

Trabajo Fin de Máster  
Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

Estudio de la propagación de fallo en probetas del ensayo ILTS mediante modelos MEF 3D e interfase frágil.

Autor: José Luis Guzmán López

Tutores: Luis Távara y Enrique Graciani

Dep. Mecánica De Medios Continuos Y Teoría De Estructuras  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Máster  
Máster en Ingeniería Aeronáutica

**Estudio de la propagación de fallo en probetas  
del ensayo ILTS mediante modelos MEF 3D e  
interfase frágil.**

Autor:

José Luis Guzmán López

Tutores:

Luis Távara Mendoza

Profesor Contratado Doctor

Enrique Graciani Díaz

Catedrático de Universidad

Dep. de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster: Estudio de la propagación de fallo en probetas del ensayo ILTS.

Autor: José Luis Guzmán López

Tutor: Luis Távara Mendoza  
Enrique Graciani Díaz

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*



# Agradecimientos

---

Quiero agradecer a mis tutores, Luis Távara y Enrique Graciani, la confianza que depositaron en mí al proponerme continuar con este trabajo y, sobre todo, por seguir haciendolo en la distancia.

*José Luis Guzmán López*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

El objetivo de este proyecto es la implementación de modelos numéricos en el programa de elementos finitos Abaqus que caractericen el ensayo ILTS. La inconsistencia en los resultados del ensayo ILTS ha motivado este trabajo.

En primer lugar, se realiza un estudio de la rigidez de la probeta. La discrepancia entre la rigidez que se observa en las simulaciones numéricas y los ensayos experimentales se ha atribuido al defecto de fabricación conocido como waving. Por ello, se estudia el efecto que tienen las herramientas numéricas de Abaqus en la rigidez, para en trabajo futuro modelar correctamente este efecto.

En segundo lugar, la dispersión en los resultados de la carga a la que se produce el fallo se ha atribuido recientemente a un novedoso mecanismo de fallo de unfolding inducido. En este trabajo se modela este mecanismo haciendo uso de la interfase LEBIM (Linear Elastic Brittle Interface Model) desarrollada por el por el Grupo de Elasticidad y Resistencia de Materiales de la Universidad de Sevilla. Además, se hace uso del criterio de fallo de Hashin incluido en Abaqus, y de un algoritmo de control desarrollado por Martínez Pañeda para solventar los problemas de convergencias causados por el fenómeno de *snapback*.



# Abstract

---

The main aim of this work is to get numerical models based on the Finite Element Method in order to simulate the Inter-Laminar Tensile Strength test in the software Abaqus. Some inconsistencies in the ILTS results have motivated this investigation.

On the one hand, a stiffness study is performed. The discrepancy between numerical and experimental stiffness has been accepted to be caused due to a manufacturing flaw, in other words, the so-called waving effect. Therefore, the available numerical tools of Abaqus are studied. This will enable a future work to correctly model this effect.

On the other hand, the scattering of the failure load has been accepted to be caused by a novel failure mechanism. It is known as the induced unfolding. This mechanism is modelled using the LEBIM (Linear Elastic Brittle Interface Model) interface. It was developed by the Group of Elasticity and Strength of Materials of the Universidad de Sevilla. Additionally, the Hahn's failure criterion is used to model the intralaminar failure and a new algorithm developed by Martinez Pañeda is used to overcome the convergence problems due to the snapback phenomenon.

# Índice

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>ix</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice</b>	<b>xiv</b>
<b>Índice de Tablas</b>	<b>xvii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xix</b>
<b>Notación</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 <i>Unfolding inducido</i>	1
1.2 <i>Linear Elastic-Brittle Interface Model</i>	2
1.2.1 Ley de comportamiento	2
1.2.2 Criterio de fallo	3
1.3 <i>Criterio de fallo de Hashin y degradación</i>	3
<b>2 El ensayo ILTS</b>	<b>5</b>
2.1 <i>Consideraciones generales</i>	5
2.2 <i>Definición de la probeta</i>	6
2.3 <i>Laminados alternativos</i>	7
<b>3 Modelos numéricos</b>	<b>9</b>
3.1 <i>Modelos 3D para el estudio de la rigidez</i>	9
3.1.1 Modelos tipo 1: continuum shell y solid PZ QI16	10
3.1.2 Modelos tipo 2: Conventional Shell PZ QI16	12
3.1.3 Modelo 3: Parts PZ QI16	13
3.1.4 Modelo de otros laminados QI08, QI24, LRL-T1	13
3.1.5 Modelo con parts y layup: QI16	14
3.2 <i>Modelos 2D para el estudio del unfolding inducido</i>	14
3.2.1 Deformación plana	14
3.2.2 Tensión plana	15
3.3 <i>Estudio del fallo de Modelos 3D</i>	16
<b>4 Algoritmo de control</b>	<b>17</b>
4.1 <i>Motivación</i>	17
4.2 <i>Fundamento</i>	17
4.3 <i>Implementación del algoritmo en el modelo 2D</i>	19
4.4 <i>Implementaciones alternativas</i>	21
<b>5 Resultados de los modelos</b>	<b>23</b>
5.1 <i>Resultados de los Modelos 3D para el estudio de la rigidez</i>	23
5.1.1 Modelos 1 y 2: composite layup	23
5.1.2 Modelo 3: parts	24
5.1.3 Otros laminados	25
5.1.4 Reducción de la rigidez	26
5.1.5 Convergencia	26

5.1.6	Campo tensorial	26
5.1.7	Estudio de otros parámetros	27
5.2	<i>Resultados de los modelos 2D para el estudio del unfolding inducido</i>	28
5.2.1	Deformación plana	28
5.2.2	Tensión plana	31
5.3	<i>Resultados de los modelos 3D para el estudio del fallo</i>	34
<b>6</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>37</b>
	<b>Referencias</b>	<b>39</b>
<b>A.</b>	<b>Anexo: Definición de interfase</b>	<b>41</b>
	<i>Subrutina UMAT para el caso 2D en tensión plana</i>	41
	<i>Subrutina UMAT para el caso 3D</i>	44



# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2-1 Propiedades de las láminas en ejes principales.	6
Tabla 2-2 Propiedades de resistencia de las láminas.	6
Tabla 2-3 Propiedades de la evolución del daño.	6
Tabla 2-4 Propiedades de la interfase LEBIM 2D.	7
Tabla 2-5 Propiedades de la interfase LEBIM 3D.	7
Tabla 2-6 Parámetros que definen la geometría de la probeta tipo QI 16.	7
Tabla 2-7 Propiedades de las láminas utilizadas en la SA LRL.	8
Tabla 2-8 Propiedades del material compuesto en ejes principales.	8
Tabla 5-1 Resultados de resistencia del Modelo 1 y Modelo 2	24
Tabla 5-2 Resultados de resistencia del Modelo 3.	24
Tabla 5-3 Comparación de cargas al reducir la rigidez E11.	26
Tabla 5-4 Resultados del análisis paramétrico del ángulo $\alpha$	28
Tabla 5-5 Parametros de interés en el momento del fallo asumiendo DP.	29
Tabla 5-6 Parametros de interés en el momento del fallo asumiendo TP.	31



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1.1 Ley constitutiva de la interfase LEBIM en modo mixto en 2D [14].	2
Figura 1.2 Tensión equivalente frente a desplazamiento equivalente [17].	4
Figura 2.1 Configuración del ensayo y sus dimensiones características [18].	5
Figura 2.2 Carga respecto a desplazamiento para un ensayo ILTS [19].	5
Figura 2.3 Parámetros geométricos de la probeta [2].	7
Figura 3.1 Sistema de referencia que se toma como base para definir los laminados.	11
Figura 3.2 Malla del Modelo 1 con simetría y modelo completo.	11
Figura 3.3 Malla del Modelo 1 Alternativo.	12
Figura 3.4 Vista de perfil y en perspectiva de la malla del Modelo 2.	12
Figura 3.5 Malla del Modelo 3.	13
Figura 3.6 Detalle del Modelo 3 alternativo.	13
Figura 3.7 Malla y orientaciones de cada lámina del modelo 2D en deformación plana.	14
Figura 3.8 Caso G en (a) y Caso NG en (b) para el modelo 2D en deformación plana.	15
Figura 3.9 Imagen de la malla y el laminado del modelo 2D en tensión plana.	15
Figura 4.1 Carga respecto del desplazamiento para tres casos modelo.	17
Figura 4.2 Esquema del funcionamiento del algoritmo de control [5].	18
Figura 4.3 Detalle explosionado de los <i>sets</i> a definir para aplicar el algoritmo.	19
Figura 4.4 Detalle de los nodos del primer elemento auxiliar.	20
Figura 5.1 Fuerza vertical total frente al desplazamiento de los rodillos.	23
Figura 5.2 Carga frente a desplazamiento del Modelo 3 con modos incompatibles para ambas mallas.	25
Figura 5.3 Carga frente a desplazamiento de los rodillos para laminado de layups apilados.	25
Figura 5.4 Carga final de diferentes laminados frente al número de láminas.	25
Figura 5.5 Campo tensorial $\sigma_{22}$ de la tercera lámina para elementos <i>continuum</i> y <i>solid</i> .	27
Figura 5.6 Estado final de la probeta 2D en DP con y sin grieta preexistente respectivamente.	28
Figura 5.7 Momento total frente al giro del MPC para los casos con y sin grieta preexiste.	29
Figura 5.8 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para los casos con y sin grieta preexistente.	30
Figura 5.9 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para dos casos similares con distinto número de incrementos.	30
Figura 5.10 Imagen final de la probeta con grieta preexistente en una resolución sin el algoritmo.	30
Figura 5.11 Momento total frente al giro del MPC para los cuatro casos, considerando o no grieta y/o degradación.	31
Figura 5.12 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para los cuatro casos de TP.	32
Figura 5.13 Criterio de daño de Hashin para el caso “G H” en los instantes iniciales.	32
Figura 5.14 Imagen de la degradación por tracción de matriz en el caso “G H”.	32
Figura 5.15 Imagen de la delaminación en el caso “NG NH”.	33

Figura 5.16 Imagen de la degradación por tracción de matriz en el caso “G H” en el comienzo de la delaminación.	33
Figura 5.17 Imagen de la delaminación y la degradación por tracción de matriz en el caso “G H”.	33
Figura 5.18 Momento frente a la apertura de los labios de la grieta para el caso “NG H”.	34
Figura 5.19 Comparación de la rigidez frente a un modelo continuum completo.	34
Figura 5.20 Variable daño la lámina a 90° más interior en el último incremento de la simulación.	35
Figura 5.21 Variable daño de la interfase LEBIM interior en el incremento anterior a la degradación de la lámina a 90°.	35
Figura 5.22 Variable daño de la interfase LEBIM exterior en el incremento anterior a la degradación de la lámina a 90°.	35
Figura 5.23 Variable daño de la interfase LEBIM exterior tras eliminar las zonas más críticas en el incremento anterior a la degradación de la lámina a 90°.	36
Figura 5.24 Variable de daño de la interfase LEBIM en un estudio preliminar ( $\lambda_i = 0.25$ ).	36
Figura 5.25 Variable de daño de la tercera lámina en un estudio preliminar	36

# Notación

---

ILTS	Resistencia a tracción interlaminar (Interlaminar Tensile Strength)
GERM	Grupo de Elasticidad y Resistencia de los Materiales
MEF	Método de los Elementos Finitos
BEM	Método de los Elementos de Contorno (Boundary Element Method)
LEBIM	Modelo de Interfase Elástica Lineal Frágil (Lineal Elastic Brittle Interface Model)
UMAT	Subrutina de definición del material (User Material Subrutine)
SA	Secuencia de apilado
$\psi$	Ángulo de mixticidad en t1
$\phi$	Ángulo de mixticidad en t2
MPC	Multi-Point Constraints
TP	Tensión plana
DP	Deformación plana



# 1 INTRODUCCIÓN

---

Este proyecto continúa los trabajos de Guzmán 2017 [1], en los que se estudió la aparición y propagación de grietas en el ensayo ILTS. Clásicamente, se ha atribuido la dispersión en los resultados del ensayo ILTS a la delicada fabricación de los materiales compuestos, que provocan defectos en el material que pueden activar distintos mecanismos de fallo [2]. En el caso de una correcta fabricación, se ha aceptado que siempre se inicia el fallo por delaminación debido a las tensiones normales interlaminares. No obstante, algunos estudios como el de González-Cantero [3] y Zumaquero [4], proponen que dependiendo del laminado, el fallo pueda iniciarse en un punto diferente y que se origine debido al fallo intralaminar de la lámina más interna a 90°. Tras este fallo, se produce una delaminación prematura de la interfase adyacente.

Continuando con los objetivos de Guzmán 2017 [1], se pretende simular este nuevo mecanismo de fallo, denominado *unfolding* inducido. Como paso previo, en este trabajo se incluye la implementación de un algoritmo de control desarrollado por Martínez-Pañeda [5], que solventa los problemas de convergencia de los trabajos previos. Esto se debe a que las delaminaciones del ensayo ILTS son de carácter inestable.

En Guzmán 2017 [1] y en el presente trabajo se utiliza un modelo de interfase frágil desarrollado por Távara et al [6], que ha demostrado su aplicabilidad en el modelo de delaminaciones y grieta en la interfase fibra-matriz en materiales compuestos. Este modelo de interfase recibe el nombre de LEBIM. Su aplicación práctica se realiza a través de una subrutina UMAT programada en Fortran para el programa comercial Abaqus que implementa el MEF.

Además, en este trabajo se incluye un estudio que pretende determinar qué herramientas numéricas son aptas para captar la rigidez adecuada del ensayo ILTS. Se ha observado que en la zona curva de la probeta normalmente aparece el fenómeno de *waving* [7]. Esto se debe a que las fibras adoptan una forma sinuosa, y producen una disminución de la rigidez efectiva de la probeta.

La organización de este apartado empieza explicando en qué consiste el mecanismo de fallo de *unfolding* inducido. Posteriormente, se presenta la interfase LEBIM que implementa el modelo de delaminación que se ha utilizado, y finalmente, se presenta el criterio de daño y el modelo de degradación que se utiliza en algunos modelos.

## 1.1 Unfolding inducido

El mecanismo de *unfolding* inducido aparece en aquellos laminados en los que existen láminas orientadas a 90° en la parte más interior de la probeta. Esto se debe a que la matriz de dicha lámina soporta tensiones de tracción, y la resistencia de la matriz sometida a esfuerzos de tracción,  $Y_t$ , es significativamente más pequeña que el resto de las resistencias. Esto produce que se produzcan microgrietas, que tras su coalescencia producen el fallo intralaminar. Este fallo se propaga de forma inestable en forma de delaminación. Este tipo de inestabilidad se conoce como *snapback*. En los ensayos experimentales, se produce una delaminación casi instantánea en el resto de las interfases, por lo que no es trivial determinar el punto en el que se inicia el fallo.

La implementación numérica de este mecanismo se basa, en primer lugar, en determinar qué punto de la lámina a 90° falla mediante el criterio de fallo de Hashin, y una degradación posterior basada en la disipación de energía. Una vez que el material se degrade por completo, en la interfase LEBIM adyacente debería de aparecer delaminación.

## 1.2 Linear Elastic-Brittle Interface Model

La forma tradicional de abordar el problema de la fractura en simulaciones numéricas ha sido concentrar el mecanismo de fallo en una interfase delgada. De esta forma, se puede asumir que las tensiones son constantes en el espesor. En los últimos años los Modelos Cohesivos (CZM) [8] se han usado ampliamente, no obstante, en el presente trabajo se propone emplear el “Linear Elastic Brittle Intefase Model” (LEBIM) como alternativa. No es más que un caso degenerado de CZM y se ha demostrado en [9] y [10] que ofrece resultados similares. En este trabajo se aplica la interfase LEBIM para modelar la delaminación de la interfase entre láminas.

La interfase LEBIM se puede entender como una distribución uniforme de muelles con la rigidez adecuada, lo que se conoce como interfaz débil o elástica. La simplicidad de la ley constitutiva de la interfaz unida al Método de los Elementos Finitos constituye una herramienta robusta. Esto se consigue mediante una subrutina UMAT en el software comercial Abaqus.

Aunque el modelo de interfase débil nace para estudiar la aparición y crecimiento de grietas en cemento [11], Luis Távara y colaboradores del GERM de la Universidad de Sevilla aplican por primera vez este modelo a una interfase de material compuesto y lo denominan por primera vez como LEBIM. Este modelo se ha implementado en códigos basados en BEM [12] y en FEM [13]. Entre las aplicaciones probadas hay modelos de fallo macromecánico como el ensayo de tenacidad a fractura de DCB [14], y fallo micromecánico como los modelos de una fibra [12] y multifibra [15].

### 1.2.1 Ley de comportamiento

En Guzmán 2017 [1] se explicaba en detalle la ley de comportamiento en 2D, “La interfase no dañada está considerada como un sólido elástico lineal, y se puede modelar como una distribución uniforme de muelles”. Se distingue entre la rigidez tangencial y normal, de forma que existe un modo mixto, que refleja una situación intermedia. En la Figura 1.1 se muestra el comportamiento 2D en modo mixto. En el caso de que la interfase se dañe, solo existiría rigidez a compresión para evitar problemas de overlapping.

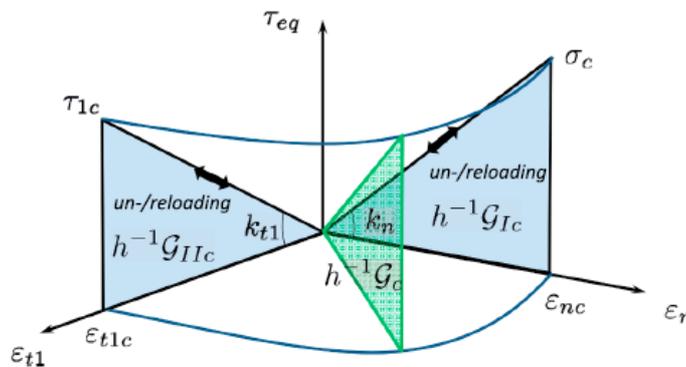


Figura 1.1 Ley constitutiva de la interfase LEBIM en modo mixto en 2D [14].

