

Proyecto Fin de Máster Ingeniería Aeronáutica

Minimizando el número de drones en la filmación de una carrera ciclista

Autor: Álvaro Salinas Hernández

Tutor: José Miguel Díaz Báñez

Dpto. Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Proyecto Fin de Máster
Ingeniería Aeronáutica

Minimizando el número de drones en la filmación de una carrera ciclista

Autor:

Álvaro Salinas Hernández

Tutor:

José Miguel Díaz Báñez

Catedrático de Universidad

Dpto. de Matemática Aplicada II
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2019

Proyecto Fin de Máster: Minimizando el número de drones en la filmación de una carrera ciclista

Autor: Álvaro Salinas Hernández

Tutor: José Miguel Díaz Báñez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal

A mis padres

Agradecimientos

A mi familia por su dedicación y entrega hacia mí, porque sin ellos, llegar hasta aquí habría sido imposible.

A Rocío, por haber estado junto a mí en este largo camino y haber sido mi mayor apoyo en todo momento.

Agradecer a José Miguel Díaz Báñez por haberme guiado y brindado su implicación desde el principio en este proyecto.

Gracias a esos compañeros de carrera que se convirtieron en amigos con los que este camino ha sido mucho más llevadero, a todas las personas en general que han contribuido a que este sueño haya sido finalmente posible.

Álvaro Salinas Hernández

Sevilla, 2019

Resumen

En este proyecto se analiza el uso de un equipo de drones para filmar puntos del recorrido de una carrera ciclista, intentando minimizar la cantidad de drones necesarios. El objetivo es estudiar el problema, en el cual se tienen condiciones de contorno geográficas y temporales, y simular distintos métodos heurísticos para la coordinación de las aeronaves buscando la reducción del número de drones que se necesitan para filmar todos los puntos marcados por el director del evento en las ventanas temporales que se requiere. Los resultados aquí obtenidos van a permitir al director planificar la producción del evento de una forma eficiente en cuanto al número de drones necesarios para el mismo.

Abstract

In this project, we study the use of a team of UAVs for the shooting of different points in a cycling race, trying to minimize the number of drones needed. The aim is to study the problem, taking into account the main constraints like geography and time, and to simulate different heuristic methods for coordinating the drones in order to minimize the number of agents to cover the plan designed by the director. The results obtained will help the director with the planning in the filming task in an efficient way.

Índice

Agradecimientos	ix
Resumen	xi
Abstract	xiii
Índice	xv
Índice de Tablas	xvii
Índice de Figuras	xix
1 Introducción	1
1.1. Estructura del Trabajo	1
1.2. Antecedentes	1
1.3. Ingredientes del problema	3
1.4. Objetivos del Trabajo Fin de Máster.....	5
2 Métodos Heurísticos	7
2.3. Método “greedy” o voraz	8
2.4. Método barrido ordenado	9
3 Implementación de los métodos heurísticos	11
1.5. Programación de los métodos para obtener resultados comparativos	11
1.6. Interfaz gráfica para representar los resultados	13
4 Estudio de los métodos	15
4.1 Distribución Disjunta	15
4.2 Distribución Semidisjunta.....	18
4.3 Distribución Escalera	19
4.4 Distribución restringida a las condiciones de una carrera ciclista.....	23
4.5 Distribución restringida con puntos de filmación muy cercanos.....	28
4.6 Distribución restringida con puntos de filmación lejanos	31
4.7 Resultados comparativos.....	34
4.7.1 3 Puntos de filmación	34
4.7.2 4 Puntos de filmación	35
4.7.3 5 puntos de filmación	36
4.7.4 Conclusiones	37
5 Análisis del problema según parámetros característicos	39
6 Conclusiones, desarrollos futuros y otras aplicaciones	49
6.1. Conclusiones.....	49
6.1.1 Heurística a emplear para la asignación de los drones.....	49
6.1.2 Distancia entre puntos de filmación	50
6.1.3 Grado de solapamiento entre intervalos	50
6.1.4 Número de puntos de filmación.....	50
6.1.5 Elección óptima para el director.....	51
6.1.6 Influencia de la batería	51

6.2. <i>Desarrollos futuros</i>	52
6.3. <i>Otras aplicaciones</i>	52
Apéndice – Códigos MATLAB empleados	55
A. <i>Función para método greedy</i>	55
B. <i>Función para el método del barrido ordenado</i>	59
C. <i>Programa para obtener una muestra de puntos aleatorios con distribución disjunta y extraer los resultados de dicho muestreo para ambos métodos</i>	66
D. <i>Programa para obtener y representar los resultados de unos datos iniciales determinados</i>	68
Referencias	71

Índice de Tablas

Tabla 3.1 Matriz de intervalos temporales	11
Tabla 3.2 Matriz de tiempo de viaje	12
Tabla 3.3 Matriz de porcentajes de cubrimiento	12
Tabla 3.4 Ejemplo de matriz de tiempos t	12
Tabla 3.5 Ejemplo de matriz de puntos p	13
Tabla 4.1 Resultados distribución disjunta	17
Tabla 4.2 Resultados para la distribución disjunta según número de puntos de filmación	17
Tabla 4.3 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución Disjunta	18
Tabla 4.4 Resultados distribución semidisjunta	19
Tabla 4.5 Resultados distribución semidisjunta según número de puntos de filmación	19
Tabla 4.6 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución Disjunta	19
Tabla 4.7 Resultados distribución disjunta	20
Tabla 4.8 Datos iniciales ejemplo distribución escalera.	21
Tabla 4.9 Matriz de tiempos de viaje ejemplo distribución escalera.	21
Tabla 4.10 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalera. Primer dron.	21
Tabla 4.11 Nuevos intervalos a cubrir por el segundo dron.	22
Tabla 4.12 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalera. Segundo dron.	22
Tabla 4.13 Nuevos intervalos a cubrir por el tercer dron.	22
Tabla 4.14 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalera. Tercer dron.	22
Tabla 4.15 Resultados distribución escalera según número de puntos de filmación	23
Tabla 4.16 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución escalera	23
Tabla 4.17 Ejemplo de distribución restringida	24
Tabla 4.18 Resultados distribución restringida	24
Tabla 4.19 Resultados distribución restringida según número de puntos de filmación.	25
Tabla 4.20 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida.	25
Tabla 4.21 Ejemplo de distribución restringida con algoritmo modificado para el barrido	25
Tabla 4.22 Porcentaje que cubre cada dron en cada intervalo con el método del barrido ordenado.	26
Tabla 4.23 Porcentaje que cubre cada dron en cada intervalo con método greedy	27
Tabla 4.24 Resultados distribución restringida con algoritmo modificado.	27
Tabla 4.25 Resultados distribución restringida según número de puntos de filmación, con el algoritmo de barrido modificado.	28

Tabla 4.26 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida, con el algoritmo de barrido modificado.	28
Tabla 4.27 Resultados distribución restringida con puntos próximos	29
Tabla 4.28 Resultados distribución restringida con puntos próximos según número de puntos de filmación	29
Tabla 4.29 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida con puntos próximos	29
Tabla 4.30 Datos iniciales ejemplo con puntos próximos	30
Tabla 4.31 Resultados distribución restringida con puntos lejanos.	31
Tabla 4.32 Resultados distribución restringida con puntos lejanos según número de puntos de filmación.	32
Tabla 4.33 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida con puntos lejanos.	32
Tabla 4.34 Datos iniciales ejemplo con 3 puntos lejanos.	32
Tabla 4.35 Datos iniciales ejemplo con 5 puntos lejanos	33
Tabla 4.36 Resultados globales para 3 puntos de filmación	35
Tabla 4.37 Número medio de drones necesarios para 3 puntos de filmación.	35
Tabla 4.38 Resultados globales para 4 puntos de filmación.	36
Tabla 4.39 Número medio de drones necesarios para 4 puntos de filmación.	36
Tabla 4.40 Resultados globales para 5 puntos de filmación	36
Tabla 4.41 Número medio de drones necesarios para 5 puntos de filmación.	37

Índice de Figuras

Ilustración 1.1 Ejemplo de localización física de los puntos de filmación	3
Ilustración 1.2 Ejemplo de distribución de los intervalos temporales en cada punto de filmación	4
Ilustración 2.1 Resolución mediante soluciones parciales	7
Ilustración 2.2 Distribución de puntos a lo largo de una ruta ciclista	8
Ilustración 2.3 Secuencia para 4 puntos con método greedy.	9
Ilustración 2.4 Secuencia para 4 puntos con método del barrido ordenado.	10
Ilustración 3.1 Ejemplo de interfaz gráfica.	13
Ilustración 4.1 Distribución de puntos	16
Ilustración 4.2 Separación entre intervalos para la distribución disjunta	16
Ilustración 4.3 Separación entre intervalos para la distribución semidisjunta	18
Ilustración 4.4 Separación entre intervalos para la distribución escalera	20
Ilustración 4.5 Separación entre intervalos para la distribución restringida.	24
Ilustración 4.6 Resultado gráfico para el método del barrido modificado.	26
Ilustración 4.7 Resultado gráfico para el método greedy	27
Ilustración 4.8 Distribución restringida con puntos próximos	28
Ilustración 4.9 Resultados ejemplo de distribución restringida con puntos próximos.	30
Ilustración 4.10 Distribución restringida con puntos lejanos.	31
Ilustración 4.11 Resultados ejemplo de distribución restringida con 3 puntos lejanos.	33
Ilustración 4.12 Resultados ejemplo de distribución restringida con 5 puntos lejanos.	34
Ilustración 5.1 Separación entre puntos de filmación.	39
Ilustración 5.2 Ejemplo de distribución aleatoria de puntos equidistantes	40
Ilustración 5.3 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos.	41
Ilustración 5.4 Secuencia obtenida para 1 km de separación y 5 puntos.	42
Ilustración 5.5 Secuencia obtenida para 1.5 km de separación y 5 puntos	42
Ilustración 5.6 Secuencia obtenida para 2 km de separación y 5 puntos	43
Ilustración 5.7 Secuencia obtenida para 3.5 km de separación y 5 puntos	43
Ilustración 5.8 Secuencia obtenida para 4.7 km de separación y 5 puntos.	44
Ilustración 5.9 Secuencia obtenida para 6.5 km de separación y 5 puntos.	45
Ilustración 5.10 Ejemplo de distribución aleatoria de puntos equidistantes cercanos a la base	46
Ilustración 5.11 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos, estando	

cercanos a la base.	46
Ilustración 5.12 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos, con mayor autonomía	47
Ilustración 6.1 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos	51

1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se busca contextualizar la finalidad de este proyecto, conociendo cuáles son los antecedentes que han motivado la realización del mismo, así como definir con precisión el problema que se va a tratar y los objetivos que se pretenden alcanzar. Para facilitar el entendimiento de este trabajo en su conjunto, se detallará cuál es el proceso seguido, desde su definición hasta su conclusión.

1.1. Estructura del Trabajo

Con el objetivo de entender la lógica del trabajo, en esta sección se detalla cuál es la estructura cronológica seguida en la realización del proyecto, desde su definición hasta su conclusión.

En primer lugar, se ha realizado un estudio del arte sobre las aplicaciones que hay en el uso de drones para la filmación de eventos deportivos. Tras realizar dicha investigación monográfica, se concretó que filmar una carrera ciclista era una actividad en la que los drones podrían aportar valor a la grabación y reducción de costes para la productora y, además, es un campo en el que no se ha trabajado en profundidad y hay mucho margen de investigación. Tras tomar esta decisión, se define cuál es el problema que se quiere abordar y se plantea cuál sería la forma de abordarlo, definiendo los objetivos concretos de este trabajo.

Se han estudiado distintas heurísticas que pueden seguir los drones para cubrir los puntos y se han implementado en MATLAB, para poder simular el problema múltiples veces frente a una variación de los parámetros. Las soluciones obtenidas se han graficado con el fin de poder extraer conclusiones a partir de los distintos muestreos.

Para finalizar, se detallan las conclusiones acerca del método heurístico más adecuado en función de la distribución geográfica y temporal de los puntos de cada problema, y se extiende esta solución a otras vías de aplicación y posibles líneas de desarrollos futuros.

1.2. Antecedentes

Por definición, un dron o UAV (Unmanned Aerial Vehicle) es un vehículo aéreo que no requiere ser controlado por un piloto a bordo de la aeronave, pudiendo ejercer un control autónomo o ser manejado por piloto a distancia.

Ésta versatilidad es la que dota a los drones de unas capacidades que no están al alcance de las aeronaves tradicionales, puesto que permite reducir el tamaño de la misma, con las consecuencias que tiene en cuanto a reducción de peso o aumentar la maniobrabilidad, y desarrollar actividades que no eran posibles con la presencia de piloto, por ejemplo, por suponer una tarea con elevado riesgo de accidente [1] [2]. Además, en general, el coste es considerablemente inferior al de las aeronaves tripuladas, por lo que el abanico de mercado se amplía al estar al alcance de un público mayor y siendo, por tanto, extensible su uso a un mayor rango de actividades.

Además, los drones pueden ser equipados por una gran diversidad de sistemas electrónicos que lo dotan de una

mayor estabilidad, geolocalización, envío y recepción de señales, dar respuesta automática a señales de entrada, realizar filmaciones en alta definición o capacidad de coordinación con otros drones, entre otras muchas más posibilidades. Con todas estas características, no es de extrañar el auge que ha tenido su uso en la última década para una gran diversidad de actividades.

Es precisamente su accesible coste y la posibilidad de ser equipado con cámaras de alta la definición lo que ha potenciado el crecimiento de su uso para aplicaciones audiovisuales, ya sea para su uso doméstico o profesional. Una de las aplicaciones en las que ha propuesto recientemente su uso es en la filmación de eventos deportivos, y es aquí donde se quiere centrar el objetivo del presente trabajo.

El empleo de drones para la cinematografía se ha ido extendiendo de manera significativa en los últimos años, y es aquí donde se han producido algunos avances en cuanto a la coordinación de drones para filmar unas determinadas escenas, sirviendo de referencia para el problema aquí planteado [3]. En la cita mencionada, se establece una primera visión de cómo planificar la arquitectura de una filmación cinematográfica usando varios drones, describe el estado del arte, y plantea una compleja red de planificación que, como se comentará más adelante, no es aplicable a este proyecto donde tomamos hipótesis simplificadoras.

Un ejemplo de la importancia que está cobrando a nivel internacional el empleo de drones para realizar producciones audiovisuales en el exterior es el proyecto europeo MULTIDRON (MULTIple DRONE platform for media production) [4]. El objetivo del proyecto es desarrollar una plataforma multidron (4 a 10 drones) para cubrir un evento determinado, en el que los drones dispongan de una cierta autonomía en la toma de decisiones y asegurando una cierta fiabilidad y el cumplimiento con las regulaciones existentes pues la filmación se realizaría sobre espectadores e incluso se requiere poder re-planificar las asignaciones ante la posibilidad de verse afectada la producción ante condiciones adversas meteorológicas.

Un aspecto a tener en cuenta son las limitaciones a las que actualmente se enfrenta el uso de drones cooperativos, desde un punto de vista legal, ético y de seguridad, así como las restricciones operacionales durante una producción filmográfica [5]. Limitaciones como el peso o restricciones a volar sobre zonas densamente pobladas en distintos países, entre ellos España [6], frenan el uso de esta nueva tecnología y obliga a complejos sistemas de control autónomos para saltar dichas restricciones. Queda fuera del alcance de este trabajo el incluir dichas restricciones en el estudio.

La actividad deportiva a la que se quiere aplicar los resultados de este proyecto es el ciclismo. Se quiere estudiar el uso de drones cooperativos para grabar puntos concretos de una etapa ciclista, aprovechando las ventajas que ofrecen los drones frente a los métodos tradicionales de filmación. Un dron permite ofrecer una vista aérea general de la carrera que no es posible generar desde cámaras colocadas en tierra, además de poder realizar un seguimiento en vivo del pelotón. Actualmente para realizar esta misión, se emplean helicópteros, pero el uso de drones permitiría una mayor flexibilidad en cuanto a movimiento y cercanía del objetivo, así como un abaratamiento de costes.

Una de las principales dificultades que plantea la filmación de un evento ciclista es que no sólo se tiene como condición el volar hacia un punto geográfico concreto, sino que hay que hacerlo dentro de una ventana temporal concreta. Existen estudios que analizan la metodología óptima para resolver problemas similares con robots terrestres [7].

A día de hoy, la mayoría de drones de filmación disponen de un piloto que se encarga de dirigir en todo momento la aeronave, pero se espera que en el futuro dispongan de una autonomía suficiente que permita que un grupo de drones se coordinen entre sí para poder dar cobertura a un determinado problema de filmación, sin necesidad de un piloto por cada uno de los drones. Se espera que los sistemas embarcados en los futuros drones de filmación sean lo suficientemente fiables y precisos como para poder trabajar con autopiloto, de forma totalmente autónoma [8]. Para este proyecto, el director provee de los puntos e instantes en los que se quiere estar filmando y los drones se coordinarán siguiendo una determinada heurística de tal manera que se pueda cumplir con los objetivos marcados por el director. El problema de optimización que se plantea es minimizar el número de drones necesarios.

1.3. Ingredientes del problema

Para ilustrar el problema al que se quiere dar solución, se dispone de la Ilustración 1.1. En azul está marcado un tramo de una etapa de la vuelta ciclista a España, y sobre el mismo se señalan unos puntos rojos que son localizaciones en las cuales el director quiere que se filme el paso de los ciclistas, desde la cabeza hasta la cola. Para poder cubrir dichos puntos, en los intervalos de tiempo en los que se requiere, se dispone de una base, marcada en verde en el mapa, desde la cual despegan los drones hacia cada uno de los puntos.

Dicha base se usa como punto de lanzamiento de los drones y como punto de retorno para cambiar la batería en el caso de ser necesario antes de proseguir la grabación con un dron, pues la condición indispensable que deben cumplir los drones es regresar a la base antes de agotarse la batería y este hecho dificulta el problema de optimización.



Ilustración 1.1 Ejemplo de localización física de los puntos de filmación

Las combinaciones distintas en las que se pueden coordinar los drones para cubrir las condiciones de contorno del problema son muchas. La elección de una secuencia óptima será la que dará lugar al mínimo número de drones necesarios y, por tanto, un menor coste para la productora.

Además de la localización física de los puntos en los que se quiere grabar, es necesario conocer en qué intervalos temporales será necesario estar grabando. La longitud de los intervalos va a venir marcada por el tiempo que distan entre sí la cabeza y la cola de la carrera, mientras que el inicio lo señala la llegada del primer ciclista a dicho punto. El director necesita resolver el problema con la antelación suficiente para garantizar que el primer punto queda cubierto, por lo que con exactitud no es posible conocer dichos intervalos y se tendrá que trabajar con estimaciones, añadiéndole un margen de error para garantizar una total cobertura, aunque eso origine que algún dron esté en la ubicación en un instante sin ciclistas.

La distancia entre los puntos señalados del recorrido dará lugar a distintas situaciones en la distribución temporal, tal y como muestra la Ilustración 1.2. Se podrán encontrar casos en los que haya solapamiento, como en los puntos de filmación 1 y 2 (en el primer punto puede estar pasando la cola de la carrera y en el segundo ya esté pasando la cabeza), lo cual obliga a usar al menos dos drones.

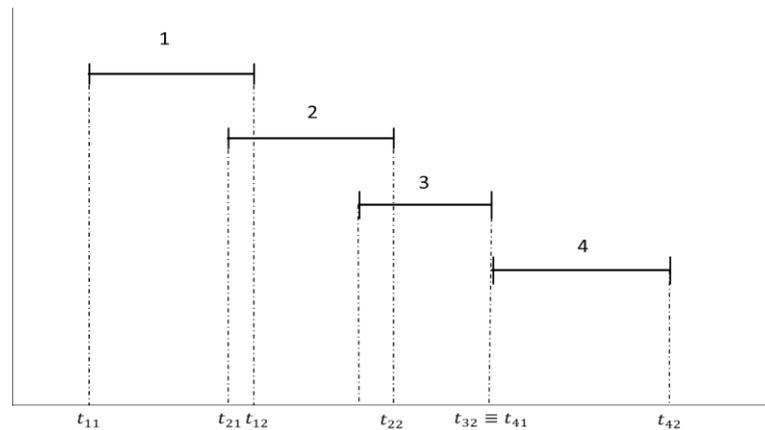


Ilustración 1.2 Ejemplo de distribución de los intervalos temporales en cada punto de filmación

A continuación, se detallan los parámetros de entrada del problema, dados por el director y, por tanto, conocidos:

- **Posición de la base:** Es la localización geográfica usada por la organización para el lanzamiento de los drones hacia los puntos de filmación y hacia donde regresarán los drones para que se le realice el cambio de batería.
- **Localización de los puntos de grabación:** Son las posiciones geográficas en las cuales el director determina que se quiere grabar el paso de la carrera.
- **Intervalos temporales:** Para cada punto de grabación, vienen definidos por el instante en el que se requiere la presencia de un dron grabando y el momento en el que deja de ser necesario. En definitiva, vendrán marcados por la llegada del primer ciclista de la carrera y el paso del último. Este dato no es conocido a priori, sino que se tendrá que estimar para poder resolver el problema, estableciendo unos márgenes de confianza para compensar la incertidumbre. En base a la media observada en el histórico de etapas ciclistas, se ha elegido 20 minutos como la longitud de dichos intervalos para el presente trabajo.
- **Autonomía:** Es la capacidad de la batería con la que se equipa el dron, y que marcará el tiempo máximo que puede estar en vuelo. Tras un análisis de mercado sobre drones empleados para grabación de video, se decide tomar 30 minutos como autonomía para los drones de este proyecto.
- **Velocidad:** Es la velocidad del dron, necesaria para conocer el tiempo que tarda en desplazarse la aeronave de un punto a otro. Se establece una velocidad constante de 60 km/h para este problema, en base a los drones actualmente existentes.
- **Tiempo de cambio de batería:** duración del proceso de cambio de la batería de un dron, desde que llega a la base hasta que está de nuevo disponible para su lanzamiento. Se establece en 30 segundos.

Para centrarnos en el estudio de algoritmos y facilitar así el alcanzar los objetivos propuestos, se asumen los siguientes puntos que suponen una simplificación del modelo:

- **Trayectoria rectilínea horizontal:** Los drones se desplazan entre los distintos puntos siguiendo una trayectoria rectilínea entre los mismos. Además, se considera que los drones no necesitan movimiento vertical de despegue y aterrizaje de la base, se desprecia ese tiempo frente al de desplazamiento entre los puntos de filmación.
- **Una única base fija:** sólo se dispone de un punto desde el que despegan y aterrizan los drones, en la cual se puede realizar el cambio de batería. Esto en definitiva va a limitar el alcance de los puntos de grabación al tener la necesidad de volver a cambiar la batería a una única base central.
- **Localización de los puntos de filmación fija y conocida:** La grabación se producirá en unos puntos

previamente marcados por el director y sin seguimiento, es decir, se considera que el dron permanece grabando de manera fija en dicho punto hasta la finalización de la actividad.

- **Velocidad constante:** Los drones se mueven entre los puntos a una velocidad constante, sin considerarse la aceleración desde el reposo a la velocidad de crucero.
- **Coordenadas horizontales:** Se considerará que todos los puntos geográficos están contenidos en el mismo plano horizontal, por lo que las coordenadas para localizar los puntos serán X e Y, sin componente vertical Z.

