translacionalidad, es decir, que no estuviese comprendido entre $3 < \alpha_{cr} < 10$. Así, ver cómo afecta la variación de la rigidez de las uniones cuando la estructura modifica su factor de amplificación de pandeo.
- Analizar la estructura con la normativa americana ANSI/AISIC 360 y comparar.

REFERENCIAS

- [1] R. Muñoz Zuara, “Modelado de uniones atornilladas semirrígidas,” Universidad de Zaragoza, 2016.
- [2] J. Monfort Leonart, “Pórticos Metálicos: Criterios de cálculo,” Valencia, 437, 1995.
- [3] UNE-EN 1993-1-1, “Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificios.,” 2013.
- [4] Comisión Permanente de Estructuras de Acero del Ministerio de Fomento, “EAE : Instrucción de Acero Estructural,” *Ser. Norm. (Ministerio Fomento)*, p. 655 p., 2012.
- [5] O. Pla Serra, “Análisis global de pórticos de acero. Estabilidad y efectos de segundo orden,” Universitat Politècnica de Catalunya, 2009.
- [6] D. Boixaidier Cambroner, “Imperfecciones y traslacionalidad. Un ejemplo práctico. - Estructurando,” *Estructurando*, 2012. [Online]. Available: http://estructurando.net/2012/05/10/imperfecciones-y-traslacionalidad-un-ejemplo-practico/?fbclid=IwAR30uNlbnXnshwz4GDgNMbcyOxtAzXo4_g5VklzmMhW_cuhXET5VRILC4zU. [Accessed: 28-Jan-2019].
- [7] M. Á. Serrano López, C. López-Colina Pérez, and R. Hernado Díez, “Estructuras Metálicas,” in *Estructuras metálicas*, Oviedo: Escuela Politécnica de Ingeniería de Gijón, 2000, pp. 1–20.
- [8] A. Guardiola Villona, *Pórticos Traslacionales e Intraslacionales*. España: Universitat Politècnica de València, 2018.
- [9] L. Rodríguez-Tembleque and R. Abascal, “Estructuras metálicas. Tema 3: análisis estructural,” E. T. S. de Ingeniería, Ed. .
- [10] CTE DB SE-A, “CTE DB SE-A Seguridad Estructural Acero,” 2007.
- [11] M. Masnau Malgosa, “Estudio de los diferentes métodos de dimensionamiento para uniones atornilladas y soldadas de acuerdo con la normativa vigente,” Universitat Politècnica de Catalunya, 2009.
- [12] L. A. M. Coronado, “Influencia de flexibilidad de las conexiones en el comportamiento sísmico de edificios metálicos.,” Universitat Politècnica de Catalunya, 2013.
- [13] UNE-EN 1993-1-8, “Eurocódigo 3: Proyecto de estructuras de acero. Parte 1-8: Uniones,” 2013.
- [14] L. Marín Vilches, “Respuesta Dinámica de Estructuras de Acero. Influencia de la Rigidez de las Uniones,” Universidad de Sevilla, 2018.
- [15] A. N. T. Ihaddoudène, M. Saidani, and M. Chemrouk, “Mechanical model for the analysis of steel frames with semi rigid joints,” vol. 65, pp. 631–640, 2009.
- [16] A. Campos Zambrano, “Análisis de pórticos traslacionales de acero según la Instrucción de Acero Estructural (EAE),” Universidad de Sevilla, 2017.

ANEXO A: Influencia del número de divisiones de los elementos de ansys en la solución

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, Convergencia del valor
de alpha crítico

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

! Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
L,1,2
L,2,3
L,3,4

! Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,0.
017,0.01,0,0,0,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.016
,0.0102,0,0,0,0,0

div=2
!Este es el valor que se ha ido
cambiando hasta obtenerla
convergencia

!Mallado soportes
LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,,1,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Condiciones de contorno
DK,1,, , ,0,ALL, , , , ,
DK,4,, , ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

!Cargas puntuales
FK,2,FX,60
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400

!Cargas distribuidas
LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL
FINISH

!-----
/SOLU !SOLUCION
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON
SOLVE
FINISH ----->K_G

