

otra parte el modelo de Beasley hace uso de un modelo de porosidad en dos regiones, una junto a la pared y una región central.

Con esta comparación se considera concluida la validación del modelo propuesto en esta Tesis, habiéndose obtenido mejores resultados que con cualquiera de los modelos con que ha sido comparado. Se ha comprobado igualmente la adecuación del modelo a la realidad física que describe a partir de la comparación con datos experimentales.

3.5 Influencia de los parámetros de discretización espacio-temporal

Una vez que el modelo se considera validado es interesante plantearse qué influencia tienen en los resultados los parámetros de discretización. En la sección anterior, para comparar con otros modelos e intentar reproducir los resultados experimentales, se ha buscado un compromiso de manera que el modelo sea capaz de desarrollar su potencial dejando en segundo plano el tiempo de CPU utilizado en la obtención de la solución. La cuestión que ahora se plantea es qué influencia tiene en los resultados la elección de otros parámetros de discretización. En particular se estudiará la influencia de:

- 1.- Número de segmentos axiales en el lecho: N
- 2.- Número de segmentos radiales en el lecho: M
- 3.- Paso de tiempo: Δt
- 4.- Número de segmentos radiales en la partícula: L

3.5.1 Parámetro de comparación

Para comparar los resultados obtenidos al variar la discretización se define el error cuadrático medio ($RMSE$) a partir de los valores medidos y calculados con el modelo:

$$RMSE = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (T_m - T_c)^2 \right]^{0.5} \quad (3.11)$$

donde T_c son los valores calculados, T_m los valores medidos y n el número de datos.

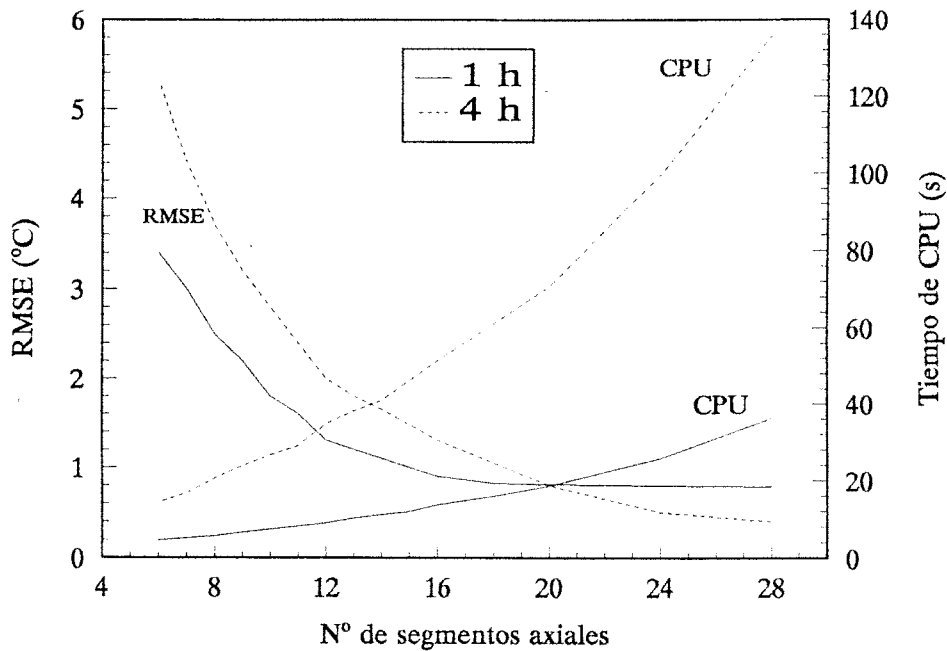


Figura 3.8: Efecto de la discretización axial.

3.5.2 Número de segmentos axiales: N

En primer lugar se estudia el efecto del número de segmentos en que se divide longitudinalmente el lecho. El resto de parámetros se mantiene como en el caso anterior, es decir, $L = 8$, $M = 10$, y $\Delta t = 1 \text{ min}$. El rango de variación considerado para el número de segmentos axiales va de 6 a 28.

En la figura 3.8 se representa la evolución del RMSE y tiempo de CPU en función del número de segmentos axiales manteniendo constantes el resto de los parámetros de la discretización. Los resultados se muestran para dos instantes, 1 y 4 horas desde el inicio del escalón de temperatura.

Las conclusiones que se derivan de la figura 3.8 son:

- 1.- No existe claramente un número de segmentos axiales en los que se produzca una inflexión en el RMSE.
- 2.- El tiempo de CPU evoluciona de manera inversa al RMSE. Tampoco existe un número de segmentos a partir del cual resulte prohibitiva la utilización del modelo propuesto en la Tesis.

3.- El número de segmentos axiales óptimo debe decidirse en función de la aplicación, es decir, una vez que se fijen los valores de RMSE y tiempo de CPU que pueden tolerarse.

En lo sucesivo se tomará $N=12$ como valor de compromiso entre RMSE y tiempo de CPU aceptables (1.1 °C de RMSE y 36 s de CPU para 1 hora de carga).

3.5.3 Número de segmentos radiales en el lecho: M

En este apartado se analiza la influencia de la discretización radial del lecho en los resultados obtenidos por el modelo. No es posible la comparación con datos experimentales o de otros modelos por no encontrarse en la literatura.

El número de segmentos radiales en el lecho se hará variar de 4 a 10 manteniendo para el resto de los parámetros $L = 8$, $N = 12$, $\Delta t = 1$ min.

La figura 3.9 representa la distribución de temperaturas para dos alturas del lecho ($X/L = 0.125$ y $X/L = 0.625$) y dos instantes desde el inicio de la carga (1 y 6 horas). Prácticamente es inapreciable el efecto en la distribución de temperaturas del aumento de la discretización radial por lo que la elección lógica es tomar $M = 4$, esto es, la menos fina que considera el efecto de la pared. Se recuerda que la discretización radial del lecho fué descrita y justificada con detalle en el capítulo 2.

3.5.4 Paso de tiempo: Δt

Se estudia a continuación el efecto en el RMSE y tiempo de CPU de la discretización temporal. Para ello se ha considerado un rango de pasos de tiempo Δt , entre 1 *min* y 20 *min*. Los parámetros de la discretización temporal son $L = 8$, $M = 10$ y $N = 12$.

Las figura 3.10 representa la evolución del RMSE y tiempo de CPU para un tiempo de carga adimensional de 1.6 que corresponde a 8 horas. Se observa cómo el RMSE aumenta al hacer el paso de tiempo mayor, presentando un punto de inflexión en 15 min (0.05 adimensional). El tiempo de CPU muestra una evolución típica de sistemas explícitos. Al hacer mayor el paso de tiempo se producen dos efectos de signo contrario. En primer lugar el número de pasos de tiempo hasta llegar a un determinado instante es menor. Por otra parte los coeficientes del sistema de ecuaciones varían más bruscamente, esto es, se necesitan más iteraciones para resolver un paso de tiempo. En el caso extremo, al aumentar el paso de tiempo se llega a la inestabilidad. Para el lecho que se está tratando esto sucede entre 25 min y 30 min. La suma de los dos efectos descritos da lugar a la curva de CPU de la figura 3.10. Esta presenta un mínimo de tiempo de CPU para 15 min. Este valor, que coincide con el punto de inflexión del

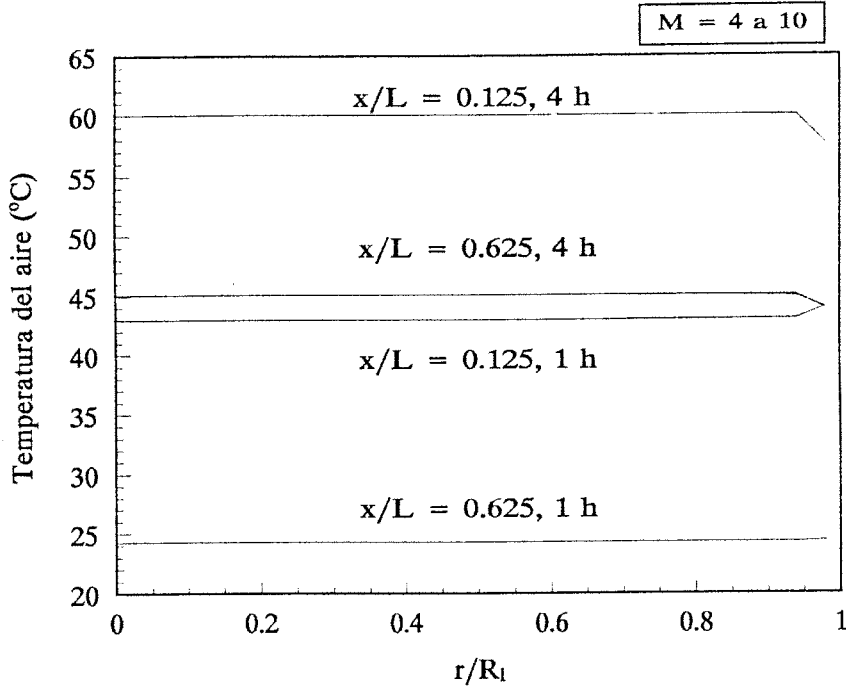


Figura 3.9: Efecto de la discretización radial del lecho.

RMSE es el que se debería tomar si quiere optimizarse simultáneamente el error y el tiempo de cálculo.

Es claro que la anterior discusión se refiere a un lecho concreto. En otro caso los resultados son extrapolables a partir del tiempo característico del lecho t_c que se define como el cociente entre la máxima cantidad de energía que puede acumular el lecho y la energía térmica del fluido a la entrada:

$$t_c = \frac{\rho_s C p_s L (1 - \epsilon_a)}{\dot{m} C p_f} \quad (3.12)$$

El tiempo adimensional se define como $t^* = t/t_c$, siendo t el tiempo de carga. El tiempo característico del lecho de referencia es de 5.07 horas luego el paso de tiempo óptimo adimensional es de 0.05. Para otro lecho, una primera estimación del paso de tiempo óptimo se obtiene de manera que se mantenga ese valor de paso de tiempo adimensional.

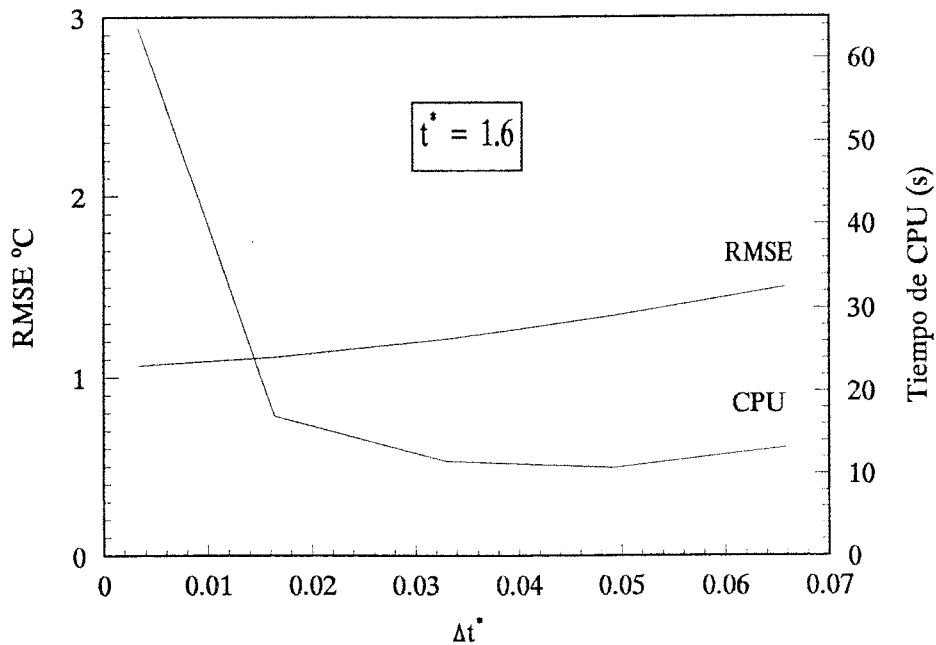


Figura 3.10: Efecto del paso de tiempo

3.5.5 Número de segmentos radiales en la partícula: L

El capítulo se inició validando el modelo de conducción utilizado para el acoplamiento entre las dos fases del lecho. Se compararon entonces los resultados del modelo numérico con otro analítico en relación a la temperatura media y superficial de la esfera. Interesa sin embargo conocer el efecto de la discretización radial de la partícula en los resultados finales del modelo. Para ello se han utilizado los resultados experimentales de Beasley (1.983), calculando el RMSE definido por 3.11.

Se ha estudiado un rango de segmentos radiales entre 1 y 9. Para el resto de los parámetros se mantienen $M = 10$, $N = 12$, y $\Delta t = 15 \text{ min}$. La figura 3.11 representa el RMSE y el tiempo de CPU en función del número de segmentos radiales en la partícula para dos instantes, 1 y 4 horas después del inicio de la carga. Para 1 hora el RMSE se mantiene constante a partir de 5 segmentos. En el caso de 4 horas el número de segmentos puede ser reducido hasta 3. En funcionamiento normal de un lecho utilizado para almacenamiento de energía será en régimen variable, en general las condiciones exteriores varían y por lo tanto también puede hacerlo la temperatura de entrada del aire al lecho. Este hecho debe ser tenido en cuenta para la selección del número de segmentos en la partícula. Por otra parte el tiempo de CPU muestra una evolución lineal a trozos con un punto de inflexión para 5 segmentos cuando se estudia una sola hora de carga.

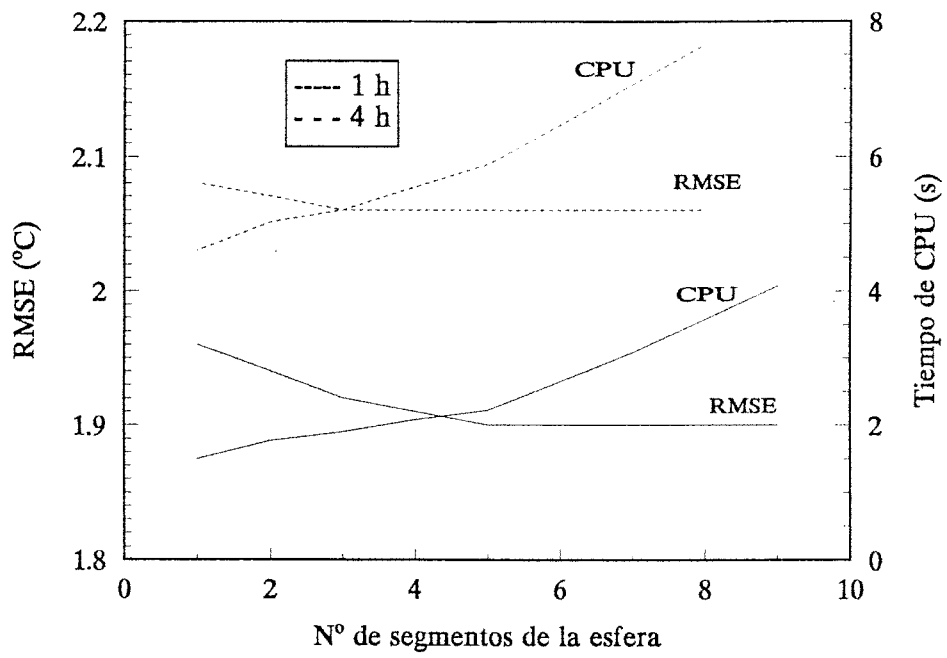


Figura 3.11: Efecto de la discretización radial de la partícula.

Capítulo 4

Análisis de sensibilidad

4.1 Introducción

En el capítulo segundo se ha desarrollado el modelo numérico del transporte térmico en lechos de partículas sólidas propuesto en esta Tesis. En el capítulo tercero, se ha realizado la verificación analítica y experimental del modelo, así como su justificación numérica.

