

CONTROL PREDICTIVO ROBUSTO: Aplicación al Control de Temperatura de un Invernadero

*S. PIÑÓN, *M. PEÑA y *E.F. CAMACHO

*Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla.

Escuela Superior de Ingenieros, Camino de los Descubrimientos s/n 41092 Sevilla, España.

Tel.: +34 954487360 Fax: +34 954487340 e-mail: spinon@cartuja.us.es

^Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan. Argentina.

Resumen

En el presente trabajo se propone un esquema para el control de temperatura en el interior de un invernadero. Para ello se da una aproximación que se basa en la combinación de dos esquemas diferentes de control: linealización por realimentación (FL) y desigualdades matriciales lineales (LMI). El algoritmo consiste en tres pasos, primero una linealización por realimentación, segundo la deducción del sistema con incertidumbres y finalmente la optimización basada en LMI. Varias simulaciones muestran el efecto de la combinación de estas técnicas en el desempeño de la temperatura en el interior de un invernadero.

Palabras clave: sistemas no lineales, control predictivo, linealización por realimentación, control con restricciones, LMI

1 INTRODUCCIÓN

El uso de la linealización por realimentación (FL) en el control predictivo (MPC) ha estado motivado por el hecho de que se trabaja con el sistema no lineal como si fuera lineal. Por otra parte, el esfuerzo de cálculo que se debe realizar se reduce considerablemente a pesar de que las restricciones de entrada que en principio son lineales, se hacen no lineales en la mayoría de los casos. La desventaja fundamental de la linealización por realimentación es la pobre robustez a la que da lugar en el caso de que ocurran errores de modelado. En [3] se describe un método de diseño de un controlador robusto utilizando LMI's. Además, se utiliza una descripción explícita del modelo con incertidumbres y el problema de control predictivo se resuelve usando métodos de optimización convexa basados en LMI's. Una desventaja de este método es que las no linealidades son manipuladas como incertidumbres de un modelo lineal, lo cual conduce a una solución muy conservadora.

En este trabajo se propone un método de diseño para el control predictivo no lineal robusto aplicando las técnicas basadas en LMI's para un sistema de un invernadero linealizado por realimentación entrada/salida (linealización I/O) en el

que se combinan las ventajas de ambos métodos. Otra razón para introducir esta combinación de técnicas es la necesidad de incrementar la eficiencia computacional por medio de la linealización de la planta y luego reformular el problema de control MPC en las nuevas coordenadas linealizadas. De esta manera, el modelo no lineal utilizado originalmente por el MPC se hace lineal, lo cual conduce a una fácil implementación del algoritmo MPC y a una reducción significativa de los cálculos que están involucrados en el problema de optimización no lineal. Para poder resolver el problema de control predictivo robusto con algoritmos basados en LMI se ha formulado la descripción de las incertidumbres para el sistema linealizado por I/O y se formula la ley de control por realimentación. El algoritmo que se sugiere (MPC+FL+LMI) consta de los siguientes pasos:

1. Aplicar la linealización I/O usando la ley de control por realimentación que se calcula basados en el modelo nominal.
2. Encontrar una descripción con incertidumbres para el sistema linealizado y la ley de control no lineal.
3. Resolver el problema de control predictivo en cada instante de tiempo utilizando para ello técnicas de LMI's.

El artículo está organizado como sigue: en la sección II se describe el sistema no lineal de un invernadero conjuntamente con la suposición de una señal de referencia, las incertidumbres y las cotas. En la sección III se describe la linealización I/O del sistema. En la sección IV se da una realización específica para la descripción con incertidumbres del sistema linealizado por realimentación de la misma forma que como se hace en [3]. En la sección V se describe la solución del problema MPC utilizando LMI's. Finalmente, en la sección VI se muestra el desempeño de la estructura MPC+FL+LMI para un sistema de un invernadero. En la sección VII se incluyen además algunas conclusiones generales.

2 MODELO NO LINEAL DEL INVERNADERO

En este trabajo se ha utilizado un modelo de invernadero de una sola capa cobertora. En 1993 [6] discutió formalmente el modelo no lineal de invernadero que aquí se ha seleccionado. El mismo tiene en cuenta la radiación solar absorbida, el intercambio de radiación entre el cielo y el cobertor y entre el cobertor y el espacio interior del invernadero. Se tienen en cuenta también los intercambios de calor debido a la convección: entre el aire interior y el cobertor, entre el cobertor y el aire exterior, y finalmente, el calor latente liberado por el vapor de agua condensada. El balance de energía del aire interior incluye el intercambio convectivo con el cobertor, con el cultivo y con el suelo, así como el intercambio de calor con el aire exterior. Para mayor simplicidad se considera que la masa de aire en el interior está distribuida a una temperatura homogénea. Las temperaturas del cobertor (T_c), del interior (T_i) y del suelo (T_f) son variables medidas. Debido a que la temperatura del cultivo (T_p) no puede medirse directamente, se estima mediante un Filtro de Kalman Extendido (EKF) tal y como se discutió en [5]. Las tablas 1, 2 y 3, muestran los símbolos y parámetros utilizados en el modelo:

$$\begin{aligned} \dot{T}_c &= \left(\frac{c_1 T_c + c_2 T_c^4 + c_3 T_f^4 + c_8 T_i}{c_{15}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_6 r_{ad} + c_7 R_{ads} + c_4 T_a + c_5 T_a^4}{c_{15}} \right) \\ \dot{T}_i &= \frac{c_8 T_c + c_9 T_i + c_8 T_f + c_{10} T_p + c_{11} T_a + Q_{cal}}{c_{25}} \\ \dot{T}_f &= \left(\frac{c_{12} T_c^4 + c_8 T_i + c_{13} T_f + c_{14} T_f^4 + c_{19} L_f(T_f)}{c_{30}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_{17} R_{ad} + c_{18} R_{ads} + c_{16} T_a^4 + c_{20} T_{bl}}{c_{30}} \right) \quad (1) \\ \dot{T}_p &= \left(\frac{c_{21} T_s^4 + c_{22} T_i + c_{23} T_p + c_{24} T_p^4}{c_{31}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_{29} L_p(T_p) + c_{27} R_{ad} + c_{28} R_{ads} + c_{26} T_a^4}{c_{31}} \right) \end{aligned}$$

Al sistema se lo ha representado como SISO y discretizado por el método de Euler cada 3.6 seg ($\Delta t = 0.001 h$). Se han considerado además varias perturbaciones. El vector de estado $x(k) = [T_c \ T_i \ T_f \ T_p]$. Para este caso, se ha tomado a la temperatura del aire interior como la variable controlable del sistema y al flujo de calor Q_{cal} como la variable de control. Para completar la dinámica del invernadero se han tenido en cuenta perturbaciones tales como: la radiación solar directa (R_{ad}), la radiación solar difusa (R_{ads}), la temperatura del aire en el exterior (T_a) y la

temperatura bajo una capa de suelo de 10 cm de profundidad (T_{bl}).

Considerando las incertidumbres en los coeficientes de transferencia de calor h_i y q_h , las cuales están presentes en la totalidad de las ecuaciones del sistema, el modelo con incertidumbres se describe por

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \tilde{f}(x(k)) + \tilde{g}(x(k))u(k) + \tilde{p}_d(x(k))d(k) \\ y &= h_0(x(k)) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde

$$x(k+1) = [T_c(k+1) \ T_i(k+1) \ T_f(k+1) \ T_p(k+1)]^T$$

y la variable de control es el flujo de calor dado por el calefactor/refrigerador $u(k) = Q_{cal}$ donde

$$\begin{aligned} \tilde{f}(x(k)) &= f_0(x(k)) + \Delta f(x(k)), \\ f_0(x(k)) &= [f_1(x) \ f_2(x) \ f_3(x) \ f_4(x)]^T \\ \Delta f(x(k)) &= [\Delta f_1 \ \Delta f_2 \ \Delta f_3 \ \Delta f_4] \end{aligned}$$

donde $x \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estado, $u \in \mathbb{R}$ es la entrada, $d \in \mathbb{R}^4$ es el vector de las perturbaciones e $y \in \mathbb{R}$ es el de salida. $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^{4 \times 1}$, $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{4 \times 1}$, $p : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^{4 \times 4}$ son campos vectoriales suaves, y $h_c : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ es una función suave.

El vector columna $\tilde{g}(x(k))$ puede formularse como

$$\tilde{g}(x(k)) = g_0(x(k)) = [0 \ \frac{1}{c_{25}} \ 0 \ 0]^T$$

y

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{c_1 T_c + c_2 T_c^4 + c_3 T_f^4 + c_8 T_i}{c_{15}} \\ f_2(x) &= \frac{c_8 T_c + c_9 T_i + c_8 T_f + c_{10} T_p}{c_{25}} \\ f_3(x) &= \frac{c_{12} T_c^4 + c_8 T_i + c_{13} T_f + c_{14} T_f^4 + c_{19} L_f(T_f)}{c_{30}} \\ f_4(x) &= \frac{c_{21} T_c^4 + c_{22} T_i + c_{23} T_p + c_{24} T_p^4 + c_{29} L_p(T_p)}{c_{31}} \end{aligned}$$

Los términos para el calor latente de las superficies sólidas son,

$$L_f(T_f) = \frac{0.62 e^{\beta(T_f)}}{1.10^5 - e^{\beta(T_f)}} \quad L_p(T_p) = \frac{0.62 e^{\beta(T_p)}}{1.10^5 - e^{\beta(T_p)}}$$

para el suelo y la planta respectivamente. Donde β es un factor empírico que depende de forma no-lineal del perfil de temperatura. El vector de las perturbaciones está formado por

$$d(k) = [R_{ad} \ R_{ads} \ T_a \ T_{bl}]^T$$

y la matriz de las perturbaciones es

$$\Delta p_d(x(k)) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta c_{11} \Delta t}{c_{25}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

adicionalmente

$$\begin{aligned}\Delta f_1 &= \frac{\Delta c_1 T_c(k) + \Delta c_8 T_i(k)}{c_{15}} \\ \Delta f_2 &= \frac{\Delta c_8 T_c(k) + \Delta c_9 T_i(k) + \Delta c_8 T_f(k) + \Delta c_{10} T_p(k)}{c_{25}} \\ \Delta f_3 &= \frac{\Delta c_8 T_i(k) + \Delta c_{13} T_f(k)}{c_{30}} \\ \Delta f_4 &= \frac{\Delta c_{22} T_i(k) + \Delta c_{23} T_p(k)}{c_{31}}\end{aligned}$$

