

Trabajo Fin de Máster  
Ingeniería Aeronáutica

# Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

Autor: Andrea García Tárrega

Tutor Profesional: Sergio Toledo Redondo

Tutor Académico: Rafael Vázquez Valenzuela

Dpto. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 2019





Trabajo Fin de Máster  
Ingeniería Aeronáutica

# **Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population**

Autor:

Andrea García Tárrega

Tutor Profesional:

Sergio Toledo-Redondo

Investigador postdoctorado en CNES

Tutor Académico:

Rafael Vázquez Valenzuela

Profesor titular

Dpto. de Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2019



Trabajo Fin de Máster:

Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

Autor: Andrea García Tárrega  
Tutor Profesional: Sergio Toledo-Redondo  
Tutor Académico: Rafael Vázquez Valenzuela

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Secretario:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2019

El Secretario del Tribunal



*A mi familia*

*A mis maestros*



# Agradecimientos

---

En primer lugar, me gustaría agradecer a mi tutor de prácticas Sergio Toledo por su cercanía e implicación en el proyecto. Gracias por el tiempo dedicado, la paciencia y la generosidad que muestras con todos tus compañeros. Agradecer también a los trabajadores de IRAP, y en concreto, al equipo de la misión MMS (Benoit Lavraud, Christian Jacquy, Philippe Louarn, Emmanuel Penou...) que han seguido semana tras semana los avances del trabajo compartiendo con nosotros su visión como expertos y aportando propuestas para afrontar las dificultades que se presentaban. Gracias a mis compañeros de despacho (Jesús, Naïs, Quentin y Amelie) por su amable compañía durante estos meses de estancia en Toulouse.

A mi tutor en Sevilla, Rafael Vázquez, por aceptar este proyecto y ofrecerme su tutela y seguimiento.

Finalmente, agradecer a mi familia y amigos su apoyo incondicional.

*Andrea García Tárrega*

*Sevilla, 2019*



# Resumen

---

En marzo de 2015 la NASA lanzó la misión MMS (Multiescala Magnetosférica) con el fin de investigar el fenómeno de reconexión magnética, un proceso por el que los campos electromagnéticos de la Tierra y el Sol interactúan intercambiando grandes cantidades de energía que acelera y calienta las partículas con carga que conforman el plasma circundante. La misión MMS revela por primera vez la microfísica de la reconexión con una resolución y precisión sin precedentes, determinando los procesos cinéticos que ocurren a pequeña escala y que son responsables del desarrollo del fenómeno. Desde su concepción, multitud de laboratorios americanos, europeos y japoneses están implicados en la misión MMS, participando activamente en el análisis científico de las medidas y su interpretación.

El presente proyecto recoge los resultados del estudio llevado a cabo en el Instituto francés de Investigación en Astrofísica y Planetología (IRAP), cuyo objeto principal ha sido la caracterización de múltiples poblaciones iónicas en un entorno de plasma no colisional a partir de los datos recogidos por los equipos MMS.

Trabajos previos han detectado la presencia conjunta de dos poblaciones de iones en la magnetosfera terrestre durante el proceso de reconexión magnética. Estas poblaciones iónicas se diferencian principalmente por su densidad y temperatura, distinguiéndose un grupo de iones más calientes y un grupo de iones fríos procedentes de la ionosfera. Al tratarse de un régimen no colisional, los iones de distinta temperatura no interactúan de forma directa, siendo posible la coexistencia en una misma región del espacio. El diseño de los equipos de medición MMS no permite distinguir de manera automática los distintos tipos de poblaciones iónicas, siendo la caracterización de los iones fríos particularmente complicada. Sin embargo, se ha demostrado que, en ocasiones, los iones fríos son predominantes en las principales zonas de la magnetosfera donde se produce la reconexión, y su presencia influye tanto a gran escala como en la microfísica del proceso. Por ello, comprender el fenómeno de reconexión magnética en detalle pasa primero por identificar cada una de las especies y condiciones presentes en el escenario estudiado.

Para la identificación de las dos poblaciones se emplean las medidas tomadas por el instrumento FPI (Fast Plasma Investigation) destinado a la detección de iones y electrones en el plasma espacial. En concreto, se trabaja con las funciones de distribución de densidad del espacio de fase de iones. La caracterización se ha planteado modelizando las distribuciones de velocidad proporcionadas como funciones gaussianas, o equivalentemente las distribuciones de energía como funciones maxwellianas. La condición de plasma no colisional se traduce en que una distribución está constituida por dos o más funciones maxwellianas, características de cada población. En estas condiciones, se han obtenido los distintos parámetros que definen la distribución y, por tanto, los dos tipos de iones presentes en la región estudiada.

El análisis realizado confirma la presencia de ambas poblaciones iónicas en el tiempo considerado. Las funciones de distribución se han estudiado en los espacios de velocidades 1D, 2D y 3D, y en este último caso, los resultados del ajuste no son satisfactorios. El trabajo desarrollado supone un punto de partida de un proyecto cuyo objeto final es la caracterización automática, completa y exhaustiva, de las múltiples poblaciones del plasma en la magnetosfera terrestre.



# Abstract

---

In March 2015, NASA launched the MMS (Magnetospheric Multiscale) mission in order to study the phenomenon of magnetic reconnection, a process by which the electromagnetic fields of the Earth and the Sun interact exchanging large amounts of energy that accelerates and heats the charged particles that constitute the surrounding plasma. The MMS mission reveals for the first time the microphysics of reconnection with unprecedented resolution and precision, identifying the kinetic processes that occur on a small scale and are responsible for the development of this phenomenon. Since its conception, many American, European and Japanese laboratories are involved in the MMS mission, actively participating in the scientific analysis of the measures and their interpretation.

The present project summarizes the results of the study carried out at the French Institute of Research in Astrophysics and Planetology (IRAP), whose main objective has been the characterization of multiple ionic populations in a non-collisional plasma from the data collected by MMS satellites.

Previous works have detected the presence of two ion populations in the Earth's magnetosphere during the process of magnetic reconnection. These ionic populations differ mainly in their density and temperature, distinguishing a group of hot ions and a group of colder ions from the ionosphere. A non-collisional regime implies that ions of different temperatures do not interact directly, so it is possible to coexist in the same space region. MMS measuring equipments usually do not automatically characterize different ion populations based on their differing temperature. However, it has been shown that the cold population can be predominant in the main areas of the magnetosphere where reconnection occurs, and its presence affects not only at large scale but also at the microphysics of the process. Therefore, to fully understand the phenomenon of magnetic reconnection, it is first necessary to identify the present species and conditions at the scenario considered.

For the identification of the two populations, we use measures taken by the MMS's FPI (Fast Plasma Investigation) instrument, designed for detecting electrons and ions in the space plasma. In particular, we have worked with the ion phase space densities in the velocity space. The characterization has been proposed by modeling the distributions as Maxwellian functions. The non-collisional plasma condition means that a distribution function is made up of two independent Maxwellian functions, characteristic of each population. Under these conditions, the different parameters defining the distribution and, therefore, the two types of ions present in the studied region have been obtained.

The analysis confirmed the presence of both ionic populations in the time considered. The distribution functions have been studied in the 1D, 2D and 3D speed spaces, thus concluding that in the latter case, the results of the fitting are not satisfactory. The work developed is a starting point for a project whose final object could be the complete and exhaustive characterization of plasma conditions in the Earth's magnetosphere.



# ÍNDICE

---

<b>Agradecimientos</b>	I
<b>Resumen</b>	III
<b>Abstract</b>	V
<b>Índice</b>	VII
<b>Índice de Tablas</b>	XVIII
<b>Índice de Figuras</b>	XX
<b>Notación</b>	XXII
<b>1 Introducción</b>	1
<b>2 Estado del Arte</b>	3
2.1 Entorno espacial	3
2.1.1 Plasma	3
2.1.2 Viento solar	3
2.1.3 Magnetosfera	4
2.1.4 Ionosfera	5
2.2 Física de la reconexión	6
2.2.1 Corrientes magnéticas	6
2.2.2 Dinámica de plasmas	7
2.2.3 Descripción del movimiento de una sola partícula	8
2.2.4 Magnetohidrodinámica	13
2.2.5 Teoría cinética del plasma	16
2.2.6 Variables macroscópicas. Momentos de la función de distribución	20
2.3 Misión MMS	23
2.3.1 Órbitas	23
2.3.2 Satélites	23
2.3.3 Instrumentos	24
2.3.4 Elementos orbitales	28
<b>3 Desarrollo</b>	33
3.1 Consideraciones previas	33
3.3.4 Momentos parciales	33
3.3.4 Fast plasma density	34
3.2 Datos para el ajuste	34
3.2.1 Espacio esférico	34
3.2.2 Reducción de datos a 1D y 2D	35
3.2.3 Funciones de distribución $f_{1D}$ , $f_{2D}$ y $f_{3D}$	36
3.3 Modelo de ajuste	37
3.3.1 Función analítica	37
3.3.2 Variables de salida	38
3.3.3 Variables de entrada	38
3.4 Resultados	39
3.4.1 Resultados de la reducción a 1D y 2D	39
3.4.2 Resultados del ajuste	41

3.4.3	Discusión de resultados	44
<b>4</b>	<b>Conclusiones y Trabajo Futuro</b>	53
	Conclusiones	53
	Trabajo futuro	55
	<b>Referencias</b>	57
	<b>Apéndice</b>	59
	A-1 Integrales de Maxwell	59
	A-2 Distribución de Maxwell-Boltzmann	59

# ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 2–1. Presición del instrumento FPI.	27
Tabla 2–2. Formato TLE de NORAD.	30
Tabla 2–3. Línea 1 del formato TLE.	30
Tabla 2–4. Línea 2 del formato TLE.	31
Tabla 2–5. TLE de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.	31
Tabla 2–6. Periodo, apogeo y perigeo de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.	32
Tabla 2–7. Elementos orbitales de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.	32
Tabla 3–1. Parámetros ajustados según el modelo maxwelliano de distribución de velocidad.	44
Tabla 3–2. Densidades estimadas para la población fría de iones magnetosféricos.	45
Tabla 3–3. Comparación de los resultados obtenidos en los distintos modelos de ajuste 1D.	47



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 2-1. Topología del entorno solar-terrestre.	4
Figura 2-2. Ionosfera y plasmasfera terrestres.	5
Figura 2-3. Esquema general de las corrientes magnetosféricas.	6
Figura 2-4. Líneas de campo que conectan los sistemas de corriente en la magnetosfera con las corrientes en la ionosfera polar.	7
Figura 2-5. Órbita helicoidal de un ion en presencia de un campo magnético uniforme.	8
Figura 2-6. Desplazamiento de partículas en presencia de campos eléctrico y magnético.	9
Figura 2-7. Desplazamiento de partículas en presencia de un gradiente de campo magnético.	9
Figura 2-8. Fuerza centrífuga experimentada por una partícula moviéndose a lo largo de la línea de campo.	10
Figura 2-9. Órbita de un ion en un campo magnético convergente.	11
Figura 2-10. Trayectoria de las partículas atrapadas a lo largo de una línea de campo magnético.	12
Figura 2-11. Ilustración de una tormenta geomagnética.	12
Figura 2-12. Difusión de las líneas de campo magnético.	13
Figura 2-13. Líneas de campo magnético moviéndose junto con el plasma.	13
Figura 2-14. Evolución de la reconexión de las líneas de campo magnético.	14
Figura 2-15. Ciclo de reconexión magnética.	15
Figura 2-16. Convección de plasma en el proceso de reconexión magnética.	16
Figura 2-17. Posición de la partícula y elemento de volumen en el espacio de fase.	17
Figura 2-18. Distribuciones maxwellianas en velocidad unidimensionales.	19
Figura 2-19. Regiones de interés del campo magnético que estudia la misión MMS.	23
Figura 2-20. Satélites MMS volando en formación tetraédrica.	24
Figura 2-21. Instrumentos integrados en la nave MMS.	25
Figura 2-22. Diagrama de bloques simplificado del instrumento FPI.	25
Figura 2-23. Coberturas angulares del instrumento FPI.	26
Figura 2-24. Configuración de un DES/DIS que proporciona los distintos campos de visión angulares.	27
Figura 2-25. Diagrama representación de anomalías.	29
Figura 2-26. Elementos orbitales de un cuerpo.	29
Figura 2-27. Posición del satélite MMS1 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.	32
Figura 3-1. Límites de integración de la distribución para la población caliente (rojo) y fría (azul).	33
Figura 3-2. Representación de una distribución de datos en el espacio esférico.	35
Figura 3-3. Sistema de coordenadas FAC.	35

Figura 3-4. Proyección usando el método de Montecarlo para un elemento de volumen esférico en el plano cartesiano.	36
Figura 3-5. Distribuciones reducidas a 1D, $f_{1D, \parallel}$ , $f_{1D, \perp 1}$ y $f_{1D, \perp 2}$ a partir de los datos del instrumento FPI.	39
Figura 3-6. Distribuciones reducidas a 2D $f_{2D, \parallel \perp 1}$ , $f_{2D, \perp 2 \parallel}$ y $f_{2D, \perp 1 \perp 2}$ a partir de los datos del instrumento FPI.	40
Figura 3-7. Otra representación de la función de datos reducida a 2D, $f_{2D, \parallel \perp 1}$ a partir de los datos del instrumento FPI.	40
Figura 3-8. Resultado del ajuste unidimensional de $f_{1D, \parallel}$ , $f_{1D, \perp 1}$ y $f_{1D, \perp 2}$ con <i>lsqcurvefit</i> .	41
Figura 3-9. Distribución reducida a 2D, $f_{2D, \parallel \perp 1}$ a partir de los datos del instrumento FPI.	42
Figura 3-10. Resultado del ajuste bidimensional de $f_{2D, \parallel \perp 1}$ con <i>lsqcurvefit</i> .	42
Figura 3-11. Serie temporal medida por la nave MMS en el intervalo 12:09:20 – 12:10:40, el 27 de enero de 2019. (a) Campo eléctrico de alta resolución. (b) Estimaciones de la densidad del plasma. (c) Espectrograma de energía de los iones. Más detalles en el texto.	45
Figura 3-12. Resultados del ajuste de $f_{1D, \parallel}$ , $f_{1D, \perp 1}$ y $f_{1D, \perp 2}$ (colas dispersas) con <i>lsqcurvefit</i> .	46
Figura 3-13. Resultados del ajuste de $f_{1D, \parallel c}$ , $f_{1D, \perp 1c}$ y $f_{1D, \perp 2c}$ , y $f_{1D, \parallel h}$ , $f_{1D, \perp 1h}$ y $f_{1D, \perp 2h}$ con <i>lsqcurvefit</i> .	47
Figura 3-14. Diagramas de dispersión de los resultados 1D de la población fría.	49
Figura 3-15. Diagramas de dispersión de los resultados 1D de la población caliente.	49
Figura 3-16. Diagramas de dispersión de los resultados 2D de la población fría.	50
Figura 3-17. Diagramas de dispersión de los resultados 2D de la población caliente.	50
Figura 4-1. Variación del RMSE con los parámetros $n_c$ , $T_{\parallel c}$ y $v_0$ en la distribución de datos $f_{1D, \parallel}$ .	55

# NOTACIÓN

---

log	Función logaritmo
RMSE	Root Mean Square Error
UTC	Universal Time Coordinated
MMS	Multiescala Magnetosférica
ISEE	International Sun-Earth Explorer
RBSP	Radiation Belt Storm Probes
THEMIS	Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms
FPI	Fast Plasma Investigation
HPM	Hot Plasma Suite
HPCA	Hot Plasma Composition Analyzer
EPDS	Energetic Particles Detector Suite
FEEPS	Fly's Eye Energetic Particle Sensor
EIS	Energetic Ion Spectrometer
AFG	Analog Fluxgate
DFG	Digital Fluxgate
EDI	Electron Drift Instrument
SDP	Spin-plane Double Probe
ADP	Axial Double Probe
SCM	Search Coil Magnetometer
DES	Dual Electron Spectrometer
DIS	Dual Ion Spectrometer
IDPU	Instrument Data Processing Unit
CIDP	Central Instrument Data Processor
TLE	Two-Line Element set
NORAD	North American Aerospace Defence Command



# 1 INTRODUCCIÓN

---

La reconexión magnética es un proceso que se produce en los plasmas, capaz de convertir grandes cantidades de energía almacenada en los campos magnéticos en energía cinética de las partículas cargadas que constituyen el plasma.

La reconexión magnética ocurre en diversas regiones del espacio, y en general, es posible en cualquier situación en la que campos magnéticos dispares interactúen en presencia de plasma. Este fenómeno es responsable de muchos de los procesos dinámicos del Sol, entre los que se encuentra la generación de llamaradas solares y eyecciones de masa coronal en el Sol, o del nacimiento de auroras boreales en la Tierra. Asimismo, guarda estrecha relación con la aparición de raros fenómenos en astros lejanos, como las llamaradas de rayos X en magnetares, las complejas interacciones magnéticas en las estrellas de neutrones o los agujeros negros. La reconexión magnética también está activa en laboratorios magnetizados de plasmas. En éstos, la reconexión impide los procesos de contención de plasma necesarios para conseguir el control de la fusión nuclear. [1][2][3]

Más allá del interés teórico en nuestro universo natural, comprender los mecanismos responsables de la reconexión magnética resulta de enorme utilidad a la hora de predecir la «meteorología espacial» y los fenómenos como llamaradas o tormentas magnéticas que afectan a sistemas tecnológicos de redes de telecomunicaciones, navegación GPS y redes eléctricas, así como en la profundización del desarrollo de reactores de fusión nuclear.

A pesar de que los efectos de la reconexión magnética son observables a escalas planetarias, la reconexión comienza en el plasma en una región muy confinada espacialmente, en la denominada región de difusión del electrón. En ésta, el plasma se vuelve difusivo y las líneas de campo se reconfiguran, cambiando la topología del campo magnético. La misión Multiescala Magnetosférica (MMS) de la NASA revela por primera vez las microfísicas de la reconexión magnética con una resolución temporal sin precedentes, lo que permite resolver a escala cinética los procesos dinámicos responsables de la reconexión. [4]

La misión MMS ha sido concebida para ser llevada a cabo en el entorno de la magnetosfera terrestre, la parte ionizada de la atmósfera (región de plasma alrededor de la Tierra) donde el movimiento de las partículas es controlado por el campo magnético terrestre. Las cuatro sondas idénticas MMS vuelan en formación piramidal ajustable, lo cual permite observar la estructura tridimensional de la reconexión magnética. El análisis científico de las medidas tomadas por las naves MMS ha hecho posible determinar la existencia de distintas poblaciones de partículas cargadas en el entorno de la magnetosfera. En el interior de la misma, se dan procesos magnetohidrodinámicos y cinéticos que modifican las propiedades del plasma, concretamente, la densidad y temperatura de sus partículas. De esta manera, se distinguen múltiples fuentes de plasma con diferentes características. En las capas más externas de la magnetosfera donde la densidad es tenue ( $0.1\text{--}100$  partículas/cm<sup>3</sup>), los plasmas son no colisionales, lo que implica que no interactúan de forma directa y en una región del espacio pueden convivir poblaciones con diferentes temperaturas.

El trabajo que a continuación se presenta está centrado en la determinación de dos tipos de poblaciones iónicas en el entorno no colisional de la magnetosfera. Para ello, se han utilizado las medidas recogidas por el instrumento FPI (Fast Plasma Investigation) de la misión MMS, que mide la densidad de iones y electrones presentes en el plasma magnetosférico durante los procesos de reconexión. El objeto principal del estudio es la caracterización sistemática de un conjunto de iones fríos (pocas decenas de eV) de forma separada respecto a una población de mayor temperatura (del orden de varios keV). Se ha demostrado que los iones fríos predominan un 60-70% del tiempo en las principales zonas donde se produce la reconexión magnética en la magnetosfera [5]. Además, estudios recientes señalan que las nubes de iones fríos suelen contener iones pesados, de manera que incrementan la masa total del plasma y disminuyen la velocidad asociada, reduciendo por consiguiente la tasa de reconexión [6]. Junto a esta influencia a gran escala en la reconexión, la microfísica del proceso también se ve modificada por la presencia de iones fríos [7]. Este proyecto supone una primera aproximación a un

planteamiento mucho más ambicioso cuyo objetivo es caracterizar por completo las condiciones del plasma magnetosférico que, con el viento solar, participa en el proceso de reconexión magnética. Un mejor conocimiento del escenario permitirá entender fenómenos importantes como las tormentas magnéticas o la erosión de las atmósferas planetarias.

La caracterización de las dos poblaciones iónicas se realiza ajustando las funciones de distribución de los iones a funciones de Maxwell, de manera que una distribución está constituida por dos funciones maxwellianas, características de cada población. En estas condiciones, se han obtenido los distintos parámetros que definen la distribución y, por tanto, los dos tipos de iones presentes. Las funciones de distribución de densidad se han ajustado con un algoritmo iterativo de optimización que resuelve problemas de ajuste en el sentido de mínimos cuadrados. El espacio de velocidad se considera en 1D, 2D y 3D. En el análisis se estudia la población de iones observada en la región de la magnetosfera terrestre el día 27 de enero de 2019 a las 12:09 UTC. Los resultados alcanzados se contrastan con valores de la densidad, temperatura y velocidad de las partículas que ofrecen otros modelos de estimación empleados en la actualidad. Las soluciones no son satisfactorias para el caso tridimensional, y se proponen ciertas mejoras posibles al modelo.

El documento se estructura en cuatro capítulos. En este primer capítulo de introducción, se presenta el trabajo llevado a cabo y el alcance del mismo. El segundo capítulo comprende el estado del arte del proyecto, que incluye: un apartado referente al entorno espacial, que contextualiza el escenario donde tiene lugar el fenómeno de reconexión magnética; un apartado de la física de la reconexión, en el que se describen los conceptos teóricos fundamentales para comprender la microfísica del proceso; y un último apartado relativo a la misión MMS, los satélites y los equipos e instrumentos que la componen. El capítulo tercero es el núcleo del trabajo, en él se especifican los modelos e hipótesis de partida, los algoritmos desarrollados y las simulaciones realizadas, junto con los resultados obtenidos. Finalmente, el último capítulo ordena y resume las conclusiones alcanzadas y abre las líneas de investigación de trabajo futuro. Al final del documento se adjuntan también las debidas referencias y apéndices del desarrollo.

## 2 ESTADO DEL ARTE

---

En el presente capítulo se repasa el estado del arte que sitúa los antecedentes previos al trabajo. El marco teórico que procede emplaza el escenario espacial donde ocurre la reconexión magnética y resume los conceptos teóricos básicos de la física de plasmas. De modo general, se detallan los fenómenos asociados a la reconexión magnética en el entorno de la magnetosfera terrestre y se describe la misión MMS (Multiescala Magnetosférica) de la NASA que estudia este proceso y cuyas mediciones serán objeto de análisis.

### 2.1 Entorno espacial

#### 2.1.1 Plasma

Se denomina plasma al cuarto estado de agregación de la materia, un estado similar al gaseoso compuesto por un número igual de partículas positivas y negativas cargadas eléctricamente. Tener aproximadamente el mismo número de cargas de signo diferente garantiza que los posibles campos eléctricos de las partículas se cancelan entre ellos y el plasma visto desde el exterior se comporta como eléctricamente neutro. Los átomos de este estado se encuentran en un estado excitado metaestable, con un nivel de energía superior al estado fundamental. La elevada energía permite vencer el acoplamiento con las partículas vecinas, por lo que las partículas del plasma pueden moverse libremente. El plasma es considerado así un gas caliente y fuertemente ionizado.

A pesar de que en la superficie de la Tierra es complicado encontrar plasmas naturales, el plasma es el estado de agregación más abundante en el Universo, constituyendo más del 99% de toda la materia conocida (estrellas y medio interestelar).

#### 2.1.2 Viento solar

El Sol emite continuamente un plasma altamente conductor a velocidades supersónicas cercanas a los 500 km/s hacia el espacio interplanetario como resultado de la expansión supersónica de la corona solar. Este plasma es denominado *viento solar* y está constituido principalmente por protones y electrones, con una mezcla de 5% de iones de helio.

Cuando el viento solar alcanza el campo magnético de la Tierra, no puede penetrar simplemente, sino que es ralentizado y deformado en torno al mismo. Dado que el viento solar alcanza el obstáculo a velocidad supersónica, se genera una onda de choque que frena el plasma y gran parte de la energía cinética de las partículas se transforma en energía térmica. La región de plasma subsónico a altas temperaturas a continuación de la onda de choque se denomina *magnetofunda* (“magnetosheath”) (ver Figura 2-1). El plasma en la magnetofunda es más denso y más caliente que el plasma del viento solar, y el campo magnético en esta región es también más fuerte.

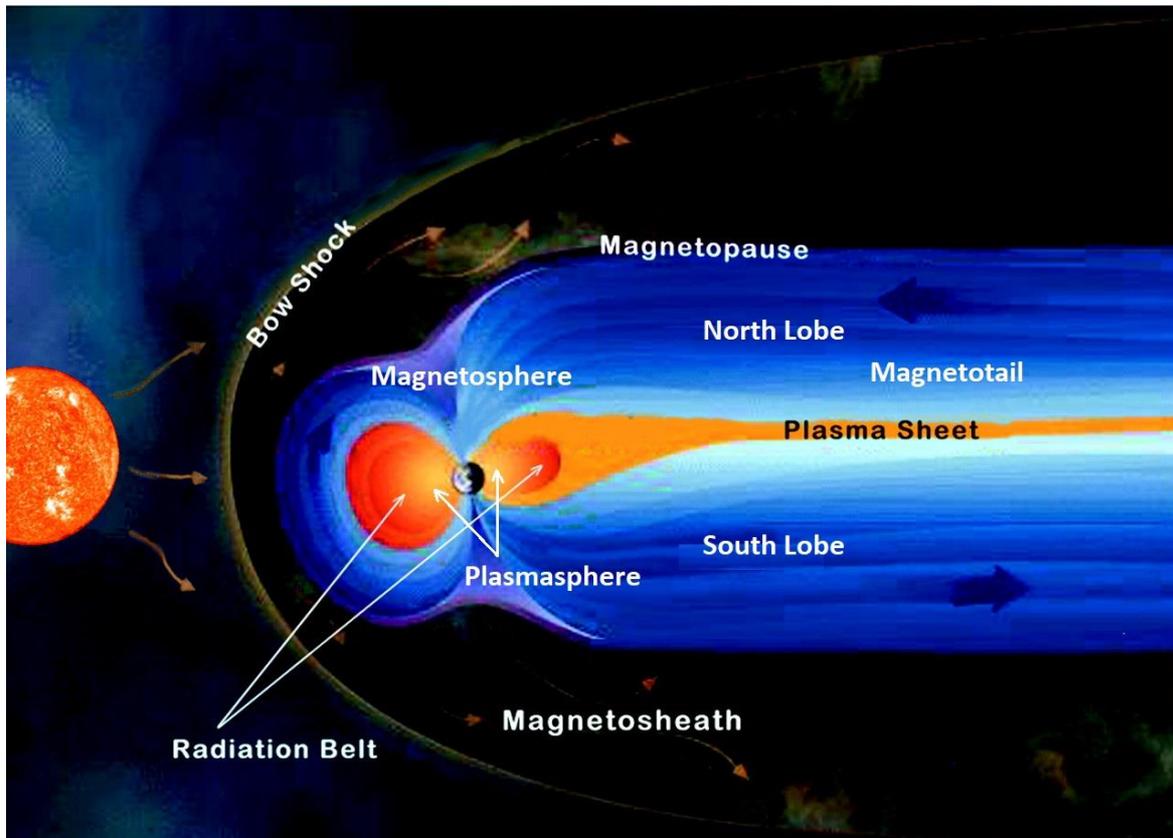


Figura 2-1. Topología del entorno solar-terrestre.

Fuente: ScienceMag [8]

### 2.1.3 Magnetosfera

El plasma procedente del viento solar no puede penetrar el campo magnético terrestre, en su lugar, es deflectado a su alrededor. Esto es consecuencia del hecho de que las líneas del campo magnético interplanetario no pueden atravesar las líneas del campo terrestre y las partículas del viento solar no pueden abandonar las líneas del campo interplanetario, debido a la condición “frozen-in” característica de un plasma altamente conductor, que se explica en detalle en el Apartado 2.2.4.1.

El plasma solar incidente ejerce una presión continua sobre el campo magnético de la Tierra, deformando la parte externa del mismo; en la parte frontal el viento solar comprime el campo terrestre, mientras que en el lado nocturno el campo magnético se extiende en una gran “cola magnética” que alcanza más allá de la órbita lunar. La frontera que separa el plasma de la magnetosfera del campo magnético terrestre se denomina *magnetopausa* y la cavidad generada en torno al mismo, *magnetosfera* (ver Figura 2-1). En primera aproximación, se considera que el campo magnético terrestre, que forma la magnetosfera, actúa como un escudo electromagnético que desvía el viento solar e impide su penetración en el sistema terrestre.