En este capítulo se desarrolla un estudio de sensibilidad del modelo, con objeto de conocer la influencia de diferentes parámetros de diseño en el comportamiento del lecho de partículas como sistema de almacenamiento de energía. El estudio se completa con un análisis de posibles simplificaciones del modelo propuesto en función de variables geométricas y de operación características del lecho. En particular, se analizan las siguientes variables relacionadas con:

a) Parámetros de diseño:

1. Medio de almacenamiento.
2. Caudal másico.
3. Geometría del lecho.

b) Simplificación del modelo:

1. Temperatura interior de cada partícula uniforme.
2. Gradientes radiales despreciables.
3. Gradientes locales entre el sólido y el fluido despreciables

Como paso previo se cuantifica el rango de variación de los diferentes parámetros característicos del lecho de partículas como sistema de almacenamiento de energía y

PARAMETRO	VALOR	UNIDADES
Diámetro partícula (D_p)	0.02 - 0.04	m
Propiedades partícula: - Capacidad térmica ($\rho_s C p_s$)	1500 - 4000	$kJ/m^3 K$
- Conductividad (k_s)	0.5 - 200	W/mK
Caudal másico (\dot{m})	0.04 - 0.20	$kg/s m^2$
Porosidad (ϵ_∞)	0.35 - 0.45	—
Longitud del lecho (L)	1.25 - 2.50	m

Tabla 4.1: Rango de variación de los parámetros característicos de lechos de partículas.

se define el lecho tomado como referencia en los análisis de sensibilidad así como los parámetros de comparación utilizados.

4.2 Parámetros característicos

Aunque el modelo propuesto en la Tesis es general, se considera en particular la utilización del lecho de partículas como sistema de almacenamiento de energía. En este sentido, una de las aplicaciones más importantes corresponde al almacenamiento de energía térmica en sistemas de energía solar con colectores de aire. Por ello se define el rango de variación de los diferentes parámetros característicos a partir de los correspondientes al lecho de roca utilizado para almacenamiento de energía solar.

a) Rango de variación de parámetros.

Beckman, Klein y Duffie (1.977) y Clark (1.985) establecieron números índices y el rango de variación de los parámetros fundamentales de diseño de los sistemas de almacenamiento de energía térmica en lecho de partículas. A partir de esta información se ha elaborado la tabla 4.1 que recoge el rango de variación de los parámetros característicos de los sistemas de almacenamiento en lecho de partículas. El caudal másico del fluido incluido en la tabla anterior es por unidad de sección transversal A_t del lecho.

b) Sistema de referencia.

Los análisis de sensibilidad se particularizan en un lecho de partículas que se toma como referencia. El volumen de acumulación considerado es de $5.4 m^3$, correspondiente a una instalación de calefacción por energía solar en una vivienda

unifamiliar situada en Sevilla. Los parámetros característicos del lecho se definen en la tabla 4.2 de acuerdo con los rangos establecidos en la tabla 4.1, tomando un lecho de roca como medio de almacenamiento.

PARAMETRO	VALOR	UNIDADES
Diámetro de roca (D_p)	0.03	m
Propiedades de roca:		
- Capacidad térmica ($\rho_s C p_s$)	2224	$kJ/m^3 K$
- Conductividad (k_s)	2.8	W/mK
Caudal másico (\dot{m})	0.1	$kg/s m^2$
Longitud del lecho (L)	2.0	m
Porosidad (ϵ_∞)	0.3625	—
Espesor de la pared	0.01	m
Propiedades de la pared:		
- Capacidad térmica ($\rho_w C p_w$)	605.5	$kJ/m^3 K$
- Conductividad (k_w)	0.173	W/mK
Coefficiente global de pérdidas (U_∞)	1.82	$W/m^2 K$

Tabla 4.2: Parámetros del lecho de rocas de referencia.

Las condiciones de operación de referencia corresponden a una temperatura inicial uniforme en el lecho de $15^\circ C$ y una temperatura de entrada del flujo de aire constante de $50^\circ C$, equivalente a una excitación escalón de $35^\circ C$.

En cada estudio de sensibilidad se modifica el parámetro correspondiente dentro del rango fijado en la tabla 4.1, permaneciendo el resto de parámetros constantes según los valores definidos en el sistema de referencia.

c) Parámetros de comparación.

Las variables utilizadas para analizar la influencia de los distintos parámetros son: la temperatura adimensional de las partículas sólidas en el centro del lecho (Θ_0), la energía almacenada adimensional ($E\alpha^*(t)$) y el rendimiento del almacenamiento de energía (η).

La temperatura adimensional del lecho $\Theta(x, r, t)$ se define en función de la temperatura del mismo $T_s(x, r, t)$ en el instante considerado, de la temperatura inicial del lecho supuesto uniforme $T_s(x, r, 0) = T_0$ y de la temperatura de entrada del aire en el instante considerado $T_{fe}(t)$, de acuerdo con la expresión,

$$\Theta(x, r, t) = \frac{T_s(x, r, t) - T_0}{T_{fe}(t) - T_0} \quad (4.1)$$

La temperatura adimensional definida por la ecuación anterior varía entre 0 (instante inicial) y 1 (cuando el lecho alcanza la máxima temperatura, T_{fe}). La temperatura en el centro del lecho se obtiene a partir de la ecuación de definición de Θ cuando $r = 0$, $\Theta_0 = \Theta(x, 0, t)$.

La energía almacenada en el lecho en cada instante de tiempo, suponiendo propiedades físicas constantes y despreciando la capacidad calorífica del aire existente en los huecos, se calcula a partir del campo de temperaturas del lecho según la ecuación,

$$Ea(t) = \rho_s C p_s \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R (1 - \epsilon(r))(T_s(x, r, t) - T_0) r dr d\theta dx \quad (4.2)$$

La energía almacenada adimensional en cada instante de tiempo $Ea^*(t)$, se calcula como el cociente entre la energía almacenada en el lecho en ese instante de tiempo $Ea(t)$ y la máxima energía que podría almacenarse en el lecho Ea_{max} ,

$$Ea_{max} = \rho_s C p_s \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R (1 - \epsilon(r))(T_{fe}(t) - T_0) r dr d\theta dx \quad (4.3)$$

Teniendo en cuenta la definición de porosidad media del lecho ϵ_a se obtiene,

$$Ea_{max} = V \rho_s C p_s (1 - \epsilon_a)(T_{fe}(t) - T_0) = V_s \rho_s C p_s (T_{fe}(t) - T_0) \quad (4.4)$$

siendo V el volumen de almacenamiento y V_s el volumen de sólidos en el lecho.

La energía almacenada adimensional calculada a partir de las expresiones anteriores, es función de la porosidad del lecho y de la temperatura adimensional $\Theta(x, r, t)$,

$$E_a^*(t) = \frac{Ea(t)}{Ea_{max}} = \frac{1}{V_s} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R (1 - \epsilon(r)) \Theta(x, r, t) r dr d\theta dx \quad (4.5)$$

La expresión anterior representa asimismo la temperatura media adimensional del lecho $\Theta^*(t)$,

$$E_a^*(t) = \Theta^*(t) = \frac{1}{V_s} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \Theta(x, r, t)(1 - \epsilon(r))r dr d\theta dx = \frac{1}{V_s} \int_{V_s} \Theta(x, r, t) dV_s \quad (4.6)$$

El rendimiento del almacenamiento de energía se define como,

$$\eta(t) = \frac{Ea(t)}{Ee(t)} \quad (4.7)$$

siendo $Ee(t)$ la energía del aire a la entrada del lecho desde el instante inicial, calculada según la ecuación:

$$Ee(t) = A_t C p_f \int_0^t \dot{m}(T_{fe}(t) - T_0) d\tau \quad (4.8)$$

siendo A_t la sección transversal del lecho.

4.3 Parámetros de diseño

4.3.1 Influencia del material

La influencia del tipo de material utilizado como medio de almacenamiento de energía en un lecho poroso se analiza a través de su conductividad térmica k_s y su capacidad térmica volumétrica ($\rho_s C p_s$).

4.3.1.1 Conductividad térmica

Para estudiar la influencia de la conductividad térmica del material en el comportamiento del lecho se considera un rango de variación para la misma comprendido entre 0.5 y 200 W/mK (Tabla 4.1). El resto de parámetros toman el valor correspondiente al sistema de referencia (Tabla 4.2). El tiempo característico del lecho en estas condiciones t_c , definido en el capítulo anterior, es igual a 7.5 horas.

Los resultados se muestran en las figuras 4.1 y 4.2. La figura 4.1 muestra la variación axial de la temperatura adimensional de las partículas sólidas en el centro del lecho $\Theta(x, 0, t)$ después de una y seis horas desde el instante inicial, equivalente a $0.13 t_c$ y $0.8 t_c$. En la figura 4.2 se representa la energía almacenada adimensional y el rendimiento del almacenamiento en función del tiempo adimensional definido en el capítulo anterior. En ambas figuras aparece como parámetro la conductividad del material con los

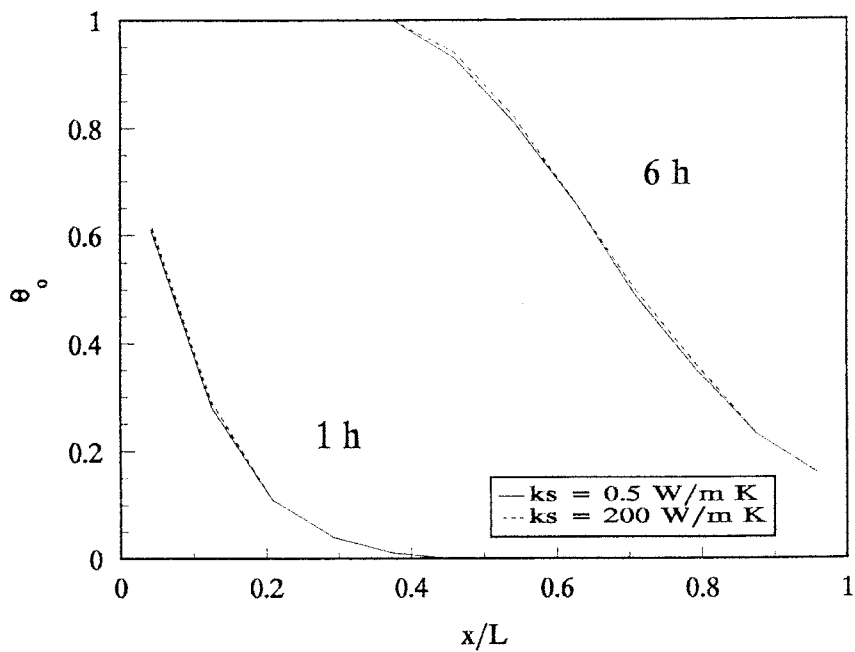


Figura 4.1: Influencia de la conductividad térmica del material en la evolución de temperatura en el centro del lecho.

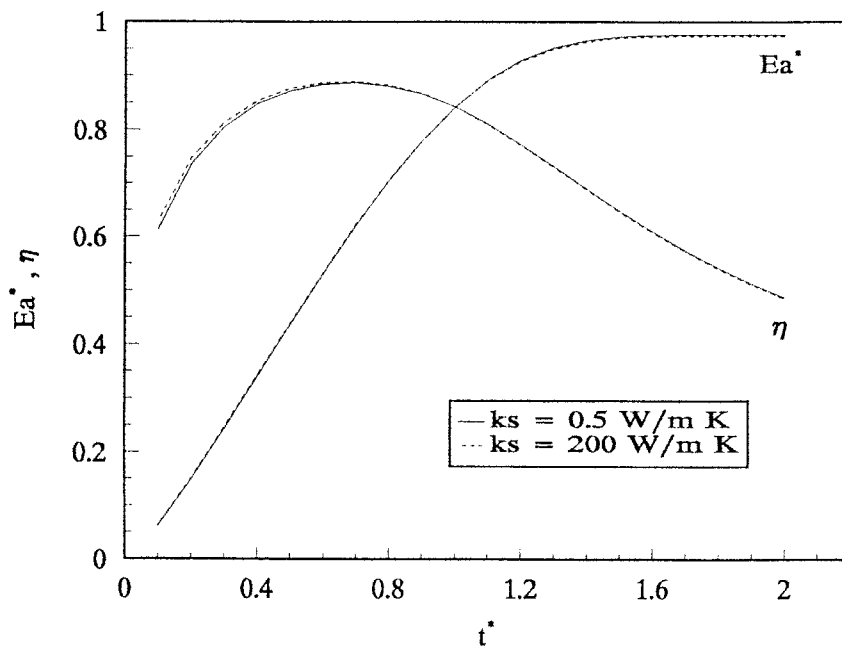


Figura 4.2: Influencia de la conductividad térmica del material en la energía almacenada y el rendimiento.

valores extremos de su rango de variación.

El incremento considerado de la conductividad de 0.5 a 200 W/mK , se traduce en un incremento porcentual inferior de las propiedades de transporte térmico efectivo; la conductividad efectiva axial k_e^x aumenta en un 47% (de 1.7 a 2.5 W/mK) y la conductividad efectiva radial k_e^r en un 200% (de 0.4 a 1.2 W/mK). Este aumento de las conductividades efectivas tiene escasa influencia en el transporte térmico global en el lecho, debido a poca la importancia relativa del término de conductividad efectiva frente al término convectivo que domina el transporte térmico.

La evolución de la temperatura en el centro del lecho (Figura 4.1) pone de manifiesto la escasa influencia de la conductividad térmica del material en la velocidad de propagación de la onda térmica en el interior del lecho, debido al efecto dominante del transporte convectivo.

La misma conclusión se desprende de la figura 4.2 al estudiar la evolución temporal de la energía almacenada y del rendimiento del proceso de almacenamiento. Se observa asimismo que se alcanza un 90% de la máxima energía que puede almacenar el lecho al cabo de un tiempo igual a 1.1 veces el tiempo característico del lecho. Por otra parte, el rendimiento presenta un máximo del orden del 90% para un tiempo igual al 70% del tiempo característico aproximadamente.

Se puede concluir por tanto, que la conductividad térmica del medio de almacenamiento tiene poca influencia en el comportamiento del lecho, debido al dominio del proceso convectivo en la dirección axial y al aislamiento del lecho en la dirección radial.

4.3.1.2 Capacidad térmica

Para estudiar la influencia de la capacidad térmica del material en el comportamiento del lecho se considera un rango de variación para la misma comprendido entre 1500 y 4000 kJ/m^3K (Tabla 4.1). El resto de parámetros toma el valor correspondiente al sistema de referencia (Tabla 4.2). El tiempo característico del lecho t_c está comprendido entre 5.1 horas para una capacidad térmica de 1500 kJ/m^3K y 13.5 horas para 4000 kJ/m^3K .

Los resultados del análisis de sensibilidad se resumen en las figuras 4.3 y 4.4. En la figura 4.3, que muestra la variación axial de la temperatura adimensional de las partículas sólidas en el centro del lecho $\Theta(x, 0, t)$ después de una y seis horas desde el instante inicial, en función de la capacidad térmica del material, se observa que la velocidad de propagación de la onda térmica dentro del lecho depende fuertemente de

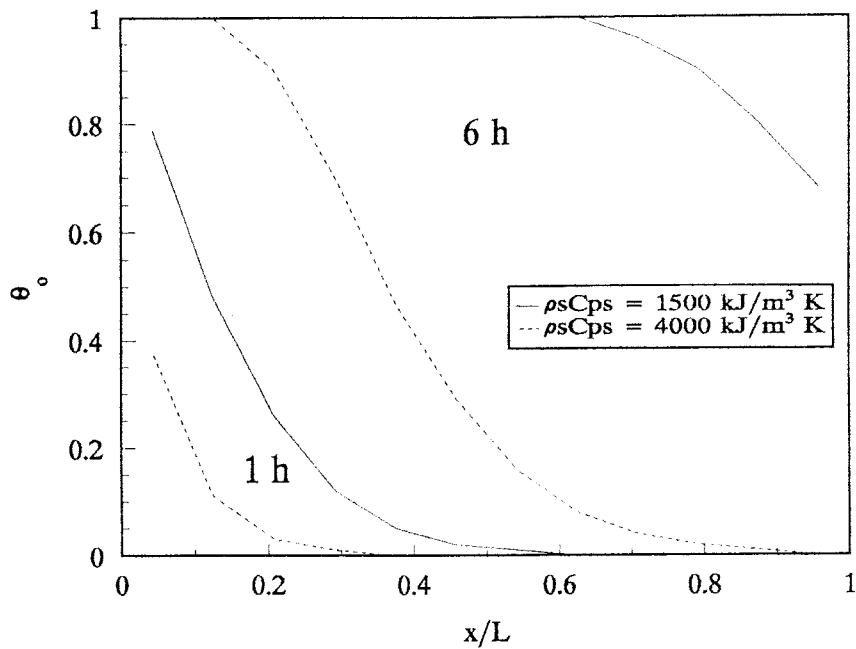


Figura 4.3: Influencia de la capacidad térmica del material en la evolución de temperatura en el centro del lecho.