!-----
/SOLU !GRADO DE
TRASLACIONALIDAD
!-----
ANTYPE,1
BUCOPT,LANB,5,0,0,CENTER
MXPAND,10
SOLVE
Finish

!-----
/POST1
!-----
SET,LIST

```


ANEXO B: Validación del modelo

VALIDACIÓN DEL MODELO RÍGIDO ($R=5000E3$ kN/m)

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, Validación del modelo
rígido
/PREP7
!small=0.0005 !Servirá para crear
nodos auxiliares

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0 !quitar comentario
si se usa ansys 2018, 2019,...
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,8,6,!small
K,4,16,6
K,5,16,0
K,6,0,6,!small
K,7,16,6,!small
L,1,2
L,6,3
L,3,7
L,4,5

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,ASEC,HEB24
0,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,110E-4,9460E-
8,,3923E-8,487E-8,377190E-
12,0,0,0,0,0.24,0.24
SECTYPE,2,BEAM,ASEC,IPE400
,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,76E-4,21500E-
8,,1318E-8,49E-8,377190E-
12,0,0,0,0,0.4,0.18

!Mallado soportes
div=60
LSEL,S,,,1,,,
!LATT,1,,1,,,1
LATT,1,,1,, 5,,1
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,, 1,,2
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

!Mallado de las secciones
LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,, 5,,2
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

!Condiciones de contorno
DK,1,, , ,0,ALL, , , , ,
DK,5, , , ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,364
CP,4,UY,122,364

!Definimos el muelle
ET,2,COMBIN14 !Elemento para
el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1 !Torsional spring
R,1,5000E3,,,0,0 !Rigidez de la
unión

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,364

!Cargas puntuales
FK,2,FX,10
FK,3,FY,-100
FINISH

```

```
!-----  
/SOLU  
!-----  
ANTYPE,STATIC  
PSTRES,ON  
SOLVE  
FINISH  
!-----  
/POST1  
!-----  
ETABLE,MYI,SMISC,2  
ETABLE,MYJ,SMISC,15  
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,
```

VALIDACIÓN DEL MODELO SEMI-RÍGIDO ($R=11287.5 \text{ kN/m}$)

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, Validación del modelo
rígido
/PREP7

!small=0.0005 !Servirá para crear
nodos auxiliares

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0 ! quitar comentario
si se usa ansys 2018, 2019,...
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,8,6,!small
K,4,16,6
K,5,16,0
K,6,0,6,!small
K,7,16,6,!small
L,1,2
L,6,3
L,3,7
L,4,5

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,ASEC,HEB24
0,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,110E-4,9460E-
8,,3923E-8,487E-8,377190E-
12,0,0,0,0,0.24,0.24

SECTYPE,2,BEAM,ASEC,IPE400
,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,76E-4,21500E-
8,,1318E-8,49E-8,377190E-
12,0,0,0,0,0.4,0.18

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
!LATT,1,,1,,,1
LATT,1,,1,, 5,,1
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

LSEL,S,,,4,,,
!LATT,1,,1,,,1
LATT,1,,1,, 1,,1
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,, 5,,2
LESIZE,ALL,,,DIV
LMESH,ALL
allsel

!Condiciones de contorno
DK,1,, ,0,ALL, , , , ,
DK,5,, ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0

D,ALL,ROTY,0

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,364
CP,4,UY,122,364

!Definimos el muelle
ET,2,COMBIN14 !Elemento para
el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1 !Torsional spring
R,1,11287.5E3,,,,,0,0 !Rigidez de la
unión

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,364

!Cargas puntuales
FK,2,FX,10
FK,3,FY,-100

FINISH
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
PSTRES,ON
SOLVE
FINISH
!-----
/POST1
!-----
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

```


ANEXO C: Pórtico traslacional con uniones rígidas

MÉTODO A: Imperfecciones globales + locales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO A (Imperfecciones
globales + locales + segundo
orden)

LATT,1,,1,,1,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

ALLSEL

LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

LSEL,S,,,3
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,2.88
ALLSEL

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Condiciones de contorno
DK,1, , , ,0,ALL, , , , ,
DK,4, , , ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

FINISH
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

¡Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

SOLVE
FINISH

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,Ismall
K,6,10,6,Ismall
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Definimos el muelle
!-----
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1 !Torsional spring

R,1,350000,,,,,0,0

SOLVE
FINISH

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,244

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES

FK,1,FX,-9.38
FK,2,FX,54.02
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,-6.73
FK,4,FX,-10.55

!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,ALL

SOLVE

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,

SOLVE