En la magnetosfera el plasma está constituido principalmente por electrones y protones. El origen de estas partículas son el viento solar y la ionosfera terrestre. Además, existe pequeñas fracciones de iones de helio y oxígeno,  $\text{He}^+$  y  $\text{O}^+$ , y algunos iones  $\text{He}^{++}$  que provienen del viento solar. Sin embargo, el plasma no se encuentra uniformemente distribuido, sino que se agrupa en diferentes regiones que tienen distintas densidades y temperaturas. La Figura 2-1 muestra la topografía de algunas de estas regiones (la escala no es real).

Los cinturones de radiación de Van Allen (“radiation belts”) son dos zonas donde se concentran, respectivamente, gran cantidad de electrones e iones de alta energía que se mueven a lo largo de las líneas de campo y oscilan adelante y atrás entre los dos hemisferios (movimiento de “rebote”).

La mayoría del plasma en la cola magnética se concentra alrededor del plano medio de la cola en una *lámina de plasma* (“plasma sheet”) de espesor aproximado 10 radios terrestres.

## Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

En la parte exterior de la cola magnética se distinguen los denominados *lóbulos* (“north lobe”, “south lobe”), que contienen plasma altamente enrarecido. Los lóbulos tienen una dirección magnética opuesta y se encuentran separados por la lámina de plasma.

### 2.1.4 Ionosfera

La *ionosfera* es la parte de la atmósfera terrestre ionizada permanentemente que se extiende entre los 80 km y los 500 km de altitud. Cuando la luz solar ultravioleta impacta en la atmósfera de la Tierra ioniza una parte de la atmósfera neutral. A distancias mayores de 80 km, este proceso se vuelve importante y una fracción de los átomos se encuentran disociados en iones y electrones, formando un plasma colisional.

Por encima de la ionosfera se encuentra la *plasmасfera*, o *magnetosfera interna*. Como se muestra en las Figuras 2-1 y 2-2, la plasmасfera es una región de la magnetosfera en forma de volumen toroidal dentro del cinturón de radiación. La plasmасfera está compuesta por plasma denso y frío de origen ionosférico, cuyo movimiento está dominado por el campo geomagnético, girando conjuntamente con la Tierra. En el plano ecuatorial, la plasmасfera se extiende hasta 4 radios terrestres, donde la densidad cae bruscamente; este límite externo de la plasmасfera es conocido como *plasmapausa*.

El viento solar transporta partículas cargadas desde la lámina de plasma de la magnetocola hasta la parte superior de la ionosfera, donde las cargas colisionan e ionizan partículas neutras. Los fotones emitidos en este proceso crean la luz polar, la denominada aurora.

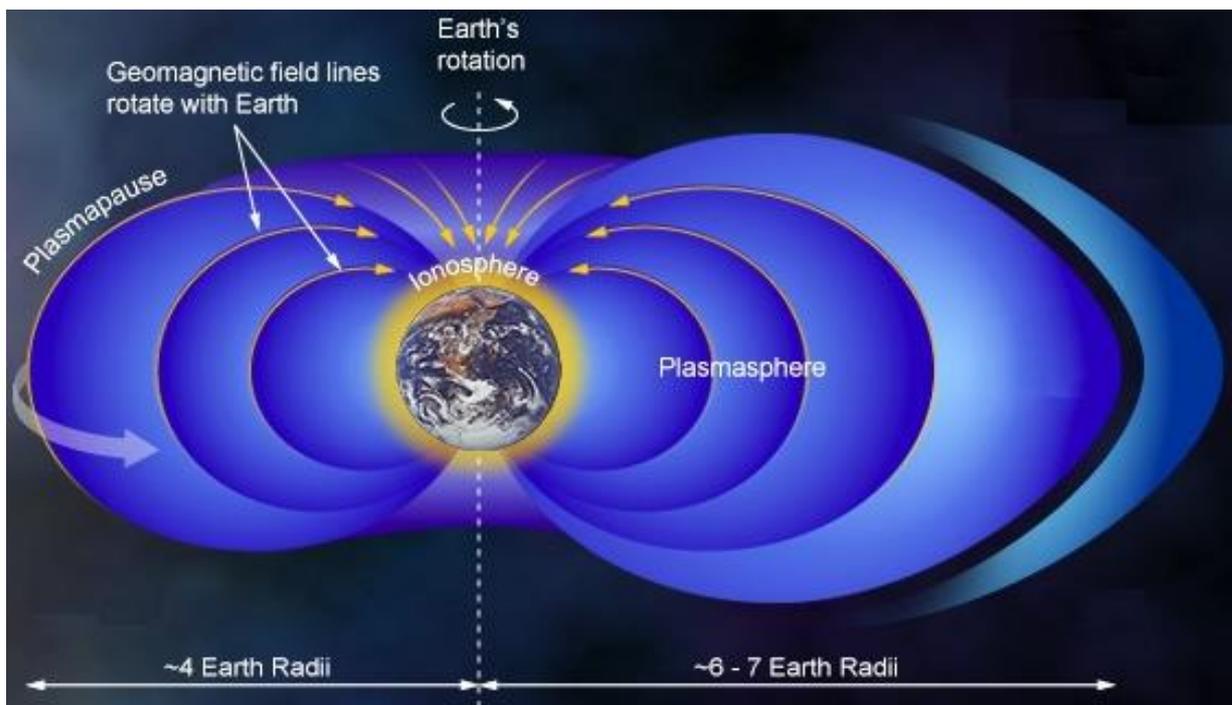


Figura 2-2. Ionosfera y plasmасfera terrestres.

Fuente: Windows to the Universe [9]

## 2.2 Física de la reconexión

### 2.2.1 Corrientes magnéticas

Los plasmas considerados anteriormente no son estacionarios, sino que se mueven bajo la acción de fuerzas externas. En ocasiones, los iones y los electrones se mueven conjuntamente, como en el viento solar. En otros casos y regiones de plasma, los iones y los electrones se mueven en direcciones diferentes, creando corrientes eléctricas. Dichas corrientes son de gran importancia en la dinámica del entorno del plasma terrestre; transportan carga, masa, momento y energía. Además, las corrientes crean campos magnéticos que pueden alterar sustancialmente los campos preexistentes.

La distorsión del campo del dipolo terrestre hasta la forma típica de la magnetosfera va acompañada de corrientes eléctricas. Tal y como se muestra de manera esquemática en la Figura 2-3, la compresión del campo magnético de la Tierra en el lado diurno está asociada a un flujo de corriente a través de la superficie de la magnetopausa, que se conoce como *corriente de magnetopausa* (“magnetopause current”). El campo magnético de la cola en el lado nocturno de la magnetosfera depende de una *corriente de cola* (“tail current”) que fluye en la superficie de la cola y de una *corriente de lámina neutral* (“neutral sheet current”) en la parte central de la lámina de plasma.

Otro sistema de corriente importante en la magnetosfera es la *corriente de anillo* (“ring current”), que influye en la configuración de la magnetosfera interna. La corriente de anillo es conducida por las partículas del cinturón de radiación. Esta corriente fluye alrededor de la Tierra a distancias radiales de varios radios terrestres. Además del característico rebote en los cinturones de radiación, las partículas también se mueven lentamente alrededor de la Tierra. En este movimiento, los protones se dirigen hacia el oeste y los protones al este, por lo que se tiene un transporte neto de carga (véase Figura 2-10).

Conjuntamente con estas corrientes perpendiculares, se encuentran corrientes que fluyen a lo largo de las líneas del campo magnético. Como muestran las Figuras 2-3 y 2-4, las *corrientes alineadas con el campo magnético* (“field-aligned currents”) conectan los sistemas de corriente en la magnetosfera con aquellos que fluyen en la ionosfera polar. Las corrientes alineadas con el campo magnético son conducidas principalmente por electrones y son esenciales en el intercambio de energía y momento entre dichas regiones.

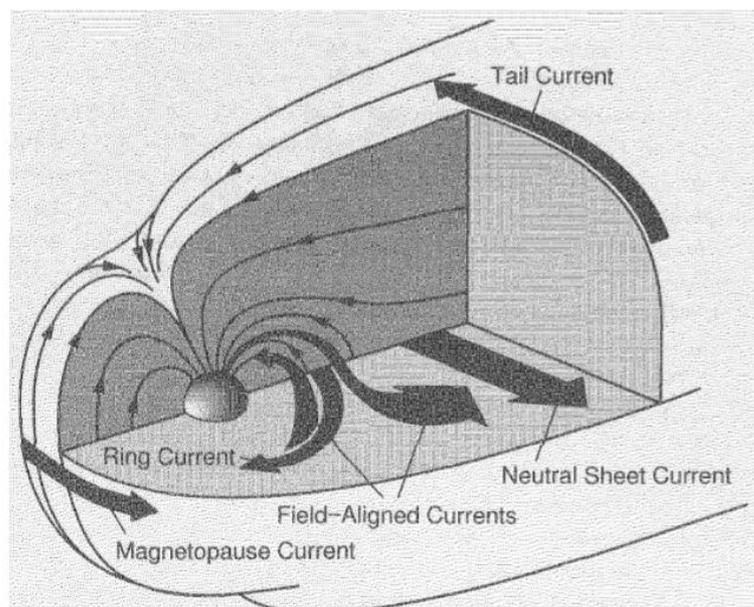


Figura 2-3. Esquema general de las corrientes magnetosféricas.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

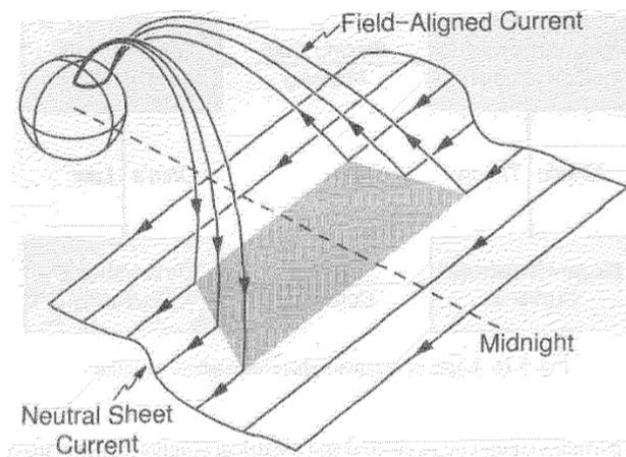


Figura 2-4. Líneas de campo que conectan los sistemas de corriente en la magnetosfera con las corrientes en la ionosfera polar.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

### 2.2.2 Dinámica de plasmas

La dinámica del plasma está gobernada por la interacción entre el transporte de cargas y los campos eléctricos y magnéticos existentes. Si todos los campos fueran de origen externo, la física sería relativamente sencilla. Sin embargo, las partículas se mueven dando lugar a concentraciones locales de plasma y, en consecuencia, a campos eléctricos. Estos campos internos y su repercusión en el movimiento de las partículas complican la física del plasma.

En general, la dinámica del plasma puede describirse resolviendo la ecuación de movimiento de cada partícula. Puesto que los campos eléctrico y magnético que aparecen en cada ecuación incluyen los campos internos generados por el resto de partículas circundantes, todas las ecuaciones están acopladas y deben abordarse de manera simultánea. Dicha solución no sólo es difícil de obtener, sino que carece de uso práctico, ya que el interés del estudio se encuentra en conocer cantidades medias como la densidad o la temperatura, más que la velocidad de cada partícula en concreto. Por ello, es habitual recurrir a ciertas aproximaciones a la hora de resolver el problema planteado. Entre las aproximaciones más útiles se encuentran la descripción del movimiento de una sola partícula, la magnetohidrodinámica, la aproximación multi-fluido y la teoría cinética.

- El primer enfoque describe el movimiento de la partícula bajo la acción de campos eléctricos y magnéticos externos, considerando que no existen comportamientos colectivos importantes dentro de un plasma.
- En el acercamiento magnetohidrodinámico, el plasma es concebido como un fluido conductor con variables macroscópicas, como la densidad media, la velocidad y la temperatura, capaz de mantener un equilibrio local.

El formalismo magnetohidrodinámico se emplea pudiendo suponer que todas las partículas en un punto dado tienen igual velocidad o están suficientemente cerca del equilibrio como para asumir que sus velocidades siguen la distribución de Maxwell-Boltzmann, con una velocidad media dependiente de la posición.

- La aproximación multi-fluido es una extensión de la magnetohidrodinámica, donde se consideran distintas especies de partículas (por ejemplo, electrones, protones e iones pesados) y se asume que cada especie se comporta como un fluido diferente.
- La teoría cinética es la teoría de plasmas más desarrollada. Se trata de un enfoque estadístico que, en lugar de resolver la ecuación de movimiento de cada partícula discreta, examina la evolución de la función de distribución promediada. Esta función representa la densidad de partículas contenida en una región infinitesimal del espacio de fases, es decir, el espacio cuyas coordenadas son posiciones y cantidades de movimiento. Los modelos físicos cinéticos son los únicos capaces de describir correctamente la física que sucede en escalas espaciales y temporales próximas a las escalas características de las partículas, es decir, su giro-radio y su girofrecuencia.

### 2.2.3 Descripción del movimiento de una sola partícula

El estado de carga de las partículas distingue a los plasmas de otras agrupaciones de partículas como gases normales o fluidos, acoplando las partículas al campo electromagnético, lo cual afecta a su movimiento.

En situaciones donde las partículas cargadas no interactúan directamente entre ellas y el campo magnético externo no se ve afectado de manera significativa, el movimiento de cada partícula se puede analizar de forma independiente. Esta aproximación sólo es válida en plasmas muy enrarecidos donde los efectos colectivos son despreciables. Además, los campos magnéticos externos deberán ser fuertes, mucho mayores que los producidos por las corrientes eléctricas debidas al movimiento de las partículas cargadas.

Sin embargo, para entender el comportamiento colectivo del plasma, esto es, el movimiento de las cargas en presencia de campos eléctricos y magnéticos generados por el propio movimiento, resulta de gran utilidad comprender primero el movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos y magnéticos preexistentes.

#### 2.2.3.1 Campo magnético uniforme

En presencia de un campo magnético estático, la energía cinética de una partícula no varía, sin importar cuál sea la variación espacial.

La componente de la velocidad paralela al campo magnético,  $v_{\parallel} = v_z$ , es una constante, mientras que las componentes en x e y responden a un movimiento oscilatorio armónico, de manera que el movimiento de la partícula puede describirse como una órbita helicoidal alrededor del campo magnético, en la que el sentido depende del signo de la carga.

El movimiento helicoidal de la partícula cargada supone asimismo una corriente. La dirección de giro será tal que el campo magnético generado por la corriente se oponga al campo magnético externo. Este comportamiento se conoce como *efecto diamagnético*.

El giroradio de una partícula se define como:

$$r_g = \frac{m v_{\perp}}{|q| B} \quad (2-1)$$

Donde,  $m$  es la masa de la partícula,  $v_{\perp} = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2}$  es la constante de velocidad en el plano perpendicular al campo magnético  $\mathbf{B}$ , y  $q$  es la carga de la partícula.

El ángulo de paso de la órbita helicoidal dependerá de la relación entre las componentes de velocidad paralelas y perpendiculares de acuerdo a la expresión:

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} \right) \quad (2-2)$$

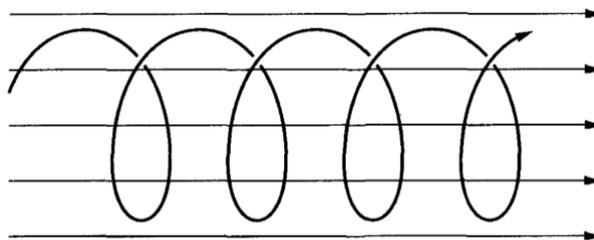


Figura 2-5. Órbita helicoidal de un ion en presencia de un campo magnético uniforme.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

2.2.3.2 Campo eléctrico

El movimiento de la partícula que resulta al considerar el campo eléctrico se superpondrá al movimiento de giro debido al campo magnético externo. La naturaleza de este movimiento dependerá de si el campo es electrostático o variable en el tiempo, y de si está uniformemente espaciado o no.

Si se asume un campo electrostático  $E$ , se tendrá un desplazamiento del centro de la órbita, que vendrá dado por:

$$v_E = \frac{E \times B}{B^2} \tag{2-3}$$

Dado que  $E \times B$  es independiente del signo de la carga, los electrones e iones se moverán en la misma dirección.

La Figura 2-6 muestra la trayectoria del centro de la órbita de las partículas en presencia de un campo  $E$ .

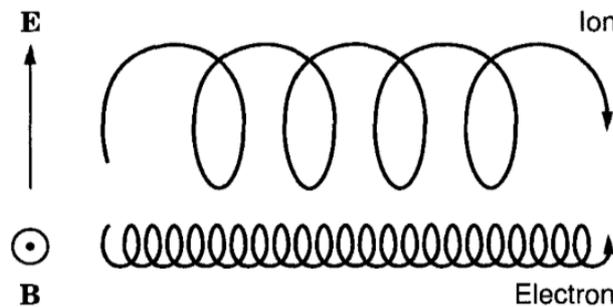


Figura 2-6. Desplazamiento de partículas en presencia de campos eléctrico y magnético.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

2.2.3.3 Gradientes de campo magnético

Generalmente, el campo magnético no es uniforme, sino que presenta inhomogeneidades que condicionan el movimiento de las partículas del plasma.

Si se considera un gradiente de campo magnético como el representado en la Figura 2-7, el giroradio de una partícula disminuirá en la dirección creciente del campo (véase ecuación (2-1)), siendo mayor al final de la órbita que en la mitad superior. Como resultado, los iones y electrones se desplazan en sentidos opuestos en la dirección perpendicular a  $B$  y  $\nabla B$ , de acuerdo a la expresión:

$$v_{\nabla} = \frac{m v_{\perp}^2}{2qB^3} (B \times \nabla B) \tag{2-4}$$

El movimiento en sentido contrario de cargas de distinto signo dará lugar a corrientes transversales. Por otro lado, la ecuación anterior implica que la velocidad inducida en las partículas por el gradiente de campo será proporcional a la energía perpendicular de las partículas,  $W_{\perp} = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2$ . En consecuencia, las partículas energéticas se desviarán más rápido, dado que tienen un giroradio mayor y experimentan más la inhomogeneidad del campo.

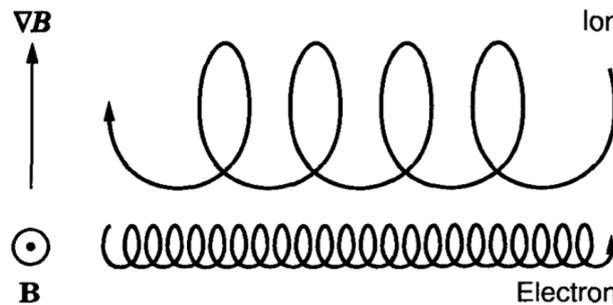


Figura 2-7. Desplazamiento de partículas en presencia de un gradiente de campo magnético.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

### 2.2.3.4 Fuerzas externas

El movimiento que experimenta una partícula debido a la acción de una fuerza en presencia de un campo magnético viene dado por:

$$\mathbf{v}_F = \frac{1}{w_g} \left( \frac{\mathbf{F}}{m} \times \frac{\mathbf{B}}{B} \right) \quad (2-5)$$

Donde  $w_g = \frac{qB}{m}$  es la frecuencia de giro o frecuencia de ciclotrón.

### 2.2.3.5 Fuerzas de curvatura

Además del desplazamiento de las partículas provocado por gradientes de campo magnético, entre las desviaciones dadas por la no homogeneidad del campo se encuentra las debidas a la curvatura de las líneas magnéticas.

Las partículas experimentan una fuerza centrífuga asociada a la componente de la velocidad paralela al campo magnético:

$$\mathbf{F}_R = mv_{\parallel} \frac{\mathbf{R}_C}{R_C^2} \quad (2-6)$$

Siendo  $\mathbf{R}_C$  el radio local de curvatura. Sustituyendo esta fuerza centrífuga en la ecuación (2-5), se tiene la velocidad debido a la curvatura de las líneas de campo:

$$\mathbf{v}_R = \frac{mv_{\parallel}^2}{q} \frac{\mathbf{R}_C \times \mathbf{B}}{R_C^2 B^2} \quad (2-7)$$

La velocidad  $\mathbf{v}_R$  es proporcional a la energía paralela de la partícula,  $W_{\parallel} = \frac{1}{2} m v_{\parallel}^2$ , y perpendicular al campo magnético y a su curvatura. De nuevo, el movimiento en sentido contrario de iones y electrones ocasiona la aparición de corrientes transversales (perpendiculares también a la curvatura del campo magnético y al mismo).

En un campo cilíndricamente simétrico, es posible considerar conjuntamente la desviación debida al gradiente del campo magnético y a su curvatura, esto es,  $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_R + \mathbf{v}_V$ . Las corrientes transversales asociadas a  $\mathbf{v}_B$  son las denominadas corrientes de anillo mencionadas en la Subsección 2.2.1.

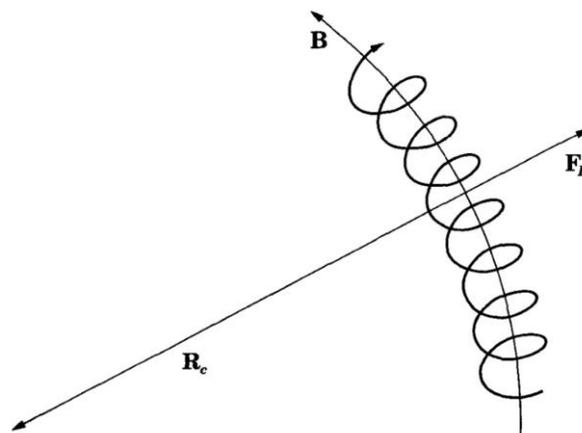


Figura 2-8. Fuerza centrífuga experimentada por una partícula moviéndose a lo largo de la línea de campo.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

2.2.3.6 Espejo magnético y partículas atrapadas

En el supuesto de una partícula moviéndose en el seno de un campo magnético no homogéneo, dado que el momento magnético no varía y la energía total es una constante del movimiento, sólo puede modificarse el ángulo de paso cuando el campo magnético aumente o disminuya a lo largo de la trayectoria del centro de la órbita. La siguiente expresión muestra que los ángulos de paso de una partícula en posiciones diferentes están directamente relacionados con la fuerza del campo en dichos puntos:

$$\frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2 \alpha_1} = \frac{B_2}{B_1} \tag{2-8}$$

En una geometría en la que el campo magnético converge, si una partícula se mueve a regiones donde el campo es más fuerte, aumentará su ángulo de paso, aumentando la energía perpendicular al campo a expensas de disminuir la paralela. En un punto a lo largo de la línea de campo donde el ángulo de paso alcanza los 90°, toda la energía será perpendicular y la partícula no podrá penetrar más, siendo “reflejada” desde este *punto de espejo*.

Si se tiene una geometría de campo magnético simétrica con una fuerza de campo mínima en la mitad y líneas de campo magnético convergentes a ambos lados, como en el dipolo terrestre, la partícula puede oscilar hacia atrás y hacia adelante entre sus dos puntos de espejo, quedando “atrapada”.

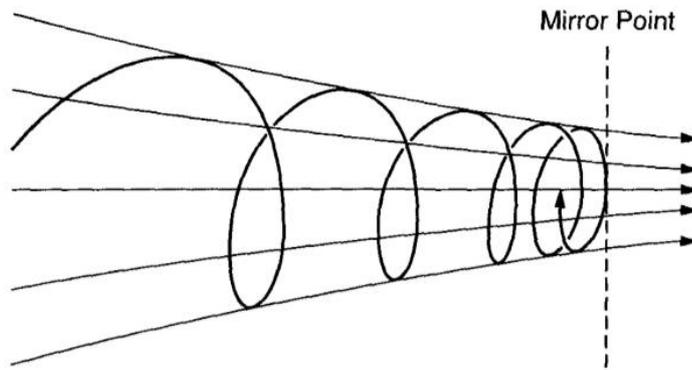


Figura 2-9. Órbita de un ion en un campo magnético convergente.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

En el caso del campo magnético terrestre, el cual se puede aproximar como un dipolo donde la fuerza magnética es mínima en el ecuador y las líneas convergen en los hemisferios, las partículas que quedan atrapadas son las partículas de alta energía de los cinturones de radiación (ver Figura 2-1). Estas partículas no sólo giran y oscilan, sino que sufren una ligera desviación  $v_B$  consecuencia del gradiente y la curvatura del campo magnético terrestre. Dicha deriva tiene direcciones opuestas para iones y electrones, de manera que los iones son desviados hacia el oeste, mientras que los electrones se mueven hacia el este alrededor de la Tierra. La corriente asociada a este movimiento de cargas opuestas constituye la ya mencionada corriente de anillo.

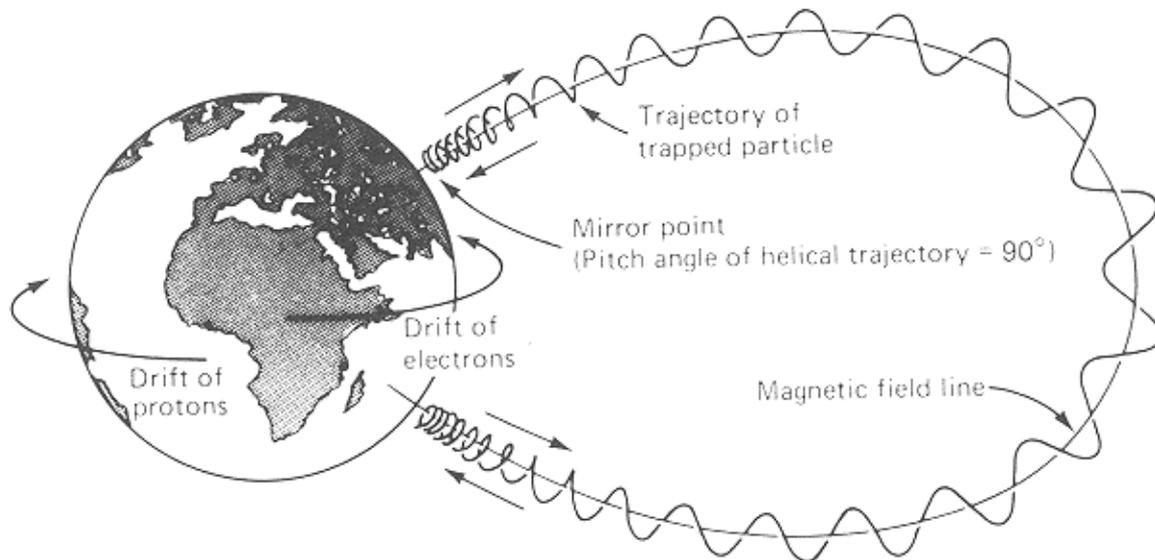


Figura 2-10. Trayectoria de las partículas atrapadas a lo largo de una línea de campo magnético.

Fuente: University of New Hampshire. Experimental Space Plasma Group [11]

### 2.2.3.7 Tormentas magnéticas

En ocasiones, el número de partículas inyectadas desde la cola en el cinturón de radiación exterior aumenta, lo que se traduce en un crecimiento de la corriente de anillo. La acentuación del número de partículas generalmente se debe a un incremento del campo eléctrico en la región de la cola, y suele requerir de estímulos externos, tales como la llegada de un frente de choque o un chorro rápido de viento solar.

En estos casos, se aprecian fuertes descensos en la magnitud medida del campo magnético terrestre, debido al campo magnético inducido por la corriente de anillo, que se contrapone al dipolo magnético terrestre. Las caídas del campo magnético fueron detectadas por magnetogramas en la superficie terrestre mucho antes de conocerse las corrientes de anillo, y se señalaron entonces como *tormentas magnéticas*.

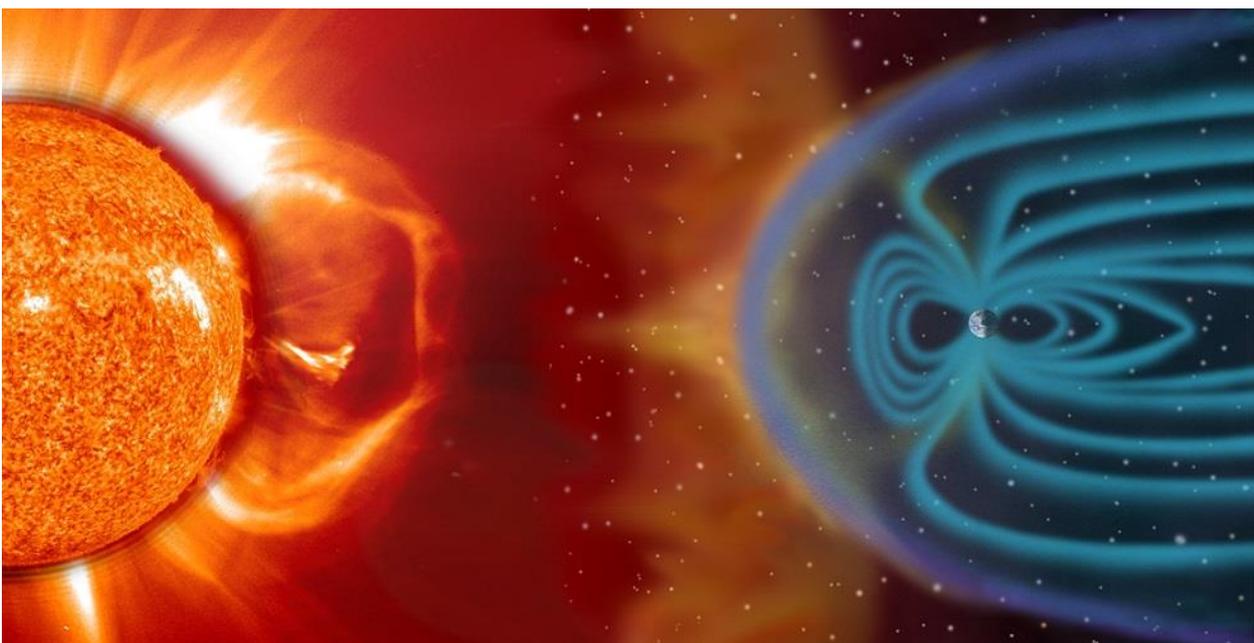


Figura 2-11. Ilustración de una tormenta geomagnética.