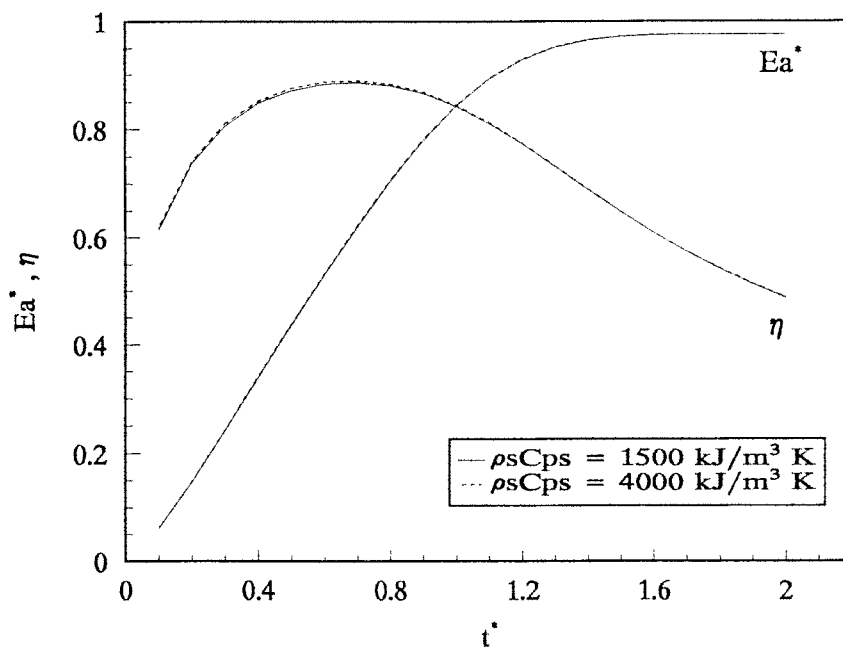


Figura 4.4: Influencia de la capacidad térmica del material en la energía almacenada adimensional y el rendimiento.

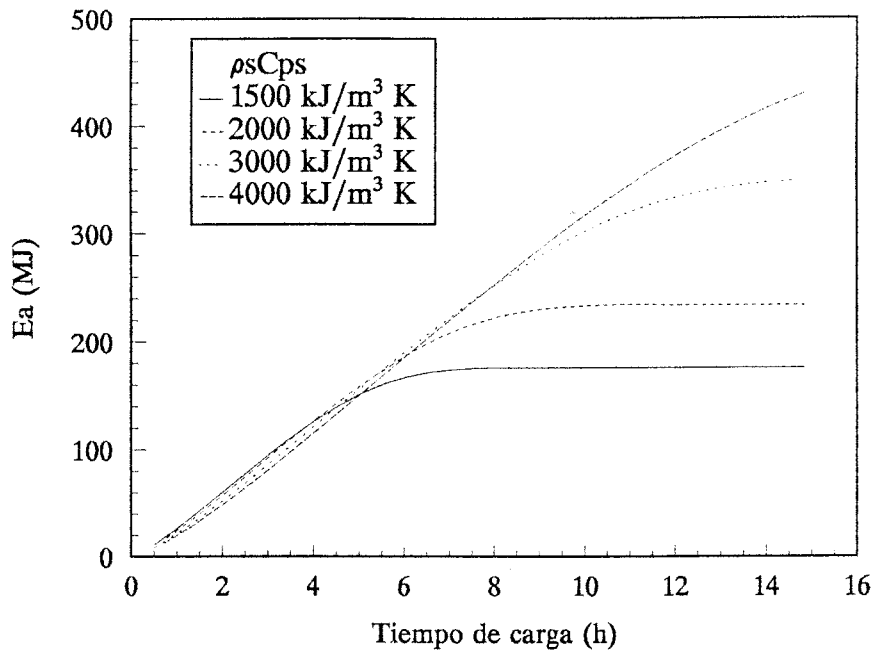


Figura 4.5: Influencia de la capacidad térmica del material en la energía almacenada.

la capacidad térmica, siendo inversamente proporcional a la misma. Así por ejemplo, el efecto de la misma carga después de una hora, alcanza al 60 y 40 % de todo el lecho para capacidades iguales a 1500 y 4000 $\text{kJ/m}^3 \text{K}$ respectivamente.

En la figura 4.4 se representa la energía almacenada adimensional y el rendimiento del almacenamiento en función del tiempo de carga adimensional. Se observa que para un tiempo de carga igual a 1.1 veces el tiempo característico se alcanza el 90% de la máxima energía que puede almacenar el lecho. Por otra parte, el rendimiento presenta un máximo del 88% para un tiempo igual al 70% del tiempo característico.

El tiempo necesario para almacenar una determinada cantidad de energía es prácticamente independiente de la capacidad térmica del sólido, salvo para valores próximos a la saturación del lecho (Figura 4.5). En esta zona de trabajo, disminuye la velocidad de propagación de la onda térmica al reducirse los gradientes de temperatura entre el fluido y el material del lecho, haciéndose el proceso más lento en relación con el lecho de mayor capacidad térmica.

La capacidad térmica volumétrica del medio es el factor más importante a tener en cuenta al analizar la influencia del material utilizado como medio de almacenamiento de energía térmica. Así por ejemplo, los materiales con mayor capacidad térmica son capaces de almacenar más energía y necesitan más tiempo de carga para alcanzar su

\dot{m} ($kg/s m^2$)	v_a (m/s)	h_s ($W/m^2 K$)	h_w ($W/m^2 K$)	k_e^x (W/mK)	k_e^r (W/mK)	t_c (h)
0.04	0.033	17.21	5.50	0.90	0.39	18.76
0.20	0.167	42.83	15.97	3.38	0.84	3.75

Tabla 4.3: Coeficientes de transporte térmico y tiempo característico en función del caudal másico.

máxima capacidad.

La elección del tipo de material a utilizar dependerá del criterio adoptado. Si el objetivo es almacenar energía en el menor volumen posible, el material más adecuado es el de mayor capacidad térmica. Para un mismo volumen de almacenamiento y unas condiciones de operación dadas, la cantidad de energía a almacenar determina una capacidad térmica mínima del material. Por último, si el objetivo es almacenar una cierta cantidad de energía a un determinado nivel de temperatura, hay que tener presente que al aumentar la capacidad térmica del sólido disminuye la temperatura media de almacenamiento, obteniéndose así una capacidad térmica máxima del material.

4.3.2 Influencia del caudal másico

Se considera un rango de variación del caudal másico por unidad de sección transversal del lecho entre 0.04 y 0.2 $kg/s m^2$ (Tabla 4.1), manteniendo constantes el resto de parámetros según los valores recogidos en la tabla 4.2.

La variación del caudal másico en un lecho de geometría fija, modifica la energía que entra al lecho, el tiempo característico del mismo y la velocidad media del fluido en el interior del lecho, que a su vez modifica los coeficientes de transporte térmico de acuerdo con las ecuaciones desarrolladas en el capítulo 2.

Especialmente interesante para poder explicar el comportamiento térmico del lecho al variar el caudal másico del fluido, es cuantificar la variación experimentada por los coeficientes de película que dominan el proceso de transferencia en el interior del lecho.

En la tabla 4.3 se resumen los valores de la velocidad media, de los coeficientes de transporte convectivo y conductivo y del tiempo de referencia para los valores extremos del rango considerado para el caudal másico. Se observa que al aumentar 5 veces el caudal másico, el coeficiente de película en la superficie de las partículas h_s se

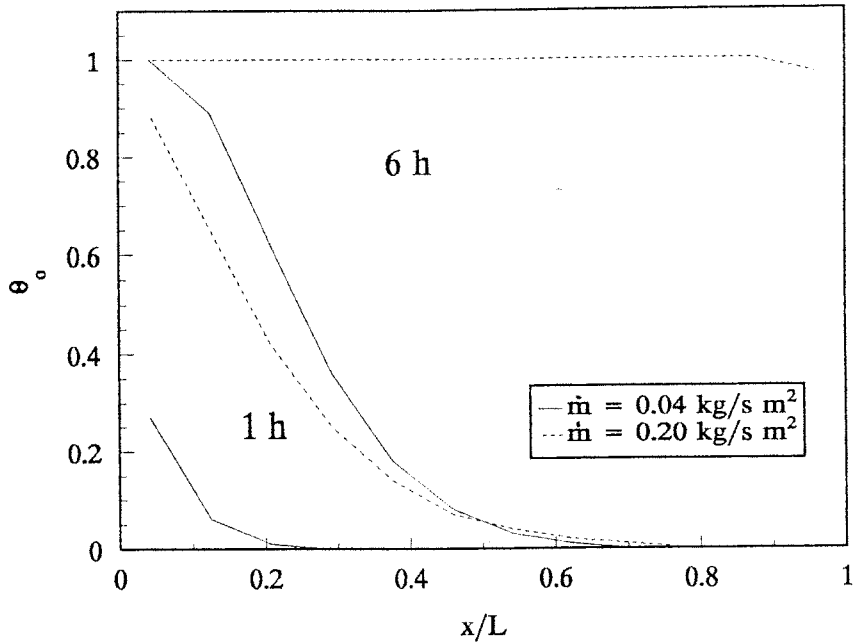


Figura 4.6: Influencia del caudal másico en la evolución de temperatura en el centro del lecho.

multiplica por 2.5 mientras que el coeficiente en la superficie interior de la pared h_w se multiplica por 3 aproximadamente. La conductividad efectiva axial k_e^x se multiplica por 3.7 mientras que la radial k_e^r se duplica aproximadamente. El tiempo característico del lecho es inversamente proporcional al caudal másico, como se desprende de su ecuación de definición, aumentando por lo tanto 5 veces.

La figura 4.6 muestra la variación axial de la temperatura en el centro del lecho después de una y seis horas de funcionamiento para los caudales másicos de 0.04 y 0.2 kg/s m^2 . Se observa que después de seis horas de carga con el caudal másico inferior, equivalente a $0.32 t_c$, el efecto de la onda térmica llega al 75% del lecho, mientras que con el caudal superior se alcanza el mismo efecto en la primera hora, equivalente a $0.27 t_c$, poniéndose de nuevo de manifiesto la importancia del mecanismo convectivo en el proceso de transporte térmico.

En la figura 4.7 se representa la energía almacenada adimensional y el rendimiento del almacenamiento en función del tiempo de carga adimensional. Se observa de nuevo, que para un tiempo de 1.1 veces el tiempo característico se alcanza el 90% de la máxima energía que puede almacenar el lecho. El rendimiento presenta un máximo del 89% para un tiempo igual al 69% del tiempo característico.

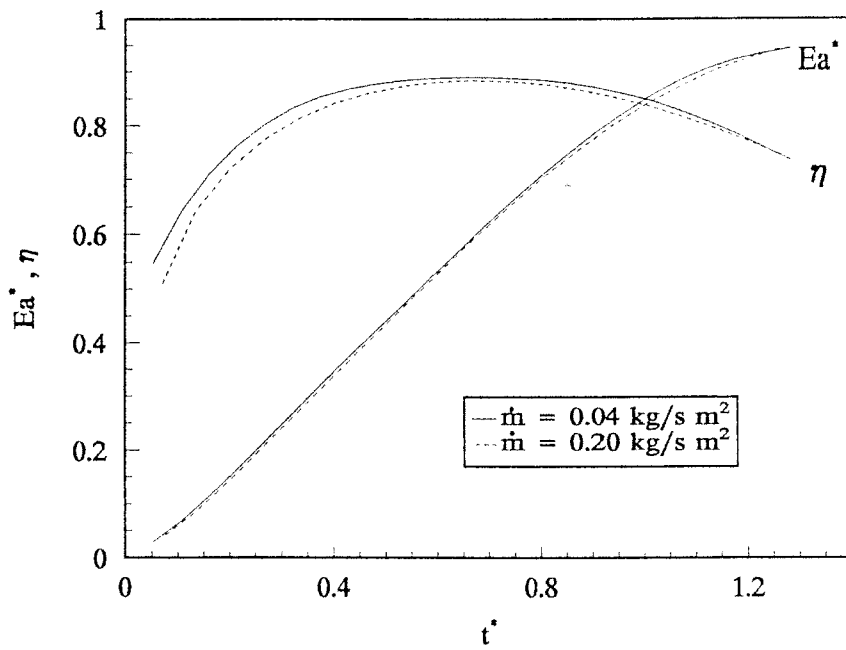


Figura 4.7: Influencia del caudal másico en la energía almacenada y el rendimiento.

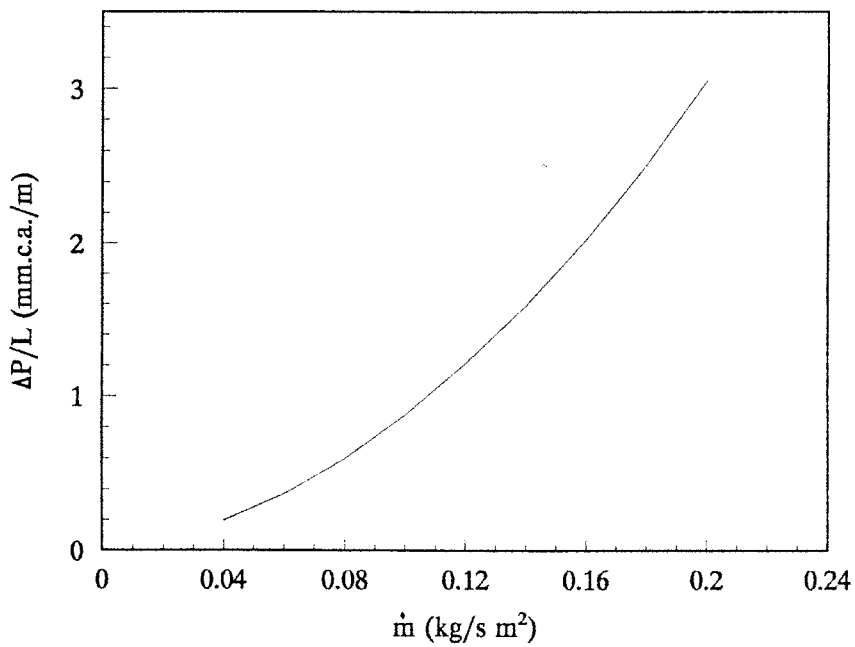


Figura 4.8: Pérdida de carga en el lecho en función del caudal másico.

El trabajar con caudales máxicos mayores supone por lo tanto una mayor energía a la entrada del aire en lecho, una mayor velocidad de transferencia de calor en el interior del mismo y un menor tiempo de carga para almacenar la misma cantidad de energía como se muestra en la figura 4.7.

El caudal máxico óptimo se establece como un compromiso entre el mejor comportamiento térmico del lecho al aumentar el caudal y el incremento de la pérdida de carga a través del lecho (Figura 4.8).

4.3.3 Influencia de la geometría del lecho.

Los parámetros analizados en relación con la geometría del lecho son el tamaño de las partículas sólidas y la relación diámetro/altura del lecho para un volumen de acumulación constante.

4.3.3.1 Diámetro de la partícula

Para analizar la influencia del tamaño de la partícula sólida en el comportamiento del lecho poroso, se considera un rango de variación del diámetro de la partícula comprendido entre 2 y 4 *cm* (Tabla 4.1), permaneciendo el resto de parámetros constantes (Tabla 4.2).

La porosidad, calculada en el capítulo 2 mediante la ecuación 2.4, es una función del cociente entre los diámetros del lecho D_l y de la partícula D_p . Un cambio en el diámetro de la partícula modifica la distribución de la porosidad y como consecuencia la velocidad, que son dos de los parámetros que tienen mayor importancia en el transporte térmico en lechos porosos. La tabla 4.4 muestra los valores de estos parámetros, de los coeficientes de transporte y del tiempo característico para los valores extremos del rango de diámetro de partícula considerado. El caudal máxico del fluido corresponde al sistema de referencia, igual a 0.1 *kg/s m²*.