```

FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

MÉTODO B: Imperfecciones globales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO B (Imperfecciones
globales + segundo orden)

/PREP7

!small=0.0005
!Servirá para crear nodos
auxiliares

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,!small
K,6,10,6,!small
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0,0
16,0.0102,0,0,0,0,0,0

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,,1,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div

LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Condiciones de contorno
DK,1,,,0,ALL,,,,,
DK,4,,,0,ALL,,,,,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

!-----
!Definimos el muelle
!-----
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1
!Torsional spring

R,1,350000,,,,,0,0

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,244

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES
FK,1,FX,-1.7
FK,2,FX,61.7
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,1.91
FK,4,FX,-1.91

!Cargas distribuidas
LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

FINISH

!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
!PSTRES,ON

SOLVE
FINISH

!-----
/SOLU
!GRADO DE
TRASLACIONALIDAD
!-----

ANTYPE,1
BUCOPT,LANB,5,0,0,CENTER
MXPAND,10

SOLVE
FINISH

!-----
/POST1
!-----
SET,LIST

!-----
!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,
SOLVE
FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

```

MÉTODO C: Sin imperfecciones + primer orden

```

FINISH                                LSEL,S,,,3,,,                                !-----
/CLEAR                                LATT,1,,1,,1,,1                                /SOLU
/TITLE, UNIONES                       LESIZE,ALL,,,div                             !-----
RIGIDAS. METODO C (Sin                LMESSH,ALL                                    ANTYPE,STATIC
imperfecciones + primer                LSEL,ALL                                       !PSTRES,ON
orden)

/PREP7                                !Mallado dinteles                             SOLVE
LSEL,S,,,2,,,                          LSEL,S,,,2,,,                                FINISH
LATT,1,,1,,1,,2                       LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div                       LESIZE,ALL,,,div
LMESSH,ALL                              LMESSH,ALL
LSEL,ALL                                LSEL,ALL

!small=0.0005                          !Condiciones de contorno                    !-----
!Servirá para crear nodos              DK,1,,,0,ALL,,,,,                             ANTYPE,1
auxiliares                             DK,4,,,0,ALL,,,,,                             BUCOPT,LANB,5,0,0,CENT
                                          D,ALL,UZ,0                                    ER
                                          D,ALL,ROTX,0                                  MXPAND,10
                                          D,ALL,ROTY,0

!Tipo de elemento                      !Compatibilizar movimientos                SOLVE
ET,1,BEAM188                           CP,1,UX,2,243                                FINISH
KEYOPT,1,1,1                           CP,2,UY,2,243                                !-----
KEYOPT,1,1,0                           CP,3,UX,122,244                             /POST1
KEYOPT,1,2,0                            CP,4,UY,122,244                             !-----
KEYOPT,1,3,3

¡Propiedades del material              !Geometría                                SET,LIST
MP,EX,1,2.1e8                           K,1,0,0
MP,PRXY,1,0.3                           K,2,0,6
MP,DENS,76.98                           K,3,10,6
                                          K,4,10,0
                                          K,5,0,6,!small
                                          K,6,10,6,!small
                                          L,1,2
                                          L,5,6
                                          L,3,4

!Geometría de las secciones            !Definimos el muelle                       !AXILES
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240                 !-----
,0                                       ET,2,COMBIN14 !Elemento
SECOFFSET,CENT                          para el resorte
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.0             MP,EX,1,2.1e8
17,0.017,0.01,0,0,0,0,0,0             KEYOPT,2,3,1
                                          !Torsional spring
                                          R,1,350000,,,,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,                TYPE,2
0                                         REAL,1
SECOFFSET,CENT                          E,2,243
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,            E,122,244
0.016,0.0102,0,0,0,0,0,0

!Mallado soportes                      !Cargas puntuales con                     !CORTANTES
div=60                                  imperfecciones GLOBALES                    ETABLE,VZI,SMISC,5
                                          Y LOCALES                                    ETABLE,VZJ,SMISC,18
                                          FK,2,FX,60                                  PLLS,VZI,VZJ,0.5,,
                                          FK,2,FY,-400
                                          FK,3,FY,-400