Se supone que f_0 y Δf son afines en $x(k)$, así

$$\begin{aligned}f_0(x(k)) &= F_0(x(k))x(k) \\ \Delta f(x(k)) &= F_\Delta(x(k))x(k)\end{aligned}$$

Se supone además que F_0, F_Δ, g_0 y p_0 están acotadas para todo $x \in X$, así

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(F_0(x(k))) &< \infty, & \bar{\sigma}(F_\Delta(x(k))) &< \infty \\ \bar{\sigma}(g_0(x(k))) &< \infty, & \bar{\sigma}(p_0(x(k))) &< \infty\end{aligned}$$

donde $\bar{\sigma}$ denota el mayor de los valores singulares.

3 LINEALIZACIÓN I/O DEL INVERNADERO

En este trabajo se realiza la linealización I/O de un invernadero. Se obtuvieron el grado relativo del sistema $r = 1$ y un difeomorfismo $\begin{bmatrix} \xi^T(k) & \eta^T(k) \end{bmatrix}$ donde $\xi_1 = T_i(k)$ y $\eta(k) = \begin{bmatrix} T_c(k) & T_f(k) & T_p(k) \end{bmatrix}$ se define también y donde se desacoplan las perturbaciones. Por tanto, el sistema transformado expresado en forma normal es

$$\begin{aligned}\xi_1(k+1) &= A\xi(k) + Bv(k) \\ \eta(k+1) &= \bar{q}(\xi(k), \eta(k)) + \bar{k}(\xi(k), \eta(k)) \\ y(k) &= \xi_1(k)\end{aligned}\quad (3)$$

donde: $A = A_0 + \Delta A$ y $B = B_0 + \Delta B$. Se definió una ley de control por realimentación

$$u(k) = \alpha(x(k)) + b(x(k))v(k) + \gamma(x(k))d(k)$$

donde: $a(x(k)) = -f_2(x(k))c_{25}$, $b(x(k)) = c_{25}$ y $\gamma(x(k)) = -c_{11}$. Entonces

$$\begin{aligned}u(k) &= c_{15} \left(v(k) - f_2(x(k)) - \frac{c_{11}}{c_{15}} T_a(k) \right) \\ u(k) &= c_{15}v(k) - c_8 T_c(x(k)) + c_9 T_i(k) \\ &\quad + c_8 T_f(k) + c_{10} T_p(k) - c_{11} T_a(k)\end{aligned}\quad (4)$$

por medio del cual el modelo linealizado se transforma en

$$\begin{aligned}\xi_r(k+1) &= A_0 \xi(k) + B_0 v(k) \\ \eta(k+1) &= \bar{q}(\xi(k), \eta(k)) + \bar{k}(\xi(k), \eta(k))d(k)\end{aligned}$$

donde $A_0 = 1$, $B_0 = \Delta T/2$ y $C_0 = 1$. Se han introducido las funciones suaves \bar{q} y \bar{k} . Los detalles de como estas funciones dependen de f , g , p y h pueden verse en [1]. En este caso

$$\begin{aligned}\bar{q} &= \begin{bmatrix} f_1(x) & f_3(x) & f_5(x) \end{bmatrix} \\ \bar{k} &= \begin{bmatrix} p_1(x) & p_3(x) & p_5(x) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Por tanto, la ley de control linealiza exactamente el mapeo entre la entrada transformada $v(k)$ y la salida $y(k)$. consecuentemente, puede diseñarse un controlador lineal que satisfaga los objetivos de control tales como la referencia a seguir. Es importante hacer notar que la dinámica de los ceros η continúa siendo no lineal aunque como se demostró en [4] esta es estable.