Con los parámetros y restricciones anteriormente definidos del problema, aparecen dos problemas de optimización: calcular el número mínimo de drones necesarios para cubrir los puntos e intervalos indicados por el director y calcular cuál es el porcentaje máximo del recorrido señalado que se puede cubrir con un número determinado de drones. En el presente proyecto, se va a trabajar en el primer problema.

1.4. Objetivos del Trabajo Fin de Máster

Una vez establecidos los parámetros del problema (cálculo del número mínimo de drones necesarios para poder cubrir el paso de la carrera por todos los puntos marcados por el director), se detallan los objetivos y alcance de este trabajo.

El objetivo principal es hacer un primer estudio de las características de este problema. La solución al mismo es compleja, debido a la gran cantidad de combinaciones posibles en las que se pueden gestionar los drones para cubrir los puntos marcados, por lo que se decide abordar el problema probando dos heurísticas diferentes y analizando los resultados obtenidos dependiendo de la distribución espacio-temporal de las tareas esto es, cada heurística se probará haciendo variar dos de los parámetros principales del problema, situación geográfica de los puntos e intervalos temporales en los que se deben filmar.

Este primer análisis permitirá conocer el comportamiento del problema ante la variación distintos parámetros, y servirá de base para estudios posteriores centrados en el mismo fin, hallar la estrategia de combinación de drones que minimiza el número necesario para cubrir todos los puntos marcados.

2 MÉTODOS HEURÍSTICOS

En el presente capítulo se describen los dos métodos que se han empleado para resolver el problema definido en este trabajo. Dichos métodos siguen una heurística diferente, pero ambos tienen en común que están fundamentados en resolver el problema mediante iteración de soluciones parciales para un único dron. Más concretamente, se calcula qué parte de los intervalos temporales establecidos se puede recorrer si se dispusiera de un único dron, siendo ésta la primera solución parcial y los subintervalos sin cubrir constituyen la entrada del siguiente subproblema. La solución del número de drones necesarios vendrá dada por el número de soluciones parciales necesarias para cubrir el recorrido completo.

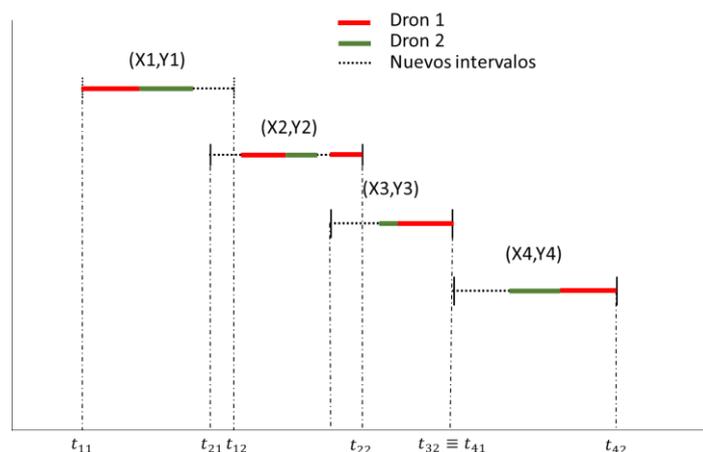


Ilustración 2.1 Resolución mediante soluciones parciales

En la figura 2.1 se puede ver cómo las soluciones parciales del dron 1 y dron 2 determinan unos subintervalos sin cubrir (líneas punteadas) que constituyen las condiciones iniciales de un problema parcial del dron 3, que se deberá resolver sucesivamente hasta dar con el número de drones N que resuelven el problema completo.

La solución varía en función de la heurística que sigan los drones para recorrer los distintos puntos del recorrido, es decir, los criterios que se establezcan para la toma de decisión del dron para dirigirse hacia uno u otro punto y en qué momento. Compararemos dos heurísticas con el objetivo de analizar en qué condiciones espacio-temporales son más eficaces.

Una componente fundamental para la toma de decisión sobre qué heurísticas implementar ha sido tratar de buscar métodos sencillos de entender, que permitan esbozar unas primeras directrices acerca del comportamiento del problema. En futuras indagaciones de este problema, los métodos podrán ser modificaciones de los aquí estudiados, basadas en los resultados que aquí se expongan.

La razón fundamental que hace al problema difícil es que no sabemos cómo discretizarlo, esto es, no es fácil

encontrar un conjunto discreto de instantes que sean suficientes para dar una solución óptima del número de drones necesarios. Por tanto, no sabemos si el problema se puede resolver en tiempo polinomial en la entrada. Esto justifica el estudio de heurísticas y la consideración de casos particulares donde podamos avanzar qué método sería más conveniente para ahorrar en el tamaño del equipo de drones a utilizar.

2.3. Método “greedy” o voraz

Esta heurística es popularmente conocida para la resolución de problemas de optimización. Está basado dar una aproximación del problema en etapas, en cada una de las cuales se toma una decisión localmente óptima, pero sin tener en cuenta las decisiones que se tomaron en las etapas previas ni las que se tomarán en las sucesivas. En general, la suma de soluciones parciales no dará lugar a una solución completa óptima, (asunto que parece ser complejo de resolver debido a la complejidad del problema que se trata y la gran cantidad de variables que influyen en el resultado), pero la finalidad es analizar cómo de lejos podemos estar del resultado óptimo. Este método se ha extrapolado al problema que se busca solucionar, tratando cada dron de cubrir lo máximo que puede agotando toda la batería. Supongamos denotamos el j -ésimo intervalo como $[t_{j1}, t_{j2}]$.

Cada dron recorre de manera secuencial los puntos de filmación, es decir, no se dirige hacia el punto de filmación j si previamente puede cubrir alguna fracción temporal del punto de filmación $j-1$. De esta manera, para cada dron se van barriendo los puntos de filmación desde el 1 hasta el N , recorriendo lo máximo posible del punto de filmación j que se analiza. Cuando ya no puede cubrir más de dicho punto j por sobrepasarse el instante t_{j2} , se traslada al punto $j+1$ y filma todo lo que le permite la capacidad de la batería. En el caso de que no diera tiempo llegar al punto $j+1$ antes del instante $t_{j+1,2}$, es decir, antes de que pase el último ciclista, viajaría hacia el primer punto consecutivo al que sí llegara a tiempo de grabar el paso de algún ciclista.



Ilustración 2.2 Distribución de puntos a lo largo de una ruta ciclista

Para facilitar la comprensión de este método, se detalla a continuación el algoritmo empleado:

1. Se lanza desde la base el primer dron en el momento justo para viajar al primer punto de filmación y llegar al inicio del intervalo
2. Permanece en dicho punto hasta que requiere regresar a la base para cambiar la batería o bien se ha alcanzado el instante final del intervalo t_{12}
 - 2.1. Si regresa a la base para cambiar la batería: Abandona el punto de filmación con el tiempo de antelación suficiente para tener capacidad de regreso a la base. En la base se realiza el cambio de batería, estimado con un determinado tiempo, y se vuelve a lanzar al recorrido.
 - 2.1.1. Si puede llegar al mismo punto del que procede antes de que finalice el intervalo, se dirige a él en cuando se ha cambiado la batería. Tras esto se vuelve al punto 2 del algoritmo.
 - 2.1.2. En caso contrario, consulta si puede llegar al siguiente punto antes de que finalice el intervalo. Si

no es posible, irá comprobando secuencialmente hasta dar con un punto j al que pueda llegar a filmar una parte del intervalo. El lanzamiento hacia el punto seleccionado se ejecutará justo tras el cambio de la batería si la llegada se produce después del instante t_{j1} , o con un cierto retraso para llegar justo en el instante t_{j1} si el lanzamiento tras cambiar la batería implicara llegar antes de dicho momento, lo cual provocaría un consumo de batería innecesario. Una vez en el punto, se regresa al punto 2 del algoritmo, cambiando 1 por j .

2.2. Si fuera posible alcanzar t_{12} , realizará uno de los dos movimientos siguientes:

2.2.1. Si dispone de suficiente batería para filmar alguna franja del intervalo temporal marcado para punto de filmación consecutivo, se dirigirá hacia el mismo. En caso de no llegar al consecutivo antes de que finalice el intervalo, realizará la comprobación comentada hasta encontrar un punto de filmación j al que fuera posible llegar a tiempo y se continúa por el punto 2 del algoritmo, cambiando 1 por j . En caso de que no fuera posible alcanzar ningún punto de filmación sin agotar la batería, se ejecuta el paso 2.2.2.

2.2.2. De no disponer batería, regresa a la base para cambiarla. Se continúa en el punto 2.1.2.

Para este primer dron se va ejecutando el algoritmo hasta que se alcanza el instante final del último punto del recorrido, lo cual finaliza la primera iteración del algoritmo. Este primer dron habrá dejado una parte de los intervalos sin cubrir, que se convierten en los intervalos que deberán ser cubiertos por un segundo dron. El algoritmo se ejecutará tantas veces como drones sean necesarios para cubrir por completo los intervalos establecidos.

En la imagen siguiente se puede ver un ejemplo, en el cual han sido necesarios 4 drones para cubrir la totalidad de los puntos señalados por el director, dando lugar a una configuración de grabaciones no deseable en la que algún dron filma tan sólo unos segundos en algún punto. En el capítulo 3 se analiza en más detalles esta configuración.

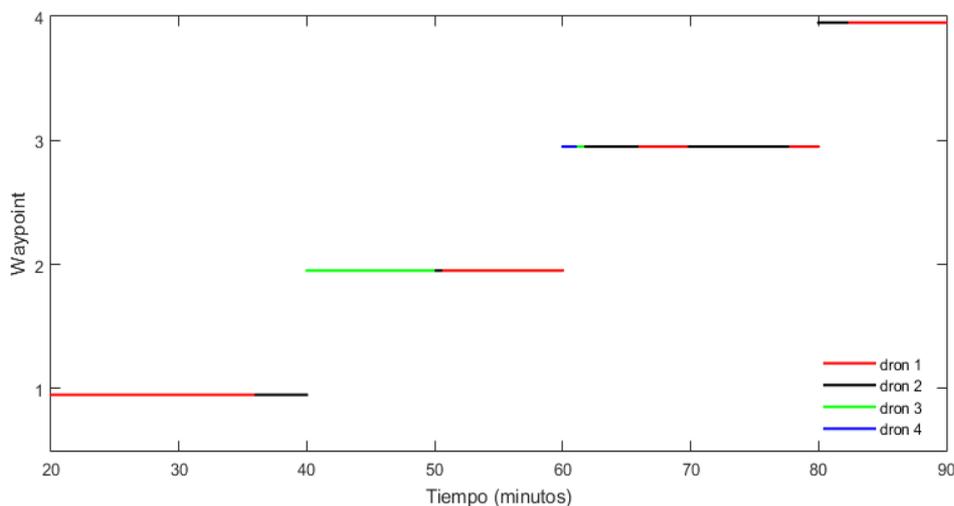


Ilustración 2.3 Secuencia para 4 puntos con método greedy.

Configuraciones de este tipo obtenidas mediante este método indujeron a idear otro que diera lugar a una configuración más ordenada como es la heurística del siguiente apartado.

2.4. Método barrido ordenado

Este método, al igual que el anterior, es secuencial, es decir, el recorrido se va barriendo punto a punto de manera consecutiva. La diferencia entre ambos métodos es que en éste se obliga a que cada dron comience en el inicio

de todos los intervalos, evitándose así que queden subintervalos sobrantes en alguno de los puntos de filmación, tal y como se observa en la figura 2.3 para el método voraz. En definitiva, se trata de una modificación de la heurística anterior en el que la visita a los puntos de grabación se realiza con un orden predeterminado.

Al igual que en el anterior método, se desarrollan los pasos del algoritmo:

1. Se lanza desde la base el primer dron en el momento justo para viajar al primer punto y llegar al inicio del intervalo
2. Permanece en dicho punto hasta que debe partir para poder cubrir el inicio del siguiente intervalo o se ha alcanzado el instante t_{12}
 - 2.1. En el primer caso, existen dos posibilidades:
 - 2.1.1. Si dispone de batería suficiente para cubrir el inicio del siguiente intervalo j , partirá justo para llegar a dicho inicio. El algoritmo vuelve al punto 2, actualizando 1 por j .
 - 2.1.2. Si requiere cambiar la batería para poder cubrir el inicio del siguiente tramo, deberá dejar el primer punto con la antelación suficiente para acudir a la base, cambiar la batería y viajar al segundo punto, llegando justo al inicio del intervalo. El algoritmo vuelve al punto 2, actualizando 1 por j .
 - 2.2. El segundo caso implica que se ha podido cubrir el primer intervalo por completo, realizando uno de los dos pasos siguientes
 - 2.2.1. Vuelve a la base para cambiar la batería, en el caso de no tener suficiente para cubrir el inicio del siguiente intervalo, y parte de la base hacia el segundo punto con la antelación necesaria para llegar justo en el inicio del intervalo j . El algoritmo vuelve al punto 2, cambiando 1 por j .
 - 2.2.2. Si dispusiese de batería, se dirige directamente al segundo punto. Se continúa en el punto 2 del algoritmo, actualizando el punto j .

Nuevamente, los intervalos sin filmar por este primer dron serán los intervalos a cubrir por sucesivos drones hasta terminar el cubrimiento. En el ejemplo, se puede observar cómo se logra el objetivo de ordenar la filmación de los drones en cada uno de los intervalos (el orden de los drones es el mismo en todos los intervalos).

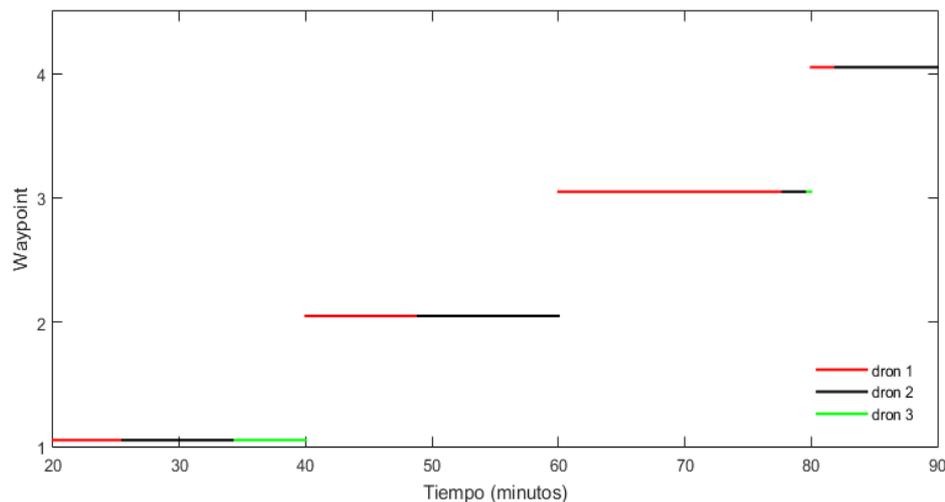


Ilustración 2.4 Secuencia para 4 puntos con método del barrido ordenado.

3 IMPLEMENTACIÓN DE LOS MÉTODOS HEURÍSTICOS

En este capítulo se va a detallar la programación MATLAB que se ha desarrollado, haciendo referencia a los códigos anexados, y explicando el funcionamiento de los programas y la interpretación gráfica del cubrimiento realizado. Para la codificación e implementación de los métodos heurísticos comentados en el capítulo 2, se ha recurrido al programa MATLAB R2015a, un sistema de cómputo numérico y en el cuál se codifica con lenguaje M, un lenguaje de alto nivel enfocado a desarrollar cálculos técnicos [9].

MATLAB permite la implementación de algoritmos, manipular matrices y vectores y representar de manera gráfica funciones y vectores. En este trabajo será necesario el poder emplear las funcionalidades anteriores y sumado a su eficiencia computacional, la facilidad para programar de forma estructurada y la manejabilidad de su interfaz gráfica, han hecho que se escoja este programa para el desarrollo del presente trabajo

1.5. Programación de los métodos para obtener resultados comparativos

Los dos programas principales se encuentran en el Apéndice, funciones A y B. La función A se emplea para obtener los resultados mediante el método greedy mientras que la B es para el método del barrido ordenado.

Dichas funciones reciben como entrada los datos iniciales del problema, es decir, puntos de filmación e intervalos en los que se debe cubrir, y dan como resultado el número de drones necesarios y la secuencia que siguen los mismos hasta cubrir la totalidad de los intervalos teniendo en cuenta las restricciones marcadas. A continuación, se comentan las distintas variables que sirven de entrada o salida del programa:

- **Matriz de posición XY:** Indica la localización geográfica de los puntos característicos. La base estará situada en el (0,0).
- **Matriz de intervalos temporales *int_wp*:** indica el inicio y final del intervalo temporal de cada punto.

	<i>t_i1</i>	<i>t_i2</i>
1	15	35
2	30,6	50,6
3	46,2	66,2
4	61,8	81,8
5	77,4	97,4

Tabla 3.1 Matriz de intervalos temporales

- **Matriz *viaje*:** Es una matriz simétrica que recoge el tiempo en minutos que tarda un dron en viajar de un punto característico a otro, siendo estos puntos los de filmación y la base. Este dato es clave para resolver el problema. Véase el ejemplo siguiente, en el que el 0 constituye la base y del 1 al 5 son los puntos:

	0	1	2	3	4	5
0	0,00	12,55	6,45	0,24	6,34	10,90
1	12,55	0,00	6,50	12,54	18,10	23,45
2	6,45	6,50	0,00	6,50	11,61	17,17
3	0,24	12,54	6,50	0,00	6,50	10,94
4	6,34	18,10	11,61	6,50	0,00	6,50
5	10,90	23,45	17,17	10,94	6,50	0,00

Tabla 3.2 Matriz de tiempo de viaje

- **Drones necesarios:** Número de drones que se necesitarían siguiendo la heurística del programa para cubrir el problema introducido en la entrada.
- **Porcentaje:** se trata de una matriz que indica para cada dron qué porcentaje de cada intervalo ha cubierto, y sirve como indicador de la eficiencia de la secuencia.

	Punto1	Punto2	Punto3	Punto4	Punto5
Dron 1	24,45%	56,01%	40,57%	45,50%	0,00%
Dron 2	24,45%	0,00%	59,43%	9,63%	21,64%
Dron 3	24,45%	0,00%	0,00%	44,87%	40,97%
Dron 4	24,45%	0,00%	0,00%	0,00%	19,33%
Dron 5	2,19%	0,00%	0,00%	0,00%	14,64%
Dron 6	0,00%	43,99%	0,00%	0,00%	3,43%

Tabla 3.3 Matriz de porcentajes de cubrimiento

- **Matrices de tiempos *int_wp_final*:** Como se ha comentado, la solución final es una superposición de soluciones parciales. Estas matrices son las entradas de intervalos temporales a los nuevos problemas que van surgiendo tras la actuación de un dron, hasta que finalmente se cubren todos los intervalos por completo. Habrá una matriz con la misma estructura de la tabla 3.1 por cada dron necesario, la única diferencia es que se podrá dar el caso de que el intervalo de un punto de filmación se haya fragmentado en varios, habiendo, por tanto, tantas filas para ese punto como intervalos discontinuos tenga.
- **Matriz de tiempos *t*:** es una de las salidas de la función, y hay una matriz por dron necesario. Indica los instantes en los que el dron sale de un punto y llega a otro. La primera columna de cada fila siempre marca una salida de la base, siendo la última columna de cada fila con valor distinto de 0 la que indica el instante en el que regresa a la base. Necesita complementarse con la matriz de puntos *p*.

2,45	15,00	19,89	32,45	0,00	0,00
32,95	39,40	50,60	57,10	62,70	62,95
63,45	63,69	66,20	72,70	81,80	88,14

Tabla 3.4 Ejemplo de matriz de tiempos *t*

- **Matriz de puntos p :** Se complementa con la matriz de tiempo t , e indica el punto en el que se encuentra el dron en el instante que marca la misma posición i j en la matriz de tiempos.

0	1	1	0	0	0
0	2	2	3	3	0
0	3	3	4	4	0

Tabla 3.5 Ejemplo de matriz de puntos p

Estas dos funciones resuelven el problema si a la entrada se le dan los puntos de filmación y los intervalos. Sin embargo, en este trabajo será necesario hacer muestreos amplios para situaciones muy diversas, por lo que será necesario otra función que genere puntos aleatorios y que llame a las dos anteriores. En el apéndice, se puede encontrar la función C, la cual se ha empleado para obtener puntos aleatorios con una distribución disjunta.

El resto de distribuciones que se analizan en este trabajo, son simples modificaciones de dicho código para adaptar la aleatoriedad de los puntos.

1.6. Interfaz gráfica para representar los resultados

A lo largo del trabajo, se van a representar distintos ejemplos que sirvan de ayuda al análisis que se hace de situaciones concretas. Para facilitar el análisis, se ha establecido una forma de representar en una sola gráfica la secuencia que se obtiene para cada dron, mediante uno y otro método. En el apéndice se puede encontrar el programa D que se ha empleado para obtener estas gráficas, en el cual se debe indicar como dato inicial las matrices de los intervalos int_wp y de posición XY .

En la ilustración 3.1 se muestra un ejemplo.

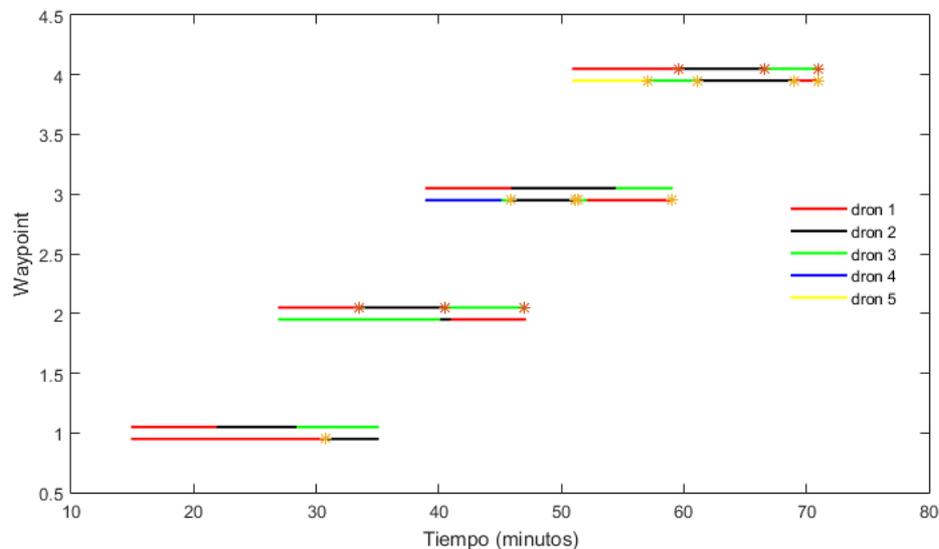


Ilustración 3.1 Ejemplo de interfaz gráfica.

En el eje de ordenadas, el término “waypoint” se usa para indicar de qué punto de filmación se trata (4 en este ejemplo). Para cada punto, se tienen dos barras horizontales paralelas, que se extienden a lo largo de todo el intervalo, indicando por tanto el inicio y el final del mismo.

De cada pareja, la barra inferior es la secuencia obtenida mediante el método greedy mientras que la superior se corresponde con el método del barrido ordenado. La leyenda de colores sirve para indicar qué dron está cubriendo cada parte del intervalo, estando los mismos ordenados según se fueron lanzando de la base por primera vez. Los asteriscos en las barras sirven para indicar que en ese punto el dron regresó a la base, por lo que, si al finalizar el intervalo de un dron no hay asterisco, significa que se dirigió hacia el siguiente punto.