En la tabla 4.4 se observa que el cociente D_l/D_p es > 28 en ambos casos, y por lo tanto la porosidad en la zona interior del lecho, según la correlación utilizada es la misma ($\epsilon_\infty = 0.3625$). La distribución radial de la porosidad sí se modifica al variar D_p y como consecuencia la porosidad media del lecho ϵ_a , aunque su variación es pequeña. El tiempo característico es función de D_p a través de la porosidad media, permaneciendo por lo tanto prácticamente constante.

Al aumentar D_p aumenta el área transversal de la zona exterior junto a la pared que tiene mayor porosidad y por lo tanto permite pasar por ella un mayor caudal de

D_p (cm)	D_l/D_p -	ϵ_a -	h_s (W/m ² K)	h_w (W/m ² K)	k_e^x (W/mK)	k_e^r (W/mK)	t_c (h)
2	93.0	0.364	34.0	10.9	1.32	0.466	7.51
4	46.5	0.365	25.0	8.7	2.34	0.652	7.49

Tabla 4.4: Coeficientes de transporte térmico y tiempo característico en función del diámetro de la partícula.

aire. Por otra parte, disminuye la velocidad local a lo largo de la sección transversal del lecho y como consecuencia disminuyen los coeficientes de película h_s y h_w , como se muestra en la tabla anterior. Ambos coeficientes de película aumentan al disminuir el tamaño de la partícula, experimentando un incremento del 35% (h_s) y del 25% (h_w) al disminuir el diámetro de la partícula un 50%. Las conductividades efectivas aumentan en mayor proporción al hacerlo el diámetro de la partícula, aunque su influencia en el transporte térmico en el lecho es menor.

En la figura 4.9 se representa la energía almacenada adimensional y el rendimiento del almacenamiento en función del tiempo de carga adimensional, alcanzándose el 90% de la máxima energía que puede almacenar el lecho en un tiempo de 1.1 t_c . El rendimiento presenta un máximo del 90% para el diámetro menor y del 89% para el mayor, para un tiempo igual al 70 y al 67% del tiempo característico respectivamente.

Al disminuir el tamaño de partícula aumenta la masa de material para un mismo volumen de acumulación, aumentando la capacidad de almacenamiento del lecho. Por otra parte, disminuye el efecto de canalización en la zona próxima a la pared, disminuyendo las pérdidas al exterior. Por último, los coeficientes de transporte convectivo aumentan, obteniéndose una mayor velocidad de transferencia de calor en el interior del lecho.

El diámetro de partícula óptimo se establece como un compromiso entre el mejor comportamiento térmico del lecho al disminuir el diámetro de partícula, el incremento de la pérdida de carga a través del lecho (Figura 4.10) y la necesidad de un diámetro mínimo de la partícula, función del material utilizado y de la velocidad del fluido en el interior del lecho, para conseguir un lecho de partículas fijo.

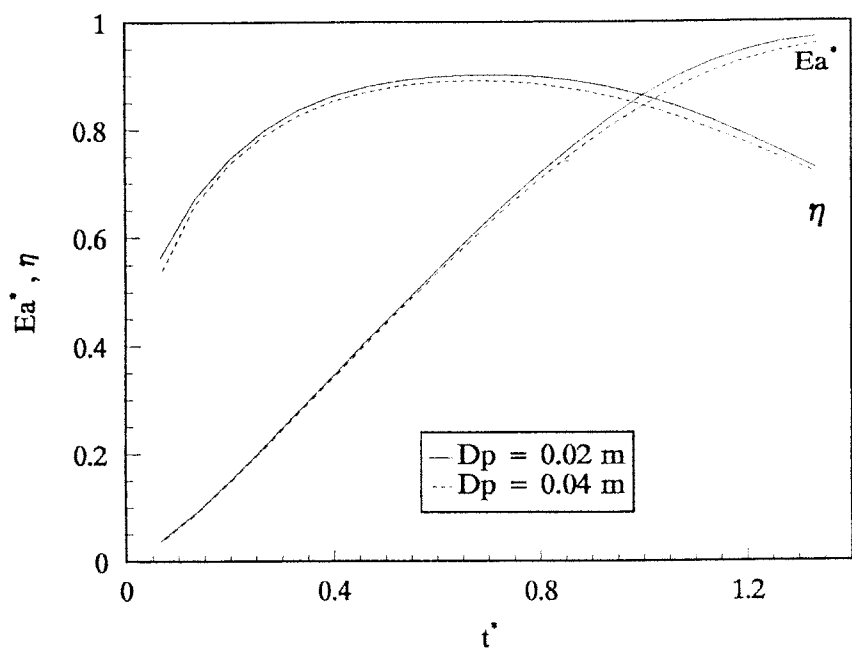


Figura 4.9: Influencia del diámetro de partícula en la energía almacenada y el rendimiento.

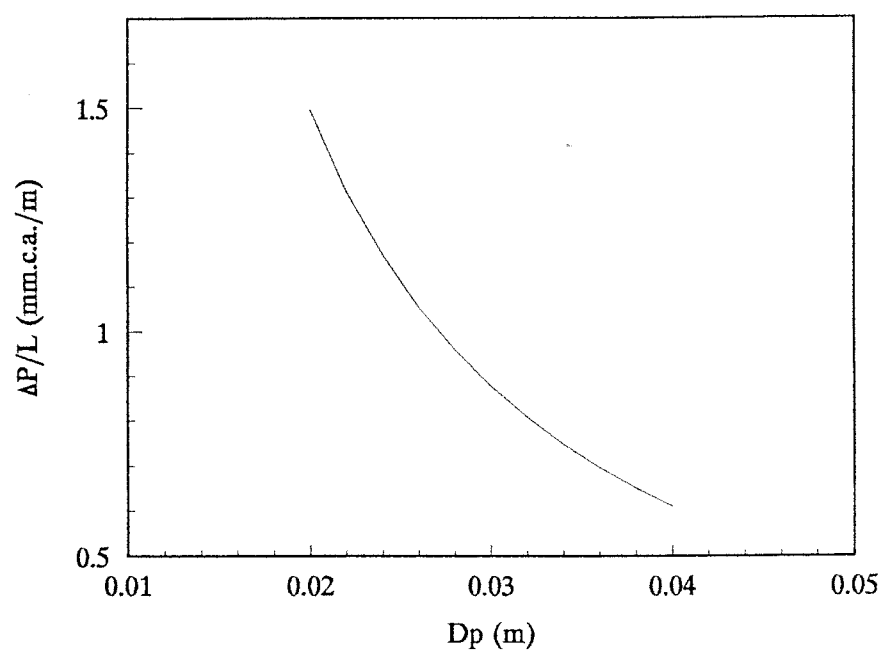


Figura 4.10: Pérdida de carga en el lecho en función del diámetro de partícula.

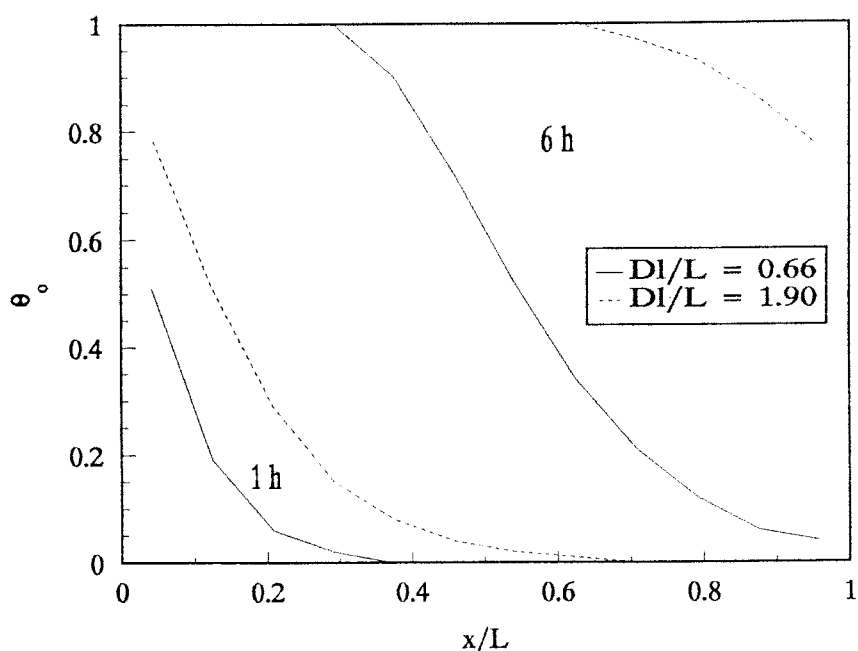


Figura 4.11: Influencia de la relación D_i/L en la evolución de temperatura en el centro del lecho.

4.3.3.2 Relación Diámetro/longitud del lecho.

Para analizar la influencia del cociente D_i/L en el comportamiento del lecho poroso, se considera un rango de variación del mismo comprendido entre 0.66 y 1.9, en función del volumen de acumulación y del rango de longitud del lecho definidos anteriormente (Tabla 4.1), permaneciendo el resto de parámetros constantes (Tabla 4.2).

Al aumentar D_i/L aumenta el área transversal del lecho y como consecuencia el caudal másico del fluido (se considera constante el caudal másico por unidad de área transversal, igual a 0.1 kg/s m^2). Al aumentar el caudal másico, aumenta la energía que entra en el lecho y disminuye t_c . En particular, el tiempo característico disminuye de 9.37 a 4.32 horas al aumentar D_i/L de 0.66 a 1.9, necesitando el lecho más esbelto menos tiempo de carga.

La figura 4.11 muestra la distribución axial de temperatura adimensional en el centro del lecho, después de una y seis horas de carga, según el cociente D_i/L para el mismo volumen. Se observa como en lechos con D_i/L mayores, el material se satura más rápidamente al ser la longitud del lecho menor y mantener constante el caudal másico por unidad de sección transversal.

Por otra parte, el aumento considerado de D_l/L disminuye el porcentaje del área transversal de la zona exterior junto a la pared que tiene mayor porosidad, del 7 al 5 % del área total, disminuyendo asimismo el volumen y el área superficial de la pared en un 30%. Como consecuencia, disminuye la pérdida de energía a la pared y al ambiente, aumentando la cantidad de energía almacenada en el lecho y su rendimiento.

En la figura 4.12 se observa que el 90% de la máxima energía que puede almacenar el lecho se alcanza en un tiempo de $1.1 t_c$, mientras que el rendimiento presenta un máximo del 89% en los dos casos considerados para un tiempo igual al 69% del tiempo característico.

Al mantener constante el caudal másico por unidad de sección transversal, la pérdida de carga unitaria a través del lecho es prácticamente independiente de la relación D_l/L (Figura 4.13), aumentando la pérdida de carga total al utilizar lechos con mayor longitud (lechos con relación D_l/L menor).

Interesa por lo tanto trabajar con lechos cortos, relación D_l/L mayores, disminuyendo las pérdidas de energía y la pérdida de carga del fluido a través del lecho. Si se mantiene constante el caudal másico por unidad de sección transversal, el caudal del fluido es mayor reduciéndose el tiempo de carga necesario. Esta conclusión está de acuerdo con las guías de diseño establecidas por Clark (1.985) para el almacenamiento de energía en lecho de rocas en aplicaciones de energía solar.

4.4 Simplificación del modelo.

El modelo desarrollado en la Tesis, que se denominará modelo de referencia, considera todos los mecanismos de transferencia de calor presentes, a excepción del intercambio de energía radiante en el interior del lecho, debido a los niveles de temperatura de las aplicaciones objeto de estudio.

En algunos lechos porosos y bajo determinadas condiciones de operación es posible despreciar la contribución de algunos de los mecanismos considerados. En estas condiciones el modelo se puede simplificar, facilitándose la solución del sistema de ecuaciones que representa el comportamiento térmico del lecho y reduciéndose simultáneamente el tiempo de cálculo sin pérdida de exactitud en los resultados obtenidos.

El objetivo de este apartado es analizar el comportamiento del modelo desarrollado frente a diferentes niveles de simplificación, estudiando a través de parámetros adimensionales bajo que condiciones se pueden tener en cuenta y cuantificando el error cometido en cada caso. En particular se analizarán las siguientes simplificaciones:

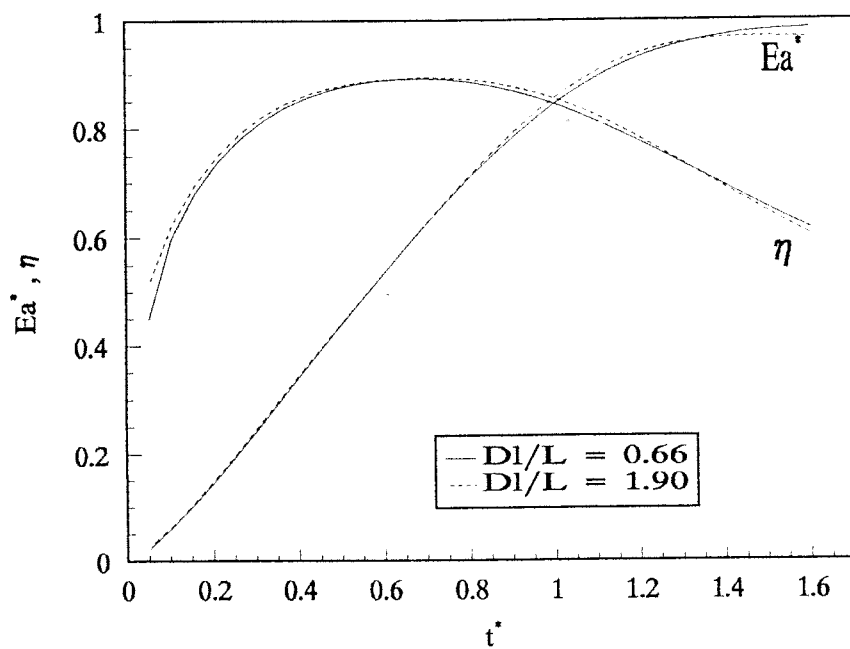


Figura 4.12: Influencia de la relación D_i/L en la energía almacenada y el rendimiento.

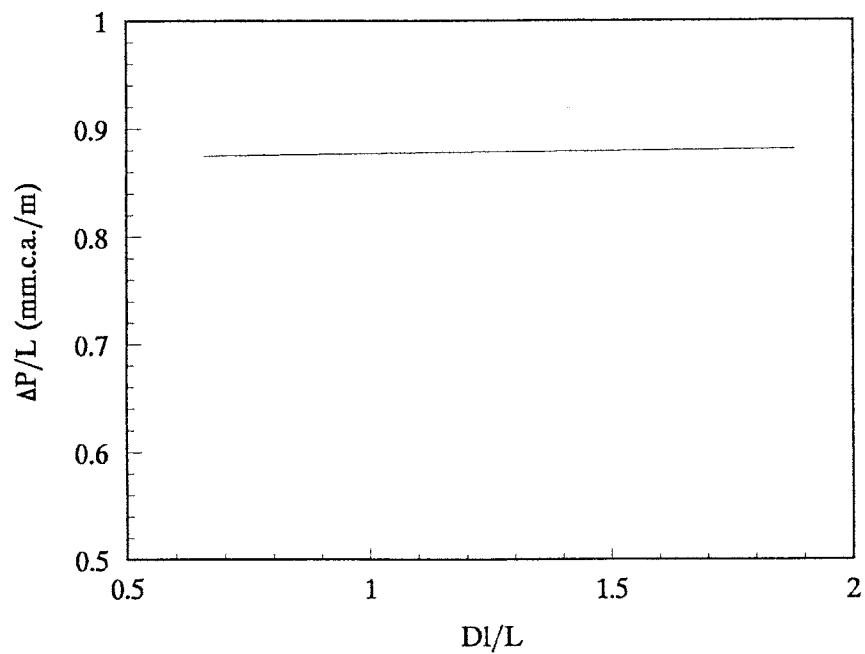


Figura 4.13: Pérdida de carga en el lecho en función de la relación D_i/L .

- Temperatura interior de cada partícula uniforme (Sistema de capacidad).
- Gradientes radiales despreciables (Modelo unidimensional).
- Gradientes locales entre el sólido y el fluido despreciables (Modelo monofásico).