Fuente: Phys.org [12]

### 2.2.4 Magnetohidrodinámica

En los apartados anteriores, se ha tomado la aproximación más simple de la física de plasmas para explicar las partículas atrapadas y las corrientes de anillo. No obstante, algunas de las características propias más importantes del plasma sólo pueden justificarse considerando el movimiento conjunto de partículas.

En general, las partículas de alta energía se mueven a través de las líneas del campo bajo la acción de gradientes magnéticos y fuerzas de curvatura. Sin embargo, las partículas más frías del plasma tienen giroradios pequeños y no sienten las fuerzas magnéticas pues su energía es mucho menor en esas escalas espaciales. En ausencia de campos eléctricos externos, las partículas frías se mantienen girando alrededor de la línea de campo magnético (condición “frozen-in”). Esto no significa que el plasma frío en la magnetosfera sea estacionario; el plasma se mueve junto con las líneas del campo magnético bajo la influencia de dos fuerzas externas, en la magnetosfera externa la fuente de energía más importante para el movimiento es la energía cinética del viento solar, mientras que en la magnetosfera interna el movimiento se debe a la rotación diaria de la Tierra.

#### 2.2.4.1 Flujo congelado (“frozen-in”) y difusión

Las partículas frías del plasma magnetosférico están ligadas a una línea de campo específica, la cual no pueden abandonar a menos que se den fenómenos colectivos, como colisiones anómalas de partículas. Incluso las partículas de alta energía se mantendrán fijas a la línea alrededor de la cual giran en regiones donde los gradientes de campo magnético o la curvatura sean débiles. En consecuencia, siempre que una línea de campo se mueva debido a la acción de fuerzas externas, el plasma frío asociado a la línea se moverá con ella. Asimismo, dado que no puede abandonar la línea, el plasma frío transportará en su movimiento las líneas de campo magnético. En el caso del viento solar, el campo magnético se encuentra “congelado” en el plasma y es desplazado junto con el chorro de partículas.

Con el tiempo, el campo magnético tiende a dispersarse en el plasma de manera homogénea (ver  $t_1$  Figura 2-12). En ocasiones, cuando las líneas de campo de diferentes regiones se superponen, estas pueden sumarse vectorialmente y cambiar la estructura topológica del campo magnético (ver  $t_2$  Figura 2-12).

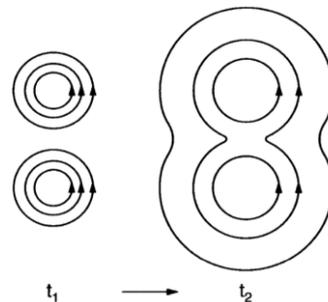


Figura 2-12. Difusión de las líneas de campo magnético.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

Siempre que la difusión magnética sea mínima, se tendrá la situación de flujo magnético congelado y las líneas de campo magnético se moverán junto con el plasma de acuerdo a la condición anteriormente mencionada “frozen-in”.

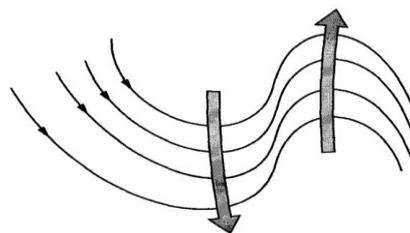


Figura 2-13. Líneas de campo magnético moviéndose junto con el plasma.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

La condición “frozen-in” puede evaluarse mediante el denominado *número de Reynolds magnético*, que compara el movimiento convectivo del campo y el plasma en conjunto frente a la difusión del campo magnético a través del medio.

$$R_m \sim \frac{\text{convección campo - plasma}}{\text{difusión magnética}} \quad (2-9)$$

El número de Reynolds magnético resulta muy útil a la hora de determinar si un medio está dominado por la difusión o por el flujo. En particular, cuando  $R_m \gg 1$  el término difusivo puede ser despreciado y el campo magnético simplemente se mueve con el flujo de plasma, se dice que se halla “congelado” en el mismo. Por otro lado, si  $R_m \approx 1$  la difusión se vuelve importante, pudiendo dominar el movimiento. En este caso, el campo magnético deja de estar congelado en el plasma y puede desplazarse a través del mismo. Por tanto, en una región dominada por la difusión, el plasma podrá fluir libremente atravesando el campo magnético sin que esto tenga un efecto significativo en el mismo.

El número de Reynolds magnético es proporcional a la conductividad, la escala de longitud y la velocidad; aumentar cualquiera de estos términos implica una preponderancia de la condición “frozen-in”. Cabe destacar que la velocidad considerada será siempre la perpendicular al campo magnético, cualquier flujo paralelo al campo no tendrá consecuencia alguna. Generalmente, la velocidad del flujo de plasma presenta valores bajos, por lo que las cantidades dominantes que determinan el comportamiento serán la conductividad y la escala de longitud.

#### 2.2.4.2 Reconexión magnética y configuración tipo-X

Existe un escenario en el que el concepto de flujo congelado y su ruptura son igualmente importantes. Se trata del proceso de *reconexión magnética*, en el que las líneas de campo se cortan y conectan con otras líneas, cambiando la topología del campo magnético.

Se considera una topología con líneas de campo antiparalelas congeladas en el plasma, como muestra la Figura 2-14. Dicha configuración se tiene en regiones donde existen láminas finas de corriente, como en el caso de la magnetopausa y en la lámina de plasma de la cola magnética (zona diurna y nocturna de la magnetosfera). Si las líneas de campo a ambos lados de la lámina de corriente son estacionarias y no se mueven, esta disposición puede ser estable durante largos periodos de tiempo.

Sin embargo, si el plasma y las líneas de campo a ambos lados se mueven hacia la lámina de corriente, la situación puede cambiar. Cuando el número magnético de Reynolds se hace igual o mayor a uno, por ejemplo, en un volumen pequeño debido a colisiones anómalas, el campo magnético podría desaparecer en un punto concreto como consecuencia de la difusión. Esto da lugar a la *configuración tipo-X* mostrada en el panel medio de la Figura 2-14, donde el centro magnético es cero en el centro de la X, el denominado *punto neutro magnético*. Las líneas de campo que forman la X y pasan a través del punto neutro se conocen como *separatrices*.

Como resultado de lo anterior, el plasma y las líneas de campo llegan desde cada lado de la lámina al punto neutro, ahí las líneas antiparalelas se cortan a la mitad y las medias líneas de campo de un lado conectan con las del otro lado. Seguidamente, las nuevas líneas son “expulsadas” del punto neutro (panel derecho de la Figura 2-14). Las líneas de campo que resultan de la reconexión estarán pobladas de una mezcla de plasma de cada lado.

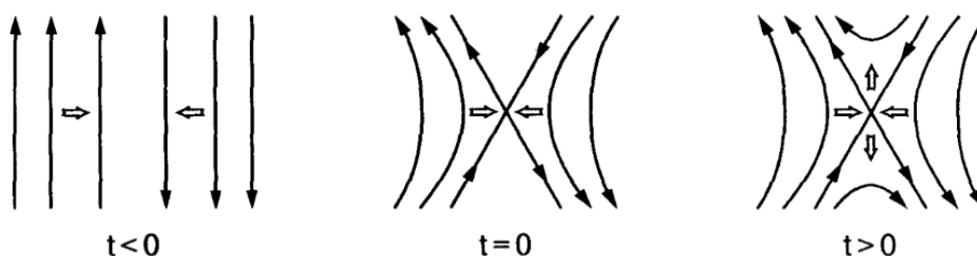


Figura 2-14. Evolución de la reconexión de las líneas de campo magnético.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

### 2.2.4.3 Reconexión magnética en la magnetosfera

En el espacio magnetosférico, el flujo de viento solar magnetizado implica un campo eléctrico en el marco de referencia de la Tierra. Dado que el viento solar no puede penetrar directamente en la magnetopausa (ver Subsección 2.1.2), dicho campo eléctrico tampoco podrá hacerlo en la magnetosfera.

En el caso de que el campo magnético interplanetario tenga una componente dirigida hacia el sur, las líneas del campo magnético terrestre que se encuentran orientadas hacia el norte en el lado diurno de la magnetopausa podrán conectar con las líneas del campo magnético interplanetario.

Cuando una línea de campo interplanetario dirigida hacia el sur (indicada como 1 en la Figura 2-15) alcanza la magnetopausa, enlazará con la línea 1 de campo terrestre más próxima. Las líneas conectadas se separarán en dos líneas de campo abiertas, señaladas como 2, cada una de las cuales tiene un extremo que conecta con la Tierra y otro que se extiende hacia el viento solar. El viento solar transportará cada línea hasta la región de la cola (ver líneas 3, 4, 5, 6) y, debido a la rigidez de la línea de campo, la parte magnetosférica de la línea (dentro de la región sombreada) también será transportada hasta la cola.

En el lado nocturno de la magnetosfera, a una distancia de entre 100-200 radios terrestres en la región de la cola, las dos líneas de campo abiertas volverán a encontrarse y a reconectar (líneas 7), dando lugar a una línea de campo terrestre cerrada en la magnetocola y una línea de campo de viento solar aguas debajo de la magnetosfera (líneas 8). Como consecuencia de la tensión magnética, la línea de campo cerrada se relajará y acortará, dirigiéndose hacia el este terrestre. Durante la relajación transportará consigo el plasma “congelado” en ella hacia la Tierra. En condiciones de equilibrio, la línea de campo llegará de nuevo hasta el frente de la magnetosfera y reemplazará a la línea de campo terrestre 1, si no fuese así, la parte diurna de la magnetosfera pronto estaría falta de flujo magnético. Siempre y cuando el campo magnético interplanetario siga teniendo una componente hacia el sur, el ciclo se repetirá de nuevo.

El enlace en el frente de la magnetopausa y la reconexión en la cola no se producen en puntos singulares, sino a lo largo de una línea, denominada *línea-X* o *línea neutral*, dado que la fuerza del campo magnético es nula en los puntos que forman dicha línea.

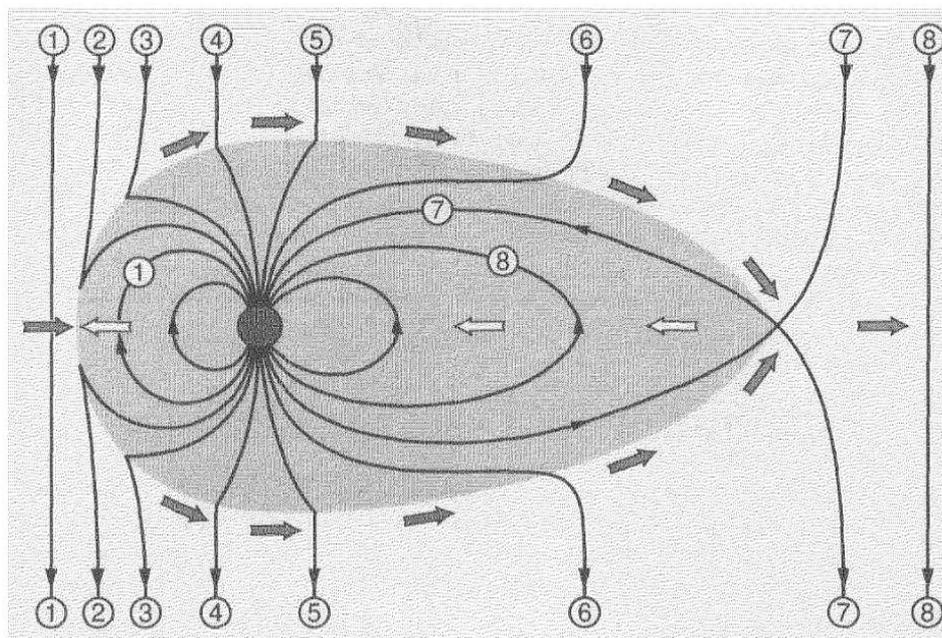


Figura 2-15. Ciclo de reconexión magnética.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

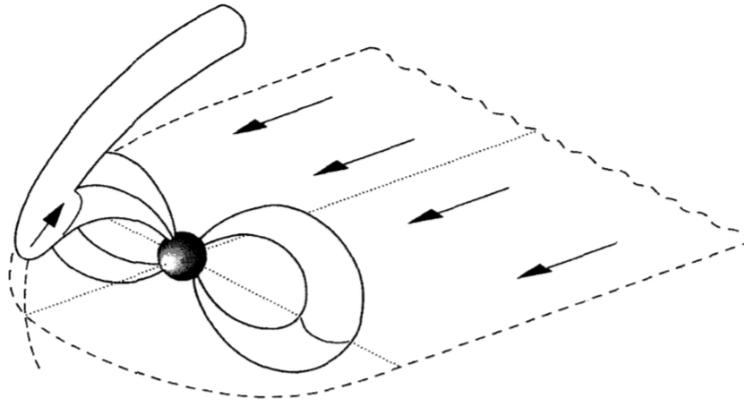


Figura 2-16. Convección de plasma en el proceso de reconexión magnética.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

#### 2.2.4.4 Tasa de reconexión y subtormentas magnetosféricas

La cantidad de flujo magnético en la parte diurna que se enlaza por unidad de tiempo, la *tasa de reconexión* diurna, depende del número de líneas de campo interplanetarias dirigidas hacia el sur que entren en contacto con la magnetopausa terrestre durante el intervalo de tiempo dado. A su vez, ello depende de la velocidad del viento solar y de la magnitud de la componente orientada al sur del campo magnético interplanetario, presentando esta última mayor variabilidad. De hecho, se dan considerables periodos temporales en los que el campo magnético interplanetario está dirigido al norte y la conexión de las líneas en el frente diurno no es posible. De este modo, se encuentran tanto intervalos en los que la magnetosfera se halla en calma y la convección cesa, como periodos donde se enlazan grandes cantidades de flujo y el plasma magnetosférico está activo.

Con el tiempo, todo el flujo magnético transportado a la cola debe reconectarse y ser llevado de vuelta al frente de la magnetosfera. Sin embargo, las tasas de reconexión instantáneas no tienen por qué ser iguales en el lado diurno y en el lado nocturno, únicamente deben serlo sus tasas medias. En realidad, sólo una parte del flujo que es transportado a la cola se reconecta instantáneamente y vuelve al frente de la magnetopausa. Las líneas de campo restantes se adhieren a los lóbulos de la cola, incrementando en estas regiones la densidad del flujo magnético. Después de cerca de una hora, estas líneas de campo almacenadas de manera intermedia se reconectan repentinamente en la cola y su energía magnética es liberada de manera explosiva.

La reconexión súbita tiene efectos importantes en el plasma magnetosférico, implicando fenómenos como las auroras y las corrientes magnetosféricas e ionosféricas, que duran entre una y dos horas y son conocidos como *subtormentas magnetosféricas*.

Cuando se producen seguidamente grandes subtormentas, la corriente de anillo crece significativamente y se produce una tormenta magnética (ver Apartado 2.2.3.7).

#### 2.2.5 Teoría cinética del plasma

En lo que sigue se describirá el comportamiento global del plasma desde una aproximación de naturaleza estadística, recogida en la denominada *teoría cinética del plasma*.

El comportamiento colectivo del plasma se fundamenta en las interacciones de largo alcance entre las partículas del plasma cargadas debido a los campos eléctricos  $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ , y los campos magnéticos  $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$  generados cuando las cargas se mueven a una velocidad dada  $\mathbf{v}$ . La configuración de campo real será la suma de todas las contribuciones microscópicas de las partículas a los campos. Dicho campo promedio presenta una estructura espacial extremadamente compleja y, además, varía en las diferentes escalas temporales. Asimismo, el movimiento de las partículas en todos los campos microscópicos está lejos de la descripción simple del movimiento de una sola partícula expuesta anteriormente. Por ello, tener en cuenta todos los campos y la dinámica completa de las partículas es una tarea de enorme complejidad y resulta necesario considerar ciertas simplificaciones.

### 2.2.5.1 Densidad de partícula. Espacio de fase

Se asume un sistema constituido por un gran número de partículas que interactúan entre sí, cada una de las cuales con una posición  $\mathbf{x}_i(t)$  y una velocidad  $\mathbf{v}_i(t)$  específicas en función del tiempo. Estas posiciones y velocidades se toman como coordenadas independientes en un espacio de seis dimensiones con ejes de coordenadas  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ , llamado *espacio de fase*.

Es posible definir una densidad exacta  $\mathcal{F}_i$  de cada partícula  $i$  tal que:

$$\mathcal{F}_i(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t))\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)) \quad (2-10)$$

Donde  $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t)) = \delta(x - x_i(t))\delta(y - y_i(t))\delta(z - z_i(t))$  y  $\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t))$  son funciones delta de Dirac tridimensionales<sup>1</sup>.

La ecuación (2-10) supone que la densidad en el espacio de fase es distinta de cero sólo en la posición y velocidad de la partícula  $i$  en el tiempo  $t$ . Para cada partícula  $i$  dicha densidad es singular dado que su posición en el espacio de fase,  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$  y  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_i$ , en el tiempo  $t$  no es más que un punto dentro de un elemento de volumen  $d\mathbf{x}d\mathbf{v}$ , como muestra la Figura 2-17. Al integrar sobre todo el espacio de fase se obtiene el valor uno, lo cual implica que la partícula puede encontrarse con certeza en algún lugar del espacio de fase.

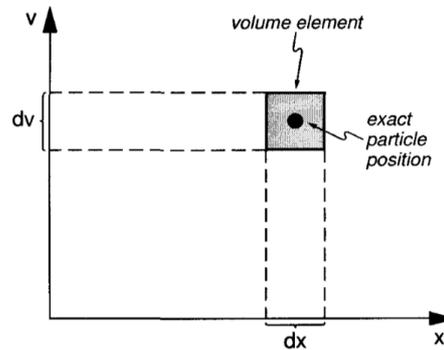


Figura 2-17. Posición de la partícula y elemento de volumen en el espacio de fase.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

La función de densidad total del plasma será la suma de todas las densidades particulares de cada partícula, es decir:

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = \sum_i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i(t))\delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_i(t)) \quad (2-11)$$

Si el plasma contiene distintas especies, la expresión anterior debe especificarse para cada una de las mismas, siendo la densidad total la suma de las densidades de las especies.

La interpretación geométrica de la ecuación (2-11) es que el volumen del espacio de fase que ocupa el plasma se compone del conjunto de puntos, o de manera equivalente, de los elementos de volumen correspondientes a dichos puntos (véase Figura 2-17).

### 2.2.5.2 Densidad promedio. Función de distribución

Es posible definir un promedio de densidad de espacio de fase,  $\langle \mathcal{F}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \rangle = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ , y expresar la densidad total como la suma de la densidad media y una fluctuación,  $\delta\mathcal{F}$ , que tenga en cuenta la desviación de la densidad total respecto a la densidad promedio:

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) = f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) + \delta\mathcal{F}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \quad (2-12)$$

<sup>1</sup> Delta de Dirac: función  $\delta(x)$  cuyo valor es infinito en  $x=0$  y es nulo en cualquier otro punto, de tal manera que su integral es uno.

Dado que las fluctuaciones deben formar un conjunto estadístico, el promedio de la fluctuación debe ser cero,  $\langle \delta \mathcal{F} \rangle = 0$ .

La densidad promedio  $f$  es la *función de distribución* de las partículas en el espacio de fase y se interpreta como la probabilidad de encontrar un punto en un elemento de volumen  $d\mathbf{x}d\mathbf{v}$  concreto. La función de distribución, como magnitud promedio, presenta la ventaja de no depender de las coordenadas particulares de todas las partículas de una especie, sino únicamente de las coordenadas del espacio de fase  $(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$ . En este caso, ya no se describe la posición exacta de las partículas en el volumen, en su lugar, se estudia la probabilidad de encontrar el conjunto en el intervalo  $\{\mathbf{x}, \mathbf{x} + d\mathbf{x}\}, \{\mathbf{v}, \mathbf{v} + d\mathbf{v}\}$ .  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  será por tanto una función de distribución de densidad de probabilidad.

### 2.2.5.3 Función de distribución en velocidad. Distribución de Maxwell

Resulta imposible representar gráficamente la función de distribución  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  en el espacio de fase de seis dimensiones, dado que éste varía en espacio, velocidad y tiempo. Sin embargo, generalmente la propiedad más interesante de la función de distribución es su dependencia con la velocidad en una posición fija del espacio. Muchas de las características distintivas de los plasmas pueden entenderse conociendo su dependencia con la velocidad. En lo que sigue, se considera la función de distribución como una *función de distribución en velocidad*,  $f(\mathbf{v})$ , asumiendo que el plasma es estacionario y está espaciado homogéneamente, esto es, que no cambia en el tiempo y que no muestra variaciones espaciales. En general, dicho supuesto es cierto sólo cuando el plasma se encuentra en equilibrio térmico. En caso contrario, el intervalo de tiempo en que se estudia la distribución debe ser pequeño para asegurar el equilibrio.

La forma más común de expresar la función de distribución en velocidad de un plasma sin colisiones es la *distribución de Maxwell* (véase Apéndice A-2). Un plasma maxwelliano se encuentra en equilibrio térmico, lo que implica que no dispone de energía libre y, por tanto, no se producen procesos de intercambio de energía entre las partículas del mismo. En este caso, las velocidades de las partículas pueden asumirse distribuidas aleatoriamente en torno a la velocidad promedio. Para un plasma en reposo, la velocidad promedio es cero, y la distribución de las velocidades se expresa como una distribución de errores gaussianas:

$$g(\Delta x) = (\pi \langle \Delta x \rangle^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(\Delta x)^2}{\langle \Delta x \rangle^2}\right) \quad (2-13)$$

Sustituyendo  $\Delta x$  por una componente de la velocidad, p. ej.  $v_x$ , y la varianza  $\langle \Delta x \rangle^2$  por la velocidad media de propagación  $\langle v_x \rangle^2$ , y multiplicando por la densidad de partícula promedio  $n$ , se obtiene la expresión unidimensional en velocidad de la función de distribución en equilibrio:

$$f(v_x) = \frac{n}{(\pi \langle v_x \rangle^2)^{1/2}} \exp\left(-\frac{v_x^2}{\langle v_x \rangle^2}\right) \quad (2-14)$$

La ecuación (2-14) puede reescribirse convenientemente de la forma:

$$f(v_x) = n \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \quad (2-15)$$

Donde  $m$  es la masa de la partícula,  $k$  la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura cinética promedio (véase Apartado 2.2.6.5), considerando  $T$  igual en todas las direcciones en el caso de un plasma isótropo<sup>2</sup>. La velocidad media de propagación  $\langle v \rangle = (2kT/m)^{1/2}$  se denomina velocidad térmica y su desarrollo se explica con detalle en el Apartado 2.2.6.5.

Es posible generalizar la expresión (2-16) al caso en tres dimensiones definiendo  $\mathbf{v} = v_{\perp 1} \mathbf{r}_{\perp 1} + v_{\perp 2} \mathbf{r}_{\perp 2} + v_{\parallel} \mathbf{r}_{\parallel}$ , esto es, componentes perpendiculares y paralela a la dirección del campo magnético terrestre. Además, la ecuación puede extenderse al supuesto en que la velocidad promedio de la función de distribución con respecto a  $v_x$  no sea cero, como muestra la parte derecha de la Figura 2-18. En este caso,  $v_x$  debe sustituirse por  $v_x - v_0$

<sup>2</sup> Isótropo: presenta propiedades idénticas en todas las direcciones.

o, de manera más general,  $\mathbf{v}$  se reemplaza por  $\mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ . Dado que las componentes de la velocidad son independientes, la función de distribución 3D en un plasma se obtiene como producto de tres maxwellianas unidimensionales<sup>3</sup>:

$$f(\mathbf{v}) = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left( - \frac{m(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)^2}{2kT} \right) \quad (2-16)$$

El resultado de integrar la ecuación (2-16) en el espacio tridimensional de velocidades es  $n$ , la densidad macroscópica total (consultar Apéndice A-2). Por tanto, la distribución en velocidad maxwelliana da una idea de cómo la densidad de la partícula en equilibrio, en un punto dado del espacio y tiempo, se distribuye en el espacio de velocidades, dependiendo de la energía térmica media de las partículas.

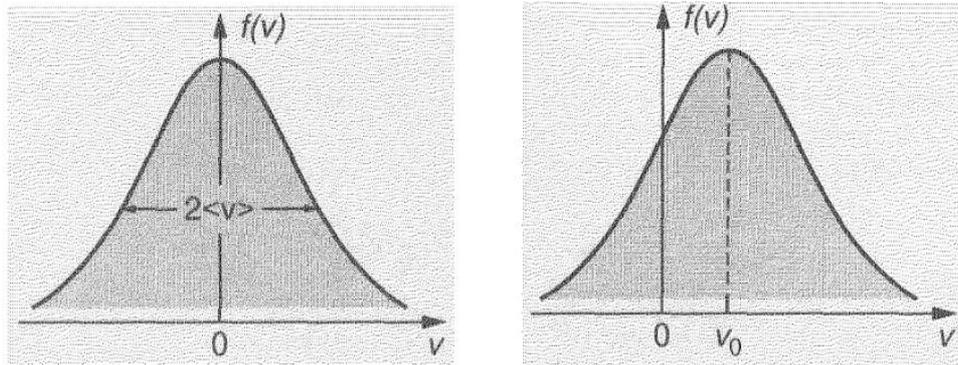


Figura 2-18. Distribuciones maxwellianas en velocidad unidimensionales.

Fuente: Basic Space Plasma Physics [10]

#### 2.2.5.4 Distribución anisótropa

Hasta ahora, se ha tomado una temperatura  $T$  uniforme en todas las direcciones. Sin embargo, en el caso real, la presencia de campos magnéticos conlleva cierta anisotropía, distinguiéndose distintas temperaturas  $T_{\perp 1}$ ,  $T_{\perp 2}$  y  $T_{\parallel}$ . De nuevo, dado que tanto las componentes de la velocidad como de la temperatura son independientes, las distribuciones en 2D y 3D se calculan como producto de las expresiones unidimensionales en las direcciones consideradas.

- o Caso 1D:

$$f(v_{\parallel}) = \frac{n}{T_{\parallel}^{1/2}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{1/2} \exp \left( - \frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel})^2}{2kT_{\parallel}} \right) \quad (2-17)$$

$$f(v_{\perp 1}) = \frac{n}{T_{\perp 1}^{1/2}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{1/2} \exp \left( - \frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1})^2}{2kT_{\perp 1}} \right) \quad (2-18)$$

$$f(v_{\perp 2}) = \frac{n}{T_{\perp 2}^{1/2}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{1/2} \exp \left( - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2})^2}{2kT_{\perp 2}} \right) \quad (2-19)$$

Las funciones de distribución  $f(v_{\parallel})$ ,  $f(v_{\perp 1})$  y  $f(v_{\perp 2})$  tendrán unidades  $\left[ \frac{s}{m^4} \right]$ . La integración en velocidad de una función de distribución unidimensional proporciona el valor de la densidad en un punto,  $\left[ \frac{1}{m^3} \right]$ .

<sup>3</sup> Una idea de la probabilidad básica es que para eventos independientes se toma el producto de las probabilidades individuales.

○ Caso 2D:

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp 1}) = \frac{n}{T_{\parallel}^{1/2} T_{\perp 1}^{1/2}} \frac{m}{2\pi k} \exp\left(-\frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel})^2}{2kT_{\parallel}} - \frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1})^2}{2kT_{\perp 1}}\right) \quad (2-20)$$

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp 2}) = \frac{n}{T_{\parallel}^{1/2} T_{\perp 2}^{1/2}} \frac{m}{2\pi k} \exp\left(-\frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel})^2}{2kT_{\parallel}} - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2})^2}{2kT_{\perp 2}}\right) \quad (2-21)$$

$$f(v_{\perp 1}, v_{\perp 2}) = \frac{n}{T_{\perp 1}^{1/2} T_{\perp 2}^{1/2}} \frac{m}{2\pi k} \exp\left(-\frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1})^2}{2kT_{\perp 1}} - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2})^2}{2kT_{\perp 2}}\right) \quad (2-22)$$

Las funciones  $f(v_{\parallel}, v_{\perp 1})$ ,  $f(v_{\parallel}, v_{\perp 2})$  y  $f(v_{\perp 1}, v_{\perp 2})$  tendrán unidades  $\left[\frac{s^2}{m^5}\right]$ .