4 ESTUDIO DE LOS MÉTODOS

El objetivo de este capítulo comparar los dos métodos y para ello se van a plantear escenarios diferentes. Estos escenarios vienen dados por una distribución de los puntos que se desean filmar del recorrido y unos intervalos temporales, de tal manera que una mayor o menor separación, dará lugar a un mayor o menor margen a los drones para desplazarse de un punto del recorrido a otro. Los resultados obtenidos servirán para encontrar la mejor estrategia de aproximación según la distribución de los puntos.

4.1 Distribución Disjunta

En este primer caso, se establece una distribución temporal de los intervalos que permitiría al dron filmar el final de un intervalo y llegar justo al inicio del siguiente, por lo que, si el dron tuviera vida infinita, se podrían cubrir todos los puntos con un único dron.

Para obtener una muestra lo suficientemente amplia de forma rápida y eficiente, se ha formulado un programa que establece una distribución de los puntos de manera aleatoria, aunque sometidos a unas determinadas condiciones de contorno, que hacen que la distribución sea similar a la de los puntos de una etapa ciclista y mantenga así una determinada lógica con respecto al problema a analizar.

Los puntos se encuentran distanciados por igual en el eje x, con una separación entre los puntos más alejados de 12 km. Se ha establecido una distancia máxima puesto que, al sólo disponerse de una base y siendo la duración de la batería 30 minutos, no sería realista extender los puntos a distancias muy lejanas de la base.

La aleatoriedad se introduce en el eje y, dentro de una distancia a la base, situada en el origen de coordenadas, entre 6 y 9 km en los puntos más extremos, entre 3 y 6 en los más centrales. Se han marcado márgenes diferentes en función de si son puntos centrales o extremos para simular que, en un caso real, la base se elegiría lo más próximo posible a los puntos centrales para optimizar las distancias a todos los puntos del recorrido.

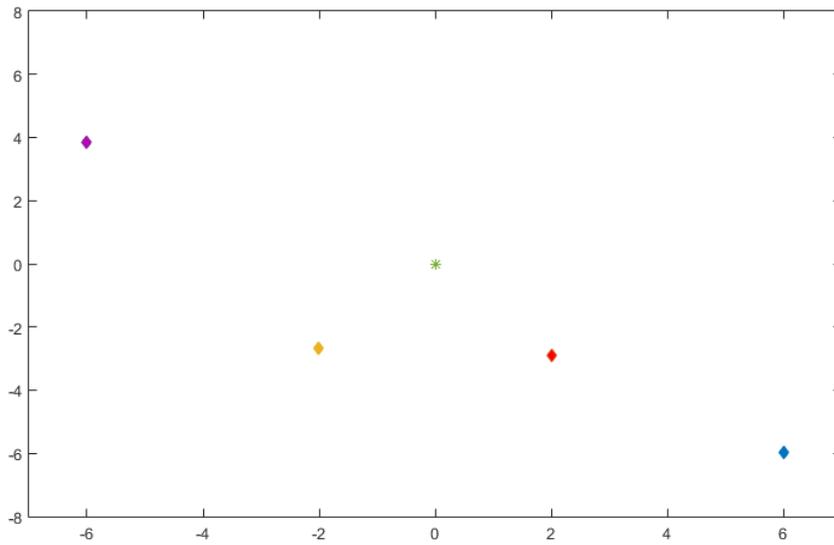


Ilustración 4.1 Distribución de puntos

En la imagen, la base queda representado por el asterisco, mientras que los rombos representan la distribución aleatoria de los puntos de filmación que hace el programa. El número de puntos de filmación también es aleatorio, pudiendo variar entre 3 y 5, número que se ha considerado lógico dado el problema que se pretende simular. Notamos que se está filmando sólo una parte del recorrido, y que la distancia máxima entre los puntos de filmación más alejados de 18 km, en base a las restricciones puestas sobre la distribución aleatoria. Para grabar una mayor parte del recorrido de manera eficiente, sería necesario contar con más bases a lo largo de la etapa, debido a que la capacidad actual de las baterías en los drones típicos no supera la media hora.

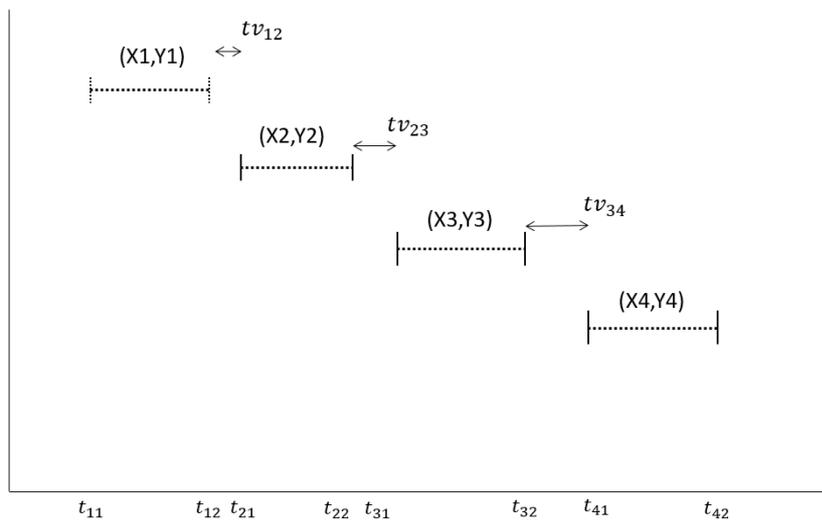


Ilustración 4.2 Separación entre intervalos para la distribución disjunta

El inicio de los intervalos temporales viene marcado por el tiempo que tarda el dron en viajar de un punto i al consecutivo j (tv_{ij}), por lo cual, la distribución geográfica de los puntos es la que va a dar lugar a esta distribución de tiempos. La longitud de los intervalos temporales se considera fija e igual a 20 minutos, tiempo aproximado que tardan todos los ciclistas en pasar por un punto. Esto se puede ver reflejado en la ilustración 4.2.

Tanto el método greedy como el del barrido ordenado fueron programados en MATLAB. Para obtener la distribución de puntos disjuntos, se ha implementado un nuevo programa (Apéndice C) que obtiene dichos puntos y llama a las funciones de los apéndices A y B para extraer el número de drones que resultarían de emplear uno u otro método.

La muestra se ha establecido con una amplitud lo suficientemente amplia como para reducir la variabilidad de los resultados, siendo 30.000 el número finalmente escogido, al mostrar un buen balance entre la fiabilidad de los datos y el tiempo de ejecución del programa.

En la tabla 4.1 se muestran los resultados obtenidos. Se observa que, si la distribución de los puntos de filmación es disjunta, en torno a un 39% de los casos será más eficiente usar la heurística del barrido ordenado, frente a un 8.5% de la greedy. Es importante recalcar que en torno al 52.5% de los casos es indiferente el método que se escoja pues el número de drones necesarios resultó el mismo.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30.000	2626 (8.8 %)	11662 (38.8%)	15712 (52.4 %)

Tabla 4.1 Resultados distribución disjunta

Como se comentó en la definición de esta distribución, en esos 30.000 casos se pueden encontrar 3, 4 o 5 puntos de filmación en los que se necesita filmar. Los datos de la tabla 4.1 se pueden segregar en función del número de puntos de filmación, tal y como se desglosa en la tabla 4.2 con el porcentaje de veces que resulta favorable un método frente al otro en función del total de puntos de filmación a cubrir.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	0%	49%	51%
4	11%	36%	53%
5	15%	34%	51%

Tabla 4.2 Resultados para la distribución disjunta según número de puntos de filmación

Como conclusión de esta tabla se puede extraer que el número de puntos que se necesitan filmar, sí es relevante, reflejando, de hecho, que el método greedy mejora con el aumento de puntos de filmación en detrimento del método del barrido ordenado.

Otro dato que puede resultar de interés es que la media de los drones necesarios para los 30.000 casos estudiados es de 2.54 en el caso del método greedy y de 2.21 en el barrido ordenado. Nuevamente se desglosa en función del número de puntos en la tabla 4.3. Para las 3 situaciones aquí estudiadas en cuando al número de puntos de filmación, se constata que el comportamiento sobre número de drones necesarios depende del número de puntos de grabación.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	2,54	2,02
4	2,50	2,25
5	2,58	2,37

Tabla 4.3 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución Disjunta

4.2 Distribución Semidisjunta

En este apartado se analiza una situación similar a la anterior pero más restrictiva, es decir, ya no es posible que un dron termine de filmar el último instante de un punto de filmación y llegue a tiempo de grabar el inicio del consecutivo. Asumimos que la diferencia de tiempo entre el final de un intervalo y el inicio del consecutivo es la mitad del tiempo que necesita el dron para viajar entre ambos puntos. Por tanto, como mínimo van a ser necesarios dos drones para cubrir los puntos señalados.

La distribución geográfica de los puntos sigue el mismo patrón aleatorio que se ha comentado en el apartado 3.1 así como el número de puntos de filmación, variando entre 3 y 5.

Por tanto, el inicio de los intervalos temporales vendrá marcado por el tiempo que tarda el dron en viajar de un punto i al consecutivo j (tv_{ij}) dividido por dos, siendo la distribución geográfica de los puntos la que va a dar lugar a esta distribución de tiempos. La longitud de los intervalos se vuelve a considerar constante e igual a 20 minutos. En la ilustración 4.3 se puede ver una representación del presente caso.

La muestra se vuelve a establecer en 30.000 casos y el programa extrae, para cada caso aleatorio, el número de drones que se necesitarían mediante el uso de una u otra heurística.

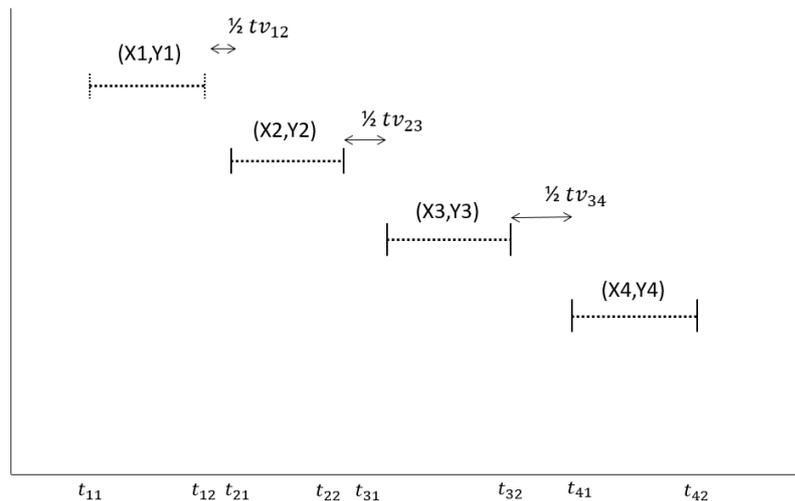


Ilustración 4.3 Separación entre intervalos para la distribución semidisjunta

Los resultados obtenidos en el muestreo se encuentran reflejados en la tabla 4.4. Nuevamente, resulta más favorable emplear el método del barrido ordenado frente al greedy o voraz, un 53.8% frente al 1.4% respectivamente. De esto, se puede extraer, que acercarse a la mitad el tiempo entre el final de un intervalo y el inicio del consecutivo, perjudica al método greedy. En un 44.8 % de los casos, el empleo de uno u otro método arroja un mismo número de drones necesarios.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30.000	428 (1.4 %)	16133 (53.8%)	13439 (44.8 %)

Tabla 4.4 Resultados distribución semidisjunta

Se realiza nuevamente un desglose para conocer la influencia que tiene el número de puntos de filmación en la idoneidad de emplear alguno de los dos métodos. El método del barrido destaca especialmente como favorable cuando sólo se tienen que filmar 3 puntos de filmación, disminuyendo esta ventaja considerablemente con el aumento de puntos. Sin embargo, la disminución de casos favorables de barrido frente al aumento de puntos repercute principalmente en un aumento de las veces que uno u otro método arrojan resultados similares y no supone un aumento sustancial de los casos favorables del método greedy.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	0%	67%	33%
4	3%	48%	49%
5	1%	46%	53%

Tabla 4.5 Resultados distribución semidisjunta según número de puntos de filmación

Para finalizar con la distribución semidisjunta, se muestra el número de drones que se necesitan para uno u otro método en función del número de puntos de filmación. El aumento del número de puntos afecta a ambas heurísticas, pero es más acuciado en el barrido ordenado. La media para greedy y barrido es de 3.1 y 2.55 respectivamente.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	2,95	2,27
4	3,09	2,63
5	3,25	2,77

Tabla 4.6 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución Disjunta

4.3 Distribución Escalera

Siguiendo el patrón de ir disminuyendo la distancia temporal entre el final de un intervalo y el inicio del siguiente, se analiza ahora la situación en la que ambos instantes coinciden. En esta situación, existe una mayor dificultad para cubrir todos los puntos con pocos drones, independientemente del método empleado.

Tanto la distribución de los puntos de forma aleatoria y del número de puntos de filmación se mantiene igual a

los puntos anteriores, así como una constante de 20 minutos entre el inicio y el final de cada intervalo temporal.

La condición se traduce en:

$$t_{2j} - t_{1j+1} = 0$$

En la gráfica 4.4 se representa cómo quedaría un ejemplo de esta casuística.

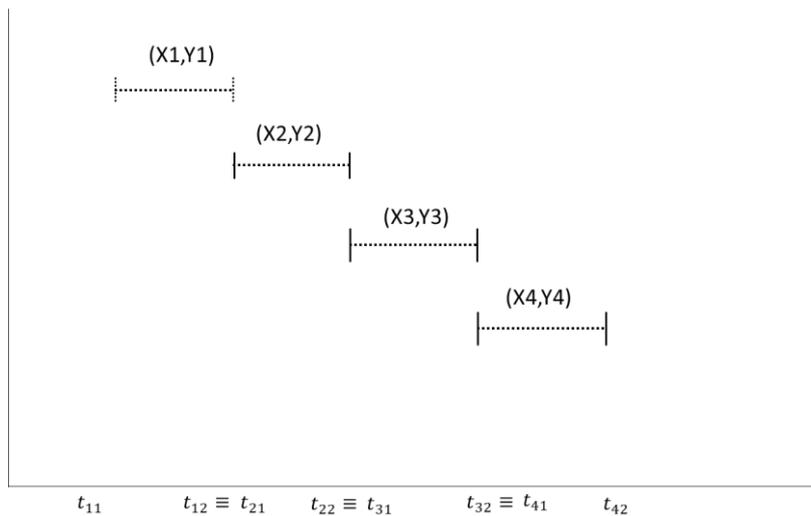


Ilustración 4.4 Separación entre intervalos para la distribución escalera

La muestra se limita a 30.000 casos y se vuelve a comparar para cada caso, el número de drones que arroja uno u otro método y la conveniencia de emplearlos en función de la situación que se trate.

En la tabla 4.7 se reflejan los resultados obtenidos. Aquí los resultados difieren con respecto a las situaciones de los dos apartados anteriores, pues ahora el greedy resulta favorable en más casos que el barrido ordenado. En concreto, en un 32.2 % de los casos de la muestra es preferible usar el método greedy, frente al 15.7 del barrido, siendo para el resto de casos indiferente usar uno u otro. Notamos que, al estar los puntos demasiado cerca en el tiempo, por el método del barrido sólo es posible filmar una pequeña fracción del intervalo para poder alcanzar el inicio del siguiente.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30000	9667 (32.2 %)	4716 (15.7 %)	15617 (52.1 %)

Tabla 4.7 Resultados distribución disjunta

Para estas condiciones se han dado casos en los que el método del barrido ordenado no es posible llevarlo a cabo debido a la cercanía entre los puntos de filmación, que hace imposible que se grabe el comienzo de dos intervalos consecutivos (el tiempo de viaje del dron entre los puntos es superior a la diferencia $t_{1j+1} - t_{1j}$).

Para la muestra de 30.000 se han dado 55 casos imposibles. Para evitar distorsionar los resultados lo que se ha hecho es ir aumentando la muestra en tantos casos como situaciones imposibles se den, es decir, se han realizado 30.055 casos, estando reflejados en las tablas sólo los posibles.

Para ilustrarlo, se muestra un caso en el cual el barrido no es posible. La forma de representar los resultados es la misma que la explicada en el capítulo 3 y puede encontrarse en las tablas 4.8 a 4.14.

Datos iniciales

WP	X	Y	t_{1j}	t_{2j}
1	6	-4,921	15	35
2	3	4,1736	35	55
3	0	-5,1255	55	75
4	-3	4,4337	75	95
5	-6	1,7369	95	115

Tabla 4.8 Datos iniciales ejemplo distribución escalera.

Matriz tiempos de viaje

	0	1	2	3	4	5
0	0,0000	7,7599	5,1399	5,1255	5,3533	6,2463
1	7,7599	0,0000	9,5766	6,0035	12,9812	13,7233
2	5,1399	9,5766	0,0000	9,7710	6,0056	9,3240
3	5,1255	6,0035	9,7710	0,0000	10,0189	9,1155
4	5,3533	12,9812	6,0056	10,0189	0,0000	4,0339
5	6,2463	13,7233	9,3240	9,1155	4,0339	0,0000

Tabla 4.9 Matriz de tiempos de viaje ejemplo distribución escalera.

Primer dron

Matrices Posición-Tiempo

0	1	1	0	7,2401	15,0000	21,6002	29,3601
0	2	2	0	29,8601	35,0000	44,2346	49,3745
0	3	3	0	49,8745	55,0000	64,0212	69,1467
0	4	4	0	69,6467	75,0000	82,9004	88,2537
0	5	5	0	88,7537	95,0000	112,5073	118,7537

Tabla 4.10 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalera. Primer dron.

Nuevos intervalos

WP	t_{1j}	t_{2j}
1,0000	21,6002	35,0000
2,0000	44,2346	55,0000
3,0000	64,0212	75,0000
4,0000	82,9004	95,0000
5,0000	112,5073	115,0000

Tabla 4.11 Nuevos intervalos a cubrir por el segundo dron.

Segundo dron**Matrices Posición-Tiempo**

0	1	1	0	0	0	13,8402	21,6002	30,8347	38,5946	0,0000	0,0000
0	2	2	0	0	0	39,0946	44,2346	53,2558	58,3957	0,0000	0,0000
0	3	3	4	4	0	58,8957	64,0212	72,8815	82,9004	83,5424	88,8957
0	5	5	0	0	0	106,2610	112,5073	115,0000	121,2463	0,0000	0,0000

Tabla 4.12 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalara. Segundo dron.

Nuevos intervalos

WP	t_{1j}	t_{2j}
1,0000	30,8347	35,0000
2,0000	53,2558	55,0000
3,0000	72,8815	75,0000
4,0000	83,5424	95,0000

Tabla 4.13 Nuevos intervalos a cubrir por el tercer dron.

Tercer dron**Matrices Posición-Tiempo**

0	1	1	0	0	0	23,0748	30,8347	35,0000	42,7599	0	0,0000
0	2	2	3	3	0	48,1158	53,2558	55,0000	64,7710	72,8815	78,007
0	4					78,507	83,8603				

Tabla 4.14 Matriz tiempo-posición ejemplo distribución escalara. Tercer dron.

Efectivamente, se observa cómo, pese a estar tan solo en el instante inicial del punto de filmación 3, no es posible alcanzar el punto de filmación 4 antes del instante inicial t_{14} . Como sólo se ha dado la imposibilidad de emplear el método del barrido en un 0.18% de los casos aleatorios, no se plantea para la distribución escalera una alternativa para dicho método.

Al igual que se hizo en las distribuciones anteriores, se analiza la influencia del número de puntos de filmación en los resultados obtenidos. En la tabla 4.15 se pueden ver los resultados, siendo notable la diferencia en los porcentajes al hacer variar el número de puntos. Para 3 puntos, no es de gran relevancia emplear uno u otro método, siendo, de hecho, la media de puntos similar (tabla 4.16). Pero si se aumentan los puntos, sí es

notoriamente más favorable el empleo de la técnica greedy. Esto se debe a que a mayor número de puntos, menor distancia entre los mismos y por tanto es menor el tiempo en el que se puede estar filmando un punto hasta que se tiene que partir hacia el consecutivo. En cambio, esta restricción no existe en el greedy, permitiendo al dron grabar lo máximo posible el punto en el que se encuentra sin influirle la llegada del consecutivo.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	17%	18%	66%
4	48%	13%	39%
5	32%	17%	51%

Tabla 4.15 Resultados distribución escalera según número de puntos de filmación

En cuanto a la media de drones necesarios, además de mejores resultados para la heurística greedy, llama la atención que para la distribución escalera, si se dispone de 3 puntos de filmación, en general harán falta más de 3 drones para la filmación completa, lo cual lo hace ineficiente y resultaría más rentable filmar más puntos con el mismo número de drones.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	3,29	3,30
4	3,33	3,76
5	3,58	3,74

Tabla 4.16 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución escalera

4.4 Distribución restringida a las condiciones de una carrera ciclista

Hasta el presente punto, las distribuciones no tienen en cuenta las restricciones temporales de una carrera ciclista. Ahora sí se plantean distintas situaciones en cuanto a la separación temporal de los puntos, que permitan extraer unas primeras conclusiones acerca del comportamiento del problema. En este punto, en vez de establecer una separación temporal fija entre t_{2j} y t_{1j+1} , se estima el tiempo que tarda el primer ciclista de la carrera en viajar entre esos puntos, que será lo que marque la necesidad real de empezar a grabar en el siguiente punto.

Para calcular este tiempo, se toma una velocidad media del ciclista de 25 km/h, y suponiendo que se desplaza en línea recta entre los puntos, a partir de las coordenadas de los puntos de filmación y la velocidad, se calcula el tiempo que se necesita. Ahora podrán darse las 3 situaciones anteriores de forma aleatoria, incluso en el mismo problema, tal y como se ejemplifica en la ilustración 4.5, en la que tvc_{ij} es el tiempo que tarda el ciclista en viajar desde el punto de filmación i al j .

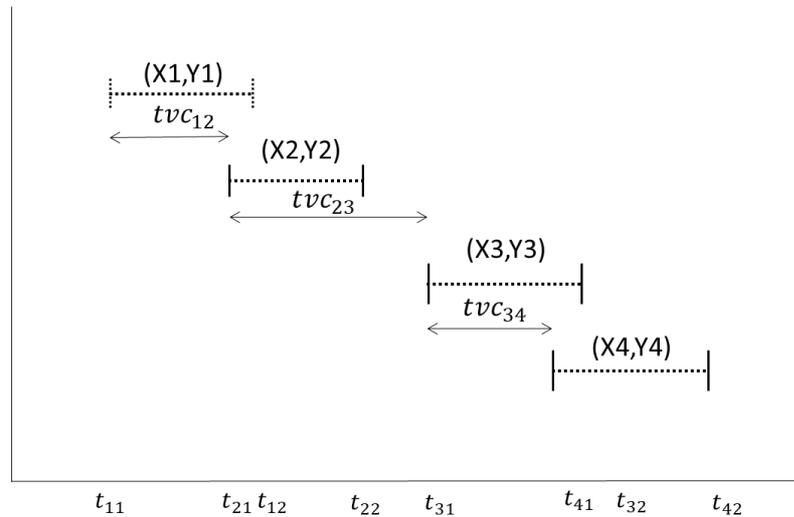


Ilustración 4.5 Separación entre intervalos para la distribución restringida.

En la tabla 4.17 se extrae del programa un ejemplo de esta distribución. Se constata que se den incluso casos de solape, es decir, que t_{2j} sea posterior a t_{1j+1} y por tanto, al mismo tiempo que se necesita filmar en un punto, ya se debe estar grabando en el siguiente.