El caso 3D es una generalización del caso 2D [14]. La ley de comportamiento de la interfase 3D no dañada se define en (1.1), donde  $\sigma$  y  $\tau$  son las tensiones normales y tangenciales respectivamente,  $k$  representa la rigidez,  $\delta$  los desplazamientos,  $G$  el índice de liberación de energía,  $G_c$  es la tenacidad a fractura,  $x$  es un punto cualquiera de la interfase y  $\psi$  y  $\phi$  son los ángulos de mixticidad que se definen en (1.2) y (1.3).

$$\text{Interfase no dañada: } \begin{cases} \sigma(x) = k_n \delta_n(x) \\ \tau_1(x) = k_{t1} \delta_{t1}(x) \\ \tau_2(x) = k_{t2} \delta_{t2}(x) \end{cases} \quad \text{para } G(x) < G_c(\psi(x), \phi(x)) \quad (1.1)$$

$$\tan \psi = \frac{\tau_1}{\sigma \sqrt{k_{t1}/k_n}} \quad (1.2)$$

$$\tan \phi = \frac{\tau_2}{\sigma \sqrt{k_{t2}/k_n}} \quad (1.3)$$

### 1.2.2 Criterio de fallo

El fallo se da en un punto cuando el índice de liberación de energía alcanza la tenacidad a fractura, que dependerá de los ángulos de mixticidad  $\psi$  y  $\phi$  (1.4). El índice de liberación de energía se define como la suma de las componentes de cada modo (1.5). Se observa en (1.6) que bajo compresión en Modo I ( $\psi = 0, \phi = 0$ ) no se puede producir fractura. Las componentes del Modo II y Modo III se muestran en (1.7) y (1.8) respectivamente.

$$G(x) = G_c(x, \psi, \phi) \quad (1.4)$$

$$G(x) = G_I(x) + G_{II}(x) + G_{III}(x) \quad (1.5)$$

$$G_I(x) = \frac{\langle \sigma(x) \rangle_+ \langle \delta_n(x) \rangle_+}{2} = \frac{\langle \sigma(x) \rangle_+^2}{2 k_n} = \frac{k_n \langle \delta_n(x) \rangle_+^2}{2} \quad (1.6)$$

$$G_{II}(x) = \frac{\tau_1(x) \delta_{t1}(x)}{2} = \frac{\tau_1^2(x)}{2 k_{t1}} = \frac{k_{t1} \delta_{t1}^2(x)}{2} \quad (1.7)$$

$$G_{III}(x) = \frac{\tau_2(x) \delta_{t2}(x)}{2} = \frac{\tau_2^2(x)}{2 k_{t2}} = \frac{k_{t2} \delta_{t2}^2(x)}{2} \quad (1.8)$$

Una ley  $G_c(\psi)$  debería crecer con el ángulo de mixticidad. Existen varias leyes fenomenológicas en la literatura que reflejan este comportamiento, como la de Mohr-Coulomb, Benzeggagh-Kenane o Goutianos-Sørensen. En 2D se usa la de Hutchinson-Suo [13] (1.9), y en 3D se usa la generalización de Bank-Sills (1.10), donde  $\lambda_i$  es un parámetro que controla la sensibilidad al modo de fractura en cada modo.

$$G_c(\psi) = \frac{\sigma_c^2(\psi = 0)}{2} [1 + \tan^2((1 - \lambda) \psi)] \quad (1.9)$$

$$G_c(\psi) = \frac{\sigma_c^2(\psi = 0, \phi = 0)}{2} [1 + \tan^2((1 - \lambda_1) \psi)] [1 + \tan^2((1 - \lambda_2) \phi)] \quad (1.10)$$

### 1.3 Criterio de fallo de Hashin y degradación

En algunas simulaciones se usa el Criterio de Hashin-Rotem de 1973. Se basa en los mecanismos de fallo de una lámina para un estado biaxial de tensiones. Las hipótesis en las que se basa son las siguientes [16]:

- “Consideración separada de los distintos modos de fallo (fibra, matriz, tracción y compresión).”
- “En el modo de fallo de la matriz se consideran las componentes del vector tensión en el plano de fallo como responsables del mismo.”
- “La interacción entre las distintas componentes que intervienen en un modo se supone cuadrática.”

Las expresiones del criterio se muestran en (1.11), donde  $X_t, X_c, Y_t, Y_c$  son los máximos valores de tracción y compresión para fibra y matriz; y  $S$  es la máxima tensión  $\sigma_{12}$ .

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= X_t \text{ para } (\sigma_{11}, X_t > 0) \\
 \sigma_{11} &= X_c \text{ para } (\sigma_{11} < 0, X_c > 0) \\
 \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 &= 1 \text{ para } (\sigma_{22} > 0) \\
 \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_c}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 &= 1 \text{ para } (\sigma_{22} < 0)
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

El criterio de fallo se complementa con un modelo de degradación que cuenta con los cuatro modos de fallo que se muestran en (1.11). Este modelo de degradación está basado en la disipación de energía. En la Figura 1.2 se representa el daño de cada modo. La pendiente positiva de la curva se corresponde con el comportamiento elástico lineal previo al daño del modo. Tras el inicio del fallo, la máxima tensión que ofrece el material disminuye hasta hacerse nula.

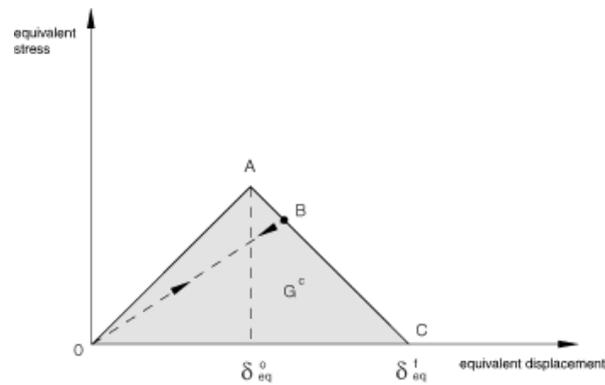


Figura 1.2 Tensión equivalente frente a desplazamiento equivalente [17].

## 2 EL ENSAYO ILTS

En este epígrafe se comentan las consideraciones generales del ensayo ILTS. Posteriormente se define la geometría y propiedades de la probeta que se simula en la mayoría de los modelos y por último se definen otros laminados que se utilizan puntualmente.

### 2.1 Consideraciones generales

El ensayo ILTS se usa para obtener la resistencia a flexión de una probeta con alta curvatura de un laminado de material compuesto de fibra continua. El ensayo se realiza con un utillaje *four-point bend test* que aplica una carga puramente flectora a la parte curva de la probeta. Para ello, esta máquina dispone de cuatro rodillos en contacto con la probeta que giran libremente. En la Figura 2.1. se muestra un esquema.

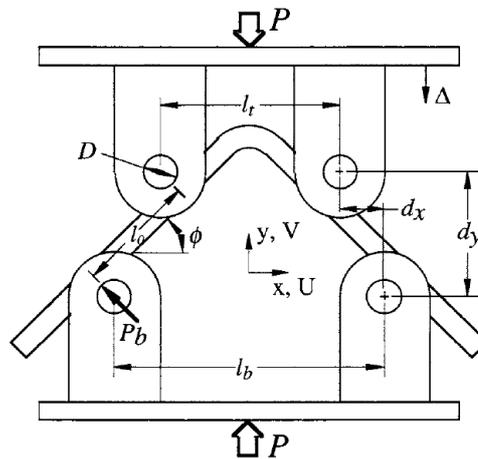


Figura 2.1 Configuración del ensayo y sus dimensiones características [18].

La carga  $P$  que aplica la máquina tiene una relación no-lineal con el desplazamiento  $\Delta$  de la mordaza superior. Esto se debe al efecto de la presencia de grandes desplazamientos durante el ensayo. Al llegar a la carga máxima se inicia el mecanismo de fallo que produce la delaminación final que se refleja en una caída abrupta de la carga. Se observa experimentalmente que esta caída puede repetirse varias veces hasta el colapso, mostrando unos característicos dientes de sierra que se observan en la Figura 2.2. No obstante, lo más frecuente es que la primera caída sea tan acusada, que podrían omitirse los sucesivos fallos tras la primera caída.

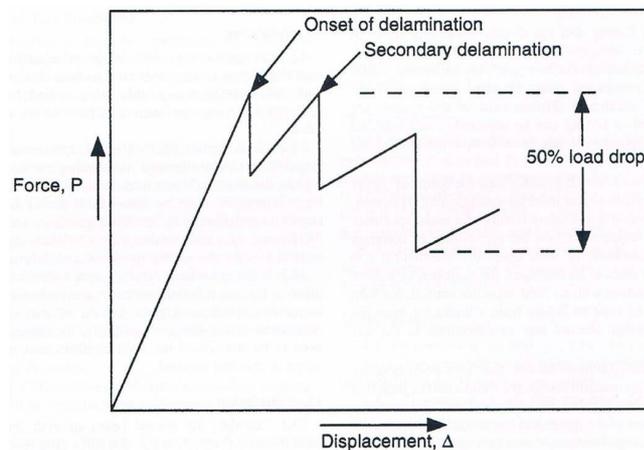


Figura 2.2 Carga respecto a desplazamiento para un ensayo ILTS [19].

Dos de las normas más aceptadas que regulan la probeta, maquinaria, calibración, procedimiento, condiciones, validez e informes del ensayo son las siguientes:

1. ASTM Standards D 6415/D 6415M [18].
2. Airbus AITM1-0069. Fibre Reinforced Plastic [19].

En ellas se define cómo obtener las siguientes magnitudes para laminados unidireccionales:

- *Curved Beam Strength*, (CBS): se define como el momento por unidad de espesor de la probeta.
- *Interlaminar Tensile Strength* (ILTS): se define como la máxima tensión normal interlaminar. Esta tensión  $\sigma_{rr}$  le da nombre al ensayo, y clásicamente es la responsable del inicio del fallo. No obstante, uno de los objetivos del presente texto es probar que, dependiendo de las propiedades de la interfase, pueden existir otros mecanismos de fallo.

## 2.2 Definición de la probeta

La secuencia de apilado que se va a resolver en la mayoría de las simulaciones es la SA QI16 mostrada en (2.1). Se observa que la tercera lámina desde el interior está orientada a  $90^\circ$ , y por tanto al tener esa posición es susceptible de sufrir un fallo intralaminar.

$$SA\ QI16 \equiv [45, -45, 90_2, 0, 45, -45, 0]_S \quad (2.1)$$

Las propiedades de las láminas se han tomado de campañas de ensayos experimentales [4] y se recogen en la Tabla 2-1. Las propiedades de resistencia que se muestran en la Tabla 2-2 son muy similares a las que se usan en [4], y las propiedades de evolución del daño de la Tabla 2-3 se han tomado de [20].

Tabla 2-1 Propiedades de las láminas en ejes principales.

$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
131530.1 MPa	9232.6 MPa	9232.6 MPa	4823 MPa	4823 MPa	3545.55 MPa	0.302	0.302	0.302

Tabla 2-2 Propiedades de resistencia de las láminas.

$X_t$	$X_c$	$Y_t$	$Y_c$	S	$S_t$
3050 MPa	1500 MPa	61 MPa	245 MPa	94 MPa	97 MPa

Tabla 2-3 Propiedades de la evolución del daño.

$G_{X_t}$	$G_{X_c}$	$G_{Y_t}$	$G_{Y_c}$
81.534 Nmm/mm <sup>2</sup>	24.533 Nmm/mm <sup>2</sup>	0.256 Nmm/mm <sup>2</sup>	1.156 Nmm/mm <sup>2</sup>

Las propiedades de la interfase LEBIM en su versión en 2D y 3D se recogen en la Tabla 2-4 y la Tabla 2-5 respectivamente. Ambas presentan una tensión de rotura de 120 MPa y 42 MPa en Modo I y Modo II respectivamente.

Tabla 2-4 Propiedades de la interfase LEBIM 2D.

$\sigma_c$	$G_{Ic}$	$\lambda$	$k_t/k_n$	$h$
120 MPa	0.075 Nmm/mm <sup>2</sup>	1	0.1225	0.001 mm

Tabla 2-5 Propiedades de la interfase LEBIM 3D.

$K_{nn}$	$K_{t1}$	$K_{t2}$	$G_{Ic}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$h$
96000 MPa/mm	11760 MPa/mm	11760 MPa/mm	0.075 Nmm/mm <sup>2</sup>	1	1	0.001 mm

Los parámetros geométricos más relevantes se definen en la Figura 2.3, y en la Tabla 2-6 se define la geometría para el laminado tipo QI16.

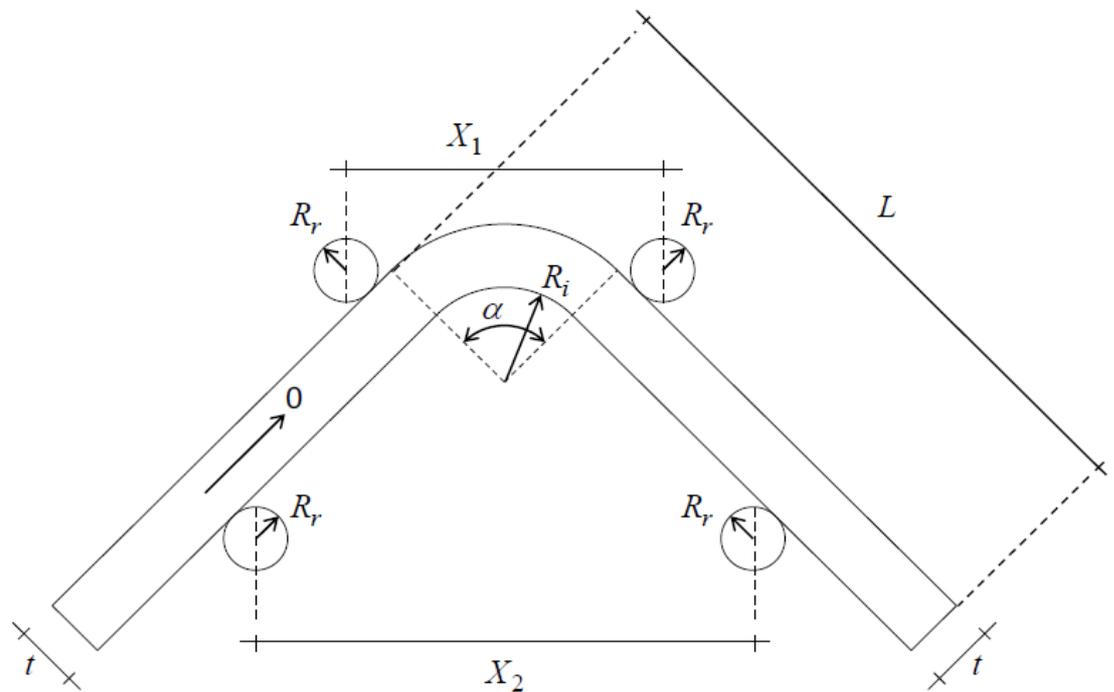


Figura 2.3 Parámetros geométricos de la probeta [2].

Tabla 2-6 Parámetros que definen la geometría de la probeta tipo QI 16.

$L$	$t_n$	$w_n$	$\alpha_n$	$X_1$	$X_2$	$R_i$	$R_r$
67 mm	2.944 mm	30 mm	90°	22 mm	40 mm	5 mm	5 mm

### 2.3 Laminados alternativos

Además del laminado anteriormente definido, en algunas simulaciones se utilizan otros laminados para darle generalidad al estudio. En (2.2) - (2.5) se definen estos nuevos laminados.

$$SA\ QI08 \equiv [45, -45, 90, 0]_S \quad (2.2)$$

$$SA\ LRL \equiv [45, 0_3, -45]_S \quad (2.3)$$

$$SA\ QI16 \equiv [45, -45, 90, 90, 0, 45, -45, 0]_S \quad (2.4)$$

$$SA\ QI24 \equiv [45, -45, 90_2, 45, -45, 90, 0_2, 45, -45, 0]_S \quad (2.5)$$

Las propiedades del material se mantienen para los laminados QI, y en el caso de la SA LRL las propiedades se muestran en la Tabla 2-7. La geometría de cada ensayo es diferente. En la Tabla 2-8 se recogen los parámetros principales de cada ensayo.

Tabla 2-7 Propiedades de las láminas utilizadas en la SA LRL.

$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$G_{12}$	$G_{13}$	$G_{23}$	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
152150 MPa	8740 MPa	8740MPa	10089 MPa	10089 MPa	3189.78 MPa	0.37	0.37	0.37

Tabla 2-8 Propiedades del material compuesto en ejes principales.

Nº Láminas	SA	L [mm]	$t_n$ [mm]	$w_n$ [mm]	$\alpha_n$ [°]	$X_1$ [mm]	$X_2$ [mm]	$R_i$ [mm]	$R_r$ [mm]
8	QI 08	76	1.472	30	90	20	35	5	5
10	LRL	65	1.98	27	90	22	36	5	5
16	QI 16	67	2.944	30	90	22	40	5	5
24	QI 24	73.5	4.416	30	90	25	44	5	5

## 3 MODELOS NUMÉRICOS

---

Para los modelos numéricos se han utilizado las versiones 6.12 y 6.14 de Abaqus. Este programa comercial está basado en el MEF y ha demostrado madurez suficiente para resolver problemas más allá del que nos ocupa, como pueden ser electromagnéticos, fluidomecánicos o problemas de transmisión de calor.

En el problema originalmente propuesto se define el espesor de cada lámina como  $t_1 = 0.184$  mm. Sin embargo, hace falta espacio físico para la interfase LEBIM en los modelos numéricos que presentan esta interfase. En dichos modelos se decide reducir el tamaño de la lámina en un 0.5% aproximadamente, hasta los 0.183 mm y que la interfase ocupe un espacio de 0.001 mm. De esta forma se conserva el espesor total de la probeta.

Las interfases LEBIM tienen un espesor tan pequeño que son problemáticas si se modelan usando el metro como unidad de longitud, y por esta razón se ha utilizado el milímetro. Para las fuerzas se utiliza el Newton, y el resto de unidades son consistentes. Por ejemplo, para las presiones se usa  $\text{N/mm}^2$ , o lo que es lo mismo, el MPa.

Los modelos con contacto se introducen para modelar los rodillos. De esta forma se pueden comparar sus desplazamientos y cargas con los obtenidos experimentalmente por Zumaquero [4]. No obstante, también se proponen modelos en los que no se introduce contacto por simplicidad. Los cálculos de A. Escudero [21] justifican que el contacto parece no distorsionar el estado tensional en la zona curva, debido a que los rodillos aplican efectivamente una sollicitación de flexión pura.

Debido a la complejidad del campo tensorial 3D y el mayor coste computacional, se elige presentar algunos modelos 2D por simplicidad. De forma análoga, en algunos modelos se asumen las hipótesis habituales de un laminado.