○ Caso 3D:

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp 1}, v_{\perp 2}) = \frac{n}{T_{\parallel}^{1/2} T_{\perp 1}^{1/2} T_{\perp 2}^{1/2}} \left(\frac{m}{2\pi k}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel})^2}{2kT_{\parallel}} - \frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1})^2}{2kT_{\perp 1}} - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2})^2}{2kT_{\perp 2}}\right)$$

La función de distribución tridimensional  $f(v_{\parallel}, v_{\perp 1}, v_{\perp 2})$  tendrá unidades  $\left[\frac{s^3}{m^6}\right]$ . (2-23)

## 2.2.6 Variables macroscópicas. Momentos de la función de distribución

Las funciones de distribución no cuantifican variables físicas como velocidades o densidades, sólo proporcionan probabilidades de cuántas partículas pueden encontrarse en un determinado intervalo de velocidad o energía. Sin embargo, es posible obtener medidas macroscópicas a partir de una función de distribución conocida. Los *momentos de velocidad* de la distribución de probabilidad describen cantidades físicas concretas asociadas a dicha probabilidad.

El cálculo de los momentos de velocidad de una función de distribución es simple. La función de distribución es dependiente de la velocidad, el espacio y el tiempo; mientras que variables macroscópicas como la densidad numérica,  $n$ , la velocidad media,  $\mathbf{v}_0$ , la temperatura promedio,  $T$ , etc., no dependen de la velocidad de las partículas, únicamente del espacio y el tiempo. En consecuencia, para obtener estas cantidades se puede integrar sobre todo el espacio de velocidades. El momento  $i$  de la función de distribución  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  se obtiene de la integral:

$$\mathcal{M}_i(\mathbf{x}, t) = \int \mathbf{v}^i f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d^3v \quad (2-24)$$

Donde se tienen  $i$  factores de  $\mathbf{v}$  y  $\mathcal{M}_i$  es un tensor de rango  $i$ . En principio, el número de momentos que pueden calcularse de la función de distribución es infinito. No obstante, sólo los primeros tienen fácil interpretación física.

La definición anterior pone de manifiesto la utilidad de la función de distribución; el cálculo de variables macroscópicas significativas puede realizarse a partir de integraciones simples.

### 2.2.6.1 Densidad de partículas

La *densidad numérica* viene dada por el momento de orden cero:

$$n = \int f(\mathbf{v}) d^3v \quad (2-25)$$

### 2.2.6.2 Densidad de flujo de partículas. Velocidad de flujo

La *velocidad media o de flujo* se tiene a partir del momento de primer orden de la distribución. El momento primer orden se conoce como *densidad de flujo de partículas*:

$$n\mathbf{v}_0 = \int \mathbf{v}f(\mathbf{v})d^3v \quad (2-26)$$

Entendiéndose  $\mathbf{v}_0$  como la velocidad que describe el flujo macroscópico de todo el conjunto de partículas. Se trata de una velocidad media que incluye todas las especies de partículas presentes en el plasma.

$$\mathbf{v}_0 = \frac{1}{n} \int \mathbf{v}f(\mathbf{v})d^3v \quad (2-27)$$

Es habitual medir los momentos de segundo y tercer orden en el marco de referencia de esta velocidad  $\mathbf{v}_0$ .

### 2.2.6.3 Tensor de presiones

El *tensor de presiones* se calcula considerando el momento de segundo orden de acuerdo a la expresión:

$$\mathbf{P} = m \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)f(\mathbf{v})d^3v \quad (2-28)$$

Dado que el producto de las dos velocidades es un producto diádico, la presión resultante será un tensor.

### 2.2.6.4 Tensor de calor. Vector densidad de flujo de calor

El momento de tercer orden se emplea para cuantificar las desviaciones respecto del equilibrio y es conocido como *tensor de calor*. Se trata de un tensor de tercer orden o diada, y aunque como tal no es especialmente útil, sí lo es su traza, el denominado *vector densidad de flujo de calor*  $\mathbf{q}$ , que describe el transporte de calor en una dirección del plasma, que no es obligatoriamente la dirección del flujo principal.

$$\mathbf{q} = \frac{m}{2} \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)f(\mathbf{v})d^3v \quad (2-29)$$

### 2.2.6.5 Temperatura cinética. Velocidad térmica

El tensor de presiones  $\mathbf{P}$  está formado por su traza y los términos fuera de la diagonal. Los términos fuera de la diagonal son los esfuerzos en el plasma; la traza del tensor de presiones permite obtener la presión térmica (magnitud escalar)  $p$ :

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\mathbf{P}) \quad (2-30)$$

Donde  $\text{tr}(\mathbf{P}) = m \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)f(\mathbf{v})d^3v$ .

Considerando la ley de los gases ideales  $p = nkT$ , es posible obtener la temperatura del plasma como una cantidad escalar:

$$T = \frac{m}{3kn} \int (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)f(\mathbf{v})d^3v \quad (2-31)$$

Esta temperatura se denomina *temperatura cinética*, y puede ser calculada para plasmas en equilibrio térmico o próximos a éste. Dado que puede tomarse cualquier tipo de función de distribución, no se trata de una temperatura en el sentido estrictamente termodinámico, sino más bien de una medida de la distribución en el espacio de velocidad. Puesto que cada especie de partículas tiene su propia función de distribución, en una misma dirección las temperaturas serán diferentes en las distintas componentes del plasma.

Para demostrar el significado físico de la ecuación (2-31), puede calcularse la temperatura cinética a partir de la distribución de un plasma isotrópico en reposo,  $\mathbf{v}_0 = 0$ , y en equilibrio térmico. Sustituyendo en (2-31) la ecuación (2-16) para  $f(\mathbf{v})$ , se obtiene una integral de Maxwell cuya resolución es detallada en el Apéndice A-1. Finalmente, se llega a la expresión:

$$T = \frac{m\langle v \rangle^2}{2k} \quad (2-32)$$

Siendo la energía térmica del plasma igual a  $Tk$ .

Por conveniencia, se define la *velocidad térmica* como  $v_{th}^2 = \langle v \rangle^2/2$ . Despejando  $\langle v \rangle^2$  de la ecuación (2-32), la velocidad térmica queda:

$$v_{th} = \left(\frac{kT}{m}\right)^{1/2} \quad (2-33)$$

Nótese que para distribuciones anisótropas, integrando la ecuación (2-31) se habrían obtenido las temperaturas  $T_{\parallel}$ ,  $T_{\perp 1}$  y  $T_{\perp 2}$ , en lugar de la temperatura isotrópica  $T$ .

Siempre que el plasma se encuentre en equilibrio térmico, la temperatura tiene un significado bien definido, aun siendo este equilibrio anisótropo. Sin embargo, si no existe equilibrio, la interpretación se complica y la temperatura pierde su sentido original; en este caso la temperatura cinética únicamente contiene información de la energía cinética media en el plasma.

### 2.3 Misión MMS

La misión MMS (Multiescala Magnetosférica) de la NASA es la última de una larga serie de misiones espaciales para estudiar los plasmas de la magnetosfera terrestre. De las misiones anteriores destacan los satélites soviéticos de la serie Elektron, las sondas ISEE [13], RBSP [14] y THEMIS [15] de la NASA y las sondas Cluster II [16] de la ESA, estas últimas aún en funcionamiento.

El viernes 13 de marzo de 2015 a las 02:44 UTC la NASA lanzó los cuatro satélites MMS para el estudio del fenómeno de reconexión magnética en la magnetosfera terrestre. El lanzamiento se produjo mediante un cohete Atlas V 421 desde la rampa SLC-41 de la Base Aérea de Cabo Cañaveral y las naves fueron satisfactoriamente insertadas en la órbita ecuatorial esperada.

#### 2.3.1 Órbitas

El objetivo prioritario de la misión es obtener medidas en las regiones de difusión durante la reconexión del campo magnético. Para ello, las naves MMS trazan dos órbitas altamente elípticas. La primera fase, con un apogeo de 12 radios de la Tierra, estudia la interacción directa entre el viento solar y la magnetosfera en el lado diurno de la Tierra. En la segunda fase, con un apogeo de 25 radios de la Tierra, se sobrevuela el lado nocturno para recoger los episodios de reconexión en la cola del campo magnético, que llevan asociados fenómenos como tormentas y subtormentas magnéticas (véanse Apartados 2.2.3.7 y 2.2.4.4).

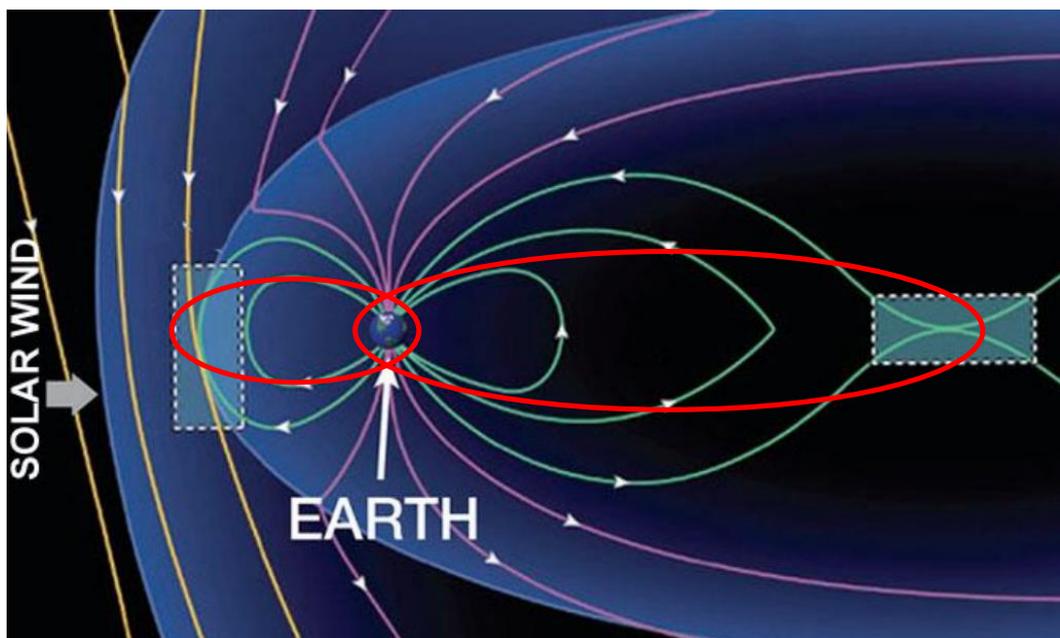


Figura 2-19. Regiones de interés del campo magnético que estudia la misión MMS.

Fuente: NASA [17]

#### 2.3.2 Satélites

La formación MMS se compone de cuatro satélites idénticos construidos por el centro Goddard de la NASA. Las cuatro naves son denominadas de forma oficial *MMS Observatory 1-4*, respectivamente.

Cada satélite tiene una masa de 1368 kg, de los cuales aproximadamente 400 kg corresponden al combustible. Los satélites tienen geometría octogonal, con un diámetro de 3,6 m y 1,2 m de altura, que se dispone alrededor de un núcleo cilíndrico donde se encuentra el sistema de propulsión. Se tienen ocho paneles solares y doce propulsores de hidracina (cuatro axiales y ocho radiales), alimentados por el tanque central. Una vez en órbita, los satélites despliegan seis antenas (dos radiales y dos axiales), además de dos magnetómetros, alcanzando los 112,5 m de diámetro. Las MMS están estabilizadas mediante un giro de 3 rpm, y vuelan en formación piramidal a distancias variables de entre 10 a 400 km, esta disposición ajustable permite observar la estructura tridimensional de la reconexión magnética. [18]

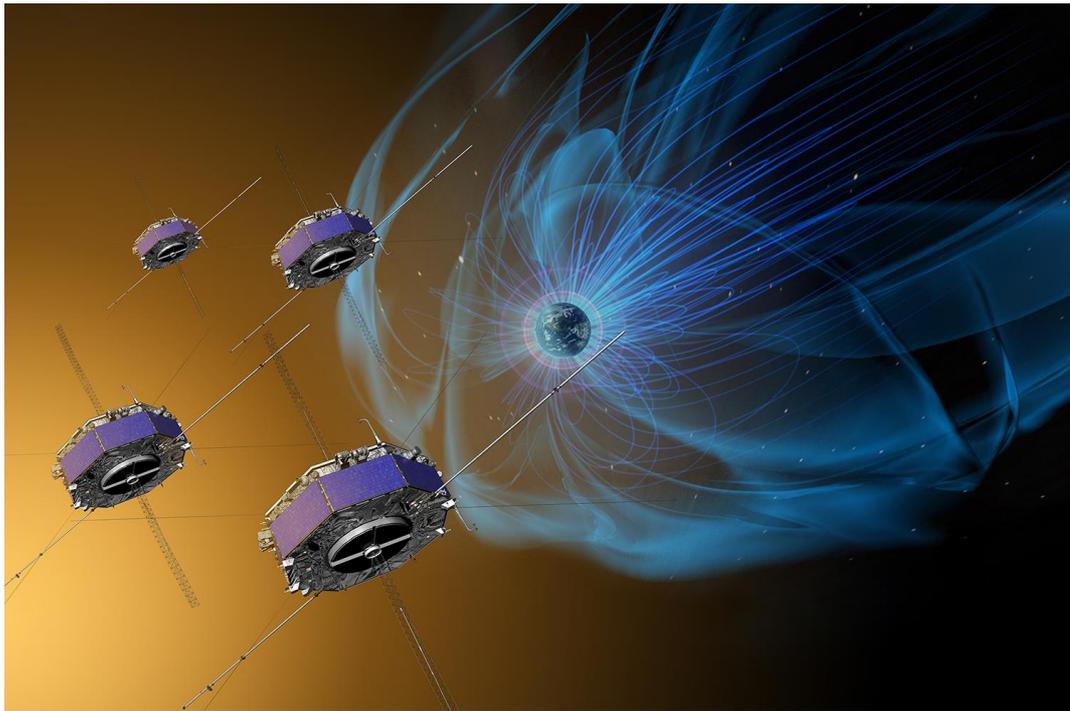


Figura 2-20. Satélites MMS volando en formación tetraédrica.

Fuente: NASA [19]

### 2.3.3 Instrumentos

Uno de los avances más importantes de la misión MMS respecto a expediciones anteriores es la mejor precisión espacial y temporal de su instrumentación, mejorada hasta en dos órdenes de magnitud. Cada satélite MMS lleva once instrumentos que pueden diferenciarse en tres grupos: [18]

- El conjunto HPM (Hot Plasma Suite) se encarga de medir las características del plasma de la magnetosfera durante la reconexión, e incluye los instrumentos FPI (Fast Plasma Investigation) y HPCA (Hot Plasma Composition Analyzer). El FPI consta de un total de ocho sensores para cada especie (iones y electrones), acoplados en pares como espectrómetros duales, de manera que se tienen cuatro espectrómetros duales de electrones DES que miden la densidad cada 30 ms y otros cuatro DIS que evalúan el plasma de iones cada 150 ms. [20] El HPCA es un espectrómetro de masas que analiza la composición del plasma cada 10 segundos (el periodo de rotación del satélite), centrándose en el estudio del oxígeno del plasma magnetosférico. [21]
- El conjunto EPDS (Energetic Particles Detector Suite) examina las partículas energéticas y está formado por los instrumentos FEEPS (Fly's Eye Energetic Particle Sensor) y EIS (Energetic Ion Spectrometer). [22] Cada satélite tiene dos FEEPS que miden el espectro de energías de los electrones e iones en 18 direcciones diferentes. En cuanto al EIS, se encarga de registrar la velocidad de los iones. [23]
- Por último, se tiene un conjunto de instrumentos destinados a medir los campos magnéticos y eléctricos de la magnetosfera. Este conjunto lo forman los magnetómetros AFG (Analog Fluxgate) y DFG (Digital Fluxgate) [24], el instrumento EDI (Electron Drift Instrument) [25], los instrumentos para medir el campo eléctrico SDP (Spin-plane Double Probe) [26] y ADP (Axial Double Probe) [27] y el magnetómetro de inducción SCM (Search Coil Magnetometer) [28].

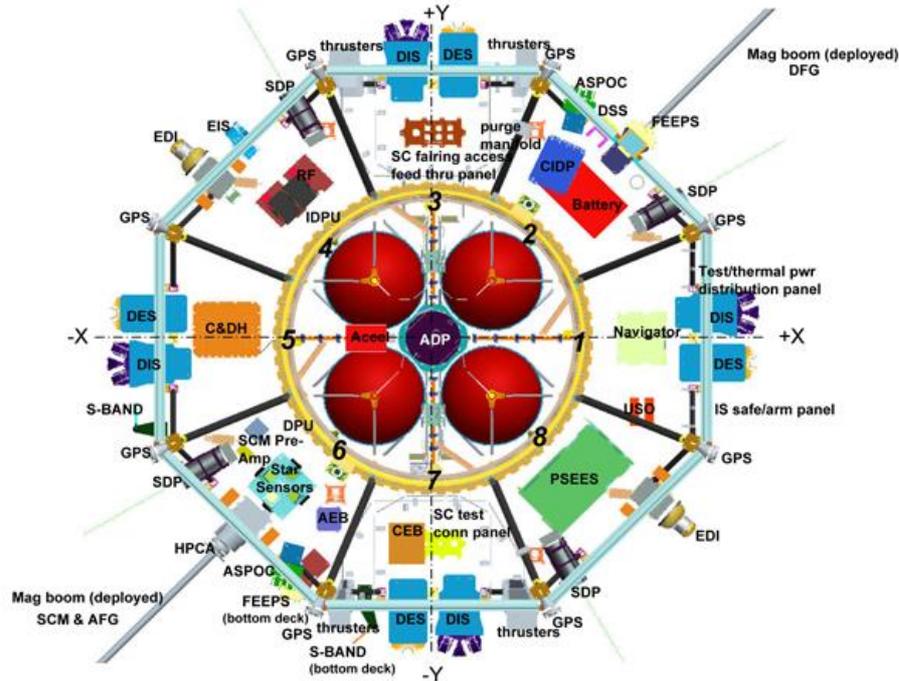


Figura 2-21. Instrumentos integrados en la nave MMS.

Fuente: NASA [29]

### 2.3.3.1 Instrumento FPI

En el presente estudio, los datos empleados para la caracterización de los dos tipos de poblaciones de iones son recogidos por el instrumento FPI, concretamente, se examinan las funciones de distribución de velocidad tridimensionales obtenidas a partir de las medidas de los espectrómetros duales de iones DIS.

#### Esquema general

El instrumento FPI consiste en cuatro DES (Dual Electron Spectrometer), cuatro DIS (Dual Ion Spectrometer) y una unidad de procesamiento de datos IDPU (Instrument Data Processing Unit). Los espectrómetros duales son controlados por la IDPU, a la cual transfieren datos. La IDPU, por su parte, es controlada por el procesador central de datos CIDP (Central Instrument Data Processor), al que pasa toda la información para su almacenamiento y descarga. Los cuatro espectrómetros duales son en realidad ocho espectrómetros que se empaquetan en pares en una configuración consecutiva. Los espectrómetros duales para cada especie se colocan alrededor del perímetro de la cubierta del instrumento a intervalos de 90°. La Figura 2-22 muestra un diagrama de bloques simplificado del instrumento. [20]

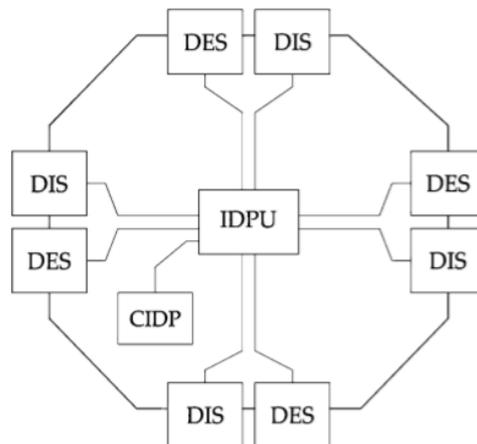


Figura 2-22. Diagrama de bloques simplificado del instrumento FPI.

Fuente: Pollock et al. (2016) [20]

### Convenios geométricos

Los espectrómetros duales miden distribuciones de flujo direccional diferencial en 3D (nivel de energía y espacio angular 2D) a alta resolución temporal. Los espectrómetros proporcionan una cobertura de energía de 2 eV a 30keV y un área completa de cobertura 2D angular, dada por:

- (1) Ángulo polar  $\theta$ , tal que  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ , parte del eje +Z de la nave (el denominado eje de espín).
- (2) Ángulo azimutal  $\varphi$ , tal que  $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$ , ángulo en el plano X-Y de la nave, parte del eje +X con orientación positiva de acuerdo a la regla de la mano derecha respecto al eje +Z.

Los espectrómetros se montan en el instrumento FPI de manera que los ángulos polar y azimutal coinciden con los de la nave. En el modo de operación de mayor resolución del instrumento, se consigue una cobertura total del skymap ( $360^\circ \times 180^\circ$ ) cada 150 ms para los iones. En este caso, cada espectrómetro proporciona muestras de espacio fase ( $\epsilon, \varphi, \theta$ ) de  $32 \times 32 \times 16$ . El barrido de energía  $\epsilon$  proporciona la componente radial de la velocidad, siendo la resolución del instrumento mucho mayor a niveles bajos de energía. En la dirección polar (vertical), el instrumento tiene un detector apuntando a cada ángulo, de manera que los 16 ángulos polares se muestrean simultáneamente (cada espectrómetro cubre  $180^\circ$  en  $\theta$ ). En cambio, para hacer el barrido en azimutal, ángulo horizontal, cada uno de los ocho espectrómetros es independiente y cubre  $45^\circ$  de los  $360^\circ$  en cuatro estados de deflexión (0-3 en las Figuras 2-23 y 2-24),  $11.25^\circ$  cada estado. Para ello, los espectrómetros del FPI incorporan una desviación electrostática, de manera que el centro del campo de visión de cada espectrómetro puede desviarse en el plano de giro de la nave hasta  $\pm 16.875^\circ$ . Los espectrómetros se valen de unas placas externas que inducen un campo eléctrico que deflecta el ángulo de llegada de las partículas. De este modo, se hace un barrido temporal en el que pasa un tiempo para cada uno de los estados de deflexión (el barrido no es simultáneo como en el caso del ángulo polar). Los ocho espectrómetros, cada uno con cuatro campos de visión, producen las 32 muestras de ángulo azimutal.

Las coberturas azimutal y polar se ilustran en la Figura 2-23. En el panel izquierdo, el campo de visión azimutal de un conjunto de DIS o DES se muestra en el marco de referencia de la nave. Las designaciones 0, 1, 2 y 3 se refieren a las definiciones de zona de deflector. La parte derecha de la figura muestra la cobertura de 16 ángulos polares, donde se indica el eje de giro +Z de la nave.

La Figura 2-25 presenta la configuración del espectrómetro que permite obtener los distintos campos de visión angulares. [20]

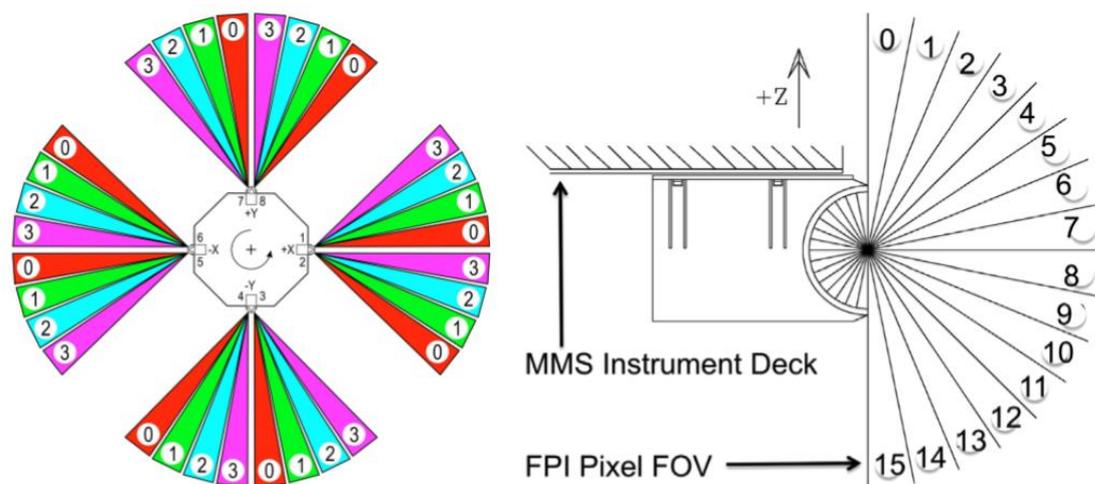


Figura 2-23. Coberturas angulares del instrumento FPI.

Fuente: Pollock et al. (2016) [20]

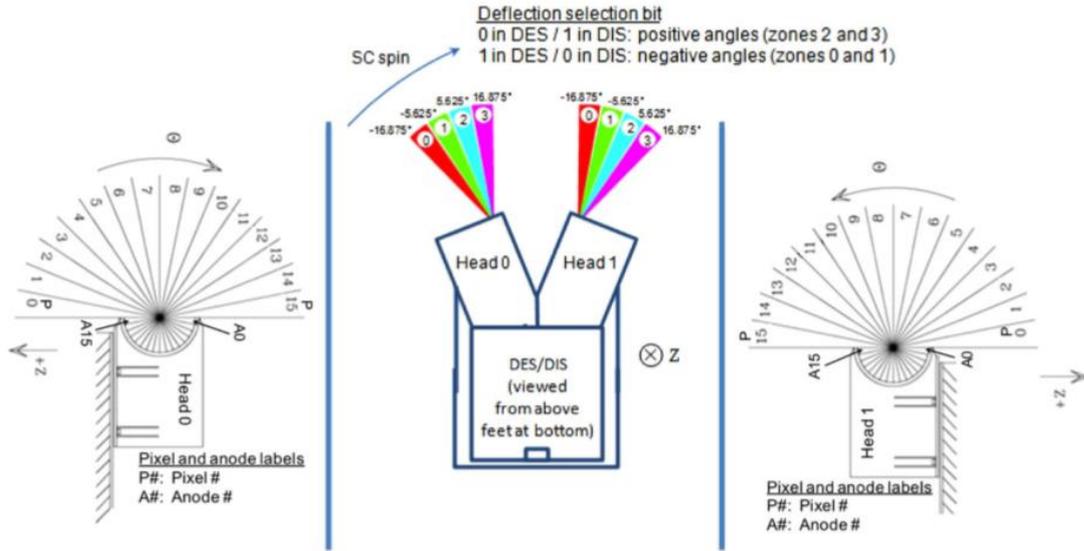


Figura 2-24. Configuración de un DES/DIS que proporciona los distintos campos de visión angulares.

Fuente: Pollock et al. (2016) [20]

**Modos de operación. Productos de datos del FPI**

El instrumento FPI genera datos científicos en dos modos de operación denominados *Fast Survey* y *Slow Survey*.

En el modo *Slow Survey*, se adquieren medidas cada minuto, tanto para los DES como para los DIS. Dichos datos tienen poca relevancia en la consecución de los objetivos primarios de la misión, y suponen menos de un 1% de los datos del FPI incluidos en la telemetría de la nave a tierra.

El modo *Fast Survey* se emplea cuando la nave se encuentra dentro de la región científica de interés. En este modo, las medidas se adquieren cada 30 ms para los DES y cada 150 ms para los DIS. Todas las medidas son comprimidas por la IDPU antes de ser transmitidas a tierra. Sin embargo, dadas las limitaciones de la telemetría y el alto volumen de datos adquiridos, incluso una vez comprimidos, no es posible mandar todos los datos. Todo el conjunto de datos de *Slow Survey* y *Fast Survey* es monitorizado, pero sólo los intervalos considerados de mayor importancia para el análisis científico son bajados a tierra. La prioridad de descarga es determinada por científicos en tierra en base a una versión en baja resolución de los datos. [20]

**Procesado de datos científicos**

A partir de los productos de datos del FPI, se calculan numéricamente las integrales de las distribuciones de velocidad. Antes de la integración se realizan correcciones a las energías, y por tanto a las velocidades, dado que el potencial de la nave con respecto al plasma que lo rodea no es nulo.

Por otro lado, el instrumento FPI no distingue los iones de acuerdo a su masa. En el cálculo de la función de distribución a partir de los datos del DIS, se asume que todos los iones son protones. Las medidas del instrumento HCPA, que mide iones como una función de la masa por carga, pero a una resolución temporal menor que el FPI, pueden emplearse para identificar los intervalos en los que dicho supuesto es falso. [20]

Tabla 2–1. Precisión del instrumento FPI.