En cada caso se comparan los resultados del modelo simplificado con los correspondientes al modelo de referencia, para el lecho definido al principio del capítulo (Tabla 4.2). Como parámetro de comparación se utiliza el error relativo,

$$\epsilon(t) = \frac{|E_{a,r}(t) - E_{a,s}(t)|}{E_{a,r}(t)} \quad (4.9)$$

siendo $E_{a,r}(t)$ la energía almacenada en el lecho calculada por el modelo de referencia y $E_{a,s}(t)$ la calculada por el modelo simplificado correspondiente.

4.4.1 Temperatura interior de cada partícula uniforme.

El modelo de referencia considera los gradientes de temperatura en el interior de las partículas sólidas del lecho. El objetivo de este apartado es estudiar la validez del modelo considerando a la partícula sólida como un sistema de capacidad. En estas condiciones su temperatura es prácticamente uniforme y por lo tanto los gradientes de temperatura en su interior despreciables.

En la figura 4.14 se representa el parámetro de comparación en función del tiempo de carga adimensional y del número de Biot de la partícula definido como,

$$Bi = \frac{h_s D_p}{2k_s} \quad (4.10)$$

Se observa que la diferencia entre ambos modelos disminuye al aumentar el tiempo de carga, siendo prácticamente nula para valores del tiempo de carga del orden del tiempo característico (el lecho está cerca de la saturación), a partir de un valor de Bi de 1. La diferencia entre ambos modelos disminuye también al disminuir el número de Biot para cualquier valor del tiempo de carga. Para valores de $Bi < 0.1$ o tiempos de carga superiores a $0.5 t_c$ se puede aplicar el modelo simplificado con errores inferiores al 10%.

Para el rango de variación de los parámetros característicos del lecho considerado en la tabla 4.1, el número de Biot de la partícula oscila entre 0.04 y 1.54. Por lo tanto, las partículas no siempre se pueden considerar sistemas de capacidad. Esta simplificación es sólo válida después de un cierto tiempo de carga, superior a $0.5 t_c$, o cuando las características de las partículas y las condiciones de operación determinan un número

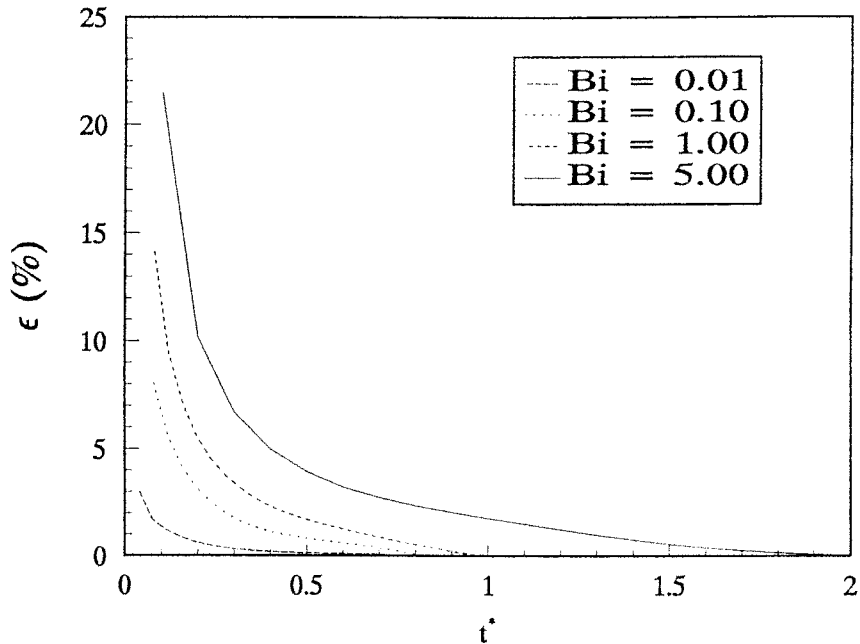


Figura 4.14: Comparación entre el sistema de capacidad y el modelo de referencia.

de Biot bajo, inferior a 0.1. En cualquier caso, la figura 4.14 permite conocer las condiciones de aplicación del modelo simplificado una vez fijado el margen de error exigido.

4.4.2 Modelo unidimensional

El modelo desarrollado considera los gradientes radiales en el lecho a través de la variación radial de la porosidad y de la definición de la conductividad efectiva radial. El objetivo de este apartado es estudiar la validez del modelo considerando el problema unidimensional en la dirección axial. En estas condiciones, la porosidad y los campos de velocidad y temperatura son uniformes en la dirección radial, desapareciendo por tanto los gradientes radiales.

La figura 4.15 muestra la variación axial de la temperatura adimensional de las partículas sólidas en el centro del lecho ($r=0$) y en la zona en contacto con la pared ($r=D_l/2$) calculadas por el modelo bidimensional 2-D (modelo de referencia) y por el modelo unidimensional 1-D (modelo simplificado), al cabo de 1 y 6 horas de carga. Se observa como al aumentar el tiempo de carga, la temperatura en la zona en contacto con la pared se separa apreciablemente de la temperatura calculada por el modelo unidimensional. En cualquier caso, la temperatura calculada por el modelo 1-D está siempre comprendida entre las temperaturas de las dos zonas extremas calculadas por

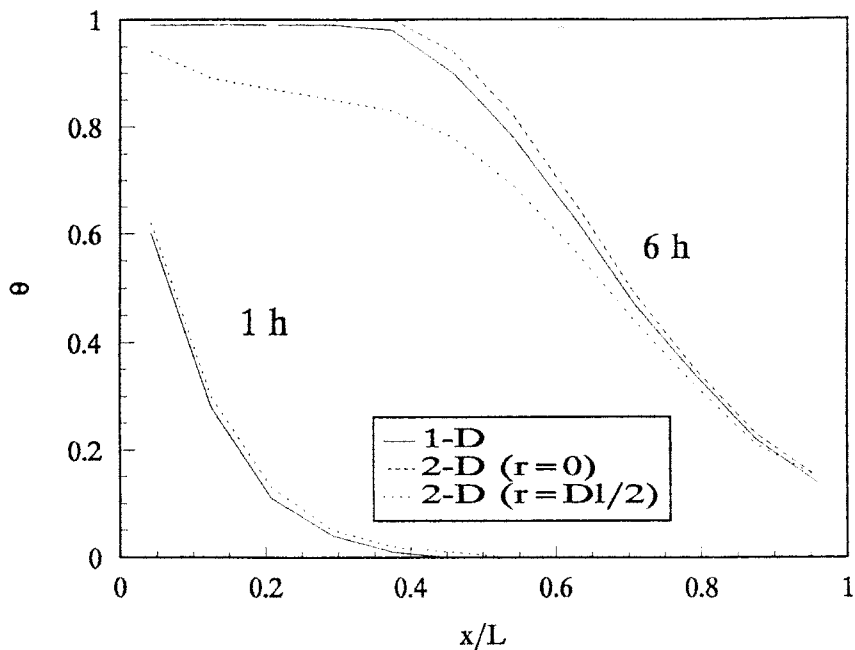


Figura 4.15: Variación axial de la temperatura adimensional del lecho: Modelos unidimensional y de referencia.

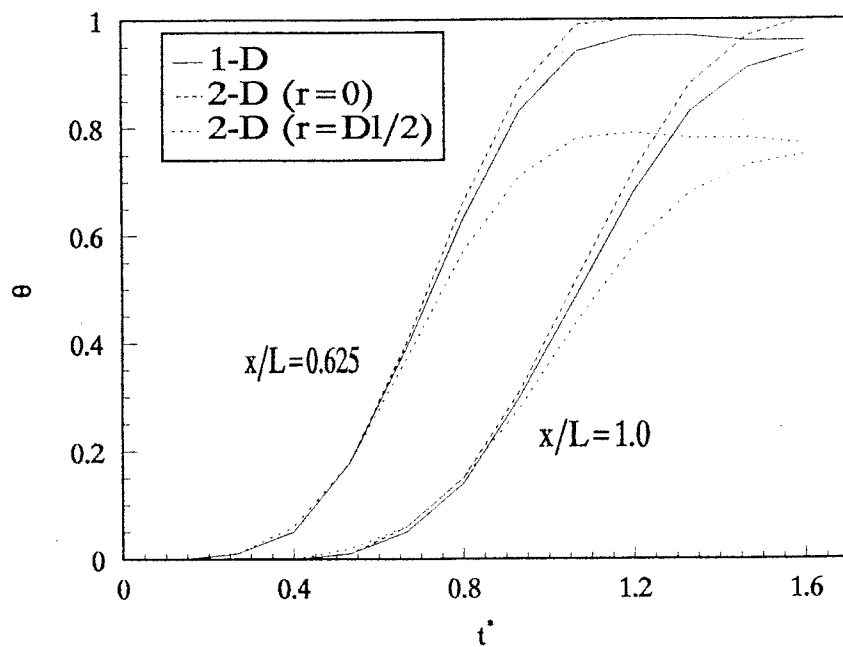


Figura 4.16: Variación temporal de la temperatura adimensional del lecho: Modelos unidimensional y de referencia.

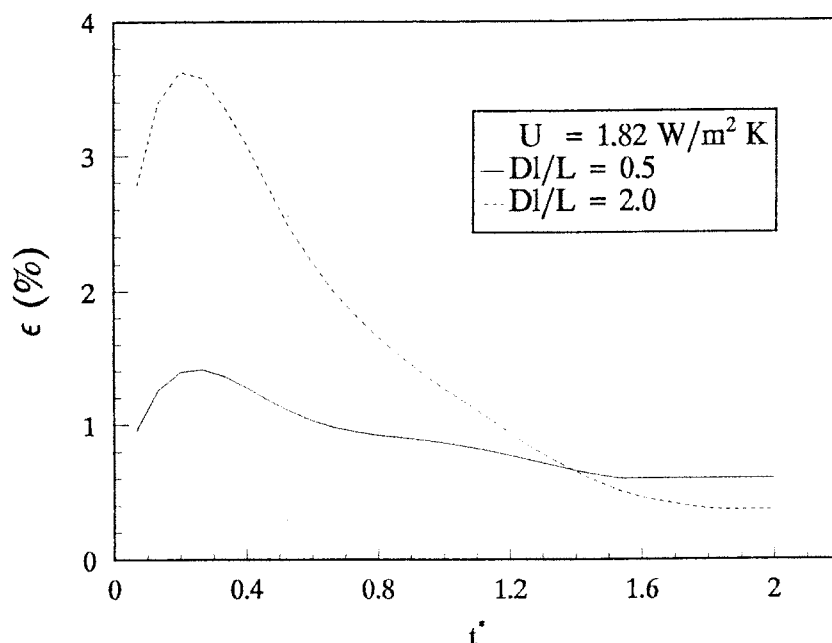


Figura 4.17: Comparación entre el modelo unidimensional y el modelo de referencia.

el modelo 2-D y próxima a la temperatura en $r=0$.

En la figura 4.16 se representa la variación temporal de la temperatura adimensional en las secciones de x/L igual de 0.625 (zona central) y 1.0 (sección de salida), observándose en el modelo 2-D el efecto de canalización del flujo en la zona próxima a la pared, debido a la mayor porosidad de esta zona.

En la figura 4.17 se representa el parámetro de comparación en función del tiempo de carga adimensional y del parámetro D_1/L del lecho que mide la importancia de la zona próxima a la pared en relación con la zona central. Al aumentar el cociente D_1/L para un mismo volumen de acumulación, disminuye la importancia relativa de la zona próxima a la pared, donde se manifiestan fundamentalmente los gradientes radiales.

Se observa que la diferencia entre ambos modelos disminuye al aumentar el tiempo de carga adimensional para cualquier valor del cociente D_1/L , y que aumenta al aumentar el parámetro D_1/L hasta valores del tiempo de carga adimensional de $1.3 t_c$. A partir de este valor el error prácticamente desaparece para el rango de valores de D_1/L considerado. Para tiempos de carga pequeños se observa el efecto del fenómeno de canalización en la zona próxima a la pared al disminuir D_1/L . Para todos los casos analizados el error es inferior al 4%.

Para el rango de variación de los parámetros característicos del lecho considerados en la tabla 4.1, el cociente D_l/L oscila entre 0.5 y 2.0. Por lo tanto, en lechos bien aislados y con valores de la relación D_l/L superiores a 0.5 se puede utilizar el modelo unidimensional con errores inferiores al 5%.

4.4.3 Modelo monofásico

El modelo de referencia considera diferente la temperatura local de cada fase del lecho. El objetivo de este apartado es estudiar la validez del modelo considerando que existe equilibrio térmico local entre las fases. En estas condiciones se puede plantear una única ecuación de la energía para ambas fases con propiedades físicas promedias, dando lugar a un modelo monofásico.

El modelo monofásico se obtiene a partir del modelo de referencia suponiendo un coeficiente de película gas-sólido infinito, lo que supone un NTU infinito, siendo NTU el Número de Unidades de Transferencia del lecho, definido en función del coeficiente de película volumétrico como,

$$NTU = \frac{h_v V}{\dot{m} C p_f} = \frac{6 h_s (1 - \epsilon_a) L}{\dot{m} C p_f D_p} \quad (4.11)$$

Para estudiar la validez del modelo monofásico se consideran diferentes lechos porosos con un rango amplio de variación de las magnitudes de las que depende el NTU , de forma que los valores de NTU correspondientes cubran el mayor rango posible. Para cada lecho considerado se calcula, a través del método de referencia desarrollado en la Tesis y del método simplificado (NTU_∞), la energía acumulada en el mismo en función del tiempo.

El parámetro de comparación utilizado se define en este caso como el error relativo entre ambos modelos,

$$\epsilon(t) = \frac{|E_{a,r}(t) - E_{a,\infty}(t)|}{E_{a,\infty}(t)} \quad (4.12)$$

En la figura 4.18 se representa el error entre el modelo de referencia y el modelo monofásico (NTU_∞) en función del Número de Unidades de Transferencia para diferentes tiempos de carga expresado en tiempo adimensional. Se observa que en general el error disminuye al aumentar NTU para cualquier tiempo de carga. Para un tiempo de carga igual al tiempo característico del lecho ($t^* = 1$), a partir de un $NTU = 11$ el error cometido con el modelo monofásico es del 10% aproximadamente. Para el mismo tiempo de carga, se obtienen errores inferiores al 5% a partir de NTU del orden de 30.

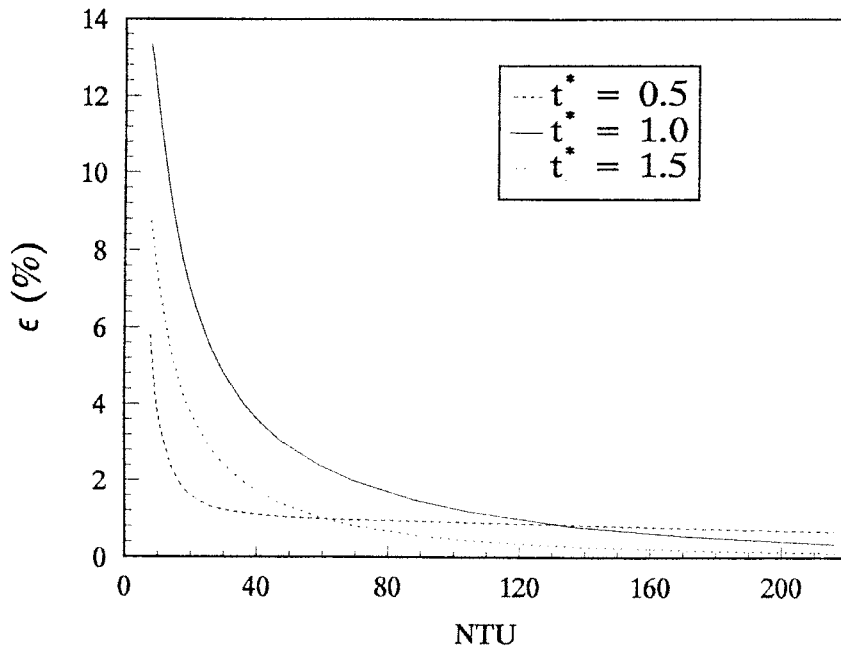


Figura 4.18: Comparación entre el modelo monofásico y el modelo de referencia.