WP	X	Y	t_{1j}	t_{2j}
1	6	4,79	15,00	35,00
2	3	-4,71	38,91	58,91
3	0	-5,76	46,54	66,54
4	-3	4,95	73,24	93,24
5	-6	-2,23	91,90	111,90

Tabla 4.17 Ejemplo de distribución restringida

Los resultados para una muestra de 30.000 casos se exponen en la Tabla 4.18. Al igual que en el caso anterior, es el método greedy el que arroja mejores resultados, aunque con menor diferencia que en la distribución anterior. Sin embargo, hay que tener en cuenta que, al igual que en la distribución anterior, se descartan los casos en los que no es posible usar el barrido debido a que las condiciones de contorno son estrictas, de tal manera que en los 30.000 casos analizados se consideran aquellos en los que sí es posible. Si bien en la distribución escalera sólo aparecen en torno a 50 casos imposibles por cada 30.000, ahora el orden es de 9.000 por cada 30.000, en torno a un 25 %. Es por ello que tras la exposición de estos resultados se analiza una alternativa al método de barrido.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30000	9559 (31.86%)	7672 (25.58%)	12769 (42.56%)

Tabla 4.18 Resultados distribución restringida

En las tablas 4.19 e 4.20 se muestran los mismos resultados, pero diferenciando el número de puntos de filmación del problema. Destaca la influencia de pasar de 3 a 4 puntos, lo que provoca que para el método Greedy se pase

de 3.3 drones de media a 4, mientras que el aumento en el método del barrido es mucho menos acusado y eso hace que si se tienen 4 puntos, sea más favorable usar esta heurística, pese a que con 3 o 5 puntos sea preferible emplear el procedimiento greedy.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	45%	21%	35%
4	14%	34%	52%
5	33%	23%	44%

Tabla 4.19 Resultados distribución restringida según número de puntos de filmación.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	3,31	3,59
4	4,04	3,84
5	4,41	4,62

Tabla 4.20 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida.

Como se ha comentado, es alta la probabilidad (del orden del 25%) de que el sistema aleatorio de generación de puntos para la distribución restringida dé lugar a situaciones imposibles para el método del barrido ordenado, por lo que esas situaciones no se están pudiendo tener en cuenta en el estudio. Por ello, se ha realizado una modificación en el código, para reducir el número de casos imposibles. Ahora, en los casos en los que sea imposible barrer el inicio de un punto de filmación y su consecutivo, se estudiará si es posible llegar al que sucede al inmediatamente consecutivo. Es decir, si se está en el punto j y no es posible llegar al inicio del $j+1$, mirará si es posible llegar a $j+2$. El apéndice B incluye el código para el método del barrido ya con esta modificación.

Con esta modificación en el algoritmo, para obtener la muestra de 30.000 casos, sólo es necesario repetir un centenar de casos por ser imposibles, es decir, alrededor del 3%. El objetivo de reducir los casos imposibles es poder obtener unos resultados más realistas para la distribución restringida, y que no sólo se analicen las situaciones en las que sí era posible con el código original, entendiendo que, en un caso real, lo natural es que si el director ve que no puede hacer barrido en el consecutivo, miraría en el siguiente al consecutivo.

A continuación, se muestra un caso en el que el barrido ordenado original no es posible, y es necesario recurrir a la modificación del método.

WP	X	Y	t1j	t2j
1	6	5,66	15,00	35,00
2	2	5,07	24,70	44,70
3	-2	4,56	34,38	54,38
4	-6	-3,79	56,59	76,59

Tabla 4.21 Ejemplo de distribución restringida con algoritmo modificado para el barrido

El hecho de estar los puntos 1, 2 y 3 muy cercanos entre sí geográficamente se traduce en que la diferencia de tiempo entre los inicios de sus intervalos temporales (t_{1j}) sea muy pequeña, llegando incluso darse un momento en el que habría que filmar los 3 puntos a la vez. En la ilustración 4.6 se muestra cómo se organizarían los drones para cubrir esta distribución espacial.

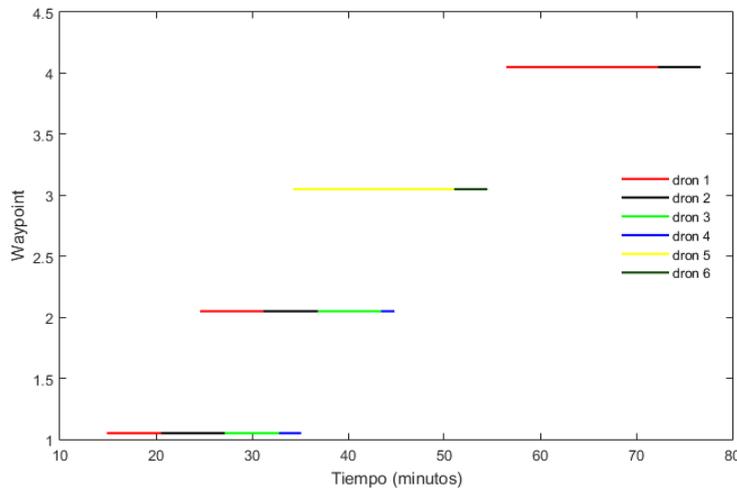


Ilustración 4.6 Resultado gráfico para el método del barrido modificado.

Resulta necesario emplear 6 drones para 4 puntos de filmación. La dificultad radica en el tercer punto, pues no es posible hacer barrido, de tal manera que con el nuevo método se hace barrido comenzando en el cuarto. Esto hace que se usen 4 drones para los puntos de filmación 1, 2 y 4, sin barrer nada del 3, y por ello al final se necesitan 2 drones exclusivamente para el tercer punto. Una manera de ver la eficiencia del método en este caso es ver qué porcentaje cubre cada dron en cada punto, tal y como está en la tabla 4.22.

Dron/WP	1	2	3	4
1	28,30	32,99	0,00	79,04
2	32,99	28,30	0,00	20,96
3	28,30	32,99	0,00	0,00
4	10,40	5,71	0,00	0,00
5	0,00	0,00	83,88	0,00
6	0,00	0,00	16,12	0,00

Tabla 4.22 Porcentaje que cubre cada dron en cada intervalo con el método del barrido ordenado.

Exceptuando los 2 primeros drones, el resto se usan para cubrir una pequeña fracción del total del tiempo, por lo que se está desaprovechando gran parte de su tiempo útil con esta heurística. Si este mismo ejemplo lo tratamos con el método greedy, se necesitarían 4 drones, con la secuencia de la ilustración 4.7 y los porcentajes de cubrimiento de la tabla 4.23.

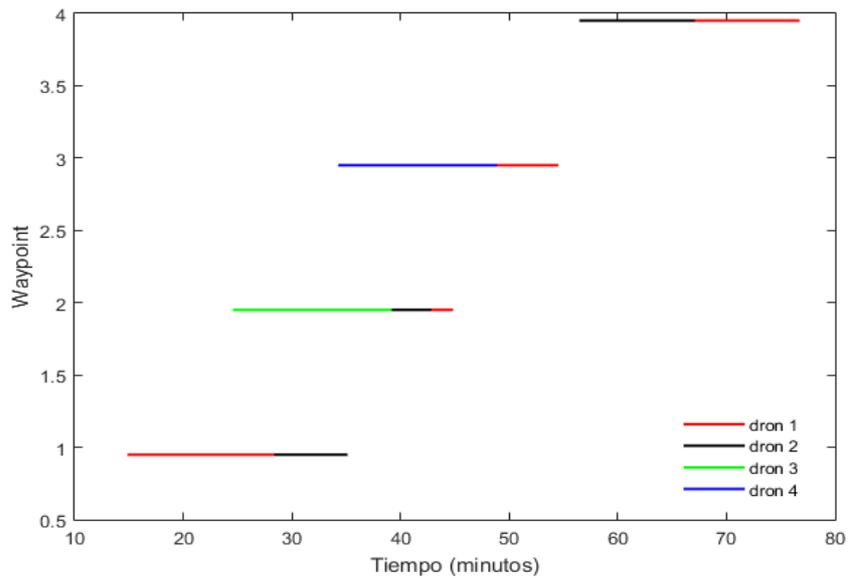


Ilustración 4.7 Resultado gráfico para el método greedy

Dron/WP	1	2	3	4
1	67,52	10,02	28,23	48,19
2	32,48	18,29	0,00	51,81
3	0,00	71,70	0,00	0,00
4	0,00	0,00	71,77	0,00

Tabla 4.23 Porcentaje que cubre cada dron en cada intervalo con método greedy

Así, se vuelven a exponer los resultados para 30.000 casos aleatorio usando el método de barrido modificado en la Tabla 4.24. En comparación con los resultados que arrojaba el algoritmo sin modificar, aquí se acucia la idoneidad de usar el método greedy frente al del barrido ordenado. Se puede intuir, que cuando más cerca están entre sí los intervalos temporales y menos margen tiene el dron para cambiar de uno a otro punto peor es el método del barrido.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30.000	13184 (43.95%)	5793 (19.31%)	11023 (36.74%)

Tabla 4.24 Resultados distribución restringida con algoritmo modificado.

En las dos tablas siguientes, se muestran los mismos resultados, pero segregados por el número de puntos de filmación. En las tres situaciones resulta más favorable el greedy, aunque es con 5 puntos de filmación donde más se nota la diferencia.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	47%	20%	33%
4	32%	26%	43%
5	52%	14%	33%

Tabla 4.25 Resultados distribución restringida según número de puntos de filmación, con el algoritmo de barrido modificado.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	3,31	3,64
4	4,09	4,33
5	4,60	5,36

Tabla 4.26 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida, con el algoritmo de barrido modificado.

4.5 Distribución restringida con puntos de filmación muy cercanos

Para continuar con el análisis comparativo de ambas heurísticas, se estudia ahora un caso más extremo para la distribución restringida, en el cual los puntos se encuentran muy cercanos geográficamente. Hasta ahora, en la distribución geográfica que se estaba obteniendo aleatoriamente, los puntos podían estar alejados entre sí entre 6 y 3 km en el eje X, en función del número de puntos de filmación. Ahora lo limitamos a sólo 1 km, independientemente del número de puntos. El otro parámetro que se usa para calibrar la distancia de los puntos es la distancia a la base. Antes oscilaba aleatoriamente entre 6 y 9 km para los dos puntos más alejados y entre 3 y 6 km para los centrales, mientras que ahora los extremos están entre 1 y 3.5 km y los centrales entre 0 y 1.5 km, dependiendo del número de drones. En la ilustración 4.8 hay un ejemplo de distribución aleatoria con 4 puntos de filmación cercanos.

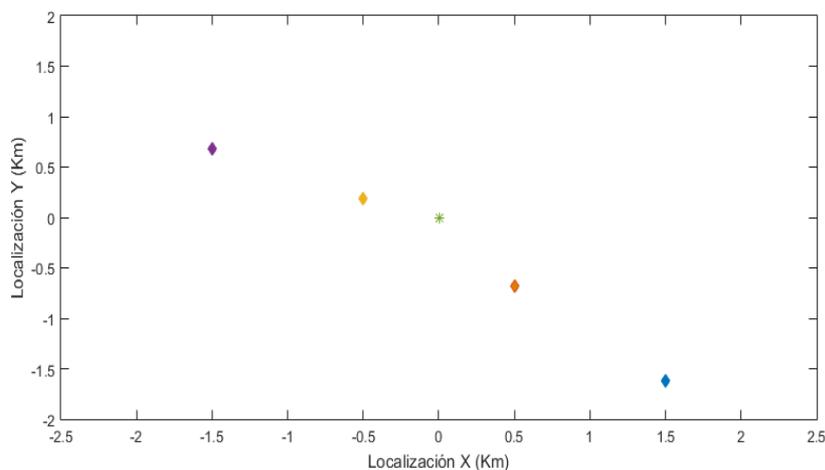


Ilustración 4.8 Distribución restringida con puntos próximos

Esta localización de los puntos sería equivalente a la situación en la que el director quiere filmar más puntos en un tramo más corto, aumentando el solape y permitiendo por tanto conectar a la vez incluso con cabeza, pelotón y cola. Tras cambiar la distribución de los puntos, se realiza un muestreo con 30.000 casos tal y como se ha hecho en las casuísticas anteriores. En la tabla 4.27 observamos que en ninguno de los casos usar el método del barrido es favorable si los puntos de filmación que se quieren filmar están muy cercanos unos de otros.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30.000	13.338 (44.46%)	0 (0%)	16.662 (55.54%)

Tabla 4.27 Resultados distribución restringida con puntos próximos

Con respecto a la influencia del número de puntos, ilustrada las tablas 4.28 y 4.29, se puede extraer es que es con el aumento del número de puntos cuando aumentan potencialmente los casos en los que el greedy es favorable. Además, llama la atención que, en todos los casos, el número de puntos es igual al número de drones que se necesitarían mediante el empleo de una heurística Greedy.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	0%	0%	100%
4	41%	0%	59%
5	92%	0%	8%

Tabla 4.28 Resultados distribución restringida con puntos próximos según número de puntos de filmación

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	3,00	3,00
4	4,00	4,49
5	5,00	6,80

Tabla 4.29 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida con puntos próximos

Para entender estos resultados que se comentan, se muestra la resolución de un caso concreto mediante ambos métodos. Los puntos e intervalos representados son los de la tabla 4.30.

WP	X	Y	t1j	t2j
1	2	-2,70	15,00	35,00
2	1	-0,79	20,17	40,17
3	0	-0,42	22,72	42,72
4	-1	-0,93	25,41	45,41
5	-2	-2,18	29,25	49,25

Tabla 4.30 Datos iniciales ejemplo con puntos próximos

Para esta distribución, en la ilustración 4.9 se ilustra la secuencia que se obtiene para cada dron, siendo la barra inferior la correspondiente al método greedy y la superior al barrido ordenado. En este caso, resultan necesarios 5 y 7 drones respectivamente.

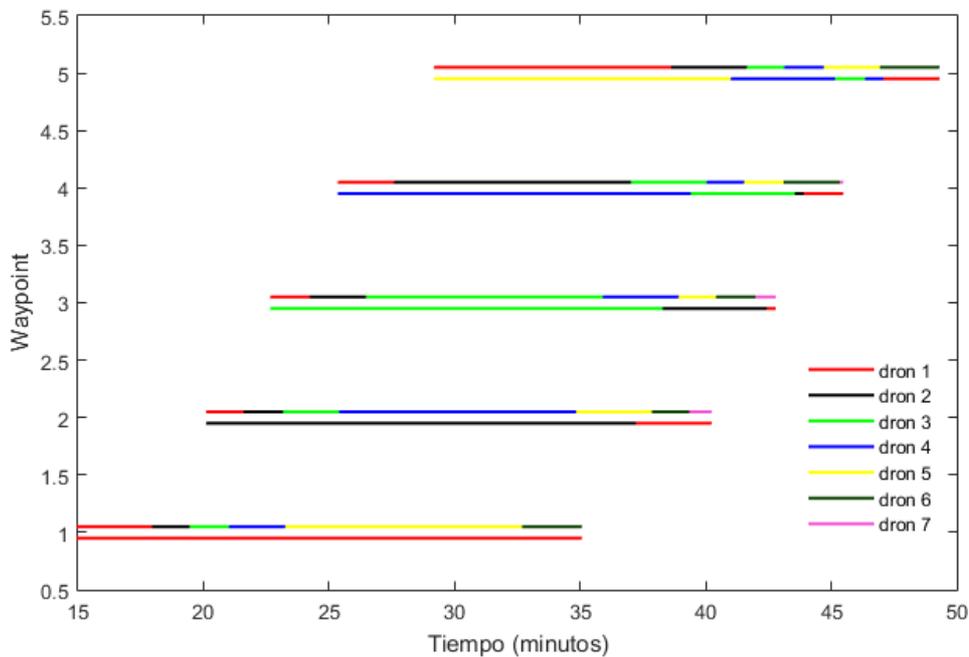


Ilustración 4.9 Resultados ejemplo de distribución restringida con puntos próximos.

En el método greedy se puede observar que al ser reducida la distancia a la base (el tiempo entre el punto más alejado y la base es de 3.36 minutos), un dron puede filmar casi la totalidad del intervalo puesto que disponen de 30 minutos de batería y los intervalos son de 20 minutos. Por ello, como máximo son necesarios tantos drones como puntos de filmación. Pero, por otro lado, al estar tan juntos entre sí los puntos, hay solape entre todos los intervalos y por tanto, el margen del que se dispone tras filmar un punto sólo permite grabar una pequeña fracción del final de los consecutivos.

En lo que respecta al método de barrido, es la cercanía entre puntos lo que obliga al dron a abandonar a los pocos minutos el punto que está grabando, pues necesita dirigirse al consecutivo para su inicio. Esto no es eficiente y obliga a usar un número de drones mayor que con el greedy.

4.6 Distribución restringida con puntos de filmación lejanos

En este punto se analiza una situación contraria a la anterior, es decir, hay una gran separación física entre los puntos en los que se quiere grabar el paso de los ciclistas. Para reproducir esta situación, en la parte del programa en la cual se obtiene la distribución aleatoria de puntos, se aumenta la distancia en el eje X entre puntos de filmación a 5 Km, independientemente del número de puntos, frente a 1 Km que es lo que se tomó para el caso de puntos muy cercanos. El otro parámetro que determina la localización de los puntos es la distancia a la base, la cual se establece aleatoriamente en un rango que va desde un mínimo correspondiente a hacer la componente Y igual a 0, hasta un máximo constituido por la componente X más 4 Km. Recordamos que en el punto 3.5 este valor se tomaba en 1.5 Km como máximo. Una representación aleatoria de esta distribución de puntos se muestra en la ilustración 4.10.

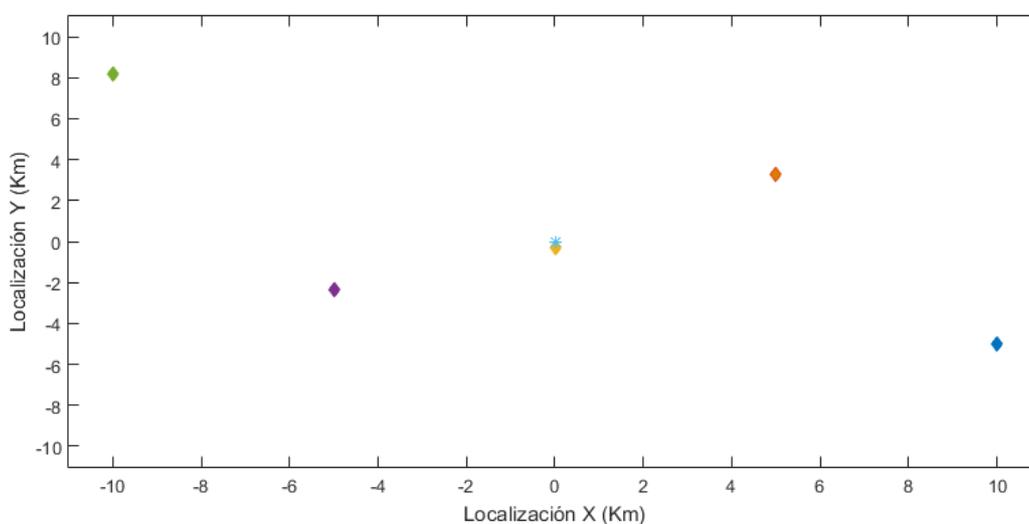


Ilustración 4.10 Distribución restringida con puntos lejanos.

A continuación, en la tabla 4.31 se muestran los resultados que se obtienen para estas distribuciones. El método greedy es más favorable que el del barrido en hasta 11 puntos porcentuales, lo cual hace indicar que una especial lejanía de los puntos de filmación no es óptimo emplear una heurística del barrido ordenado.

Muestra	Greedy	Barrido	Indiferente
30.000	11.019 (36.73%)	7.575 (25.25%)	11.406 (38.02%)

Tabla 4.31 Resultados distribución restringida con puntos lejanos.

Si analizamos ahora en la tabla 4.32 los resultados que se obtienen, tras segregar según el número de puntos, se observa que, aunque en cómputo global el greedy es preferible, el barrido refleja mejores resultados si se tienen tan sólo tres puntos. Conforme aumenta el número de puntos, el porcentaje de casos favorables con el método greedy crece en detrimento del barrido ordenado.

Nº Puntos	Greedy	Barrido	Indiferente
3	29%	34%	37%
4	36%	23%	41%
5	45%	18%	38%

Tabla 4.32 Resultados distribución restringida con puntos lejanos según número de puntos de filmación.

Otra manera de analizarlo es mediante el número de drones necesarios. Esto se puede ver en la tabla 4.33, en la cual, además de lo comentado en la anterior, se puede extraer que para esta distribución y ambos métodos, en general se necesitarán tantos o más drones que puntos se quieran grabar, situación no aconsejable si se está buscando reducir los recursos necesarios para grabar la carrera. Es más acusada esta situación cuando se tienen 5 puntos pues, en media, serán necesarios 7 drones.

Nº Puntos	Greedy	Barrido
3	3,51	3,44
4	4,19	4,45
5	6,70	7,53

Tabla 4.33 Número medio de drones necesarios por número de puntos para distribución restringida con puntos lejanos.

Para entender mejor estos resultados, se muestran a continuación dos ejemplos, uno con 3 puntos de filmación y otro con 5. En la tabla 34 se muestran los datos iniciales para el problema de 3 puntos.

WP	X	Y	t_{1j}	t_{2j}
1	5	-4,54	15,00	35,00
2	0	-1,55	28,98	48,98
3	-5	4,24	47,33	67,33

Tabla 4.34 Datos iniciales ejemplo con 3 puntos lejanos.

Para estos datos, se obtienen las secuencias de la ilustración 4.11. Si se emplea el método greedy se necesitan 4 drones, frente a los 3 del barrido. El método del barrido no permite que un dron filme más de alrededor de 10 minutos en cada punto, pues debe partir hacia el siguiente, el cual se encuentra a más de 5 minutos en el caso más cercano, pero aun así es posible cubrirlo de una manera ordenada en los tres puntos, tal y como se muestra en el gráfico.

Con el método greedy ocurre justamente lo contrario. En los dos primeros puntos de filmación, al no haber necesidad de partir hacia el consecutivo, es posible cubrir hasta que es necesario un cambio de batería o se ha acabado el intervalo. La dificultad reside en el último punto, pues se ve condicionado a ser filmado en pequeños tramos por hasta cuatro drones diferentes.

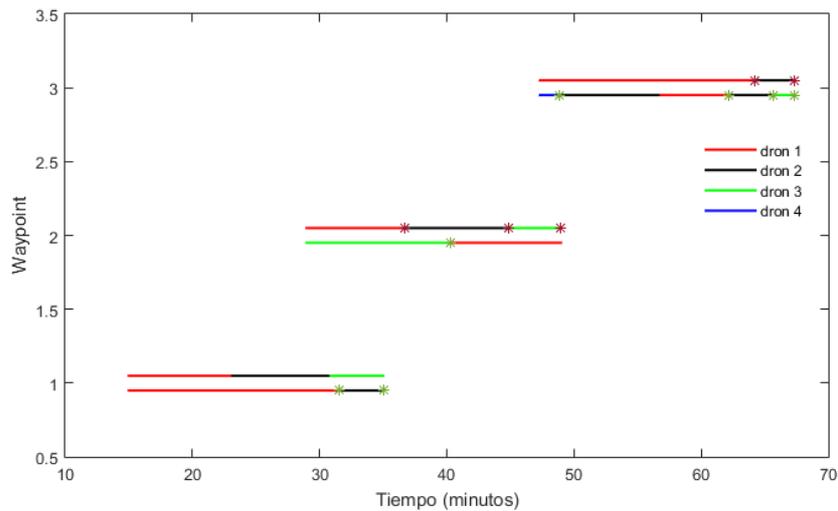


Ilustración 4.11 Resultados ejemplo de distribución restringida con 3 puntos lejanos.