!Cargas distribuidas                  !MOMENTOS
LSEL,S,,,1,,,                          ETABLE,MYI,SMISC,2
LATT,1,,1,,4,,1                        ETABLE,MYJ,SMISC,15
LESIZE,ALL,,,div                       PLLS,MYI,MYJ,0.5,,
LMESSH,ALL
LSEL,ALL

```

ANEXO D: Pórtico traslacional con uniones semi-rígidas

MÉTODO A: Imperfecciones globales + locales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO A (Imperfecciones
globales + locales + segundo
orden)

LATT,1,,1,,1,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

ALLSEL

LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

LSEL,S,,,3
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,2.88
ALLSEL

!Tamaño de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Tipos de elementos
ET,1,BEAM188
DK,1,, , ,0,ALL, , , , ,
DK,4,, , ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

FINISH

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

SOLVE
FINISH

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,ismall
K,6,10,6,ismall
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Definimos el muelle
!-----
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1 !Torsional spring

R,1,30000,,,0,0

SOLVE
FINISH

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0,0

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES

FK,1,FX,-9.38
FK,2,FX,54.02
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,-6.73
FK,4,FX,-10.55

SOLVE
FINISH

!Geometría de las secciones
SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.0
16,0.0102,0,0,0,0,0,0

!Cargas distribuidas
LSEL,S,,,1
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,2.56

SOLVE

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,

!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

SOLVE
FINISH

!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

SOLVE
FINISH

!-----
/POST1
!-----
SET,LIST

!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,ALL

SOLVE

```

FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

MÉTODO B: Imperfecciones globales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO B (Imperfecciones
globales + segundo orden)

/PREP7

!small=0.0005
!Servirá para crear nodos
auxiliares

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,!small
K,6,10,6,!small
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0.0
16,0.0102,0,0,0,0,0

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,,1,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL

LSEL,ALL
!Condiciones de contorno
DK,1,,,0,ALL,,,,,
DK,4,,,0,ALL,,,,,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

!-----
!Definimos el muelle
!-----
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1
!Torsional spring

R,1,30000,,,,,0,0

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,244

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES
FK,1,FX,-1.7
FK,2,FX,61.7
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,1.91
FK,4,FX,-1.91

!Cargas distribuidas
LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

FINISH

!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
!PSTRES,ON

SOLVE
FINISH

!-----
/SOLU
!GRADO DE
TRASLACIONALIDAD
!-----
ANTYPE,1
BUCOPT,LANB,5,0,0,CENTER
MXPAND,10

SOLVE
FINISH

!-----
/POST1
!-----
SET,LIST

!-----
!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,
SOLVE
FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

```

MÉTODO C: Sin imperfecciones + primer orden

```

FINISH                                LSEL,S,,,3,,,                                !-----
/CLEAR                                LATT,1,,1,,1,,1                                /SOLU
/TITLE, UNIONES                       LESIZE,ALL,,,div                             !-----
RIGIDAS. METODO C (Sin                LMESSH,ALL                                    ANTYPE,STATIC
imperfecciones + primer                LSEL,ALL                                       !PSTRES,ON
orden)

/PREP7                                !Mallado dinteles
                                        LSEL,S,,,2,,,                                SOLVE
                                        LATT,1,,1,,1,,2                             FINISH
                                        LESIZE,ALL,,,div                             !-----
                                        LMESSH,ALL                                    /SOLU
                                        LSEL,ALL                                       !GRADO DE
                                                                TRASLACIONALIDAD
                                                                !-----
!Tipo de elemento                       !Condiciones de contorno
ET,1,BEAM188                           DK,1,,,0,ALL,,,,,
KEYOPT,1,1,1                           DK,4,,,0,ALL,,,,,
KEYOPT,1,1,0                           D,ALL,UZ,0
KEYOPT,1,2,0                           D,ALL,ROTX,0
KEYOPT,1,3,3                           D,ALL,ROTY,0