Para el rango de parámetros considerado en la tabla 4.1, el rango de NTU del lecho poroso oscila entre 15 y 80. Por lo tanto, el modelo monofásico no siempre es aplicable, pudiéndose establecer con carácter general que en lechos con NTU superiores a 30 se puede utilizar el modelo monofásico con errores inferiores al 5%.

Capítulo 5

Conclusiones y desarrollo futuro

5.1 Conclusiones

- 1) Se han revisado los modelos de comportamiento térmico de lechos porosos fijos como sistema de almacenamiento de energía, detectándose carencias en la modelización, especialmente de la conducción en el interior de la partícula así como en la variación de la porosidad en la dirección radial del lecho. Los modelos más completos que se conocían caracterizan la partícula sólida a partir de una temperatura media y consideran una variación de la porosidad discontinua en dos regiones.
- 2) Se ha desarrollado un modelo de lecho de partículas sólidas que mejora sustancialmente los modelos existentes hasta la actualidad. El modelo es general y considera todos los mecanismos de transferencia de calor presentes en los sistemas de almacenamiento de energía considerados. El modelo es particularmente adecuado cuando debe considerarse la temperatura superficial de la partícula para cuantificar el intercambio de calor entre ésta y el fluido.
- 3) El modelo desarrollado se ha resuelto numéricamente mediante un método de diferencias finitas implícito en la discretización espacial y central en la discretización temporal. Se han ajustado los parámetros de la discretización espacio-temporal a partir de un análisis del error del modelo y del tiempo de cálculo.
- 4) El modelo de lechos porosos desarrollado en la Tesis ha sido validado con datos experimentales de otros autores y comparado con resultados de otros modelos, incluyendo entre ellos modelos bidimensionales con alto grado de generalidad. Los resultados obtenidos con el modelo desarrollado en la Tesis son los mejores entre todos los modelos considerados.
- 5) Se ha realizado un análisis de sensibilidad del modelo con objeto de conocer la influencia de diferentes parámetros de diseño en el comportamiento del lecho poroso

como sistema de almacenamiento de energía. En particular se han obtenido las siguientes conclusiones:

- La capacidad térmica del material es la propiedad física más importante del material sólido del lecho. La conductividad térmica del material tiene poca influencia en el comportamiento del lecho poroso, al ser el transporte convectivo el mecanismo controlante.

La velocidad de propagación de la onda térmica dentro del lecho depende de la capacidad térmica, siendo inversamente proporcional a la misma. El tiempo de carga necesario para almacenar una cantidad de energía dada es sin embargo prácticamente independiente de la capacidad térmica del material, salvo para valores próximos a la saturación del lecho.

Aunque en principio son preferibles materiales con mayores capacidades térmicas, la elección del tipo de material es función del criterio de diseño adoptado.

- El caudal másico del fluido influye directamente en la velocidad de almacenamiento de energía en el lecho, siendo el tiempo de carga necesario para acumular una cierta cantidad de energía, inversamente proporcional al caudal másico del fluido. El caudal másico óptimo desde el punto de vista del lecho poroso, es función del rendimiento térmico del lecho y de la pérdida de carga del fluido a través del mismo.
- Al disminuir el tamaño del material sólido mejora el comportamiento térmico del lecho. El diámetro óptimo de partícula se establece como un compromiso entre el rendimiento térmico del lecho, la pérdida de carga a través del mismo y la necesidad de un tamaño mínimo de partícula para obtener un lecho fijo.
- Para un caudal másico por unidad de sección transversal del lecho constante, la pérdida de carga unitaria es prácticamente independiente de la relación diámetro/longitud del lecho. Es más interesante trabajar con lechos cortos al disminuir las pérdidas de energía y la pérdida de carga del fluido a través del lecho.

6) Se han estudiado tres posibles simplificaciones del modelo en función de los mecanismos de transporte controlantes, así como el rango de validez de las mismas a través de parámetros adimensionales característicos del lecho, obteniéndose las siguientes conclusiones:

- Las partículas sólidas del lecho no se pueden considerar sistemas de capacidad con carácter general. Esta simplificación es sólo válida después de un cierto tiempo de carga, del orden del 50% del tiempo característico del lecho, o cuando el número de Biot de la partícula es inferior a 0.1.

- Para el rango de valores considerados de la relación diámetro/longitud del lecho y lechos bien aislados, se puede utilizar un modelo unidimensional con errores inferiores al 5%.
- En general, no se puede considerar que existe equilibrio térmico local entre las dos fases del lecho. En lechos porosos con NTU superiores a 30, se puede utilizar el modelo monofásico con errores inferiores al 5%.

En resumen se considera que el modelo desarrollado constituye un modelo de referencia en el tratamiento matemático de lechos porosos fijos utilizados como sistemas de almacenamiento de energía, por el limitado número de hipótesis en que se basa y la generalidad de los casos que pueden tratarse.

5.2 Desarrollo futuro

- 1) El modelo desarrollado en la Tesis estudia específicamente el caso de convección forzada. En determinados modos de operación pueden ser las fuerzas de flotación las que provoquen el movimiento. Una ampliación interesante del modelo sería incluir el término de fuerzas de flotación de manera que fuera aplicable a convección natural y mixta. Por otra parte, la inclusión del término de intercambio radiante permitiría ampliar el campo de aplicación cuando el nivel de temperaturas sea superior a 100 °C .
- 2) Completar la validación del modelo con datos experimentales que suministren información del campo de temperatura del lecho en dirección radial.
- 3) Acoplar el modelo desarrollado en la Tesis con modelos de sistemas de generación y transporte de energía, optimizando el conjunto generación-almacenamiento.
- 4) Sistematizar el proceso de diseño de sistemas de almacenamiento en medios porosos, elaborando guías de diseño que cuantifiquen la influencia de los parámetros en el comportamiento térmico del lecho.

Referencias

Achenbach, E. "Heat transfer and pressure drop of pebble beds up high Reynolds number", Proc. 7th Int. Heat Transfer Conf., 6, CP1, Munich, (1.982).

Alanis, E., Saravia, L. y Rovetta, L., "Measurement of rock piel heat transfer coefficients", Solar Energy, Vol. 19, pp. 571-572, (1.977).

Aly, S. L. y El-Sharkawy, A. I., "Effect of wall temperature on the thermal behavior of a packed bed", Heat Recovery Systems and CHP, Vol.10, pp. 55-60, (1.990).

Aly, S. L. y El-Sharkawy, A. I., "Effect of Storage Medium on Thermal Properties of Packed Beds ", Heat Recovery Systems and CHP, Vol.10, pp. 509-517,(1.990).

Baddour, R,F y Yoon, C.Y., "Local radial effective conductivity and the wall effect in packed beds", Chem. Engn. Symp. Ser., 57, No 32, pp.35, (1.960).

Balakrishnan, A.R. y Pei, D.C.T., "Heat transfer in gas-solid packed bed systems. A critical review", Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev., 18, No 1, pp. 30, (1.979).

Barker, J. J., "Heat transfer in packed beds", Ind. & Eng. Chem., Vol.57, pp. 43-51, (1.965).

Beasley, D. E., "Dynamic response of a packed bed for thermal energy storage", Ph.D Thesis, University of Michigan (1.983).

Beasley, D. E. y Clark, J. A., "Transient response of a packed-bed for thermal energy storage", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, pp. 1659-1669, (1.984).

Beckman, W.A., Klein, S.A. y Duffie, J.A., "Solar Heating Design by the f-chart method", Wiley Interscience, New York, (1.977).

Bejan, A., "Convective heat transfer", John Wiley & Sons. Inc. (1.984).

Boisdet, A. y Peube, J. L., "Thermal Storage in Rock Beds", International Solar Energy Society, pp. 599- 602, (1.979).

Burch, D.M., Allen, R.W. y Peavey, B.A., "Transient temperature distribution within porous slabs subjected to sudden transpiration heating", J. of Heat Transfer, 98, pp. 221, (1.976).

- Chandra, P. y Willits, D. H., "Pressure drop and heat transfer characteristics of air-rocked thermal storage systems", *Solar Energy*, Vol. 27, pp. 547-553, (1.981).
- Cheng, P. y Zhu, H., "Effects of radial thermal dispersion on fully-developed forced convection in cylindrical packed tubes", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol 30, pp. 2373-2383, (1.987).
- Cheng, P., "Heat conduction in packed bed with wall effects", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 11-21, (1.986).
- Clark, J. A., "Thermal Energy Storage", *Handbook of heat transfer application*, Capítulo 8, McGraw-Hill, (1.985).
- Clark, J. A. y Arpaci, V.S., "Dynamic response of a packed bed energy storage system to a time varying inlet temperature", *Solar Cooling and Heating: A National Forum*, Miami Beach, (1.976).
- Clark, J. A., Nabonzy, R.L. y Heetderks, J.H., "Rockbed: A computer program for thermal storage", *Proc. Annual Meeting ASES*, Orlando, (1.977).
- Coberly, C.A. y Marshall, W.R., "Temperature gradients in gas streams flowing through fixed granular beds", *Chem. Engng. Prog.*, 47, No 3, pp. 141, (1.951).
- Coutier, J. P. y Farber, E. A., "Two applications of the numerical approach of heat transfer process within packed beds", *Solar Energy*, Vol. 29, pp. 451-462, (1.982).
- De Wiest, R. J. M., "Flow through porous media", *Academic Press. Int.*, (1.969).
- Dixon, A. G. y Cresswell, D. L., "Theoretical prediction of effective heat transfer parameters in packed beds", *AIChE J.* Vol. 25, No. 4, pp. 663-676, (1.979).
- EMGP2. A European Transient Simulation Model for Thermal Solar Systems, *Solar Energy R&D in the European Community*. Vol. 2, (1.985).
- Gabor, J. D. y Botteril, J. S. M., "Heat transfer in fluidized and packed beds", *Handbook of heat transfer application*, Capítulo 6, McGraw-Hill, (1.985).
- Galloway, T.R. y Sage, B.H. "A model of the mechanism of transport in packed distended, and fluidized beds", *Chem. Engng Sci.*, 25, pp 495, (1.970).

Georgiadis, J. G. y Catton, I., "An effective equation governing convective transport in porous media", J. Heat Transfer, Vol. 110, pp. 635-641, (1.988).

Glaser, M. B., "Simultaneous heat and momentum transfer in the flow of gases through packed beds", Ph.D Tesis, Northwestern University, (1.956).

Gross, R.J., Hickox, C.E. y Hackett, C.E., "Numerical simulation of dual media thermal energy storage systems", J. of Solar Energy Engng., 102, pp. 287, (1.980).

Gunn, D. J., "Transfer of heat or mass to particles in fixed & fluidised beds", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 21, pp. 467-476, (1.978).

Handley, D. y Heggs, P. J., "The effect of thermal conductivity of the packing material on the transient heat transfer in the fixed bed", Int. Heat Mass Transfer, Vol. 12, pp. 549-570, (1.969).

Heggs, P. J., " Transient Packed Bed Heat Transfer: Numerical Solutions", Computational techniques in heat transfer, Vol. 1, Capítulo 12, Pineridge Press Limited, (1.985).

Hollands, K. G. T. y Sullivan, H. F., "Pressure drop across rock bed thermal storage systems", Solar Energy, Vol. 33, pp. 221-225, (1.984).

Hollands, K. G. T., Sullivan, H. F. y Shewen, E. C., "Flow uniformity in rock beds", Solar Energy, Vol. 32, pp. 343-348, (1.984).

Hsu, C. T. y Cheng, P., "Closure schemes of the macroscopic energy equation for convective heat transfer in porous media", Int. Comm. Heat Mass transfer, Vol. 15, pp. 689-703, (1.988).

Hughes, P. J. , Klein, S. A. y Close, D. J., "Packed bed thermal storage models for solar air heating & cooling systems" , J. Heat Transfer, Vol. 98, pp. 336-338, (1.976).

Hunt, M. L. y Tien, C. L., "Non-Darcian convection in cylindrical packed beds", J. Heat Transfer, Vol. 110, pp. 378-384, (1.988).

Jaguaribe, E. F. y Beasley, D. E., " Modeling of Effective Thermal Conductivity & Diffusivity of Packed Bed with Stagnant Fluid", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, No. 3, pp. 399-407, (1.984).

Jones, D.E. y Hill, J.E., "Testing of pebble bed and phase change thermal energy storage devices according to ASHARE Standard 94-77", NBSIR 79-1.937, National Engng. Lab., National Bureau of Standards, (1.980).

Juang, H. D. y Weng, H. S., "Moment method for the evaluation of heat transfer coefficient in packed bed", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 1275-1281, (1.983).

Jury, S.H. y Berbano, M.C. "Heat transfer in packed bed heat recuperators.-II. The film coefficient for dry sorbent solids", *J.Franklin Inst.*, 303, No. 4, pp 329, (1.977).

Khan, J. A. y Beasley, D. E., "Two dimensional effects on the response of the packed bed regenerators", *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 328-336, (1.989).

Koch, D. L. y Brady, J. F., "Dispersion in fixed beds", *J. Fluid Mech.*, Vol.154, pp. 399-427, (1.985).

Kreith, F. y Kreider, J. F., "Principles of solar engineering", Hemisphere Publishing Corporation, (1.978).

Krupiczka, R., "Analysis of thermal conductivity in granular materials", *Int. Chem. Engng.*, 7, pp. 122, (1.967).

Kunii, D. y Smith, J.M. "Heat transfer characteristics of porous rocks", *AICHE J.*, 6, pp. 71, (1.960).

Li, C. y Finlayson, B.A., "Heat transfer in packed beds. A reevaluation", *Chem, Engng. Sci.*, 32, pp. 1.055, (1.977).

Martin, H. "Low Peclet number particle to fluid heat and mass transfer in packed beds", *AICHE J.*, 3, No 3, (1.978).

Mumma, S.A. y Marvin, W.C., "A method of simulating the performance of a pebble bed thermal energy storage and recovery system", *ASME paper No 76-HT-73*, (1.976).

Nield, D. A., "Estimation of the Stagnant Thermal Conductivity of Saturated Porous Media", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34, No. 6, pp. 1575-1576, (1.991).

Nield, D. A. y Bejan A., "Convection in porous media", Springer Verlag, (1.992).

Ozisik, M. N., "Heat conduction", John Wiley and Sons, Inc. (1.980).

Patankar, S. V., "Numerical heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere publishing corporation, (1.980).

Persons, R. W., Duffie, J. A. y Mitchell, J. W., "Comparison of measured and predicted rock bed storage performance", Solar Energy, Vol. 24, pp. 199-201, (1.980).

Prasad, V., Kladias, N., Bandyopadhaya, A. y Tian, Q., " Evaluation of Correlation for Stagnant Thermal Conductivity of Liquid-Saturated Porous Beds of Spheres", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32, No. 9, pp. 1793-1796, (1.989).

Riaz, M., "Analytical solutions for single and two phase models of packed bed thermal storage systems", J. Heat Transfer, 99, pp.489, (1.977).

Riaz, M., "Transient analysis of packed-bed thermal storage system", Solar Energy, Vol. 21, pp. 123-128, (1.978).

Saez, A. S., "Dynamic heat transfer in packed beds -Application to solar energy", M.s. Tesis, University of California, (1.981).

Saez, A.S. y Mc Coy, B. J., "Dynamic response of a packed-bed thermal storage system - A model of solar air heating", Solar Energy, Vol. 29, No.3, pp. 201-206, (1.982).

Saez, A. S. y Mc Coy, B. J., "Transient analysis of packed bed thermal storage systems", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26, No.1, pp. 49-54, (1.983).

Schmidt, F. W. y Willmott, A. J., "Thermal Energy Storage and Regeneration", Hemisphere Publishing Corporation, (1.981).

Schumann, T.E.W., "Heat transfer: A liquid flowing through a porous prism", J. Franklin Inst., 208, pp. 405, (1.929).

SERI-RES. (Solar Energy Research Institute - Residential Energy Simulator). Golden, Colorado.

Sowell, E. F. y Curry, R. L., " A convolution model of rock-bed thermal storage units", Solar Energy, Vol. 24, pp. 441-449, (1.980).

Spiga, G. y Spiga, M., "Rigorous solution to heat transfer two phase model in porous media and packed beds", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.24, pp. 355-364, (1.981).

SSBC: Simulación de sistemas de bomba de calor, Cátedra Termotecnia, E.T.S.I.I., Univ. Sevilla, (1.980).