En la siguiente tabla, se tienen los datos iniciales para el caso de 5 puntos de filmación.

WP	X	Y	t_{1j}	t_{2j}
1	10	2,44	15,00	35,00
2	5	3,68	27,36	47,36
3	0	-1,25	44,22	64,22
4	-5	5,01	63,46	83,46
5	-10	-6,23	92,98	112,98

Tabla 4.35 Datos iniciales ejemplo con 5 puntos lejanos

La solución mostrada en la figura 4.12, denota la dificultad intrínseca de tener puntos muy alejados de la base y entre sí. En la heurística del barrido, al tener que desplazarse desde la base al primer punto en un tiempo de viaje de más de 10 minutos, se dispone de poco tiempo efectivo para filmar. Es por ello que, para cubrir sólo los dos primeros puntos se necesitan 6 drones, algo del todo ineficiente. Si ahora analizamos el método greedy, se puede observar que el no tener la restricción de cubrir el inicio de los intervalos, con 4 drones es posible cumplir con esos puntos, aunque después sea necesario uno adicional para el total del recorrido.

En definitiva, aunque el método greedy resulta más apropiado que el del barrido para la mayoría de los casos, cubrir puntos muy alejados entre sí mediante cualquiera de los métodos aquí analizados resulta poco eficiente, no siendo recomendable para el director si se dispone de pocos recursos. Cabe recordar que aquí se están analizando problemas asumiendo una serie de hipótesis, pues se necesita simplificar el problema para poder extraer unas primeras conclusiones. Una de esas hipótesis, es que sólo se dispone de una base. Para distancias alejadas, tener al menos dos bases reduciría el número de drones necesarios al disminuir los tiempos de regreso, pero no analizamos aquí este caso y quedaría para posibles desarrollos futuros.

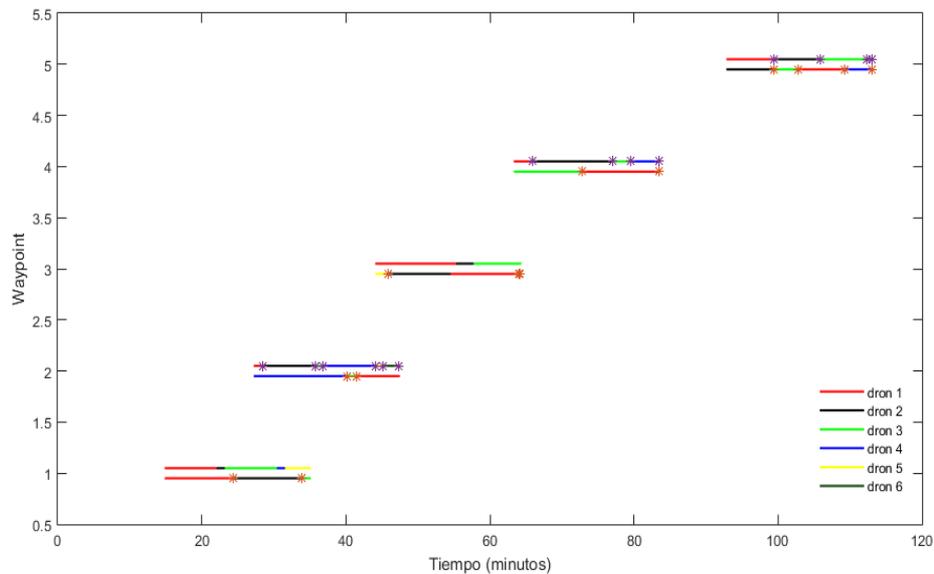


Ilustración 4.12 Resultados ejemplo de distribución restringida con 5 puntos lejanos.

4.7 Resultados comparativos

Tras analizar las diferencias entre ambos métodos heurísticos mediante seis situaciones diferentes, es este apartado se exponen los resultados en su conjunto. Esto va a permitir extraer unas primeras conclusiones acerca de en qué circunstancias resulta favorable un método frente al otro. Además, estas conclusiones serán la base de los próximos análisis que se van a llevar a cabo, ya con una mayor idea de qué parámetros son los más influyentes en el número de drones que se necesitan.

Como los resultados se han ido obteniendo para distintos números de puntos de filmación, ahora se van a ir presentando según los puntos que se señalan en el muestreo, indicando tanto el porcentaje de veces que cada método resulta más eficiente como, posteriormente, la media de drones que se necesitan en cada caso.

4.7.1 3 Puntos de filmación

En primer lugar, en la tabla 4.36 se muestran los porcentajes que se obtienen cuando se necesitan cubrir 3 puntos de filmación. Se recuerda que las distribuciones tipo disjunta, semidisjunta y escalera eran teóricas, en las cuales se hacía variar la separación temporal entre el final de un intervalo y el inicio de su consecutivo. En cambio, los tres últimos casos, son casos más realistas, es decir, se establece una distancia temporal entre los intervalos acorde al problema que se analiza, ciclistas que se están desplazando entre puntos, de tal manera que en función de la situación geográfica de los puntos los intervalos serán unos u otros. En este caso, lo que se hace es variar la localización geográfica de los puntos.

Observando primero los tres casos teóricos, se puede extraer que, si se tienen 3 puntos de filmación, el barrido es considerablemente más favorable que el greedy, especialmente en el caso semidisjunto. Tanto en las distribuciones disjuntas como semidisjuntas, no hay ningún caso en el que la heurística greedy sea más ventajosa con respecto a la del barrido, mientras que en la escalera sí se igualan los casos favorables para uno u otro método. De ello se extrae que, para 3 puntos y con margen de tiempo entre el final de un intervalo y el inicio del consecutivo, es preferible usar el método del barrido, pero que al reducirse ese margen empieza a ser menos favorable en comparación con el greedy.

Si ahora se comparan los tres casos restantes, la distribución restringida tiene la misma localización geográfica que los casos teóricos pero la separación entre intervalos es realista, teniendo en cuenta la velocidad del ciclista. Como se vio en el punto 4.4, esto hacía que se dieran casos en los que había solape entre los intervalos. En este caso, se obtiene que es preferible, en la mayoría de las situaciones, emplear el método greedy, lo cual, si tenemos en cuenta la tendencia de los casos teóricos, lleva a pensar que cuanto más reducido es el margen entre intervalos más favorable es el greedy respecto al barrido.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	0%	0%	17%	47%	0%	29%
Barrido	49%	67%	18%	20%	0%	34%
Indiferente	51%	33%	66%	33%	100%	37%

Tabla 4.36 Resultados globales para 3 puntos de filmación

Si ahora se analizan las dos variaciones del caso restringido, si los puntos están muy juntos, no hay ventaja en usar uno u otro método, mientras que, si se alejan los puntos, es esta distribución de los puntos la que hace que sea preferible usar una heurística u otra, aunque en términos medios es el barrido el que resulta favorable en cinco puntos porcentuales más.

Mirando los resultados de la tabla 4.34, en función de la media de drones necesarios, la situación más favorable es tener una distribución disjunta, es decir, un dron puede viajar del final de un intervalo al inicio del siguiente, y empleando el método del barrido, siendo posible filmar tres puntos de filmación con sólo dos drones. Conforme se disminuye esta separación temporal, más drones se necesitan. En cuanto a los casos restringidos, tener los puntos muy próximos es la situación más eficiente en ambos métodos.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	2,54	2,95	3,29	3,31	3	3,51
Barrido	2,02	2,27	3,3	3,64	3	3,44

Tabla 4.37 Número medio de drones necesarios para 3 puntos de filmación.

4.7.2 4 Puntos de filmación

Para cuatro puntos a grabar, en los casos teóricos, se sigue manteniendo la tendencia de que a mayor margen temporal más favorable el barrido, estando el caso óptimo del barrido en el caso semidisjunta. En la distribución escalera, al aumentar el número de puntos se hace notoria la ventaja de la heurística greedy. En los casos restringidos, aumentar en uno el número de puntos, favorece al método greedy, pues ahora refleja mejores resultados en las tres situaciones, especialmente cuando se tienen los puntos muy cercanos entre sí.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	11%	3%	48%	32%	41%	36%
Barrido	36%	48%	13%	26%	0%	23%
Indiferente	53%	49%	39%	43%	59%	41%

Tabla 4.38 Resultados globales para 4 puntos de filmación.

En cuanto al número de drones necesarios con 4 puntos de filmación, tabla 4.39, se mantiene la conclusión de que tener una distribución disjunta favorece reducir los drones necesarios. Para los casos restringidos, tener los puntos próximos sigue siendo lo más favorable si se usa el método greedy, aunque con menos ventaja que en el caso de 3 puntos.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	2,5	3,09	3,33	4,09	4	4,19
Barrido	2,25	2,63	3,76	4,33	4,49	4,45

Tabla 4.39 Número medio de drones necesarios para 4 puntos de filmación.

4.7.3 5 puntos de filmación

Se repite la situación anterior para los casos teóricos, esto es, se dan mejores resultados para el barrido en el caso semidisjunto, en el que resulta muy favorable usar el barrido frente al greedy. Esta optimalidad, se va perdiendo al aumentar o disminuir la distancia temporal entre intervalos, siendo, de hecho, preferible usar el greedy en el caso de puntos próximos.

Si se analizan los casos más realistas, el greedy es potencialmente mejor que el barrido, con lo que se muestra la tendencia de que a mayor número de puntos de filmación a cubrir en una distribución restringida más favorable es usar el greedy, especialmente si los puntos están cercanos.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	15%	1%	32%	52%	92%	45%
Barrido	34%	46%	17%	14%	0%	18%
Indiferente	51%	53%	51%	33%	8%	38%

Tabla 4.40 Resultados globales para 5 puntos de filmación

Si se observa la tabla 4.40, sigue siendo preferible tener una distribución del tipo disjunta dentro de los casos teóricos. En cambio, en los casos restringidos, ya no es preferible tener los puntos cercanos, sino en una distribución intermedia. Además, destaca lo poco eficiente que sería grabar los puntos si están muy alejados, necesitándose en torno a 7 drones para cubrir sólo 5 puntos.

	Disjunta	Semidisjunta	Escalera	Restringida	Restringida Próximos	Restringida Lejanos
Greedy	2,58	3,25	3,58	4,6	5	6,7
Barrido	2,37	2,77	3,74	5,36	6,8	7,53

Tabla 4.41 Número medio de drones necesarios para 5 puntos de filmación.

4.7.4 Conclusiones

Tras analizar los resultados, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- **Método más favorable:** En función de la distribución del problema a resolver, será preferible usar una heurística u otra. El método del barrido es reseñablemente óptimo frente al greedy si se tiene una distribución de tipo semidisjunta, independientemente del número de puntos de filmación, aunque al aumentar el margen temporal hasta ser disjunto, sigue siendo preferible el barrido ordenado. En cambio, si se disminuye este margen, el greedy es más ventajoso. En los casos restringidos, en general es preferible el greedy, aumentando esta ventaja al aumentar el número de puntos y disminuirse la distancia entre los mismos.
- **Distribución más favorable:** Si ahora, para cada distribución, se toma el resultado del método más favorable, se puede concluir que es la distribución disjunta la que arroja el menor número de drones necesario, estando siempre en media en 2, incluso cuando se están filmando 5 puntos. Por lo tanto, será interesante para el director buscar situaciones cercanas a esta distribución para disminuir los drones. Por el contrario, tener los puntos muy alejados no favorece reducir los recursos.
- **Influencia del número de puntos:** Es evidente que, a mayor número de puntos de filmación, más drones serán necesarios, pero lo que es interesante analizar es ver en qué casos la relación entre el tiempo filmado y los drones empleados es menor, pues esto implica un mejor aprovechamiento de los recursos. En los casos teóricos, esta relación es mayor cuando se están grabando 5 puntos, pues no aumenta mucho el número de drones necesarios. En el caso restringido, esta mejora de la relación al aumentar los puntos es menos destacable, y depende de la separación de los puntos. La mejor relación es para 5 puntos y separación intermedia, y la peor es para 5 puntos, pero muy lejanos entre sí.

Estas conclusiones podrían ser tenidas en cuenta por el director para tener una idea de cómo seleccionar los puntos para cubrir lo máximo posible del recorrido con el mínimo número de drones. Sin embargo, tras este primer análisis y tras identificar qué parámetros son especialmente influyentes en el número de drones necesarios, se va a profundizar en los mismos, haciéndolos variar entre sí y obteniendo resultados provechosos. Esto se detalla en el siguiente punto, más centrado en analizar estos parámetros que en comparar los métodos planteados, tal y como se hizo en el presente apartado. Estos parámetros de estudio son: la distancia entre puntos (espacial y temporal) y la cantidad de los mismos que se quieren grabar.

5 ANÁLISIS DEL PROBLEMA SEGÚN PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS

Tras analizar el comportamiento del problema mediante la simulación de diversas distribuciones de los puntos de grabación, se han identificado una serie de parámetros como claves en relación al número de drones que se necesitan para cubrir el problema. Estos parámetros son, principalmente, la distancia entre puntos de filmación, la separación entre los intervalos temporales y el número de puntos que se necesitan filmar.

En este capítulo se va a realizar un análisis paramétrico en el cual se analiza la influencia de estas variables en el resultado del problema. Para ello, aumentamos la distancia entre puntos de filmación progresivamente y para distinto número de puntos, obteniéndose unas gráficas que mostrarán patrones de comportamiento del problema.

Por lo tanto, es fundamental establecer cómo se va a ir variando esta distancia. Asumimos que la distancia entre los puntos de filmación y sus consecutivos son iguales para todos los puntos, y se va a ir aumentando la misma con un determinado paso.

En la ilustración 5.1 se muestra la forma de obtener distancias iguales entre puntos de filmación, pero de forma aleatoria y manteniendo una distribución que se asemeje a una ruta ciclista. Como en puntos anteriores, la base de lanzamiento se sitúa en el origen de coordenadas, por lo que el primer punto en colocarse en el mapa es el punto central. La lógica hace pensar que la base va a estar situada lo más cerca posible del punto centroide, para reducir la distancia máxima a la que tendrán que volar los drones, por lo que el punto central se sitúa sobre el eje de ordenadas a una distancia máxima de 0.5 km de la base (positivo o negativo).

A partir de este punto, se van concatenando los precedentes y consecutivos, estableciendo semicircunferencias de radio igual a la distancia d que se establece entre los puntos y será el parámetro a variar.

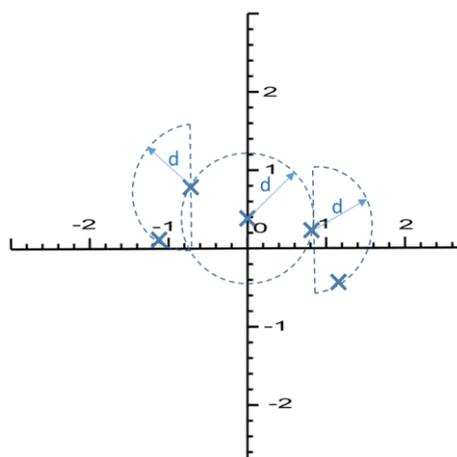


Ilustración 5.1 Separación entre puntos de filmación.

En la figura 5.2 se grafica un ejemplo de esta distribución aleatoria para cinco puntos de filmación.

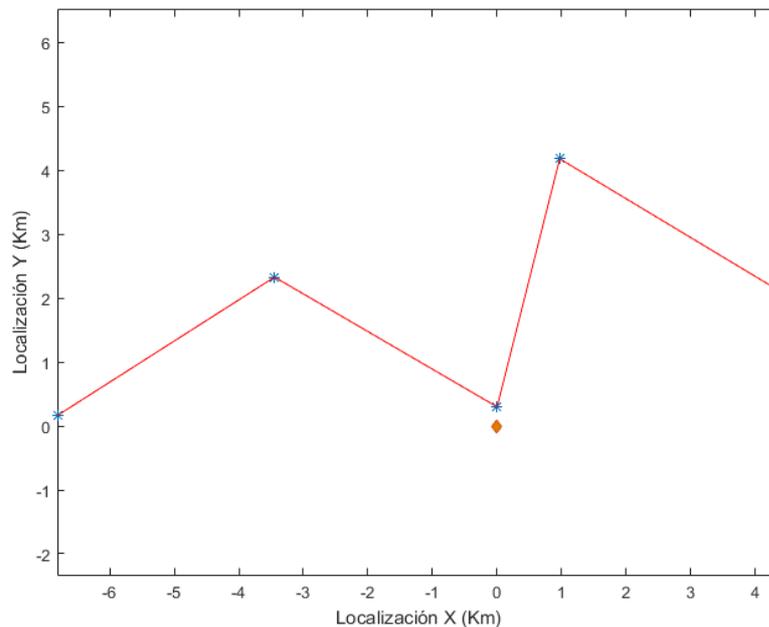


Ilustración 5.2 Ejemplo de distribución aleatoria de puntos equidistantes

Una vez determinada la forma en la que se va a obtener la distribución aleatoria de puntos, se procede a resolver el problema haciendo variar la distancia entre dichos puntos de filmación. Partiendo de una distancia mínima de 0.5 km se va a ir aumentando la misma con un paso de 0.15 km, hasta llegar a una distancia tal que ya no permite a un dron trasladarse de la base hasta el punto más alejado y que, por tanto, depende del número de puntos que se necesita filmar. En base a los resultados que se obtienen, se ha establecido esta distancia máxima en:

$$d_{max} = \frac{32.5 \text{ km}}{n^{\circ} \text{ puntos}}$$

Para cada distancia, se obtiene un muestreo de puntos aleatorios y se resuelve el problema para este muestreo, obeniéndose el número medio de drones que se necesitan para resolver el problema. Se usarán los dos métodos analizados en este trabajo, greedy y el barrido ordenado, así como distintos números de puntos, variando entre 2 y 5. No se muestran los resultados para más de 5 puntos de filmación, pues los resultados arrojan que para este problema la cantidad de drones que se necesitarían son demasiados como para ser relevantes en un estudio de optimización de recursos, considerándose suficiente llegar hasta el caso de 5 puntos.

En lo que respecta a la distribución de los intervalos temporales en los que se debe estar grabando sobre cada uno de los puntos, se va a emplear la lógica realista, ya explicada en el apartado anterior, y que implica que el inicio de un intervalo viene marcado por el tiempo que tarda viajar el ciclista en cabeza desde el punto anterior, suponiendo que se desplaza en línea recta entre puntos.

La evolución que se obtiene se muestra en la figura 5.3. En la misma se muestran los drones que se necesitarían para un determinado número de puntos de filmación y una cierta distancia entre los puntos consecutivos, siendo esta distancia igual para todos los puntos. El resultado es una gráfica que pudiera usar director para estudiar los parámetros característicos y ver cuántos drones podría necesitar. Se han numerado sobre la gráfica una serie de etiquetas, que servirán de referencia para el análisis que se hace sobre las distintas situaciones que se reflejan en la misma, tomándose el caso de 5 puntos, puesto que la forma es similar para el resto de situaciones.

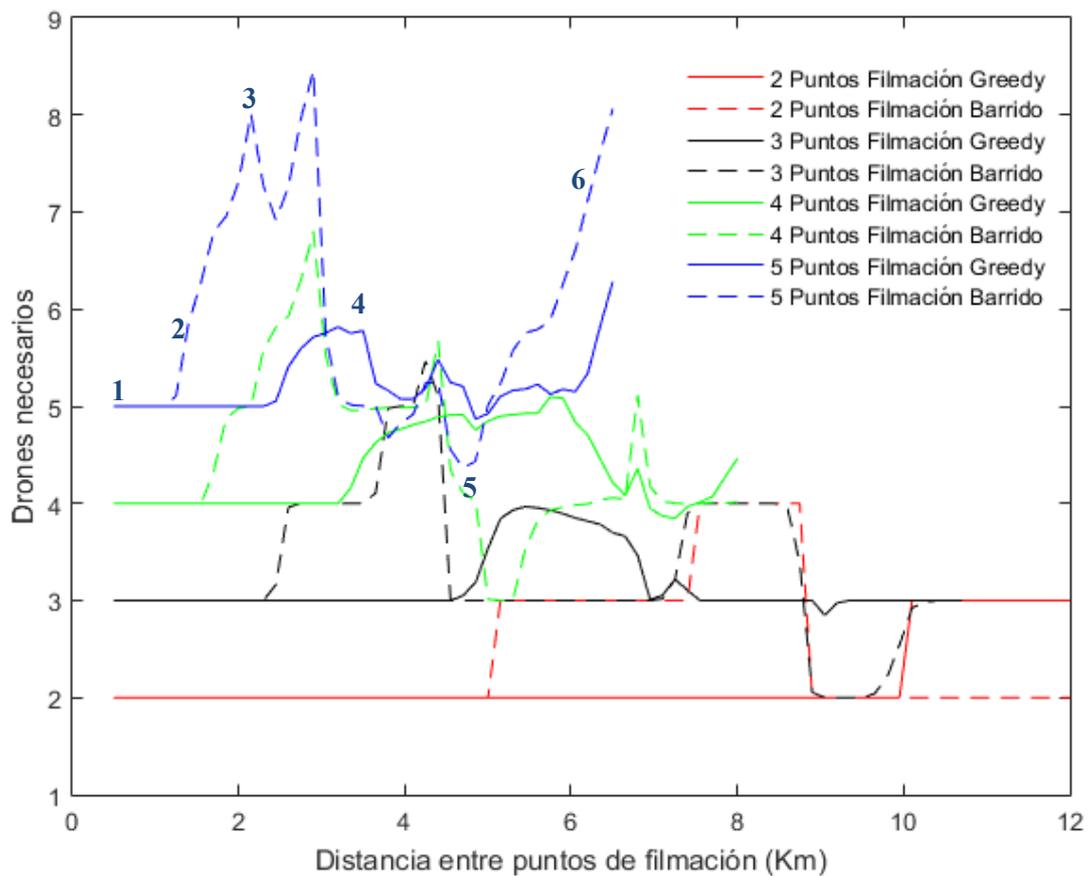


Ilustración 5.3 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos.

Son varias las conclusiones que se pueden extraer de esta gráfica. Para distancias muy cortas, etiqueta 1, se necesita un dron por cada punto de filmación, lo cual se explica porque al estar tan cercanos entre sí los puntos el solape temporal es casi total y los drones filman un punto y al dirigirse hacia el siguiente llegan ya al final del intervalo del mismo. Además, al estar todos los puntos tan cercanos de la base, apenas se pierde tiempo en el desplazamiento al punto, por lo que se tiene batería para cubrirlos por completo. En la figura 5.4 se muestra un ejemplo, para 1 km de distancia y 5 puntos, siendo la barra superior de cada pareja el método del barrido y la inferior la greedy.