!Propiedades del material              !Compatibilizar movimientos
MP,EX,1,2.1e8                           CP,1,UX,2,243
MP,PRXY,1,0.3                           CP,2,UY,2,243
MP,DENS,76.98                           CP,3,UX,122,244
                                        CP,4,UY,122,244

!Geometría
K,1,0,0                                !-----
K,2,0,6                                !Definimos el muelle
K,3,10,6                                !-----
K,4,10,0                                ET,2,COMBIN14 !Elemento
K,5,0,6,Ismall                          para el resorte
K,6,10,6,Ismall                          MP,EX,1,2.1e8
L,1,2                                    KEYOPT,2,3,1
L,5,6                                    !Torsional spring
L,3,4

                                        R,1,30000,,,0,0

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240                 TYPE,2
,0                                        REAL,1
SECOFFSET,CENT                           E,2,243
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.0             E,122,244
17,0.017,0.01,0,0,0,0,0,0

                                        !Cargas puntuales con
                                        imperfecciones GLOBALES
                                        Y LOCALES
                                        FK,2,FX,60
                                        FK,2,FY,-400
                                        FK,3,FY,-400

!Mallado soportes                       !Cargas distribuidas
div=60                                   LSEL,S,,,2
                                        ESSL,S
                                        SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
                                        ALLSEL

                                        FINISH

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESSH,ALL
LSEL,ALL

```

ANEXO E: Pórtico traslacional con uniones articuladas

MÉTODO A: Imperfecciones globales + locales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO A (Imperfecciones
globales + locales + segundo
orden)

LATT,1,,1,,1,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

ALLSEL

LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

LSEL,S,,,3
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,2.88
ALLSEL

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Condiciones de contorno
DK,1, , , ,0,ALL, , , , ,
DK,4, , , ,0,ALL, , , , ,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

FINISH
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
IPSTRES,ON

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

SOLVE
FINISH

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,ismall
K,6,10,6,ismall
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Definimos el muelle
!-----
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1 !Torsional spring

R,1,1000,,,0,0

SOLVE
FINISH

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,244

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES

FK,1,FX,-9.38
FK,2,FX,54.02
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,-6.73
FK,4,FX,-10.55

!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,ALL

SOLVE

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,

SOLVE

```

FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

MÉTODO B: Imperfecciones globales + segundo orden

```

FINISH
/CLEAR
/TITLE, UNIONES RIGIDAS.
METODO B (Imperfecciones
globales + segundo orden)

/PREP7

!small=0.0005
!Servirá para crear nodos
auxiliares

!Tipo de elemento
ET,1,BEAM188
KEYOPT,1,1,1
KEYOPT,1,1,0
KEYOPT,1,2,0
KEYOPT,1,3,3

!Propiedades del material
MP,EX,1,2.1e8
MP,PRXY,1,0.3
MP,DENS,76.98

!Geometría de la estructura
K,1,0,0
K,2,0,6
K,3,10,6
K,4,10,0
K,5,0,6,!small
K,6,10,6,!small
L,1,2
L,5,6
L,3,4

!Geometría de las secciones
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.017,
0.017,0.01,0,0,0,0,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,0,0
16,0.0102,0,0,0,0,0,0

!Mallado soportes
div=60

LSEL,S,,,1,,,
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

LSEL,S,,,3,,,
LATT,1,,1,,1,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Mallado dinteles
LSEL,S,,,2,,,
LATT,1,,1,,1,,2
LESIZE,ALL,,,div

LMESH,ALL
LSEL,ALL

!Condiciones de contorno
DK,1,,,0,ALL,,,,,
DK,4,,,0,ALL,,,,,
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0

!Compatibilizar movimientos
CP,1,UX,2,243
CP,2,UY,2,243
CP,3,UX,122,244
CP,4,UY,122,244

!Definimos el muelle
ET,2,COMBIN14 !Elemento
para el resorte
MP,EX,1,2.1e8
KEYOPT,2,3,1
!Torsional spring
R,1,1000,,,,,0,0

TYPE,2
REAL,1
E,2,243
E,122,244

!Cargas puntuales con
imperfecciones GLOBALES Y
LOCALES
FK,1,FX,-1.7
FK,2,FX,61.7
FK,2,FY,-400
FK,3,FY,-400
FK,3,FX,1.91
FK,4,FX,-1.91

!Cargas distribuidas
LSEL,S,,,2
ESLL,S
SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
ALLSEL

FINISH

!-----
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC
!PSTRES,ON

SOLVE
FINISH

!-----
/POST1
!-----
SET,LIST

!-----
!ANÁLISIS EN 2º ORDEN
/SOLU
!-----
ANTYPE,STATIC

NLGEOM,ON !NO
LINEALIDAD GEOMÉTRICA
NSUBST,20,1000,10
!NUMERO DE PASOS DE
CARGA
OUTRES,ALL,
SOLVE
FINISH

/POST1
PLDISP,1

!AXILES
ETABLE,NXI,SMISC,1
ETABLE,NXJ,SMISC,14
PLLS,NXI,NXJ,0.5,,

!CORTANTES
ETABLE,VZI,SMISC,5
ETABLE,VZJ,SMISC,18
PLLS,VZI,VZJ,0.5,,

!MOMENTOS
ETABLE,MYI,SMISC,2
ETABLE,MYJ,SMISC,15
PLLS,MYI,MYJ,0.5,,