En este capítulo se explican las razones que han motivado cada uno de los modelos empleados en este trabajo y las peculiaridades de su modelado en Abaqus. Los primeros modelos se centran en estudiar la rigidez de la probeta, y los siguientes se centran en el inicio y propagación del fallo.

### 3.1 Modelos 3D para el estudio de la rigidez

El objetivo de este trabajo es predecir el inicio del fallo y su propagación. Para ello hay que comparar los resultados numéricos con los resultados del laboratorio, en los que se dispone de la carga y desplazamiento de los rodillos. El primer paso antes de predecir el fallo es obtener una rigidez en las simulaciones que sea similar a la de los ensayos. Todas las simulaciones en este epígrafe se han realizado para un desplazamiento de los rodillos igual al desplazamiento de rotura máximo obtenido en los ensayos. En este epígrafe se presentan modelos para dilucidar qué herramientas numéricas modelan correctamente la rigidez y no se considera ningún mecanismo de fallo.

Abaqus dispone de una opción que simplifica el proceso de modelaje. El procedimiento habitual es crear una instancia para cada lámina, y asignar material y orientación. No obstante, con la opción de *composite layup*, en un part se permite definir un laminado indicando los espesores relativos de cada lámina y su orientación. *Composite layup* es compatible con tres tipos de elementos: *Conventional Shell*, *Continuum Shell* y *Solid*. Algunos de los modelos que se presentan hacen uso de esta herramienta.

Algunos de los modelos que se presentan, serán analizados posteriormente introduciendo modificaciones. Algunas de estas modificaciones son:

- Simular la probeta aplicando simetría o no.

- Incrementar el número de puntos de integración en cada lámina.
- Utilizar el almacenamiento de matriz simétrica.
- Despreciar los efectos geométricos no lineales.
- Modificar el ángulo que forma la zona curva de la probeta.

### **Nota teórica sobre los elementos *shell***

Los elementos *shell* se usan para modelar estructuras en las que una dimensión es significativamente menor. Los elementos *Conventional Shell* aprovechan esto para discretizar la geometría por una superficie de referencia y el espesor se define en las propiedades. Estos elementos tienen grados de libertad de desplazamiento y rotación [17].

Por otra parte, los elementos *Continuum Shell* discretizan el modelo como un cuerpo tridimensional y solo disponen de grados de libertad de desplazamiento. El espesor se determina por la distancia entre los nodos. Al contrario que los laminados que usan la opción *Conventional Shell*, la opción *Continuum Shell* permite apilar laminados, lo que permite una mejor predicción de las fuerzas transversales. Aunque usando *Continuum Shell* se discretice el sólido de forma tridimensional, se debe tener cuidado en que se cumple la hipótesis de tensión plana (aproximadamente menos del 10% de cambio de espesor). En cualquier caso, el comportamiento de ambos elementos Shell es parecido.

Con relación al espesor de los laminados para los que están diseñados los elementos *shell*, los elementos *Continuum Shell* están diseñados para cualquier espesor, mientras que los *Conventional Shell* dependen del elemento. Los elementos S4 y S4R están pensados para cualquier espesor, pero el S8R sólo para placas gruesas puesto que utiliza la teoría de Mindlin.

En cuanto al efecto de las grandes deformaciones, los elementos *Continuum Shell* permiten grandes deformaciones de membrana, grandes rotaciones y cambios en el espesor. Por esta razón son aptos para análisis con grandes deformaciones. El cambio de espesor se basa en la distancia entre nodos, y ésta se calcula a partir del módulo elástico efectivo. Los elementos *Conventional Shell* S4 y S4R también tienen en cuenta grandes deformaciones de membrana, grandes rotaciones y cambios en el espesor; mientras que el elemento S8R asume la hipótesis de pequeñas deformaciones y, además, ignora el cambio de espesor.

### **Nota teórica sobre elementos *solid***

En algunas simulaciones se han usado elementos tipo *incompatible mode*. Son elementos de primer orden a los que se añaden grados de libertad internos para mejorar el comportamiento a flexión. Por tanto, frente a los elementos lineales clásicos tienen un mayor coste computacional.

Así mismo, en algunas pruebas también se han usado elemento de tipo *hybrid*. Estos elementos están pensados para materiales incompresibles, y aunque este no sea el caso, se estudia su precisión y convergencia para el ensayo ILTS.

## **3.1.1 Modelos tipo 1: continuum shell y solid PZ Q16**

Se presenta un modelo tridimensional que se puede usar con elementos *Continuum Shell* y *Solid*. Se proponen dos tipos de malla con diferente refinado. Se muestra el modelo en el que se aplica simetría, pero ambos tipos de malla se pueden usar para generalizar el modelo, de forma que no se aplique simetría, se discretice la probeta completa y los cuatro rodillos apliquen fuerzas.

En el módulo *Part* se modelan los sólidos a analizar en el modelo de elementos finitos. La probeta se modela como un *part* sólido deformable y los rodillos como un *part* de *shell* rígido analítico extruido. En el *sketch* del modelo con simetría se dibuja la mitad de la probeta.

En *Property* se definen las propiedades del material e interfases si las hubiera. Se caracteriza el material de la probeta según las propiedades de la Tabla 2-1. Para las simulaciones se ha usado la opción *composite layup*

tipo *Continuum Shell* y *Solid*. Para ambos se define un sistema de referencia base discreto como el de la Figura 3.1. A partir de ese sistema se define el laminado PZ-QI16. El sistema base coincide con una lámina a  $0^\circ$ , y el resto de las láminas se disponen con un giro respecto de la dirección 3. Cada lámina tiene un sistema de referencia local que sigue la convención habitual de las láminas de material compuesto, donde 1 coincide con la dirección de la fibra y 3 con la ortogonal al laminado.

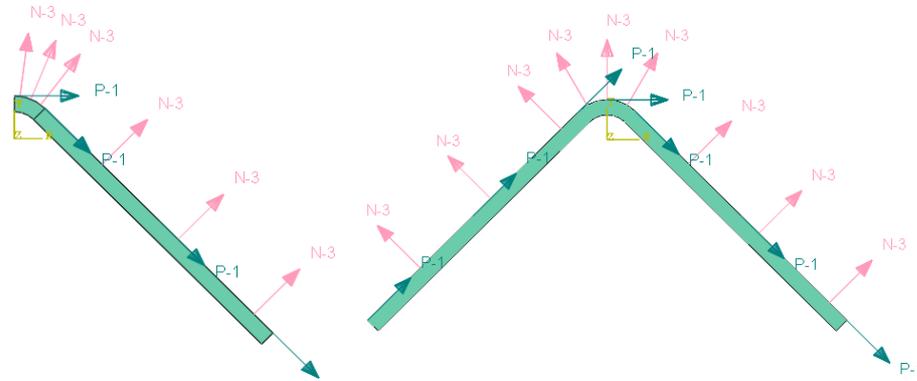


Figura 3.1 Sistema de referencia que se toma como base para definir los laminados.

En *Assembly* se crea una instancia para la probeta y una para cada rodillo. En el sistema real tanto los rodillos superiores como los inferiores están unidos por una sola pieza y, por tanto, se conoce la posición del centro en el eje X. Con las relaciones geométricas (3.1) y (3.2) se calcula la posición en el eje Y de los centros de los rodillos superior e inferior respectivamente.

$$y_{sup} = (R_i + t_t)\sqrt{2} - x_{sup} + R_r\sqrt{2} \quad (3.1)$$

$$y_{inf} = R_i\sqrt{2} - x_{inf} + R_r\sqrt{2} \quad (3.2)$$

En *Mesh* se crea la malla y es entonces cuando el modelo se aproxima por la geometría de los elementos. La opción *composite layup* obliga a que la malla deba tener un elemento en el espesor del laminado. Los elementos que se han usado han sido: SC8R, C3D8, C3D8H, C3D8R, C3D8I, C3D20, C3D20H y C3D20R. La malla dispone de 20 elementos en la dirección Z, y un largo de los elementos de 0.1 mm a lo largo de la probeta, lo que hacen un total de 6820 elementos en la probeta con simetría y el doble en una versión de la probeta en la que no se aplica simetría Figura 3.2.

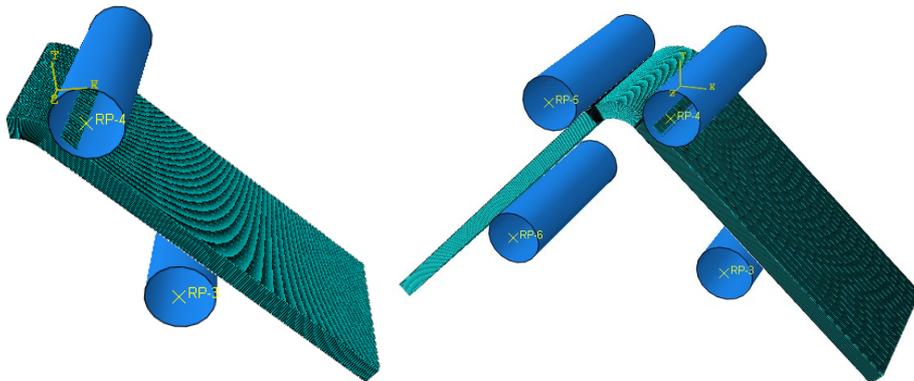


Figura 3.2 Malla del Modelo 1 con simetría y modelo completo.

Se propone además un Modelo 1 Alternativo con una malla menos refinada que dispone de 8 elementos en la dirección Z, y de 100 elementos con bias a lo largo de la probeta, lo que hacen un total de 960. Esta misma malla se usará posteriormente en otro modelo para comparar resultados Figura 3.3.

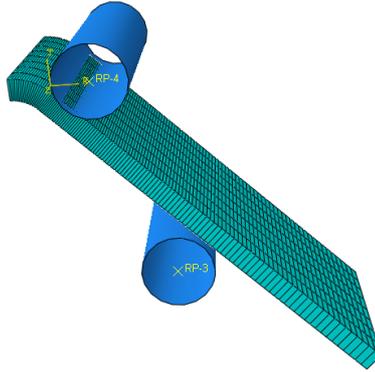


Figura 3.3 Malla del Modelo 1 Alternativo.

En *Interaction* se especifican las relaciones entre cada elemento. Se crean dos *Reference Points* y se liga el movimiento de los rodillos a los mismos. Además, se añade contacto entre los rodillos y la probeta. El contacto es rígido, con coeficiente de rozamiento de 0.001 para mejorar la convergencia. Normalmente será tipo *surface-to-surface*, a menos que en la primera iteración no converja y entonces se cambia a *node-to-surface* [17].

En *Load* se imponen las condiciones de contorno: el punto de referencia del rodillo inferior no se mueve, el del superior baja 4.78 mm. En el modelo con simetría, ésta se aplica en la cara situada en el extremo de la zona curva, mientras que en la probeta completa esta condición no aplica, y se limita el desplazamiento *z* de la probeta en una de las caras de los extremos para evitar que se escape de la acción de los rodillos. Posteriormente se discutirá la validez de la hipótesis de simetría.

En *Step* se configura la resolución. Se harán simulaciones comprobando el efecto de activar los efectos geométricos no lineales y el almacenamiento de matriz no simétrica

### 3.1.2 Modelos tipo 2: Conventional Shell PZ QI16

Este modelo usa la opción *composite layup* de tipo *Conventional*. Es similar al modelo del epígrafe 3.1.1 y, por tanto, a continuación, se explican sólo las diferencias.

En este caso se requiere un *part* tipo cáscara o *shell*, o lo que es lo mismo, una superficie sin volumen. En *properties* se especifica si dicha cáscara se corresponde con la parte superior, inferior u otra con respecto al sistema de referencia base. La simetría se aplica en la arista recta donde acaba la parte curva de la probeta. Los elementos que se han utilizado han sido: S4, S4R, S8R.

En la Figura 3.4 se muestra la posición de los rodillos en perfil y perspectiva. Aunque el rodillo inferior no contacte con la superficie de referencia, el modelo no desprecia el espesor real de la probeta y el contacto se produce desde el principio de la simulación. En el caso de que se despreciase el espesor, los resultados se alejarían considerablemente de los esperados.

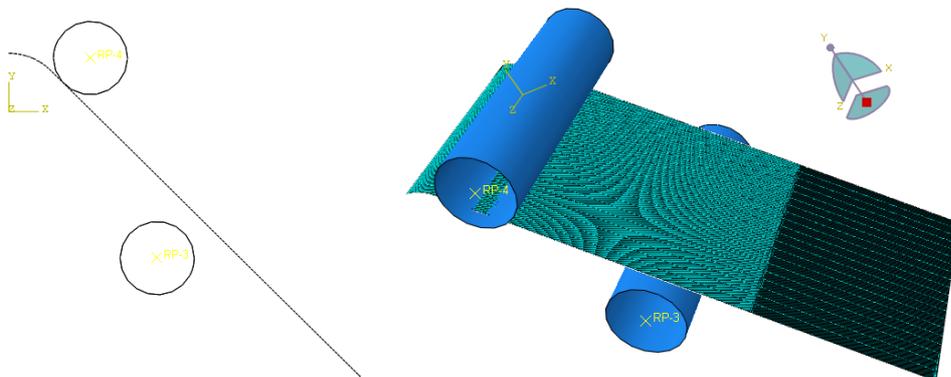


Figura 3.4 Vista de perfil y en perspectiva de la malla del Modelo 2.

### 3.1.3 Modelo 3: Parts PZ QI16

Es un modelo 3D en el que no se hace uso de la opción de *composite layup* y, por tanto, cada lámina debe tener asignado un part diferente. A éstos se le suma otro part para modelar los cuatro rodillos, que hacen un total de 17 parts. En cada lámina se asigna la misma sección con el material de la Tabla 2-1 y también se asigna la orientación del laminado PZ QI16. Para darle unidad a la probeta, se crea una constraint tipo *Tie* entre cada lámina.

Al no utilizar la opción de *composite layup* y disponer de 16 láminas, cada lámina debe tener al menos un elemento en el espesor, y se decide que tenga uno. En la dirección Z el modelo consta de 8 divisiones. Ortogonalmente, en la parte curva se opta por 40 divisiones, y en cada parte recta se tienen 50 elementos con un bias de 5. Esto hace un total de 17920 elementos. Se muestra una imagen en perspectiva en la Figura 3.5. Según la simulación, los elementos que se utilizan son: C3D8, C3D8H, C3D8R, C3D8I, C3D20, C3D20H o C3D20R.

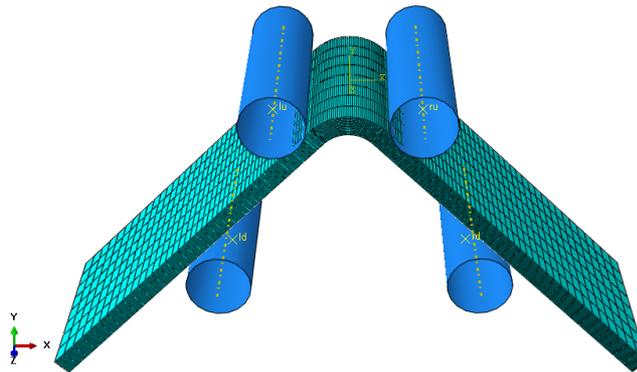


Figura 3.5 Malla del Modelo 3.

Adicionalmente, se propone un Modelo 3 Alternativo que dispone de misma malla en planta que el Modelo 1 Alternativo del epígrafe 3.1.1. El espesor de cada lámina se discretiza en 3 elementos y se aplica simetría. Es una malla más refinada que la anterior, y dispone de un total de 46.080 elementos. Se muestra un detalle de la malla en la Figura 3.6.

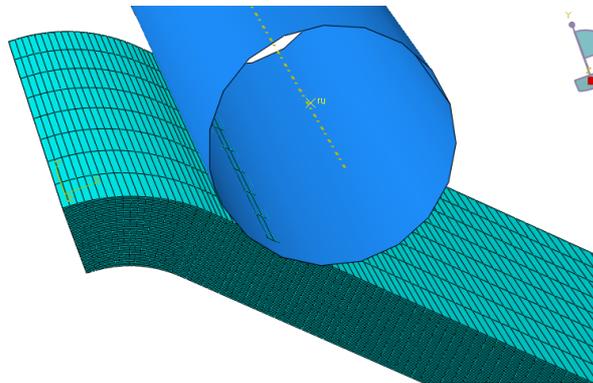


Figura 3.6 Detalle del Modelo 3 alternativo.

El modelo se ensambla y se crea las interacciones con los rodillos de forma análoga a los modelos anteriores. Realmente se está modelando el mismo ensayo con elementos diferentes.

### 3.1.4 Modelo de otros laminados QI08, QI24, LRL-T1

Para darle generalidad a este texto, se estudian tres nuevos laminados: QI08, QI24 y LRL-T1. Dado que tienen diferentes geometrías y número de láminas, es necesario hacer modelos diferentes. Sin embargo, todos están basados en el Modelo 1 y mantienen el tipo de malla. Los tres usan el tipo de elemento continuum Shell por su simplicidad y coste computacional.

### 3.1.5 Modelo con parts y layup: QI16

Es un modelo basado en el el Modelo 1 Alternativo, pero en este caso a cada *part* se le aplica la opción de *composite layup*.

## 3.2 Modelos 2D para el estudio del unfolding inducido

Se propone un primer modelo bajo la hipótesis de deformación plana porque se toma como base el Modelo 2 de Guzmán 2017 [1]. Aunque el objetivo sea el estudio en deformación plana, se propone después un modelo similar en tensión plana porque es la única manera de permitir el daño en la probeta mediante el criterio de Hashin que está disponible en las opciones de Abaqus. Si Abaqus no dispusiese de esta opción, la alternativa sería crear una subrutina, pero esto complica el modelo. A continuación, se muestra el modelo en DP y TP.

Los modelos que presentan interfase LEBIM no incluyen efectos geométricos no lineales. Esto se debe a que todos los modelos que se han resuelto con una interfase LEBIM que tenga las propiedades que se muestran en el epígrafe 2.2 han presentado problemas de convergencia. La simulación necesita más iteraciones para alcanzar el equilibrio en cada paso y se para significativamente lejos de producirse cualquier tipo de fallo. La única condición bajo la cual estas simulaciones no se paran es considerando una interfase más rígida en dirección tangencial. Por tanto, se deciden omitir dichos efectos cuando se incluya una interfase LEBIM en el modelo.