4 DESCRIPCIÓN DEL MODELO CON INCERTIDUMBRES

El punto de partida del MPC+LMI, es una descripción específica del modelo con incertidumbres (como describió [3]). En esta sección se da la descripción del modelo con incertidumbres pero para el sistema del invernadero linealizado por I/O. La misma se hace por construcción de una Representación Fraccional Lineal (LFR). Entonces, consecuentemente con la sección 2, conjuntamente con la ley de linealización I/O de la Ec. (4) existe una descripción con incertidumbres del sistema linealizado que está dada por

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + Bv(k) + B_p p(k) \\ \hat{u}(k) &= C_u \hat{x}(k) + D_{uv} v(k) + D_{up} p(k) \\ \hat{y}(k) &= C_y \hat{x}(k) \\ q(k) &= C_q \hat{x}(k) + D_{qp} p(k) \\ p(k) &= \Delta q(k)\end{aligned}\quad (5)$$

donde $\hat{x}(k)$ es el nuevo estado, $\hat{v}(k)$ la nueva entrada de control, $\hat{y}(k)$ la salida controlada y $p(k)$ las perturbaciones. Δ es un operador diagonal tal que

$$\|\Delta_i(k)\|_2 = \bar{\sigma}(\Delta_i(k)) \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n_i \quad k \geq 0$$

y n_i es el número de parámetros con incertidumbres en el sistema linealizado. Además $p_i(k) = \delta_i(k)q_i(k) \quad i = 1, 2, \dots, n$. Para el problema se supone que los parámetros con incertidumbres están dentro de un rango $k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$. El parámetro con incertidumbre es modelado como $\delta_i(k) = (k_i - k_{i \text{ nom}})/k_{i \text{ mid}}$ donde $k_{i \text{ mid}} = (k_{i \text{ max}} - k_{i \text{ min}})/2$, $k_{i \text{ nom}} = (k_{i \text{ max}} + k_{i \text{ min}})/2$ y $k_1 = h_i$, $k_2 = q_h$.

Entonces, sea el sistema en LFR para $A = 1$, $B = 0.1h$, $C_y = 1$, $C_u = -144$, $D_{uv} = 2.328$, y sea

$$c_q = \begin{bmatrix} 2.011 & 2.108 \end{bmatrix}^T$$

y

$$D_{up} = \begin{bmatrix} 0.619 & 0.619 & 0.773 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.108 \end{bmatrix}^T$$

puede darse una realización con incertidumbres específica del sistema realimentado, para un 20 % de incertidumbres en h_i y 50 % en q_h , y sustituyendo en la Ec. (5) conjuntamente con la dinámica de los ceros conduce a las Ecs. (2) y (4).

5 SOLUCIÓN AL PROBLEMA MPC USANDO LMI

El problema de control MPC+LMI es encontrar, en cada instante de tiempo k , una realimentación de estado $v(k) = K\hat{x}(k)$ tal que se optimice el criterio

$$\min_{v(k)} \max_{\Delta} J(k) = \sum_{i=1}^{\infty} e_{error}^T(k+i|k) Q_1 e_{error}(k+i|k) + \sum_{i=1}^{\infty} v^T(k+i-1|k) R v(k+i-1|k) \quad (6)$$

sujeto a una restricción en la entrada

$$\max_{\Delta} \|u(k+i)\|_2 \leq u_{\max}, \quad (7)$$

y en los estados

$$\max_{\Delta} \|e_{error}(k+i)\|_2 \leq e_{\max} \quad (8)$$

cuando el $e_{error}(k) = \hat{y}(k) - y_{ref}(k)$.

El problema MPC+LMI puede reducirse a un problema de optimización convexo utilizando desigualdades matriciales lineales [3] que lo convierten en un problema de minimización de una función objetivo lineal.

Teorema: Dado un sistema con una descripción con incertidumbres como la mostrada en la sección anterior y el problema de control de minimizar la Ec. (6) sujeto a las restricciones de las Ecs. (7) y (8). La realimentación de estados $F = YQ^{-1}$, donde Q e Y se obtienen de la solución (si existe) del problema de minimización de una función objetivo lineal, minimizando el peor caso de $J(k)$, puede encontrarse resolviendo:

$$\min_{Q, Y, \Lambda, T_e, T_u} \tilde{\gamma} \quad (9)$$

sujeto a las siguientes restricciones

$$\begin{bmatrix} Q - Q^T = 0, Q > 0 \\ 1 & e_{error}(k|k)^T \\ e_{error}(k|k) & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} Q & Y^T R^{\frac{1}{2}} & Q Q_1^{\frac{1}{2}} & A_{14} & A_{15} \\ * & \tilde{\gamma} I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \tilde{\gamma} I & 0 & 0 \\ * & * & * & \Lambda & 0 \\ * & * & * & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} e_{\max}^2 Q & B_{21} & B_{31} \\ * & T_e & 0 \\ * & * & B_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 Q & C_{12} & C_{13} \\ * & T_u & 0 \\ * & * & I - D_{up} T_u^{-1} D_{up}^T \end{bmatrix} \geq 0 \quad (13)$$

$$\Lambda > 0 \quad T_e^{-1} > 0 \quad T_u^{-1} > 0 \quad (14)$$

para

$$\begin{aligned} A_{14} &= (C_q Q + D_{qv} Y)^T, & A_{15} &= (A Q + B_u Y)^T, \\ A_{55} &= Q - B_p \Lambda B_p^T & B_{33} &= I - C_y B_p T_e^{-1} B_p^T C_y^T \\ B_{31} &= (A Q + B_v Y)^T C_y^T & B_{21} &= (C_q Q + D_{qv} Y)^T \\ C_{11} &= (C_q Q + D_{qv} Y)^T & C_{13} &= (C_u Q + D_{uv} Y)^T \end{aligned}$$

para $T_y = \text{diag}(t_{e_1} I_{n_1}, \dots, t_{e_r} I_{n_r}) > 0$, $T_u = \text{diag}(t_{u_1} I_{n_1}, \dots, t_{u_r} I_{n_r})$ y Λ y T_e , T_u particionados como Δ .