Variables	Iones	Electrones
Rango de energía	2 eV-30 keV	6 eV-30 keV
Resolución de energía	20% o mayor	20% o mayor
Resolución angular	15° o mayor	15° o mayor
Sensibilidad	$>5 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sreV/eV}$	$>1 \times 10^{-4} \text{ cm}^2 \text{ sreV/eV}$
Resolución temporal	150 ms	30 ms

### 2.3.4 Elementos orbitales

Los elementos orbitales son seis parámetros que determinan la forma, tamaño y orientación que tiene la órbita de un cuerpo y su posición en cada instante. Los primeros tres elementos coinciden con los ángulos de Euler<sup>4</sup> que detallan la orientación de la órbita en el espacio. Los otros tres elementos orbitales definen la forma y la posición del cuerpo en dicha órbita. Los seis elementos orbitales son:

- Longitud del nodo ascendente ( $\Omega$ ): es el ángulo medido desde una dirección de referencia, llamada origen de la longitud, a la dirección del nodo ascendente, medido en un plano de referencia.

El nodo ascendente es el punto donde la órbita pasa a través del plano de referencia (ver Figura 2-26). Para una órbita geocéntrica, el plano de referencia es el plano ecuatorial<sup>5</sup> de la Tierra y el origen de longitud es el Primer Punto de Aries<sup>6</sup>. En este caso, la longitud también se denomina ascensión recta del nodo ascendente y el ángulo se mide en sentido antihorario desde el Primer Punto de Aries hasta el nodo.

- Inclinación de la órbita ( $i$ ): es el ángulo que forma el plano de la órbita con respecto a un plano de referencia. La inclinación de las órbitas en los satélites naturales o artificiales siempre es medida con respecto al plano ecuatorial del planeta desde el cual orbitan, en este caso, la Tierra.
- Argumento del perigeo ( $\omega$ ): es el ángulo que va desde el nodo ascendente hasta el perigeo, medido en el plano orbital del cuerpo y en el sentido de su movimiento. Nótese la relación:

$$\pi = \Omega + \omega \quad (2-34)$$

- Semieje mayor de la órbita ( $a$ ): en órbitas elípticas, es la distancia media de un cuerpo que orbita alrededor de otro, donde el cuerpo central, en este caso la Tierra, ocupa uno de los focos de la elipse.

Para los objetos del Sistema Solar, el semieje mayor está relacionado con el período de la órbita por la tercera ley de Kepler, originalmente descrita como:

$$P^2 = ka^3 \quad (2-35)$$

Donde  $P$  es el período medido en años,  $a$  es el semieje mayor medido en unidades astronómicas y  $k$  una constante de proporcionalidad.

Esta fórmula fue modificada por Newton al desarrollar su teoría gravitatoria, expresándola como:

$$P^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3 \quad (2-36)$$

Siendo  $G$  la Constante de gravitación universal y  $M$  la masa del cuerpo central.

El semieje mayor de la elipse puede calcularse directamente como la media aritmética entre el apogeo y el perigeo:

$$a = r_{apogeo} + r_{perigeo} \quad (2-37)$$

- Excentricidad de la órbita ( $\varepsilon$ ): la excentricidad es un parámetro que determina el grado de desviación de una sección cónica con respecto a una circunferencia. La excentricidad de una elipse es mayor que cero y menor que 1 y viene dada por la expresión:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (2-38)$$

Donde  $b$  es el semieje menor de la elipse, esto es, la mitad de su diámetro más corto.

<sup>4</sup> Los ángulos de Euler constituyen un conjunto de tres coordenadas angulares que sirven para especificar la orientación de un sistema de referencia de ejes ortogonales, normalmente móvil, respecto a otro sistema de referencia de ejes ortogonales normalmente fijos.

<sup>5</sup> El plano ecuatorial es el plano perpendicular al eje de rotación del planeta y que pasa por el centro del cuerpo.

<sup>6</sup> El punto Aries o punto vernal es el punto de la eclíptica a partir del cual el Sol pasa del hemisferio sur celeste al hemisferio norte, lo que ocurre en el equinoccio de marzo (iniciándose la primavera en el hemisferio norte y el otoño en el hemisferio sur).

- Anomalía verdadera ( $\nu$ ): en una órbita geocéntrica, es el ángulo que forman las líneas Tierra-satélite y Tierra-perigeo. La anomalía verdadera es un parámetro que sirve para identificar la posición de un satélite a lo largo de su órbita: si es  $0^\circ$ , se encuentra en el perigeo, mientras que si es  $180^\circ$ , en el apogeo. A veces, en lugar de la anomalía verdadera se utiliza la anomalía media o, raramente, la anomalía excéntrica. La anomalía media ( $M$ ) es la fracción de un período orbital que ha transcurrido, expresada como ángulo. La anomalía excéntrica ( $E$ ) mide el ángulo desde el centro de la elipse que forma la proyección del cuerpo sobre la circunferencia principal y el eje de la elipse. La relación entre la anomalía media y la anomalía excéntrica es la llamada ecuación de Kepler:

$$M = E - \varepsilon \sin E \tag{2-39}$$

En ésta ecuación  $M$  y  $\varepsilon$  son conocidos por lo que  $E$  es la incógnita. La solución no es fácil porque se trata de una ecuación trascendente donde la incógnita  $E$  no se puede despejar en términos de funciones elementales.

Asimismo, la anomalía verdadera y la anomalía excéntrica se relacionan por la expresión:

$$\tan \frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}} \tan \frac{E}{2} \tag{2-40}$$

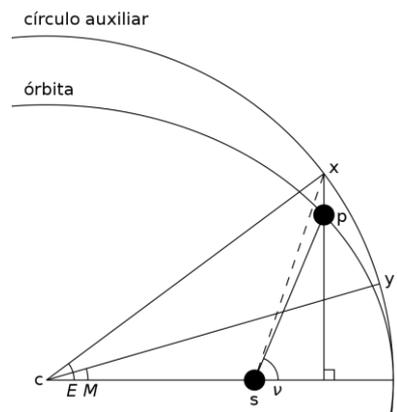


Figura 2-25. Diagrama representación de anomalías.

Fuente: Wikipedia [30]

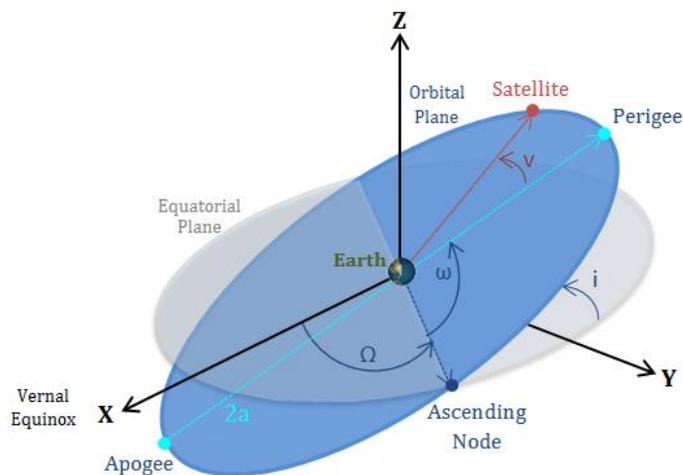


Figura 2-26. Elementos orbitales de un cuerpo.

Fuente: European GNSS Service Centre [31]

### 2.3.4.1 Formato TLE (Two-Line Element set)

Existen programas informáticos que permiten el seguimiento de los satélites artificiales en órbita alrededor de la Tierra. Los elementos orbitales de los diferentes satélites se listan en un código de texto que puede darse en diferentes formatos. El más común es el formato TLE (Two-Line Element set), empleado por el NORAD (North American Aerospace Defense Command) y la NASA, que proporciona los elementos orbitales en dos líneas de código. En este formato, cada línea tiene 69 caracteres y los valores se presentan como muestran las Tablas 2-2, 2-3 y 2-4.

Tabla 2–2. Formato TLE de NORAD.

Fuente: CelesTrak [32]

1	2	3-7	8	9	10-17	18	19-32	33	34-43	44	45-52	53	54-61	62	63	64	65-68	69
1	2	3-7	8	9-16	17	18-25	26	27-33	34	35-42	43	44-51	52	53-63	64-68	69		

Tabla 2–3. Línea 1 del formato TLE.

Fuente: CelesTrak [32]

Línea 1	
Columna	Descripción
1	Número de línea, es decir, 1
2	Espacio en blanco
3-7	Número de satélite
8	Clasificación (U no clasificado)
9	Espacio en blanco
10-17	Designador internacional { 10-11: Dos últimas cifras del año de lanzamiento 12-14: Número de lanzamiento del año 15-17: Identificación componente del lanzamiento
18	Espacio en blanco
19-32	Época { 19-20: Dos últimas cifras del año 21-32: Día del año y fracción del día
33	Espacio en blanco
34-43	Primera derivada de la velocidad orbital media (en revoluciones/día <sup>2</sup> )
44	Espacio en blanco
45-52	Segunda derivada de la velocidad orbital media (en revoluciones/día <sup>3</sup> )
53	Espacio en blanco
54-61	Término de resistencia B* (en R <sub>e</sub> <sup>-1</sup> , donde R <sub>e</sub> es el radio de la Tierra)
62	Espacio en blanco
63	Número 0
64	Espacio en blanco
65-68	Número de elemento
69	Suma de verificación (suma de todas las cifras numéricas individualmente, añadiendo 1 por cada signo negativo, y pasado a formato 0-9)

Tabla 2-4. Línea 2 del formato TLE.

Fuente: CelesTrak [32]

Línea 2	
Columna	Descripción
1	Número de línea, es decir, 2
2	Espacio en blanco
3-7	Número de satélite
8	Espacio en blanco
9-16	Inclinación $i$ (en grados)
17	Espacio en blanco
18-25	Ascensión recta del nodo ascendente $\Omega$ (en grados)
26	Espacio en blanco
27-33	Excentricidad $\epsilon$
34	Espacio en blanco
35-42	Argumento del perigeo $\omega$ (en grados)
43	Espacio en blanco
44-51	Anomalía media $M$ (en grados)
52	Espacio en blanco
53-63	Velocidad orbital media (en grados)
64-68	Número de revoluciones en la época (en revoluciones)
69	Suma de verificación (suma de todas las cifras numéricas individualmente, añadiendo 1 por cada signo negativo, y pasado a formato 0-9)

### 2.3.4.2 Elementos orbitales en la misión MMS

Tal y como se ha indicado, las cuatro naves MMS trazan dos órbitas elípticas alrededor de la Tierra. La duración considerada para la fase 1 (lado diurno) es de un año y medio, mientras que en la fase 2 (lado nocturno) el tiempo es de 6 meses. Transcurridos los primeros dos años, la formación de satélites ha continuado su recorrido en órbita de acuerdo a lo anteriormente establecido. En la actualidad, los satélites se encuentran en la fase 2 de la órbita sobrevolando el lado nocturno del campo terrestre (véase Figura 2-27).

La Tabla 2-5 proporciona las líneas TLE de las naves MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 correspondientes al día 22 de septiembre de 2019 a las 16:06:21 UTC (día 265), disponibles en el software de visualización de satélites CelesTrak, en la extensión NORAD Two-Line Element Sets Current Data [32]. Estos datos permiten obtener los elementos orbitales que caracterizan el movimiento de los satélites (propios de la fase 2 de la órbita). Nótese que el semieje mayor no es proporcionado en el código TLE. El valor del mismo puede obtenerse como media aritmética del apogeo y el perigeo (expresión (2-37)), magnitudes también disponibles en CelesTrak [32] (véase Tabla 2-6). Finalmente, los elementos orbitales para la fecha indicada se recogen en la Tabla 2-7.

Tabla 2-5. TLE de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.

Fuente: CelesTrak [32]

```

MMS 1
1 40482U 15011A 19263.92013889 -.00000984 00000-0 00000+0 0 9998
2 40482 18.4054 119.4159 8932431 15.4523 354.0442 0.28562191 10447
MMS 2
1 40483U 15011B 19263.92222222 -.00000984 00000-0 00000+0 0 9992
2 40483 18.4054 119.4164 8930771 15.4530 354.2564 0.28561794 10420
MMS 3
1 40484U 15011C 19260.49128431 -.00000895 00000-0 00000+0 0 9990
2 40484 18.2666 119.4160 8934549 15.3624 1.6159 0.28567765 10410
MMS 4
1 40485U 15011D 19263.92638889 -.00000983 00000-0 00000+0 0 9993
2 40485 18.4038 119.4058 8931410 15.4520 354.7146 0.28564975 10421
    
```

Tabla 2–6. Periodo, apogeo y perigeo de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.

Fuente: CelesTrak [32]

Satélite	$P$ [min]	$r_{apogeo}$ [km]	$r_{perigeo}$ [km]
MMS1	5041,63	178016	4020
MMS2	5041,70	178002	4036
MMS3	5040,65	178013	3998
MMS4	5041,14	177994	4029

Tabla 2–7. Elementos orbitales de los satélites MMS1, MMS2, MMS3 y MMS4 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.

Fuente: CelesTrak [32]

Satélite	$i$ [°]	$\Omega$ [°]	$\epsilon$	$\omega$ [°]	$M$ [°]	$a$ [km]
MMS1	18,4054	119,4159	0,8932431	15,4523	354,0442	91018
MMS2	18,4054	119,4164	0,8930771	15,4530	354,2564	91019
MMS3	18,2666	119,4160	0,8934549	15,3624	1,6159	91005,5
MMS4	18,4038	119,4058	0,8931410	15,4520	354,7146	91011,5



Figura 2-27. Posición del satélite MMS1 el 22/09/2019 a las 16:06:21 UTC.

Fuente: CelesTrak [32]

# 3 DESARROLLO

El trabajo desarrollado se centra en identificar y caracterizar los dos tipos poblaciones de iones que están presentes en la parte externa de la magnetosfera, la parte que interactúa con el viento solar a través de la reconexión magnética. En esta región, se diferencian una población de iones fríos que provienen de la ionosfera, y los iones calientes de la corriente de anillo. En concreto, se busca caracterizar la población fría que, pese a ser parte activa de la reconexión, a menudo no es contabilizada por los equipos de detección de partículas de las naves MMS y no se tiene en cuenta en la mayoría de modelos existentes sobre reconexión magnética.

Se propone un método para examinar la distribución de velocidad proporcionada por el FPI como una distribución que resulta de la suma de dos funciones maxwellianas, una por cada población. El objetivo será lograr el ajuste más cercano del modelo de función maxwelliana a la función de datos reales. Los parámetros que caracterizan la distribución se obtendrán con un algoritmo iterativo de optimización que resuelve problemas de ajuste en el sentido de mínimos cuadrados. Los resultados mostrados responden a la aplicación del modelo para la población de iones observada en la región de la magnetosfera terrestre el día 27 de enero de 2019 a las 12:09 UTC. Las soluciones alcanzadas se contrastan con valores de la densidad, temperatura y velocidad de las partículas que ofrecen otros modelos de estimación empleados en la actualidad.

## 3.1 Consideraciones previas

### 3.3.4 Momentos parciales

Como se ha indicado, de la observación directa del plasma espacial pueden obtenerse cantidades físicas macroscópicas a partir de los momentos de las funciones de distribución (p. ej. La densidad numérica, la velocidad media de las partículas y la temperatura).

En trabajos anteriores, estas variables físicas macroscópicas se calculan para las diferentes poblaciones definiendo unos *momentos parciales*, que resultan de resolver las integrales de los momentos (Subsección 2.2.6) para la función de datos 3D del instrumento en determinados intervalos de energía (o equivalentemente, de velocidad) según la población que se pretende caracterizar. Los intervalos de integración se eligen manualmente, por lo que este método tiene el inconveniente de depender de los límites establecidos. La Figura 3-1 muestra los intervalos o rangos de velocidad que podrían definirse para cada población. La gráfica representa la distribución de datos a escala logarítmica, distinguiendo el intervalo correspondiente a la población caliente con el color rojo, y el respectivo a la fría con azul. Téngase en cuenta que ésta es una representación unidimensional a modo ilustrativo, en el desarrollo real, la integración se realiza para la función de datos en el espacio de velocidades 3D.

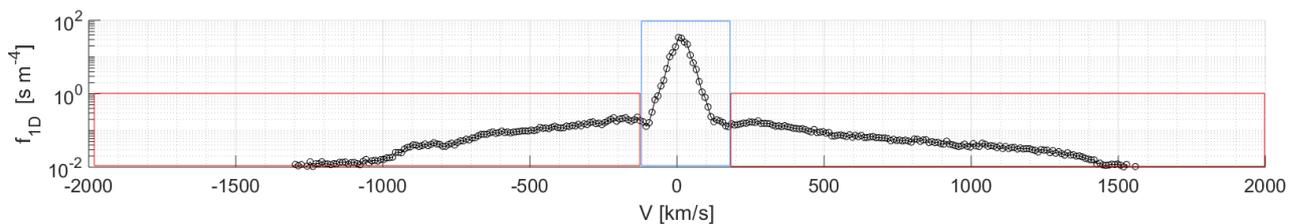


Figura 3-1. Límites de integración de la distribución para la población caliente (rojo) y fría (azul).

Los momentos parciales, por tanto, son estimaciones de la densidad, la velocidad media y la temperatura de las partículas frías y calientes empleadas en los análisis de iones magnetosféricos realizados hasta la fecha. Por contra, el presente estudio caracteriza estas variables como parámetros de una suma de dos distribuciones

normales, a la que se ajustará la distribución de datos proporcionada por los equipos de medición. La descripción de la distribución de datos como dos distribuciones normales, en física de plasmas distribuciones de Maxwell (véase Apartado 2.2.5.3), se establece bajo la hipótesis de un equilibrio térmico local (plasma en régimen no colisional), de manera que las dos distribuciones no se relajan (rápidamente) a una única gaussiana.

### 3.3.4 Fast plasma density

Otra estimación que se emplea regularmente como medida de la densidad del plasma es a partir de medir la frecuencia característica del plasma en las medidas de campo eléctrico o magnético.

Los equipos de medición MMS en el modo de operación de mayor resolución son capaces de obtener el campo eléctrico en una region específica del espacio para una serie temporal dada. Mediante la transformada de Fourier es posible calcular la frecuencia característica a la que resuena el espectro de plasma eléctrico, y esta frecuencia de oscilación está relacionada con la densidad del plasma por la expresión:

$$\omega = \sqrt{\frac{n \cdot e^2}{m \cdot \epsilon_0}} \quad (3-1)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia del plasma,  $n$  es la densidad de la muestra,  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $e$  la carga y  $m$  la masa de las partículas del plasma (en el caso presente, iones). La densidad así obtenida también es designada como  $n_{fp}$  (fast plasma).

Este método, sin embargo, no proporciona valores de la densidad en cada instante, sino únicamente en aquellos tiempos en los que se puede extraer la línea de frecuencia del plasma, un proceso no siempre posible. Por ello, su utilidad está limitada y en este estudio se empleará exclusivamente como valor para contrastar la fidelidad con los resultados obtenidos en el modelo de ajuste maxwelliano.

## 3.2 Datos para el ajuste

### 3.2.1 Espacio esférico

Tal y como se ha señalado, el instrumento FPI proporciona funciones de distribución en el espacio de velocidad (3D). Por defecto, el instrumento define un sistema de coordenadas esféricas en el que la posición espacial de cada punto viene dada mediante una distancia y dos ángulos. De acuerdo a lo desarrollado en el Apartado 2.2.5.1 en el que se explicó el concepto de espacio de fase, cada punto representa un valor de la densidad del plasma, y los distintos puntos quedan confinados dentro de los elementos de volumen en los que se divide el espacio esférico.

En el sistema esférico  $(\epsilon, \varphi, \theta)$ , los rangos de variación de las coordenadas son los del instrumento FPI: valores siempre positivos para la coordenada radial (velocidad radial de las partículas, o lo que es equivalente, su nivel de energía  $\epsilon$ , que oscila entre 2 eV y 30keV); de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  en el caso del ángulo azimutal  $\varphi$ ; de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  para el ángulo polar  $\theta$ .

La Figura 3-2 muestra un volumen esférico en el que cada diferencial de volumen contiene un valor igual a la densidad del plasma en el espacio de velocidades en un punto concreto del espacio (posición de la nave).

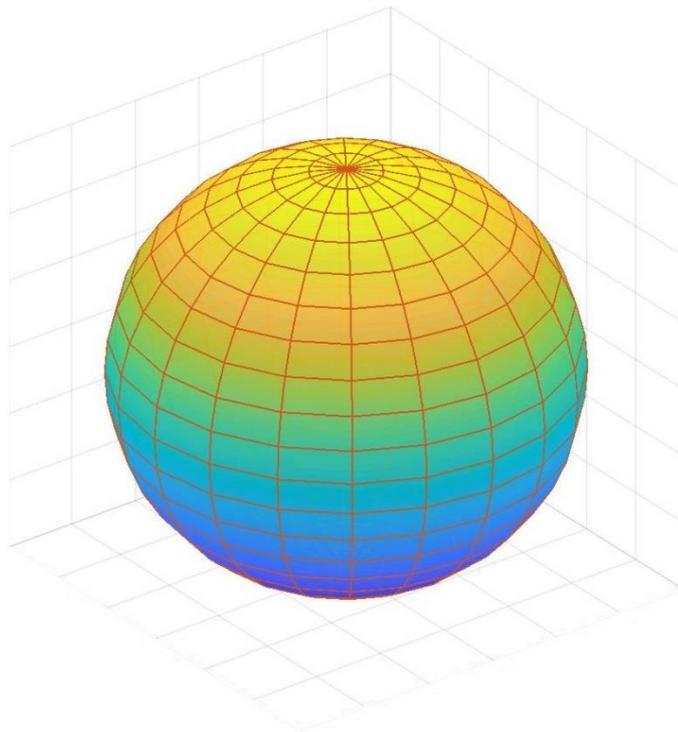


Figura 3-2. Representación de una distribución de datos en el espacio esférico.

### 3.2.2 Reducción de datos a 1D y 2D

Con el fin de poder analizar la distribución de la velocidad de las partículas en el marco de dimensiones 1D y 2D, es necesario reducir la función de datos tridimensional a funciones equivalentes unidimensionales y bidimensionales. Para ello, se define un espacio cartesiano  $(v_{\perp 1}, v_{\perp 2}, v_{\parallel})$  dado por las direcciones perpendiculares y paralela al campo magnético, el denominado sistema de coordenadas *FAC* (Field Aligned Coordinates). El sistema *FAC* se establece con la dirección del campo y la posición de la nave; la coordenada paralela se corresponde con la velocidad alineada con la dirección del campo magnético, la variable perpendicular 2 resulta del producto vectorial de la componente paralela y la posición de la aeronave en coordenadas GSE (Geocentric Solar Ecliptic), y la perpendicular 1 es el producto vectorial de la segunda por la primera. En el caso a estudio, la velocidad tomará valores de -2000 km/s a 2000 km/s en los tres ejes de coordenadas, de manera que se cubra por completo el espectro de energías.

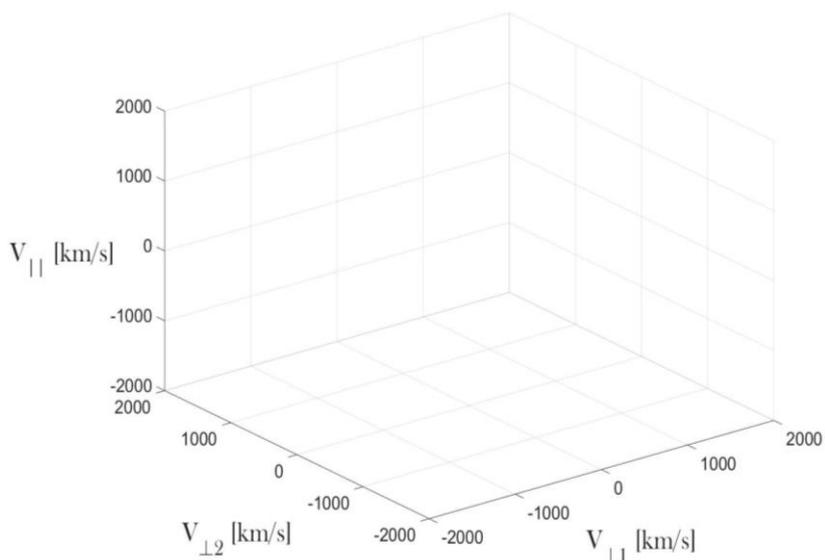


Figura 3-3. Sistema de coordenadas *FAC*.

La reducción a 1D y 2D se lleva a cabo como proyecciones de la función esférica 3D a una línea o un plano, en las direcciones  $v_{\perp 1}, v_{\perp 2}, v_{\parallel}$  o  $(v_{\parallel}, v_{\perp 1}), (v_{\perp 2}, v_{\parallel}), (v_{\perp 1}, v_{\perp 2})$ , respectivamente. De este modo, se calculan las funciones de distribución integradas 1D o 2D de una función de distribución esférica 3D. El algoritmo diseñado realiza la correspondencia pasando por todas las celdas de la distribución de datos 3D del instrumento y encontrando la que mejor encaja en cada una de las celdas que componen el espacio 1D o 2D de proyección. El valor en la celda de proyección, llámese  $F$ , se actualiza como  $F = f \cdot \frac{d\tau}{dA}$ , donde  $f$  es el valor dato en la celda esférica,  $d\tau$  es el elemento de volumen de la distribución de datos considerado en el espacio de velocidades y  $dA$  es el elemento de área o de línea de la celda de proyección. Se ha de tener en cuenta que, dado que la precisión del instrumento es mayor a niveles bajos de energía, para bajas energías se tiene un gran número de pequeños elementos de volumen. En consecuencia, al hacer la correspondencia a coordenadas cartesianas, a bajas energías un único diferencial de línea o de área podrá contener varios puntos, mientras que, a energías altas, un mismo punto se asignará a varios diferenciales de línea o de área. Para compensar esto, el valor en la celda de proyección se escala de acuerdo al área que el elemento de volumen cubre dentro de dicha celda. Esta área se calcula a partir del esquema de integración de Montecarlo. En el método de Montecarlo se especifican la geometría esférica y la geometría de proyección, que se coloca dentro de la primera. A continuación, se generan puntos aleatorios en el interior de cada celda esférica (cada punto aleatorio generado es una fracción de  $f$ ), y se registra si el punto “cae” dentro o fuera de una celda de proyección. Esto se repite un gran número de veces (será preciso especificar el número de iteraciones de Montecarlo), consiguiendo un registro muy grande del número de puntos que ha quedado dentro o fuera. Como la probabilidad de que caiga dentro es proporcional a la geometría, la proporción de puntos dentro con respecto al total de puntos generados es la proporción geométrica que ocupa el elemento esférico dentro de la geometría de proyección.

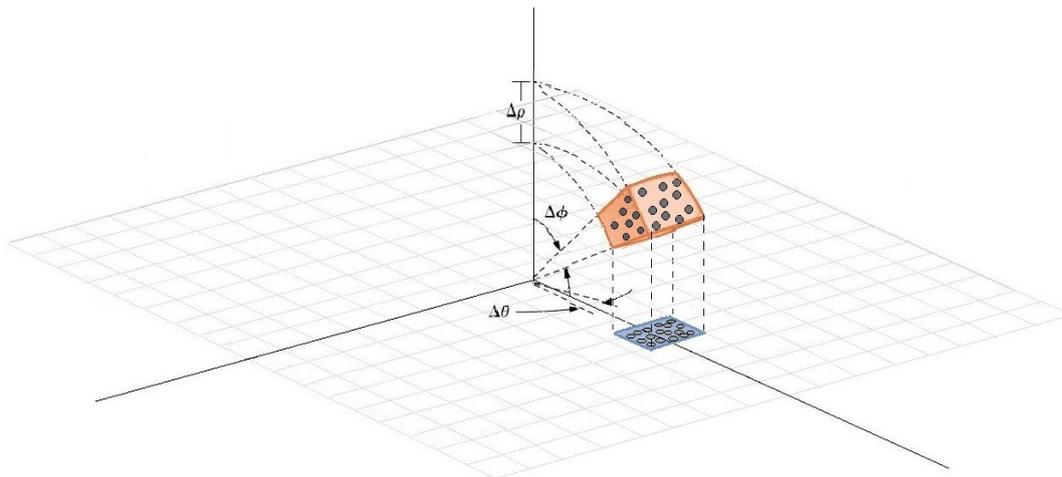


Figura 3-4. Proyección usando el método de Montecarlo para un elemento de volumen esférico en el plano cartesiano.

### 3.2.3 Funciones de distribución $f_{1D}$ , $f_{2D}$ y $f_{3D}$

En lo que respecta a la función de datos original tridimensional  $f_{3D, \epsilon \varphi \theta}$ , para poder implementar el ajuste de acuerdo a la expresión analítica dada en la ecuación (2-23), es necesario una transformación de coordenadas esféricas a cartesianas. El cambio se realiza definiendo una malla en la base cartesiana  $(v_{\perp 1}, v_{\perp 2}, v_{\parallel})$  y asignando a cada diferencial esférico de volumen el correspondiente diferencial cartesiano más cercano.