### 3.2.1 Deformacion plana

Se propone un modelo de la probeta QI 16 en el que se omite el contacto con los rodillos y gran parte de la zona recta por simplicidad. Se considera la mitad de la probeta y se aplica simetría, puesto que en el apartado 5.1.7.1 se demostrará que es una hipótesis razonable.

En la Figura 3.7 se muestra un esquema donde se distingue la orientación de cada lámina y la malla. Dispone de 16 *parts* de láminas y 15 *parts* de interfasas LEBIM intermedias. El modelado sigue la misma estructura que el Modelo 2 de [1], donde los parts se unen mediante una *constraint* tipo *tie* y se aplica una *constraint* tipo MPC para ligar los grados de libertad del extremo de la probeta. En el nodo maestro de dicho MPC se impide el desplazamiento en dirección y. En el caso de no utilizar el algoritmo que se explica en el próximo epígrafe, se aplica un giro en el mismo nodo.

Cada *part* se malla en su longitud en 81 elementos. Cada interfase LEBIM dispone de un elemento en el espesor, y cada lámina dispone de cuatro, lo que hace un total de 6156 elementos.

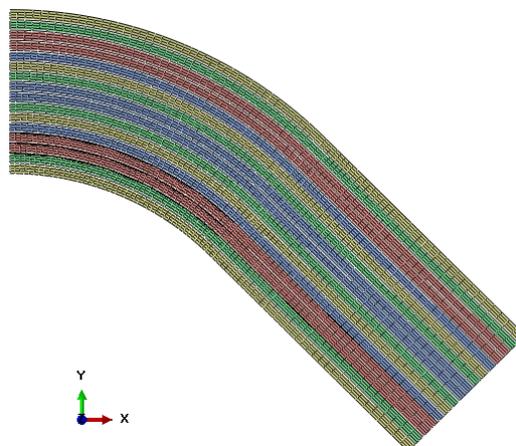


Figura 3.7 Malla y orientaciones de cada lámina del modelo 2D en deformación plana.

En la Figura 3.8 se muestran los dos casos para los que se resuelve este modelo:

- Caso G: el modelo presenta una grieta preexistente tal y como considera el Modelo 2 de [1]. La grieta se localiza en la lámina a  $90^\circ$  más interna, en este caso la tercera. Con ello se pretende demostrar que cuando existe una grieta, la probeta delamina por la interfase inmediatamente interior a la lámina que presenta un fallo intralaminar. Para implementarlo en el modelo numérico basta con eliminar el apoyo de bolas de la lámina 3 de forma que sea una cara libre de tensiones.
- Caso NG: no existe grieta y el apoyo de bolas se aplica en todas las láminas.

Como ya se ha comentado, el modelo de deformación plana no se puede resolver con daño porque Abaqus no lo permite.

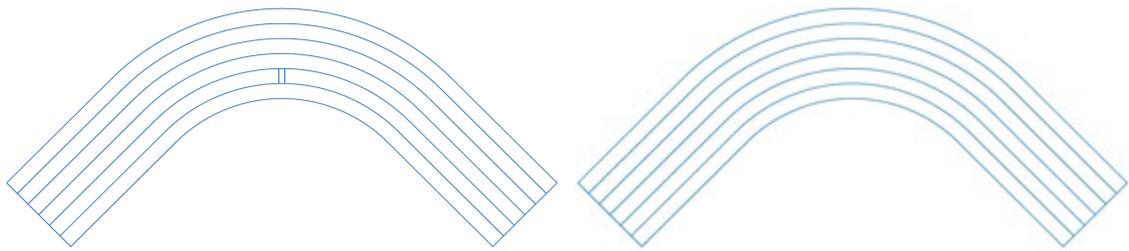


Figura 3.8 Caso G en (a) y Caso NG en (b) para el modelo 2D en deformación plana.

### 3.2.2 Tensión plana

En TP se simulan cuatro casos que derivan de dos situaciones independientes: la existencia o no de una grieta en la tercera lámina, y la posibilidad de que esa lámina se dañe mediante el criterio de Hashin. Siguiendo la notación anterior G y NG denotan los casos en los que existe una grieta preexistente y H y NH hacen referencia a los casos en los que se aplica o no la degradación. Los cuatro casos son: “G NG”, “G H”, “NG NH” y “NG H”.

Se ha tomado como base el modelo de DP y se ha modificado la malla. Se ha utilizado la opción *bias* en la zona curva para refinar la zona cercana a donde se aplica simetría. Cada lámina dispone de tres elementos en su espesor, a excepción de la tercera y cuarta lámina, que disponen de nueve para que se capte mejor el proceso de daño. Tras estas modificaciones se tiene un total de 8700 elementos.

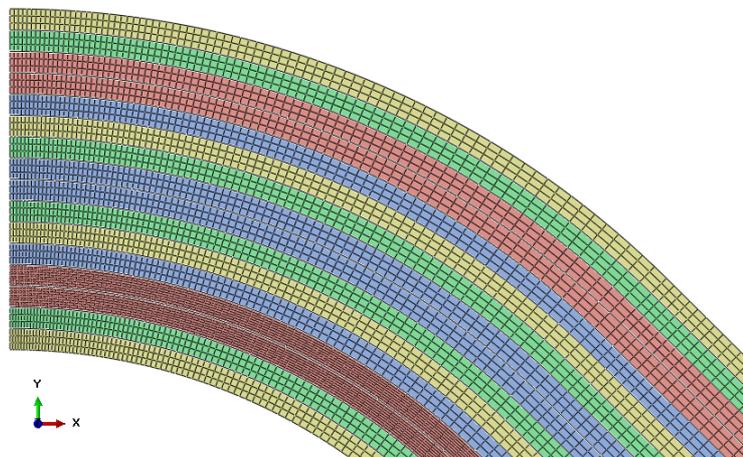


Figura 3.9 Imagen de la malla y el laminado del modelo 2D en tensión plana.

### 3.3 Estudio del fallo de Modelos 3D

El objetivo de este modelo es darle generalidad a los estudios 2D, estudiando el mismo laminado QI16 y permitiendo el fallo. Para ello se propone un modelo que consta de un *part* para cada lámina, y se añaden dos interfases LEBIM. Éstas se disponen encima de la segunda y séptima lámina para captar la delaminación tras el fallo intralaminar o interlaminar. No se añaden las otras 13 interfases por simplicidad.

La lámina en la que se espera el fallo intralaminar se modela usando elementos *continuum* para poder aplicar el criterio de Hashin. El resto de láminas se modelan con elementos tipo *solid* lineales con modos incompatibles, puesto que se ha demostrado que captan la rigidez con una malla más sencilla.

# 4 ALGORITMO DE CONTROL

En este epígrafe se explica la necesidad de aplicar este algoritmo y su implementación.

## 4.1 Motivación

Uno de los principales problemas que se presenta en el estudio del ensayo ILTS es la dificultad de obtener información durante la primera delaminación. Esto se debe a la naturaleza del ensayo y al tipo de control que se aplica.

Para explicarlo, se presenta la Figura 4.1 donde se muestran cualitativamente tres tipos de ensayos. Los tres empiezan siguiendo en el mismo camino marcado en negro, después se produce el fallo, y a partir de entonces, siguen caminos diferentes. Cada ensayo utiliza un tipo de control distinto. En azul y rojo se muestran los dos tipos de control más usados en los ensayos experimentales. Desde el punto de vista numérico, lo equivalente sería definir condiciones de contorno en carga o en desplazamiento. Tanto el utillaje, como el método de Newton-Raphson utilizan incrementos de una variable y, por tanto, en cada tipo de control la variable que se controla varía de forma monótona.

El ensayo ILTS se asemeja a la curva amarilla. Cuando se produce daño, la probeta se flexibiliza y disminuye la carga aplicada en los rodillos y su desplazamiento. Esta inestabilidad se conoce como *snap-back*. Si se utilizase un control en desplazamiento, se perderían aquellos puntos intermedios en los que el desplazamiento fuese menor al desplazamiento de fallo. La pérdida de estos puntos en una simulación del ensayo ILTS significa pasar del inicio del fallo a la delaminación de varias interfases en un incremento. En un ensayo experimental, este proceso es casi instantáneo, y solo es posible comprobar qué ocurre con cámaras de alta velocidad. No obstante, esto no permite un análisis en profundidad.

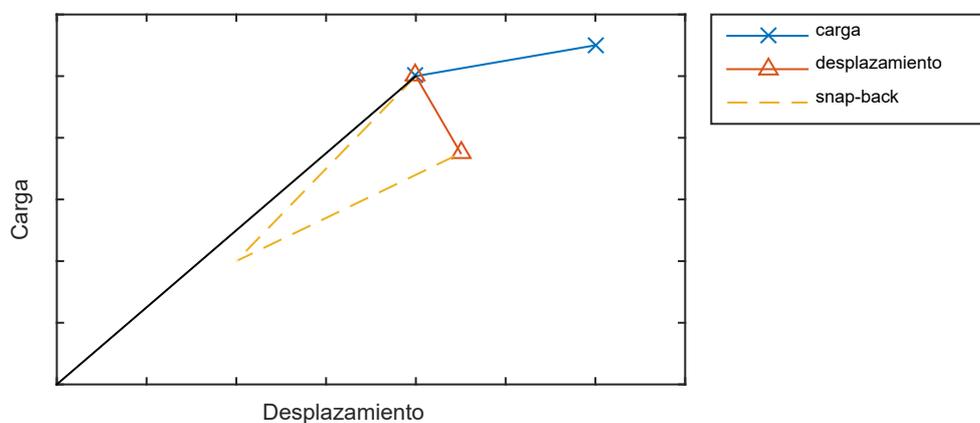


Figura 4.1 Carga respecto del desplazamiento para tres casos modelo.

El algoritmo de control propuesto por Martínez-Pañeda en [5], y las modificaciones propuestas en [22], permiten resolver estos problemas de convergencia asociados al *snap-back*.

## 4.2 Fundamento

La idea del algoritmo es captar la reducción simultánea de la carga y el desplazamiento en el contorno remoto encontrando una variable que crezca de forma monótona durante toda la simulación, de forma que la variable monótona es la entrada del algoritmo, y la carga en el contorno remoto se obtiene como salida de la solución de equilibrio. En general, en una simulación de la propagación de una grieta, el desplazamiento del

extremo de un labio de la grieta crecerá de forma monótona. Esta forma del algoritmo recibe el nombre de *crack tip control*. Otra forma alternativa sería elegir la suma de los desplazamientos de un número de nodos arbitrario en un labio de la grieta, y se denomina *average crack opening control*. Como se verá más adelante, esta última es la opción es la que se ha demostrado más eficaz para el ensayo ILTS.

Para explicar el algoritmo *crack tip control*, se propone un problema más sencillo en la Figura 4.2. Se muestra una probeta rectangular, a la que se ha aplicado simetría. En la parte superior se aplica tracción, y en la zona inferior existe una grieta y una interfase. El algoritmo añade dos nuevas ecuaciones al sistema de ecuaciones global de elementos finitos.

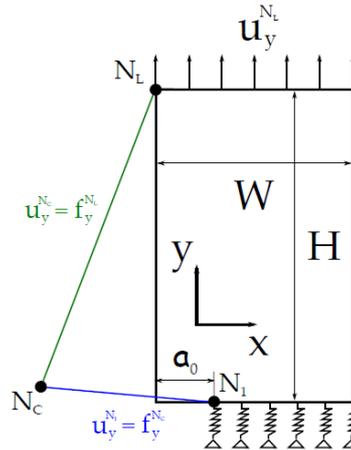


Figura 4.2 Esquema del funcionamiento del algoritmo de control [5].

Para ello se dispone de un nodo de control  $N_c$  definido en una posición arbitraria, un nodo externo  $N_L$  y el nodo del extremo del labio de la grieta  $N_1$ . Se relaciona la fuerza vertical aplicada en  $N_c$  con el desplazamiento vertical  $N_1$  en (4.1), y el desplazamiento vertical de  $N_c$  con la fuerza vertical de  $N_L$  en (4.2). De esta forma, si se impone la fuerza en el nodo de control, se está imponiendo la apertura de los labios, y la carga remota viene dada por la solución de equilibrio del desplazamiento de  $N_c$ .

$$f_y^{N_c} = u_y^{N_1} \quad (4.1)$$

$$u_y^{N_c} = f_y^{N_L} \quad (4.2)$$

La forma de definir estas relaciones es mediante dos elementos auxiliares en las que se definen las matrices de rigidez (4.3) y (4.4).

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y^{N_1} \\ u_y^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_y^{N_1} \\ f_y^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y^{N_L} \\ u_y^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_y^{N_L} \\ f_y^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

El algoritmo *average crack opening control* consiste en modificar el primer elemento auxiliar. La ecuación (4.1) se sustituye por (4.5), o lo que es lo mismo, el elemento (4.3) se sustituye por (4.6).

$$f_y^{N_c} = u_y^{N_{11}} + u_y^{N_{12}} + \dots + u_y^{N_{1N}} \quad (4.5)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y^{N_{11}} \\ u_y^{N_{12}} \\ \vdots \\ u_y^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_y^{N_1} \\ f_y^{N_2} \\ \vdots \\ f_y^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Además, el algoritmo se puede modificar como en [22] para que se tenga en cuenta el desplazamiento relativo entre ambos labios de la grieta. Para ello se modifica la ecuación del primer elemento auxiliar por (4.7). Esta modificación puede aplicarse tanto a *crack tip control* como a *average crack opening control*.

$$f_y^{Nc} = u_y^{N_1} - u_y^{N_2} \quad (4.7)$$

### 4.3 Implementación del algoritmo en el modelo 2D

En este apartado se explica la implementación del algoritmo de control en el modelo 2D que se ha explicado en el epígrafe 3.2. Para ello, se realizan algunas modificaciones. En primer lugar, en el assembly se definen los siguientes sets de nodos:

- $N_L$ : nodo de la interfase que se espera que delamine, localizado en el extremo recto de la probeta.
- $N_{U2}$ : nodo adyacente a  $N_L$  que pertenece a una lámina.
- $N_{slave}$ : conjunto de nodos de las 16 láminas que se encuentran en el extremo recto de la probeta. A este conjunto se elimina el nodo  $N_{U2}$ , para evitar problemas con el número de grados de libertad.

En la Figura 4.3 se muestra un esquema explosionado, que no está a escala, donde se indican los tres *sets* anteriores. Una vez definidos estos *sets*, se define una restricción de tipo MPC con nodos maestro y esclavos  $N_L$  y  $N_{slave}$  respectivamente. Adicionalmente se impide el desplazamiento en dirección Y en el nodo  $N_{U2}$ .

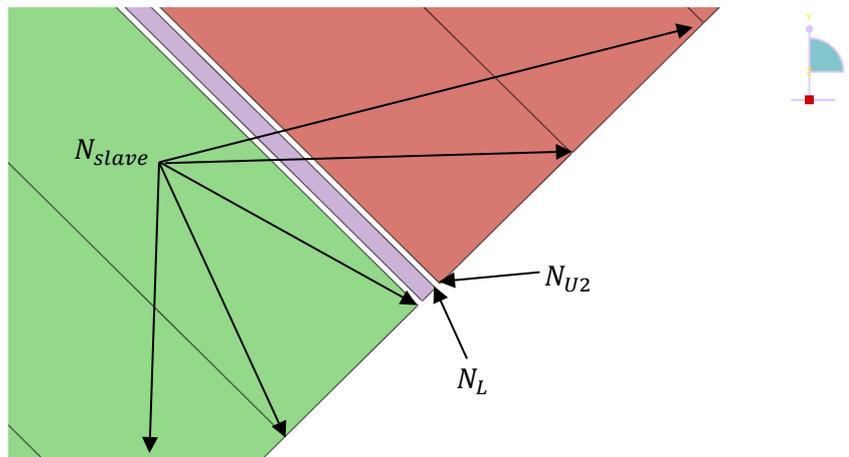


Figura 4.3 Detalle explosionado de los *sets* a definir para aplicar el algoritmo.

La interfaz gráfica Abaqus CAE presenta algunas limitaciones. Por tanto, es necesario generar el archivo de entrada “inp” y editarlo con un editor de texto plano. Al principio del archivo Abaqus define cada *part*, donde aparecen listados de nodos, de elementos y del sistema coordenado local discretizado. A continuación, se define la sección y finalmente indica el final del *part* con la orden “\*End part”. Inmediatamente antes de dicha línea se añade el siguiente código:

```
*USER ELEMENT, NODES=3, TYPE=U1, LINEAR, UNSYMM
2
*MATRIX, TYPE=STIFFNESS
1.e-10, 0.0, 1
0.0, 1.e-10, -1
0.0, 0.0, 1.e-10
*ELEMENT, TYPE=U1, ELSET=control
82, 3, 4, 165
83, 10, 13, 165
```

```

84, 2, 1, 165
85, 129, 15, 165
86, 128, 16, 165
87, 127, 17, 165

```

La primera línea define las características del primer tipo de elemento auxiliar. Nodes define el número de nodos de cada elemento. U1 sirve para distinguir este tipo de elemento del siguiente elemento auxiliar, que sería U2. *Linear* y *unsymmetric* indican que el elemento se puede definir por una matriz completa. En la siguiente línea el número dos indica que el único grado de libertad que se considera es el número dos, es decir, desplazamiento en dirección Y, según la convención que utiliza Abaqus.

La siguiente línea indica que la matriz es de tipo rigidez, o lo que es lo mismo, la matriz se define como  $K=f/u$ , donde  $f$  y  $u$  son vectores de fuerza y desplazamiento. La primera componente de los vectores corresponde con el primer nodo, seguida del resto de grados de libertad del mismo nodo, y a continuación, se añaden el resto de los nodos de forma análoga. En (4.8) se muestra la matriz en un formato legible. Abaqus requiere la matriz traspuesta a la que se indica, y también necesita que la matriz sea invertible, y por ello en la diagonal se sustituyen los ceros por cantidades pequeñas. Con esta matriz se está imponiendo que la fuerza del nodo de control sea igual al desplazamiento relativo vertical entre los nodos  $N_1$  y  $N_2$ . Hay que definir los nodos  $N_1$  y  $N_2$  para cada elemento auxiliar.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y^{N_1} \\ u_y^{N_2} \\ u_y^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_y^{N_1} \\ f_y^{N_2} \\ f_y^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

La última orden define los nodos que componen cada elemento tipo U1, y los almacena en el *set* control. El primer número corresponde con el número que designa a cada elemento. Si el número coincide con alguno elemento anterior, prevalece el que aparezca el último en el fichero. Los sucesivos números son los nodos del elemento. En este caso, el primer elemento auxiliar que se ha definido es el número 82, donde los nodos  $N_1$ ,  $N_2$  y  $N_c$  son los nodos del *part* de la interfase número 3, 4 y 165 respectivamente. En la Figura 4.4 se muestra la posición de los nodos anteriores.