Prueba: las LMI's de la Ecs. (10 - 12) para resolver la Ec. (9) están dadas en [2]. Las LMI's de las Ecs. (13) y (14) pueden deducirse como sigue: Para cualquier $\Delta(k+i)$, $i \geq 0$, se tiene

$$\begin{aligned} \hat{u}(k) &= C_u \hat{x}(k) + D_{uv} v(k) + D_{up} p(k) \\ &= (C_u + D_{uv} F) \hat{x}(k) + D_{up} p(k) \end{aligned} \quad (15)$$

y también

$$\begin{aligned} &\max_{i \geq 0} \|u(k+i|k)\|_2 = \\ &= \max_{i \geq 0} \|(C_u + D_{uv} F) \hat{x}(k+i|k) + D_{up} p(k+i|k)\|_2 \\ &\leq \max_{z^T z \leq 1} \|(C_u + D_{uv} F) Q_1^{1/2} z + D_{up} p(k+i|k)\|_2, \quad i \geq 0. \end{aligned}$$

Además, se desea

$$\|(C_u + D_{uv} F) \hat{x}(k+i|k) + D_{up} p(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max}, \quad i \geq 0$$

cuando $p(k+i|k)$ y z satisfacen las siguientes desigualdades

$$\begin{aligned} p_j(k+i|k)^T p_j(k+i|k) &\leq z^T Q_1^{1/2} (C_u + D_{uv} F) Q_1^{1/2} z \\ j &= 1, \dots, r \end{aligned}$$

y $z^T z < 1$. Esto se satisface si $\exists t_{u_1}, \dots, t_{u_r}, t_{u_{r+1}} > 0 \quad \forall z, p(k+i|k)$ y utilizando el Procedimiento-S descrito en [2]

$$\begin{bmatrix} z \\ p(k+i|k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ p(k+i|k) \end{bmatrix} \leq u_{\max}^2 - t_{u_{r+1}}, \quad i \geq 0,$$

donde

$$\begin{aligned} D_{11} &= Q^{1/2} (C_u + D_{uv} F)^T (C_u + D_{uv} F) Q^{1/2} \\ &\quad + Q^{1/2} C_q^T T_u C_q Q^{1/2} - t_{r+1} I \\ D_{12} &= Q^{1/2} (C_u + D_{uv} F)^T D_{qp} \\ D_{21} &= D_{qp}^T (C_u + D_{uv} F)^T Q^{1/2} \\ D_{22} &= D_{qp}^T T_u D_{qp} \end{aligned}$$

y $T_u = \text{diag}(t_{u_1} I_{n_1}, \dots, t_{u_r} I_{n_r}) > 0$. Sin pérdida de generalidad, puede elegirse $u_{\max}^2 = t_{u_{r+1}}$ y luego multiplicando por $Q^{1/2}$ por derecha e izquierda, lo anteriormente mencionado puede simplificarse haciendo $Y = FQ$ y $Q^T - Q = 0$. Simplificando, se obtiene

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 Q & (C_q Q + D_{qv} Y)^T & (C_u Q + D_{uv} Y)^T \\ * & T_u & 0 \\ * & * & I - D_{up} T_u^{-1} D_{up}^T \end{bmatrix} \geq 0$$

Esto establece la Ec. (12.)

6 RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

Se realizaron varias simulaciones para ganar un mejor conocimiento de las propiedades de desempeño y eficiencia del MPC robusto vía linealización I/O (MPC+FL+LMI). Todos los casos fueron implementados usando Matlab 5.3 en un Pentium 550 MHz, 128 MByte RAM. Basados en los resultados experimentales del Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria (INTA), de San Juan, Argentina (para plántulas de tomate) es necesario que la temperatura permanezca alrededor de 25 °C. Sin embargo, para ahorrar energía durante la noche, la temperatura del aire en el interior del invernadero puede caer hasta 10 °C.

En esta aplicación, el error y el esfuerzo de control se pesan en forma diferente durante el día y la noche para lograr un mayor ahorro energético. Q_d, Q_n se definen como factores que pesan el error durante el día y la noche respectivamente. Mientras que R_d, R_n denotan el esfuerzo de control. La idea es diseñar un controlador por realimentación para seguir la temperatura de referencia (25°C) haciendo que el e_{error} entre la temperatura deseada y controlada sea $\|e_{\text{error}}\| < 3^\circ\text{C}$ durante el día y $\|e_{\text{error}}\| < 15^\circ\text{C}$ durante la noche y que la acción de control $\|u\| \leq 300 \text{ W/m}^2$. Además, es necesario que el tiempo de asentamiento y el máximo sobreimpulso sean mínimos. Pero que por otra parte, la estabilidad robusta y el desempeño obtenido en presencia de incertidumbres en los parámetros h_i y q_h sea máximo.