La reducción de funciones de datos a 2D y 1D es equivalente a una integración de la distribución tridimensional  $f_{3D, \perp 1 \perp 2 \parallel}$  de dimensiones  $\left[\frac{s^3}{m^6}\right]$ , en el espacio de velocidades  $(v_{\perp 1}, v_{\perp 2}, v_{\parallel})$  a lo largo de las diferentes direcciones. Como resultado de la reducción, se tendrán las funciones de datos bidimensionales  $f_{2D, \parallel \perp 1}$ ,  $f_{2D, \perp 2 \parallel}$  y  $f_{2D, \perp 1 \perp 2}$ , en  $\left[\frac{s^2}{m^5}\right]$ , y las distribuciones en una dimensión  $f_{1D, \parallel}$ ,  $f_{1D, \perp 1}$  y  $f_{1D, \perp 2}$ , en unidades  $\left[\frac{s}{m^4}\right]$ . Las funciones de datos  $f_{3D}$ ,  $f_{2D}$  y  $f_{1D}$  serán las distribuciones de velocidad a ajustar a partir del modelo maxwelliano.

### 3.3 Modelo de ajuste

El ajuste de la función de distribución se lleva a cabo mediante una técnica de optimización iterativa que encuentra la función que mejor se aproxima a los datos de acuerdo al criterio de mínimo error cuadrático. Para ello, se han de definir los parámetros a optimizar, que en este caso serán los momentos de velocidad de las maxwellianas que conforman la función analítica modelo. De este modo, las dos poblaciones de iones podrán distinguirse a partir de los momentos obtenidos.

El ajuste de datos en sentido de mínimos cuadrados se resume en encontrar los coeficientes  $x$  (parámetros a optimizar) que resuelvan el problema:

$$\min_x \|F(x, xdata) - ydata\|_2^2 = \min_x \sum_i (F(x, xdata_i) - ydata_i)^2 \quad (3-2)$$

Donde los datos de entrada  $xdata$  y la salida observada  $ydata$  serán matrices o vectores, dependiendo de la dimensión de la función de distribución a ajustar, y  $F(x, xdata)$  será la función analítica resultado del ajuste, del mismo tamaño que  $ydata$ .

En el algoritmo de cálculo desarrollado en este estudio, se ha empleado la función *lsqcurvefit* de Matlab para realizar el ajuste de datos. [33]

#### 3.3.1 Función analítica

De acuerdo a lo considerado, los datos se ajustan siguiendo un modelo analítico que considera la función de distribución total como una suma de distribuciones maxwellianas que tiene en cuenta dos tipos de poblaciones de iones magnetosféricos. Las funciones analíticas de ajuste serán las siguientes, donde los subíndices  $c$  hacen referencia a la población fría (cold), y los subíndices  $h$  refieren a la población caliente (hot):

- Caso 1D:

$$f(v_\alpha) = \log \left( \frac{n_c}{T_{\alpha_c}^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha_c})^2}{2kT_{\alpha_c}} \right) + \frac{n_h}{T_{\alpha_h}^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha_h})^2}{2kT_{\alpha_h}} \right) \right) \quad (3-3)$$

Para cada dirección  $\alpha = \parallel, \perp 1, \perp 2$ .

- Caso 2D:

$$f(v_\alpha, v_\beta) = \log \left( \frac{n_c}{T_{\alpha_c}^{\frac{1}{2}} T_{\beta_c}^{\frac{1}{2}}} \frac{m}{2\pi k} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha_c})^2}{2kT_{\alpha_c}} - \frac{m(v_\beta - v_{0\beta_c})^2}{2kT_{\beta_c}} \right) + \frac{n_h}{T_{\alpha_h}^{\frac{1}{2}} T_{\beta_h}^{\frac{1}{2}}} \frac{m}{2\pi k} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha_h})^2}{2kT_{\alpha_h}} - \frac{m(v_\beta - v_{0\beta_h})^2}{2kT_{\beta_h}} \right) \right) \quad (3-4)$$

Considerando los planos  $(\alpha, \beta) = (\parallel, \perp 1)$ ,  $(\alpha, \beta) = (\perp 2, \parallel)$  y  $(\alpha, \beta) = (\perp 1, \perp 2)$ .

- Caso 3D:

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp 1}, v_{\perp 2}) = \log \left( \frac{n_c}{T_{\parallel c}^{\frac{1}{2}} T_{\perp 1 c}^{\frac{1}{2}} T_{\perp 2 c}^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel c})^2}{2kT_{\parallel c}} - \frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1 c})^2}{2kT_{\perp 1 c}} - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2 c})^2}{2kT_{\perp 2 c}} \right) + \frac{n_h}{T_{\parallel h}^{\frac{1}{2}} T_{\perp 1 h}^{\frac{1}{2}} T_{\perp 2 h}^{\frac{1}{2}}} \left( \frac{m}{2\pi k} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{m(v_{\parallel} - v_{0\parallel h})^2}{2kT_{\parallel h}} - \frac{m(v_{\perp 1} - v_{0\perp 1 h})^2}{2kT_{\perp 1 h}} - \frac{m(v_{\perp 2} - v_{0\perp 2 h})^2}{2kT_{\perp 2 h}} \right) \right) \quad (3-5)$$

Nótese que en las ecuaciones (3-2), (3-3) y (3-4) es preciso tomar logaritmos en la expresión analítica original, pues de lo contrario, dado que la función alcanza valores mucho mayores en la parte que se corresponde con la distribución maxwelliana de la población fría, en términos relativos la distribución de iones calientes sería despreciable (ver Figura 3-1), tomándose en el ajuste como cola de la distribución de la población fría, y no como dos distribuciones independientes.

### 3.3.2 Variables de salida

$x$

En el problema de mínimos cuadrados, los momentos  $n_c, T_c, v_{0c}, n_h, T_h, v_{0h}$  serán, en cada caso, los coeficientes  $x$  a optimizar.

Para las funciones unidimensionales,  $x$  será un vector de 6 componentes ( $x_{\alpha} = n_c, T_{\alpha c}, v_{0\alpha c}, n_h, T_{\alpha h}, v_{0\alpha h}$  en cada dirección  $\alpha = \parallel, \perp 1, \perp 2$ ).

En el caso 2D, el número de parámetros  $x$  será 10 ( $x_{\alpha, \beta} = n_c, T_{\alpha c}, T_{\beta c}, v_{0\alpha c}, v_{0\beta c}, n_h, T_{\alpha h}, T_{\beta h}, v_{0\alpha h}, v_{0\beta h}$  en cada plano  $(\alpha, \beta) = (\parallel, \perp 1), (\alpha, \beta) = (\perp 2, \parallel)$  y  $(\alpha, \beta) = (\perp 1, \perp 2)$ ).

Por último, para la distribución en el espacio tridimensional, el total de variables a ajustar de manera simultánea llega a 14 ( $x_{\perp 1 \perp 2 \parallel} = n_c, T_{\perp 1 c}, T_{\perp 2 c}, T_{\parallel c}, v_{0\perp 1 c}, v_{0\perp 2 c}, v_{0\parallel c}, n_h, T_{\perp 1 h}, T_{\perp 2 h}, T_{\parallel h}, v_{0\perp 1 h}, v_{0\perp 2 h}, v_{0\parallel h}$ ).

### 3.3.3 Variables de entrada

$x_0$

El proceso iterativo requiere dar unos valores iniciales para los momentos de velocidad, que serán coherentes con los resultados esperados para cada población. En primera aproximación, se toman los momentos parciales dados por el instrumento como estimación de los momentos. En el algoritmo de mínimos cuadrados, los valores iniciales se expresan en forma de vector  $x_0$ , que naturalmente se identifica en tamaño y composición con  $x$ .

$xdata$

Las variables independientes vienen dadas del espacio cartesiano de velocidades  $(v_{\perp 1}, v_{\perp 2}, v_{\parallel})$ . En el caso 1D,  $xdata$  se introduce como el vector correspondiente  $v_{\perp 1}, v_{\perp 2}$  o  $v_{\parallel}$ , según la función de distribución  $f_{1D}$  estudiada. En el caso 2D y 3D,  $xdata$  será una matriz de dimensiones  $N \times N$  o  $N \times N \times N$ , donde  $N$  es el tamaño de los vectores de velocidad, que, por simplicidad, se definen iguales.

$ydata$

De acuerdo a lo desarrollado en la Sección 3.2, como funciones de datos se emplean:

- En el ajuste 1D, el logaritmo de las distribuciones 1D reducidas:  $\log f_{1D, \parallel}, \log f_{1D, \perp 1}$  y  $\log f_{1D, \perp 2}$ .
- En el ajuste 2D, el logaritmo de las distribuciones 2D reducidas:  $\log f_{2D, \parallel \perp 1}, \log f_{2D, \perp 2 \parallel}$  y  $\log f_{2D, \perp 1 \perp 2}$ .
- En el ajuste 3D, el logaritmo de la distribución dada por el instrumento FPI y transformada a coordenadas cartesianas:  $\log f_{3D, \perp 1 \perp 2 \parallel}$ .

### 3.4 Resultados

A continuación, se muestran los resultados del análisis de la distribución de iones presentes en el flujo de plasma observado el día 27 de enero de 2019 a las 12:09 UTC en la región de la magnetosfera terrestre. Para el estudio, se ha considerado un intervalo temporal de 60 s (de 12:09:40 a 12:10:40 UTC), dividido en 400 tiempos, distinguiéndose 400 funciones de distribución. En dicho intervalo, el valor más preciso de la densidad  $n_{fp}$  que se tomará como referencia se tiene aproximadamente a las 12:09:50, por ello, en lo que sigue se considera el tiempo 68 (de 400), que corresponde al instante 12:09:50.09415 UT.

El trabajo confirma la existencia de dos tipos de poblaciones de iones con diferentes niveles de energía térmica, que quedan caracterizadas con las soluciones de los momentos de velocidad obtenidos. Se comparan los valores de los ajustes en 1D, 2D y 3D, entre ellos y en relación a los momentos parciales como valores de partida, que, hasta la fecha, se han dado como las estimaciones más próximas a los momentos de velocidad de las partículas. La densidad también será contrastada con el valor de la densidad  $n_{fp}$  disponible para el instante dado. En la discusión se presentan las limitaciones del modelo y posibles variantes del algoritmo desarrollado.

#### 3.4.1 Resultados de la reducción a 1D y 2D

En la Figura 3-5, se representan las funciones de datos reducidas a 1D usando el método de Montecarlo explicado anteriormente,  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$  a escala logarítmica. Junto a los datos se ha dibujado también la componente de la velocidad media  $v_i$  en cada una de las direcciones, que indica la posición del centro de la distribución  $f_{3D}$ , como puede observarse, ligeramente desplazada del origen. La Figura 3-6 muestra las distribuciones  $f_{2D,\parallel \perp 1}$ ,  $f_{2D,\perp 2}$  y  $f_{2D,\perp 1 \perp 2}$  y el centro de  $f_{3D}$  dado por el punto  $v_i$ . La Figura 3-7 es una representación espacial de la función de datos  $f_{2D,\parallel \perp 1}$ .

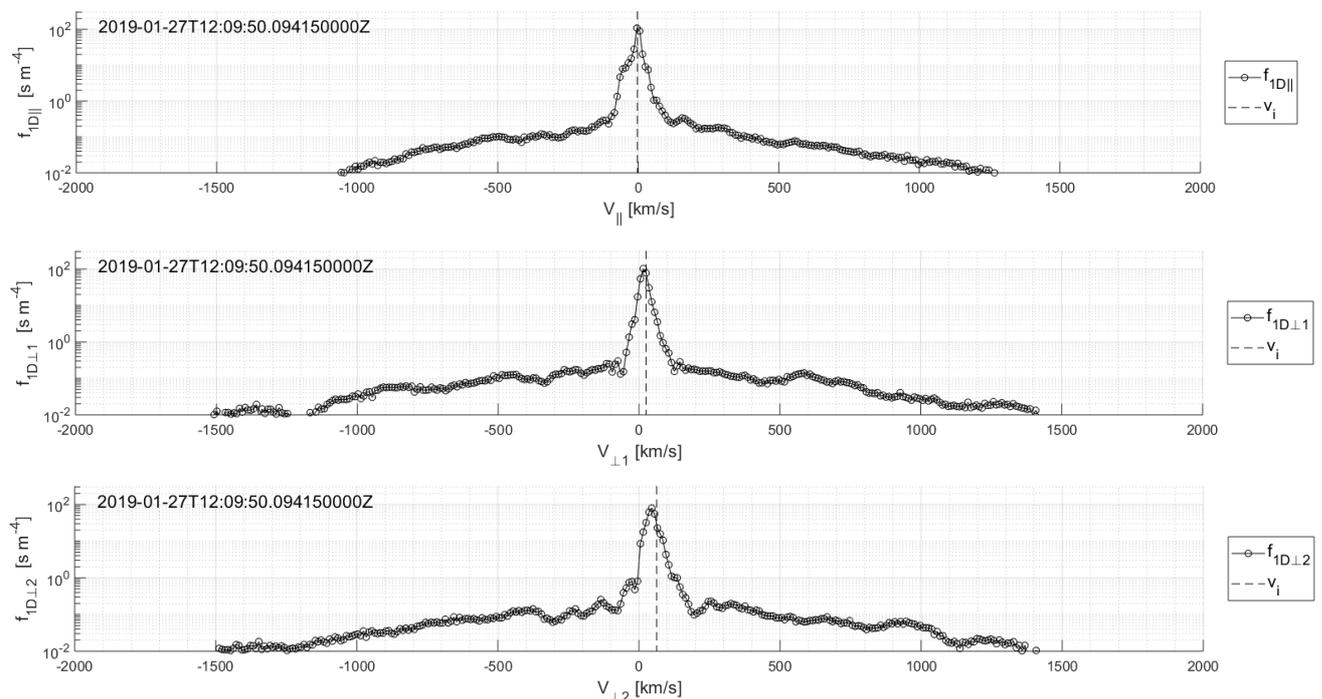


Figura 3-5. Distribuciones reducidas a 1D,  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$  a partir de los datos del instrumento FPI.

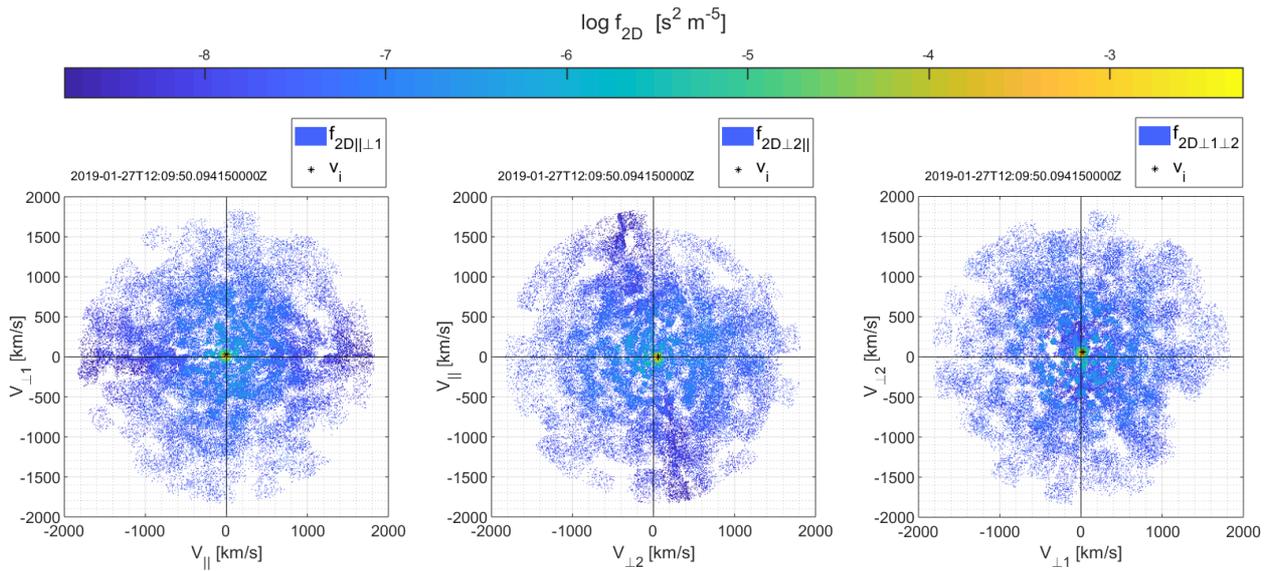


Figura 3-6. Distribuciones reducidas a 2D  $f_{2D,||\perp 1}$ ,  $f_{2D,\perp 2||}$  y  $f_{2D,\perp 1\perp 2}$  a partir de los datos del instrumento FPI.

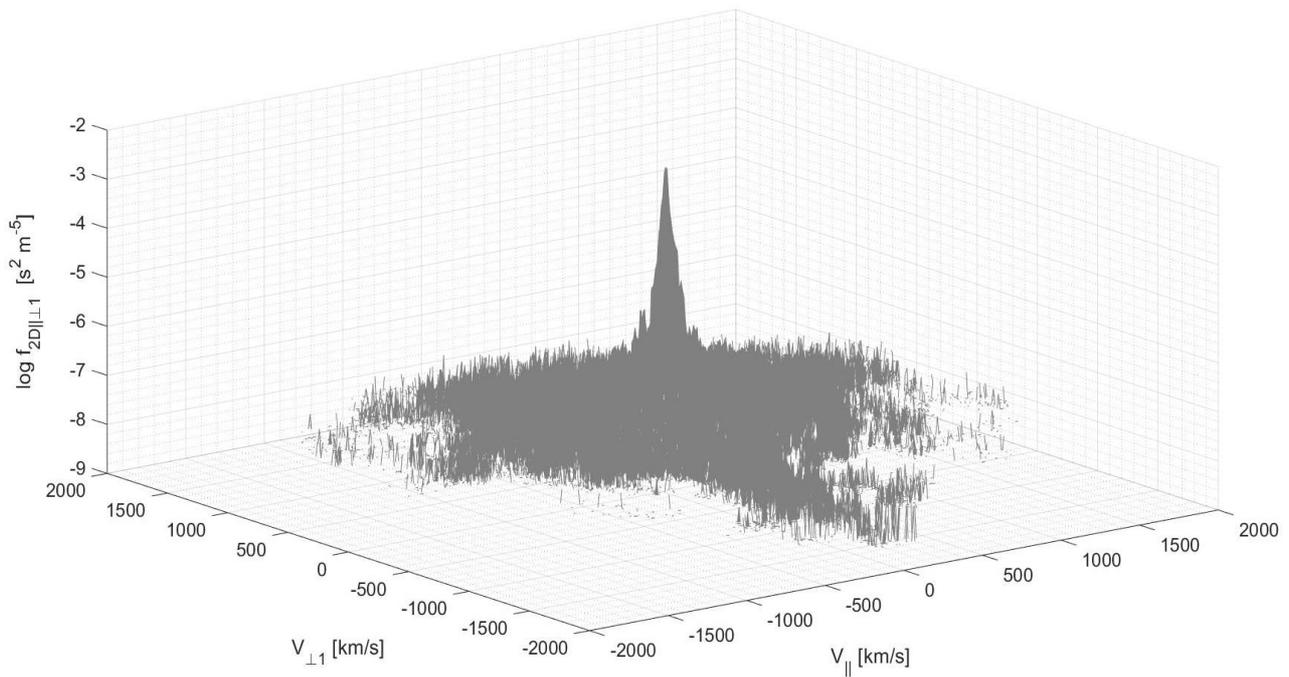


Figura 3-7. Otra representación de la función de datos reducida a 2D,  $f_{2D,||\perp 1}$  a partir de los datos del instrumento FPI.

### 3.4.2 Resultados del ajuste

En la Figura 3-8 se presentan las funciones de distribución resultado de los ajustes en 1D. En la gráfica, se han dibujado en un tono gris claro las curvas de datos  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$ , así como el centro de la distribución de datos dado por  $v_i$ . Las líneas discontinuas azules y rojas representan las distribuciones iniciales  $f_{cold,PM}$  y  $f_{hot,PM}$  (población fría y caliente, respectivamente), obtenidas de sustituir los momentos parciales (PM, Partial Moments) como momentos de velocidad en la expresión (3-2). Las distribuciones  $f_{1D,\parallel,fitted}$ ,  $f_{1D,\perp 1,fitted}$  y  $f_{1D,\perp 2,fitted}$  son las curvas maxwellianas que se obtienen den sustituir los momentos fruto del ajuste en la expresión (3-2).

Relativo al caso bidimensional, se muestran las soluciones para la distribución de datos en el plano ( $\parallel, \perp 1$ ). La Figura 3-10 presenta el conjunto de datos de partida  $f_{2D,\parallel \perp 1}$  en el plano 2D y dos cortes a lo largo de las direcciones  $v_{\parallel}$  y  $v_{\perp 1}$ . En la figura se da también el centro  $v_i$  de la distribución de datos  $f_{3D}$ .

La Figura 3-9 presenta la distribución maxwelliana  $f_{2D,\parallel \perp 1,fitted}$  resultado del ajuste de los datos  $f_{2D,\parallel \perp 1}$ . De nuevo, se dibujan dos cortes que incluyen tanto la función de datos  $f_{2D,\parallel \perp 1}$ , como las distribuciones de partida  $f_{cold,PM}$  y  $f_{hot,PM}$  y la distribución ajustada  $f_{2D,\parallel \perp 1,fitted}$  y su centro  $v_0$  (centro de la población fría determinado por los parámetros  $v_{0\parallel c}$ ,  $v_{0\perp 1 c}$  producto del ajuste). En este caso, las curvas maxwellianas se representan sustituyendo los momentos de velocidad en la ecuación (3-3).

Nota: En ambos ajustes, 1D y 2D, puede apreciarse como el centro  $v_i$  de la distribución de datos  $f_{3D}$  no coincide estrictamente con el centro de las distribuciones de datos reducidas a 1D y 2D. Esto se debe principalmente a que en la proyección la correspondencia espacial no es exacta.

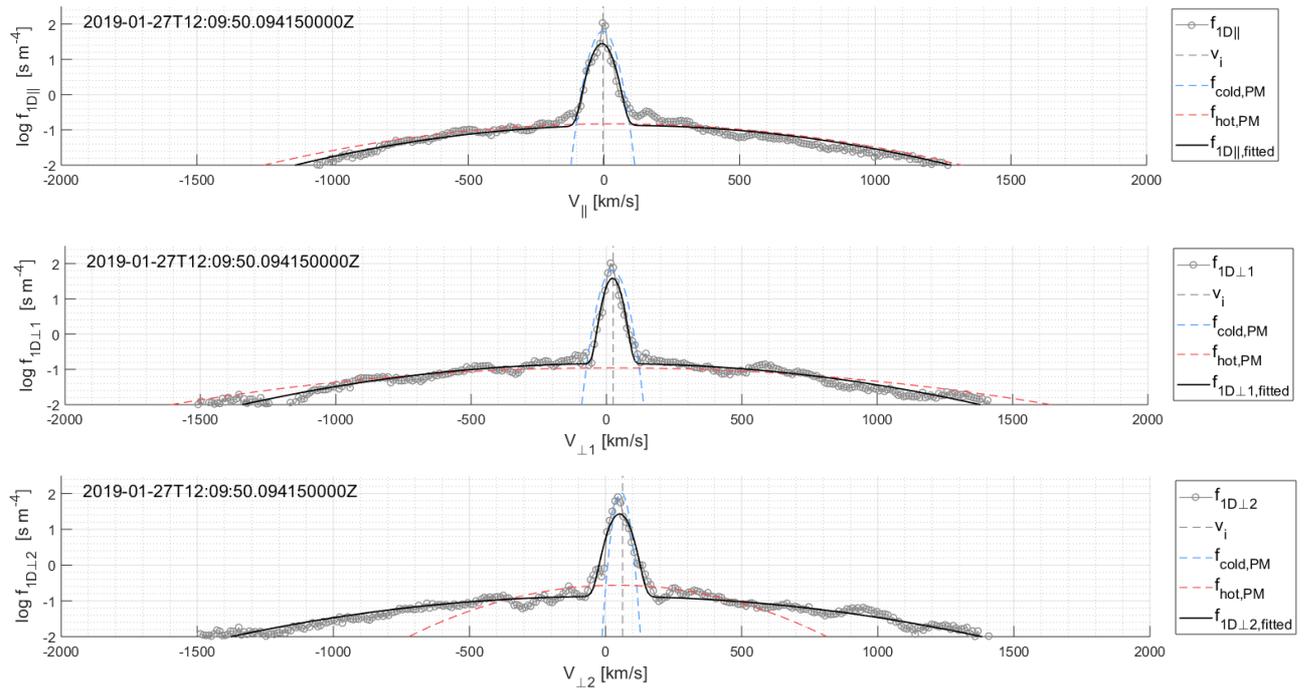


Figura 3-8. Resultado del ajuste unidimensional de  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$  con *lsqcurvefit*.

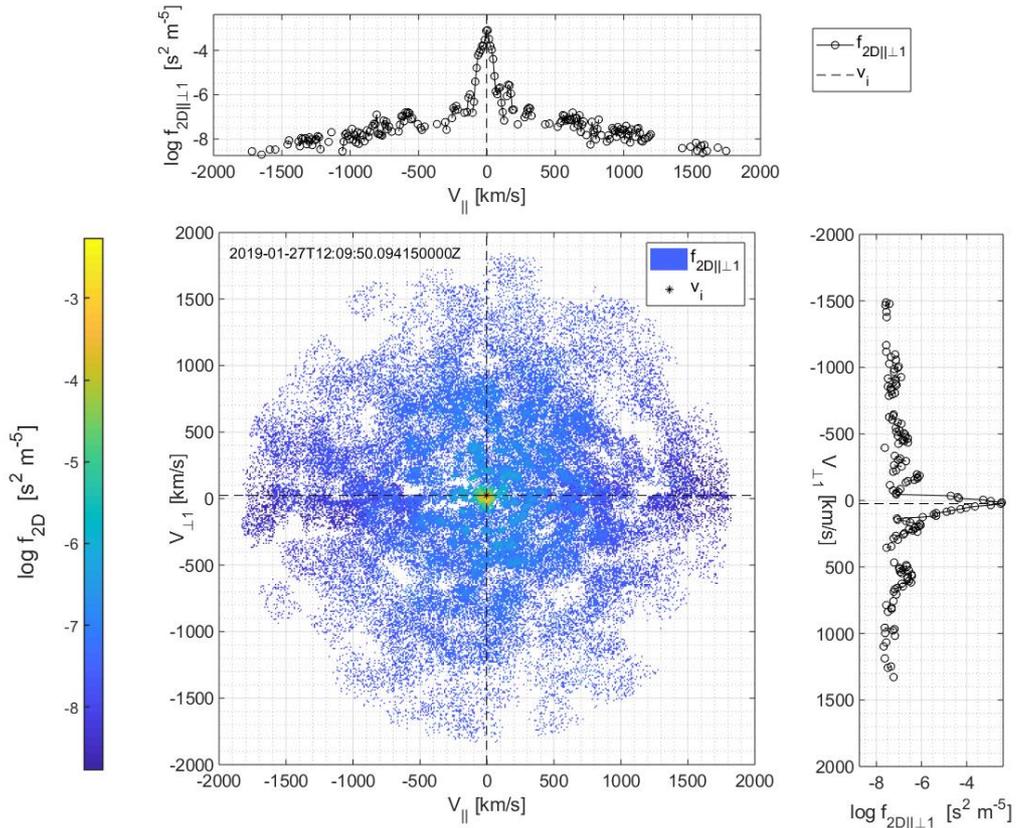


Figura 3-9. Distribución reducida a 2D,  $f_{2D,||\perp 1}$  a partir de los datos del instrumento FPI.