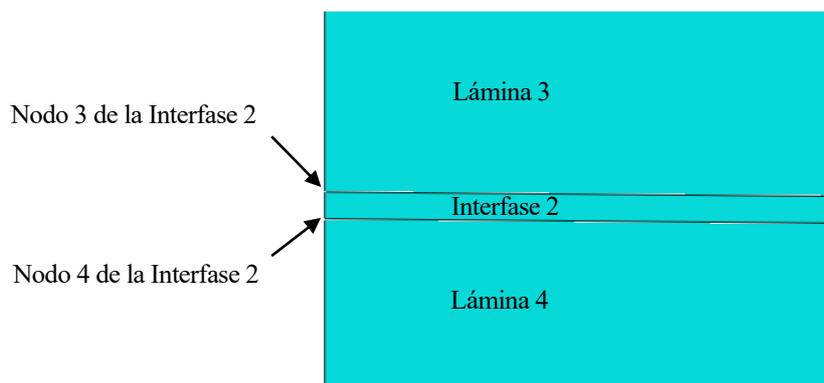


Figura 4.4 Detalle de los nodos del primer elemento auxiliar.

A continuación, se añaden unas líneas equivalentes para el segundo elemento auxiliar.

```

*USER ELEMENT, NODES=2, TYPE=U2, LINEAR, UNSYMM
2, 6
*MATRIX, TYPE=STIFFNESS
1.e-10, 0, 0, 0
0, 1.e-10, 0, 0

```

```

0,1,1.e-10,0
0,0,0,1.e-10
*ELEMENT,TYPE=U2,ELSET=control
88,8,165
*UEL PROPERTY,ELSET=control
*End Part

```

Para el segundo elemento auxiliar se utilizan los grados de libertad 2 y 6, que corresponden con desplazamiento en el eje Y y rotación en el plano (rotación del eje 3). La matriz que se indica es la traspuesta a la de (4.9). Los nodos 8 y 165 corresponden con  $N_L$  y  $N_c$  respectivamente. La penúltima orden indica que se trata de elementos definidos por el usuario y la última orden cierra el *part*.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_y^{N_L} \\ u_r^{N_L} \\ u_y^{N_c} \\ u_r^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_y^{N_L} \\ f_r^{N_L} \\ f_y^{N_c} \\ f_r^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Se podría haber definido la ligadura entre desplazamiento y giro en los elementos tipo uno. No obstante, la matriz que liga dos tipos de grados de libertad es de mayor dimensión, y dado que sólo existe un elemento auxiliar tipo dos, es más eficiente hacerlo de la forma en la que se ha explicado.

A continuación, en el modulo *assembly* se define un set para el nodo  $N_c$ :

```

*Nset, nset=N_C, instance=I2-1
165,

```

Por último, en *boundary conditions* se aplica la suma de las aperturas mediante la fuerza en el nodo de control  $N_c$ .

```

*CLOAD
N_C,2,1

```

## 4.4 Implementaciones alternativas

Dependiendo de la naturaleza de cada modelo, el algoritmo admite otras modificaciones para adaptarlo a cada situación. Por ejemplo, se puede combinar el *average crack opening control* en varias grietas simultaneas. Esta ha sido la solución adoptada en el caso de tensión plana. Para ello, hay que volver a definir otros elementos auxiliares otra interfase y aplicar un MPC a ambos nodos de control, de forma que al aplicar carga en el nodo  $N_c$  original, se está aplicando la apertura al total de los nodos involucrados en los elementos auxiliares.

Otra alternativa podría ser imponer un desplazamiento relativo que no sea perpendicular a la grieta. Para ello se modificaría el primer elemento auxiliar, de forma que la ecuación que aplica es la (4.10). A la hora de manejar matrices grandes, hay que tener en cuenta que Abaqus solo permite introducir cuatro elementos por fila. La implementación sería la siguiente:

```

*USER ELEMENT, NODES=3, TYPE=U1, LINEAR, UNSYMM
1,2
*MATRIX, TYPE=STIFFNESS
1.e-10,0.0,0.0,0.0
0.0,1.0
0.0,1.e-10,0.0,0.0
0.0,1.0
0.0,0.0,1.e-10,0.0
0.0,-1.0

```

0.0,0.0,0.0,1.e-10  
 0.0,-1.0  
 0.0,0.0,0.0,0.0  
 1.e-10,1.0  
 0.0,0.0,0.0,0.0  
 0.0,1.e-10

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x^{N_1} \\ u_y^{N_1} \\ u_x^{N_2} \\ u_y^{N_2} \\ u_x^{N_c} \\ u_y^{N_c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x^{N_1} \\ f_y^{N_1} \\ f_x^{N_2} \\ f_y^{N_2} \\ f_x^{N_c} \\ f_y^{N_c} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

# 5 RESULTADOS DE LOS MODELOS

En este apartado se presentan los resultados obtenidos a partir del MEF, se comenta su validez y se analizan los datos.

## 5.1 Resultados de los Modelos 3D para el estudio de la rigidez

Se exponen los resultados de los modelos en el mismo orden en el que se han definido.

### 5.1.1 Modelos 1 y 2: composite layup

En la Figura 5.1 se representa la fuerza vertical total que se aplica sobre los rodillos de los modelos 1 y 2. Se representa también el resultado experimental del mismo ensayo. En las simulaciones numéricas se observa un comportamiento cuadrático, especialmente para cargas mayores. Aunque la probeta se encuentre en la zona de comportamiento elástico-lineal, la simulación se realiza para grandes desplazamientos.

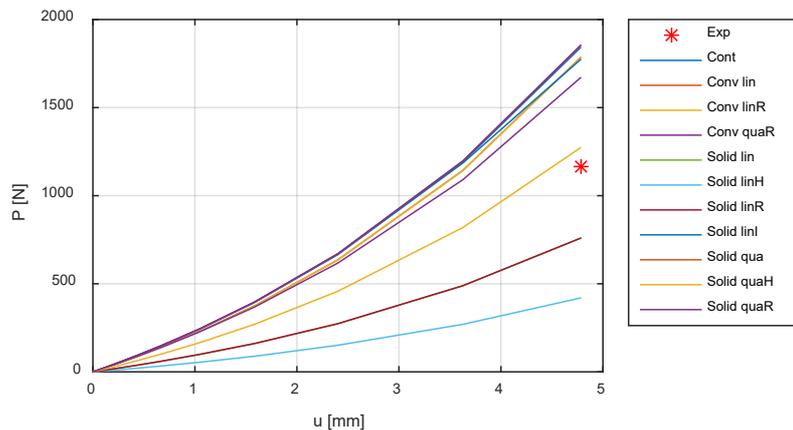


Figura 5.1 Fuerza vertical total frente al desplazamiento de los rodillos.

Dado el carácter monótono y que, en general las curvas no se cruzan, en adelante se simplifica el análisis de resultado. Cada curva de fuerzas se sustituye por su valor al final de la simulación, tal y como se muestra en la Tabla 5-1. Se indica el resultado para las dos mallas propuestas. Se observa que ningún elemento predice el ensayo experimental. Esto es algo que ya se había observado en otros trabajos y se atribuye al fenómeno de *waving*. También se observa que hay un grupo de elementos marcados en verde que apuntan razonablemente a una fuerza que ronda los 1800N, y otro grupo marcado en rojo que se aleja de esta cifra. Las celdas marcadas por un guión hacen referencia a que dicha simulación no se ha realizado.

Se observa que la carga de los elementos *Conventional Shell* se aleja ligeramente de los 1800N. Esto se debe a que este tipo de elemento, S8R, utiliza la teoría de Mindlin y, por tanto, se asume la hipótesis de placa gruesa.

En cuanto al grupo marcado en rojo, destaca que los elementos tipo híbrido no predicen los resultados experimentales porque están pensados para materiales incompresible y el *composite* no lo es. El único elemento *solid* lineal que predice adecuadamente los resultados es el incompatible. El hecho de que este elemento muestre un mejor resultado se debe a que está mejorado para modelar mejor la situación de flexión pura, como es el ensayo ILTS.

En la tabla no se muestran los tiempos de simulación, pero se puede comprobar que crece a medida que se avanza fila a fila por la tabla.

Tabla 5-1 Resultados de resistencia del Modelo 1 y Modelo 2

Tipo	Orden geométrico	Formulación	$P_1$ [N] (Malla original)	$P_2$ [N] (Malla alternativa)
<i>Continuum</i>	Lineal	Reducida	1840.47	1819.28
<i>Conventional</i>	Lineal	Completa	1783.91	-
		Reducida	1783.08	-
	Cuadrático	Reducida	1669.41	-
<i>Solid</i>	Lineal	Completa	758.51	760.802
		Híbrida	419.33	422.1
		Reducida	758.77	746.6
		Incompatible	1772.60	1817
	Cuadrático	Completa	1852.18	1856.6
		Híbrida	1272.13	1266.46
		Reducida	1852.17	1856.4
Experimental			<b>1163.71</b>	

### 5.1.2 Modelo 3: parts

En la Tabla 5-2 se representa una comparación del Modelo 3 entre los tipos de elementos. Se observa mejor acuerdo de forma general entre el resultado experimental y los resultados numéricos a excepción de los elementos con modos incompatibles. En la Figura 5.2 se representa la fuerza frente al desplazamiento de dicho caso para ambas mallas. La curva de la primera malla se desvía ligeramente de su comportamiento normal, y la segunda malla muestra problemas de convergencia. Por lo que en caso de usar elementos con modos incompatibles hay que hacerlo con cautela.

Tabla 5-2 Resultados de resistencia del Modelo 3.

Tipo	Orden geométrico	Formulación	$P_1$ [N]	$P_2$ [N]
<i>Solid</i>	Lineal	Completa	1829.044	1795.8
		Híbrida	1824.161	1795
		Reducida	1757.664	1751.2
		Incompatible	1244.14	-
	Cuadrático	Completa	1791.617	1800.2
		Híbrida	1790.74	1799.733
		Reducida	1783.87	1783.564
Experimental	-	-	<b>1163.71</b>	

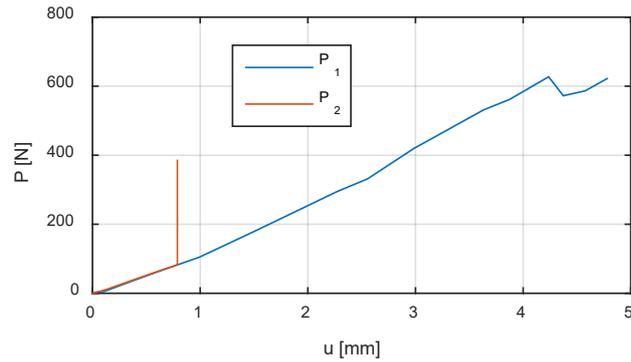


Figura 5.2 Carga frente a desplazamiento del Modelo 3 con modos incompatibles para ambas mallas.

Se ha probado a definir las propiedades de cada lámina con la opción de layup. Se considera un elemento en el espesor de cada lámina. En el caso de elementos tipo solid no se observan diferencias significativas, pero con elementos continuum la simulación se para prematuramente, y además muestra una curva carga-desplazamiento irregular en la Figura 5.3.

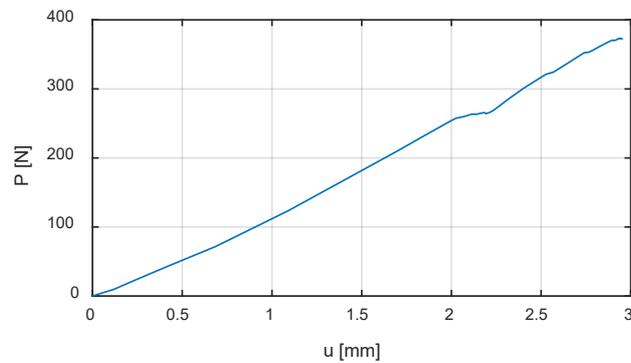


Figura 5.3 Carga frente a desplazamiento de los rodillos para laminado de layups apilados.

### 5.1.3 Otros laminados

En la Figura 5.4 se representa la carga final de distintos ensayos en función de su número de láminas. Cada laminado se simula para el desplazamiento de los rodillos obtenido experimentalmente. Se muestran también los resultados experimentales. Se observa que a un menor número de láminas el acuerdo entre los resultados numéricos y los experimentales es mejor.

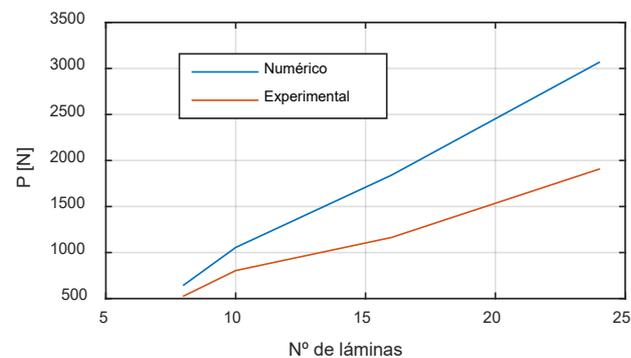


Figura 5.4 Carga final de diferentes laminados frente al número de láminas.

### 5.1.4 Reducción de la rigidez

En la Tabla 5-3 se muestra la carga para dos laminados y tres casos. Esta carga es la que se alcanza para un desplazamiento de los rodillos igual al del fallo experimental. La primera fila es el resultado numérico de un modelo que usa elementos tipo *continuum*, la segunda es la carga si se disminuyese la rigidez  $E_{11}$  en un 50% en la zona curva de la probeta, y la tercera es la carga de fallo experimental. Se observa un buen acuerdo experimental en el caso del laminado LRL cuando se aplica la reducción de rigidez. No ocurre lo mismo para el laminado QI 16. Esto se debe a que la rigidez efectiva se reduce en mayor medida para las láminas que se disponen cerca de los  $90^\circ$  y, por tanto, la diferencia numérico-experimental entre las rigideces depende del laminado.

Tabla 5-3 Comparación de cargas al reducir la rigidez  $E_{11}$ .

F [N]	LRL	QI16
<b>Numerico</b>	1055.066	1840.468
<b>Numérico 50%</b>	803.296	1228.18
<b>Experimental</b>	804.12	1163.7

### 5.1.5 Convergencia

Inspeccionando los archivos con extensión “sta” se puede comprobar el número de iteraciones y pasos de cada simulación. En el Modelo 1: destacan la convergencia de los elementos de integración cuadrática y modos incompatibles. La convergencia no cambia significativamente al activar la opción de elementos híbridos, y empeora al activar la integración reducida.

En cuanto al Modelo 3, los de orden cuadrático también tienen la mejor convergencia y los híbridos también producen un resultado similar. La integración reducida falla en varias iteraciones, y la de modos incompatibles falla para las dos mallas que se han propuesto.

En relación con el modelo propuesto que en epígrafe 3.1.5, también se observan problemas de convergencia.

### 5.1.6 Campo tensorial

Se representa en la Figura 5.5 el campo tensorial  $\sigma_{22}$  usando elementos tipo *continuum* y *solid* a la izquierda y derecha respectivamente. Se muestra el resultado para la sección más interna de la tercera lámina. En el caso de los elementos *continuum* se observa una zona donde aparece un máximo local bajo el rodillo superior. Esto no ocurre en el caso de elementos *solid* usando o no la opción de *layup*. Este es un fenómeno no deseado y, por tanto, cuando se usen elementos *continuum* en modelos 3D para aplicar degradación, sólo se usará en una capa para evitar la aparición del fenómeno. La tensión máxima es mayor en el modelo con elementos *solid* porque la carga que aplican los rodillos es superior.

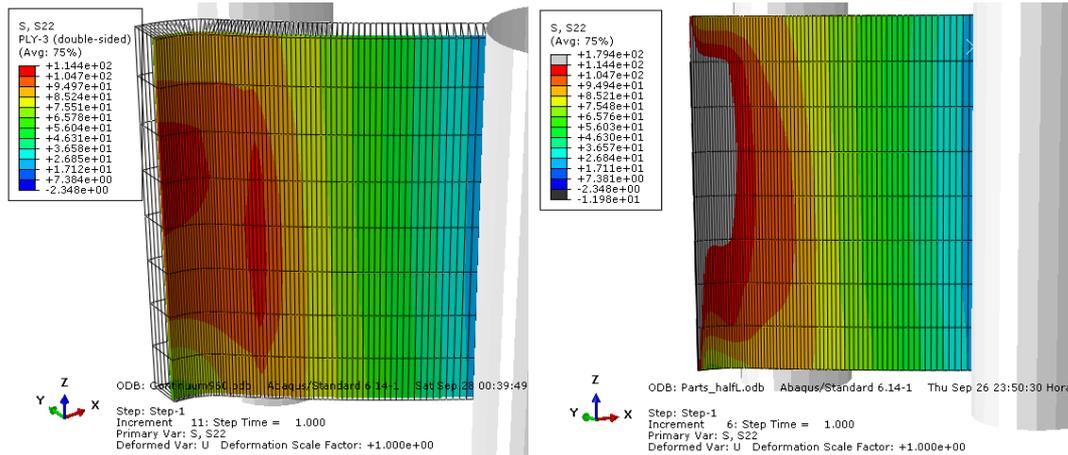


Figura 5.5 Campo tensorial  $\sigma_{22}$  de la tercera lámina para elementos *continuum* y *solid*.

## 5.1.7 Estudio de otros parámetros

En este subapartado se consideran modificaciones a los modelos originales.

### 5.1.7.1 Simetría

Al comparar la carga final que se obtiene utilizando el Modelo 3, se comprueba que la diferencia entre aplicar simetría y simular la probeta completa es aproximadamente de un 0.4%. La diferencia también es pequeña para el resto de los modelos simulados.

### 5.1.7.2 Puntos de integración

Existen dos opciones de integración en un *composite layup*: la regla de Simpson y la cuadratura de Gauss. La cuadratura gaussiana es más eficiente para los mismos puntos de integración, no obstante, no permite obtener resultados en los extremos de la lámina, y por tanto se decide usar la regla de Simpson. Normalmente no se necesitan más de 9 puntos de integración con la regla de Simpson.