La Fig. 1 muestra algunas simulaciones que se hicieron para diferentes tipos de incertidumbres en los parámetros h_i (coeficiente de transferencia de calor por convección en el interior del invernadero). Todas las simulaciones se llevaron a cabo para $Q_d = 1, R_d = 0.001, Q_n = 1, R_n = 10$, con 20 % de incertidumbre en h_i . La línea de puntos muestra los valores de la simulación para incertidumbres de tipo aleatoria, alrededor del valor nominal. La línea discontinua indica los valores para el caso cuando existe una incertidumbre cons-

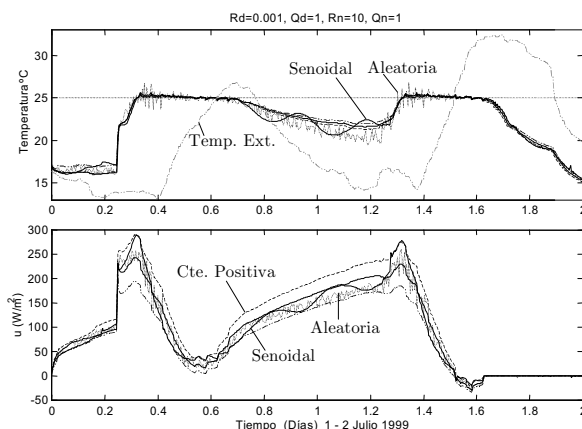


Figura 1: Respuesta de MPC+FL+LMI a varias formas de incertidumbre.

tante positiva. La simulación representada por dos puntos y raya corresponde a los valores de incertidumbre constante negativa y la línea continua indica los valores de la simulación con una incertidumbre tipo seno. La Fig. 1 a muestra la temperatura (°C) del aire interior para cada corrida, así como la evolución de la temperatura del aire en el exterior y el valor deseado para la temperatura del aire interior. Puede verse que el controlador MPC+FL+LMI responde de forma muy similar en todos los casos. La Fig. 1 b muestra el consumo energético del calefactor/refrigerador que se necesita para alcanzar el valor deseado. La parte positiva de la acción de control corresponde al consumo energético del calefactor y la parte negativa a la demanda del refrigerador. Ambas se miden en (W/m^2). Note que en todos los casos la optimización es factible en cada instante de tiempo $k \geq 0$. Además, los objetivos de desempeño se cumplen, para todo tipo de incertidumbre simulada, con un mayor o menor consumo energético que el valor nominal. Note también que durante el día (período con todas las restricciones activas) el error entre la trayectoria deseada y la salida es casi nulo, mientras que durante la noche, el error se “relaja” y se alcanza un mayor consumo energético.

La Fig. 2 a muestra la influencia de la incertidumbre tipo seno en h_i , aunque pudo haberse elegido cualquier otro tipo. La figura indica la evolución de la temperatura del aire en el interior para el caso en que h_i experimenta incertidumbres con picos de amplitud de 10, 20 y 30 % (vea la Fig. 2 d). En estas simulaciones el parámetro q_h (razón de flujo de aire debido a la ventilación) es un valor nominal constante. En la Fig. 2 c, puede notarse que cuando la incertidumbre es del 30%, para no violar la restricción en el e_{error} (como se mostró en la Fig. 2 b), se necesita un mayor consumo e-

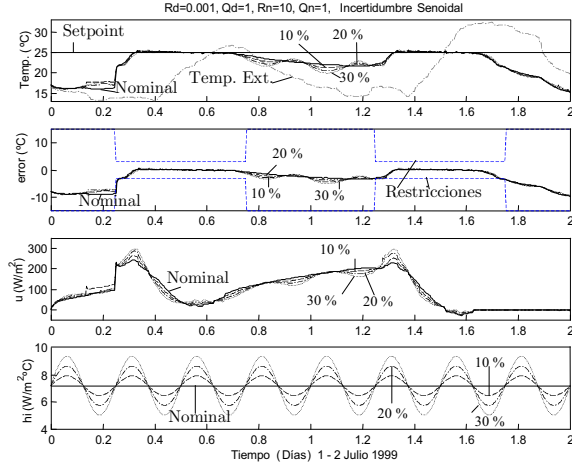


Figura 2: Influencia de las incertidumbres en h_i cuando q_h toma el valor nominal.

nergético, coincidiendo con los resultados teóricos obtenidos. Esto se debe a la gran influencia de este parámetro en el comportamiento del sistema. Debe notarse que, para todos los casos, se describe el comportamiento nominal del sistema.