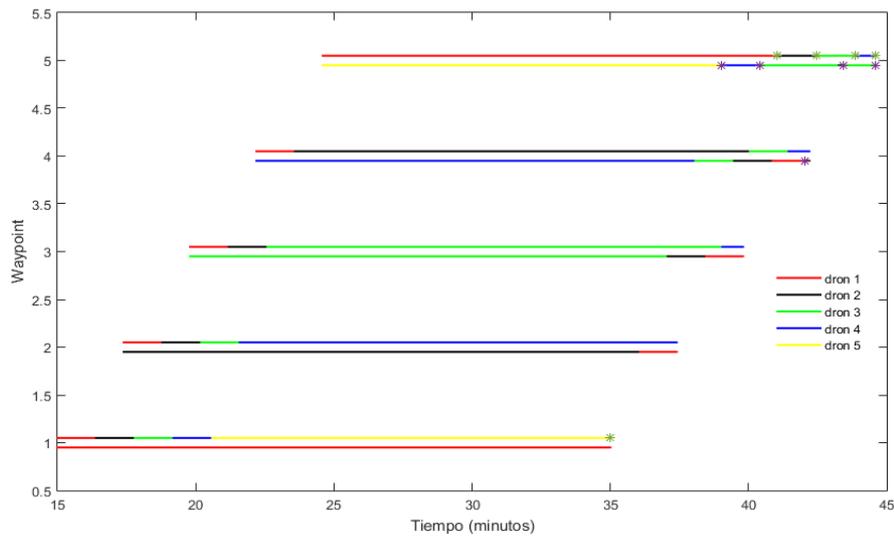


Ilustración 5.4 Secuencia obtenida para 1 km de separación y 5 puntos.

Conforme se alejan entre sí los puntos, se alcanza una distancia en la que con el método de barrido aumenta sustancialmente el número de drones necesarios para cubrir los puntos, mientras que en el greedy, este número continúa estable. La distancia en la se produce este aumento en el barrido depende del número de puntos de filmación, pero llama la atención que el comportamiento es similar salvo por el desplazamiento de la gráfica. Para ver por qué se produce este cambio en uno de los métodos, se representa un caso de 5 puntos y distancia de 1.5 km, que se correspondería con la etiqueta 2 de la gráfica. En la ilustración 5.5 se ve cómo al alejarse los puntos de la base, un dron que emplea el método del barrido, cuando alcanza el último punto a grabar no barre tanto como hacía en la figura 5.4, debido a que ha invertido más tiempo a desplazarse entre puntos. En la misma se señala el segmento *a*, el cual va reduciendo de tamaño al aumentar la distancia entre puntos.

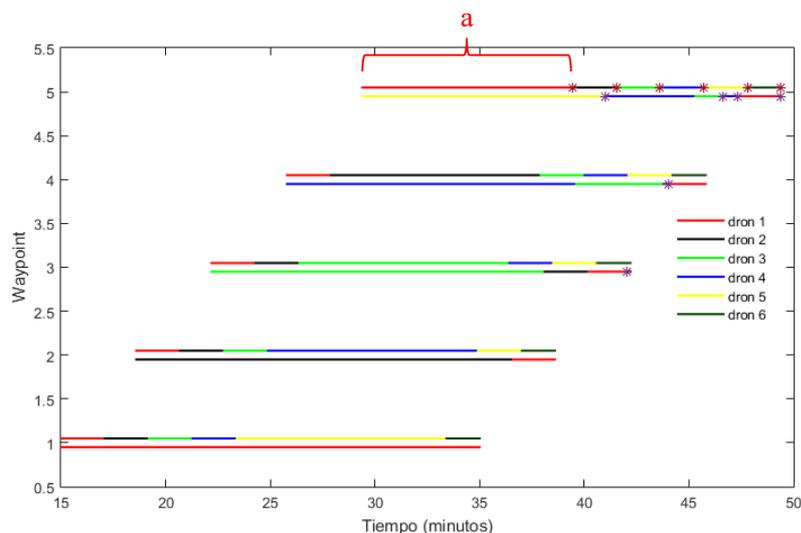


Ilustración 5.5 Secuencia obtenida para 1.5 km de separación y 5 puntos

Al ir aumentando la distancia, este segmento se hace menor, lo cual obliga a necesitar más drones para cumplir con las condiciones del barrido (cubrimiento del inicio de todos los intervalos). La situación extrema sería el caso de la etiqueta 3, que se representa en la de la figura 5.6, para 5 puntos y 2 km de distancia, observándose como se necesitan 8 drones con el método del barrido, pues sólo es capaz de cubrir una pequeña parte de cada

intervalo por dron, mientras que en el método greedy no varía su comportamiento inicial.

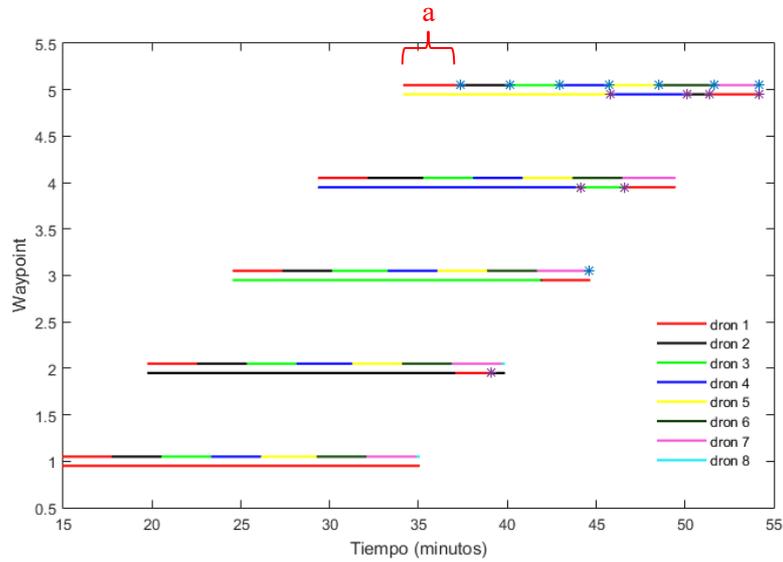


Ilustración 5.6 Secuencia obtenida para 2 km de separación y 5 puntos

Continuando con el análisis según crece la distancia entre puntos de filmación, se llega a la etiqueta 4, en el cual los drones necesarios mediante el método del barrido caen hasta valores similares a distancias muy cortas mientras que en el método greedy empieza a aumentar, estando este incluso por encima del primero. Para ver por qué se produce esta inversión, se representa un caso práctico en la figura 5.7. Se observa cómo ahora se necesitan 5 drones si se emplea el método del barrido frente a los 6 del método greedy. La mejora del barrido ordenado viene dada por el aumento del segmento *a*, ahora propiciado porque el dron vuelve a la base en el punto 3 para cambiar la batería, lo cual le permite llegar a la última base con una mayor capacidad. En cambio, el método greedy empieza a mostrar un comportamiento más errático y desordenado, motivado por la necesidad de volver a la base en más ocasiones y dejando por el camino intervalos pequeños sin cubrir que perjudican la eficiencia de los drones sucesivos.

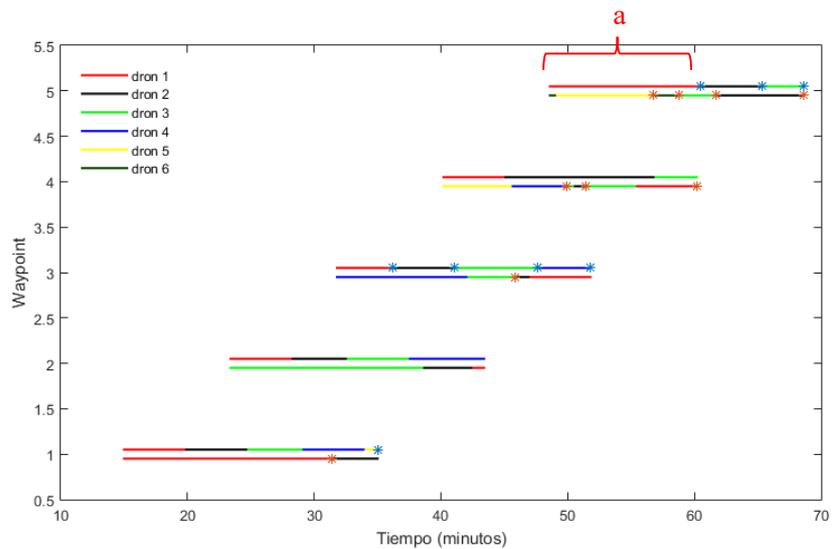


Ilustración 5.7 Secuencia obtenida para 3.5 km de separación y 5 puntos

Hasta ahora, siempre se ha necesitado al menos un dron por punto de filmación, pero lo interesante para el director sería poder filmar más puntos con menos drones. Esto sucede en la distancia de separación óptima, que en el caso de 5 puntos de filmación corresponde con la etiqueta 5 si se emplea el método del barrido, pues el método greedy sigue mostrando un comportamiento similar al caso de la etiqueta 4. En la ilustración 5.8 se ejemplifica con un caso particular y la distribución comentada, es decir, 5 puntos y una distancia de 4.7 km entre puntos.

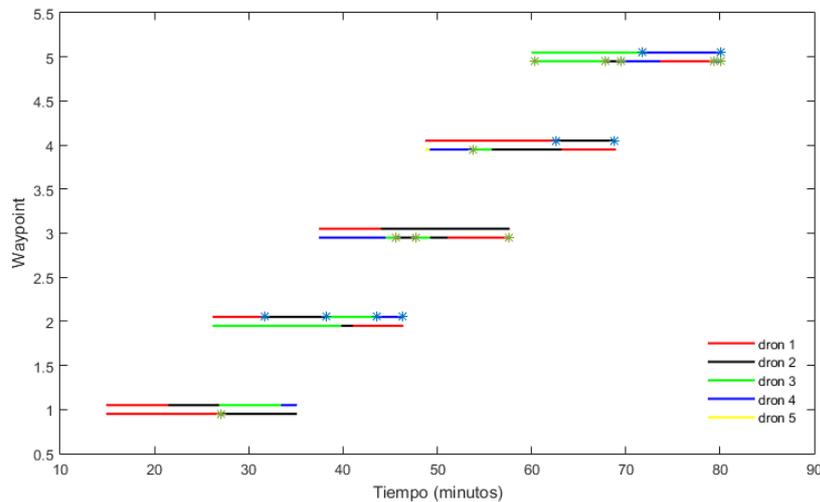


Ilustración 5.8 Secuencia obtenida para 4.7 km de separación y 5 puntos.

Se puede constatar que sería posible cubrir con 4 drones un total de 5 puntos si se hiciera uso del método del barrido ordenado, frente a los 5 del método greedy. Se observa cómo se da una distribución que permite a los drones que siguen la heurística del barrido cubrir con sólo dos drones por punto los 3 puntos finales. Se tiene una secuencia muy ordenada en estos 3 puntos finales, propiciada porque en el segundo punto, los 4 drones iniciales regresan a la base a recargar la batería, y esto permite afrontar los puntos finales como si fuera un problema inicial, pero con sólo 3 puntos más cercanos a la base. El método greedy, si bien se comporta mejor con respecto al caso de la etiqueta anterior, sigue sin bajar de los 5 drones necesarios y mostrando una distribución desordenada.

Finalmente, analizamos la situación de la etiqueta 6, es decir, con puntos muy alejados entre sí. Se tiene un aumento radical de los drones necesarios para ambos métodos, algo que cabría esperar si tenemos en cuenta que se están situando los puntos extremos a una gran distancia de la base. Esto se muestra en la ilustración 5.9, para 5 puntos y 6.5 km de distancia. Se ve cómo se necesita una gran cantidad de drones sólo para cubrir los puntos extremos, debido a la escasa batería que le queda al dron cuando llega a los mismos y que le obliga a regresar enseguida a la base a cambiar la misma.

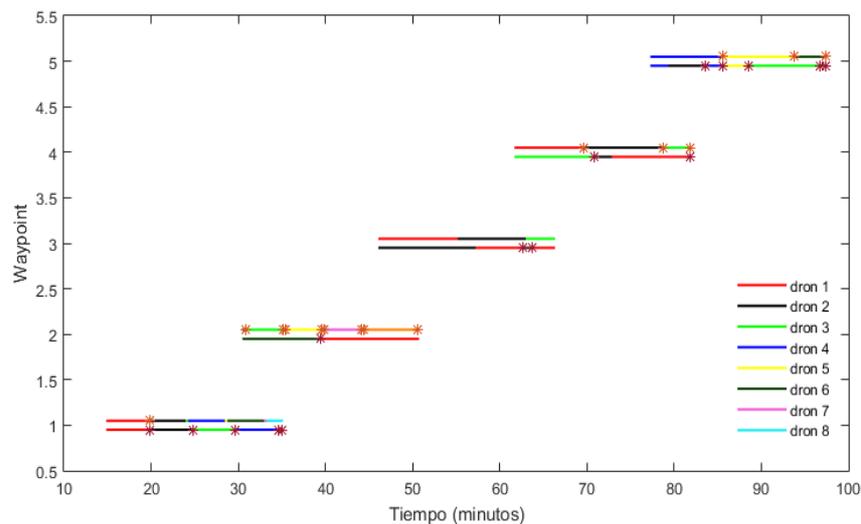


Ilustración 5.9 Secuencia obtenida para 6.5 km de separación y 5 puntos.

En definitiva, se puede concluir que el punto óptimo siempre se da para el método del barrido, si bien eso no implica que siempre sea más eficiente emplear este método. El barrido permite obtener una distribución más homogénea para unas determinadas condiciones y esto es lo que hace que se optimicen los drones que se necesitan. Si bien es cierto que, al estar este método pensado para estas situaciones concretas, en otras, las restricciones de esta heurística hacen que los resultados estén alejados del óptimo.

En cambio, la heurística greedy no da lugar a situaciones óptimas en la que la distribución sea ordenada y permita reducir el número de drones, pero esto a su vez hace que tampoco tenga casos extremos en los que se necesite una cantidad de drones muy superior al número de puntos a filmar.

Hasta ahora se han hecho variar las distancias y el número de puntos, pero una de las conclusiones del apartado anterior es que un parámetro influyente es el grado de solapamiento entre los intervalos temporales y la distancia a la base. Para mostrar la influencia de reducir dichas variables, se realiza el mismo estudio paramétrico, pero con una distribución de puntos que reduce el solape entre intervalos sin aumentar la distancia a la base tanto como en el estudio previo.

En el análisis anterior, los puntos seguían una distribución lineal, es decir, los puntos de filmación más alejados en el eje y con respecto a la base eran el primero y el último por los que pasaba la carrera. Sin embargo, esto no tiene que ser así en un ejemplo real puesto que se puede tratar de una zona de ruta más semejable a una espiral. Esto es lo que se quiere simular con la nueva distribución de puntos, en la que, aunque la distancia entre puntos aumente esto no hace que los puntos extremos se alejen excesivamente de la base. Un ejemplo de esta nueva distribución aleatoria se muestra en la figura 5.10.

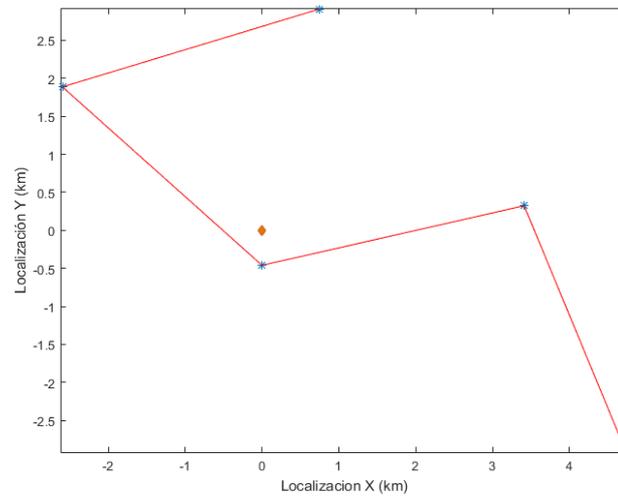


Ilustración 5.10 Ejemplo de distribución aleatoria de puntos equidistantes cercanos a la base

Con este nuevo tipo de distribución, se vuelve a sacar la gráfica característica del comportamiento del problema en función de la distancia entre puntos de filmación. El resultado es la figura 5.11, en la cual se constata que hay un mejor aprovechamiento de los drones para ambos métodos, siendo en general menor el número necesario en comparación con situación similar en el primer caso estudiado. La forma de la gráfica es similar, pero los máximos de drones necesarios son inferiores y los mínimos son menores.

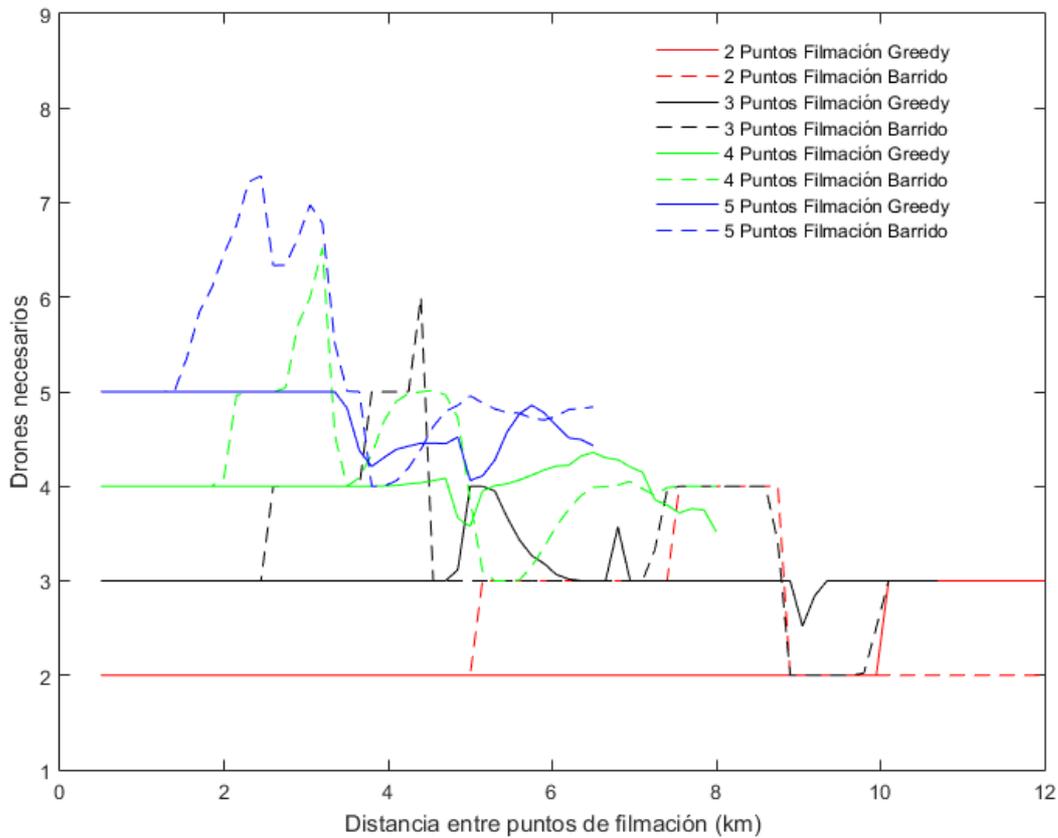


Ilustración 5.11 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos, estando cercanos a la base.

De aquí se extrae que si se consigue encontrar una situación en la que sea posible reducir el solape entre intervalos sin que esto suponga un gran alejamiento del punto de lanzamiento, se conseguirá obtener una asignación más eficiente en cuanto al número de drones.

Hasta ahora, siempre se han estudiado casos manteniendo la autonomía de los drones constante e igual a 30 minutos, que es la media de los drones comerciales empleados para filmación profesional. Sin embargo, se está trabajando en los últimos años en mejorar la capacidad de las baterías sin que esto conlleve un aumento del peso del dron y, por tanto, perjudique al rendimiento de la misma. Por ello, se han graficado las mismas condiciones de la ilustración 5.11, pero aumentando la batería a 40 minutos. El resultado se muestra en la figura 5.12.

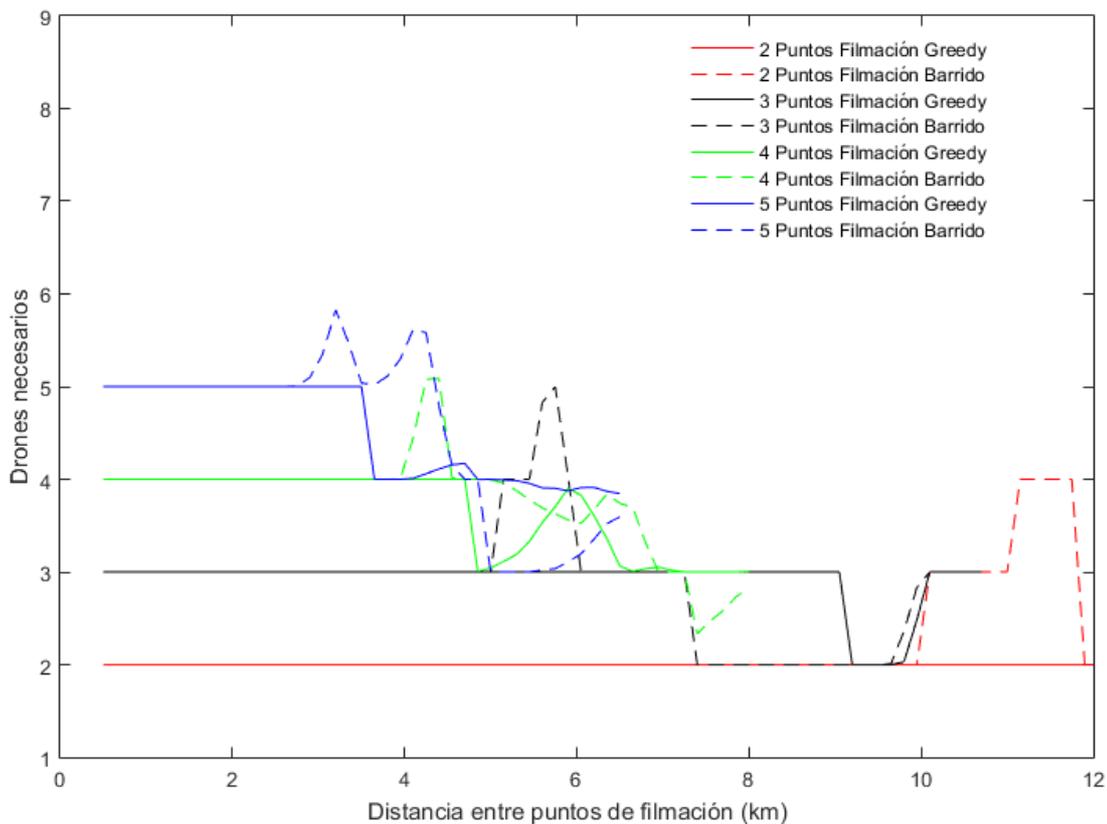


Ilustración 5.12 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos, con mayor autonomía

Los resultados son bastante clarificadores, la batería es una gran limitación que se encuentra en los drones actuales, en cuanto se aumenta en unos 10 minutos, la mejora en cuanto a reducción de los drones que se necesitan para filmar puntos de una carrera ciclista es muy relevante. Son muy pocas las situaciones en las que se necesitan más drones que puntos se requiere filmar y, además, es posible en determinadas situaciones, reducir hasta en dos drones sobre los puntos de filmación. Por ejemplo, para una distancia de unos 6 km y puntos de filmación, sería posible resolver el problema con sólo 3 drones.

El caso óptimo se sigue dando para el método del barrido ordenado, pero ya no es tanta la diferencia entre ambas heurísticas.