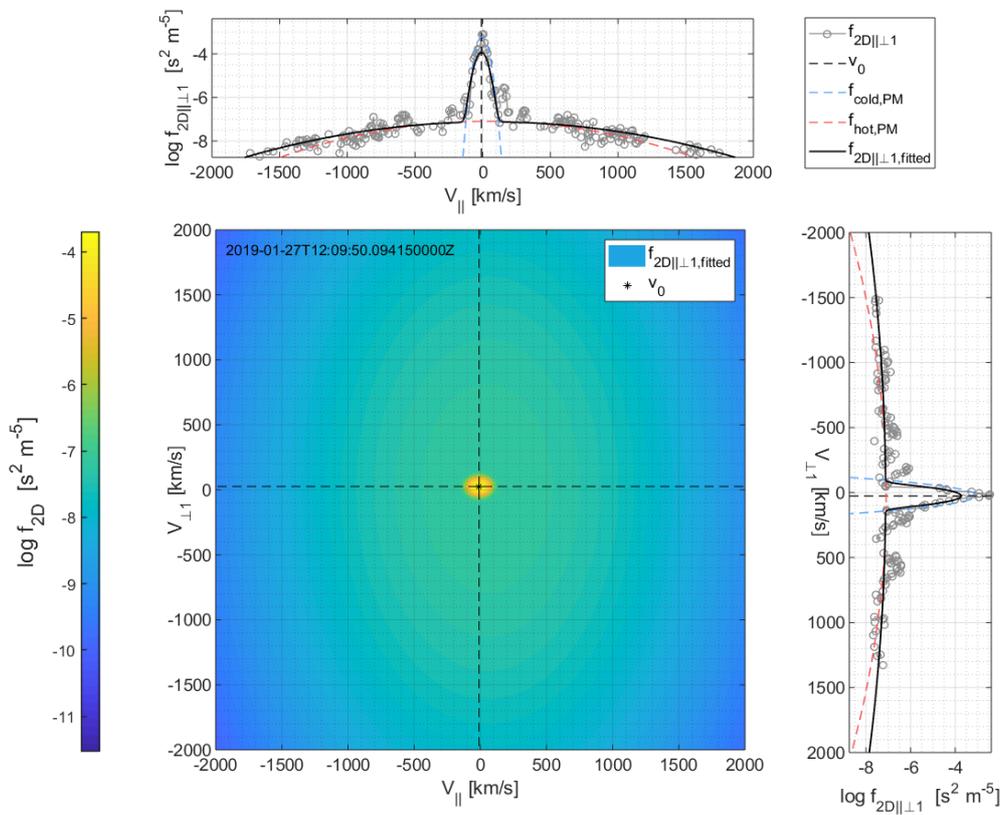


Figura 3-10. Resultado del ajuste bidimensional de  $f_{2D,||\perp 1}$  con *lsqcurvefit*.

## Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

Por último, se realiza el ajuste de la función 3D  $f_{3D,\perp 1 \perp 2 \parallel}$ .

La Tabla 3-1 recoge los valores de los parámetros obtenidos en los ajustes 1D, 2D y 3D y los compara con los momentos parciales tomados como valor de referencia en la primera iteración. En los casos 1D y 2D, los momentos finales se tienen del promedio de parte de los resultados obtenidos en cada dirección o plano:

- Para el ajuste 1D:

$$n_c = \frac{n_{c,\parallel} + n_{c,\perp 1} + n_{c,\perp 2}}{3} \quad (3-6)$$

$$n_h = \frac{n_{h,\parallel} + n_{h,\perp 1} + n_{h,\perp 2}}{3} \quad (3-7)$$

El resto de valores serán de inmediata aplicación:  $v_{0c} = (v_{0\perp 1c}, v_{0\perp 2c}, v_{0\parallel c})$ ,  $T_c = (T_{\perp 1c}, T_{\perp 2c}, T_{\parallel c})$ ,  $v_{0h} = (v_{0\perp 1h}, v_{0\perp 2h}, v_{0\parallel h})$ ,  $T_h = (T_{\perp 1h}, T_{\perp 2h}, T_{\parallel h})$ .

- Para el ajuste 2D:

$$n_c = \frac{n_{c,\parallel \perp 1} + n_{c,\perp 2 \parallel} + n_{c,\perp 1 \perp 2}}{3} \quad (3-8)$$

$$T_{\perp 1c} = \frac{T_{\perp 1,\parallel \perp 1c} + T_{\perp 1,\perp 1 \perp 2c}}{2} \quad (3-9)$$

$$T_{\perp 2c} = \frac{T_{\perp 2,\perp 2 \parallel c} + T_{\perp 2,\perp 1 \perp 2c}}{2} \quad (3-10)$$

$$T_{\parallel c} = \frac{T_{\parallel,\parallel \perp 1c} + T_{\parallel,\perp 2 \parallel c}}{2} \quad (3-11)$$

$$v_{0\perp 1c} = \frac{v_{0\perp 1,\parallel \perp 1c} + v_{0\perp 1,\perp 1 \perp 2c}}{2} \quad (3-12)$$

$$v_{0\perp 2c} = \frac{v_{0\perp 2,\perp 2 \parallel c} + v_{0\perp 2,\perp 1 \perp 2c}}{2} \quad (3-13)$$

$$v_{0\parallel c} = \frac{v_{0\parallel,\parallel \perp 1c} + v_{0\parallel,\perp 2 \parallel c}}{2} \quad (3-14)$$

E idéntico para la población caliente (donde  $c$  se tendría  $h$ ).

Tabla 3–1. Parámetros ajustados según el modelo maxwelliano de distribución de velocidad.

Parámetro	PM	1D	2D	3D	Unidades
$n_c$	4,4	2,0	0,9	6,2	[cm <sup>-3</sup> ]
$T_{\perp 1c}$	7	5	10	6	[eV]
$T_{\perp 2c}$	2	9	8	7	[eV]
$T_{\parallel c}$	8	8	10	6	[eV]
$v_{0\perp 1c}$	23	23	27	9	[km/s]
$v_{0\perp 2c}$	57	52	14	43	[km/s]
$v_{0\parallel c}$	-4	-7	45	11	[km/s]
$n_h$	0,2	0,2	0,4	9,3	[cm <sup>-3</sup> ]
$T_{\perp 1h}$	5736	3619	8119	4655	[eV]
$T_{\perp 2h}$	930	3843	9138	4722	[eV]
$T_{\parallel h}$	3210	2941	11965	3546	[eV]
$v_{0\perp 1h}$	17	18	43	2	[km/s]
$v_{0\perp 2h}$	45	3	26	48	[km/s]
$v_{0\parallel h}$	33	70	28	26	[km/s]

### 3.4.3 Discusión de resultados

#### 3.4.3.1 Densidad de las poblaciones iónicas

El primer parámetro que permite cotejar de manera inmediata la veracidad de los resultados es el valor de la densidad que se obtiene, en cada caso, para las poblaciones fría y caliente. En principio, la densidad de los iones fríos  $n_c$  podría llegar hasta los 10 cm<sup>-3</sup>, mientras que para la población caliente  $n_h$  rara vez supera 1 cm<sup>-3</sup>. De acuerdo a lo anterior, se comprueba como la solución del ajuste tridimensional se encuentra completamente fuera del límite establecido para  $n_h$ . En cuanto a la densidad de la población fría, los valores de  $n_c$  obtenidos se contrastan con las estimaciones de la densidad dadas por  $n_{fp}$  (estimación de la densidad a partir de medir la frecuencia característica del plasma).

La Figura 3-11 muestra las observaciones de la nave MMS1 en el intervalo 12:09:20 – 12:10:40, el 27 de enero de 2019. El panel superior presenta la medida de campo eléctrico  $E$  de alta resolución, que permite inferir la frecuencia característica del plasma y, con ella, la densidad  $n_{fp}$ . El panel medio de la figura muestra la densidad del plasma que mide el instrumento FPI: iones en alta resolución (línea negra), iones en baja resolución (puntos azules) y electrones en alta resolución (línea roja). Asimismo, se representa en escala de colores el espectrograma resultante de las medidas de campo eléctrico del panel superior. Se puede observar que la línea de la frecuencia característica del plasma (en tonos verdosos) provee valores similares a los obtenidos por FPI – iones. Por último, el panel inferior muestra el espectrograma del instrumento FPI – iones. La población fría y la caliente son claramente distinguibles según el rango de energía. La temperatura promedio del plasma (negro,  $T_{i,\parallel}$ , azul,  $T_{i,\perp}$ ) no es representativa en este caso de dos poblaciones con energías separadas por tres órdenes de magnitud.

La Figura 3-11 proporciona un valor aproximado de  $n_{fp}$  de 2,5 cm<sup>-3</sup> para la población de iones fríos en el instante estudiado 12:09:50 (indicado en el panel medio de la figura). Este valor de referencia se compara con las soluciones de  $n_c$  en los distintos ajustes (véase Tabla 3-2).

## Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

Tabla 3–2. Densidades estimadas para la población fría de iones magnetosféricos.

Parámetro	PM	1D	2D	3D	$n_{fp}$	Unidades
$n_c$	4,4	2,0	0,9	6,2	2,5	[ $\text{cm}^{-3}$ ]

Se comprueba como la estimación por momentos parciales (PM) proporciona una densidad superior a la real, mientras que los modelos 1D y 2D no logran alcanzar el valor inferido de la frecuencia característica del plasma. La solución tridimensional nuevamente se encuentra fuera de rango. En lo que respecta al caso 3D, se concluye que el ajuste simultáneo de un número tan elevado de variables imposibilita que el algoritmo converja a soluciones con sentido físico. Además, el coste computacional que conlleva su procesamiento hace inviable la aplicación del mismo con fines prácticos.

En cuanto a los supuestos 1D y 2D, a pesar de que el modelo converge a una solución (el algoritmo encuentra el mínimo), las distribuciones maxwellianas logradas no llegan a alcanzar el “pico” de la función de datos reales, lo que se traduce en que los valores de la densidad de la población fría son menores de lo que cabría esperar (ver Figuras 3-8 y 3-10). A pesar de que es posible que existan puntos “no reales”, producto de las proyecciones que proporcionan las funciones de datos en 1D y 2D, tal y como muestra la Tabla 3-2 la densidad medida es menor que la real. Para tratar de resolver esta discrepancia, se plantearon diversas variantes del algoritmo de cálculo; a continuación, se incluyen los modelos *de colas dispersas* y *de ajuste independiente* desarrollados para el caso unidimensional.

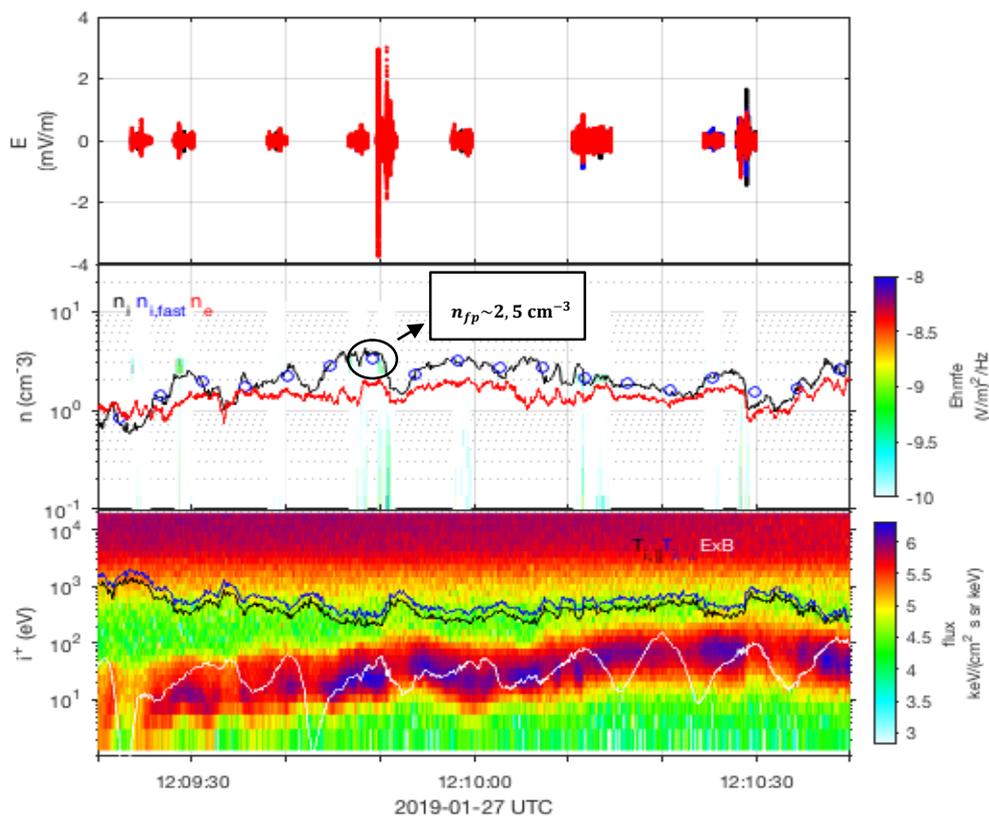


Figura 3-11. Serie temporal medida por la nave MMS en el intervalo 12:09:20 – 12:10:40, el 27 de enero de 2019. (a) Campo eléctrico de alta resolución. (b) Estimaciones de la densidad del plasma. (c) Espectrograma de energía de los iones. Más detalles en el texto.

### Modelo de colas dispersas

Como puede observarse en las Figuras 3-5 y 3-8, la cantidad de datos en la parte de la distribución que corresponde a la población caliente es mucho mayor que la relativa a los iones fríos (se tienen más puntos). Cabría pensar que, debido a lo anterior, el algoritmo da más peso a la parte caliente y no invierte lo suficiente en ajustar los puntos más altos. A modo de solución, se definieron nuevas funciones de datos  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$  en las que, conocido aproximadamente el rango de velocidad en que puede localizarse cada tipo de población, se reduce el número de puntos considerados en la región de la curva de los iones calientes. Los resultados obtenidos, sin embargo, no mostraron prácticamente mejora respecto al caso anterior, siendo las distribuciones ajustadas muy similares a las adquiridas con la totalidad de puntos. La Figura 3-12 muestra los resultados del ajuste para las funciones  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$ , en las que previamente se ha reducido el número de datos en la “cola” de la distribución.

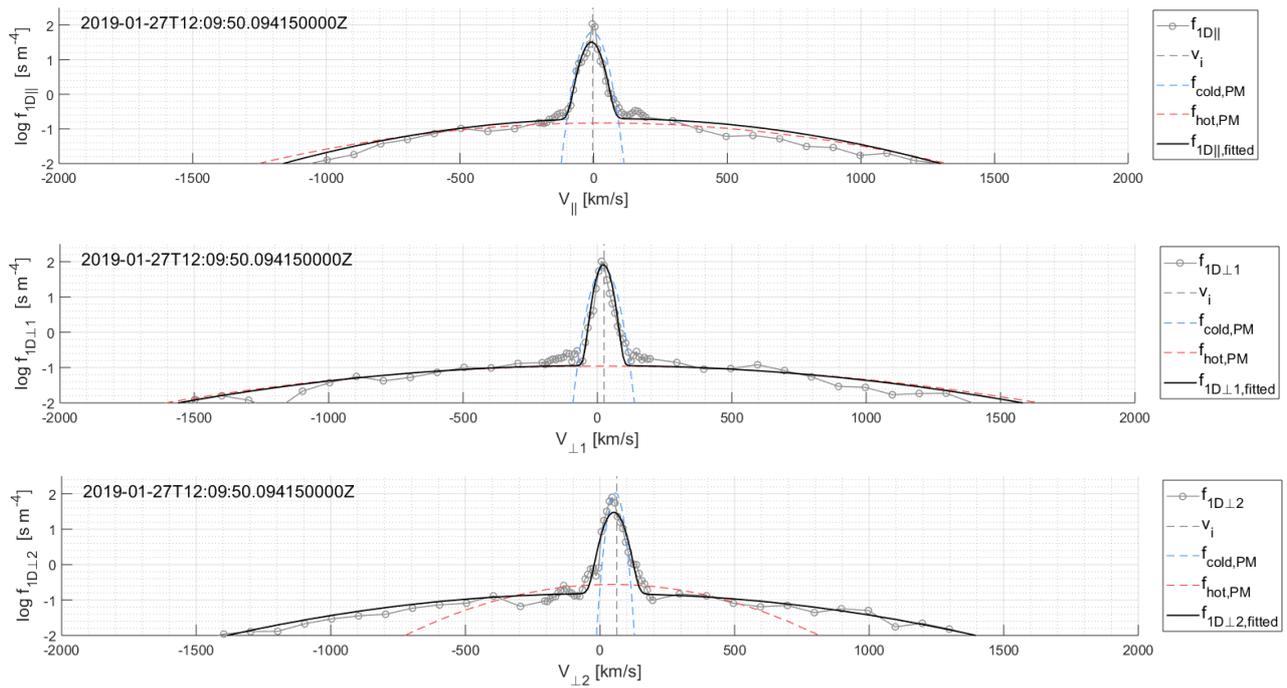


Figura 3-12. Resultados del ajuste de  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$  (colas dispersas) con *lsqcurvefit*.

### Modelo de ajuste independiente

Otra de las aproximaciones fue realizar el ajuste de las dos distribuciones de iones de manera separada. De este modo, las expresiones analíticas no se escribirían como una suma de funciones de Maxwell, sino independientemente para cada población. En el caso 1D:

$$f_c(v_\alpha) = n_c \left( \frac{m}{2\pi k T_{\alpha c}} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha c})^2}{2k T_{\alpha c}} \right) \quad (3-15)$$

$$f_h(v_\alpha) = n_h \left( \frac{m}{2\pi k T_{\alpha h}} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{m(v_\alpha - v_{0\alpha h})^2}{2k T_{\alpha h}} \right) \quad (3-16)$$

Para cada dirección  $\alpha = \parallel, \perp 1, \perp 2$ .

Dado que el ajuste se lleva a cabo de forma independiente, no será necesario tomar logaritmos en la expresión analítica, ni tampoco sobre las funciones de datos  $f_{1D,\parallel}$ ,  $f_{1D,\perp 1}$  y  $f_{1D,\perp 2}$ . No obstante, sí será preciso definir una región del espacio de velocidades a partir del cual generar las funciones de datos de cada población que se van a ajustar:  $f_{1D,\parallel c}$ ,  $f_{1D,\perp 1 c}$  y  $f_{1D,\perp 2 c}$ ;  $f_{1D,\parallel h}$ ,  $f_{1D,\perp 1 h}$  y  $f_{1D,\perp 2 h}$ . La región se define a partir de un umbral como un tanto por ciento del valor máximo de la función de datos, que se decide de la inspección visual de la

## Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

distribución (línea de puntos en Figura 3-13). Con los resultados de los momentos de cada población se pueden representar las distribuciones maxwellianas las direcciones  $v_{\perp 1}$ ,  $v_{\perp 2}$  y  $v_{\parallel}$  que se muestran en la Figura 3-13. Pese a que este resultado logra valores de densidad de iones fríos más acordes, la solución dependerá en gran medida del límite umbral establecido, que a priori es difícil de establecer.

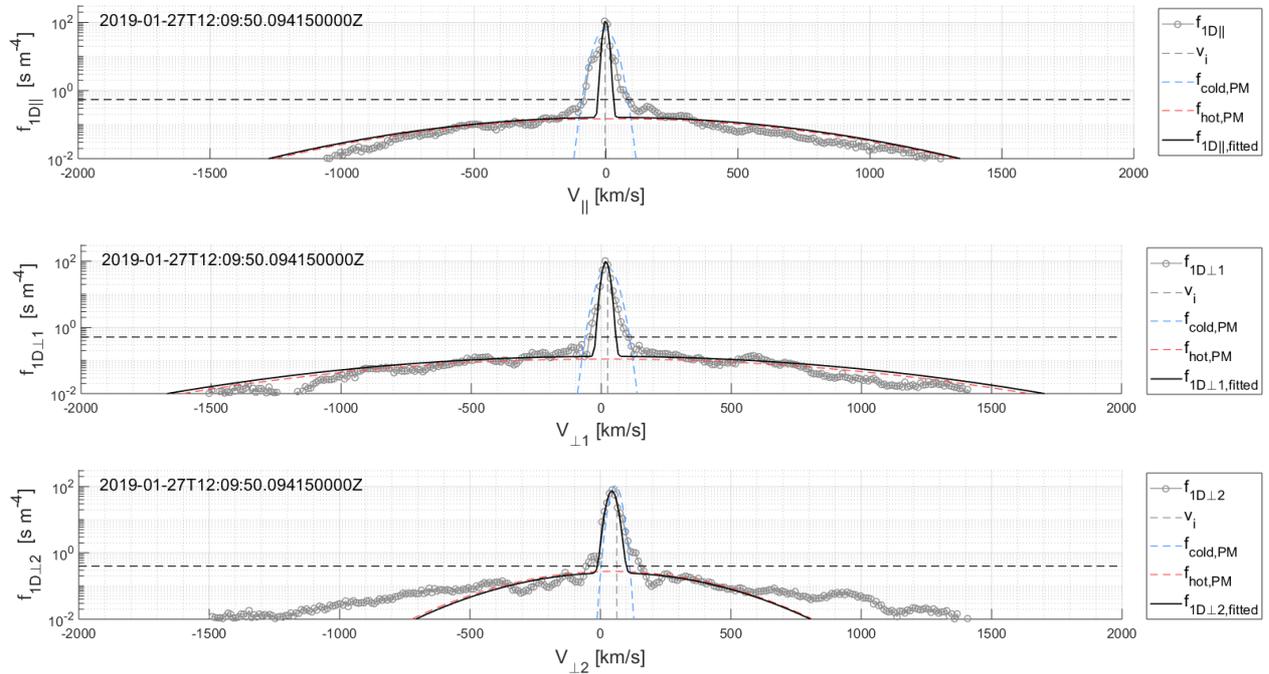


Figura 3-13. Resultados del ajuste de  $f_{1D,\parallel c}$ ,  $f_{1D,\perp 1 c}$  y  $f_{1D,\perp 2 c}$ , y  $f_{1D,\parallel h}$ ,  $f_{1D,\perp 1 h}$  y  $f_{1D,\perp 2 h}$  con *lsqcurvefit*.

La Tabla 3-3 resume los resultados de los distintos modelos de ajuste en 1D.

Tabla 3-3. Comparación de los resultados obtenidos en los distintos modelos de ajuste 1D.

Parámetro	1D	1D (colas dispersas)	1D (ajuste independiente)	Unidades
$n_c$	2,0	2,8	2,8	[cm <sup>-3</sup> ]
$T_{\perp 1 c}$	5	4	1	[eV]
$T_{\perp 2 c}$	9	8	3	[eV]
$T_{\parallel c}$	8	7	1	[eV]
$v_{0\perp 1 c}$	23	22	17	[km/s]
$v_{0\perp 2 c}$	52	52	44	[km/s]
$v_{0\parallel c}$	-7	-8	-1	[km/s]
$n_h$	0,2	0,2	0,2	[cm <sup>-3</sup> ]
$T_{\perp 1 h}$	3619	5288	5737	[eV]
$T_{\perp 2 h}$	3843	3715	931	[eV]
$T_{\parallel h}$	2941	2647	3210	[eV]
$v_{0\perp 1 h}$	18	11	18	[km/s]
$v_{0\perp 2 h}$	3	6	49	[km/s]
$v_{0\parallel h}$	70,50	67,98	32,25	[km/s]

Considerando que en ningún caso se han obtenido mejoras sustanciales, los métodos anteriores no se han aplicado al caso bidimensional.

### 3.4.3.2 Relación entre resultados del ajuste y valores iniciales

Para tener una idea de la relación entre los resultados obtenidos y los momentos parciales tomados como parámetros de partida, se han representado diagramas de dispersión de las magnitudes más significativas de ambas poblaciones ( $n, T, v_{o\parallel}, v_{o\perp}$ , en cada caso) para el intervalo de 60 s. Cada punto del gráfico representa un tiempo o, lo que es equivalente, una función de distribución, por lo que los diagramas se componen de 400 puntos.

En cuanto a la temperatura, se ha tomado el valor promediado entre las tres direcciones:

$$T_c = \frac{T_{\perp 1c} + T_{\perp 2c} + T_{\parallel c}}{3} \quad (3-17)$$

$$T_h = \frac{T_{\perp 1h} + T_{\perp 2h} + T_{\parallel h}}{3} \quad (3-18)$$

Relativo a las velocidades, se considera la velocidad paralela al campo magnético y una única componente perpendicular, dada por:

$$v_{o\perp c} = \frac{v_{o\perp 1c} + v_{o\perp 2c}}{2} \quad (3-19)$$

$$v_{o\perp h} = \frac{v_{o\perp 1h} + v_{o\perp 2h}}{2} \quad (3-20)$$

El diagrama de dispersión permite visualizar la correlación entre los valores iniciales y los obtenidos como producto del ajuste, a fin de estudiar la adecuación de la solución. Para facilitar la comparación, se ha dibujado la línea  $parámetros_{iniciales} = parámetros_{ajuste}$ .

Las Figuras 3-14 (población fría) y 3-15 (población caliente) muestran los gráficos de dispersión que resultan de comparar las magnitudes  $n, T, v_{o\parallel}, v_{o\perp}$  del ajuste 1D respecto a los valores de los momentos parciales.

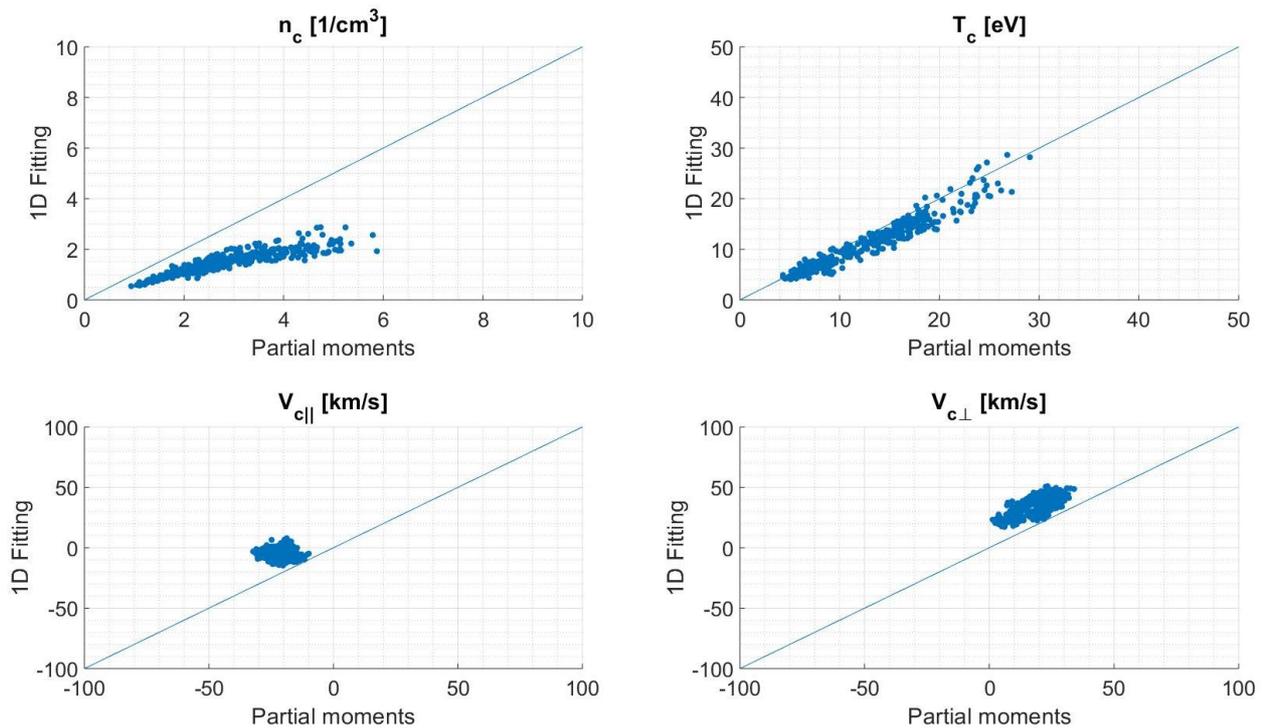


Figura 3-14. Diagramas de dispersión de los resultados 1D de la población fría.

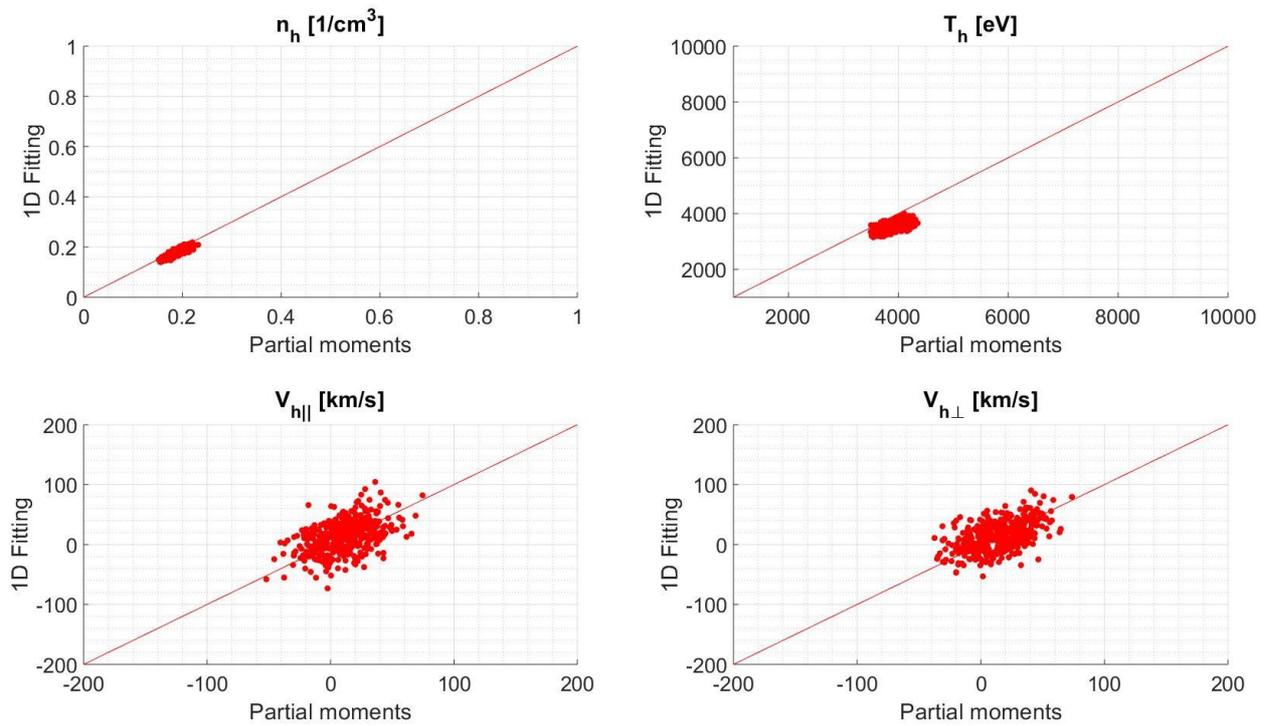


Figura 3-15. Diagramas de dispersión de los resultados 1D de la población caliente.