La Fig. 3 muestra la influencia de las incertidumbres en ambos parámetros h_i y q_h . En ella se describe la evolución de la temperatura del aire en el interior del invernadero. Para este caso, se eligió una incertidumbre tipo seno para h_i cuando su pico (máx.) de amplitud es 20%. También se supone que la incertidumbre en q_h , cuando se abren las ventanas, es del 50%. La Fig. 3 b muestra el error de la temperatura del aire interior considerando esos valores de incertidumbre. En la Fig. 3 c se representan los valores alcanzados por el consumo energético del calefactor/refrigerador. Note que estos valores son más pequeños que los de la Fig. 2, aunque los valores considerados para las incertidumbres en los parámetros son considerablemente mayores para este nuevo caso. La razón de este desempeño es que en la Fig. 2, el parámetro q_h fue tomado en su valor nominal (con las ventanas abiertas hasta la mitad, por tanto, $q_h = 5.4 \text{ m}^3/\text{m}^2$) mientras que en la Fig. 3, las ventanas se utilizaron como una parte de la acción de control. La Fig. 3 d muestra la ganancia del controlador durante la experiencia. Puede notarse que durante el tiempo en que no existe radiación solar, el controlador tiene una pequeña ganancia ($F_{control} \approx 0$). Esta es una de las razones que conllevaron a un consumo energético menor.

Para todos los cálculos, se consideró la solución para un tiempo k como suposición inicial, para resolver el problema de optimización en $k + 1$. Los tiempos medio y máximo de optimización obtenidos para un día de pruebas con el sis-

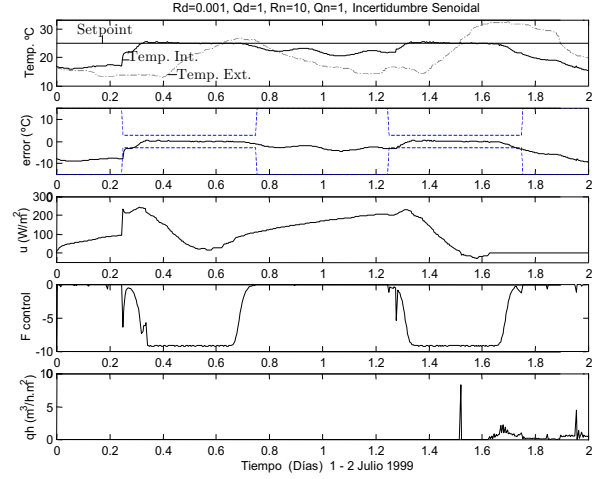


Figura 3: Influencia en h_i del 20% de incertidumbres sobre q_h .

tema nominal fueron 0.22 y 0.39 *seg* respectivamente. Para todos los casos más del 95% de este tiempo se utilizó para resolver el problema de optimización con LMIs.

7 CONCLUSIONES

El MPC como técnica de control ha ganado una gran aceptación en la industria. En los últimos años se han estudiado en detalle las propiedades de estabilidad del MPC nominal. Así mismo, las propiedades de robustez del MPC han recibido una amplia atención también. Sin embargo, la síntesis del MPC robusto, sólo se ha tratado para modelos FIR con incertidumbres.

En este trabajo se muestra el diseño de control por realimentación de estado con horizonte deslizante que, de hecho, es factible y estabiliza el conjunto de incertidumbres de la planta. Se propone un método de diseño para el MPC robusto no lineal aplicando una técnica que se basa en LMI. Dicho método se desarrolla para el caso de un invernadero linealizado por realimentación de estado que, además, es capaz de enfrentarse a las restricciones en la nueva acción de control resultante de la linealización, lográndose una combinación de las ventajas de ambos métodos.

Otra razón para introducir esta combinación es la obtención de un aumento en la eficiencia de cálculos, linealizando la planta y reformulando el problema en las nuevas coordenadas linealizadas. De esta forma, el modelo no lineal (original) con incertidumbres se convierte en lineal, conduciendo a una fácil implementación del algoritmo MPC y a una reducción de cálculo en el problema de optimización.

	Descripción
α	Absortividad del material cobertor [ND]
A_g	Area cubierta de suelo [m^2]
A_p	Area que proyecta una planta en el suelo [m^2]
a_{rto}	Relación entre área total de plantas por área de suelo $N_p A_p / A_g$ [m^2/m^2]
	$a_{rto1} = 1 - a_{rto}$, $0 \leq a_{rto} \leq 1$ [ND]
α_c	Absortividad del cobertor a la radiación solar = 0.1 [ND]
α_f	Absortividad del suelo a la radiation solar = 0.8 [ND]
α_p	Absortividad de la planta a la radiation solar = 0.8 [ND]
c_a	Capacidad volumétrica de calor del aire = $1.164 [KJ/m^3/^\circ C]$
c_c	Capac. calor cobertor = $50 [KJ/m^3/^\circ C]$
c_p	Capac. calor planta = $4180 [KJ/m^3/^\circ C]$
c_s	Capac. calor suelo = $2000 [KJ/m^3/^\circ C]$
d_{ex}	Espesor del cobertor = $0.001 [m]$
ϵ_a	Emisividad efectiva del aire [ND]
ϵ_c	Emisividad del cobertor = 0.15 [ND]
ϵ_f	Emisividad del suelo = 0.95 [ND]
ϵ_p	Emisividad de la planta = 0.95 [ND]
g_{si}	Factor hum. del suelo $0 \leq g_{si} \leq 1$ [ND]
h	Altura promedio del invernadero [$2 m$]
h_i	Tranf. de calor convectivo del cobertor hacia el aire interior = $7.2 [W/m^2/^\circ C]$
h_o	Tranf. de calor convectivo del cobertor hacia el aire exterior = $7.2 [W/m^2/^\circ C]$

Tabla 1: Lista de simbolos I.