De esto se puede extraer que, aunque con tiempos de vida limitados no es muy eficiente el empleo de drones para la actividad de grabar una carrera ciclista, pues se necesitan para la mayoría de casos, tantos drones como puntos se quieren filmar, a poco que se consiga aumentar la autonomía de los drones la mejora será considerable y el

problema que hemos considerado en este trabajo será más relevante.

6 CONCLUSIONES, DESARROLLOS FUTUROS Y OTRAS APLICACIONES

El objetivo del presente capítulo es concretar las conclusiones que se han alcanzado en este Trabajo Fin de Máster y cómo pueden usarse como punto de partida para investigaciones futuras. Por otro lado, aquí se ha analizado el ejemplo práctico de emplear drones para una carrera ciclista, pero se plantean otros ejemplos a los que estas conclusiones podrán ser igualmente válidas por semejanza en los problemas.

6.1. Conclusiones

6.1.1 Heurística a emplear para la asignación de los drones

En este trabajo se han analizado dos heurísticas concretas. En un principio, se empezó a trabajar con el método greedy, el más natural, pues, a grandes rasgos, se está haciendo que cada dron grabe lo máximo posible de cada punto hasta quedarse sin batería. Tras analizar casos prácticos resueltos mediante este método, se observó que, en determinadas circunstancias, si se imponía la condición de que los drones siempre cubrieran los inicios de los intervalos, sin dejar huecos sin cubrir y, por tanto, dando lugar a una distribución más ordenada, se podía mejorar el resultado del método greedy. A este método se le llamó barrido ordenado.

Hemos constatado que la bondad de un método u otro depende de la distribución geográfica y temporal de los puntos que se quieren filmar. Si las condiciones iniciales, es decir, la posición de los puntos y los tiempos, ya están predefinidos por el director, habrá que analizar esta distribución para determinar qué método es más favorable.

En general, si los puntos están muy cercanos entre sí, el barrido ordenado arroja malos resultados. Lo mismo sucede si los puntos estaban muy alejados y cercanos ya a la separación máxima que sería posible cubrir desde la base central. En cambio, se ha demostrado que hay una distancia intermedia entre las dos anteriores en la que el barrido arroja mejores resultados que el método greedy, obteniéndose el óptimo entre todas las distribuciones posibles para minimizar el número de drones necesarios para el mismo número de puntos a filmar. Esto sucede así porque el barrido está diseñado expresamente para estas situaciones concretas.

Si los puntos no están definidos a priori por el director, las gráficas del capítulo 5 podrán servir de referencia para elegir los puntos de forma que los drones que se necesiten sean los menos posibles. Si dentro de la ruta ya establecida por la organización de la carrera, elige uno u otros puntos a filmar, se necesitará un número diferente de drones. Por ello, con la ayuda de las gráficas de comportamiento, se podrán escoger puntos que estén lo más cercanos posibles a la situación óptima, en la cual el método del barrido ordenado es el más favorable.

6.1.2 Distancia entre puntos de filmación

Una de las conclusiones que se extraen de este trabajo es que la distancia geográfica entre los distintos puntos que necesitan ser filmados por los drones tiene una gran influencia en el número de drones que finalmente serán necesarios para cubrirlos.

La distancia más adecuada no es un parámetro fijo, sino que está influenciado por el resto de variables del problema, como son el número de puntos de filmación, la distancia a la base o el solape entre intervalos. Para analizar la distancia, se ha tomado que entre todos los puntos y su consecutivo la separación es la misma, y se ha ido variando para tener todo el espectro, desde puntos muy cercanos a muy lejanos.

Habría que analizar cada caso en concreto que se quiere filmar para saber la distancia óptima exacta entre puntos, pero si se sabe que este punto óptimo se va a encontrar en una zona intermedia entre tener los puntos muy cercanos entre sí y la distancia máxima que implicaría que los extremos estuvieran tan alejados de la base que no fuera viable lanzar drones a dichos puntos (por falta de autonomía).

Tener los drones muy cercanos entre sí hace que haya solape entre intervalos temporales y que por tanto no haya posibilidad de que los drones filmen mucho más allá del primer punto al que viajan. Si los drones están muy separados entre sí, esto hace que los puntos extremos estén muy alejados de la base y que los drones tengan que emplear mucho tiempo en desplazarse a esos puntos y les quede poca batería para filmar antes de regresar a la base.

6.1.3 Grado de solapamiento entre intervalos

Del estudio que se hace en el capítulo 4, se concluye que un parámetro fundamental es cuánto coinciden en el tiempo dos intervalos consecutivos, es decir, el solapamiento de los mismos. Comparamos tres casos teóricos sin solapamiento: junto, semidisjunto y disjunto. Por el contrario, en los casos restringidos sí se produce solape y tras comparar los resultados, se concluye que cuanto menos grado de solape haya entre intervalos, menos drones serán necesarios.

En la situación restringida aquí simulada se ha tomado que el inicio de un intervalo es el inicio del intervalo del punto previo sumándole el tiempo que tarda un ciclista en desplazarse entre dichos puntos, suponiendo velocidad constante del ciclista y que se desplaza en línea recta entre puntos. Si se tiene en cuenta que se ha tomado que el tiempo entre el inicio y final de un intervalo es constante e igual a 20 minutos y una velocidad media del ciclista de 30 km/h se tiene que los puntos deben estar alejados entre sí 10 km. Esta situación no es probable que se dé en la distribución que da el director, pues esto implicaría que si se tienen más de 2 puntos a filmar, alguno va a quedar a una distancia de la base demasiado lejana como para que podamos usar drones, debido a su corta autonomía.

Aun así, teniendo en cuenta esto, interesa buscar situaciones en las que el grado de solapamiento sea el menor posible sin que esto conlleve que los puntos estén muy alejados de la base, como puede darse en una zona de la etapa en la que la ruta sigue una forma de espiral. Será el director quien seleccione los puntos teniendo esto en cuenta si se busca optimizar los recursos.

6.1.4 Número de puntos de filmación

Es otro de los parámetros clave para determinar los drones que se van a necesitar para resolver el problema. Lo que se puede concluir de las gráficas del capítulo 5 es que la elección de filmar más o menos puntos va a venir marcada por la disponibilidad de drones que se tienen, pues la forma de la gráfica es similar en para las distintas situaciones, pero desplazadas hacia arriba o abajo en función del número de puntos de filmación.

Como era de esperar, a mayor número de puntos más drones van a ser necesarios. Por ello, el director deberá tomar una decisión en base a gráficas de comportamiento. Por ejemplo, observando la figura 6.1, si se disponen de 3 drones y se quiere que la distancia entre puntos oscile entre 4 y 6 km, se podrá seleccionar una situación

muy concreta en la que sea posible filmar hasta 4 puntos.

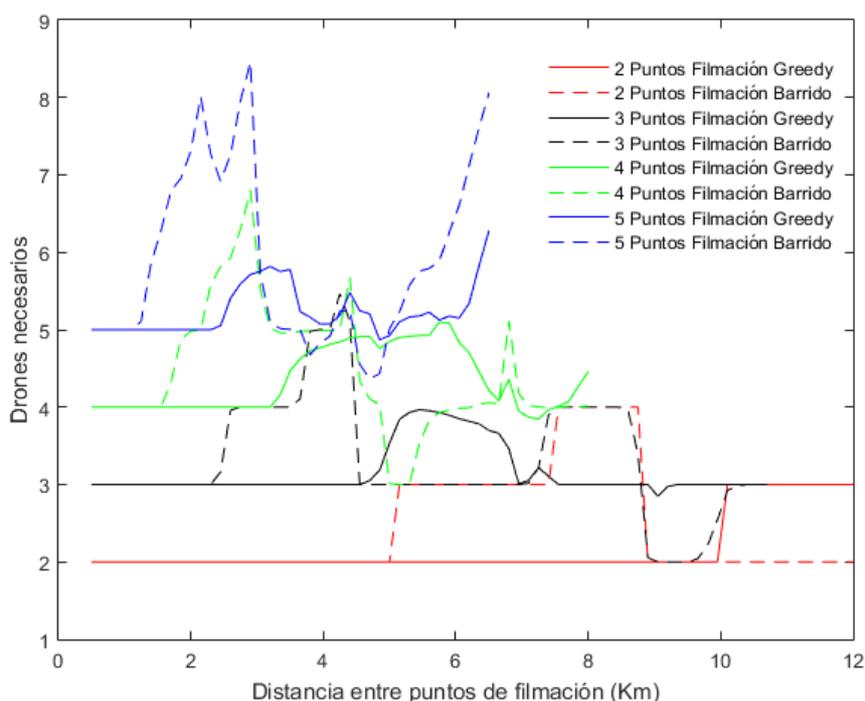


Ilustración 6.1 Drones necesarios en función del número de puntos y la distancia entre los mismos

6.1.5 Elección óptima para el director

Las conclusiones comentadas anteriormente en cuanto a heurística a emplear, número de puntos de filmación, distancia entre los mismos y grado de solapamiento, deben configurar una serie de recomendaciones para el director a la hora de seleccionar puntos si lo que se busca es minimizar el número de drones a utilizar.

La ruta que deben seguir los ciclistas viene definida previamente por la organización de la carrera, pero son los responsables de la filmación los que podrán elegir puntos clave sobre la ruta en los que se quiere tener un dron filmando el paso de los ciclistas. Por lo tanto, la elección no será sólo en base a minimizar los drones necesarios, sino que por las características de la etapa habrá ya puntos que sean imprescindibles de filmar y que interesen el empleo de drones. Será entre los puntos donde no sea obligatoria la filmación donde se podrá tomar una decisión para reducir los drones que se necesitan.

En definitiva, lo primero será seleccionar un tramo corto de la carrera que se va a filmar (en etapas de 200 km es imposible el uso de drones para cubrirla por completo si sólo se dispone de una base estática pero si la base es móvil se podrá iterar el procedimiento para más de un tramo). Tras la selección del tramo, hay que localizar los puntos de filmación. Es en este punto donde hay mayor variabilidad en la elección y, en definitiva, consistirá en interpretar las gráficas características del comportamiento que hemos extraído. En general, resulta conveniente situar la base lo más cerca posible de todos los puntos, estando estos alejados de su consecutivo la distancia óptima que se observa en la figura 6.1 y que depende del número de puntos que se hayan seleccionado. Siguiendo estas premisas, la heurística que va a dar mejor resultado es la del barrido ordenado.

6.1.6 Influencia de la batería

La autonomía de los drones es uno de los parámetros en los que más se viene trabajando en los últimos años,

pues es una variable que limita mucho las actividades que se pueden realizar con ellos. Es el caso del problema aquí estudiado, tomándose una autonomía de 30 minutos, se necesita restringir el problema a una distribución concreta de puntos que permita grabar más puntos que drones se necesitan.

Esto hace que no sea totalmente libre la elección de los puntos, si lo que se quiere es optimizar los recursos de los que disponen los responsables de filmar el evento. Además, aun restringiendo la elección a la óptima, a lo máximo que se alcanza es a necesitar un dron menos que puntos a filmar, lo cual obliga a que, por ejemplo, si se quisieran filmar 5 puntos, una cifra lógica en el problema que se trata, se necesitarían al menos 4 drones.

Se ha podido analizar que, aumentando la capacidad de la batería en 10 minutos, se puede llegar a lograr resultados mucho más favorables y que permitiría un ahorro considerable de recursos, así como una mayor libertad para el director a la hora de escoger los puntos de filmación.

Teniendo en cuenta estas limitaciones actuales, la pregunta sería si, con las condiciones aquí planteadas, sería ventajoso emplear drones en sustitución o complementación de los métodos tradicionales. El empleo de drones permite tener unas vistas de la carrera desde una posición cenital y variable en altura más cercana que la puede dar una cámara situada en un helicóptero. Además, el helicóptero sólo permite filmar un punto en cada instante, mientras que se pueden tener varios drones en puntos diferentes y filmando de manera simultánea. Esta filmación simultánea y desde un punto cenital también te la podría dar una cámara sobre una grúa, pero esta segunda opción te obliga a tener una instalación fija sobre el terreno, mientras que los drones permiten una mayor flexibilidad, siendo necesario tan sólo tener una base para el lanzamiento. También, es posible tras la filmación de una serie de puntos del primer tramo, mover la base con los drones hacia otra localización y grabar nuevos puntos de otro tramo, tratándose de dos problemas distintos.

6.2. Desarrollos futuros

Este trabajo tenía como objetivo realizar un primer acercamiento al problema que permitiera entender el comportamiento de las asignaciones óptimas para cubrir un evento deportivo con un equipo de drones. Por tanto, debe de servir de base de cada a futuros estudios que ahonden aún más en este complejo problema. Alguna de las opciones para continuar este trabajo en estudios posteriores son:

- Desarrollar y estudiar una heurística que aúne las dos aquí planteadas, y que se adapte en función de las circunstancias al más favorable de los dos. Aquí se han analizado un método más sencillo y desordenado, el método greedy, y otro más complejo y ordenado, el barrido ordenado, siendo en función del tipo de problema preferible usar uno u otro. Eso hace indicar que debe existir otro método que sume las ventajas de uno y otro y acerque la solución aún más a la óptima.
- Plantear el problema con más de una base de lanzamiento. Esto va a permitir tener un mayor alcance con los drones para cubrir un mayor rango de la carrera, aunque a su vez multiplica las posibles opciones de decisión de un dron y por tanto hace más complejo de resolver el problema.
- Hacer el estudio con menos hipótesis simplificadoras. Aquí se plantearon una serie de hipótesis para facilitar el estudio y hacerlo más factible. Para tener una solución más realista, será necesario eliminar algunas de estas hipótesis.
- Cambiar la forma de filmar de los drones, por ejemplo, en vez de grabar desde una posición fija, permitir que haga un seguimiento continuo de los ciclistas.

6.3. Otras aplicaciones

El problema aquí analizado está centrado en filmar puntos clave de una carrera ciclista, sin embargo, los resultados que de aquí se extraen son extrapolables a otros problemas de interés que comparten características similares. En definitiva, se pueden adaptar los resultados y los códigos empleados a aquellos problemas con los mismos ingredientes: existe una base desde la que se reparten recursos y se requiere optimizar los recursos para cubrir un conjunto de objetivos con agentes de autonomía limitada. Algunos ejemplos son:

- **Gestión de transportes de emergencia:** se trata, por ejemplo, de ambulancias cuya base de lanzamiento sería un hospital, desde dónde se necesita enviar ambulancias a determinados puntos de la

ciudad en función de llamadas de emergencia que se reciben y con un tiempo limitado de atención en los puntos de llamada, o bien para cubrir determinados servicios, como el transporte de pacientes a rehabilitación. En hospitales de gran afluencia y ciudades grandes, esto no es una tarea sencilla, por lo que establecer un algoritmo que optimice la gestión podría ayudar a reducir los tiempos de atención y optimizar la flota de ambulancias disponibles.

- **Reparto de mercancías con drones:** se tiene desde un determinado centro logístico la necesidad de hacer el reparto de una serie de entregas y con unas restricciones horarias. Modificando los parámetros del problema, este trabajo es adaptable a este nuevo problema planteado. El medio de transporte podría combinar un vehículo terrestre con un conjunto de drones, una opción cada vez más incipiente en el día de hoy, como ya se está investigando en compañías de reparto como Amazon.
- **Exploración submarina:** Desde una embarcación base, se sumergen submarinistas para explorar distintos puntos. Al igual que en este proyecto, en el que la limitación principal es la vida útil de las baterías, en la exploración submarina las botellas de oxígeno se agotan, obligando a los submarinistas a regresar a la embarcación cada cierto tiempo.

APÉNDICE – CÓDIGOS MATLAB EMPLEADOS

Los códigos aquí incluidos están disponibles para su descarga en <https://github.com/alsalher/Filming-of-cycling-event-with-drones>

A. Función para método greedy

```
function [tviaje,dron,porcentaje,int_wp_final,t,p]=gridy(XY,int_wp,vu,V,cb)

int_wp final(:,:,1)=int_wp;
% Matriz tiempos entre waypoints
[z,g]=size(int_wp);
tviaje=zeros(z+1,z+1);
for h=1:z+1
    for l=1:z+1
        tviaje(h,l)=sqrt((XY(h,1)-XY(l,1))^2+(XY(h,2)-XY(l,2))^2)/V*60;
    end
end
dron=0;
% Vector con duracion de cada intervalo
[n,m]=size(int_wp);
wps=int_wp(n,1);
t_wp=zeros(1,wps);
for i=1:n
    t_wp(int_wp(i,1))=t_wp(int_wp(i,1))+int_wp(i,3)-int_wp(i,2);
end
t_wpan=t_wp;
% Bucle principal
while int_wp(1,1)~=0
    dron=dron+1;
    [n,m]=size(int_wp);
    int_wp2=[0 0 0];

    % Lanzamiento de dron
    i=1; %Marca el numero de lanzamiento desde la base
    j=1;
    h=1; %Marca la fila en la matriz int_wp
    flag=0;
    %wp=1; %WayPoint
    t(i,j,dron)=int_wp(1,2)-tviaje(1,2);
    p(i,j,dron)=0;
    t(i,j+1,dron)=int_wp(1,2);
    % Bucle

    while t(i,j,dron) < int_wp(n,3) && flag==0
        % Tiempo de lanzamiento
        if i ~= 1
            while h<=n && tant+cb+tviaje(1,int_wp(h,1)+1) > int_wp(h,3) %No da tiempo a volver al
WP anterior
                h=h+1;
            end

            if h<=n
                if tant+cb+tviaje(1,int_wp(h,1)+1) > int_wp(h,2) %No da tiempo a llegar antes del
```

```

inicio del intervalo
    t(i,j,dron)=tant+cb;
    t(i,j+1,dron)=tant+cb+tviaje(1,int wp(h,1)+1);
else
    t(i,j,dron)=int wp(h,2)-tviaje(1,int wp(h,1)+1);
    t(i,j+1,dron)=int wp(h,2);
end
else
    flag=1;
end
p(i,j,dron)=0;
end
j=j+1;
if flag==0
p(i,j,dron)=int wp(h,1);
end

while p(i,j,dron)~=0 && flag==0
    j=j+1;
    if (int wp(h,3)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h,1)+1)) <= vu %Condición de tener
batería para cubrir hasta el final
        t(i,j,dron)=int wp(h,3);
        p(i,j,dron)=int wp(h,1);
        j=j+1;
        %Condición de poder llegar a la siguiente base y no sea la ultima base
        if h+1<=n && (int wp(h,3)-
t(i,1,dron)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+1,1)+1)+tviaje(1,int wp(h+1,1)+1))<=vu && ... %Vida
util para llegar al siguiente
            int wp(h+1,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h+1,1)+1) <= vu && ... % Poder
cubrir el inicio del siguiente wp
                int wp(h,3)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+1,1)+1) < int wp(h+1,3) %Llegar
antes del fin del intervalo
                    h=h+1;
                    t(i,j,dron)=int wp(h-1,3)+tviaje(int wp(h-1,1)+1,int wp(h,1)+1);
                    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
                    %Condición de poder llegar a la 3a base
                    elseif h+2<=n && (int wp(h,3)-
t(i,1,dron)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1))<=vu && ...
                        (int_wp(h+2,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int_wp(h+2,1)+1) <= vu) && ...
                            int_wp(h,3)+tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+2,1)+1) < int_wp(h+2,3)
                                h=h+2;
                                t(i,j,dron)=int_wp(h-2,3)+tviaje(int_wp(h-2,1)+1,int_wp(h,1)+1);
                                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
                                else
                                    t(i,j,dron)=int_wp(h,3)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1);
                                    p(i,j,dron)=0;
                                end
                            else
                                t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu-tviaje(1,int_wp(h,1)+1);
                                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
                                j=j+1;
                                t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu;
                                p(i,j,dron)=0;
                            end
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

    if flag==0 %&& h+1<=n
    tant=t(i,j,dron);
    i=i+1;
    j=1;
    t(i,j,dron)=tant;
    end

end

[fp,cp]=size(p(:, :,dron));

k=1;
h=1;
i=1;
wpant=0;
t_cubierto=zeros(z,2);
while k<=fp
    while h<cp
        if p(k,h,dron)==0
            h=h+1;
        else
            %t_acumulado(p(k,h,dron))=t_acumulado(p(k,h,dron))+t(k,h+1,dron)-t(k,h,dron);
            wp=p(k,h,dron);
            if wpant==wp
                i=i+2;
            else
                i=1;
            end
            t_cubierto(p(k,h,dron),i)=t(k,h,dron);
            t_cubierto(p(k,h,dron),i+1)=t(k,h+1,dron);
            wpant=wp;
            h=h+2;
        end
    end
    h=1;
    k=k+1;
end

% Se recalculan los intervalos no cubiertos en cada wp

h=1;

[o,r]=size(t_cubierto);
for i=1:n
    k=1;
    cubierto=0;
    while k<=r && t_cubierto(int wp(i,1),k)~=0
        if int wp(i,2)>=t_cubierto(int wp(i,1),k) &&
int wp(i,3)==t_cubierto(int wp(i,1),k+1) %Lo cubre todo
            h=h-1;
            cubierto=1;
        elseif int wp(i,2)>=t_cubierto(int wp(i,1),k) &&
int_wp(i,3)>t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) && int_wp(i,2)<t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) %Cubre desde

```

```

el principio hasta pto intermedio
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=t cubierto(int wp(i,1),k+1);
    int wp2(h,3)=int wp(i,3);
    int wp(i,2)=t cubierto(int wp(i,1),k+1);
    int wp(i,3)=int wp(i,3);
    cubierto=1;

    elseif int wp(i,2)<t cubierto(int wp(i,1),k) &&
int wp(i,3)==t cubierto(int wp(i,1),k+1) %Cubre desde pto intermedio hasta final
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=int wp(i,2);
    int wp2(h,3)=t cubierto(int wp(i,1),k);
    cubierto=1;

    elseif int wp(i,2)<t cubierto(int wp(i,1),k) &&
int wp(i,3)>t cubierto(int wp(i,1),k+1) %Cubre solo parte de en medio, sin final ni principio
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=int wp(i,2);
    int wp2(h,3)=t cubierto(int wp(i,1),k);
    h=h+1;
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=t cubierto(int wp(i,1),k+1);
    int wp2(h,3)=int wp(i,3);
    int wp(i,2)=t cubierto(int wp(i,1),k+1);
    int wp(i,3)=int wp(i,3);
    cubierto=1;
    elseif int wp(i,3)<t cubierto(int wp(i,1),k) && k==1 %No cubre nada
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=int wp(i,2);
    int wp2(h,3)=int wp(i,3);
    cubierto=1;
    end

    k=k+2;
end
if t cubierto(int wp(i,1),1)==0
    int wp2(h,1)=int wp(i,1);
    int wp2(h,2)=int wp(i,2);
    int wp2(h,3)=int wp(i,3);
end
if cubierto==0
    int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
    int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);
    int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);
end
h=h+1;
end

int_wp=int_wp2;
[n,m]=size(int_wp);

for s=1:n
    for d=1:m
        int_wp_final(s,d,dron+1)=int_wp(s,d);
    end
end

```

```

end

% Calculo del porcentaje

t_wp2=zeros(1,wps);
if int_wp(1,1)~=0
for i=1:n
    t_wp2(int_wp(i,1))=t_wp2(int_wp(i,1))+int_wp(i,3)-int_wp(i,2);
end
porcentaje(dron,:) = ((t_wpant-t_wp2)./t_wp)*100;
else
    porcentaje(dron,:)=100;
    for i=1:dron-1
        porcentaje(dron,:) =porcentaje(dron,:)-porcentaje(i,:);
    end
end
t_wpant=t_wp2;

end
end