```

MÉTODO C: Sin imperfecciones + primer orden

```

FINISH                                LSEL,S,,,3,,                          !-----
/CLEAR                                LATT,1,,1,,1,,1                       /SOLU
/TITLE, UNIONES                       LESIZE,ALL,,,div                       !-----
RIGIDAS. METODO C (Sin                LMESSH,ALL                              ANTYPE,STATIC
imperfecciones + primer               LSEL,ALL                                !PSTRES,ON
orden)

/PREP7                                !Mallado dinteles
                                        LSEL,S,,,2,,                          SOLVE
                                        LATT,1,,1,,1,,2                       FINISH
                                        LESIZE,ALL,,,div                       !-----
                                        LMESSH,ALL                              /SOLU
                                        LSEL,ALL                                !GRADO DE
                                                                                 TRASLACIONALIDAD
                                        !-----
!Tipo de elemento                     !Condiciones de contorno
ET,1,BEAM188                           DK,1,,,0,ALL,,,,,
KEYOPT,1,1,1                           DK,4,,,0,ALL,,,,,
KEYOPT,1,1,0                           D,ALL,UZ,0
KEYOPT,1,2,0                           D,ALL,ROTX,0
KEYOPT,1,3,3                           D,ALL,ROTY,0

¡Propiedades del material             !Compatibilizar movimientos
MP,EX,1,2.1e8                           CP,1,UX,2,243
MP,PRXY,1,0.3                           CP,2,UY,2,243
MP,DENS,76.98                           CP,3,UX,122,244
                                        CP,4,UY,122,244

!Geometría                            !-----
K,1,0,0                                !Definimos el muelle
K,2,0,6                                !-----
K,3,10,6                                !Elemento
K,4,10,0                                ET,2,COMBIN14
K,5,0,6,Ismall                          para el resorte
K,6,10,6,Ismall                          MP,EX,1,2.1e8
L,1,2                                    KEYOPT,2,3,1
L,5,6                                    !Torsional spring
L,3,4                                    R,1,1000,,,0,0

!Geometría de las secciones           TYPE,2
SECTYPE,1,BEAM,I,HEB240                 REAL,1
,0                                        E,2,243
SECOFFSET,CENT                           E,122,244
SECDATA,0.24,0.24,0.24,0.0
17,0.017,0.01,0,0,0,0,0,0

SECTYPE,2,BEAM,I,IPE500,               !Cargas puntuales con
0                                        imperfecciones GLOBALES
SECOFFSET,CENT                           Y LOCALES
SECDATA,0.2,0.2,0.5,0.016,             FK,2,FX,60
0.016,0.0102,0,0,0,0,0,0             FK,2,FY,-400
                                        FK,3,FY,-400

!Mallado soportes                     !Cargas distribuidas
div=60                                   LSEL,S,,,2
                                        ESSL,S
                                        SFBEAM,ALL,1,PRES,-22
                                        ALLSEL

LSEL,S,,,1,,                          FINISH
LATT,1,,1,,4,,1
LESIZE,ALL,,,div
LMESSH,ALL
LSEL,ALL

```