Se han realizado dos simulaciones con el Modelo 3 alternativo usando el elemento C3D8 con 3 y 9 puntos de integración. Se ha obtenido la misma rigidez en las seis cifras significativas que devuelve Abaqus. Además, la diferencia de coste computacional no es significativa.

### 5.1.7.3 Matriz simétrica

Al activar la opción de almacenamiento de matriz simétrica se observan diferencias menores al 0.01% en la carga final. Se esperan mayores diferencias en el caso de que se considere el fallo de la probeta.

### 5.1.7.4 Efectos geométricos no lineales

Se ha resuelto el Modelo 1 que usa elementos de tipo *solid* cuadráticos y se ha observado que si se desactiva la opción que considera efectos geométricos no lineales, la carga final pasa de 989.2N a 1001.8N. Esto supone un 8% más aproximadamente. Por tanto, es un efecto que se debe tener en cuenta. No obstante, como se ha comentado, es una opción problemática al incluir una interfase LEBIM que no es lo suficientemente rígida.

### 5.1.7.5 Ángulo de la zona curva

Todas las probetas de las que se disponen datos geométricos tras su construcción disponen de un ángulo

$\alpha$  distinto de  $90^\circ$ , y siempre es menor. Los valores habituales rondan los  $88^\circ$ . Se han probado modelos que consideran esta geometría. Para ello, se han usado las relaciones geométricas (5.1) y (5.2) para posicionar los rodillos.

$$y_{sup}(\alpha) = \frac{(R_i + t_t)}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - x_{sup} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{R_r}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.1)$$

$$y_{inf}(\alpha) = \frac{R_i}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - x_{inf} \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{R_r}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (5.2)$$

En la Tabla 5-4 se muestran los resultados de las simulaciones en las que se ha usado el laminado LRL y se ha tomado como base el Modelo 1 con elementos *continuum*. Los resultados muestran que una probeta en la que exista una diferencia de un grado produce una carga un 5.34% superior. Si la rigidez numérica es superior a la experimental, este efecto hace que la diferencia sea mayor.

Tabla 5-4 Resultados del análisis paramétrico del ángulo  $\alpha$

$\Delta$ Ángulo [°]	F [N]	%
<b>0</b>	1055.1	0
<b>1</b>	1111.4	5.34
<b>1.5</b>	1140.1	8.06

## 5.2 Resultados de los modelos 2D para el estudio del unfolding inducido

En este apartado se muestran los resultados de los modelos 2D y se realiza la discusión.

### 5.2.1 Deformación plana

Como se ha comentado en el epígrafe 3.2.1, este modelo se ha resuelto para dos casos. En el primero de ellos se supone una grieta en la lámina 3 en el plano donde se aplica simetría. Esta lámina es la más interna con orientación a  $90^\circ$ . El segundo caso corresponde a una situación análoga sin la existencia de una grieta. Ambos casos se han resuelto aplicando el algoritmo del epígrafe 4.

En la Figura 5.6 se representa el estado final de la simulación de ambos casos. Se representa en naranja la interfase LEBIM dañada. Se observa que la presencia de la grieta produce que la delaminación ocurra en la segunda interfase en lugar de la séptima. Además, en el primer caso se ha conseguido resolver un mayor número de elementos LEBIM dañados y, por lo tanto, los labios de la grieta están más separados. Esto se debe a que en el caso de que no exista grieta, las interfases adyacentes delaminan rápidamente.

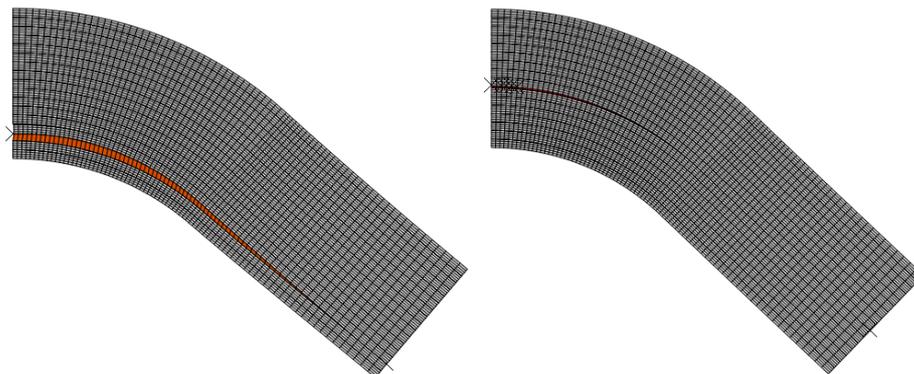


Figura 5.6 Estado final de la probeta 2D en DP con y sin grieta preexistente respectivamente.

En la Figura 5.7 se representa el momento total aplicado en el MPC localizado en el extremo de la probeta frente al giro de éste para los dos casos. Las letras NG y G denotan respectivamente los casos donde no existe, y sí existe la presencia de la grieta. Se observa que la carga a la que falla la probeta en el caso de que exista una grieta preexistente es mucho menor. Además, se observa una inestabilidad del tipo *snap-back*, de forma que la carga y el giro aumentan linealmente, llegan a un máximo, y después disminuyen abruptamente volviendo por el mismo camino. Finalmente, las curvas se separan de esta recta. Con todos los datos de las simulaciones se ha podido comprobar que el punto en el que empiezan a separarse las curvas se corresponde con un crecimiento de la grieta de unos  $22^\circ$  aproximadamente en ambos casos.

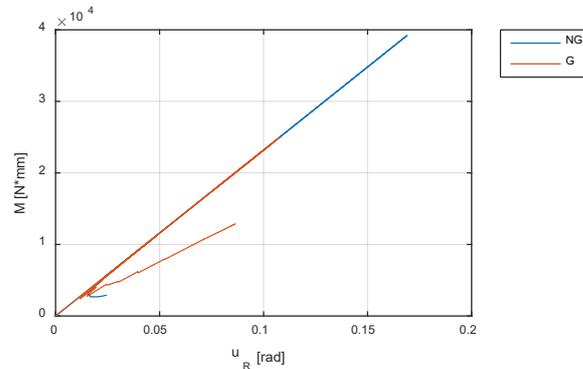


Figura 5.7 Momento total frente al giro del MPC para los casos con y sin grieta preexiste.

En la Tabla 5-5 se recogen datos de ambos casos en el instante en el que se inicia la delaminación. Se muestra el giro, momento, rigidez y la interfase que delamina. La rigidez se entiende como momento entre giro y las interfases de denominan por un número del uno al quince, donde el uno corresponde a la interfase más interna y quince a la más externa. Esta tabla recoge datos de dos simulaciones donde al contrario que en la Figura 5.7, se han resuelto sin aplicar el algoritmo de control, de forma que los problemas de convergencia asociados a la delaminación hacen que la simulación se pare justo antes que se que se produzca el fallo. Con ello se consigue mayor precisión en los datos de resistencia. En el caso de la grieta se observa una carga de fallo un 58% menor, una rigidez similar, y se observa también que la delaminación se produce por la interfase interior adyacente a la grieta.

Tabla 5-5 Parametros de interés en el momento del fallo asumiendo DP.

DP	UR [RAD]	M [N MM]	K [N MM/RAD]	INTERFASE DELAMINADA
G	0.112	$2.60 \cdot 10^4$	$2.318 \cdot 10^5$	2
NG	0.178	$4.13 \cdot 10^4$	$2.320 \cdot 10^5$	7

En la Figura 5.8 se representa el giro en el MPC frente a la apertura de los extremos de los labios de la grieta para ambos casos. Se observa que cuando no existe la grieta, el giro del MPC en el que se produce el fallo es mayor, la caída es más abrupta y, por tanto, la probeta es más resistente. La curva roja es más irregular, y como se comentará a continuación, esto se debe al número de pasos que se ha utilizado para su resolución.

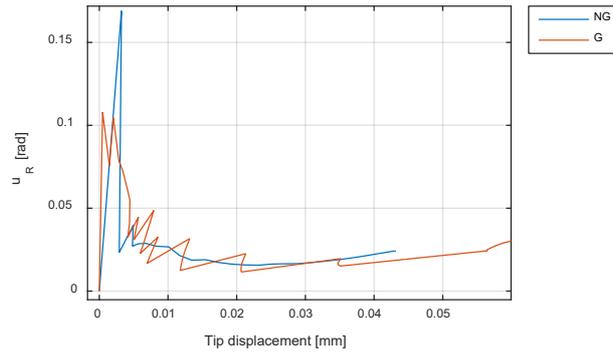


Figura 5.8 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para los casos con y sin grieta preexistente.

En la Figura 5.9 se muestran dos simulaciones del modelo con grieta, con diferente número de incrementos. La curva roja presenta un número de pasos de un orden superior. En ese caso se observa unos característicos dientes de sierra. Esto es algo que ya había documentado Castillo Gonzalez [15] en una simulación FEM de un modelo DBC. Por tanto, se espera que este fenómeno también dependa del tamaño de la malla.

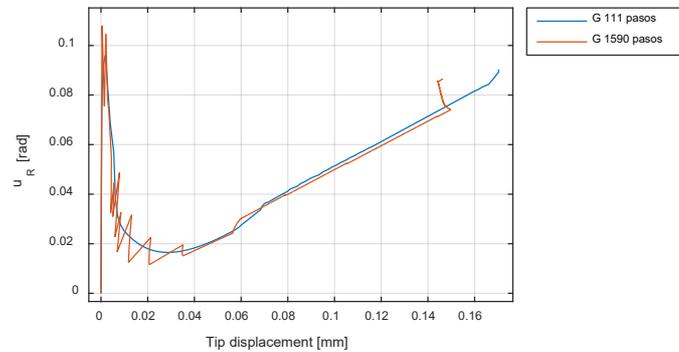


Figura 5.9 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para dos casos similares con distinto número de incrementos.

En la Figura 5.10 se muestra una imagen del resultado de una simulación del modelo con grieta preexistente en el que no se ha aplicado el algoritmo de control, y por tanto se han aumentado el número máximo de iteraciones por incremento en las opciones de *General Controls* como en [1]. Con este resultado no es posible discernir qué interfase que rompe primero. La única herramienta disponible sería comprobar qué elemento está más cerca del fallo antes de que se produzca. Si se compara la Figura 5.6 con la Figura 5.10, se puede comprobar que el algoritmo es capaz de captar más información de la propagación del fallo, y por tanto, queda demostrada su eficacia.

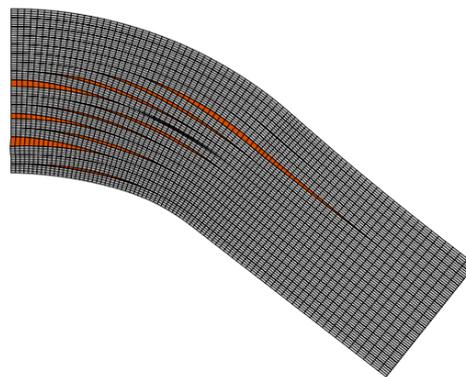


Figura 5.10 Imagen final de la probeta con grieta preexistente en una resolución sin el algoritmo.

## 5.2.2 Tensión plana

En tensión plana se distinguen cuatro casos. Se mantiene la notación relativa a las siglas G y NG, y se añaden las siglas H y NH relativas a la aplicación o no del daño mediante el criterio de Hashin. En la Figura 5.11 se muestra el momento frente al giro aplicado en el MPC para los cuatro casos. Se observa un comportamiento similar al de la Figura 5.7 con diferentes momentos y giros de fallo.

En la Tabla 5-6 se muestra una tabla análoga a la Tabla 5-5 para los casos de tensión plana. En los casos en los que se aplica la degradación de las láminas a 90°, la rigidez disminuye en torno a un 5%. Si se comparan los resultados con los de la Tabla 5-5, se observa que en general el fallo se produce a una carga menor, y un mayor giro porque la rigidez es un 90% menor aproximadamente. Además, se indica en la Tabla 5-6 que el caso “NG H” reproduce el mecanismo de unfolding inducido.

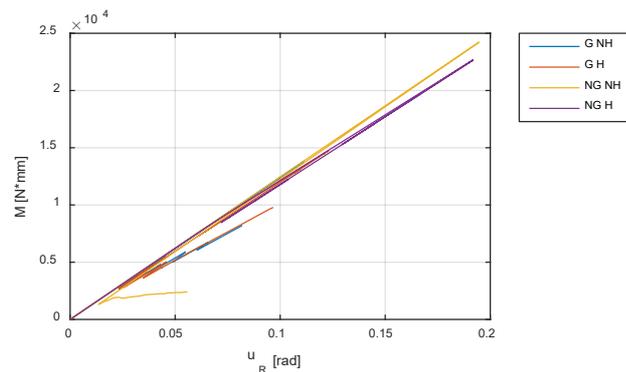


Figura 5.11 Momento total frente al giro del MPC para los cuatro casos, considerando o no grieta y/o degradación.

Tabla 5-6 Parametros de interés en el momento del fallo asumiendo TP.

TP	UR [RAD]	M [N MM]	K [N MM/RAD]	INTERFASE DELAMINADA	TIPO DE FALLO
<b>G NH</b>	0.115	$1.43 \cdot 10^4$	$1.242 \cdot 10^5$	2	Grieta preexistente
<b>G H</b>	0.137	$1.63 \cdot 10^4$	$1.193 \cdot 10^5$	2	Grieta preexistente
<b>NG NH</b>	0.287	$3.57 \cdot 10^4$	$1.245 \cdot 10^5$	6	Interlaminar
<b>NG H</b>	0.242	$2.84 \cdot 10^4$	$1.174 \cdot 10^5$	2	Intralaminar

En la Figura 5.12 se muestra el giro del MPC frente a la apertura de los extremos de la grieta para los casos de TP. El comportamiento de los casos con grieta preexistente es similar, pero los que no tienen grieta no se visualizan correctamente porque su rango en el eje de abscisas es muy pequeño. En las sucesivas figuras se explica qué sucede en dichos casos.

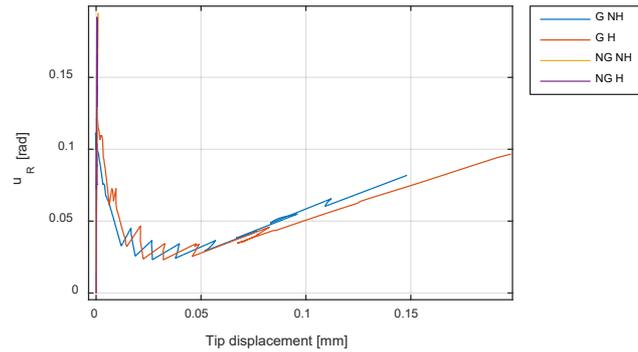


Figura 5.12 Giro del MPC frente a la apertura de la grieta para los cuatro casos de TP.

En la Figura 5.13 se representa el criterio de daño de Hashin en los instantes iniciales para el caso “G H”. Se observa que la parte más crítica es la zona más interna de la tercera lámina.

En la Figura 5.14 se muestra la situación final del daño de las láminas a 90° debido a tracción en la matriz. Se observan unas columnas muy definidas cuyo material está dañado, y todo su alrededor está intacto. Se puede comprobar que cuando se produce el daño en el primer elemento LEBIM, las columnas están completamente desarrolladas, y también se comprueba que el desarrollo de las columnas es un proceso rápido. El daño se inicia en el extremo donde se aplica el plano de simetría, y se observa que en esa zona no existe ninguna columna, por tanto, la delaminación se produce debido al estado tensional que genera la grieta preexistente.

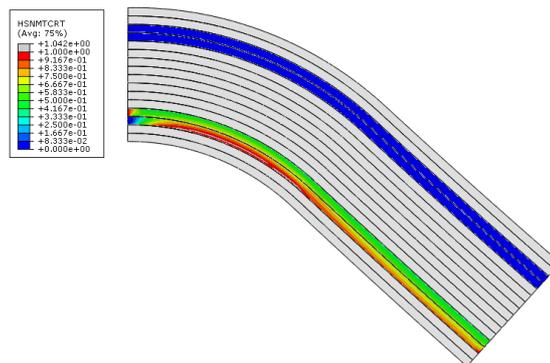


Figura 5.13 Criterio de daño de Hashin para el caso “G H” en los instantes iniciales.

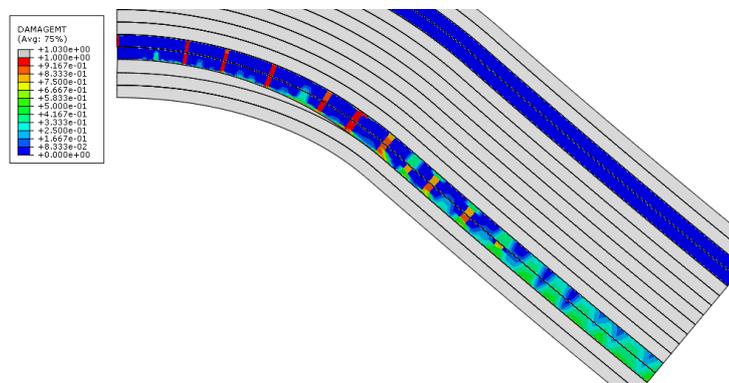


Figura 5.14 Imagen de la degradación por tracción de matriz en el caso “G H”.

En la Figura 5.15 se muestra una imagen de situación final en el caso “NG NH”. Dado que no existe una grieta, el efecto que predomina en el comienzo de la delaminación es la tensión  $\sigma_{rr}$ . En Guzmán 2017 [1] se muestra que esta tensión tiene una distribución aproximadamente cuadrática en el espesor en la zona curva. Por tanto, las interfaces localizadas en el centro del laminado estarán próximas al fallo. Se comprueba que la

delaminación se empieza en la interfase 6 en la zona indicada por la flecha en rojo. Inmediatamente se produce la delaminación de las interfases adyacentes. Se observa que los elementos de la interfase 6 que se encuentran en el plano donde se aplica simetría no están dañados.

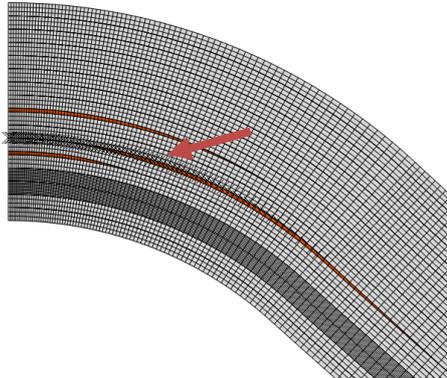


Figura 5.15 Imagen de la delaminación en el caso “NG NH”.