Tien, C. L., "Annual review of heat transfer", Vol. 3, Hemis. Pub. (1.990).

TRNSYS (A Transient Simulation Program), University of Wisconsin, Solar Energy Laboratory, Engng. Exp. Station, Rep. 38-9, Madison, (1.978).

Vafai, K., "Convective flow and heat transfer in variable porosity media", J. Fluid Mech., Vol. 147, pp. 233-259, (1.984).

Vafai, K. y Sozen, M., "Analysis of the energy and momentum transport for fluid flow through porous bed", J. Heat Transfer, Vol. 112, pp.690-699, (1.990).

Vafai, K. y Tien, C. L., "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 195-203, (1.981).

Vanden Broeck C. y Clark, J.A., "Heat transfer in a column packed with spheres", Heat Exchanger and Solar Energy, Von Karman Inst. for Fluid Dynamics, Lecture Series, (1.980).

Vortmeyer, D. y Adam, W., "Steady-state measurements and analytical correlations of axial effective thermal conductivities in packed beds at low gas flow rates", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27, pp. 1465-1472, (1.984).

Vortmeyer, D. y Schaefer, R.J., "Equivalence of one and two phase models for heat transfer processes in fixed beds: One dimensional theory", Chem. Engng. Sci., 29, pp. 485, (1.974).

Yagi, S. y Kunii, D., "Studies on heat transfer near wall surface in packed beds", AICHE J., 6, No 1, pp. 97, (1.960).

Yang, W.J. y Lee, C.P., "Dynamic response of solar heat storage systems", ASME Paper, No 74, WA/HT-22, (1.977).

Whitaker, S., "Fundamental principles of heat transfer", Pergamon press., (1.977).

White, H. C. y Korpela, S. A., "On the calculation of the temperature distribution in a packed bed for solar energy application", Solar Energy, Vol. 23, pp. 141-144, (1.979).

Anexo I

Cálculo de la velocidad y gradiente de presión

I.1 Introducción

En este anexo se desarrollará la solución de la ecuación de cantidad de movimiento. El problema hidráulico y térmico están desacoplados al considerarse densidad del fluido constante. En la solución, se obtiene en primer lugar el campo de velocidades, necesario para calcular los coeficientes de transporte y posteriormente se resuelve el problema térmico. A continuación se detallará el proceso iterativo que da lugar al campo de velocidades y presiones que cumplen simultáneamente las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento.

I.2 Discretización radial del lecho

El método de solución utilizado implica el planteamiento de las ecuaciones en la forma de diferencias finitas. Para ello se discretiza espacialmente el lecho en las direcciones radial y axial. Una sección transversal del lecho se ha representado en la figura I.1. Existen tres tipos de nodos.

Nodos en contacto con la pared

Situado junto a la pared y numerado M. Su espesor es el diámetro de la partícula D_p . En particular:

$$\text{Distancia al centro del lecho: } R_M = (D_l - D_p)/2$$

$$\text{Area transversal: } A_M = 2\pi D_p R_M$$

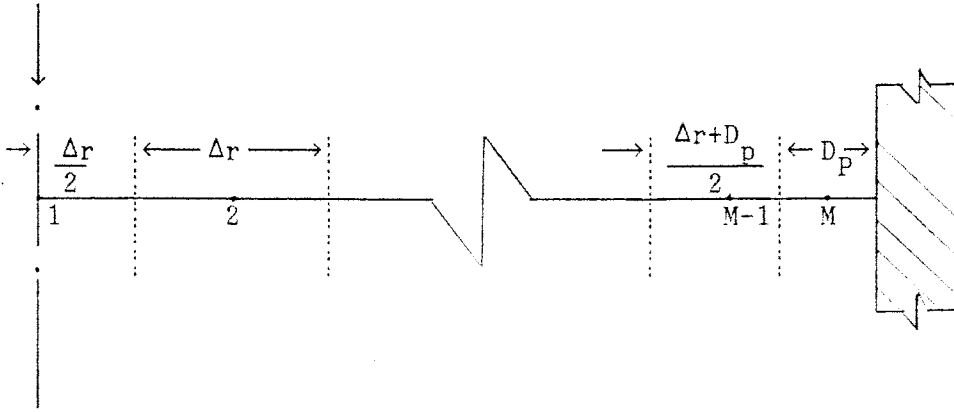


Figura I.1: Sección transversal del lecho.

Nodos de transición

Situado entre el nodo exterior y los nodos interiores. Tienen:

$$\text{Distancia al centro del lecho: } R_{M-1} = D_l/2 - 3/2D_p$$

$$\text{Area transversal: } A_{M-1} = \pi[(R_{M-1} + 0.5D_p)^2 - (R_{M-1} - 0.5\Delta r)^2]$$

Nodos interiores

Tienen como tamaño tipo Δr , dependiendo del número de nodos M en que se quiera discretizar radialmente el lecho. El valor de Δr se calcula según:

$$\Delta r = \frac{(0.5D_l - 1.5D_p)}{M - 2} \quad (\text{I.1})$$

Siendo:

$$\text{Distancia al centro del lecho: } R_i = \Delta r(i - 1) \quad i = 1, \dots, M - 1$$

$$\text{Area transversal del segmento central } (i = 1): A_1 = \pi(0.5\Delta r)^2$$

$$\text{Area transversal del segmento no central } (i = 2, \dots, M - 2): A_i = 2\pi\Delta r R_i$$

La porosidad que corresponde a un segmento i genérico del lecho es, a partir de las ecuaciones 2.2 y 2.3 del capítulo 2:

$$\epsilon_i = \epsilon_\infty \left[1 + \left(\frac{1}{\epsilon_\infty} - 1 \right) e^{(-6 \frac{(R_i - R_i^*)}{D_p})} \right] \quad i = 1, M \quad (I.2)$$

y la porosidad media a lo largo del área transversal (ϵ_a):

$$\epsilon_a = \frac{\sum_{i=1}^M A_i \epsilon_i}{\pi D_l^2 / 4} \quad (I.3)$$

I.3 Proceso iterativo

Para resolver el campo de velocidades y presiones se dispone de la ecuación de cantidad de movimiento (ecuación de Ergun 2.7) y de la ecuación de continuidad que será aplicada de forma integral. Para iniciar el proceso iterativo se plantea la ecuación de Ergun entre las secciones de entrada y salida:

$$f = \frac{150(1 - \epsilon)}{Re} + 1.75 \quad (I.4)$$

$$\Delta P = f L \frac{\rho_f}{D_p} \frac{1 - \epsilon}{\epsilon^3} v_o^2 \quad (I.5)$$

En función de la velocidad de entrada v_0 y el número de Reynolds puede calcularse un gradiente de presión media ΔP_a para empezar a iterar:

$$Re_a = \frac{\rho_f v_0 D_p}{\mu_f (1 - \epsilon_a)} \quad (I.6)$$

$$f_a = \frac{150(1 - \epsilon_a)}{Re_a} + 1.75 \quad (I.7)$$

$$\Delta P_a = f_a L \frac{\rho_f}{D_p} \frac{1 - \epsilon_a}{\epsilon_a^3} v_0^2 \quad (I.8)$$

Para calcular velocidad en cada segmento de la discretización radial del lecho se suponen los valores calculados de ΔP_a y f_a :

$$v_i = \sqrt{\frac{\Delta P_a D_p \epsilon_i^3}{L \rho_f (1 - \epsilon_i) f_a}} \quad i = 1, \dots, M \quad (I.9)$$

Una vez calculado el nuevo valor de v_i puede recalcularse el número de Reynolds y el factor f_i :

$$Re_i = \frac{D_p \rho_f v_i}{\mu_f (1 - \epsilon_i)} \quad (\text{I.10})$$

$$f_i = \frac{150(1 - \epsilon_i)}{Re_i} \quad (\text{I.11})$$

Llegados a este punto se vuelve a calcular el campo de velocidades con la ecuación I.9 e integrando se compara el caudal con el caudal dato Q_0 . El gradiente de presión debe ser el apropiado para que se cumpla la ecuación de continuidad, o en otras palabras, la constancia del caudal en cada una de las secciones transversales. Si el caudal obtenido es superior al de entrada el gradiente de presión debe disminuir y a la inversa. El proceso se repite hasta obtener la convergencia del caudal, esto es, cuando el error absoluto es menor de 10^{-3} .

Anexo II

Discretización de las ecuaciones diferenciales

II.1 Introducción

La solución analítica de las ecuaciones planteadas en el capítulo 2 no es posible. La matemática, sin embargo, ofrece técnicas aproximadas que permiten abordar un problema de este tipo: los métodos numéricos. Existen numerosas técnicas de este tipo. En este anexo se desarrolla la solución por el método de diferencias finitas. En geometrías que no son complejas se suele aplicar este método por su facilidad de implementación y buenos resultados. No presentan ninguna limitación en cuanto a su aplicabilidad, pudiéndose tratar cualquier tipo de heterogeneidad en las propiedades del medio así como cualquier no linealidad del problema.

Los métodos de diferencias finitas consisten en discretizar espacio-temporalmente, planteando las ecuaciones de conservación en volúmenes de control suficientemente pequeños para que puedan considerarse de propiedades constantes. Las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales pasan a ser ecuaciones algebraicas para las que existen numerosas técnicas de solución.

Los diferentes modos de aproximar las derivadas parciales dan lugar a diferentes esquemas en diferencias finitas. En general los de más fácil solución (métodos explícitos) están asociados a problemas de convergencia en la solución, de manera que es necesario elegir apropiadamente los parámetros de discretización para obtener una solución válida. La metodología que a continuación se desarrolla pasa por los siguientes puntos:

- 1) Definición de la discretización espacial en función de la geometría del lecho. Los parámetros de la discretización y los valores más adecuados se han estudiado en el capítulo 4, dedicado al análisis de sensibilidad.

2) Aproximación de las ecuaciones diferenciales por ecuaciones en diferencias.

Se plantearán las ecuaciones en diferencias para la partícula sólida, el fluido y la pared.

II.2 Ecuaciones para la partícula sólida

La ecuación diferencial que representa la conducción en la partícula sólida es la ecuación de Fourier:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (\text{II.1})$$

con condición de contorno:

$$h_s(T_{ss} - T_f) = -k_s \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=D_p/2} \quad (\text{II.2})$$

La discretización de las ecuaciones se hace para la malla definida en la figura II.1. Se consideran L nodos, el último de ellos en la superficie de la esfera, además de uno ficticio ($L + 1$) que corresponde al fluido. Existen tres casos según la localización del nodo: central ($i = 1$), interiores ($1 < i < L$) y del contorno ($i = L$).

Nodo central

En el centro de la esfera el término $(\frac{2}{r} \frac{\partial T_s}{\partial r})$ es indeterminado. Aplicando la regla de L'Hopital este término queda:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial T_s}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \quad (\text{II.3})$$

y la ecuación en el centro de la esfera es:

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = 3\alpha_s \frac{\partial^2 T_s}{\partial r^2} \quad (\text{II.4})$$

Haciendo uso de la discretización espacial, la ecuación anterior queda:

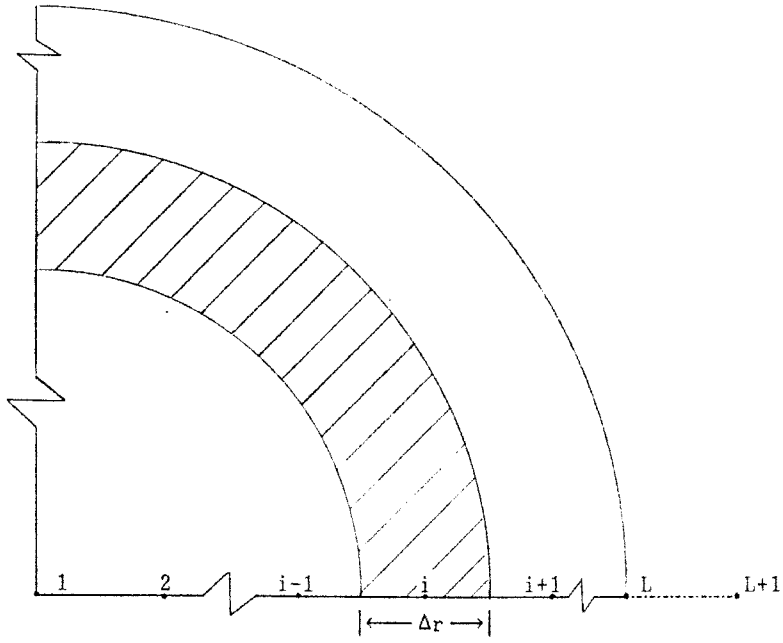


Figura II.1: Discretización espacial de la partícula sólida.

$$\frac{dT_{s1}}{dt} = \frac{6\alpha_s}{\Delta r^2}(T_{s2} - T_{s1}) \quad (\text{II.5})$$

Nodos interiores

La ecuación en diferencias finitas para los nodos interiores es:

$$\frac{dT_{s_i}}{dt} = \frac{\alpha_s}{\Delta r} \left\{ \frac{T_{s_{i+1}} - 2T_{s_i} + T_{s_{i-1}}}{\Delta r} + \frac{T_{s_{i+1}} - T_{s_{i-1}}}{R_i} \right\} \quad i \neq 1, L \quad (\text{II.6})$$

y reordenando:

$$\frac{dT_{s_i}}{dt} = \frac{\alpha_s}{\Delta r} \left\{ \frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{R_i} \right\} T_{s_{i-1}} - \frac{2\alpha_s}{\Delta r^2} T_{s_i} + \frac{\alpha_s}{\Delta r} \left\{ \frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{R_i} \right\} T_{s_{i+1}} \quad (\text{II.7})$$

Nodo del contorno

Para el nodo del contorno se utiliza el nodo ficticio $L + 1$ cuya temperatura cumple:

$$k_s \frac{T_{s_{L+1}} - T_{s_{L-1}}}{2\Delta r} = h_s(T_f - T_{ss}) \quad (\text{II.8})$$

Aplicando el balance de energía en el nodo superficial y utilizando II.8:

$$\frac{dT_{ss}}{dt} = \frac{2\alpha_s}{\Delta r} T_{s_{L-1}} - \left\{ \frac{2\alpha_s}{\Delta r^2} + \frac{2h_s}{\rho_s C p_s} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{D_p} \right) \right\} T_{ss} + \frac{2h_s}{\rho_s C p_s} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{D_p} \right) T_f \quad (\text{II.9})$$

En forma matricial el conjunto de las ecuaciones anteriores puede condensarse como:

$$\left[\frac{d\vec{T}_s}{dt} \right] = [S]\vec{T}_s + [W]T_f \quad (\text{II.10})$$

siendo las dimensiones de las matrices:

$$\vec{T}_s: L \times 1$$

$$[S]: L \times L$$

$$[W]: L \times 1$$

Los términos genéricos de las matrices son:

$$\begin{aligned} S_{1,1} &= -S_{1,2} = -\frac{6\alpha_s}{\Delta r} \\ S_{i,j} &= \frac{\alpha_s}{\Delta r} \left(\frac{1}{\Delta r} - \frac{1}{R_{i+1}} \right) & i \neq 1, L \text{ y } j = i - 1 \\ S_{i,j} &= -\frac{2\alpha_s}{\Delta r^2} & i \neq 1, L \text{ y } j = i \\ S_{i,j} &= \frac{\alpha_s}{\Delta r} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{1}{R_{i-1}} \right) & i \neq 1, L \text{ y } j = i + 1 \\ S_{i,j} &= \frac{2\alpha_s}{\Delta r^2} & i = L \text{ y } j = i - 1 \\ S_{i,j} &= -\left\{ \frac{2\alpha_s}{\Delta r^2} + \frac{2h_s}{\rho_s C p_s} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{D_p} \right) \right\} & i = L \text{ y } j = i \\ W_{L,1} &= \frac{2h_s}{\rho_s C p_s} \left(\frac{1}{\Delta r} + \frac{2}{D_p} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

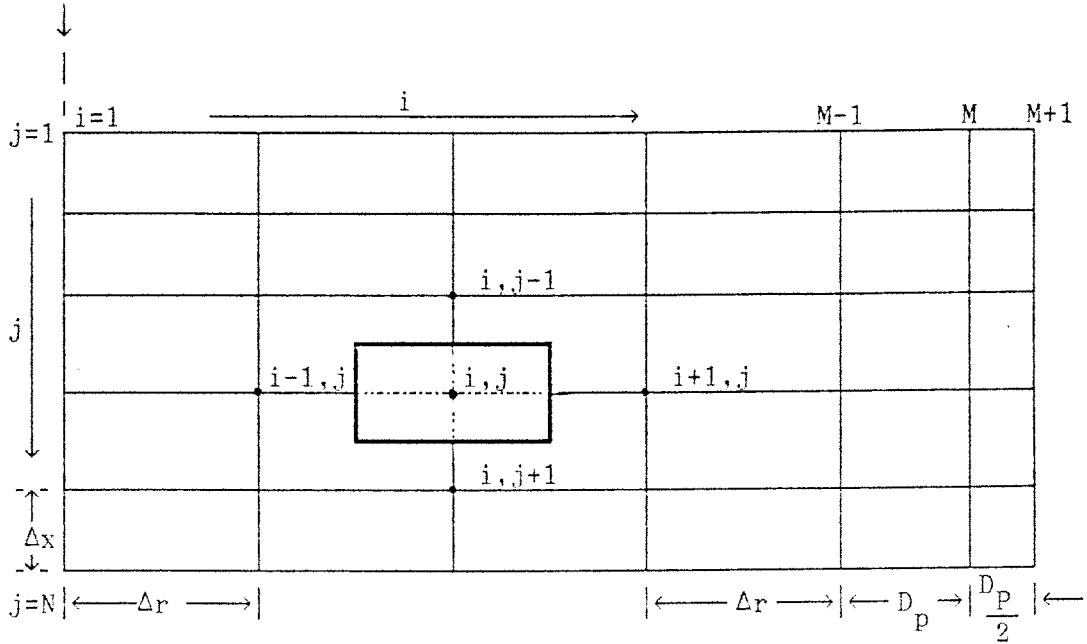


Figura II.2: Discretización espacial del lecho.