Los gráficos representados en las Figuras 3-16 (población fría) y 3-17 (población caliente) comparan los resultados del ajuste 2D de la distribución  $f_{2D,||\perp 1}$  con los parámetros de partida.

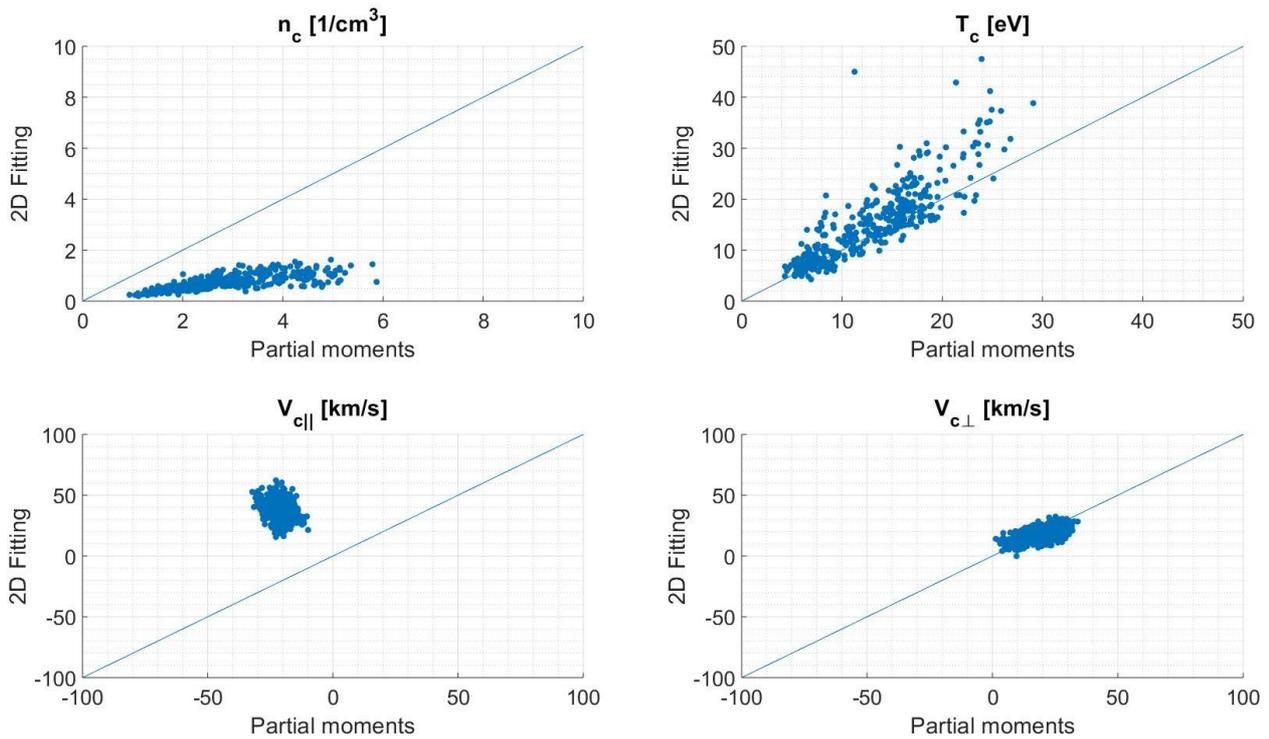


Figura 3-16. Diagramas de dispersión de los resultados 2D de la población fría.

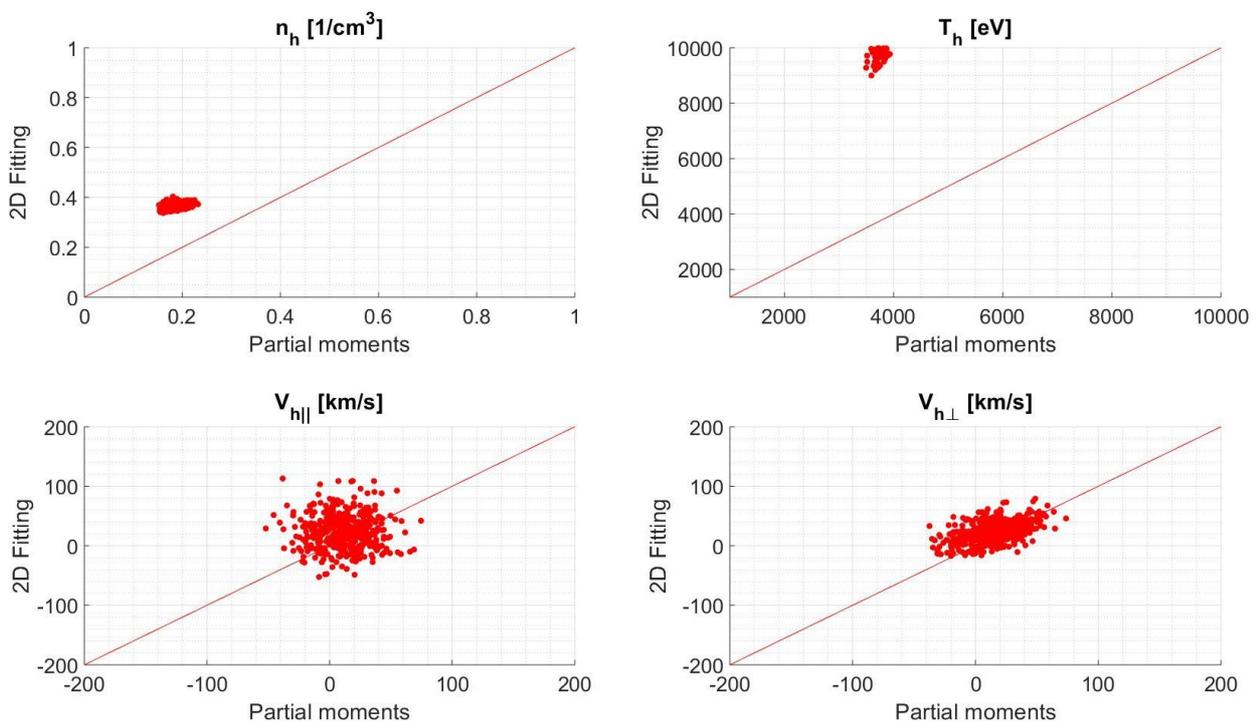


Figura 3-17. Diagramas de dispersión de los resultados 2D de la población caliente.

De las figuras anteriores se acepta que, en general, los ajustes de las 400 funciones de distribución (400 tiempos) siguen tendencias similares.

En el caso 1D, los gráficos de dispersión (Figuras 3-14 y 3-15) son concordantes con los resultados mostrados en la Figura 3-8 y en la Tabla 3-1 (solución para el tiempo 68 de 400). Tal y como se comentó, la densidad de

## Measuring Particle Distribution Functions in Collisionless Space Plasmas: Multiple Ion Population

---

la población de iones fríos es menor que la predicha en la estimación por momentos parciales, si bien esta última es considerablemente superior a la dada por la estimación de  $n_{fp}$ , que se acepta como el valor más próximo al real. El resto de parámetros está de acuerdo con lo esperado. Cabe resaltar que, como se aprecia tanto en la Figura 3-8 como en la Tabla 3-1, la temperatura de la población caliente en la dirección perpendicular 2 es mucho mayor a la estimada en los momentos parciales. Se concluye que en esta dirección el valor obtenido por momentos parciales no es el adecuado (en la Figura 3-8 se observa como la forma de la distribución de datos  $f_{1D\perp 2}$  no coincide con la distribución  $f_{hot,PM}$ ), probablemente debido a que no se seleccionasen correctamente los límites de integración en el cálculo de los momentos parciales de cada población.

En cuanto al caso 2D, las densidades de la población iónica fría son aún menores de las obtenidas en el caso unidimensional. En el gráfico de temperatura de la población caliente, se muestran valores muy superiores a los correspondientes momentos parciales. Esto podría explicarse por la inexistencia de puntos en las colas de la distribución, que debe llegar de -2000 km/s a 2000 km/s, dibujándose la función ahí donde no existen datos y aumentando, en consecuencia, la temperatura total.



# 4 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

---

Este último capítulo resume el problema abordado y los resultados alcanzados. Las conclusiones del estudio se completan con posibles líneas de investigación de trabajo futuro.

En el proceso de reconexión magnética, las líneas de los campos magnéticos del Sol y la Tierra se rompen y vuelven a conectarse entre sí, liberando la energía almacenada en dichos campos en forma de energía cinética, que acelera y calienta las partículas circundantes del plasma solar y magnetosférico.

La misión MMS de la NASA, lanzada en marzo de 2015, estudia el fenómeno de reconexión magnética en el entorno de la magnetosfera terrestre. La reconexión magnética puede ocurrir en multitud de escenarios astronómicos, incluyendo la corona solar, vientos estelares, púlsares, núcleos activos de galaxias o agujeros negros. Si bien la reconexión puede darse en diversas regiones del espacio, la proximidad de la magnetosfera supone una excelente oportunidad para la adquisición de medidas in situ. El interés social y tecnológico en la comprensión de este proceso se justifica por el impacto que tienen algunos de sus efectos derivados (llamaradas o tormentas magnéticas) en los sistemas de redes de telecomunicaciones, navegación GPS y redes eléctricas, así como por su utilidad en el desarrollo de reactores de fusión nuclear.

La misión MMS ha logrado por primera vez profundizar en la microfísica del fenómeno de reconexión con una resolución y precisión sin precedentes. Para ello, se dispone de cuatro naves en formación tetragonal, lo cual permite la determinación simultánea de las propiedades del plasma y el campo en las tres dimensiones espaciales.

Un gran número de laboratorios americanos, europeos y japoneses han participado y participan en la misión MMS, tanto en el diseño de los satélites como en el análisis de los datos recogidos por los mismos. El presente trabajo de fin de máster se ha desarrollado en el marco de las actividades del Instituto francés de Investigación en Astrofísica y Planetología (IRAP), donde actualmente se lleva a cabo un importante proyecto de investigación centrado en la caracterización de dos tipos de poblaciones iónicas que se encuentran en el entorno de la magnetosfera terrestre como consecuencia del proceso de reconexión. Los datos empleados son medidas tomadas por el instrumento FPI (Fast Plasma Investigation) de los equipos MMS, diseñado para la detección de iones y electrones en el plasma espacial.

## Conclusiones

La identificación de las dos poblaciones de iones, diferenciadas principalmente en densidad y temperatura, se ha realizado a partir de la caracterización de la función de distribución de densidad de los iones magnetosféricos que proporciona el instrumento FPI. La distribución de densidad se ha modelizado como una función compuesta por dos distribuciones maxwellianas. Cada maxwelliana es característica de una población y se define con tres parámetros (momentos de la función de distribución): densidad, temperatura y velocidad de los iones. La expresión analítica de la función maxwelliana puede desarrollarse en 1D, 2D y 3D, por lo que la distribución de datos tridimensional original del instrumento se ha proyectado en un espacio de velocidades (1D o 2D, según el caso) que considera las direcciones perpendiculares y paralela al campo magnético terrestre.

Los parámetros que caracterizan la distribución se han obtenido con un algoritmo iterativo de optimización que ajusta la función de datos a la expresión analítica maxwelliana en el sentido de mínimos cuadrados. Los resultados mostrados responden a la aplicación del modelo para la población de iones observada en la región de la magnetosfera terrestre el día 27 de enero de 2019 a las 12:09 UTC. Las soluciones alcanzadas confirman la presencia de ambas poblaciones iónicas en el tiempo considerado. Trabajos anteriores ya detectaron la presencia conjunta de estas poblaciones de iones en el entorno de la magnetosfera terrestre. La condición de plasma no

colisional implica que iones de distinta temperatura no interactúan de forma directa, siendo posible que iones más calientes e iones fríos procedentes de la ionosfera coexistan en una misma región espacial.

Los valores de los parámetros que caracterizan cada población de iones se han obtenido para los casos 1D, 2D y 3D y se han contrastado con las estimaciones de la densidad, temperatura y velocidad que ofrece el método de cálculo por momentos parciales del espacio de velocidades.

Los ajustes 1D y 2D, en general, proporcionan resultados similares al método de momentos parciales, el más utilizado hoy en día por la comunidad científica de plasmas espaciales. Se deja para futuros estudios analizar las discrepancias en algunas medidas del plasma proporcionadas por los dos métodos, y compararlas con datos obtenidos mediante otras técnicas, como se ha hecho con la densidad del plasma a partir de la frecuencia característica. En ese caso, se ha visto que el valor 'real' de densidad parece ser algo mayor que el proporcionado por el método desarrollado en este trabajo y algo inferior al proporcionado por los momentos parciales.

El ajuste tridimensional no logra converger a soluciones con sentido físico, debido a la dificultad en la optimización simultánea de un número elevado de variables. Además, en este caso, se requiere un alto coste computacional que hace inviable la aplicación del modelo con fines prácticos.

El método de caracterización propuesto mediante el ajuste automático por dos funciones maxwellianas tiene una ventaja sobre el método de los momentos parciales, y es que es más robusto a la elección manual del espacio de velocidades de cada una de las dos poblaciones (fría y caliente). El espacio de velocidades cambia según la región de la magnetosfera en la que se encuentre MMS, así como de otros parámetros relacionados con la meteorología espacial, como el estado de la magnetosfera o el viento solar.

Además, el método aquí presentado es aplicable a cualquier función de distribución con múltiples poblaciones de la misma especie. El método de los momentos parciales no es aplicable a electrones dado su mayor movilidad, que hace que las dos funciones maxwellianas compartan una región mayor del espacio de velocidades, mientras que el método que se propone podría ser aplicable directamente a datos electrónicos.

## Trabajo futuro

Entre las posibles mejoras, se plantea desarrollar un algoritmo iterativo de optimización que no dé el mismo peso en el ajuste a los distintos parámetros a optimizar. Para sustentar dicho supuesto, se compara el error cuadrático medio que se obtiene al variar el valor de los distintos parámetros. La raíz del error cuadrático medio (*RMSE*, Root Mean Squared Error) viene dada por:

$$RMSE = \sqrt{\overline{f_{fitted} - f_{data}}^2} \quad (4-1)$$

En la Figura 4-1 se ha representado la raíz del error cuadrático medio al variar los parámetros  $n_c$ ,  $T_{\parallel c}$  y  $v_{0\parallel c}$  en la función  $f_{1D,\parallel}$ . En este caso, se compara la distribución de datos con el valor de la función analítica cuando se sustituyen dos de los tres coeficientes producto del ajuste y se varía el tercero dentro del rango establecido.

En las curvas obtenidas, el mínimo se tiene para el resultado del ajuste. El hecho de que las curvas presenten pendientes dispares, confirma que la obtención o no del mínimo no tiene la misma repercusión en el error medio cuando se estudian los distintos parámetros.

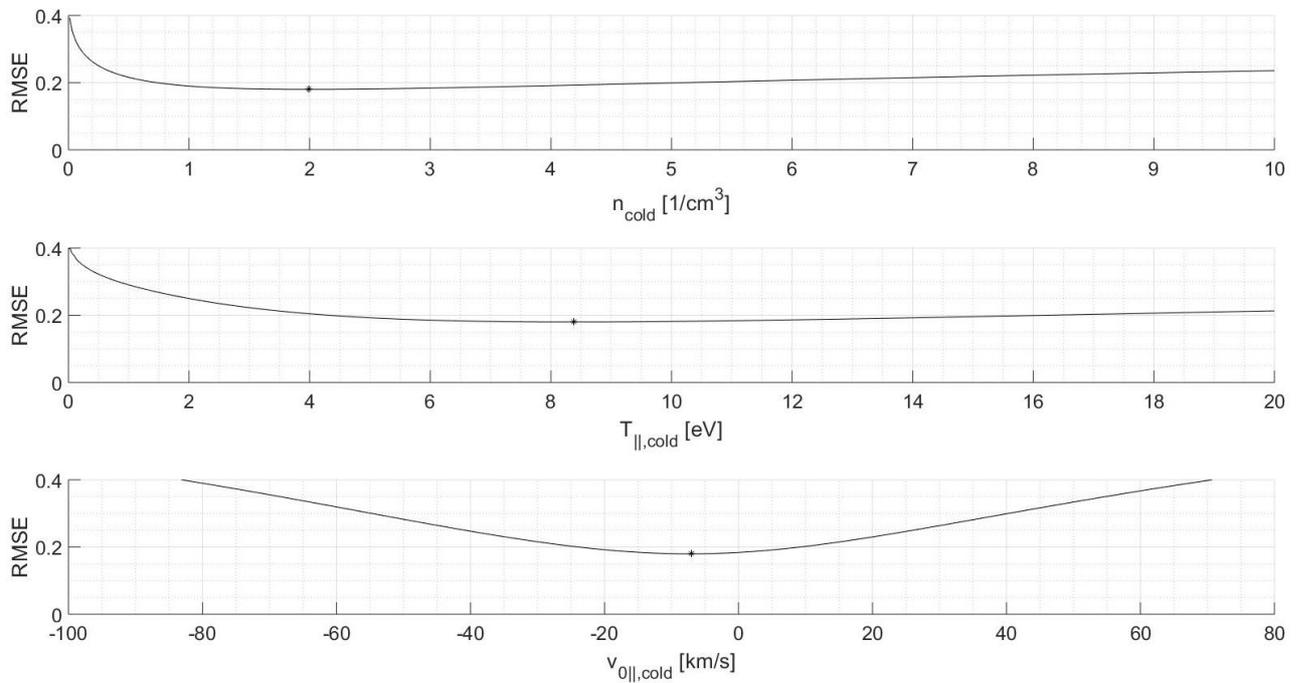


Figura 4-1. Variación del RMSE con los parámetros  $n_c$ ,  $T_{\parallel c}$  y  $v_{0\parallel c}$  en la distribución de datos  $f_{1D,\parallel}$ .



# REFERENCIAS

---

- [1] Birn, J., et al. (2001), “Geospace Environmental Modeling (GEM) magnetic reconnection challenge”, *J. Geophys. Res.*, 106(A3), 3715–3719, doi:10.1029/1999JA900449.
- [2] Yamada, M., R. Kulsrud, and H. Ji (2010), “Magnetic reconnection”, *Rev. Mod. Phys.*, 82(1), 603.
- [3] Zeiler, A., Biskamp, D., Drake, J. F., Rogers, B. N., Shay, M. A., and Scholer, M. (2002), “Three-dimensional particle simulations of collisionless magnetic reconnection”, *J. Geophys. Res.*, 107(A9), 1230, doi:10.1029/2001JA000287.
- [4] Burch, J. L., et al. (2016), “Electron-scale measurements of magnetic reconnection in space”, *Science*, 352, aaf2939, doi:10.1126/science.aaf/2939.
- [5] André, M., and C. M. Cully (2012), "Low-energy ions: A previously hidden solar system particle population", *Geophys. Res. Lett.*, 39, L03101, doi:10.1029/2011GL050242.
- [6] Walsh, B., T. Phan, D. Sibeck, and V. Souza (2014), “The plasmaspheric plume and magnetopause reconnection”, *Geophys. Res. Lett.*, 41, 223–228, doi:10.1002/2013GL058802.
- [7] Toledo-Redondo, S., A. Vaivads, M. André, and Y. V. Khotyaintsev (2015), “Modification of the Hall physics in magnetic reconnection due to cold ions at the Earth’s magnetopause”, *Geophys. Res. Lett.*, 42, 6146–6154, doi:10.1002/2015GL065129.
- [8] ScienceMag, The Solar Wind-Magnetosphere-Ionosphere System, extraído el 22/06/2019 de <https://science.sciencemag.org/content/288/5473/1987/F1>.
- [9] Windows to the Universe, The Earth's Plasmasphere, extraído el 22/06/2019 de <https://www.windows2universe.org/glossary/plasmasphere.html>.
- [10] Wolfgang Baumjohann and Rudolf A. Treumann, “Basic Space Plasma Physics”, Imperial College Press, 1997.
- [11] University of New Hampshire. Experimental Space Plasma Group, Particle Motion in the Magnetosphere, extraído el 22/06/2019 de <http://www-ssg.sr.unh.edu/tof/Smart/Students/lees/periods.html>.
- [12] Phys.org, Powerful geomagnetic storms, extraído el 22/06/2019 de <https://phys.org/news/2016-03-powerful-geomagnetic-storms-solar.html>.
- [13] Ogilvie, K. W., et al. (1978), “Descriptions of experimental investigations and instruments for the ISEE spacecraft, *IEEE Trans. Geosci. Electron*”, GE-16, No. 3, 151-153.
- [14] Mauk B.H., Fox N.J., Kanekal S.G., Kessel R.L., Sibeck D.G., Ukhorskiy A. (2012) “Science Objectives and Rationale for the Radiation Belt Storm Probes Mission”, In: Fox N., Burch J.L. (eds) *The Van Allen Probes Mission*. Springer, Boston, MA, [https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7433-4\\_2](https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7433-4_2).
- [15] Angelopoulos V. (2009), “The THEMIS Mission”, In: Burch J.L., Angelopoulos V. (eds) *The THEMIS Mission*. Springer, New York, NY, [https://doi.org/10.1007/978-0-387-89820-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-0-387-89820-9_2).
- [16] Escoubet, C. P., Fehringer, M., and Goldstein (2001), “Introduction The Cluster misión”, *Ann. Geophys.*, 19, 1197–1200, <https://doi.org/10.5194/angeo-19-1197-2001>.

- [17] NASA Magnetospheric Multiscale, extraído el 24/06/2019 de [https://www.nasa.gov/mission\\_pages/mms/spacecraft/orbit.html](https://www.nasa.gov/mission_pages/mms/spacecraft/orbit.html).
- [18] EUREKA, Blog de Daniel Marín, Lanzamiento de los satélites científicos MMS de la NASA (Atlas V 421), extraído el 24/06/2019 de <https://danielmarin.naukas.com/2015/03/14/lanzamiento-de-los-satelites-cientificos-mms-de-la-nasa-atlas-v-421/>.
- [19] NASA Magnetospheric Multiscale, extraído el 24/06/2019 de <https://www.nasa.gov/feature/goddard/2016/nasa-directly-observes-fundamental-process-of-nature-for-1st-time>
- [20] Pollock, C. J., et al. (2016), “Fast plasma investigation for magnetospheric multiscale”, *Space Sci. Rev.*, 199, 331–406, doi:10.1007/s11214-016-0245-4.
- [21] Young, D. T., et al. (2014), “Hot plasma composition analyzer for the magnetospheric multiscale misión”, *Space Sci. Rev.*, 199, 407–470, doi:10.1007/s11214-014-0119-6.
- [22] Mauk, B.H., Blake, J.B., Baker, D.N. et al. (2016), “The Energetic Particle Detector (EPD) Investigation and the Energetic Ion Spectrometer (EIS) for the Magnetospheric Multiscale (MMS) Mission”, *Space Sci. Rev.*, 199-471, <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0055-5>.
- [23] Blake, J.B., Mauk, B.H., Baker, D.N. et al. (2016), “The Fly’s Eye Energetic Particle Spectrometer (FEEPS) Sensors for the Magnetospheric Multiscale (MMS) Mission”, *Space Sci. Rev.*, 199-309, <https://doi.org/10.1007/s11214-015-0163-x>.
- [24] Russell, C.T., Anderson, B.J., Baumjohann, W. et al. (2016), “The Magnetospheric Multiscale Magnetometers”, *Space Sci. Rev.* 199-189, <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0057-3>.
- [25] Torbert, R.B., Vaith, H., Granoff, M. et al. (2016), “The Electron Drift Instrument for MMS”, *Space Sci. Rev.*, 199-283, <https://doi.org/10.1007/s11214-015-0182-7>.
- [26] Lindqvist, PA., Olsson, G., Torbert, R.B. et al. (2016), “The Spin-Plane Double Probe Electric Field Instrument for MMS”, *Space Sci. Rev.*, 199-137, <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0116-9>.
- [27] Ergun, R.E., Tucker, S., Westfall, J. et al. (2016), “The Axial Double Probe and Fields Signal Processing for the MMS Mission”, *Space Sci. Rev.*, 199-167, <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0115-x>.
- [28] Le Contel, O., Leroy, P., Roux, A. et al. (2016), “The Search-Coil Magnetometer for MMS”, *Space Sci. Rev.*, 199-257, <https://doi.org/10.1007/s11214-014-0096-9>.
- [29] NASA Magnetospheric Multiscale, extraído el 24/06/2019 de <https://mms.gsfc.nasa.gov/spacecraft.html>.
- [30] Wikipedia, Anomalía verdadera, extraído el 16/09/2019 de [https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa\\_verdadera](https://es.wikipedia.org/wiki/Anomal%C3%ADa_verdadera).
- [31] European GNSS Service Centre, Orbital and technical parameters extraído el 16/09/2019 de <https://www.gsc-europa.eu/system-service-status/orbital-and-technical-parameters>.
- [32] CelesTrak, NORAD TLE, extraído el 22/09/2019 de <http://celestrak.com/NORAD/elements/>.
- [33] Lsqcurvefit MathWorks, extraído el 14/07/2019 de <https://es.mathworks.com/help/optim/ug/lsqcurvefit.html>.

## A-1 Integrales de Maxwell

Las integrales de Maxwell son integrales sobre funciones gaussianas multiplicadas por alguna potencia del integrando. Estas integrales aparecen frecuentemente en la física de plasmas donde las funciones de distribución se modelan como productos o sumas de maxwellianas. La integral básica es la integral impropia de la función de Gauss definida sobre toda la recta de los reales:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) dx = \sqrt{\pi}$$

La integral de Gauss puede resolverse por diversos métodos de cálculo.

Es posible generalizar el resultado anterior para expresiones comunes en plasmas, de la forma:

$$\int_0^{\infty} x^\alpha \exp(-ax^2) dx = \begin{cases} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2a^{\frac{n+1}{2}}} & \text{para } \alpha = 2n \\ \frac{n!}{2a^{n+\frac{1}{2}}} & \text{para } \alpha = 2n + 1 \end{cases}$$

Donde  $\Gamma$  es la función Gamma tal que  $\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right) = \frac{(2n-1)!!}{2^n} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ , y  $a$  tiene una parte real positiva que hace que la integral converja. Dada la asimetría del integrando para los valores  $\alpha$  impares, resulta evidente que en dicho caso las integrales de  $-\infty$  a  $+\infty$  se cancelan, mientras que para los números  $\alpha$  pares serán dos veces el valor dado.

## A-2 Distribución de Maxwell-Boltzmann

Matemáticamente la distribución de Maxwell-Boltzmann es la distribución de una variable aleatoria escalar  $X^2 = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2$  combinación de otras tres variables aleatorias  $X_i$  cada una de las cuales se distribuye según una distribución normal  $X_i \sim N(0, a^2)$ .

Físicamente el módulo de la velocidad de una molécula  $v$  es igual a la raíz de la suma cuadrados de las velocidades coordenadas de la partícula  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ , y como cada una de ellas siguen distribuciones gaussianas (en física de plasmas, distribuciones de Maxwell, Apartado 2.2.5.3) entonces  $v$  debe seguir una distribución de Maxwell-Boltzmann explícitamente:

$$f(v) = n 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

Donde el factor  $4\pi v^2$  resulta de expresar la distribución de velocidad como suma sobre todas las direcciones. Una forma de visualización directa es hacer la conversión del elemento de volumen cartesiano a coordenadas polares esféricas, en ese caso, la suma sobre todas las direcciones implica la integración sobre las coordenadas

angulares:

$$f(v) = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \underbrace{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} v^2 \sin \theta \, d\varphi \, d\theta}_{4\pi v^2}$$

Haciendo uso de la integral de Gauss:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-x^2) \, dx = \sqrt{\pi}$$

Se verifica fácilmente que el resultado de integrar la ecuación en el espacio tridimensional de velocidades es  $n$ , la densidad macroscópica total.