El caso “NG H” ha mostrado problemas de convergencia significativos. Es por ello, que se ha obtenido una delaminación de menor extensión que las anteriores grietas. Se comprobó que usando elementos cuadráticos en las láminas a 90°, se solucionaban parte de dichos problemas. En la Figura 5.16 se muestra el daño por tracción en matriz para el caso en cuestión en el instante previo al daño del primer elemento. Se observa que las columnas están menos marcadas que en el caso “G H”. Esto se debe a que ahora existen nodos intermedios que permiten una distribución más suave del daño. El primer elemento LEBIM que se daña es el adyacente al elemento más dañado de la lámina a 90°. La grieta inmediatamente se propaga hasta que la simulación se para en la situación que se muestra en la Figura 5.17. Por tanto, se ha conseguido simular el mecanismo de unfolding inducido.

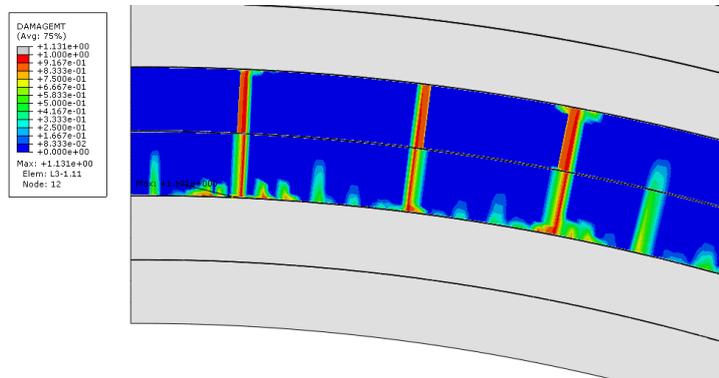


Figura 5.16 Imagen de la degradación por tracción de matriz en el caso “G H” en el comienzo de la delaminación.

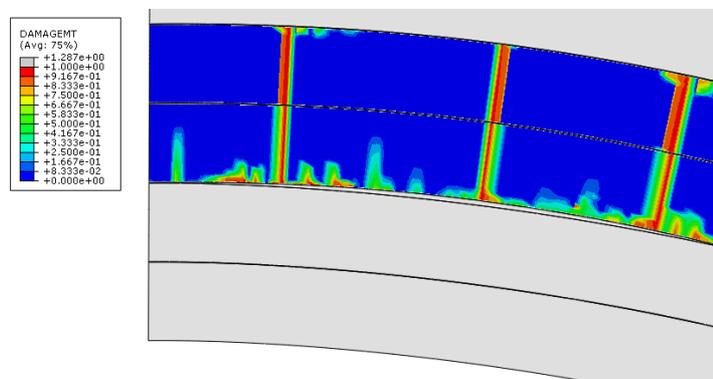


Figura 5.17 Imagen de la delaminación y la degradación por tracción de matriz en el caso “G H”.

En la Figura 5.18 se muestra un detalle de lo que ocurre en el unfolding inducido. La lámina a 90° empieza a degradarse en torno a los 6.6 kN mm, a los 9.3 kN mm se ha degradado un máximo del 90%, a los 16.2 kN

mm existe un nodo dañado al 100%, a los 20.1 kN mm se dañan dos nodos de un elemento LEBIM y a los 22.7 kN mm dos elementos LEBIM delaminan por completo, y los adyacentes se dañan. En los incrementos posteriores la grieta crece.

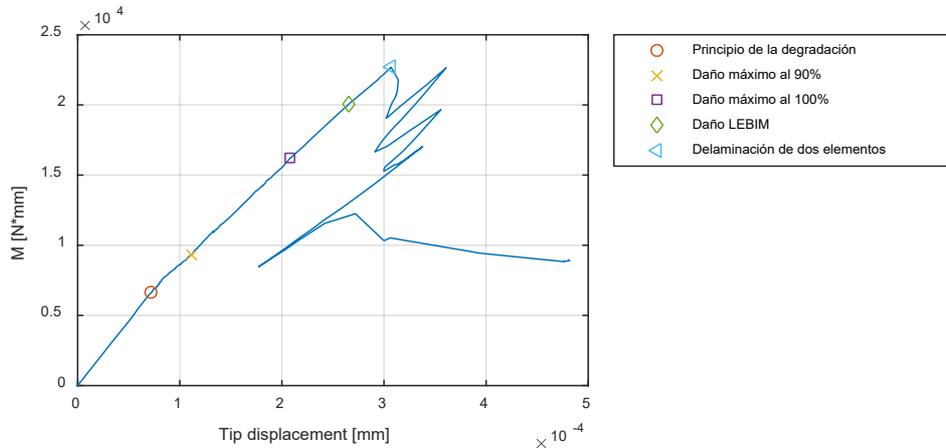


Figura 5.18 Momento frente a la apertura de los labios de la grieta para el caso “NG H”.

### 5.3 Resultados de los modelos 3D para el estudio del fallo

En la Figura 5.19 se representa la carga de los rodillos frente a su desplazamiento para el caso del modelo estudiado y de un modelo constituido exclusivamente de elementos tipo continuum como el Modelo 1 del apartado 3.1.1. Ambos modelos muestran la misma rigidez, por tanto, al incluir una lámina de tipo *continuum* para modelar la degradación y dos interfases LEBIM se mantiene la rigidez. La simulación del modelo con daño se detiene prematuramente debido a problemas de convergencia, poco después de que se inicie la degradación.

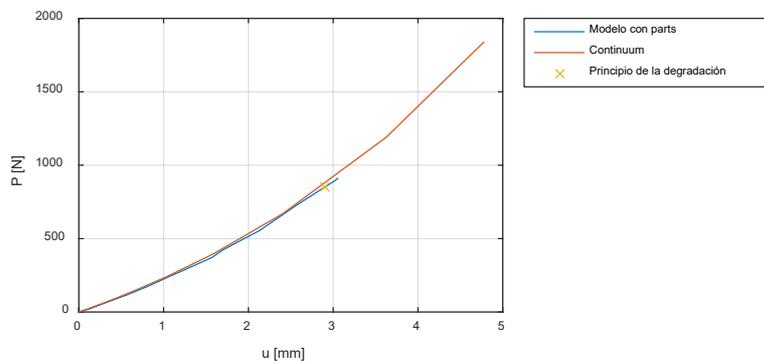


Figura 5.19 Comparación de la rigidez frente a un modelo continuum completo.

A continuación se muestran los mecanismos de fallo ordenados con criticidad decreciente:

- Fallo intralaminar. Aunque no se haya conseguido resolver la degradación de la tercera lámina hasta que la interfase esté a punto de delaminar, es el daño que aparece primero, y probablemente el más crítico si no apareciesen problemas de convergencia. En la Figura 5.20 se muestra la variable de daño de la tercera lámina. En primer lugar se daña la zona central, y después aparece otra zona dañada al principio de la zona recta.
- Delaminación por los bordes de la interfase interior. En la Figura 5.21 se observa que los elementos de los bordes de la zona curva están significativamente más cerca del daño que el resto. Este efecto podría deberse a que la tercera lámina se ha modelado usando elementos continuum que no modelan las tensiones  $\sigma_{23}$ , y son infinitamente rígidos.
- Delaminación cerca de los rodillos en la interfase exterior. En la Figura 5.22 se observa que los

elementos de dos bordes cercanos a los rodillos están significativamente más cerca del daño que el resto. No obstante, este tipo de delaminación no se ha observado experimentalmente. Podría deberse a que los rodillos se han considerado infinitamente rígidos en el modelo.

- Fallo interlaminar clásico. En la Figura 5.23 se muestra la variable de daño de la interfase exterior eliminando la zona más crítica que ya se ha comentado. Se observa que la delaminación no empieza exactamente en el borde de la zona curva, ni tampoco en el plano en el que se ha aplicado simetría en algunos modelos. Esto último también sucede en el modelo 2D “NG H”.

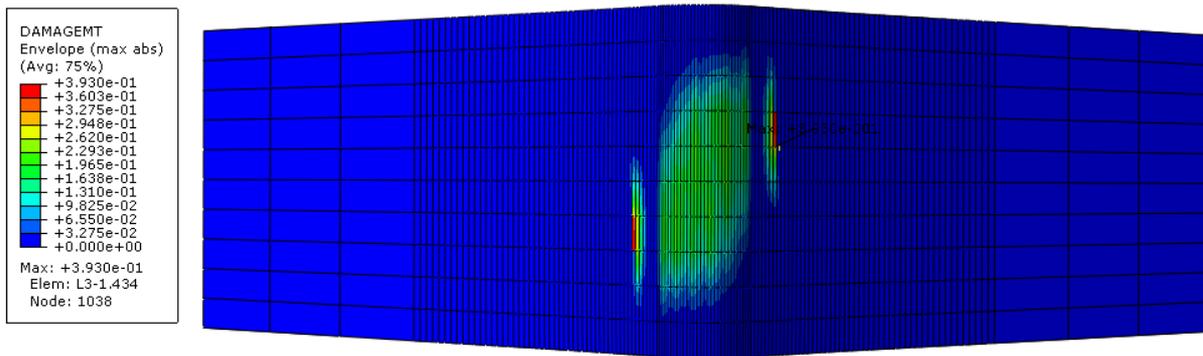


Figura 5.20 Variable daño la lámina a 90° más interior en el último incremento de la simulación.

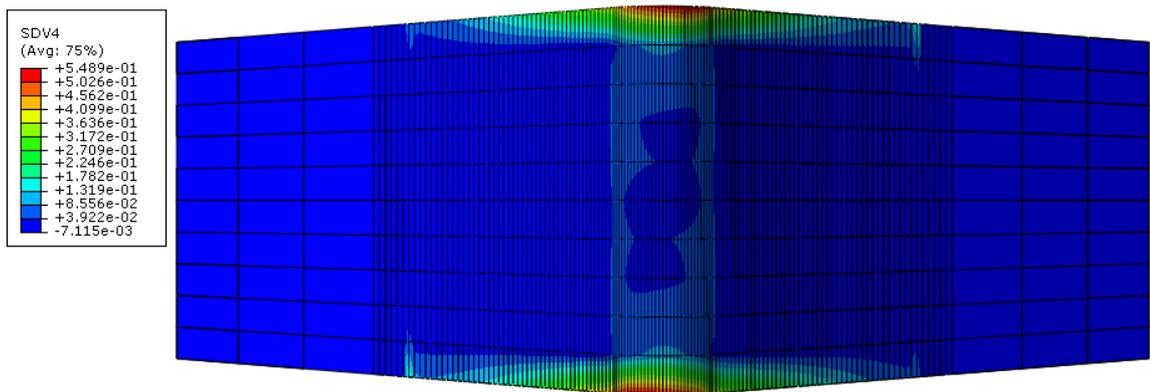


Figura 5.21 Variable daño de la interfase LEBIM interior en el incremento anterior a la degradación de la lámina a 90°.

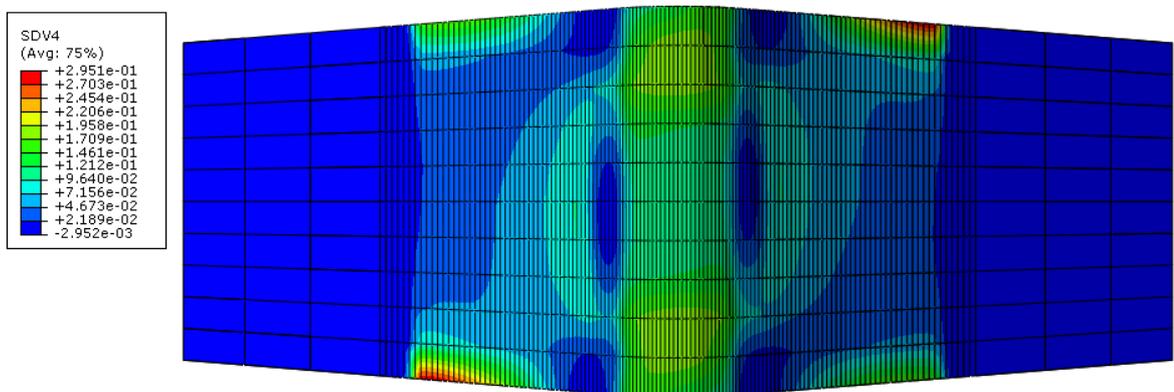


Figura 5.22 Variable daño de la interfase LEBIM exterior en el incremento anterior a la degradación de la lámina a 90°.

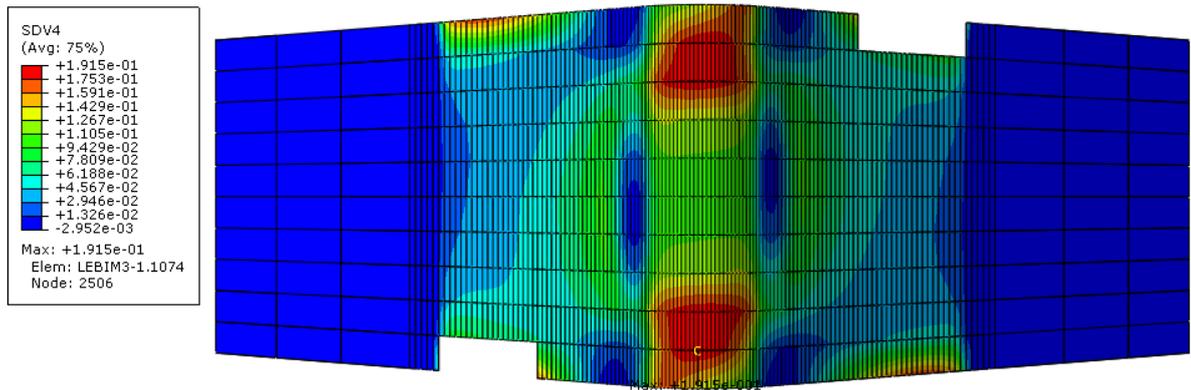


Figura 5.23 Variable daño de la interfase LEBIM exterior tras eliminar las zonas más críticas en el incremento anterior a la degradación de la lámina a  $90^\circ$ .

Por último, se muestran dos figuras que muestran el resultado de aplicar un solo mecanismo de fallo, ya sea sólo delaminación en la Figura 5.24 o sólo degradación en la Figura 5.25. Estos resultados no se pueden comparar directamente con los resultados anterior puesto que han sido fruto de estudios preliminares con otras propiedades de lámina o interfase. La delaminación de la Figura 5.24 muestra que se consigue la delaminación sin aplicar el algoritmo de control, no obstante, en un incremento delaminación completamente la zona curva. En la Figura 5.25 se observa que en 3D también aparecen las características columnas que se observan en el caso 2D.

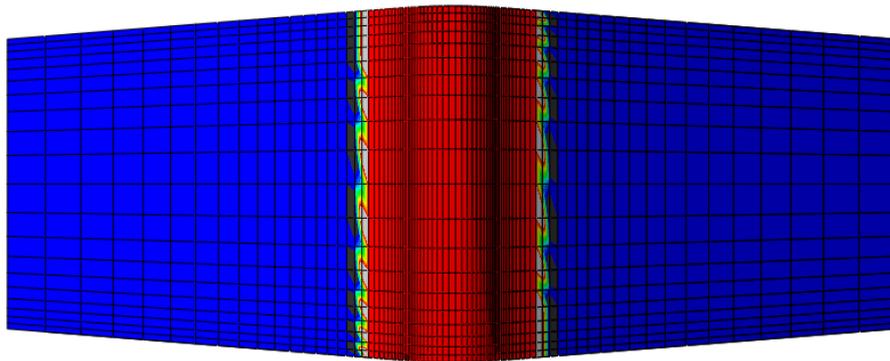


Figura 5.24 Variable de daño de la interfase LEBIM en un estudio preliminar ( $\lambda_i = 0.25$ ).

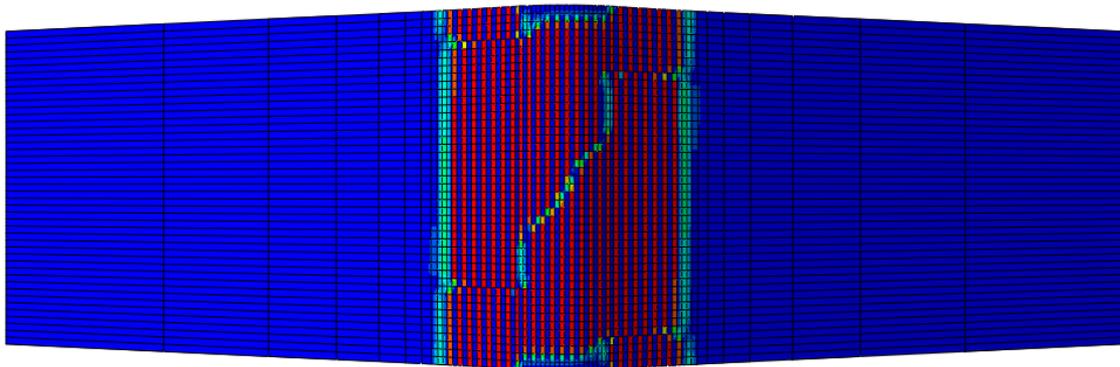


Figura 5.25 Variable de daño de la tercera lámina en un estudio preliminar

## 6 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

---

**E**n este trabajo se han elaborado tres campañas de simulaciones del ensayo ILTS. La primera se centra en estudiar la rigidez en 3D con distintos tipos de elementos. La segunda se enfoca en reproducir el mecanismo de fallo de unfolding inducido en 2D, y para ello se hace uso de un algoritmo de control que capta el crecimiento de la grieta. La última estudia los posibles efectos tridimensionales que puedan desencadenar el mecanismo de fallo.

Las conclusiones más relevantes son:

- Se puede modelar correctamente el mecanismo de fallo de unfolding inducido mediante una simulación en 2D que incluya la degradación de las láminas interiores a 90° y la delaminación de la interfase adyacente.
- No es necesario aplicar el algoritmo de control para obtener el mecanismo más crítico, pero sí para obtener detalladamente la apertura de la grieta.
- Los elementos lineales de modos incompatibles y los elementos cuadráticos muestran una rigidez poco sensible a la malla. Además, los elementos cuadráticos mejoran la convergencia.
- El modelo 3D con fallo indica que podrían existir otros mecanismos de fallo, además del fallo interlaminar e intralaminar.