```

B. Función para el método del barrido ordenado

```

function [dron,porcentaje,int_wp_final,t,p,nopos]=sweeping(XY,int_wp,vu,V,cb)
int_wp_ini=int_wp;
int_wp_final(:, :, 1)=int_wp;
nopos=0;
% Matriz tiempos entre waypoints
[z,g]=size(int_wp);
tviaje=zeros(z+1,z+1);
for h=1:z+1
    for l=1:z+1
        tviaje(h,l)=sqrt((XY(h,1)-XY(l,1))^2+(XY(h,2)-XY(l,2))^2)/V*60;
    end
end
dron=0;
% Vector con duracion de cada intervalo
[n,m]=size(int_wp);
wps=int_wp(n,1);
t_wp=zeros(1,wps);
for i=1:n
    t_wp(int_wp(i,1))=t_wp(int_wp(i,1))+int_wp(i,3)-int_wp(i,2);
end
t_wpant=t_wp;
% Bucle principal
while int_wp(1,1)~=0

    dron=dron+1;
    [n,m]=size(int_wp);
    int_wp2=[0 0 0];

    % Lanzamiento de dron

```

```

i=1; %Marca el numero de lanzamiento desde la base
j=1;
h=1; %Marca la fila en la matriz int wp
flag=0;
%wp=1; %WayPoint
t(i,j,dron)=int wp(1,2)-tviaje(1,2);
p(i,j,dron)=0;
t(i,j+1,dron)=int wp(1,2);
% Bucle

while t(i,j,dron) < int wp(n,3) && flag==0
% Tiempo de lanzamiento
    if i ~= 1
        %while h<=n && tant+cb+tviaje(1,int wp(h,1)+1) > int wp(h,3) %No da tiempo a volver
al WP anterior
            h=h+1;
        %end

        if h<=n
%            if tant+cb+tviaje(1,int wp(h,1)+1) < int wp(h,2) %Sobra tiempo antes del
lanzamiento
%                t(i,j,dron)=tant+cb;
%                t(i,j+1,dron)=tant+cb+tviaje(1,int wp(h,1)+1);
%            else
                t(i,j,dron)=int wp(h,2)-tviaje(1,int wp(h,1)+1);
                t(i,j+1,dron)=int wp(h,2);
            %end
            else
                flag=1;
            end
            p(i,j,dron)=0;
        end
        j=j+1;
        if flag==0
            p(i,j,dron)=int wp(h,1);
        end

        while p(i,j,dron)~=0 && flag==0
            j=j+1;
            if h+1<=n
                if int_wp(h,2)+tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+1,1)+1)<int_wp(h+1,2) && ...
%condicion de que el sweeping en el siguiente wp sea posible *****
                    (int_wp(h+1,2)+tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1)-t(i,1,dron)<=vu || ...

int_wp(h,2)+tviaje(int_wp(h,1)+1,1)+tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1)+cb<=int_wp(h+1,2))
                    if (int_wp(h,3)-
t(i,1,dron)+tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+1,1)+1)+tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1))<=vu && ...
%Condición de llegar a la siguiente base
                        int_wp(h,3)+tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+1,1)+1) <= int_wp(h+1,2) &&...
%Llegar antes del inicio del siguiente intervalo
                            int_wp(h+1,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1) <= vu % Poder cubrir
el inicio del siguiente wp
                                t(i,j,dron)=int_wp(h,3);
                                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
                                j=j+1;
                                h=h+1;
                                t(i,j,dron)=int_wp(h-1,3)+tviaje(int_wp(h-1,1)+1,int_wp(h,1)+1);

```

```

        p(i,j,dron)=int wp(h,1);
        elseif (int wp(h,3)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h,1)+1)) <= vu && ... %Cubrir
hasta el final

int wp(h,3)+tviaje(1,int wp(h,1)+1)+cb+tviaje(1,int wp(h+1,1)+1)<=int wp(h+1,2) %Llegar antes del
siguiente intervalo tras cambiar batería
        t(i,j,dron)=int_wp(h,3);
        p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
        j=j+1;

        t(i,j,dron)=int_wp(h,3)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1);
        p(i,j,dron)=0;
        elseif int_wp(h+1,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1)<=vu && ... %No
necesita cambiar batería para cubrir el siguiente wp, pero no le da tiempo a cubrir el primer wp
al completo
                int_wp(h+1,2)-tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+1,1)+1)>int_wp(h,2) %Y no
implica dejar de cubrir el primer WP
                t(i,j,dron)=int_wp(h+1,2)-tviaje(int_wp(h,1)+1,int_wp(h+1,1)+1);
                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
                j=j+1;
                h=h+1;
                t(i,j,dron)=int_wp(h,2);
                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
        elseif int_wp(h+1,2)-tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1)-cb-t(i,1,dron)<=vu %Se vuelve
a la base por la limitación de cubrir el inicio del siguiente intervalo
                t(i,j,dron)=int_wp(h+1,2)-tviaje(1,int_wp(h+1,1)+1)-cb-
tviaje(1,int_wp(h,1)+1); %Tiempo en que debe volver a la base para cubrir inicio del siguiente
                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
                j=j+1;
                t(i,j,dron)=int wp(h+1,2)-tviaje(1,int wp(h+1,1)+1)-cb;
                p(i,j,dron)=0;
        else %Se vuelve a la base por la limitación de la batería
                t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu-tviaje(1,int wp(h,1)+1);
                p(i,j,dron)=int wp(h,1);
                j=j+1;
                t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu;
                p(i,j,dron)=0;
        end
    elseif h+2<=n && ...
        int wp(h,2)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1)<int wp(h+2,2) && ...
%condicion de que el sweeping con el consecutivo no sea posible pero sí el siguiente
        (int wp(h+2,2)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)-t(i,1,dron)<=vu || ...

int wp(h,2)+tviaje(int wp(h,1)+1,1)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)+cb<=int wp(h+2,2))

        if (int wp(h,3)-
t(i,1,dron)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1))<=vu && ...
%Condición de llegar a la siguiente base
                int wp(h,3)+tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1) <= int wp(h+2,2) &&...
%Llegar antes del inicio del siguiente intervalo
                int wp(h+2,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1) <= vu % Poder cubrir
el inicio del siguiente wp
                t(i,j,dron)=int wp(h,3);
                p(i,j,dron)=int wp(h,1);
                j=j+1;
                h=h+2;
                t(i,j,dron)=int wp(h-1,3)+tviaje(int wp(h-1,1)+1,int wp(h,1)+1);
                p(i,j,dron)=int_wp(h,1);

```

```

elseif (int wp(h,3)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h,1)+1)) <= vu && ... %Cubrir
hasta el final

int wp(h,3)+tviaje(1,int wp(h,1)+1)+cb+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)<=int wp(h+2,2) %Llegar antes del
siguiente intervalo tras cambiar batería
    t(i,j,dron)=int wp(h,3);
    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
    j=j+1;
    t(i,j,dron)=int wp(h,3)+tviaje(1,int wp(h,1)+1);

    p(i,j,dron)=0;
    h=h+1; %Para que al reiniciar el bucle mire directamente en el segundo
elseif int wp(h+2,2)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)<=vu && ... %No
necesita cambiar batería para cubrir el siguiente wp, pero no le da tiempo a cubrir el primer wp
al completo
    int wp(h+2,2)-tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1)>int wp(h,2) %Y no
implica dejar de cubrir el primer WP
    t(i,j,dron)=int wp(h+2,2)-tviaje(int wp(h,1)+1,int wp(h+2,1)+1);
    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
    j=j+1;
    h=h+2;
    t(i,j,dron)=int wp(h,2);
    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
elseif int wp(h+2,2)-tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)-cb-t(i,1,dron)<=vu %Se vuelve
a la base por la limitación de cubrir el inicio del siguiente intervalo
    t(i,j,dron)=int wp(h+2,2)-tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)-cb-
tviaje(1,int wp(h,1)+1); %Tiempo en que debe volver a la base para cubrir inicio del siguiente
    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
    j=j+1;
    t(i,j,dron)=int wp(h+2,2)-tviaje(1,int wp(h+2,1)+1)-cb;
    p(i,j,dron)=0;
    h=h+1;
else %Se vuelve a la base por la limitación de la batería
    t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu-tviaje(1,int wp(h,1)+1);
    p(i,j,dron)=int wp(h,1);
    j=j+1;
    t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu;
    p(i,j,dron)=0;
    h=h+1;
end
disp('No es posible el sweeping consecutivo')
XY
int_wp_ini

elseif h+2>n
    disp('No es posible el sweeping consecutivo y no hay más puntos')
    XY
    int_wp_ini
    flag=1;
    if (int_wp(h,3)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1)) <= vu %Condición de
tener batería para cubrir hasta el final
        t(i,j,dron)=int_wp(h,3);
        p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
        j=j+1;
        t(i,j,dron)=int_wp(h,3)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1);

```

```

        p(i,j,dron)=0;
        else
            t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu-tviaje(1,int_wp(h,1)+1);

            p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
            j=j+1;
            t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu;
            p(i,j,dron)=0;
        end
    else
        disp('No es posible el sweeping consecutivo ni siguiente')

        nopos=1;
        porcentaje=0;
        XY
        int_wp_ini
        return
    end

    else
        if (int_wp(h,3)-t(i,1,dron)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1)) <= vu %Condición de tener
batería para cubrir hasta el final
            t(i,j,dron)=int_wp(h,3);
            p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
            j=j+1;
            t(i,j,dron)=int_wp(h,3)+tviaje(1,int_wp(h,1)+1);
            p(i,j,dron)=0;
        else
            t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu-tviaje(1,int_wp(h,1)+1);
            p(i,j,dron)=int_wp(h,1);
            j=j+1;
            t(i,j,dron)=t(i,1,dron)+vu;
            p(i,j,dron)=0;
        end

    end
end
if flag==0 %&& h+1<=n
    tant=t(i,j,dron);
    i=i+1;
    j=1;
    t(i,j,dron)=tant;
end

end

% Cálculo porcentaje cumplimiento

% t_wp=zeros(1,n);
% t_acumulado=zeros(1,n);
% for k=1:n
%     t_wp(k)=int_wp(k,3)-int_wp(k,2);
% end

[fp,cp]=size(p(:, :, dron));

k=1;

```

```

h=1;
i=1;
wpant=0;
t_cubierto=zeros(z,2);

while k<=fp
    while h<cp
        if p(k,h,dron)==0
            h=h+1;
        else
            %t acumulado(p(k,h,dron))=t acumulado(p(k,h,dron))+t(k,h+1,dron)-t(k,h,dron);

            wp=p(k,h,dron);
            if wpant==wp
                i=i+2;
            else
                i=1;
            end
            t_cubierto(p(k,h,dron),i)=t(k,h,dron);
            t_cubierto(p(k,h,dron),i+1)=t(k,h+1,dron);
            wpant=wp;
            h=h+2;
        end
    end
    h=1;
    k=k+1;
end

% Se recalculan los intervalos no cubiertos en cada wp

h=1;

[o,r]=size(t_cubierto);
for i=1:n
    k=1;
    cubierto=0;
    while k<=r && t_cubierto(int_wp(i,1),k)~=0
        if int_wp(i,2)>=t_cubierto(int_wp(i,1),k) &&
int_wp(i,3)==t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) %Lo cubre todo
            h=h-1;
            cubierto=1;
        elseif int_wp(i,2)>=t_cubierto(int_wp(i,1),k) &&
int_wp(i,3)>t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) && int_wp(i,2)<t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) %Cubre desde
el principio hasta pto intermedio
            int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
            int_wp2(h,2)=t_cubierto(int_wp(i,1),k+1);
            int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);
            int_wp(i,2)=t_cubierto(int_wp(i,1),k+1);
            int_wp(i,3)=int_wp(i,3);
            cubierto=1;
        elseif int_wp(i,2)<t_cubierto(int_wp(i,1),k) &&
int_wp(i,3)==t_cubierto(int_wp(i,1),k+1) %Cubre desde pto intermedio hasta final
            int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
            int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);
            int_wp2(h,3)=t_cubierto(int_wp(i,1),k);

```

```

        cubierto=1;

        elseif int wp(i,2)<t cubierto(int wp(i,1),k) &&
int wp(i,3)>t cubierto(int wp(i,1),k+1) %Cubre solo parte de en medio, sin final ni principio
        int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
        int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);

        int_wp2(h,3)=t_cubierto(int_wp(i,1),k);
        h=h+1;
        int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
        int_wp2(h,2)=t_cubierto(int_wp(i,1),k+1);
        int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);

        int_wp(i,2)=t_cubierto(int_wp(i,1),k+1);
        int_wp(i,3)=int_wp(i,3);
        cubierto=1;
        elseif int_wp(i,3)<t_cubierto(int_wp(i,1),k) && k==1 %No cubre nada
        int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
        int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);
        int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);
        cubierto=1;
    end

    k=k+2;
end
if t_cubierto(int_wp(i,1),1)==0
    int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
    int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);
    int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);
end
if cubierto==0
    int_wp2(h,1)=int_wp(i,1);
    int_wp2(h,2)=int_wp(i,2);
    int_wp2(h,3)=int_wp(i,3);
end
end
h=h+1;
end

int_wp=int_wp2;
[n,m]=size(int_wp);

for s=1:n
    for d=1:m
        int_wp final(s,d,dron+1)=int_wp(s,d);
    end
end
% Calculo del porcentaje

t_wp2=zeros(1,wp);
if int_wp(1,1)~=0
for i=1:n
    t_wp2(int_wp(i,1))=t_wp2(int_wp(i,1))+int_wp(i,3)-int_wp(i,2);
end
porcentaje(dron,:) = ((t_wpant-t_wp2)./t_wp)*100;
else
porcentaje(dron,:)=100;
for i=1:dron-1

```

```

    porcentaje(dron,:) =porcentaje(dron,:)-porcentaje(i,:);
    end
end
t wpant=t wp2;

end
end

```

C. Programa para obtener una muestra de puntos aleatorios con distribución disjunta y extraer los resultados de dicho muestreo para ambos métodos

```

clear all
close all
clc
%Vida útil batería (min)
vu=30;
%Velocidad lineal del dron [km/h]
V=60;
%Tiempo en cambiar la batería [min]
cb=0.5;

% Muestreo
muestra=30000
for j=1:muestra
% Obtención de puntos aleatorios
int_wp=[0 0 0];
%Matriz waypoints: X Y (KM). 1° la base
wp_min=3;
wp_max=5;
wps=floor(wp_min+rand(1)*(wp_max+1-wp_min));
% Distancia en x entre wp
distx=12/(wps-1);
XY(1,:,j)=[0 0];

for i=1:wps
    XY(i+1,1,j)=6-(i-1)*distx;

    if i==1 || i==wps
%distancia entre wp y base
        d_min=6;
        d_max=9;
        d_base=d_min+rand(1)*(d_max+1-d_min);
        signo=-1+rand(1)*2;
        if signo<=0
            signo=-1;
        else signo=1;
        end
        XY(i+1,2,j)=signo*sqrt(d_base^2- XY(i+1,1,j)^2);
    else
        d_min=3;
        d_max=6;
    end
end
end

```

```

    d_base=d_min+rand(1)*(d_max+1-d_min);
    signo=-1+rand(1)*2;
    if signo<=0
        signo=-1;
    else signo=1;
    end
    XY(i+1,2,j)=signo*sqrt(d_base^2- XY(i+1,1,j)^2);
End

end

% Cálculo Matriz Tiempos de viaje
tviaje=zeros(wps+1,wps+1);
for h=1:wps+1
    for l=1:wps+1
        tviaje(h,l)=sqrt((XY(h,1,j)-XY(l,1,j))^2+(XY(h,2,j)-XY(l,2,j))^2)/V*60;
    end
end

%Cálculo de matriz de tiempos
t_paso=20; %Minutos que tardan en pasar todos los ciclistas por un punto
int_wp(1,:)=[1 15 15+t_paso];
int_wp_todos(1,:,j)=[1 15 15+t_paso];
for i=2:wps
    int_wp(i,1)=i;
    int_wp(i,2)=int_wp(i-1,3)+tviaje(i,i+1);
    int_wp(i,3)=int_wp(i,2)+t_paso;
    int_wp_todos(i,1,j)=i;
    int_wp_todos(i,2,j)=int_wp_todos(i-1,3,j)+tviaje(i,i+1);
    int_wp_todos(i,3,j)=int_wp_todos(i,2,j)+t_paso;
end

%Resultados
[tviaje,dron g,porcentaje g,int_wp final g,t g,p g]=gridy(XY(:,:,j),int_wp,vu,V,cb);
[dron s,porcentaje s,int_wp final s,t s,p s]=sweeping mod(XY(:,:,j),int_wp,vu,V,cb);

drones(j,:)=[dron g dron s wps];

end

% Comparativa entre métodos
igual=0;
mejor g=0;
mejor s=0;
for i=1:muestra
    if drones(i,1)==drones(i,2)
        igual=igual+1;
    elseif drones(i,1)>drones(i,2)
        mejor s=mejor s+1;
    else
        mejor g=mejor g+1;
    end
end

igual=igual
mejor g=mejor g

```

```

mejor_s=mejor_s
porc_igual=igual/muestra*100
porc_mejor_g=mejor_g/muestra*100
porc_mejor_s=mejor_s/muestra*100

```

D. Programa para obtener y representar los resultados de unos datos iniciales determinados

```

% Datos iniciales
clear all
close all
clc
%Matriz waypoints: X Y (KM). 1° la base
XY=[0      0; -12.5250 -0.8633; -6.3472  1.1579;      0 -0.2431;  4.8967
4.0314;  10.8192  1.3528];
%Matriz intervalos de tiempo. 1ª columna el wp
int_wp=[1.0000  15.0000  35.0000;  2.0000  30.6000  50.6000;  3.0000  46.2000  66.2000;
4.0000  61.8000  81.8000;  5.0000  77.4000  97.4000];
%Vida útil batería (min)
vu=30;
%Velocidad lineal del dron [km/h]
V=60;
%Tiempo en cambiar la batería [min]
cb=0.5;

[tviaje,dron_g,porcentaje_g,int_wp_final_g,t_g,p_g]=gridy(XY,int_wp,vu,V,cb);
% [dron_s,porcentaje_s,int_wp_final_s,t_s,p_s]=sweeping_mod(XY,int_wp,vu,V,cb);
[dron_s,porcentaje_s,int_wp_final_s,t_s,p_s]=sweeping_mod_consec(XY,int_wp,vu,V,cb);
for i=1:dron_g
    int_wp_final_g(:, :, i)
    p_g(:, :, i)
    t_g(:, :, i)
end
for i=1:dron_s
    int_wp_final_s(:, :, i)
    p_s(:, :, i)
    t_s(:, :, i)
end

dron_g
porcentaje_g
dron_s
porcentaje_s
[n,m,z]=size(int_wp_final_g);
[mg,ng,zg]=size(t_g);
u=1;
colores=[1 0 0;0 0 0;0 1 0;0 0 1;1 1 0;0.054901961      0.266666667
0.015686275;0.956862745      0.325490196      0.835294118;0.062745098      0.917647059
0.941176471;1      0.5      0];
figure(1)
for i=1:dron_g
    k=1;
    while k<=n && int_wp_final_g(k,1,i)~=0
        x=[int_wp_final_g(k,2,i) int_wp_final_g(k,3,i)];
        y=[int_wp_final_g(k,1,i)-0.05 int_wp_final_g(k,1,i)-0.05];
    end
end

```

```

p(i)=plot(x,y,'color',colores(i,:),'linewidth',1.5);

hold on

k=k+1;
end
%Sacar los puntos en los que el dron vuelve a la base
for l=1:(mg-1)

g=ng;
flag_g=0;
while flag_g==0
    if t_g(l,g,i)~=0 && g-1~=0
        flag_g=1;
        t_g(l,g-1,i)
        p_g(l,g-1,i)
        vuelta_base_g(u,:)=[t_g(l,g-1,i), p_g(l,g-1,i)-0.05]
        u=u+1;
    else
        g=g-1;
        if g==0
            flag_g=1;
        end
    end
end
end
end
x=vuelta_base_g(:,1);
y=vuelta_base_g(:,2);
plot(x,y,'*')

[n,m,z]=size(int_wp_final_s);
figure(1)
u=1;
[ms,ns,zs]=size(t_s);
for i=1:dron_s
    k=1;
    while k<=n && int_wp_final_s(k,1,i)~=0
        x=[int_wp_final_s(k,2,i) int_wp_final_s(k,3,i)];
        y=[(int_wp_final_s(k,1,i)+0.05) (int_wp_final_s(k,1,i)+0.05)];
        p(i)=plot(x,y,'color',colores(i,:),'linewidth',1.5)

        hold on
        k=k+1;
    end
    %Sacar los puntos en los que el dron vuelve a la base
    for l=1:(ms-1)
        g=ns;
        flag_s=0;
        while flag_s==0
            if t_s(l,g,i)~=0 && g-1~=0
                flag_s=1;
                t_s(l,g-1,i)
                p_s(l,g-1,i)
                vuelta_base_s(u,:)=[t_s(l,g-1,i), p_s(l,g-1,i)+0.05]

                u=u+1;
            end
        end
    end
end

```

```
        else
            g=g-1;
            if g==0
                flag s=1;
            end
        end
    end
end
```

```
end
end

x=vuelta_base_s(:,1);
y=vuelta_base_s(:,2);
plot(x,y,'*')

legend(p,'dron 1','dron 2','dron 3','dron 4','dron 5','dron 6','dron 7','dron
8','Location','best')
legend('boxoff')
xlabel('Tiempo (minutos)')
ylabel('Waypoint')
```

REFERENCIAS

- [1] Bicchi, A. Danesi, G. Dini, G. La Porta, L. Pallotino, I. M. Savino y R. Schiavi, «Heterogeneous wireless multirobot system,» *IEEE Robot. Automat.*, vol. 15, nº 1, p. 62–70, 2008.
- [2] S. M. Adams y C. J. Fiedland, «A survey of unmanned aerial vehicle (UAV) usage for imagery collection in disaster research and management,» *9th International Workshop on Remote Sensing for Disaster Response*, vol. 8, 2011.
- [3] A. Torres-González, J. Capitán, R. Cunha, A. Ollero y I. Mademlis, «A multidrone approach for autonomous cinematography planning: A survey,» *Iberian Robotics Conference*, pp. 337-349, 2017.
- [4] «Multidrone Europe,» 2019. [En línea]. Available: <https://multidrone.eu/multidrone-in-short/>. [Último acceso: Septiembre 2019].
- [5] I. Mademlis, V. Mygdalis, N. Nikolaidis y I. Pitas, «Challenges in autonomous UAV cinematography: an overview,» *Conference: IEEE International Conference on Multimedia and Expo (ICME)*, pp. 1-6, 2018.
- [6] AESA, «Drones - Trabajos Aéreos,» [En línea]. Available: https://www.seguridadaerea.gob.es/lang_castellano/cias_empresas/trabajos/rpas/default.aspx. [Último acceso: Septiembre 2019].
- [7] E. Nunesa, M. McIntireb y M. Ginia, «Decentralized multi-robot allocation of tasks with temporal and precedence,» *Advanced Robotics*, vol. Volume 31, pp. 1193-1207, 2017.
- [8] Y. C. a. Y. C. H. Chao, «Autopilots for Small Unmanned Aerial Vehicles: A Survey,» *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 8, pp. 36-44, 2010.
- [9] Moler, C. B., *Numerical Computing with MATLAB: Revised Reprint*, Siam, 2008.