	Descripción
l_{ai}	Indice de área de hojas [$m^2 leaf/m^2 floor$]
L	Calor latente por evap. = $25.01 [KJ/Kg]$
L_e	Número de Lewis ≈ 0.9 [ND]
λ	Factor de cond. térmica = $5.5 [KJ/m^\circ Ch]$
N_p	Número de plantas 2500 [ND]
q_h	Razón flujo de aire por ventilación [m^3/hm^2]
k	Coefficiente de transferencia de masa = $3.6 (h_i/L_e c_a) \rho_a [Kg/m^2 h]$
r_b	Resistencia al vapor de agua = $0.132 [h/m]$
ρ_a	Densidad del aire = $1.164 [Kg/m^3]$
ς	Reflectividad del cobertor a la radiación de onda larga = 0.1 [ND]
σ	Cte. StefanBoltzman = $5.68 \times 10^{-8} [W/m^2 K^4]$
T_{bl}	Cota inferior de temp. del suelo = $20 [^\circ C]$
τ_s	Transmisividad del material cobertor [ND]
τ_{lv}	Transmisividad del cobertor a la radiación de onda larga. [ND]
τ	Transmisividad del cobertor a la radiación solar directa [ND]
d_0	Espesor de la 1ra. capa de suelo [$0.01 m$]
d_1	Espesor de la 2da.a capa de suelo [$0.85 m$]
V_p	Volumen de una planta [$0.05 m^3$]

Tabla 2: Lista de simbolos II.

$c_1 = -h_i - h_o$	$c_2 = -(\epsilon_f + 1)$
$c_3 = \sigma \epsilon_c \epsilon_f$	$c_4 = h_o$
$c_5 = \sigma \epsilon_c \epsilon_a$	$c_6 = \alpha + (1 - \alpha_f) \tau \alpha_c$
$c_7 = \alpha_c + \alpha_c (1 - \alpha_f) \tau_s$	$c_8 = h_i$
$c_9 = -2h_i - c_a q_h - 2h_i a_{rto} l_{ai}$	$c_{10} = 2h_i a_{rto} l_{ai}$
$c_{11} = c_a q_h$	$c_{12} = \sigma \epsilon_f \epsilon_c$
$c_{13} = -h_i - 2\lambda / (d_0 + d_1)$	$c_{14} = -\sigma \epsilon_f (1 - \varsigma)$
$c_{15} = d_{ex} c_c$	$c_{16} = \sigma \epsilon_f \epsilon_a \tau_{lv}$
$c_{17} = \alpha_f \tau a_{rto1}$	$c_{18} = \alpha_f \tau_s a_{rto1}$
$c_{19} = -L k g_{si}$	$c_{20} = 2\lambda / (d_0 + d_1)$
$c_{21} = \sigma \epsilon_p \epsilon_c$	$c_{22} = 2l_{ai} h_i$
$c_{23} = -2l_{ai} h_i$	$c_{24} = -\sigma \epsilon_p (1 - \varsigma)$
$c_{25} = c_a h$	$c_{26} = \sigma \epsilon_p \epsilon_a \tau_{lv}$
$c_{27} = \alpha_p \tau$	$c_{28} = \alpha_p \tau_s$
$c_{29} = -2\rho / g.L.l_{ai}$	$c_{30} = c_s d_0$
$c_{31} = \frac{a_{rto}}{v_p c_p}$	

Tabla 3: Coeficientes utilizados en el modelo matematico del invernadero

Agradecimientos

El primer autor agradece a la Secretaría de Estado de Educación y Universidades del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte no. ref. SB2000-0285 por financiar parte de los gastos de esta investigación.

Referencias

- [1] Henson M., and D. Seborg, *Nonlinear process control*, Prentice Hall, New Jersey (1997).
- [2] Kothare, M., *Control of Systems Subject to Constraints*, PhD Thesis CALTEch, Pasadena, California (1997).
- [3] Kothare M., V. Balakrishnam and M. Morari "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities", *Automatica*, **32**, 1361-1379 (1996).
- [4] Piñón S., C. Soria and B. Kuchen "Optimal Control of a greenhouse by feedback linearization". *IEEE 98 INDUSCON*. 261-265. Sao Paulo (1998a).
- [5] Piñón S., C. Soria, and B. Kuchen . "Nonlinear Greenhouse's state variables optimal estimation". XVI AADCECA, 338-343. (1998b)
- [6] Takakura T., *Climate under Cover, Digital Dynamic Simulation in Plant Bio-Engineering*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands. (1993)