El siguiente objetivo sería completar el estudio 3D, aplicando el algoritmo y consiguiendo el mecanismo de fallo de unfolding inducido, al igual que en 2D. Una vez conseguido el modelo, se podría aplicar la reducción de rigidez en la zona curva en función de la orientación de las láminas para captar el comportamiento causado por el fenómeno de *waving*. Además, se podría analizar el efecto de las propiedades de las láminas y la interfase en los resultados, con el objetivo de reproducir fielmente lo que ocurre en los ensayos experimentales.

El último paso sería lanzar una campaña de ensayos experimentales para hacer una correlación con los resultados numéricos. Esta campaña debería de diseñar los laminados para que, dependiendo de la orientación de las láminas, el mecanismo de fallo sea interlaminar o intralaminar. Además, estos resultados se podrían comparar con el método semianalítico de González-Cantero [23].



# REFERENCIAS

---

- [1] J. L. Guzmán López, Estudio (mediante modelos MEF 2D e interfase frágil) de la propagación del fallo en probetas del ensayo ILTS, Sevilla, 2017.
- [2] L. Ramírez López, Fabricación y ensayo de probetas ILTS, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Sevilla, 2015.
- [3] J. M. González-Cantero, E. Graciani, B. López-Romano y F. París, Induced unfolding: a new mechanism of unfolding failure in composite laminates, 2017.
- [4] P. L. Zumaquero, E. Graciani y J. Justo, «Fallo por unfolding en laminados curvos de material compuesto,» (*in press*).
- [5] E. Martínez-Pañeda, «A control algorithm to overcome convergence problems».
- [6] L. Távara Mendoza, Damage initiation and propagation in composite materials. Boundary element analysis usins weak interface and cohesive zone models, PhD Thesis, Seville, 2010.
- [7] P. L. Zumaquero, J. Justo y E. Graciani, «On the Thickness Dependence of ILTS in Curved Composite Laminates,» *Key Engineering Materials*, vol. 774, pp. 523-528, 2018.
- [8] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani, J. Cañas y F. París, «Analysis of a Crack in a Thin Adhesive Layer between Orthotropic Materials: An Application to Composite Interlaminar Fracture Toughness Test,» *Computer Modeling in Engineering and Science*, vol. 58, nº 3, pp. 247-270, 2010.
- [9] J. T. Wang, «Investigating some technical issues on cohesive zone modeling of fracture,» *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 135, 2013.
- [10] P. Cornetti, M. Corrado, L. De Lorenzis y A. Carpinteri, «An analytical cohesive crack modeling approach to the edge debonding failure of FRP-plated beams,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 53, pp. 92-106, 2015.
- [11] A. Hilleborg, M. Modeer y P. Petersson, «Analysis of a crack formation and crack growth in concrete by fracture mechanics and finite elements,» de *Cement and Concrete Research vol. 6*, 1976, p. pp. 773–782.
- [12] L. Távara, V. Mantic, E. Graciani y F. París, «BEM analysis of crack onset and propagation along fiber–matrix interface under transverse tension using a linear elastic–brittle interface model,» *Engineering Analysis with Boundary Elements*, vol. 35, nº 2, pp. 207-222, 2011.
- [13] V. Mantic, L. Távara, A. Blázquez, E. Graciani y F. París, «A linear elastic-brittle interface model: application for the onset and propagation of a fibre-matrix interface crack under biaxial transverse loads,» *International Journal o Fracture*, nº 195, pp. 15-38, 2015.
- [14] L. Távara, J. Reinoso, A. Blázquez y V. Mantič, «On the 3D extension of failure models for adhesive joints under mixed-mode fracture conditions: LEBIM and CZM,» *Theoretical and*

- Applied Fracture Mechanics*, vol. 100, pp. 362-376, 2019.
- [15] D. Castillo, Implementación de un modelo de interfase en el programa de elementos finitos ABAQUS. Aplicación a materiales compuestos, Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Sevilla, 2014.
- [16] F. París, J. Cañas, J. C. Marín y A. Barroso, Introducción al análisis y diseño con materiales compuestos, 2012.
- [17] Simulia, «Analysis Users Guide,» Abaqus 6.14 Documentation.
- [18] «ASTM D 6415/D 6415M,» *ASTM Standards*, 2013.
- [19] Airbus, «AITM1-0069,» 2009.
- [20] J. T. Wang, E. J. Pineda, V. Ranatunga y S. S. Smeltzer, «3D Progressive Damage Modeling for Laminated Composite Based on Crack Band Theory and Continuum Damage Mechanics,» de *30th Annual Technical Conference of the American Society for Composites; September 28, 2015 - September 30*, East Lansing, MI; United States, 2015.
- [21] A. Escudero Belmonte, Predicción del fallo de probetas ILTS mediante modelos de elementos finitos, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Sevilla, 2015.
- [22] E. Martínez-Pañeda, S. del Busto y C. Betegón, «Non-local plasticity effects on notch fracture mechanics,» *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 92, pp. 276-287, 2017.
- [23] J. M. González Cantero, 3D analytical model for evaluating stresses in curved aerostructural composite laminates, Seville, 2016.

# A. ANEXO: DEFINICIÓN DE INTERFASE

En este anexo se definen las tres subrutinas UMAT que se han utilizado. Se distingue una interfase para el caso 2D en deformación plana, otra para el 2D en tensión plana y otra para el 3D. En Guzmán 2017 [1] se ha explicado cómo se define la interfase en Abaqus, y cómo funciona la opción Depvar. La interfase para el caso 3D utiliza un número diferente de variables statev, y esto se ha tenido en cuenta en la definición y el post procesado de datos.

En el caso 2D en deformación plana, se ha utilizado la misma subrutina UMAT que en los trabajos previos. El caso 2D en tensión plana y el 3D se definen a continuación.

## Subrutina UMAT para el caso 2D en tensión plana

El código de la subrutina para el caso 2D en tensión plana es el siguiente:

```
SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDE, SSE, SPD, SCD,  
1 RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,  
2 STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,  
3 NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,  
4 CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)  
  
implicit none  
  
C Como no cargamos el archivo 'ABA_PARAM.INC' debemos de inicializar las  
variables  
  
CHARACTER*80 CMNAME  
REAL*8 STRESS (NTENS) ,  
1 DDSDE (NTENS, NTENS) ,  
2 DDSDDT (NTENS) , DRPLDE (NTENS) , STATEV (nstatv) ,  
3 STRAN (NTENS) , DSTRAN (NTENS) , TIME (2) , PREDEF (1) , DPRED (1) ,  
4 PROPS (NPROPS) , COORDS (3) , DROT (3, 3) , DFGRD0 (3, 3) , DFGRD1 (3, 3)
```

C Arriba es lo que ponía en el 'ABA\_PARAM.INC', ahora inicializamos nuestras variables

```
real*8 DSTRESS (3) , DDS (3, 3) , psig, lambda, GIcb  
real*8 sigmacb, Pi, Gi, Gii, Gtot, h, ktkn, Gc, psiGcrit  
real*8 E, xnue, ebulk3, eg2, elam, trval, Gs, Gn, Gt, Knn, Ktt, Kss  
integer k1, k2, k, j, i, ndi, nshr, ntens, nprops, noel, npt  
integer layer, kspt, kstep, kinc, nstatv, damage  
real*8 sse, spd, scd, rpl, drpldt, dtime, temp, dtemp, celent, pnewdt
```

```
dds=0.d0  
psig=0.d0
```

c lambda y sigmacb se pueden poner como variables de entrada también, por comodidad las dejamos fijas

```
Pi=ACOS(-1d0)  
Gi=0.d0  
Gii=0.d0
```

c Especificación de las propiedades mecánicas del material

```

c      Explicación de time(1):
c      TIME(1): Current value of step time.
c      TIME(2): Current value of total time.

c      !READ THE MATERIAL PROPERTIES FROM THE INPUT FILE
      sigmacb=PROPS(1)
      G1cb=PROPS(2)
      lambda=PROPS(3)
      ktkn=PROPS(4)
      h=PROPS(5)

      damage=statev(1)

      IF ((kinc*kstep).eq.1) THEN
        damage=0.d0
      ENDIF

c
*****
*****

c      Se entra en el bucle principal
      IF (damage.lt.1) THEN

c      Rigideces del resorte
      Knn=h*(sigmacb**2)/(2*G1cb)
      Kss=Knn/ld18
      Ktt=Knn*ktkn

c      Actualización de la matriz de elasticidad

      DDS(1,1)=Knn
      DDS(2,2)=Kss
      DDS(3,3)=Ktt

c      DSS(1,1) es la radial y DSS(2,2) es en la dirección teta
c      CAMBIAR EN TODO EL CODIGO 22 POR 11, YA QUE NO ES COMO EN LA DCB
c      Determination del incremento del tensor de tensión
      DO k=1,3
        DSTRESS(k)=DDS(k,k)*DSTRAN(k)
      ENDDO

c      Implementación del tensor de tensión
      DO k=1,3
        STRESS(k)=STRESS(k)+DSTRESS(k)
      ENDDO

c      Cálculo de Gi, Gii, psig

      Gi=h*(STRESS(1))**2.d0/(2.d0*Knn)
      Gii=h*(STRESS(3))**2.d0/(2.d0*Ktt)
      psig=datan2(STRESS(3)*dsqrt(Knn/Ktt),STRESS(1))
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c      Modificaciones LTM (16/03/15)
      IF (STRESS(1).GT.0.D0) THEN
        Gtot=Gi+Gii
      ELSE
        Gtot=Gii
      ENDIF

      Gc=G1cb*(1.d0+(dtan(psig*(1.d0-lambda))))**2.d0)

      psiGcrit=pi/(2.d0*(1.d0-lambda))

```



```

statev(1)=damage
statev(2)=psig

if(damage.eq.1) then
  statev(3) = 0.d0
else
  statev(3) = dsqrt(Gtot/Gc)
endif

RETURN

```

**END**

## Subrutina UMAT para el caso 3D

El código de la subrutina para el caso 3D es el siguiente:

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C          SUBROUTINE  LEBIM 3D formulation (Bank-Sills)          C
C  Authors:    L. Távara ltavara@us.es                          C
C              J. Reinoso jreinoso@us.es                        C
C              A. Estefani aestefani@us.es                      C
C
C              University Seville, Spain, March 2016            C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
SUBROUTINE UMAT (STRESS, STATEV, DDSDE, SSE, SPD, SCD,
1  RPL, DDSDDT, DRPLDE, DRPLDT,
2  STRAN, DSTRAN, TIME, DTIME, TEMP, DTEMP, PREDEF, DPRED, CMNAME,
3  NDI, NSHR, NTENS, NSTATV, PROPS, NPROPS, COORDS, DROT, PNEWDT,
4  CELENT, DFGRD0, DFGRD1, NOEL, NPT, LAYER, KSPT, KSTEP, KINC)
C
implicit none

CHARACTER*80 CMNAME
REAL*8 STRESS (NTENS) ,
1  DDSDE (NTENS,NTENS) ,
2  DDSDDT (NTENS) , DRPLDE (NTENS) , STATEV (nstatv) ,
3  STRAN (NTENS) , DSTRAN (NTENS) , TIME (2) , PREDEF (1) , DPRED (1) ,
4  PROPS (NPROPS) , COORDS (3) , DROT (3, 3) , DFGRD0 (3, 3) , DFGRD1 (3, 3)

INTEGER ndi, nshr, ntens, nprops, noel, npt
INTEGER layer, kspt, kstep, kinc, nstatv
REAL*8 sse, spd, scd, rpl, drpldt, dtime, temp, dtemp, celent, pnewdt

REAL*8, parameter :: zero=0.d0
REAL*8, parameter :: half=0.5d0
REAL*8, parameter :: quarter=0.25d0
REAL*8, parameter :: one=1.d0
REAL*8, parameter :: two=2.d0
REAL*8, parameter :: three=3.d0
REAL*8, parameter :: four=4.d0
REAL*8, parameter :: PI=ACOS(-1d0)

REAL*8, parameter :: TOL =1.D-15
REAL*8, parameter :: TOL2 =1.D-3

```

!-----

```

!                               VARIABLES DEFINITION
!-----
REAL*8 damage !damage variable
REAL*8 Knn, Ktt1,Ktt2 !stiffness variables--> from input file
REAL*8 GIc,GIIc,GIIIc
!----- HS coefficients
REAL*8 lambda1,lambda2,beta
REAL*8 E1,E2,nu1,nu2,h

REAL*8 G1, G2
REAL*8 kappa1,kappa2,epsilon

REAL*8 H1,H2
REAL*8 phig,psig
REAL*8 phigcr,psigcr
REAL*8 xi1,xi2
!-----

REAL GI,GII,GIII,Gaux,Gc

REAL*8 DSTRESS(6) !STRESS INCREMENT
REAL*8 DDS(6,6) !AUXILIARY CONSTITUTIVE MATRIX

c REAL*8, parameter :: h = 0.1d0

REAL*8 aux0,aux1,aux2

INTEGER i,j,k,l,m

!READ THE MATERIAL PROPERTIES FROM THE INPUT FILE

Knn = PROPS(1)
Ktt1 = PROPS(2)
Ktt2 = PROPS(3)

GIc = PROPS(4)

lambda1 = PROPS(5) !modified HS parameter
lambda2 = PROPS(6) !modified HS parameter

h = PROPS(7)

!----- INITIALIZATION
do i=1,6
  do j=1,6
    DDSDE(i,j) = zero
  enddo
enddo

!COMPUTE THE STRESS
do i=1,6
  DSTRESS(i) = zero !initialization
  do j=1,6
    DDS(i,j) = zero
  enddo
enddo

!----- HS computations
xi1 = Ktt1/Knn
xi2 = Ktt2/Knn

```

```

!-----
!GET THE DAMAGE VARIABLE FROM HISTORY
damage=statev(1)

IF ((kinc*kstep).eq.1) THEN
  damage=zero
ENDIF

IF (damage.lt.one) then

  DDS(1,1) = h*Knn*TOL
  DDS(2,2) = h*Knn*TOL
  DDS(3,3) = h*Knn !peeling direction
  DDS(4,4) = h*Ktt1*TOL
  DDS(5,5) = h*Ktt1
  DDS(6,6) = h*Ktt2

!COMPUTE STRESS INCREMENT
do i=1,6
  do j=1,6
    DSTRESS(i)=dstress(i)+ DDS(i,j)*DSTRAN(j)
  enddo
enddo
!COMPUTE CURRENT STRESS
do i=1,6
  STRESS(i)=STRESS(i)+ DSTRESS(i)
enddo

!COMPUTE GI, GII, GIII
GI = (STRESS(3)**two)/(two*Knn)
GII = (STRESS(5)**two)/(two*Ktt1)
GIII = (STRESS(6)**two)/(two*Ktt2)

if(STRESS(3).lt.zero) then
  Gaux = GII + GIII
else
  Gaux = GI + GII + GIII
endif

aux0 = dsqrt(xi1)*STRESS(3)

```

c Special treatment for the angles psi and phi LTW 20160331

```

if(stress(5).ne.0.d0) then
IF(ABS(aux0/STRESS(5)).LT.TOL2) THEN
  psig = PI/two
ELSEIF ((ABS(STRESS(5)/aux0).LT.TOL2).OR.
* (ABS(STRESS(5)/STRESS(6)).LT.TOL2)) THEN
  psig = 0.d0
ELSE
  psig = atan2(abs(STRESS(5)),aux0)
ENDIF
else
  psig = atan2(abs(STRESS(5)),aux0)
endif

aux1 = STRESS(6)*((dcos(psig))**two)
aux2 = dsqrt(xi2)*STRESS(3)

if(stress(6).ne.0.d0) then

```

```

    IF (ABS (aux2/aux1) .LT. TOL2) THEN
      phig = PI/two
    ELSEIF ( (ABS (aux1/aux2) .LT. TOL2) .OR.
* (ABS (STRESS (6) /STRESS (5)) .LT. TOL2) ) THEN
      phig = 0.d0
    ELSE
      phig = atan2 (abs (aux1) , aux2)
    ENDIF
  else
    phig = atan2 (abs (aux1) , aux2)
  endif

c   Special treatment for the angles psi and phi LTW 20160331

      psigcr = PI/(two*(one - lambda1))
      phigcr = PI/(two*(one - lambda2))

      !No damage condition
      IF ((abs (psig) .gt. psigcr) .AND. (abs (phig) .gt. phigcr)) then
        Gc = GIC*1d8
      else

        Gc = GIC*(one + (dtan (psig*(one-lambda1)))**two)*
*          (one + (dtan (phig*(one-lambda2)))**two)
      endif

      if (Gaux.gt.Gc) then !BREAKAGE
        damage=one
      else
        damage=zero
      endif

    ENDIF

!Update in case of damage
IF (damage.eq.one) then

  IF (STRESS (3) .lt. zero) then !CONTACT CONDITION
    DDS (1,1) = h*Knn*TOL
    DDS (2,2) = h*Knn*TOL
    DDS (3,3) = h*Knn
    DDS (4,4) = h*Ktt1*TOL
    DDS (5,5) = h*Ktt1*TOL
    DDS (6,6) = h*Ktt2*TOL

    STRESS (3) = Knn*DSTRAN (3)

    STRESS (1)=zero
    STRESS (2)=zero

    STRESS (4)=zero
    STRESS (5)=zero
    STRESS (6)=zero

  ELSE

    DDS (1,1) = h*Knn*TOL
    DDS (2,2) = h*Knn*TOL

```

```

DDS(3,3) = h*Knn*TOL
DDS(4,4) = h*Ktt1*TOL
DDS(5,5) = h*Ktt2*TOL
DDS(6,6) = h*Ktt2*TOL

```

```

do i=1,6
    STRESS(i)=zero
enddo

```

```

ENDIF
ENDIF

```

```

!FINAL UPDATE OF DDSDE operator
do i=1,6
    do j=1,6
        DDSDE(i,j) = DDS(i,j)
    enddo
enddo

```

```

!FINAL UPDATE OF SDV
statev(1) = damage

```

```

c do i=1,6
c   statev(i+1) = stress(i)
c   enddo

```

```

statev(2) = GII
statev(3) = GIII

```

```

if(damage.eq.1) then
statev(4) = 0.d0
else
statev(4) = Gaux/Gc
endif
statev(5) = Gaux
statev(6) = Gc
statev(7) = psig
statev(8) = phig

```

```

C write(*,*) "Paso final"
C write(*,*) statev(1),H1,H2,beta
c write(*,*) statev(12)
C write(*,*) npt, noel

```

```

RETURN

```

```

END

```