II.3 Ecuaciones para el fluido

A continuación se plantea la ecuación de conservación de la energía en un volumen de control del lecho fluido. El esquema utilizado será el implícito en la discretización temporal y central en la espacial. En primer lugar se obtendrá la ecuación para un caso general, particularizando posteriormente a las diferentes localizaciones. En la figura II.2 se describe la nomenclatura de la discretización utilizada.

II.3.1 Nodo general

Para un nodo interior \$(i, j)\$ la ecuación de balance de energía es:

$$\begin{aligned}
 \frac{T_{f,i,j}^{n+1} - T_{f,i,j}^n}{\Delta t} = & -v_i \frac{T_{f,i,j+1}^{n+1} - T_{f,i,j-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{k_{e_i}^x}{\rho_f C_{p_f}} \left\{ \frac{T_{f,i,j+1}^{n+1} - 2T_{f,i,j}^{n+1} + T_{f,i,j-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right\} \\
 & + \frac{k_{e_i}^r}{\rho_f C_{p_f}} \left\{ \frac{T_{f,i+1,j}^{n+1} - 2T_{f,i,j}^{n+1} + T_{f,i-1,j}^{n+1}}{\Delta r^2} \right\} + \frac{1}{R_i} \left\{ \frac{T_{f,i+1,j}^{n+1} - T_{f,i-1,j}^{n+1}}{2\Delta r} \right\} \\
 & + \frac{h_{s_i} a_i}{\epsilon_i \rho_f C_{p_f}} \{ T_{ss,i,j}^{n+1} - T_{f,i,j}^{n+1} \} \quad (II.12)
 \end{aligned}$$

Reordenando los términos de la ecuación anterior se tiene:

$$a_{i-1,j}T_{f_{i-1,j}}^{n+1} + a_{i,j}T_{f_{i,j}}^{n+1} + a_{i+1,j}T_{f_{i+1,j}}^{n+1} + a_{i,j-1}T_{f_{i,j-1}}^{n+1} + a_{i,j+1}T_{f_{i,j+1}}^{n+1} + B_i T_{ss_{i,j}}^{n+1} = T_{f_{i,j}}^n \quad (\text{II.13})$$

donde:

$$a_{i-1,j} = (E_i - D_i)$$

$$a_{i,j} = (1 + 2C_i + 2D_i + B_i)$$

$$a_{i+1,j} = -(E_i + D_i)$$

$$a_{i,j-1} = -(ZA_i + C_i)$$

$$a_{i,j+1} = (ZA_i - C_i)$$

$$ZA_i = \frac{v_i \Delta t}{2\Delta x}$$

$$K1_i = \frac{6h_{s_i}}{\rho_f C p_f \epsilon_i} \frac{1 - \epsilon_i}{D_p}$$

$$B_i = K1_i \Delta t$$

$$K3_i = \frac{k_{e_i}^r}{\rho_f C p_f}$$

$$K4_i = \frac{k_{e_i}^x}{\rho_f C p_f}$$

$$C_i = \frac{K4_i \Delta t}{\Delta x^2}$$

$$D_i = \frac{K3_i \Delta t}{\Delta r^2}$$

$$E_i = \frac{K3_i \Delta t}{2\Delta r R_i}$$

II.3.2 Nodo del eje del lecho ($i = 1$)

Los nodos del eje del lecho cumplen la condición de simetría ($\frac{\partial T_f}{\partial r} = 0$). Teniendo en cuenta esta condición, la ecuación en diferencias que representa el balance de energía en un nodo del eje es:

$$a_{1,j}T_{f_{1,j}}^{n+1} + a_{2,j}T_{f_{2,j}}^{n+1} + a_{1,j-1}T_{f_{1,j-1}}^{n+1} + a_{1,j+1}T_{f_{1,j+1}}^{n+1} + B_1T_{ss1,j}^{n+1} = T_{f_{1,j}}^n \quad (\text{II.14})$$

Los coeficientes de esta ecuación son los mismos que para el caso de nodos interiores con las particularidades:

$$a_{1,j} = (1 + 2C_1 + 4D_1 + B_1)$$

$$a_{2,j} = -4D_1$$

II.3.3 Nodo entre el contorno y el interior ($i = M - 1$)

El balance de energía es este nodo proporciona la ecuación en diferencias:

$$a_{M-1,j-1}T_{f_{M-1,j-1}}^{n+1} + a_{M-2,j}T_{f_{M-2,j}}^{n+1} + a_{M-1,j}T_{f_{M-1,j}}^{n+1} + a_{M-1,j+1}T_{f_{M-1,j+1}}^{n+1} + a_{M,j}T_{f_{M,j}}^{n+1} + B_{M-1}T_{ssm-1,j}^{n+1} = T_{f_{M-1,j}}^n \quad (\text{II.15})$$

donde:

$$a_{M-2,j} = -ZM1$$

$$a_{M-1,j} = (1 + 2C_{M-1} + ZM1 + ZM2 + B_{M-1})$$

$$a_{M,j-1} = -(Za_{M-1} + C_{M-1})$$

$$a_{M,j+1} = (ZA_{M-1} - C_{M-1})$$

$$ZM1 = \frac{k_{eM-1}^r \Delta t}{\rho_f C_{p_f}} \frac{AM1}{\Delta r}$$

$$ZM2 = \frac{k_{eM-1}^r \Delta t}{\rho_f C_{p_f}} \frac{AM2}{\Delta r_M}$$

$$AM1 = \frac{2(R_{M-1} - 0.5\Delta r)}{(R_{M-1} + 0.5\Delta r_M)^2 - (R_{M-1} - 0.5\Delta r)^2}$$

$$AM2 = \frac{2(R_{M-1} + 0.5\Delta r)}{(R_{M-1} + 0.5\Delta r_M)^2 - (R_{M-1} - 0.5\Delta r)^2}$$

II.3.4 Nodo del contorno del lecho ($i = M$)

Se analiza a continuación un nodo junto a la pared ($i = M$). En el balance interviene el intercambio de energía con la pared a través del coeficiente de película h_w :

$$a_{M,j-1}T_{f_{M,j-1}}^{n+1} + a_{M-1,j}T_{f_{M-1,j}}^{n+1} + a_{M,j}T_{f_{M,j}}^{n+1} + a_{M,j+1}T_{f_{M,j+1}}^{n+1} + B_M T_{ss_{M,j}}^{n+1} + H_w T_{w_j}^{n+1} = T_{f_{M,j}}^n \quad (\text{II.16})$$

donde:

$$a_{M-1,j} = -ZDM$$

$$a_{M,j} = (1 + 2C_M + ZDM + B_M + H_w)$$

$$a_{M,j-1} = -(ZA_M + C_M)$$

$$a_{M,j+1} = (ZA_M - C_M)$$

$$H_w = \frac{h_w A^i \Delta t}{\rho_f C p_f \epsilon_M}$$

$$A^i = \frac{R_i}{R_M \Delta r_M}$$

$$ZDM = \frac{k_{e_M}^r \Delta t}{\rho_f C p_f} \frac{R_M - 0.5D_p}{R_M D_p^2}$$

II.3.5 Nodo de entrada al lecho ($j = 1$)

Al plantear la ecuación de balance de energía en un nodo de entrada al lecho basta con particularizar la temperatura de la sección anterior como la del nodo ficticio cuya temperatura es la del fluido. En particular

1) Nodo del eje ($i = 1$)

$$a_{1,j}T_{f_{1,j}}^{n+1} + a_{2,j}T_{f_{2,j}}^{n+1} + a_{1,j+1}T_{f_{1,j+1}}^{n+1} + B_1 T_{ss_{1,j}}^{n+1} = T_{f_{1,j}}^n - a_{1,0}T_{f_{1,0}}^{n+1} \quad (\text{II.17})$$

2) Nodo intermedio ($1 < i < M - 1$)

$$a_{i-1,j}T_{f_{i-1,j}}^{n+1} + a_{i,j}T_{f_{i,j}}^{n+1} + a_{i+1,j}T_{f_{i+1,j}}^{n+1} + a_{i,j+1}T_{f_{i,j+1}}^{n+1} + B_i T_{ss_{i,j}}^{n+1} = T_{f_{i,j}}^n - a_{i,0}T_{f_{i,0}}^{n+1} \quad (\text{II.18})$$

3) Nodo anterior al del contorno ($i = M - 1$)

$$a_{M-2,j}T_{f_{M-2,j}}^{n+1} + a_{M-1,j}T_{f_{M-1,j}}^{n+1} + a_{M-1,j+1}T_{f_{M-1,j+1}}^{n+1} + a_{M,j}T_{f_{M,j}}^{n+1} + B_{M-1}T_{ss_{M-1,j}}^{n+1} = T_{f_{M-1,j}}^n - a_{M-1,0}T_{f_{M-1,0}}^{n+1} \quad (\text{II.19})$$

4) Nodo del contorno ($i = M$)

$$a_{M-1,j}T_{f_{M-1,j}}^{n+1} + a_{M,j}T_{f_{M,j}}^{n+1} + a_{M,j+1}T_{f_{M,j+1}}^{n+1} + B_M T_{ss_{M,j}}^{n+1} + H_w T_{w_j}^{n+1} = T_{f_{M,j}}^n - a_{M,j-1}T_{f_{M,j-1}}^{n+1} \quad (\text{II.20})$$

II.3.6 Nodo de salida del lecho ($j = N$)

En la sección de salida del lecho se aplica la condición de contorno expresada por la ecuación 2.17 del capítulo 2:

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{L^+} = 0 \quad (\text{II.21})$$

En la aplicación práctica de esta condición, por problemas de estabilidad de la solución, se comprueba (Beasley (1.983)) que es más conveniente imponer la condición:

$$T_{f_{i,N+1}} = 2T_{f_{i,N}} - T_{f_{i,N-1}} \quad (\text{II.22})$$

Los coeficientes $a_{i,N}$ y $a_{i,N-1}$ se modifican según:

$$a_{i,N} = (1 + 2C_i + 2D_i + B_i + 2ZA_i)$$

$$a_{i,N-1} = -2ZA_i$$

Haciendo uso de esta condición se tiene una ecuación de balance de energía, según la localización del nodo, de la forma:

1) Nodo del eje ($i = 1$)

$$a_{1,N}T_{f_{1,N}}^{n+1} + a_{2,N}T_{f_{2,N}}^{n+1} + a_{1,N-1}T_{f_{1,N-1}}^{n+1} + B_1T_{ss_{1,N}}^{n+1} = T_{f_{1,N}}^n \quad (\text{II.23})$$

2) Nodo intermedio ($1 < i < M - 1$)

$$a_{i-1,N}T_{f_{i-1,N}}^{n+1} + a_{i,N}T_{f_{i,N}}^{n+1} + a_{i+1,N}T_{f_{i+1,N}}^{n+1} + a_{i,N-1}T_{f_{i,N-1}}^{n+1} + B_iT_{ss_{i,N}}^{n+1} = T_{f_{i,N}}^n \quad (\text{II.24})$$

3) Nodo anterior al del contorno ($i = M - 1$)

$$a_{M-1,N-1}T_{f_{M-1,N-1}}^{n+1} + a_{M-2,N}T_{f_{M-2,N}}^{n+1} + a_{M-1,N}T_{f_{M-1,N}}^{n+1} + a_{M,N}T_{f_{M,N}}^{n+1} + B_{M-1}T_{ss_{M-1,N}}^{n+1} = T_{f_{M-1,N}}^n \quad (\text{II.25})$$

4) Nodo del contorno ($i = M$)

$$a_{M,N-1}T_{f_{M,N-1}}^{n+1} + a_{M-1,N}T_{f_{M-1,N}}^{n+1} + a_{M,N}T_{f_{M,N}}^{n+1} + B_M T_{ss_{M,N}}^{n+1} + H_w T_{w_N}^{n+1} = T_{f_{M,N}}^n \quad (\text{II.26})$$

II.4 Ecuaciones para la pared

La conducción en la pared se considera unidimensional, despreciándose los efectos de borde. En la figura II.2 se muestra la nomenclatura de los nodos utilizados. La ecuación en diferencias que representa el balance de un nodo de la pared es:

$$a_j T_{w_j}^{n+1} + a_{j-1} T_{w_{j-1}}^{n+1} + a_{j+1} T_{w_{j+1}}^{n+1} + H_w T_{f_{m,j}}^{n+1} = T_{w_j}^n + H_\infty T_{f_\infty}^{n+1} \quad (\text{II.27})$$

siendo:

$$a_j = (1 + 2F1 + H_w + H_\infty)$$

$$a_{j-1} = a_{j+1} = F1$$

$$F1 = \frac{\alpha_w \Delta t}{\Delta x^2}$$

$$\alpha_w = \frac{k_w}{\rho_w C p_w}$$

$$H_w = \frac{h_w A_w^i \Delta t}{\rho_w C p_w}$$

$$H_\infty = \frac{U_\infty A_w^o \Delta t}{\rho_w C p_w}$$

$$A_w^i = \frac{2R_l}{R_w^2 - R_l^2}$$

$$A_w^o = \frac{2R_w}{R_w^2 - R_l^2}$$

R_w : radio exterior del lecho

En el nodo de entrada la ecuación es:

$$a_1 T_{w_1}^{n+1} + a_2 T_{w_2}^{n+1} + H_w T_{f_{M,1}}^{n+1} = T_{w_1}^n + H_\infty T_\infty^{n+1} \quad (\text{II.28})$$

y finalmente para el nodo de salida:

$$a_N T_{w_N}^{n+1} + a_{N-1} T_{w_{N-1}}^{n+1} + H_w T_{f_{m,N}}^{n+1} = T_{w_N}^n + H_\infty T_\infty^{n+1} \quad (\text{II.29})$$

con:

$$a_N = (1 + F1 + H_w + H_\infty)$$

UNIVERSIDAD DE SEVILLA

Reunido el Tribunal de Grados por los señores académicos
en el día de la fecha, para juzgar la Tesis Doctoral de
D. Isbeyeh Wasmy Mayed
titulada Análisis Bidimensional Transitorio de
Sistemas de Almacenamiento de Energía
Térmica en Lechos Porosos.
acordó otorgarle la calificación de

APTO cum laude.

Sevilla, 23 de Junio de 1993

El Vocal,

M. M. = 1

El Presidente

[Signature]

El Vocal,

[Signature]

El Secretario,

[Signature]

El Vocal,

[Signature]
El Doctorado,
[Signature]



500399607

ESI D T.105